គណិតវិទ្យា និង វិទ្យាសាស្ត្រ

MATHEMATICS & SCIENCE

កោសិក

សម្រាប់សិស្សានុសិស្សថ្នាក់ទី១២

សិក្សាបន្ថែមនៅផ្ទះក្នុងអំឡុងពេលពិភពលោក

រងគ្រោះដោយជំងឺ COVID-19

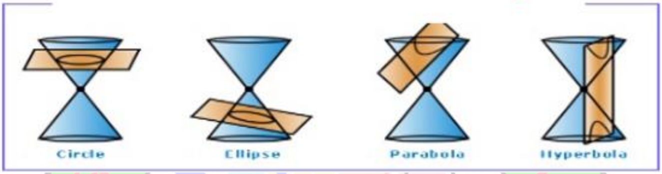
រៀបរៀងដោយ ៖ ពុធ បូរី

ខែមិថុនា ឆ្នាំ ២០២០

គណិតវិទ្យា និង វិទ្យាសាស្ត្រ
MATHEMATICS & SCIENCE

កោនិក (ប៉ារ៉ាបូល អេលីប អ៊ីពែបូល)

ចំណេះដឹងបន្ថែម



តាមការរកឃើញរបស់លោកអាប៉ូលូនុសបានបង្ហាញថាជាមុខកាត់នៃកោនមួយ (អាចជាកោនទ្រេត ឬកោនត្រង់) ជាមួយនឹងប្លង់មួយ ។ រាងនៃកោនិកអាស្រ័យនឹងមុំដែលផ្គុំឡើងដោយប្លង់ និងបាតនៃកោននោះ ។

សមីការកោនិកជាសមីការដែលមានទម្រង់

$$Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0$$

ដែល A,B,C,D,E និង F ជាចំនួនពិត ។

នៅថ្នាក់ទី១២ គេសិក្សាតែករណី $C=0$ តែប៉ុណ្ណោះ ចំណែកឯ $C\neq 0$ គេសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សាដោយប្រើវិធីបង្វិលអ័ក្ស[1] ។

---

[1] អានបន្ថែមពីវិធីបង្វិលអ័ក្សតាមរយៈតំណក្នុង QR Code៖

១. បង្ហាញថាសមីការខាងក្រោមជាសមីការប៉ារ៉ាបូល រួចកំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលនេះ រួចសង់រូបប៉ារ៉ាបូលនោះ៖

ក. $x^2-4x-4y+12=0$ ខ. $x^2-6x+16y-23=0$

គ. $x^2+6x-6y+18=0$ ឃ. $x^2-6y+9=0$

ង. $y^2-12x-6y+15=0$ ច. $y^2+18x+9=0$

ឆ. $4y^2-16x-4y-17=0$ ជ. $y^2-8x-16=0$

<u>ចម្លើយ</u>

បង្ហាញថាសមីការខាងក្រោមជាសមីការប៉ារ៉ាបូល រួចកំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល រួចសង់រូប

ក. $x^2-4x-4y+12=0$

សមីការ $x^2-4x-4y+12=0$ អាចសរសេរ

$$x^2-4x=4y-12$$

$$x^2-2\times2\times x+2^2=4y-12+2^2$$

$$(x-2)^2=4y-8$$

$$(x-2)^2=4\times1(y-2) \quad (1)$$

មានរាង $(x-h)^2=4p(y-k) \quad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $x^2-4x-4y+12=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=2,k=2,p=1$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k) \Leftrightarrow V(2,2)$

កំណុំ $F(h,k+p) \Leftrightarrow F(2,3)$

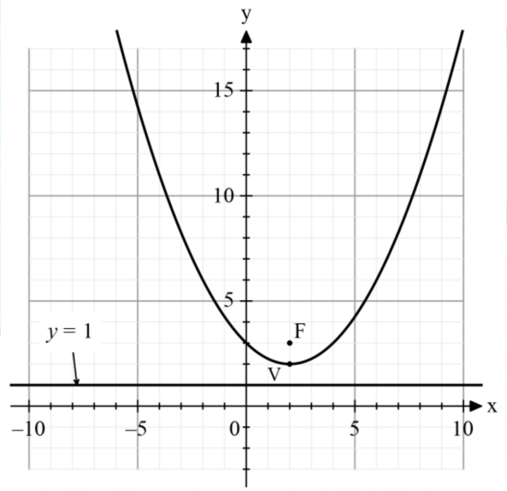
សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y=k-p \Leftrightarrow y=1$

- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $x^2-4x-4y+12=0$ អាចសរសេរ $y=\frac{1}{4}x^2-x+3$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

x	0	4
y	3	3



ខ. $x^2-6x+16y-23=0$

សមីការ $x^2-6x+16y-23=0$ អាចសរសេរ

$$x^2-6x=-16y+23$$

$$x^2-2\times3\times x+3^2=-16y+23+3^2$$

$$(x-3)^2 = -16y+32$$

$$(x-3)^2 = -4\times 4(y-2) \qquad (1)$$

មានរាង $(x-h)^2 = 4p(y-k) \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $x^2-6x+16y-23=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=3, k=2, p=-4$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k) \Leftrightarrow V(3,2)$

កំណុំ $F(h,k+p) \Leftrightarrow F(3,-2)$

សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y=k-p \Leftrightarrow y=6$

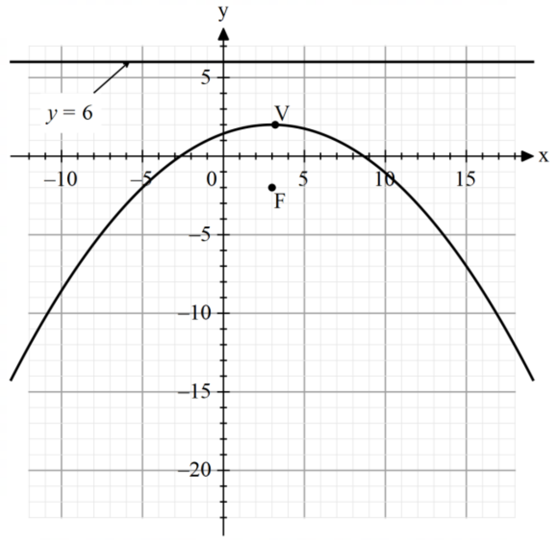
- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $x^2-6x+16y-23=0$ អាចសរសេរ

$$y=\frac{1}{16}\left(-x^2+6x+23\right)$$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

x	-1	7
y	1	1



គ. $x^2+6x-6y+18=0$

សមីការ $x^2+6x-6y+18=0$ អាចសរសេរ

$$x^2+6x=6y-18$$

$$x^2+2\times3\times x+3^2=6y-18+3^2$$

$$(x+3)^2=6y-9$$

$$(x+3)^2=6\left(y-\frac{3}{2}\right)$$

$$(x+3)^2=4\times\frac{3}{2}\left(y-\frac{3}{2}\right)\qquad(1)$$

មានរាង $(x-h)^2=4p(y-k)\qquad(2)$

ដូចនេះ សមីការ $x^2+6x-6y+18=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-3, k=\frac{3}{2}, p=\frac{3}{2}$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k) \Leftrightarrow V\left(-3,\frac{3}{2}\right)$

កំណុំ $F(h,k+p) \Leftrightarrow F(-3,3)$

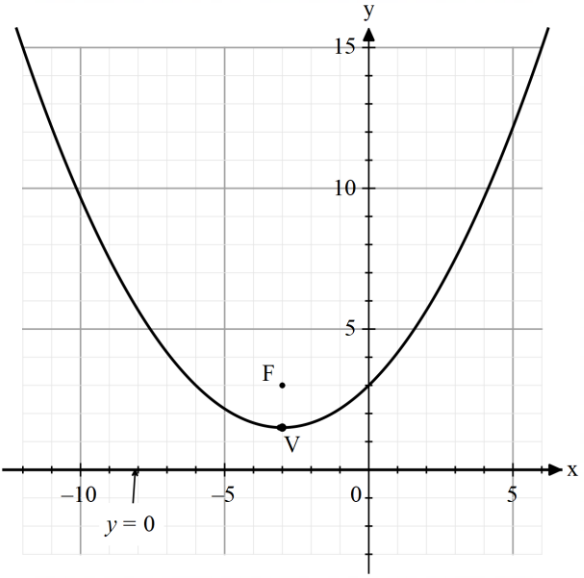
សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y=k-p \Leftrightarrow y=0$

- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $x^2+6x-6y+18=0$ អាចសរសេរ $y=\frac{1}{6}x^2+x+3$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

x	-6	0
y	3	3



ឃ. $x^2-6y+9=0$

សមីការ $x^2-6y+9=0$ អាចសរសេរ

$$x^2=6y-9$$

$$x^2=6\left(y-\frac{3}{2}\right)$$

$$(x-0)^2=4\times\frac{3}{2}\left(y-\frac{3}{2}\right)\qquad(1)$$

មានរាង $(x-h)^2=4p(y-k)\qquad(2)$

ដូចនេះ សមីការ $x^2-6y+9=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=0, k=\frac{3}{2}, p=\frac{3}{2}$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k)\Leftrightarrow V\left(0,\frac{3}{2}\right)$

កំណុំ $F(h,k+p)\Leftrightarrow F(0,3)$

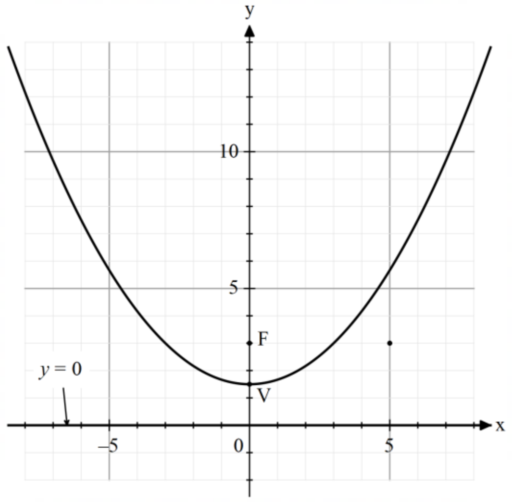
សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y=k-p\Leftrightarrow y=0$

- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $x^2-6y+9=0$ អាចសរសេរ $y=\frac{1}{6}\left(x^2+9\right)$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

x	-3	3
y	3	3



ង. $y^2-12x-6y+15=0$

សមីការ $y^2-12x-6y+15=0$ អាចសរសេរ

$$y^2-6y=12x-15$$

$$y^2-2\times3\times y+3^2=12x-15+3^2$$

$$(y-3)^2=12x-6$$

$$(y-3)^2=12\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$$(y-3)^2=4\times3\left(x-\frac{1}{2}\right) \qquad (1)$$

មានរាង $(y-k)^2=4p(x-h) \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $y^2-12x-6y+15=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=\frac{1}{2}, k=3, p=3$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k)\Leftrightarrow V\left(\frac{1}{2},3\right)$

កំណុំ $F(h+p,k)\Leftrightarrow F\left(\frac{7}{2},3\right)$

សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x=h-p\Leftrightarrow x=-\frac{5}{2}$

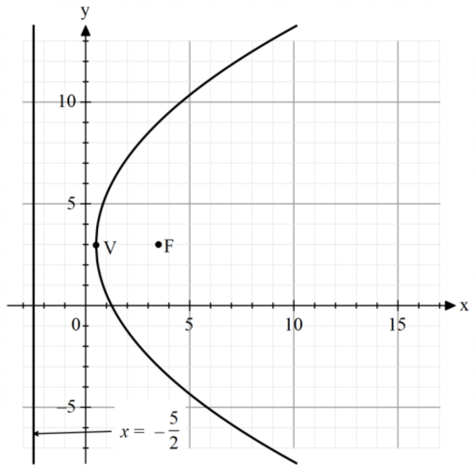
- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $y^2-12x-6y+15=0$ អាចសរសេរ

$$x=\frac{1}{12}\left(y^2-6y+15\right)$$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

y	6	0
x	1.25	1.25



ច. $y^2+18x+9=0$

សមីការ $y^2+18x+9=0$ អាចសរសេរ

$$y^2=-18x-9$$

$$y^2=-18\left(x+\frac{1}{2}\right)$$

$$(y-0)^2=-4\times\frac{9}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right) \qquad (1)$$

មានរាង $(y-k)^2=4p(x-h) \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $y^2+18x+9=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-\frac{1}{2}, k=0, p=-\frac{9}{2}$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k)\Leftrightarrow V\left(-\frac{1}{2},0\right)$

កំណុំ $F(h+p,k)\Leftrightarrow F(-5,0)$

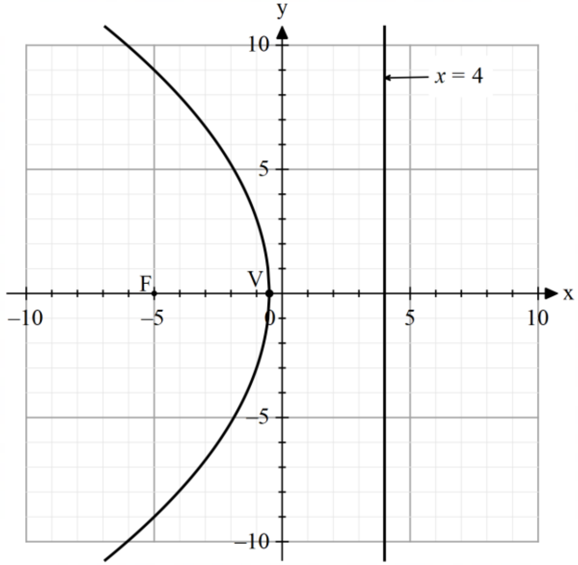
សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x=h-p\Leftrightarrow x=4$

- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $y^2+18x+9=0$ អាចសរសេរ $x=-\frac{1}{18}x^2-\frac{1}{2}$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

y	3	-3
x	1	1



ឆ. $4y^2-16x-4y-17=0$

សមីការ $4y^2-16x-4y-17=0$ អាចសរសេរ

$$y^2-4x-y-\frac{17}{4}=0$$

$$y^2-y=4x+\frac{17}{4}$$

$$y^2-2\times\frac{1}{2}\times y+\left(\frac{1}{2}\right)^2=4x+\frac{17}{4}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=4x+\frac{18}{4}$$

$$\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=4\left(x+\frac{18}{16}\right)$$

$$\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=4\left(x+\frac{9}{8}\right) \qquad (2)$$

មានរាង $(y-k)^2=4p(x-h) \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $4y^2-16x-4y-17=0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-\frac{9}{8}, k=\frac{1}{2}, p=1$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k)\Leftrightarrow V\left(-\frac{9}{8},\frac{1}{2}\right)$ ឬ $V(-1.125,0.5)$

កំណុំ $F(h+p,k)\Leftrightarrow F\left(-\frac{1}{8},\frac{1}{2}\right)$ ឬ $F(0.125,0.5)$

សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x=h-p\Leftrightarrow x=-\frac{17}{8}$

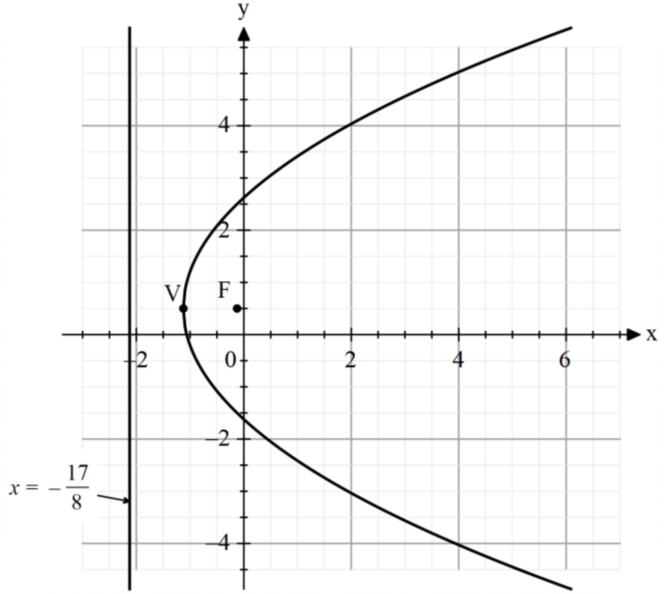
- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $4y^2-16x-4y-17=0$ អាចសរសេរ

$$x=\frac{1}{16}\left(4y^2-4y-17\right)$$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

y	0	1
x	1.06	1.06



ជ. $y^2 - 8x - 16 = 0$

សមីការ $y^2 - 8x - 16 = 0$ អាចសរសេរ

$$y^2 = 8x + 16$$

$$y^2 = 8(x+2)$$

$$(y-0)^2 = 4\times 2(x+2)$$

មានរាង $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ $\quad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $y^2 - 8x - 16 = 0$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h = -2, k = 0, p = 2$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k) \Leftrightarrow V(-2,0)$

កំណុំ $F(h+p,k) \Leftrightarrow F(0,0)$

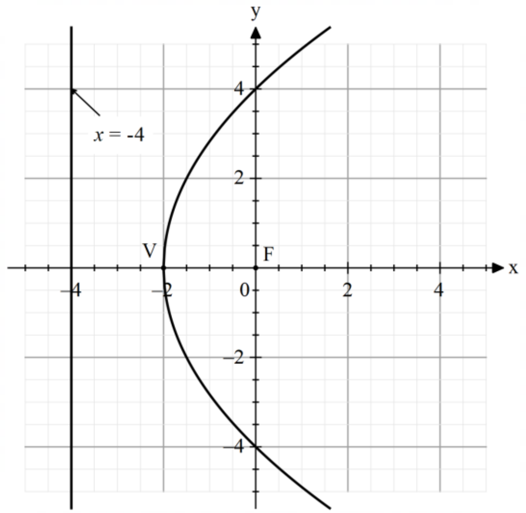
សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x=h-p \Leftrightarrow x=-4$

- សង់ប៉ារ៉ាបូល

សមីការ $y^2-8x-16=0$ អាចសរសេរ $x=\frac{1}{8}y^2-2$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

y	4	-4
x	0	0



២. បង្ហាញថាសមីការខាងក្រោមជាសមីការអេលីប រួចកំណត់កូអរដោនេ កំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ រួចសង់អេលីបនោះ៖

ក. $9x^2+25y^2+36x-50y-164=0$

ខ. $16x^2+25y^2+64x-100y-236=0$

គ. $25x^2+9y^2-900=0$

ឃ. $4x^2+y^2-8x+6y-23=0$

ង. $4x^2+y^2+40x+6y+9=0$

ចម្លើយ

បង្ហាញថាសមីការខាងក្រោមជាសមីការអេលីប រួចកំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ រួចសង់អេលីបនោះ

ក. $9x^2+25y^2+36x-50y-164=0$

សមីការ $9x^2+25y^2+36x-50y-164=0$ អាចសរសេរ

$$\left(9x^2+36x\right)+\left(25y^2-50y\right)=164$$

$$9\left(x^2+4x\right)+25\left(y^2-2y\right)=164$$

$$9\left(x^2+2\times x\times 2+2^2\right)+25\left(y^2-2\times y\times 1+1^2\right)=164+36+25$$

$$9\left(x+2\right)^2+25\left(y-1\right)^2=225$$

$$\frac{9\left(x+2\right)^2}{225}+\frac{25\left(y-1\right)^2}{225}=1$$

$$\frac{\left(x+2\right)^2}{25}+\frac{\left(y-1\right)^2}{9}=1$$

$$\frac{\left(x+2\right)}{5^2}+\frac{\left(y-1\right)^2}{3^2}=1 \qquad (1)$$

មានរាង $\dfrac{\left(x-h\right)^2}{a^2}+\dfrac{\left(y-k\right)^2}{b^2}=1 \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $9x^2+25y^2+36x-50y-164=0$ ជាសមីការអេលីប ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-2, k=1, a=5, b=3$

និង $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-9}=4$

គេបាន អេលីបនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(-2,1)$

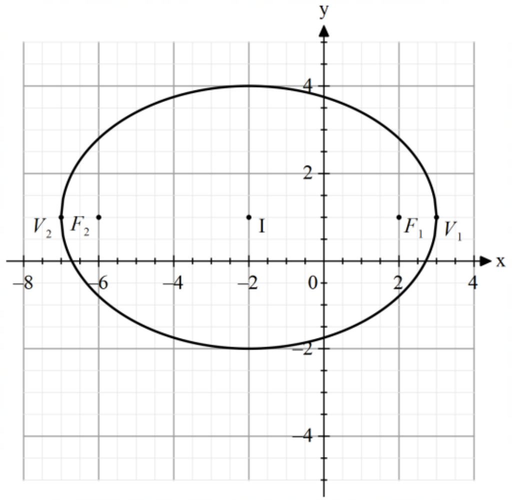
កំណុំ $F_1(h+c,k), F_2(h-c,k)$ ឬ $F_1(2,1), F_2(-6,1)$

កំពូល $V_1(h+a,k), V_2(h-a,k)$ ឬ $V_1(3,1), V_2(-7,1)$

ប្រវែងអ័ក្សធំគឺ $2a=2\times5=10$ (ឯកតាប្រវែង)

ប្រវែងអ័ក្សតូចគឺ $2b=2\times3=6$ (ឯកតាប្រវែង)

- សង់អេលីប



ខ. $16x^2+25y^2+64x-100y-236=0$

សមីការ $16x^2+25y^2+64x-100y-236=0$ អាចសរសេរ

$$\left(16x^2+64x\right)+\left(25y-100y\right)=236$$

$$16\left(x^2+4x\right)+25\left(y^2-4y\right)=236$$

$$16\left(x^2+2\times2\times x+2^2\right)+25\left(y^2-2\times2\times y+2^2\right)=236+64+100$$

$$16\left(x+2\right)^2+25\left(y-2\right)^2=400$$

$$\frac{16\left(x+2\right)^2}{400}+\frac{25\left(y-2\right)^2}{400}=1$$

$$\frac{\left(x+2\right)^2}{25}+\frac{\left(y-2\right)^2}{16}=1$$

$$\frac{\left(x+2\right)^2}{5^2}+\frac{\left(y-2\right)^2}{4^2}=1 \quad (1)$$

មានរាង $\frac{\left(x-h\right)^2}{a^2}+\frac{\left(y-k\right)^2}{b^2}=1 \quad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $16x^2+25y^2+64x-100y-236=0$

ជាសមីការអេលីប ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-2, k=2, a=5, b=4$

និង $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-16}=3$

គេបាន អេលីបនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(-2,2)$

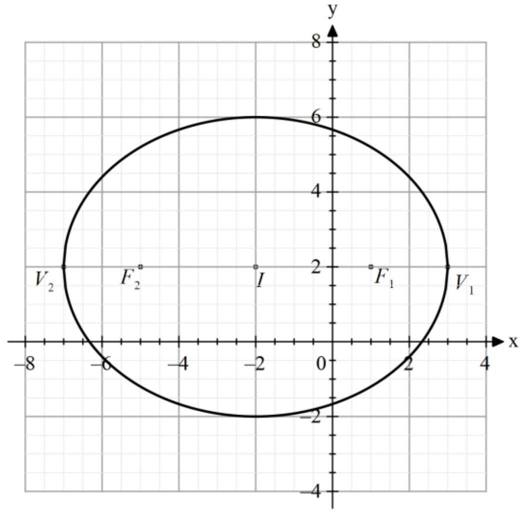
កំណុំ $F_1(h+c,k), F_2(h-c,k)$ ឬ $F_1(1,2), F_2(-5,2)$

កំពូល $V_1(h+a,k), V_2(h-a,k)$ ឬ $V_1(3,2), V_2(-7,2)$

ប្រវែងអ័ក្សធំគឺ $2a = 2\times 5 = 10$ (ឯកតាប្រវែង)

ប្រវែងអ័ក្សតូចគឺ $2b = 2\times 4 = 8$ (ឯកតាប្រវែង)

- សង់អេលីប



គ. $9x^2 + 25y^2 - 900 = 0$

សមីការ $9x^2 + 25y^2 - 900 = 0$ អាចសរសេរ

$$9x^2 + 25y^2 = 900$$

$$\frac{9x^2}{900} + \frac{25y^2}{900} = 1$$

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$\frac{(x-0)^2}{10^2}+\frac{(y-0)^2}{6^2}=1 \qquad (1)$$

មានរាង $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $25x^2+9y^2-900=0$ ជាសមីការអេលីប ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=0, k=0, a=10, b=6$

និង $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{100-36}=8$

គេបាន អេលីបនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(0,0)$

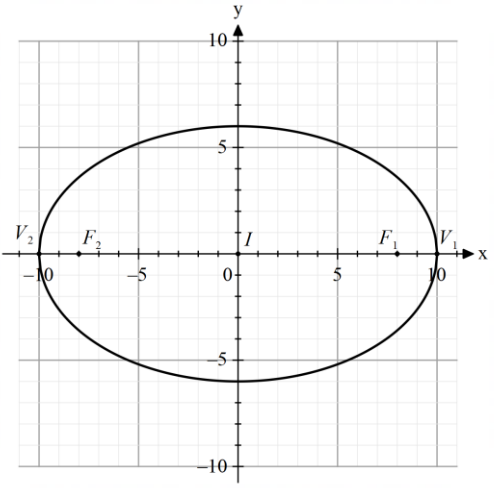
កំណុំ $F_1(h+c,k), F_2(h-c,k)$ ឬ $F_1(8,0), F_2(-8,0)$

កំពូល $V_1(h+a,k), V_2(h-a,k)$ ឬ $V_1(10,0), V_2(-10,0)$

ប្រវែងអ័ក្សធំគឺ $2a=2\times10=20$ (ឯកតាប្រវែង)

ប្រវែងអ័ក្សតូចគឺ $2b=2\times6=12$ (ឯកតាប្រវែង)

- សង់អេលីប



ឃ. $4x^2+y^2-8x+6y-23=0$

សមីការ $4x^2+y^2-8x+6y-23=0$ អាចសរសេរ

$$\left(4x^2-8x\right)+\left(y^2+6y\right)=23$$

$$4\left(x^2-2x\right)+\left(y^2+6y\right)=23$$

$$4\left(x^2-2\times1\times x+1^2\right)+\left(y^2+2\times3\times y+3^2\right)=23+4+9$$

$$4(x-1)^2+(y+3)^2=36$$

$$\frac{4(x-1)^2}{36}+\frac{(y+3)^2}{36}=1$$

$$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{36}=1$$

$$\frac{(x-1)^2}{3^2}+\frac{(y+3)^2}{6^2}=1 \qquad (1)$$

មានរាង $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1 \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $4x^2+y^2-8x+6y-23=0$ ជាសមីការអេលីប ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=1,k=-3,a=6,b=3$

និង $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{36-9}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

គេបាន អេលីបនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(1,-3)$

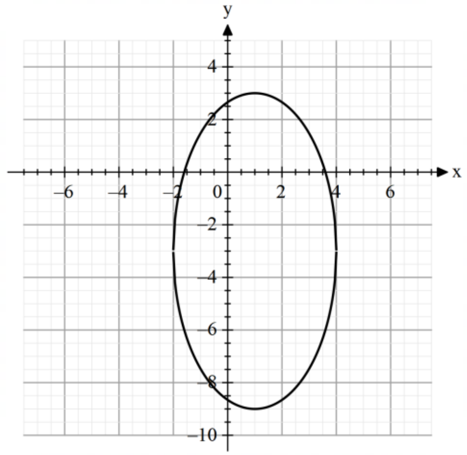
កំណុំ $F(h,k\pm c)$ ឬ $F\left(1,-3\pm 3\sqrt{3}\right)$

កំពូល $V_1(h,k+a),V_2(h,k-a)$ ឬ $V_1(1,3),V_2(1,-9)$

ប្រវែងអ័ក្សធំគឺ $2a=2\times 6=12$ (ឯកតាប្រវែង)

ប្រវែងអ័ក្សតូចគឺ $2b=2\times 3=6$ (ឯកតាប្រវែង)

- សង់អេលីប



ង. $4x^2+y^2+40x+6y+9=0$

សមីការ $4x^2+y^2+40x+6y+9=0$ អាចសរសេរ

$$\left(4x^2+40x\right)+\left(y^2+6y\right)=-9$$

$$4\left(x^2+10x\right)+\left(y^2+6y\right)=-9$$

$$4\left(x^2+2\times5\times x+5^2\right)+\left(y^2+2\times3\times y+3^2\right)=-9+100+9$$

$$4(x+5)^2+(y+3)^2=100$$

$$\frac{4(x+5)^2}{100}+\frac{(y+3)^2}{100}=1$$

$$\frac{(x+5)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{100}=1$$

$$\frac{(x+5)^2}{5^2}+\frac{(y+3)^2}{10^2}=1 \quad (1)$$

មានរាង $\dfrac{(x-h)^2}{b^2}+\dfrac{(y-k)^2}{a^2}=1 \quad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $4x^2+y^2+40x+6y+9=0$ ជាសមីការអេលីប ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ ផ្ចិត និងប្រវែងអ័ក្សតូច និងអ័ក្សធំ

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-5, k=-3, a=10, b=5$

និង $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{100-25}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

គេបាន អេលីបនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(-5,-3)$

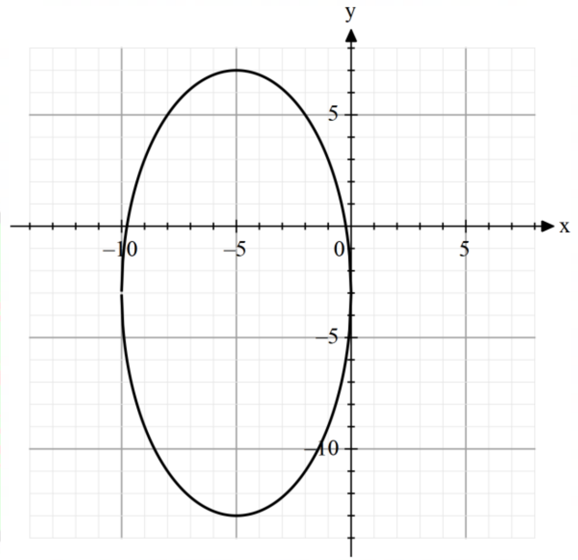
កំណុំ $F(h,k\pm c)$ ឬ $F\left(-5,-3\pm5\sqrt{3}\right)$

កំពូល $V_1(h,k+a), V_2(h,k-a)$ ឬ $V_1(-5,7), V_2(1,-13)$

ប្រវែងអ័ក្សធំគឺ $2a = 2\times10 = 20$ (ឯកតាប្រវែង)

ប្រវែងអ័ក្សតូចគឺ $2b = 2\times5 = 10$ (ឯកតាប្រវែង)

- សង់អេលីប



៣. បង្ហាញថាសមីការខាងក្រោមជាសមីការអ៊ីពែបូល រួចកំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត រួចសង់អ៊ីពែបូលនោះ៖

ក. $16x^2 - 9y^2 - 32x + 36y - 164 = 0$

ខ. $4x^2 - y^2 + 16x - 6y - 9 = 0$

គ. $4y^2 - x^2 - 40y - 6x - 9 = 0$

ឃ. $9y^2 - 4x^2 - 18y - 16x - 151 = 0$

ង. $25x^2 - 9y^2 - 225 = 0$

ចម្លើយ

បង្ហាញថាសមីការខាងក្រោមជាសមីការអ៊ីពែបូល រួចកំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត រួចសង់អ៊ីពែបូលនោះ

ក. $16x^2 - 9y^2 - 32x + 36y - 164 = 0$

សមីការ $16x^2 - 9y^2 - 32x + 36y - 164 = 0$ អាចសរសេរ

$$(16x^2 - 32x) - (9y^2 - 36y) = 164$$

$$16(x^2 - 2x) - 9(y^2 - 4y) = 164$$

$$16(x^2 - 2\times1\times x + 1^2) - 9(y^2 - 2\times2\times y + 2^2) = 164 + 16 - 36$$

$$16(x-1)^2 - 9(y-2)^2 = 144$$

$$\frac{16(x-1)^2}{144} - \frac{9(y-2)^2}{144} = 1$$

$$\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$$

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} - \frac{(y-2)^2}{4^2} = 1 \quad (1)$$

មានរាង $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $16x^2 - 9y^2 - 32x + 36y - 164 = 0$ ជាសមីការអ៊ីពែបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=1,k=2,a=3,b=4$

និង $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9+16}=5$

គេបាន អ៊ីពែបូលនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(1,2)$

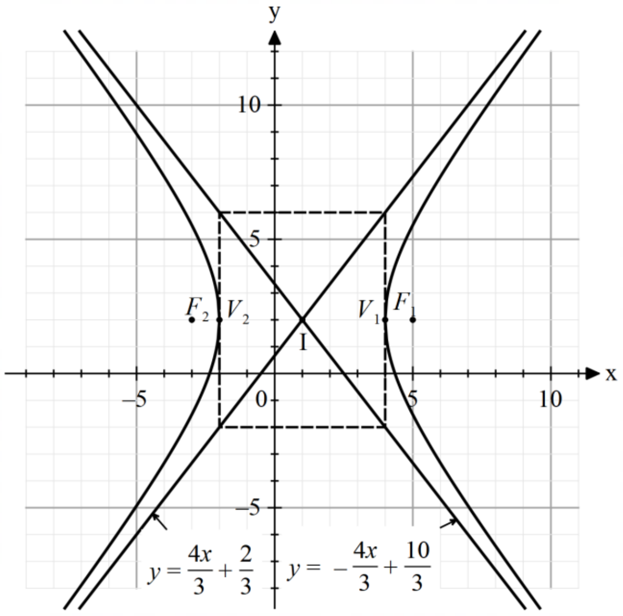
កំណុំ $F_1(h+c,k),F_2(h-c,k)$ ឬ $F_1(6,2),F_2(-4,2)$

កំពូល $V_1(h+a,k),V_2(h-a,k)$ ឬ $V_1(4,2),V_2(-3,2)$

សមីការអាស៊ីមតូត $y=k+\frac{b}{a}(x-h),y=k-\frac{b}{a}(x-h)$

$$\text{ឬ } y=\frac{4}{3}x+\frac{2}{3},y=-\frac{4}{3}x+\frac{10}{3}$$

- សង់អ៊ីពែបូល



ខ. $4x^2-y^2+16x-6y-9=0$

សមីការ $4x^2-y^2+16x-6y-9=0$ អាចសរសេរ

$$\left(4x^2+16x\right)-\left(y^2+6y\right)=9$$

$$4\left(x^2+4x\right)-\left(y^2+6y\right)=9$$

$$4\left(x^2+2\times2\times x+2^2\right)-\left(y^2+2\times3\times y+3^2\right)=9+16-9$$

$$4(x+2)^2-(y+3)^2=16$$

$$\frac{4(x+2)^2}{16}-\frac{(y+3)^2}{16}=1$$

$$\frac{(x+2)^2}{4}-\frac{(y+3)^2}{16}=1$$

$$\frac{(x+2)^2}{2^2}-\frac{(y+3)^2}{4^2}=1 \quad (1)$$

មានរាង $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \quad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $4x^2-y^2+16x-6y-9=0$ ជាសមីការអ៊ីពែបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-2, k=-3, a=2, b=4$

និង $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

គេបាន អ៊ីពែបូលនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(-2,-3)$

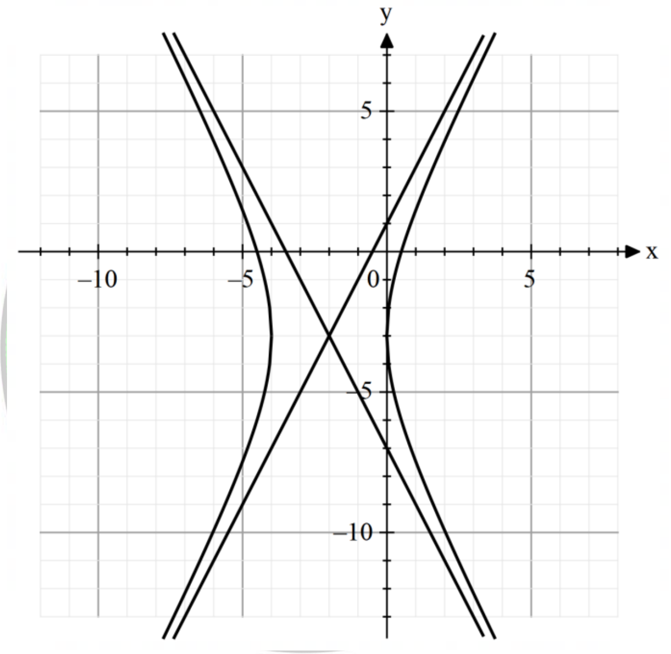
កំណុំ $F(h\pm c,k)$ ឬ $F\left(-2\pm2\sqrt{5},-3\right)$

កំពូល $V_1(h+a,k),V_2(h-a,k)$ ឬ $V_1(0,-3),V_2(-4,-3)$

សមីការអាស៊ីមតូត $y=k+\frac{b}{a}(x-h),y=k-\frac{b}{a}(x-h)$

ឬ $y=2x+1,y=2x-7$

- សង់អ៊ីពែបូល



គ. $4y^2-x^2-40y-6x-9=0$

សមីការ $4y^2-x^2-40y-6x-9=0$ អាចសរសេរ

$$(4y^2-40y)-(x^2+6x)=9$$

$$4(y^2-10y)-(x^2+6x)=9$$

$$4(y^2-2\times5\times y+5^2)-(x^2+2\times3\times x+3^2)=9+100-9$$

$$4(y-5)^2-(x+3)^2=100$$

$$\frac{4(y-5)^2}{100}-\frac{(x+3)^2}{100}=1$$

$$\frac{(y-5)^2}{25}-\frac{(x+3)^2}{100}=1$$

$$\frac{(y-5)^2}{5^2}-\frac{(x+3)^2}{10^2}=1 \qquad (1)$$

មានរាង $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1 \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $4y^2-x^2-40y-6x-9=0$ ជាសមីការអ៊ីពែបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-3, k=5, a=5, b=10$

និង $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{25+100}=5\sqrt{5}$

គេបាន អ៊ីពែបូលនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(-3,5)$

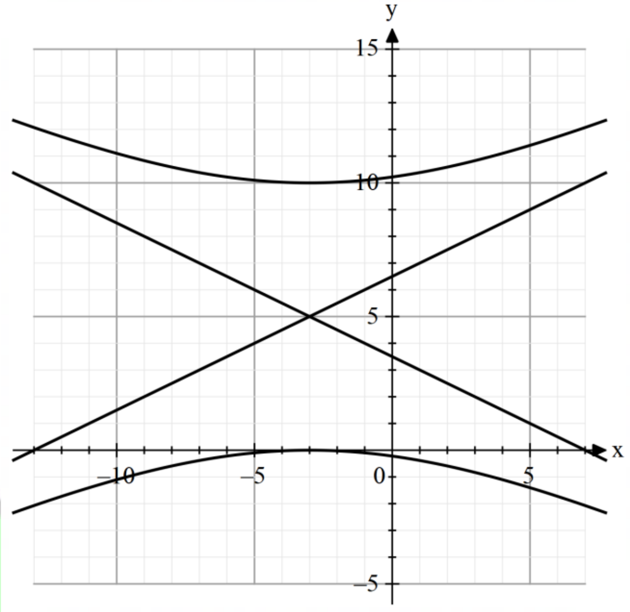
កំណុំ $F(h,k\pm c)$ ឬ $F\left(-3,5\pm 5\sqrt{5}\right)$

កំពូល $V_1(h,k+a), V_2(h,k-a)$ ឬ $V_1(-3,10), V_2(-3,0)$

សមីការអាស៊ីមតូត $y=k+\frac{a}{b}(x-h), y=k-\frac{a}{b}(x-h)$

ឬ $y=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}, y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$

- សង់អ៊ីពែបូល



ឃ. $9y^2-4x^2-18y-16x-151=0$

សមីការ $9y^2-4x^2-18y-16x-119=0$ អាចសរសេរ

$$\left(9y^2-18y\right)-\left(4x^2+16x\right)=151$$

$$9\left(y^2-2y\right)-4\left(x^2+4x\right)=151$$

$$9\left(y^2-2\times1\times y+1^2\right)-4\left(x^2+2\times2\times x+2^2\right)=151+9-16$$

$$9\left(y-1\right)^2-4\left(x+2\right)^2=144$$

$$\frac{9\left(y-1\right)^2}{144}-\frac{4\left(x+2\right)^2}{144}=1$$

$$\frac{\left(y-1\right)^2}{16}-\frac{4\left(x+2\right)^2}{36}=1$$

Mathematics Science
MATHEMATICS & SCIENCE

$$\frac{(y-1)^2}{4^2}-\frac{4(x+2)^2}{6^2}=1 \qquad (1)$$

មានរាង $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1 \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $9y^2-4x^2-18y-16x-151=0$ ជាសមីការអ៊ីពែបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=-2, k=1, a=4, b=6$

និង $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{16+36}=2\sqrt{13}$

គេបាន អ៊ីពែបូលនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(-2,1)$

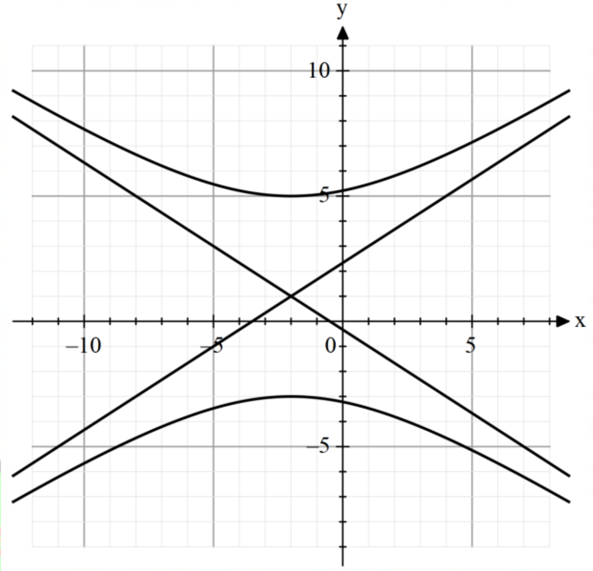
កំណុំ $F(h,k\pm c)$ ឬ $F\left(-2,1\pm 2\sqrt{13}\right)$

កំពូល $V_1(h,k+a), V_2(h,k-a)$ ឬ $V_1(-2,5), V_2(-2,-3)$

សមីការអាស៊ីមតូត $y=k+\frac{a}{b}(x-h), y=k-\frac{a}{b}(x-h)$

ឬ $y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}, y=-\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$

- សង់អ៊ីពែបូល



ង. $25x^2 - 9y^2 - 225 = 0$

សមីការ $25x^2 - 9y^2 - 225 = 0$ អាចសរសេរ

$$25x^2 - 9y^2 = 225$$

$$\frac{25x^2}{225} - \frac{9y^2}{225} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$$

$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1 \qquad (1)$$

មានរាង $\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \qquad (2)$

ដូចនេះ សមីការ $25x^2 - 9y^2 - 225 = 0$ ជាសមីការអ៊ីពែបូល ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $h=0, k=0, a=3, b=5$

និង $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$

គេបាន អ៊ីពែបូលនេះមាន

ផ្ចិត $I(h,k)$ ឬ $I(0,0)$

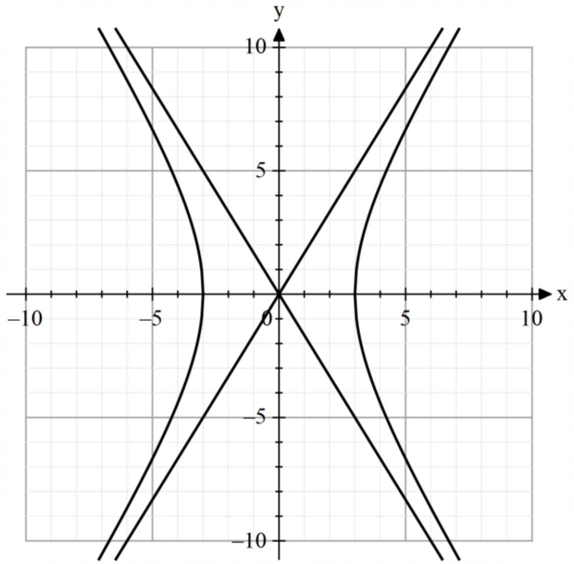
កំណុំ $F(h\pm c,k)$ ឬ $F\left(\pm\sqrt{34},0\right)$

កំពូល $V_1(h+a,k), V_2(h-a,k)$ ឬ $V_1(3,0), V_2(-3,0)$

សមីការអាស៊ីមតូត $y=k+\dfrac{b}{a}(x-h), y=k-\dfrac{b}{a}(x-h)$

$$\text{ឬ } y=\frac{5}{3}x, y=-\frac{5}{3}x$$

- សង់អ៊ីពែបូល



៤. គេឱ្យប៉ារ៉ាបូលមួយមានសមីការ $P: y = f(x) = x^2 - 2x + 2$ ។

ក. សរសេរសមីការខាងលើជាទម្រង់ស្តង់ដា រួចកំណត់កូអរដោនេកំណុំ កំពូល និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

ខ. គេឱ្យចំណុច A មានអាប់ស៊ីស a និងចំណុច B មានអាប់ស៊ីស b ស្ថិតនៅលើប៉ារ៉ាបូល P ។ បង្ហាញថា

$$f(a) - f(b) = (a-b) f'\left(\frac{a+b}{2}\right) \text{ ។}$$

គ. សង់ប៉ារ៉ាបូល P ក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក. សរសេរសមីការខាងលើជាទម្រង់ស្តង់ដា

សមីការ $y = x^2 - 2x + 2$ អាចសរសេរ

$$y - 2 = x^2 - 2x$$

$$y - 2 + 1^2 = x^2 - 2 \times 1 \times x + 1^2$$

$$(x-1)^2 = 4 \times \frac{1}{4}(y-1)$$

ដូចនេះ សមីការស្តង់ដានៃប៉ារ៉ាបូល P គឺ

$$\boxed{P: (x-1)^2 = 4 \times \frac{1}{4}(y-1)} \text{ ។}$$

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស

គេមាន $P: (x-1)^2 = 4 \times \frac{1}{4}(y-1)$

ផ្ទឹមនឹងរាងទូទៅ $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

គេបាន $h=1, k=1, p=\frac{1}{4}$

គេបាន ប៉ារ៉ាបូលនេះមាន

កំពូល $V(h,k)\Leftrightarrow V(1,1)$

កំណុំ $F(h,k+p)\Leftrightarrow F\left(1,\frac{5}{4}\right)$

សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y=h-p\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$

ដូចនេះ កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល P បានកំណត់ ។

ខ. បង្ហាញថា $f(a)-f(b)=(a-b)f'\left(\frac{a+b}{2}\right)$

គេមានចំណុច A និង B ស្ថិតនៅលើប៉ារ៉ាបូល P

គេបាន $f(a)=a^2-2a+2, f(b)=b^2-2b+2$

នាំឱ្យ $f(a)-f(b)=(a^2-2a+2)-(b^2-2b+2)$

$$=(a^2-b^2)+(-2a+2b)$$

$$=(a-b)(a+b)-2(a-b)$$

$$=(a-b)(a+b-2) \quad (1)$$

និង $f'(x)=2x-2$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{a+b}{2}\right)=2\left(\frac{a+b}{2}\right)-2=a+b-2$$

គេបាន $(a-b)f'\left(\frac{a+b}{2}\right)=(a-b)(a+b-2) \qquad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $f(a)-f(b)=(a-b)f'\left(\frac{a+b}{2}\right)$

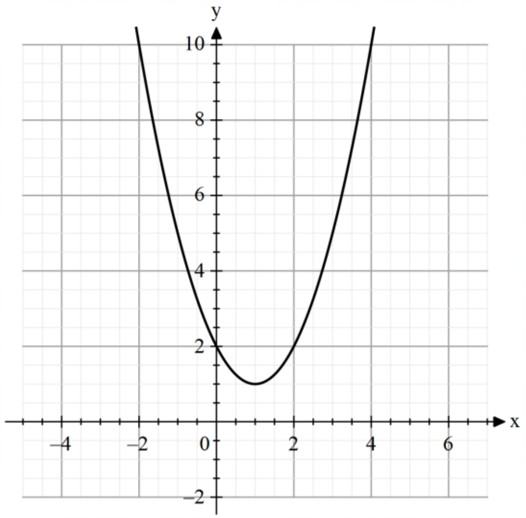
ដូចនេះ $\boxed{f(a)-f(b)=(a-b)f'\left(\frac{a+b}{2}\right)}$ ។

គ. សង់ប៉ារ៉ាបូល P ក្នុងតម្រុយ $(O,\vec{i},\vec{j})$

គេមាន $y=f(x)=x^2-2x+2$

តារាងតម្លៃលេខជំនួយ

x	0	2
y	2	2



៥. គេឱ្យចំណុច $A(-3,-1), B(-1,2)$ និងចំណុច $C(1,3)$ ។

ក. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាបូលជាទម្រង់ស្តង់ដាដែលកាត់តាមចំណុច A, B និង C បើគេដឹងថាបន្ទាត់ប្រាប់ទិសរបស់វាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ រកកូអរដោនេកំណុំ កំពូលនៃប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

ខ. សង់ប៉ារ៉ាបូលខាងលើក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។

ចម្លើយ

ក. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាបូលជាទម្រង់ស្តង់ដា

សមីការប៉ារ៉ាបូលខាងលើមានសមីការអាប់ស៊ីសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

គេបាន សមីការខាងលើមានរាង $(x-h)^2=4p(y-k)$

ដោយសមីការខាងលើកាត់តាមចំណុច $A(-3,-1), B(-1,2)$ និងចំណុច $C(1,3)$

គេបាន $\begin{cases}(-3-h)^2=4p(-1-k)\\(-1-h)^2=4p(2-k)\\(1-h)^2=4p(3-k)\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}9+6h+h^2=-4p-4pk & (1)\\1+2h+h^2=8p-4pk & (2)\\1-2h+h^2=12p-4pk & (3)\end{cases}$

យក $(1)-(2),(2)-(3)$ គេបានប្រព័ន្ធសមីការថ្មី

$\begin{cases}8+4h=-12p\\4h=-4p\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}4h+12p=-8 & (4)\\h=-p & (5)\end{cases}$

យក (5) ជួសចូល (4) គេបាន $4h-12h=-8\Rightarrow h=1$

នាំឱ្យ $p=-1$

យក $h=1, p=-1$ ជួសចូល (1) គេបាន $16=4+4k\Rightarrow k=3$

គេបាន សមីការប៉ារ៉ាបូលនេះគឺ $(x-1)^2=-4(y-3)$

ដូចនេះ សមីការប៉ារ៉ាបូលត្រូវរកគឺ $\boxed{(x-1)^2=-4(y-3)}$ ។

- រកកូអរដោនេកំណុំ កំពូលនៃប៉ារ៉ាបូល

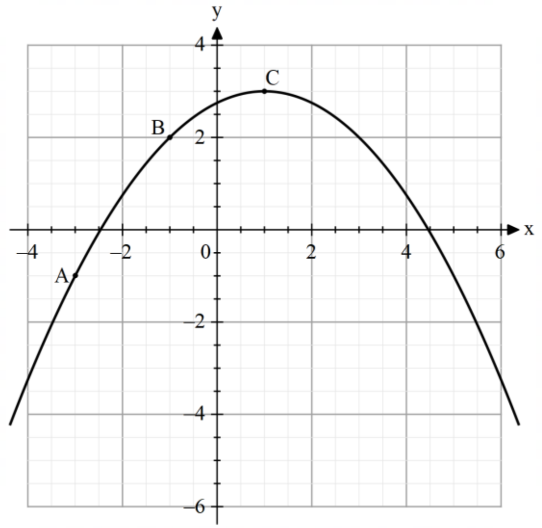
សមីការប៉ារ៉ាបូលខាងលើមាន $h=1, k=3, p=-1$

គេបានប៉ារ៉ាបូលនេះមាន កំពូល $V(h,k)\Leftrightarrow V(1,3)$

និងកំណុំ $F(h,k+p)\Leftrightarrow F(1,2)$

ដូចនេះ កំពូល និងកំណុំប៉ារ៉ាបូលខាងលើបានរកឃើញ ។

ខ. សង់ប៉ារ៉ាបូលក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ



៦. គេឱ្យកោនិកមួយមានសមីការ $C:9x^2+25y^2=225$ ។

ក. បង្ហាញថាសមីការខាងលើជាសមីការអេលីប រួចកំណត់កូអរដោនេ កំពូល កំណុំ និងផ្ចិតនៃអេលីបនេះ ។

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃអេលីបនេះ ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះអេលីប C ត្រង់ចំណុច $A\left(1,\frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$ ។ សង់អេលីប និងសមីការបន្ទាត់ប៉ះនេះក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ គេឱ្យ $\sqrt{6}=2.4$ ។

ចម្លើយ

ក. បង្ហាញថាសមីការខាងលើជាសមីការអេលីប

គេមានសមីការ $C:9x^2+25y^2=225$

សមីការអាចសរសេរ $\frac{9x^2}{225}+\frac{25y^2}{225}=1$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$

$$\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{3^2}=1 \quad (1)$$

មានរាង $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (2)$

គេបានកោនិក C ជាអេលីប

ដូចនេះ កោនិក C ជាអេលីប ។

- កំណត់កូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងផ្ចិតនៃអេលីប

ផ្ទឹមសមីការ (1) និង (2) គេបាន $h=0,k=0,a=5,b=3$

និង $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{25-9}=4$

គេបាន អេលីប C មានផ្ចិតនៅគល់តម្រុយ $O(0,0)$

កំពូល $V_1(a,0),V_1(-a,0)$ ឬ $V_1(5,0),V_2(-5,0)$

កំណុំ $F_1(c,0), F_2(-c,0)$ ឬ $F_1(4,0), F_2(-4,0)$

ដូចនេះ ផ្ចិត កំណុំ កំពូល នៃអេលីប C បានកំណត់ ។

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃអេលីបនេះ

តាង S ជាក្រឡាផ្ទៃអេលីបត្រូវរក

គេមាន $9x^2+25y^2=225$ ឬ $y=\pm\sqrt{9-\frac{9}{25}x^2}$

យើងសិក្សាតែលើកន្លះអេលីបផ្នែកវិជ្ជមានគឺ $y=\sqrt{9-\frac{9}{25}x^2}$

គេបាន $S=2\int_{-a}^{a} y\,dx=2\int_{-5}^{5}\sqrt{9-\frac{9}{25}x^2}=\frac{6}{5}\int_{-5}^{5}\sqrt{25-x^2}\,dx$

តាមរូបមន្ត

$$\int\sqrt{a^2-x^2}\,dx=\frac{1}{2}\left(x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)+c, c\in\mathbb{R}$$ [2]

គេបាន $S=\frac{6}{5}\times\frac{1}{2}\left[x\sqrt{25-x^2}+25\sin^{-1}\frac{x}{5}\right]_{-5}^{5}$

---

[2] អានស្វែងយល់បន្ថែមចំពោះរូបមន្តនេះក្នុងមេរៀនអាំងតេក្រាលរយៈតំណះ

$$=\frac{3}{5}\left[\left(0-25\sin^{-1}1\right)-\left(0+25\sin\left(-1\right)\right)\right]$$

$$=\frac{3}{5}\left(\frac{25\pi}{2}+\frac{25\pi}{2}\right)$$

$$=15\pi$$

ដូចនេះ ក្រឡាផ្ទៃអេលីបគឺ $\boxed{S=15}$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះអេលីប C ត្រង់ចំណុច A

តាង T ជាបន្ទាត់ប៉ះអេលីប C ត្រង់ $A\left(1,\frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$

គេមានសមីការអេលីប $9x^2+25y^2=225$

ដេរីវេអង្គសងខាងនៃសមីការអេលីបខាងលើគេបាន

$18x+50yy'=0$ (ដេរីវេនៃអនុគមន៍អាំភ្លីស៊ីត)

នាំឱ្យ $y'=-\frac{18x}{50y}=-\frac{9x}{25y}$

សមីការបន្ទាត់ T មានរាង $T: y=y'(1)(x-1)+y(1)$

ដោយអេលីប C កាត់តាមចំណុច $A\left(1,\frac{6\sqrt{6}}{5}\right)$

គេបាន $y(1)=\frac{6\sqrt{6}}{5}$

នាំឱ្យ $y'(1)=-\frac{9}{25\times\frac{6\sqrt{6}}{5}}=-\frac{9}{30\sqrt{6}}=-\frac{\sqrt{6}}{20}$

គេបាន $T: y=-\frac{\sqrt{6}}{20}(x-1)+\frac{6\sqrt{6}}{5}$

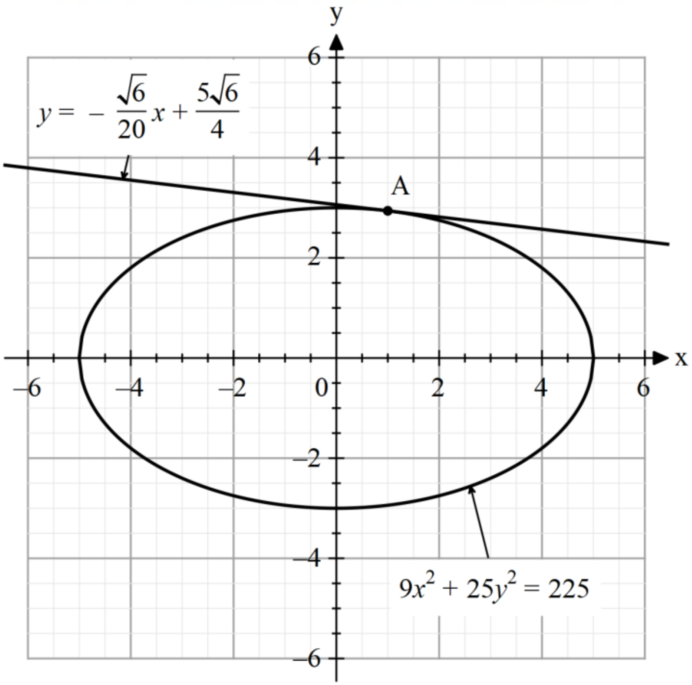
ឬ $T: y = -\frac{\sqrt{6}}{20}x + \frac{5\sqrt{6}}{4}$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ T គឺ $\boxed{T: y = -\frac{\sqrt{6}}{20}x + \frac{5\sqrt{6}}{4}}$ ។

- សង់អេលីប និងសមីការបន្ទាត់ប៉ះនេះក្នុងតម្រុយតែមួយ

សង់បន្ទាត់ $T: y = -\frac{\sqrt{6}}{20}x + \frac{5\sqrt{6}}{4}$:

x	0	1
y	3	2.88



៧. ក្នុងតម្រុយ $(O,\vec{i},\vec{j})$ គេឱ្យបួនចំណុច $A(3,5), B(3,-3), C(0,1)$ និង $D(3,-4)$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដាអេលីប E ដែលមានចំណុច A និង B ជាកំណុំ ហើយអេលីបនេះកាត់តាមចំណុច C និង D រួចកំណត់កូអរដោនេនៃកំពូល និងផ្ចិតនៃអេលីបនេះ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ T_1 ប៉ះអេលីប E នេះត្រង់ចំណុច $M\left(1,1+\frac{5\sqrt{5}}{3}\right)$ ។

គ. គេឱ្យបន្ទាត់ T_2 ប៉ះអេលីប E ត្រង់ N ។ កំណត់កូអរដោនេចំណុច N បើគេដឹងថា $T_1 \parallel T_2$ និងចំណុច N មានអាប់ស៊ីស 5 ។

ចម្លើយ

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដាអេលីប

តាង E ជាសមីការអេលីបខាងលើ

ដោយអាប់ស៊ីសកំណុំនៃអេលីបខាងលើដូចគ្នា

គេបានសមីការអេលីប E មានរាង $E:\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$

កំណុំអេលីប E គឺ $A(h,k+c),B(h,k-c)$

តែ $A(3,5),B(3,-3)$ គេទាញបាន $\begin{cases} h=3 & (1) \\ k+c=5 & (2) \\ k-c=-3 & (3) \end{cases}$

យក $(2)+(3)$ គេបាន $2k=2\Rightarrow k=1$

យក $k=1$ ជួសចូល (2) គេបាន $c=4$

ម្យ៉ាងទៀតអេលីប E កាត់តាមចំណុច $C(0,1)$ និង $D(3,-4)$

គេបាន $\begin{cases}\dfrac{9}{b^2}=1\\ \dfrac{25}{a^2}=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=5\\ b=3\end{cases}$ ព្រោះ $a>0, b>0$

គេបានសមីការអេលីប E គឺ $E:\dfrac{(x-3)^2}{3^2}+\dfrac{(y-1)^2}{5^2}=1$

ដូចនេះ សមីការស្តង់ដានៃអេលីបដែលត្រូវរកគឺ

$$\boxed{E:\frac{(x-3)^2}{3^2}+\frac{(y-1)^2}{5^2}=1} \text{ ។}$$

- កំណត់កូអរដោនេនៃកំពូល និងផ្ចិតនៃអេលីប

គេមាន $a=5, b=3, h=3, k=1$

គេបាន កូអរដោនេកំពូលនៃអេលីបគឺ $V_1(3,6), V_2(3,-4)$

និងកូអរដោនេផ្ចិត $I(3,1)$

ដូចនេះ ផ្ចិត និងកំណុំនៃអេលីបត្រូវបានកំណត់ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ T_1

សមីការបន្ទាត់ T_1 មានរាង $T_1: y=y'(1)(x-1)+y(1)$

ដោយ $\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{25}=1$

ដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន $\dfrac{2(x-3)}{9}+\dfrac{2y'(y-1)}{25}=0$

$$50(x-3)+18y'(y-1)=0$$

$$y'=-\frac{50(x-3)}{18(y-1)}$$

$$y' = -\frac{25(x-3)}{9(y-1)}$$

ដោយអេលីប E កាត់តាមចំណុច $M\left(1, 1+\frac{5\sqrt{5}}{3}\right)$

គេបាន $y(1) = 1+\frac{5\sqrt{5}}{3}$

នាំឱ្យ $y'(1) = -\frac{25\times(-2)}{9\left(1+\frac{5\sqrt{5}}{3}-1\right)} = \frac{50}{15\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

គេបាន $T_1 : y = \frac{2\sqrt{5}}{3}(x-1)+1+\frac{5\sqrt{5}}{3}$

ឬ $T_1 : y = \frac{2\sqrt{5}}{3}x+1+\sqrt{5}$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ T គឺ $\boxed{T : y = \frac{2\sqrt{5}}{3}+1+\sqrt{5}}$ ។

គ. កំណត់កូអរដោនេចំណុច N

តាង N មានកូអរដោនេ $(5, y_0)$

ដោយ $T_1 \parallel T_2$ គេបាន $y'(5) = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

គេបាន $-\frac{25(5-3)}{9(y_0-1)} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

$$-\frac{50}{9(y_0-1)} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$18\sqrt{5}\left(y_0-1\right)=-150$$

$$y_0-1=-\frac{150}{18\sqrt{5}}$$

$$y_0=-\frac{150}{18\sqrt{5}}+1$$

$$y_0=1-\frac{5\sqrt{5}}{3}$$

គេបាន កូអរដោនេចំណុច N គឺ $\left(5,1-\frac{5\sqrt{5}}{3}\right)$

ដូចនេះ កូអរដោនេចំណុច N គឺ $\boxed{N\left(5,1-\frac{5\sqrt{5}}{3}\right)}$ ។

៨. គេឱ្យចំណុច P មួយចល័តលើអេលីបមួយដែលមានសមីការ $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{25}=1$ ។

ក. កំណត់កូអរដោនេចំណុច F_1,F_2 ដែល F_1,F_2 ជាកំណុំនៃអេលីបខាងលើ និង V_1,V_2 ជាកំពូលនៃអេលីបខាងលើ ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេចំណុច P ដើម្បីឱ្យត្រីកោណ PV_1V_2 និងត្រីកោណ PF_1F_2 មានក្រឡាផ្ទៃអតិបរមា រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណទាំងពីរនេះ ។

ចម្លើយ

ក. កំណត់កូអរដោនេចំណុច F_1,F_2,V_1,V_2

គេមានសមីការ $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{25}=1$ ឬ $\frac{x^2}{7^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$

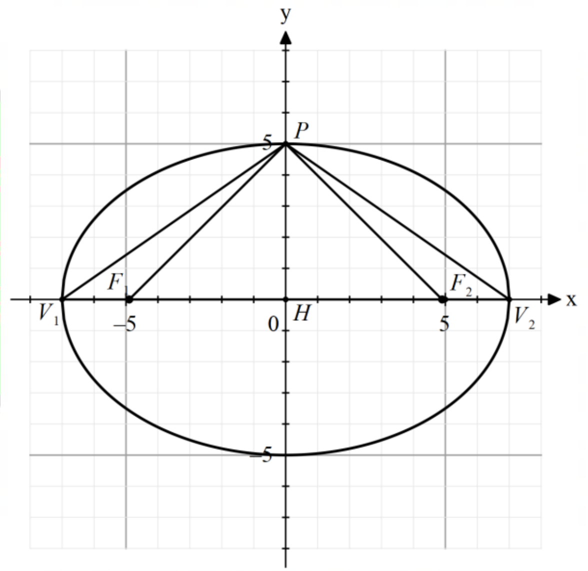
មានរាង $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

គេបាន $a=7, b=5, c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{49-25}=2\sqrt{6}$

នាំឱ្យ $F_1\left(0,-2\sqrt{6}\right), F_2\left(0,2\sqrt{6}\right)$ និង $V_1(0,-7), V_2(0,7)$

ដូចនេះ $\boxed{F_1\left(0,-2\sqrt{6}\right), F_2\left(0,2\sqrt{6}\right), V_1(0,-7), V_2(0,7)}$ ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេចំណុច P



តាង P មានកូអរដោនេ $P(x,y)$

យក H ជាចំណោលកែងនៃចំណុច P លើអ័ក្សធំនៃអេលីបនេះ

គេបាន $S_{PV_1V_2}=\frac{V_1V_2\times PH}{2}, S_{PF_1F_2}=\frac{F_1F_2\times PH}{2}$

ដោយ $V_1V_2=2a=14$ ថេរ និង $F_1F_2=2c=4\sqrt{6}$ ថេរ

នោះគេបានត្រីកោណ PV_1V_2 និងត្រីកោណ PF_1F_2 មានក្រឡាផ្ទៃ

អតិបរមាកាលណា PH មានប្រវែងអតិបរមា

គេបាន ចំណុច P ស្ថិតនៅលើអ័ក្សតូចនៃអេលីប

គេបាន $P(0,\pm 5)$

ដូចនេះ $\boxed{P(\pm 5,0)}$ ។

- គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ PV_1V_2 និងត្រីកោណ PF_1F_2

គេមាន $PH=5$ ឯកតាប្រវែង

នាំឱ្យ $S_{PV_1V_2}=\dfrac{14\times 5}{2}=35$ ឯកតាផ្ទៃ

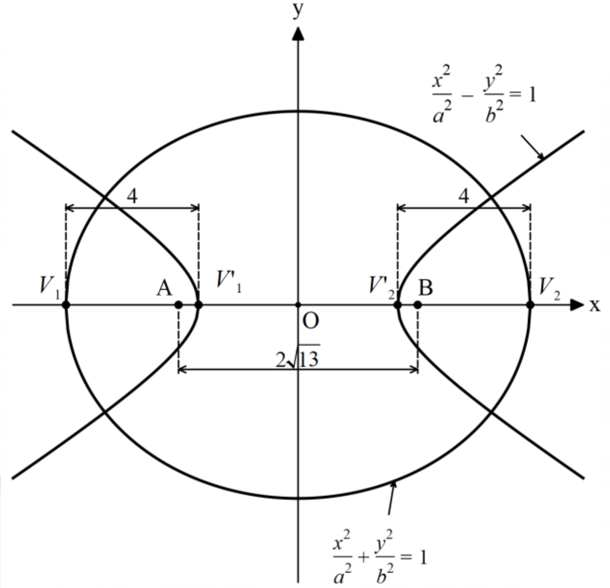
និង $S_{PF_1F_2}=\dfrac{4\sqrt{6}\times 5}{2}=10\sqrt{6}$

ដូចនេះ $\boxed{S_{PV_1V_2}=35, S_{PF_1F_2}=10\sqrt{6}}$ ។

៩. គេឱ្យអេលីប និងអ៊ីពែបូលមួយមាន អ័ក្សធំនៅលើអ័ក្សអរដោនេ និង ផ្ចិតនៅគល់តម្រុយ ។ ចំណុច A និង B ជាកំណុំជាកំណុំរួមគ្នានៃអេលីប និងអ៊ីពែបូលនេះដែល $AB=2\sqrt{13}$ ។ ចម្ងាយរវាងកំពូលនៃអេលីប និងអ៊ីពែបូលនេះគឺ 4 ហើយផលធៀបនៃអិចសង់ទ្រីស៊ីតេគឺ $\dfrac{3}{7}$ ។ រកសមីការស្តង់ដានៃអេលីប និងអ៊ីពែបូលនេះ ។

<u>ចម្លើយ</u>

រកសមីការស្តង់ដានៃអេលីប និងអ៊ីពែបូល



សមីការអេលីបមានរាង $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

និងសមីការអ៊ីពែបូលមានរាង $\frac{x^2}{a'^2}-\frac{y^2}{b'^2}=1$

យក c,e ជាចម្ងាយពីផ្ចិតទៅកំណុំ និងអិចសង់ទ្រីស៊ីតេរៀងគ្នារបស់អេលីប

និង c',e' ជាចម្ងាយពីផ្ចិតទៅកំណុំ និងអិចសង់ទ្រីស៊ីតេរបស់អ៊ីពែបូល

ដោយ $AB=2\sqrt{13}$ គេបាន $2c=2\sqrt{13}\Rightarrow c=\sqrt{13}$

និង $2c'=2\sqrt{13}\Rightarrow c'=\sqrt{13}$

តែ $e=\frac{c}{a}\Rightarrow c=ea, e'=\frac{c'}{a'}\Rightarrow c'=e'a'$

គេបាន $ea=\sqrt{13}, e'a'=\sqrt{13}$

នាំឱ្យ $ea=e'a' \Leftrightarrow \frac{e}{e'}=\frac{a'}{a}$

ដោយ $\frac{e'}{e}=\frac{3}{7}$ (ព្រោះ e' ជាអ៊ិចសង់ទ្រីស៊ីតេរបស់អ៊ីពែបូល ហើយ e ជាអ៊ិចសង់ទ្រីស៊ីតេរបស់អេលីបនាំឱ្យ $e<1<e'$)

គេបាន $\frac{a'}{a}=\frac{3}{7}$ ឬ $\frac{a'}{a}=\frac{3m}{7m}, m\in\mathbb{R}^*$ ដែលត្រូវកំណត់តម្លៃ m

នាំឱ្យ $a'=3m, a=7m$

ម្យ៉ាងទៀតប្រវែងរវាងកំពូលអេលីប និងអ៊ីពែបូលគឺ 4 ឯកតា

គេបាន $a-a'=4 \Leftrightarrow 7m-3m=4 \Rightarrow m=1$

គេបាន $a=7, a'=3$

ដោយ $c^2=a^2-b^2 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=49-13=36$

និង $c'^2=a'^2+b'^2 \Rightarrow b'^2=c'^2-a'^2=13-9=4$

គេបាន សមីការអេលីបគឺ $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1$

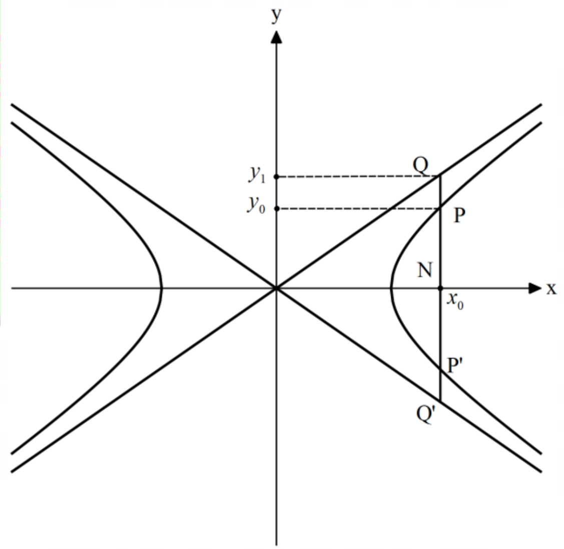
និងសមីការអ៊ីពែបូលគឺ $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

ដូចនេះ សមីការអេលីបត្រូវរកគឺ $\boxed{\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{36}=1}$ និងសមីការអ៊ីពែបូលត្រូវរកគឺ $\boxed{\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1}$ ។

១០. គេឱ្យអ៊ីពែបូលមួយមានសមីការ $H: \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ ។ គេឱ្យពីរចំណុច P និង P' ចល័តលើអ៊ីពែបូល H ដែលចំណុចទាំងពីរមានអាប់ស៊ីសដូចគ្នា ។ បន្លាយនៃអង្កត់ PP' កាត់អាស៊ីមតូតនៃអ៊ីពែបូល H ត្រង់ចំណុច Q និង Q' ។ បង្ហាញថា $PQ \times P'Q$ មានតម្លៃថេរជានិច្ចចំពោះគ្រប់ចំណុច P និង P' ។

<u>ចម្លើយ</u>

បង្ហាញថា $PQ \times P'Q$ មានតម្លៃថេរជានិច្ច



អ៊ីពែបូល H មានសមីការអាស៊ីមតូត $y = \pm\frac{5}{7}x$

យកចំណុច P មានកូអរដោនេ $P(x_0, y_0)$ នៅកាដ្រង់ទី១

ចំណុច Q មានកូអរដោនេ $Q(x_0, y_1)$

និង N ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ PP' នឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

គេបាន $\frac{x_0^2}{49}-\frac{y_0^2}{25}=1\Rightarrow\frac{y_0^2}{25}=\frac{x_0^2}{49}-1$

$$\frac{y_0}{5}=\sqrt{\frac{x_0^2-49}{49}}$$

$$\frac{y_0}{5}=\frac{1}{7}\sqrt{x_0^2-49}$$

$$y_0=\frac{5}{7}\sqrt{x_0^2-49}$$

នាំឱ្យ $PN=y_0=\frac{5}{7}\sqrt{x_0^2-49}$

ម្យ៉ាងទៀតចំណុច Q ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ $y=\frac{5}{7}x$

គេបាន $NQ=y_1=\frac{5}{7}x_0$

ដោយ $PQ=NQ-PN$ នាំឱ្យ $PQ=\frac{5}{7}x_0-\frac{5}{7}\sqrt{x_0^2-49}$

$$=\frac{5}{7}\left(x_0-\sqrt{x_0^2-49}\right)$$

និង $P'Q=NQ+NP'$

តែ $NQ=\frac{5}{7}x_0, NP'=PN=\frac{5}{7}\sqrt{x_0^2-49}$

គេបាន $P'Q=\frac{5}{7}x_0+\frac{5}{7}\sqrt{x_0^2-49}=\frac{5}{7}\left(x_0+\sqrt{x_0^2-49}\right)$

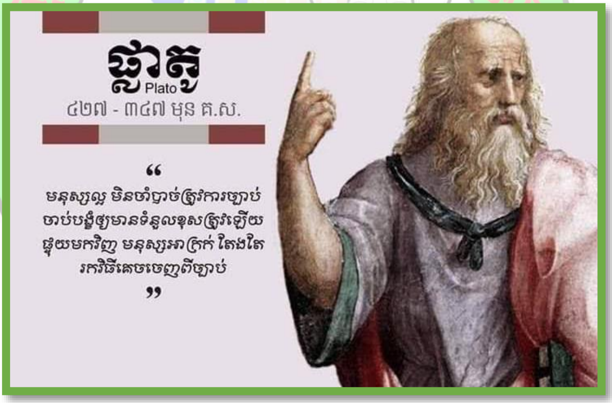
នាំឱ្យ $PQ\times P'Q=\frac{5}{7}\left(x_0+\sqrt{x_0^2-49}\right)\times\frac{5}{7}\left(x_0-\sqrt{x_0^2-49}\right)$

$$=\frac{25}{49}\left(x_0+\sqrt{x_0^2-49}\right)\left(x_0-\sqrt{x_0^2-49}\right)$$

$$=\frac{25}{49}\left(x_0^2-x_0^2+49\right)$$

$$=\frac{25}{49}\times 49$$

$=25$ ថេរ

ដូចនេះ ផលគុណនៃ $PQ\times P'Q$ មានតម្លៃថេរជានិច្ចចំពោះគ្រប់ចំណុច P និង P' ។

✵✵✵✵✵✵✵✵