សម្រាប់លក់

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

សូមស្វាគមន៍

ពិពណ៌ គណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ

07.07.2016

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

កម្រិតវិទ្យាល័យ

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

National Institute of Education

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

កម្រិតវិទ្យាល័យ

$$(2016)^{x-2015}+(4033)^{\frac{x-1}{2}-1007}=(2017)^{x-2015}$$

ថ្នាក់ទី ១១

$$x\cdot 2016^{x}=x(3-x)+2\left(2016^{x}-1\right)$$

$$\left(\cos 72^{\circ}\right)^{x}+\left(\cos 36^{\circ}\right)^{x}=3\cdot 2^{-x}$$

$$3^{x}+4^{x}+5^{x}=6^{x}$$

$$2^{x}+3^{x}-4^{x}+6^{x}-9^{x}=1$$

រៀបរៀងដោយគរុនិស្សិត គណិតវិទ្យា ក្រុម៥ ជំនាន់២១

រក្សាសិទ្ធិ

សម្រាប់លក់

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ
National Institute of Education

គណៈកម្មការចូលរួមផលិតសៀវភៅនេះរួមមាន:

I. ស្រាវជ្រាវ និងត្រួតពិនិត្យដោយ:

១. គរុនិស្សិត **អាន សុខគន្ធា** ព្រៃវែង

២. គរុនិស្សិត **ថន គឹមអេង** ព្រៃវែង

៣. គរុនិស្សិត **ទាវ ជួន** ស្វាយរៀង

៤. គរុនិស្សិត **ជុំម វុធធឿន** ព្រៃវែង

៥. គរុនិស្សិត **ទិត្យ ភក្ត** ព្រៃវែង

៦. គរុនិស្សិត **គឹម វាសនា** តាកែវ

៧. គរុនិស្សិត **ញឹម ផល្លា** ស្វាយរៀង

II. រចនាទំព័រ និងក្របដោយ: គរុនិស្សិត **អាន សុខគន្ធា**

III. រៀបរៀង និងវាយអត្ថបទដោយ: គរុនិស្សិត **អាន សុខគន្ធា**

IV. លោកគ្រូណែនាំ: លោកគ្រូ **ឃី មឿយ**

បានបោះពុម្ពលើកទី១ ចំនួន ១០០ ក្បាល នៅថ្ងៃទី ១៥ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០១៦ ដើម្បីអ្នកសិក្សាទូទៅជាពិសេស គឺសម្រាប់គ្រូបង្រៀន និងសិស្សរៀនដើម្បីត្រៀមប្រឡងប្រជែងផ្សេងៗ... ក្នុងឱកាសតាំងពិព័រណ៍ គណិតវិទ្យា និងវិទ្យាសាស្ត្រ នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ នៅថ្ងៃទី ០៧ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១៦។

ហាមថតចម្លងសៀវភៅនេះ...!

រក្សាសិទ្ធិ

គរុនិស្សិត គណិតវិទ្យា ក្រុម៥ ជំនាន់២១ នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ ឆ្នាំ២០១៦

អារម្ភកថា

ការអប់រំ ជាកត្តាសំខាន់ក្នុងការបណ្តុះបណ្តាលធនធានមនុស្សប្រកបដោយសមត្ថភាពខ្ពស់ ។

សៀវភៅ " អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលកម្រិតសិស្សវិទ្យាល័យ " ដែលមិត្តអ្នកអានកំពុងកាន់និងដៃនេះ ត្រូវបានរៀបចំឡើងដើម្បីបំពេញតម្រូវការបន្ថែមសម្រាប់ការស្រាវជ្រាវបង្កើនចំណេះដឹងបន្ថែម ជាពិសេសសម្រាប់ត្រៀមប្រឡងផ្សេងៗ... ក្នុងសៀវភៅនេះ បានដកស្រង់ចេញពីសៀវភៅជាច្រើន ទាំងភាសាជាតិ និងភាសាបរទេស រួមមាន លំហាត់ដែលធ្លាប់ប្រឡងចេញអាហារូបករណ៍នានា ប្រឡងសិស្សពូកែ ប្រចាំសាលានានា ប្រចាំស្រុកនានា ក៏ដូចជាតាមបណ្តាខេត្តនានា ទាំងថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២ ផងដែរ ។

យើងខ្ញុំសង្ឃឹមថា សៀវភៅនេះនិងអាចជួយបំពេញនូវចំណុចខ្វះខាត និងជាជំនួយស្មារតី ដល់ប្អូនៗ សិស្សានុសិស្ស និងលោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ដែលមានបំណងក្នុងការស្រាវជ្រាវបន្ថែម ។ មានតែការសិក្សាស្រាវជ្រាវទេ ទើបអាចធ្វើឲ្យចំណេះដឹងរបស់យើងរីកចម្រើន ទាន់សម័យកាលសមាហរ័ណកម្មអាស៊ាន ។

ទោះបីជាយើងខ្ញុំខិតខំចងក្រង សំរិតសំរាំងយ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏នូវមានចំណុចខ្វះខាត និងកំហុសជាក់ជាមិនខាន ។ អាស្រ័យហេតុនេះ យើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នា រងចាំនូវការរិះគន់ដើម្បីស្ថានាដល់យើងខ្ញុំ ពីសំណាក់មិត្តរួមអាជីព និងប្អូនៗសិស្សានិសិស្សដោយក្តីរីករាយបំផុត ។

ជាទីបញ្ចប់ យើងខ្ញុំសូមគោរពជូនពរដល់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និងមិត្តអ្នកអានទាំងអស់គ្នា សូមទទួលបាននូវសេចក្តីសុខ ជោគជ័យ គ្រប់ពេលវេលា ក្នុងភារកិច្ច និងការងាររបស់ខ្លួន ជាពិសេសក្នុងអាជីពជាអ្នកសិក្សារៀនសូត្រ ក្នុងគោលដៅអភិវឌ្ឍប្រទេសជាតិយើង ។

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ១៥ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០១៦

អ្នករៀបរៀង

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

ការសិក្សាស្រាវជ្រាវ គឺជាភារកិច្ចដ៏សំខាន់មួយនៃការអប់រំ។ ដើម្បីឲ្យការសិក្សាស្រាវជ្រាវមួយទទួលបានជោគជ័យ លុះត្រាតែមានការសហការចូលរួម និងការលើកទឹកចិត្ត។ ដូចគ្នាដែរ កិច្ចការស្រាវជ្រាវអំពី " អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលកម្រិតវិទ្យាល័យ " សម្រាប់សិស្សថ្នាក់ទី១១ របស់ពួកយើងខ្ញុំនេះ ទទួលបានជោគជ័យក៏ដោយសារការចូលរួមសហការគ្នា និងទទួលបានការគាំទ្រ លើកទឹកចិត្ត។

ខ្ញុំបាទ នាងខ្ញុំ ជាគរុនិស្សិតកម្រិតឧត្តម (បរិញ្ញាបត្រ+១) ជំនាន់ទី២១ ឯកទេស គណិតវិទ្យា នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ សូមសម្តែងនូវការគោរពដឹងគុណចំពោះ ៖

❖ លោកឪពុក អ្នកម្តាយ ជាទីគោរពស្រលាញ់ ដែលបានចិញ្ចឹមបីបាច់ ថែរក្សា ថ្នាក់ថ្នម បណ្តុះបណ្តាល អប់រំ ផ្តល់ឱកាសឲ្យពួកយើងខ្ញុំ បានរៀនសូត្រក្រេបយកចំណេះវិជ្ជារហូតទទួលបានឱកាសដូចសព្វថ្ងៃនេះ ។

❖ លោកគ្រូ **ឃី មឿយ** ដែលបានណែនាំ ផ្តល់ជាគំនិតក្នុងការស្រាវជ្រាវ រៀបរៀង និងបានចំណាយពេលវេលាដ៏មានតម្លៃរបស់ខ្លួន ក្នុងការជួយចង្អុលបង្ហាញទិស រហូតដល់ការស្រាវជ្រាវនេះត្រូវបានបញ្ចប់។

❖ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូទាំងអស់ ដែលបានខិតខំប្រឹងប្រែង ក្នុងការហ្វឹកហាត់ ផ្តល់នូវចំណេះដឹង និងវិធីសាស្ត្រដល់ពួកយើងខ្ញុំ ។

❖ ឯកឧត្តមបណ្ឌិត **សៀង សុវណ្ណា** នាយកវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ ដែលបានផ្តល់ឱកាសក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវនេះ ។

❖ មិត្តរួមក្រុមទាំងអស់ដែលបានចូលរួមសហការយ៉ាងស្និទស្នាលក្នុងការស្រាវជ្រាវនេះ តាំងពីចាប់ផ្តើម រហូតទទួលបានជោគជ័យ ។

ជាទីបញ្ចប់យើងខ្ញុំជាគរុនិស្សិត សូមលើកហត្ថប្រណមសុំប្រសិទ្ធពរជ័យ សិរីសួស្តី លាភជោគជូនដល់លោកឪពុក អ្នកម្តាយ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ សូមជួបប្រទះនឹងពុទ្ធពរ ៤ ប្រការ គឺ អាយុ វណ្ណៈ សុខៈ និងពលៈ កុំបីឃ្លៀងឃ្លាតឡើយ ។

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ១៥ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០១៦

អ្នករៀបរៀង

មាតិកា

អារម្ភកថា..
សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ...
មាតិកា...
ផ្នែកទី១ : មេរៀនសង្ខេប
១. ស្វ័យគុណ..1
២. ឫសទី n 3
៣. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល...6
៤. សមីការ និងវិសមីការអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.. 6
៥. អនុវត្តន៍អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.. 18
ផ្នែកទី២ : លំហាត់អនុវត្តន៍
១. លំហាត់សមីការ.. 19
២. លំហាត់វិសមីការ... 20
៣. លំហាត់ប្រព័ន្ធសមីការ... 21
៤. លំហាត់ត្រៀមប្រឡងផ្សេងៗ.. 23
ផ្នែកទី៣ : ដំណោះស្រាយ
១. ដំណោះស្រាយសមីការ.. 27
២. ដំណោះស្រាយវិសមីការ... 89
៣. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ.. 105
៤. ដំណោះស្រាយលំហាត់ត្រៀមប្រឡងផ្សេងៗ... 146
៥. លំហាត់ស្រាវជ្រាវបន្ថែម... 192
ឯកសារយោង... 201

ជំពូកទី ១

មេរៀនសង្ខេប

មេរៀនសង្ខេប អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

1. ស្វ័យគុណ

1.1 និយមន័យ

ស្វ័យគុណ n នៃចំនួន a ជាផលគុណនៃ n កត្តា ដែលកត្តានីមួយៗស្មើនិង a ។

គេសរសេរ $\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n}=a^n$ ដែល $n\in\mathbb{N}$ ។

a^n អានថា a ស្វ័យគុណ n

n ហៅថានិទស្សន្តដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

a ហៅថា គោលនៃស្វ័យគុណ

1.2 លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

ក. ផលគុណនៃស្វ័យគុណមានគោលដូចគ្នា: ផលគុណនៃស្វ័យគុណមានគោលដូចគ្នាជាស្វ័យគុណដែលនិទស្សន្តជាផលបូកនៃនិទស្សន្តរបស់វា គេបាន $a^n\times a^m=a^{n+m}$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $4^3\times 4^{2013}=4^{3+2013}=4^{2016}$

ខ. $5^6\times 5^7\times 5^8=5^{6+7+8}=5^{21}$

ខ. ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ: ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ ជាស្វ័យគុណដែមាននិទស្សន្តជាផលគុណនៃនិទស្សន្តរបស់វា គេបាន $\left(a^n\right)^m=a^{n\times m}$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $\left(7^2\right)^5=7^{2\times 5}=7^{10}$

ខ. $\left[\left(4^3\right)^4\right]^5=4^{3\times 4\times 5}=4^{60}$

គ. ស្វ័យគុណនៃផលគុណ: ស្វ័យគុណនៃផលគុណដែលមានគោលខុសគ្នា ជាផលគុណនៃស្វ័យគុណ គេបាន $(ab)^n=a^n\times b^n$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $(3\times 4)^2=3^2\times 4^2=9\times 16=144$

ខ. $(4\times 5\times 7)^3=4^3\times 5^3\times 7^3=64\times 125\times 343=2744000$

ឃ. ស្វ័យគុណនៃផលចែក: ស្វ័យគុណនៃផលចែកដែលមានគោលខុសគ្នា ជាផលចែកនៃស្វ័យគុណ គេបាន $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ ដែល $b\neq 0$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2^4}{3^4}=\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}=\frac{16}{81}$

ខ. $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$

ង. ផលចែកនៃស្វ័យគុណមានគោលដូចគ្នា: ផលចែកនៃស្វ័យគុណដែលមានគោលដូចគ្នាជាស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាផលសងនៃនិទ្ស្សន្តនៃតំណាំងចែក និងនិទស្សន្តតួចែករបស់វា

គេបាន $\boxed{\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}}$ ដែល $a\neq 0$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $\frac{2^{2020}}{2^4}=2^{2020-4}=2^{2016}$

ខ. $\frac{a^{25}}{a^4}=a^{25-4}=a^{21}$

1.3 ស្វ័យគុណសូន្យនិងចម្រាសនៃស្វ័យគុណ

ក. ស្វ័យគុណសូន្យ

គេមាន $\frac{a^4}{a^4}=\frac{a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a}=1$ ហើយ $\frac{a^4}{a^4}=a^{4-4}=a^0$

គេទាញបាន $\boxed{a^0=1\,;(a\neq 0)}$ ។

លំហាត់គរូ៖ គណនា ក. $2016^0=1$

ខ. $\left(\frac{\sqrt{2016}}{2017}\right)^0=1$

ខ. ចម្រាស់នៃស្វ័យគុណ

គេមាន $\frac{7^4}{7^6}=\frac{7\times 7\times 7\times 7}{7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7}=\frac{1}{7\times 7}=\frac{1}{7^2}$ ហើយ $\frac{7^4}{7^6}=7^{4-6}=7^{-2}$

យើងសង្កេតឃើញថា $\frac{1}{7^2}=7^{-2}$ គេទាញបាន $\boxed{\frac{1}{a^n}=a^{-n}\quad ,\ a\neq 0}$

ដោយ $4^{-3}=\frac{1}{4^3}=\frac{1}{64}$ នោះ៖ $\frac{1}{4^{-3}}=\frac{1}{\frac{1}{4^3}}=4^3$ គេទាញបាន $\boxed{a^n=\frac{1}{a^{-n}}}$

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $\frac{1}{2^{2016}}=2^{-2016}$

ខ. $7^{-2016}=\frac{1}{7^{2016}}$

2. ឫសទី n

2.1 ឫសទី n ដែល n ជាចំនួនគត់គូនិងសេស

ឧទាហរណ៍១: បើ x ជាឫសការេនៃចំនួនវិជ្ជមាន a កាលណា $x^2 = a$

$4^2 = 16$ គេថា 4 ជាឫសការេនៃ 16 ហើយ $(-4)^2 = 16$ គេថា -4 ជាឫសការេនៃ 16

ហេតុនេះ 16 មានឫសការេពីរគឺ 4 និង -4 ហើយ 4 ជាឫសការេវិជ្ជមាននៃ 16 គេកំណត់សរសេរ $\sqrt{16} = 4$ រីឯ -4 ជាឫសការេអវិជ្ជមាននៃ 16 គេកំណត់សរសេរ $-\sqrt{16} = -4$ ។

ជាទូទៅ ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a មានឫសការេពីរគឺ $\sqrt{a}$ និង $-\sqrt{a}$ ។

****សំគាល់ ចំនួនអវិជ្ជមានគ្មានឫសការេទេ ចំនួន 0 មានឫសការេតែមួយគត់គឺ 0 ។

ឧទាហរណ៍២: បើ x ជាឫសគូបនៃ a នោះ $x^3 = a$ គេបាន $x = \sqrt[3]{a}$

ក្នុងករណី $x = 2$ គេបាន $2^3 = 8$ គេថា 2 ជាឫសគូបនៃ 8

ក្នុងករណី $x = -2$ គេបាន $(-2)^3 = -8$ គេថា -2 ជាឫសគូបនៃ -8

យើងសង្កេតឃើញថា ទោះបីជាចំនួនអវិជ្ជមាន -8 ក៏មានឫសគូបរបស់វាដែរ

- ឫសគូបនៃចំនួនវិជ្ជមានជាចំនួនវិជ្ជមាន
- ឫសគូបនៃចំនួនវិជ្ជមានជាចំនួនវិជ្ជមាន

ជាទូទៅ ឫសគូបនៃចំនួនពិត a មានតែមួយគត់គឺ $\sqrt[3]{a}$ ។

ឧទាហរណ៍: ឫសគូបនៃ 27 គឺ $\sqrt[3]{27} = 3$ និង ឫសគូបនៃ -1 គឺ $\sqrt[3]{-1} = -1$

ដូចគ្នាដែរ គេអាចគណនាឫសទី 4 ឫសទី 5 នៃ a គឺ

- បើ x ជាឫសទី 4 នៃ a នោះ $x^4 = a$ គេបាន $x = \sqrt[4]{a}$
- បើ x ជាឫសទី 5 នៃ a នោះ $x^5 = a$ គេបាន $x = \sqrt[5]{a}$

តាមឧទាហរណ៍១: យើងទាញបាន $\sqrt{a^2} = |a|$

តាមឧទាហរណ៍២: $\sqrt[3]{2^3} = \sqrt[3]{8} = 2$ ហើយ $\sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{-8} = -2$

យើងទាញបាន $\sqrt[3]{a^3} = a$

ជាទូទៅ a ជាចំនួនពិត និង $n \geq 2$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន គេបាន

ក. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ បើ n គូ ខ. $\sqrt[n]{a^n} = a$ បើ n សេស

2.2 គុណាកន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ជាទូទៅ $\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq 2$ និងគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b ។

សម្រាយបញ្ជាក់ បង្ហាញថា $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

តាង $x = \sqrt[n]{a}$ គេបាន $a = x^n$; $y = \sqrt[n]{b}$ គេបាន $b = y^n$

នាំឲ្យ $x^n\cdot y^n=a\cdot b$ ឬ $(xy)^n=ab$ ឬ $xy=\sqrt[n]{ab}\Leftrightarrow\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}}$

លំហាត់គំរូ៖ ក. $\sqrt{5}\cdot\sqrt{7}=\sqrt{5\cdot 7}=\sqrt{35}$

ខ. $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{4\cdot 16}=\sqrt[3]{64}=\sqrt[3]{4^3}=4$

គ. $\sqrt[5]{2}\times\sqrt[5]{4}\times\sqrt[5]{8}=\sqrt[5]{2\times4\times8}=\sqrt[5]{64}=\sqrt[5]{32\times2}=\sqrt[5]{2^5\times2}=2\sqrt[5]{2}$

2.3 ចែកកន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ជាទូទៅ $\boxed{\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n\geq 2$ និង $a>0\,;b>0$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ បង្ហាញថា $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

តាង $x=\sqrt[n]{a}$ គេបាន $a=x^n$; $y=\sqrt[n]{b}$ គេបាន $b=y^n$

នាំឲ្យ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{x^n}{y^n}$ ឬ $\dfrac{a}{b}=\left(\dfrac{x}{y}\right)^n$ ឬ $\dfrac{x}{y}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}}$

លំហាត់គំរូ៖ ក. $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{27}{3}}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

ខ. $\dfrac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{56}}=\sqrt[3]{\dfrac{7}{56}}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}}=\sqrt[3]{\left(\dfrac{1}{2}\right)^3}=\dfrac{1}{2}$

គ. $\dfrac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}=\sqrt[5]{\dfrac{64}{2}}=\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$

2.4 សរសេររ៉ាឌីកាល់ជាស្វ័យគុណសនិទាន

យើងមាន $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}$ និង $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}$ តាមលក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$

គេបាន $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=a^1=a$ ហើយ $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=\sqrt{a\cdot a}=\sqrt{a^2}=a$

គេសង្កេតឃើញថា $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$ មានន័យថា $\sqrt{a}$ កំណត់សរសេរដោយ $a^{\frac{1}{2}}$

យើងមាន $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}$ និង $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$ តាមលក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

គេបាន $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=a^1=a$

ហើយ $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{a\cdot a\cdot a}=\sqrt[3]{a^3}=a$

គេសង្កេតឃើញថា $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}=a$ មានន័យថា $\sqrt[3]{a}$ កំណត់សរសេរដោយ $a^{\frac{1}{3}}$

ជាទូទៅ $\boxed{\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n\ge 2$ និង $m\ge 1$; $a>0$ ។

លំហាត់គំរូ៖ ក. $\sqrt{2016}=2016^{\frac{1}{2}}$

ខ. $\sqrt[5]{32}=32^{\frac{1}{5}}=\left(2^5\right)^{\frac{1}{5}}=2^{5\times\frac{1}{5}}=2$

គ. $\sqrt[4]{x^2}=x^{\frac{2}{4}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$

ឃ. $\sqrt[4]{a^6}=a^{\frac{6}{4}}=a^{\frac{3}{2}}=a^{\frac{2+1}{2}}=a^{1+\frac{1}{2}}=a\cdot a^{\frac{1}{2}}=a\sqrt{a}$

2.5 គុណសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់

ជាទូទៅ $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n\ge 2$ និង $k\ge 2$; $a>0$ ។

****សំគាល់ $\sqrt[n]{a}$ ដែល n ជាសន្ទស្សន៍ ហើយ a ជារ៉ាឌីកង់

សម្រាយបញ្ជាក់ បង្ហាញថា $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$

តាង $x=\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$ គេបាន $\sqrt[k]{a}=x^n\Rightarrow a=\left(x^n\right)^k=x^{nk}$ ឬ $x=\sqrt[nk]{a}\Leftrightarrow\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}}$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គណនា ក. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{7}}=\sqrt[4\times 3]{7}=\sqrt[12]{7}$

ខ. $\sqrt{\sqrt[9]{\sqrt[112]{21^{2016}}}}=\sqrt[2\times 9\times 112]{21^{2016}}=\sqrt[2016]{21^{2016}}=21$

2.6 សម្រួលសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់

ជាទូទៅ $\boxed{\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n\ge 2$ និង $k\ge 2$; $a>0$ ។

បង្ហាញថា $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$

តាង $x=\sqrt[nk]{a^{mk}}$

គេបាន $x^{nk}=a^{mk}\Rightarrow\left(x^n\right)^k=\left(a^m\right)^k$

$x^n=a^m\Rightarrow x=\sqrt[n]{a^m}$ ឬ $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}}$ ។

លំហាត់គំរូ៖ ក. $\sqrt[6]{3^4}=\sqrt[3\times 2]{3^{2\times 2}}=\sqrt[3]{3^2}=\sqrt[3]{9}$ អនុវត្ត: $\sqrt[6]{3^4}=\sqrt[3]{3^2}=\sqrt[3]{9}$

ខ. $\sqrt[16]{16}=\sqrt[16]{2^4}=\sqrt[4\times 4]{2^4}=\sqrt[4]{2}$ អនុវត្ត: $\sqrt[16]{16}=\sqrt[16]{2^4}=\sqrt[4]{2}$

គ. $\sqrt[3]{7^6}=\sqrt[3]{7^{2\times 3}}=\sqrt{7^2}=7$

3. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

រដ្ឋមួយមានប្រជាជន1លាននាក់។ មួយទសវត្សរ៍ក្រោយមកប្រជាជនបានកើន30%។ គំនិតខាងលើនេះ អាចឲ្យគេប៉ានស្មានចំនួនប្រជាជននៃរដ្ឋនេះនៅទសវត្សរ៍ខាងមុខ តាមទំនាក់ទំនងស្វីតធរណីមាត្រ៖

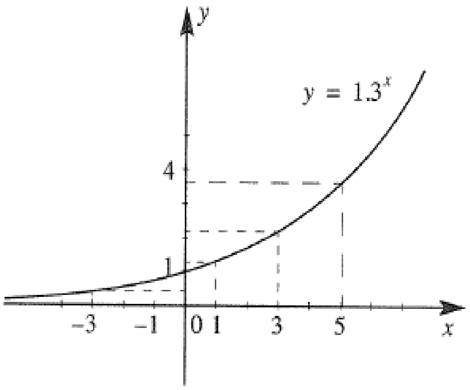
តួទី1 : $a_0 = 1$ មានផលធៀបរួម $r = 30\% = 0.30$

បើ a_1 ជាចំនួនប្រជាជននៃ 1 ទសវត្សរ៍ក្រោយ

$a_1 = a_0 + ra_0 = a_0(1+r) = 1(1+0.30) = (1.3)^1$

បើ a_2 ជាចំនួនប្រជាជននៃ 2 ទសវត្សរ៍ក្រោយ

$a_2 = a_1 + ra_1 = a_1(1+r) = 1.30(1+0.30) = (1.3)^2$



យើងទាញបាន $a_x = (1.3)^x$ ជាចំនួនប្រជាជនប្រែប្រួលទៅតាមអថេរ x ក្នុងករណីនេះយើងបកស្រាយវាជាអនុគមន៍ $f(x) = (1.3)^x$

– បើ $x = 3$

នោះ $f(3) = (1.3)^3 = 2.19$ មានន័យថា នៅ3ទសវត្សរ៍ក្រោយមក រដ្ឋនេះនិងមានប្រជាជន 2.19 លាននាក់។

– បើ $x = -3$

នោះ $f(-3) = (1.3)^{-3} = 0.45$ មានន័យថា កាលពី3ទសវត្សរ៍មុន រដ្ឋនេះមានប្រជាជនប្រមាណតែ 0.45 លាននាក់តែប៉ុណ្ណោះ។

គេគាងក្រាបនៃអនុគមន៍ ដើម្បីឆ្លុះបញ្ចាំង កំណើននៃប្រជាជនកើនតាមឆ្នាំ។

$f(x) = (1.3)^x$ ជាស្វ័យគុណដែលមានគោលជាចំនួន ថេរ និងនិទស្សន្តជា អថេរ ហៅថា អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ។

និយមន័យ អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = a^x$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ហើយ a ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ខុសពី1 ។

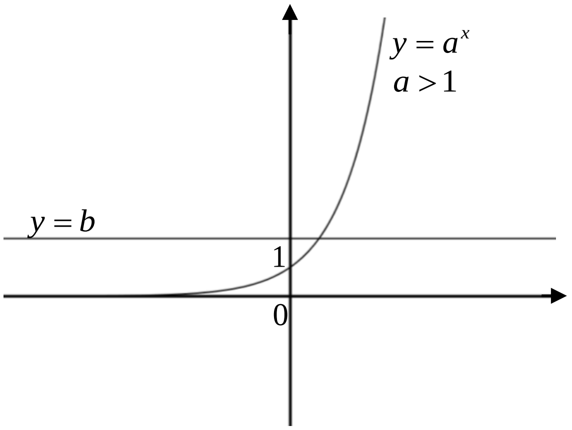
4. សមីការនិងវិសមីការអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

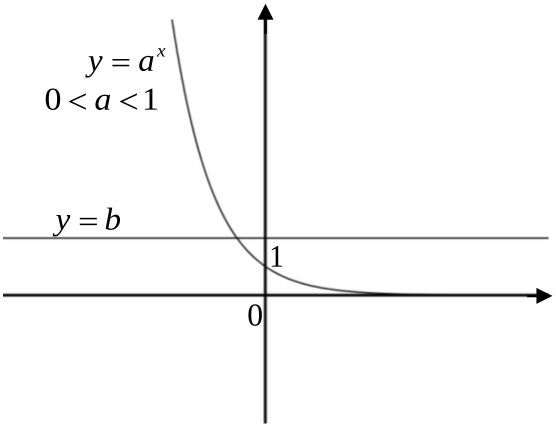
4.1 សមីការអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

គេមានអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $y = a^x$ ដែល a ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី1 និងបន្ទាត់ $y = b$ ដែល $b > 0$ ។

តាមក្រាបគេសង្កេតឃើញថាបន្ទាត់ $y=b$ កាត់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=a^x$ ត្រង់មួយចំណុច គេបានអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វជាតម្លៃ x តែមួយគត់ ដែលជា ឫស របស់សមីការ $b=a^x$ ។សមីការ $b=a^x$ ដែល a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ខុសពី1 ហើយ $b>0$ ហៅថា សមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។

បំណកស្រាយតាមក្រាប





ជាទូទៅ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $a>0$; $a\neq 1$ $a^x=a^y$ សមមូល $x=y$

$a^{u(x)}=a^{v(x)}$ សមមូល $u(x)=v(x)$

❖ ចំពោះគោល $f(x)$ ជាអនុគមន៍នៃ x

យើងបាន $\left[f(x)\right]^{u(x)}=\left[f(x)\right]^{v(x)}$ សមមូល $\begin{cases} f(x)>0 \\ \left[f(x)-1\right]\left[u(x)-v(x)\right]=0 \end{cases}$

លំហាត់គំរូ៖ ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $2^x=8$ ខ. $27^x=9$ គ. $\left(\frac{2016}{2017}\right)^x=\left(\frac{2017}{2016}\right)^{2018}$

ឃ. $5^x+5^{x+1}+5^{x+2}=31$ ង. $21^{x^2-2017x+2016}+21^{x^2+2016-2017}=21^{2x^2-x-1}+1$

ច. $4^x+(x-14)2^x-8x+48=0$

ដំណោះស្រាយ

ក. $2^x=8$

គេបាន $2^x=2^3$

នាំឲ្យ $x=3$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3}$

ខ. $27^x=9$

គេបាន $3^{3x}=3^2$

សមមូល $3x=2$

នាំឲ្យ $x=\frac{2}{3}$

ដូនេះ សមីការមានឬស $\boxed{x=\frac{2}{3}}$ ។

គ. $\left(\frac{2016}{2017}\right)^x=\left(\frac{2017}{2016}\right)^{2018}$

គេបាន $\left(\frac{2016}{2017}\right)^x=\left(\frac{2016}{2017}\right)^{-2018}$

នាំឲ្យ $x=-2018$

ដូចនេះ សមីការមានឬស $\boxed{x=-2018}$ ។

ឃ. $5^x+5^{x+1}+5^{x+2}=31$

គេបាន $5^x\left(1+5+5^2\right)=31$

$31\cdot 5^x=31$

$5^x=1$

$5^x=5^0$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូចនេះ សមីការមានឬស $\boxed{x=0}$

ង. $21^{x^2-2017x+2016}+21^{x^2+2016-2017}=21^{2x^2-x-1}+1$

តាង $u=21^{x^2-2017x+2016}$, $v=21^{x^2+2016x-2017}$

នាំឲ្យ $uv=21^{x^2-2017x+2016}\cdot 21^{x^2+2016x-2017}=21^{\left(x^2-2017x+2016\right)+\left(x^2+2016x-2017\right)}=21^{2x^2-x-1}$

គេបាន $u+v=uv+1$

$uv+1-u-v=0$

$uv-u-v+1=0$

$u\left(v-1\right)-\left(v-1\right)=0$

$\left(v-1\right)\left(u-1\right)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} v-1=0 \\ u-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=1 \\ u=1 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $v=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} v=1 \\ v=21^{x^2+2016x-2017} \end{array}\right| \Rightarrow 21^{x^2+2016x-2017}=21^0$

សមមូល $x^2+2016x-2017=0$

$$x^2-x+2017x-2017=0$$

$$x(x-1)+2017(x-1)=0$$

$$(x-1)(x+2017)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x+2017=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2017 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $u=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=1 \\ u=21^{x^2-2017x+2016} \end{array}\right| \Rightarrow 21^{x^2-2017x+2016}=21^0$

សមមូល $x^2-2017x+2016=0$

$$x^2-x-2016x+2016=0$$

$$x(x-1)-2016(x-1)=0$$

$$(x-1)(x-2016)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-2016=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2016 \end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-2017, x=-1, x=1, x=2016}$ ។

ច. $4^x+(x-14)2^x-8x+48=0$

តាង $t=2^x$ ដែល $t>0$

សមីការទៅជា $t^2+(x-14)t-8x+48=0$

$$\Delta=(x-14)^2-4(-8x+48)$$
$$=x^2-28x+196+32x-192$$
$$=x^2+4x+4$$
$$=(x+2)^2$$

$$\sqrt{\Delta}=x+2$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-(x-14)+(x+2)}{2}=\dfrac{-x+14+x+2}{2}=8$

$$t_2=\frac{-(x-14)-(x+2)}{2}=\frac{-x+14-x-2}{2}=-x+6$$

– ចំពោះ $t=8$ គេបាន $2^x=8$ សមមូល $2^x=2^3$

នាំឲ្យ $x=3$

– ចំពោះ $t=-x+6$ គេបាន $2^x=-x+6$

បើ $x=2$ គេបាន $2^2=-2+6$

$4=4$ ពិត

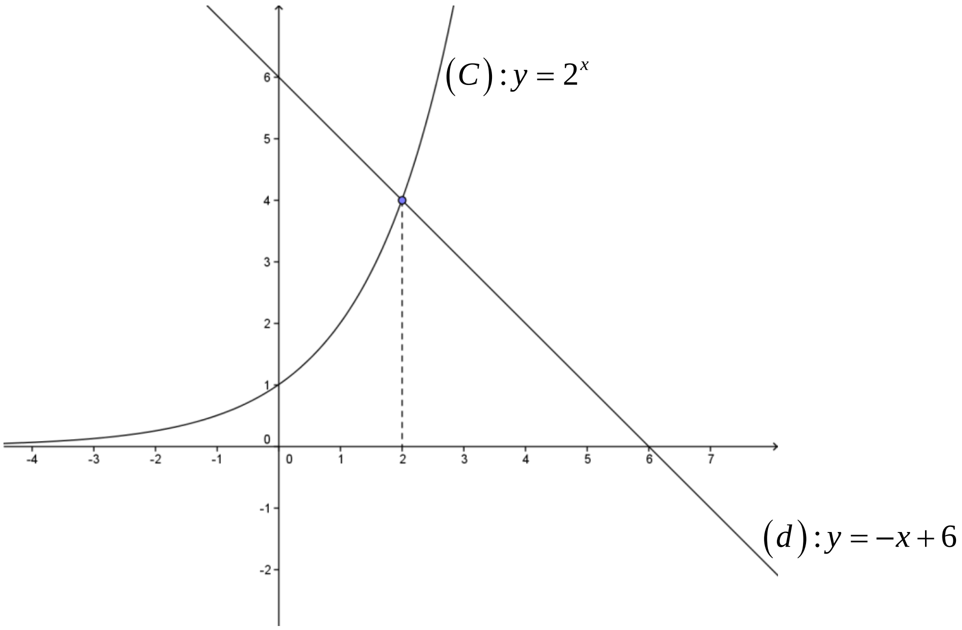
យើងនិងបង្ហាញថា សមីការ $2^x=-x+6$ មានឫសតែមួយគត់

សមីការ $2^x=-x+6$ ជាសមីការអាប់ស៊ីសប្រសព្វរវាងខ្សែកោង $(C):y=2^x$ និងបន្ទាត់ $(d):y=-x+6$

ដោយ $(C):y=2^x$ ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ច ហើយ $(d):y=-x+6$ ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ច នោះខ្សែកោងអនុគមន៍ទាំងពីរមានចំណុចប្រសព្វតែមួយគត់ត្រង់ $x=2$ ។

គេបាន $x=2$ ជាឫសនៃសមីការ $2^x=-x+6$ ។

បញ្ជាក់៖ អាចពិនិត្យមើលក្រាបៈ $(C):y=2^x$ និង $(d):y=-x+6$ ខាងក្រោម៖



ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2, x=3$ ។

4.2 វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់: $A\cdot a^{2x}+B\cdot a^x+C=0$

យើងមានសមីការ: $A\cdot a^{2x}+B\cdot a^x+C=0$ ដែល $a>1, a\neq 1, A,B,C\in\mathbb{R}$

ដើម្បីដោះស្រាយគេត្រូវតាង $t=a^x$ ដែល $t>0$

សមីការដែលឲ្យក្លាយជាសមីការដឺក្រេទីពីរ: $Ax^2+Bx+C=0$

លំហាត់គំរូ៖ ដោះស្រាយសមីការ $2^{2x}-3\cdot 2^x+2=0$

តាង $t=2^x$ ដែល $t>0$

សមីការទៅជា $t^2-3t+2=0$

$t^2 - t - 2t + 2 = 0$

$t(t-1) - 2(t-1) = 0$

$(t-1)(t-2) = 0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t = 1$ គេបាន $2^x = 1$ សមមូល $2^x = 2^0$

នាំឲ្យ $x = 0$

– ចំពោះ $t = 2$ គេបាន $2^x = 2$ សមមូល $x = 1$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 0, x = 1$ ។

4.3 វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $A \cdot a^{u(x)} + B \cdot b^{u(x)} = C$

យើងមានសមីការ $A \cdot a^{u(x)} + B \cdot b^{u(x)} = C$

ដែល $(a, b > 0), (a \neq 1, b \neq 1), (a \cdot b = 1), (A, B, C \in \mathbb{R})$

ដោយ $a \cdot b = 1$ នោះ $b = \frac{1}{a}$ សមីការអាចសរសេរជា $A \cdot a^{u(x)} + B \cdot \frac{1}{a^{u(x)}} = C$

សមមូល $A \cdot a^{2u(x)} - C \cdot a^{u(x)} + B = 0$

តាង $t = a^{u(x)}$ $, t > 0$ សមីការក្លាយជាសមីការដឺក្រេទីពីរ $At^2 - Ct + B = 0$

លំហាត់គំរូ: ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} = 4$

យើងមាន $\sqrt{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 - \sqrt{3}^2} = 1$

នាំឲ្យ $\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

សមីការអាចសរសេរ: $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} + \frac{1}{\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}} = 4$

សមមូល $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{2(x^2-x-4)} - 4\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} + 1 = 0$

តាង $t = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}$ ដែល $t > 0$

គេបាន សមីការ $t^2 - 4t + 1 = 0$

មាន $\Delta' = (-2)^2 - 1 \times 1 = 3$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{3}$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-2)-\sqrt{3}}{1}=2-\sqrt{3}$

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-2)+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$

– ចំពោះ $t=2-\sqrt{3}$ គេបាន $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}=2-\sqrt{3}$

សមមូល $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{2}$

គេបាន $x^2-x-4=2$

$x^2-x-6=0$

$x^2+2x-3x-6=0$

$x(x+2)-3(x+2)=0$

$(x+2)(x-3)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$ គេបាន $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}$

សមមូល $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{-2}$

គេបាន $x^2-x-4=-2$

$x^2-x-2=0$

$x^2+x-2x-2=0$

$x(x+1)-2(x+1)=0$

$(x+1)(x-2)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-2, x=-1, x=2, x=3$ ។

4.4 វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការមានទម្រង់

$a^{u(x)+v(x)}-\left(\beta a^{u(x)}+\alpha a^{v(x)}\right)+\alpha\beta=0$ ដែល $(a>0, a\neq 1)$

ដើម្បីដោះស្រាយគេត្រូវបម្លែងសមីការដូចខាងក្រោម៖

$a^{u(x)+v(x)}-\beta a^{u(x)}-\alpha a^{v(x)}+\alpha\beta=0$

$a^{u(x)+v(x)}-\alpha a^{v(x)}-\beta a^{u(x)}+\alpha\beta=0$

$$a^{v(x)}\left(a^{u(x)}-\alpha\right)-\beta\left(a^{u(x)}-\alpha\right)=0$$

$$\left(a^{u(x)}-\alpha\right)\left(a^{v(x)}-\beta\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} a^{u(x)}=\alpha \\ a^{v(x)}=\beta \end{array}\right.$

លំហាត់គំរូ: ដោះស្រាយសមីការ $2^{2x^2+4x-5}-2^{x^2+x+5}-2^{x^2+3x-3}+128=0$

សមីការអាចសរសេរជា $\left(2^{2x^2+4x-5}-2^{x^2+x+5}\right)-\left(2^{x^2+3x-3}-2^7\right)=0$

$$2^{x^2+x+5}\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)-2^7\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)=0$$

$$\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)\left(2^{x^2+x+5}-2^7\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} 2^{x^2+3x-10}=1 \\ 2^{x^2+x+5}=2^7 \end{array}\right.$ សមមូល $\left[\begin{array}{l} x^2+3x-10=0 \\ x^2+x+5=7 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $x^2+3x-10=0$

គេបាន $x^2-2x+5x-10=0$

$$x(x-2)+5(x-2)=0$$

$$(x-2)(x+5)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-5 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $x^2+x+5=7$

គេបាន $x^2+x-2=0$

$$x^2-x+2x-2=0$$

$$x(x-1)+2(x-1)=0$$

$$(x-1)(x+2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-5, x=-2, x=1, x=2$ ។

4.5 វិសមីការអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

គេមានអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $y=a^x$ ដែល a ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី1 និង $x\in\mathbb{R}$

– បើ $a>1$ នោះ $y=a^x$ ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ច ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x

ដូចនេះ $a^x\ge a^y$ សមមូល $x\ge y$

$a^x\le a^y$ សមមូល $x\le y$

– បើ $0<a<1$ នោះ $y=a^x$ ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ច ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x

ដូចនេះ $a^x \geq a^y$ សមមូល $x \leq y$

$a^x \leq a^y$ សមមូល $x \geq y$

– ចំពោះគោល $f(x)$ ជាអនុគមន៍នៃ x យើងបាន

$$(1).\left[f(x)\right]^{u(x)} > \left[f(x)\right]^{v(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0 \\ \left[f(x)-1\right]\left[u(x)-v(x)\right]>0 \end{cases}$$

$$(2).\left[f(x)\right]^{u(x)} < \left[f(x)\right]^{v(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0 \\ \left[f(x)-1\right]\left[u(x)-v(x)\right]<0 \end{cases}$$

លំហាត់គំរូ៖ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $3^x < \frac{1}{27}$ ខ. $4^x \geq 64$ គ. $16^{-x} < \frac{1}{256}$

ឃ. $3^{x-1} < \frac{1}{9}$ ង. $2^x \cdot 8^{1-x} \geq \frac{1}{4}$ ច. $3^{x^2-2x} < 27$

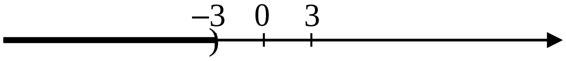
ដំណោះស្រាយ

ក. $3^x < \frac{1}{27}$

គេបាន $3^x < \frac{1}{3^3}$

សមមូល $3^x < 3^{-3}$

នាំឲ្យ $x<-3$

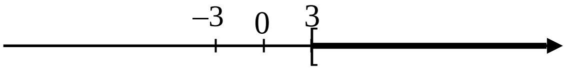


ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (-\infty,-3)$ ។

ខ. $4^x \geq 64$

គេបាន $4^x \geq 4^3$

នាំឲ្យ $x \geq 3$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in [3,+\infty)$ ។

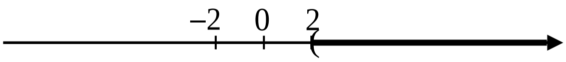
គ. $16^{-x} < \frac{1}{256}$

គេបាន $16^{-x} < \frac{1}{16^2}$

សមមូល $16^{-x} < 16^{-2}$

សមមូល $-x<-2$

នាំឲ្យ $x>2$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (2, +\infty)$ ។

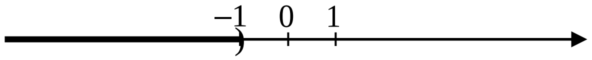
ឃ. $3^{x-1} < \frac{1}{9}$

គេបាន $3^{x-1} < \frac{1}{3^2}$

សមមូល $3^{x-1} < 3^{-2}$

សមមូល $x - 1 < -2$

នាំឲ្យ $x < -1$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (-\infty, -1)$ ។

ង. $2^x \cdot 8^{1-x} \geq \frac{1}{4}$

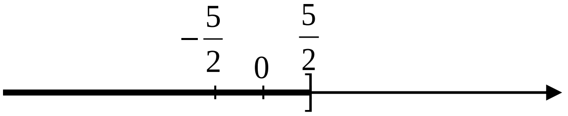
គេបាន $2^x \cdot 2^{3(1-x)} \geq \frac{1}{2^2}$

សមមូល $2^{x+3(1-x)} \geq 2^{-2}$

សមមូល $x + 3 - 3x \geq -2$

$-2x \geq -5$

នាំឲ្យ $x \leq \frac{5}{2}$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in \left(-\infty, \frac{5}{2}\right]$ ។

ច. $3^{x^2-2x} < 27$

គេបាន $3^{x^2-2x} < 3^3$

សមមូល $x^2 - 2x < 3$

$x^2 - 2x - 3 < 0$

តាង $f(x) = x^2 - 2x - 3$

បើ $f(x) = 0$ សមមូល $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x^2 + x - 3x - 3 = 0$$

$$x(x+1) - 3(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា $f(x)$

x	$-\infty$ -1	3	$+\infty$
$f(x)<0$	$+$ 0	$-$ 0	$+$

តាមតារាង $f(x)<0$ កាលណាគ្រប់ $x\in(-1,3)$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x\in(-1,3)$ ។

5. អនុវត្តអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

5.1 ប្រាក់កំណើន

ពូសុខ ទិញប័ណ្ណសន្សំប្រាក់ពីធនាគារតម្លៃ 50000 រៀល ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ បើគាត់បន្តទុកប្រាក់នោះនៅធនាគារបាន 3 ឆ្នាំ តើប្រាក់របស់គាត់សរុបត្រូវជាប៉ុន្មាន?

ឆ្នាំទី១ : ការប្រាក់ $50000\times\frac{6}{100}=3000$ រៀល

ប្រាក់សរុបឆ្នាំទី១ $50000+3000=53000$ រៀល

ឆ្នាំទី២ : ការប្រាក់ $53000\times\frac{6}{100}=3180$ រៀល

ប្រាក់សរុបឆ្នាំទី២ $53000+3180=56180$ រៀល

ឆ្នាំទី៣ : ការប្រាក់ $56180\times\frac{6}{100}=3370.8$ រៀល

ប្រាក់សរុបឆ្នាំទី៣ $56180+3370.8=59550.8$ រៀល

ដូចនេះ បើតាង P ជាចំនួនប្រាក់ដើម ហើយ i ជាអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ នោះ

- ចំនួនការប្រាក់នៃឆ្នាំទី១ : iP
- ចំនួនប្រាកសរុបឆ្នាំទី១ : $P+iP=P(1+i)$
- ចំនួនប្រាកសរុបឆ្នាំទី២ : $P(1+i)+P(1+i)i=P(1+i)^2$
- ចំនួនប្រាកសរុបឆ្នាំទី៣ : $P(1+i)+P(1+i)^2i=P(1+i)^3$

- ចំនួនប្រាកសរុបឆ្នាំទី t : $P(1+i)^t$

ជាទូទៅ បើតាង P ជាចំនួនប្រាក់ដើម i ជាអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ t ជាចំនួនឆ្នាំ

នោះចំនួនប្រាក់សរុបគឺ $A=P(1+i)^t$ ។

សំគាល់

- រូបមន្ត $A=P(1+i)^t$ ប្រើបានតែក្នុងករណីទូទាត់ការប្រាក់មួយឆ្នាំម្តង

– ករណីទូទាត់ការប្រាក់មួយឆមាសម្តងគេប្រើ $A=P\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2t}$ ព្រោះមួយឆ្នាំទូទាត់ការប្រាក់ពីរដង នាំឲ្យ t ឆ្នាំទូទាត់ $2t$ ហើយមួយឆ្នាំទទួលការប្រាក់ i នាំឲ្យមួយឆមាសទទួលអត្រាការប្រាក់ $\frac{i}{2}$ ។

– ករណីទូទាត់ការប្រាក់មួយត្រីមាសម្តងគេប្រើ $A=P\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4t}$ ព្រោះមួយឆ្នាំទូទាត់ការប្រាក់បួនដង នាំឲ្យ t ឆ្នាំទូទាត់ $4t$ ហើយមួយឆ្នាំទទួលការប្រាក់ i នាំឲ្យមួយឆមាសទទួលអត្រការប្រាក់ $\frac{i}{4}$ ។

ជាទូទៅ បើគេយកប្រាក់ដើម P ទៅចងការក្នុងអត្រាការប្រាក់សមាសក្នុង 1 ឆ្នាំ i និង n ជាចំនួនដងនៃការទូទាត់ការប្រាក់ក្នុង 1 ឆ្នាំនោះចំនួនប្រាក់សមាសសរុបក្នុងរយៈពេល t ឆ្នាំគឺ $A=P\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nt}$ ។

សម្គាល់ៈ បើចំនួនដងនៃការទូទាត់ការប្រាក់ក្នុង 1 ឆ្នាំច្រើនដងរាប់មិនអស់ នោះចំនួនប្រាក់សមាសសរុបក្នុងរយៈពេល t ឆ្នាំ គឺ $A=P\times e^{it}$ ដែល $e=2.718281...$ ។

លំហាត់គំរូ១៖ ពូស៊ុយបានយកប្រាក់មួយចំនួនទៅផ្ញើរនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ រយៈពេល 5 ឆ្នាំក្រោយមក គាត់បានដកប្រាក់ពីធនាគារនោះវិញ ដោយទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួន $1\,000$ ដុល្លារ។ តើពូស៊ុយមានប្រាក់ដើមចំនួនប៉ុន្មាន?

ដំណោះស្រាយ

រកប្រាក់ដើមរបស់ពូស៊ុយ

តាមរូបមន្ត $A=P(1+i)^t$

ដោយ ប្រាក់សរុប $A=1\,000$ ដុល្លា

អត្រាការប្រាក់ $i=9\%=0.09$

រយៈពេល $t=5$ ឆ្នាំ

គេបាន $1000=P(1+0.09)^5$

$1000=P(1.09)^5$

$1000=1.5386239\cdot P$

នាំឲ្យ $P=\frac{1000}{1.5386239}=649.93141$

ដូចនេះ ប្រាកដើមរបស់ពូស៊ុយមានចំនួន $P=649.93$ ដុល្លារ

លំហាត់គំរូ២៖ មនុស្សម្នាក់មានអាយុ 20 ឆ្នាំ បានយកប្រាក់ $1\,000$ ដុល្លារ ទៅផ្ញើរនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 12% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ តើគាត់មានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មាន បើបច្ចុប្បន្នគាត់មានអាយុ 60 ឆ្នាំ?

ដំណោះស្រាយ

រកប្រាក់សរុប

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$

ដោយ ប្រាក់ដើម $P = 1000$ ដុល្លារ

អត្រាការប្រាក់ $i = 12\% = 0.12$

រយៈពេល $t = 60 - 20 = 40$

គេបាន $A = 1000(1+0.12)^{40} = 93\ 050.07$ ដុល្លារ

ដូចនេះ ប្រាក់សរុបរបស់គាត់គឺ $A = 93\ 050.07$ ដុល្លារ

5.2 ប្រាក់តំហាយ

បើគេខ្ចីប្រាក់ដើម P មានអត្រាការប្រាក់ក្នុង1ឆ្នាំ i និង n ជាចំនួនដងនៃការទូទាត់ការប្រាក់ក្នុង1ឆ្នាំ នោះចំនួនប្រាក់ដែលត្រូវសងសរុបក្នុងរយៈពេល t ឆ្នាំ គឺ $A = P\left(1 - \frac{i}{n}\right)^{nt}$ ។

សម្គាល់: បើចំនួនដងនៃការទូទាត់ការប្រាក់ក្នុង1ឆ្នាំច្រើនដងរាប់មិនអស់ នោះចំនួនប្រាក់ដែលត្រូវសងសរុបក្នុងរយៈពេល t ឆ្នាំ គឺ $A = P \times e^{-it}$ ដែល $e = 2.718281...$ ។

លំហាត់គំរូ៖ មនុស្សម្នាក់បានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងម៉ាកតូយ៉ូតាកាម៉ារី ក្នុងតម្លៃ 3 900 ដុល្លារ។ រថយន្តនោះចុះថ្លៃ 14% ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល10ឆ្នាំក្រោយ។

ដំណោះស្រាយ

រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល10ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $A = P(1-i)^t$

ដោយ តម្លៃដើម $P = 3900$ ដុល្លារ

អត្រាប្រាក់ថយចុះ $i = 14\% = 0.14$

រយៈពេល $t = 10$ ឆ្នាំ

គេបាន $A = 3900(1-0.14)^{10} = 863.07$ ដុល្លារ

ដូចនេះ រយៈពេល10ឆ្នាំក្រោយរថយន្តមានតម្លៃ $A = 863.07$ ដុល្លារ ។

ជំពូកទី ២

ប្រធានលំហាត់

ដោះស្រាយសមីការ

1. $4^{x-1}+4^{x}+4^{x+1}=84$
2. $\sqrt{3}\cdot 4^{x-1}=2\cdot 3^{x-1}$
3. $2^{3x+1}\cdot 3^{x}=4^{x}\cdot 3^{2x+1}$
4. $6^{x}+6^{x+1}=2^{x}+2^{x+1}+2^{x+2}$
5. $5^{x+1}-3^{x+1}=5^{x}+3^{x}$
6. $3^{x}+3^{x+1}=12$
7. $5^{x+1}-5^{x-1}=24$
8. $4^{x}+2^{x+1}=80$
9. $9^{x^2-1}+3=36\cdot 3^{x^2-3}$
10. $3^{2x+1}+6^{x}=2^{2x+1}$
11. $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^{x}+\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^{x}=10$
12. $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$
13. $\left(5-\sqrt{21}\right)^{x}+7\left(5+\sqrt{21}\right)^{x}=2^{x+3}$
14. $5^{x}\cdot 8^{\frac{x-1}{x}}=500$
15. $8^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{3x+3}{x}}+12=0$
16. $6\sqrt[x]{9}-13\sqrt[x]{6}+6\sqrt[x]{4}=0$
17. $x^{2}\cdot 2^{\sqrt{2x+1}-1}+2^{x}=2^{\sqrt{2x+1}+1}+x^{2}\cdot 2^{x-2}$
18. $\left(\sqrt{x}\right)^{x}=x^{\sqrt{x}}$
19. $\left|x^{2}-x-1\right|^{x^2-1}=1$
20. $\left|x-3\right|^{x^2-x}=\left(x-3\right)^{2}$
21. $2^{x^2+3x-2}=16^{x+1}$
22. $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=16\sqrt{2}$
23. $3^{-x^2+4x}=\dfrac{1}{243}$
24. $5^{x^3-4}=125^{2x-\frac{8}{3}}$
25. $4^{x}=8^{2x-1}$
26. $2^{x}\cdot 3^{x-1}\cdot 5^{x-2}=12$
27. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x}\left(\dfrac{9}{8}\right)^{x}=\dfrac{27}{64}$
28. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2x-2}=\dfrac{9}{16}\sqrt[x]{\dfrac{9}{16}}$
29. $3^{2x^2+x+5}=27^{2x+1}$
30. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x+1}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{5x+8}$
31. $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}=\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$
32. $\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x-3}{x-1}}=\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$
33. $\left(\sqrt{2^{x+1}}\right)\left(\sqrt[3]{4^{2x-1}}\right)8^{3-x}=\left(2\sqrt{2}\right)\left(0.125\right)$
34. $\sqrt{2^{x}\sqrt[3]{4^{x}}\sqrt[3x]{0.125}}=4\sqrt[3]{2}$
35. $\sqrt[x-4]{5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}}\times 0.2^{\frac{4}{\sqrt{x}+2}}}=125\left(0.04\right)^{\frac{x-2}{x-4}}$
36. $\sqrt{2^{2(x+1)}}-3\left(2^{x-1}\right)=7$
37. $2^{3x}3^{x}-2^{3x+1}3^{x-1}=192$
38. $3^{2x-3}-9^{x-1}+27^{\frac{2x}{3}}=675$
39. $2^{x^2-1}-3^{x^2}=3^{x^2-1}-2^{x^2+2}$
40. $\left[2\left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$

41. $9^x\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x}=\sqrt{27^x}\cdot\sqrt[3]{81^{x+3}}$

42. $3\cdot4^x+\frac{1}{3}\cdot9^{x+2}=6\cdot4^{x+1}-\frac{1}{2}\cdot9^{x+1}$

43. $3^{x+4}-5^{x+3}=3^x-5^{x+2}$

44. $7\cdot3^{x+1}-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}$

45. $\left(x^2-2x+2\right)^{\sqrt{9-x^2}}=\sqrt[3]{x^2-2x+2}$

46. $2\cdot16^x-15\cdot4^x-8=0$

47. $9^x-8\cdot3^x+7=0$

48. $3^{2x+8}-4\cdot3^{x+5}+27=0$

49. $4^{x^2}-6\cdot2^{x^2}+8=0$

50. $\frac{7^{2x}}{100^x}=6\left(0.7\right)^x+7$

51. $64^{\frac{1}{x}}-2^{3+\frac{3}{x}}+12=0$

52. $9^{x^2-x-1}-10\cdot3^{x^2-x-2}+1=0$

53. $2^{2x+6}+2^{x+7}-17=0$

54. $\left(\sqrt[5]{3}\right)^x+\left(\sqrt[10]{3}\right)^{x-10}=84$

55. $\frac{1}{2}\cdot4^{2x-1}+21=13\cdot4^{x-1}$

56. $3^{2+x}+3^{2-x}=30$

57. $5^{x-1}+5^{3-x}=26$

58. $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$

59. $5\cdot2^{3|x-1|}-3\cdot2^{5-3x}+7=0$

60. $5^{x-1}+5\left(0.2\right)^{x-2}=7$

61. $4^x-4^{\sqrt{x}+1}=3\cdot2^{x+\sqrt{x}}$

62. $5^{\sqrt{x}}-5^{1-\sqrt{x}}+4=0$

63. $9^{-x^2+2x+1}-34\cdot15^{2x-x^2}+25^{2x-x^2+1}=0$

64. $6\cdot9^{\frac{1}{x}}-13\cdot6^{\frac{1}{x}}+6\cdot4^{\frac{1}{x}}=0$

65. $3\cdot8^x+4\cdot12^x-18^x-2\cdot27^x=0$

66. $2\cdot2^{2x}-9\cdot14^x+7\cdot7^{2x}=0$

67. $6\cdot9^x-13\cdot6^x+6\cdot4^x=0$

68. $27^x+12^x=2\cdot8^x$

69. $4\cdot3^x-9\cdot2^x=5\cdot6^{\frac{x}{2}}$

70. $15\cdot25^{x^2}-34\cdot15^{x^2}+15\cdot9^{x^2}=0$

71. $25^x-12\cdot2^x-\left(6.25\right)\left(0.16\right)^x=0$

72. $125^x+50^x=2^{3x+1}$

73. $8^x+18^x=2\cdot27^x$

74. $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=4$

75. $\left(\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}}\right)^x-\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x=4\sqrt{6}$

76. $\left(3-\sqrt{5}\right)^x+\left(3+\sqrt{5}\right)^x=3\cdot2^x$

77. $3^x+4^x=5^x$

78. $3^x+4^x+5^x=6^x$

79. $1+3^{\frac{x}{2}}=2^x$

80. $3^{x^2-3x}+\frac{1}{3}=3^{x^2-4x+2}+3^{x-3}$

ដោះស្រាយវិសមីការ

1. $2^{1-2x}>1$

2. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}<1$

3. $16^x\le0.125$

4. $5^{x+1}+5^x>750$

5. $3^{x-2}>4^{x-2}$

6. $6^{x^2-7x+12}>1$

7. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-5x+8} < \frac{1}{9}$

8. $(0.3)^{2x^2-3x+6} < 0.00243$

9. $8^{\sqrt{8x}} > 4096$

10. $5\cdot 4^x - 2\cdot 5^{2x} + 3\cdot 10^x > 0$

11. $9\cdot 4^{-\frac{1}{x}} + 5\cdot 6^{-\frac{1}{x}} < 4\cdot 9^{-\frac{1}{x}}$

12. $\sqrt{13^x - 5} \le \sqrt{2\left(13^x + 12\right)} - \sqrt{13^x + 5}$

13. $\frac{2^{x+1} - 5\cdot 3^x}{2^x - 3^{x+1}} < 1$

14. $\frac{4 - 7\cdot 5^x}{5^{2x+1} - 12\cdot 5^x + 4} \le \frac{2}{3}$

15. $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} \ge \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

16. $2\cdot 4^{\sqrt{x}} - 5\cdot 2^{\sqrt{x}} + 2 < 0$

17. $9^{3x-1} \ge 3^{8x-2+2x^2}$

18. $1 < 3^{\left|x^2-x\right|} < 9$

19. $4x^2 + x\cdot 2^{x^2+1} + 3\cdot 2^{x^2} > x^2\cdot 2^{x^2} + 8x + 12$

20. $9^x \le 6^x + 4^x$

21. $4x^2 + 3^{\sqrt{x}} \cdot + 3^{1+\sqrt{x}} < 2x^2\cdot 3^{\sqrt{x}} + 2x + 6$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

1. $\begin{cases} 3^x + 3^y = 28 & (1) \\ 3^{x+y} = 27 & (2) \end{cases}$

2. $\begin{cases} 4^{x+y} = 128 & (1) \\ 5^{3x-2y-3} = 1 & (2) \end{cases}$

3. $\begin{cases} 5^{x+y} = 125 & (1) \\ 4^{(x-y)^2-1} = 1 & (2) \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 & (1) \\ x + y = 5 & (2) \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + 3^{y-1} = 2 & (1) \\ 3x + 9^y = 18 & (2) \end{cases}$

6. $\begin{cases} x^{y+4x} = y^{5\left(y-\frac{x}{3}\right)} & (1) \\ x^3 = y^{-1} & (2) \end{cases}$

7. $\begin{cases} \frac{1}{3}\cdot 9^{\frac{1}{y}} = 9^{\frac{x}{2y}} & (1) \\ \frac{x+3y}{x} = \frac{2x}{y} - 4 & (2) \end{cases}$

8. $\begin{cases} 2^{\frac{2x}{y}} = 2^5\cdot 2^{\frac{3y}{x}} & (1) \\ 3^{\frac{x}{y}} = 3\cdot 3^{\frac{2(1-y)}{y}} & (2) \end{cases}$

9. $\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 77 & (1) \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 7 & (2) \end{cases}$

10. $\begin{cases} 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = -6 & (1) \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = -19 & (2) \end{cases}$

11. $\begin{cases} x + y = 5^{\frac{x-y}{3}} & (1) \\ 5^{\frac{x-y}{3}} = 5\cdot 3^{x-y-3} & (2) \end{cases}$

12. $\begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y & (1) \\ \frac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y & (2) \end{cases}$

13. $\begin{cases} \left(x^4+y\right)3^{y-x^4}=1 & (1) \\ 8\left(x^4+y\right)-6^{x^4-y}=0 & (2) \end{cases}$

14. $\begin{cases} 2^{3x+1}+2^{y-2}=3\cdot 2^{3x+y} & (1) \\ \sqrt{3x^2+xy+1}=\sqrt{x+1} & (2) \end{cases}$

15. $\begin{cases} x-3|y|+2=0 & (1) \\ \sqrt{27^x}-\sqrt{3^{y^2}9^x}=0 & (2) \end{cases}$

16. $\begin{cases} 3^{2x+2}+2^{2y+2}=17 & (1) \\ 2\cdot 3^{x+1}+3\cdot 2^y=8 & (2) \end{cases}$

17. $\begin{cases} 4^{2x^2-2}-2^{2x^2+y}+4^y=1 & (1) \\ 2^{2y+2}-3\cdot 2^{2x^2+y}=16 & (2) \end{cases}$

18. $\begin{cases} x^y=y^x & (1) \\ y=mx & (2) \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2^{3x+8y}=9\left(\sqrt{3}\right)^{x-4y+1} & (1) \\ x+4y-1=0 & (2) \end{cases}$

20. $\begin{cases} y^2=4^x+2 & (1) \\ 2^{x+2}+2y+1=0 & (2) \end{cases}$

21. $\begin{cases} y^2=4^x+8 & (1) \\ 2^{x+1}+y+1=0 & (2) \end{cases}$

22. $\begin{cases} y^{\frac{1}{2}}=x^{-1} & (1) \\ (xy)^x\cdot x^{-y}=y^{\frac{28x-2y}{2}} & (2) \end{cases}$

23. $\begin{cases} x^{\sqrt{y}+x}=y^{\frac{4}{3}} & (1) \\ y^{x+\sqrt{y}}=x^{\frac{4}{3}} & (2) \end{cases}$

24. $\begin{cases} \dfrac{1}{2\sqrt{3}}=(x+y)^{\frac{1}{x-y}} & (1) \\ (x+y)\cdot 2^{y-x}=48 & (2) \end{cases}$

25. $\begin{cases} 4^{x+y}=128 & (1) \\ 5^{3x-2y-3}=1 & (2) \end{cases}$

26. $\begin{cases} 5^{x+y}=125 & (1) \\ 4^{(x-y)^2-1}=1 & (2) \end{cases}$

27. $\begin{cases} 2^x+2^y=12 & (1) \\ x+y=5 & (2) \end{cases}$

28. $\begin{cases} 4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400} & (1) \\ 5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900} & (2) \end{cases}$

29. $\begin{cases} \sin x+\sin y=\dfrac{3}{2} & (1) \\ 2^{\sin x}+2^{\sin y}=2+\sqrt{2} & (2) \end{cases}$

30. $\begin{cases} x^{2015}=y^{2016} & (1) \\ x^y=y^x & (2) \end{cases}$

31. $\begin{cases} 2^{x^2+y}=4^{\frac{y^2+x}{2}} & (1) \\ \sqrt{xy}=2 & (2) \end{cases}$

32. $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y}-\frac{3y}{x}}=16 & (1) \\ \sqrt{x}-\sqrt{2y}=\sqrt{12}-\sqrt{8} & (2) \end{cases}$

33. $\begin{cases} \dfrac{1}{3}\sqrt[y]{9}=9^{\frac{x}{2y}} & (1) \\ \dfrac{x+3y}{x}=\dfrac{2x}{y}-4 & (2) \end{cases}$

34. $\begin{cases} (3x+y)^{x-y}=9 & (1) \\ \sqrt[x-y]{324}=18x^2+12xy+2y^2 & (2) \end{cases}$

35. $\begin{cases} 2^x + 2^y + 2^z = 7 & (1) \\ 2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z} = \dfrac{7}{4} & (2) \\ x + y + z = 3 & (3) \end{cases}$

លំហាត់ត្រៀមប្រឡងប្រជែងផ្សេងៗ

1. គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(2-\sqrt{3}\right)^x$ ។

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)$ ជាអនុគមន៍គូ ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ចំនួន x ចូរបង្ហាញថា $f(x) \geq 2$ ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = 14$ ។

2. គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = 2^{x^2-3x+4} + 2^{2+3x-x^2}$ ។

ក. បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f(x) \geq 16$ ។

ខ. រកតម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $f(x) = 20$ ។

3. គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \dfrac{2^{x+1}+\sqrt{2}}{2^x+\sqrt{2}}$ ។

ក. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត m និង n បើ $m+n=1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(m)+f(n)=1$

ខ. គណនាផលបូក $S_p = \sum_{k=1}^{p}\left[f\left(\dfrac{k}{p+1}\right)\right]$ ។

4. គេឲ្យ $N = \underbrace{4444...444}_{2017\text{តួនៃលេខ}4}\underbrace{8888...88}_{2016\text{តួនៃលេខ}8}9$ ។ គណនា $\sqrt{N}$ ។

5. គេឲ្យ $N = \underbrace{4444...444}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}4}\underbrace{8888...88}_{n\text{តួនៃលេខ}8}9$ ។ គណនា $\sqrt{N}$ ។

6. គេឲ្យចំនួនគត់ $A = \dfrac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}0\underbrace{7777...777}_{2016\text{តួនៃលេខ}7}8\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}\right)$ ។ ចូរគណនា $\sqrt[3]{A}$ ។

7. គេឲ្យចំនួនគត់ $A = \dfrac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}0\underbrace{7777...777}_{n\text{តួនៃលេខ}7}8\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}\right)$ ។ ចូរគណនា $\sqrt[3]{A}$ ។

8. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S = \underbrace{1111...111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1} + \underbrace{4444...444}_{2017\text{តួនៃលេខ}4} + 1$ ជាការេប្រាកដ ។

9. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S = \underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1} + \underbrace{4444...444}_{n\text{តួនៃលេខ}4} + 1$ ជាការេប្រាកដ ។

10. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111....111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}$ ជាការេប្រាកដ ។

11. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111....111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{n\text{តួនៃលេខ}2}$ ជាការេប្រាកដ ។

12. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1\underbrace{0000...000}_{2016\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}25$ ជាការេប្រាកដ ។

13. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1\underbrace{0000...000}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{n\text{តួនៃលេខ}0}25$ ជាការេប្រាកដ ។

14. គេឲ្យបីចំនួន $A=\underbrace{8888...888}_{2016\text{តួនៃលេខ}8}$, $B=\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}$ និង $C=\underbrace{4444...444}_{4032\text{តួនៃលេខ}4}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ ។

15. គេឲ្យបីចំនួន $A=\underbrace{8888...888}_{n\text{តួនៃលេខ}8}$, $B=\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}$ និង $C=\underbrace{4444...444}_{2n\text{តួនៃលេខ}4}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ ។

16. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}5$ ជាការេប្រាកដ ។

17. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}5$ ជាការេប្រាកដ ។

18. គេឲ្យបីចំនួន $P=\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}$, $Q=\underbrace{1111...111}_{4032\text{តួនៃលេខ}1}$ និង $R=\underbrace{6666...666}_{2016\text{តួនៃលេខ}6}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P+Q+R+8$ ជាការេប្រាកដ ។

19. គេឲ្យបីចំនួន $P=\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}$, $Q=\underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}$ និង $R=\underbrace{6666...666}_{n\text{តួនៃលេខ}6}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P+Q+R+8$ ជាការេប្រាកដ ។

20. គណនាផលបូក

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\frac{1}{2017\sqrt{2016}+2016\sqrt{2017}}$$

21. គណនាផលបូក

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$$

22. គណនាផលបូក

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\dots+\sqrt{1+\frac{1}{2016^2}+\frac{1}{2017^2}}$$

23. គណនាផលបូក

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\dots+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$$

24. បង្ហាញថា $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$

25. គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$

ខ. ទាញរកផលបូក $S=f\left(\dfrac{1}{4035}\right)+f\left(\dfrac{2}{4035}\right)+f\left(\dfrac{3}{4035}\right)+\dots+f\left(\dfrac{4034}{4035}\right)$ ។

26. គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{2017^x}{2017^x+\sqrt{2017}}$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$

ខ. ទាញរកផលបូក $S=f\left(\dfrac{1}{4035}\right)+f\left(\dfrac{2}{4035}\right)+f\left(\dfrac{3}{4035}\right)+\dots+f\left(\dfrac{4034}{4035}\right)$ ។

27. ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀបចំនួន $A=\dfrac{2016^{1111}+1}{2016^{2222}+1}$ និង $B=\dfrac{2016^{2222}+1}{2016^{3333}+1}$ ។

28. ដោះស្រាយសមីការ $9^{x^2+x}+3^{1-x^2}=3^{(x+1)^2}+1$

29. ដោះស្រាយសមីការ $(2016)^{x-2015}+(4033)^{\frac{x-1}{2}-1007}=(2017)^{x-2015}$

30. ដោះស្រាយសមីការ $|2016-x|^{2017}+|2017-x|^{2016}=1$

31. ដោះស្រាយសមីការ $x\cdot 2016^x=x(3-x)+2(2016^x-1)$

32. ដោះស្រាយសមីការ $2^x+3^x-4^x+6^x-9^x=1$

33. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{8^x+27^x}{12^x+18^x}=\dfrac{7}{6}$

34. ដោះស្រាយសមីការ $7^{x+\frac{4}{3}}-5^{3x}=2\left(7^{x+\frac{1}{3}}+5^{3x-1}\right)$

35. ដោះស្រាយសមីការ $4^{(x-1)^2}+6=2^{(x-1)^2}+2\sqrt{8^{(x-1)^2}+8}$

36. ១. គេឲ្យ $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$ និង $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។ គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ ។

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ ។

37. ១. គេឲ្យ $x=\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)$ ។ ចូរគណនាកន្សោម $\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^n$ ។

២. គេមាន $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=3$ ។ គណនាកន្សោម $P=\dfrac{x^2+x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}}$ ។

38. តើចំនួន $A=5^{2n+1}\times 2^n$ ដែល $n\in\mathbb{N}^*$ បញ្ចប់ដោយចំនួនសូន្យប៉ុន្មានខ្ទង់?

39. ស្រាយបំភ្លឺថា $E=22+2\times 1000^{2016}$ ចែកដាច់និង 3 ។

40. ដោះស្រាយសមីការ $x+\sqrt{x+\dfrac{1}{2}+\sqrt{x+\dfrac{1}{4}}}=2$ ។

41. ១. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\sqrt{2015}+\sqrt{2017}$ និង $2\sqrt{2016}$ ។

២. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\sqrt[3]{2017}+\sqrt[3]{2015}$ និង $2\sqrt[3]{2016}$

42. ១. គណនាតម្លៃ x បើ $x^x=2016^{2016^{2017}}$ ។

២. បើ $4^{4^4}=\sqrt[128]{2^{2^{2^n}}}$ ។ រកតម្លៃ n ។

43. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\cos 72^\circ\right)^x+\left(\cos 36^\circ\right)^x=3\cdot 2^{-x}$

ផ្នែកទី ៣

ដំណោះស្រាយ

ដំណោះស្រាយ

I. ដោះស្រាយសមីការ

1) $4^{x-1}+4^{x}+4^{x+1}=84$

គេបាន $4^{x}\cdot 4^{-1}+4^{x}+4^{x}\cdot 4=84$

$$4^{x}\left(\frac{1}{4}+1+4\right)=84$$

$$\frac{21}{4}\cdot 4^{x}=84$$

$$\frac{1}{4}\cdot 4^{x}=4$$

$$4^{x}=16$$

$$4^{x}=4^{2}$$

នាំឲ្យ $x=2$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $x=2$ ។

2) $\sqrt{3}\cdot 4^{x-1}=2\cdot 3^{x-1}$

គេបាន $\frac{4^{x-1}}{3^{x-1}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\frac{4^{x-1}}{3^{x-1}}=\frac{\sqrt{2^{2}}}{\sqrt{3}}=\frac{4^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{x-1}=\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$x-1=\frac{1}{2}$$

នាំឲ្យ $x=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $x=\frac{3}{2}$ ។

3) $2^{3x+1}\cdot 3^{x}=4^{x}\cdot 3^{2x+1}$

គេបាន $2^{3x}\cdot 2\cdot 3^{x}=2^{2x}\cdot 3^{2x}\cdot 3$

$$\frac{2^{3x}\cdot 3^{x}}{2^{2x}\cdot 3^{2x}}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{2^{x}}{3^{x}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

នាំឲ្យ $x=-1$

4) $6^{x}+6^{x+1}=2^{x}+2^{x+1}+2^{x+2}$

គេបាន $(1+6)6^{x}=\left(1+2+2^{2}\right)2^{x}$

$$7\cdot 6^{x}=8\cdot 2^{x}$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^{x}=\frac{8}{7}$$

$$3^{x}=\frac{8}{7}$$

$$\log_3 3^{x}=\log_3\left(\frac{8}{7}\right)$$

នាំឲ្យ $x=\log_3\left(\frac{8}{7}\right)$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $x=\log_3\left(\frac{8}{7}\right)$ ។

5) $5^{x+1}-3^{x+1}=5^{x}+3^{x}$

គេបាន $5^{x+1}-5^{x}=3^{x+1}+3^{x}$

$$5^{x}(5-1)=3^{x}(3+1)$$

$$4\cdot 5^{x}=4\cdot 3^{x}$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{x}=1$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{x}=\left(\frac{5}{3}\right)^{0}$$

នាំឲ្យ $x=0$ ។

ដូចនេះ $x=0$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

6) $3^x + 3^{x+1} = 12$

គេបាន $3^x + 3^x \cdot 3 = 12$

$3^x(1+3) = 12$

$4 \cdot 3^x = 12$

$3^x = \frac{12}{4} = 3$

នាំឲ្យ $x = 1$

ដូចនេះ $x = 1$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

7) $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$

គេបាន $5^x \cdot 5 - 5^x \cdot 5^{-1} = 24$

$5^x\left(5 - \frac{1}{5}\right) = 24$

$\frac{24}{5} \cdot 5^x = 24$

$\frac{1}{5} \cdot 5^x = 1$

$5^x = 5$

នាំឲ្យ $x = 1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $x = 1$

8) $4^x + 2^{x+1} = 80$ សមមូល $2^{2x} + 2 \cdot 2^x - 80 = 0$

តាង $t = 2^x$ ដែល $t > 0$

គេបាន $t^2 + 2t - 80 = 0$

$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-80) = 81$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{81} = 9$

នាំឲ្យ $t_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta}}{a} = \frac{-1-8}{1} = -9 < 0$ (មិនយក)

$t_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta}}{a} = \frac{-1+8}{1} = 7$

– ចំពោះ $t = 7$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t=7 \\ t=2^x \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^x = 7$

សមមូល $\log_2 2^x = \log_2 7$

នាំឲ្យ $x = \log_2 7$

ដូចនេះ $x=\log_2 7$ ជាឬសរបស់សមីការ ។

9) $9^{x^2-1} + 3 = 36\cdot 3^{x^2-3}$

គេបាន $9^{x^2}\cdot 9^{-1} + 3 = 36\cdot 3^{x^2}\cdot 3^{-3}$

$$\frac{9^{x^2}}{9} + 3 = \frac{36\cdot 3^{x^2}}{27}$$

$$3\cdot 3^{2x^2} + 3\cdot 27 = 36\cdot 3^{x^2}$$

$$3^{2x^2} + 27 = 12\cdot 3^{x^2}$$

$$3^{2x^2} - 12\cdot 3^{x^2} + 27 = 0$$

តាង $u = 3^{x^2}$ ដែល $u>0$

គេបាន $u^2 - 12u + 27 = 0$

$$u^2 - 3u - 9u + 27 = 0$$

$$u(u-3) - 9(u-3) = 0$$

$$(u-3)(u-9) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{matrix} u-3=0 \\ u-9=0 \end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} u=3 \\ u=9 \end{matrix}\right.$

– ចំពោះ $u=3$

គេបាន $\left.\begin{matrix} u=3 \\ u=3^{x^2} \end{matrix}\right| \Rightarrow 3^{x^2} = 3$

សមមូល $x^2 = 1$

នាំឲ្យ $x = \pm 1$

– ចំពោះ $u=9$

គេបាន $\left.\begin{matrix} u=9 \\ u=3^{x^2} \end{matrix}\right| \Rightarrow 3^{x^2} = 9 = 3^2$

សមមូល $x^2 = 2$

នាំឲ្យ $x = \pm\sqrt{2}$

ដូចនេះ $x = \pm 1$, $x = \pm\sqrt{2}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

10) $3^{2x+1} + 6^x = 2^{2x+1}$

គេបាន $3^{2x} \cdot 3 + 2^x \cdot 3^x = 2^{2x} \cdot 2$

$$3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$$

$$3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0$$

តាង $u = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ដែល $u > 0$

គេបាន $3u^2 + u - 2 = 0$

ដោយ $a - b + c = 3 - 1 - 2 = 0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} u = -1 < 0 \ (\text{មិនយក}) \\ u = -\frac{c}{a} = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3} \end{array}\right.$

– ចំពោះ $u = \frac{2}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u = \frac{2}{3} \\ u = \left(\frac{3}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

នាំឲ្យ $x = -1$

ដូចនេះ $x = -1$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

11) $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x + \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x = 10$

យើងមាន $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x \cdot \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x = 1$

នាំឲ្យ $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x = \frac{1}{\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x}$

គេបាន $\left(\frac{1}{\sqrt{5-\sqrt{24}}}\right)^x+\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=10$

តាង $t=\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $t+\frac{1}{t}=10$

$t^2-10t+1=0$

$\Delta'=(-5)^2-1=24>0$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{24}$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-5)-\sqrt{24}}{1}=5-\sqrt{24}$

$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-5)+\sqrt{24}}{1}=5+\sqrt{24}$

– បើ $t_1=5-\sqrt{24}$

យើងបាន $\left.\begin{array}{l} t=5-\sqrt{24} \\ t=\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=5-\sqrt{24}$

$$\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^2$$

នាំឲ្យ $x=-2$

– បើ $t_2=5+\sqrt{24}$

យើងបាន $\left.\begin{array}{l} t_1=5+\sqrt{24} \\ t_2=\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=5+\sqrt{24}$

$$\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=\frac{1}{5-\sqrt{24}}$$

$$\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=\frac{1}{\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^2}$$

$$\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x=\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^{-2}$$

នាំឲ្យ $x=2$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-2\ ,\ x=2}$

12) $4^{x^2-3x+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$

តាង $u=4^{x^2-3x+2}\ ,\ v=4^{x^2+6x+5}$

នាំឲ្យ $uv=4^{x^2-3x+2}\cdot 4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}$

គេបាន $u+v=uv+1$

$$uv+1-u-v=0$$
$$uv-u-v+1=0$$
$$u(v-1)-(v-1)=0$$
$$(v-1)(u-1)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} v-1=0 \\ u-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=1 \\ u=1 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $v=1$

$$\left.\begin{array}{l} v=1 \\ v=4^{x^2+6x+5} \end{array}\right| \Rightarrow 4^{x^2+6x+5}=4^0$$

សមមូល $x^2+6x+5=0$

$$x^2+x+5x+5=0$$
$$x(x+1)+5(x+1)=0$$
$$(x+1)(x+5)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x+5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-5 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $u=1$

$$\left.\begin{array}{l} u=1 \\ u=4^{x^2-3x+2} \end{array}\right| \Rightarrow 4^{x^2-3x+2}=4^0$$

សមមូល $x^2-3x+2=0$

$$x^2-x-2x+5=0$$
$$x(x-1)-2(x-1)=0$$
$$(x-1)(x-2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-5, x=-1, x=1, x=2}$ ។

13) $\left(5-\sqrt{21}\right)^x + 7\left(5+\sqrt{21}\right)^x = 2^{x+3}$

គេបាន $\left(5-\sqrt{21}\right)^x + 7\left(5+\sqrt{21}\right)^x = 8\cdot 2^x$

$$\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x + 7\cdot\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x = 8 \qquad \text{(ចែកអង្គទាំងពីរនិង } 2^x\text{)}$$

យើងមាន $\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right) = \frac{5^2-\sqrt{21}^2}{4} = \frac{25-21}{4} = 1$

នាំឲ្យ $\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)} = \left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^{-1}$

សមមូល $\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)^x = \frac{1}{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x} = \left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^{-x}$

គេបាន $\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x + 7\cdot\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^{-x} = 8$

តាង $u = \left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x$ ដែល $u>0$

យើងបាន $u+7u^{-1}=8$ សមមូល $u+7\cdot\frac{1}{u}=8$

$$u^2+7=8u$$
$$u^2-8u+7=0$$
$$u^2-u-7u+7=0$$
$$u(u-1)-7(u-1)=0$$
$$(u-1)(u-7)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} u-1=0 \\ u-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=1 \\ u=7 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $u=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=1 \\ u=\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x=\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^0$

នាំឲ្យ $x=0$

– ចំពោះ $u=7$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=7 \\ u=\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x=7$

សមមូល $\log_{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)}\left(\dfrac{5-\sqrt{21}}{2}\right)^x=\log_{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)}7$

នាំឲ្យ $x=\log_{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)}7$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0, x=\log_{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)}7}$ ។

14) $5^x\cdot 8^{\frac{x-1}{x}}=500$ សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $x\neq 0$

គេបាន $5^x\cdot 2^{3\left(\frac{x-1}{x}\right)}=5^3\cdot 2^2$

$$5^x\cdot 2^{\frac{3x-3}{x}}=5^3\cdot 2^2$$

$$\frac{5^x\cdot 2^{\frac{3x-3}{x}}}{5^3\cdot 2^2}=1$$

$$5^{x-3}\cdot 2^{\frac{3x-3}{x}-2}=1$$

$$5^{x-3}\cdot 2^{\frac{x-3}{x}}=1$$

$$5^{x-3}\cdot\left(2^{\frac{1}{x}}\right)^{x-3}=1$$

$$\left(5\cdot 2^{\frac{1}{x}}\right)^{x-3}=1$$

សមមូល $\log_2\left(5\cdot 2^{\frac{1}{x}}\right)=\log_2 1$

$(x-3)\left(\log_2 5-\log_2 2^{\frac{1}{x}}\right)=0$

$(x-3)\left(\log_2 5-\frac{1}{x}\right)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x-3=0\\ \log_2 5+\frac{1}{x}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ \frac{1}{x}=-\log_2 5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-\frac{1}{\log_2 5}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-\log_5 2\end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3, x=-\log_5 2}$

15) $8^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{3x+3}{x}}+12=0$ សមីការមានន័យកាលណា $x\neq 0$

គេបាន $8^{\frac{x}{2}}-2^{3+\frac{3}{x}}+12=0$

$8^{\frac{2}{x}}-2^3\cdot 2^{\frac{3}{x}}+12=0$

$\left(8^{\frac{1}{x}}\right)^2-8\cdot\left(8^{\frac{1}{x}}\right)+12=0$

តាង $u=8^{\frac{1}{x}}$ ដែល $u>0$

គេបាន $u^2-8u+12=0$

$u^2-2u-6u+12=0$

$u(u-2)-6(u-2)=0$

$(u-2)(u-6)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}u-2=0\\ u-6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=2\\ u=6\end{array}\right.$

– ចំពោះ $u=2$

គេបាន $\left.\begin{array}{l}u=2\\ u=8^{\frac{1}{x}}\end{array}\right|\Rightarrow 8^{\frac{1}{x}}=2$

សមមូល $2^{\frac{3}{x}}=2^1$

$$\frac{3}{x}=1$$

នាំឲ្យ $x=3$

– ចំពោះ $u=6$

គេបាន $\left.\begin{array}{r} u=6 \\ u=8^{\frac{1}{x}} \end{array}\right| \Rightarrow 8^{\frac{1}{x}}=6$

សមមូល $2^{\frac{3}{x}}=6$

$$\log_2 2^{\frac{3}{x}}=\log_2 6$$

$$\frac{3}{x}=\log_2 6$$

នាំឲ្យ $x=\dfrac{3}{\log_2 6}=3\log_6 2$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3, x=3\log_6 2}$ ។

16) $6\sqrt[x]{9}-13\sqrt[x]{6}+6\sqrt[x]{4}=0$ សមីការមានន័យកាលណា $x\geq 2$

គេបាន $6\cdot\sqrt[x]{\dfrac{9}{4}}-13\cdot\sqrt[x]{\dfrac{6}{4}}+6=0$

$$6\cdot\left(\sqrt[x]{\frac{3}{2}}\right)^2-13\cdot\left(\sqrt[x]{\frac{3}{2}}\right)+6=0$$

តាង $u=\sqrt[x]{\dfrac{3}{2}}$ ដែល $u>0$

គេបាន $6u^2-13u+6=0$

មាន $\Delta=(-13)^2-4\cdot 6\cdot 6=169-144=25$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{25}=5$$

នាំឲ្យ $u_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-13)-5}{2\cdot 6}=\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$

$$u_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-13)+5}{2\cdot 6}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$$

– ចំពោះ $u=\dfrac{2}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=\frac{2}{3} \\ u=\sqrt[x]{\frac{3}{2}} \end{array}\right| \Rightarrow \sqrt[x]{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}$

សមមូល $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$

សមមូល $\frac{1}{x}=-1$

នាំឲ្យ $x=-1<2$ (មិនយក)

– ចំពោះ $u=\frac{3}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=\frac{3}{2} \\ u=\sqrt[x]{\frac{3}{2}} \end{array}\right| \Rightarrow \sqrt[x]{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$

សមមូល $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{3}{2}\right)^{1}$

សមមូល $\frac{1}{x}=1$

នាំឲ្យ $x=1<2$ (មិនយក)

ដូចនេះ សមីការគ្មានឫស ។

17) $x^2\cdot 2^{\sqrt{2x+1}-1}+2^x=2^{\sqrt{2x+1}+1}+x^2\cdot 2^{x-2}$ លក្ខខណ្ឌ $2x+1\neq 0$ ឬ $x\neq -\frac{1}{2}$

គេបាន $x^2\cdot 2^{\sqrt{2x+1}-1}-2^{\sqrt{2x+1}+1}-x^2\cdot 2^{x-2}+2^x=0$

$$2^{\sqrt{2x+1}-1}\left(x^2-2^2\right)-2^{x-2}\left(x^2-2^2\right)=0$$

$$(x-2)(x+2)\left(2^{\sqrt{2x+1}-1}-2^{x-2}\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x+2=0 \\ 2^{\sqrt{2x+1}-1}-2^{x-2}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2<-\frac{1}{2}\ (\text{មិនយក}) \\ 2^{\sqrt{2x+1}-1}=2^{x-2} \end{array}\right.$

– ចំពោះ $2^{\sqrt{2x+1}-1}=2^{x-2}$

គេបាន $\sqrt{2x+1}-1=x-2$

$$\sqrt{2x+1}=x-1$$

សមមូល $\left(\sqrt{2x+1}\right)^2=\left(x-1\right)^2$ (ដែល $x-1\geq 1$ ឬ $x\geq 2$)

$$2x+1=x^2-2x+1$$

$$x^2-4x=0$$

$$x\left(x-4\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x=0<2 \text{ (មិនយក)} \\ x=4 \end{array}\right.$

ដូនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2, x=4}$ ។

18) $\left(\sqrt{x}\right)^x=x^{\sqrt{x}}$

សមីការខាងលើអាចសរសេរទៅជា $x^{\frac{1}{2}x}=x^{\sqrt{x}}$

តាងរូបមន្ត $\left[f\left(x\right)\right]^{u(x)}=\left[f\left(x\right)\right]^{v(x)}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} f\left(x\right)>0 \\ \left[f\left(x\right)-1\right]\left[u\left(x\right)-v\left(x\right)\right]=0 \end{cases}$$

យើងបាន $x^{\frac{1}{2}x}=x^{\sqrt{x}}\Leftrightarrow\begin{cases} x>0 \\ \left(x-1\right)\left(\frac{1}{2}x-\sqrt{x}\right)=0 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x-1=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ \frac{1}{2}x-\sqrt{x}=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ \frac{1}{2}x=\sqrt{x} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ \frac{1}{4}x^2=x \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>0 \\ x=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x>0 \\ x=4 \end{cases} \end{array}\right.$$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=1\,,\,x=4}$

19) $\left|x^2-x-1\right|^{x^2-1}=1$

សមីការអាចសរសេរជា $\left|x^2-x-1\right|^{x^2-1}=\left|x^2-x-1\right|^0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left|x^2-x-1\right|>0 \\ \left(\left|x^2-x-1\right|-1\right)\left(x^2-1\right)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left|x^2-x-1\right|>0 \\ \left|x^2-x-1\right|-1=0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left|x^2-x-1\right|>0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|x^2-x-1\right|-1=0 \\ x^2-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|x^2-x-1\right|=1 \\ x^2=1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-1=\pm 1 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$$

– ចំពោះ $x^2-x-1=-1$

គេបាន $x^2-x=0$

$$x(x-1)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $x^2-x-1=1$

គេបាន $x^2-x-2=0$

$$x^2+x-2x-2=0$$

$$x(x+1)-2(x+1)=0$$

$$(x+1)(x-2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫសបួនគឺ $\boxed{x=-1\ ,\ x=0\ ,\ x=1\ ,\ x=2}$

20) $\left|x-3\right|^{x^2-x}=(x-3)^2$

– បើ $x-3=0 \Rightarrow x=3$ ជាឫសមួយរបស់សមីការ

– បើ $x-3\neq 0$ នោះ $x\neq 3$ សមីការអាចសរសេរជា

$$|x-3|^{x^2-x}=|x-3|^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|x-3|>0\\ \left(|x-3|-1\right)\left(x^2-x-2\right)=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|x-3|-1=0\\ x^2-x-2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-3=\pm1\\ x=-1\ ,\ x=-2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-3=\pm1\\ x=-1\ ,\ x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\ ,\ x=4\\ x=-1\ ,\ x=-2\end{array}\right.$$

ដូច្នេះសមីការមានឫសបួនគឺ $\boxed{x=-1, x=-2, x=2, x=4}$

21) $2^{x^2+3x-2}=16^{x+1}$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ $2^{x^2+3x-2}=2^{4(x+1)}$

នោះ $x^2+3x-2=4(x+1)$

$$x^2-x-6=0$$

$$x^2-3x+2x-6=0$$

$$x(x-3)+2(x-3)=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x-3=0\\ x+2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-2\end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-2\ ,\ x=3}$

22) $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=16\sqrt{2}$

គេបាន $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=2^4\times2^{\frac{1}{2}}$

$$2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=2^{\frac{9}{2}}$$

$$x^2-6x-\frac{5}{2}=\frac{9}{2}$$

$$x^2-6x-7=0$$

ដោយ $a-b+c=1-(-6)-7=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-\dfrac{c}{a}=-\dfrac{-7}{1}=7\end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\ ,\ x=7}$

23) $3^{-x^2+4x}=\dfrac{1}{243}$

សមីការអាចសរសេរ $3^{-x^2+4x}=(243)^{-1}$

$$3^{-x^2+4x}=3^{-5}$$

នោះ $-x^2+4x=-5$

$$-x^2+4x+5=0$$

$$x^2-4x-5=0$$

$$x^2+x-5x-5=0$$

$$x(x+1)-5(x+1)=0$$

$$(x+1)(x-5)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x+1=0\\x-5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\ ,\ x=5}$

24) $5^{x^3-4}=125^{2x-\frac{8}{3}}$

គេបាន $5^{x^3-4}=5^{3\left(2x-\frac{8}{3}\right)}$

$$x^3-4=6x-8$$

$$x^3-6x+4=0$$

$$x^3-2x^2+2x^2-4x-2x+4=0$$

$$x^2(x-2)+2x(x-2)-2(x-2)=0$$

$$(x-2)(x^2+2x-2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x-2=0\\x^2+2x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^2+2x-2=0\end{array}\right.$

ចំពោះ $x^2+2x-2=0$

គេបាន $\Delta'=1^2-1\times(-2)=1+2=3$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{3}$$

នាំឲ្យ $x_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{1}=-1-\sqrt{3}$

$$x_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-1+\sqrt{3}}{1}=-1+\sqrt{3}$$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2\ ,\ x=-1-\sqrt{3}\ ,\ x=-1+\sqrt{3}}$

25) $4^x=8^{2x-1}$

យើងបាន $2^{2x}=2^{3(2x-1)}$

$$2x=3(2x-1)$$
$$2x=6x-3$$
$$4x=3$$

នាំឲ្យ $x=\frac{3}{4}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\frac{3}{4}}$

26) $2^x\cdot 3^{x-1}\cdot 5^{x-2}=12$

យើងបាន $2^x\cdot 3^x\cdot\frac{1}{3}\cdot 5^x\cdot\frac{1}{25}=12$

$$(2\cdot 3\cdot 5)^x\times\frac{1}{75}=12$$
$$30^x=12\times 75$$
$$30^x=900$$
$$30^x=30^2$$

នាំឲ្យ $x=2$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2}$

27) $\left(\frac{2}{3}\right)^x\left(\frac{9}{8}\right)^x=\frac{27}{64}$

យើងបាន $\frac{2^x}{3^x}\times\frac{3^{2x}}{2^{3x}}=\frac{3^3}{2^6}$

$$2^x\times 2^{-3x}\times 2^6=3^x\times 3^{-2x}\times 3^3$$
$$2^{-3x+x+6}=3^{-2x+x+3}$$

$2^{-2x+6}=3^{-x+3}$ (ដោយ គោល $2\neq 3$ហើយមាននិទស្សន្តខុសគ្នា អង្គនៃសមីការទាំងពីរនេះស្មើគ្នាកាលណានិទស្សន្តរបស់វាស្មើនិងសូន្យ ។)

យើងបាន $\begin{cases}-2x+6=0\\ -x+3=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2x=-6\\ -x=-3\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-6}{-2}=3\\ x=\dfrac{-3}{-1}=3\end{array}\right.\Rightarrow x=3$$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3}$

28) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2x-2}=\dfrac{9}{16}\sqrt[x]{\dfrac{9}{16}}$

យើងអាចសេសេរសមីការខាងលើទៅជា $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2x-2}=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{\frac{2}{x}}$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-2}=\left(\frac{3}{4}\right)^{2+\frac{2}{x}}$$

យើងបាន $2x-2=2+\dfrac{2}{x}$

$$x^2-2x-1=0$$

គេបាន $\Delta'=(-1)^2-1\times(-1)=1+1=2$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{2}$$

នាំឲ្យ $x_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-1)-\sqrt{2}}{1}=1-\sqrt{2}$

$x_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-1)+\sqrt{2}}{1}=1+\sqrt{2}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=1-\sqrt{2}\ ,\ x=1+\sqrt{2}}$

29) $3^{2x^2+x+5}=27^{2x+1}$

យើងអាចសរសេរ $3^{2x^2+x+5}=3^{3(2x+1)}$

$$2x^2+x+5=6x+3$$

$$2x^2-5x+2=0$$

គេបាន $\Delta=(-5)^2-4(2)(2)=25-16=9$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$$

នាំឲ្យ $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-5)-3}{2\times 2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-5)+3}{2\times 2} = \dfrac{8}{4} = 2$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2,\ x=\dfrac{1}{2}}$

30) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x+1} = \left(2-\sqrt{3}\right)^{5x+8}$

យើងមាន $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=1 \Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{3x+1}\left(2-\sqrt{3}\right)^{3x+1}=1$

នាំឲ្យ $\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x+1} = \dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{3x+1}}$

សមីការខាងលើអាចសរសេរជា $\dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{3x+1}} = \left(2-\sqrt{3}\right)^{5x+8}$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1-3x} = \left(2-\sqrt{3}\right)^{5x+8}$

គេបាន $-1-3x = 5x+8$

$8x = -9$

នាំឲ្យ $x = -\dfrac{9}{8}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-\dfrac{9}{8}}$

31) $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1} = \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

សមីការមានន័យកាលណា $x \neq -1$

យើងមាន $\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1} = \dfrac{1}{\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}}$

សមីការខាងលើអាចសរសេរជា $\dfrac{1}{\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}} = \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

$\left(\sqrt{5}-2\right)^{1-x} = \left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$

$$1-x=\frac{x-1}{x+1}$$

គេបាន $(x+1)(1-x)=x-1$

$$1-x^2=x-1$$
$$x^2+x-2=0$$
$$x^2-x+2x-2=0$$
$$x(x-1)+2(x-1)=0$$
$$(x-1)(x+2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=1\,,\,x=-2}$

32) $\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x-3}{x-1}}=\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -3 \end{cases}$

យើងមាន $\left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x-3}{x-1}}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{x-3}{x-1}}}$

យើងបាន $\dfrac{1}{\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{x-3}{x-1}}}=\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$

$$\left(\sqrt{10}-3\right)^{-\left(\frac{x-3}{x-1}\right)}=\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$$

គេបាន $-\left(\dfrac{x-3}{x-1}\right)=\dfrac{x+1}{x+3}$

$$\frac{-x+3}{x-1}=\frac{x+1}{x+3}$$
$$9-x^2=x^2-1$$
$$2x^2=10$$
$$x^2=5$$

នាំឲ្យ $x=\pm\sqrt{5}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\pm\sqrt{5}}$

33) $\left(\sqrt{2^{x+1}}\right)\left(\sqrt[3]{4^{2x-1}}\right)8^{3-x}=\left(2\sqrt{2}\right)(0.125)$

យើងអាចសរសេរ $\left(2^{\frac{x+1}{2}}\right)\left(2^{\frac{2(2x-1)}{3}}\right)\left[2^{3(3-x)}\right]=2\left(2^{\frac{1}{2}}\right)\left(\frac{1}{8}\right)$

$$\left(2^{\frac{x+1}{2}}\right)\left(2^{\frac{2(2x-1)}{3}}\right)\left[2^{3(3-x)}\right]=2\left(2^{\frac{1}{2}}\right)\left(2^{-3}\right)$$

$$2^{\frac{x+1}{2}+\frac{2(2x-1)}{3}+3(3-x)}=2^{1+\frac{1}{2}-3}$$

$$2^{\frac{x+1}{2}+\frac{4x-2}{3}+9-3x}=2^{1+\frac{1}{2}-3}$$

$$2^{\frac{3x+3+8x-4+54-18x}{6}}=2^{\frac{2+1-6}{2}}$$

$$2^{\frac{53-7x}{6}}=2^{-\frac{3}{2}}$$

គេបាន $\frac{53-7x}{6}=-\frac{3}{2}$

$$53-7x=-9$$

នាំឲ្យ $x=\frac{62}{7}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\frac{62}{7}}$

34) $\sqrt{2^x\sqrt[3]{4^x}\sqrt[3x]{0.125}}=4\sqrt[3]{2}$

យើងអាចសរសេរ $\left(2^x\sqrt[3]{4^x}\sqrt[3x]{0.125}\right)^{\frac{1}{2}}=4\sqrt[3]{2}$

$$\left(2^x\times2^{\frac{2x}{3}}\times2^{\frac{-3}{3x}}\right)^{\frac{1}{2}}=2^2\times2^{\frac{2}{3}}$$

$$2^{\frac{1}{2}\left(x+\frac{2x}{3}-\frac{1}{x}\right)}=2^{2+\frac{2}{3}}$$

$$2^{\frac{3x^2+6x-3}{6x}}=2^{\frac{8}{3}}$$

គេបាន $\frac{3x^2+6x-3}{6x}=\frac{8}{3}$

$$3x^2+6x-3=16x$$

$$3x^2-10x-3=0$$

$$\Delta' = (-5)^2 - 3\times(-3) = 25+9 = 34$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{34}$$

នាំឲ្យ $x_1 = \dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{5+\sqrt{34}}{3}$

$$x_2 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{5-\sqrt{34}}{3}$$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x = \dfrac{5\pm\sqrt{34}}{3}}$ ។

35) $\sqrt[x-4]{5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}}\times 0.2^{\frac{4}{\sqrt{x}+2}}} = 125(0.04)^{\frac{x-2}{x-4}}$

សមីការមានន័យកាលណា $x\in\{5,6,7,8............\}$

យើងបាន $\left(5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}}\times 0.2^{\frac{4}{\sqrt{x}+2}}\right)^{\frac{1}{x-4}} = 125(0.04)^{\frac{x-2}{x-4}}$

$$\left(5^{\frac{x}{\sqrt{x}+2}}\times\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{\sqrt{x}+2}}\right)^{\frac{1}{x-4}} = 125\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{x-2}{x-4}}$$

$$5^{\frac{x}{(\sqrt{x}+2)(x-4)}}\times 5^{-\left(\frac{4}{\sqrt{x}+2}\right)\left(\frac{1}{x-4}\right)} = 5^3\times 5^{-2\left(\frac{x-2}{x-4}\right)}$$

$$5^{\frac{x}{(\sqrt{x}+2)(x-4)}-\left(\frac{4}{\sqrt{x}+2}\right)\left(\frac{1}{x-4}\right)} = 5^{3-2\left(\frac{x-2}{x-4}\right)}$$

$$5^{\frac{x-4}{(\sqrt{x}+2)(x-4)}} = 5^{\frac{3x-12-2x+4}{x-4}}$$

$$5^{\frac{x-4}{(\sqrt{x}+2)(x-4)}} = 5^{\frac{x-8}{x-4}}$$

គេបាន $\dfrac{x-4}{(\sqrt{x}+2)(x-4)} = \dfrac{x-8}{x-4}$

$$(\sqrt{x}+2)(x-8) = x-4$$

តាង $t=\sqrt{x}$ នាំឲ្យ $t^2 = x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $(t+2)(t^2-8) = t^2-4$

$$(t+2)(t^2-8)-(t+2)(t-2) = 0$$

$(t+2)(t^2-t-6)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t+2=0 \\ t^2-t-6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2<0 \ (\text{មិនយក}) \\ t^2-t-6=0 \end{array}\right.$

ចំពោះ $t^2-t-6=0$

គេបាន $t^2-3t+2t-6=0$

$t(t-3)+2(t-3)=0$

$(t-3)(t+2)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t-3=0 \\ t+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-2<0 \ (\text{មិនយក}) \end{array}\right.$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=3 \\ t=\sqrt{x} \end{array}\right| \Rightarrow \sqrt{x}=3$

នាំឲ្យ $x=9$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=9}$

36) $\sqrt{2^{2(x+1)}}-3\left(2^{x-1}\right)=7$

យើងបាន $2^{x+1}-3\left(2^{x-1}\right)=7$

$2\times 2^x-\frac{3}{2}\times 2^x=7$

$2^x\left(2-\frac{3}{2}\right)=7$

$2^x\times\frac{1}{2}=7$

$2^x=14$

$\log_2 2^x=\log_2 14$

នាំឲ្យ $x=\log_2 14$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\log_2 14}$

37) $2^{3x}3^x-2^{3x+1}3^{x-1}=192$

គេបាន $2^{3x}\cdot 3^x-\frac{2}{3}2^{3x}\cdot 3^x=192$

$$2^{3x}\cdot 3^{x}\left(1-\frac{2}{3}\right)=192$$

$$2^{3x}\cdot 3^{x}=576$$

$$(8\times 3)^{x}=24^{2}$$

$$24^{x}=24^{2}$$

នាំឲ្យ $x=2$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2}$

38) $3^{2x-3}-9^{x-1}+27^{\frac{2x}{3}}=675$

គេបាន $3^{2x}\cdot 3^{-3}-9^{x}\cdot 9^{-1}+\left(3^{3}\right)^{\frac{2x}{3}}=675$

$$\frac{3^{2x}}{27}-\frac{3^{2x}}{9}+3^{2x}=675$$

$$\frac{3^{2x}-3\times 3^{2x}+27\times 3^{2x}}{27}=675$$

$$\frac{25\times 3^{2x}}{27}=675$$

$$3^{2x}=675\times\frac{27}{25}$$

$$3^{2x}=729$$

$$3^{2x}=3^{6}$$

នាំឲ្យ $2x=6$

$$x=\frac{6}{2}=3$$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3}$

39) $2^{x^{2}-1}-3^{x^{2}}=3^{x^{2}-1}-2^{x^{2}+2}$

គេបាន $2^{x^{2}}\cdot 2^{-1}-3^{x^{2}}=3^{x^{2}}\cdot 3^{-1}-2^{x^{2}}\cdot 2^{2}$

$$\frac{2^{x^{2}}}{2}+4\times 2^{x^{2}}=\frac{3^{x^{2}}}{3}+3^{x^{2}}$$

$$\frac{9}{2}\times 2^{x^{2}}=\frac{4}{3}\times 3^{x^{2}}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2}=\left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$x^2=3$$

នាំឲ្យ $x=\pm\sqrt{3}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\pm\sqrt{3}}$

40) $\left[2\left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$ សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}x\neq 1\\ x>0\end{cases}$

គេបាន $\left[2\left(2^{\sqrt{x}+3}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$

$$\left[2\left(2^{\left(\sqrt{x}+3\right)\times\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}\right)\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$$

$$\left(2^{1+\frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}}=4$$

$$2^{\left(1+\frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{x}-1}\right)}=2^2$$

$$\left(1+\frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{x}-1}\right)=2$$

$$\left(\frac{2\sqrt{x}+\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{x}-1}\right)=2$$

$$\left(\frac{3\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{x}-1}\right)=2$$

$$\frac{3\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}=2$$

$$\frac{3\sqrt{x}+3}{x-\sqrt{x}}=2$$

$$3\sqrt{x}+3=2x-2\sqrt{x}$$

$$2x-5\sqrt{x}-3=0$$

តាង $t=\sqrt{x}$ នាំឲ្យ $t^2=x$ ដែល $t\geq 0$

គេបាន $2t^2-5t-3=0$

$$2t^2-6t+t-3=0$$

$$2t(t-3)+(t-3)=0$$

$$(2t+1)(t-3)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}2t+1=0\\ t-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{1}{2}<0\ (\text{មិនយក})\\ t=3\end{array}\right.$

ចំពោះ $t=3$ នាំឲ្យ $x=t^2=3^2=9$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=9}$

41) $9^x\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2-3x}=\sqrt{27^x}\cdot\sqrt[3]{81^{x+3}}$

គេបាន $\left(3^{2x}\right)\left(3^{3x-2}\right)=\left(3^{\frac{3x}{2}}\right)\left(3^{\frac{4x+12}{3}}\right)$

$$3^{2x+3x-2}=3^{\frac{3x}{2}+\frac{4x+12}{3}}$$

$$3^{5x-2}=3^{\frac{17x+24}{6}}$$

$$5x-2=\frac{17x+24}{6}$$

$$30x-12=17x+24$$

$$13x=36$$

នាំឲ្យ $x=\dfrac{36}{12}=3$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3}$ ។

42) $3\cdot4^x+\dfrac{1}{3}\cdot9^{x+2}=6\cdot4^{x+1}-\dfrac{1}{2}\cdot9^{x+1}$

គេបាន $3\cdot4^x+\dfrac{1}{3}\cdot9^x\cdot9^2=6\cdot4^x\cdot4-\dfrac{1}{2}\cdot9^x\cdot9$

$$3\cdot4^x+27\cdot9^x=24\cdot4^x-\frac{9}{2}\cdot9^x$$

$$27\cdot 9^x+\frac{9}{2}\cdot 9^x=24\cdot 4^x-3\cdot 4^x$$

$$\frac{63}{2}\cdot 9^x=21\cdot 4^x$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x=\frac{42}{63}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$$

$$2x=-1$$

នាំឲ្យ $x=-\frac{1}{2}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-\frac{1}{2}}$

43) $3^{x+4}-5^{x+3}=3^x-5^{x+2}$

គេបាន $3^{x+4}-3^x=5^{x+2}+5^{x+3}$

$$3^x\left(3^4-1\right)=5^x\left(5^3-5^2\right)$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x=\frac{100}{80}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x=\frac{5}{4}$$

$$\log_{\frac{3}{5}}\left(\frac{3}{5}\right)^x=\log_{\frac{3}{5}}\left(\frac{5}{4}\right)$$

នាំឲ្យ $x=\log_{\frac{3}{5}}\left(\frac{5}{4}\right)$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\log_{\frac{3}{5}}\left(\frac{5}{4}\right)}$

44) $7\cdot 3^{x+1}-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}$

គេបាន $7\cdot 3^{x+1}-3^{x+4}=5^{x+2}-5^{x+3}$

$$3^{x+1}\left(7-3^3\right)=5^{x+1}\left(5-5^2\right)$$

$$(-20)3^{x+1}=(-20)5^{x+1}$$

$$3^{x+1}=5^{x+1}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1}=1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1}=\left(\frac{3}{5}\right)^{0}$$

$$x+1=0$$

នាំឲ្យ $x=-1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1}$

45) $\left(x^2-2x+2\right)^{\sqrt{9-x^2}}=\sqrt[3]{x^2-2x+2}$

សមីការមានន័យកាលណា $9-x^2\ge 0\Leftrightarrow -3\le x\le 3$

យើងមាន $\left(x^2-2x+2\right)^{\sqrt{9-x^2}}=\sqrt[3]{x^2-2x+2}$

$$\left(x^2-2x+2\right)^{\sqrt{9-x^2}}=\left(x^2-2x+2\right)^{\frac{1}{3}}$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}\sqrt{9-x^2}=\dfrac{1}{3}\\ \left(x^2-2x+2\right)-1=0\end{array}\right.$

– ចំពោះ $\sqrt{9-x^2}=\dfrac{1}{3}$

គេបាន $\left(\sqrt{9-x^2}\right)^2=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$

$$9-x^2=\frac{1}{9}$$

$$x^2=9-\frac{1}{9}$$

$$x^2=\frac{80}{9}$$

នាំឲ្យ $x=\pm\sqrt{\dfrac{80}{9}}=\pm\sqrt{\dfrac{4^2\times 5}{3^2}}=\pm\dfrac{4}{3}\sqrt{5}$

– ចំពោះ $\left(x^2-2x+2\right)-1=0$

គេបាន $x^2-2x+2-1=0$

$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x-1=0$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=1\ ,\ x=\pm\frac{4\sqrt{5}}{3}}$ ។

46) $2\cdot 16^x-15\cdot 4^x-8=0$

គេបាន $2\cdot\left(4^x\right)^2-15\cdot 4^x-8=0$

តាង $t=4^x$ ដែល $t>0$

គេបាន $2t^2-15t-8=0$

$\Delta=(-15)^2-4(2)(-8)=225+64=289$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{289}=\sqrt{17^2}=17$

នាំឲ្យ $x_1=\frac{-(-15)-\sqrt{289}}{2\times 2}=\frac{15-17}{4}=-\frac{1}{2}<0$ (មិនយក)

$x_2=\frac{-(-15)+\sqrt{289}}{2\times 2}=\frac{15+17}{4}=8$

យើងបាន $4^x=8$

$2^{2x}=2^3$

$2x=3$

នាំឲ្យ $x=\frac{3}{2}$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\frac{3}{2}}$

47) $9^x-8\cdot 3^x+7=0$

សមីការអាចសរសេរជា $\left(3^x\right)^2-8\cdot 3^x+7=0$

តាង $t=3^x$ ដែល $t>0$

គេបាន $t^2-8t+7=0$

$t^2-t-7t+7=0$

$t(t-1)-7(t-1)=0$

$$(t-1)(t-7)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ t-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=7 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=1 \\ t=3^x \end{array}\right| \Rightarrow 3^x = 1 = 3^0$

នាំឲ្យ $x=0$

– ចំពោះ $t=7$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=7 \\ t=3^x \end{array}\right| \Rightarrow 3^x = 7$

$$\log_3 3^x = \log_3 7$$

នាំឲ្យ $x=\log_3 7$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0, x=\log_3 7}$

48) $3^{2x+8} - 4\cdot 3^{x+5} + 27 = 0$

គេបាន $\frac{1}{9}.\left(3^{x+5}\right)^2 - 4\cdot 3^{x+5} + 27 = 0$

តាង $t=3^{x+5}$ ដែល $t>0$

គេបាន $\frac{1}{9}t^2 - 4t + 27 = 0$

$$\Delta' = (-2)^2 - \frac{1}{9}\times 27 = 4-3 = 1$$

$$\sqrt{\Delta'} = 1$$

នាំឲ្យ $t_1 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-2)-1}{\frac{1}{9}} = 1\times\frac{9}{1} = 9$

$$t_1 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-2)+1}{\frac{1}{9}} = 3\times\frac{9}{1} = 27$$

– ចំពោះ $t=9$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=9 \\ t=3^{x+5} \end{array}\right| \Rightarrow 3^{x+5}=9=3^2$

នាំឲ្យ $x+5=2$

$x=-5+2=-3$

– ចំពោះ $t=27$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=27 \\ t=3^{x+5} \end{array}\right| \Rightarrow 3^{x+5}=27=3^3$

នាំឲ្យ $x+5=3$

$x=-5+3=-2$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-3\ ,\ x=-2}$

49) $4^{x^2}-6\cdot 2^{x^2}+8=0$

គេបាន $\left(2^{x^2}\right)^2-6\cdot 2^{x^2}+8=0$

តាង $t=2^{x^2}$ ដែល $t>0$

គេបាន $t^2-6t+8=0$

$\Delta'=(-3)^2-(1)(8)=1$

$\sqrt{\Delta'}=1$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-3)-1}{1}=2$

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-3)+1}{1}=4$

– ចំពោះ $t=2$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=2 \\ t=2^{x^2} \end{array}\right| \Rightarrow 2^{x^2}=2^1$

$x^2=1$

$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=4$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=4 \\ t=2^{x^2} \end{array}\right| \Rightarrow 2^{x^2}=2^2$

$$x^2=2$$

$$x^2-2=0$$

$$x^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=0$$

$$\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-\sqrt{2}=0 \\ x+\sqrt{2}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-\sqrt{2}\ ,\ x=-1\ ,x=1\ ,x=\sqrt{2}}$

50) $\dfrac{7^{2x}}{100^x}=6\left(0.7\right)^x+7$

គេបាន $\left(\dfrac{7}{10}\right)^{2x}-6\left(\dfrac{7}{10}\right)^x-7=0$

តាង $t=\left(\dfrac{7}{10}\right)^x$ ដែល $t>0$

គេបាន $t^2-6t-7=0$

$$t^2+t-7t-7=0$$

$$t\left(t+1\right)-7\left(t+1\right)=0$$

$$\left(t+1\right)\left(t-7\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t+1=0 \\ t-7=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1<0 \quad (\text{មិនយក}) \\ t=7 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=7$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=7 \\ t=\left(\dfrac{7}{10}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{7}{10}\right)^x=7$

$$\log_{\frac{7}{10}}\left(\frac{7}{10}\right)^x=\log_{\frac{7}{10}}7$$

នាំឲ្យ $x=\log_{\frac{7}{10}} 7$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\log_{\frac{7}{10}} 7}$

51) $64^{\frac{1}{x}}-2^{3+\frac{3}{x}}+12=0$ លក្ខខណ្ឌ $(x\neq 0)$

គេបាន $2^{\frac{6}{x}}-8\cdot 2^{\frac{3}{x}}+12=0$

$$\left(2^{\frac{3}{x}}\right)^2-8\cdot 2^{\frac{3}{x}}+12=0$$

តាង $t=2^{\frac{3}{x}}$ ដែល $t>0$

គេបាន $t^2-8t+12=0$

$$\Delta'=(-4)^2-(1)(12)=4$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{4}=2$$

គេបាន $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-4)-2}{1}=2$

$$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-4)+2}{1}=6$$

– ចំពោះ $t_1=2$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t_1=2 \\ t=2^{\frac{3}{x}} \end{array}\right| \Rightarrow 2^{\frac{3}{x}}=2^1$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=1$$

$$\Rightarrow x=3$$

– ចំពោះ $t_2=6$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t_2=6 \\ t=2^{\frac{3}{x}} \end{array}\right| \Rightarrow 2^{\frac{3}{x}}=6$

$$\Leftrightarrow \log_2 2^{\frac{3}{x}}=\log_2 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x}=\log_2 6$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x}{3}=\log_6 2$$

$$\Rightarrow \quad x=3\log_6 2$$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=3\ ,\ x=3\log_6 2}$

52) $9^{x^2-x-1}-10\cdot 3^{x^2-x-2}+1=0$

គេបាន $9^{x^2-x-1}-\frac{10}{3}\cdot 3^{x^2-x-1}+1=0$

$$3\cdot\left(3^{x^2-x-1}\right)^2-10\cdot 3^{x^2-x-1}+3=0$$

តាង $t=3^{x^2-x-1}$ ដែល $t>0$

គេបាន $3t^2-10t+3=0$

$$\Delta'=(-5)^2-(3)(3)=16$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{16}=4$$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-5)-4}{3}=\frac{1}{3}$

$$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-5)+4}{3}=\frac{9}{3}=3$$

– ចំពោះ $t=\frac{1}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{1}{3}=3^{-1} \\ t=3^{x^2-x-1}\end{array}\right| \Rightarrow 3^{x^2-x-1}=3^{-1}$

$$x^2-x-1=-1$$

$$x^2-x=0$$

$$x(x-1)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1\end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=3$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=3 \\ t=3^{x^2-x-1}\end{array}\right| \Rightarrow 3^{x^2-x-1}=3$

$$x^2-x-1=1$$
$$x^2-x-2=0$$
$$x^2-2x+x-2=0$$
$$x(x-2)+(x-2)=0$$
$$(x-2)(x+1)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-1 \end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x\in\{-1,0,1,2\}}$

53) $2^{2x+6}+2^{x+7}-17=0$

គេបាន $2^6\cdot\left(2^x\right)^2+2^7\cdot 2^x-17=0$

$$64\cdot\left(2^x\right)^2+128\cdot 2^x-17=0$$

តាង $t=2^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $64t^2+128t-17=0$

$$\Delta'=(64)^2-(64)(-17)$$
$$=64(64+17)=64\times 81$$
$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{64\times 81}=8\times 9=72$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-64-72}{64}=-\dfrac{17}{6}<0$ (មិនយក)

$$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-64+72}{64}=\frac{8}{64}=\frac{1}{8}$$

យើងបាន $\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{2^3}=2^{-3} \\ t=2^x \end{array}\right| \Rightarrow 2^x=2^{-3}$

នាំឲ្យ $x=-3$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-3}$

54) $\left(\sqrt[5]{3}\right)^x+\left(\sqrt[10]{3}\right)^{x-10}=84$

គេបាន $3^{\frac{x}{5}}+3^{\frac{x-10}{10}}-84=0$

$$3^{\frac{x}{5}}+\frac{1}{3}\cdot 3^{\frac{x}{10}}-84=0$$

$$3^{\frac{x}{5}}+\frac{1}{3}\cdot\left(3^{\frac{x}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}-84=0$$

$$\left(\sqrt{3^{\frac{x}{5}}}\right)^2+\frac{1}{3}\times\sqrt{3^{\frac{x}{5}}}-84=0$$ តាង $t=\sqrt{3^{\frac{x}{5}}}$ ដែល $(t>0)$

គេបាន $t^2+\frac{1}{3}t-84=0$

$$3t^2+t-252=0$$

$$\Delta=(1)^2-4(3)(-252)$$

$$=1+3024=3025=55^2$$

$$\sqrt{\Delta}=55$$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-55}{6}=\frac{-56}{6}=-\frac{28}{3}<0$ (មិនយក)

$$t_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1+55}{6}=\frac{54}{6}=9$$

យើងបាន $\left.\begin{array}{l} t=9=3^2 \\ t=\sqrt{3^{\frac{x}{5}}}\end{array}\right|\Rightarrow\sqrt{3^{\frac{x}{5}}}=3^2$

$$\left(3^{\frac{x}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}=3^2$$

$$3^{\frac{x}{10}}=3^2$$

$$\frac{x}{10}=2$$

នាំឲ្យ $x=20$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=20}$

55) $\frac{1}{2}\cdot 4^{2x-1}+21=13\cdot 4^{x-1}$

គេបាន $\frac{1}{8}\cdot\left(4^x\right)^2-\frac{13}{4}\cdot 4^x+21=0$

តាង $t=4^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $\frac{1}{8}t^2-\frac{13}{4}t+21=0$

$$t^2-26t+168=0$$

$$\Delta'=\left(-13\right)^2-\left(1\right)\left(168\right)$$

$$\Delta'=169-168=1$$

$$\sqrt{\Delta'}=1$$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-\left(-13\right)-1}{1}=12$

$$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-\left(-13\right)+1}{1}=14$$

– ចំពោះ $t=12$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=12 \\ t=4^x \end{array}\right| \Rightarrow 4^x=12$

$$\log_4 4^x=\log_4 12$$

នាំឲ្យ $x=\log_4 12$

– ចំពោះ $t=14$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=14 \\ t=4^x \end{array}\right| \Rightarrow 4^x=14$

$$\log_4 4^x=\log_4 14$$

នាំឲ្យ $x=\log_4 14$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\log_4 12\ ,\ x=\log_4 14}$

56) $3^{2+x}+3^{2-x}=30$

គេបាន $9\cdot 3^x+\frac{9}{3^x}=30$

$$9\cdot 3^{2x}-30\cdot 3^x+9=0$$

តាង $t=3^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $9t^2-30t+9=0$

$$3t^2-10t+3=0$$

$$\Delta'=(-5)^2-(3)(3)=25-9=16$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{16}=4$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-5)-4}{3}=\dfrac{1}{3}$

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-5)+4}{3}=\dfrac{9}{3}=3$

– ចំពោះ $t=\dfrac{1}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{3}=3^{-1} \\ t=3^x \end{array}\right| \Rightarrow 3^x=3^{-1}$

នាំឲ្យ $x=-1$

– ចំពោះ $t=\dfrac{1}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=3 \\ t=3^x \end{array}\right| \Rightarrow 3^x=3$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\ ,\ x=1}$

57) $5^{x-1}+5^{3-x}=26$

គេបាន $\dfrac{5^x}{5}+\dfrac{125}{5^x}=26$

$$\frac{5^{2x}}{5}-26\cdot 5^x+125=0$$

តាង $t=5^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $\dfrac{1}{5}t^2-26t+125=0$

$$\Delta'=(-13)^2-\left(\frac{1}{5}\right)(125)$$

$$\Delta' = 169 - 25 = 144 = 12^2$$

$$\sqrt{\Delta'} = 12$$

នាំឲ្យ $t_1 = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{-(-13) - 12}{\dfrac{1}{5}} = 1 \times \dfrac{5}{1} = 5$

$$t_2 = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{-(-13) + 12}{\dfrac{1}{5}} = 25 \times \dfrac{5}{1} = 125$$

– ចំពោះ $t = 5$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t = 5 \\ t = 5^x \end{array}\right| \Rightarrow 5^x = 5$

នាំឲ្យ $x = 1$

– ចំពោះ $t = 125$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t = 125 = 5^3 \\ t = 5^x \end{array}\right| \Rightarrow 5^x = 5^3$

នាំឲ្យ $x = 3$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x = 1\,,\, x = 3}$

58) $2^{x^2 - x} - 2^{2 + x - x^2} = 3$

គេបាន $2^{x^2 - x} - \dfrac{4}{2^{x^2 - x}} = 3$

$$\left(2^{x^2 - x}\right)^2 - 3 \cdot 2^{x^2 - x} - 4 = 0$$

តាង $t = 2^{x^2 - x}$ ដែល $t > 0$

យើងបាន $t^2 - 3t - 4 = 0$

$$t^2 + t - 4t - 4 = 0$$

$$t(t + 1) - 4(t + 1) = 0$$

$$(t + 1)(t - 4) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t + 1 = 0 \\ t - 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 < 0 \ \text{(មិនយក)} \\ t = 4 \end{array}\right.$

ចំពោះ $t=4$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=4 \\ t=2^{x^2-x} \end{array}\right| \Rightarrow 2^{x^2-x}=4$

$$2^{x^2-x}=2^2$$

$$x^2-x=2$$

$$x^2-x-2=0$$

$$x^2+x-2x-2=0$$

$$x(x+1)-2(x+1)=0$$

$$(x+1)(x-2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\ ,\ x=2}$

59) $5\cdot 2^{3|x-1|}-3\cdot 2^{5-3x}+7=0$

ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់នេះ យើងសិក្សាពីរករណី

– ករណី $x-1\geq 0$ នាំឲ្យ $x\geq 1$

យើងបាន សមីការក្លាយទៅជា $5\cdot 2^{3(x-1)}-3\cdot 2^{5-3x}+7=0$

$$5\cdot 2^{3(x-1)}-3\cdot 2^{2+3-3x}+7=0$$

$$5\cdot 2^{3(x-1)}-12\cdot 2^{3-3x}+7=0$$

$$5\cdot 2^{3(x-1)}-12\cdot 2^{-3(x-1)}+7=0$$

$$5\cdot\left[2^{3(x-1)}\right]^2+7\cdot 2^{3(x-1)}-12=0$$

តាង $t=2^{3(x-1)}$ ដែល $t>0$

យើងបាន $5t^2+7t-12=0$

$$5t^2-5t+12t-12=0$$

$$5t(t-1)+12(t-1)=0$$

$$(t-1)(5t+12)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ 5t+12=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\frac{12}{5}<0 \end{array}\right.$ (មិនយក)

ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=1 \\ t=2^{3(x-1)} \end{array}\right| \Rightarrow 2^{3(x-1)}=1$

$$2^{3(x-1)}=2^{0}$$

$$3(x-1)=0$$

$$x-1=0$$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូចនេះ $x=1$ជាឫសនៃសមីការ ។

– ករណី $x-1<0 \Rightarrow x<1$

សមីការក្លាយទៅជា $5\cdot 2^{-3(x-1)}-3\cdot 2^{5-3x}+7=0$

$$5\cdot 2^{3(1-x)}-3\cdot 2^{5-3x}+7=0$$

$$5\cdot 2^{3(1-x)}-12\cdot 2^{3(1-x)}+7=0$$

$$-7\cdot 2^{3(1-x)}+7=0$$

$$-7\left(2^{3(1-x)}-1\right)=0$$

$$2^{3(1-x)}-1=0$$

$$2^{3(1-x)}=1$$

$$2^{3(1-x)}=2^{0}$$

$$3(1-x)=0$$

$$x-1=0$$

នាំឲ្យ $x=1$ (មិនយក)

ដូច្នេះ សមីការគ្មានឫស ។

60) $5^{x-1}+5(0.2)^{x-2}=7$

គេបាន $5^{x-1}+5\left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}=7$

$$\frac{5^x}{5}+5(5)^{2-x}=7$$

$$\frac{5^x}{5}+125\cdot 5^{-x}=7$$

$$\frac{\left(5^x\right)^2}{5}-7\cdot 5^x+125=0$$

តាង $t=5^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $\frac{1}{5}t^2-7t+125=0$

$$\Delta=(-7)^2-4\left(\frac{1}{5}\right)(125)=49-100<0$$

ដូចនេះ សមីការគ្មានឫស ។

61) $4^x-4^{\sqrt{x}+1}=3\cdot 2^{x+\sqrt{x}}$ សមីការមានន័យកាលណា $x\geq 0$

គេបាន $\left(2^x\right)^2-4\cdot\left(2^{\sqrt{x}}\right)^2-3\cdot 2^x\cdot 2^{\sqrt{x}}=0$ (ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $\left(2^{\sqrt{x}}\right)^2$)

យើងបាន $\left(\frac{2^x}{2^{\sqrt{x}}}\right)^2-4-3\cdot\frac{2^x}{2^{\sqrt{x}}}=0$

$$\left(\frac{2^x}{2^{\sqrt{x}}}\right)^2-3\cdot\frac{2^x}{2^{\sqrt{x}}}-4=0$$

តាង $t=\frac{2^x}{2^{\sqrt{x}}}$ ដែល $t>0$

យើងបាន $t^2-3t-4=0$

$$t^2+t-4t-4=0$$

$$t(t+1)-4(t+1)=0$$

$$(t+1)(t-4)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}t+1=0\\t-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1<0\quad(\text{មិនយក})\\t=4\end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=4$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t = 4 = 2^2 \\ t = \dfrac{2^x}{2^{\sqrt{x}}} \end{array}\right| \Rightarrow \dfrac{2^x}{2^{\sqrt{x}}} = 2^2$

$$2^{x-\sqrt{x}} = 2^2$$

$$x - \sqrt{x} = 2$$

$$x - \sqrt{x} - 2 = 0$$

តាង $u = \sqrt{x}$ នាំឲ្យ $u^2 = x$ ដែល $u \geq 0$

សមីការទៅជា $u^2 - u - 2 = 0$

$$u^2 + u - 2u - 2 = 0$$

$$u(u+1) - 2(u+1) = 0$$

$$(u+1)(u-2) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} u+1=0 \\ u-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=-1<0 \ (\text{មិនយក}) \\ u=2 \end{array}\right.$

ចំពោះ $u = 2$ នាំឲ្យ $x = u^2 = 2^2 = 4$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=4}$

62) $5^{\sqrt{x}} - 5^{1-\sqrt{x}} + 4 = 0$ លក្ខខណ្ឌ $(x \geq 0)$

គេបាន $5^{\sqrt{x}} - 5 \cdot 5^{-\sqrt{x}} + 4 = 0$

$$\left(5^{\sqrt{x}}\right)^2 + 4 \cdot 5^{\sqrt{x}} - 5 = 0$$

តាង $t = 5^{\sqrt{x}}$ ដែល $t \geq 1$

យើងបាន $t^2 + 4t - 5 = 0$

$$t^2 - t + 5t - 5 = 0$$

$$t(t-1) + 5(t-1) = 0$$

$$(t-1)(t+5) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ t+5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-5<0 \ (\text{មិនយក}) \end{array}\right.$

ចំពោះ $t = 1$

គេបាន $\begin{array}{l} t=1=5^0 \\ t=5^{\sqrt{x}} \end{array} \Big| \Rightarrow 5^{\sqrt{x}}=5^0$

$$\sqrt{x}=0$$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0}$

63) $9^{-x^2+2x+1}-34\cdot 15^{2x-x^2}+25^{2x-x^2+1}=0$

គេបាន $9.9^{2x-x^2}-34\cdot 15^{2x-x^2}+25\cdot 25^{2x-x^2}=0$

$$9-34\left(\frac{15}{9}\right)^{2x-x^2}+25\left(\frac{25}{9}\right)^{2x-x^2}=0$$ (ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 9^{2x-x^2})

$$25\left(\frac{25}{9}\right)^{2x-x^2}-34\left(\frac{15}{9}\right)^{2x-x^2}+9=0$$

$$25\left(\frac{5}{3}\right)^{2\left(2x-x^2\right)}-34\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-x^2}+9=0$$

តាង $t=\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-x^2}$ ដែល $t>0$

គេបាន $25t^2-34t+9=0$

$$\Delta'=\left(-17\right)^2-25\times 9=289-225=64$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-\left(-17\right)-8}{25}=\dfrac{9}{25}$

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-\left(-17\right)+8}{25}=\dfrac{25}{25}=1$

– ចំពោះ $t_1=\dfrac{9}{25}$

គេបាន $\begin{array}{l} t_1=\dfrac{9}{25} \\ t=\left(\dfrac{5}{3}\right)^x \end{array} \Bigg| \Rightarrow \left(\dfrac{5}{3}\right)^x=\dfrac{9}{25}$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^x=\left(\frac{25}{9}\right)^{-1}$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^x=\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$$

នាំឲ្យ $x=-2$

– ចំពោះ $t_2=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t_2=1 \\ t=\left(\frac{5}{3}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^x=1$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^x=\left(\frac{5}{3}\right)^{0}$$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0\ ,\ x=-2}$

64) $6\cdot 9^{\frac{1}{x}}-13\cdot 6^{\frac{1}{x}}+6\cdot 4^{\frac{1}{x}}=0$ (ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $4^{\frac{1}{x}}$)

គេបាន $6\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{x}}-13\left(\frac{6}{4}\right)^{\frac{1}{x}}+6=0$

$$6\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{x}}-13\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}}+6=0$$

តាង $t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ ដែល $t>0$

យើងបាន $6t^2-13t+6=0$

$$\Delta=(-13)^2-4(6)(6)=169-144=25$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{25}=5$$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-13)-5}{2\cdot 6}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

$$t_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-13)+5}{2\cdot 6}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$$

– ចំពោះ $t=\frac{2}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{2}{3}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \\ t=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}} \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

$$\frac{1}{x}=-1$$

នាំឲ្យ $x=-1$

– ចំពោះ $t=\frac{3}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{3}{2} \\ t=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}} \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{x}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{1}$

$$\frac{1}{x}=1$$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\,,\,x=1}$

65) $3\cdot 8^x+4\cdot 12^x-18^x-2\cdot 27^x=0$ (ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 27^x)

យើងបាន $3\left(\frac{8^x}{27^x}\right)+4\left(\frac{12^x}{27^x}\right)-\left(\frac{18^x}{27^x}\right)-2\left(\frac{27^x}{27^x}\right)=0$

$$3\left(\frac{8}{27}\right)^x+4\left(\frac{12}{27}\right)^x-\left(\frac{18}{27}\right)^x-2=0$$

$$3\left(\frac{2}{3}\right)^{3x}+4\left(\frac{4}{9}\right)^x-\left(\frac{2}{3}\right)^x-2=0$$

$$3\left(\frac{2}{3}\right)^{3x}+4\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}-\left(\frac{2}{3}\right)^x-2=0$$

តាង $t=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $3t^3+4t^2-t-2=0$

$$3t^3+3t^2+t^2+t-2t-2=0$$
$$3t^2(t+1)+t(t+1)-2(t+1)=0$$
$$(t+1)(3t^2+t-2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t+1=0 \\ 3t^2+t-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1<0 \ (\text{មិនយក}) \\ 3t^2+t-2=0 \end{array}\right.$

ចំពោះសមីការ $3t^2+t-2=0$

$$3t^2+3t-2t-2=0$$
$$3t(t+1)-2(t+1)=0$$
$$(t+1)(3t-2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t+1=0 \\ 3t-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1<0 \ (\text{មិនយក}) \\ t=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$

ចំពោះ $t=\dfrac{2}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{2}{3} \\ t=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{2}{3}\right)^x=\dfrac{2}{3}$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=1}$

66) $2\cdot 2^{2x}-9\cdot 14^x+7\cdot 7^{2x}=0$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 2^{2x}

យើងបាន $2\left(\dfrac{2^{2x}}{2^{2x}}\right)-9\left(\dfrac{14^x}{2^{2x}}\right)+7\left(\dfrac{7^{2x}}{2^{2x}}\right)=0$

$$2-9\left(\frac{7^x}{2^x}\right)+7\left(\frac{7^{2x}}{2^{2x}}\right)=0$$
$$2-9\left(\frac{7}{2}\right)^x+7\left(\frac{7}{2}\right)^{2x}=0$$
$$7\left(\frac{7}{2}\right)^{2x}-9\left(\frac{7}{2}\right)^x+2=0$$

តាង $t=\left(\frac{7}{2}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $7t^2-9t+2=0$

ដោយ $a+b+c=7-9+2=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{c}{a}=\frac{2}{7} \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=1 \\ t=\left(\frac{7}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{7}{2}\right)^x=1=\left(\frac{7}{2}\right)^0$

នាំឲ្យ $x=0$

– ចំពោះ $t=\frac{2}{7}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{2}{7} \\ t=\left(\frac{7}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{7}{2}\right)^x=\frac{2}{7}=\left(\frac{7}{2}\right)^{-1}$

នាំឲ្យ $x=-1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\,,\,x=0}$

67) $6\cdot 9^x-13\cdot 6^x+6\cdot 4^x=0$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 4^x

យើងបាន $6\left(\frac{9^x}{4^x}\right)-13\left(\frac{6^x}{4^x}\right)+6\left(\frac{4^x}{4^x}\right)=0$

$$6\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-13\left(\frac{3}{2}\right)^x+6=0$$

តាង $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $6t^2-13t+6=0$

$$\Delta=(-13)^2-4\cdot 6\cdot 6=169-144=25$$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{25}=5$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-13)-5}{2\cdot 6}=\dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3}$

$t_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-13)+5}{2\cdot 6}=\dfrac{18}{12}=\dfrac{3}{2}$

– ចំពោះ $t=\dfrac{2}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{2}{3} \\ t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^x=\dfrac{2}{3}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1}$

នាំឲ្យ $x=-1$

– ចំពោះ $t=\dfrac{3}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{3}{2} \\ t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^x=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{1}$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\,,\,x=1}$

68) $27^x+12^x=2\cdot 8^x$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 8^x

គេបាន $\dfrac{27^x}{8^x}+\dfrac{12^x}{8^x}=2\left(\dfrac{8^x}{8^x}\right)$

$\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3x}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}=2$

តាង $t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $t^3+t^2=2$

$t^3+t^2-2=0$

$(t-1)\left(t^2+2t+2\right)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ t^2+2t+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t^2+2t+2=0 \end{array}\right.$

– ចំពោះសមីការ $t^2+2t+2=0$

មាន $\Delta = 2^2-4\cdot1\cdot2 = 4-8 = -4 < 0$

គេបាន សមីការ $t^2+2t+2=0$ គ្មានឫស ។

– ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=1 \\ t=\left(\frac{3}{2}\right)^2 \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 = \left(\frac{3}{2}\right)^0$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0}$

69) $4\cdot3^x - 9\cdot2^x = 5\cdot6^{\frac{x}{2}}$ (ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 2^x)

គេបាន $4\left(\frac{3^x}{2^x}\right) - 9\left(\frac{2^x}{2^x}\right) = 5\left(\frac{6^{\frac{x}{2}}}{2^x}\right)$

$$4\left(\frac{3^{2\frac{x}{2}}}{2^{2\frac{x}{2}}}\right) - 5\left(\frac{6^{\frac{x}{2}}}{4^{\frac{x}{2}}}\right) - 9 = 0$$

$$4\left(\frac{3}{2}\right)^{2\frac{x}{2}} - 5\left(\frac{3^{\frac{x}{2}}}{2^{\frac{x}{2}}}\right) - 9 = 0$$

$$4\left(\frac{3}{2}\right)^{2\frac{x}{2}} - 5\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} - 9 = 0$$

តាង $t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}}$ ដែល $t>0$

យើងបាន $4t^2-5t-9=0$ ដោយ $a-b+c = 4-(-5)-9 = 0$

គេបាន $\left[\begin{array}{l} t=-1<0 \ (\text{មិនយក}) \\ t=-\frac{c}{a} = -\frac{-9}{4} = \frac{9}{4} \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=\frac{9}{4}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{9}{4}=\left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}} \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{x}{2}}=\frac{9}{4}=\left(\frac{3}{2}\right)^2$

សមមូល $\frac{x}{2}=2$

នាំឲ្យ $x=4$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=4}$

70) $15\cdot 25^{x^2}-34\cdot 15^{x^2}+15\cdot 9^{x^2}=0$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 9^{x^2}

យើងបាន $15\left(\frac{25^{x^2}}{9^{x^2}}\right)-34\left(\frac{15^{x^2}}{9^{x^2}}\right)+15\left(\frac{9^{x^2}}{9^{x^2}}\right)=0$

$$15\left[\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2}\right]^2-34\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2}+15=0$$

តាង $t=\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2}$ ដែល $t>0$

យើងបាន $15t^2-34t+15=0$

$\Delta'=(-17)^2-(15)(15)=289-225=64$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{64}=8$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-17)-8}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-17)+8}{15}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3}$

– ចំពោះ $t=\frac{3}{5}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{3}{5} \\ t=\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2} \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{x^2}=\frac{3}{5}=\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}$

នាំឲ្យ $x^2=-1$ (សមីការគ្មានឬស)

– ចំពោះ $t=\frac{5}{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{5}{3} \\ t=\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2} \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{x^2}=\left(\frac{5}{3}\right)^{1}$

នាំឲ្យ $x^2=1$

$x=\pm 1$

ដូច្នេះ សមីការមានឬស $\boxed{x=\pm 1}$ ។

71) $25^x-12\cdot 2^x-(6.25)(0.16)^x=0$

$25^x-12\cdot 2^x-\left(\frac{25}{4}\right)\left(\frac{4}{25}\right)^x=0$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 2^x

យើងបាន $\frac{25^x}{2^x}-12\cdot\frac{2^x}{2^x}-\frac{1}{2^x}\cdot\left(\frac{25}{4}\right)\left(\frac{4}{25}\right)^x=0$

$\left(\frac{25}{2}\right)^x-12-\left(\frac{25}{4}\right)\left(\frac{2}{25}\right)^x=0$

$\left(\frac{25}{2}\right)^x-12-\left(\frac{25}{4}\right)\left(\frac{25}{2}\right)^{-x}=0$ គុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $\left(\frac{25}{2}\right)^x$

យើងបាន $\left(\frac{25}{2}\right)^{2x}-12\left(\frac{25}{2}\right)^x-\frac{25}{4}=0$

តាង $t=\left(\frac{25}{2}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $t^2-12t-\frac{25}{4}=0$

$4t^2-48t-25=0$

$\Delta'=(-24)^2-(4)(-25)=676$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{676}=26$

នាំឲ្យ $t_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-24)-26}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}<0$ (មិនយក)

$$t_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-24)+26}{4}=\frac{50}{4}=\frac{25}{2}$$

– ចំពោះ $t=\frac{25}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\frac{25}{2} \\ t=\left(\frac{25}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{25}{2}\right)^x=\frac{25}{2}$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=1}$

72) $125^x+50^x=2^{3x+1}$

គេបាន $125^x+50^x=2\cdot 8^x$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 8^x

$$\frac{125^x}{8^x}+\frac{50^x}{8^x}=2\cdot\frac{8^x}{8^x}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{3x}+\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-2=0$$

តាង $t=\left(\frac{5}{2}\right)^x$ ដែល $t>0$

យើងបាន $t^3+t^2-2=0$

$$t^3-t^2+2t^2-2t+2t-2=0$$

$$t^2(t-1)+2t(t-1)+2(t-1)=0$$

$$(t-1)(t^2+2t+2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ t^2+2t+2=0 \end{array}\right.\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t^2+2t+2=0 \end{array}\right.$

ចំពោះ $t^2+2t+2=0$

មាន $\Delta'=1^2-1\cdot 2=1-2=-1<0$

គេបាន សមីការ $t^2+2t+2=0$ គ្មានឫស ។

– ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=1 \\ t=\left(\frac{5}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = 1 = \left(\frac{5}{2}\right)^0$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0}$

73) $8^x + 18^x = 2\cdot 27^x$ ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង 8^x

យើងបាន $1+\left(\frac{9}{4}\right)^x = 2\left(\frac{27}{8}\right)^x$

$$2\left(\frac{3}{2}\right)^{3x} - \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 1 = 0$$

តាង $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$ ដែល $t>0$

គេបាន $2t^3 - t^2 - 1 = 0$

$$2t^3 - 2t^2 + t^2 - t + t - 1 = 0$$

$$2t^2(t-1) + t(t-1) + (t-1) = 0$$

$$(t-1)(2t^2+t+1) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t+1=0 \\ 2t^2+t+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ 2t^2+t+1=0 \end{array}\right.$

ចំពោះ សមីការ $2t^2+t+1=0$

មាន $\Delta = 1^2 - 4\cdot 2\cdot 1 = 1-8 = -7 < 0$

គេបាន សមីការ $2t^2+t+1=0$ គ្មានឫស

- ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=1 \\ t=\left(\frac{3}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 = \left(\frac{3}{2}\right)^0$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0}$

74) $\left(2-\sqrt{3}\right)^x + \left(2+\sqrt{3}\right)^x = 4$

យើងមាន $\left(2-\sqrt{3}\right)^x\left(2+\sqrt{3}\right)^x=1$

នាំឲ្យ $\left(2-\sqrt{3}\right)^x=\dfrac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^x}$

យើងបាន $\dfrac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^x}+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=4$

តាង $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x$ ដែល $t>0$

គេបាន $\dfrac{1}{t}+t=4$

$t^2-4t+1=0$

$\Delta'=\left(-2\right)^2-\left(1\right)\left(1\right)=3$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{3}$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-\left(-2\right)-\sqrt{3}}{1}=2-\sqrt{3}$

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-\left(-2\right)+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}$

– ចំពោះ $t=2-\sqrt{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=2-\sqrt{3} \\ t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^x=2-\sqrt{3}$

$\left(2+\sqrt{3}\right)^x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$

$\left(2+\sqrt{3}\right)^x=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-1}$

នាំឲ្យ $x=-1$

– ចំពោះ $t=2+\sqrt{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=2+\sqrt{3} \\ t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^x=\left(2+\sqrt{3}\right)^1$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូច្នេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1\ ,\ x=1}$

75) $\left(\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}}\right)^x-\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x=4\sqrt{6}$

យើងមាន $\left(\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}}\right)^x\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x=\left(\sqrt[3]{5^2-\left(2\sqrt{6}\right)^2}\right)=\left(\sqrt[3]{25-24}\right)^x=1$

នាំឲ្យ $\left(\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}}\right)^x=\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x}$

គេបាន $\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x}-\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x=4\sqrt{6}$

តាង $u=\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x$ ដែល $u>0$

គេបាន $\dfrac{1}{u}-u=4\sqrt{6}$

$1-u^2=4\sqrt{6}u$

$u^2+4\sqrt{6}u-1=0$

មាន $\Delta'=\left(2\sqrt{6}\right)^2-1\cdot(-1)=24+1=25$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{25}=5$

នាំឲ្យ $u_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-2\sqrt{6}-5}{1}=-2\sqrt{6}-5<0$ (មិនយក)

$u_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-2\sqrt{6}+5}{1}=5-2\sqrt{6}$

– ចំពោះ $u=5-2\sqrt{6}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=5-2\sqrt{6} \\ u=\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x=5-2\sqrt{6}$

$\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^x=\left(\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}\right)^3$

នាំឲ្យ $x=3$

ដូចនេះ $x=3$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

76) $\left(3-\sqrt{5}\right)^x+\left(3+\sqrt{5}\right)^x=3\cdot 2^x$

គេបាន $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x+\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=3$

គេមាន $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=\left(\dfrac{9-5}{4}\right)^x=1$

នាំឲ្យ $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=\dfrac{1}{\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x}$

គេបានសមីការ $\dfrac{1}{\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x}+\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=3$

តាង $u=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x$ ដែល $u>0$

គេបាន $\dfrac{1}{u}+u=3$

$1+u^2=3u$

$u^2-3u+1=0$

$\Delta=(-3)^2-4\cdot1\cdot1=9-4=5$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$

នាំឲ្យ $u_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-3)-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

$u_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-3)+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

– ចំពោះ $u=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \\ u=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

$$\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=\frac{1}{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}$$

$$\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1}$$

នាំឲ្យ $x=-1$

– ចំពោះ $u=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ u=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^1$

នាំឲ្យ $x=1$

ដូចនេះ $x=-1$, $x=1$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

77) $3^x+4^x=5^x$

បើ $x=2$ គេបាន $3^2+4^2=5^2$

$$9+16=25$$

$$25=15 \text{ ពិត}$$

នាំឲ្យ $x=2$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

បើ $x\neq 2$ គេបានសមីការ $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x=1$

– ករណី $x>2$ យើងបាន $\left(\frac{3}{5}\right)^x<\left(\frac{3}{5}\right)^2$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^x<\left(\frac{4}{5}\right)^2$$

បូកអង្គនិងអង្គ $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x<\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2$

សមមូល $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x<1$

នាំឲ្យ $x>2$ មិនមែនជាឫសរបស់សមីការ ។

– ករណី $x<2$ យើងបាន $\left(\frac{3}{5}\right)^x > \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^x > \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

បូកអង្គនិងអង្គ $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x > \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2$

សមមូល $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x > 1$

នាំឲ្យ $x<2$ មិនមែនជាឫសរបស់សមីការ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=2$ ។

78) $3^x + 4^x + 5^x = 6^x$

បើ $x=3$ គេបាន $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$

$$9+16+25=216$$

$$216=216 \text{ ពិត}$$

នាំឲ្យ $x=3$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

បើ $x\neq 3$ គេបានសមីការ $\left(\frac{3}{6}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x + \left(\frac{5}{6}\right)^x = 1$

– ករណី $x>3$ យើងបាន $\left(\frac{3}{6}\right)^x < \left(\frac{3}{6}\right)^3$

$$\left(\frac{4}{6}\right)^x < \left(\frac{4}{6}\right)^3$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^x < \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

បូកអង្គនិងអង្គ $\left(\frac{3}{6}\right)^x + \left(\frac{4}{6}\right)^x + \left(\frac{5}{6}\right)^x < \left(\frac{3}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3$

សមមូល $\left(\frac{3}{6}\right)^x + \left(\frac{4}{6}\right)^x + \left(\frac{5}{6}\right)^x < 1$

នាំឲ្យ $x>3$ មិនមែនជាឫសរបស់សមីការ ។

– ករណី $x<3$ យើងបាន $\left(\frac{3}{6}\right)^x > \left(\frac{3}{6}\right)^3$

$$\left(\frac{4}{6}\right)^x > \left(\frac{4}{6}\right)^3$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^x > \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

បូកអង្គនិងអង្គ $\left(\frac{3}{6}\right)^x + \left(\frac{4}{6}\right)^x + \left(\frac{5}{6}\right)^x > \left(\frac{3}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3$

សមមូល $\left(\frac{3}{6}\right)^x + \left(\frac{4}{6}\right)^x + \left(\frac{5}{6}\right)^x > 1$

នាំឲ្យ $x<3$ មិនមែនជាឫសរបស់សមីការ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=3$ ។

79) $1+3^{\frac{x}{2}} = 2^x$ សមមូល $1+\left(\sqrt{3}\right)^x = 2^x$

បើ $x=2$ គេបាន $1+\left(\sqrt{3}\right)^2 = 2^2$

$$1+3=4$$

$$4=4 \text{ ពិត}$$

នាំឲ្យ $x=2$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

បើ $x \neq 2$ គេបានសមីការ $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x = 1$

– ករណី $x>2$ យើងបាន $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

បូកអង្គនិងអង្គ $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}+\frac{3}{4} = 1$

សមមូល $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x < 1$

នាំឲ្យ $x>2$ មិនមែនជាឫសរបស់សមីការ ។

– ករណី $x<2$ យើងបាន $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

បូកអង្គនិងអង្គ $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$

សមមូល $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x > 1$

នាំឲ្យ $x<2$ មិនមែនជាឫសរបស់សមីការ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=2$ ។

80) $3^{x^2-3x}+\frac{1}{3}=3^{x^2-4x+2}+3^{x-3}$

គេបាន $3^{x^2-3x}-3^{x^2-4x+2}-3^{x-3}+\frac{1}{3}=0$

$$3^{x^2-4x}\cdot 3^x-3^{x^2-4x}\cdot 3^2-3^x\cdot 3^{-3}+\frac{1}{3}=0$$

$$3^{x^2-4x}\left(3^x-3^2\right)-3^x\cdot\frac{1}{27}+\frac{9}{27}=0$$

$$3^{x^2-4x}\left(3^x-9\right)-\frac{1}{27}\left(3^x-9\right)=0$$

$$\left(3^x-9\right)\left(3^{x^2-4x}-\frac{1}{27}\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}3^x-9=0\\ 3^{x^2-4x}-\frac{1}{27}=0\end{array}\right.$

– ចំពោះ $3^x-9=0$ គេបាន $3^x=9$

$$3^x=3^2$$

នាំឲ្យ $x=2$

– ចំពោះ $3^{x^2-4x}-\frac{1}{27}=0$ គេបាន $3^{x^2-4x}=\frac{1}{27}$

$$3^{x^2-4x}=\frac{1}{3^3}$$

$$3^{x^2-4x}=3^{-3}$$

នាំឲ្យ $x^2-4x=-3$

$$x^2-4x+3=0$$

$$x^2-x-3x+3=0$$

$$x(x-1)-3(x-1)=0$$

$$(x-1)(x-3)=0$$

គេបាន $\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

ដូចនេះ $x\in\{1,2,3\}$ ជាឬសរបស់សមីការ ។

II. ដោះស្រាយវិសមីការ

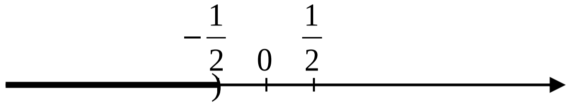
1) $2^{1-2x} > 1$

គេបាន $2^{1-2x} > 2^0$

សមមូល $1-2x > 0$

$2x < 1$

នាំឲ្យ $x < \frac{1}{2}$



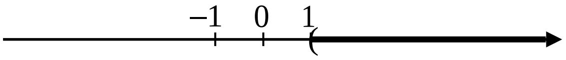
ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ ។

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} < 1$

គេបាន $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} < \left(\frac{3}{2}\right)^0$

សមមូល $x-1 > 0$

នាំឲ្យ $x > 1$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (1, +\infty)$ ។

3) $16^x \le 0.125$

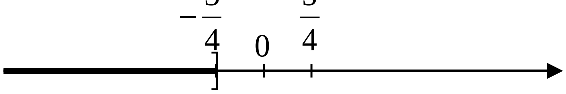
គេបាន $16^x \le \frac{1}{8}$

សមមូល $2^{4x} \le \frac{1}{2^3}$

$2^{4x} \le 2^{-3}$

$4x \le -3$

នាំឲ្យ $x \le -\frac{3}{4}$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{4}\right]$ ។

4) $5^{x+1} + 5^x > 750$

គេបាន $5^x(5+1) > 750$

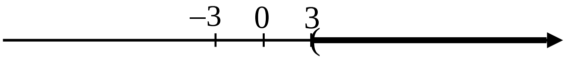
$6 \cdot 5^x > 750$

$5^x > \frac{750}{6}$

$5^x > 125$

$$5^x > 5^3$$

នាំឲ្យ $x > 3$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (3, +\infty)$ ។

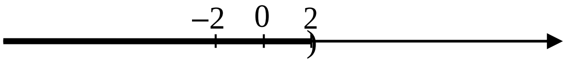
5) $3^{x-2} > 4^{x-2}$

គេបាន $3^x \cdot 3^{-2} > 4^x \cdot 4^{-2}$

$$\frac{3^x}{3^2} > \frac{4^x}{4^2}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x > \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

នាំឲ្យ $x < 2$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (-\infty, 2)$ ។

6) $6^{x^2-7x+12} > 1$

គេបាន $6^{x^2-7x+12} > 6^0$

$x^2 - 7x + 12 > 0$ (ព្រោះ គោល $a = 6 > 1$)

តាង $f(x) = x^2 - 7x + 12$

បើ $f(x) = 0$ សមមូល $x^2 - 7x + 12 = 0$

គេបាន $x^2 - 3x - 4x + 12 = 0$

$$x(x-3) - 4(x-3) = 0$$

$$(x-3)(x-4) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-3=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=4 \end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា $f(x)$

x	$-\infty$	3		4		$+\infty$
$x-3$	$-$	0	$+$		$+$	
$x-4$	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x) > 0$	$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាង $f(x) > 0$ កាលណាគ្រប់ $x \in (-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយគ្រប់ $x \in (-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$ ។

7) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-5x+8} < \frac{1}{9}$

គេបាន $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-5x+8} < \left(\frac{1}{3}\right)^2$

នាំឲ្យ $x^2-5x+8>2$ (ព្រោះ គោល $0<a=\frac{1}{3}<1$)

$x^2-5x+6>0$

តាង $f(x)=x^2-5x+6$

$=x^2-2x-3x+6$

$=x(x-2)-3(x-2)$

$=(x-2)(x-3)$

បើ $f(x)=0$ គេបាន $(x-2)(x-3)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x-2=0\\x-3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា $f(x)$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x-2$	$-$	0 $+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$ 0	$+$
$f(x)>0$	$+$	0 $-$	0	$+$

តាមតារាង $f(x)>0$ កាលណាគ្រប់ $x\in(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយគ្រប់ $x\in(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$ ។

8) $(0.3)^{2x^2-3x+6}<0.00243$

គេបាន $(0.3)^{2x^2-3x+6}<(0.3)^5$

នាំឲ្យ $2x^2-3x+6>5$ (ព្រោះ គោល $0<a=0.3<1$)

$2x^2-3x+1>0$

តាង $f(x)=2x^2-3x+1$

$=2x^2-2x-x+1$

$=2x(x-1)-(x-1)$

$=(2x-1)(x-1)$

បើ $f(x)=0$ គេបាន $(2x-1)(x-1)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}2x-1=0\\ x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\ x=1\end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា $f\left(x\right)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x-1$	$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$	
$f\left(x\right)>0$	$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាង $f\left(x\right)>0$ កាលណាគ្រប់ $x\in\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(1,+\infty\right)$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយគ្រប់ $x\in\left(-\infty,2\right)\cup\left(3,+\infty\right)$។

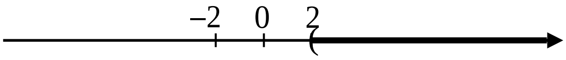
9) $8^{\sqrt{8x}}>4096$

គេបាន $8^{\sqrt{8x}}>8^4$

$\sqrt{8x}>4$

$8x>16$

នាំឲ្យ $x>\dfrac{16}{8}=2$



ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយគ្រប់ $x\in\left(2,+\infty\right)$ ។

10) $5\cdot4^x-2\cdot5^{2x}+3\cdot10^x>0$

គេបាន $5\cdot4^x-2\cdot25^x+3\cdot10^x>0$

$5-2\left(\dfrac{25}{4}\right)^x+3\left(\dfrac{5}{2}\right)^x>0$

$5\cdot4^x-2\cdot25^x+3\cdot10^x>0$

$5-2\left(\dfrac{25}{4}\right)^x+3\left(\dfrac{5}{2}\right)^x>0$

$5-2\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2x}+3\left(\dfrac{5}{4}\right)^x>0$

តាង $y=\left(\dfrac{5}{2}\right)^x$ ដែល $y>0$

គេបាន $5-2y^2+3y>0$

$$-2y^2+3y+5>0$$
$$-2y^2-2y+5y+5>0$$
$$-2y(y+1)+5(y+1)>0$$
$$(y+1)(-2y+5)>0$$

ដោយ $y+1>0$ ជានិច្ច ចំពោះគ្រប់ $y>0$

ដើម្បីឲ្យ $(y+1)(-2y+5)>0$ កាលណា $-2y+5>0$

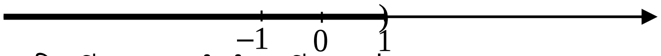
គេបាន $-2y>-5$

នាំឲ្យ $y<\frac{5}{2}$

– ចំពោះ $y<\frac{5}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} y<\frac{5}{2} \\ y=\left(\frac{5}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x<\left(\frac{5}{2}\right)^1$

នាំឲ្យ $x<1$



ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x\in(-\infty,1)$ ។

11) $9\cdot 4^{-\frac{1}{x}}+5\cdot 6^{-\frac{1}{x}}<4\cdot 9^{-\frac{1}{x}}$ លក្ខខណ្ឌ $x\neq 0$

គេបាន $9+5\cdot\left(\frac{6}{4}\right)^{-\frac{1}{x}}<4\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{x}}$

$$9+5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{x}}<4\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{2}{x}}$$

តាង $y=\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{x}}$ ដែល $y>0$

គេបាន $9+5y<4y^2$

$$4y^2-5y-9>0$$
$$4y^2+4y-9y-9>0$$
$$4y(y+1)-9(y+1)>0$$
$$(y+1)(4y-9)>0$$

បើ $(y+1)(4y-9)=0$

ដោយ $y+1>0$ ជានិច្ច ចំពោះគ្រប់ $y>0$

ដើម្បីឲ្យ $(y+1)(4y-9)>0$ កាលណា $4y-9>0$

គេបាន $4y>9$

នាំឲ្យ $y>\frac{9}{4}$

– ចំពោះ $y>\frac{9}{4}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} y>\frac{9}{4} \\ y=\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{x}} \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{x}}>\frac{9}{4}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{x}}>\left(\frac{3}{2}\right)^{2}$$

នាំឲ្យ $-\frac{1}{x}>2$

$$2+\frac{1}{x}>0$$

$$\frac{2x+1}{x}>0$$

តារាងសញ្ញា $f(x)=\frac{2x+1}{x}$

x	$-\infty$ $\quad -\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$2x+1$	$-$ $\quad 0$	$+$	$+$
x	$-$	$-$ $\quad 0$	$+$
$f(x)>0$	$+$ $\quad 0$	$-$	$+$

តាមតារាង $f(x)>0$ កាលណាគ្រប់ $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup(0,+\infty)$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup(0,+\infty)$ ។

12) $\sqrt{13^x-5}\le\sqrt{2\left(13^x+12\right)}-\sqrt{13^x+5}$

តាង $y=13^x$

គេបាន $\sqrt{y-5} \le \sqrt{2(y+12)} - \sqrt{y-5}$ ដែល $y \ge 5$

$\sqrt{y-5} + \sqrt{y+5} \le \sqrt{2(y+12)}$

$y-5+y+5+2\sqrt{y^2-25} \le 2(y+12)$

$\sqrt{y^2-25} \le 12$

$y^2-25 \le 144$

$y^2 \le 169$

$y^2-169 \le 0$

$(y-13)(y+13) \le 0$

បើ $(y-13)(y+13)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} y-13=0 \\ y+13=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=13 \\ y=-13 \end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា $f(x)=(y-13)(y+13)$

y	$-\infty$		-13		13		$+\infty$
$y+13$		$-$	0	$+$		$+$	
$y-13$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)\le 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាង $f(x)\le 0$ កាលណាគ្រប់ $-13\le y\le 13$ ឬ $5\le y\le 13$ ព្រោះ $y\ge 5$

- ចំពោះ $y\ge 5$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} y\ge 5 \\ y=13^x \end{array}\right| \Rightarrow 13^x \ge 5$

សមមូល $\log_{13}13^x \ge \log_{13}5$

នាំឲ្យ $x\ge \log_{13}5 \quad (1)$

- ចំពោះ $y\le 13$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} y\le 13 \\ y=13^x \end{array}\right| \Rightarrow 13^x \le 13^1$

នាំឲ្យ $x\le 1 \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\log_{13}5\le x\le 1$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\log_{13}5\le x\le 1$ ។

13) $\frac{2^{x+1}-5\cdot 3^{x}}{2^{x}-3^{x+1}}<1$ លក្ខខណ្ឌ $2^{x}-3^{x+1}\neq 0$

គេបាន $\frac{2\cdot 2^{x}-5\cdot 3^{x}}{2^{x}-3\cdot 3^{x}}-1<0$

$$\frac{2^{x}-2\cdot 3^{x}}{2^{x}-3\cdot 3^{x}}<0$$

– ចំពោះ $2^{x}-2\cdot 3^{x}=0$

គេបាន $2^{x}=2\cdot 3^{x}$

$$2^{x-1}=3^{x}$$

$$\log_2 2^{x-1}=x\log_2 3$$

$$x-1=x\log_2 3$$

$$x-x\log_2 3=1$$

$$x\left(1-\log_2 3\right)=1$$

នាំឲ្យ $x=\frac{1}{1+\log_2 3}$

– ចំពោះ $2^{x}-3\cdot 3^{x}=0$

គេបាន $2^{x}=3^{x+1}$

$$\log_2 2^{x}=\log_2 3^{x+1}$$

$$x=\left(x+1\right)\log_2 3$$

$$x=x\log_2 3+\log_2 3$$

$$x\left(1-\log_2 3\right)=\log_2 3$$

នាំឲ្យ $x=\frac{\log_2 3}{1-\log_2 3}$

តារាងសញ្ញា $f\left(x\right)=\frac{2^{x}-2\cdot 3^{x}}{2^{x}-3\cdot 3^{x}}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{1+\log_2 3}$		$\frac{\log_2 3}{1-\log_2 3}$		$+\infty$
$2^{x}-2\cdot 3^{x}$	+	0	−		−	
$2^{x}-3\cdot 3^{x}$	+		+	0	−	
$f\left(x\right)<0$	+	0	−	‖	+	

តាមតារាង $f\left(x\right)<0$ កាលណា $x\in\left(\frac{1}{1+\log_2 3},\frac{\log_2 3}{1-\log_2 3}\right)$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x\in\left(\dfrac{1}{1+\log_2 3},\dfrac{\log_2 3}{1-\log_2 3}\right)$ ។

14) $\dfrac{4-7\cdot 5^x}{5^{2x+1}-12\cdot 5^x+4}\le\dfrac{2}{3}$ សមមូល $\dfrac{4-7\cdot 5^x}{5\cdot 5^{2x}-12\cdot 5^x+4}\le\dfrac{2}{3}$

តាង $y=5^x$ ដែល $y>0$

គេបាន $\dfrac{4-7y}{5y^2-12y+4}\le\dfrac{2}{3}$

$$\frac{4-7y}{5y^2-12y+4}-\frac{2}{3}\le 0$$

$$\frac{-10y^2+3y+4}{5y^2-12y+4}\le 0$$

– ចំពោះ $-10y^2+3y+4=0$

មាន $\Delta=3^2-4\cdot(-10)\cdot 4=9+160=169$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{169}=13$

នាំឲ្យ $y_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-3-13}{2\cdot(-10)}=\dfrac{-16}{-20}=\dfrac{4}{5}$

$y_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-3+13}{2\cdot(-10)}=\dfrac{10}{-20}=-\dfrac{1}{2}$

– ចំពោះ $5y^2-12y+4=0$

មាន $\Delta'=(-6)^2-5\cdot 4=36-20=16$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{16}=4$

នាំឲ្យ $y_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{6-4}{5}=\dfrac{2}{5}$

$y_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{6+4}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

តារាងសញ្ញា $f(y)=\dfrac{-10y^2+3y+4}{5y^2-12y+4}$

y	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{4}{5}$		2		$+\infty$
$-10y^2+3y+4$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$5y^2-12y+4$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(y)\le 0$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$		$-$	

តាមតារាង $f(y)\le 0$ កាលណា $y\in\left(\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right]\cup(2,+\infty)$ ព្រោះ $y>0$ ។

– ចំពោះ $y\in\left(\frac{2}{5},\frac{4}{5}\right]$ ឬ $\frac{2}{5}<y\le\frac{4}{5}$

សមមូល $\frac{2}{5}<5^x\le\frac{4}{5}$

$$\log_5\left(\frac{2}{5}\right)<\log_5 5^x\le\log_5\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\log_5\left(\frac{2}{5}\right)<x\le\log_5\left(\frac{4}{5}\right)\quad(1)$$

– ចំពោះ $y\in(2,+\infty)$ ឬ $y>2$

សមមូល $5^x>2$

$$\log_5 5^x>\log_5 2$$

នាំឲ្យ $x>\log_5 2\quad(2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $x\in\left(\log_5\left(\frac{2}{5}\right),\log_5\left(\frac{4}{5}\right)\right]\cup(\log_5 2,+\infty)$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x\in\left(\log_5\left(\frac{2}{5}\right),\log_5\left(\frac{4}{5}\right)\right]\cup(\log_5 2,+\infty)$ ។

15) $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\ge\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ លក្ខខណ្ឌ $x\ne-1$

គេមាន $\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-2\right)=1$

នាំឲ្យ $\left(\sqrt{5}-2\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{5}+2\right)}=\left(\sqrt{5}+2\right)^{-1}$

គេបាន $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\ge\left(\sqrt{5}+2\right)^{-\frac{x-1}{x+1}}$

សមមូល $x-1\ge-\frac{x-1}{x+1}$

$$x-1+\frac{x-1}{x+1}\ge 0$$

$$\frac{x^2-1+x-1}{x+1}\ge 0$$

$$\frac{x^2+x-2}{x+1}\ge 0$$

តាង $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x+1}$

បើ $f(x)=0$ សមមូល $x^2+x-2=0$

$$x^2-x+2x-2=0$$
$$x(x-1)+2(x-1)=0$$
$$(x-1)(x+2)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x+1}$

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
x^2+x-2		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)\ge 0$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	

តាមតារាង $f(x)\ge 0$ កាលណា $x\in[-2,-1)\cup[1,+\infty)$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x\in[-2,-1)\cup[1,+\infty)$ ។

16) $2\cdot 4^{\sqrt{x}}-5\cdot 2^{\sqrt{x}}+2<0$ សមមូល $2\cdot 2^{2\sqrt{x}}-5\cdot 2^{\sqrt{x}}+2<0$

តាង $y=2^{\sqrt{x}}$ ដែល $x\ge 0$ និង $y\ge 1$

គេបាន $2y^2-5y+2<0$

$$\Delta=(-5)^2-4\cdot 2\cdot 2=25-16=9$$
$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=3$$

នាំឲ្យ $y_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{5-3}{2\cdot 2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

$y_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{5+3}{2\cdot 2}=\dfrac{8}{4}=2$

តារាងសញ្ញា $f(y)=2y^2-5y+2$

y	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f(y)<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាង $f(y)<0$ កាលណា $1\le y<2$ ព្រោះ $y\ge 1$ ។

គេបាន $1 \le y < 2$ សមមូល $1 \le 2^{\sqrt{x}} < 2$

សមមូល $2^0 \le 2^{\sqrt{x}} < 2^1$

សមមូល $0 \le \sqrt{x} < 1$

នាំឲ្យ $0 \le x < 1$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in [0,1)$ ។

17) $9^{3x-1} \ge 3^{8x-2+2x^2}$ សមមូល $3^{2(3x-1)} \ge 3^{8x-2+2x^2}$

គេបាន $2(3x-1) \ge 8x-2+2x^2$

$6x-2 \ge 8x-2+2x^2$

$2x^2+2x \le 0$

$2x(x+1) \le 0$

តារាងសញ្ញា $2x(x+1)$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$2x(x+1) \le 0$	$+$	0	$-$ 0	$+$

តាមតារាង $2x(x+1) \le 0$ កាលណា $x \in [-1,0]$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in [-1,0]$ ។

18) $1 < 3^{|x^2-x|} < 9$

គេបាន $3^0 < 3^{|x^2-x|} < 3^2$

សមមូល $0 < |x^2-x| < 2$

សមមូល $\begin{cases} |x^2-x| > 0 & (1) \\ |x^2-x| < 2 & (2) \end{cases}$

តាមវិសមីការ $(1): |x^2-x| > 0$

គេបាន វិសមីការ (1) មានចម្លើយគ្រប់ $x \in \mathbb{R} - \{0,1\}$

តាមវិសមីការ $(2): |x^2-x| < 2$

សមមូល $-2 < x^2 - x < 2$

សមមូល $\begin{cases} x^2 - x > -2 \\ x^2 - x < 2 \end{cases}$

– ចំពោះ $x^2 - x > -2$

គេបាន $x^2 - x + 2 > 0$

មាន $\Delta = (-1)^2 - 4\cdot1\cdot2 = 1-8 = -7 < 0$

នាំឲ្យ $x^2 - x + 2 > 0$ មានចម្លើយគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

– ចំពោះ $x^2 - x < 2$

គេបាន $x^2 - x - 2 < 0$

$x^2 + x - 2x - 2 < 0$

$x(x+1) - 2(x+1) < 0$

$(x+1)(x-2) < 0$

តារាងសញ្ញា $(x+1)(x-2) < 0$

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$(x+1)(x-2)<0$	$+$	0	$-$	0	$+$

តាមតារាង $(x+1)(x-2) < 0$ កាលណា $x \in (-1,2)$

គេបាន វិសមីការ (2) មានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (-1,2)$ ។

តាមចម្លើយវិសមីការ (1) និងវិសមីការ (2)

គេបាន $x \in (-1,2) - \{0,1\}$ ឬ $x \in (-1,0) \cup (0,1) \cup (1,2)$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in (-1,2) - \{0,1\}$ ។

19) $4x^2 + x\cdot 2^{x^2+1} + 3\cdot 2^{x^2} > x^2\cdot 2^{x^2} + 8x + 12$

គេបាន $4x^2 - 8x - 12 > x^2\cdot 2^{x^2} - x\cdot 2^{x^2+1} - 3\cdot 2^{x^2}$

$4x^2 - 8x - 12 > 2^{x^2}\left(x^2 - 2x - 3\right)$

$4\left(x^2 - 2x - 3\right) - 2^{x^2}\left(x^2 - 2x - 3\right) > 0$

$\left(x^2 - 2x - 3\right)\left(4 - 2^{x^2}\right) > 0$

បើ $\left(x^2 - 2x - 3\right)\left(4 - 2^{x^2}\right) = 0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ 4 - 2^{x^2} = 0 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $x^2-2x-3=0$

គេបាន $x^2+x-3x-3=0$

$x(x+1)-3(x+1)=0$

$(x+1)(x-3)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $4-2^{x^2}=0$

គេបាន $2^{x^2}=4$

$2^{x^2}=2^2$

សមមូល $x^2=2$

នាំឲ្យ $x=\pm\sqrt{2}$

តារាងសញ្ញា $(x^2-2x-3)(4-2^{x^2})$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		-1		$\sqrt{2}$		3		$+\infty$
$4-2^{x^2}$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	
x^2-2x-3	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$(x^2-2x-3)(4-2^{x^2})>0$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

តាមតារាង $(x^2-2x-3)(4-2^{x^2})>0$ កាលណា $x\in(-\sqrt{2},-1)\cup(\sqrt{2},3)$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x\in(-\sqrt{2},-1)\cup(\sqrt{2},3)$ ។

20) $9^x\le 6^x+4^x$

គេបាន $9^x-6^x-4^x\le 0$

សមមូល $3^{2x}-2^x\cdot 3^x-2^{2x}\le 0$

សមមូល $\frac{3^{2x}}{2^{2x}}-\frac{2^x\cdot 3^x}{2^{2x}}-\frac{2^{2x}}{2^{2x}}\le 0$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-\left(\frac{3}{2}\right)^{x}-1\le 0$

តាង $u=\left(\frac{3}{2}\right)^{x}$ ដែល $u>0$

វិសមីការទៅជា $u^2-u-1\le 0$

មាន $\Delta=(-1)^2-4\cdot1\cdot(-1)=1+4=5$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$

នាំឲ្យ $u_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)-\sqrt{5}}{2\cdot1}=\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0$ (មិនយក)

$u_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-1)+\sqrt{5}}{2\cdot1}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

តារាងសញ្ញា $u^2-u-1\le0$

u	0 $\qquad\frac{1+\sqrt{5}}{2}\qquad$ $+\infty$
$u^2-u-1\le0$	$-$ $\quad 0 \quad$ $+$

តាមតារាង $u^2-u-1\le0$ កាលណា $u<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

– ចំពោះ $u<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} u\le\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ u=\left(\frac{3}{2}\right)^x \end{array}\right| \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x\le\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

សមមូល $\log_{\frac{3}{2}}\left(\frac{3}{2}\right)^x\le\log_{\frac{3}{2}}\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

នាំឲ្យ $x\le\log_{\frac{3}{2}}\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x\le\log_{\frac{3}{2}}\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ។

21) $4x^2+3^{\sqrt{x}}\cdot+3^{1+\sqrt{x}}<2x^2\cdot3^{\sqrt{x}}+2x+6$ លក្ខខណ្ឌ $x\ge0$

គេបាន $4x^2-2x-6-2x^2\cdot3^{\sqrt{x}}+3^{\sqrt{x}}\cdot x+3^{1+\sqrt{x}}<0$

$2\left(2x^2-x-3\right)-3^{\sqrt{x}}\left(2x^2-x-3\right)<0$

$\left(2x^2-x-3\right)\left(2-3^{\sqrt{x}}\right)<0$

តាង $f(x)=\left(2x^2-x-3\right)\left(2-3^{\sqrt{x}}\right)$

បើ $f(x)=0$ សមមូល $\left(2x^2-x-3\right)\left(2-3^{\sqrt{x}}\right)=0$

នាំឲ្យ $\begin{cases} 2x^2 - x - 3 = 0 \\ 2 - 3^{\sqrt{x}} = 0 \end{cases}$

– ចំពោះ $2x^2 - x - 3 = 0$

គេបាន $2x^2 + 2x - 3x - 3 = 0$

$2x(x+1) - 3(x+1) = 0$

$(x+1)(2x-3) = 0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ 2x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1<0 \ (\text{មិនយក}) \\ x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

– ចំពោះ $2 - 3^{\sqrt{x}} = 0$

គេបាន $3^{\sqrt{x}} = 2$

សមមូល $\log_3 3^{\sqrt{x}} = \log_3 2$

$\sqrt{x} = \log_3 2$

នាំឲ្យ $x = (\log_3 2)^2$

តារាងសញ្ញា $f(x)$

x	$-\infty$	-1	0	$(\log_3 2)^2$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x^2 - x - 3$	$+$ 0	$-$	$-$	$-$ 0	$+$	
$2 - 3^{\sqrt{x}}$	$+$	$+$	$+$ 0	$-$	$-$	
$f(x) < 0$	$+$ 0	$-$	$-$ 0	$+$ 0	$-$	

តាមតារាង $f(x) < 0$ កាលណា $x \in \left[0, (\log_3 2)^2\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$ ព្រោះ $x \geq 0$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយគ្រប់ $x \in \left[0, (\log_3 2)^2\right) \cup \left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

1) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 28 & (1) \\ 3^{x+y} = 27 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $3^{x+y} = 27$

$3^{x+y} = 3^3$

$x + y = 3$

នាំឲ្យ $y = 3 - x \quad (3)$

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $3^x + 3^y = 28$

គេបាន $3^x + 3^{3-x} = 28$

$3^x + \frac{27}{3^x} = 28$

$\left(3^x\right)^2 - 28 \cdot 3^x + 27 = 0$

តាង $t = 3^x$ ដែល $(t > 0)$

គេបាន $t^2 - 28t + 27 = 0$

ដោយ $a + b + c = 1 - 28 + 27 = 0$

នាំឲ្យ $x = 1$, $x = \frac{c}{a} = \frac{27}{1} = 27$

– ចំពោះ $t = 1$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t = 1 \\ t = 3^x \end{matrix}\right| \Rightarrow 3^x = 3^0$

នាំឲ្យ $x = 0$

– ចំពោះ $t = 27$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t = 27 \\ t = 3^x \end{matrix}\right| \Rightarrow 3^x = 27$

$3^x = 3^3$

នាំឲ្យ $x = 3$

តាមសមីការ (3): $y = 3 - x$

បើ $x=0$ នាំឲ្យ $y=3-x=3-0=3$

បើ $x=3$ នាំឲ្យ $y=3-x=3-3=0$

ដូច្នេះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=0, y=3)$ ឬ $(x=3, y=0)$។

2) $\begin{cases} 4^{x+y}=128 & (1) \\ 5^{3x-2y-3}=1 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(1): 4^{x+y}=128$

$$2^{2(x+y)}=2^7$$

$$\Leftrightarrow 2x+2y=7$$

តាមសមីការ $(2): 5^{3x-2y-3}=1$

$$5^{3x-2y-3}=5^0$$

$$3x-2y-3=0$$

$$3x-2y=3$$

ប្រព័ន្ធសមីការអាចសរសេរ $\begin{cases} 2x+2y=7 & (1) \\ 3x-2y=3 & (2) \end{cases}$

$$+\begin{cases} 2x+2y=7 & (1) \\ 3x-2y=3 & (2) \end{cases}$$

$$5x \qquad =10$$

នាំឲ្យ $x=\dfrac{10}{5}=2$

យក $x=2$ ជំនួសក្នុង $(1): 2x+2y=7$

គេបាន $2\cdot 2+2y=7$

$$2y=3$$

$$\Rightarrow y=\frac{3}{2}$$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=2\ ,\ y=\dfrac{3}{2}\right)$ ។

3) $\begin{cases} 5^{x+y}=125 & (1) \\ 4^{(x-y)^2-1}=1 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(1): 5^{x+y}=125$

$$5^{x+y}=5^3$$

$$x+y=3$$

តាមសមីការ (2): $4^{(x-y)^2-1}=1$

$$4^{(x-y)^2-1}=4^0$$

$$(x-y)^2-1=0$$

$$(x-y)^2=1$$

ប្រព័ន្ធសមីការអាចសរសេរ $\begin{cases} x+y=3 & (1) \\ (x-y)^2=1 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $(x-y)^2=1$

នាំឲ្យ $x-y=\pm 1$

– ចំពោះ $x-y=1$ នាំឲ្យ $x=1+y \quad (3)$

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $x+y=3$

គេបាន $1+y+y=3$

$$2y=2$$

$$\Rightarrow y=\frac{2}{2}=1$$

តាមសមីការ (3): $x=1+y=1+1=2$

– ចំពោះ $x-y=-1$ នាំឲ្យ $x=-1+y \quad (4)$

យក (4) ជំនួសក្នុង (1): $x+y=3$

គេបាន $-1+y+y=3$

$$2y=4$$

$$\Rightarrow y=\frac{4}{2}=2$$

តាមសមីការ (4): $x=-1+y=-1+2=1$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2\,,\,y=1)$ ឬ $(x=1\,,\,y=2)$។

4) $\begin{cases} 2^x+2^y=12 & (1) \\ x+y=5 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $x+y=5$

នាំឲ្យ $y=5-x \quad (3)$

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $2^x+2^y=12$

គេបាន $2^x+2^{5-x}=12$

$$2^x+2^5\cdot 2^{-x}=12$$

$$2^x+\frac{32}{2^x}=12$$

$$\left(2^x\right)^2+32=12\cdot 2^x$$

$$\left(2^x\right)^2-12\cdot 2^x+32=0$$

តាង $t=2^x$ ដែល $(t>0)$

គេបាន $t^2-12t+32=0$

$$\Delta'=(-6)^2-1\times 32=36-32=4$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{4}=2$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-6)-2}{1}=6-2=4$

$$t_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{-(-6)+2}{1}=6+2=8$$

- ចំពោះ $t_1=4$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t_1=4 \\ t=2^x \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^x=4$

$$2^x=2^2$$

នាំឲ្យ $x=2$

- ចំពោះ $t_2=8$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t_1=8 \\ t=2^x \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^x=8$

$$2^x=2^3$$

នាំឲ្យ $x=3$

តាមសមីការ (3): $y=5-x$

– បើ $x=2$ នាំឲ្យ $y=5-x=5-2=3$

– បើ $x=3$ នាំឲ្យ $y=5-x=5-3=2$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2\,,\,y=3)$ ឬ $(x=3\,,\,y=2)$ ។

5) $\begin{cases} x+3^{y-1}=2 & (1) \\ 3x+9^{y}=18 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (1): $x+3^{y-1}=2$

$x=2-3^{y-1}$ (3) ជំនួសសមីការ (2)

គេបាន (2): $3x+9^{y}=18$

$3\left(2-3^{y-1}\right)+3^{2y}=18$

$6-3^{y}+\left(3^{y}\right)^{2}=18$

$\left(3^{y}\right)^{2}-3^{y}-12=0$

តាង $t=3^{y}$ ដែល $(t>0)$

គេបាន $t^{2}-t-12=0$

$t^{2}+3t-4t-12=0$

$t(t+3)-4(t+3)=0$

$(t+3)(t-4)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} t+3=0 \\ t-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3<0 \text{ (មិនយក)} \\ t=4 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $t=4$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=4 \\ t=3^{y} \end{array}\right| \Rightarrow 3^{y}=4$

$\log_{3}3^{y}=\log_{3}4$

នាំឲ្យ $y=\log_{3}4$

យក $y=\log_{3}4$ ជំនួសសមីការ (3): $x=2-3^{y-1}$

គេបាន $x=2-3^{(\log_{3}4)-1}$

$$= 2 - 3^{\log_3 4} \cdot 3^{-1}$$

$$= 2 - 4 \cdot \frac{1}{3} = 2 - \frac{4}{3} = \frac{6-4}{3} = \frac{2}{3}$$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x = \frac{2}{3}, y = \log_3 4 \right)$ ។

6) $\begin{cases} x^{y+4x} = y^{5\left(y - \frac{x}{3}\right)} & (1) \\ x^3 = y^{-1} & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x > 0, y > 0)$

តាមសមីការ (2): $x^3 = y^{-1}$

$$x^3 = \frac{1}{y}$$

$$y = \frac{1}{x^3} \qquad (3)$$

យកសមីការ(3)ជំនួសក្នុងសមីការ (1): $x^{\frac{1}{x^3}+4x} = \left(x^{-3}\right)^{5\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right)}$

គេបាន $x^{\frac{1}{x^3}+4x} = \left(x^{-3}\right)^{5\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right)}$

$$x^{\frac{1}{x^3}+4x} = x^{-15\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right)}$$

$$(x-1)\left[\left(\frac{1}{x^3} + 4x\right) - \left(-15\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right)\right)\right] = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ \left(\frac{1}{x^3} + 4x\right) - \left(-15\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right)\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ \frac{1}{x^3} + 4x + 15\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right) = 0 \end{array}\right.$$

ចំពោះសមីការ $\frac{1}{x^3} + 4x + 15\left(\frac{1}{x^3} - \frac{x}{3}\right) = 0$

គេបាន $\frac{1}{x^3} + 4x + \frac{15}{x^3} - 5x = 0$

$$\frac{16}{x^3} - x = 0$$

$$16 - x^4 = 0$$

$x^4 = 16$

នាំឲ្យ $x = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$ (ព្រោះ $x > 0$)

តាមសមីការ (3): $y = \dfrac{1}{x^3}$

- បើ $x = 1$ នាំឲ្យ (3): $y = \dfrac{1}{x^3} = \dfrac{1}{1^3} = 1$
- បើ $x = 2$ នាំឲ្យ (3): $y = \dfrac{1}{x^3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = 1 , y = 1)$ ឬ $\left(x = 2 , y = \dfrac{1}{8}\right)$ ។

7) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}\cdot 9^{\frac{1}{y}} = 9^{\frac{x}{2y}} & (1) \\ \dfrac{x+3y}{x} = \dfrac{2x}{y} - 4 & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x \neq 0, y \neq 0)$

តាមសមីការ (1): $\dfrac{1}{3}\cdot 9^{\frac{1}{y}} = 9^{\frac{x}{2y}}$

$$3^{-1}\cdot 3^{\frac{2}{y}} = 3^{\frac{x}{y}}$$

$$3^{\frac{2}{y}-1} = 3^{\frac{x}{y}}$$

$$\frac{2}{y} - 1 = \frac{x}{y}$$

នាំឲ្យ $2 - y = x \quad (3)$

យកសមីការ (3) ជំនួសក្នុង (2): $\dfrac{x+3y}{x} = \dfrac{2x}{y} - 4$

គេបាន $\dfrac{2-y+3y}{2-y} = \dfrac{2(2-y)}{y} - 4$

$\dfrac{2+2y}{2-y} = \dfrac{4-2y}{y} - 4$ លក្ខខណ្ឌ $(y > 0, y \neq 2)$

$$y(2+2y) = (4-2y)(2-y) - 4y(2-y)$$

$$2y^2 - 7y + 4 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4\times 2\times 4 = 17$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{17}$$

នាំឲ្យ $y_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7)-\sqrt{17}}{2\times 2} = \frac{7-\sqrt{17}}{4}$

$y_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7)+\sqrt{17}}{2\times 2} = \frac{7+\sqrt{17}}{4}$

តាមសមីការ (3): $x = 2 - y$

- បើ $y = \frac{7-\sqrt{17}}{4}$ នាំឲ្យ $x = 2 - \frac{7-\sqrt{17}}{4} = \frac{8-\left(7-\sqrt{17}\right)}{4} = \frac{8-7+\sqrt{17}}{4} = \frac{1+\sqrt{17}}{4}$
- បើ $y = \frac{7-\sqrt{17}}{4}$ នាំឲ្យ $x = 2 - \frac{7+\sqrt{17}}{4} = \frac{8-\left(7+\sqrt{17}\right)}{4} = \frac{8-7-\sqrt{17}}{4} = \frac{1-\sqrt{17}}{4}$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x = \frac{1+\sqrt{17}}{4}, y = \frac{7-\sqrt{17}}{4}\right)$ ឬ $\left(x = \frac{1-\sqrt{17}}{4}, y = \frac{7+\sqrt{17}}{4}\right)$ ។

8) $\begin{cases} 2^{\frac{2x}{y}} = 2^5 \cdot 2^{\frac{3y}{x}} & (1) \\ 3^{\frac{x}{y}} = 3 \cdot 3^{\frac{2(1-y)}{y}} & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x \neq 0, y \neq 0)$

តាមសមីការ(1): $2^{\frac{2x}{y}} = 2^5 \cdot 2^{\frac{3y}{x}}$

$$2^{\frac{2x}{y}} = 2^{5+\frac{3y}{x}}$$

$$\frac{2x}{y} = 5 + \frac{3y}{x}$$

$$2x^2 = 5xy + 3y^2$$

$$5xy + 3y^2 - 2x^2 = 0$$

តាមសមីការ(2): $3^{\frac{x}{y}} = 3 \cdot 3^{\frac{2(1-y)}{y}}$

$$3^{\frac{x}{y}} = 3^{1+\frac{2(1-y)}{y}}$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{2(1-y)}{y}$$

$$x = y + 2(1-y)$$

$$x = y + 2 - 2y$$

$$x = 2 - y$$

ប្រព័ន្ធសមីការខាងលើអាចសរសេរ $\begin{cases} 5xy+3y^2-2x^2=0 & (1) \\ x=2-y & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ$(2): x=2-y$ ជំនួសសមីការ(1)

គេបាន$(1): 5xy+3y^2-2x^2=0$

$$5y(2-y)+3y^2-2(2-y)^2=0$$

$$10y-5y^2+3y^2-2\left(4-4y+y^2\right)=0$$

$$10y-2y^2-8+8y-2y^2=0$$

$$-4y^2+18y-8=0$$

$$2y^2-9y+4=0$$

$$\Delta=(-9)^2-4\cdot2\cdot4=81-32=49$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{49}=7$$

នាំឲ្យ $y_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-9)-7}{2\cdot2}=\dfrac{9-7}{4}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

$$y_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-9)+7}{2\cdot2}=\frac{9+7}{4}=\frac{16}{4}=4$$

តាមសមីការ (2): $x=2-y$

- បើ $y=\dfrac{1}{2}$ នាំឲ្យ $x=2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{4-1}{2}=\dfrac{3}{2}$
- បើ $y=4$ នាំឲ្យ $x=2-4=-2$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ$\left(x=\dfrac{3}{2}, y=\dfrac{1}{2}\right)$ ឬ $(x=-2\ , y=4)$ ។

9) $\begin{cases} 3^{2x}-2^y=77 & (1) \\ 3^x-2^{\frac{y}{2}}=7 & (2) \end{cases}$

សមមូល $\begin{cases} \left(3^x\right)^2-\left(2^{\frac{y}{2}}\right)^2=77 & (1) \\ 3^x-2^{\frac{y}{2}}=7 & (2) \end{cases}$

តាង $X=3^x\ , Y=2^{\frac{y}{2}}$ ដែល $(X>0\ , Y>0)$

គេបាន $\begin{cases} X^2 - Y^2 = 77 & (1) \\ X - Y = 7 & (2) \end{cases}$

$$\begin{cases} (X-Y)(X+Y) = 77 & (1) \\ X - Y = 7 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7(X+Y) = 77 & (1) \\ X - Y = 7 & (2) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} X + Y = 11 & (1) \\ X - Y = 7 & (2) \end{cases}$$

$$2X \quad = 18$$

នាំឲ្យ $X = \frac{18}{2} = 9$

យក $X = 9$ ជំនួសក្នុង (1): $X + Y = 11$

គេបាន: $9 + Y = 11$

$$Y = 11 - 9 = 2$$

– ចំពោះ $X = 9$

គេបាន $\left.\begin{matrix} X = 9 \\ X = 3^x \end{matrix}\right| \Rightarrow 3^x = 9$

$$3^x = 3^2$$

នាំឲ្យ $x = 2$

– ចំពោះ $Y = 2$

គេបាន $\left.\begin{matrix} Y = 2 \\ Y = 2^{\frac{y}{2}} \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^{\frac{y}{2}} = 2^1$

$$\frac{y}{2} = 1$$

នាំឲ្យ $y = 2$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = 2\ , y = 2)$ ។

10) $\begin{cases} 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = -6 & (1) \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = -19 & (2) \end{cases}$

គេបាន $\begin{cases} 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = -6 & (1) \\ 2\cdot 2^x - 3\cdot 3^y = -19 & (2) \end{cases} \begin{vmatrix} \times(-3) \\ \times \quad 2 \end{vmatrix}$

$$+\begin{cases} -9\cdot 2^x + 6\cdot 3^y = 18 & (1) \\ 4\cdot 2^x - 6\cdot 3^y = -38 & (2) \end{cases}$$

$$-5\cdot 2^x = -20$$

នាំឲ្យ $2^x = \frac{-20}{-5} = 4$

$$2^x = 2^2$$

នាំឲ្យ $x = 2$

យក $x=2$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1): 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = -6$

គេបាន $3\cdot 2^2 - 2\cdot 3^y = -6$

$$12 - 2\cdot 3^y = -6$$

$$2\cdot 3^y = 12 + 6$$

$$2\cdot 3^y = 18$$

$$3^y = 9$$

$$3^y = 3^2$$

$$\Rightarrow y = 2$$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2, y=2)$ ។

11) $\begin{cases} x + y = 5^{\frac{x-y}{3}} & (1) \\ 5^{\frac{x-y}{3}} = 5\cdot 3^{x-y-3} & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(2): 5^{\frac{x-y}{3}} = 5\cdot 3^{x-y-3}$

$$\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{x-y} = 5\cdot 3^{x-y}\cdot 3^{-3}$$

$$\frac{\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-y}}{3^{x-y}}=5\cdot 3^{-3}$$

$$\left(\frac{\sqrt[3]{5}}{3}\right)^{x-y}=\frac{5}{3^3}$$

$$\left(\frac{\sqrt[3]{5}}{3}\right)^{x-y}=\left(\frac{\sqrt[3]{5}}{3}\right)^{3}$$

$$x-y=3$$

$$\Rightarrow x=y+3 \quad (3)$$

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $x+y=5^{\frac{x-y}{3}}$

គេបាន $y+y+3=5^{\frac{3}{3}}$

$$2y+3=5$$

$$2y=5-3$$

$$2y=2$$

$$\Rightarrow y=\frac{2}{2}=1$$

យក $y=1$ ជំនួសក្នុង (3): $x=y+3=1+3=4$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=4, y=1)$ ។

12) $\begin{cases} 2^{3x}=5y^2-4y & (1) \\ \dfrac{4^x+2^{x+1}}{2^x+2}=y & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $\dfrac{4^x+2^{x+1}}{2^x+2}=y$

$$\frac{2^{2x}+2\cdot 2^x}{2^x+2}=y$$

$$\frac{2^x\left(2^x+2\right)}{2^x+2}=y$$

$$2^x=y \quad (3)$$

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $2^{3x}=5y^2-4y$

គេបាន $2^{3x}=5\left(2^x\right)^2-4\cdot 2^x$

$$\left(2^x\right)^3-5\left(2^x\right)^2+4\cdot 2^x=0$$

$$2^x\left[\left(2^x\right)^2-5\left(2^x\right)+4\right]=0$$

$$\left(2^x\right)^2-5\left(2^x\right)+4=0$$

$$\left(2^x-1\right)\left(2^x-4\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}2^x-1=0\\2^x-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=2^0\\2^x=2^2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

តាមសមីការ (3): $y=2^x$

– បើ $x=0$ នាំឲ្យ $y=2^0=1$

– បើ $x=2$ នាំឲ្យ $y=2^2=4$

ដូច្នេះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=0\,,y=1)$ ឬ $(x=2\,,y=4)$ ។

13) $\begin{cases}\left(x^4+y\right)3^{y-x^4}=1 & (1)\\ 8\left(x^4+y\right)-6^{x^4-y}=0 & (2)\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}x^4+y=\dfrac{1}{3^{y-x^4}} & (1)\\ x^4+y=\dfrac{6^{x^4-y}}{8} & (2)\end{cases}$

ផ្ទឹមសមីការ (1) និង (2) គេបាន $\dfrac{1}{3^{y-x^4}}=\dfrac{6^{x^4-y}}{8}$

$$8\cdot 3^{x^4-y}=6^{x^4-y}$$

$$8=\frac{6^{x^4-y}}{3^{x^4-y}}$$

$$2^3=2^{x^4-y}$$

$$3=x^4-y$$

$$\Rightarrow y=x^4-3 \quad (3)$$

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $x^4+y=\dfrac{1}{3^{y-x^4}}$

គេបាន $x^4+x^4-3=\dfrac{1}{3^{x^4-3-x^4}}$

$$2x^4-3=\frac{1}{3^{-3}}$$
$$2x^4-3=27$$
$$x^4=15$$
$$\Rightarrow x=\pm\sqrt[4]{15}$$

តាមសមីការ (3): $y=x^4-3$

– បើ $x=-\sqrt[4]{15}$ នាំឲ្យ $y=x^4-3=\left(-\sqrt[4]{15}\right)^4-3=15-3=12$

– បើ $x=\sqrt[4]{15}$ នាំឲ្យ $y=x^4-3=\left(\sqrt[4]{15}\right)^4-3=15-3=12$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=-\sqrt[4]{15}\ , y=12\right)$ ឬ $\left(x=\sqrt[4]{15}\ , y=12\right)$ ។

14) $\begin{cases} 2^{3x+1}+2^{y-2}=3\cdot 2^{3x+y} & (1) \\ \sqrt{3x^2+xy+1}=\sqrt{x+1} & (2) \end{cases}$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases} x+1\ge 0 \\ 3x^2+xy+1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ 3x^2+xy+1\ge 0 \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $\sqrt{3x^2+xy+1}=\sqrt{x+1}$

សមមូល $\left(\sqrt{3x^2+xy+1}\right)^2=\left(\sqrt{x+1}\right)^2$

$$3x^2+xy+1=x+1$$
$$3x^2+xy-x=0$$
$$x(3x+y-1)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ 3x+y-1=0 \end{array}\right.$

តាមសមីការ (1): $2^{3x+1}+2^{y-2}=3\cdot 2^{3x+y}$

– បើ $x=0$ គេបាន $2^{3\cdot 0+1}+2^{y-2}=3\cdot 2^{3\cdot 0+y}$

$$2+2^{y-2}=3\cdot 2^y$$
$$8+2^y=12\cdot 2^y$$
$$8=11\cdot 2^y$$
$$2^y=\frac{8}{11}$$

$$\log_2 2^y = \log_2\left(\frac{8}{11}\right)$$

នាំឲ្យ $y = \log_2\left(\frac{8}{11}\right)$

– បើ $3x + y - 1 = 0$ នាំឲ្យ $y = 1 - 3x \quad (3)$

គេបាន $2^{3x+1} + 2^{1-3x-2} = 3\cdot 2^{3x+1-3x}$

$$2\cdot 2^{3x} + 2^{-3x-1} = 3\cdot 2$$

$$4\cdot 2^{3x} + 2^{-3x} = 12$$

តាង $t = 2^{3x}$ នាំឲ្យ $\frac{1}{t} = 2^{-3x}$ ដែល $(t > 0)$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ $4t + \frac{1}{t} = 12$

$$4t^2 - 12t + 1 = 0$$

$$\Delta' = (-6)^2 - 4\times 1 = 36 - 4 = 32$$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

នាំឲ្យ $t_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-6) - 4\sqrt{2}}{4} = \frac{6 - 4\sqrt{2}}{4} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$

$$t_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-6) + 4\sqrt{2}}{4} = \frac{6 + 4\sqrt{2}}{4} = \frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$$

– ចំពោះ $t_1 = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t_1 = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2} \\ t = 2^{3x} \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^{3x} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}$

$$\log_2 2^{3x} = \log_2\left(\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$3x = \log_2\left(\frac{3 - 2\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$3x = \log_2\left(3 - \sqrt{2}\right) - \log_2 2$$

$$3x = \log_2\left(3 - \sqrt{2}\right) - 1$$

នាំឲ្យ $x=\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)-1\right)$

– ចំពោះ $t_2=\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t_2=\frac{3+2\sqrt{2}}{2} \\ t=2^{3x}\end{array}\right| \Rightarrow 2^{3x}=\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

$$\log_2 2^{3x}=\log_2\left(\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$3x=\log_2\left(\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$3x=\log_2\left(3+\sqrt{2}\right)-\log_2 2$$

$$3x=\log_2\left(3+\sqrt{2}\right)-1$$

នាំឲ្យ $x=\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right)$

យកតម្លៃ x ជំនួសក្នុងសមីការ $(3): y=1-3x$

– បើ $x=\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)-1\right)$ គេបាន $y=1-3\times\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)-1\right)$

$$y=1-\left(\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)-1\right)$$

$$=1-\log_2\left(3-\sqrt{2}\right)+1$$

$$=2-\log_2\left(3-\sqrt{2}\right)$$

– បើ $x=\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right)$ គេបាន $y=1-3\times\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right)$

$$y=1-\left(\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right)$$

$$=1-\log_2\left(3+\sqrt{2}\right)+1$$

$$=2-\log_2\left(3+\sqrt{2}\right)$$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=0, y=\log_2\frac{8}{11}\right)$

ឬ $\left(x=\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)-1\right), y=2-\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)\right)$

ឬ $\left(x=\frac{1}{3}\left(\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right), y=2-\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)\right)$ ។

15) $\begin{cases} x-3|y|+2=0 & (1) \\ \sqrt{27^x}-\sqrt{3^{y^2}9^x}=0 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ(2): $\sqrt{27^x}-\sqrt{3^{y^2}9^x}=0$

$$\sqrt{27^x}=\sqrt{3^{y^2}9^x}$$

$$27^x=3^{y^2}9^x$$

$$3^{3x}=3^{y^2+2x}$$

$$3x=y^2+2x$$

នាំឲ្យ $x=y^2 \quad (3)$

យក(3) ជំនួសក្នុង(1): $x-3|y|+2=0$

គេបាន $y^2-3|y|+2=0 \ (4)$

– បើ $y\geq 0$ នាំឲ្យ $|y|=y$

នោះសមីការ(4)ទៅជា $y^2-3y+2=0$

$$\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=9-8=1$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{1}=1$$

នាំឲ្យ $y_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)-1}{2\times1}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$

$$y_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)+1}{2\times1}=\frac{3+1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

តាមសមីការ(3): $x=y^2$

បើ $y=1$ នាំឲ្យ $x=y^2=1^2=1$

បើ $y=2$ នាំឲ្យ $x=y^2=2^2=4$

– បើ $y<0$ នាំឲ្យ $|y|=-y$

នោះសមីការ(4)ទៅជា $y^2+3y+2=0$

$$\Delta=3^2-4\times1\times2=9-8=1$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{1}=1$$

នាំឲ្យ $y_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3-1}{2\times1}=\frac{-3-1}{2}=\frac{-4}{2}=-2$

$y_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+1}{2\times1}=\frac{-2}{2}=-1$

តាមសមីការ $(3): x=y^2$

បើ $y=-2$ នាំឲ្យ $x=y^2=(-2)^2=4$

បើ $y=-1$ នាំឲ្យ $x=y^2=(-1)^2=1$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=1,y=1)$ ឬ $(x=2,y=4)$

ឬ $(x=-2,y=4)$ ឬ $(x=-1,y=1)$ ។

16) $\begin{cases}3^{2x+2}+2^{2y+2}=17 & (1)\\ 2\cdot3^{x+1}+3\cdot2^{y}=8 & (2)\end{cases}$

សមមូល $\begin{cases}3^2\cdot3^{2x}+2^2\cdot2^{2y}=17 & (1)\\ 6\cdot3^{x}+3\cdot2^{y}=8 & (2)\end{cases}$

សមមូល $\begin{cases}9\cdot\left(3^x\right)^2+4\cdot\left(2^y\right)^2=17 & (1)\\ 6\cdot3^{x}+3\cdot2^{y}=8 & (2)\end{cases}$

តាង $X=3^x$, $Y=2^y$ ដែល $(X>0\ ,Y>0)$

គេបាន $\begin{cases}9X^2+4Y^2=17 & (1)\\ 6X+3Y=8 & (2)\end{cases}$

តាមសមីការ $(2): 6X+3Y=8$

$6X=8-3Y$

នាំឲ្យ $X=\frac{8-3Y}{6}$ (3)

យក (3) ជំនួសក្នុង $(1): 9X^2+4Y^2=17$

គេបាន $9\left(\frac{8-3Y}{6}\right)^2+4Y^2=17$

$$9\left(\frac{64-48Y+9Y^2}{36}\right)+4Y^2=17$$

$$\frac{64-48Y+9Y^2}{4}+4Y^2=17$$

$$64-48Y+9Y^2+16Y^2=68$$

$$25Y^2-48Y+64-68=0$$

$$25y^2-48y-4=0$$

$$\Delta'=(-24)^2-25\cdot(-4)=576+100=676$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{676}=\sqrt{26^2}=26$$

នាំឲ្យ $Y_1=\dfrac{-(-24)-26}{25}=\dfrac{24-26}{25}=-\dfrac{2}{25}<0$ (មិនយក)

$$Y_2=\frac{-(-24)+26}{25}=\frac{24+26}{25}=\frac{50}{25}=2$$

ចំពោះ $Y=2$ នាំឲ្យ $(3):\ X=\dfrac{8-3Y}{6}=\dfrac{8-3\cdot 2}{6}=\dfrac{8-6}{6}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

– បើ $Y=2$

គេបាន $\left.\begin{matrix}Y=2\\ Y=2^y\end{matrix}\right|\Rightarrow 2^y=2^1$

នាំឲ្យ $y=1$

– បើ $X=\dfrac{1}{3}$

គេបាន $\left.\begin{matrix}X=\dfrac{1}{3}\\ X=3^x\end{matrix}\right|\Rightarrow 3^x=\dfrac{1}{3}=3^{-1}$

នាំឲ្យ $x=-1$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=-1, y=1)$ ។

17) $\begin{cases}4^{2x^2-2}-2^{2x^2+y}+4^y=1 & (1)\\ 2^{2y+2}-3\cdot 2^{2x^2+y}=16 & (2)\end{cases}$

សមមូល $\begin{cases}4^{2x^2}\cdot 4^{-2}-2^{2x^2}\cdot 2^y+2^{2y}=1 & (1)\\ 2^2\cdot 2^{2y}-3\cdot 2^{2x^2}\cdot 2^y=16 & (2)\end{cases}$

សមមូល $\begin{cases} \frac{1}{16}\left(2^{2x^2}\right)^2 - 2^{2x^2}\cdot 2^y + \left(2^y\right)^2 = 1 & (1) \\ 4\cdot\left(2^y\right)^2 - 3\cdot 2^{2x^2}\cdot 2^y = 16 & (2) \end{cases}$

តាង $X = 2^{2x^2}, Y = 2^y$ ដែល $(X > 0, Y > 0)$

ប្រព័ន្ធសមីការអាចសរសេរ $\begin{cases} \frac{1}{16}X^2 - XY + Y^2 = 1 & (1) \\ 4Y^2 - 3XY = 16 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ(2): $4Y^2 - 3XY = 16$

$$3XY = 4Y^2 - 16$$

នាំឲ្យ $X = \frac{4Y^2 - 16}{3Y} \qquad (3)$

យក(3)ជំនួសក្នុង(1): $\frac{1}{16}X^2 - XY + Y^2 = 1$

គេបាន $\frac{1}{16}\left(\frac{4Y^2-16}{3Y}\right)^2 - \left(\frac{4Y^2-16}{3Y}\right)Y + Y^2 = 1$

$$\frac{1}{16}\left(\frac{4\left(Y^2-4\right)}{3Y}\right)^2 - \left(\frac{4Y^2-16}{3}\right) + Y^2 = 1$$

$$\frac{4^2}{16}\left(\frac{Y^2-4}{3Y}\right)^2 - \left(\frac{4Y^2-16}{3}\right) + Y^2 = 1$$

$$\frac{\left(Y^2-4\right)^2}{\left(3Y\right)^2} - \left(\frac{4Y-16}{3}\right) + Y^2 = 1$$

$$\frac{\left(Y^2\right)^2 - 2\cdot Y^2\cdot 4 + 4^2}{9Y^2} - \frac{4Y^2-16}{3} + Y^2 = 1$$

$$\frac{Y^4 - 8Y^2 + 16 - 3Y^2\left(4Y^2-16\right) + 9Y^2\cdot Y^2}{9Y^2} = \frac{9Y^2}{9Y^2}$$

$$Y^4 - 8Y^2 + 16 - 12Y^4 + 48Y^2 + 9Y^4 = 9Y^2$$

$$-2Y^4 + 31Y^2 + 16 = 0$$

$$2Y^4 - 31Y^2 - 16 = 0$$

តាង $t = Y^2$ ដែល $(t \geq 0)$

សមីការខាងលើទៅជា $2t^2-31t-16=0$

$$\Delta=31^2-4\cdot2\cdot(-16)=961+128=1089$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{1089}=\sqrt{31^2}=31$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-(-31)-33}{2\times2}=\dfrac{31-33}{4}=\dfrac{-2}{4}=-\dfrac{1}{2}<0$ (មិនយក)

$$t_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-31)+33}{2\times2}=\frac{31+33}{4}=\frac{64}{4}=16$$

ចំពោះ $t=16$

គេបាន $\left.\begin{matrix}t=16\\ t=Y^2\end{matrix}\right|\Rightarrow Y^2=16$

$$Y^2-16=0$$

$$Y^2-4^2=0$$

$$(Y-4)(Y+4)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{matrix}Y-4=0\\ Y+4=0\end{matrix}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}Y=4\\ Y=-4<0\end{matrix}\right.$ (មិនយក)

យកតម្លៃ $Y=4$ ជំនួសក្នុងសមីការ (3): $X=\dfrac{4Y^2-16}{3Y}$

គេបាន $X=\dfrac{4Y-16}{3Y}=\dfrac{4\cdot4^2-16}{3\cdot4}=4$

– បើ $Y=4$

គេបាន $\left.\begin{matrix}Y=4\\ Y=2^y\end{matrix}\right|\Rightarrow 2^y=4$

$$2^y=2^2$$

នាំឲ្យ $y=2$

– បើ $X=4$

គេបាន $\left.\begin{matrix}X=4\\ X=2^{2x^2}\end{matrix}\right|\Rightarrow 2^{2x^2}=4$

$$2^{2x^2}=2^2$$
$$2x^2=2$$
$$x^2=1$$
$$x^2-1=0$$
$$(x-1)(x+1)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=1\,,y=2)$ ឬ $(x=-1\,,y=2)$ ។

18) $\begin{cases}x^y=y^x & (1)\\ y=mx & (2)\end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x>0,y>0)$

តាមសមីការ (1): $x^y=y^x$

$$x^y=y^x$$
$$y\ln x=x\ln y$$
$$mx\ln x=x\ln(mx)\quad (\text{ព្រោះ } y=mx)$$
$$m\ln x=\ln(mx)$$
$$\ln x^m=\ln(mx)$$
$$x^m=mx$$
$$x^{m-1}=m$$

នាំឲ្យ $x=m^{\frac{1}{m-1}}$

យកតម្លៃ $x=m^{\frac{1}{m-1}}$ ជំនួសក្នុងសមីការ(2): $y=mx$

គេបាន $y=mx=m\cdot m^{\frac{1}{m-1}}=m^{1+\frac{1}{m-1}}=m^{\frac{m-1+1}{m-1}}=m^{\frac{m}{m-1}}$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=m^{\frac{1}{m-1}},y=m^{\frac{m}{m-1}}\right)$ ។

19) $\begin{cases}2^{3x+8y}=9\left(\sqrt{3}\right)^{x-4y+1} & (1)\\ x+4y-1=0 & (2)\end{cases}$

តាមសមីការ(2): $x+4y-1=0$

នាំឲ្យ $x=1-4y\quad (3)$

យក (3) ជំនួសក្នុងសមីការ (1): $2^{3x+8y}=9\left(\sqrt{3}\right)^{x-4y+1}$

គេបាន $2^{3(1-4y)+8y}=9\left(\sqrt{3}\right)^{1-4y-4y+1}$

$$2^{3-4y}=3^2\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{2-8y}$$

$$2^{3-4y}=3^2\cdot 3^{1-4y}$$

$$2^{3-4y}=3^{3-4y}$$

$$(3-4y)\ln 2=(3-4y)\ln 3$$

$$(3-4y)(\ln 2-\ln 3)=0$$

$$3-4y=0$$

$$4y=3$$

នាំឲ្យ $y=\dfrac{3}{4}$

យកតម្លៃ $y=\dfrac{3}{4}$ ជំនួសក្នុងសមីការ (3): $x=1-4y$

គេបាន $x=1-4y=1-4\left(\dfrac{3}{4}\right)=1-3=-2$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=-2, y=\dfrac{3}{4}\right)$ ។

20) $\begin{cases} y^2=4^x+2 & (1) \\ 2^{x+2}+2y+1=0 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (1): $y^2=4^x+2$

នាំឲ្យ $y=\pm\sqrt{4^x+2}$

តាមសមីការ (2): $2^{x+2}+2y+1=0$

– បើ $y=-\sqrt{4^x+2}$ (3)

គេបាន $2^{x+2}+2\left(-\sqrt{4^x+2}\right)+1=0$

$$2^{x+2}-2\sqrt{4^x+2}+1=0$$

$$2^{x+2}+1=2\sqrt{4^x+2}$$

$$\left(2^{x+2}+1\right)^2=\left(2\sqrt{4^x+2}\right)^2$$

$$2^{2(x+2)}+2\cdot 2^{x+2}+1=4\left(4^x+2\right)$$

$$16\cdot 2^{2x}+8\cdot 2^x+1-4\cdot 2^{2x}-8=0$$

$$12\cdot 2^{2x}+8\cdot 2^x-7=0$$

តាង $t=2^x$ ដែល $(t>0)$

នោះសមីការខាងលើទៅជា $12t^2+8t-7=0$

$$\Delta'=4^2-12\times 7=16+84=100$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$$

នាំឲ្យ $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-4-10}{12}=\dfrac{-14}{12}=-\dfrac{7}{6}<0$ (មិនយក)

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-4+10}{12}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{2} \\ t=2^x \end{array}\right| \Rightarrow 2^x=\dfrac{1}{2}=2^{-1}$

នាំឲ្យ $x=-1$

យក $x=-1$ ជំនួសក្នុង $(3): y=-\sqrt{4^x+2}$

គេបាន $y=-\sqrt{4^x+2}=-\sqrt{4^{-1}+2}=-\sqrt{\dfrac{1}{4}+2}=-\sqrt{\dfrac{9}{4}}=-\dfrac{3}{2}$

– បើ $y=\sqrt{4^x+2}$ (4)

គេបាន $2^{x+2}+2\left(\sqrt{4^x+2}\right)+1=0$ (ដោយ $2^{x+2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$, $\sqrt{4^x+2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$)

នាំឲ្យ $2^{x+2}+2\sqrt{4^x+2}+1>0$;$(\forall x\in\mathbb{R})$

គេបានសមីការ $2^{x+2}+2\left(\sqrt{4^x+2}\right)+1=0$ គ្មានឫស

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=-1, y=-\dfrac{3}{2}\right)$ ។

21) $\begin{cases} y^2=4^x+8 & (1) \\ 2^{x+1}+y+1=0 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(2): 2^{x+1}+y+1=0$

នាំឲ្យ $y=-1-2^{x+1}$ (3)

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $y^2=4^x+8$

គេបាន $\left(-1-2^{x+1}\right)^2=4^x+8$

$1+2\cdot 2^{x+1}+2^{2(x+1)}=2^{2x}+8$

$1+4\cdot 2^x+4\cdot 2^{2x}=2^{2x}+8$

$3\cdot 2^{2x}+4\cdot 2^x-7=0$

ដោយ $a+b+c=3+4-7=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}2^x=1\\ 2^x=\dfrac{c}{a}=-\dfrac{7}{3}\end{array}\right.$

– ចំពោះ $2^x=1$ សមមូល $2^x=2^0$

នាំឲ្យ $x=0$

យក $x=0$ ជំនួស (3): $y=-1-2^{x+1}=-1-2^{0+1}=-1-2=-3$

– ចំពោះ $2^x=-\dfrac{7}{3}<0$ សមីការគ្មានឫស

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=0,y=-3)$។

22) $\begin{cases} y^{\frac{1}{2}}=x^{-1} & (1)\\ (xy)^x\cdot x^{-y}=y^{\frac{28x-2y}{2}} & (2)\end{cases}$ លក្ខខ័ណ្ឌ $(x>0,y>0)$

តាមសមីការ (1): $y^{\frac{1}{2}}=x^{-1}$

នាំឲ្យ $x=y^{-\frac{1}{2}}$ (3)

យក (3) ជំនួសក្នុង (2): $(xy)^x\cdot x^{-y}=y^{\frac{28x-2y}{2}}$

គេបាន $\left(y^{-\frac{1}{2}}\cdot y\right)^{y^{-\frac{1}{2}}}\cdot\left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^{-y}=y^{\frac{28\cdot y^{-\frac{1}{2}}-2y}{2}}$

$$\left(y^{-\frac{1}{2}+1}\right)^{y^{-\frac{1}{2}}}\cdot y^{\frac{y}{2}}=y^{14\cdot y^{-\frac{1}{2}}-y}$$

$$y^{\frac{y^{-\frac{1}{2}}}{2}}\cdot y^{\frac{y}{2}}=y^{14\cdot y^{-\frac{1}{2}}-y}$$

$$y^{\frac{y^{-\frac{1}{2}}}{2}+\frac{y}{2}}=y^{14\cdot y^{-\frac{1}{2}}-y}$$

$$(y-1)\left[\left(\frac{y^{-\frac{1}{2}}}{2}+\frac{y}{2}\right)-\left(14\cdot y^{-\frac{1}{2}}-y\right)\right]=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} y-1=0 \\ \left(\frac{y^{-\frac{1}{2}}}{2}+\frac{y}{2}\right)-\left(14\cdot y^{-\frac{1}{2}}-y\right)=0 \end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l} y=1 \\ \frac{y^{-\frac{1}{2}}+y}{2}-14\cdot y^{-\frac{1}{2}}+y=0 \end{array}\right.$$

– បើ $y=1$ ជំនួសសមីការ (3): $x=y^{-\frac{1}{2}}$

គេបាន $x=1^{-\frac{1}{2}}=1$

– បើ $\frac{y^{-\frac{1}{2}}+y}{2}-14\cdot y^{-\frac{1}{2}}+y=0$

$$y^{-\frac{1}{2}}+y-28y^{-\frac{1}{2}}+2y=0$$

$$3y-27y^{-\frac{1}{2}}=0$$

$$y=9y^{-\frac{1}{2}}$$

$$y\cdot y^{\frac{1}{2}}=9$$

$$y^{\frac{3}{2}}=3^2$$

នាំឲ្យ $y=3^{\frac{4}{3}}$

– យក $y=3^{\frac{4}{3}}$ ជំនួសសមីការ $(3): x=y^{-\frac{1}{2}}$

គេបាន $x=y^{-\frac{1}{2}}=\left(3^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}}=3^{\frac{2}{3}}$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=1, y=1)$ ឬ $\left(x=3^{\frac{2}{3}}, y=3^{\frac{4}{3}}\right)$ ។

23) $\begin{cases} x^{\sqrt{y}+x}=y^{\frac{4}{3}} & (1) \\ y^{x+\sqrt{y}}=x^{\frac{4}{3}} & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x>0, y>0)$

សមមូល $\begin{cases} \ln x^{\sqrt{y}+x}=\ln y^{\frac{4}{3}} & (1) \\ \ln y^{x+\sqrt{y}}=\ln x^{\frac{4}{3}} & (2) \end{cases}$

$$+\begin{cases} \left(\sqrt{y}+x\right)\ln x=\frac{4}{3}\ln y & (1) \\ \left(x+\sqrt{y}\right)\ln y=\frac{4}{3}\ln x & (2) \end{cases}$$

$$\left(\sqrt{y}+x\right)\ln x+\left(x+\sqrt{y}\right)\ln y=\frac{4}{3}\ln y+\frac{4}{3}\ln x$$

$$\left(\sqrt{y}+x\right)(\ln x+\ln y)=\frac{4}{3}(\ln x+\ln y)$$

$$\left(\sqrt{y}+x-\frac{4}{3}\right)(\ln x+\ln y)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} \sqrt{y}+x-\frac{4}{3}=0 \\ \ln x+\ln y=0 \end{array}\right.$

សមមូល $\left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3}-\sqrt{y} \\ \ln x=-\ln y \end{array}\right.$

សមមូល $\left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3}-\sqrt{y} \\ x=\frac{1}{y} \end{array}\right.$

– ចំពោះ $x=\frac{4}{3}-\sqrt{y}$ ជំនួសក្នុង $(2): y^{x+\sqrt{y}}=x^{\frac{4}{3}}$

គេបាន $y^{\frac{4}{3}-\sqrt{y}+\sqrt{y}}=\left(\frac{4}{3}-\sqrt{y}\right)^{\frac{4}{3}}$

$$y^{\frac{4}{3}}=\left(\frac{4}{3}-\sqrt{y}\right)^{\frac{4}{3}}$$

$$y=\frac{4}{3}-\sqrt{y}$$

$$\sqrt{y}=\frac{4}{3}-y$$

$$\left(\sqrt{y}\right)^2=\left(\frac{4}{3}-y\right)^2$$

$$y=\left(\frac{4}{3}\right)^2-2\times\frac{4}{3}\times y+y^2$$

$$y=\frac{16}{9}-\frac{8}{3}y+y^2$$

$$9y^2-33y+16=0$$

$$\Delta=(-33)^2-4\cdot 9\cdot 16=1089-576=513$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{513}$$

នាំឲ្យ $y_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-33)-\sqrt{513}}{2\times 9}=\frac{33-\sqrt{513}}{18}$

$y_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-33)+\sqrt{513}}{2\times 9}=\frac{33+\sqrt{513}}{18}$

ចំពោះ $y_1=\frac{33-\sqrt{513}}{18}$ នាំឲ្យ $x=\frac{4}{3}-\sqrt{y}=\frac{4}{3}-\sqrt{\frac{33-\sqrt{513}}{18}}$

ចំពោះ $y_2=\frac{33+\sqrt{513}}{18}$ នាំឲ្យ $x=\frac{4}{3}-\sqrt{y}=\frac{4}{3}-\sqrt{\frac{33+\sqrt{513}}{18}}$

– ចំពោះ $x=\frac{1}{y}$ ជំនួសក្នុង $(2): y^{x+\sqrt{y}}=x^{\frac{4}{3}}$

គេបាន $y^{\sqrt{y}+\frac{1}{y}}=\left(\frac{1}{y}\right)^{\frac{4}{3}}$

$$y^{\sqrt{y}+\frac{1}{y}} = y^{-\frac{4}{3}}$$

$$(y-1)\left(\sqrt{y}+\frac{1}{y}+\frac{4}{3}\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} y-1=0 \\ \sqrt{y}+\frac{1}{y}+\frac{4}{3}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ \sqrt{y}+\frac{1}{y}+\frac{4}{3}=0 \end{array}\right.$

បើ $y=1$ នាំឲ្យ $x=\frac{1}{y}=\frac{1}{1}=1$

បើ $\sqrt{y}+\frac{1}{y}+\frac{4}{3}=0$

ដោយ $\forall y>0$ គេបាន $\begin{cases} \sqrt{y}>0 \\ \frac{1}{y}+\frac{4}{3}>0 \end{cases}$

នាំឲ្យ $\sqrt{y}+\frac{1}{y}+\frac{4}{3}>0$

គេបាន សមីការ $\sqrt{y}+\frac{1}{y}+\frac{4}{3}=0$ គ្មានឫស។

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=1, y=1)$

ឬ $\left(x=\frac{4}{3}-\sqrt{\frac{33-\sqrt{513}}{18}}, y=\frac{33-\sqrt{513}}{18}\right)$

ឬ $\left(x=\frac{4}{3}-\sqrt{\frac{33+\sqrt{57}}{18}}, y=\frac{33+\sqrt{513}}{18}\right)$ ។

24) $\begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}}=(x+y)^{\frac{1}{x-y}} & (1) \\ (x+y)\cdot 2^{y-x}=48 & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases} x+y>0 \\ x-y\neq 0 \end{cases}$

តាង $X=x+y$, $Y=x-y$

តាមប្រព័ន្ធសមីការខាងលើ គេបាន $\begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}}=X^{\frac{1}{Y}} & (1) \\ X\cdot 2^{-Y}=48 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $X\cdot 2^{-Y}=48$

នាំឲ្យ $X = 48\cdot 2^{Y}$ (3)

យក (3) ជំនួសក្នុង (1): $\frac{1}{2\sqrt{3}} = X^{\frac{1}{Y}}$

គេបាន $\frac{1}{2\sqrt{3}} = \left(48\cdot 2^{Y}\right)^{\frac{1}{Y}}$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} = 48^{\frac{1}{Y}}\cdot 2$$

$$\frac{1}{4\sqrt{3}} = 48^{\frac{1}{Y}}$$

$$\left(4\sqrt{3}\right)^{-1} = \left(4\sqrt{3}\right)^{\frac{2}{Y}}$$

$$\frac{2}{Y} = -1$$

នាំឲ្យ $Y = -2$

យកតម្លៃ $Y = -2$ ជំនួសក្នុងសមីការ (3): $X = 48\cdot 2^{Y}$

គេបាន $X = 48\cdot 2^{-2} = \frac{48}{4} = 12$

ចំពោះ $X = 12$ នាំឲ្យ $x + y = 12$ (4)

ចំពោះ $Y = -2$ នាំឲ្យ $x - y = -2$ (5)

តាម (4) និង (5) គេបាន $\begin{cases} x + y = 12 & (4) \\ x - y = -2 & (5) \end{cases}$

បូកអង្គនិងអង្គនៃសមីការ (4) និង (5) គេបាន $2x = 10$ នាំឲ្យ $x = \frac{10}{2} = 5$

យក $x = 5$ ជំនួសក្នុង (4) គេបាន $y = 12 - x = 12 - 5 = 7$

ដូច្នេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = 5, y = 7)$

25) $\begin{cases} 4^{x+y} = 128 & (1) \\ 5^{3x-2y-3} = 1 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (1): $4^{x+y} = 128$

$$2^{2(x+y)} = 2^{7}$$

គេបាន $2(x + y) = 7$

$2x+2y=7$

$\Rightarrow 2y=7-2x \quad (3)$

យក (3) ជំនួសក្នុង (2): $5^{3x-2y-3}=1$

យើងបាន $5^{3x-(7-2x)-3}=1$

$5^{3x-7+2x-3}=1$

$5^{5x-10}=5^0$

នាំឲ្យ $5x-10=0$

$x=\dfrac{10}{5}=2$

យក $x=2$ ជំនួសសមីការ (3): $2y=7-2x$

$2y=7-2\times 2$

$2y=3$

$\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=2\ ,\ y=\dfrac{3}{2}\right)$ ។

26) $\begin{cases} 5^{x+y}=125 & (1) \\ 4^{(x-y)^2-1}=1 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (1): $5^{x+y}=125$

$5^{x+y}=5^3$

$\Leftrightarrow x+y=3$

$\Rightarrow x=3-y \quad (3)$

យក (3) ជំនួស (2): $4^{(x-y)^2-1}=1$

$4^{[(3-y)-y]^2-1}=1$

$4^{(3-2y)^2-1}=4^0$

$(3-2y)^2-1=0$

$(3-2y)^2=1$

នាំឲ្យ $3-2y=\pm 1$

ចំពោះ $3-2y=1$ នាំឲ្យ $y=1$ ជំនួស (3): $x=3-y$

គេបាន $x=3-1=2$

ចំពោះ $3-2y=-1$ នាំឲ្យ $y=2$ ជំនួស (3): $x=3-y$

គេបាន $x=3-2=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូរចម្លើយ $(x=1\ ,\ y=2)$ ឬ $(x=2\ ,\ y=1)$ ។

27) $\begin{cases} 2^x+2^y=12 & (1) \\ x+y=5 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2): $x+y=5$

$\Rightarrow x=5-y$ (3) ជំនួសក្នុងសមីការ (1)

គេបាន (1): $2^x+2^y=12 \Leftrightarrow 2^{5-y}+2^y=12$

$$2^5\cdot 2^{-y}+2^y=12$$

$$\frac{32}{2^y}+2^y=12$$

$$32+2^{2y}=12\cdot 2^y$$

$$\left(2^y\right)^2-12\cdot 2^y+32=0$$

តាង $u=2^y>0$

យើងបាន $u^2-12u+32=0$

$$\Delta'=(b')^2-ac=(-6)^2-32=4$$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=2$

គេបាន $u_1=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-6)+2}{1}=8$

$u_2=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-6)-2}{1}=4$

- ចំពោះ $u=8$

គេបាន $\left.\begin{matrix} u=8 \\ u=2^y \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^y=8 \Leftrightarrow 2^y=2^3 \Leftrightarrow y=3$

- ចំពោះ $u=4$

គេបាន $\left.\begin{matrix} u=4 \\ u=2^y \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^y=4 \Leftrightarrow 2^y=2^2 \Leftrightarrow y=2$

បើ $x=3$ យកជំនួស (3): $x=5-y$

នាំឲ្យ $x=5-3=2$

បើ $x=2$ យកជំនួស (3): $x=5-y$

នាំឲ្យ $x=5-2=3$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូរចម្លើយ $(x=2\ ,\ y=3)$ ឬ $(x=3\ ,\ y=2)$ ។

28) $\begin{cases} 4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400} & (1)\\ 5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900} & (2)\end{cases}$

តាមសមីការ (1): $4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400}$

គេបាន $\ln\left(4^x\cdot 5^y\right)=\ln\dfrac{1}{400}$

$$\ln 4^x+\ln 5^y=\ln 1-\ln 400$$
$$x\ln 4+y\ln 5=-\ln(20)^2$$
$$x\ln 4+y\ln 5=-2\ln(4\cdot 5)$$
$$x\ln 4+y\ln 5=-2(\ln 4+\ln 5)$$
$$x\ln 4+y\ln 5=-2\ln 4-2\ln 5 \quad (3)$$

តាមសមីការ (2): $5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900}$

គេបាន $\ln\left(5^x\cdot 6^y\right)=\ln\dfrac{1}{900}$

$$\ln 5^x+\ln 6^y=\ln 1-\ln 900$$
$$x\ln 5+y\ln 6=-\ln(30)^2$$
$$x\ln 5+y\ln 6=-2\ln(5\cdot 6)$$
$$x\ln 5+y\ln 6=-2(\ln 5+\ln 6)$$
$$x\ln 5+y\ln 6=-2\ln 5-2\ln 6 \quad (4)$$

តាម (3) និង (4) គេបាន $\begin{cases} x\ln 4+y\ln 5=-2\ln 4-2\ln 5 & (3)\\ x\ln 5+y\ln 6=-2\ln 5-2\ln 6 & (4)\end{cases}\left|\begin{array}{l}\times\ (\ln 5)\\ \times(-\ln 4)\end{array}\right.$

$$+\begin{cases} x\ln 4\ln 5 + y(\ln 5)^2 = -2\ln 4\ln 5 - 2(\ln 5)^2 & (3) \\ -x\ln 5\ln 4 - y\ln 4\ln 6 = 2\ln 4\ln 5 + 2\ln 4\ln 6 & (4) \end{cases}$$

$$y(\ln 5)^2 - y\ln 4\ln 6 = -2(\ln 5)^2 + 2\ln 4\ln 6$$

$$\left((\ln 5)^2 - \ln 4\ln 6\right)y = -2\left((\ln 5)^2 - \ln 4\ln 6\right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2\left((\ln 5)^2 - \ln 4\ln 6\right)}{(\ln 5)^2 - \ln 4\ln 6} = -2$$

យក $y = -2$ ជំនួសសមីការ (3) : $x\ln 4 + y\ln 5 = -2\ln 4 - 2\ln 5$

គេបាន $x\ln 4 - 2\ln 5 = -2\ln 4 - 2\ln 5$

$$x\ln 4 = -2\ln 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2\ln 4}{\ln 4} = -2$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូរចម្លើយ $(x = -2\ ,\ y = -2)$ ។

29) $\begin{cases} \sin x + \sin y = \dfrac{3}{2} & (1) \\ 2^{\sin x} + 2^{\sin y} = 2 + \sqrt{2} & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (1) : $\sin x + \sin y = \dfrac{3}{2}$

នាំឲ្យ $\sin y = \dfrac{3}{2} - \sin x \quad (3)$

យក (3) ជំនួស (2) : $2^{\sin x} + 2^{\sin y} = 2 + \sqrt{2}$

គេបាន $2^{\sin x} + 2^{\frac{3}{2} - \sin x} = 2 + \sqrt{2}$

$$2^{\sin x} + 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-\sin x} = 2 + \sqrt{2}$$

$$2^{\sin x} + \sqrt{2^3} \cdot 2^{-\sin x} = 2 + \sqrt{2}$$

$$2^{\sin x} + 2\sqrt{2} \cdot 2^{-\sin x} = 2 + \sqrt{2}$$

តាង $t = 2^{\sin x}$ ដែល $(t > 0)$

គេបាន $t + 2\sqrt{2} \cdot t^{-1} = 2 + \sqrt{2}$

$$t+2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{t}=2+\sqrt{2}$$

$$t^2+2\sqrt{2}=\left(2+\sqrt{2}\right)t$$

$$t^2-\left(2+\sqrt{2}\right)t+2\sqrt{2}=0$$

$$t^2-2t-\sqrt{2}t+2\sqrt{2}=0$$

$$t(t-2)-\sqrt{2}(t-2)=0$$

$$(t-2)\left(t-\sqrt{2}\right)=0$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t-2=0\\ t-\sqrt{2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\ t=\sqrt{2}\end{array}\right.$$

– ចំពោះ $t=2$ គេបាន $\left.\begin{array}{l}t=2\\ t=2^{\sin x}\end{array}\right|\Rightarrow 2^{\sin x}=2$

$$\Rightarrow \sin x=1$$

$$\Leftrightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\quad\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

យក $\sin x=1$ ជំនួស (3): $\sin y=\frac{3}{2}-\sin x$

គេបាន $\sin y=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$

$$\sin y=\frac{1}{2}$$

នាំឲ្យ $y=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ឬ $y=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\quad\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

– ចំពោះ $t=\sqrt{2}$ គេបាន $\left.\begin{array}{l}t=\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}\\ t=2^{\sin x}\end{array}\right|\Rightarrow 2^{\sin x}=2^{\frac{1}{2}}$

$$\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}$$

នាំឲ្យ $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ ឬ $x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\quad\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

យក $\sin x=\frac{1}{2}$ ជំនួស (3): $\sin y=\frac{3}{2}-\sin x$

គេបាន $\sin y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

$$\sin y = \sin\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូរចម្លើយ $\left(x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, y = \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right)$

ឬ $\left(x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, y = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right)$ ឬ $\left(x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$

ឬ $\left(x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$ ដែល $k \in \mathbb{Z}$ ។

30) $\begin{cases} x^{2015} = y^{2016} & (1) \\ x^y = y^x & (2) \end{cases}$

– យើងពិនិត្យឃើញថា $(x=1, y=1)$ ជាគូរចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។

– ចំពោះ $x \neq 0, y \neq 0$ និង $x > 0, y > 0$ សមីការ (1) និង (2) អាចសរសេរៈ

តាមសមីការ (1): $x^{2015} = y^{2016}$

នាំឲ្យ $y = x^{\frac{2015}{2016}} \quad (3)$

តាមសមីការ (2): $x^y = y^x$

$$\Leftrightarrow \ln x^y = \ln y^x$$

$$\Leftrightarrow y\ln x = x\ln y \quad (4)$$

យក (3) ជំនួស (4) គេបាន $y\ln x = x\ln x^{\frac{2015}{2016}}$

$$\Leftrightarrow y\ln x = \frac{2015}{2016}x\ln x$$

$$\Rightarrow y = \frac{2015}{2016}x \quad (5)$$; ($\ln x \neq 0$ ចំពោះ $x \neq 1$)

ផ្ទឹម (3) និង (4) គេបាន $x^{\frac{2015}{2016}} = \frac{2015}{2016}x$

សមមូល $x^{\frac{2015}{2016}-1} = \frac{2015}{2016}$

សមមូល $x^{-\frac{1}{2016}} = \frac{2015}{2016}$

សមមូល $x^{\frac{1}{2016}}=\frac{2016}{2015}$

នាំឲ្យ $x=\left(\frac{2016}{2015}\right)^{2016}$ ជំនួស(5)

គេបាន $y=\frac{2015}{2016}x=\frac{2015}{2016}\times\left(\frac{2016}{2015}\right)^{2016}=\left(\frac{2016}{2015}\right)^{-1}\times\left(\frac{2016}{2015}\right)^{2016}=\left(\frac{2016}{2015}\right)^{2015}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=1,y=1)$ ឬ $\left(x=\left(\frac{2016}{2015}\right)^{2016},y=\left(\frac{2016}{2015}\right)^{2015}\right)$ ។

31) $\begin{cases}2^{x^2+y}=4^{\frac{y^2+x}{2}} & (1)\\ \sqrt{xy}=2 & (2)\end{cases}$

តាមសមីការ(1): $2^{x^2+y}=4^{\frac{y^2+x}{2}}$

$\Leftrightarrow 2^{x^2+y}=2^{y^2+x}$

នាំឲ្យ $x^2+y=y^2+x \quad (3)$

តាមសមីការ(2): $\sqrt{xy}=2$

$\Leftrightarrow xy=4$

$\Rightarrow y=\frac{4}{x} \quad (4)$

យក(4)ជំនួសក្នុង(3)

គេបាន $x^2+\frac{4}{x}=\left(\frac{4}{x}\right)^2+x$

$$x^2+\frac{4}{x}=\frac{16}{x^2}+x$$

$$x^4+4x=16+x^3$$

$$x^4-x^3+4x-16=0$$

$$\left(x^4-16\right)-x\left(x^2-4\right)=0$$

$$\left(x^2-4\right)\left(x^2+4\right)-x\left(x^2-4\right)=0$$

$$\left(x^2-4\right)\left(x^2-x+4\right)=0$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4=0\\ x^2-x+4=0\end{array}\right.$$

ដោយ $x^2 - x + 4 > 0$

គេបាន $x^2 - 4 = 0$

នាំឲ្យ $x = \pm 2$

- ចំពោះ $x = -2$ គេបាន (4): $y = \frac{4}{x} = \frac{4}{-2} = -2$
- ចំពោះ $x = 2$ គេបាន (4): $y = \frac{4}{x} = \frac{4}{2} = 2$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = -2, y = -2)$ ឬ $(x = 2, y = 2)$ ។

32) $\begin{cases} 4^{\frac{x}{y} - \frac{3y}{x}} = 16 & (1) \\ \sqrt{x} - \sqrt{2y} = \sqrt{12} - \sqrt{8} & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x > 0, y > 0)$

តាមសមីការ (1): $4^{\frac{x}{y} - \frac{3y}{x}} = 16$

$$4^{\frac{x}{y} - \frac{3y}{x}} = 4^2 \Leftrightarrow \frac{x}{y} - \frac{3y}{x} = 2$$ តាង $t = \frac{x}{y}$ ដែល $t > 0$

គេបាន $t - 3\frac{1}{t} = 2$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$t^2 + t - 3t - 3 = 0$$

$$t(t+1) - 3(t+1) = 0$$

$$(t+1)(t-3) = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t + 1 = 0 \\ t - 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 < 0 \ (\text{មិនយក}) \\ t = 3 \end{array}\right.$$

ចំពោះ $t = 3$ គេបាន $\left.\begin{array}{r} t = 3 \\ t = \frac{x}{y} \end{array}\right| \Rightarrow \frac{x}{y} = 3 \Leftrightarrow x = 3y$

យក $y = 3x$ ជំនួស (2) គេបាន $\sqrt{x} - \sqrt{2y} = \sqrt{12} - \sqrt{8}$

$$\sqrt{3y} - \sqrt{2y} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{y}\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) = 2\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$$

$$\sqrt{y} = 2$$

$$\Rightarrow y = 4$$

គេបាន $x=3y=3\times 4=12$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=12, y=4)$ ។

33) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}\sqrt[y]{9}=9^{\frac{x}{2y}} & (1) \\ \dfrac{x+3y}{x}=\dfrac{2x}{y}-4 & (2) \end{cases}$ លក្ខខណ្ឌ $(x\neq 0, y\neq 0)$

តាមសមីការ (1): $\dfrac{1}{3}\sqrt[y]{9}=9^{\frac{x}{2y}}$

$$\frac{1}{3}\times 3^{\frac{1}{y}}=3^{\frac{2x}{2y}}$$

$$3^{\frac{1}{y}-1}=3^{\frac{x}{y}}$$

$$\frac{1}{y}-1=\frac{x}{y}$$

$\Leftrightarrow\ 1-y=x$ ជំនួសក្នុង (2)

គេបាន $\dfrac{x+3y}{x}=\dfrac{2x}{y}-4$

$$\frac{1-y+3y}{1-y}=\frac{2(1-y)}{y}-4$$

$$\frac{1+2y}{1-y}=\frac{2-6y}{y}$$

$$y(1+2y)=(1-y)(2-6y)$$

$$y+2y^2=2-6y-2y+6y^2$$

$$2y^2+y-6y^2+8y-2=0$$

$$-4y^2+9y-2=0$$

គេបាន $\Delta=9^2-4\times(-4)\times(-2)=81-32=49$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$$

នាំឲ្យ $y_1=\dfrac{-9-7}{2(-4)}=\dfrac{-16}{-8}=2$

$$y_2=\frac{-9+7}{2(-4)}=\frac{-2}{-8}=\frac{1}{4}$$

– ចំពោះ $y_1=2$ នោះ $x=1-y=1-2=-1$

– ចំពោះ $y_2=\frac{1}{4}$ នោះ $x=1-y=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=-1,y=2)$ ឬ $\left(x=\frac{3}{4},y=\frac{1}{4}\right)$ ។

34) $\begin{cases}(3x+y)^{x-y}=9 & (1)\\ \sqrt[x-y]{324}=18x^2+12xy+2y^2 & (2)\end{cases}$

តាមសមីការ (1): $(3x+y)^{x-y}=9\Rightarrow(3x+y)=\sqrt[x-y]{9}$

តាមសមីការ (2): $\sqrt[x-y]{324}=2\left(3x^2+6xy+y^2\right)$

$$\sqrt[x-y]{324}=2(3x+y)^2$$

គេបាន $\sqrt[x-y]{324}=2\cdot\left(\sqrt[x-y]{9}\right)^2$

$\Leftrightarrow 2^{x-y}\cdot 81=324$

$\Leftrightarrow 2^{x-y}=2^2$

$\Rightarrow x-y=2 \quad (3)$

តាមសមីការ (1) គេបាន $(3x+y)^{x-y}=9 \Leftrightarrow (3x+y)^2=9$

$$\Rightarrow 3x+y=3 \quad (4)$$

តាម (3) និង (4) គេបាន $\begin{cases}x-y=2 & (3)\\ 3x+y=3 & (4)\end{cases}$

យក $(3)+(4)$ គេបាន $4x=5\Rightarrow x=\frac{5}{4}$

តាម (3): $y=x-2=\frac{5}{4}-2=-\frac{3}{4}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=\frac{5}{4},y=-\frac{3}{4}\right)$ ។

35) $\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7 & (1)\\ 2^{-x}+2^{-y}+2^{-z}=\frac{7}{4} & (2)\\ x+y+z=3 & (3)\end{cases}$

គេបាន $\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 & (1) \\ \dfrac{1}{2^x}+\dfrac{1}{2^y}+\dfrac{1}{2^z}=\dfrac{7}{4} & (2) \\ 2^{x+y+z}=2^3 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 & (1) \\ \dfrac{2^y2^z+2^x2^z+2^y2^z}{2^x\cdot 2^y\cdot 2^z}=\dfrac{7}{4} & (2) \\ 2^x\cdot 2^y\cdot 2^z=8 & (3) \end{cases}$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត សមីការមានរាង $X^3-SX^2+RX-P=0$

ដែល $\begin{cases} S=a+b+c \\ R=ab+bc+ca \\ P=abc \end{cases}$ (a,b,c ជាឬស)

គេបាន $\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 & (1) \\ 2^y2^z+2^x2^z+2^y2^z=\dfrac{7}{4}\times 8 & (2) \\ 2^x\cdot 2^y\cdot 2^z=8 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 & (1) \\ 2^y2^z+2^x2^z+2^y2^z=14 & (2) \\ 2^x\cdot 2^y\cdot 2^z=8 & (3) \end{cases}$

ដើម្បីងាយស្រួលយើងតាង $a=2^x$, $b=2^y$, $c=2^z$

នោះ $\begin{cases} a+b+c=7 \\ ab+bc+ca=14 \\ abc=8 \end{cases}$

គេបានសមីការ $X^3-7X^2+14X-8=0$

យើងសង្កេតឃើញថា $x=1$ ជាឬសងាយរបស់សមីការ

គេបាន $(X-1)\left(X^2-6X+8\right)=0$

$(X-1)(X-2)(X-4)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} X-1=0 \\ X-2=0 \\ X-4=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} X=1 \\ X=2 \\ X=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X=a=1 \\ X=b=2 \\ X=c=4 \end{array}\right.$

គេបាន $\left[\begin{array}{l} a=1 \\ b=2 \\ c=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=1 \\ 2^y=2 \\ 2^z=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=2^0 \\ 2^y=2^1 \\ 2^z=2^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{array}\right.$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=0,y=1,z=2)$ ឬ $(x=0,y=2,z=1)$ ឬ $(x=1,y=0,z=2)$ ឬ $(x=1,y=2,z=0)$ ឬ $(x=2,y=0,z=1)$ ឬ $(x=2,y=1,z=0)$ ។

IV. លំហាត់ត្រៀមប្រឡងប្រភេទផ្សេងៗ

1) គេឲ្យអនុគមន៍ $f\left(x\right)=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}$ ។

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f\left(x\right)$ ជាអនុគមន៍គូ ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ចំនួន x ចូរបង្ហាញថា $f\left(x\right)\geq 2$ ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ $f\left(x\right)=14$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេឲ្យអនុគមន៍ $f\left(x\right)=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}$

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f\left(x\right)$ ជាអនុគមន៍គូ

យើងមាន $f\left(x\right)=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}$ មានដែនកំណត់ $D_{f}=\mathbb{R}$

គេបាន $f\left(-x\right)=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{-x}$

$$=\left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)^{x}+\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^{x}$$

$$=\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2^{2}-\sqrt{3^{2}}}\right)^{x}+\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2^{2}-\sqrt{3^{2}}}\right)^{x}$$

$$=\left(\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}\right)^{x}+\left(\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}\right)^{x}$$

$$f\left(-x\right)=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}=f\left(x\right)$$

ដូចនេះ $f\left(x\right)$ ជាអនុគមន៍គូ ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ចំនួន x ចូរបង្ហាញថា $f\left(x\right)\geq 2$

តាមវិសមភាព $AM-GM$

គេបាន $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}\geq 2\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}}$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}\geq 2$$

ដូចនេះ $f\left(x\right)\geq 2$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ $f\left(x\right)=14$

គេបាន $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=14$

ដោយ $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=1$ សមមូល $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=1$

នាំឲ្យ $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}=\dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}}$

គេបាន $\dfrac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}}+\left(2-\sqrt{3}\right)=4$

តាង $u=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}>0$

គេបាន $\dfrac{1}{u}+u=4$

$\Leftrightarrow u^{2}-14u+1=0$

$\Delta'=\left(-7\right)^{2}-1=48$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{48}=\sqrt{4^{2}\times 3}=4\sqrt{3}$

នាំឲ្យ $u_{1}=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{7-4\sqrt{3}}{1}=7-4\sqrt{3}$

$u_{2}=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{7+4\sqrt{3}}{1}=7+4\sqrt{3}$

– ចំពោះ $u_{1}=7-4\sqrt{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l}u_{1}=7-4\sqrt{3}\\ u=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}\end{array}\right|\Rightarrow\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=7-4\sqrt{3}$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=4-4\sqrt{3}+3$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=2^{2}-2\cdot 2\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3^{2}}$

$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{2}$

នាំឲ្យ $x=2$

– ចំពោះ $u_{1}=7-4\sqrt{3}$

គេបាន $\left.\begin{array}{l}u_{1}=7+4\sqrt{3}\\ u=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}\end{array}\right|\Rightarrow\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=7+4\sqrt{3}$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=4+4\sqrt{3}+3$$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=2^{2}+2\cdot 2\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3^{2}}$$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2}=\frac{1}{\left(2-\sqrt{3}\right)^{2}}$$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-2}$$

នាំឲ្យ $x=-2$

ដូចនេះ $x=2$, $x=-2$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

2) គេឲ្យអនុគមន៍ $f\left(x\right)=2^{x^{2}-3x+4}+2^{2+3x-x^{2}}$ ។

ក. បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f\left(x\right)\geq 16$ ។

ខ. រកតម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $f\left(x\right)=20$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f\left(x\right)\geq 16$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b គេមាន $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^{2}\geq 0$

គេបាន $a-2ab+b\geq 0\Leftrightarrow a+b\geq 2ab$

ដោយយក $a=2^{x^{2}-3x+4}$; $b=2^{2+3x-x^{2}}$

គេបាន $2^{x^{2}-3x+4}+2^{2+3x-x^{2}}\geq 2\sqrt{2^{x^{2}-3x+4}\cdot 2^{2+3x-x^{2}}}$

$$2^{x^{2}-3x+4}+2^{2+3x-x^{2}}\geq 2\sqrt{2^{6}}$$

សមមូល $2^{x^{2}-3x+4}+2^{2+3x-x^{2}}\geq 16$

$$f\left(x\right)\geq 16$$

ដូចនេះ គ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $f\left(x\right)\geq 16$ ។

ខ. រកតម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $f\left(x\right)=20$

គេបាន $2^{x^{2}-3x+4}+2^{2+3x-x^{2}}=20$

$$2^{x^{2}-3x+4}+2^{6-\left(4-3x+x^{2}\right)}=20$$

$$2^{x^{2}-3x+4}+\frac{2^{6}}{2^{4-3x+x^{2}}}=20$$

$$2^{x^2-3x+4}+\frac{64}{2^{4-3x+x^2}}=20 \qquad (1)$$

តាង $t=2^{x^2-3x+4}>0$

សមីការ (1) អាចសរសេរ $t+\dfrac{64}{t}=20$

$$t^2-20t+64=0$$

$$\Delta'=(-10)^2-64=36$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$$

គេបាន $t_1=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-10)-6}{1}=4$

$t_2=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{-(-10)+6}{1}=16$

– ចំពោះ $t_1=4$ គេបាន $2^{x^2-3x+4}=4=2^2$

នាំឲ្យ $x^2-3x+4=2$

$x^2-3x+2=0$ ដោយ $a+b+c=1+(-3)+2=0$

គេបាន $x=1$ និង $x=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{1}=2$

– ចំពោះ $t_2=16$ គេបាន $2^{x^2-3x+4}=16=2^4$

នាំឲ្យ $x^2-3x+4=4$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x=0\\x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x\in\{0,1,2,3\}$ ។

3) គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{2^{x+1}+\sqrt{2}}{2^x+\sqrt{2}}$ ។

ក. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត m និង n បើ $m+n=1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(m)+f(n)=3$

ខ. គណនាផលបូក $S_p=\sum\limits_{k=1}^{p}\left[f\left(\dfrac{k}{p+1}\right)\right]$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត m និង n បើ $m+n=1$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(m)+f(n)=3$

យើងមាន $f(x)=\dfrac{2^{x+1}+\sqrt{2}}{2^x+\sqrt{2}}$

នាំឲ្យ $f(m)=\dfrac{2^{m+1}+\sqrt{2}}{2^m+\sqrt{2}}$ និង $f(n)=\dfrac{2^{n+1}+\sqrt{2}}{2^n+\sqrt{2}}$

គេបាន $f(m)+f(n)=\dfrac{2^{m+1}+\sqrt{2}}{2^m+\sqrt{2}}+\dfrac{2^{n+1}+\sqrt{2}}{2^n+\sqrt{2}}$

$$=\frac{\left(2^{m+1}+\sqrt{2}\right)\left(2^n+\sqrt{2}\right)+\left(2^{n+1}+\sqrt{2}\right)\left(2^m+\sqrt{2}\right)}{\left(2^m+\sqrt{2}\right)\left(2^n+\sqrt{2}\right)}$$

$$=\frac{\left(2^{m+n+1}+\sqrt{2}\cdot 2^{m+1}+\sqrt{2}\cdot 2^n+2\right)+\left(2^{m+n+1}+\sqrt{2}\cdot 2^{n+1}+\sqrt{2}\cdot 2^m+2\right)}{2^{m+n}+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n+2}$$

$$=\frac{2\cdot 2^{m+n+1}+\sqrt{2}\cdot 2^{m+1}+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^{n+1}+\sqrt{2}\cdot 2^n+4}{2^{m+n}+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n+2}$$

$$=\frac{4\cdot 2^{m+n}+2\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^m+2\sqrt{2}\cdot 2^n+\sqrt{2}\cdot 2^n+4}{2^{m+n}+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n+2}$$

$$=\frac{4\cdot 2^{m+n}+3\sqrt{2}\cdot 2^m+3\sqrt{2}\cdot 2^n+4}{2^{m+n}+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n+2}$$

$$f(m)+f(n)=\frac{4\cdot 2^1+3\sqrt{2}\cdot 2^m+3\sqrt{2}\cdot 2^n+4}{2^1+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n+2}$$ (ព្រោះ $m+n=1$)

$$f(m)+f(n)=\frac{12+3\sqrt{2}\cdot 2^m+3\sqrt{2}\cdot 2^n}{4+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n}$$

$$f(m)+f(n)=\frac{3\left(4+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n\right)}{4+\sqrt{2}\cdot 2^m+\sqrt{2}\cdot 2^n}=3$$

ដូចនេះ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត m និង n បើ $m+n=1$ នោះគេបាន $f(m)+f(n)=3$ ។

ខ. គណនាផលបូក $S_p=\sum_{k=1}^{p}\left[f\left(\dfrac{k}{p+1}\right)\right]$

គេបាន $S_p=f\left(\dfrac{1}{p+1}\right)+f\left(\dfrac{2}{p+1}\right)+f\left(\dfrac{3}{p+1}\right)+\ldots+f\left(\dfrac{p-1}{p+1}\right)+f\left(\dfrac{p}{p+1}\right)$

តាមសម្រាយខាងលើ $m+n=1$ គេបាន $f(m)+f(n)=3$

$$\frac{1}{p+1}+\frac{p}{p+1}=1 \text{ គេបាន } f\left(\frac{1}{p+1}\right)+f\left(\frac{p}{p+1}\right)=3$$

$$\frac{2}{p+1}+\frac{p-1}{p+1}=1 \text{ គេបាន } f\left(\frac{2}{p+1}\right)+f\left(\frac{p-1}{p+1}\right)=3$$

$$\frac{3}{p+1}+\frac{p-2}{p+1}=1 \text{ គេបាន } f\left(\frac{3}{p+1}\right)+f\left(\frac{p-2}{p+1}\right)=3$$

$$\frac{k}{p+1}+\frac{(p+1)-k}{p+1}=1 \text{ គេបាន } f\left(\frac{k}{p+1}\right)+f\left(\frac{(p+1)-k}{p+1}\right)=3$$

បូកអង្គនិងអង្គគេបាន $S_p = f\left(\frac{1}{p+1}\right)+f\left(\frac{2}{p+1}\right)+f\left(\frac{3}{p+1}\right)+\dots+f\left(\frac{p-1}{p+1}\right)+f\left(\frac{p}{p+1}\right)$

$$S_p = \underbrace{3+3+3+\dots+3+3}_{\frac{p}{2}\text{ តួនៃលេខ } 3} = 3\times\frac{p}{2}=\frac{3p}{2}$$

ដូចនេះ ផលបូក $S_p=\sum_{k=1}^{p}\left[f\left(\frac{k}{p+1}\right)\right]=\frac{3p}{2}$ ។

4) គេឲ្យ $N=\underbrace{4444...444}_{2017\text{ តួនៃលេខ}4}\underbrace{8888...88}_{2016\text{ តួនៃលេខ}8}9$ ។ គណនា $\sqrt{N}$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនា $\sqrt{N}$

យើងមាន $N=\underbrace{4444...444}_{2017\text{ តួនៃលេខ}4}\underbrace{8888...88}_{2016\text{ តួនៃលេខ}8}9$

$$=\underbrace{4444...444}_{2017\text{ តួនៃលេខ}4}\underbrace{000....00}_{2017\text{ តួនៃលេខ}0}+\underbrace{8888...88}_{2016\text{ តួនៃលេខ}8}0+9$$

$$=\underbrace{4444...444}_{2017\text{ តួនៃលេខ}4}\cdot 10^{2017}+\underbrace{8888...88}_{2016\text{ តួនៃលេខ}8}\cdot 10^{1}+9$$

$$=\frac{4}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2017\text{ តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{2017}+\frac{8}{9}\left(\underbrace{9999...99}_{2016\text{ តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10+9$$

$$=\frac{4}{9}\left(10^{2017}-1\right)\cdot 10^{2017}+\frac{8}{9}\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10+9$$

$$=\frac{4}{9}\left(10^{4034}-10^{2017}\right)+\frac{8}{9}\left(10^{2017}-10\right)+9$$

$$=\frac{4\left(10^{4034}-10^{2017}\right)+8\left(10^{2017}-10\right)+81}{9}$$

$$=\frac{4\cdot 10^{4034}-4\cdot 10^{2017}+8\cdot 10^{2017}-80+81}{9}$$

$$=\frac{4\cdot 10^{4034}+4\cdot 10^{2017}+1}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot 10^{2017}\right)^2+2\cdot\left(2\cdot 10^{2017}\right)\cdot 1+1^2}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot 10^{2017}+1\right)^2}{3^2}$$

$$=\left(\frac{2\cdot 10^{2017}+1}{3}\right)^2$$

នាំឲ្យ $\sqrt{N}=\sqrt{\left(\frac{2\cdot 10^{2017}+1}{3}\right)^2}=\frac{2\cdot 10^{2017}+1}{3}=\underbrace{6666...66}_{2016\text{តួនៃលេខ}6}7$

ដូចនេះ $\sqrt{N}=\underbrace{6666...66}_{2016\text{តួនៃលេខ}6}7$ ។

5) គេឲ្យ $N=\underbrace{4444...444}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}4}\underbrace{8888...88}_{n\text{តួនៃលេខ}8}9$ ។ គណនា $\sqrt{N}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនា $\sqrt{N}$

យើងមាន $N=\underbrace{4444...444}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}4}\underbrace{8888...88}_{n\text{តួនៃលេខ}8}9$

$$=\underbrace{4444...444}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}4}\underbrace{000....00}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{8888...88}_{n\text{តួនៃលេខ}8}0+9$$

$$=\underbrace{4444...444}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}4}\cdot 10^{n+1}+\underbrace{8888...88}_{n\text{តួនៃលេខ}8}\cdot 10^{1}+9$$

$$=\frac{4}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{n+1}+\frac{8}{9}\left(\underbrace{9999...99}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10+9$$

$$=\frac{4}{9}\left(10^{n+1}-1\right)\cdot 10^{n+1}+\frac{8}{9}\left(10^{n}-1\right)\cdot 10+9$$

$$=\frac{4}{9}\left(10^{2n+2}-10^{n+1}\right)+\frac{8}{9}\left(10^{n+1}-10\right)+9$$

$$=\frac{4\left(10^{2n+2}-10^{n+1}\right)+8\left(10^{n+1}-10\right)+81}{9}$$

$$=\frac{4\cdot 10^{2n+2}-4\cdot 10^{n+1}+8\cdot 10^{n+1}-80+81}{9}$$

$$=\frac{4\cdot 10^{2(n+1)}+4\cdot 10^{n+1}+1}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot 10^{n+1}\right)^{2}+2\cdot\left(2\cdot 10^{n+1}\right)\cdot 1+1^{2}}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot 10^{n+1}+1\right)^{2}}{3^{2}}$$

$$=\left(\frac{2\cdot 10^{n+1}+1}{3}\right)^{2}$$

នាំឲ្យ $\sqrt{N}=\sqrt{\left(\frac{2\cdot 10^{n+1}+1}{3}\right)^{2}}=\frac{2\cdot 10^{n+1}+1}{3}=\underbrace{6666...66}_{n\text{តួនៃលេខ}6}7$

ដូចនេះ $\sqrt{N}=\underbrace{6666...66}_{n\text{តួនៃលេខ}6}7$ ។

6) គេឲ្យចំនួនគត់ $A=\frac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}0\underbrace{7777...777}_{2016\text{តួនៃលេខ}7}8\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}\right)$ ។ ចូរគណនា $\sqrt[3]{A}$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនា $\sqrt[3]{A}$

យើងមាន $A=\frac{1}{3}\left(\underbrace{1111...1110}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{7777...777}_{2016\text{តួនៃលេខ}7}8\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}\right)$

$$=\frac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{000...00}_{4035\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{7777...777}_{2016\text{តួនៃលេខ}7}\underbrace{000...00}_{2018\text{តួនៃលេខ}0}+8\underbrace{000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\cdot 10^{4035}+\underbrace{7777...777}_{2016\text{តួនៃលេខ}7}\cdot 10^{2018}+8\cdot 10^{2017}+\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2016\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{4035}+\frac{7}{9}\cdot\left(\underbrace{9999...999}_{2016\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{2018}+8\cdot 10^{2017}+\frac{1}{9}\cdot\left(\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}\right)\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10^{4035}+\frac{7}{9}\cdot\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10^{2018}+8\cdot 10^{2017}+\frac{1}{9}\cdot\left(10^{2017}-1\right)\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10^{4035}+7\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10^{2018}+8\cdot 9\cdot 10^{2017}+\left(10^{2017}-1\right)}{9}\right)$$

$$=\frac{10^{6051}-10^{4035}+7\cdot 10^{4034}-7\cdot 10^{2018}+72\cdot 10^{2017}+10^{2017}-1}{27}$$

$$=\frac{10^{6051}-10\cdot 10^{4034}+7\cdot 10^{4034}-70\cdot 10^{2017}+72\cdot 10^{2017}+10^{2017}-1}{27}$$

$$=\frac{10^{6051}-3\cdot 10^{4034}+3\cdot 10^{2017}-1}{27}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}\right)^3-3\cdot\left(10^{2017}\right)^2\cdot 1+3\cdot 10^{2017}\cdot 1^2-1^3}{27}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}-1\right)^3}{3^3}=\left(\frac{10^{2017}-1}{3}\right)^3$$

នាំឲ្យ $\sqrt[3]{A}=\sqrt[3]{\left(\frac{10^{2017}-1}{3}\right)^3}=\frac{10^{2017}-1}{3}=\frac{\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}}{3}=\underbrace{3333...333}_{2017\text{តួនៃលេខ}3}$

ដូចនេះ $\sqrt[3]{A}=\underbrace{3333...333}_{2017\text{តួនៃលេខ}3}$ ។

7) គេឲ្យចំនួនគត់ $A=\dfrac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}0\underbrace{7777...777}_{n\text{តួនៃលេខ}7}8\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}\right)$ ។ ចូរគណនា $\sqrt[3]{A}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនា $\sqrt[3]{A}$

យើងមាន $A=\dfrac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}0\underbrace{7777...777}_{n\text{តួនៃលេខ}7}8\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}\right)$

$$=\frac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\ \underbrace{000...00}_{(2n+3)\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{7777...777}_{n\text{តួនៃលេខ}7}\ \underbrace{000...00}_{(n+2)\text{តួនៃលេខ}0}+8\underbrace{000...000}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\cdot 10^{2n+3}+\underbrace{7777...777}_{n\text{តួនៃលេខ}7}\cdot 10^{n+2}+8\cdot 10^{n+1}+\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{2n+3}+\frac{7}{9}\cdot\left(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{n+2}+8\cdot 10^{n+1}+\frac{1}{9}\cdot\left(\underbrace{9999...999}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}9}\right)\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}\left(10^n-1\right)\cdot 10^{2n+3}+\frac{7}{9}\cdot\left(10^n-1\right)\cdot 10^{n+2}+8\cdot 10^{n+1}+\frac{1}{9}\cdot\left(10^{n+1}-1\right)\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{\left(10^n-1\right)\cdot 10^{2n+3}+7\left(10^n-1\right)\cdot 10^{n+2}+8\cdot 9\cdot 10^{n+1}+\left(10^{n+1}-1\right)}{9}\right)$$

$$=\frac{10^{3n+3}-10^{2n+3}+7\cdot 10^{2n+2}-7\cdot 10^{n+2}+72\cdot 10^{n+1}+10^{n+1}-1}{27}$$

$$=\frac{10^{3n+3}-10\cdot 10^{2n+2}+7\cdot 10^{2n+2}-70\cdot 10^{n+1}+72\cdot 10^{n+1}+10^{n+1}-1}{27}$$

$$=\frac{10^{3n+3}-3\cdot 10^{2n+2}+3\cdot 10^{n+1}-1}{27}$$

$$=\frac{\left(10^{n+1}\right)^3-3\cdot\left(10^{n+1}\right)^2\cdot 1+3\cdot 10^{n+1}\cdot 1^2-1^3}{27}$$

$$=\frac{\left(10^{n+1}-1\right)^3}{3^3}=\left(\frac{10^{n+1}-1}{3}\right)^3$$

នាំឲ្យ $\sqrt[3]{A}=\sqrt[3]{\left(\frac{10^{n+1}-1}{3}\right)^3}=\frac{10^{n+1}-1}{3}=\frac{\overbrace{9999...999}^{(n+1)\text{តួនៃលេខ}9}}{3}=\underbrace{3333...333}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}3}$

ដូចនេះ $\sqrt[3]{A}=\underbrace{3333...333}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}3}$ ។

8) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S=\underbrace{1111...111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}+\underbrace{4444...444}_{2017\text{តួនៃលេខ}4}+1$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S=\underbrace{1111...111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}+\underbrace{4444...444}_{2017\text{តួនៃលេខ}4}+1$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $S=\underbrace{1111...111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}+\underbrace{4444...444}_{2017\text{តួនៃលេខ}4}+1$

$$=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{4034\text{តួនៃលេខ}9}\right)+\frac{4}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}\right)+1$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{4034}-1\right)+\frac{4}{9}\left(10^{2017}-1\right)+1$$

$$=\frac{10^{4034}-1+4\left(10^{2017}-1\right)+9}{9}$$

$$=\frac{10^{4034}-1+4\cdot10^{2017}-4+9}{9}$$

$$=\frac{10^{4034}+4\cdot10^{2017}+1}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}\right)^2+2\cdot10^{2017}\cdot2+2^2}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}+2\right)^2}{3^2}$$

$$=\left(\frac{10^{2017}+2}{3}\right)^2$$

$$=\left(\frac{10^{2017}-1+3}{3}\right)^2$$

$$=\left(\frac{10^{2017}-1}{3}+1\right)^2$$

$$=\left(\underbrace{3333...333}_{2017\text{តួនៃលេខ}3}+1\right)^2=\left(\underbrace{3333...33}_{2016\text{តួនៃលេខ}3}4\right)^2$$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $S=\left(\underbrace{3333...33}_{2016\text{តួនៃលេខ}3}4\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

9) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S=\underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}+\underbrace{4444...444}_{n\text{តួនៃលេខ}4}+1$ ជាការេប្រាកដ ។

<u>សម្រាយបញ្ជាក់</u>

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S=\underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}+\underbrace{4444...444}_{n\text{តួនៃលេខ}4}+1$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $S=\underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}+\underbrace{4444...444}_{n\text{តួនៃលេខ}4}+1$

$$=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2n\text{តួនៃលេខ}9}\right)+\frac{4}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)+1$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)+\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)+1$$

$$=\frac{10^{2n}-1+4\left(10^n-1\right)+9}{9}$$

$$=\frac{10^{2n}-1+4\cdot10^n-4+9}{9}$$

$$=\frac{10^{2n}+4\cdot10^n+1}{9}$$

$$=\frac{\left(10^n\right)^2+2\cdot10^n\cdot2+2^2}{9}$$

$$=\frac{\left(10^n+2\right)^2}{3^2}$$

$$=\left(\frac{10^n+2}{3}\right)^2$$

$$=\left(\frac{10^n-1+3}{3}\right)^2$$

$$=\left(\frac{10^n-1}{3}+1\right)^2$$

$$=\left(\underbrace{3333...333}_{n\text{តួនៃលេខ}3}+1\right)^2=\left(\underbrace{3333...33}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}3}4\right)^2$$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $S=\left(\underbrace{3333...33}_{2016\text{តួនៃលេខ}3}4\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

10) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111....111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111....111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $\underbrace{1111....111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{4034\text{តួនៃលេខ}9}\right)-\frac{2}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}\right)$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{4034}-1\right)-\frac{2}{9}\left(10^{2017}-1\right)$$

$$=\frac{\left(10^{4034}-1\right)-2\left(10^{2017}-1\right)}{9}$$

$$=\frac{10^{4034}-1-2\cdot10^{2017}+2}{9}$$

$$=\frac{10^{4034}-2\cdot10^{2017}+1}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}\right)^2-2\cdot10^{2017}\cdot1+1^2}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}-1\right)^2}{3^2}$$

$$=\left(\frac{10^{2017}-1}{3}\right)^2=\left(\underbrace{3333...333}_{2017\text{តួនៃលេខ}3}\right)^2$$ ជាការេប្រាកដ។

ដូចនេះ $\underbrace{1111....111}_{4034\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}=\left(\underbrace{3333...333}_{2017\text{តួនៃលេខ}3}\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

11) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111....111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{n\text{តួនៃលេខ}2}$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111....111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{n\text{តួនៃលេខ}2}$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $\underbrace{1111....111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{n\text{តួនៃលេខ}2}=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2n\text{តួនៃលេខ}9}\right)-\frac{2}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)-\frac{2}{9}\left(10^{n}-1\right)$$

$$=\frac{\left(10^{2n}-1\right)-2\left(10^{n}-1\right)}{9}$$

$$=\frac{10^{2n}-1-2\cdot10^{n}+2}{9}$$

$$=\frac{10^{2n}-2\cdot10^{n}+1}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{n}\right)^2-2\cdot10^{n}\cdot1+1^2}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{n}-1\right)^2}{3^2}$$

$=\left(\frac{10^{n}-1}{3}\right)^2=\left(\underbrace{3333...333}_{n\text{តួនៃលេខ}3}\right)^2$ ជាការេប្រាកដ។

ដូចនេះ $\underbrace{1111....111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}-\underbrace{2222...222}_{n\text{តួនៃលេខ}2}=\left(\underbrace{3333...333}_{n\text{តួនៃលេខ}3}\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

12) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1\underbrace{0000...000}_{2016\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}25$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន $1\underbrace{0000...000}_{2016\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}25 = 1\underbrace{0000...000}_{4036\text{តួនៃលេខ}0} + 1\underbrace{0000...000}_{2019\text{តួនៃលេខ}0} + 25$

$$= 10^{4036} + 10^{2019} + 25$$
$$= 10^{4036} + 10 \cdot 10^{2018} + 25$$
$$= \left(10^{2018}\right)^2 + 2 \cdot 10^{2018} \cdot 5 + 5^2$$
$$= \left(10^{2018} + 5\right)^2 = \left(1\underbrace{0000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}5\right)^2$$

ដូចនេះ $1\underbrace{0000...000}_{2016\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}25 = \left(1\underbrace{0000...000}_{2017\text{តួនៃលេខ}0}5\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

13) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1\underbrace{0000...000}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{n\text{តួនៃលេខ}0}25$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន $1\underbrace{0000...000}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{n\text{តួនៃលេខ}0}25 = 1\underbrace{0000...000}_{(2n+2)\text{តួនៃលេខ}0} + 1\underbrace{0000...000}_{(n+2)\text{តួនៃលេខ}0} + 25$

$$= 10^{2n+2} + 10^{n+1} + 25$$
$$= 10^{2n+2} + 10 \cdot 10^{n+1} + 25$$
$$= \left(10^{n+1}\right)^2 + 2 \cdot 10^{n+1} \cdot 5 + 5^2$$
$$= \left(10^{n+1} + 5\right)^2 = \left(1\underbrace{0000...000}_{n\text{តួនៃលេខ}0}5\right)^2$$

ដូចនេះ $1\underbrace{0000...000}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}0}1\underbrace{0000...000}_{n\text{តួនៃលេខ}0}25 = \left(1\underbrace{0000...000}_{n\text{តួនៃលេខ}0}5\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

14) គេឲ្យបីចំនួន $A = \underbrace{8888...888}_{2016\text{តួនៃលេខ}8}$, $B = \underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}$ និង $C = \underbrace{4444...444}_{4032\text{តួនៃលេខ}4}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A + B + C + 7$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A + B + C + 7$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $A=\underbrace{8888...888}_{2016\text{តួនៃលេខ}8}=\frac{8}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2016\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{8}{9}\left(10^{2016}-1\right)$

$$B=\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}=\frac{2}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{2}{9}\left(10^{2017}-1\right)$$

$$C=\underbrace{4444...444}_{4032\text{តួនៃលេខ}4}=\frac{4}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{4032\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{4}{9}\left(10^{4032}-1\right)$$

គេបាន $A+B+C+7=\frac{8}{9}\left(10^{2016}-1\right)+\frac{2}{9}\left(10^{2017}-1\right)+\frac{4}{9}\left(10^{4032}-1\right)+7$

$$=\frac{8\left(10^{2016}-1\right)+2\left(10^{2017}-1\right)+4\left(10^{4032}-1\right)+63}{9}$$

$$=\frac{8\cdot10^{2016}-8+2\cdot10^{2017}-2+4\cdot10^{4032}-4+63}{9}$$

$$=\frac{4\cdot10^{4032}+8\cdot10^{2016}+20\cdot10^{2016}+49}{9}$$

$$=\frac{4\cdot10^{4032}+28\cdot10^{2016}+49}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot10^{2016}\right)^2+2\cdot\left(2\cdot10^{2016}\right)\cdot7+7^2}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot10^{2016}+7\right)^2}{3^2}=\left(\frac{2\cdot10^{2016}+7}{3}\right)^2$$

$=\left(\underbrace{6666...66}_{2015\text{តួនៃលេខ}6}9\right)^2$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $A+B+C+7=\left(\underbrace{6666...66}_{2015\text{តួនៃលេខ}6}9\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

15) គេឲ្យបីចំនួន $A=\underbrace{8888...888}_{n\text{តួនៃលេខ}8}$, $B=\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}$ និង $C=\underbrace{4444...444}_{2n\text{តួនៃលេខ}4}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ ។

<u>សម្រាយបញ្ជាក់</u>

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $A=\underbrace{8888...888}_{n\text{តួនៃលេខ}8}=\frac{8}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{8}{9}\left(10^n-1\right)$

$$B=\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}=\frac{2}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{2}{9}\left(10^{n+1}-1\right)$$

$$C=\underbrace{4444...444}_{2n\text{តួនៃលេខ}4}=\frac{4}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2n\text{តួនៃលេះ}9}\right)=\frac{4}{9}\left(10^{2n}-1\right)$$

គេបាន $A+B+C+7=\frac{8}{9}\left(10^n-1\right)+\frac{2}{9}\left(10^{n+1}-1\right)+\frac{4}{9}\left(10^{2n}-1\right)+7$

$$=\frac{8\left(10^n-1\right)+2\left(10^{n+1}-1\right)+4\left(10^{2n}-1\right)+63}{9}$$

$$=\frac{8\cdot10^n-8+2\cdot10^{n+1}-2+4\cdot10^{2n}-4+63}{9}$$

$$=\frac{4\cdot10^{2n}+8\cdot10^n+20\cdot10^n+49}{9}$$

$$=\frac{4\cdot10^{2n}+28\cdot10^n+49}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot10^n\right)^2+2\cdot\left(2\cdot10^n\right)\cdot7+7^2}{9}$$

$$=\frac{\left(2\cdot10^n+7\right)^2}{3^2}=\left(\frac{2\cdot10^n+7}{3}\right)^2$$

$=\left(\underbrace{6666...66}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}6}9\right)^2$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $A+B+C+7=\left(\underbrace{6666...66}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}6}9\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

16) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}5$ ជាការេប្រាកដ ។

<u>សម្រាយបញ្ជាក់</u>

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}5$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}5=\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{0000...000}_{2018\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}0+5$

$$=\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\cdot 10^{2018}+\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}\cdot 10+5$$

$$=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2016\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10^{2018}+\frac{2}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}\right)\cdot 10+5$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10^{2018}+\frac{2}{9}\left(10^{2017}-1\right)\cdot 10+5$$

$$=\frac{\left(10^{2016}-1\right)\cdot 10^{2018}+20\left(10^{2017}-1\right)+45}{9}$$

$$=\frac{10^{4034}-10\cdot 10^{2017}+20\cdot 10^{2017}-20+45}{9}$$

$$=\frac{10^{4034}+10\cdot 10^{2017}+25}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}\right)^2+2\cdot 10^{2017}\cdot 5+5^2}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2017}+5\right)^2}{3^2}=\left(\frac{10^{2017}+5}{3}\right)^2$$

$=\left(\underbrace{3333...33}_{2016\text{តួនៃលេខ}3}5\right)^2$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $\underbrace{1111...111}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{2017\text{តួនៃលេខ}2}5=\left(\underbrace{3333...33}_{2016\text{តួនៃលេខ}3}5\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

17) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}5$ ជាការេប្រាកដ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}5$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}5=\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{0000...000}_{(n+2)\text{តួនៃលេខ}0}+\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}0+5$

$$=\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\cdot 10^{n+2}+\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}\cdot 10+5$$

$$=\frac{1}{9}\Big(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\Big)\cdot 10^{n+2}+\frac{2}{9}\Big(\underbrace{9999...999}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}9}\Big)\cdot 10+5$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{n}-1\right)\cdot 10^{n+2}+\frac{2}{9}\left(10^{n+1}-1\right)\cdot 10+5$$

$$=\frac{\left(10^{n}-1\right)\cdot 10^{n+2}+20\left(10^{n+1}-1\right)+45}{9}$$

$$=\frac{10^{2n+2}-10\cdot 10^{n+1}+20\cdot 10^{n+1}-20+45}{9}$$

$$=\frac{10^{2n+2}+10\cdot 10^{n+1}+25}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{n+1}\right)^{2}+2\cdot 10^{n+1}\cdot 5+5^{2}}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{n+1}+5\right)^{2}}{3^{2}}=\left(\frac{10^{n+1}+5}{3}\right)^{2}$$

$$=\Big(\underbrace{3333...33}_{n\text{តួនៃលេខ}3}5\Big)^{2}$$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $\underbrace{1111...111}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\underbrace{2222...222}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}2}5=\Big(\underbrace{3333...33}_{2016\text{តួនៃលេខ}3}5\Big)^{2}$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

18) គេឲ្យបីចំនួន $P=\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}$, $Q=\underbrace{1111...111}_{4032\text{តួនៃលេខ}1}$ និង $R=\underbrace{6666...666}_{2016\text{តួនៃលេខ}6}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P+Q+R+8$ ជាការេប្រាកដ ។

<u>**សម្រាយបញ្ជាក់**</u>

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P+Q+R+8$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $P=\underbrace{1111...111}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}=\frac{1}{9}\Big(\underbrace{9999...999}_{2017\text{តួនៃលេខ}9}\Big)=\frac{1}{9}\left(10^{2017}-1\right)$

$$Q=\underbrace{1111...111}_{4032\text{តួនៃលេខ}1}=\frac{1}{9}\Big(\underbrace{9999...999}_{4032\text{តួនៃលេខ}9}\Big)=\frac{1}{9}\left(10^{4032}-1\right)$$

$$R=\underbrace{6666...666}_{2016\text{តួនៃលេខ}6}=\frac{6}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2016\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{6}{9}\left(10^{2016}-1\right)$$

គេបាន $P+Q+R+8=\frac{1}{9}\left(10^{2017}-1\right)+\frac{1}{9}\left(10^{4032}-1\right)+\frac{6}{9}\left(10^{2016}-1\right)+8$

$$=\frac{\left(10^{2017}-1\right)+\left(10^{4032}-1\right)+6\left(10^{2016}-1\right)+72}{9}$$

$$=\frac{10^{2017}-1+10^{4032}-1+6\cdot10^{2016}-6+72}{9}$$

$$=\frac{10^{4032}+10\cdot10^{2016}+6\cdot10^{2016}+64}{9}$$

$$=\frac{10^{4032}+16\cdot10^{2016}+64}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2016}\right)^2+2\cdot10^{2016}\cdot8+8^2}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{2016}+8\right)^2}{3^2}$$

$$=\left(\frac{10^{2016}+8}{3}\right)^2$$

$$=\left(\underbrace{3333...33}_{2015\text{តួនៃលេខ}3}6\right)^2$$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $P+Q+R+8=\left(\underbrace{3333...33}_{2015\text{តួនៃលេខ}3}6\right)^2$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

19) គេឲ្យបីចំនួន $P=\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}$, $Q=\underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}$ និង $R=\underbrace{6666...666}_{n\text{តួនៃលេខ}6}$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P+Q+R+8$ ជាការេប្រាកដ ។

<u>**សម្រាយបញ្ជាក់**</u>

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P+Q+R+8$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $P=\underbrace{1111...111}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}1}=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{(n+1)\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{1}{9}\left(10^{n+1}-1\right)$

$$Q=\underbrace{1111...111}_{2n\text{តួនៃលេខ}1}=\frac{1}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{2n\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)$$

$$R=\underbrace{6666...666}_{n\text{តួនៃលេខ}6}=\frac{6}{9}\left(\underbrace{9999...999}_{n\text{តួនៃលេខ}9}\right)=\frac{6}{9}\left(10^{n}-1\right)$$

គេបាន $P+Q+R+8=\frac{1}{9}\left(10^{n+1}-1\right)+\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)+\frac{6}{9}\left(10^{n}-1\right)+8$

$$=\frac{\left(10^{n+1}-1\right)+\left(10^{2n}-1\right)+6\left(10^{n}-1\right)+72}{9}$$

$$=\frac{10^{n+1}-1+10^{2n}-1+6\cdot 10^{n}-6+72}{9}$$

$$=\frac{10^{2n}+10\cdot 10^{n}+6\cdot 10^{n}+64}{9}$$

$$=\frac{10^{2n}+16\cdot 10^{n}+64}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{n}\right)^{2}+2\cdot 10^{n}\cdot 8+8^{2}}{9}$$

$$=\frac{\left(10^{n}+8\right)^{2}}{3^{2}}=\left(\frac{10^{n}+8}{3}\right)^{2}$$

$$=\left(\underbrace{3333...33}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}3}6\right)^{2}$$ ជាការេប្រាកដ ។

ដូចនេះ $P+Q+R+8=\left(\underbrace{3333...33}_{(n-1)\text{តួនៃលេខ}3}6\right)^{2}$ ជាការេប្រាកដត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

20) គណនាផលបូក

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\frac{1}{2017\sqrt{2016}+2016\sqrt{2017}}$$

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{(k+1)^{2}k}+\sqrt{k^{2}(k+1)}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{k(k+1)(k+1)}+\sqrt{k(k+1)\cdot k}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{k(k+1)}\left(\sqrt{k+1}+\sqrt{k}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}\left(\sqrt{(k+1)^2}-\sqrt{k^2}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}(k+1-k)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}}=\frac{\sqrt{k+1}}{\sqrt{k(k+1)}}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}}{\sqrt{k+1}\cdot\sqrt{k}}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}\cdot\sqrt{k}}$$

$$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}}$$ យកតម្លៃ $k=1,2,3,\dots,2016$

បើ $k=1$: $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}$

បើ $k=2$: $\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

បើ $k=3$: $\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}=\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}$

បើ $k=2016$: $\frac{1}{2017\sqrt{2016}+2016\sqrt{2017}}=\frac{1}{\sqrt{2016}}-\frac{1}{\sqrt{2017}}$

បូកអង្គនឹងអង្គគេបាន

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+\dots+\frac{1}{2017\sqrt{2016}+2016\sqrt{2017}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2017}}=1-\frac{1}{\sqrt{2017}}=1-\frac{\sqrt{2017}}{2017}=\frac{2017-\sqrt{2017}}{2017}$$

ដូចនេះ $S=\frac{2017-\sqrt{2017}}{2017}$ ។

21) គណនាផលបូក

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+\dots+\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$$

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{(k+1)^2k}+\sqrt{k^2(k+1)}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{k(k+1)(k+1)}+\sqrt{k(k+1)\cdot k}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{k(k+1)}\left(\sqrt{k+1}+\sqrt{k}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}\left(\sqrt{(k+1)^2}-\sqrt{k^2}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}(k+1-k)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}}=\frac{\sqrt{k+1}}{\sqrt{k(k+1)}}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}}{\sqrt{k+1}\cdot\sqrt{k}}-\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}\cdot\sqrt{k}}$$

$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}}$ យកតម្លៃ $k=1,2,3,\dots,n$

បើ $k=1$: $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}$

បើ $k=2$: $\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

បើ $k=3$: $\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}=\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}$

បើ $k=n$: $\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$

បូកអង្គនឹងអង្គគេបាន $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$

$$=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}=1-\frac{1}{\sqrt{n+1}}=1-\frac{\sqrt{n+1}}{n+1}=\frac{(n+1)-\sqrt{n+1}}{n+1}$$

ដូចនេះ $S=\frac{(n+1)-\sqrt{n+1}}{n+1}$ ។

22) គណនាផលបូក

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2016^2}+\frac{1}{2017^2}}$$

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន $1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}=\frac{k^2(k+1)^2+(k+1)^2+k^2}{k^2(k+1)^2}$

$$=\frac{k^2\left(k^2+2k+1\right)+k^2+2k+1+k^2}{\left[k(k+1)\right]^2}$$

$$=\frac{k^4+2k^3+k^2+2k^2+2k+1}{\left[k(k+1)\right]^2}$$

$$=\frac{k^4+2k^3+3k^2+2k+1}{\left[k(k+1)\right]^2}$$

$$=\frac{k^4+k^3+k^2+k^3+k^2+k+k^2+k+1}{\left[k(k+1)\right]^2}$$

$$=\frac{k^2\left(k^2+k+1\right)+k\left(k^2+k+1\right)+\left(k^2+k+1\right)}{\left[k(k+1)\right]^2}$$

$$=\frac{\left(k^2+k+1\right)\left(k^2+k+1\right)}{\left[k(k+1)\right]^2}$$

$$=\frac{\left(k^2+k+1\right)^2}{\left[k(k+1)\right]^2}=\left(\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}\right)^2$$

នាំឲ្យ $\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}}=\sqrt{\left(\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}\right)^2}$

$$=\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}=\frac{k(k+1)+1}{k(k+1)}=1+\frac{1}{k(k+1)}$$

$$=1+\frac{(k+1)-k}{k(k+1)}=1+\frac{k+1}{k(k+1)}-\frac{k}{k(k+1)}$$

$$\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}}=1+\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$$ យកតម្លៃ $k=1,2,3,\dots,2016$

បើ $k=1$: $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}=1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$

បើ $k=2$: $\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

បើ $k=3$: $\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

បើ $k=2016$: $\sqrt{1+\frac{1}{2016^2}+\frac{1}{2017^2}}=1+\frac{1}{2016}-\frac{1}{2017}$

បូកអង្គនិងអង្គគេបាន

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\dots+\sqrt{1+\frac{1}{2016^2}+\frac{1}{2017^2}}$$

$$=\Big(\underbrace{1+1+1+\dots+1}_{2016\text{តួនៃលេខ}1}\Big)+\frac{1}{1}-\frac{1}{2017}$$

$$=2016\times1+1-\frac{1}{2017}=2017-\frac{1}{2017}=\frac{2017^2-1}{2017}$$

ដូចនេះ $S=\frac{2017^2-1}{2017}$ ។

23) គណនាផលបូក

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\dots+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$$

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

យើងមាន $1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}=\frac{k^2(k+1)^2+(k+1)^2+k^2}{k^2(k+1)^2}$

$$=\frac{k^2(k^2+2k+1)+k^2+2k+1+k^2}{[k(k+1)]^2}$$

$$=\frac{k^4+2k^3+k^2+2k^2+2k+1}{[k(k+1)]^2}$$

$$=\frac{k^4+2k^3+3k^2+2k+1}{[k(k+1)]^2}$$

$$=\frac{k^4+k^3+k^2+k^3+k^2+k+k^2+k+1}{[k(k+1)]^2}$$

$$=\frac{k^2(k^2+k+1)+k(k^2+k+1)+(k^2+k+1)}{[k(k+1)]^2}$$

$$=\frac{(k^2+k+1)(k^2+k+1)}{[k(k+1)]^2}$$

$$=\frac{(k^2+k+1)^2}{[k(k+1)]^2}=\left(\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}\right)^2$$

នាំឲ្យ $\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}}=\sqrt{\left(\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}\right)^2}$

$$=\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}=\frac{k(k+1)+1}{k(k+1)}=1+\frac{1}{k(k+1)}$$

$$=1+\frac{(k+1)-k}{k(k+1)}=1+\frac{k+1}{k(k+1)}-\frac{k}{k(k+1)}$$

$\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}}=1+\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}$ យកតម្លៃ $k=1,2,3,\ldots,n$

បើ $k=1$: $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}=1+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$

បើ $k=2$: $\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$

បើ $k=3$: $\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

បើ $k=n$: $\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

បូកអង្គនិងអង្គគេបាន $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\ldots+\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$

$$=\left(\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{n\text{តួនៃលេខ}1}\right)+\frac{1}{1}-\frac{1}{n+1}$$

$$=n\times1+1-\frac{1}{n+1}=n+1-\frac{1}{n+1}=\frac{(n+1)^2-1}{n+1}$$

ដូចនេះ $S=\frac{(n+1)^2-1}{n+1}$ ។

24) បង្ហាញថា $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$

<u>សម្រាយបញ្ជាក់</u>

បង្ហាញថា $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$

យើងមាន: $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)}$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{2^2}+\sqrt{2\left(2+\sqrt{3}\right)}}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{2^2}-\sqrt{2\left(2-\sqrt{3}\right)}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{2+\sqrt{3+2\sqrt{3}+1}}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{2-\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{2+\sqrt{\sqrt{3^2}+2\cdot\sqrt{3}\cdot1+1^2}}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{2-\sqrt{\sqrt{3^2}-2\cdot\sqrt{3}\cdot1+1^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{2+\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{2-\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{2+\left(\sqrt{3}+1\right)}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{2-\left(\sqrt{3}-1\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{2+\sqrt{3}+1}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{2-\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{3+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{3-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)+\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)}{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left[\left(2+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)\right]}{3^2-\sqrt{3^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3^2}+6+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\sqrt{3^2}\right)}{9-3}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(6-3+6-3\right)}{6}=\frac{6\sqrt{2}}{6}=\sqrt{2}$$

ដូចនេះ $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

25) គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$

ខ. ទាញរកផលបូក $S=f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{3}{4035}\right)+\ldots+f\left(\frac{4034}{4035}\right)$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេឲ្យ $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$

ក. គណនា $f(x)+f(y)$

គេបាន $f(x)+f(y)=\frac{4^x}{4^x+2}+\frac{4^y}{4^y+2}$

$$=\frac{4^x\left(4^y+2\right)+4^y\left(4^x+2\right)}{\left(4^x+2\right)\left(4^y+2\right)}$$

$$=\frac{4^{x+y}+2\cdot 4^x+4^{x+y}+2\cdot 4^y}{4^{x+y}+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y+4}$$ តែ $x+y=1$

$$=\frac{4^1+2\cdot 4^x+4^1+2\cdot 4^y}{4^1+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y+4}$$

$$=\frac{8+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y}{8+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y}=1$$

ដូចនេះ $f(x)+f(y)=1$ ។

ខ. ទាញរកផលបូក $S=f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{3}{4035}\right)+...+f\left(\frac{4034}{4035}\right)$

តាមសម្រាយខាងលើ $x+y=1$ គេបាន $f(x)+f(y)=1$

$\frac{1}{4035}+\frac{4034}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{4034}{4035}\right)=1$

$\frac{2}{4035}+\frac{4033}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{4033}{4035}\right)=1$

$\frac{3}{4035}+\frac{4032}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{3}{4035}\right)+f\left(\frac{4032}{4035}\right)=1$

$\frac{2017}{4035}+\frac{2018}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{2017}{4035}\right)+f\left(\frac{2018}{4035}\right)=1$

បូកអង្គនិងអង្គគេបាន $f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{3}{4035}\right)+...+f\left(\frac{4034}{4035}\right)=\underbrace{1+1+1+...+1}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}$

$$=2017\times 1=2017$$

ដូចនេះ $S=2017$ ។

26) គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\frac{2017^x}{2017^x+\sqrt{2017}}$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$

ខ. ទាញរកផលបូក $S = f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{3}{4035}\right)+...+f\left(\frac{4034}{4035}\right)$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេឲ្យ $f(x)=\frac{2017^x}{2017^x+\sqrt{2017}}$

ក. គណនា $f(x)+f(y)$

គេបាន $f(x)+f(y)=\frac{2017^x}{2017^x+\sqrt{2017}}+\frac{2017^y}{2017^y+\sqrt{2017}}$

$$=\frac{2017^x\left(2017^y+\sqrt{2017}\right)+2017^y\left(2017^x+\sqrt{2017}\right)}{\left(2017^x+\sqrt{2017}\right)\left(2017^y+\sqrt{2017}\right)}$$

$$=\frac{2017^{x+y}+4^x\cdot\sqrt{2017}+2017^{x+y}+4^y\cdot\sqrt{2017}}{2017^{x+y}+4^x\cdot\sqrt{2017}+4^y\cdot\sqrt{2017}+\sqrt{2017^2}}$$ តែ $x+y=1$

$$=\frac{2017+4^x\cdot\sqrt{2017}+2017+4^y\cdot\sqrt{2017}}{2017+4^x\cdot\sqrt{2017}+4^y\cdot\sqrt{2017}+2017}$$

$$=\frac{4034+4^x\cdot\sqrt{2017}+4^y\cdot\sqrt{2017}}{4034+4^x\cdot\sqrt{2017}+4^y\cdot\sqrt{2017}}=1$$

ដូចនេះ $f(x)+f(y)=1$ ។

ខ. ទាញរកផលបូក $S = f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{3}{4035}\right)+...+f\left(\frac{4034}{4035}\right)$

តាមសម្រាយខាងលើ $x+y=1$ គេបាន $f(x)+f(y)=1$

$\frac{1}{4035}+\frac{4034}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{4034}{4035}\right)=1$

$\frac{2}{4035}+\frac{4033}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{4033}{4035}\right)=1$

$\frac{3}{4035}+\frac{4032}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{3}{4035}\right)+f\left(\frac{4032}{4035}\right)=1$

$\frac{2017}{4035}+\frac{2018}{4035}=1$ គេបាន $f\left(\frac{2017}{4035}\right)+f\left(\frac{2018}{4035}\right)=1$

បូកអង្គនិងអង្គគេបាន $f\left(\frac{1}{4035}\right)+f\left(\frac{2}{4035}\right)+f\left(\frac{3}{4035}\right)+\ldots+f\left(\frac{4034}{4035}\right)=\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{2017\text{តួនៃលេខ}1}$

$$=2017\times 1=2017$$

ដូចនេះ $S=2017$ ។

27) ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀបចំនួន $A=\frac{2016^{1111}+1}{2016^{2222}+1}$ និង $B=\frac{2016^{2222}+1}{2016^{3333}+1}$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$

យើងមាន $\sqrt{2}=\sqrt[6]{2^3}=\sqrt[6]{8}$ និង $\sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{3^2}=\sqrt[6]{9}$

ដោយ $8<9$

នាំឲ្យ $\sqrt[6]{8}<\sqrt[6]{9}$ សមមូល $\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{2}<\sqrt[3]{3}}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀបចំនួន $A=\frac{2016^{1111}+1}{2016^{2222}+1}$ និង $B=\frac{2016^{2222}+1}{2016^{3333}+1}$

តាង $x=2016^{1111}$ គេបាន $A=\frac{x+1}{x^2+1}$ និង $B=\frac{x^2+1}{x^3+1}$

នាំឲ្យ $A-B=\frac{x+1}{x^2+1}-\frac{x^2+1}{x^3+1}$

$$=\frac{(x+1)(x^3+1)-(x^2+1)(x^2+1)}{(x^2+1)(x^3+1)}$$

$$=\frac{(x^4+x+x^3+1)-(x^4+x^2+x^2+1)}{(x^2+1)(x^3+1)}$$

$$=\frac{(x^4+x^3+x+1)-(x^4+2x^2+1)}{(x^2+1)(x^3+1)}$$

$$=\frac{x^4+x^3+x+1-x^4-2x^2-1}{(x^2+1)(x^3+1)}$$

$$=\frac{x^3-2x^2+x}{(x^2+1)(x^3+1)}$$

$$= \frac{x\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+1\right)\left(x^3+1\right)}$$

$$= \frac{x\left(x-1\right)^2}{\left(x^2+1\right)\left(x^3+1\right)}$$ ដោយ $x = 2016^{1111}$

គេបាន $A - B = \frac{x\left(x-1\right)^2}{\left(x^2+1\right)\left(x^3+1\right)} > 0$ សមមូល $A - B > 0$

នាំឲ្យ $A > B$

ដូចនេះ $\boxed{A > B}$ ។

28) ដោះស្រាយសមីការ $9^{x^2+x} + 3^{1-x^2} = 3^{(x+1)^2} + 1$

តាង $u = 9^{x^2+x} = 3^{2\left(x^2+x\right)} = 3^{2x^2+2x}$ និង $v = 3^{1-x^2}$

គេបាន $uv = 3^{2x^2+2x} \cdot 3^{1-x^2} = 3^{2x^2+2x+1-x^2} = 3^{x^2+2x+1} = 3^{(x+1)^2}$

សមីការទៅជា $u + v = uv + 1$

$$uv - u - v + 1 = 0$$

$$u\left(v-1\right) - \left(v-1\right) = 0$$

$$\left(u-1\right)\left(v-1\right) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} u = 1 \\ v = 1 \end{array}\right.$ សមមូល $\left[\begin{array}{l} 3^{2x^2+2x} = 1 \\ 3^{1-x^2} = 1 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $3^{2x^2+2x} = 1$

គេបាន $3^{2x^2+2x} = 3^0$

សមមូល $2x^2 + 2x = 0$

$$2x\left(x+1\right) = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$

– ចំពោះ $3^{1-x^2} = 1$

គេបាន $3^{1-x^2} = 3^0$

សមមូល $1 - x^2 = 0$

$$x^2 = 1$$

នាំឲ្យ $x=\pm 1$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1, x=0, x=1}$ ។

29) ដោះស្រាយសមីការ $(2016)^{x-2015}+(4033)^{\frac{x-1}{2}-1007}=(2017)^{x-2015}$

យើងមាន $(4033)^{\frac{x-1}{2}-1007}=(4033)^{\frac{x-1-2014}{2}}=(4033)^{\frac{x-2015}{2}}=\sqrt{4033}^{(x-2015)}$

សមីការទៅជា $(2016)^{x-2015}+\sqrt{4033}^{(x-2015)}=(2017)^{x-2015}$

ចែកអង្គសមីការនឹង $(2017)^{x-2015}$

គេបាន $\left(\frac{2016}{2017}\right)^{x-2015}+\left(\frac{\sqrt{4033}}{2017}\right)^{x-2015}=1$

តាង $\sin\alpha=\frac{2016}{2017}$ នោះ $\cos\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{2016}{2017}\right)^2}=\frac{\sqrt{4033}}{2017}$

យើងបាន $(\sin\alpha)^{x-2015}+(\cos\alpha)^{x-2015}=1$

ដោយ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

គេបាន $x-2015=2$

នាំឲ្យ $x=2017$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2017}$ ។

30) ដោះស្រាយសមីការ $|2016-x|^{2017}+|2017-x|^{2016}=1$

– បើ $x=2016$

គេបាន $|2016-2016|^{2017}+|2017-2016|^{2016}=1$

$|1|^{2016}=1$

$1=1$ ពិត

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2016$ ។

– បើ $x=2017$

គេបាន $|2016-2017|^{2017}+|2017-2017|^{2016}=1$

$|-1|^{2017}=1$

$1=1$ ពិត

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2017$ ។

– បើ $x<2016$

គេបាន $2017-x>1$ នាំឲ្យ $|2017-x|^{2016}>1$

យើងបាន សមីការគ្មានឫស ចំពោះ $x<2016$

– បើ $x>2017$

គេបាន $2016-x<1$ នាំឲ្យ $|2016-x|^{2017}>1$

យើងបាន សមីការគ្មានឫស ចំពោះ $x>2017$ ។

– បើ $2016<x<2017$

គេបាន $|2016-x|^{2017}<x-2016$

$|2017-x|^{2016}<2017-x$

នាំឲ្យ $|2016-x|^{2017}+|2017-x|^{2016}<1$

គេបាន សមីការមានឫសចំពោះគ្រប់ $x\in(2017,2017)$ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2016\ ,\ x=2017}$ ។

31) ដោះស្រាយសមីការ $x\cdot 2016^x=x(3-x)+2\left(2016^x-1\right)$

គេបាន $x\cdot 2016^x=3x-x^2+2\cdot 2016^x-2$

$$x\cdot 2016^x-2\cdot 2016^x+x^2-3x+2=0$$

$$2016^x(x-2)+x^2-2x-x+2=0$$

$$2016^x(x-2)+x(x-2)-(x-2)=0$$

$$(x-2)\left(2016^x+x-1\right)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ 2016^x+x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ 2016^x=-x+1\end{array}\right.$

– ចំពោះសមីការ $2016^x=-x+1$

បើ $x=0$ យើងបាន $2016^0=-0+1$

$1=1$ ពិត

នាំឲ្យ $x=0$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

យើងនិងបង្ហាញថា $x=0$ ជាឫសតែមួយគត់របស់សមីការ

យើងមាន $2016^x=-x+1$

ដោយ $f(x)=2016^x$ ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$

និង $g(x)=-x+1$ ជាអនុគមន៍ចុះលើ $\mathbb{R}$

ហេតុនេះ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)$ និង $g(x)$ ប្រសព្វគ្នាយ៉ាងច្រើនមួយចំណុច។

គេបាន សមីការ $2016^x=-x+1$ មានឫសតែមួយគត់គឺ $x=0$ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0\ ,\ x=2}$ ។

32) ដោះស្រាយសមីការ $2^x+3^x-4^x+6^x-9^x=1$

គេបាន $2^x+3^x-2^{2x}+2^x\cdot 3^x-3^{2x}=1$

តាង $a=2^x$ និង $b=3^x$

យើងបាន $a+b-a^2+ab-b^2=1$

សមមូល $1+a^2+b^2-a-b-ab=0$

$$2\left(1+a^2+b^2-a-b-ab\right)=0\times 2$$

$$2+2a^2+2b^2-2a-2b-2ab=0$$

$$1-2a+a^2+a^2-2ab+b^2+b^2-2b+1=0$$

$$(1-a)^2+(a-b)^2+(b-1)^2=0$$

គេបាន $\begin{cases}(1-a)^2=0\\(a-b)^2=0\\(b-1)^2=0\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}1-a=0\\a-b=0\\b-1=0\end{cases}$ សមមូល $a=b=1$

– ចំពោះ $a=1$

គេបាន $\left.\begin{matrix}a=1\\a=2^x\end{matrix}\right|\Rightarrow 2^x=2^0$

នាំឲ្យ $x=0$

– ចំពោះ $b=1$

គេបាន $\left.\begin{matrix}b=1\\b=3^x\end{matrix}\right|\Rightarrow 3^x=3^0$

នាំឲ្យ $x=0$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0}$ ។

33) ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{8^x+27^x}{12^x+18^x}=\dfrac{7}{6}$

គេបាន $\frac{2^{3x}+3^{3x}}{2^{2x}\cdot 3^{x}+2^{x}\cdot 3^{2x}}=\frac{7}{6}$

តាង $a=2^{x}$ និង $b=3^{x}$

សមីការទៅជា $\frac{a^3+b^3}{a^2b+ab^2}=\frac{7}{6}$

សមមូល $\frac{(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)}{ab(a+b)}=\frac{7}{6}$

$$\frac{a^2-ab+b^2}{ab}=\frac{7}{6}$$

$$6\left(a^2-ab+b^2\right)=7ab$$

$$6a^2-6ab+6b^2=7ab$$

$$6a^2-13ab+6b^2=0$$

$$6a^2-4ab-9ab+6b^2=0$$

$$2a(3a-2b)-3b(3a-2b)=0$$

$$(3a-2b)(2a-3b)=0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}3a-2b=0\\2a-3b=0\end{array}\right.$ សមមូល $\left[\begin{array}{l}3a=2b\\2a=3b\end{array}\right.$

– ចំពោះ $3a=2b$ សមមូល $3\cdot 2^{x}=2\cdot 3^{x}$

សមមូល $2^{x-1}=3^{x-1}$

សមមូល $\frac{2^{x-1}}{3^{x-1}}=1$

សមមូល $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{0}$

គេបាន $x-1=0$

$$x=1$$

– ចំពោះ $2a=3b$ សមមូល $2\cdot 2^{x}=3\cdot 3^{x}$

សមមូល $2^{x+1}=3^{x+1}$ សមមូល $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{0}$

គេបាន $x+1=0$

$$x=-1$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-1, x=1}$ ។

34) ដោះស្រាយសមីការ $7^{x+\frac{4}{3}}-5^{3x}=2\left(7^{x+\frac{1}{3}}+5^{3x-1}\right)$

យើងបំលែងជារាងមានស្វ័យគុណ ដែលមាននិទស្សន្ត $x-\frac{1}{3}$ ដូចគ្នា

យើងមាន $7^{x+\frac{4}{3}}=7^{x-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}}=7^{\frac{5}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}=7^{1+\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}=7\cdot 7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}$

$$5^{3x}=5^{3x-1+1}=5\cdot 5^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}=5\cdot 125^{\left(x-\frac{1}{3}\right)}$$

$$7^{x+\frac{1}{3}}=7^{x-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}=7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}$$

$$5^{3x-1}=5^{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}=125^{x-\frac{1}{3}}$$

គេបាន $7^{x+\frac{4}{3}}-5^{3x}=2\cdot 7^{x+\frac{1}{3}}+2\cdot 5^{3x-1}$

សមមូល $7\cdot 7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}-5\cdot 125^{x-\frac{1}{3}}=2\cdot 7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}+2\cdot 125^{x-\frac{1}{3}}$

$$7\cdot 7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}-2\cdot 7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}=5\cdot 125^{x-\frac{1}{3}}+2\cdot 125^{x-\frac{1}{3}}$$

$$7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}(7-2)=125^{x-\frac{1}{3}}(5+2)$$

$$5\cdot 7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{x-\frac{1}{3}}=7\cdot 125^{x-\frac{1}{3}}$$

សមមូល $\left(\frac{7}{125}\right)^{x-\frac{1}{3}}=\frac{7}{5\cdot 7^{\frac{2}{3}}}$

$$\left(\frac{7}{125}\right)^{x-\frac{1}{3}}=\frac{7\cdot 7^{-\frac{2}{3}}}{5}=\frac{7^{1-\frac{2}{3}}}{\left(5^3\right)^{\frac{1}{3}}}=\frac{7^{\frac{1}{3}}}{125^{\frac{1}{3}}}$$

$$\left(\frac{7}{125}\right)^{x-\frac{1}{3}}=\left(\frac{7}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$$

គេបាន $x-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

$$x=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\frac{2}{3}}$ ។

35) ដោះស្រាយសមីការ $4^{(x-1)^2}+6=2^{(x-1)^2}+2\sqrt{8^{(x-1)^2}+8}$

គេបាន $2^{2(x-1)^2}+6=2^{(x-1)^2}+2\sqrt{2^{3(x-1)^2}+8}$

តាង $t=2^{(x-1)^2}>0$

សមីការអាចសរសេរជា $t^2+6=t+2\sqrt{t^3+8}$

$$t^2-t+6=2\sqrt{t^3+2^3}$$

$$t^2-t+6=2\sqrt{(t+2)(t^2-2t+4)} \quad (1)$$

តាង $\left.\begin{matrix} u=t+2 \\ v=t^2-2t+4 \end{matrix}\right| \Rightarrow u+v=t^2-t+6$

សមីការ (1) អាចសរសេរជា $u+v=2\sqrt{uv}$

$$u-2\sqrt{uv}+v=0$$

$$\left(\sqrt{u}\right)^2-2\cdot\sqrt{u}\cdot\sqrt{v}+\left(\sqrt{v}\right)^2=0$$

$$\left(\sqrt{u}-\sqrt{v}\right)^2=0$$

$$\sqrt{u}-\sqrt{v}=0$$

$$\sqrt{u}=\sqrt{v}$$

នាំឲ្យ $u=v \iff t+2=t^2-2t+4$

គេបាន $t+2=t^2-2t+4$

$$t^2-3t+2=0$$

$$t^2-t-2t+2=0$$

$$t(t-1)-2(t-1)=0$$

$$(t-1)(t-2)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{matrix} t-1=0 \\ t-2=0 \end{matrix}\right. \iff \left[\begin{matrix} t=1 \\ t=2 \end{matrix}\right.$$

– ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\left.\begin{matrix} t=1 \\ t=2^{(x-1)^2} \end{matrix}\right| \Rightarrow 2^{(x-1)^2}=1$

$$2^{(x-1)^2} = 2^0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x-1=0$$
$$\Rightarrow x=1$$

– ចំពោះ $t=1$

គេបាន $\begin{matrix} t=2 \\ t=2^{(x-1)^2} \end{matrix} \Bigg| \Rightarrow 2^{(x-1)^2} = 2^1$

$$(x-1)^2 = 1$$
$$(x-1)^2 - 1 = 0$$
$$\left[(x-1)-1\right]\left[(x-1)+1\right] = 0$$
$$(x-2)x = 0$$

នាំឲ្យ $\left[\begin{matrix} x-2=0 \\ x=0 \end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} x=2 \\ x=0 \end{matrix}\right.$

ដូចនេះ $x \in \{0,1,2\}$ ជាឬសរបស់សមីការ ។

36) ១. គេឲ្យ $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$ និង $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។ គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ ។

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

១. គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

យើងមាន $x=\sqrt{3+\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{6+2\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\dfrac{5+2\sqrt{5}+1}{2}} = \dfrac{\sqrt{\sqrt{5^2}+2\sqrt{5}+1}}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+1\right)}{2} = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$$

$$y=\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}+1}{2}} = \frac{\sqrt{\sqrt{5^2}-2\sqrt{5}+1}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-1\right)}{2} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$$

$$xy=\left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{10^2}-\sqrt{2^2}}{4}=\frac{10-2}{4}=\frac{8}{4}=2$$

គេបាន $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}}$

$$=\frac{\sqrt{x^2}+2\sqrt{xy}+\sqrt{y^2}}{x-y}=\frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}+2$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\sqrt{5}+2}$ ។

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$

យើងមាន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\frac{\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

$$=\frac{\sqrt{(n+1)^2}-\sqrt{n^2}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\frac{n+1-n}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n}-\sqrt{n-1}=\frac{\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)\left(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}\right)}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$$

$$=\frac{\sqrt{n^2}-\sqrt{(n-1)^2}}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=\frac{n-n+1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$$

ដោយ $\sqrt{n+1}+\sqrt{n}>\sqrt{n}+\sqrt{n-1}$

នាំឲ្យ $\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}<\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$ សមមូល $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}<\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}<\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}$ ។

37) ១. គេឲ្យ $x=\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)$។ ចូរគណនាកន្សោម $\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^n$ ។

២. គេមាន $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=3$។ គណនាកន្សោម $P=\dfrac{x^2+x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}}$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាកន្សោម $\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^n$

យើងមាន $x=\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)$

គេបាន $x^2=\left[\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)\right]^2=\dfrac{1}{4}\left(3^{\frac{2}{n}}-2+3^{-\frac{2}{n}}\right)$

សមមូល $\sqrt{1+x^2}=\sqrt{1+\dfrac{1}{4}\left(3^{\frac{2}{n}}-2+3^{-\frac{2}{n}}\right)}$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{4+3^{\frac{2}{n}}-2+3^{-\frac{2}{n}}}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{3^{\frac{2}{n}}+2+3^{-\frac{2}{n}}}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\left(3^{\frac{1}{n}}\right)^2+2\cdot 3^{\frac{1}{n}}\cdot 3^{-\frac{1}{n}}+\left(3^{-\frac{1}{n}}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\left(3^{\frac{1}{n}}+3^{-\frac{1}{n}}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}+3^{-\frac{1}{n}}\right)$$

នាំឲ្យ $x+\sqrt{1+x^2}=\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)+\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}+3^{-\frac{1}{n}}\right)=3^{\frac{1}{n}}$

ដូចនេះ $\boxed{x+\sqrt{1+x^2}=3^{\frac{1}{n}}}$ ។

២. គណនាកន្សោម $P=\dfrac{x^2+x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}}$

យើងមាន $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=3$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$$\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)=3^2$$

$$x+2+x^{-1}=9$$

$$x+x^{-1}=7$$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេម្តងទៀត)

គេបាន $\left(x+x^{-1}\right)^2=49$

$$x^2+2+x^{-2}=49$$

$$x^2+x^{-2}=47$$

ម្យ៉ាងទៀត $x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}=\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)^3=\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)^3-3\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{-\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}\right)$

$$=3^3-3\cdot 1\cdot 3=27-9=18$$

នាំឲ្យ $P=\dfrac{x^2+x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}}=\dfrac{47}{18}$

ដូចនេះ $\boxed{P=\dfrac{47}{18}}$ ។

38) តើចំនួន $A=5^{2n+1}\times 2^n$ ដែល $n\in\mathbb{N}^*$ បញ្ចប់ដោយចំនួនសូន្យប៉ុន្មានខ្ទង់?

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេមានចំនួន $A=5^{2n+1}\times 2^n$ ដែល $n\in\mathbb{N}^*$

គេអាចសរសេរ $A=5^{2n}\times 5\times 2^n=(25)^n\times 5\times 2^n$

$$=(25\times 2)^n\times 5=50^n\times 5=(5\times 10)^n\times 5$$

$$=5^n\times 10^n\times 5=5^{n+1}\times 10^n$$

ដូចនេះ ចំនួន $A=5^{2n+1}\times 2^n$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួន n ។

39) ស្រាយបំភ្លឺថា $E=22+2\times 1000^{2016}$ ចែកដាច់និង 3 ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

យើងមាន $E = 22 + 2\times 1000^{2016}$

$$= 24 + 2\times 1000^{2016} - 2$$
$$= 24 + 2\left(1000^{2016} - 1\right)$$
$$= 24 + 2\left(1000 - 1\right)\left(1000^{2015} + 1000^{2014} + \ldots + 1000 + 1\right)$$
$$= 24 + 2\times 999\left(1000^{2015} + 1000^{2014} + \ldots + 1000 + 1\right)$$
$$= 6\left[4 + 333\left(1000^{2015} + 1000^{2014} + \ldots + 1000 + 1\right)\right]$$

ដូចនេះ $E = 22 + 2\times 1000^{2016}$ ចែកដាច់និង 3 ។

40) ដោះស្រាយសមីការ $x + \sqrt{x + \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}} = 2$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $x + \frac{1}{4} \geq 0$ នាំឲ្យ $x \geq \frac{1}{4}$

សមីការទៅជា $x + \sqrt{x + \frac{1}{4} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{4}} = 2$

$$x + \sqrt{\left(\sqrt{x + \frac{1}{4}}\right)^2 + 2\times\sqrt{x + \frac{1}{4}}\times\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2$$

$$x + \sqrt{\left(\sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}\right)^2} = 2$$

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\sqrt{x + \frac{1}{4}} = \frac{3}{2} - x$$

$$\left(\sqrt{x + \frac{1}{4}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2} - x\right)^2$$

$$x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} - 3x + x^2$$

គេបាន $x^2 - 4x + 2 = 0$

មាន $\Delta' = (-2)^2 - 1\cdot 2 = 4 - 2 = 2$

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{2}$$

នាំឲ្យ $x_1 = \dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{-(-2)-\sqrt{2}}{1} = 2-\sqrt{2}$

$x_2 = \dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{-(-2)+\sqrt{2}}{1} = 2+\sqrt{2}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x = 2-\sqrt{2}\ ,\ x = 2+\sqrt{2}}$ ។

41) ១. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\sqrt{2015}+\sqrt{2017}$ និង $2\sqrt{2016}$ ។

២. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\sqrt[3]{2017}+\sqrt[3]{2015}$ និង $2\sqrt[3]{2016}$ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

១. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\sqrt{2015}+\sqrt{2017}$ និង $2\sqrt{2016}$

យើងមាន $2016^2 - 1 < 2016^2$

$$(2016-1)(2016+1) < 2016^2$$

$$2015\cdot 2017 < 2016^2$$

សមមូល $\sqrt{2015\cdot 2017} < 2016$

$$2\sqrt{2015\cdot 2017} < 2\times 2016$$

$$2017 + 2\sqrt{2017\cdot 2015} + 2015 < 2\times 2016 + 2017 + 2016$$

$$\sqrt{2017^2} + 2\sqrt{2017}\cdot\sqrt{2015} + \sqrt{2015^2} < 4\times 2016$$

$$\left(\sqrt{2017}+\sqrt{2015}\right)^2 < 4\times 2016$$

នាំឲ្យ $\sqrt{2017}+\sqrt{2015} < 2\sqrt{2016}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{2017}+\sqrt{2015} < 2\sqrt{2016}}$ ។

២. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\sqrt[3]{2017}+\sqrt[3]{2015}$ និង $2\sqrt[3]{2016}$

យើងមាន $\left(\sqrt[3]{2017}-\sqrt[3]{2016}\right)\left(\sqrt[3]{2017^2}+\sqrt[3]{2017}\cdot\sqrt[3]{2016}+\sqrt[3]{2016^2}\right) = \sqrt[3]{2017^3}-\sqrt[3]{2016^3}$

$$\left(\sqrt[3]{2017}-\sqrt[3]{2016}\right)\left(\sqrt[3]{2017^2}+\sqrt[3]{2017\cdot 2016}+\sqrt[3]{2016^2}\right) = 1$$

នាំឲ្យ $\left(\sqrt[3]{2017}-\sqrt[3]{2016}\right) = \dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{2017^2}+\sqrt[3]{2017\cdot 2016}+\sqrt[3]{2016^2}\right)}$

និង $\left(\sqrt[3]{2016}-\sqrt[3]{2015}\right)\left(\sqrt[3]{2016^2}+\sqrt[3]{2016}\cdot\sqrt[3]{2015}+\sqrt[3]{2015^2}\right) = \sqrt[3]{2016^3}-\sqrt[3]{2015^3}$

$$\left(\sqrt[3]{2016}-\sqrt[3]{2015}\right)\left(\sqrt[3]{2016^2}+\sqrt[3]{2016\cdot 2015}+\sqrt[3]{2015^2}\right) = 1$$

នាំឲ្យ $\left(\sqrt[3]{2016}-\sqrt[3]{2015}\right)=\dfrac{1}{\left(\sqrt[3]{2016^2}+\sqrt[3]{2016\cdot 2015}+\sqrt[3]{2015^2}\right)}$

ដោយ $\sqrt[3]{2017^2}+\sqrt[3]{2017\cdot 2016}+\sqrt[3]{2016^2}>\sqrt[3]{2016^2}+\sqrt[3]{2016\cdot 2015}+\sqrt[3]{2015^2}$

គេបាន $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2017^2}+\sqrt[3]{2017\cdot 2016}+\sqrt[3]{2016^2}}<\dfrac{1}{\sqrt[3]{2016^2}+\sqrt[3]{2016\cdot 2015}+\sqrt[3]{2015^2}}$

សមមូល $\sqrt[3]{2017}-\sqrt[3]{2016}<\sqrt[3]{2016}-\sqrt[3]{2015}$

នាំឲ្យ $\sqrt[3]{2017}+\sqrt[3]{2015}<2\sqrt[3]{2016}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt[3]{2017}+\sqrt[3]{2015}<2\sqrt[3]{2016}}$ ។

42) ១. គណនាតម្លៃ x បើ $x^x=2016^{2016^{2017}}$ ។

២. បើ $4^{4^4}=\sqrt[128]{2^{2^{2^n}}}$ ។ រកតម្លៃ n ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

១. គណនាតម្លៃ x

បើ $x^x=2016^{2016^{2017}}$

គេបាន $x^x=2016^{2016^{2016+1}}=2016^{2016^{2016}\cdot 2016}=\left(2016^{2016}\right)^{2016^{2016}}$

នាំឲ្យ $x=2016^{2016}$

ដូចនេះ $\boxed{x=2016^{2016}}$ ។

២. រកតម្លៃ n

យើងមាន $4^{4^4}=\left(2^2\right)^{4^4}=\left(2^2\right)^{\left(2^2\right)^4}=2^{2\cdot 2^8}=2^{2^9}=\left(2^2\right)^9$

ហើយ $\sqrt[128]{2^{2^{2^n}}}=\sqrt[2^7]{2^{2^{2^n}}}=2^{\frac{2^{2^n}}{2^7}}=2^{2^{2^n-7}}=\left(2^2\right)^{2^n-7}$

គេបាន $4^{4^4}=\sqrt[128]{2^{2^{2^n}}}$

សមមូល $\left(2^2\right)^9=\left(2^2\right)^{2^n-7}$

នាំឲ្យ $9=2^n-7$

$2^n=16=2^4$

គេបាន $n=4$

ដូចនេះ $\boxed{n=4}$ ។

43) ដោះស្រាយសមីការ $\left(\cos 72^\circ\right)^x + \left(\cos 36^\circ\right)^x = 3\cdot 2^{-x}$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង 2^x

គេបាន $\left(2\cos 72^\circ\right)^x + \left(2\cos 36^\circ\right)^x = 3 \quad (1)$

តែ: $2\cos 72^\circ \times 2\cos 36^\circ = \dfrac{2\sin 36^\circ \cos 36^\circ \times 2\cos 72^\circ}{\sin 36^\circ}$

$$= \frac{\sin 72^\circ \times 2\cos 72^\circ}{\sin 36^\circ}$$

$$= \frac{\sin 144^\circ}{\sin 36^\circ} = \frac{\sin\left(180^\circ - 36^\circ\right)}{\sin 36^\circ}$$

$$= \frac{\sin 36^\circ}{\sin 36^\circ} = 1$$

នាំឲ្យ $\left(2\cos 72^\circ\right)^x \times \left(2\cos 36^\circ\right)^x = 1 \quad (2)$

តាមសមីការ (1) និង (2) ប្រើទ្រឹស្តីបទវ្យែត

គេបាន $\left(2\cos 72^\circ\right)^x$ និង $\left(2\cos 36^\circ\right)^x$ ជាឫសសមីការ $X^2 - 3X + 1 = 0 \quad (3)$

សមីការ $X^2 - 3X + 1 = 0 \quad (3)$

មាន $\Delta = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot 1 = 9 - 4 = 5$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$

នាំឲ្យ $X_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ និង $X_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

- កត់សំគាល់ថា: $2\cos 72^\circ = 2\sin 18^\circ = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

គេបាន $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} = \left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$

នាំឲ្យ $x = 2$

គេបាន $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} = \left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{-2}$

នាំឲ្យ $x = -2$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x = -2, x = 2}$ ។

1. ដោយប្រើលក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ ចូរសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $2^{2015}\times 2^{5}$

ខ. $3^{-12}\times 3^{18}$

គ. $2^{-20}\times 4^{12}$

ឃ. $3^{90}+9^{45}+27^{30}$

ង. $\left(2^{2}\right)^{5}$

ច. $\left(2^{4}+4^{2}\right)^{20}$

ឆ. $5^{4}\times\left(2\times 75-5^{2}\right)^{12}$

ជ. $\left(2^{16}+30\times 2^{15}\right)^{\frac{2015}{20}}$

ឈ. $(-2)^{7}(-2)^{3}(-2)^{-6}$

ញ. $\dfrac{4^{20}+4^{20}}{2^{41}}$

ដ. $\dfrac{6^{10}+9^{5}}{2^{0}+2^{10}}$

ឋ. $\dfrac{\left(3^{2}\right)^{10}+3^{10}}{1+3^{10}}$

ឌ. $\left(\dfrac{x^{3}y^{-5}}{ax^{4}y^{-6}}\right)^{-1}\times\left(\dfrac{y}{x}\right)$

ឍ. $\dfrac{3^{x+1}}{3^{1-x}}$

ណ. $\dfrac{2^{t-3}\times 4^{t}}{8^{t-1}}$

ត. $\dfrac{m^{-1}+n^{-1}}{m^{-1}-n^{-1}}$

ថ. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2014}\times\left(2-\sqrt{3}\right)^{2015}$

ទ. $\dfrac{2}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$

ធ. $\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}}\times\sqrt[3]{1+\sqrt{3}}$

ន. $\dfrac{35\left(27^{8}+2\cdot 9^{11}\right)}{15\left(81^{6}-12\cdot 3^{19}\right)}$

2. គណនា និងសម្រួលរ៉ាឌីកាល់នៃកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $\sqrt[6]{(-2)^{6}}$

ខ. $\sqrt{x^{2}-6x+9}$

គ. $\sqrt[4]{16(x-2)^{4}}$

ឃ. $\sqrt[3]{5^{10}-3(-5)^{9}}$

ង. $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$

ច. $\sqrt{\sqrt[4]{6561}}$

ឆ. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{16}\cdot\sqrt[3]{18}\cdot\sqrt[3]{48}}$

ជ. $\sqrt{x^{4}+2x^{2}+1}$

ឈ. $\dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{2}-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

ញ. $\dfrac{\sqrt[3]{c^{3}+3c^{2}d+3cd^{2}+d^{3}}}{\sqrt{c^{2}-d^{2}}\cdot\sqrt{c^{2}-d^{2}}}$

ដ. $\dfrac{\sqrt{a^{2}-3ab+2b^{2}}}{\sqrt{a^{2}-5ab+6b^{2}}}$

ឋ. $\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}$

ឌ. $\dfrac{6\sqrt[3]{2\sqrt{27}}-2\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{4\sqrt[4]{9\sqrt[3]{16}}}$

ឍ. $\dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^{2}-b^{2}}}}$

ណ. $\sqrt[3]{54}+\left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{3}}+\sqrt[3]{\frac{-1}{4}}$

ត. $a+b-\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

ថ. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$

ទ. $\sqrt{2\cdot\sqrt[4x+1]{16^x+16^x}}$

ធ. $\frac{5}{3}\sqrt{\frac{9}{5}}+\frac{1}{3}\sqrt{45}-5\sqrt{\frac{1}{5}}$

ន. $\frac{\sqrt[4]{125}\times\sqrt{\sqrt[4]{2\sqrt[4]{5}}}}{\sqrt[4]{625}\times\sqrt{10}}$

3. ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូរប្រៀបធៀបចំនួនតាមករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម៖

ក. $5\sqrt{2}$ និង $4\sqrt{3}$

ខ. $5\sqrt[3]{2}$ និង $2\sqrt[3]{31}$

គ. $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$

ឃ. $\sqrt[6]{4}$ និង $\sqrt[8]{6}$

ង. $\sqrt[3]{2}$ និង $\sqrt[12]{17}$

ច. $\sqrt{5}+\sqrt{6}$ និង $\sqrt{21}$

ឆ. 31^{11} និង 17^{14}

ជ. $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}$ និង 7

ឈ. $3-\sqrt{3}$ និង $\sqrt{6\left(2-\sqrt{3}\right)}$

ញ. $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}$ និង 4

ដ. $2^{\sqrt{3}}$ និង $3^{\sqrt{2}}$

ឋ. 200^{300} និង 300^{200} ។

4. បង្ហាញថា $N=2^{18}+2^{19}+2^{20}$ ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 7 ។

5. តើចំនួន $A=2^n\cdot5^{2n+2015}$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួនប៉ុន្មាន ?

6. បើស្គាល់ $2^x-2^{-x}=1$ ចូរគណនាតម្លៃនៃ A , B និង C ដែល $A=2^x+2^{-x}$, $B=4^x+4^{-x}$ និង $C=8^x-8^{-x}$ ។

7. គេឱ្យតម្លៃនៃ $x=\frac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)$

ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម $\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^n$ ។

8. ចូរគណនាកន្សោម

$$\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(x-y)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{xy}}{x-y}$$

ចំពោះ $(x>0\,,y>0\,,x\neq y)$ ។

9. គណនាកន្សោម

$$A=2\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}\right)^{-1}+3\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)^{-1}$$ និង

$$B=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)}$$

10. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោមៈ

ក. $y=2^x$ ខ. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

គ. $y=3^x$ ឃ. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

ង. $y=4^{x}$ ច. $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{x}$

ឆ. $y=10^{x}$ ជ. $y=\left(\frac{1}{10}\right)^{x}$

ឈ. $y=2^{x}+1$ ញ. $y=2^{x+1}$

ដ. $y=2^{x-2}$ ឋ. $y=-2^{x}$

11. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ ខាងក្រោមៈ

ក. $f(x)=2^{|x|}$

ខ. $f(x)=x\left(2^{x}\right)$

គ. $f(x)=x^{x}$

ឃ. $f(x)=2^{-x^{2}}$

ង. $f(x)=2^{|x-1|}$

ច. $f(x)=3^{-|x+1|^{2}}$

ឆ. $f(x)=2^{x}+2^{-x}$

ជ. $f(x)=2^{|x^{2}-8|}$

12. ចូររកតម្លៃនៃ a បើខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $f(x)=a^{x}$ កាត់តាមចំណុចនីមួយៗដូចខាងក្រោម៖

ក. $A(3,\,216)$ ខ. $B(5,\,32)$

គ. $C(3,\,512)$ ឃ. $D(4,\,256)$

ង. $E(-2,\,64)$ ច. $F\left(-3,\,\frac{1}{216}\right)$

ឆ. $G(3,\,343)$ ជ. $H\left(\frac{1}{3},\,3\right)$

13. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក. $f(x)=\sqrt{x}$

ខ. $f(x)=\sqrt[3]{x}$

គ. $f(x)=\sqrt{4-2x}$

ឃ. $f(x)=\sqrt{-3x^{2}}$

ង. $f(x)=\sqrt{x^{2}+1}$

ច. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2x^{2}-3x-5}$

ឆ. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^{2}-x-2}$

ជ. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+|x|}$ ។

14. ចូរបង្ហាញថា បើ $f(x)=a^{x}$ នោះ $f(x)f(y)=f(x+y)$ ។

15. គេមានអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{2^{x+1}+\sqrt{2}}{2^{x}+\sqrt{2}}$ ។ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ m និង n ដែល $m+n=1$ ចូរបង្ហាញថា $f(m)+f(n)=3$ ។

16. គេមានអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$ ។ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(a+b)=\dfrac{f(a)+f(b)}{1+f(a)f(b)}$ ។

17. បើ $(x_1,\,y_1)$ និង $(x_2,\,y_2)$ ជាពីរចំណុចនៅលើខ្សែកោង $f(x)=a^{x}$ នោះចំណុចទាំងពីរ $(x_1+x_2\,,\,y_1y_2)$ និង $\left(x_1-x_2\,,\,\frac{y_1}{y_2}\right)$ ក៏ជាពីរចំណុចនៅលើខ្សែកោង $f(x)=a^{x}$ ដែរ ។

18. បើចំណុច (x_1,y_1) នៅលើខ្សែកោង $f(x)=a^{x}$ នោះចំណុចទាំងពីរ $\left(2x_1\,,\,y_1^{2}\right)$ និង $\left(-x_1\,,\,\frac{1}{y_1}\right)$ ក៏នៅលើខ្សែកោង $f(x)=a^{x}$ ដែរ។

19. បើ $a>0$ ។ចូររកតម្លៃនៃ a និង x ដែលធ្វើឱ្យសមភាព និងវិសមភាពខាងក្រោមផ្ទៀងផ្ទាត់៖

ក. $a^x=1$ ខ. $a^x>1$ គ. $0<a^x<1$

20. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម

$$A=\left(7^{\frac{p+q}{q-r}}\right)^{\frac{1}{r-p}}\times\left(7^{\frac{q+r}{r-p}}\right)^{\frac{1}{p-q}}\times\left(7^{\frac{r+p}{p-q}}\right)^{\frac{1}{q-r}}$$ ។

21. ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក. $2^x=64$ ខ. $3^x=81$

គ. $36^x=216\sqrt[3]{36}$ ឃ. $\sqrt{0.008}=(0.2)^x$

ង. $(0.4)^x=\dfrac{25}{4}$ ច. $3^x=\dfrac{9}{\sqrt[3]{9}}$

ឆ. $1^x=15$ ជ. $(0.5)^{-2x}=0.125$

ឈ. $17^{3x}=1$ ញ. $9^{4x-2}=\dfrac{1}{81}$

ដ. $8^{x-3}=16$ ឋ. $32^x=16^{1-x}$

ឌ. $4^x\times16^{3x-1}=8$ ឍ. $8^{2x}\times4^{2x-1}=16$

ណ. $2^x\times3^x=216$ ត. $7^{1-x}\times4^{1-x}=\dfrac{1}{28}$

ថ. $\left(\sqrt{12}\right)^x\times\left(\sqrt{3}\right)^x=\dfrac{1}{6}$

ទ. $\left(\sqrt{7}\right)^{x-1}\cdot\left(\sqrt{2}\right)^{x-1}=1$

ធ. $2^x+2^{x+2}=20$

ន. $3^x+3^{x+1}=12$

ប. $5^x+5^{x-1}=30$

ផ. $4^{x-1}+4^x+4^{x+1}=84$

ព. $2^{x^2-2x+1}=1$

ភ. $5^{2x+1}-3\cdot5^{2x-1}=550$

ម. $\left(2^{18}-2^{17}\right)\left(2^{15}-2^{14}\right)=2^x$

យ. $\dfrac{4^{x+1}}{8^{x-1}}=16^x$

រ. $\sqrt[6]{5^2\cdot\sqrt[4]{5}}=5^{x-\frac{5}{8}}$

ល. $\sqrt[3]{\dfrac{2^{3(x+1)}}{8^{x-1}}}=\sqrt{4^x}$

វ. $3^{2+x}+3^{2-x}=30$

ស. $4^x\times16^{3x-1}=8$

ហ. $4^x-10\cdot2^{x-1}-24=0$

ឡ. $5^{\sqrt{x}}-5^{3-\sqrt{x}}-20=0$ ។

22. ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក. $3^{2x-1}\cdot5^{3x+2}=\dfrac{9}{5}\cdot5^{2x}\cdot3^{3x}$

ខ. $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x}$

គ. $5\cdot2^{3x-3}-3\cdot2^{5-3x}+7=0$

ឃ. $3\cdot16^x+37\cdot36^x=26\cdot81^x$

ង. $64\cdot9^x-84\cdot12^x+27\cdot16^x=0$

ច. $3^{2x^2+6x-9}+4\cdot15^{x^2+3x-5}=3\cdot5^{2x^2+6x-9}$

23. ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក. $27^x+12^x=2\cdot8^x$

ខ. $4^x+6^x=2\cdot9^x$

គ. $6^x+8^x=10^x$

ឃ. $27^{x+1}+26\cdot9^x-3^x=0$

ង. $3^x+4^x=5^x$

ច. $5^x+12^x=13^x$

ឆ. $25^x-15^x=20^x$

ជ. $25\cdot 2^x-10^x+5^x=25$

ឈ. $3^x-2^x=1$

ញ. $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$

ដ. $\left|x^2-x-1\right|^{x^2-1}=1$

ឋ. $\left|x-3\right|^{x^2-x}=(x-3)^2$ ។

24. ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក. $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x=2$

ខ. $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=4$

គ. $\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{8}}\right)^x-\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{8}}\right)^x=4\sqrt{2}$

ឃ. $\left(4+\sqrt{15}\right)^x+\left(4-\sqrt{15}\right)^x=62$

ង. $3\left(\sqrt{5}+1\right)^x-\left(\sqrt{5}-1\right)^x=2^{x+1}$

ច. $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=14$

ឆ. $\left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)^x-8\left(\sqrt{5\sqrt{2}+7}\right)^x+7=0$

ជ. $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+16\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$

ឈ. $\left(3+2\sqrt{2}\right)^x-10\left(\sqrt{2}-1\right)^x+1=0$

25. ដោះស្រាយវិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក. $2^{2x}\le 16^{-1}$

ខ. $16^x<8^{x+1}$

គ. $(0.2)^x\le 25$

ឃ. $27^x\cdot 3^{1-x}<\dfrac{1}{3}$

ង. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x>2^{\frac{2x}{x+2}}$

ច. $25\cdot 2^x-10^x+5^x>25$

ឆ. $\dfrac{2^{1-x}-2^x+1}{2^x-1}\le 0$

ជ. $2^{2x+6}+2^{x+7}-17>0$

ឈ. $\dfrac{1}{3^x+5}<\dfrac{1}{3^{x+1}-1}$

ញ. $25^{\sqrt{x}}+5<5^{\sqrt{x}+1}+5^{\sqrt{x}}$

ដ. $8\cdot 3^{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}+9^{\sqrt[4]{x}+1}\ge 9^{\sqrt{x}}$

ឋ. $3^x+9\cdot 3^{-x}-10<0$

ឌ. $5\cdot 4^x+2\cdot 25^x-7\cdot 10^x\le 0$

ណ. $\dfrac{1}{3^{x+1}-1}\ge\dfrac{1}{1-3^x}$

ត. $5^{2\sqrt{x}}+5<5^{\sqrt{x}+1}+5^{\sqrt{x}}$

ថ. $25\cdot 2^x-10^x+5^x>25$

ទ. $\sqrt{9^x-3^{x+2}}>3^x-9$

ធ. $\dfrac{2^{1-x}+1-2^x}{2^x-1}\le 0$

ន. $2^{\frac{1}{|2x-1|}}\ge 2^{\frac{1}{3x+1}}$

ប. $1<5^{\left|x^2-x\right|}<25$

ផ. $\left(x^2-1\right)^{x^2+2x}>\left|x^2-1\right|^3$

ព. $\left(x^2+x+1\right)^{\frac{x+5}{x+2}}>\left(x^2+x+1\right)^3$ ។

26. ដោះស្រាយសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

1. $2^x = 64$
2. $3^x = 81$
3. $36^x = 216\sqrt[3]{36}$
4. $(0.4)^x = \frac{25}{4}$
5. $3^x = \frac{9}{\sqrt[3]{9}}$
6. $\sqrt{0.008} = (0.2)^x$
7. $1^x = 15$
8. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{128}$
9. $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{256}$
10. $3^{-x} = \frac{1}{243}$
11. $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1.5$
12. $\left(\frac{2}{7}\right)^x = \frac{343}{8}$
13. $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{64}{27}$
14. $2^{2x} = 16$
15. $3^{2x} = 27$
16. $2^{5x} = \frac{1}{128}$
17. $(0.5)^{-2x} = 0.125$
18. $17^{3x} = 1$
19. $3^x = \sqrt[5]{\frac{1}{27}}$
20. $7^{3x} = \sqrt[7]{\frac{49}{343}}$
21. $(0.2)^{7x} = 0.04$
22. $3^{x+1} = 9$
23. $8^{x-3} = 16$
24. $32^x = 16^{1-x}$
25. $9^{4x-2} = \frac{1}{81}$
26. $(0.5)^{3x-2} = 0.125$
27. $\left(\sqrt{7}\right)^{3x+1} = 49$
28. $4^x \times 16^{3x-1} = 8$
29. $8^{2x} \times 4^{2x-1} = 16$
30. $2^x \times 3^x = 216$
31. $5^x \times 2^x = 0.001$
32. $5^{x-1} \times 2^{x-1} = 0.001$
33. $7^{1-x} \times 4^{1-x} = \frac{1}{28}$
34. $\left(\sqrt{12}\right)^x \times \left(\sqrt{3}\right)^x = \frac{1}{6}$
35. $\left(\sqrt{7}\right)^{x-1} \cdot \left(\sqrt{2}\right)^{x-1} = 1$
36. $2^x + 2^{x+2} = 20$
37. $3^x + 3^{x+1} = 12$
38. $5^x + 5^{x-1} = 30$
39. $4^{x-1} + 4^x + 4^{x+1} = 84$
40. $2^{x^2-2x+1} = 1$
41. $5^{2x+1} - 3\cdot 5^{2x-1} = 550$
42. $3^{2x-1}\cdot 5^{3x+2} = \frac{9}{5}\cdot 5^{2x}\cdot 3^{3x}$
43. $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$
44. $5\cdot 2^{3x-3} - 3\cdot 2^{5-3x} + 7 = 0$
45. $3\cdot 16^x + 37\cdot 36^x = 26\cdot 81^x$
46. $3^{2x^2+6x-9} + 4\cdot 15^{x^2+3x-5} = 3\cdot 5^{2x^2+6x-9}$
47. $27^x + 12^x = 2\cdot 8^x$
48. $3^{2x^2-6x+3} + 6^{x^2-3x+1} = 2^{2x^2-6x+3}$

49. $12^x = 1$
50. $6^x = 6\sqrt[3]{36}$
51. $3^x = \frac{1}{9}$
52. $\left(\frac{1}{8}\right)^x = 64$
53. $25^{x-1} = 125$
54. $36^{2x+3} = 216$
55. $16^{x-\frac{1}{2}} = 32^{14-x}$
56. $\left(\frac{1}{2}\right)^{7x-2} = 1$
57. $4^{3x-1} = \left(\frac{1}{8}\right)^{5-x}$
58. $81^{x-1} = 243$
59. $8^x = \frac{1}{128}$
60. $3^x = 27$
61. $9^{x^2+1} - 3^{x^2+1} - 6 = 0$
62. $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5\cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} - 6 = 0$
63. $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x + \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x = 10$
64. $25^x + 10^x = 4^x$
65. $3^x + 4^x = 5^x$
66. $27^{x+1} + 26\cdot 9^x - 3^x = 0$
67. $\left(\sqrt{x}\right)^x = x^{\sqrt{x}}$
68. $(0.6)^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{27}{125}\right)^3$
69. $9^{x^2-1} - 36\cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0$
70. $4^x + 6^x = 2\cdot 9^x$
71. $6\cdot 9^{\frac{1}{x}} - 13\cdot 6^{\frac{1}{x}} + 6\cdot 4^{\frac{1}{x}} = 0$
72. $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$
73. $6^x + 8^x = 10^x$
74. $9^{x^2+x} + 3^{1-x^2} = 3^{(x+1)^2} + 1$
75. $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} = 2^{(x+1)^2} + 1$
76. $\left(x^2 - x - 1\right)^{x^2-1} = 1$
77. $\left(x^2 - 5x + 5\right)^{x^2-x-6} = 1$
78. $(x-2)^{x^2-x} = (x-2)^{12}$
79. $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}} = 16\sqrt{2}$
80. $5^{2x+1} - 3\cdot 5^{2x-1} = 110$
81. $16^{\frac{x+10}{x-10}} = 0.125\cdot 8^{\frac{x+5}{x-15}}$
82. $2^{x^2-1} - 3^x = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$
83. $32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0.25\cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}$
84. $3^{x-1} = 18^{2x}\cdot 2^{-2x}\cdot 3^{x+1}$
85. $\frac{(0.2)^{x-0.5}}{\sqrt{5}} = 5\cdot (0.04)^{x-1}$
86. $2^{3x}\cdot 3^x - 2^{3x-1}\cdot 3^{x+1} = -288$
87. $5^{x^2} - 3^{x^2+1} = 2\left(5^{x^2-1} - 3^{x^2-2}\right)$
88. $2^{x+3}\cdot 3^{x-2}\cdot 5^{x+1} = 4000$
89. $3^{x+1} + 3^{x-2} - 3^{x-3} + 3^{x-4} = 750$
90. $5^{2x+1} - 3\cdot 5^{2x-1} = 550$
91. $\sqrt[6]{(0.5)^{2x-7}}\cdot 4^{\frac{1}{x}} = 8^{\frac{1}{6x}}$
92. $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+3} - 3^{x+1}$
93. $0.125\cdot 4^{2x-8} = \left(\frac{0.25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$
94. $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2}$
95. $3^{2x^2} - 2\cdot 3^{x^2+x+2} + 3^{2(x+2)} = 0$
96. $7\cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$
97. $3\cdot 4^x + \frac{1}{3}\cdot 9^{x+2} = 6\cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2}\cdot 9^{x+1}$
98. $2^{x^2} - 3^{x^2+1} = 3^{x^2} - 2^{x^2+1}$

99. $3^{x-5}+3^{x-7}+3^{x-9}=91$

100. $7^{x+\frac{4}{3}}-5^{3x}=2\left(7^{x+\frac{1}{3}}+5^{3x-1}\right)$

101. $2^{x}+2^{x+1}+2^{x+2}=3^{x}+3^{x+1}+3^{x+2}$

102. $3^{x+\frac{4}{3}}-2^{3x}=2\left(3^{x+\frac{1}{3}}+2^{3x-1}\right)$

103. $5^{2x-1}+3^{x}+25^{x+\frac{1}{2}}-9^{\frac{x}{2}+1}=0$

104. $8^{\frac{x}{x+2}}=36\cdot 3^{2-x}$

105. $5^{x}\cdot\sqrt[x+1]{8^{x}}=100$

106. $3^{x}\cdot 8^{\frac{x}{x+2}}=6$

107. $5^{x}\cdot 2^{\frac{2x-1}{x+1}}=50$

108. $3^{x-3}=5^{x^{2}-7x+12}$

109. $x^{2\lg x}=10x$

110. $2^{x-3}=5^{x^{2}-5x+6}$

111. $x^{\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\log x}=\sqrt{x}$

112. $4^{x}-10\cdot 2^{x-1}-24=0$

113. $2^{2x}-3\cdot 2^{x+2}+32=0$

114. $5^{2x}-2\cdot 5^{x}-15=0$

115. $4^{x+3}+2^{x+7}-17=0$

116. $5^{\sqrt{x}}-5^{3-\sqrt{x}}-20=0$

117. $4^{x+1}+2^{x+4}=2^{x+2}+16$

118. $4^{x}-4^{\sqrt{x}+1}=3\cdot 2^{x+\sqrt{x}}$

119. $25^{x}+10^{x}=2^{2x+1}$

120. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}=4$

121. $2^{x^{2}}+2^{1-x^{2}}=\dfrac{9}{2}$

122. $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{x}+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{x}=2$

123. $\dfrac{1}{2^{x}}+\dfrac{1}{1+2^{x}}=4$

124. $25\cdot 2^{x}-10^{x}+5^{x}=25$

125. $3\cdot 2^{-2x}-17\cdot 2^{-(x+2)}+1=0$

126. $3^{\sqrt{x}}-3^{1-\sqrt{x}}=\dfrac{26}{3}$

127. $3^{2x^{2}+6x-9}+4\cdot 15^{x^{2}-3x-5}=3\cdot 5^{2x^{2}+6x-9}$

128. $\left(\sqrt[3]{3-\sqrt{18}}\right)^{x}+\left(\sqrt[3]{3+\sqrt{18}}\right)^{x}=2.5$

129. $4^{x}-2\cdot 14^{x}=3\cdot 49^{x}$

130. $\left(4+\sqrt{15}\right)^{x}+\left(4-\sqrt{15}\right)^{x}=62$

131. $3\left(\sqrt{5}+1\right)^{x}-\left(\sqrt{5}-1\right)^{x}=2^{x+1}$

132. $5^{7x}=7^{5x}$

133. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}+\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}=14$

134. $4^{x^{2}+x}+2^{1-x^{2}}=2^{(x+1)^{2}}$

135. $6\cdot 9^{\frac{1}{x}}-13\cdot 6^{\frac{1}{x}}+6\cdot 4^{\frac{1}{x}}=0$

136. $3\cdot 4^{x}+2\cdot 9^{x}-5\cdot 6^{x}-0$

137. $3^{4x+8}-4\cdot 3^{2x+5}+27=0$

138. $2\left(\dfrac{7^{x}+7^{-x}}{2}\right)^{2}-7\left(\dfrac{7^{x}+7^{-x}}{2}\right)^{2}+3=0$

139. $4^{x-\sqrt{x^{2}-5}}-12\cdot 2^{x-1+\sqrt{x^{2}-5}}+8=0$

140. $\left(3+2\sqrt{2}\right)^{x}-10\left(\sqrt{2}-1\right)^{x}+1=0$

141. $5^{1+\frac{2}{x}}-7\cdot 10^{\frac{1}{x}}+2\cdot 4^{\frac{1}{x}}=0$

142. $9^{x^{2}-x}+3^{1-x^{2}}=3^{(x-1)^{2}}+1$

143. $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{x}-3\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}+2=0$

144. $\left(3+\sqrt{5}\right)^{x}+16\left(3-\sqrt{5}\right)^{x}=2^{x+3}$

145. $2\cdot 16^{x}-15\cdot 4^{x}-8=0$

146. $2\cdot 4^{\frac{1}{x}}+6^{\frac{1}{x}}=9^{\frac{1}{x}}$

147. $4^{x}-4^{\sqrt{x}+1}=3\cdot 2^{x+\sqrt{x}}$

148. $5^{x-1}+5\cdot 0.2^{x-2}=26$

149. $4^{x^{2}-x}+2^{x^{2}-1}=2^{(x-1)^{2}}+1$

150. $3^x+3^{x-1}=6$

151. $\left(7+5\sqrt{2}\right)^x+\left(\sqrt{2}-5\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)^x+3\left(1+\sqrt{2}\right)^x+1-\sqrt{2}=0$

152. $\left(\sqrt{5\sqrt{2}-7}\right)^x-8\left(\sqrt{5\sqrt{2}+7}\right)^x+7=0$

153. $9\cdot4^{\frac{1}{x}}+5\cdot6^{\frac{1}{x}}=4\cdot9^{\frac{1}{x}}$

154. $\sqrt[5]{3^x}+\sqrt[10]{3^{x-10}}=84$

155. $\dfrac{2^{2x-1}\cdot4^{x+1}}{8^{x-1}}=64$

156. $64\cdot9^x-84\cdot12^x+27\cdot16^x=0$

157. $7\cdot3^{x+1}-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}$

158. $3^x\cdot8^{\frac{x}{x+2}}=6$

159. $x^2\cdot3^{x-1}+x\left(3^x-2^x\right)=2\left(2^x-3^{x-1}\right)$

160. $3\cdot4^x+\dfrac{1}{3}\cdot9^{x+2}=4^{x+1}-\dfrac{1}{2}\cdot9^{x+1}$

161. $3^{2x-3}-9^{x-1}+27^{\frac{2x}{3}}=675$

162. $4^x-3^x=1$

163. $6^x+6^{x+1}=2^x+2^{x+1}+2^{x+2}$

164. $3^x-3^x\cdot2^x=2^{2x}$

165. $25^x-15^x=9^x$

166. $2^{3x}-\dfrac{8}{2^{3x}}-6\left(2^x-\dfrac{1}{2^{x-1}}\right)+1=0$

167. $5^x+12^x=13^x$

168. $\left(26+15\sqrt{3}\right)^x+2\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-2\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1$

169. $e^{x-4}=1$

170. $e^{2x+1}=e$

171. $e^{(x-4)(2x-1)}=1$

172. $4\cdot4^x-6^x=18\cdot9^x$

173. $7^{x+2}-\dfrac{1}{7}\cdot7^{x-1}+14\cdot7^{x+1}=48$

174. $2^{x+1}\cdot5^x=2000$

175. $3\cdot2^{\frac{x}{2}}-7\cdot2^{\frac{x}{4}}=20$

176. $2^{x^2-x+8}=4^{1-3x}$

177. $2^x+2^{x-1}+2^{x-2}=3^x-3^{x-1}+3^{x-2}$

178. $2^{x^2-6x-\frac{5}{2}}=16\sqrt{2}$

179. $2^x\cdot3^{x-1}\cdot5^{x-2}=12$

180. $\left(x^2-x+1\right)^{x^2-1}=1$

181. $\left(\sqrt{x-x^2}\right)^{x-2}=1$

182. $\left(x^2-2x+2\right)^{\sqrt{4-x^2}}=1$

183. $3^{4x+8}-4\cdot3^{2x+5}+27=0$

184. $2^{2x+6}+2^{x+7}-17=0$

185. $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x-4=0$

186. $2\cdot16^x-15\cdot4^x-8=0$

187. $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+16\left(3-\sqrt{5}\right)^x=2^{x+3}$

188. $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x-3\left(2-\sqrt{3}\right)^x+2=0$

189. $3\cdot16^x-2\cdot8^x=5\cdot36^x$

190. $2\cdot4^{\frac{1}{x}}+6^{\frac{1}{x}}=9^{\frac{1}{x}}$

191. $8^{\frac{2}{x}}-2^{\frac{3x+3}{x}}+12=0$

192. $5^x+5^{x+1}+5^{x+2}=3^x+3^{x+1}+3^{x+2}$

193. $\left(x+1\right)^{\sqrt{x-3}}=1$

194. $3^x+x-4=0$

195. $x^2-\left(3-2^x\right)x+2\left(1-2^x\right)=0$

196. $2^{2x-1}+3^{2x}+5^{2x+1}=2^x+3^{x+1}+5^{x+2}$

សូមអរគុណ...!!!!

ឯកសារយោង

១. សៀវភៅលំហាត់សំរាប់គ្រូ និងសិស្ស មធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ភាគទី(១-១៥) រៀបរៀងដោយក្រុមសាស្ត្រាចារ្យគណិតវិទ្យា នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ និងលោក តាកាហាស៊ី កូជិ ទីប្រឹក្សាអប់រំ (STEPSAM) ។

២. សៀវភៅ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១១ (កម្រិតមូលដ្ឋាន និងកម្រិតខ្ពស់) របស់ក្រសួង អប់រំ យុវជន និងកីឡា បោះពុម្ពលើកទី៤ ឆ្នាំ ២០១២ ។

៣. សៀវភៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត របស់លោកគ្រូ លឹម យូសេង

៤. សៀវភៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត របស់លោកគ្រូ លឹម ផល្គុន

៦. សៀវភៅវិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២ របស់លោគ្រូ ហេង ប៉ោហ៊ន

៦. សៀវភៅ គណិតវិទ្យា Olympic របស់លោកគ្រូ ហ៊ត ស៊ីអាត (អធិការគណិត.ភ្នំពេញ)

៧. លំហាត់សិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ និងទី១២ ធ្លាប់ចេញប្រឡង...

៨. វិញ្ញាសាធ្លាប់ប្រឡងចេញអាហារូបករណ៍...

៩. ឯកសារដកស្រង់ពី Internet...

១០. ឯកសាររបស់វៀតណាម...