គណិតវិទ្យា និង វិទ្យាសាស្ត្រ

MATHEMATICS & SCIENCE

វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប

សម្រាប់សិស្សានុសិស្សថ្នាក់ទី១២

សិក្សាបន្ថែមនៅផ្ទះក្នុងអំឡុងពេលពិភពលោក

រងគ្រោះដោយជំងឺ COVID-19

រៀបរៀងដោយ ៖ **ពុធ ឫទ្ធី**

ខែមិថុនា ឆ្នាំ ២០២០

វិភាគបន្សំ និងប្រូបាប

១. ស្រាយបញ្ជាក់សមភាពខាងក្រោម ដែល $n,r\in\mathbb{N}$ ៖

ក. $C(n,r+1)=\dfrac{n-r}{r+1}C(n,r);n\ge r+1$

ខ. $C(n,r)=\dfrac{n-r+1}{r}C(n,r-1),n\ge r$

គ. $C(n,r-1)+C(n,r)=C(n+1,r);n\ge r-1$

ឃ. $C(n,r)+C(n,r+1)=C(n+1,r+1);n\ge r+1$

ង. $C(n-1,r)-C(n-1,r-1)=\dfrac{n-2r}{n}C(n,r),n>r+1$

ច. $\sum_{r=0}^{n}C(n,r)=2^n$

ចម្លើយ

សម្គាល់៖ $n!=n\times(n-1)!$

$=n\times(n-1)\times(n-2)!$

....

$=n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times2!$

$=n\times(n-2)\times(n-3)\times\ldots\times2\times1$

ស្រាយបញ្ជាក់សមភាព

ក. $C(n,r+1)=\dfrac{n-r}{r+1}C(n,r);n\ge r+1$

គេមាន $C(n,r+1)=\dfrac{n!}{(n-r-1)!(r+1)!}$

$$=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-r)\times(n-r-1)!}{(n-r-1)!(r+1)!}$$

$$=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-r)}{(r+1)!}\qquad(1)$$

និង $\dfrac{n-r}{r+1}C(n,r)=\dfrac{n-r}{r+1}\times\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

$$=\frac{n-r}{r+1}\times\frac{n!}{(n-r)\times(n-r-1)!r!}$$

$$=\frac{n!}{(r+1)\times(n-r-1)!r!}$$

$$=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-r)\times(n-r-1)!}{(r+1)\times(n-r-1)!r!}$$

$$=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-r)}{(r+1)\times r!}$$

$$=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-r)}{(r+1)!}\qquad(2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន

$$C(n,r+1)=\frac{n-r}{r+1}C(n,r)=\frac{n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times(n-r)}{(r+1)!}$$

ដូចនេះ $\boxed{C(n,r+1)=\dfrac{n-r}{r+1}C(n,r);n\geq r+1}$ ។

ខ. $C(n,r)=\frac{n-r+1}{r}C(n,r-1),n\geq r$

គេមាន $\frac{n-r+1}{r}C(n,r-1)=\frac{n-r+1}{r}\times\frac{n!}{(n-r+1)!(r-1)!}$

$$=\frac{n-r+1}{r}\times\frac{n!}{(n-r+1)\times(n-r)!\times(r-1)!}$$

$$=\frac{n!}{(n-r)!\times[r\times(r-1)!]}$$

$$=\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$=C(n,r)$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{C(n,r)=\frac{n-r+1}{r}C(n,r-1),n\geq r}$ ។

គ. $C(n,r-1)+C(n,r)=C(n+1,r);n\geq r-1$

គេមាន

$$C(n,r-1)+C(n,r)=\frac{n!}{(n-r+1)!(r-1)!}+\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$=\frac{r\times n!}{(n-r+1)!\times[r\times(r-1)!]}+\frac{(n-r+1)\times n!}{[(n-r+1)\times(n-r)!]\times r!}$$

$$=\frac{r\times n!+(n-r+1)\times n!}{(n-r+1)!r!}$$

$$=\frac{(n+1)\times n!}{(n-r+1)!r!}$$

$$=\frac{(n+1)!}{(n-r+1)!r!}$$

$$=C(n+1,r)$$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{C(n,r-1)+C(n,r)=C(n+1,r)\,;\,n>r-1}$ ។

ឃ. $C(n,r)+C(n,r+1)=C(n+1,r+1)\,;\,n\ge r+1$

គេមាន

$$C(n,r)+C(n,r+1)=\frac{n!}{(n-r)!r!}+\frac{n!}{(n-r-1)!(r+1)!}$$

$$=\frac{(r+1)\times n!}{(n-r)!(r+1)!}+\frac{(n-r)\times n!}{(n-r)!(r+1)!}$$

$$=\frac{n!(r+1+n-r)}{(n-r)!(r+1)!}$$

$$=\frac{(n+1)\times n!}{(n-r)!(r+1)!}$$

$$=\frac{(n+1)!}{(n-r)!(r+1)!}$$

$$=C(n+1,r+1)$$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{C(n,r)+C(n,r+1)=C(n+1,r+1)\,;\,n\ge r+1}$ ។

ង. $C(n-1,r)-C(n-1,r-1)=\frac{n-2r}{n}C(n,r),n>r+1$

គេមាន

$$C(n-1,r)-C(n-1,r-1)=\frac{(n-1)!}{(n-r-1)!r!}-\frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!}$$

$$=\frac{(n-r)\times(n-1)!}{(n-r)!r!}-\frac{r\times(n-1)!}{(n-r)!r!}$$

$$=\frac{(n-1)!(n-r-r)}{(n-r)!r!}$$

$$=(n-2r)\times\frac{(n-1)!}{(n-r)!r!}$$

$$=\frac{n-2r}{n}\times\frac{n\times(n-1)!}{(n-r)!r!}$$

$$=\frac{n-2r}{n}\times\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$=\frac{n-2r}{n!}C(n,r)$$ ពិត

ដូចនេះ

$$\boxed{C(n-1,r)-C(n-1,r-1)=\frac{n-2r}{n}C(n,r),n>r+1}$$ ។

ច. $\sum_{r=0}^{n}C(n,r)=2^n$

គេមាន $(a+b)^n=\sum_{r=0}^{n}C(n,r)a^{n-r}b^r$ (ទ្វេធាញូតុន)

បើ $a=b=1$ គេបាន $2^n=\sum_{r=0}^{n}C(n,r)\times1^{n-r}\times1^r$

ឬ $\sum_{r=0}^{n}C(n,r)=2^n$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\sum_{r=0}^{n} C(n,r) = 2^n}$ ។

២. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស ៧នាក់ និងសិស្សស្រី ៥នាក់ ។ គេជ្រើសរើសសិស្សម្តង ៥នាក់ដោយចៃដន្យដើម្បីទៅចូលរួមសិក្ខាសាលាមួយ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A ៖ ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីទាំង៥នាក់ ។

B ៖ ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស៣នាក់ និងស្រី២នាក់ ។

C ៖ ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី៤នាក់ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

គេជ្រើសយកសិស្សចំនួន ៥នាក់ ចេញពីចំនួនសិស្សសរុប ១២នាក់

គេបានចំនួនករណីអាចគឺ

$$n(S) = C(12,5) = \frac{12!}{7!5!} = \frac{12\times 11\times 10\times 9\times 8}{5!} = 792$$

A ៖ ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីទាំង៥នាក់

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

ដោយគេជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីទាំង៥នាក់គេបាន

$$n(A) = C(5,5) = \frac{5!}{0!5!} = 1$$

គេបាន $P(A) = \frac{1}{792}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{1}{792}}$ ។

B ៖ ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស៣នាក់ និងស្រី២នាក់

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស៣នាក់ និងស្រី២នាក់ គេបាន

$$n(B)=C(7,3)\times C(5,2)=\frac{7!}{4!3!}\times\frac{5!}{3!2!}=35\times10=350$$

គេបាន $P(B)=\frac{350}{792}=\frac{175}{396}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{175}{396}}$ ។

C ៖ ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី៤នាក់

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ដោយគេជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី៤នាក់

មានន័យថាគេជ្រើសរើសយកសិស្សប្រុស១នាក់ និងស្រី៤នាក់

គេបាន

$$n(C)=C(7,1)\times C(5,4)=\frac{7!}{6!1!}\times\frac{5!}{1!4!}=7\times5=35$$

គេបាន $P(C)=\frac{35}{792}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{35}{792}}$ ។

៣. ក្នុងការិយាល័យបុគ្គលិកមួយរបស់ក្រុមហ៊ុនមួយ មានបុគ្គលិកផ្ទើមសរុបចំនួន ៨នាក់ ក្នុងនោះមានស្រីចំនួន ៥នាក់ ។ ប្រធានក្រុមហ៊ុនត្រូវការជ្រើសរើសបុគ្គលិកផ្ទើមទាំងនោះចំនួន៣នាក់ដោយចៃដន្យដើម្បីធ្វើការសម្ភាស ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុសទាំង ៣នាក់"

B "ជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកយ៉ាងតិចស្រីម្នាក់"

C "ជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុសយ៉ាងច្រើន ២នាក់"

<u>ចម្លើយ</u>

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

គេជ្រើសយកបុគ្គលិកចំនួន ៣នាក់ ចេញពីចំនួនបុគ្គលិកសរុប ៨នាក់មកសម្ភាស

នោះគេបានចំនួនករណីអាចគឺ

$$n(S)=C(8,3)=\frac{8!}{5!3!}=\frac{8\times7\times6}{6}=56$$

A "ជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុសទាំង ៣នាក់"

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ដោយគេជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុសទាំង ៣នាក់គេបាន

$$n(A)=C(3,3)=1$$

គេបាន $P(A)=\dfrac{1}{56}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{1}{56}}$ ។

B "ជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកយ៉ាងតិចស្រីម្នាក់"

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយគេជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកយ៉ាងតិចស្រីម្នាក់ មានន័យថា
គេជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកស្រី ១នាក់ និងប្រុស ២នាក់
ឬបុគ្គលិកស្រី ២នាក់ និងប្រុស ១នាក់
ឬបុគ្គលិកស្រីទាំង ៣នាក់ គេបាន

$$n(B)=C(5,1)\times C(3,2)+C(5,2)\times C(3,1)+C(5,3)$$
$$=\frac{5!}{4!1!}\times\frac{3!}{1!2!}+\frac{5!}{3!2!}\times\frac{3!}{2!1!}+\frac{5!}{2!3!}$$
$$=5\times3+10\times3+10$$
$$=55$$

គេបាន $P(B)=\frac{55}{56}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{55}{56}}$ ។

ចំណាំ៖ គេអាចគណនាប្រូបាបខាងលើតាមប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយបាន (ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា) ។

គេបាន $P(B)=1-P(A)=1-\frac{1}{56}=\boxed{\frac{55}{56}}$ ។

C "ជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុសយ៉ាងច្រើន ២នាក់"

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ដោយគេជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុសយ៉ាងច្រើន ២នាក់

មានន័យថាគេជ្រើសរើសបានបុគ្គលិកប្រុស ២នាក់ និងស្រី ១នាក់

ឬបុគ្គលិកប្រុស ១នាក់ និងស្រី ១នាក់

ឬបុគ្គលិកស្រីទាំង ៣នាក់ គេបាន

$$n(C)=C(3,2)\times C(5,1)+C(3,1)\times C(5,2)+C(5,3)$$

$$=\frac{3!}{1!2!}\times\frac{5!}{1!4!}+\frac{3!}{2!1!}\times\frac{5!}{3!2!}+\frac{5!}{2!3!}$$

$$=3\times5+3\times10+10$$

$$=55$$

គេបាន $P(C)=\frac{55}{56}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{55}{56}}$ ។

៤. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល ១២គ្រាប់ដែលមានចុះលេខពី១ ដល់១២ ។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង ៣គ្រាប់ដោយចៃដន្យពីក្នុងថង់នោះ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសទាំង៣ ។

ខ. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូទាំង៣ ។

គ. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសយ៉ាងតិច២ ។

ឃ. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសយ៉ាងច្រើន២ ។

ចម្លើយ

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

គេចាប់យកប៊ូលចំនួន ៣គ្រាប់ចេញពីប៊ូលចំនួន ១២គ្រាប់

គេបាន ចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(12,3)=\dfrac{12!}{9!3!}=220$

ក. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសទាំង៣

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសទាំង៣

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ប៊ូលដែលមានចុះលេខសេសជាប៊ូលដែលចុះលេខ $1,3,5,7,9,11$

គេបាន $n(A)=C(6,3)=\dfrac{6!}{3!3!}=20$

គេបាន $P(A)=\dfrac{20}{220}=\dfrac{1}{11}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{1}{11}}$ ។

ខ. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូទាំង៣

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូទាំង៣

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ប៊ូលដែលមានចុះលេខគូជាប៊ូលដែលចុះលេខ $2,4,6,8,10,12$

គេបាន $n(B)=C(6,3)=\dfrac{6!}{3!3!}=20$

គេបាន $P(B)=\dfrac{20}{220}=\dfrac{1}{11}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\dfrac{1}{11}}$ ។

គ. ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសយ៉ាងតិច២

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសយ៉ាងតិច២

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ C មានន័យថាគេចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស២ និងចុះលេខលេខគូ១

ឬចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសទាំង៣

គេបាន $n(C)=C(6,2)\times C(6,1)+C(6,3)$

$$=\frac{6!}{4!2!}\times\frac{6!}{5!1!}+\frac{6!}{3!3!}$$

$$=15\times 6+20=110$$

គេបាន $P(C)=\dfrac{110}{220}=\dfrac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\dfrac{1}{2}}$ ។

ឃ. ចាប់បានប៊ូលមានចុះសេសយ៉ាងច្រើន២

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសយ៉ាងច្រើន២

តាមរូបមន្ត $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ C មានន័យថាគេចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស២ និងចុះលេខលេខគូ១

ឬគេចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស១ និងចុះលេខលេខគូ២

ឬគេចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូទាំងបី

គេបាន

$$n(D)=C(6,2)\times C(6,1)+C(6,1)\times C(6,2)+C(6,3)$$

$$=\frac{6!}{4!2!}\times\frac{6!}{5!1!}+\frac{6!}{5!1!}\times\frac{6!}{4!2!}+\frac{6!}{3!3!}$$

$$=15\times6+6\times15+20=200$$

គេបាន $P(D)=\frac{200}{220}=\frac{10}{11}$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=\frac{10}{11}}$ ។

៥. គូស្វាមីភរិយាចំនួន 3គូ បានអង្គុយទស្សនាខ្សែភាពយន្តក្នុងរោងកុនមួយដែលនៅសល់កៅអីចំនួន ៦ជាបន្ទាត់ត្រង់ ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. គូស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា ។

ខ. គូស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា ដោយស្វាមីអង្គុយខាងស្តាំដៃភរិយា ។

គ. ភរិយាអង្គុយជាប់គ្នាទាំងបីនាក់ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

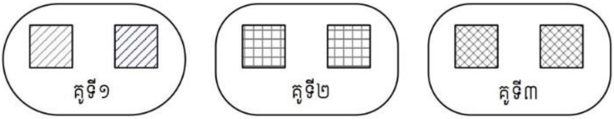
គូស្វាមីភរិយាចំនួន ៦នាក់អង្គុយក្នុងរោងកុនជាបន្ទាត់ត្រង់

គេបាន ចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=6!=720$

ក. គូស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគូស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$



គូស្វាមីភរិយាទាំងបីគូអង្គុយក្នុងរោងកុនមានចំនួន $3!$ របៀប

គូស្វាមីទី១អាចអង្គុយបានចំនួន $2!$ របៀប

គូស្វាមីទី២អាចអង្គុយបានចំនួន $2!$ របៀប

គូស្វាមីទី៣អាចអង្គុយបានចំនួន $2!$ របៀប

នាំឱ្យរបៀបនាំការអង្គុយមើលទស្សនាខ្សែភាពយន្តគឺ

$$3!\times 2!\times 2!\times 2!=48 \text{ របៀប}$$

នាំឱ្យ $n(A)=48$ គេបាន $P(A)=\dfrac{48}{720}=\dfrac{1}{15}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{1}{15}}$ ។

ខ. ស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា ដោយស្វាមីអង្គុយខាងស្តាំដៃប្រពន្ធ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍គូស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា ដោយស្វាមីអង្គុយខាងស្តាំដៃប្រពន្ធ

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ក្នុងលក្ខខណ្ឌនេះមានន័យថាការអង្គុយឆ្លាស់គ្នារវាងគូស្វាមីភរិយាមួយគូមានតែចំនួន $1!$ របៀប

និងចំនួនរបៀបអង្គុយនៃការអង្គុយគូស្វាមីភរិយាទាំង 3 គូគឺ $3!$

នាំឱ្យចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយតាមលក្ខខណ្ឌគូស្វាមីភរិយានីមួយអង្គុយក្បែរគ្នា ដោយស្វាមីអង្គុយខាងស្តាំដៃប្រពន្ធមានចំនួន

$3!\times 1!=6$ របៀប

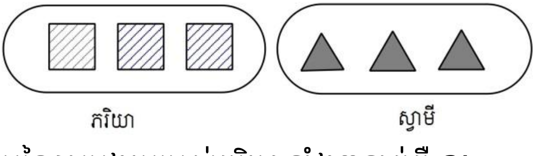
នាំឱ្យ $n(B)=6$ គេបាន $P(B)=\frac{6}{720}=\frac{1}{120}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{1}{120}}$ ។

គ. ភរិយាអង្គុយជាប់គ្នាទាំងបីនាក់

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ភរិយាអង្គុយជាប់គ្នាទាំង៣នាក់

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$



ចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយរបស់ភរិយាទាំង៣នាក់គឺ $3!$

ចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយរបស់ស្វាមីទាំង៣នាក់គឺ $3!$

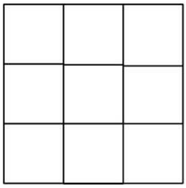
នាំឱ្យចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយឱ្យភរិយាទាំង៣នាក់អង្គុយក្បែរគ្នាគឺ

$3!\times 3!\times 2! = 64$ របៀប

នាំឱ្យ $n(C)=64$ គេបាន $P(C)=\dfrac{64}{720}=\dfrac{4}{45}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\dfrac{4}{45}}$ ។

៦. គេមានកាសចំនួន 9 ដែលមានចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ កាសទៅរៀបក្នុងការេមួយដូចរូបខាងក្រោម ។



ក. តើគេអាចរៀបកាសបានប៉ុន្មានរបៀប?

ខ. តើគេអាចរៀបកាសនៅជួរទី១ មានប៉ុន្មានរបៀប?

គ. គេចង់រៀបកាក់ដែលចុះលេខ 1 និងលេខ 2 ក្នុងជួរទី១មួយនៃការេនេះ ។ រកប្រូបាបនៃករណីនេះ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក. រកចំនួនករណីដែលគេអាចរៀបកាសបាន

ការរៀបកាសបំពេញក្រឡាងទាំង៩ នេះដូចជាការរៀបកាសមួយជួរដែរ

គេបាន $n(S)=9!=362\,880$

ដូចនេះ គេអាចរៀបកាសបានចំនួន $\boxed{9!=362\,880}$ របៀប។

ខ .តើគេអាចរៀបកាសនៅជួរដេកទី១ បានប៉ុន្មានរបៀប?

ការរៀបកាសនៅជួរទីមួយគឺជាចម្លាស់នៃ 3 ធាតុយកចេញពី 9 ធាតុ

គឺ $P(9,3)=\frac{9!}{6!}=504$ របៀប

ដូចនេះ ការរៀបកាសនៅជួរដេកទី១ មានចំនួន $\boxed{504}$ របៀប ។

គ. រកប្រូបាប

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍រៀបកាក់ដែលចុះលេខ 1 និងលេខ 2 ក្នុងជួរទី១មួយនៃការរ

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ការរៀបកាសមានបីដំណាក់កាលគឺ

- គេយកកាសដែលចុះលេខ1 និងលេខ2 ទៅរៀបនៅជួរទី១
- យកកាស1 ចំណោមកាស7 ផ្សេងទៀត (ក្រៅពីកាសចុះលេខ1 និងលេខ2) ទៅរៀបលើជួរទី១ មានចំនួន 7 របៀប
- យកកាស6 ដែលនៅសល់រៀបកន្លែងដែលនៅសល់មានចំនួន 5 របៀប

គេបាន ជួរទី១មាន 3! របៀប

គេបាន $n(A)=3!\times 6!\times 7$

នាំឱ្យ $n(A)=30\,240$

គេបាន $P(A)=\frac{3!\times 6!\times 7}{9!}=\frac{6\times 7}{9\times 8\times 7}=\frac{1}{12}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{1}{12}}$ ។

៧. គេមានបណ្ណលេខចំនួនប្រាំដែលមានចុះលេខ $1,2,5,7,8$ ។ គេយកបណ្ណទាំង៥ដាក់ក្នុងប្រអប់មួយ ហើយគេចាប់យកបណ្ណទាំងនោះបីតាមលំដាប់មកបង្កើតជាចំនួនមួយ តាមលំដាប់ដែលគេចាប់យកបណ្ណនោះ ដោយដោយចៃដន្យ ។

ក. តើគេអាចបង្កើតចំនួនបានប៉ុន្មានពីបណ្ណលេខទាំងនេះ?

ខ. គណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យចំនួនដែលគេបង្កើតបានជា៖

- ចំនួនគូ
- ចំនួនដែលតូចជាង ឬស្មើ 278
- ចំនួនដែលធំជាង 278
- ចំនួនគូដែលតូចជាង ឬស្មើ 278

ចម្លើយ

ក. រកចំនួនដែលអាចបង្កើតបានពីបណ្ណលេខ

គេយកបណ្ណលេខចំនួនបី ពីបណ្ណលេខទាំងអស់ប្រាំមកបង្កើតជាចំនួន នោះគេបាន

$$n(S)=P(5,3)=\frac{5!}{2!}=60$$

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=60}$ ។

ខ. គណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យចំនួនដែលគេបង្កើតបានជា

- ចំនួនគូ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបណ្ណលេខបង្កើតបានជាចំនួនគូ

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ដើម្បីបង្កើតបានជាចំនួនគូ លុះត្រាតែគេចាប់បានបណ្ណលេខជាខ្ទង់រាយនោះជាលេខ 2 ឬលេខ 8

គេបានលេខខ្ទង់រាយមានចំនួន $P(2,1)=\frac{2!}{1!}=2$

និងលេខខ្ទង់ដប់ និងខ្ទង់រយមានចំនួន $P(4,2)=\frac{4!}{2!}=12$

គេបាន $n(A)=2\times12=24$ នាំឱ្យ $P(A)=\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{2}{5}}$ ។

- ចំនួនដែលតូចជាង ឬស្មើ 278

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបណ្ណលេខបង្កើតបានជាចំនួនដែលតូចជាង ឬស្មើ 278

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដើម្បីបង្កើតបានជាចំនួនដែលតូចជាង ឬស្មើ 278 លុះត្រាតែគេចាប់បានបណ្ណលេខជាខ្ទង់រយនោះជាលេខ 1 ឬលេខ 2

ករណីខ្ទង់រយជាលេខ 1

ដោយលេខខ្ទង់រយជាលេខ 1 នោះលេខខ្ទង់ដប់ និងខ្ទង់រាយជា 4 លេខផ្សេងទៀត

គេបាន ករណីលេខខ្ទង់រយជាលេខ 1 មានចំនួន

$$1\times P(4,2)=\frac{4!}{2!}=12 \text{ ករណី}$$

ករណីខ្ទង់រយជាលេខ 2

បើលេខខ្ទង់រយជាលេខ 2 គេបានចំនួនដែលអាចបង្កើតបានមាន

$$278, 275, 271, 258, 257, 251, 218, 217, 215$$

គេបាន $n(A) = 12 + 9 = 21$ នាំឱ្យ $P(B) = \frac{21}{60} = \frac{7}{20}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B) = \frac{7}{20}}$ ។

- ចំនួនដែលធំជាង 278

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបណ្ណលេខបង្កើតបានជាចំនួនដែលធំជាង 278

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ C ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងព្រឹត្តិការណ៍ B គេបាន

$$P(C) = 1 - P(B) = 1 - \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(C) = \frac{13}{20}}$ ។

- ចំនួនគូដែលតូចជាង ឬស្មើ 278

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបណ្ណលេខបង្កើតបានជាចំនួនគូដែលតូចជាង ឬស្មើ 278 ជាប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង B

គេបាន $A \cap B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបណ្ណលេខបង្កើតបានជាចំនួនគូដែលតូចជាង ឬស្មើ 278

តាមរូបមន្ត $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$

ករណីខ្ទង់រយជាលេខ 1

គេបានខ្ទង់រាយជាលេខ 2 ឬលេខ 8 និងខ្ទង់ដប់ជាលេខមួយក្នុងចំណោមលេខដែលនៅសល់

គេបាន ករណីដែលដែលអាចកើតឡើងគឺ

$$1\times P(3,1)\times P(2,1)=\frac{3!}{2!}\times\frac{2!}{1!}=6 \text{ ករណី}$$

ករណីខ្ទង់រយជាលេខ 2

បើលេខខ្ទង់រយជាលេខ 2 គេបានចំនួនគូដែលអាចបង្កើតបានមាន

$$278, 258, 218,$$

គេបាន $n(A\cap B)=6+3=9$ នាំឱ្យ $P(A\cap B)=\frac{9}{60}=\frac{3}{20}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A\cap B)=\frac{3}{20}}$ ។

៨. ក្រុមហ៊ុនឆ្នោតមួយបានបង្កើតសន្លឹកឆ្នោតសម្រាប់លក់ឱ្យអតិថិជនចំនួន 100 សន្លឹក ដែលក្នុងនោះមានសន្លឹកឆ្នោតចំនួនពីរដែលត្រូវរង្វាន់ពីក្រុមហ៊ុន ។

ក. ពូសំបានទៅទិញសន្លឹកឆ្នោតពីក្រុមហ៊ុននោះ 10 សន្លឹកមកផ្សងសំណាង ។ គណនាប្រូបាបដែល៖

- ពូសំទិញមិនបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់សោះ ។
- ពូសំទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់ ។

ខ. តើពូសំគួរទិញសន្លឹកឆ្នោតយ៉ាងតិចប៉ុន្មានដើម្បីឱ្យឱកាសដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់ពីក្រុមហ៊ុនធំជាង 50%? គេឱ្យ $\sqrt{19801}=140.7$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក. គណនាប្រូបាបដែល

ពូសំទិញសន្លឹកឆ្នោត 10 សន្លឹកពីសន្លឹកឆ្នោតសរុប 100 សន្លឹក

គេបាន $n(S)=C(100,10)=\dfrac{100!}{90!10!}$

- ពូសំមិនទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់សោះ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលពូសំទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់សោះ

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

គេមាន សន្លឹកឆ្នោតដែលមិនត្រូវរង្វាន់មាន 98 សន្លឹក

គេបាន $n(A)=C(98,10)=\dfrac{98!}{88!10!}$

នាំឱ្យ $P(A)=\dfrac{\dfrac{98!}{88!10!}}{\dfrac{100!}{90!10!}}=\dfrac{98!}{88!10!}\times\dfrac{90!10!}{100!}=\dfrac{90\times89}{100\times99}=\dfrac{89}{110}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{89}{110}}$ ។

- ពូសំទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់ ។

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលពូសំទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់

ព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពីព្រឹត្តិការណ៍ A

គេបាន $P(B)=1-P(A)=1-\dfrac{89}{110}=\dfrac{21}{110}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\dfrac{21}{110}}$ ។

ខ. តើពូសំគួរទិញសន្លឹកឆ្នោតយ៉ាងតិចប៉ុន្មានដើម្បីឱ្យឱកាសដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់ពីក្រុមហ៊ុនធំជាង 50%

តាង P ជាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពូសំមានឱកាសឈ្នះរង្វាន់ធំជាង 50%

និង n ជាចំនួនសន្លឹកឆ្នោតដែលពូសំដែល $n\in\mathbb{N}, n\le 100$

ដើម្បីឱ្យពូសំឈ្នះរង្វាន់លុះត្រាតែក្នុងចំណោមសន្លឹកឆ្នោតដែលគាត់ទិញមានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់មួយសន្លឹក ឬពីរសន្លឹក

ករណីពូសំទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់មួយសន្លឹក

គេបាន $P_1=\dfrac{C(2,1)\times C(98,n-1)}{C(100,n)}$

$$=\frac{2\times\dfrac{98!}{(99-n)!(n-1)!}}{\dfrac{100!}{(100-n)!n!}}$$

$$=\frac{2\times 98!}{(99-n)!(n-1)!}\times\frac{(100-n)!n!}{100!}$$

$$=\frac{2\times(100-n)\times n}{100\times 99}$$

$$=\frac{200n-2n^2}{9900}$$

ករណីពូសំទិញបានសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់ពីរសន្លឹក

គេបាន $P_2=\dfrac{C(2,2)\times C(98,n-2)}{C(100,n)}$

$$=\dfrac{1\times\dfrac{98!}{(100-n)!(n-2)!}}{\dfrac{100!}{(100-n)!n!}}$$

$$=\dfrac{98!}{(100-n)!(n-2)!}\times\dfrac{(100-n)!n!}{100!}$$

$$=\dfrac{n(n-1)}{100\times 99}$$

$$=\dfrac{n^2-n}{9900}$$ c

គេបាន $P=P_1+P_2=\dfrac{200n-2n^2}{9900}+\dfrac{n^2-n}{9900}=\dfrac{-n^2+199n}{9900}$

ដោយ $P>50\%$ ឬ $P>\dfrac{1}{2}$

គេបាន $\dfrac{-n^2+199n}{9900}>\dfrac{1}{2}$

ឬ $-2n^2+398n-9900>0$

សិក្សាសញ្ញាត្រីធា $-2n^2+398n-9900$

ត្រីធា $-2n^2+398n-9900$ មាន $\Delta'=19801$

និង $n_1=\dfrac{-199-\sqrt{19801}}{-2}=169.85>100$ មិនយក

$n_2=\dfrac{-199+\sqrt{19801}}{-2}=29.15$

គេបានតារាងសញ្ញាត្រីធា $-2n^2+398n-9900$

n	0	n_2	100
$-2n^2+398n-9900$	$-$	0	$+$

តាមតារាងសញ្ញានៃត្រីធា $-2n^2+398n-9900$ គេបាន

$-2n^2+398n-9900>0$ កាលណា $n_2=29.15<n\le 100$

នោះគេបានពូសំត្រូវទិញសន្លឹកឆ្នោតចាប់ពី 30 សន្លឹកឡើងទៅ ។

ដូចនេះ ដើម្បីឱ្យពូសំមានឱកាសត្រូវរង្វាន់ពីក្រុមហ៊ុនធំជាង 50% ពូសំត្រូវទិញសន្លឹកឆ្នោតចាប់ពី 30 សន្លឹកឡើងទៅ ។

៩. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួនបីដង ដែលមុខរបស់គ្រាប់ឡុកឡាក់នោះគេចុះពីលេខ 1 ដល់លេខ 6 ។ គេតាង a,b និង c ជាលទ្ធផលនៃការបោះកាក់លើកទី១ លើកទី២ និងលើកទី៣រៀងគ្នា ។ យក $Q(x)=ax^2+bx+c$ ។ រកប្រូបាបដែល $Q(x)=0$ ៖

ក. មានឬសពីរផ្សេងគ្នា ។ ខ. មានឬសឌុប ។

គ. មិនមានឬសជាចំនួនពិត ។

<u>ចម្លើយ</u>

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួនបីដងគេបាន

$$n(S)=6^3=216 \text{ ករណី}$$

សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មាន $\Delta=b^2-4ac$

រកប្រូបាបដែល $Q(x)=0$ ៖

ក. មានឬសពីរផ្សេងគ្នា

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់ធ្វើឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា

សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫសពិតផ្សេងគ្នាលុះត្រាតែ

$$\Delta>0\Leftrightarrow b^2>4ac$$

គេបាន

$$A=\{(1,3,1);(1,3,2);(2,3,1);(1,4,1);(1,4,2);(1,4,3);$$
$$(1,5,1);(1,5,2);(1,5,3);(1,5,4);(1;5;5)(1;5;6);(1,6,1);(1,6,2);$$
$$(1,6,3);(1,6,4);(1;6;5);(1;6;6);(2;4;1);(2;5;1);(2;5;2);$$
$$(2,5,3);(2,6,1);(2,6,2);(2,6,3);(2,6,4);(3,4,1);(3,5,1);$$
$$(3;5;2);(3,6,1);(3,6,2);(4,5,1);(4,6,1);(4,6,2);(5,5,1);$$
$$(5,6,1);(6,5,1);(6;61)\}$$

គេបាន $n(A)=38$

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{38}{216}=\dfrac{19}{108}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{19}{108}}$ ។

ខ. មានឫសឌុប

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់ធ្វើឱ្យសមីការមានឫសឌុប

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫសពិតផ្សេងគ្នាលុះត្រាតែ

$$\Delta=0\Leftrightarrow b^2=4ac$$

គេបាន $B=\{(1,2,1);(1,4,4);(2,4,2);(3,6,3);(4;4;1)\}$

គេបាន $n(B)=5$

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{5}{216}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{5}{216}}$ ។

គ. មិនមានឫសជាចំនួនពិត

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះកាក់ធ្វើឱ្យសមីការមិនមានឫសជាចំនួនពិត

ដោយ C ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពីព្រឹត្តិការណ៍ A និង B

គេបាន $P(C)=1-(P(A)+P(B))=1-\frac{38}{216}-\frac{5}{216}=\frac{173}{216}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{173}{216}}$ ។

MATHEMATICS & SCIENCE Mathematics Science

១០. គេឲ្យសំណុំ $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ គេបង្កើតចំនួនដែលមានលេខបីខ្ទង់ដែលខ្ទង់នីមួយៗជាលេខខុសៗគ្នា ហើយដោយប្រើលេខយកចេញពីសំណុំ E ខាងលើ ។

ក. តើគេអាចបង្កើតចំនួនបានប៉ុន្មាន?

ខ. គេចង់បង្កើតលេខកូដចេញពីចំនួនខាងលើ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- លេខកូដជាចំនួនសេស ។

- លេខកូដនោះជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5 ។
- លេខកូដនោះជាចំនួនចែកដាច់នឹង 25 ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក. រកចំនួនដែលគេអាចបង្កើតបាន

ចំនួនដែលគេអាចបង្កើតជាចម្លាស់នៃ 3 ធាតុយកចេញពី 9 ធាតុ

គេបាន ចំនួនដែលអាចង្កើតបានគឺ

$$P(9,3)=\frac{9!}{6!}=9\times8\times7=504$$

ដូចនេះ គេអាចបង្កើតចំនួនបានចំនួន $\boxed{504}$ ចំនួន ។

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- លេខកូដជាចំនួនសេស

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយកកូដជាចំនួនសេស

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

លេខកូដជាលេខសេសសកាលណាលេខខ្ទង់រាយជាលេខ $1,3,5,7$ ឬលេខ 9

គេបាន

$$n(A)=P(8,2)\times P(5,1)=\frac{8!}{6!}\times\frac{5!}{4!}=56\times5=280$$

$$n(S)=504$$

គេបាន $P(A)=\dfrac{280}{504}=\dfrac{5}{9}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{5}{9}}$ ។

- លេខកូដនោះជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយកកូដជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

លេខកូដជាលេខសេសសកាលណាលេខខ្ទង់រាយជាលេខ 5

គេបាន

$$n(B)=P(8,2)\times P(1,1)=\frac{8!}{6!}\times\frac{1!}{0!}=56\times1=56$$

គេបាន $P(B)=\frac{56}{504}=\frac{1}{9}$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{1}{9}}$ ។

- លេខកូដនោះជាចំនួនចែកដាច់នឹង 25

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយកកូដជាចំនួនចែកដាច់នឹង 25

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

លេខកូដជាលេខសេសសកាលណាលេខខាងចុងជាលេខ 25 ឬ 75

គេបាន

$$n(C)=P(7,1)\times P(2,1)=7\times2=14$$

គេបាន $P(C)=\frac{14}{504}=\frac{1}{36}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{1}{9}}$ ។

✵✵✵✵✵✵✵✵

ថៃទំពាំងរឹងមាំ ទើបអាចប្រមូលផលឬស្សីបានល្អ

ឯកឧត្តមបណ្ឌិតសភាចារ្យ ហង់ជួន ណារ៉ុន