

ឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១ប្រើតាមអាំងតេក្រាល

$$1, y' = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow dy = (x^2 - 2x + 3)dx$$

$$= \int dy = \int (x^2 - 2x + 3)dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + c$$

ដូចនេះ $\Rightarrow y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយទូទៅ

$$2, y' = \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow dy = \frac{2x}{x^2 + 1} dx \Rightarrow \int dy = \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} dx \Rightarrow y = \ln(x^2 + 1) + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $y = \ln(x^2 + 1) + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយទូទៅ

$$3, y' = \sin 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sin 2x$$

$$\Rightarrow dy = \sin 2x dx \Rightarrow \int dy = \int \sin 2x dx$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2} \cos 2x + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $y = -\frac{1}{2} \cos 2x + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយទូទៅ

$$4, y' = 2x^2 - x + 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} (2x^2 - x + 1)$$

$$\Rightarrow dy = (2x^2 - x + 1) dx \Rightarrow \int dy = \int (2x^2 - x + 1) dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយ

$$5, y' = 6x^2 + 4x + 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (6x^2 + 4x + 5)$$

$$\Rightarrow dy = (6x^2 + 4x + 5) dx \Rightarrow \int dy = \int (6x^2 + 4x + 5) dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{6x^3}{3} + \frac{4x^2}{2} + 5x + c$$

$$\Rightarrow y = 2x^3 + 2x^2 + 5x + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $y = 2x^3 + 2x^2 + 5x + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយទូទៅ

$$6, \frac{dy}{dx} = 3\sin 3x - \tan x \Rightarrow dy = (3\sin 3x - \tan x) dx$$

$$= \int dy = \int (3\sin 3x - \tan x) dx$$

$$\Rightarrow y = -\cos 3x - (1 + \tan^2 x) + c$$

$$\Rightarrow y = -\cos 3x - 1 - \tan^2 x + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $\Rightarrow y = -\cos 3x - 1 - \tan^2 x + c$ ($c \in R$)

$$7, \frac{dy}{dx} = e^{-5x} \Rightarrow dy = e^{-5x} dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int e^{-5x} dx \Rightarrow y = -\frac{1}{5} e^{-5x} + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $y = -\frac{1}{5} e^{-5x} + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយទូទៅ

$$8, \frac{dy}{dx} = \sin 5x \Rightarrow dy = \sin 5x dx$$

$$= \int dy = \int \sin 5x dx \Rightarrow y = -\frac{1}{5} \cos 5x + c \quad (c \in R)$$

ដូចនេះ $y = -\frac{1}{5} \cos 5x + c$ ($c \in R$) ជាចម្លើយ

ឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១ប្រើតាមអាំងតេក្រាល

$$9, (x+1)dy - ydx = 0 \Rightarrow (x+1)dy = ydx$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{dx}{(x+1)} \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{(x+1)'}{(x+1)} dx$$

$$\Leftrightarrow \ln y = \ln(x+1) \Rightarrow y = x+1+c \quad (c \in \mathbb{R})$$

ដូចនេះ $y = x+1+c \quad (c \in \mathbb{R})$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$10, dx + e^{3x} dy = 0 \Rightarrow e^{3x} dy = -dx$$

$$\Rightarrow dy = -\frac{1}{e^{3x}} dx \Rightarrow \int dy = -\int e^{-3x} dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3} e^{-3x} + c$$

ដូចនេះ $y = \frac{1}{3} e^{-3x} + c \quad (c \in \mathbb{R})$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$11, (x+1)y' - x - 6 = 0 \Rightarrow (x+1)y' = x+6$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}(x+1) = (x+6) \Rightarrow dy = \frac{(x+6)}{(x+1)} dx$$

$$\int dy = \int \frac{(x+6)}{(x+1)} dx \Rightarrow y = \int \frac{x+1+5}{(x+1)} dx$$

$$\Rightarrow y = \int \frac{(x+1)+5}{(x+1)} dx = \int \left(1 + \frac{5}{(x+1)} \right) dx$$

$$\Rightarrow y = x + 5 \ln(x+1) + c \quad c \in \mathbb{R}$$

ដូចនេះ $\Rightarrow y = x + 5 \ln(x+1) + c \quad c \in \mathbb{R}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$12, y' = xe^{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = xe^{x^2} \Rightarrow dy = xe^{x^2} dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int xe^{x^2} dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int \frac{(x^2)'}{2} e^{x^2} dx$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} e^{x^2} + c \quad c \in \mathbb{R}$$

ដូចនេះ $\Rightarrow y = \frac{1}{2} e^{x^2} + c \quad c \in \mathbb{R}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$13, (3x-5)y' = x+1$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x+1}{3x-5} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{3} \left(\frac{3x+3}{3x-5} \right)$$

$$\Rightarrow dy = \frac{1}{3} \left(\frac{3x+3}{3x-5} \right) dx \Rightarrow \int dy = \int \frac{1}{3} \left(\frac{3x-5+8}{3x-5} \right) dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \frac{1}{3} \int \left(1 + \frac{8}{3x-5} \right) dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \frac{1}{3} \int \left(1 + \frac{8(3x-5)'}{3(3x-5)} \right) dx = y = \frac{1}{3} \left(x + \frac{8}{3} \ln(3x-5) \right) + c$$

ដូចនេះ $y = \frac{1}{3} \left(x + \frac{8}{3} \ln(3x-5) \right) + c$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$14, \frac{dy}{dx} = x \ln x + 2$$

$$\Rightarrow dy = (x \ln x + 2) dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int (x \ln x + 2) dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int x \ln x dx + \int 2 dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{x} dx + 2x + c$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{x^2}{4} + 2x + c$$

ដូចនេះ $\Rightarrow y = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{x^2}{4} + 2x + c$ ជាចម្លើយ

ដឺរីវេស្វ័យលំដាប់ទី១តាមលក្ខខណ្ឌ

$$1, x^2 \frac{dy}{dx} = 2x^2 - 3x + 1; y(1) = 2$$

$$\Rightarrow dy = \left(\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2} \right) dx \Rightarrow \int dy = \int \left(\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2} \right) dx$$

$$\Rightarrow y = \int \left(2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$\Rightarrow y = \int \left(2 - \frac{3}{x} + x^{-2} \right) dx = 2x - 3 \ln x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c$$

$$\Rightarrow y = 2x - 3 \ln x - \frac{1}{x} + c$$

ដូចនេះ $y = 2x - 3 \ln x - \frac{1}{x} + c \quad c \in \mathbb{R}$ ជាចម្លើយទូទៅ

នោះគេបាន $y(1) = 2 - 3 \ln 1 - 1 + c = 2$
 $\Rightarrow 1 + c = 2 \Rightarrow c = 1$

ដូចនេះ $y_c = 2x - 3 \ln x - \frac{1}{x} + 1$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$4, \frac{dy}{dx} = xy \Rightarrow \frac{dy}{y} = x dx$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int x dx \Rightarrow \ln y = \frac{x^2}{2} + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{\frac{x^2}{2} + c} \Rightarrow y = e^{\frac{x^2}{2} + c}$$

$$\Rightarrow y = e^{\frac{x^2}{2}} \times e^c \quad (A = {}^+ e^c) \Rightarrow y = A e^{\frac{x^2}{2}}$$

គេបាន $y(0) = 1$ គេបានចម្លើយ $y(0) = A e^0 = 1 \Rightarrow A = 1$

ដូចនេះ $y_c = e^{\frac{x^2}{2}}$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

ដូចនេះ $y_c = (\sqrt{e}) e^{\sin x}$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$2, \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}; y(4) = 3$$

$$y dy = x dx \Rightarrow \int y dy = \int x dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + c \Rightarrow y^2 = x^2 + 2c$$

$$y = \sqrt{x^2 + 2c} \Rightarrow y(4) = \sqrt{16 + 2c} = 3$$

$$\Rightarrow 16 + 2c = 9 \Rightarrow 2c = -7 \Rightarrow c = -\frac{7}{2}$$

ដូចនេះ $y = \sqrt{x^2 - 7}$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$3, y' = e^{2x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{2x}$$

$$\Rightarrow dy = e^{2x} dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int e^{2x} dx \Rightarrow y = \frac{1}{2} e^{2x} + c$$

$$y(0) = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} e^0 + c = 5 \Rightarrow c = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

ដូចនេះ $y = \frac{1}{2} e^{2x} + \frac{9}{2}$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$5, \frac{y'}{y} = \cos x; y\left(\frac{\pi}{3}\right) = e$$

$$y' = y \cos x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y \cos x$$

$$= \frac{dy}{y} = \cos x dx \Rightarrow \int \frac{1}{y} dy = \int \cos x dx$$

$$\Rightarrow \ln y = \sin x + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{\sin x + c}$$

$$\Rightarrow y = e^{\sin x + c} = e^{\sin x} \times e^c \quad (A = {}^+ e^c)$$

$$\Rightarrow y = A e^{\sin x}$$

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = e \Rightarrow y\left(\frac{\pi}{3}\right) = A e^{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)} = e$$

$$\Rightarrow A e^{\frac{1}{2}} = e \Rightarrow A = e^{1-\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

ដោះស្រាយលំដាប់ទី១តាមលក្ខខណ្ឌ

$$6, (3x^2 - 2)y' = 6x ; y(1) = 4$$

$$(3x^2 - 2)y' = 6x \Rightarrow y' = \frac{6x}{3x^2 - 2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{6x}{3x^2 - 2} \Rightarrow dy = \left(\frac{6x}{3x^2 - 2} \right) dx$$

$$\int dy = \int \left(\frac{6x}{3x^2 - 2} \right) dx \Rightarrow y = \int \frac{(3x^2 - 2)'}{(3x^2 - 2)} dx$$

$$\Rightarrow y = \ln(3x^2 - 2) + c \quad c \in \mathbb{R}$$

ក្នុងករណី $y(1) = 4 \Rightarrow y(1) = \ln(3 - 2) + c = 4$
 $\Rightarrow c = 4$

ដូចនេះ $y_c = \ln(3x^2 - 2) + 4$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$7. \frac{y'}{\tan x} = 1 \Rightarrow y' = \tan x \quad y(0) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \tan x = \int dy = \int \tan x dx$$

$$= \int dy = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

$$= \int dy = \int \frac{-(\cos x)'}{\cos x} dx \Rightarrow y = -\ln(\cos x) + c$$

គេបាន $y = -\ln(\cos x) + c \Rightarrow y(0) = -\ln(\cos 0) + c = 1$
 $c = 1$

ដូចនេះ $y = -\ln(\cos x) + 1$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$7. \frac{y'}{\sin x} = 1 \Rightarrow y' = \sin x \quad y(0) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \sin x = \int dy = \int \sin x dx$$

$$\Rightarrow y = -\cos x + c$$

គេបាន $y(0) = -\cos 0 + c = 1 \Rightarrow c = 2$

ដូចនេះ $y = -(\cos x) + 2$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$$8, (3x - 5) \frac{dy}{dx} = x + 1 ; y(2) = -3$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+1}{3x-5} \Rightarrow dy = \left(\frac{x+1}{3x-5} \right) dx$$

$$\Rightarrow \int dy = \int \left(\frac{x+1}{3x-5} \right) dx$$

$$t = 3x - 5 \Rightarrow dt = 3dx$$

តាង $\Rightarrow 3x = t + 5 \Rightarrow x = \frac{t+5}{3}$

$$\Rightarrow \int dy = \int \left(\frac{x+1}{3x-5} \right) dx \Rightarrow y = \frac{1}{3} \int \left(\frac{\left(\frac{5+t}{3} \right) + 1}{t} \right) dt$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3} \int \left(\frac{8+t}{3t} \right) dt$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3} \int \left(\frac{8}{3t} + \frac{1}{3} \right) dt = \frac{1}{3} \left(\frac{8}{3} \ln t + \frac{1}{3} t \right) + c$$

$$\Rightarrow y = \frac{8}{9} \ln(3x - 5) + \frac{1}{9} (3x + 5) + c$$

$$y(2) = \frac{8}{9} \ln(6 - 5) + \frac{1}{9} (11) + c = -3$$

នោះគេបាន $\Rightarrow \frac{11}{9} + c = -3 \Rightarrow c = -3 - \frac{11}{9} = -\frac{38}{9}$

ដូចនេះ $y = \frac{8}{9} \ln(3x - 5) + \frac{1}{9} (3x + 5) - \frac{38}{9}$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

ដោះស្រាយឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

ស្រាយរូបមន្តសញ្ញា

$$y' + ay = 0 \Rightarrow y' = -ay \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -ay$$

ស្រាយរូបមន្ត $\Rightarrow \frac{dy}{y} = -adx = \int \frac{dy}{y} = \int -adx \Rightarrow \ln y = -ax + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{-ax+c}$
 $\Rightarrow y = e^{-ax} \times e^c \quad (A = e^c) \Rightarrow y = Ae^{-ax}$

រៀបទី១ $1, y' + 2y = 0$

សមីការសំគាល់ $y' + ay = 0$ ដូចនេះគេបាន $a = 2 \Rightarrow y_c = Ae^{-2x}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$y' + 2y = 0 \Rightarrow y' = -2y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -2y \Rightarrow dy = -2ydx$$

រៀបទី២ ដោះស្រាយតាមធុតា $\Rightarrow \frac{dy}{y} = -2dx = \int \frac{dy}{y} = \int -2dx \Rightarrow \ln y = -2x + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{-2x+c}$
 $\Rightarrow y = e^{-2x+c} = e^{-2x} \times e^c \quad (A = e^c) \Rightarrow y = Ae^{-2x}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី១ $y' - 2\sqrt{2}y = 0$ នោះគេបាន $y' + ay = 0$ ដែលនាំអោយ $a = 2\sqrt{2}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{2\sqrt{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$y' - 2\sqrt{2}y = 0 \Rightarrow y' = 2\sqrt{2}y = \frac{dy}{dx} = 2\sqrt{2}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = 2\sqrt{2}dx$$

រៀបទី២ $\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int 2\sqrt{2}dx = \ln y = 2\sqrt{2}x + c = \ln y = \ln e^{2\sqrt{2}x+c} \Rightarrow y = e^{2\sqrt{2}x+c} \quad (A = e^c)$
 $\Rightarrow y = e^{2\sqrt{2}x} \times e^c = Ae^{2\sqrt{2}x}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{2\sqrt{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

រៀបរៀងទី១ $2y' - 3y = 0$ នោះគេបាន $2y' - 3y = 0 \Rightarrow y' - \frac{3}{2}y = 0$

ដោយគេបានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow y_c = Ae^{-ax}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$2y' - 3y = 0 \Rightarrow 2y' = 3y$$

$$y' = \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{3}{2}dx \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{3}{2}dx$$

រៀបរៀងទី២

$$\Rightarrow \ln y = \frac{3}{2}x + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{\frac{3}{2}x+c} \Rightarrow y = e^{\frac{3}{2}x+c} = e^{\frac{3}{2}x} \times e^c \quad (A = \pm e^c)$$

$$\Rightarrow y = Ae^{\frac{3}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបរៀងទី១

$$4,3 \frac{dy}{dx} + y = 0 \Rightarrow 3y' + y = 0$$

$$\Rightarrow y' + \frac{1}{3}y = 0$$

នោះគេបានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow y_c = Ae^{-ax}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{1}{3}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ។

$$\Rightarrow y' + \frac{1}{3}y = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{3}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{1}{3}dx$$

រៀបរៀងទី២

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = -\frac{1}{3} \int dx \Rightarrow \ln y = -\frac{1}{3}x + c$$

$$= \ln y = \ln e^{-\frac{1}{3}x+c} \Rightarrow y = e^{-\frac{1}{3}x+c} \quad (A = \pm e^c) \Rightarrow y = Ae^{-\frac{1}{3}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{1}{3}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ។

ដោះស្រាយឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

រៀបទី១ $5, y' + \frac{1}{2}y = 0$

ដោយគេបានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} y_c = Ae^{-ax}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{1}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី២

$$y' + \frac{1}{2}y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{1}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{1}{2}dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = -\frac{1}{2} \int dx \Rightarrow \ln y = -\frac{1}{2}x + c$$

$$\ln y = \ln e^{-\frac{1}{2}x+c} \Rightarrow y = e^{-\frac{1}{2}x+c} \Rightarrow y = e^{-\frac{1}{2}x} \times e^c \quad (A = e^c)$$

$$\Rightarrow y = Ae^{-\frac{1}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{1}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី៣

$$6, \frac{2}{3}y' + y = 0 \Rightarrow 2y' + 3y = 0$$

$$\Rightarrow y' + \frac{3}{2}y = 0$$

ដោយគេបានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} y_c = Ae^{-\frac{3}{2}x}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី៤ $8, y' + y = 0$

សមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = 1 y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-x}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី៥

$$y' + \frac{3}{2}y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{3}{2}y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{3}{2}dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int -\frac{3}{2}dx \Rightarrow \ln y = -\frac{3}{2}x + c$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln e^{-\frac{3}{2}x+c} \Rightarrow y = e^{-\frac{3}{2}x+c}$$

$$\Rightarrow y = e^{-\frac{3}{2}x} \times e^c \quad (A = e^c) \Rightarrow y = Ae^{-\frac{3}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី៦

$$7, -3y' - 5y = 0 \Rightarrow 3y' + 5y = 0$$

$$\Rightarrow y' + \frac{5}{3}y = 0$$

$$y' + ay = 0 \Rightarrow a = \frac{5}{3} y_c = Ae^{-\frac{5}{3}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{5}{3}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបទី៧

$$y' + \frac{5}{3}y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{5}{3}y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{5}{3}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{5}{3}dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int -\frac{5}{3}dx \Rightarrow \ln y = -\frac{5}{3}x + c$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln e^{-\frac{5}{3}x+c} \Rightarrow y = e^{-\frac{5}{3}x+c}$$

$$\Rightarrow y = e^{-\frac{5}{3}x} \times e^c \quad (A = e^c) \Rightarrow y = Ae^{-\frac{5}{3}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-\frac{5}{3}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

រៀបចំ

$$y' + y = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -y \Rightarrow \frac{dy}{y} = -dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int -dx \Rightarrow \ln y = -x + c$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln e^{-x+c} \Rightarrow y = e^{-x+c}$$

$$\Rightarrow y = e^{-x} \times e^c \quad (A = e^c) \Rightarrow y = Ae^{-x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបចំ

$$9, \frac{2}{3}y' - 3y = 0 \Rightarrow 2y' - 9y = 0$$

$$\Rightarrow y' - \frac{9}{2}y = 0$$

$$\text{ដោយគេបានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = -\frac{9}{2} \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{\frac{9}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{9}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបចំ

$$9, \frac{2}{3}y' - 3y = 0 \Rightarrow 2y' - 9y = 0$$

$$\Rightarrow 2y' = 9y \Rightarrow y' = \frac{9}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{9}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{9}{2}dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{9}{2}dx \Rightarrow \ln y = \frac{9}{2}x + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{\frac{9}{2}x+c} \Rightarrow y = e^{\frac{9}{2}x+c}$$

$$\Rightarrow y = e^{\frac{9}{2}x} \times e^c \quad (A = e^c) \quad y = Ae^{\frac{9}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{9}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបចំ

$$10, 2y' - y \ln 2 = 0 \Rightarrow y' - \frac{\ln 2}{2}y = 0$$

$$y' + ay = 0 \Rightarrow a = -\frac{\ln 2}{2} \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{\frac{\ln 2}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{\ln 2}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបចំ

$$2y' - y \ln 2 = 0 \Rightarrow y' - \frac{\ln 2}{2}y = 0$$

$$\Rightarrow y' = \frac{\ln 2}{2}y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\ln 2}{2}y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{\ln 2}{2}dx \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{\ln 2}{2}dx$$

$$\Rightarrow \ln y = \frac{\ln 2}{2}x + c \Rightarrow \ln y = \ln e^{\frac{\ln 2}{2}x+c}$$

$$\Rightarrow y = e^{\frac{\ln 2}{2}x+c} \Rightarrow y = e^{\frac{\ln 2}{2}x} \times e^c \quad (A = e^c)$$

$$\Rightarrow y = Ae^{\frac{\ln 2}{2}x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{\ln 2}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រៀបចំ

$$11, 4y^2 = (y')^2 \Rightarrow y^2 = \frac{(y')^2}{4}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{(y')^2}{4}} \Rightarrow y = \frac{y'}{2} \Rightarrow 2y = y'$$

$$\Rightarrow -y' + 2y = 0 \Rightarrow y' - 2y = 0$$

$$y' + ay = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{2x}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

របៀបស្វែងរកដំណោះស្រាយលំដាប់ទី១

1. $y' - 3y = 9$ រកចម្លើយទូទៅ $y' - 3y = 0$

គេបានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = -3$ ជាចម្លើយទូទៅ
 $y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{3x}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{3x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចម្លើយពិសេស

តាង $y_p = a$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ (E)

នាំអោយ $y_p = 9 \Rightarrow y'_p = 0$ ជំនួសចូល $y' - 3y = 9 \Rightarrow 0 - 3a = 9$
 $\Rightarrow -a = 3 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow y_p = -3$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{3x} - 3$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

2. $y' + \frac{1}{2}y = -1009$ រកចម្លើយទូទៅ $y' + \frac{1}{2}y = 0$

គេមានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ $y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-\frac{1}{2}x}$

តាង $y_p = a \Rightarrow y'_p = 0$ នោះគេបាន $0 + \frac{1}{2}a = -1009 \Rightarrow a = -2018$ គេបាន $y_p = -2018$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{-\frac{1}{2}x} - 2018$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

3. $y' - 2y = 4x$ រកចម្លើយទូទៅ $y' - 2y = 0$

គេមានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = -2$ $y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{2x}$

$$a - 2(ax + b) = 4x \Rightarrow -2ax + a - 2b = 4x$$

តាង $y_p = ax + b \Rightarrow y'_p = a$ ជំនួសចូល $-2ax + (a - 2b) = 4x \Rightarrow -2a = 4 \Rightarrow a = -2$

$$a - 2b = 0 \Rightarrow -2b = 2 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow y_p = -2x - 1$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{2x} + (-2x - 1)$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

របៀបស្វែងរកដំណោះស្រាយលំដាប់ទី១

$$4, -y' + y = 3x - 2 \text{ រកចម្លើយទូទៅ } -y' + y = 0 \Rightarrow y' - y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = -1 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^x$$

$$\text{តាង } y_p = ax + b \Rightarrow y'_p = a \text{ ជំនួស } \begin{cases} -a + (ax + b) = 3x - 2 \\ ax + b - a = 3x - 2 \end{cases} \Rightarrow a = 3 \quad b - a = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{គេបានសមីការ } y_p = 3x + 1$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^x + 3x + 1$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការដែល A ជាចំនួនថេរ

$$5, y' + y = x^2 - 2x + 3 \text{ រកចម្លើយទូទៅ } y' + y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = 1 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-x}$$

$$\text{តាង } y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y'_p = 2ax + b$$

$$(2ax + b) + (ax^2 + bx + c) = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow ax^2 + x(2a + b) + (b + c) = x^2 - 2x + 3$$

$$\text{នាំឱ្យ } a = 1 \quad 2a + b = -2 \Rightarrow b = -4$$

$$b + c = 3 \Rightarrow c = 7$$

$$\text{គេបានសមីការ } y_p = x^2 - 4x + 7$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{-x} + x^2 - 4x + 7$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការដែល A ជាចំនួនថេរ

$$6, y' - 2y = -2x^2 + 3 \text{ រកចម្លើយទូទៅ } y' - 2y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = -2 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{2x}$$

$$\text{តាង } y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y'_p = 2ax + b$$

$$(2ax + b) - 2(ax^2 + bx + c) = -2x^2 + 3$$

$$-2ax^2 - 2bx - 2c + 2ax + b = -2x^2 + 3$$

$$-2ax^2 + x(-2b + 2a) + (b - 2c) = -2x^2 + 3$$

$$-2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

$$-2b + 2a = 0 \Rightarrow b = 1$$

$$b - 2c = 3 \Rightarrow c = -1 \quad y_p = x^2 + x - 1$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{2x} + x^2 + x - 1$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការដែល A ជាចំនួនថេរ

របៀបសាងដឺឡង់ស្បែកលំដាប់ទី១

$$7, 3y' - 4y = 4x^2 + 8x \quad \text{រកចម្លើយទូទៅ} \quad 3y' - 4y = 0 \Rightarrow y' - \frac{4}{3}y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{3} \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{\frac{4}{3}x}$$

$$\text{តាង } y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y'_p = 2ax + b$$

$$3(2ax + b) - 4(ax^2 + bx + c) = 4x^2 + 8x$$

$$-4ax^2 - 4bx - 4c + 6ax + 3b = 4x^2 + 8x$$

$$-4ax^2 + x(6a - 4b) + 3b - 4c = 4x^2 + 8x$$

$$\text{គេបាន } -4a = 4 \Rightarrow a = -1$$

$$6a - 4b = 8 \Rightarrow -4b = 14 \Rightarrow b = -\frac{7}{2}$$

$$3b - 4c = 0 \Rightarrow -\frac{21}{2} - 4c = 0 \Rightarrow -4c = \frac{21}{2} \Rightarrow c = -\frac{21}{8}$$

$$\text{គេបានសមីការ } y_p = -x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{21}{8}$$

$$\text{ដូចនេះ } y = y_c + y_p = Ae^{\frac{4}{3}x} + \left(-x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{21}{8}\right) \quad \text{ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការដែល } A \text{ ជាចំនួនថេរ}$$

$$8, y' + 2y = 4e^x \quad \text{រកចម្លើយទូទៅ} \quad y' + 2y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = 2 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-2x}$$

$$\text{តាង } y_p = ae^x \Rightarrow y'_p = ae^x \quad \text{គេបាន } ae^x + 2ae^x = 4e^x \Rightarrow 3ae^x = 4e^x \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$\text{គេបានសមីការ } y_p = \frac{4}{3}e^x$$

$$\text{ដូចនេះ } y = y_c + y_p = Ae^{-2x} + \frac{4}{3}e^x \quad \text{ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល } A \text{ ជាចំនួនថេរ}$$

របៀបគងឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

$$9, -2y' - 3y = 2xe^{-x} \text{ រកចម្លើយទូទៅ } -2y' - 3y = 0 \Rightarrow 2y' + 3y = 0 \Rightarrow y' + \frac{3}{2}y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-\frac{3}{2}x}$$

$$\text{តាង } y_p = (ax+b)e^{-x} \Rightarrow y_p' = ae^{-x} - (ax+b)e^{-x}$$

$$-2y' - 3y = 2xe^{-x}$$

$$\Rightarrow -2(ae^{-x} - (ax+b)e^{-x}) - 3(ax+b)e^{-x} = 2xe^{-x}$$

$$\text{នាំអោយ } \Rightarrow -2ae^{-x} - (ax+b)e^{-x} = 2xe^{-x}$$

$$\Rightarrow -2a - (ax+b) = 2x \Rightarrow -ax - 2a - b = 2x + 0$$

$$-a = 2 \Rightarrow a = -2 \quad -2a - b = 0 \Rightarrow b = 4$$

$$\text{នោះគេបានសមីការ } y_p = (-2x+4)e^{-x}$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{-\frac{3}{2}x} + (-2x+4)e^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

$$10, y' - 3y = (x-1)e^{2x} \text{ រកចម្លើយទូទៅ } y' - 3y = 0 \Rightarrow y' - 3y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = -3 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{3x}$$

$$\text{តាង } y_p = (ax+b)e^{2x} \Rightarrow y_p' = ae^{2x} + 2e^{2x}(ax+b)$$

$$y' - 3y = (x-1)e^{2x}$$

$$[ae^{2x} + 2e^{2x}(ax+b)] - 3(ax+b)e^{2x} = (x-1)e^{2x}$$

$$\text{នោះគេបាន } ae^{2x} - (ax+b)e^{2x} = (x-1)e^{2x}$$

$$\text{នោះគេបានសមីការ } y_p = -xe^{2x}$$

$$a - (ax+b) = (x-1) \Rightarrow -ax + a - b = x - 1$$

$$-a = 1 \Rightarrow a = -1 \quad a - b = -1 \Rightarrow b = 0$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{3x} - xe^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការដែល A ជាចំនួនថេរ

របៀបគងឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

$$11.2y' + y = (3-2x)e^{-x} \text{ រកចម្លើយទូទៅ } 2y' + y = 0 \Rightarrow y' + \frac{1}{2}y = 0$$

$$\text{គេមានសមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-\frac{1}{2}x}$$

$$\text{តាង } y_p = (ax+b)e^{-x} \Rightarrow y_p' = ae^{-x} - e^{-x}(ax+b)$$

$$2(ae^{-x} - e^{-x}(ax+b)) + (ax+b)e^{-x} = (3-2x)e^{-x}$$

$$2ae^{-x} - 2e^{-x}(ax+b) + (ax+b)e^{-x} = (3-2x)e^{-x}$$

$$\text{នោះគេបាន } 2ae^{-x} - (ax+b)e^{-x} = (3-2x)e^{-x} \Rightarrow 2a - (ax+b) = (3-2x)$$

$$2a - ax - b = 3 - 2x \Rightarrow -ax + 2a - b = 3 - 2x$$

$$-a = -2 \Rightarrow a = 2 \quad 2a - b = 3 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{គេបានសមីការ } y_p = (2x+1)e^{-x}$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{-\frac{1}{2}x} + (2x+1)e^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

$$12. y' - y = \cos 2x \text{ រកចម្លើយទូទៅ } 2y' + y = 0 \Rightarrow y' + \frac{1}{2}y = 0$$

$$\text{សមីការ } y' + ay = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{\frac{1}{2}x}$$

$$\text{តាង } y_p = a \cos 2x + b \sin 2x \Rightarrow y_p' = -2a \sin 2x + 2b \cos 2x$$

$$(-2a \sin 2x + 2b \cos 2x) - (a \cos 2x + b \sin 2x) = \cos 2x \Rightarrow -2a \sin 2x + 2b \cos 2x - a \cos 2x - b \sin 2x = \cos 2x$$

$$\sin 2x(-2a - b) + \cos 2x(2b - a) = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} -2a - b = 0 \\ 2b - a = 1 \end{cases} \Rightarrow -5b = -2 \Rightarrow b = \frac{2}{5} \quad 2\left(\frac{2}{5}\right) - a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$$

$$\text{គេបានសមីការ } y_p = -\frac{1}{5} \cos 2x + \frac{2}{5} \sin 2x$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{\frac{1}{2}x} + \left(-\frac{1}{5} \cos 2x + \frac{2}{5} \sin 2x\right)$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

របៀបគង់ឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ទី១

13, $y' + 3y = -6\sin x$ រកចម្លើយទូទៅ $y' + 3y = 0$

សមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = 3 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-3x}$

តាង $y_p = a \sin x + b \cos x \quad y'_p = a \cos x - b \sin x$

$$a \cos x - b \sin x + 3(a \sin x + b \cos x) = -6 \sin x$$

$$3a \sin x + 3b \cos x + a \cos x - b \sin x = -6 \sin x$$

គេបាន $\sin x(3a - b) + \cos x(3b + a) = -6 \sin x$

$$\begin{cases} 3a - b = -6 \\ 3b + a = 0 \end{cases} \Rightarrow -10b = -6 \Rightarrow b = \frac{3}{5} \quad a = -\frac{9}{5}$$

គេបានសមីការ $y_p = -\frac{9}{5} \sin x + \frac{3}{5} \cos x$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{-3x} + \left(-\frac{9}{5} \sin x + \frac{3}{5} \cos x\right)$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការដែល A ជាចំនួនថេរ

14, $y' + y = \sin x + \cos x$ រកចម្លើយទូទៅ $y' + y = 0$

គេមានសមីការ $y' + ay = 0 \Rightarrow a = 1 \quad y_c = Ae^{-ax} \Rightarrow y_c = Ae^{-x}$

តាង $y_p = a \sin x + b \cos x \Rightarrow y'_p = a \cos x - b \sin x$

$$(a \cos x - b \sin x) + (a \sin x + b \cos x) = \sin x + \cos x$$

គេបាន $\sin x(a - b) + \cos x(a + b) = \sin x + \cos x$

គេបានសមីការ $y_p = \sin x$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \quad b = 0$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{-x} + \sin x$ ជាចម្លើយទូទៅនៃសមីការ ដែល A ជាចំនួនថេរ

រៀងផ្ទាល់ជាអនុគមន៍ $f(x)$ ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ

$$1. f(x) = x^2 + x - 1; y' + y = x^2 + 3x$$

នោះគេបាន $f'(x) = x^2 + x - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x + 1$

នាំអោយ $(2x+1) + (x^2 + x - 1) = x^2 + 3x$
 $x^2 + 3x = x^2 + 3x \Rightarrow 0 = 0$

ដូចនេះ $f(x) = x^2 + x - 1$ ពិតជាសមីការ $y' + y = x^2 + 3x$

$$2. f(x) = e^{3x} - x - 1; y' - 3y = 3x + 2$$

នោះគេបាន $y = e^{3x} - x - 1 \Rightarrow y' = 3e^{3x} - 1$

$$(3e^{3x} - 1) - 3(e^{3x} - x - 1) = 3x + 2$$

នាំអោយ $3e^{3x} - 1 - 3e^{3x} + 3x + 3 = 3x + 2$ ពិត
 $3x + 2 = 3x + 2$
 $0 = 0$

ដូចនេះ $f(x) = e^{3x} - x - 1$ ពិតជាសមីការ $y' - 3y = 3x + 2$

$$3. y = f(x) = e^{3x} - e^{2x}; y'' - 5y' + 6y = 0$$

នោះគេបាន $f(x) = e^{3x} - e^{2x} \Rightarrow f'(x) = 3e^{3x} - 2e^{2x}$
 $\Rightarrow f''(x) = 9e^{3x} - 4e^{2x}$

$$(9e^{3x} - 4e^{2x}) - 5(3e^{3x} - 2e^{2x}) + 6(e^{3x} - e^{2x}) = 0$$

នាំអោយ $9e^{3x} - 4e^{2x} - 15e^{3x} + 10e^{2x} + 6e^{3x} - 6e^{2x} = 0$ ពិត
 $0 = 0$

ដូចនេះ $y = e^{3x} - e^{2x}$ ជាសមីការ $y'' - 5y' + 6y = 0$

រៀងផ្ទៃកំណត់អនុគមន៍ $f(x)$ ជាថ្លៃមួយមួយនៃសមីការ

4. $f(x) = \cos 2x + \sin 2x$; $y'' + 4y = 0$

នោះគេបាន $f(x) = \cos 2x + \sin 2x \Rightarrow f'(x) = -2\sin 2x + 2\cos 2x$
 $\Rightarrow f''(x) = -4\cos 2x - 4\sin 2x$

$(-4\cos 2x - 4\sin 2x) + 4(\cos 2x + \sin 2x) = 0$
 នាំអោយ $-4\cos 2x - 4\sin 2x + 4\cos 2x + 4\sin 2x = 0$
 $0 = 0$

ដូចនេះ $f(x) = \cos 2x + \sin 2x$ ជាសមីការ $y'' + 4y = 0$

5. $y = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$; $y' + 2y = \frac{2e^{-x}}{1 + 2e^x}$

$y = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x) \Rightarrow y' = -2e^{-2x} \ln(1 + 2e^x) + \frac{2e^x}{(1 + 2e^x)} e^{-2x}$

នោះគេបាន

$y' = -2e^{-2x} \ln(1 + 2e^x) + \frac{2e^{-x}}{(1 + 2e^x)}$

នាំអោយ $\left(-2e^{-2x} \ln(1 + 2e^x) + \frac{2e^{-x}}{(1 + 2e^x)} \right) + 2(e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)) = \frac{2e^{-x}}{(1 + 2e^x)}$
 $\frac{2e^{-x}}{(1 + 2e^x)} = \frac{2e^{-x}}{(1 + 2e^x)} \quad 0 = 0$

ដូចនេះ $y = e^{-2x} \ln(1 + 2e^x)$ ពិតជាសមីការ $y' + 2y = \frac{2e^{-x}}{1 + 2e^x}$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

សមីការសម្គាល់របស់វា $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ ចំពោះ $\Delta > 0$

នោះគេបានសមីការមានឫលពីរផ្សេងគ្នាគឺ $\lambda_1 = \alpha$ $\lambda_2 = \beta$

$$\Delta > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad \text{គេបានចំណើយ} \quad y_c = Ae^{\alpha x} + Be^{\beta x} \quad \lambda_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \lambda_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 3y' - 4y = 0$

យើងសរសេរសមីការសម្គាល់ $\lambda^2 + 3\lambda - 4 = 0$ $\Delta = (3)^2 - 4(-4) = 25$

$$\lambda_1 = \frac{-3-5}{2} = -4 \quad \lambda_2 = \frac{-3+5}{2} = 1$$

$$\lambda_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \lambda_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

ដូចនេះគេបានចម្លើយទូទៅ $y_c = Ae^{-4x} + Be^x$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 2y' - 8y = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 2r - 8 = 0$

$$r_1 = \frac{-2 - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad r_2 = \frac{-2 + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

គេបាន $\Delta = (2)^2 - 4(-8) = 36$ នោះគេបាន $r_1 = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2} = 2$ $r_2 = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2} = -4$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{2x} + Be^{-4x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 5y' + 6y = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 5r + 6 = 0$

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

គេបាន $\Delta = (-5)^2 - 4(6) = 1$ នោះគេបាន $r_1 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2} = 3$ $r_2 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2} = 2$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{3x} + Be^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $2y'' - y' - 3y = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $2r^2 - r - 3 = 0$

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

គេបាន $\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-3) = 1 + 24 = 25$ នោះគេបាន $r_1 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = 3$ $r_2 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = -2$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{3x} + Be^{-2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 3y' + 2 = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 3r + 2 = 0$

គេបាន $\Delta = (-3)^2 - 4(1)(2) = 9 - 8 = 1$ នោះគេបាន $r_1 = \frac{3 + \sqrt{1}}{2} = 2$ $r_2 = \frac{3 - \sqrt{1}}{2} = 1$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{2x} + Be^x$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - y' = 0$

$y'' - y' = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - r = 0 \Rightarrow r(r-1) = 0$ $r_1 = 0$ $r_2 = 1$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{0x} + Be^x$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad r_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $2y'' + 3y' = 0$

$2y'' + 3y' = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $2r^2 + 3r = 0 \Rightarrow r(2r+3) = 0$ $r_1 = 0$ $r_2 = -\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{0x} + Be^{-\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 4y = 0$

$-4y'' + 9y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $-4r^2 + 9 = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$ $r_1 = \frac{3}{2}$ $r_2 = -\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x} + Be^{-\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $-y'' + 3y' + 10y = 0$

$-y'' + 3y' + 10y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $-r^2 + 3r + 10 = 0$

គេបាន $\Delta = (3)^2 - 4(-1)(10) = 9 + 40 = 49$

នោះគេបាន $r_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{-2} = \frac{-3 + 7}{-2} = -2$ $r_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{-2} = \frac{-3 - 7}{-2} = 5$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-2x} + Be^{5x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $2y'' - 4y = 0$

$2y'' - 4y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $2r^2 - 4 = 0$

គេបាន $2r^2 = 4 \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \pm \sqrt{2}$ $r_1 = \sqrt{2}$ $r_2 = -\sqrt{2}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\sqrt{2}x} + Be^{-\sqrt{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - y' - y = 0$

$y'' - y' - y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - r - 1 = 0$

គេបាន $\Delta = (-1)^2 - 4(-1) = 5$ នោះគេបាន $r_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $r_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)x} + Be^{\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + \sqrt{6}y' + y = 0$

$y'' + \sqrt{6}y' + y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + \sqrt{6}r + 1 = 0$

គេបាន $\Delta = (\sqrt{6})^2 - 4(1) = 2$ នោះគេបាន $r_1 = \frac{-\sqrt{6}+2}{2}$ $r_2 = \frac{-\sqrt{6}-2}{2}$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{\left(\frac{-\sqrt{6}+2}{2}\right)x} + Be^{\left(\frac{-\sqrt{6}-2}{2}\right)x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

សមីការសម្គាល់របស់វា $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ $\Delta = 0$ នោះគេបានសមីការមានឫលឌុប $\lambda_1 = \lambda_2 = \alpha$

គេបានឫល $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{b}{2a}$ $\Delta = b^2 - 4ac$ គេបានចំណើយ $y_c = (Ax + B)e^{\alpha x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 2y' + y = 0$

$y'' - 2y' + y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 2r + 1 = 0$ គេបាន $\Delta = (2)^2 - 4(1) = 0$

ដោយសមីការមានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$

ដូចនេះ $y_c = (Ax + B)e^x$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 4y' + 4y = 0$

$y'' + 4y' + 4y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 4r + 4 = 0$

គេបាន $\Delta = (4)^2 - 4(4) = 0$ ដោយសមីការមានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{-2x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$

$y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - r + \frac{1}{4} = 0$

គេបាន $\Delta = (-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}\right) = 0$ ដោយសមីការមានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{\frac{1}{2}x}$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 6y' + 9y = 0$

$y'' - 6y' + 9y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 6r + 9 = 0$

គេបាន $\Delta = (6)^2 - 4(9) = 0$ ដោយសមីការមានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{3x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $-y'' + 8y' - 16y = 0$

$-y'' + 8y' - 16y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $-r^2 + 8r - 16 = 0$

គេបាន $\Delta = (8)^2 - 4(-1)(-16) = 0$ ដោយសមីការមានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{4x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $4y'' - 4y' + y = 0$

$4y'' - 4y' + y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $4r^2 - 4r + 1 = 0$ គេបាន $\Delta = (4)^2 - 4(4) = 0$ ដោយសមីការ

មានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{\frac{1}{2}x}$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $4y'' - 12y' + 9y = 0$

$4y'' - 12y' + 9y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $4r^2 - 12r + 9 = 0$

គេបាន $\Delta = (12)^2 - 4(4)(9) = 0$ ដោយសមីការមានឫសឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{\frac{3}{2}x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 2\sqrt{2}y' + 2y = 0$

$y'' - 2\sqrt{2}y' + 2y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 2\sqrt{2}r + 2 = 0$

គេបាន $\Delta = (2\sqrt{2})^2 - 4(2) = 0$ ដោយសមីការមានឫសឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{\sqrt{2}x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $2y'' + 2\sqrt{6}y' + 3y = 0$

$2y'' + 2\sqrt{6}y' + 3y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $2r^2 + 2\sqrt{6}r + 3 = 0$

គេបាន $\Delta = (2\sqrt{6})^2 - 4(2)(3) = 0$ ដោយសមីការមានឫសឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{2\sqrt{6}}{4} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax + B)e^{-\frac{\sqrt{6}}{2}x}$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

សមីការសម្គាល់របស់វា $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$ $\Delta < 0$ នោះគេបានសមីការ $\lambda_1 = \alpha$ $\lambda_2 = \beta$

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ គេបានចំណើយ $y_c = (A \cos \alpha x + B \sin \alpha x) e^{\beta x}$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 2y' + 2y = 0$

$y'' - 2y' + 2y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 2r + 2 = 0$

គេបាន $\Delta = (-2)^2 - 4(2) = 4 - 8 = -4$ នោះគេបានសមីការ $r_1 = \frac{2 + \sqrt{4i^2}}{2} = 1 + i$ $r_2 = \frac{2 - \sqrt{4i^2}}{2} = 1 - i$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^x (A \cos x + B \sin x)$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + 2y' + 5y = 0$

$y'' + 2y' + 5y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 2r + 5 = 0$

គេបាន $\Delta = (2)^2 - 4(5) = 4 - 20 = -16$ នោះគេបានសមីការ

$r_1 = \frac{-2 + \sqrt{16i^2}}{2} = \frac{-2 + 4i}{2} = -1 + 2i$ យក $r_2 = \frac{-2 - \sqrt{16i^2}}{2} = \frac{-2 - 4i}{2} = -1 - 2i$ ហាមយក

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{-1x} (A \cos 2x + B \sin 2x)$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 4y' + 8y = 0$

$y'' - 4y' + 8y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 4r + 8 = 0$

គេបាន $\Delta = (-4)^2 - 4(8) = 16 - 32 = -16$ គេបាន $r_1 = \frac{4 + \sqrt{16i^2}}{2} = 2 + 2i$ $r_2 = \frac{4 - \sqrt{16i^2}}{2} = \frac{4 - 4i}{2} = 2 - 2i$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{2x} (A \cos 2x + B \sin 2x)$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $-y'' + 4y' - 13y = 0$

$-y'' + 4y' - 13y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $-r^2 + 4r - 13 = 0$

គេបាន $\Delta = (4)^2 - 4(-1)(-13) = 16 - 52 = -36$ នោះគេបានសមីការ

$$r_1 = \frac{-4 + \sqrt{36i^2}}{-2} = \frac{-4 + 6i}{-2} = 2 - 3i \text{ មិនយក } \quad r_2 = \frac{-4 - \sqrt{36i^2}}{-2} = \frac{-4 - 6i}{-2} = 2 + 3i \text{ យក}$$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{2x} (A \cos 2x + B \sin 2x)$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $2y'' + 2y' + y = 0$

$2y'' + 2y' + y = 0$ គេបានសមីការសំគាល់ $2r^2 + 2r + 1 = 0$

គេបាន $\Delta = (2)^2 - 4(2) = 4 - 8 = -4$ នោះគេបានសមីការ $r_1 = \frac{-2 + \sqrt{4i^2}}{4} = \frac{-2 + 2i}{4} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ យក

$$r_2 = \frac{-2 - \sqrt{4i^2}}{4} = \frac{-2 - 2i}{4} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \text{ មិនយក}$$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{-\frac{1}{2}x} \left(A \cos \frac{1}{2}x + B \sin \frac{1}{2}x \right)$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+y=0$

$y''+y=0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2+1=0$ នោះគេទាញបាន $r^2=-1 \Rightarrow r_1=0+i$ យក

$r_2=0-i$ មិនយក ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{0x} (A \cos x + B \sin x)$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+4y=0$

$y''+4y=0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2+4=0$

នោះគេទាញបាន $r^2=-4 \Rightarrow r_1=0+2i$ យក $r_2=0-2i$ មិនយក

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{0x} (A \cos 2x + B \sin 2x)$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $-9y''-y=0$

$-9y''-y=0$ គេបានសមីការសំគាល់ $-9r^2-1=0$

នោះគេទាញបាន $-9r^2=1 \Rightarrow r_1=0+\frac{1}{3}i$ យក $r_2=0-\frac{1}{3}i$ មិនយក

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{0x} \left(A \cos \frac{1}{3}x + B \sin \frac{1}{3}x \right)$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $\frac{4}{9}y''+y=0$

$\frac{4}{9}y''+y=0$ គេបានសមីការសំគាល់ $\frac{4}{9}r^2+1=0$

នោះគេទាញបាន $\frac{4}{9}r^2=-1 \Rightarrow r^2=-\frac{9}{4} \Rightarrow r=0+\frac{3}{2}i$ យក $r_2=0-\frac{3}{2}i$ មិនយក

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = e^{0x} \left(A \cos \frac{3}{2}x + B \sin \frac{3}{2}x \right)$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលមានលក្ខខណ្ឌ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 4y' + 3y = 0$ $y(0) = 3$ $y'(0) = 5$

$y'' - 4y' + 3y = 0$ $y(0) = 3$ $y'(0) = 5$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - 4r + 3 = 0$

គេបាន $\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4$ នោះគេបានសមីការ $r_1 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = 3$ $r_2 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = 1$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^{3x} + Be^x$

$$y(0) = Ae^0 + Be^0 = 3 \Rightarrow A + B = 3$$

គេបាន $y_c = Ae^{3x} + Be^x \Rightarrow y'_c = 3Ae^{3x} + Be^x$ នាំអោយ $y'(0) = 3Ae^0 + Be^0 = 5 \Rightarrow 3A + B = 5$

ដូចនេះ $y_c = e^{3x} + 2e^x$ ជាចម្លើយពិសេស

$$\begin{pmatrix} -A - B = -3 \\ 3A + B = 5 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A = 2 \Rightarrow A = 1 \quad B = 2$$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + y' - 2y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = -8$

$y'' + y' - 2y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = -8$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + r - 2 = 0$

គេបាន $\Delta = (1)^2 - 4(1)(-2) = 9$ នោះគេបានសមីការ $r_1 = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2} = 1$ $r_2 = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2} = -2$

គេបាន $y_c = Ae^x + Be^{-2x} \Rightarrow y'_c = Ae^x - 2Be^{-2x}$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^x + Be^{-2x}$

$$y(0) = Ae^0 + Be^0 = 1 \Rightarrow A + B = 1$$

នាំអោយ $y'(0) = Ae^0 - 2Be^0 = -8 \Rightarrow A - 2B = -8$

$$\begin{pmatrix} 2A + 2B = 2 \\ A - 2B = -8 \end{pmatrix} \Rightarrow 3A = -6 \Rightarrow A = -2 \quad B = 3$$

ដូចនេះ $y_c = -2e^x + 3e^{-2x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលមានលក្ខខណ្ឌ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+16y=0$ $y(0)=2$ $y'(0)=-2$

$y''+16y=0$ $y(0)=2$ $y'(0)=-2$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2+16r=0$

នោះគេបាន $r^2+16r=0 \Rightarrow r(r+16)=0$ $r_1=0$ $r_2=-16$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^{0x} + Be^{-16x} = A + Be^{-16x}$

គេបាន $y_c = A + Be^{-16x} \Rightarrow y'_c = -16Be^{-16x}$ នាំអោយ $y(0) = A + Be^{0x} = 2 \Rightarrow A + B = 2$

$y'(0) = -16Be^0 = -2 \Rightarrow -16B = -2 \Rightarrow B = \frac{1}{8}, A = \frac{15}{8}$

ដូចនេះ $y_c = \frac{15}{8} + \frac{1}{8}e^{-16x}$ ជាចម្លើយពិសេស

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''-2y'+y=0$ $y(0)=5$ $y'(0)=10$

$y''-2y'+y=0$ $y(0)=5$ $y'(0)=10$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2-2r+1=0$

គេបាន $\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1) = 0$ នោះគេបានសមីការមានឫសដូចគ្នា $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$

ដូចនេះគេមានសមីការទូទៅ $y_c = (Ax+B)e^x$

គេបាន $y_c = (Ax+B)e^x \Rightarrow y'_c = Ae^x + (Ax+B)e^x$ នាំអោយ $y(0) = (A(0)+B)e^0 \Rightarrow B = 5$

$y'(0) = Ae^0 + (A(0)+B)e^0 = A+B = 10$ $A = 5$

ដូចនេះ $y_c = (5x+5)e^x$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលមានលក្ខខណ្ឌ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + y = 0$ $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

$$y'' + y = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \quad \text{គេបានសមីការសំគាល់ } r^2 + r = 0$$

នោះគេទាញបាន $r^2 + r = 0 \Rightarrow r(r+1) = 0$ $r_1 = 0$ $r_2 = -1$ សមីការទូទៅ $y_c = A + Be^{-x} \Rightarrow y'_c = -Be^{-x}$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \Rightarrow A + Be^{-\frac{\pi}{2}} = 3 \Rightarrow Ae^{\frac{\pi}{2}} + B = 3e^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\text{នោះគេបាន } y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -Be^{-\frac{\pi}{2}} = 2 \Rightarrow -B = 2e^{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow B = -2e^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow Ae^{\frac{\pi}{2}} - 2e^{\frac{\pi}{2}} = 3e^{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow Ae^{\frac{\pi}{2}} = 5e^{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow A = 5$$

ដូចនេះ $y_c = 5e^{-x} - 2e^{\frac{\pi}{2}}$ ជាចម្លើយពិសេស

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - 2y' + 2y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(\pi) = -1$

$$y'' - 2y' + 2y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(\pi) = -1 \quad \text{គេបានសមីការសំគាល់ } r^2 - 2r + 2 = 0$$

$$\text{គេបាន } \Delta = (-2)^2 - 4(2) = -4 \text{ នោះគេបានសមីការ } r_1 = \frac{2 + \sqrt{4i^2}}{2} = 1 + i \quad r_2 = \frac{2 - \sqrt{4i^2}}{2} = 1 - i$$

គេបានសមីការទូទៅ $y_c = e^x (A \sin x + B \cos x)$

$$\text{នោះគេបាន } y_c = e^x (A \sin x + B \cos x) \Rightarrow y'_c = e^x (A \sin x + B \cos x) + (A \cos x - B \sin x) e^x$$

$$y(0) = 1 \Rightarrow e^0 (A \sin 0 + B \cos 0) = 1 \Rightarrow B = 1$$

$$\text{នោះគេបាន } y'(\pi) = e^\pi (A \sin \pi + B \cos \pi) + (A \cos \pi - B \sin \pi) e^\pi = -1$$

$$\Rightarrow -Be^\pi - Ae^\pi = -1 \Rightarrow -Ae^\pi = -1 + e^\pi \Rightarrow A = \frac{1 - e^\pi}{e^\pi}$$

ដូចនេះ $y_c = e^x \left(\left(\frac{1 - e^\pi}{e^\pi} \right) \sin x + \cos x \right)$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលមានលក្ខខណ្ឌ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $4y'' - 4y' - 3y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = 1$

$4y'' - 4y' - 3y = 0$ $y(0) = 1$ $y'(0) = 1$ គេបានសមីការសំគាល់ $4r^2 - 4r - 3 = 0$

គេបាន $\Delta = (-4)^2 - 4(4)(-3) = 16 + 48 = 64$ សមីការ $r_1 = \frac{4 + \sqrt{64}}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ $r_2 = \frac{4 - \sqrt{64}}{8} = \frac{4 - 8}{8} = -\frac{1}{2}$

គេបានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x} + Be^{-\frac{1}{2}x}$

នោះគេបាន $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x} + Be^{-\frac{1}{2}x} \Rightarrow y'_c = \frac{3}{2}Ae^{\frac{3}{2}x} - \frac{1}{2}Be^{-\frac{1}{2}x}$

$y(0) = 1 \Rightarrow y(0) = Ae^{\frac{3}{2} \cdot 0} + Be^{-\frac{1}{2} \cdot 0} = A + B = 1 \Rightarrow y'(0) = \frac{3}{2}Ae^{\frac{3}{2} \cdot 0} - \frac{1}{2}Be^{-\frac{1}{2} \cdot 0} = \frac{3}{2}A - \frac{1}{2}B = 1$

$\begin{pmatrix} A + B = 1 \\ 3A - B = 2 \end{pmatrix} \Rightarrow 4A = 3 \Rightarrow A = \frac{3}{4} \quad B = \frac{1}{4}$

ដូចនេះ $y_c = \frac{3}{4}e^{\frac{3}{2}x} + \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{2}x}$ ជាចម្លើយពិសេស

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $4y'' - 9y = 0$ $y(\ln 2) = 1$ $y'(\ln 2) = -3$

$4y'' - 9y = 0$ $y(\ln 2) = 1$ $y'(\ln 2) = -3$ គេបានសមីការសំគាល់ $4r^2 - 9 = 0$

គេបាន $4r^2 = 9 \Rightarrow r^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow r_1 = \frac{3}{2}$ $r_2 = -\frac{3}{2}$ គេបានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x} + Be^{-\frac{3}{2}x}$

នោះគេបាន $y_c = Ae^{\frac{3}{2}x} + Be^{-\frac{3}{2}x} \Rightarrow y'_c = \frac{3}{2}Ae^{\frac{3}{2}x} - \frac{3}{2}Be^{-\frac{3}{2}x}$

$y(\ln 2) = 1 \Rightarrow Ae^{\frac{3}{2} \ln 2} + Be^{-\frac{3}{2} \ln 2} = 1 \Rightarrow Be^{-\frac{3}{2} \ln 2} = 1 - Ae^{\frac{3}{2} \ln 2}$

$y'(\ln 2) = -3 \Rightarrow \frac{3}{2}Ae^{\frac{3}{2} \ln 2} - \frac{3}{2}\left(1 - Ae^{\frac{3}{2} \ln 2}\right) = -3 \Rightarrow A = -\frac{3}{2e^{\frac{3}{2} \ln 2}} \quad B = \frac{1}{e^{-\frac{3}{2} \ln 2}} + \frac{3}{2}$

ដូចនេះ $y_c = \left(-\frac{3}{2e^{\frac{3}{2} \ln 2}}\right)e^{\frac{3}{2}x} + \left(\frac{1}{e^{-\frac{3}{2} \ln 2}} + \frac{3}{2}\right)e^{-\frac{3}{2}x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការដឺផេរ៉ង់ស្យែលរបៀបតាង

1, $2y'' - 3y' + y = -3$ នោះគេបានសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ សមីការសំគាល់ $2r^2 - 3r + 1 = 0$

គេបាន $\Delta = (-3)^2 - 4(2) = 1$ នោះគេបានសមីការ $r_1 = \frac{3+\sqrt{1}}{4} = 1$ $r_2 = \frac{3-\sqrt{1}}{4} = \frac{1}{2}$

នោះគេបាន $y_c = Ae^x + Be^{\frac{1}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចម្លើយពិសេស $y_p = a \Rightarrow y'_p = 0 \Rightarrow y''_p = 0$ នោះគេបាន $2y'' - 3y' + y = -3 \Rightarrow 2(0) - 3(0) + a = -3 \Rightarrow a = -3$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^x + Be^{\frac{1}{2}x} - 3$ ជាចម្លើយទូទៅ

2, $y'' - 3y = 6$ នោះគេបានសមីការ $y'' - 3y = 0$ សមីការសំគាល់ $r^2 - 3r = 0$

នោះគេបាន $r(r-3) = 0 \Rightarrow r_1 = 0$ $r_2 = 3$ គេបាន $y_c = Ae^{0x} + Be^{3x} \Rightarrow y_c = A + Be^{3x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចម្លើយពិសេស $y_p = a \Rightarrow y'_p = 0 \Rightarrow y''_p = 0$ នាំអោយ $y'' - 3y = 6 \Rightarrow 0 - 3a = 6 \Rightarrow a = -2$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = A + Be^{3x} - 2$ ជាចម្លើយទូទៅ

3, $y'' + y' = -6x$ នោះគេបានសមីការ $y'' + y' = 0$ សមីការសំគាល់ $r^2 + r = 0$

នោះគេបាន $r(r+1) = 0 \Rightarrow r_1 = 0$ $r_2 = -1$ គេបាន $y_c = Ae^{0x} + Be^{-x} \Rightarrow y_c = A + Be^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចម្លើយពិសេស $y_p = ax^2 + bx \Rightarrow y'_p = 2ax + b \Rightarrow y''_p = 2a$

$$y'' + y' = -6x \Rightarrow 2a + 2ax + b = -6x$$

$$\text{នាំអោយ } \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a \\ 2a = -6 \Rightarrow a = -3 \end{cases}$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = A + Be^{-x} + (-3x^2 + 6x)$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរបៀបតាង

4, $y'' + y' = 2x - 1$ នោះគេបានសមីការ $y'' + y = 0$ សមីការសំគាល់ $r^2 + r = 0$

នោះគេបាន $r(r+1) = 0 \Rightarrow r_1 = 0 \quad r_2 = -1$ គេបាន $y_c = Ae^{0x} + Be^{-x} \Rightarrow y_c = A + Be^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចម្លើយពិសេស $y_p = ax^2 + bx \Rightarrow y_p' = 2ax + b \Rightarrow y_p'' = 2a$

$$y'' + y' = 2x - 1 \Rightarrow 2a + 2ax + b = 2x - 1$$

$$\text{នាំអោយ } \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \Rightarrow b = -3 \\ 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = A + Be^{-x} + x^2 - 3x$ ជាចម្លើយទូទៅ

5, $y'' - 3y' + 4y = x + 1$ នោះគេបានសមីការ $y'' - 3y' + 4y = 0$ សមីការសំគាល់ $r^2 - 3r + 4 = 0$

$$\text{គេបាន } \Delta = (-3)^2 - 4(4) = 1 \text{ នោះគេបានសមីការ } r_1 = \frac{3 + \sqrt{1}}{2} = 2 \quad r_2 = \frac{3 - \sqrt{1}}{2} = 1$$

នោះគេបានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^{2x} + Be^x$ តាង $y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow y_p' = 2ax + b \Rightarrow y_p'' = 2a$

$$y'' - 3y' + 4y = x + 1 \Rightarrow 2a - 3(2ax + b) + 4(ax^2 + bx + c) = x + 1$$

$$\Rightarrow 4ax^2 + 4ax - 6bx + 4c - 3b + 2a = x + 1 \Rightarrow 4ax^2 + x(4a - 6b) + (4c - 3b + 2a) = x + 1$$

$$\Rightarrow 4a = 0 \Rightarrow a = 0 \quad 4a - 6b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{6} \Rightarrow 2a - 3b + 4c = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + 4c = 1 \Rightarrow 4c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = \frac{1}{8}$$

$$\text{នោះគេបាន } y_p = 0x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{2x} + Be^x + 0x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរបៀបតាង

6, $y'' - 2y' = x^2 + 1$ នោះគេបានសមីការ $y'' - 2y' = 0$

សមីការសំគាល់ $r^2 - 2r = 0 \Rightarrow r(r - 2) = 0$ $r_1 = 0$ $r_2 = 2$ សមីការទូទៅ $y_c = Ae^{0x} + Be^{2x} = A + Be^{2x}$

តាង $y_p = ax^3 + bx^2 + cx$ ជាចម្លើយពិសេស $y_p = ax^3 + bx^2 + cx \Rightarrow y_p' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow y_p'' = 6ax + 2b$

$y'' - 2y' = x^2 + 1 \Rightarrow (6ax + 2b) - 2(3ax^2 + 2bx + c) = x^2 + 1$

$6ax + 2b - 6ax^2 - 4bx - 2c = x^2 + 1 \Rightarrow -6ax^2 + x(6a - 4b) + 2b - 2c = x^2 + 1$

$-6a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{6}$ $6a - 4b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{4}$ $2b - 2c = 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} - 2c = 1 \Rightarrow -2c = \frac{3}{2} \Rightarrow c = -\frac{3}{4}$

ជាចម្លើយពិសេស $y_p = -\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = A + Be^{2x} + \left(-\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x\right)$ ជាចម្លើយទូទៅ

7, $y'' + y = \sin 2x$ សមីការសំគាល់ $r^2 + r = 0 \Rightarrow r(r + 1) = 0$ $r_1 = 0$ $r_2 = -1$

គេបាន $y_c = Ae^{0x} + Be^{-x} \Rightarrow y_c = A + Be^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

តាង $y_p = a \cos 2x + b \sin 2x \Rightarrow y_p' = 2b \cos 2x - 2a \sin 2x \Rightarrow y_p'' = -4b \sin 2x - 4a \cos 2x$

$y'' + y = \sin 2x$

$(-4b \sin 2x - 4a \cos 2x) + a \cos 2x + b \sin 2x = \sin 2x$

នោះគេបាន $-3b \sin 2x - 3a \cos 2x = \sin 2x$

គេបាន $y_p = -\frac{1}{3} \sin 2x$

$-3b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{3}$ $a = 0$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = A + Be^{-x} - \frac{1}{3} \sin 2x$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរូបបី

8, $y'' + 4y = -3\cos 2x$ សមីការសំគាល់ $r^2 + 4r = 0 \Rightarrow r(r+4) = 0$ $r_1 = 0$ $r_2 = -4$

គេបាន $y_c = Ae^{0x} + Be^{-4x} \Rightarrow y_c = A + Be^{-4x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

$$y_p = x(a \cos 2x + b \sin 2x) \Rightarrow y_p' = (a \cos 2x + b \sin 2x) + x(2b \cos 2x - 2a \sin 2x)$$

$$\text{តាង } y_p' = (2b \cos 2x - 2a \sin 2x) + (2b \cos 2x - 2a \sin 2x) + (-4b \sin 2x - 4a \cos 2x)x$$

$$y_p'' = (4b \cos 2x - 4a \sin 2x) + (-4bx \sin 2x - 4ax \cos 2x)$$

$$y'' + 4y = -3\cos 2x$$

$$(4b \cos 2x - 4a \sin 2x) + (-4bx \sin 2x - 4ax \cos 2x) + 4(ax \cos 2x + bx \sin 2x) = -3\cos 2x$$

គេបាន $4b \cos 2x - 4a \sin 2x - 4bx \sin 2x - 4ax \cos 2x + 4ax \cos 2x + 4bx \sin 2x = -3\cos 2x$

$$4b \cos 2x - 4a \sin 2x = -3\cos 2x$$

$$4b = -3 \Rightarrow b = -\frac{3}{4} \quad a = 0 \quad y_p = x \left(-\frac{3}{4} \sin 2x \right)$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = A + Be^{-4x} - \frac{3}{4}x \sin 2x$ ជាចម្លើយទូទៅ

9, $y'' + 4y + 12y = 2 \sin x$ គេបានសមីការ $y'' + 4y + 12y = 0$

នោះគេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 4r + 12 = 0$ សមីការសម្គាល់ $\Delta = (4)^2 - 4(12) = 16 - 48 = -32$

គេបាន $r_1 = \frac{-4 + 4i\sqrt{2}}{2} = -2 + 2i\sqrt{2}$ សមីការទូទៅ $y_c = e^{-2x} (A \cos 2\sqrt{2}x + B \sin 2\sqrt{2}x)$

$$\text{តាង } y_p = a \cos x + b \sin x \Rightarrow y_p' = b \cos x - a \sin x \Rightarrow y_p'' = -b \sin x - a \cos x$$

$$y'' + 4y' + 12y = 2 \sin x$$

$$(-b \sin x - a \cos x) + 4(b \cos x - a \sin x) + 12(a \cos x + b \sin x) = 2 \sin x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11b - 4a = 2 \\ 4b + 11a = 0 \end{cases} \quad a = -\frac{8}{137} \quad b = \frac{242}{1507}$$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = e^{-2x} (A \cos 2\sqrt{2}x + B \sin 2\sqrt{2}x) + \left(-\frac{8}{137} \right) \cos x + \left(\frac{242}{1507} \right) \sin x$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរបៀបតាង

10, $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$ គេមានសមីការ $y'' + 2y' - 3y = 0$

សមីការសម្គាល់ $\Delta = (2)^2 - 4(-3) = 4 + 12 = 16$ ហើយគេបាន $r_1 = \frac{-2+4}{2} = 1$ $r_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$

សមីការទូទៅ $y_c = Ae^x + Be^{-3x}$ តាង $y_p = ae^{2x} \Rightarrow y_p' = 2ae^{2x} \Rightarrow y_p'' = 4ae^{2x}$

គេបាន $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}$
 $(4ae^{2x}) + 2(2ae^{2x}) - 3ae^{2x} = e^{2x} \Rightarrow 5ae^{2x} = e^{2x} \Rightarrow a = \frac{1}{5}$

គេបានសមីការទូទៅ $y_p = \frac{1}{5}e^{2x}$ ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^x + Be^{-3x} + \frac{1}{5}e^{2x}$ ជាមួយទូទៅ

11, $y'' - 4y' - 12y = -5e^x$ គេមានសមីការ $y'' - 4y' - 12y = 0$

សមីការសម្គាល់ $\Delta = (-4)^2 - 4(-12) = 16 + 48 = 64$ ហើយគេបាន $r_1 = \frac{4+8}{2} = 6$ $r_2 = \frac{4-8}{2} = -2$

សមីការទូទៅ $y_p = Ae^{6x} + Be^{-2x}$ តាង $y_p = ae^x \Rightarrow y_p' = ae^x \Rightarrow y_p'' = ae^x$

នោះគេបាន $y'' - 4y' - 12y = -5e^x$
 $ae^x - 4ae^x - 12ae^x = -5e^x \Rightarrow -15ae^x = -5e^x \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

គេបានសមីការទូទៅ $y_p = \frac{1}{3}e^x$ ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{6x} + Be^{-2x} + \frac{1}{3}e^x$ ជាមួយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរបៀបតាង

12, $y'' - 4y' - 12y = -5e^{-2x}$ គេមានសមីការ $y'' - 4y' - 12y = 0$

សមីការសម្គាល់ $\Delta = (-4)^2 - 4(-12) = 16 + 48 = 64$ ហើយគេបាន $r_1 = \frac{4+8}{2} = 6$ $r_2 = \frac{4-8}{2} = -2$

សមីការទូទៅ $y_p = Ae^{6x} + Be^{-2x}$ តាង $y_p = axe^{-2x} \Rightarrow y'_p = a(e^{-2x} - 2xe^{-2x}) = ae^{-2x}(1-2x)$
 $y''_p = a[-2e^{-2x} - 2e^{-2x}(1-2x)] \Rightarrow y''_p = ae^{-2x}(-4+4x)$

$y'' - 4y' - 12y = -5e^{-2x}$
 នោះគេបាន $ae^{-2x}(-4+4x) - 4[ae^{-2x}(1-2x)] - 12(axe^{-2x}) = -5e^{-2x}$
 $-4a + 4ax - 4a + 8ax - 12ax = -5 \Rightarrow -8a = -5 \Rightarrow a = \frac{5}{8}$

គេបានសមីការទូទៅ $y_p = \frac{5}{8}xe^{-2x}$

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{6x} + Be^{-2x} + \frac{5}{8}xe^{-2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកអនុគមន៍ចម្លើយនៃសមីការ $3y' + 6y = 0$ ដែលខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ចម្លើយនេះកាត់តាមចំណុច $(-4, 2)$

គេបានសមីការ $3y' + 6y = 0 \Rightarrow y' + 2y = 0$ គេបានសមីការទូទៅ $y_c = Ae^{-2x}$

កាត់តាម $f(-4) = 2$ នាំអោយ $f(-4) = Ae^8 = 2 \Rightarrow A = \frac{2}{e^8}$

ដូចនេះ $y_c = \left(\frac{2}{e^8}\right)e^{-2x} = 2e^{-2x-8}$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $-y' + 2y = 0$ តាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(3) = -2$

គេបាន $-y' + 2y = 0 \Rightarrow y' - 2y = 0$ នោះគេបានសមីការសំគាល់ $y_c = Ae^{2x}$

រកចម្លើយពិសេស $y(3) = -2 \Rightarrow y(3) = Ae^6 = -2 \Rightarrow A = -\frac{2}{e^6}$

ដូចនេះ $y_c = \left(-\frac{2}{e^6}\right)e^{2x} = -2e^{2x-6}$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរបៀបតង់

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល តាមលក្ខខណ្ឌដើម $y'' - 2y' - 3y = 0$; $y(0) = -1$ $y'(1) = \frac{1}{e}$

ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 2y' - 3y = 0$ សមីការសំគាល់ $r^2 - 2r - 3 = 0$

គេបាន $\Delta = (-2)^2 - 4(-3) = 16$ នោះគេបានសមីការ $r_1 = \frac{2+4}{2} = 3$ $r_2 = \frac{2-4}{2} = -1$

នោះគេបាន $y_c = Ae^{3x} + Be^{-x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចម្លើយពិសេសតាមលក្ខខណ្ឌ $y(0) = -1$ $y'(1) = \frac{1}{e}$

$$y_c = Ae^{3x} + Be^{-x} \Rightarrow y(0) = Ae^0 + Be^0 = -1 \Rightarrow A + B = -1$$

$$y'(1) = Ae^3 + Be^{-1} = \frac{1}{e} \Rightarrow Ae^4 + B = 1 \Rightarrow \begin{pmatrix} A+B=-1 \\ Ae^4+B=1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -A-B=1 \\ Ae^4+B=1 \end{pmatrix} = Ae^4 - A = 2$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{e^4 - 1} \quad B = -1 - \frac{2}{e^4 - 1} = \frac{-e^4 - 1}{e^4 - 1}$$

ដូចនេះ $y_c = \left(\frac{2}{e^4 - 1} \right) e^{3x} - \left(\frac{e^4 + 1}{e^4 - 1} \right) e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $4y'' - 4y' + y = 0$ តាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(0) = -3$, $y'(0) = 2$

គេបានសមីការសំគាល់ $4r^2 - 4r + 1 = 0$ គេបាន $\Delta = (-4)^2 - 4(4) = 0$

សមីការមានឫលខ្ទប់ $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ដូចនេះ $y_c = e^{\frac{1}{2}x} (Ax + B)$ ជាចម្លើយទូទៅ

នោះគេបាន $y_c = e^{\frac{1}{2}x} (Ax + B) \Rightarrow y'_c = Ae^{\frac{1}{2}x} + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} (Ax + B)$

$$y(0) = -3 \Rightarrow y(0) = e^{\frac{1}{2} \cdot 0} (A(0) + B) = B = -3$$

$$y'(0) = 2 \Rightarrow y'(0) = Ae^{\frac{1}{2} \cdot 0} + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2} \cdot 0} (A(0) + B) = A + \frac{1}{2}B = 2 \Rightarrow A + \frac{1}{2}(-3) = 2 \Rightarrow A = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

ដូចនេះ $y_c = e^{\frac{1}{2}x} \left(\frac{7}{2}x - 3 \right)$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរៀបគង

ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 4y' + 8y = 0$ តាមលក្ខខណ្ឌដើម $y(0) = -3$ $y'(0) = 2$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 4r + 8 = 0$ គេបាន $\Delta = (4)^2 - 4(8) = 16 - 32 = -16$

$$r_1 = \frac{-4 + 4i}{2} = -2 + 2i \text{ យក } r_2 = \frac{-4 - 4i}{2} = -2 - 2i \text{ មិនយក}$$

ដូចនេះ $y_c = e^{-2x} (A \sin 2x + B \cos 2x)$ ជាចម្លើយទូទៅ គេបានលក្ខខណ្ឌ $y(0) = -3$ $y'(0) = 2$

នាំអោយ $y_c = e^{-2x} (A \sin 2x + B \cos 2x)$
 $y'_c = (2A \cos 2x - 2B \sin 2x)e^{-2x} - 2e^{-2x} (A \sin 2x + B \cos 2x)$

នោះគេបាន $y(0) = B = -3$ $y'(0) = 2A - B = 2 \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $y_c = e^{-2x} \left(-\frac{1}{2} \sin 2x - 3 \cos 2x \right)$ ជាចម្លើយពិសេស

ក. ដោះស្រាយសមីការ (E): $y'' + 5y' + 6y = 0$

ខ. កំណត់ចម្លើយមួយរបស់សមីការ (E) បើគេដឹងថាបន្ទាប់ $D: y = x - 1$ ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយត្រង់ $x = 0$

ក. ដោះស្រាយសមីការ (E): $y'' + 5y' + 6y = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 5r + 6 = 0$ គេបាន $\Delta = (5)^2 - 4(6) = 1$

នាំអោយ $r_1 = \frac{-5 + 1}{2} = -2$ $r_2 = \frac{-5 - 1}{2} = -3$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-2x} + Be^{-3x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.កំណត់ចម្លើយមួយរបស់សមីការ (E) បើគេដឹងថាបន្ទាប់ $D: y = x - 1$ ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយត្រង់ $x = 0$

នោះគេបាន $f(0) = -1$ $f'(0) = 1$ គេបាន $y_c = Ae^{-2x} + Be^{-3x} \Rightarrow y'_c = -2Ae^{-2x} - 3Be^{-3x}$

$$f(0) = Ae^0 + Be^0 = -1 \Rightarrow A + B = -1$$

នោះគេបាន $f'(0) = -2Ae^0 - 3Be^0 = 1 \Rightarrow -2A - 3B = 1$

$$\begin{pmatrix} A + B = -1 \\ -2A - 3B = 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2A + 2B = -2 \\ -2A - 3B = 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -B = -1 \Rightarrow B = 1 \quad A = -2$$

ដូចនេះ $y_c = -2e^{-2x} + e^{-3x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ក.ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ (E)

ខ.កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) ដើម្បីអោយក្រាបតាងអនុគមន៍ g ប៉ះនឹងបន្ទាត់ $d: y = -\frac{1}{2}x$

នៅត្រង់ចំណុច $O(0, 0)$

ក.ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ (E)

គេបានសមីការសំគាល់ $2r^2 - 3r + 1 = 0$ គេបាន $\Delta = (-3)^2 - 4(2) = 1$

$$\text{នាំអោយ } r_1 = \frac{3+1}{4} = 1 \quad r_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^x + Be^{\frac{1}{2}x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) $O(0, 0)$ គេបាន $f(0) = 0$ $f'(0) = -\frac{1}{2}$

$$\text{នាំអោយ } y_c = Ae^x + Be^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow y'_c = Ae^x + \frac{1}{2}Be^{\frac{1}{2}x}$$

$$f(0) = Ae^0 + Be^0 = 0 \Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow f'(0) = Ae^0 + \frac{1}{2}Be^0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow A + \frac{1}{2}B = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{pmatrix} -A - B = 0 \\ A + \frac{1}{2}B = -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}B - B = -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}B = -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \Rightarrow B = 1 \quad A = -1$$

ដូចនេះ $y_c = -e^x + e^{\frac{1}{2}x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 2y' + 2y = 0$ (E)

ខ.រកចម្លើយមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះប៉ះនឹងបន្ទាត់ $L: y = 2x + 1$ ត្រង់ចំណុច $A(0 \ 1)$

ដោះស្រាយសមីការ $y'' + 2y' + 2y = 0$ (E)

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 2r + 2 = 0$ គេបាន $\Delta = (2)^2 - 4(2) = 4 - 8 = -4$

គេបាន $r_1 = \frac{-2+2i}{2} = -1+i$ យក $r_2 = \frac{-2-2i}{2} = -1-i$ មិនយក

ដូចនេះ $y_c = e^{-x} (A \cos x + B \sin x)$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.រកចម្លើយមួយនៃ (E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះប៉ះនឹងបន្ទាត់ $L: y = 2x + 1$ ត្រង់ចំណុច

$A(0 \ 1)$ នោះគេបាន $f(0) = 1$ $f'(0) = 2$

គេបាន $y_c = e^{-x} (A \cos x + B \sin x) \Rightarrow y'_c = (-A \sin x + B \cos x) e^{-x} - e^{-x} (A \cos x + B \sin x)$

$$f(0) = 1 \Rightarrow e^0 (A \cos 0 + B \sin 0) = 1 \Rightarrow A = 1$$

នោះគេបាន $f'(0) = 2 \Rightarrow (-A \sin 0 + B \cos 0) e^0 - e^0 (A \cos 0 + B \sin 0) = 2$

$$\Rightarrow B - A = 2 \Rightarrow B = 3$$

ដូចនេះ $y_c = e^{-x} (\cos x + 3 \sin x)$ ជាចម្លើយពិសេស

ក.ដោះស្រាយសមីការ $y''' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ (E)

ខ.រកចម្លើយនៃ E ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះកាត់តាមចំណុច (0 4) ហើយប៉ះនឹងក្រាបបន្ទាត់ដេក មួយត្រង់ចំនុច $x = 2$

ក.ដោះស្រាយសមីការ $y''' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ (E)

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - r + \frac{1}{4} = 0$ គេបាន $\Delta = (-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}\right) = 0$

សមីការមានឫលឌុប $r_1 = r_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

ដូចនេះ $y_c = e^{\frac{1}{2}x} (Ax + B)$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.រកចម្លើយនៃ E ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះកាត់តាមចំណុច (0 4) ហើយប៉ះនឹងក្រាបបន្ទាត់ដេក មួយត្រង់ចំនុច $x = 2$

នោះគេបានលក្ខខណ្ឌ $f(0) = 4 \quad f'(2) = 0$

នោះគេបាន $y_c = e^{\frac{1}{2}x} (Ax + B) \Rightarrow y'_c = Ae^{\frac{1}{2}x} + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} (Ax + B)$

$f(0) = 4 \Rightarrow f(0) = e^0 (A(0) + B) = 4 \Rightarrow B = 4$

នាំអោយ $f'(2) = 0 \Rightarrow f'(2) = Ae^{\frac{1}{2} \cdot 2} + \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2} \cdot 2} (A \cdot 2 + 4) = 0$

$\Rightarrow A + A + 2 \Rightarrow A = -1$

ដូចនេះ $y_c = -\frac{10}{9} + \frac{1}{9e^{9\pi}} e^{9x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ក.ដោះស្រាយសមីការ(E): $y''+9y'=0$

ខ.កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ របស់សមីការ(E)ដែលក្រាបតាងដោយអនុគមន៍ g នេះប៉ះទៅនឹងបន្ទាត់

(d): $y+1=x-\pi$ នោះគេបាន (d): $y=x-\pi-1$ ត្រង់ចំណុច $M(\pi-1)$

ក.ដោះស្រាយសមីការ(E): $y''+9y'=0$ សមីការសំគាល់ $r^2+9r=0 \Rightarrow r(r+9)=0$ $r_1=0$ $r_2=9$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{0x} + Be^{9x} = A + Be^{9x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ របស់សមីការ(E)ដែលក្រាបតាងដោយអនុគមន៍ g នេះប៉ះទៅ

នឹងបន្ទាត់(d): $y+1=x-\pi$ នោះគេបាន (d): $y=x-\pi-1$ ត្រង់ចំណុច $M(\pi-1)$

គេបានលក្ខខណ្ឌ $f(\pi)=-1$ $f'(\pi)=1$ គេបាន $y_c = A + Be^{9x} \Rightarrow y'_c = 9Be^{9x}$

$$f(\pi)=-1 \Rightarrow A + Be^{9\pi} = -1 \Rightarrow A = -\frac{10}{9} \Rightarrow f'(\pi)=1 \Rightarrow 9Be^{9\pi} = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{9e^{9\pi}}$$

ដូចនេះ $y_c = -\frac{10}{9} + \frac{1}{9e^{9\pi}} e^{9x}$ ជាចម្លើយពិសេស

ក.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល(E): $y''-3y'+2y=0$

ខ.រកចម្លើយនៃសមីការ(E)បើដឹងថាអនុគមន៍អតិបរមាស្មើ 1 ត្រង់ $x=1$ ។

ក.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល(E): $y''-3y'+2y=0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2-3r+2=0$ គេបាន $\Delta=(-3)^2-4(2)=1$

$$\text{គេបាន } r_1 = \frac{3+1}{2} = 2 \quad r_2 = \frac{3-1}{2} = 1$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{2x} + Be^x$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.រកចម្លើយនៃសមីការ(E) បើដឹងថាអនុគមន៍អតិបរមាស្មើ 1 ត្រង់ $x=1$ ។

គេបានលក្ខខណ្ឌ $f(1)=1 \quad f'(1)=0$ គេបាន $y_c = Ae^{2x} + Be^x \Rightarrow y'_c = 2Ae^{2x} + Be^x$

នាំអោយ
 $f(1)=1 \Rightarrow f(1) = Ae^2 + Be = 1 \Rightarrow f'(1)=0 \Rightarrow f'(1) = 2Ae^2 + Be = 0$
 $\Rightarrow Be = 1 - Ae^2 \Rightarrow 2Ae^2 + 1 - Ae^2 = 0 \Rightarrow Ae^2 = -1 \Rightarrow A = -\frac{1}{e^2} \quad B = \frac{2}{e}$

ដូចនេះ $y_c = -\frac{1}{e^2}e^{2x} + \frac{2}{e}e^x$ ជាចម្លើយពិសេស

ក.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+6y'+13y=0$

ខ.កំណត់ចម្លើយ $f(x)$ មួយនៃសមីការ(E) ដោយដឹងថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃបរមាធៀបស្មើនឹង 1 ត្រង់ $x=0$

ក.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+6y'+13y=0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 + 6r + 13 = 0$ គេបាន $\Delta = (6)^2 - 4(13) = 36 - 52 = -16$

នាំអោយ $r_1 = \frac{-6+4i}{2} = -3+2i$ យក $r_2 = \frac{-6-4i}{2} = -3-2i$ មិនយក

ដូចនេះ $y_c = e^{-3x} (A \sin 2x + B \cos 2x)$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ.កំណត់ចម្លើយ $f(x)$ មួយនៃសមីការ(E) ដោយដឹងថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃបរមាធៀបស្មើនឹង 1 ត្រង់ $x=0$

$$f(0)=1 \Rightarrow f(0) = e^0 (A \sin 0 + B \cos 0) = 1 \Rightarrow B = 1$$

$$y'_c = e^{-3x} (\cos 2x (2A - 3B) + \sin 2x (2B - 3A)) = 0$$

នោះគេបាន $f(0)=1 \quad f'(0)=0$ នាំអោយ $f'(0) = e^0 (\cos 0 (2A - 3B) + \sin 0 (2B - 3A)) = 0$

$$\Rightarrow f'(0) = 2A - 3B = 0 \Rightarrow A = \frac{3}{2}$$

ដូចនេះ $y_c = e^{-3x} \left(\frac{3}{2} \sin 2x + \cos 2x \right)$ ជាចម្លើយពិសេស

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 6y = y'$ ។ ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E)

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y = e^{-2x} - e^{3x}$ ជាចម្លើយពិសេសនៃ (E)

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែលគេមានសមីការ $y'' - 6y = y' \Rightarrow y'' - y' - 6y = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $r^2 - r - 6 = 0$ គេបាន $\Delta = (-1)^2 - 4(-6) = 25$

$$\text{នាំឱ្យ } r_1 = \frac{1+5}{2} = 3 \quad r_2 = \frac{1-5}{2} = -2$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{3x} + Be^{-2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y = e^{-2x} - e^{3x}$ ជាចម្លើយពិសេសនៃ (E)

$$\text{នាំឱ្យ } y = e^{-2x} - e^{3x} \Rightarrow y' = -2e^{-2x} - 3e^{3x} \Rightarrow y'' = 4e^{-2x} - 9e^{3x}$$

$$\begin{aligned} \text{នោះគេបាន } y'' - y' - 6y &= 0 \Rightarrow 4e^{-2x} - 9e^{3x} - (-2e^{-2x} - 3e^{3x}) - 6(e^{-2x} - e^{3x}) = 0 \\ &\Rightarrow 4e^{-2x} - 9e^{3x} + 2e^{-2x} + 3e^{3x} - 6e^{-2x} + 6e^{3x} = 0 \Rightarrow 0 = 0 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $y = e^{-2x} - e^{3x}$ ជាចម្លើយពិសេសនៃ (E) ពិត

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y' + 2y = y''$ ។ ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E)

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y = 3e^{2x} - 2e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E)

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) គេបាន (E): $y' + 2y = y'' \Rightarrow -y'' + y' + 2y = 0$

គេបានសមីការសំគាល់ $-r^2 + r + 2 = 0$ គេបាន $\Delta = (1)^2 - 4(-1)(2) = 9$

$$\text{នាំឱ្យ } r_1 = \frac{-1+3}{-2} = -1 \quad r_2 = \frac{-1-3}{-2} = 2$$

ដូចនេះ $y_c = Ae^{-x} + Be^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+3y'+y=y'-y$ (E) ។ ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E)

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y=(2019\cos x-2020\sin x)e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E)

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E)

គេបាន $y''+3y'+y=y'-y \Rightarrow y''+2y'+2y=0$ គេបានសមីការសំគាល់ $r^2+2r+2=0$

គេបាន $\Delta=(2)^2-4(1)(2)=-4$ $r_1=\frac{-2+2i}{2}=-1+i$ យក $r_2=\frac{-2-2i}{2}=-1-i$ មិនយក

ដូចនេះ $y_c=e^{-x}(A\sin x+B\cos x)$ ជាចម្លើយទូទៅ

បង្ហាញថាអនុគមន៍ $y=(2019\cos x-2020\sin x)e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E)

$$y=(2019\cos x-2020\sin x)e^{-x} \Rightarrow y'_c=(-2019\sin x-2020\cos x)e^{-x}-e^{-x}(2019\cos x-2020\sin x)$$

$$y'_c=e^{-x}(-2019\sin x-2020\cos x-2019\cos x+2020\sin x)$$

$$y'_c=e^{-x}(\sin x-4039\cos x) \Rightarrow y''_c=(\cos x+4039\sin x)e^{-x}-e^{-x}(\sin x-4039\cos x)$$

$$\Rightarrow y''_c=e^{-x}(\cos x+4039\sin x-\sin x+4039\cos x)=e^{-x}(4038\sin x+4040\cos x)$$

គេបាន $y''+2y'+2y=0$ នោះគេបាន

$$e^{-x}(4038\sin x+4040\cos x)+2(e^{-x}(\sin x-4039\cos x))+2((2019\cos x-2020\sin x)e^{-x})=0$$

$$e^{-x}(4038\sin x+4040\cos x+2\sin x-8078\cos x+4038\cos x-4040\sin x)=0$$

$$e^{-x}(4038\sin x-4038\sin x+8078\cos x-8078\cos x)=0 \Rightarrow 0=0$$

ដូចនេះ $y=(2019\cos x-2020\sin x)e^{-x}$ ជាចម្លើយពិសេសមួយនៃ (E)

គេមានសមីការ (E): $y'' + y = 2x^2 e^x$ ។ បង្ហាញថាអនុគមន៍ $g(x) = (x-1)^2 e^x$ ជាចម្លើយសមីការ (E)

១. ដោះស្រាយសមីការ $y'' + y = 0$

បង្ហាញថាអនុគមន៍ $g(x) = (x-1)^2 e^x$ ជាចម្លើយសមីការ

$$g(x) = (x-1)^2 e^x$$

$$g'(x) = e^x (x-1)^2 + 2(x-1)e^x$$

$$g''(x) = e^x (x-1)^2 + 2(x-1)e^x + 2e^x + 2(x-1)e^x$$

នោះគេបាន $g''(x) = e^x (x^2 - 2x + 1) + 2xe^x - 2e^x + 2e^x + 2xe^x - 2e^x$

$$g''(x) = e^x (x^2 - 2x + 1) + 4xe^x - 2e^x \Rightarrow y'' + y = 2x^2 e^x$$

$$e^x (x^2 - 2x + 1) + 4xe^x - 2e^x + (x-1)^2 e^x$$

$$e^x x^2 - 2xe^x + e^x + 4xe^x - 2e^x + e^x x^2 - 2xe^x + e^x$$

$$2x^2 e^x = 2x^2 e^x$$

ដូចនេះ $g(x) = (x-1)^2 e^x$ ពិត

២. ដោះស្រាយសមីការ $y'' + y = 0$ សមីការសំគាល់ $\lambda^2 - 0\lambda + 1 = 0$

$$\lambda^2 - 0\lambda + 1 = 0$$

នោះគេបាន $\Delta = (-0)^2 - 4(1) = -4 \Rightarrow \Delta = 2i$

$$\lambda_1 = \frac{0+2i}{2} = 0+i \quad \lambda_2 = \frac{0-2i}{2} = 0-i$$

ដូចនេះ $y_c = e^{0x} (a \sin x + b \cos x)$ ជាសមីការទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$

១. រកពហុធា $P(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E)

ដោះស្រាយសមីការ (E): $y'' - y' + 6y = 0$ សមីការសំគាល់ $\lambda^2 - \lambda + 6 = 0$

នាំអោយ

$$\Delta = (-1)^2 - 4(6) = -23$$
$$\lambda_1 = \frac{1 + \sqrt{(i23)^2}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{23i}{2}$$

ដូចនេះ $y_c = e^{\frac{1}{2}x} \left(A \cos\left(\frac{23}{2}x\right) + B \sin\left(\frac{23}{2}x\right) \right)$

១. រកពហុធា $P(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E)

នាំអោយ

$$y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$$
$$p(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow P'(x) = 2ax + b \Rightarrow P''(x) = 2a$$

$$2a - 2ax - b + 6(ax^2 + bx + c) = 6x^2 - 2x + 4$$

$$6ax^2 + 6bx - 2ax + 2a - b + 6c = 6x^2 - 2x + 4$$

នោះគេបាន $6ax^2 + x(6b - 2a) + 2a - b + 6c = 6x^2 - 2x + 4$

$$6a = 6 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 6b - 2a = -2 \Rightarrow b = 0$$

$$2a - b + 6c = 4 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

ដូចនេះ $P(x) = x^2 + 0x + \frac{1}{3}$ ជាចម្លើយពិសេស

ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E)

នោះគេបាន $y = y_c + y_p$

ដូចនេះ $y = e^{\frac{1}{2}x} \left(A \cos\left(\frac{23}{2}x\right) + B \sin\left(\frac{23}{2}x\right) \right) + x^2 + 0x + \frac{1}{3}$ ជាចម្លើយទូទៅ

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 2y' + 5y = 0$ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $y(\pi) = 0$ & $y'(\pi) = 2$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ដែលគេមាន (E): $y'' - 2y' + 5y = 0$

សមីការសំគាល់ $\lambda^2 - 2\lambda + 5 = 0$ នោះគេបាន $\lambda^2 - 2\lambda + 5 = 0 \quad \Delta = (-2)^2 - 4(5) = -16$
 $\lambda_1 = \frac{2+4i}{2} = 1+2i$

ដូចនេះ $y_c = e^x (A \cos 2x + B \sin 2x)$ ជាចម្លើយទូទៅ

ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $y(\pi) = 0$ & $y'(\pi) = 2$

$$y(\pi) = 0 \Rightarrow y(\pi) = e^\pi (A \cos(2\pi) + B \sin(2\pi))$$

$$\text{គេបាន } y'_c = e^x (A \cos 2x + B \sin 2x) + (2B \cos 2x - 2A \sin 2x)$$

$$y'(\pi) = e^\pi (A \cos(2\pi) + B \sin(2\pi)) + (2B \cos(2\pi) - 2A \sin(2\pi))e^\pi$$

$$\text{នោះគេបាន } \begin{cases} y(\pi) = Ae^\pi = 0 \Rightarrow A = 0 \\ y'(\pi) = Ae^\pi + 2Be^\pi = 2 \Rightarrow B = e^{-\pi} \end{cases}$$

ដូចនេះ $y_c = e^x (e^{-\pi} \sin 2x) = e^{x-\pi} \sin 2x$ ជាចម្លើយពិសេស

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' + 4y = 0$

ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' + 4y = 0$ សមីការសំគាល់ $\lambda^2 + 0\lambda + 4 = 0$

នោះគេបាន $\lambda^2 + 0\lambda + 4 = 0 \quad \Delta = (0)^2 - 4(4) = -16$
 $\lambda_1 = \frac{0^2 - \sqrt{(i4)^2}}{2} = 0 - 2i \quad \lambda_2 = \frac{0^2 + \sqrt{(i4)^2}}{2} = 0 + 2i$

ដូចនេះ $y_c = e^{0x} (A \sin 2x + B \cos 2x)$ ជាចម្លើយទូទៅ

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 3y' + 2y = 4x^3 - 2x$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលអូម៉ូសែន $y'' - 3y' + 2y = 0$

២. បើ $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ (E) ។ ចូរកំណត់ចំនួនពិត a, b, c និង d

រួចទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E)

១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលអូម៉ូសែន $y'' - 3y' + 2y = 0$

សមីការសម្គាល់ $r^2 - 3r + 2 = 0$ គេបាន $\Delta = (-3)^2 - 4(2) = 1$

គេបាន $r_1 = \frac{3+1}{2} = 2$ $r_2 = \frac{3-1}{2} = 1$ ដូចនេះ $y_c = Ae^{2x} + Be^x$ ជាចម្លើយទូទៅ

២. បើ $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ (E) ។ ចូរកំណត់ចំនួនពិត a, b, c និង d

$$\begin{aligned} g(x) &= ax^3 + bx^2 + cx + d & (6ax + 2b) - 3(3ax^2 + 2bx + c) + 2(ax^3 + bx^2 + cx + d) \\ & & 2ax^3 + x^2(2b - 9a) + x(6a + 2c - 6b) + (2b - 3c + 2d) \\ \text{គេបាន } g'(x) &= 3ax^2 + 2bx + c & \text{នាំអោយ } 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \quad 2b - 9a = 0 \Rightarrow b = 9 \\ g''(x) &= 6ax + 2b & 6a + 2c - 6b = -2 \Rightarrow 12 + 2c - 54 = -2 \\ & & \Rightarrow 2c = 40 \Rightarrow c = 20 \quad 2b - 3c + 2d = 0 \\ & & \Rightarrow 18 - 60 + 2d = 0 \Rightarrow 2d = 42 \Rightarrow d = 21 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $y_p = 2x^3 + 9x^2 + 20x + 21$ ជាចម្លើយទូទៅ

ទាញរកចម្លើយទូទៅ

ដូចនេះ $y = y_c + y_p = Ae^{2x} + Be^x + 2x^3 + 9x^2 + 20x + 21$

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E): $y'' - 5y' + 6y = xe^{-2x}$ ។

១. ចូររក y_h ជាសមីការ $y'' - 5y' + 6y = 0$ ។ រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយ $y_p = (ax + b)e^{-2x}$

២. បង្ហាញថា $y = y_h + y_p$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E)

១. ចូររក y_h ជាសមីការ $y'' - 5y' + 6y = 0$ សមីការសំគាល់ $r^2 - 5r + 6 = 0$

គេបាន $\Delta = (-5)^2 - 4(6) = 1$ នាំអោយ $r_1 = \frac{5+1}{2} = 3$ $r_2 = \frac{5-1}{2} = 2$

ដូចនេះ $y_h = Ae^{3x} + Be^{2x}$ ជាចម្លើយទូទៅ

រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយ $y_p = (ax + b)e^{-2x}$

$$y_p = (ax + b)e^{-2x} \Rightarrow y_p' = ae^{-2x} - 2(ax + b)e^{-2x}$$

គេបាន $y_p'' = -2ae^{-2x} - 2[ae^{-2x} - 2(ax + b)e^{-2x}]$ គេមាន $y'' - 5y' + 6y = xe^{-2x}$

$$y_p'' = -4ae^{-2x} + 4(ax + b)e^{-2x}$$

$$-4ae^{-2x} + 4(ax + b)e^{-2x} - 5(ae^{-2x} - 2(ax + b)e^{-2x}) + 6(ax + b)e^{-2x} = xe^{-2x}$$

$$\text{នាំអោយ } -9ae^{-2x} + 14(ax + b)e^{-2x} = xe^{-2x} \Rightarrow 14axe^{-2x} + e^{-2x}(14b - 9a) = xe^{-2x}$$

$$14a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{14} \quad 14b - 9a = 0 \Rightarrow 14b = \frac{9}{14} \Rightarrow b = \frac{9}{(14)^2}$$

ដូចនេះ $y_p = \left(\frac{1}{14}x + \frac{9}{(14)^2} \right) e^{-2x}$ ជាចម្លើយពិសេស