សកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ
មហាវិទ្យាល័យវិទ្យាសាស្ត្រ

រូបវិទ្យា

លំហាត់ និង ចំលើយ 11

រៀបរៀងដោយ ទាង ហ៊ង
ពេជ ស៊ុម
ជ័យ ថាវី

ស្របតាមកម្មវិធីក្រសួងអប់រំយុវជន និង កីឡា

00006637

អារម្ភកថា

រូបវិទ្យា ជាផ្នែកមួយនៃវិទ្យាសាស្ត្រពិត ដែលបានបំរើសេចក្តីត្រូវការរបស់មនុស្ស ។ ហេតុនេះហើយបានជាយើងខ្ញុំជាសាស្ត្រាចារ្យមហាវិទ្យាល័យវិទ្យាសាស្ត្រពិត បានរៀបរៀងសៀវភៅ "**កំណែរូបវិទ្យាថ្នាក់ទី 11**" នេះ ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ ដើម្បីបំរើសេចក្តីត្រូវការចំពោះអ្នកសិក្សា ជាពិសេស ប្អូនៗសិស្សានុសិស្សកំពុងសិក្សានៅមធ្យមសិក្សា ។ សៀវភៅនេះ មានមេរៀនសង្ខេប និង កំណែគ្រប់លំហាត់ទាំងអស់ ។

យើងខ្ញុំរង់ចាំទទួលជានិច្ចនូវការរិះគន់ និងកែលំអពីគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាននៃអ្នកសិក្សា ។

សូមមិត្តអ្នកសិក្សា និងសិស្សានុសិស្ស ទទួលបានជោគជ័យក្នុងការសិក្សា ។

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី 06 ខែ មករា ឆ្នាំ 2001

អ្នករៀបរៀង

ឆាង ឆាំង — សាស្ត្រាចារ្យមហាវិទ្យាល័យរូបវិទ្យា (*RUPP*)

ហង់ ស៊ីម — សាស្ត្រាចារ្យមហាវិទ្យាល័យរូបវិទ្យា (*RUPP*)

00006637

មាតិកា

មេរៀន	ទំព័រ
កំលាំង និង លំនឹងកំលាំង	1
បង្គុំកំលាំង និង បំបែកកំលាំង	28
ទីប្រជុំទំងន់នៃអង្គធាតុ	43
ស៊ីនេម៉ាទិច	50
ចលនាកោង	75
ចលនារង្វិល	89
ឌីណាមិច	97
កំលាំងទប់នៃខ្យល់	139
កម្មន្ត និង ថាមពល	147
បរិមាណចលនា _ ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច	162

កំលាំង និង លំនឹងកំលាំង

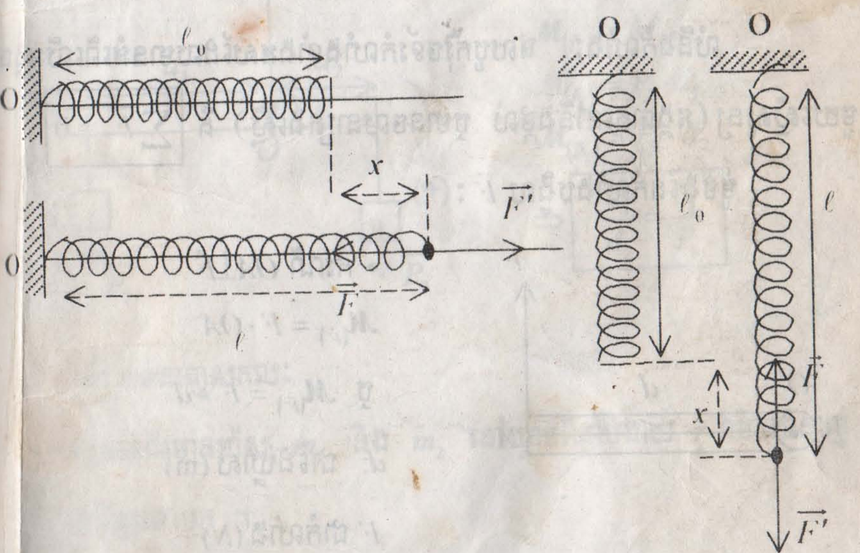
កំលាំង: ជាបុព្វហេតុដែលធ្វើអោយអង្គធាតុផ្លាស់ប្តូរចលនាឬកំហូចទ្រង់ទ្រាយ ។

លាំងជាទំហំវ៉ិចទ័រ ខ្នាតរបស់វាគិតជាញូតុន (Newton: N) ។

លក្ខណៈកំលាំង:

– ចំនុចចាប់ – ទិស – ទិសដៅ – អាំងតង់ស៊ីតេ

ច្បាប់ហ៊ុក (Hook) ចំពោះរ៉ឺស័រ:



កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ F សមាមាត្រនឹងសាច់លូត x :

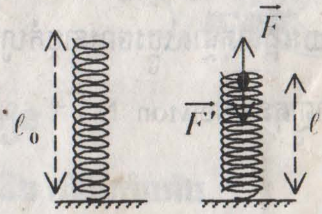
$F = K \cdot x$, F: កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ (N)

x: សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ (m)

K: ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ (N/m)

$x = \ell - \ell_0$

– បើរ៉ឺស័រងកំលាំងបណ្ណែនៈ



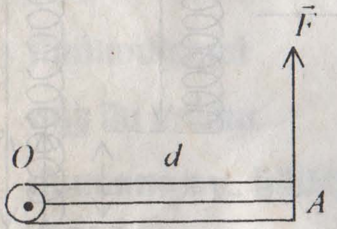
$x = \ell_0 - \ell$; $F = K \cdot x$

✳ ឧបករណ៍វង្វាស់អាំងតង់ស៊ីតេកំលាំង គឺឌីណាម៉ូម៉ែត្រ ។

II. **លំនឹងកំលាំង**

– លំនឹងកំលាំងៈ ផលបូកវ៉ិចទ័រកំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុមួយស្មើសូន្យ (អង្គធាតុនៅនឹងថ្កល់ ឬមានចលនាត្រង់ស្មើ) គឺ $\boxed{\sum \vec{F} = 0}$

– ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងបង្វិល $\vec{F}$:



• ករណី $OA \perp \vec{F}$

$\mathcal{M}_{(\vec{F})} = F \cdot OA$

ឬ $\mathcal{M}_{(\vec{F})} = F \times d$

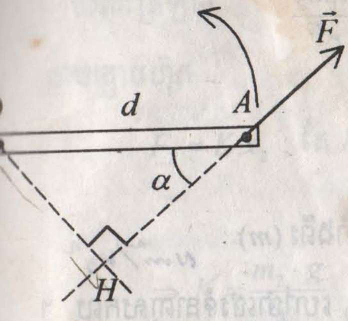
d: ជាដៃឃ្នាស់ (m)

F ជាកំលាំង (N)

$\mathcal{M}_{(\vec{F})}$ គិតជា (Nm)

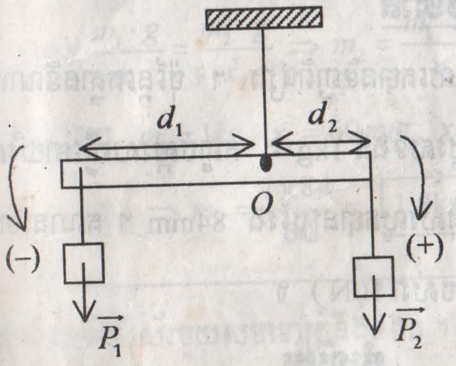
• ករណី $\vec{F}$ និង OA មិនកែងគ្នាៈ

$\mathcal{M}_{(\vec{F})} = F \cdot OH$; $OH = d.\sin\alpha$



$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{M}_{(\vec{F})} = F \cdot d \cdot \sin\alpha}$$

– គោលការណ៍ម៉ូម៉ង់៖



ពេលមានលំនឹងធៀបនឹង O ៖

$$\mathcal{M}_{(\vec{P}_1)} = M_{(\vec{P}_2)}$$

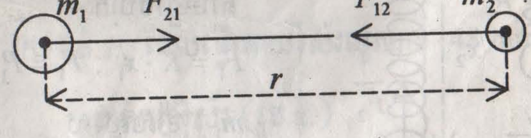
$$\mathcal{M}_{(\vec{P}_1)} = P_1 \cdot d_1$$

$$\mathcal{M}_{(\vec{P}_2)} = P_2 \cdot d_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d_1}{d_2} = \frac{P_2}{P_1}}$$

– ច្បាប់ទំនាញសកល៖

អង្គធាតុពីរមានម៉ាស m_1 និង m_2 នៅឃ្លាតពីគ្នាចំងាយ r វាមានទំនាញទៅវិញទៅមក ។



$\vec{F}_{21}$: ម៉ាស m_2 មានអំពើលើ m_1

$\vec{F}_{12}$: ម៉ាស m_1 មានអំពើលើ m_2

អាំងតង់ស៊ីតេ: $F = F_{21} = F_{12} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

F : កំលាំងទំនាញ (N)

m_1 , m_2 ជាម៉ាស (kg)

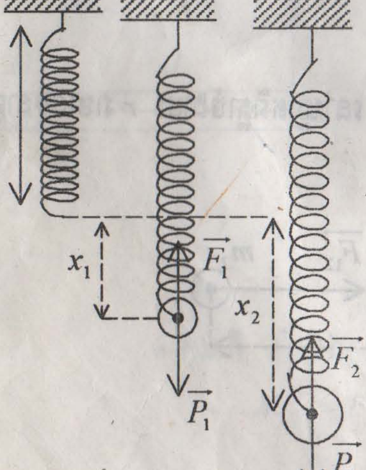
r : ចំងាយរវាងផ្ចិតនៃអង្គធាតុទាំងពីរ (m)

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} m^3 / kg \cdot s^2$ ហៅថាថេរទំនាញសកល ។ Nm²/kg²

លំហាត់

1. កុមារីពីរនាក់ចង់រកទំងន់ត្រឡាចដែលគេបានទិញពីផ្សារ ។ ប៉ុន្តែគេគ្មានឌីណាម៉ូម៉ែត្រ គេមានតែរ៉ឺស័រមួយ និងកញ្ចប់ស្ករសទំងន់ 1kg ។ កញ្ចប់ស្ករសធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតបាន 60 mm ឯត្រឡាចធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតបានប្រវែង 84mm ។ គណនាម៉ាសត្រឡាច (ស្ករសមានម៉ាស 1kg ទំងន់របស់វា 10N) ។

ចំលើយ



គណនាម៉ាសត្រឡាច m_2 :

តាមរូប:

– ចំពោះកញ្ចប់ស្ករស:

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$F_1 = K \cdot x_1$; $F_1 = P_1 = m_1 \cdot g$

m_1 : ម៉ាសស្ករស

$\Rightarrow K = \dfrac{m_1 \cdot g}{x_1}$ (1)

– ចំពោះត្រឡាច

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$$F_2 = K.x_2 \text{ ; តែ } F_2 = P_2 = m_2 \cdot g$$

m_2 : ម៉ាសត្រឡាច

$$\Rightarrow K = \frac{m_2 \cdot g}{x_2} \qquad (2)$$

យើងបាន: (1)=(2)

$$\Rightarrow \frac{m_1 \cdot g}{x_1} = \frac{m_2 \cdot g}{x_2} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot x_2}{x_1}$$

ដោយ $m_1 = 1kg$; $x_1 = 60mm$; $x_2 = 84mm$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{1 \times 84}{60} = \boxed{1,4kg}$$

. សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រមួយសមាមាត្រនឹងទំងន់ ។ គេដឹងថាទំងន់ $100N$ ធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតបាន $20mm$ ។

ក- រកទំងន់ដែលធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតបាន 48 mm ។

ខ- រកសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រកាលណាគេព្យួរទំងន់ 75 N ។

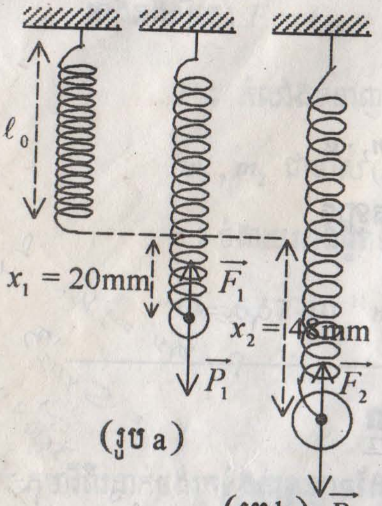
ចំលើយ

ក- រកទំងន់ P_2 ដែលធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតបាន 48 mm

– ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ (រូប a.)

$$F_1 = Kx_1 ; \text{ តែ } F_1 = P_1 = 100N$$

$$x_1 = 20\ mm = 0,02m$$



(រូប a) (រូប b)

$$\Rightarrow K = \frac{P_1}{x_1} = \frac{100}{0,02} = 5000N/m$$

ដូច្នេះ (រូប b) យើងបាន:

$F_2 = K \cdot x_2$; តែ $F_2 = P_2$

$$x_2 = 48mm = 0,048m$$

$$\Rightarrow P_2 = 5000 \times 0,048 = \boxed{240\ N}$$

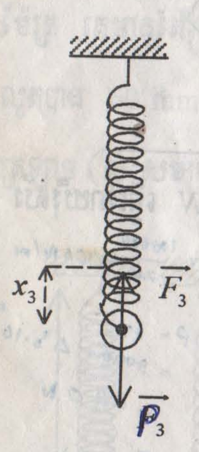
ខ-រកសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រក្រោមទំងន់ 75 N

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$F_3 = K \cdot x_3$; តែ $F_3 = P_3 = 75N$

$$\Rightarrow x_3 = \frac{P_3}{K} = \frac{75}{5000} = 0,015m$$

ឬ $\boxed{x_3 = 15mm}$



ចំណាំ: ថេរកំរាញរ៉ឺស័រមួយមិនប្រែប្រួលទេ ទោះបីកំលាំងដែលមានអំពើប្រែប្រួលក៏ដោយ(ស្ថិតនៅក្នុងព្រំដែននៃភាពយឺត) ។

3. គេអោយតារាងកំរិតខ្លាតនៃរ៉ឺសរមួយ:

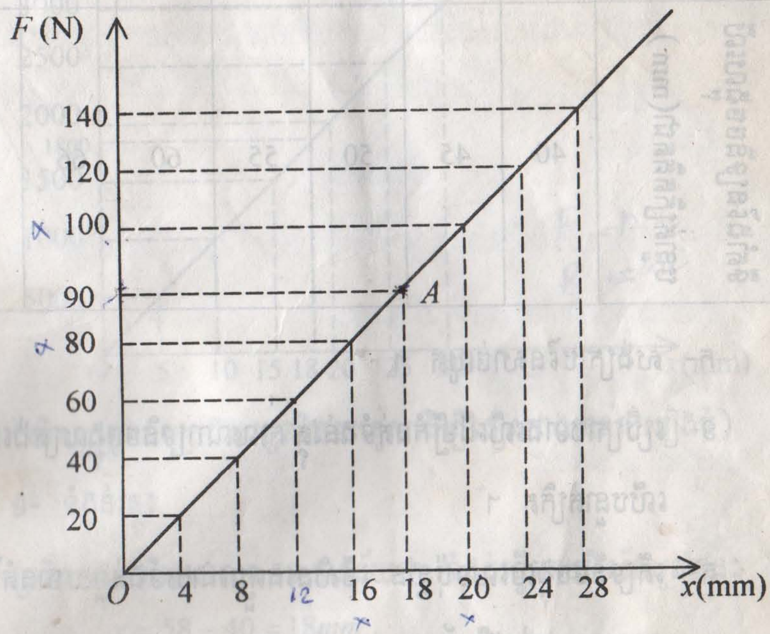
កំលាំងគិតជា (*N*)	20	40	80	100	120	140
សាច់លូតគិតជា (*mm*)	4	8	16	20	24	28

ក- ចូរគូសក្រាបតាងជាអនុគមន៍នៃសាច់លូត ។

ខ- តាមក្រាបចូររកទំងន់នៃវត្ថុដែលធ្វើអោយរ៉ឺសរលូតបាន 18mm ។

ចំលើយ

ក- តាមតារាងយើងបានក្រាភិចដូចខាងក្រោម៖



ក្រាបជាបន្ទាត់ត្រង់កាត់តាមគល់ O ។

ខ- កំនត់ទំងន់វត្ថុដែលធ្វើអោយរ៉ឺសរលូតបាន 18 mm

តាមក្រាបយើងឃើញថា ចំណុច A នៃក្រាបគឺ៖ $A(18\,\text{mm}\,,\,90\,\text{N})$

ដូច្នេះទំងន់នេះគឺ៖ $\boxed{P = 90N}$

ម្យ៉ាងទៀតយើងអាចផ្ទៀងផ្ទាត់តាមច្បាប់ហ៊ុក៖

$P = k \cdot x$

ដោយ $k = \dfrac{\Delta F}{\Delta x} = \dfrac{100-80}{20-16} = 5\,\text{N/mm}$; $x = 18\,\text{mm}$

$\Rightarrow P = 5 \times 18 = \boxed{90\,\text{N}}$

4. សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រមួយត្រូវបានគេកំណត់ក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

ទំងន់គិតជា(N)	0	500	1000	1500	2000	2500	3000
ទីតាំងនៃទ្រនិចចង្អុលលើបន្ទាត់ក្រិតគិតជា(mm)	40	45	50	55	60	66	72

ក- សង់ក្រាបនៃសាច់លូត ។

ខ- ប្រើក្រាបខាងលើដើម្បីកំនត់ទំងន់វត្ថុ កាលណាទ្រនិចចង្អុលត្រង់លេខ58 លើបន្ទាត់ក្រិត ។

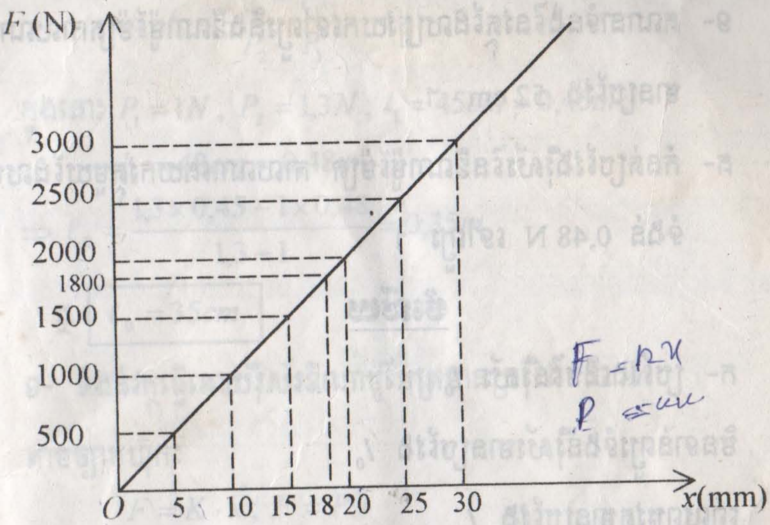
គ- តើទ្រនិចចង្អុលលេខប៉ុន្មាន បើសិនគេព្យួរដោយទំងន់មួយមានតំលៃ 2120N នៅចុងរ៉ឺស័រ ?

ចំលើយ

ក- <u>ក្រាបនៃសាច់លូត</u>

តាមតារាងយើងបានសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ៖

$$F = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$F = 500\,\text{N} \Rightarrow x = 45 - 40 = 5mm$$
$$F = 1000\,\text{N} \Rightarrow x = 50 - 40 = 10mm$$
$$F = 1500\,\text{N} \Rightarrow x = 55 - 40 = 15mm$$
$$F = 2000\,\text{N} \Rightarrow x = 60 - 40 = 20mm$$
$$F = 2500\,\text{N} \Rightarrow x = 66 - 40 = 26mm$$
$$F = 3000\,\text{N} \Rightarrow x = 72 - 40 = 32mm$$



(សិស្សត្រូវយកក្រដាសក្រាភិចមកគូសដើម្បីជៀសវាងមានលំអៀងធំ)

ខ- ទំងន់វត្ថុៈ

ទ្រនិចចង្អុលចំពោះលេខ 58 មានន័យថា ទំងន់ធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតបានៈ

$$x = 58 - 40 = 18mm$$

នៅលើក្រាបយើងបានទំងន់ត្រូវនឹងសាច់លូតនេះ $\boxed{P = 1800N}$ ។

គ- តាមក្រាបទំងន់ 2120N ត្រូវនឹងសាច់លូត 21,20mm

ដូចច្នេះវាចង្អុលលេខ $40 + 21,20 = 61,20$ ។

---

5. ការសិក្សាឌីណាម៉ូម៉ែត្របញ្ជាក់ថា សាច់លូតរបស់រ៉ឺស័រសមាមាត្រទៅនឹងទំងន់ដែលមានអំពើលើវា ។ រ៉ឺស័រមានប្រវែង $\ell_1 = 45$ cm កាលណាទំងន់វាមាន $P_1 = 1$ N ហើយមានប្រវែង $\ell_2 = 48$ cm កាលណាទំងន់ $P_2 = 1,3$ N ។

ក- គណនាប្រវែងរ៉ឺស័រធម្មតា (កាលណាគេមិនព្យួរវត្ថុ) ។

ខ- គណនាទំនងនៃវត្ថុដែលត្រូវយកទៅព្យួរនឹងឌីណាម៉ូម៉ែត្រកាលណារ៉ឺស័រ

មានប្រវែង 52 cm ។

គ- កំនត់ប្រវែងរ៉ឺស័រនៃឌីណាម៉ូម៉ែត្រ កាលណាគេយកវត្ថុមួយដែលមាន

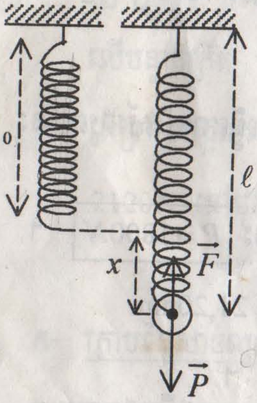
ទំងន់ 0,48 N ទៅព្យួរ ។

ចំលើយ

ក- ប្រវែងដើមនៃរ៉ឺស័រ l_0

មិនទាន់ព្យួរទំងន់រ៉ឺស័រមានប្រវែង l_0

ពេលព្យួរវត្ថុមានប្រវែង l



$\Rightarrow$ សាច់លូត $x = l - l_0$

$\Rightarrow l_0 = l - x$

ចំពោះទំងន់ $P_1 = 1\,\text{N}$ វាលូតបាន:

$$x_1 = \frac{P_1}{K};\ x_1 = l_1 - l_0$$

$$\Rightarrow K = \frac{P_1}{\ell_1 - \ell_0} \qquad (1)$$

– ចំពោះទំងន់ $P_2 = 1{,}3\,\text{N}$ វាលូតបាន:

$$x_2 = \frac{P_2}{k};\ x_2 = \ell_2 - \ell_0$$

$$\Rightarrow K = \frac{P_2}{\ell_2 - \ell_0} \qquad (2)$$

យើងបាន $(1) = (2)$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{l_1 - l_0} = \frac{P_2}{l_2 - l_0} \Leftrightarrow P_1(l_2 - l_0) = P_2(l_1 - l_0)$$

$$\Rightarrow l_0 = \frac{P_2 l_1 - P_1 l_2}{P_2 - P_1}$$

ក្នុងនោះ $P_1 = 1N$; $P_2 = 1,3N$; $l_1 = 45cm = 0,45m$;

$$l_2 = 48cm = 0,48m$$

$$\Rightarrow \ell_0 = \frac{1,3 \times 0,45 - 1 \times 0,48}{1,3 - 1} = 0,35m$$

ឬ $\boxed{\ell_0 = 35cm}$

ខ- ទំងន់វត្ថុធ្វើអោយរឺស័រឌីណាម៉ូម៉ែត្រមានប្រវែង 52cm

តាមច្បាប់ហ៊ុក:

$$F = K \cdot x \text{ ; } F = P$$

$$x = \ell - \ell_0 = 52 - 35 = 17cm = 0,17m$$

ម្យ៉ាងទៀតថេរទំនាញរឺស័រ:

$$(1) \Rightarrow K = \frac{P_1}{\ell_1 - \ell_0} = \frac{1}{0,45 - 0,35} = 10 \text{ N/m}$$

$$\Rightarrow P = 10 \times 0,17 = \boxed{1,7N}$$

គ- កំនត់ប្រវែងរឺស័រនៃឌីណាម៉ូម៉ែត្រកាលណាគេយកវត្ថុមួយទំងន់ 0,48N ទៅព្យួរ:

សាច់លូតនៃរឺស័រដែលត្រូវនឹងទំងន់នេះ

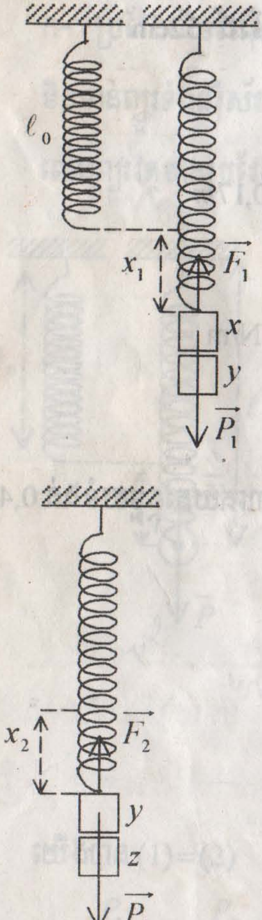
$$x = \frac{0,48}{10} = 0,048m$$

ដូចនេះប្រវែងរឺស័រ: $\ell = \ell_0 + x$

$$\Rightarrow \ell = 0,35 + 0,048 = 0,398m$$

ឬ $\boxed{\ell = 39,8cm}$

6. សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រមួយកើនឡើង 1cm កាលណាទំងន់កើន 100N ។ គេព្យួរកូនទំងន់បី $x; y; z$ ។ គេដាក់ផ្គួបពីរម្តង (x និង y) (y និង z) (x និង z) គេឃើញសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រមានតំលៃរៀងគ្នា 12cm; 16cm និង 20cm ។ គណនា $x; y; z$ ។ ចូរបង្ហាញថា គេអាចគណនាសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រនៅពេលព្យួរកូនទំងន់ទាំងបីដោយមិនបាច់គណនាសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រនៅពេលដែលគេព្យួរកូនទំងន់នីមួយៗ ។



ចំលើយ

+ គណនាទំងន់នៃកូនទំងន់ $x; y; z$

– ពេលផ្គួប x និង y

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$F_1 = K \cdot X_1$; $F_1 = P_1 = x + y$

$\Rightarrow x + y = K \cdot X_1$; $X_1 = 12\,\text{cm} = 12 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$

ដោយ $K = \dfrac{100N}{10^{-2}m} = 10000N/m$

$\Rightarrow x + y = 1200 \quad (1)$

– ពេលផ្គួប y និង z

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$P_2 = KX_2$; $P_2 = y + z$

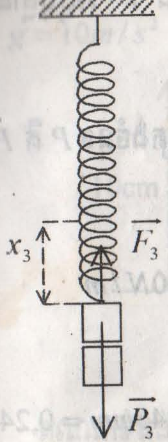
$X_2 = 16cm = 0{,}16m$

$\Rightarrow y + z = 1600 \quad (2)$

– ពេលផ្គួប x និង z

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$F_3 = KX_3$; $F_3 = P_3 = x + z$



$X_3 = 20cm = 0,2m$

$\Rightarrow x + z = 2000 \qquad (3)$

យក $(3) - (1)$:

$z - y = 800 \qquad (4)$

យក $(2) + (4)$:

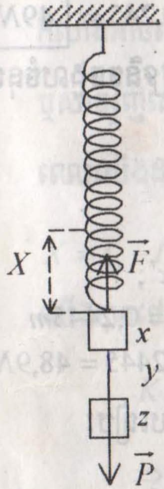
$\Rightarrow 2z = 2400 \Rightarrow z = 1200$

$(4) \Rightarrow y = 400$

$(1) \Rightarrow x = 800$

ដូចនេះទំងន់របស់កូនទំងន់ទាំងបី:

$x = 800N \; ; \; y = 400N \; ; \; z = 1200N$



+ សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រពេលផ្អឹកូនទំងន់ទាំងបី

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$F = K \cdot X \; ; \; F = P = x + y + z$

$\Rightarrow x + y + z = KX$

$$\Rightarrow X = \frac{x + y + z}{K}$$

$$X = \frac{800 + 400 + 1200}{10000} = 0,24m$$

ឬ $\boxed{X = 24cm}$

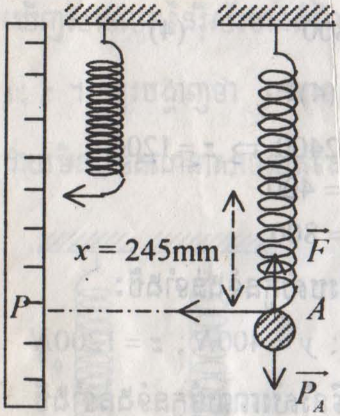
---

7. រ៉ឺស័រមួយលូតបាន 5mm កាលណាគេព្យួរកូនទំងន់ 1N ។ គេព្យួរកូនទំងន់ A ទៅនឹងរ៉ឺស័រនេះ គេសង្កេតឃើញសាច់លូតមានប្រវែង 245mm ហើយទ្រនិចចង្អុល P ។ កាលណាទ្រនិចចង្អុល P' គេសង្កេតឃើញរ៉ឺស័រលូតបានប្រវែង 244,5mm ។

ក- តើទំងន់អង្គធាតុត្រង់ចំនុច P ស្មើប៉ុន្មាន?

ខ- តើផលធៀបរវាងទំងន់ A នៅត្រង់ចំនុច P' និង P ស្មើប៉ុន្មាន?

ចំលើយ



ក- ទំងន់អង្គធាតុនៅត្រង់ចំនុច P គឺ P_A :

– ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ

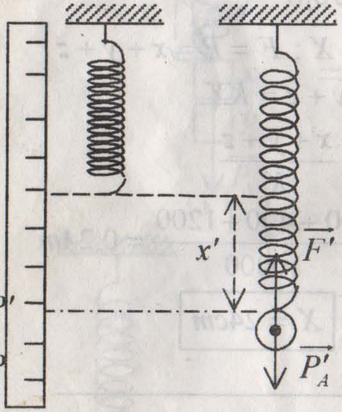
$$K = \frac{1N}{5mm} = 200N/m$$

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$$F = P_A = K.x \,;\, x = 245mm = 0,245m$$

$$\Rightarrow P_A = 200 \times 0,245 = \boxed{49N}$$

ខ- ផលធៀបទំងន់ដែលទ្រនិចចង្អុលចំនុច P និង P'



តាមច្បាប់ហ៊ុក

$$F' = P'_A = K \cdot x' \,;$$

$$x' = 244,5mm = 0,2445m$$

$$\Rightarrow P'_A = 200 \times 0,2445 = 48,9N$$

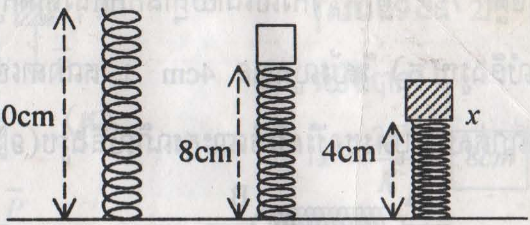
ដូចនេះយើងបានផលធៀប:

$$\frac{P'_A}{P_A} = \frac{48,9}{49} = 0,99$$

---

8. រូបខាងក្រោមតំណាងអោយរ៉ឺស័រមួយមានប្រវែង 10cm ។ កាលណាគេផ្ទុកម៉ាស 6kg លើរ៉ឺស័រ ពេលនោះរ៉ឺស័រមានប្រវែង 8cm ។ បើគេផ្ទុកវត្ថុមានម៉ាស់ x នៅលើរ៉ឺស័រដដែលនោះ រ៉ឺស័រមានប្រវែង 4cm ។ គណនាទំងន់នៃវត្ថុ x នោះ ។

យក $g = 10m/s^2$



ចំលើយ

<u>គណនាទំងន់វត្ថុ x</u>

កំលាំងអាចធ្វើអោយរ៉ឺស័រលូតឬរួញ កំលាំងនេះសមាមាត្រទៅនឹងសាចលូតឬសាច់រួញនេះ ។

ពេលយើងដាក់ម៉ាស 6kg លើរ៉ឺស័រវារួញបាន:

$X = l_0 - l = 10 - 8 = 2cm = 2.10^{-2} m$

យើងបានថេរកំរាញរ៉ឺស័រ:

$$K = \frac{P}{X};\ P = mg = 6 \times 10 = 60N$$

$$\Rightarrow K = \frac{60}{2.10^{-2}} = 300N/m$$ 3000N/m

– ទំងន់នៃវត្ថុមានម៉ាស x

$$P = xg$$

$$P = K \cdot X';\ X' = 10 - 4 = 6cm = 6 \cdot 10^{-2} m$$

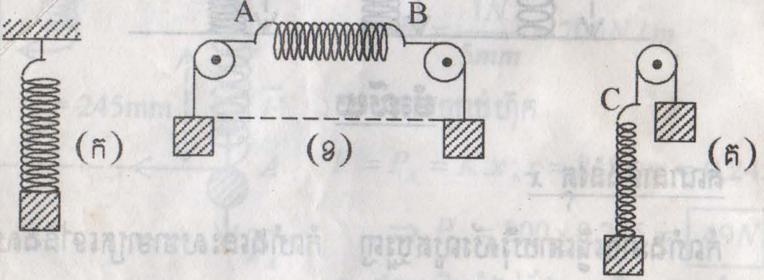
$$\Rightarrow P = 3000 \times 6 \cdot 10^{-2} = 180N$$

$$\boxed{P = 180N}$$

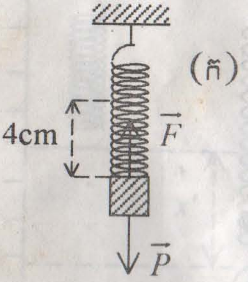
9. រ៉ឺស័រដូចគ្នា(ម៉ាសមិនគិត)ដើម្បីប្រើបង្កើតអោយមានលំនឹងដូចរូប ។ បន្ទុកដែលព្យួរមានកូនទំងន់ដូចគ្នា $P = 50N$ រ៉កវិលដោយគ្មានកកិតជុំវិញអ័ក្សរបស់វា ។

ក- ក្នុងលំនឹងរូប(ក) រ៉ឺស័រលូតបាន 4cm ។ គណនាថេរកំភាញរ៉ឺស័រ

ខ- ចូរកំណត់សាច់លូតរបស់រ៉ឺស័រចំពោះករណីលំនឹងរូប(ខ) និង(គ) ។



ចំលើយ



ក/- ថេរកំភាញរ៉ឺស័រ

តាមច្បាប់ហ៊ុក

$$K = \frac{P}{x} = \frac{50}{4.10^{-2}} = 1250N/m$$

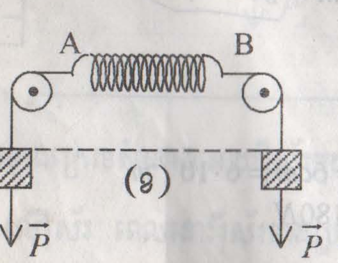
ខ/- សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ

+ ចំពោះរូប (ខ)

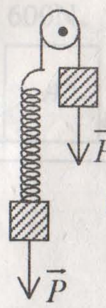
រ៉ឺស័ររងទំងន់ $2P$

យើងបានសាច់លូត

$$x = \frac{2P}{K} = \frac{2 \times 50}{1250} = 0,80m$$



$x = 8cm$



(គ)

\+ ចំពោះរូប (គ)

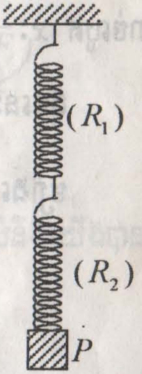
រ៉ឺស័រទងទំងន់ $2P$

យើងបាន:

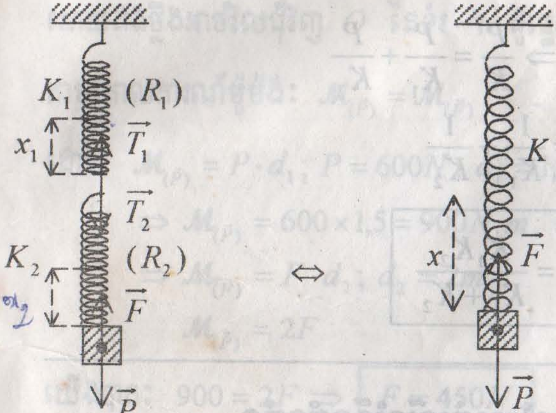
$$x = \frac{2P}{K} = \boxed{8cm}$$

---

10. រ៉ឺស័រពីរ R_1 និង R_2 មានថេរកំរាញរៀងគ្នា K_1 និង K_2 ត្រូវបានគេបង្កុំជាសេរី រួចព្យួរកូនទំងន់ P មួយដូចរូប ។ គណនាថេរកំរាញសមមូលនៃរ៉ឺស័រទាំងពីរ ។ (រ៉ឺស័រទាំងពីរម៉ាសមិនគិត)



ចំលើយ



– ចំពោះរ៉ឺស័រទី 1 (R_1)

សាច់លូត: $x_1 = \frac{T_1}{K_1}$

បណ្ណាល័យ ហ៊ុន សែន
HUN SEN LIBRARY
R.U.P.P.
សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ

ដោយៈ $T_1 = T_2 = F = P$ (កំលាំងមានលំនឹង)

$$\Rightarrow x_1 = \frac{P}{K_1}$$

– ចំពោះរ៉ឺស័រទី 2 (R_2)

សាច់លូតៈ

$$x_2 = \frac{P}{K_2}$$

ដោយរ៉ឺស័រទាំងពីរយើងចាត់ទុកជាប្រព័ន្ធតែមួយដែលមានថេរកំរាញ K និង

សាច់លូត xៈ

ដូចនេះៈ $x = x_1 + x_2 = \frac{P}{K_1} + \frac{P}{K_2}$

ម្យ៉ាងទៀតៈ

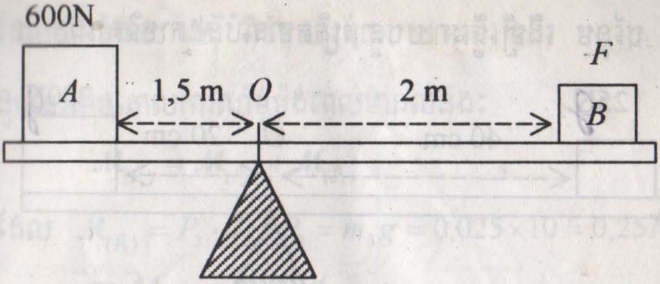
$$x = \frac{P}{K} \Rightarrow \frac{P}{K} = \frac{P}{K_1} + \frac{P}{K_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

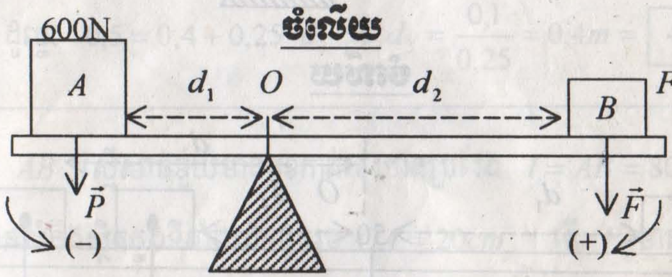
ឬ $$\boxed{K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$$

លំហាត់លើលំនឹងកំលាំង

11. បន្ទុកមួយមានទំងន់ 600N នៅលើដងថ្លឹងដូចរូប ដែលស្ថិតនៅចំងាយ 1,5m ពីចំនុចទំរ ។ តើកំលាំងគេត្រូវប្រើប៉ុន្មានលើចុងម្ខាងទៀតនៃដងថ្លឹងដើម្បីអោយមាន លំនឹង?



ចំលើយ



កំនត់កំលាំង F ដើម្បីអោយប្រព័ន្ធមានលំនឹង:

អោយដងថ្លឹងអាចវិលជុំវិញ O នៃទំរ ។ ដូច្នេះពេលមានលំនឹងយើងបាន:

តាមគោលការណ៏ម៉ូម៉ង់: $\mathcal{M}_{(\vec{P})} = \mathcal{M}_{(\vec{F})}$

ដោយ $\mathcal{M}_{(\vec{P})} = P \cdot d_1 ; P = 600N ; d_1 = 1,5m$

$\Rightarrow \mathcal{M}_{(\vec{P})} = 600 \times 1,5 = 900N.m ; d_2 = 2m$

$\Rightarrow \mathcal{M}_{(\vec{F})} = F \cdot d_2 ; d_2 = 2m$

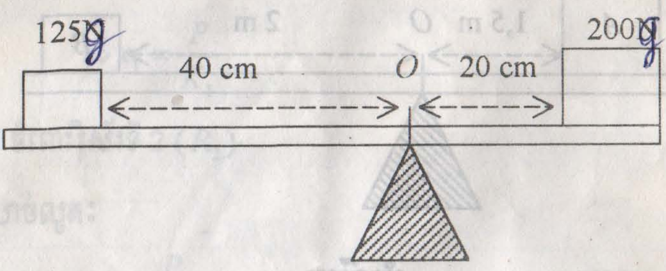
$\mathcal{M}_{(\vec{P})} = 2F$

យើងបាន: $900 = 2F \Rightarrow \boxed{F = 450N}$

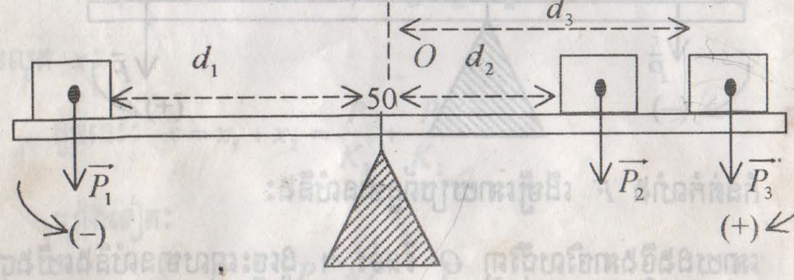
---

2. រូបខាងក្រោមនេះបង្ហាញថា បន្ទាត់ក្រិតមួយតំកល់លើទំរនៅត្រង់ចំនុចកណ្ដាលនៃ
ផ្លូវក្រិត ។ គេផ្ទុកម៉ាសពីរនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ ។ គណនាចំងាយដែលត្រូវដាក់

ម៉ាស 25g បន្ថែម ដើម្បីធ្វើអោយបន្ទាត់ក្រិតមានលំនឹងតាមទិសដេក ។



ចំលើយ



<u>គណនាចំងាយ d_3</u>

យើងពិនិត្យមើលម៉ូម៉ង់នៃទំងន់ទាំងពីរ $\vec{P}_1$ និង $\vec{P}_2$:

$\mathcal{M}_{(\vec{P_1})} = P_1 d_1$; $P_1 = m_1 g = 0{,}125 \times 10 = 1{,}25N$

$d_1 = 40cm = 0{,}4m$

$\Rightarrow \mathcal{M}_{(\vec{P_1})} = 1{,}25 \times 0{,}4 = 0{,}5N.m$

$\mathcal{M}_{(\vec{P_2})} = P_2 d_2$; $P_2 = m_2 g = 0{,}02 \times 10 = 0{,}2N$

$d_2 = 20cm = 0{,}2m$

$\Rightarrow \mathcal{M}_{(\vec{P_2})} = 2 \times 0{,}2 = 0{,}4N.m$

យើងឃើញថា តំលៃ $\mathcal{M}_{(\vec{P_1})}$ និង $\mathcal{M}_{(\vec{P_2})}$ មិនស្មើគ្នាទេ ដូច្នេះវាគ្មានលំនឹង

ហើយដើម្បីអោយវាមានលំនឹង យើងត្រូវបន្ថែមម៉ាស 25g នៅខាងម៉ាស 200g

ដែលមានចំងាយ d_3 ពីចំនុចទំរ ។

ដូចនេះតាមគោលការណ៍ម៉ូម៉ង់ពេលមានលំនឹង:

$$\mathcal{M}_{(\vec{P}_1)} = \mathcal{M}_{(\vec{P}_2)} + \mathcal{M}_{(\vec{P}_3)}$$

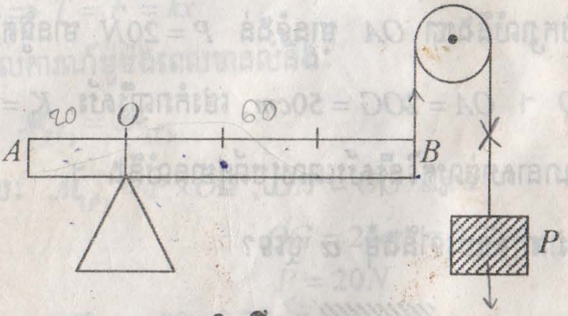
ដែល $\boxed{\mathcal{M}_{(\vec{P}_3)}} = P_3 \cdot d_3;\ P_3 = m_3 g = 0{,}025 \times 10 = 0{,}25N$

$$\Rightarrow M_{(\vec{P}_3)} = 0{,}25 \cdot d_3$$

ដូច្នេះ $0{,}5 = 0{,}4 + 0{,}25 \cdot d_3 \Rightarrow d_3 = \dfrac{0{,}1}{0{,}25} = 0{,}4m = \boxed{40cm}$

---

13. របា AB ស្មើសាច់មួយមានមុខកាត់ថេរមានប្រវែង $l = AB = 80cm$ ទំងន់ 40N មានលំនឹងស្ថិតក្នុងទីតាំងដេកដូចរូប $OA = 20cm$ ។ តើ P មានទំងន់ប៉ុន្មានដើម្បីអោយប្រព័ន្ធមានលំនឹង ?



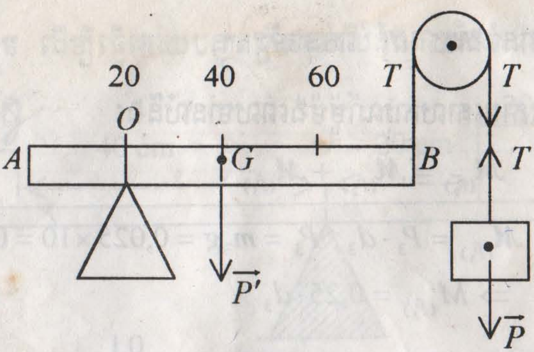
ចំលើយ

<u>កំនត់ទំងន់ P</u>

ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង $T = P$

តាមគោលការណ៍ម៉ូម៉ង់វិលជុំវិញ O នៃទំរ:

$$\mathcal{M}_{(\vec{P'})} = \mathcal{M}_{(\vec{P})} \text{ ដែល } \mathcal{M}_{(\vec{P'})} = P' \cdot OG$$



$OG = 20cm = 0{,}2m$; $P' = 40N$

$\Rightarrow \mathcal{M}_{(\vec{P'})} = 40 \times 0{,}2 = 8N.m$

$\mathcal{M}_{(\vec{P})} = P \cdot OB$; $OB = 60cm = 0{,}6m$

$\mathcal{M}_{(\vec{P})} = P \times 0{,}6$

$\Rightarrow 8 = P \times 0{,}6 \Rightarrow \boxed{P = 13{,}33N}$

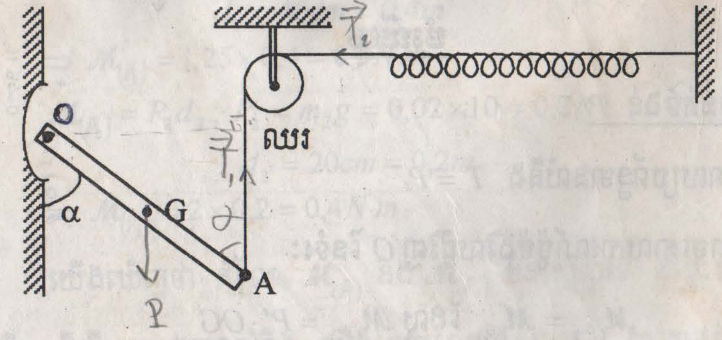
---

14. យើងសិក្សាលំនឹងរបា OA មានទំងន់ $P = 20N$ មានផ្ចិតនិចលភាព G អា

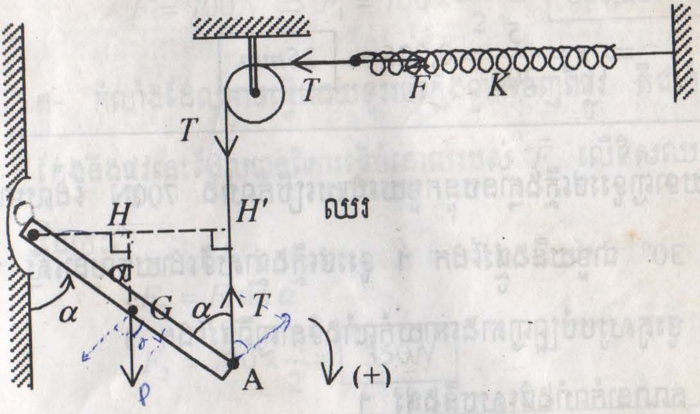
វិលជុំវិញ O ។ $OA = 2OG = 50cm$, ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ $K = 400N/m$ ។

គណនាសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង ។

តើវាអាស្រ័យទៅនឹងមុំ α ឬទេ?



ចំលើយ



គណនាសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ

ពេលមានលំនឹង $T = P \quad T = F$

T: តំនឹងខ្សែ $\qquad F$: កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ

$\Rightarrow T = F = kx$

តាមគោលការណ៍ម៉ូម៉ង់ពេលមានលំនឹង:

$$\mathcal{M}_{(\vec{P})} = \mathcal{M}_{(\vec{T})}$$

តែដោយ: $\mathcal{M}_{(\vec{P})} = P \times OH \; ; \; OH = OG \cdot \sin\alpha$

$$OG = 25cm = 0{,}25m$$

$$P = 20N$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}_{(\vec{P})} = 20 \times 0{,}25 \sin\alpha$$

$$= 5 \cdot \sin\alpha \quad (N.m)$$

ហើយ $\mathcal{M}_{(\vec{T})} = T \times OH' ; T = F = k \cdot x$

$$OH' = OA.\sin\alpha \; ; \; OA = 50cm = 0{,}5m$$

$$\mathcal{M}_{(\vec{T})} = k \times x \times 0{,}5 \sin\alpha \; ; \; k = 400N/m$$

ឬ $\mathcal{M}_{(\vec{T})} = 400 \times 0{,}5 \times x \times \sin a = 200 \times x \times \sin\alpha$

ដូចនេះយើងបាន៖ $5\sin\alpha = 200x\sin\alpha$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{200} = 0,025 = \boxed{25mm}$$

15. សេះមួយទាញទូររថភ្លើងគ្មានបន្ទុកមួយដោយប្រើកំលាំង 700N ដែលមានទិស បង្កើតបានមុំ 30° ជាមួយនឹងផ្លូវដែក ។ ទូររថភ្លើងផ្លាស់ទីដោយចលនាស្មើ ។

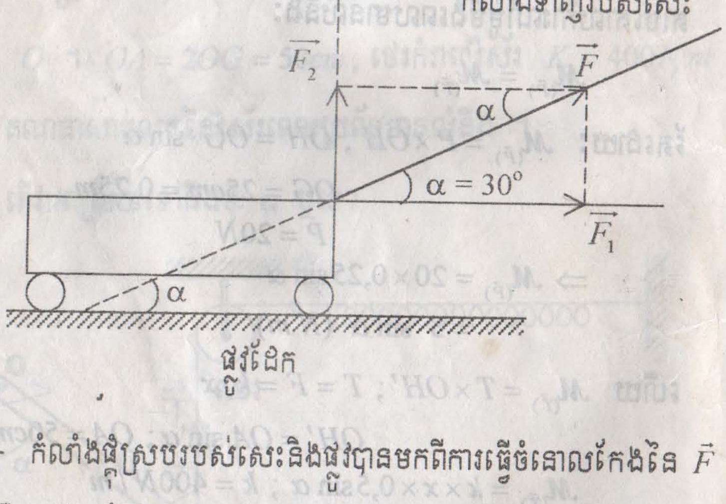
ក- ចូរគូសរូបបំព្រួញតាងអោយកំលាំងទំនាញពីផ្លូវដែក ។

ខ- គណនាកំលាំងផ្ទុំស្របនឹងផ្លូវ ។

គ- គណនាកំលាំងដែលអាចធ្វើអោយទូរខ្លាតចេញពីផ្លូវ ។

ចំលើយ

ក- រូបបង្ហាញដូចខាងក្រោម



ខ- កំលាំងផ្ទុំស្របរបស់សេះនិងផ្លូវបានមកពីការធ្វើចំនោលកែងនៃ $\vec{F}$ លើផ្លូវដែកនេះគឺ៖ $\vec{F_1}$ ដែល $F_1 = F\cdot\cos\alpha$

$$F = 700N \Rightarrow F_1 = 700 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{606{,}22N}$$

គ- កំលាំងដែលអាចធ្វើអោយទូររថភ្លើងខ្ទាតចេញពីផ្លូវ គឺជាកំលាំងដែលថ្មុកែងនឹងផ្លូវនេះដែលបានពីការធ្វើចំនោលរបស់ $\vec{F}$ លើទិសឈរនោះគឺ $\vec{F}_2$ ដែល:

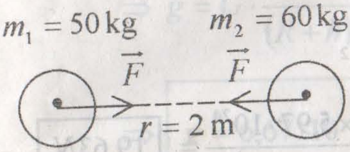
$$F_2 = F \sin\alpha$$

$$F_2 = 700 \times \frac{1}{2} = \boxed{350N}$$

---

16. ចូរគណនាកំលាំងទំនាញរវាងអង្គធាតុទាំងពីរដែលមានម៉ាស 50kg និង 60kg ហើយនៅចំងាយពីគ្នា ។

ចំលើយ



កំលាំងទំនាញរវាងអង្គធាតុពីរ:

តាមច្បាប់ទំនាញសកល:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ដែល $G = 6{,}67.10^{-11}\, m^3 / kg \cdot s^2$ ថេរកំវាញសកល ។

$$\Rightarrow F = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{50 \times 60}{2^2} = 500{,}25 \cdot 10^{-11}\,N$$

$$\boxed{F = 500{,}25 \cdot 10^{-11}\,N}$$

---

17. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស 2 kg ស្ថិតនៅត្រង់ចំនុចមួយនៃលំហដែលមានតំលៃ $g = 9m/s^2$ ។

ក- គណនាកំលាំងទំនាញរបស់ផែនដីមានអំពើលើអង្គធាតុត្រង់ចំនុចនោះ ។

ខ- គណនាកំលាំងទំនាញរបស់ផែនដីមានលើអង្គធាតុនៅលើផ្ទៃផែនដី ។

(កាំផែនដី $R = 6{,}37 \cdot 10^6 m$ ម៉ាសផែនដី $M = 5{,}97 \cdot 10^{24} kg$) ។

ចំលើយ

ក- កំលាំងទំនាញរបស់ផែនដីលើអង្គធាតុមួយ គឺជាទំងន់របស់អង្គធាតុនោះនៅត្រង់ទីតាំងនោះ៖

$$F = P = mg\,;\ g = 9m/s^2\,;\ m = 2kg$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 9 = \boxed{18N}$$

ខ- កំលាំងទំនាញរបស់ផែនដីលើអង្គធាតុនៅលើផ្ទៃផែនដី៖

តាមច្បាប់ទំនាញសកល

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

ដោយ $G = 6{,}67.10^{-11} m^3 / kg.s^2$

$$\Rightarrow F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \times \frac{2 \times 5{,}97 \cdot 10^{24}}{\left(6{,}67 \cdot 10^6\right)^2} = \boxed{19{,}63N}$$

---

18. ចូរបង្ហាញថា សំទុះទំនាញផែនដីប្រែប្រួលតាមរយៈកំពស់ដែលកំនត់ដោយ៖

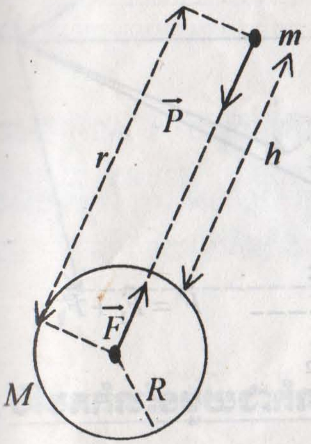
$g = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{M}{(R+h)^2}$; M ៖ ម៉ាសផែនដី R ៖ កាំផែនដី

h ៖ កំពស់

ចំលើយ

បង្ហាញថា សំទុះទំនាញផែនដីនៅកំពស់ h ពីផ្ទៃផែនដីកំនត់ដោយ:

$$g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{M}{(R+h)^2}$$



តាមច្បាប់ទំនាញសកល

$$F = G\frac{M.m}{r^2}\ ;\ r = R+h$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

ដោយកំលាំងទំនាញសកលនេះជាទំងន់

របស់អង្គធាតុនោះ $P = mg$

$$\Rightarrow P = F$$

$$mg = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R+h)^2}$$

$$\Rightarrow g = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2}\ ;\ G = 6,67.10^{-11}\, m^3/kg.s^2$$

$$\Rightarrow \boxed{g = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{M}{(R+h)^2}}$$

* **ចំណាំ:** បើ g_0 ជាកំលាំងទំនាញដីនៅលើផ្ទៃផែនដី

$$P_0 = mg_0 = G\frac{mM}{R^2}$$

$$\Rightarrow g_0 = G \cdot \frac{M}{R^2}\ ;\ g = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2}$$

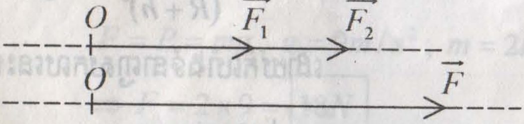
$$\Rightarrow \boxed{g = g_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$$

បន្សំកំលាំង និង បំបែកកំលាំង

I. បន្សំកំលាំង

1. កំលាំងពីរនៅលើទិសសកម្មតែមួយ:

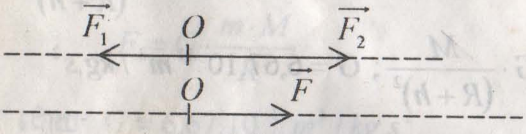
+ ទិសដៅដូចគ្នា:



$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

អាំងតង់ស៊ីតេ $F = F_1 + F_2$

+ ទិសដៅផ្ទុយគ្នា:

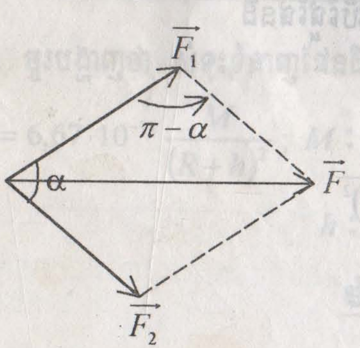


$F_2 > F_1$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

អាំងតង់ស៊ីតេ $F = F_2 - F_1$

2. បន្សំកំលាំងពីរជួបគ្នាមានទិសផ្សេងគ្នា:



អនុវត្តតាមវិធានប្រលេឡូក្រាម

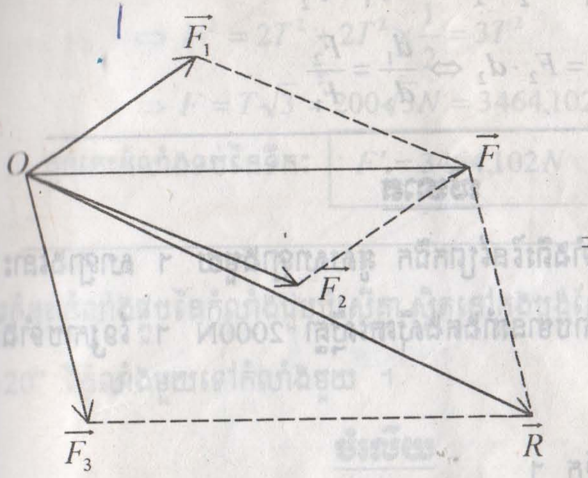
$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

អាំងតង់ស៊ីតេ តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(\pi - \alpha)$$

ឬ $$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

3. បង្គុំកំលាំងច្រើនជួបគ្នា:



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

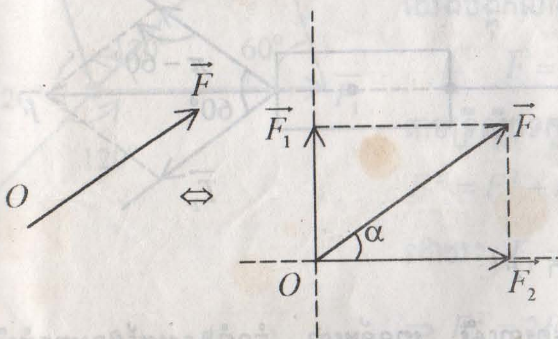
$$\vec{F} + \vec{F}_3 = \vec{R}$$

$\vec{R}$: ជាកំលាំងសរុប

$$\Rightarrow \boxed{\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3}$$

II. បំបែកកំលាំងមួយជាកំលាំងពីរ

1. បំបែកកំលាំងមួយជាកំលាំងពីរកែងគ្នា:



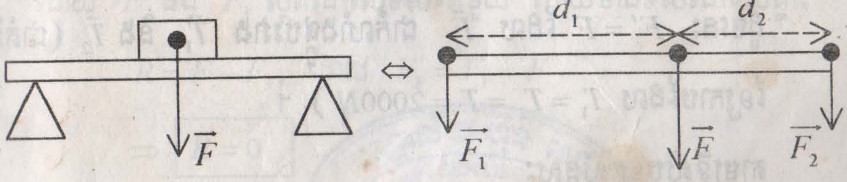
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$F_1 = F.\sin\alpha$$

$$F_2 = F \cdot \cos\alpha$$

2. បំបែកកំលាំងមួយជាកំលាំងផ្គុំពីរស្របគ្នា:



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{ឬ} \quad F = F_1 + F_2$$

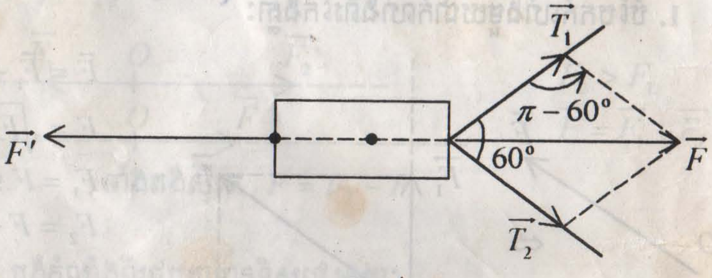
ហើយ $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \Leftrightarrow \dfrac{d_1}{d_2} = \dfrac{F_2}{F_1}$

លំហាត់

1. ត្រាក់ទ័រពីរបរលើច្រាំងទាំងពីរនៃព្រែកជីក អូសសាឡាងមួយ ។ សាឡាងនោះធ្វើចលនាស្មើ ។ តំនឹងខ្សែកាបមានអាំងតង់ស៊ីតេស្មើគ្នា 2000N ។ ខ្សែកាបទាំងពីរបង្កើតបានមុំ 60° ។

រកកំលាំងទប់នៃទឹក ។

ចំលើយ



កំលាំងទប់របស់ទឹក F':

ដោយសាឡាងធ្វើចលនាស្មើ មានន័យថា កំលាំងសរុបដែលមានអំពើលើសាឡាងស្មើសូន្យ ។

ដូចនេះ $F' = F$ ដែល $\vec{F}$ ជាកំលាំងផ្គួបរវាង $\vec{T}_1$ និង $\vec{T}_2$ (ជាតំនឹងខ្សែកាបដែល $T_1 = T_2 = T = 2000N$) ។

តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស:

$$F^2 = T^2 + T^2 + 2T \cdot T\cos 60^o$$

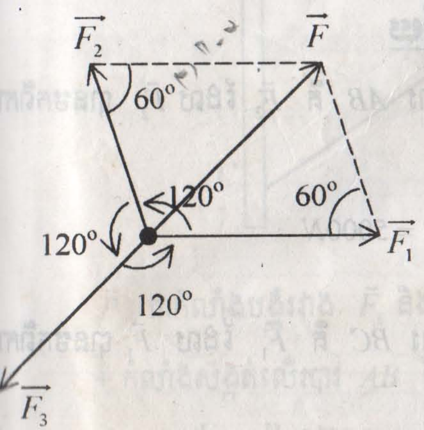
$$\Leftrightarrow F^2 = 2T^2 + 2T^2 \times \frac{1}{2} = 3T^2$$

$$\Rightarrow F = T\sqrt{3} = 200\sqrt{3}N = 3464,102N$$

ដូចនេះកំលាំងទប់នៃទឹក: $\boxed{F' = 3464,102N}$

ចូរកំនត់កំលាំងផ្គួបនៃកំលាំងជួបបីស្មើគ្នា ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ ហើយបង្កើតបាន 120° ពីកំលាំងមួយទៅកំលាំងមួយ ។

ចំលើយ



កំលាំងផ្គួបនៃកំលាំងជួបបី:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$$

យើងបង្គុំកំលាំងពីរ $\vec{F_1}$ និង $\vec{F_2}$:

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1.F_2\cos 60^o$$

ដោយ: $F_1 = F_2$

$$\Rightarrow F^2 = 2F_1^2 - 2F_1^2 \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow F = F_1$$

ដោយ $\vec{F}$ និង $\vec{F_3}$ ស្ថិតនៅលើទិសតែមួយ ហើយមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា:

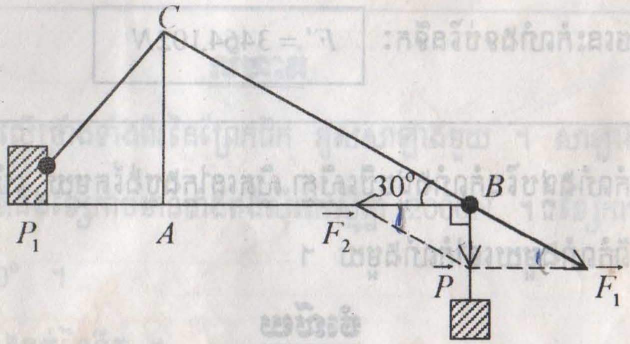
$R = F - F_3$; ដោយ $F_3 = F_1 = F$

$$\Rightarrow \boxed{R = 0}$$

បណ្ណាល័យ ហ៊ុន សែន HUN SEN LIBRARY R.U.P.P.

---

3. ក្នុងរូបនេះ ចូរកំនត់កំលាំងដែលមានអំពើលើរបារ AB និង BC បើគេដឹងថ
បន្ទុកមានទំងន់ 5000N និងធ្វើចលនាស្មើ ។ មុំ $\widehat{ABC}$ ស្មើនឹង 30° ។



ចំលើយ

+ កំលាំងដែលមានអំពើទៅលើរបារ AB គឺ $\vec{F_2}$ ដែល $\vec{F_2}$ បានមកពីក

បំបែកនៃ $\vec{P}$:

$$F_2 = P \times \text{cotg}\,30^\circ\ ;\ P = 5000N$$
$$\Rightarrow F_2 = 5000\sqrt{3}N$$

+ កំលាំងដែលមានអំពើទៅលើរបារ BC គឺ $\vec{F_1}$ ដែល $\vec{F_1}$ បានមកពីក

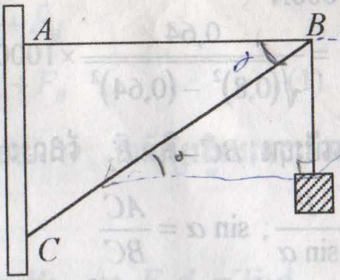
បំបែកនៃ $\vec{P}$:

$$F_1 = \frac{P}{\sin 30^\circ} = \frac{5000}{\frac{1}{2}} = \boxed{10000N}$$

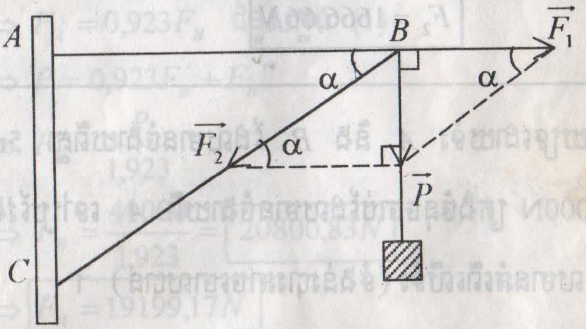
4. បង្គោលព្យួរ (ដូចរូប) ទ្រអង្គធាតុមួយដែលមានទំងន់ 1000N ដោយសារខែ
មួយ ។ កំនត់កំលាំងដែលសង្កត់លើរបារ AB និងកំលាំងសង្កត់លើរបារ BC ប្រសិ

HUN SEN LIBRARY

$AB = 64cm$; $BC = 80cm$ ។



ចំលើយ



$\vec{P}$ ជាកំលាំងបង្គុំរវាង $\vec{F_1}$ និង $\vec{F_2}$ ដែល $\vec{P} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ ។

+ កំលាំងសង្កត់លើរបារ AB គឺ $\vec{F_1}$ ដែល:

$$F_1 = P \cdot \text{cotg}\,\alpha$$

ដោយ $\text{cotg}\,\alpha = \dfrac{AB}{AC}$ ហើយ $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$

$$\Rightarrow \text{cotg}\,\alpha = \frac{AB}{\sqrt{BC^2 - AB^2}}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{AB}{\sqrt{BC^2 - AB^2}} \cdot P$$

ជំនួសជាលេខ: $AB = 60cm = 0,64m$

$BC = 80cm = 0,8m$

$P = 1000N$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{0,64}{\sqrt{(0,8)^2 - (0,64)^2}} \times 1000 = \boxed{1333,33N}$$

+ កំលាំងសង្កត់លើរបារ BC គឺ $\vec{F}_2$ ដែលៈ

$$F_2 = \frac{P}{\sin\alpha};\ \sin\alpha = \frac{AC}{BC}$$

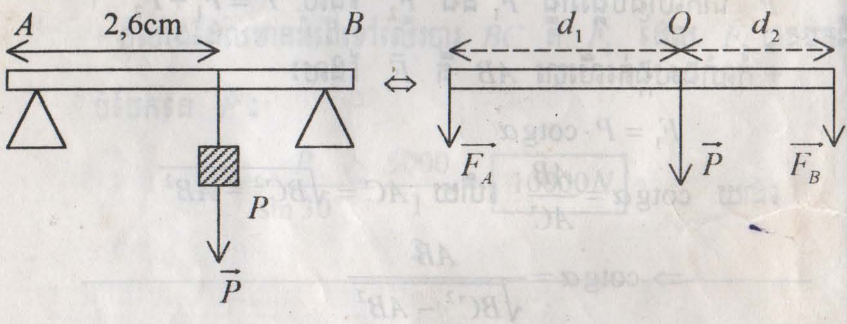
$$\Rightarrow F_2 = \frac{BC}{AC} \times P = \frac{0,8 \times 1000}{\sqrt{(08)^2 - (0,64)^2}}$$

$$\boxed{F_2 = 1666,66N}$$

---

5. របារមួយទ្រដោយទំរ A និង B ដែលមានចំងាយពីគ្នា 5m ។ របារនោះទ្រទំងន់ 40000N ត្រង់ចំនុចចាប់ដែលមានចំងាយពី A ទៅប្រវែង 2,6m ។ កំនត់កំលាំងដែលមានអំពើលើទំរ (ទំងន់របារអាចចោលបាន) ។

ចំលើយ



<u>កំនត់កំលាំង F_A និង F_B</u>

យើងបំបែក $\vec{P}$ ជាកំលាំងស្របពីរៈ

$\vec{F}_A$ (អនុវត្តលើទំរ A) និង $\vec{F}_B$ (អនុវត្តលើទំរ B) ដែល:

$$\vec{P} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$

ឬ $$P = F_A + F_B \qquad (1)$$

បើយើងចាត់ទុកចំនុច O ជាអ័ក្សរង្វិលនោះ យើងបានតាមគោលការណ៍ម៉ូម៉ង់:

$$\mathcal{M}_{(\vec{F}_A)} = \mathcal{M}_{(\vec{F}_B)} \Leftrightarrow F_A d_1 = F_B d_2$$

$$d_1 = 2{,}6m\,;\, d_2 = 2{,}4m$$

$\Rightarrow F_A = 0{,}923 F_B$ ជំនួសក្នុង (1)

$$\Rightarrow P = 0{,}923 F_B + F_B$$

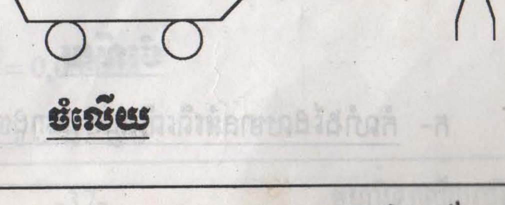
$$\Rightarrow F_B = \frac{P}{1{,}923}$$

$$\Rightarrow F_B = \frac{40000}{1{,}923} = \boxed{20800{,}83N}$$

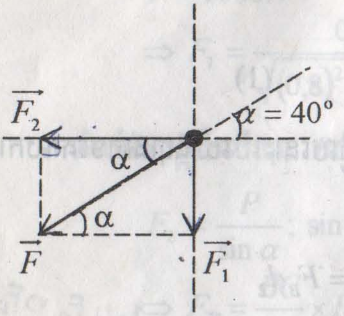
$$\Rightarrow \boxed{F_A = 19199{,}17N}$$

---

6. មនុស្សម្នាក់រុញម៉ាស៊ីនកាត់ស្មៅដោយបញ្ចេញកំលាំង 100N ។ ចូរកំនត់កំលាំងតាមទិសដេក និងទិសឈរដោយដឹងថា ទិសនៃកំលាំងរុញផ្គុំបានជាមួយទិសដេកបានមុំ 40° ។



ចំលើយ



យើងបំបែកកំលាំង $\vec{F}$ ជាកំលាំងពីរកែងគ្នា:

$\vec{F}_1$: តាមទិសឈរ

$\vec{F}_2$: តាមទិសដេក

– កំលាំងតាមទិសដេកមានអាំងតង់ស៊ីតេ:

$F_2 = F\cos\alpha$; $F = 100N$

$F_2 = 100\cos 40^o = \boxed{76,6N}$

– កំលាំងតាមទិសឈរមានអាំងតង់ស៊ីតេ:

$F_1 = F\sin\alpha$

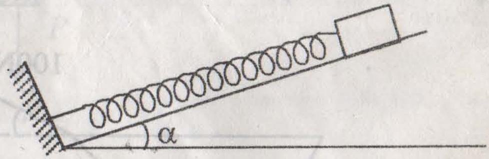
$F_1 = 100\sin 40^o = \boxed{64,28N}$

---

7. ដុំឥដ្ឋមួយមានទំងន់ $P = 20N$ ស្ថិតនៅនឹងដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ទេរ មានមុំ $\alpha = 20^o$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក ។ ម៉ាស៊ីរ៉ុស័រមិនគិត មានប្រវែងដើម $l_0 = 20cm$ និងថេរកំរាញ $K = 200N/m$ ។

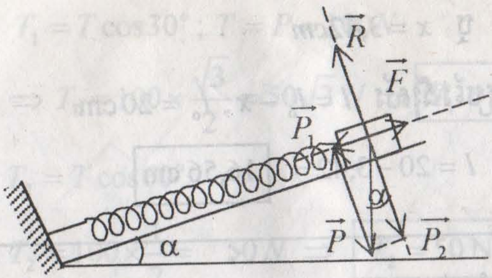
ក- ចូរបង្ហាញកំលាំងដែលមានអំពើលើដុំឥដ្ឋពេលមានលំនឹង (បញ្ជាក់ទិស-ទិសដៅ - អាំងតង់ស៊ីតេ) ។

ខ- គណនាប្រវែងរ៉ឺស័រ ។



ចំលើយ

ក- កំលាំងដែលមានអំពើលើឥដ្ឋបង្ហាញដូចរូប



$\vec{P}$: ទំងន់របស់វាមានទិសឈរ ទិសដៅចុះក្រោម មានអាំងតង់ស៊ីតេ

$P = 20N$

(យើងបំបែកកំលាំង $\vec{P}$ ជាកំលាំងពីរកែងគ្នា $\vec{P}_1$ និង $\vec{P}_2$ ដែល:

$\vec{P}_1$: មានទិសស្របនឹងប្លង់ទេរ និង $\vec{P}_2$ មានទិសកែងនឹងប្លង់ទំរ ក្នុងនេះ

$P_1 = P\sin\alpha\,;\, P_2 = P\cos\alpha$) ។

$\vec{R}$: កំលាំងប្រតិកម្មរបស់ទំរ ទិសកែងនឹងប្លង់ទំរ ទិសដៅដូចរូប អាំង-

តង់ស៊ីតេ: $R = P_2 = P\cos\alpha = 20\cos 20^\circ = 18{,}79N$

$\vec{F}$: កំលាំងច្រានរបស់រ៉ឺស័រមានទិសស្របនឹងប្លង់ទំរ ទិសដៅដូចរូប អាំង

តង់ស៊ីតេ: $F = P_1 = P\sin\alpha = 20\sin 20^o = 6{,}84N$ ។

ខ- ប្រវែងរ៉ឺស័រ

ប្រវែងរ៉ឺស័រខ្លីជាងប្រវែងដើមរបស់វា ព្រោះវារួញ ។

យើងបានសាច់រួញ:

$$x = \frac{F}{K}\,;\, K = 200N/m$$

$$\Rightarrow x = \frac{6{,}84}{200} = 0{,}0342m$$

ឬ $x = 3,42cm$

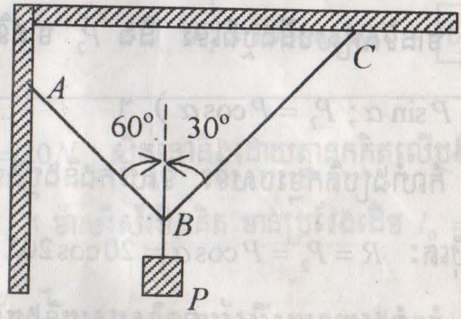
ដូចនេះប្រវែងរ៉ឺស័រ $l = l_o - x$; $l_o = 20\,\text{cm}$

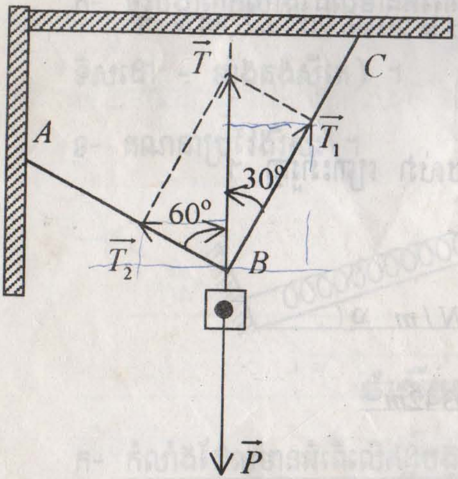
$$l = 20 - 3,42 = \boxed{16,56\ \text{cm}}$$

---

8. បន្ទុកមួយមានទំងន់ $P = 100N$ នៅក្រោមឥទ្ធិពលនៃខ្សែពីរ AB និង B
ដែលផ្គុំជាមួយទិសឈរបានមុំរៀង 60° និង 30° ដូចរូប ។

គណនាតំនឹងខ្សែទាំងពីរ ពេលមានលំនឹង ។





ចំលើយ

គណនាតំនឹងខ្សែ $\vec{T_1}$ និង $\vec{T_2}$

យើងបង្គុំកំលាំង $\vec{T_1} + \vec{T_2} = \vec{T}$

ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង:

$$\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{P} = \vec{0}$$

ឬ $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

$\Rightarrow T = P$

ពិនិត្យលើរូបយើងបាន:

$T_1 = T\cos 30^o$; $T = P = 100N$

$$\Rightarrow T_1 = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\,N \Rightarrow \boxed{T_1 = 50\sqrt{3}\,\text{N}}$$

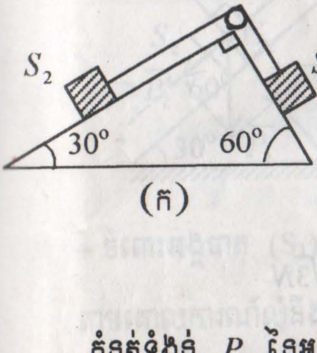
ហើយ $T_2 = T\cos 60^o$

$$T_2 = 100 \times \frac{1}{2} = 50N \Rightarrow \boxed{T_2 = 50\,\text{N}}$$

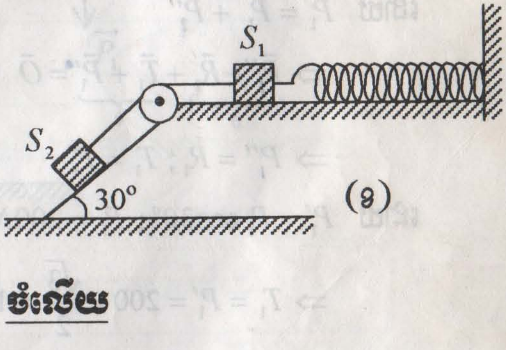
---

9. សិក្សាលើលំនឹងដូចរូប (ក) និង (ខ) ។ គ្រប់កន្លែងប៉ះគ្នាគ្មានកកិត ។ ទំងន់របស់អង្គធាតុ S_1 គឺ $P_1 = 200N$ រ៉ឺស័រដូចរូប (ខ) លូតបាន 5cm ថេរកំរាញរបស់វា $K = 400N/m$ ។

តើគេត្រូវជ្រើសរើសទំងន់ P_2 នៃអង្គធាតុ S_2 ប៉ុន្មានដើម្បីអោយប្រព័ន្ធមានលំនឹង?



(ក)



(ខ)

ចំលើយ

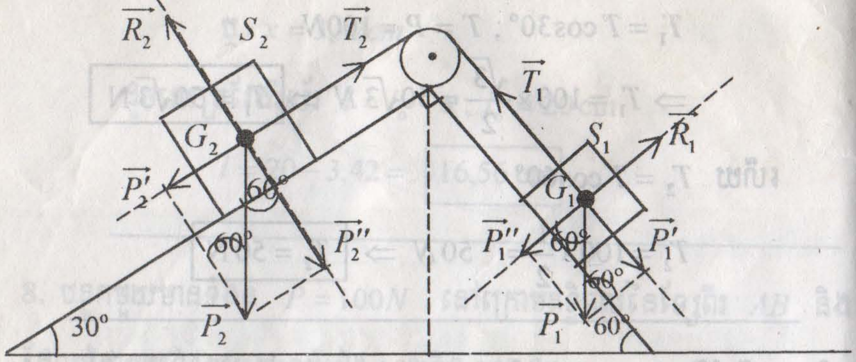
កំនត់ទំងន់ P_2 នៃអង្គធាតុ S_2

កំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុនីមួយៗដូចបង្ហាញលើរូប ។

+ ចំពោះរូប (ក)

ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង យើងបំបែកទំងន់នីមួយៗជាពីរកំប៉ូសង់:

– កែងនឹងប្លង់ទំរ



(ក)

– ស្របនឹងប្លង់ទំរ

+ ចំពោះអង្គធាតុ S_1 :

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$$

ដោយ $\vec{P}_1 = \vec{P_1'} + \vec{P_1''}$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{P}_1'' + \vec{R}_1}_{0} + \underbrace{\vec{T}_1 + \vec{P}_1'}_{0} = \vec{O}$$

$$\Rightarrow P_1'' = R_1 ;\ T_1 = P_1'$$

ដោយ $P_1' = P_1 \cos 30^\circ ;\ P_1 = 200N$

$$\Rightarrow T_1 = P_1' = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}N$$

+ ចំពោះអង្គធាតុ S_2

$$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T}_2 = \vec{O}$$

ដោយ $\vec{P}_2 = \vec{P}_2' + \vec{P}_2''$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{R}_2 + \vec{P}_2''}_{0} + \underbrace{\vec{P}_2' + \vec{T}_2}_{0} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow R_2 = P_2'' ;\ P_2' = T_2$$

ហើយ $P'_2 = P_2 \cos 60^\circ$

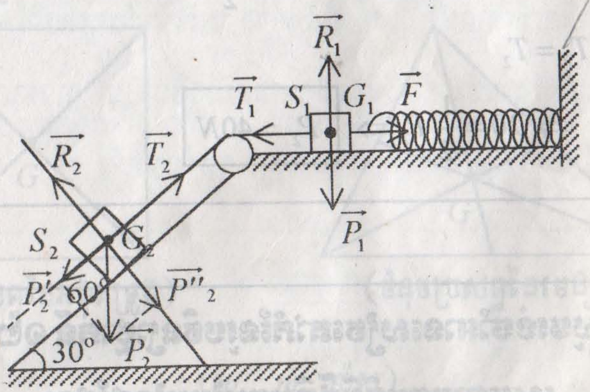
$$\Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} P_2$$

ដោយខ្សែមិនដាច់ រ៉កមិនគិតម៉ាស ហើយគ្មានកកិត $\Rightarrow T_1 = T_2$

ដូចនេះ $100\sqrt{3} = \frac{1}{2} P_2$

$$\Rightarrow \boxed{P_2 = 200\sqrt{3}N}$$

– រូប (ខ)



+ ចំពោះអង្គធាតុ (S_1)

តាមគោលការណ៍លំនឹង៖

$$\vec{T}_1 + \underbrace{\vec{R}_1 + \vec{P}_1}_{0} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$(\vec{R}_1 + \vec{P}_1 = \vec{0})$$

$$\Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{F} = \vec{0}$$

$\Rightarrow T_1 = F$; F ៖ កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ ដែល $F = K \cdot x$

$K = 400N/m$; $x = 5cm = 0,05m$

$\Rightarrow T_1 = 400 \times 0,05 = 20N$

– ចំពោះអង្គធាតុ (S_2)

មានលំនឹង:

$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T}_2 = \vec{O}$ ដែល $\vec{P}_2 = \vec{P}_2' + \vec{P}_2''$

$\Rightarrow \underbrace{\vec{P}_2'' + \vec{R}_2}_{0} + \underbrace{\vec{T}_2 + \vec{P}_2'}_{0} = \vec{0}$

$\Rightarrow P_2'' = R_2 \, ; \, T_2 = P_2'$

ដោយ $P_2' = P_2 \cos 60^\circ \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} P_2$

តែ $T_1 = T_2$

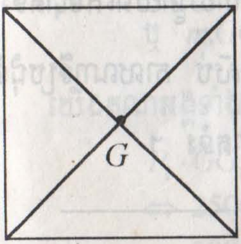
$\Rightarrow 20 = \frac{1}{2} P_2 \Rightarrow \boxed{P_2 = 40N}$

សូមរង់ចាំអានសៀវភៅកំណែរូបវិទ្យាថ្នាក់ទី ១២
ស្របតាមកម្មវិធីថ្មីពីអ្នករៀបរៀងដដែល
ដែលនឹងចេញក្នុងពេលឆាប់ៗនេះ

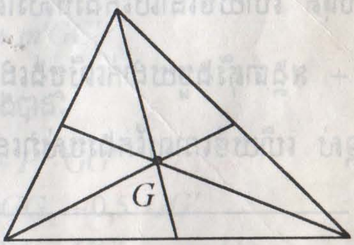
ទីប្រជុំទំងន់នៃអង្គធាតុ

– ទីប្រជុំទំងន់ (ផ្ចិតម៉ាស - ផ្ចិតនិចលភាព) នៃអង្គធាតុមួយជាចំនុចចាប់នៃទំងន់របស់វា ។

– យើងពិនិត្យមើលទីប្រជុំទំងន់នៃអង្គធាតុ (ស្មើសាច់)មានរាងធរណីមាត្រខ្លះៗ ។

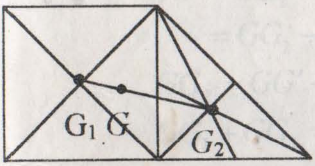


(ចំនុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង)

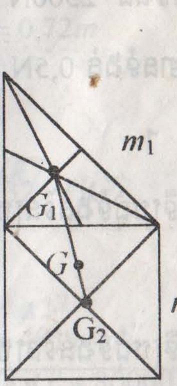


(ចំនុចប្រសព្វនៃមេដ្យាន)

(m_1 ; m_2 ម៉ាស)



$$\frac{GG_1}{GG_2} = \frac{m_2}{m_1}$$



$$\frac{GG_1}{GG_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

ទំនាក់ទំនង $\frac{GG_1}{GG_2}=\frac{m_2}{m_1}$ អាចសរសេរៈ

$m_1\cdot GG_1=m_2\cdot GG_2$ ឬ $m_1\cdot\overrightarrow{GG_1}=-m_2\cdot\overrightarrow{GG_2}$

$\Leftrightarrow m_1\cdot\overrightarrow{GG_1}+m_2\cdot\overrightarrow{GG_2}=\vec{0}$ ជាទ្រឹស្តីបទ Barycentre ។

ជាទូទៅៈ $m_1\cdot\overrightarrow{GG_1}+m_2\cdot\overrightarrow{GG_2}+m_3\overrightarrow{GG_3}+\ldots+m_m\overrightarrow{GG_n}=\vec{0}$

– **អំពីលំនឹងៈ**

+ អង្គធាតុរឹងមួយដាក់លើប្លង់ដេកមានលំនឹងស៊ប់ កាលណាទីប្រជុំទំងន់ G នៅទាបបំផុត ហើយចំនោលកែងរបស់វាស្ថិតក្នុងបាតទំរ ហើយឆ្ងាយពីគែមបាតទំរ ។

+ អង្គធាតុរឹងមួយដាក់លើប្លង់ដេកមានលំនឹងមិនស៊ប់ កាលណាទីប្រជុំទំងន់ G នៅខ្ពស់ ហើយចំនោលកែងរបស់វានៅក្បែរគែមនៃបាតទំរ ។

លំហាត់

1. ស្វ៊ែរពីរមានទំងន់ 2500N និង 1000N ហើយដាក់ជាប់គ្នាដោយរបារមួយប្រវែង 60cm ដែលមានទំងន់ 0,5N ។ ស្វ៊ែរធំមានកាំប្រវែង 10cm និងស្វ៊ែរតូចមានកាំប្រវែង 2cm ។

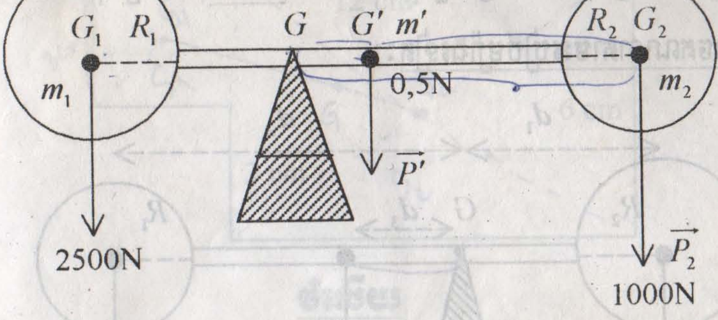
កំនត់ទីប្រជុំទំងន់នៃប្រព័ន្ធនេះ ។

ចំលើយ

<u>កំនត់ទីប្រជុំទំងន់នៃប្រព័ន្ធ</u>

តាមទ្រឹស្តីបទបារីសង់ៈ

$$m_1\overrightarrow{GG_1}+m_2\overrightarrow{GG_2}+m'\overrightarrow{GG'}=\vec{0}$$



$$\Leftrightarrow m_1\overrightarrow{GG_1} = -\left(m_2\overrightarrow{GG_2} + m'\overrightarrow{GG'}\right)$$

ឬ $m_1GG_1 = m_2GG_2 + m'GG'$

យើងគុណអង្គទាំងពីរនឹង g យើងបាន៖

$$P_1 \cdot GG_1 = P_2 \cdot GG_2 + P' \cdot GG'$$

$$\Leftrightarrow 2500GG_1 = 1000GG_2 + 0,5 \cdot GG'$$

$$\Leftrightarrow 500GG_1 = 2000GG_2 + GG' \qquad (1)$$

ដោយ $G_1G_2 = 60cm + (R_1 + R_2)$

$$= 60 + (10 + 2) = 72cm = 0,72m$$

$$GG' = GG_2 - (30cm + R_2)$$

$$= GG_2 - 40cm$$

$$\left.\begin{array}{l} GG_2 = GG' + 40 \\ GG_1 + GG_2 = 72 \end{array}\right| \Rightarrow GG_1 = 32 - GG'$$

យកទៅជំនួសក្នុង (1) យើងបាន៖

$$5000(32 - GG') = 2000(GG' + 40) + GG'$$

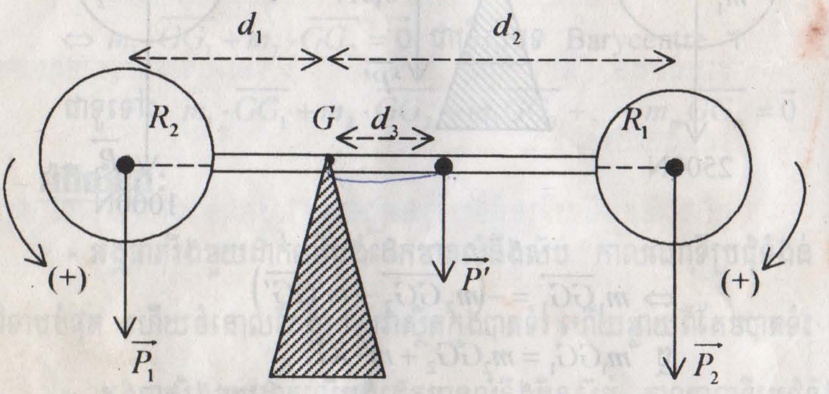
$$\Leftrightarrow 160000 - 5000GG' = 2000GG' + 80000 + GG'$$

$$\Leftrightarrow 7001GG' = 80000$$

$$\Rightarrow GG' = \frac{80000}{7001} = 11,43\,\text{cm}$$

ដូចនេះទីប្រជុំទំងន់នៃប្រព័ន្ធស្ថិតចំងាយ 11,43cm ពីទីប្រជុំទំងន់នៃរបារ ។

*** អាចគណនាតាមរបៀបម្យ៉ាងទៀត:**



ទីប្រជុំទំងន់នៃអង្គធាតុមួយ ជាចំនុចមួយដែលគេយកចំនុចទំរអង្គធាតុនោះមានលំនឹង ។

តាមគោលការណ៍ម៉ូម៉ង់:

$$\mathcal{M}_{(\vec{P}_1)} = \mathcal{M}_{(\vec{P}')} + \mathcal{M}_{(\vec{P}_2)}$$

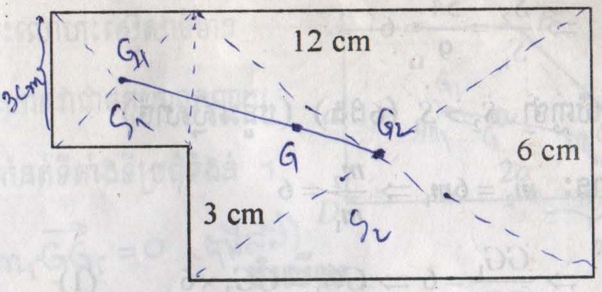
ដែល $\mathcal{M}_{(\vec{P}_1)} = P_1 \cdot d_1$; $\mathcal{M}_{(\vec{P}')} = P' \cdot d_3$

$$\mathcal{M}_{(\vec{P}_2)} = P_2 \cdot d$$

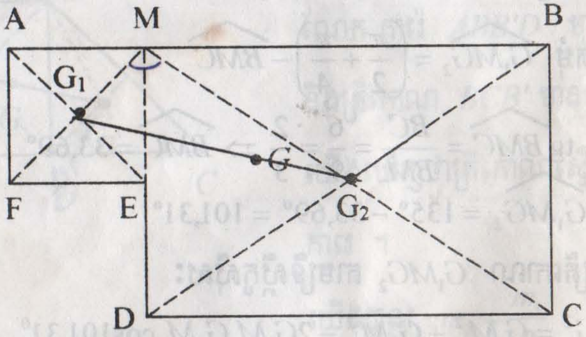
យើងជំនួសលេខ រួចគណនាយើងបានចំងាយដូចខាងលើ ។

---

2. កំនត់ទីប្រជុំទំងន់នៃបន្ទះស្មើសាច់មួយដែលមានកំរាស់ថេរ ។ បន្ទះនោះរាងចតុកោណកែង (បណ្តោយប្រវែង 12cm ទទឹង 6cm) ដែលខ្វះការ៉េមួយមានជ្រុងនីមួយៗ 3cm ។



ចំលើយ



ទីប្រជុំទំងន់នៃបន្ទះត្រង់ G

យើងចែកបន្ទះទាំងពីរ AMEF ជាការ៉េមានទីប្រជុំទំងន់ G_1 និងចតុកោណកែង MBCD មានទីប្រជុំទំងន់ G_2 ។

ដូចនេះទីប្រជុំទំងន់ G ត្រូវស្ថិតនៅលើអង្កត់ $[G_1G_2]$ ។

យើងបានទំនាក់ទំនង:

$$\frac{GG_1}{GG_2}=\frac{m_2}{m_1}$$

យើងពិនិត្យផ្ទៃការ៉េ: $S_1=(3)^2cm^2=9cm^2$

ផ្ទៃចតុកោណកែង: $S_2=6\times 9=54\,\text{cm}^2$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{54}{9} = 6$$

យើងឃើញថា $S_2 > S_1$ (6ដង) (បន្ទះស្មើសាច់)

យើងបាន: $m_2 = 6m_1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 6$

$$\Rightarrow \frac{GG_1}{GG_2} = 6 \Rightarrow GG_1 = GG_2 \times 6 \qquad (1)$$

ម្យ៉ាងទៀត $GG_1 + GG_2 = G_1G_2 \qquad (2)$

កំនត់មុំ $\widehat{G_1MG_2} = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \widehat{BMC}$

តែ $\text{tg}\,\widehat{BMC} = \frac{BC}{BM} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \widehat{BMC} = 33,69^\circ$

$\Rightarrow \widehat{G_1MG_2} = 135^\circ - 33,69^\circ = 101,31^\circ$

ក្នុងត្រីកោណ G_1MG_2 តាមទ្រឹស្តីកូស៊ីនុស:

$$G_1G_2^2 = G_1M^2 + G_2M^2 - 2G_1M.G_2M.\cos 101,31^0$$

$$G_1M = 3\frac{\sqrt{2}}{2}cm\ ;\ G_2M = \frac{\sqrt{9^2 + 6^2}}{2} = 5,41cm$$

$$\Rightarrow G_1G_2^2 = \left(3\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (5,41)^2 - 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(5,41)\cdot(-0,196)$$

$$= 18 + 29,27 + 4,50 = 51,77 \Rightarrow G_1G_2 = 7,20cm$$

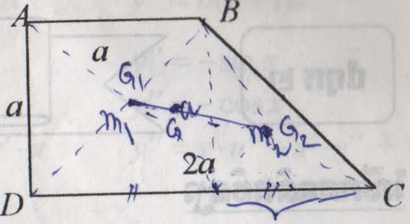
(1) និង (2) យើងបាន:

$$6 \times GG_2 + GG_2 = 7,20$$

$$\Rightarrow GG_2 = \frac{7,20}{7} = 1,029cm$$

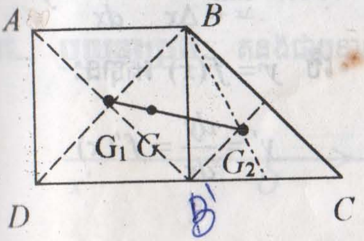
ដូចនេះទីប្រជុំទំងន់ G ស្ថិតនៅចំងាយ 1,029 cm ពី G_2 ។

នៅក្នុងបន្ទះលោហៈស្មើសាច់មាន
ាស់ថេរ គេកាត់វាជាចតុកោណព្នាយ
ូររូប ។ ចូរកំនត់ទីតាំងទីប្រជុំទំងន់ ។



ចំលើយ

ចតុកោណព្នាយនេះ យើងចែកជាពីរចំ-ណែក ការេ $ABB'D$ មានម៉ាស់ m_1 និងត្រីកោណ BCB' មានម៉ាស់ m_2 ។ យើងឃើញថាត្រីកោណស្មើនឹងកន្លះផ្ទៃការេ ។



យើងបាន: $m_2 = \dfrac{m_1}{2}$

ទីប្រជុំទំងន់ G_1 ជាចំនុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងការេ ។

ទីប្រជុំទំងន់ G_2 ជាចំនុចប្រសព្វនៃមេដ្យានត្រីកោណ ។

ទីប្រជុំទំងន់ G ស្ថិតលើអង្កត់ $[G_1G_2]$ ដែល:

$$m_1 \cdot GG_1 = m_2 \cdot GG_2$$

ដោយ $m_1 = 2m_2$

$$\Rightarrow 2GG_1 = GG_2$$

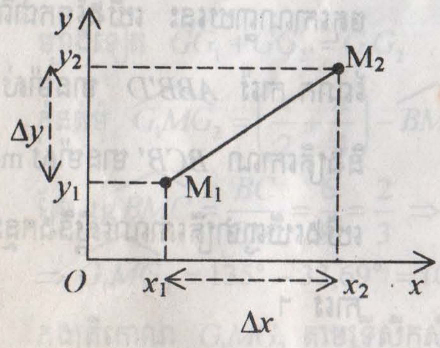
ដូចនេះ G ស្ថិតនៅចំងាយ $\dfrac{1}{3}$ នៃ $[GG_2]$ ពី G_1 ។

ជំពូក ២

ស៊ីនេម៉ាទិច

1. រំលឹកគណិតវិទ្យា

– ដេរីវេ:



លីមីត $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{dy}{dx} = y'$

បើ $y = f(x)$ គេបាន:

$$y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

អនុគមន៍	ដេរីវេទី 1	ដេរីវេទី 2
1. $y = f(x) = x$	$y' = \dfrac{dy}{dx} = 1$	$y'' = \dfrac{d1}{dx} = 0$
2. $y = f(x) = ax$	$y' = \dfrac{dy}{dx} = a$	$y'' = \dfrac{da}{dx} = 0$
3. $y = f(x) = ax + b$	$y' = \dfrac{dy}{dx} = a$	$y'' = \dfrac{da}{dx} = 0$
4. $y = c$ ថេរ	$y' = \dfrac{dc}{dx} = 0$	$y'' = 0$
5. $y = ax^2$	$y' = \dfrac{dy}{dx} = 2ax$	$y'' = \dfrac{d2ax}{dx} = 2a$
6. $y = ax^2 + bx + c$	$y' = \dfrac{dy}{dx} = 2ax + b$	$y'' = 2a$
7. $y = x^n$	$y' = \dfrac{dy}{dx} = nx^{n-1}$	$y'' = n(n-1)x^{n-2}$

8. $y = x^{-n}$ $\quad y' = \frac{dy}{dx} = -nx^{-n-1}$ $\quad y'' = n(n+1)x^{-n-2}$

9. $y = \sin x$ $\quad y' = \cos x$ $\quad y'' = -\sin x$

10. $y = \cos x$ $\quad y' = -\sin x$ $\quad y'' = -\cos x$

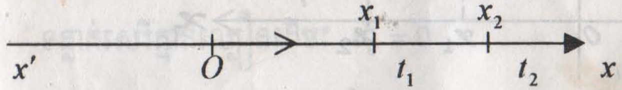
11. $y = u \cdot v$ $\quad y' = u' \cdot v + v' \cdot u$ $\quad y'' = v \cdot u'' + u' \cdot v'' + uv'' + v'u'$

$(u = u(x),\ v = v(x))$

12. $y = \frac{u}{v}$ $\quad y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$(u = u(x),\ v = v(x))$

2. ក_ **<u>ចលនាត្រង់</u>:** គន្លងជាបន្ទាត់ ឧបមាលើអ័ក្ស $(x'x)$ ។



– ល្បឿនមធ្យម: $v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

– សមីការចលនា: $v = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ (ដេរីវេទី 1 ចំងាយចរធៀបនឹងពេល)

– សំទុះមធ្យម: $a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

– សំទុះខណៈ: $a = \lim_{\pounds t} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$ (ដេរីវេទី 1 ល្បឿនធៀបនឹងពេល)

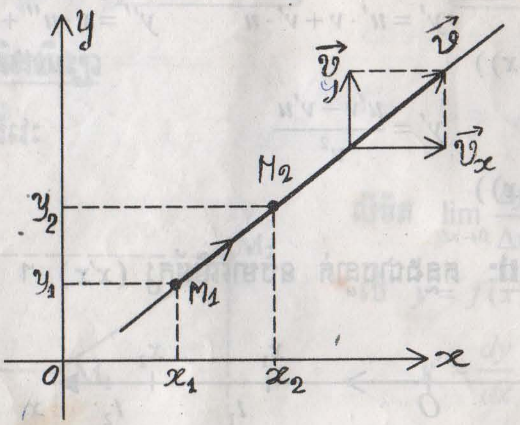
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$ (ដេរីវេទី 2 នៃចំងាយចរធៀបនឹងពេល)

– ចលនាស្ទុះ: $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0;\ \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{v}$

ឬ $a \cdot v > 0$

– ចលនាយឺត: $\vec{a}\cdot\vec{v}<0$; $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{v}$ ឬ $a\cdot v<0$

+ ចលនានៅក្នុងប្លង់ (xoy)



ឧបមាថាចល័តចរពីរចំនុច $M_1(x_1\,;y_1)$ ទៅចំនុច $M_2(x_2\,;y_2)$ ចរបា

ចំងាយ:

$$M_1M_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

– ល្បឿនខណៈ: $\vec{v}=\overrightarrow{v_x}+\overrightarrow{v_y}$

ឬ $v=\sqrt{v_x^2+y_y^2}\,;\,v_x=\dfrac{dx}{dt};\,v_y=\dfrac{dy}{dt}$

ខ_ <u>ចលនាត្រង់ស្មើ</u>: គន្លងជាបន្ទាត់ - ល្បឿនថេរ - សំទុះសូន្យ ។

$$a=\frac{dv}{dt}=0$$

$v=\dfrac{dx}{dt}$ ថេរ

សមីការចលនា: $x=v\cdot t+x_0$

គ_ <u>ចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ</u>: គន្លងជាបន្ទាត់ - ល្បឿនប្រែប្រួល - សំទុះ

មានតំលៃថេរ ។

– សំទុះ: $a = \dfrac{dv}{dt}$

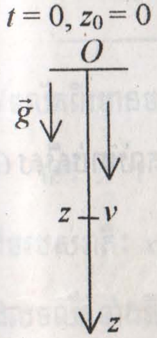
– សមីការល្បឿន: $v = at + v_0$

– សមីការចលនា: $x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + x_0$

– ទំនាក់ទំនងរវាង v និង x: $v^2 - {v_0}^2 = 2a(x - x_0)$

ឃ_ <u>ចលនាធ្លាក់សេរី</u>: ជាចលនារបស់អង្គធាតុក្រោមអំពើនៃទំនាញដី ហើយមានសំទុះ $\vec{a} = \vec{g}$ ។

– ទន្លាក់សេរីគ្មានល្បឿនដើម: $v_0 = 0$



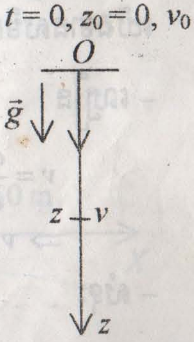
+ សំទុះ: $a = g$

+ ល្បឿនខណៈ: $v = gt$

+ សមីការពេល: $z = \dfrac{1}{2}gt^2$

+ ទំនាក់ទំនង: $v = \sqrt{2gz}$

– ទន្លាក់សេរីមានល្បឿនដើម:



+ សំទុះ: $a = g$

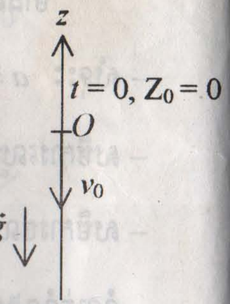
+ ល្បឿន: $v = gt + v_0$

+ សមីការចលនា: $z = \dfrac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t$

សំទុះ៖ $a=-g$

ល្បឿន៖ $v=-gt+v_0$

សមីការចលនា៖ $Z=-\frac{1}{2}gt^2-v_0\cdot t$



លំហាត់

1. ចលនាត្រង់មួយមានសមីការពេល $x=5(5-t)$ ដោយ x គិតជាម៉ែត្រ (m t គិតជាវិនាទី (s) ។

ក/. រកប្រភេទចលនា ។

ខ/. គណនាតំលៃពីជគណិតនៃវ៉ិចទ័រល្បឿន ។

បញ្ជាក់ទីតាំងរបស់ចល័តនៅខណៈ $t=0$ ធៀបនឹងគល់អាប់ស៊ីស O ។

ចំលើយ

ក/. ប្រភេទចលនា

យើងមានសមីការពេល៖ $x=5(5-t)$

– ល្បឿន

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}[5(5-t)]=-5$$

$$\Rightarrow v=-5\,\text{m/s}$$

– សំទុះ

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(-5)}{dt}=0$$

ដូចនេះចលនារបស់ចល័តជាចលនាត្រង់ស្មើ ។

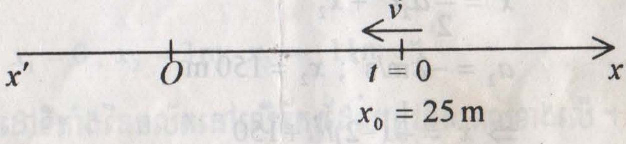
ខ/. + <u>តំលៃពីជគណិតនៃវ៉ិចទ័រល្បឿន</u>

$$v = \frac{dx}{dt} = \boxed{-5\,\text{m/s}}$$

+ <u>ទីតាំងរបស់ចល័តនៅខណៈ $t = 0$</u>

ដោយ $t = 0 \Rightarrow x_0 = 5(5-0) = 25\,\text{m}$

ដូចនេះនៅខណៈ $t = 0$ ចល័តនៅចំងាយ 25m ពីគល់អាប់ស៊ីស O ។

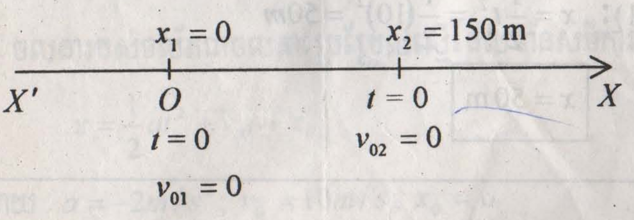


---

2. ចល័តពីរមានចលនាប្រែប្រួលលើអ័ក្សរួម $(X'X)$ ដែលទិសដៅវិជ្ជមាន (+) ពី X' ទៅ X ។ ពីជគណិតនៃវ៉ិចទ័រសំទុះគឺ 1m/s^2 និង -2m/s^2 ។ អាប់ស៊ីសដើមរបស់វាគឺ: $x_1 = 0$ និង $x_2 = 150\,\text{m}$ ។ រកខណៈ និងអាប់ស៊ីសនៃកន្លែងដែលចល័តទាំងពីរជួបគ្នា បើគេដឹងថា ចល័តទាំងពីរមានល្បឿនដើមសូន្យដូចគ្នា ។

<u>ចំលើយ</u>

ជ្រើសរើសអ័ក្ស $(X'X)$ មកសិក្សា



ចល័តទាំងពីរប្រើពេល t ដូចគ្នា ។

– ចំពោះចល័តទីមួយ ធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ មានសមីការពេលៈ

$$x = \frac{1}{2}a_1 t^2 \,;\; a_1 = 1\,\text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}t^2 \qquad (1)$$

– ចំពោះចល័តទីពីរ ធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើដែរ មានសមីការពេលៈ

$$x' = \frac{1}{2}a_2 t^2 + x_2$$

$$a_2 = -2\,\text{m/s}^2 \,;\; x_2 = 150\,\text{m}$$

$$\Rightarrow x' = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 150$$

$$\Leftrightarrow x' = -t^2 + 150 \qquad (2)$$

ដើម្បីអោយចល័តទាំងពីរជួបគ្នា លុះត្រាតែមានអាប់ស៊ីសដូចគ្នាគឺ $x = x'$

$$\Rightarrow (1)=(2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}t^2 = -t^2 + 150$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 = 300$$

$$\Leftrightarrow t^2 = 100$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 10\,\text{s}}$$

– អាប់ស៊ីសដែលចល័តទាំងពីរជួបគ្នា

(1)ៈ $x = \frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{2}(10)^2 = 50m$

$$\boxed{x = 50\,\text{m}}$$

3. ចលតមួយមានចលនាលើអក្ស $(X'X)$ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(+)$ ពី X' ទៅ X ។ ចល័តនោះមានវ៉ិចទ័រសំទុះថេរដែលមានតំលៃពីជគណិត $a=-2m/s^2$ ។ តំលៃពីជគណិតនៃវ៉ិចទ័រល្បឿននៅខណៈ $t=0$ គឺ $v_0=10m/s$ ។ គេសន្មតយកគល់ O នៃអាប់ស៊ីសជាទីតាំងចល័តនៅខណៈ $t=0$ ។

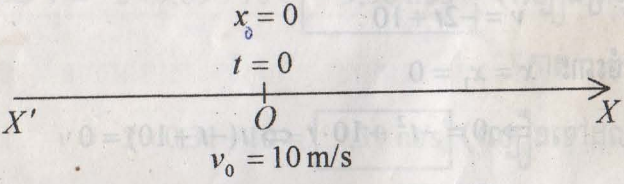
ក/- កំនត់ពេលដែលវ៉ិចទ័រល្បឿនស្មើនឹងសូន្យដើម្បីប្តូរទិសដៅចលនា និងអាប់ស៊ីសនៃចល័តនៅខណៈនោះ ។

ខ/- កំនត់ពេល និងតំលៃពីជគណិតនៃល្បឿនដែលត្រូវនឹងអាប់ស៊ីសខាងក្រោម $x_1=0$; $x_2=3\,\text{m}$; $x_3=-11\,\text{m}$ ។

គ/- ចូរដៅទីតាំងនៃចល័តនៅលើអ័ក្សដែលត្រូវនឹងពេលខាងលើ ។ គណនាចំងាយចររវាងខណៈ $t=0$ និងខណៈ $t=10\,\text{s}$ ។

ចំលើយ

ជ្រើសរើសអ័ក្ស $X'X$ មកសិក្សា



ក/. យើងឃើញថា សំទុះរបស់ចល័ត $a=-2\,\text{m/s}^2=$ ថេរ

$\Rightarrow$ ចលនារបស់ចល័តជាចលនាប្រែប្រួលស្មើដែលមានសមីការពេលៈ

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

ដោយ $a=-2m/s^2$; $v_0=10m/s$; $x_0=0$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 10t$$

$$x = -t^2 + 10t$$

$\Rightarrow$ ល្បឿន $v = \frac{dx}{dt} = -2t + 10$

$$v = -2t + 10$$

រយៈពេលដែល $v = 0$

$$\Rightarrow 0 = -2t + 10 \Rightarrow \boxed{t = 5\,\text{s}}$$

– អាប់ស៊ីសត្រូវខណៈពេលនេះ

$$x = -\frac{1}{2}(5)^2 + 10 \times 5 = 25$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 25\,\text{m}}$$

ខ/. រយៈពេល និងតំលៃពីជគណិតនៃល្បឿនត្រូវនឹងអាប់ស៊ីស

$$x_1 = 0\,;\ x_2 = 3\,\text{m};\ x_3 = -11\,\text{m}$$

យើងមានសមីការអាប់ស៊ីស និងសមីការល្បឿនៈ

$$x = -t^2 + 10t$$
$$v = -2t + 10$$

ចំពោះ $x = x_1 = 0$

$$\Rightarrow 0 = -t^2 + 10 \cdot t \Leftrightarrow t(-t + 10) = 0$$

$\Rightarrow \boxed{t = 0}$ (ពេលចេញដំណើរ)

$\boxed{t = 10\,\text{s}}$ (រយៈពេលកាត់ O សាជាថ្មី)

$$\Rightarrow v = -2 \times 0 + 10 = \boxed{10\ \text{m/s}}$$

$\Rightarrow v = -2 \times 10 + 10 = \boxed{-10 \text{ m/s}}$ (ល្បឿនត្រឡប់មកវិញ កាត់តាម O ជាថ្មី)

– ចំពោះ $x = x_2 = 3 \text{ m}$

$\Rightarrow 3 = -t^2 + 10t$

$\Leftrightarrow t^2 - 10t + 3 = 0$

$\Delta' = 25 - 3 = 22$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4{,}69$

$\Rightarrow t = \dfrac{5 \pm 4{,}69}{1}$

$\Rightarrow \boxed{t_1 = 9{,}69 \text{ s}}$ (រយៈពេលទៅហួស x_2 រួចត្រឡប់មកកាត់ x_2 ជាថ្មី)

$\boxed{t_2 = 0{,}31 s}$ (រយៈពេលទៅដល់ x_2)

ល្បឿនត្រូវខណៈនេះ

$\Rightarrow v = -2 \times 9{,}69 + 10 = \boxed{-9{,}38 \text{ m/s}}$ (ល្បឿនត្រឡប់មកកាត់ x_2 ជាថ្មី)

$v = -2 \times 0{,}31 + 10 = \boxed{9{,}39 \text{ m/s}}$ (ល្បឿនទៅដល់ x_2)

– ចំពោះ $x = x_3 = -11 \text{m}$

$\Rightarrow -11 = -t^2 + 10t$

$\Leftrightarrow t^2 - 10t - 11 = 0$

$\Delta' = 25 + 11 = 36$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 6$

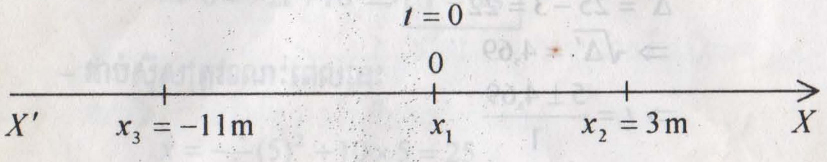
$\Rightarrow t = \dfrac{5 \pm 6}{1}$; $t < 0$ មិនយកខ

$$\Rightarrow \boxed{t = 11\text{s}}$$

ល្បឿនត្រូវនឹងពេលនេះ

$$\Rightarrow v = -2\times 11 + 10 = \boxed{-12\text{m/s}}$$

គ/. ទីតាំងចល័តនៅលើអ័ក្ស



ចំងាយចរចន្លោះពេល $[0; 10\text{s}]$

សមីការចំងាយចរៈ

$$x = -t^2 + 10t$$

$$\Leftrightarrow x = -10^2 + 10\times 10 = \boxed{0}$$

មានន័យថា ក្នុងខណៈពេល 10 s វាត្រឡប់មកដល់ទីតាំងដើមវិញ ។

---

4. សមីការពេលនៃចំនុចចល័តមួយ ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ តាមបណ្តោយអ័ក្ស $(x'x)$ គឺៈ $x = t^2 - 4t + 3$ ។

a). រកកន្សោមល្បឿន និងសំទុះ ។

b). គូសដ្យាក្រាមរបស់ល្បឿន ។

c). តើចន្លោះពេលណាទើបចល័តមានចលនាយឺត ស្មុះ ស្មើ? ខ្នាតយកតាមប្រព័ន្ធ SI ។

ចំលើយ

ចលនារបស់ចល័តនៅលើអ័ក្ស $(x'x)$

a). កន្សោមល្បឿន និងសំទុះ

យើងមានសមីការចលនា:

$$x = t^2 - 4t + 3$$

– កន្សោមល្បឿន

$$v_x = \frac{d}{dt}(t^2 - 4t + 3)$$

$$\boxed{v = 2t - 4}$$

– កន្សោមសំទុះ

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(2t - 4)$$

$$\boxed{a = 2\,\mathrm{m/s^2}}$$

b). គូសដ្យាក្រាមល្បឿន

យើងមាន: $v = 2t - 4$

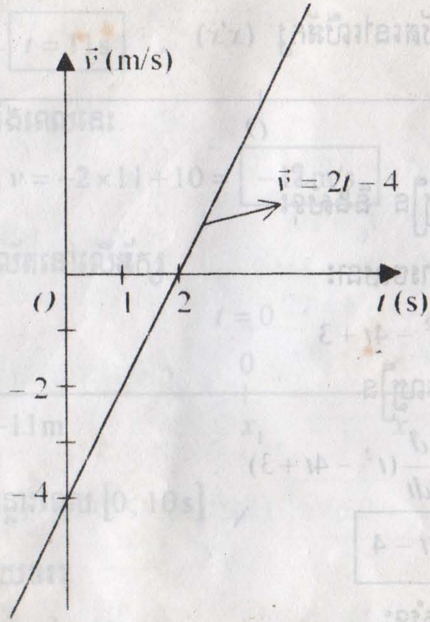
បើ $t = 0 \Rightarrow v_x = -4$ m/s

$t = 1\,\mathrm{s} \Rightarrow v_x = -2\,\mathrm{m/s}$

បើ $v = 0 \Rightarrow t = 2\,\mathrm{s}$

$$v = 1 \Rightarrow t = \frac{5}{2} = 2{,}5\,\mathrm{s}$$

c). យើងពិនិត្យមើលផលគុណ: $a \cdot v$



– ចលនាស្ទុះ បើ $a \cdot v > 0$

$\Rightarrow 2(2t - 4) > 0$

$\Rightarrow \boxed{t > 2s}$

– ចលនាយឺត បើ $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$

$\Rightarrow 2(2t - 4) < 0$

$\Rightarrow \boxed{t < 2\,s}$

---

5. ចល័តមួយធ្វើចលនានៅក្នុងតំរុយអរតូណាមេ (xoy) មានសមីការពេល

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t \end{cases}$$

t : ពេលគិតជា (s); x, y គិតជាម៉ែត្រ (m)

ក/. គណនាល្បឿន និងសំទុះរបស់ចល័ត ។

ខ/. ប្រាប់ប្រភេទចលនា ព្រមទាំងគូសគន្លងចរនៅក្នុងតំរុយនេះ ។

ចំលើយ

យើងមានសមីការពេល

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t \end{cases}$$

ក/. ល្បឿន និងសំទុះ

ល្បឿន និងសំទុះមានពីរតាម $(x'x)$ និង $(y'y)$ ។

– ល្បឿនតាម $(x'x)$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t + 1) = 2\,\text{m/s}$$

– ល្បឿន $(y'y)$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(t) = 1\,\text{m/s}$$

$\Rightarrow$ ល្បឿន $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$v = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} = 2{,}236\,\text{m/s}$$

– សំទុះតាម $(x'x)$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d2}{dt} = 0$$

– សំទុះតាម $(y'y)$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d1}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 0$$

ខ/. ប្រភេទចលនា

យើងឃើញថា $v = 2,236\,\text{m/s}$ = ថេរ ; $a = 0$

$\Rightarrow$ ចលនាជាចលនាត្រង់ស្មើ ។

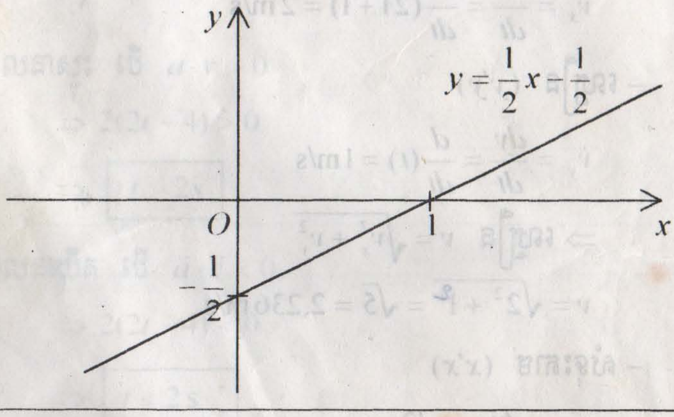
– សមីការគន្លង $y = f(x)$

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x-1}{2}$$

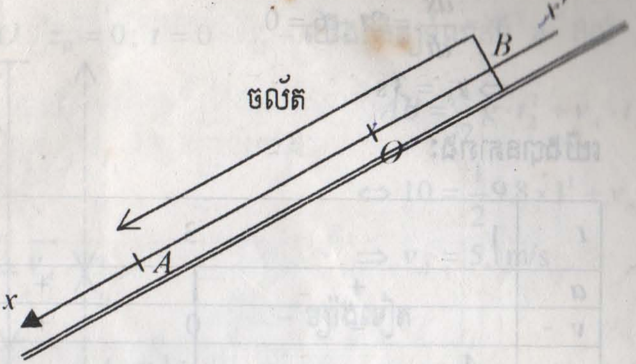
$$\Rightarrow \boxed{y = f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$$

+ បើ $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$

+ បើ $y = 0 \Rightarrow x = 1$



6. សិក្សាចលនារបស់ឃ្លីមួយដែលគេចោលឡើងលើតាមបណ្ដោយទិសត្រង់ហើយប្រ
ស្ថិតលើបង្គេទ ។ តាមបណ្ដោយអ័ក្ស $(x'x)$ ចលនានេះកំនត់ដោយ $v_0 = -6\,\text{m/}$
$a = 2\text{m/s}^2$; អាប់ស៊ីសដើម $x_0 = 5\,\text{m}$, $t \geq 0$ ។ អ័ក្ស $(x'x)$ ស្របនឹងទិស ហើ
តំរង់ចុះក្រោម ។



ចំលើយ

តាមលក្ខខណ្ឌ:

$$a = 2\,\text{m/s}^2 = \text{ថេរ}$$

$$v_0 = -6\,\text{m/s}$$

$$x_0 = 5\,\text{m}$$

ជាចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើតាម $(x'x)$ ។

ដូចនេះសមីការពេលនៃចលនា

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \times 2t^2 - 6t + 5$$

$$\Leftrightarrow x = t^2 - 6t + 5$$

បើចល័តឆ្លងកាត់គល់ O នៃអ័ក្ស

$$\Rightarrow x = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 1\,\text{s}\,;\, t_2 = 5\,\text{s}$$

ត្រង់ B ចល័តមានល្បឿនសូន្យ ព្រោះចំនុចខ្ពស់បំផុតដែលវាឡើងដល់:

$$v=\frac{dx}{dt}=2t-6=0$$

$$\Rightarrow t_3=3\text{ s}$$

យើងបានតារាង:

t	1		3		5
a		+		+	
v		−	0	+	
x	−4	↘		↗	0
$a.v$		−	0	+	

តាមតារាងយើងបាន:

- បើ $t<3s$ ចលនាយឺតដល់ $x=-4$ m ។
- បើ $t=3s$ ចល័តនៅត្រង់ B, $v=0$ ។
- បើ $t>3s$ ចលនាស្ទុះ ។

---

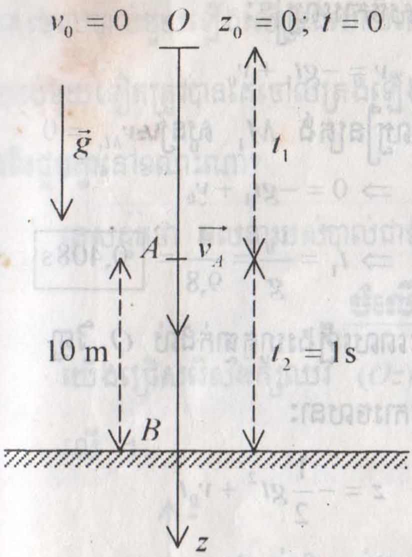
7. ក្នុងមួយវិនាទីចុងក្រោយគេបង្ហស់នៃទម្លាក់វត្ថុមួយចរបាន 10 m ។ តើវាធ្លាក់ពីកំពស់ណាមក? យក $g=9,80\text{ m/s}^2$

ចំលើយ

យើងជ្រើសរើសយកអ័ក្សឈរ Oz មកសិក្សា ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមានចុះក្រោម ។

កំពស់ដែលវាធ្លាក់មកដល់ B:

$$h=OB$$



– យើងពិនិត្យទំលាក់ពី A ដល់ B:

$$AB = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 + v_A \cdot t_2$$

$$\Leftrightarrow 10 = \frac{1}{2} 9,8 \times 1^1 + v_A \times 1$$

$$\Rightarrow v_A = 5,1\,\text{m/s}$$

– ម្យ៉ាងទៀត

$$v_A = gt_1 + v_0 ; v_0 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v_A}{g} = \frac{5,1}{9,8} = 0,52\,\text{s}$$

ដូចនេះយើងបានទំលាក់ពី O ដល់ A

$$OA = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{1}{2} \times 9,8 (0,52)^2 = 1,32\,\text{m}$$

ដូចនេះកំពស់សរុបដែលវាធ្លាក់មក:

$$h = OA + AB = 1,32 + 10 = \boxed{11,32\,\text{m}}$$

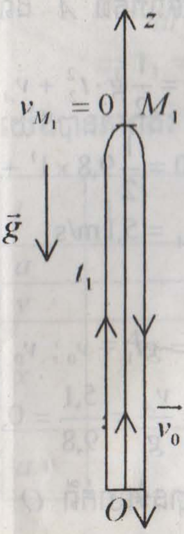
---

8. គេចោលគ្រួសមួយដុំឡើងលើពីចំនុច O ដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ដែលមានអាំងតង់ស៊ីតេ 4m/s ។ ~~គណនា~~អាប់ស៊ីស៍ $\overline{OM_1}$ នៃចំនុចខ្ពស់បំផុត M_1 ដែលគ្រួសអាចឡើងទៅដល់ ។ គណនាខណៈ t_1 ដែលត្រូវនឹងចំនុចនោះ និងខណៈដែលវាត្រឡប់មកដល់ O វិញព្រមទាំងល្បឿនខណៈនោះ ។

ចំលើយ

យើងជ្រើសរើសអ័ក្ស (Oz) មកសិក្សាដែលមានទិសដៅវិជ្ជមានឡើងលើ ។

+ រយៈពេលដែលដុំគ្រួសឡើងដល់ M_1



– សមីការល្បឿន៖

$$v = -gt_1 + v_0$$

ដោយល្បឿនត្រង់ M_1 សូន្យ៖ $v_{M_1} = 0$

$$\Rightarrow 0 = -gt_1 + v_0$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{4}{9,8} = \boxed{0,408\,\text{s}}$$

+ រយៈពេលឡើងរហូតធ្លាក់ដល់ O វិញ

សមីការចលនា៖

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

ពេលត្រឡប់មកដល់ O៖ $z = 0$

$$\Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Leftrightarrow t\left(-\frac{1}{2}gt + v_0\right) = 0$$

$\Rightarrow t = 0$ (ខណៈដើមពេល)

$$\Rightarrow t = \frac{2v_0}{g} = \frac{2\times 4}{9,8} = 0,816\,\text{s}$$

– ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ O៖

តាមសមីការល្បឿន

$$v = -gt + v_0$$

$$\Rightarrow v = -9,8\times 0,816 + 4 = -4\,\text{m/s}$$

$$\boxed{v = -4\,\text{m/s}}$$

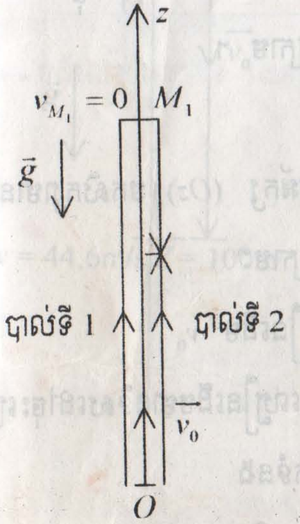
* **ចំណាំ៖** តំលៃល្បឿនបាញ់ឡើងត្រង់ O ស្មើនឹងល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ O វិញ (ទិសដៅផ្ទុយគ្នា) ។

គេចោលបាល់មួយឡើងលើត្រង់ដោយល្បឿនដើម 20m/s ។ ពីរវិនាទីក្រោយមក បាល់មួយទៀតត្រូវបានគេចោលត្រង់ឡើងលើដែរលក្ខខណ្ឌដូចបាល់ទី 1 ។ តើបាល់ទាំងពីរជួបគ្នានៅខណៈណា?

គេសន្មតថា ចលនារបស់បាល់ជាទម្លាក់សេរី ។ ($g = 10m/s^2$)

ចំលើយ

យើងជ្រើសរើសអ័ក្សឈរ (Oz) មកសិក្សាដែលមានទិសដៅវិជ្ជមានឡើងលើ ។



– រយៈពេលដែលបាល់ទាំងពីរជួបគ្នា

តាង t ជារយៈពេលជួបគ្នា ។

– បាល់ទី 1:

សមីការចលនា

$$z_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t$$

– បាល់ទី 2: ចោលក្រោយបាល់ទី 1 ពីរវិនាទី គឺរយៈពេលវា $(t-2)$

សមីការចលនា:

$$z_2 = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + v_0 \cdot (t-2)$$

ដើម្បីអោយបាល់ទាំងពីរជួបគ្នា លុះត្រាតែអាប់ស៊ីសនៃបាល់ទាំងពីរស្មើគ្នា:

$$z_1 = z_2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + v_0(t-2)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t = -\frac{1}{2}g\left(t^2 - 4t + 4\right) + v_0 \cdot t - 2v_0$$

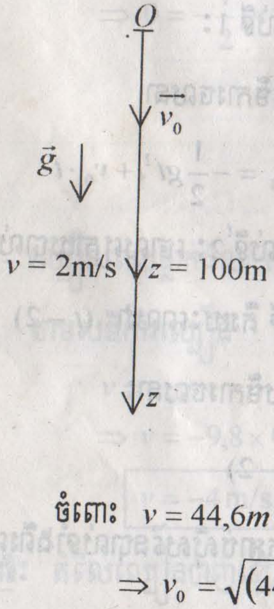
$$\Leftrightarrow 2gt - 2g - 2v_0 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{g + v_0}{g} = \frac{10 + 20}{10} = \boxed{3\text{s}}$$

---

10. អង្គធាតុមួយមានចលនាទន្លាក់សេរីតាមបណ្តោយអ័ក្សឈរ (Oz) (ទិសដៅ មានពីលើចុះក្រោម) ។ ល្បឿនទន្លាក់គឺ $v = 44{,}6\,\text{m/s}$ និងអាប់ស៊ីស $z = 100\,\text{m}$ កំនត់ល្បឿនដើមនៃអង្គធាតុ និងរយៈពេល t ដែលត្រូវនឹងអាប់ស៊ីស $z = 100$ ដោយសន្មតថា ចំនុច O ជាទីតាំងនៃចលនានៅខណៈ $t = 0$ ក្នុងករណីល្បឿ ដើមមានទិសដៅឡើងលើ និងមានទិសដៅចុះក្រោម ។

ចំលើយ



យើងជ្រើសអ័ក្ស (Oz) មកសិក្សាមានទិស វិជ្ជមានចុះក្រោម:

គណនាល្បឿនដើម v_0

– ក្នុងករណីល្បឿនដើមមានទិសដៅចុះក្រោម

តាមទំនាក់ទំនង

$$v^2 - v_0^2 = 2g \cdot z$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - 2g \cdot z}$$

ចំពោះ $v = 44{,}6m/s$; $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$; $z = 100m$

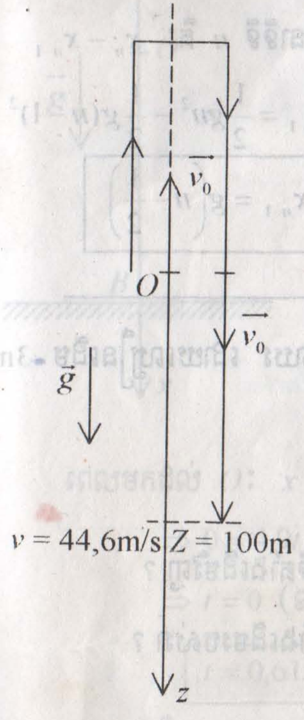
$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{(44{,}6)^2 - 2 \times 9{,}8 \times 100} = \boxed{5{,}4\,\text{m/s}}$$

– រយៈពេលមកដល់ $z = 100m$

តាមសមីការល្បឿន

$v = gt + v_0$

$\Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{g} = \dfrac{44{,}6 - 5{,}4}{9{,}8} = \boxed{4s}$



– ចំពោះវ៉ិចទ័រល្បឿនដើមមានទិសដៅឡើងលើ:

ល្បឿនដើម v_0

តាមទំនាក់ទំនង

$v^2 - v_0^2 = 2gz$

$\Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - 2gz}$

ចំពោះ $z = 100m$; $g = 9{,}8m/s^2$; $v = 44{,}6m/s$

$\Rightarrow \boxed{v_0 = -5{,}4m/s}$

– រយៈពេលមកដល់ $z = 100m$

តាមសមីការល្បឿន

$v = gt + v_0 \Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{g}$

$t = \dfrac{44{,}6 - (-5{,}4)}{9{,}8} = \boxed{5{,}102s}$

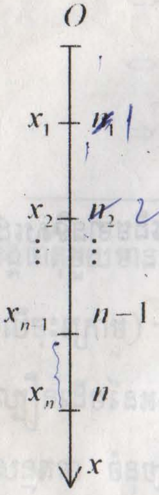
---

11. រកចំងាយចររបស់អង្គធាតុមួយក្នុងរយៈពេលទី n វិនាទីរបស់ទន្លាក់សេរី ។

ចំលើយ

យើងជ្រើសរើសអ័ក្សឈរ (Ox) មានទិសដៅវិជ្ជមានចុះក្រោម

– សមីការចំងាយចរ n វិនាទី



$$x_n = \frac{1}{2}gn^2$$

– សមីការចំងាយចរ $(n-1)$ វិនាទីដំបូង

$$x_{n-1} = \frac{1}{2}g(n-1)^2$$

ចំងាយចរនៅវិនាទីទី n គឺ: $x_n - x_{n-1}$

$$\Rightarrow x_n - x_{n-1} = \frac{1}{2}gn^2 - \frac{1}{2}g(n-1)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{x_n - x_{n-1} = g\left(n - \frac{1}{2}\right)}$$

---

12. គេចោលអង្គធាតុមួយឡើងលើតាមបណ្ដោយខ្សែឈរ ដោយល្បឿនដើម -3m/s ពីកំពស់ 300m ។

ក- តើវាឡើងទៅលើបានកំពស់ប៉ុន្មាន ?

ខ- តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបវាឆ្លងកាត់ទីតាំងដើមវិញ ?

គ- តើល្បឿនវាស្មើប៉ុន្មាន ពេលឆ្លងកាត់ទីតាំងដើមរបស់វា ?

ឃ- តើរយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបវាទៅដល់ដី ?

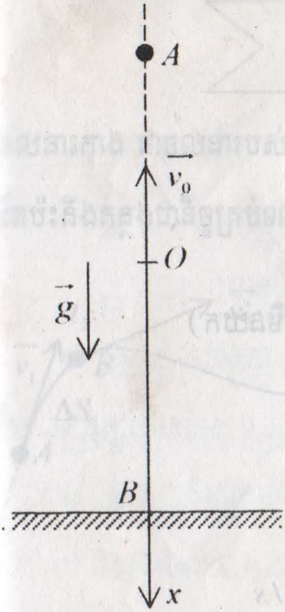
ង- រកល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដី ។ $g = 9,8m/s^2$

ចំលើយ

ក- <u>កំពស់ដែលឡើងបានធៀបនឹង O</u>

នៅខណៈ: $t = 0$; $x_0 = 0$; $v_0 = -3m/s$

ឧបមាវាឡើងដល់ត្រឹមចំនុច A ($v_A = 0$)



តាមទំនាក់ទំនង

$$v_A^2 - v_0^2 = 2gx_A ;\ v_A = 0$$

$$\Rightarrow x_A = -\frac{v_0^2}{2g}$$

$$\Rightarrow x_A = -\frac{(-3)^2}{2\times 9{,}8} = \boxed{-0{,}45m}$$

ខ- <u>រយៈពេលពីបាញ់ធ្លាក់មកកាត់ O វិញ</u>

សមីការចលនា

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\times 9{,}8t^2 - 3t$$

$$\Leftrightarrow x = 4{,}9t^2 - 3t$$

ពេលមកដល់ O: $x = 0$

$$\Rightarrow 0 = 4{,}9t^2 - 3t$$

$\Rightarrow t = 0$ (ខណៈដើមពេល)

$\boxed{t = 0{,}61s}$ (ពេលធ្លាក់ដល់ O វិញ)

គ- ល្បឿនពេលធ្លាក់មកវិញឆ្លងកាត់ O

សមីការល្បឿនៈ

$$v_0' = gt + v_0 \Leftrightarrow v_0' = 9{,}8\times 0{,}61 - 3 = \boxed{3m/s}$$

ឃ- រយៈពេលពីចាប់ផ្តើមបាញ់រហូតធ្លាក់ដល់ដី

សមីការចលនា

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t$$

ពេលធ្លាក់ដល់ដី: $x = 300m$

$$\Leftrightarrow 300 = \frac{1}{2} \times 9{,}8t^2 - 3t$$

$$\Leftrightarrow 4{,}9t^2 - 3t - 300 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 4{,}9 \times (-300)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 76{,}73$$

$$\Rightarrow t = \frac{3 \pm 76{,}73}{2 \times 4{,}9}$$ (ឫសអវិជ្ជមានមិនយក)

$$\Rightarrow \boxed{t = 8{,}13s}$$

ង- ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដី

$$v = 9{,}8t - 3$$

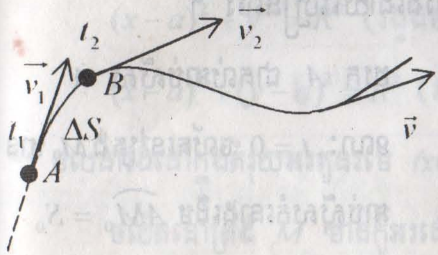
$$\Rightarrow v = 9{,}8 \times 8{,}13 - 3 = 76{,}67m/s$$

$$\boxed{v = 76{,}67 \text{ m/s}}$$

សូមមិត្តអ្នកសិក្សាទទួលបានជោគជ័យក្នុង ការសិក្សាវិទ្យាសាស្ត្រពិតផ្នែករូបវិទ្យា ២

ចលនាកោង

. ចលនាកោង ជាចលនារបស់ចល័តដែលមានគន្លងជាខ្សែកោង ។ វ៉ិចទ័រល្បឿនរបស់ចល័តប៉ះនឹងគន្លងជានិច្ចគ្រប់ខណៈ ។



ចល័តចរលើគន្លងកោងពីចំនុច $A \to B$

គឺ $AB = \overrightarrow{S}$ (អាប់ស៊ីសកំនោង)

$AB = S(t)$

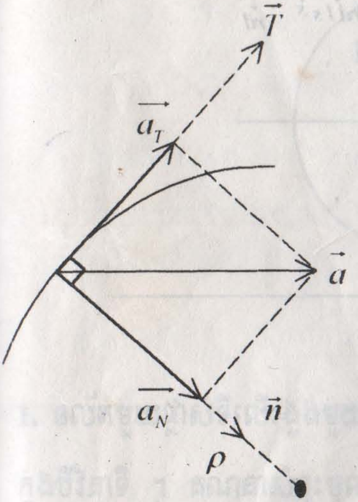
– ល្បឿនមធ្យម:

$$v_m = \frac{\overset{\frown}{AB}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

– សំទុះមធ្យម: $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

– ល្បឿនខណៈ: $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{dS}{dt}$

– សំទុះខណៈ: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{S}}{dt}$



សំទុះ $\vec{a}$ ក្នុងចលនាកោងបំបែកចេញជាពីរ :

+ សំទុះផ្ទុំប៉ះ $\overrightarrow{a_T}$ (ប៉ះនឹងគន្លង)

+ សំទុះផ្ចុំកែង $\overrightarrow{a_N}$ (កែងនឹងគន្លង)

$\vec{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N}$ ឬ $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

ដែល: $a_T = \dfrac{dv}{dt}$

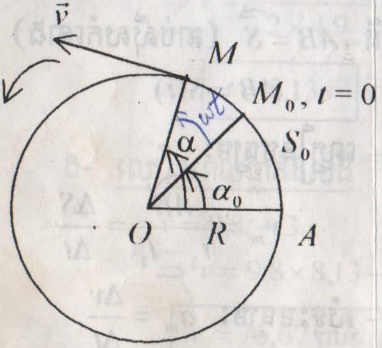
$a_N = \frac{}{\rho}$; ρ : កាំកោងនៃគន្លង

II. **ចលនារង្វង់ស្មើ** (v ថេរ; តែ $\vec{v}$ មិនថេរ)

ចលនារង្វង់: ជាករណីពិសេសនៃចលនាកោង ដែលមានកាំកំណោងថេ

$\rho = R =$ ថេរ ។

ចលនារង្វង់ស្មើ: ចល័តធ្វើចលនារង្វង់ដោយល្បឿនថេរ ។



យក A ជាគល់អាប់ស៊ីស ។

ខណៈ $t=0$ ចល័តនៅត្រង់ M_0 មាន

អាប់ស៊ីសកំនោងដើម $\widehat{AM_0} = S_0$

នៅខណៈ t ចល័តនៅត្រង់ M ។

- សមីការចលនា

$S = \widehat{AM} = v \cdot t + S_0$; v ល្បឿនប្រវែង

$\underset{(rd)}{\alpha} = \underset{rd/s}{\omega} \underset{s}{t} + \underset{rd}{\alpha_0}$

- ល្បឿនមុំ $\omega = \frac{v}{R} = \frac{\alpha - \alpha_0}{t}$

- ខួបបង្វិល គឺជារយៈពេលចរមួយជុំ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v}$$

- ប្រេកង់: ចំរាស់នៃខួប

$N = \frac{1}{T}$; $N \to tr/s$ ឬ អ៊ែក (Hz)

- សំទុះ

$$a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \text{ (ព្រោះ } v \text{ ថេរ)}$$

$$\Rightarrow a = a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R \text{ (សំទុះចូលផ្ចិត)}$$

** **ចំណាំ:** សមីការរង្វង់

$x^2 + y^2 = R^2$ (រង្វង់មានផ្ចិត $O(O,O)$ កាំ R)

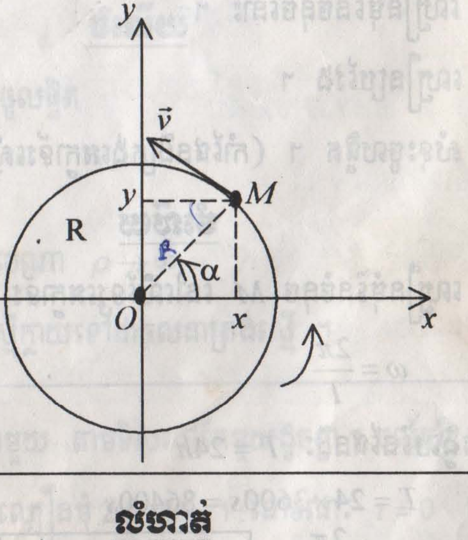
$(x-a)^2 + y^2 = R^2$ (រង្វង់មានផ្ចិត $\Omega(a,O)$ កាំ R)

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ (រង្វង់មានផ្ចិត $\Omega(a,b)$ កាំ R)

** ចលនារង្វង់នៅក្នុងតំរុយអរតូនរមេ *(xOy)*

ចល័តនៅត្រង់ M មានកូអរដោនេ:

$M(x = R\cos\alpha ;\ y = R\sin\alpha ;\ \alpha = \omega t)$



លំហាត់

1. ចល័តមួយផ្លាស់ទីលើរង្វង់មួយមានកាំ $r = 5m$ ដោយចលនាស្មើ ។ វាចរបានពីរជុំក្នុងបីវិនាទី ។ គណនាសំទុះចូលផ្ចិត ។

ចំលើយ

សំទុះចូលផ្ចិតនៃចលនារង្វង់ស្មើ

$$a = \omega^2 \cdot R$$

ដោយ $\omega = 2\pi N$; N : ប្រេកង់

$$N = \frac{2tr}{3s} = \frac{2}{3} tr/s \quad ; r = 5m$$

$$\Rightarrow a = \left(2\pi \cdot \frac{2}{3}\right)^2 \times 5 = \boxed{87,64 m/s^2}$$

---

2. ពេលដែលផែនដីវិលជុំវិញអ័ក្សកាត់តាមប៉ូលទាំងពីរ ចំនុចផ្សេងៗនៅលើសំបកផែនដីមានចលនារង្វង់ស្មើ ។ ចំនុចមួយស្ថិតនៅលើផ្ទៃផែនដីចំខ្សែអេក្វាទ័រ ។ គណនា:

ក/. ល្បឿនមុំនៃចំនុចនោះ ។

ខ/. ល្បឿនប្រវែង ។

គ/. សំទុះចូលផ្ចិត ។ (កាំផែនដីត្រង់អេក្វាទ័រស្មើនឹង 6400 km) ។

ចំលើយ

ក/. ល្បឿនមុំនៃចំនុច M នៅលើខ្សែអេក្វាទ័រ

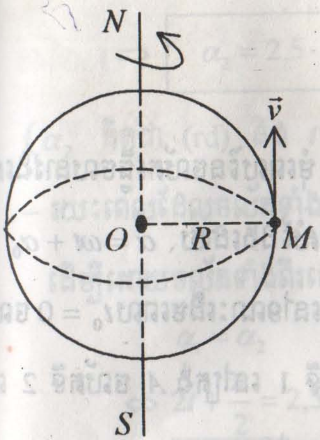
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ខួបរង្វិលនៃផែនដី: $T = 24h$

$$T = 24 \times 3600 s = 86400 s$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{86400} = \boxed{72,68 \cdot 10^{-6} rd/s}$$

ខ/. ល្បឿនប្រវែងនៃចំនុច M



$$v = \omega \cdot R;\ R = 6400km$$

$$\omega = \frac{2\pi}{24} rd/h$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi}{24} \times 6400 = \boxed{1674,66 km/h}$$

គ/. សំទុះចូលផ្ចិត

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(1674,66)^2}{6400} = \boxed{438,20 km/h^2}$$

---

3. នៅក្នុងចលនាវង់ស្មើ បើគេធ្វើអោយមានសំទុះផ្ចិតកែង $\overrightarrow{a_N}$ ទៅជាសូន្យ តើចលនាក្លាយជាចលនាដូចម្ដេច ?

ចំលើយ

ចលនាវង់ស្មើសំទុះចូលផ្ចិត

$$a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

បើ $a_N = 0$ កាលណា $\rho \to \infty$

ដូចនេះចលនាវង់ស្មើក្លាយទៅជាចលនាត្រង់ស្មើ ។

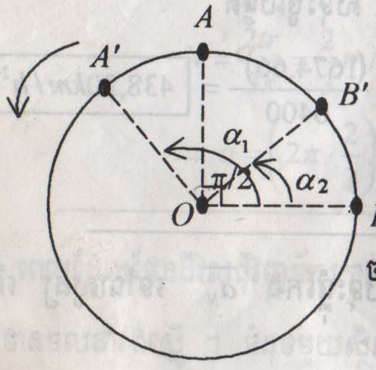
---

4. ចល័តពីរផ្លាស់ទីលើរង្វង់មួយ តាមទិសដៅតែមួយដូចគ្នា ។ ចល័តទី 1 មានល្បឿនមុំ 2 rd/s ចល័តទី 2 មានល្បឿនមុំ 2,5 rd/s ។ នៅខណៈ $t = 0$ ចល័តទាំងពីរឃ្លាតពីគ្នា $\frac{\pi}{2} rd$ ចល័តទី 1 នៅមុខចល័តទី 2 ។

ចូរសរសេរមុំពេលរបស់ចល័តទាំងពីរ ហើយរកខណៈដំបូងដែលចល័តទី 2

ជួបនឹងចល័តទី 1 ។ កាំរង្វង់ស្មើ 5 cm ។

ចំលើយ



– មុំពេលនៃចល័តធ្វើចលនាវង់ស្មើ សំដែងដោយ $\alpha = \omega t + \alpha_0$

នៅខណៈដើមពេល $t_0 = 0$ ចល័តទី 1 នៅត្រង់ A ចល័តទី 2 នៅត្រង់ B ។

នៅខណៈ t ណាមួយចល័តទី 1 នៅត្រង់ A' ចល័តទី 2 នៅត្រង់ B' ។

យក B ជាគល់អាប់ស៊ីស:

– ចំពោះចល័តទី 1:

មុំពេល: $\alpha_1 = \omega_1 t + \alpha_{01}$

តែដោយ $\omega_1 = 2rd/s$; $\alpha_{01} = \dfrac{\pi}{2} rd$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 2 \cdot t + \frac{\pi}{2}}$$ (α_1 គិតជា (rd) និង t គិតជា (s))

– ចំពោះចល័តទី 2:

មុំពេល: $\alpha_2 = \omega_2 \cdot t + \alpha_{02}$

តែដោយ $\omega_2 = 2,5rd/s$; $\alpha_{02} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_2 = 2,5 \cdot t}$$

(α_2 គិតជា (rd) និង t គិតជា (s))

– រយៈពេលដែលចល័តទាំងពីរជួបគ្នា

ដើម្បីអោយចល័តទាំងពីរនេះជួបគ្នា លុះត្រាតែៈ

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$$\Leftrightarrow 2t + \frac{\pi}{2} = 2,5t$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \pi \ s}$$

ព្រះច័ន្ទមានចលនាជុំវិញផែនដីដោយគន្លង ដែលអាចសន្មតថាជារង្វង់មានផ្ចិតរួមគ្នា ផ្ចិតផែនដី ហើយមានកាំ $3,8 \cdot 10^5 \ m$ ។ រយៈពេលមួយជុំនៃចលនាគឺ 27,32 ថ្ងៃ ។ គណនាជាល្បឿនមធ្យមរបស់ព្រះច័ន្ទដោយគិតជាម៉ែត្រក្នុងមួយវិនាទី ។ គេ ឲ្យ $l = 2\pi R$ ។

ចំលើយ

ល្បឿនមធ្យមរបស់ព្រះច័ន្ទជុំវិញផែនដីៈ

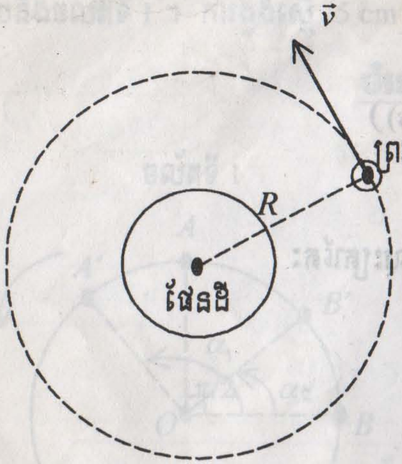
$$v = \frac{l}{t} \ ; \ l: \text{ ចំងាយចរ } ; \ t: \text{ រយៈពេល}$$

ចំពោះព្រះច័ន្ទធ្វើបានមួយជុំ

$l = 2\pi R$ (បរិមាត្រ), $t = T$ (មួយខួប)

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

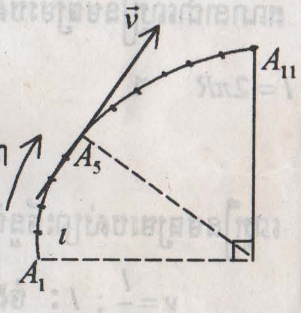
ក្នុងនេះ $R = 3,8.10^5 \ m$, $T = 27,32 \times 24 \times 3600 s = 2360448 \ s$



$$\Rightarrow v = \frac{2\times 3{,}14\times 3{,}8.10^{8}}{2360448}$$

$$= \boxed{1{,}011\text{m/s}}$$

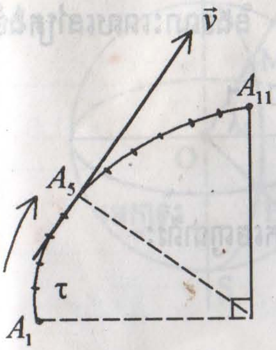
6. ចលនារបស់ចល័តមួយត្រូវបានកត់ត្រាដូចខាងក្រោម ។ គន្លងរបស់វាជារង្វង់មានកាំ $R = 6cm$ ហើយចល័តមានបំពាក់ឧបករណ៍សំរាប់ដៅចំនាំរបស់វានៅចន្លោះពេលស្មើគ្នា $\tau = 20\,\text{ms}$ (មីលីវិនាទី) ។



ក/. តើចលនាបែបនេះជាចលនាអ្វី ? គណនាល្បឿនចលនា ។ គេអោយបរិមាត្រនៃរង្វង់ដែលមានកាំ R: $l = 2\pi R$ ។

ខ/. គាងវិចទ័រល្បឿនចល័តត្រូវនឹងទីតាំង A_5 ដោយប្រើមាត្រដ្ឋាន 1cm សំរាប់ 10cm/s ។

ចំលើយ



ក/. ដោយចន្លោះពេលពីមួយចំនុចទៅមួយចំនុចស្មើគ្នា ហើយចំងាយពីចំនុចមួយទៅចំនុចមួយទៀតស្មើគ្នា (តាមរូប)

$\Rightarrow$ ចលនារបស់ចល័ត ជាចលនាចរង់ស្មើ ដែលល្បឿនអោយតាមទំនាក់ទំនង:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

ចល័តធ្វើពី A_1 ដល់ A_2 ចំនាយពេល $t = 10\tau$ គឺត្រូវនឹង $\frac{1}{4}$ នៃខួប ។

$$\Rightarrow t = \frac{T}{4} = 10\tau$$

$$\Rightarrow T = 40\tau$$

ដោយ $\tau = 20ms = 20.10^{-3}s = 0,02s$

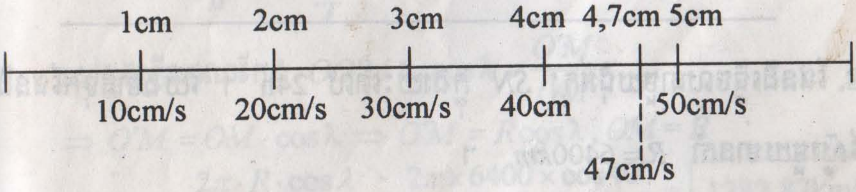
$$\Rightarrow T = 40 \times 0,02 = 0,8s$$

$$R = 6cm = 6.10^{-2}m$$

$$\Rightarrow v = \frac{2 \times 3,13 \times 6.10^{-2}}{0,8} = \boxed{0,471m/s}$$

ខ/. មាត្រដ្ឋានតាងល្បឿន: $1cm \leftrightarrow 10cm/s$

$$v = 0,471m/s = 47,1cm/s$$



7. ចំនុចរូបធាតុមួយធ្វើចលនាតាមខ្សែកោងដោយសំទុះផ្ចិប៉ះ $2m/s^2$ និងសំទុះផ្ចិតកែ
$3m/s^2$ ហើយមានកាំកំនោង 3m ។ គណនាល្បឿន និងខណៈពេលនៅត្រង់ចំនុ
មួយនៃគន្លង ។ នៅខណៈដើមពេល $t=0$; $v_0=0$ ។

ចំលើយ

យើងដឹងថា សំទុះក្នុងចលនាកោងយើងបំបែកចេញជាពីរ:

– សំទុះផ្ចិប៉ះ $a_T=\dfrac{dv}{dt}$

– សំទុះផ្ចិតកែង $a_N=\dfrac{v^2}{\rho}$; ρ: កាំកំនោង

តាមសំទុះផ្ចិតកែង យើងបានល្បឿន

$$v^2=\rho\cdot a_N \Rightarrow v=\sqrt{\rho\cdot a_N}$$

ដោយ $\rho=3cm$; $a_N=3m/s^2$

$$\Rightarrow v=\sqrt{3\cdot 3}=3m/s$$

រយៈពេលនៅត្រង់ចំនុចនោះ

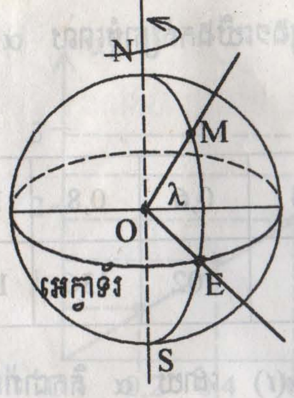
$$a_T=\frac{dv}{dt} \text{ ឬ } v=a_T\cdot t+v_0 \text{ ដោយ } v_0=0$$

$$\Rightarrow t=\frac{v}{a_T};\ a_T=2m/s^2$$

$$\Rightarrow t=\frac{3}{2}=\boxed{1,5\ s}$$

---

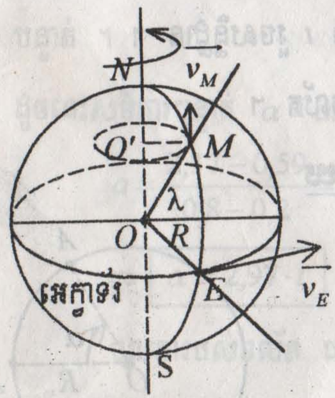
8. ផែនដីធ្វើចលនាមួយជុំអ័ក្ស SN ក្នុងរយៈពេល 24h ។ យើងចាត់ទុកផែនដីជា
ស្វ៊ែរមួយមានកាំ $R=6400km$ ។



ក/. គណនាល្បឿនត្រង់ E នៃអេក្វាទ័រ ដោយធៀបទៅនឹងផ្ចិតផែនដី ។

ខ/. ទីក្រុងម៉ាឌ្រីត (Madrid) នៅត្រង់ចំនុច M នៅរយៈកំពស់ $\lambda = 40°$ ។ គណនាល្បឿននៃទីក្រុងនេះត្រង់ចំនុច M ។

ចំលើយ



ក/. ល្បឿននៅត្រង់ E នៃអេក្វាទ័រ:

ល្បឿនប្រវែងត្រង់ចំនុចមួយនៃអេក្វាទ័រ

$$v_E = \frac{2\pi R}{T}\ ;\ T = 24h$$

$$R = 6400km$$

$$\Rightarrow v_E = \frac{2\times\pi\times 6400}{24}$$

$$= \boxed{1674{,}66km/h}$$

ខ- ល្បឿនត្រង់ M

ចំនុច M ធ្វើចលនារង្វង់ស្មើមានផ្ចិត O' នៅលើអ័ក្ស SN មានកាំ $O'M$:

$$v_M = \frac{2\pi\cdot O'M}{T}$$

នៅក្នុងត្រីកោណកែង $OO'M$: $\cos\lambda = \frac{O'M}{OM}$

$$\Rightarrow O'M = OM\cdot\cos\lambda \Rightarrow O'M = R\cos\lambda\ ;\ OM = R$$

$$\Rightarrow v_M = \frac{2\pi\cdot R\cdot\cos\lambda}{T} = \frac{2\pi\times 6400\times\cos 40°}{24} = \boxed{1282{,}87\text{km/h}}$$

9. ចល័តមួយធ្វើចលនាវង់ ។ នៅខណៈផ្សេងៗយើងកត់ត្រាមុំពេល α ដូចក្នុង តារាងខាងក្រោម:

t(s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
α (ដឺក្រេ)	0	34	68	102	136	170

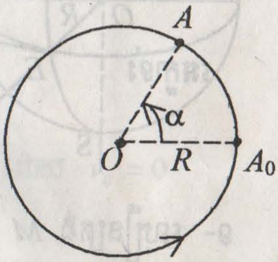
ក/. ចូរគូសក្រាបទំនាក់ទំនង: $t \to \alpha(t)$ ដោយ α គិតជារ៉ាដ្យង់ ; t គិតជា (s) ។

ខ/. ចូរបង្ហាញទំនាក់ទំនង α និង t រួចសន្និដ្ឋាន ។

គ/. គណនាល្បឿនមុំ និងខួបនៃចល័ត ។

ចំលើយ

ក/. តារាង α គិតជា (rd)

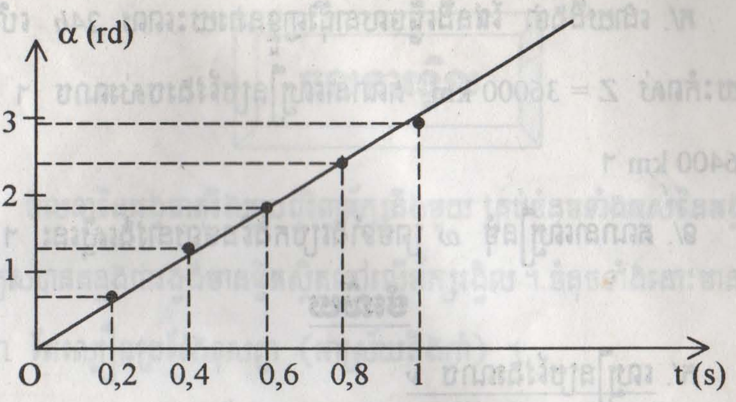


✳ **បំនាំ:** α (ដឺក្រេ) គិតជា α(rd)

$$\Rightarrow \alpha(rd) = \frac{\pi \times \alpha(\text{ដឺក្រេ})}{180^\circ}$$

យើងបាន:

t(s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
α (rd)	0	0,59	1,19	1,78	2,37	2,97



ខ/. តាមក្រាហ្វិកខាងលើយើងឃើញថា ក្រាបនៃអនុគមន៍ $t \mapsto \alpha(t)$ ជាបន្ទាត់ ។

ដូចនេះសមីការបន្ទាត់ $\alpha = at\,;a$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសដែលៈ

$$a = \frac{2,37 - 0,59}{0,8 - 0,2} = 2,97\,rd/s$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 2,97 \cdot t}$$

ចលនារបស់ចល័ត ជាចលនាវង់ស្មើ ។

គ/. នៅក្នុងចលនាវង់ស្មើ $\alpha = \omega t\,;\ \omega$ ល្បឿនមុំ

$$\Rightarrow \boxed{\omega = a = 2,97\,rd/s}$$

ខួបចល័តៈ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,97} = \boxed{2,11s}$$

---

10. ផ្កាយរណបផែនដីធ្វើចលនាវង់នៅក្នុងប្លង់អេក្វាទ័រនៃផែនដី ដោយនៅចំងាយថេរពីផែនដី ។

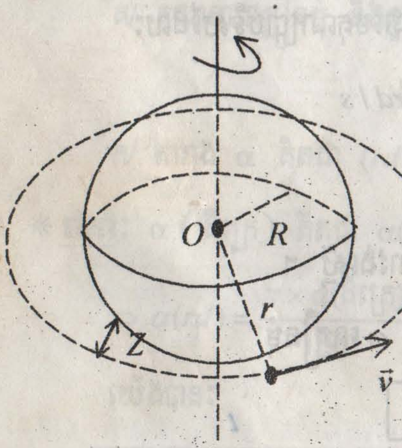
ក/. ដោយដឹងថា ផែនដីធ្វើចលនាជុំវិញខ្លួនវារយៈពេល $24h$ ហើយរណបនៅរយៈកំពស់ Z = 36000 km គណនាល្បឿនប្រវែងរបស់រណប ។ កាំផែនដី $R = 6400$ km ។

ខ/. គណនាល្បឿនមុំ ω ព្រមទាំងប្រេកង់នៃចលនារង្វង់ស្មើនេះ ។

ចំលើយ

ក/. <u>ល្បឿនប្រវែងរណប v</u>

រណបនេះធ្វើចលនារង្វង់ស្មើដែលមានផ្ចិត O (ផ្ចិតផែនដី) ហើយមានខួបរង្វិលស្មើនឹងខួបរបស់ផែនដី $T = 24\ h$



$$\Rightarrow v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

ក្នុងករណីនេះ

$$r = R + Z$$
$$= 6400 + 36000$$
$$= 42400\ km$$

$$\Rightarrow v = \frac{2 \times 3{,}14 \times 42400}{24}$$

$$= \boxed{11094{,}67 km/h}$$

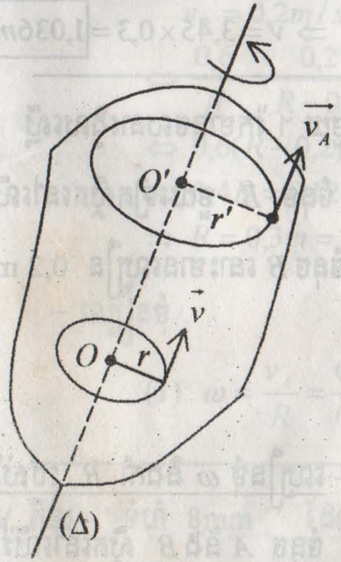
ខ/. – <u>ល្បឿនមុំនៃរណប</u>

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3{,}14}{24 \times 3600} = \boxed{72{,}68.10^{-6} rd/s}$$

– ប្រេកង់ $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{24 \times 3600} = \boxed{11{,}57.10^{-6}\ Hz}$

ចលនារង្វិល

ចលនានៃអង្គធាតុរឹងមួយជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយ គ្រប់ចំនុចទាំងអស់នៃអង្គធាតុរឹងនេះ គូសបានគន្លងជារង្វង់មានផ្ចិតស្ថិតនៅលើអ័ក្សរង្វិល ។ ចំនុចទាំងនោះមានល្បឿនមុំដូចគ្នា តែល្បឿនប្រវែងខុសគ្នា (អាស្រ័យនឹងកាំ) ។



$$\frac{v}{r} = \frac{v'}{r'} \Leftrightarrow \frac{v}{v'} = \frac{r}{r'}$$

ល្បឿនមុំ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

– ចលនារង្វិលស្មើ៖

$\omega =$ ថេរ

$\theta = \omega \cdot t$

– ខួបនឹងប្រេកង់៖

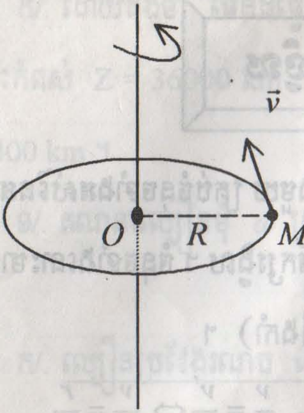
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{N}$$

លំហាត់

1. ថាសមួយវិលបាន 33 ជុំក្នុងមួយនាទី ។ អង្កត់ផ្ចិតថាសប្រវែង 30cm ។ គណនាល្បឿនមុំថាស និងល្បឿនប្រវែងរបស់ចំនុចដែលនៅលើគែមថាស ។

ចំលើយ

(1) – ល្បឿនមុំរបស់ថាស



$$\omega = 2\pi N$$

ដែល $N = 33tr/mn = 0,55tr/s$

$$\Rightarrow \omega = 2\times 3,14\times 0,55$$

$$= \boxed{3,45rd/s}$$

– ល្បឿនប្រវែងចំនុច M គែមថាស

$$v = \omega\cdot R$$

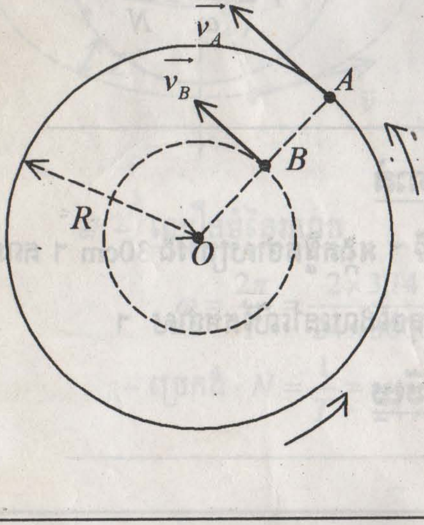
តែ $R = 30\text{cm} = 0,3\text{ m}$

$$\Rightarrow v = 3,45\times 0,3 = \boxed{1,036m/s}$$

---

2. ចំនុច A មួយស្ថិតនៅលើគែមក្រៅនៃវ៉កមួយ ។ វ៉កមានចលនាវង្វិលស្មើ ដោយ A ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_A = 0,6m/s$ ។ ចំនុច B មួយទៀតស្ថិតនៅលើកាំតែមួយជាមួយនឹង OA ដែល $AB = 20cm$ ។ ចំនុច B នោះមានល្បឿន $0,2$ m/s ។ ចូរកំនត់ល្បឿនមុំ និងកាំវ៉ក ។

ចំលើយ



– ល្បឿនមុំ ω និងកាំ R របស់វ៉ក

ចំនុច A និង B ស្ថិតនៅលើវ៉កតែមួយ (អង្គធាតុរឹង) ដូច្នេះអង្គធាតុទាំងពីរមានល្បឿនមុំដូចគ្នា ។

– ចំពោះចំនុច A:

$$\omega = \frac{v_A}{OA};\ OA = R$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_A}{R} \qquad (1)$$

– ចំពោះចំនុច B:

$$\omega = \frac{v_B}{OB}\,;\ OB = R - AB$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v_B}{R - AB} \qquad (2)$$

យើងបាន: $(1) = (2)$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{R} = \frac{v_B}{R - AB}\,;\ v_A = 0{,}6m/s\,;$$

$$v_B = 0{,}2m/s\,;\ AB = 20cm = 0{,}2m$$

$$\Leftrightarrow \frac{0{,}6}{R} = \frac{0{,}2}{R - 0{,}2}$$

$$\Leftrightarrow 0{,}6(R - 0{,}2) = 0{,}2R$$

$$\Leftrightarrow 0{,}4R = 0{,}12$$

$$\Rightarrow R = 0{,}3m = \boxed{30cm}$$

+ ល្បឿនមុំ

$$(1):\ \omega = \frac{v_A}{R} = \frac{0{,}6}{0{,}3} = 2rd/s$$

---

3. ក/. ភីល “ ទំហំ 8mm ” ដែលមាន 26 រូបភាពមានប្រវែង 10cm ។ ក្នុងការបញ្ចាំងរូបភាពភីលផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ 24 រូបភាពក្នុងមួយវិនាទី ។ គណនាល្បឿនប្រវែងភីល ។

ខ/. ក្នុងការបញ្ចាំងគេរុំភីលនឹងបូប៊ីនមួយ ដែលនៅពេលចាប់ផ្តើមបញ្ចាំងវាមានកាំ $R_1 = 2cm$ ហើយចុងបញ្ចប់នៃការបញ្ចាំងមានកាំ $R_2 = 7cm$ ។ តើល្បឿនមុំនៃបូប៊ីនមានតំលៃប្រែប្រួលនៅចន្លោះក័រិតណា ?

ចំលើយ

ក/. ល្បឿនប្រវែងនៃភីល

ដោយមានរូបភាព 24 ត្រូវការរយៈពេល 1s យើងបាន 26 រូបភាពប្រើរយៈ

ពេល:

$$t = \frac{26}{24} = 1,083s$$ វិលបានប្រវែង $S = 10cm = 0,1m$

$\Rightarrow$ ល្បឿនប្រវែង $v = \frac{S}{t}$

$$v = \frac{0,1}{0,083} = \boxed{0,0923m/s}$$

ខ/. ដើម្បីទទួលបានរូបភាពលើអេក្រង់នៅដដែល យើងត្រូវការល្បឿនប្រវែង

ភីលស្មើគ្នា:

$$v = \omega_1 \cdot R_1$$
$$v = \omega_2 \cdot R_2$$

យើងបាន:

$$\omega_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{0,0923}{0,02} = \boxed{4,615rd/s}$$

$$\omega_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{0,0923}{0,07} = \boxed{1,318rd/s}$$

ដូចនេះកំរិតនៃល្បឿនមុំខុសគ្នាគឺ:

$$\omega_1 - \omega_2 = \boxed{3,297rd/s}$$

---

4. កង្ហារមួយវិលដោយល្បឿន 1500 ជុំក្នុងមួយនាទី ។

ក/. គណនាល្បឿនប្រវែង និងល្បឿនមុំរបស់ចំនុច M មួយដែលស្ថិតនៅ

ចំងាយ 20cm ពីអ័ក្សរង្វិល ។

ខ/. សំន្ទុះដែលចំពោះចំនុច P ដែលស្ថិតនៅ 10cm ពីអ័ក្ស ។

ចំលើយ (ក/. ល្បឿនចំនុច M: $v_M = 31,4\,\text{m/s}$; $\omega = 50\pi\,\text{rd/s}$

ខ/. ល្បឿន $v_P = 15,7\,\text{m/s}$; $\omega = 50\pi\,\text{rd/s}$)

---

5. កង់នៃក្បាលរថភ្លើងមួយមានអង្កត់ផ្ចិត 2m វិលដោយល្បឿន 350 ជុំក្នុងមួយនាទី ។ គណនាល្បឿនប្រវែងរបស់កង់នៃក្បាលរថភ្លើងនេះ ។ ឧបមាកង់វិលលើផ្លូវដោយគ្មានកកិត ។ គណនាល្បឿនរថភ្លើងគិតជា km/h ។

ចំលើយ

– ល្បឿនប្រវែងនៃគែមកង់

តាមទំនាក់ទំនង:

$$v = \omega \cdot R$$

ដោយ $\omega = 2\pi N$; $N = 350\ tr/mn = 5,83\,tr/s$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{2}{2} = 1m$$

$$\Rightarrow v = 2\pi \times 5,83 \times 1 = \boxed{36,61\,m/s}$$

– ល្បឿននៃរថភ្លើង

ល្បឿនរបស់រថភ្លើងស្មើនឹងល្បឿនប្រវែងគែមរបស់កង់

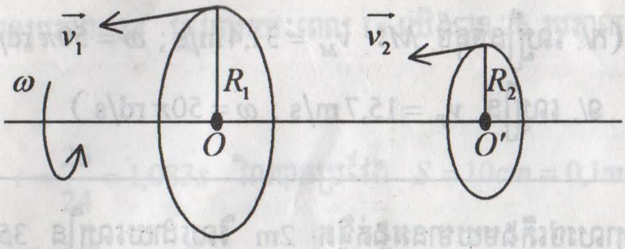
$$v = 36,61\,m/s = \boxed{131,796\,km/h}$$

---

6. រ៉កពីរមានអ័ក្សរង្វិលរួម ។ រ៉កទាំងពីរមានអង្កត់ផ្ចិតរៀង d_1 និង d_2 ។

គណនាផលធៀបល្បឿនប្រវែងនៃគែមវ៉ាកទាំងពីរ ។

ចំលើយ



គណនាផលធៀប $\frac{v_1}{v_2}$

វ៉ាកទាំងពីរមានល្បឿនមុំ ω ដូចគ្នា ។

យើងបានល្បឿនប្រវែង:

– ចំពោះវ៉ាកទី 1:

$$v_1 = \omega \cdot R_1 \ ; \ R_1 = \frac{d_1}{2}$$

$$\Rightarrow v_1 = \omega \cdot \frac{d_1}{2}$$

– ចំពោះវ៉ាកទី 2:

$$v_2 = \omega \cdot R_2; \ R_2 = \frac{d_2}{2}$$

$$\Rightarrow v_2 = \omega \cdot \frac{d_2}{2}$$

យើងបានផលធៀប:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega \cdot \frac{d_1}{2}}{\omega \frac{d_2}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2}}$$

---

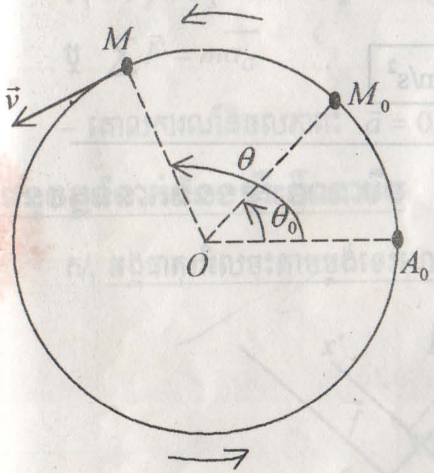
7. ចល័តមួយធ្វើចលនាវង់ មានសមីការពេលតាមច្បាប់ពេល $\theta = 4t + 3$;(θ គិតជា (rd) និង t គិតជា (s)) ។

ក/. គណនាមុំ θ (គិតជា rd, ដឺក្រេ) ចំពោះ $t = 0s$; $t = 1s$ ។

ខ/. គណនាល្បឿនមុំ និងល្បឿនប្រវែង បើកាំរង្វង់ $R = 2m$ ចំពោះ $t = 0$; $t = 1s$ ។

គ/. គណនាសំទុះចូលផ្ចិត ចំពោះ $t = 1s$ ។

ចំលើយ



ក/. មុំពេល θ

យើងមាន:

$\theta = 4t + 3$

– ចំពោះ $t = 0$

$\Rightarrow \boxed{\theta_0 = 3 \text{ rd}}$

ឬ $\theta_0 = \frac{180^\circ \times 3}{\pi} = \boxed{171,97^\circ}$

ចំពោះ $t = 1s$:

$\boxed{\theta_1 = 7 \text{rd} \text{ ឬ } \theta_1 = 401,27^\circ}$

ខ/. – ល្បឿនមុំ

តាមទំនាក់ទំនង:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(4t+3) = \boxed{4\text{ rd/s}}$$

– ចំពោះ $t = 0 \Rightarrow \omega = 3\,\text{rd/s}$

– ចំពោះ $t = 1\,\text{s} \Rightarrow \omega = 4\,\text{rd/s}$

– ល្បឿនប្រវែង

$v = \omega \cdot R\,;\, R = 2\text{m}$
$v = 4 \times 2 = 8\,\text{m/s}$

– ចំពោះ $t = 0 \Rightarrow v = 8\,\text{m/s}$

– ចំពោះ $t = 1\,\text{s} \Rightarrow v = 8\,\text{m/s}$

គ/. សំទុះចូលផ្ចិត

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

$$\Rightarrow a = \frac{8^2}{2} = \boxed{32\text{ m/s}^2}$$

ជំពូក ៣

ឌីណាមិច

ឌីណាមិច សិក្សាពីចលនារបស់អង្គធាតុ ដោយគិតពីបុព្វហេតុដែលនាំអោយ

កើតមានចលនា ។

. ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

ផលបូកកំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុមួយ ស្មើនឹងម៉ាសនៃអង្គធាតុនោះ

គុណនឹងសំទុះនិចលភាព $\overrightarrow{a_G}$ ។

យើងបាន:

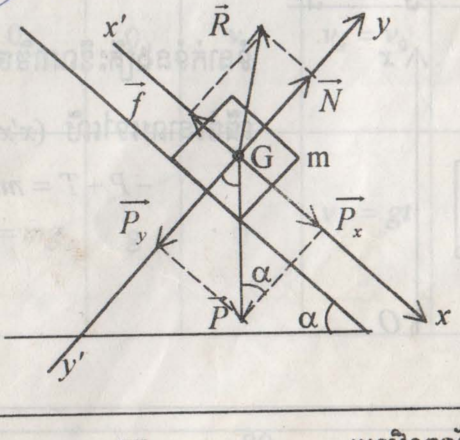
$$\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}+.....+\overrightarrow{F_n}=m\overrightarrow{a_G}\ ;\ \overrightarrow{a_G}=\vec{a}$$

ឬ $\sum\vec{F}=m\overrightarrow{a_G}$

– គោលការណ៍និចលភាព: $\vec{a}=\vec{0}\Rightarrow\sum\vec{F}=\vec{0}$

. អនុវត្តទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

ក/. អង្គធាតុរអិលចុះតាមប្លង់ទេរដោយមានកកិត



សិក្សាចលនានៅក្នុងតំរុយ (Gxy)

ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចកំលាំងដែលអនុវត្តលើអង្គធាតុៈ ($\vec{R}$ ៖ កំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{P}$ ៖ ទំងន់)

$$\vec{R}+\vec{P}=m\vec{a} \qquad (1)$$

– ធ្វើចំនោល (1) លើ $(y'y)$៖

$$N-P_y=0$$

$$P_y=P.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow N=P.\cos\alpha$$

– ធ្វើចំនោល (1) លើ $(x'x)$៖

$$f+P_x=ma$$

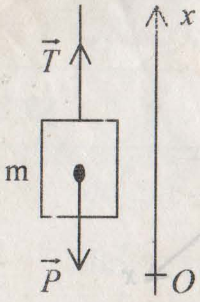
$P_x=P.\sin\alpha$; f ៖ កំលាំងកកិត

$$\Rightarrow \boxed{P\sin\alpha-f=ma}$$

* បើមានកំលាំងកកិត $f=0$, $\vec{R}\perp$ ប្លង់ទំរ

$$\Rightarrow \boxed{a=g.\sin\alpha}$$

ខ/. <u>តំនឹងខ្សែយោងឡើង</u>



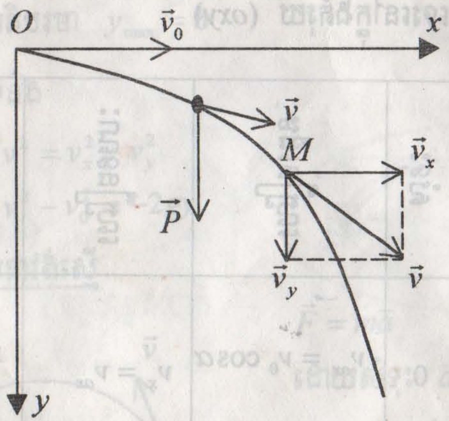
ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$

ធ្វើចំនោលទៅលើ $(x'x)$៖

$$-P+T=ma$$

ឥ/. ចលនាគ្រាប់បាញ់:

– បាញ់តាមទិសដេក នៅក្នុងតំរុយ (Oxy)



កំនត់ក្នុងតារាង

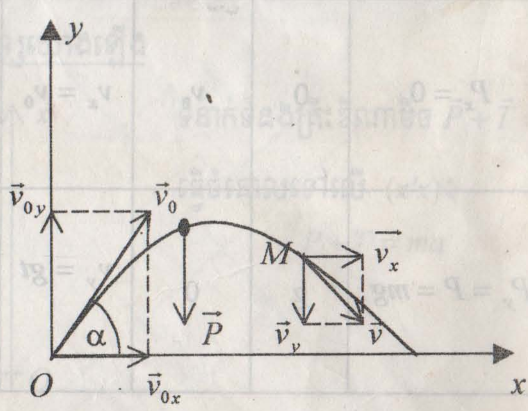
	កំលាំងមានអំពើលើអង្គធាតុ	សំទុះ	ល្បឿនដើម	ល្បឿនខណៈ	សមីការចលនា
តាមអ័ក្ស (ox)	$P_x = 0$	0	v_0	$v_x = v_0$	$x = v_0 t$
តាមអ័ក្ស (oy)	$P_y = P = mg$	g	0	$v_y = gt$	$y = \frac{1}{2}gt^2$

សមីការគន្លង: $y = \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$

– ទំនាក់ទំនង: $v^2 = v_x^2 + v_y^2$; $v^2 - v_0^2 = 2gy$

– បាញ់តាមទិសទេរនៅក្នុងតំរុយ (oxy)

	កំលាំង	សំទុះ	ល្បឿនដើម	ល្បឿនខណៈ	សមីការចលនា
តាមអ័ក្ស (ox)	$P_x = 0$	0	$v_{ox} = v_0 \cos\alpha$	$v_x = v_{ox}$	$x = v_0 \cos\alpha \cdot t$
តាមអ័ក្ស (oy)	$P_y = -P$ $= -mg$	$-g$	$v_{oy} = v_0 \sin\alpha$	$v_y = -gt$ $+ v_0 \sin\alpha$	$y = -\frac{1}{2}gt^2$ $+ v_0 \sin\alpha \cdot t$



សមីការគន្លង $y = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 x} + x tg\alpha$

– ចំងាយធ្លាក់ $x = d$

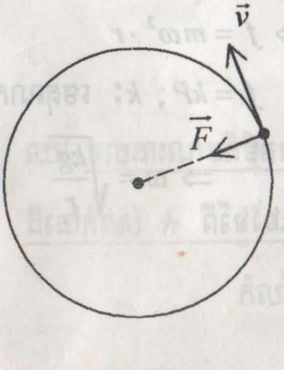
– កំពស់អតិបរមា $y_{\max} = h$

– ទំនាក់ទំនង

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2$$

$$v^2 - v_0^2 = -2gy$$

ឃ/. <u>ចលនារង្វង់ស្មើ</u>



$\vec{F} = m\vec{a}$

ដោយសំទុះ $\vec{a} = \overrightarrow{a_N} + \overrightarrow{a_T}$

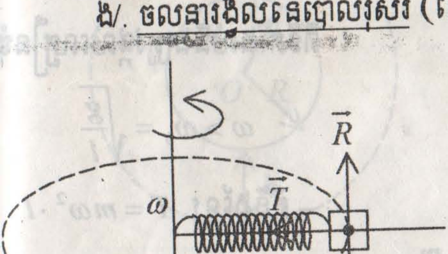
តែ $a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \overrightarrow{a_N}$

$\Rightarrow \vec{F} = m\overrightarrow{a_N}$ (កំលាំងចូលផ្ចិត)

ឬ $\vec{F} = ma_N$; $a_N = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{F = m\omega^2 R = m\frac{v^2}{R}}$$

ង/. <u>ចលនារង្វិលនៃប៉ោលរ៉ឺស័រ</u> (ស្មើ)



$\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}$

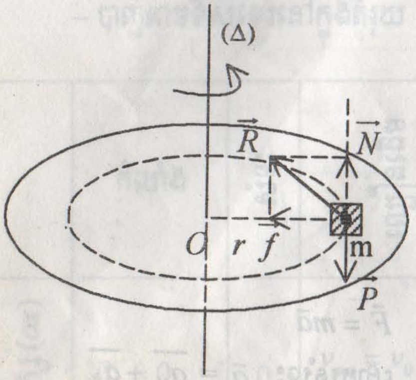
តែ $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{T} = m\vec{a}$ (កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រដើរតួជាកំលាំងចូលផ្ចិត)

$T = m\omega^2 l$; $l = l_0 + x$; $T = kx$

$$\omega = \sqrt{\frac{kx}{m(l_0 + x)}}$$

ច/. <u>អង្គធាតុមួយដាក់លើថាសវង្វិលស្មើជុំវិញអ័ក្សវា:</u>



$$\vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_N$$

ឬ $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$ (កំលាំងកកិត $\vec{f}$)

$\Rightarrow \vec{N} + \vec{P} = \vec{0}$

$\Rightarrow f = ma_N$ (កំលាំងកកិតដើរតួជាកំលាំងចូលផ្ចិត)

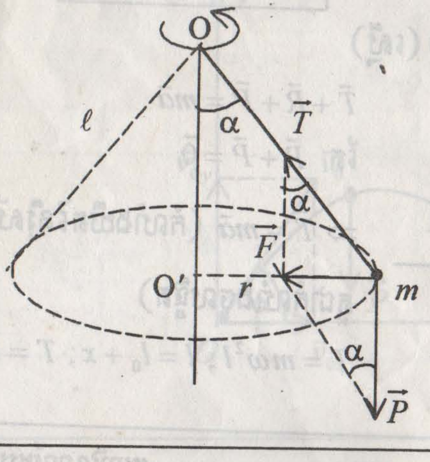
$\Rightarrow f = m\omega^2 \cdot r$

$f = kP$; k: មេគុណកកិត

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{kg}{r}}$$

– អង្គធាតុខ្ទាតចេញពីថាស $\omega > \sqrt{\frac{kg}{r}}$

ឆ/. <u>ចលនាប៉ោលកោណ</u> (វង្វិលស្មើ)

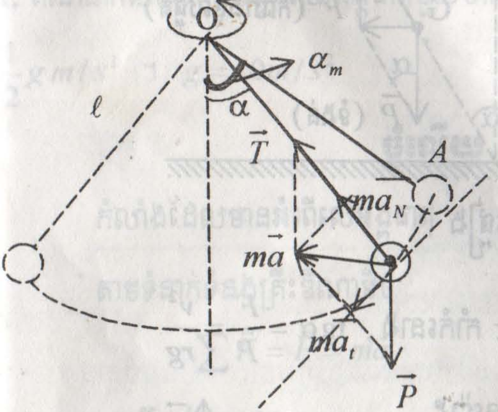


– ដើម្បីអោយប៉ោលងាកចេញពីទីតាំងលំនឹងត្រូវផ្តល់ល្បឿនមុំ

$$\omega > \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

– តំនឹងខ្សែ $T = m\omega^2 \cdot l$

ជ/. ចលនាយោលនៃប៉ោលទោល



$$\vec{a_t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$a_N = \frac{v^2}{l}$$

– ល្បឿនឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹង

$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_m)}$$

– ល្បឿនត្រង់កន្លែងណាមួយ

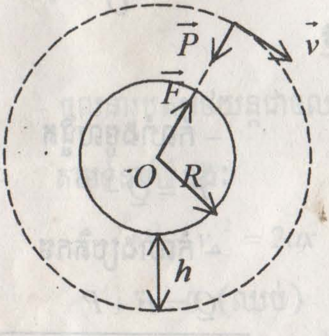
$$v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}$$

– តំនឹងខ្សែត្រង់កន្លែងណាមួយ

$$T = mg(3-2\cos\alpha_m)$$

ឈ/. ចលនារណបនិម្មិតជុំវិញផ្ចិតផែនដីមានគន្លងជារង្វង់ផ្ចិតត្រួតនឹងផ្ចិតផែនដីនៅកំពស់ h ពីផ្ទៃផែនដី:

កំលាំងទំនាញសកល = ទំងន់រណប = កំលាំងចូលផ្ចិត



– សំទុះចូលផ្ចិត: $a_N = g = \dfrac{v^2}{R+h}$

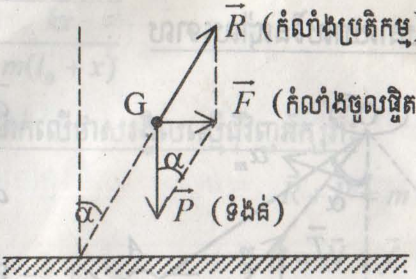
ហើយ $g = g_0\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$

$\Rightarrow$ ល្បឿនរណប $v = R\sqrt{\dfrac{g_0}{R+h}}$

– ល្បឿនមុំ: $\omega = \dfrac{R}{R+h}\sqrt{\dfrac{g_o}{R+h}}$

– ខួប $T = \dfrac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\dfrac{R+h}{g_0}}$

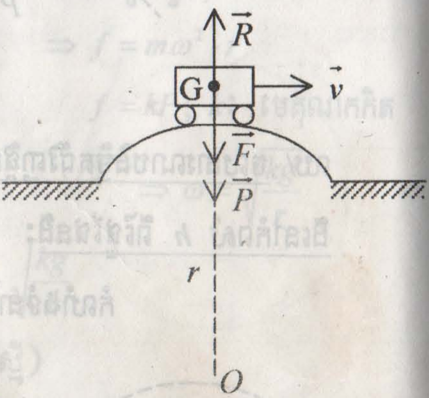
៣/. ផ្លូវបត់



α : មុំផ្ទៀង

$$F = m\frac{v^2}{r};\ r : \text{កាំកំនោង},\ \mathrm{tg}\alpha = \frac{F}{P} = \frac{v^2}{rg}$$

៤/. រថយន្តបើកបរលើស្ពានប៉ោង



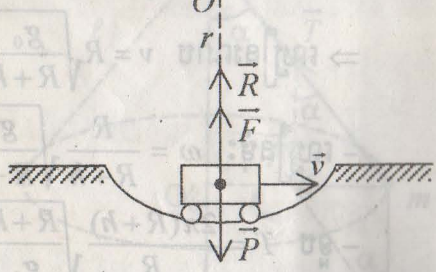
– កំលាំងចូលផ្ចិត: $F = P - R$

– កំលាំងប្រតិកម្ម: $R = P - F$

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{R = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right)}$$

៥/. រថយន្តបើកបរលើស្ពានផត



– កំលាំងចូលផ្ចិត

$$F = Q - P$$

– កំលាំងប្រតិកម

$$Q = F + P$$

$$\boxed{Q = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right)}$$

លំហាត់

1. គណនាកំលាំងដែលធ្វើអោយអង្គធាតុមួយមានម៉ាស 1500kg មានសំទុះ $\frac{1}{2}g\,m/s^2$ ។ $g = 10m/s^2$

ចំលើយ

កំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{F} = \vec{F} = m\vec{a}$$

ឬ $F = ma$

ដោយ $m = 1500kg\,;\ a = \frac{1}{2}g\ m/s^2$ ឬ $a = 5m/s^2$

$$\Rightarrow F = 1500 \times 5 = \boxed{7500N}$$

---

2. តើគេត្រូវការកំលាំងប៉ុន្មានញូតុន ដើម្បីអោយរថយន្តមួយម៉ាស 1500kg ឈប់ដោយល្បឿន 100km/h ក្នុងចំងាយចរ 55m ។

ចំលើយ

– ចលនារបស់រថយន្តជាចលនាយឺត

តាមទំនាក់ទំនង:

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$v = 0$ (ឈប់)

$x = 55m\,;\ v_0 = 100km/h = 27{,}78m/s$

$$\Rightarrow a = -\frac{v_0^2}{2x}$$

$$a = -\frac{(27,78)^2}{2 \times 55} = -7,016m/s^2$$

កំលាំងដែលអនុវត្តលើរថយន្តៈ

$$F = ma$$

$$\Rightarrow F = 1500 \times (-7,016)$$

$$\boxed{F = -10524N}$$

---

3. វត្ថុមួយមានម៉ាស 6kg មានចលនាដោយសំទុះ $2m/s^2$ ។

ក/. តើអាំងតង់ស៊ីតេកំលាំងដែលមានអំពើលើវត្ថុនោះ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

ខ/. បើកំលាំងដដែលនេះមានអំពើលើវត្ថុដែលមានម៉ាស 4 kg វិញ តើវត្ថុនោះមានសំទុះប៉ុន្មាន ?

ចំលើយ

ក/. អាំងតង់ស៊ីតេកំលាំង

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{ឬ} \quad F = ma$$

$$m = 6kg\,; \; a = 2m/s^2$$

$$\Rightarrow F = 2 \times 6 = \boxed{12N}$$

ខ/. សំទុះរបស់ម៉ាស $m' = 4kg$

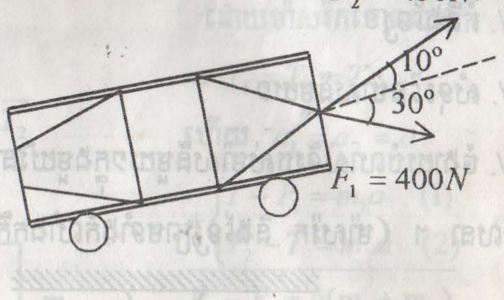
$$F = m' \cdot a'$$

$$\Rightarrow a' = \frac{F}{m'} = \frac{12}{4} = \boxed{3m/s^2}$$

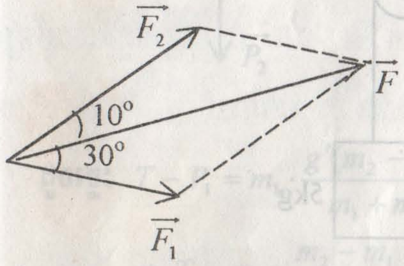
រថយន្តមួយរងអំពើនៃកំលាំងពីរ ហើយមានចលនាដូចរូប ។

ក/. តើកំលាំងផ្គួបទាំងពីរស្មើប៉ុន្មាន ?

ខ/. បើរថយន្តមានម៉ាស 3000kg តើសំទុះនៃចលនារថយន្ត ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?



ចំលើយ



ក/. កំលាំងផ្គួបរវាង F_1 និង F_2 អនុវត្តតាមវិធានប្រលេឡូក្រាមបាន

កំលាំងផ្គួប $\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$

តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 40^\circ$$
$$= (400)^2 + (450)^2 + 2\times 400\times 450\times 0,766$$
$$= 160000 + 202500 + 275760$$
$$\Rightarrow \boxed{F = 798,91N}$$

ខ/. សំទុះរបស់រថយន្ត

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច: $F = ma$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m}\ ;\ m = 3000kg$$

$$\Rightarrow a = \frac{798,91}{3000} = \boxed{0,27 m/s^2}$$

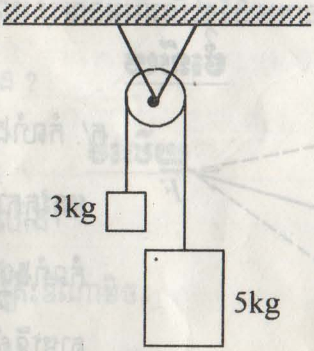
---

5. ម៉ាសពីរ $m_1 = 3kg$ និង $m_2 = 5kg$ ត្រូវចងភ្ជាប់នឹងចុងទាំងពីរនៃខ្សែដែលឆ្លងកាត់រ៉កនឹងមួយដូចរូប ។ គណនា:

ក/. តំនឹងខ្សែ

ខ/. សំទុះនៃម៉ាសនីមួយៗ

គ/. ចំងាយបំលាស់ទីរបស់ម៉ាសនីមួយៗក្នុងមួយវិនាទីដំបូង ក្រោយពេលមានចលនា ។ (ម៉ាស់រ៉ក និងខ្សែព្រមទាំងកំលាំងកកិតមិនគិត) ។



ចំលើយ

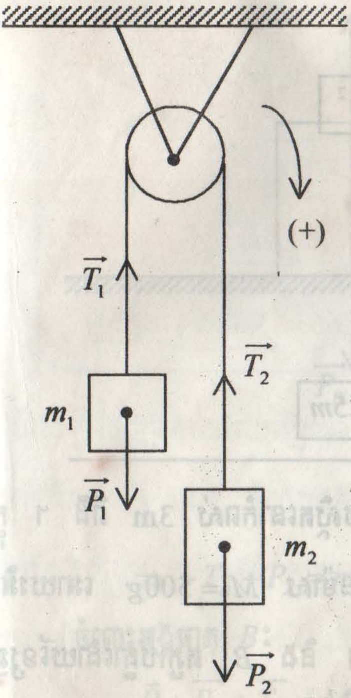
យើងជ្រើសទិសដៅចលនាដូចរូប ។

ក/. គណនាតំនឹងខ្សែ T_1, T_2

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

– ចំពោះ m_1 :

$$\overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{P_1} = m_1 \overrightarrow{a_1}$$



ឬ $T_1 - P_1 = m_1 a_1$ (1)

– ចំពោះ m_2 :

$$\overrightarrow{T_2} + \overrightarrow{P_2} = m_2 \overrightarrow{a_2}$$

ឬ $P_2 - T_2 = m_2 a_2$ (2)

ដោយម៉ាស់រ៉កចោលបាន

$\Rightarrow T_1 = T_2 = T$

ហើយ $a_1 = a_2 = a$

$$+\begin{cases} T - P_1 = m_1 a & (1) \\ P_2 - T = m_2 a & (2) \end{cases}$$

$$P_2 - P_1 = a(m_1 + m_2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} g$$

ដូចច្នេះ $T - P_1 = m_1 \cdot \dfrac{g'(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$

$$\Rightarrow T = m_1 g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} + P_1$$

$$T = m_1 \cdot g \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} + m_1 g$$

$$m_1 = 3kg\,;\; m_2 = 5kg\,;\; g = 10m/s^2$$

$$\Rightarrow T = 3 \times 10 \cdot \frac{5-3}{5+3} + 3 \times 10 = \boxed{37{,}5N}$$

ខ/. សំនុះ:

តាមសំរាយខាងលើ:

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{10(5-3)}{5+3} = \boxed{2,5m/s^2}$$

គ/. ចំងាយបំលាស់ទី

ម៉ាសទាំងពីរចរបានចំងាយស្មើគ្នា

$$e = \frac{1}{2}at^2 \; ; \; t = 1s$$

$$\Rightarrow e = \frac{1}{2} \times 2,5 \times 1^2 = \boxed{1,25m}$$

---

6. វត្ថុ A មួយមានម៉ាស $m = 100g$ ហើយស្ថិតនៅកំពស់ 3m ពីដី ។ ក្នុងពេលធ្លាក់វត្ថុ A បានទាញវត្ថុ B មួយទៀតមានម៉ាស $M = 500g$ អោយរអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ដេកយ៉ាងវែងមួយ ។ A និង B តភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែឆ្មារមួយកាត់តាមចង្កូររ៉ក ។ ម៉ាសរ៉កអាចចោលបាន ។ គេអោយ $g = 10m/s^2$ ។ គណនា:

ក/. សំទុះ a នៃប្រព័ន្ធ ។

ខ/. រយៈពេលនៃចលនារបស់ A ។

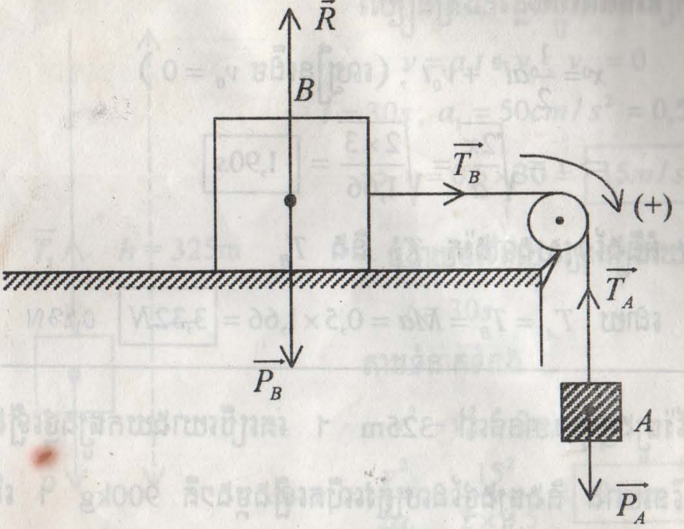
គ/. តំនឹងខ្សែសងខាងរ៉ក ។

ចំលើយ

ក/. សំទុះ a នៃប្រព័ន្ធ

– ចំពោះអង្គធាតុ A: $\overrightarrow{T_A} + \overrightarrow{P_A} = m\vec{a}$

ទិសដៅចលនាដូចរូប



$$\Rightarrow -T_A + P_A = ma \qquad (1)$$

– ចំពោះអង្គធាតុ B៖

$$\vec{R} + \overrightarrow{P_B} + \overrightarrow{T_B} = M\vec{a}$$

ដោយ $\vec{R} + \overrightarrow{P_B} = \vec{0}$

$$\Rightarrow T_B = Ma \qquad (2)$$

ម៉ាស់រ៉កអាចចោលបាន, រ៉កគ្មានកកិត $\Rightarrow T_A = T_B$

$$\Rightarrow -Ma + P_A = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{P_A}{M+m} = \frac{mg}{M+m}$$

$$m = 100g = 0{,}1kg \; ; \; M = 500g = 0{,}5kg$$

$$\Rightarrow a = \frac{0{,}1 \times 10}{0{,}5 + 0{,}1} = \boxed{1{,}66m/s^2}$$

ខ/. រយៈពេល A មកដល់ដី គឺវាចរបាន $x = 3m$

ចលនារបស់ A ជាចលនាប្រែប្រួល

សមីការពេល

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \text{ ; (ល្បឿនដើម } v_0=0 \text{)}$$

$$\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2x}{a}}=\sqrt{\frac{2\times 3}{1,66}}=\boxed{1,90s}$$

គ/. តំនឹងខ្សែសងខាងរ៉ក T_A និង T_B

ដោយ $T_A=T_B=Ma=0,5\times 1,66=\boxed{3,32N}$

---

7. អណ្តូងរ៉ែថ្មូងថ្មមួយមានជំរៅ 325m ។ គេប្រើយោងយកត្បូងថ្មឡើងលើ ។ ម៉ាសសរុបនៃយោង និងត្បូងថ្មដែលត្រូវលើកឡើងម្តងៗគឺ 900kg ។ ដើម្បីទាញយោងឡើងដំបូង គេប្រើខ្សែកាប ហើយគេបញ្ចេញកំលាំងលើវា យោងផ្លាស់ដោយសំទុះ $a_1=50cm/s^2$ ។ 30s បន្ទាប់ពីចេញដំណើរ គេប្តូរតំនឹងខ្សែហើយយោងមានចលនាយឺតស្មើ រួចឈប់នៅពេលដល់មាត់អណ្តូង ។

ក/. រកចំងាយចរនៃយោងក្នុង 30s ដំបូង និងល្បឿនវានៅចុងវិនាទីនេះ (ពេលប្តូរតំនឹងខ្សែកាប) ។

ខ/. រកសំទុះ a_2 នៃចំងាយចរដែលនៅសល់ ។

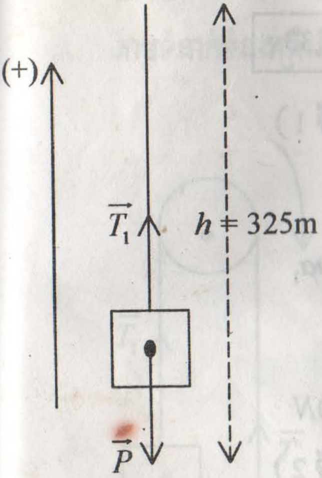
គ/. រករយៈពេលសរុប ដើម្បីអោយយោងឡើងដល់មាត់អណ្តូងរ៉ែ ។

ឃ/. រកតំនឹងខ្សែកាបក្នុងដំនាក់កាលទាំងពីរនៃចលនា ។

ចំលើយ

ក/. ចំងាយចរក្នុងរយៈពេល 30s

ទិសដៅចលនាដូចរូប



ល្បឿនត្រង់កន្លែងប្តូរតំនឹងខ្សែកាប

$$v = a_1 t + v_0\ ;\ v_0 = 0$$

$$t = 30s\ ;\ a_1 = 50cm/s^2 = 0,5m/s^2$$

$$\Rightarrow v = 0,5 \times 30 = \boxed{15m/s}$$

– ចំងាយចរដែលចរបានក្នុងរយៈពេល

$$t = 30s$$

តាមទំនាក់ទំនង

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1 x_1$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{v^2}{2a_1} = \frac{15^2}{2\times 0,5} = \boxed{225m}$$

ខ/. គណនាសំទុះ a_2

តាមទំនាក់ទំនង

$$0^2 - v^2 = 2a_2 x_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -\frac{v^2}{2x_2}$$

$$x_2 = h - x_1 = 325 - 225 = 100m$$

$$\Rightarrow a_2 = -\frac{15^2}{2\times 100} = \boxed{-1,125m/s^2}$$

គ/. រយៈពេលសរុប

+ រយៈពេលនៃចលនាយឺត

សមីការពេលៈ

$$0 = a_2 t_2 + v$$

$$\Rightarrow t_2 = -\frac{v}{a_2} = -\frac{15}{-1,125} = 13,33s$$

ដូច្នេះរយៈពេលសរុប៖

$$t = t_1 + t_2 = 30 + 13,33 = \boxed{43,33s}$$

ឃ/. + តំនឹងខ្សែក្នុងដំណាក់កាលទី 1 (វគ្គទី 1)

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច៖

$$\vec{T_1} + \vec{P} = m\vec{a_1} \quad \text{ឬ} \quad T_1 - P = ma_1$$

$$\Rightarrow T_1 = ma_1 + P$$

$$P = mg = 900 \times 10 = 9000N$$

$$T_1 = 900 \times 0,5 + 9000 = 9450N$$

+ តំនឹងខ្សែក្នុងដំណាក់កាលទី 2 (វគ្គទី 2)

$$\Rightarrow T_2 - P = ma_2$$

$$T_2 = ma_2 + P = 900 \times (-1,125) + 9000$$

$$\boxed{T_2 = 7987,5\ N}$$

---

8. កូនជញ្ជីងពីរមានម៉ាសស្មើគ្នា M ត្រូវបានចងភ្ជាប់គ្នាដោយកំនាត់ខ្សែមួយឆ្លងកាត់ចង្អូររ៉កនឹងមួយ ។ គេដាក់បន្ទុកបន្ថែមដែលមានម៉ាស m លើចំនោមវត្ថុទាំងពីរ ។

ក/. តើកូនជញ្ជីងមានសំទុះប៉ុន្មាន ?

ខ/. គណនាតំនឹងខ្សែ T ក្នុងពេលមានចលនា ។

គ/. គណនាកំលាំង f ដែលបន្ទុកបន្ថែមបញ្ចេញលើកូនជញ្ជីង M ។

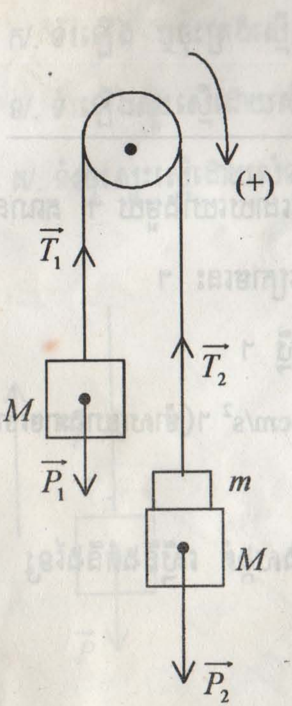
ម៉ាសរ៉ក ទំងន់នៃខ្សែ និងកំលាំងទប់នៃខ្យល់ អាចចោលបាន ។

ចំលើយ

ក/. <u>សំទុះនៃកូនទំងន់</u>

ប្រព័ន្ធមានសំទុះតែមួយ ។ ទិសដៅចលនាដូចរូប ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:



– ចំពោះ M:

$$\vec{T_1} + \vec{P_1} = M.\vec{a}$$

ឬ $T_1 - P_1 = Ma$ (1)

– ចំពោះ $M + m$:

$$\vec{T_2} + \vec{P_2} = (m + M)\vec{a}$$

ឬ $P_2 - T_2 = (m + M)a$ (2)

រ៉កគ្មានម៉ាស

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

យក (1) + (2):

$$P_2 - P_1 = (2M + m)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{P_2 - P_1}{2M + m}$$

$$= \frac{[(M + m) - M]g}{2M + m}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{mg}{2M + m}}$$

ខ/. តំនឹងខ្សែ T ($T_1 = T_2 = T$)

(1): $T - P_1 = Ma$

$$\Rightarrow T = Ma + P_1 = Ma + Mg$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{Mmg}{2M + m} + Mg}$$

គ/. កំលាំង f ដែលបន្ទុកបន្ថែមលើ M:

គឺ $f = ma$ ដោយ $a = \dfrac{mg}{2M + m}$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{m^2 g}{2M + m}}$$

---

9. គេទាញធ្យូងថ្ម 100kg ឡើងលើអណ្តូងរ៉ែដោយយោងមួយ ។ គណនាកំលាំងសង្កត់នៃធ្យូងថ្មលើកំរាលយោងក្នុងករណីពីរខាងក្រោមនេះ ។

ក/. បន្ទប់យោងឡើងលើដោយចលនាស្មើ ។

ខ/. បន្ទប់យោងឡើងលើដោយសំទុះ 24,5 cm/s^2 ។(ម៉ាសយោងអាចចោលបាន)

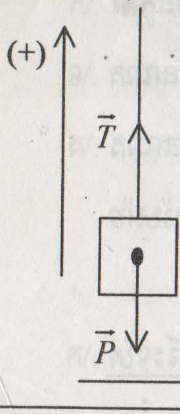
ចំលើយ

ដោយម៉ាសយោងអាចចោលបាន កំលាំងសង្កត់ ស្មើនឹងតំនឹងខ្សែ

ក/. ករណីធ្វើចលនាស្មើ

$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

ឬ $T = P = mg = 100 \times 10 = \boxed{1000N}$



ខ/. ករណីមានសំទុះ $a = 24{,}5cm/s^2 = 0{,}245m/s^2$

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$$T - P = ma$$

$$\Rightarrow T = ma + P$$

$$= 100 \times 0{,}245 + 1000$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 1024{,}5N}$$

---

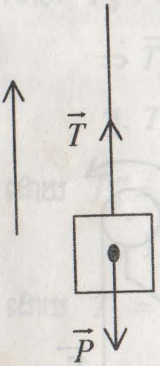
10. គេដាក់វត្ថុមួយមានម៉ាស m លើទំរមួយ ។ គណនាកំលាំងសង្កត់លើទំរក្នុងករណីដូចខាងក្រោមនេះ (ម៉ាសទំរមិនគិត) ។

ក/. ទំរឡើង ឬចុះត្រង់ស្មើ ។

ខ/. ទំរឡើងស្ទុះស្មើដោយសំទុះ a ។

គ/. ទំរចុះស្ទុះស្មើដោយសំទុះ a ។

ចំលើយ



ក/. ទំរឡើង ឬចុះត្រង់ស្មើ

(កំលាំងសង្កត់លើទំរ គឺស្មើនឹងតំនឹងខ្សែ)

$$\Rightarrow \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = P = mg}$$

ខ/. ទំរឡើងស្ទុះស្មើដោយសំទុះ a

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$$T - P = ma$$

$$\Rightarrow T = ma + P$$

$$\Rightarrow \boxed{T = m(g + a)}$$

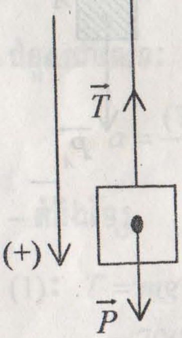
គ/. ទំរចុះស្ទុះស្មើដោយសំទុះ a

$$\Rightarrow \vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$$-T + P = ma$$

$$\Rightarrow T = P - ma$$

$$\Rightarrow \boxed{T = m(g - a)}$$



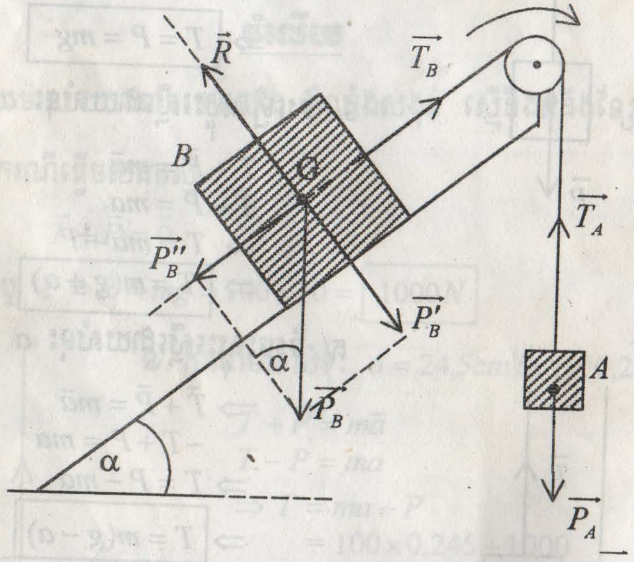
11. វត្ថុ A មួយមានម៉ាស $m = 70g$ ។ ក្នុងទន្លាក់របស់វា វាទាញវត្ថុ B ដែលមានម៉ាស $M = 80g$ រអិលលើប្លង់ទេរបង្អៀតបានមុំ $\alpha = 30°$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក ។ A និង B ភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែដែលឆ្លងកាត់រ៉កមួយ ។ គេមិនគិតម៉ាសរ៉កទេ ។ គណនាសំទុះ និងតំនឹងខ្សែ ។ មិនគិតកំលាំងទប់ផ្សេងៗ ហើយគេយក $g = 10m/s^2$ ។

ចំលើយ

សំទុះ និងតំនឹងខ្សែ

ដោយទិសដៅចលនាដូចរូប

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច



– ចំពោះអង្គធាតុ A:

$$\overrightarrow{P_A} + \overrightarrow{T_A} = m\vec{a}$$

ឬ $P_A - T_A = ma$ (1)

– ចំពោះអង្គធាតុ B:

$$\overrightarrow{T_B} + \overrightarrow{P_B} + \vec{R} = M.\vec{a}$$

យើងបំបែកទំងន់ $\overrightarrow{P_B}$ ជាពីរ $\overrightarrow{P'_B}$ (កែងនឹងប្លង់) និង $\overrightarrow{P''_B}$ (ស្របនឹងប្លង់)

$$\Rightarrow \overrightarrow{T_B} + \overrightarrow{P''_B} + \overrightarrow{P'_B} + \vec{R} = M\vec{a}$$

ដោយ $\overrightarrow{P'_B} + \vec{R} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{T_B} + \overrightarrow{P''_B} = M\vec{a}$$

ឬ $T_B - P''_B = Ma$

ដោយ $P''_B = P.\sin\alpha$

$$\Rightarrow T_B - P.\sin\alpha = Ma \quad (2)$$

ដោយ $T_A = T_B = T$

យក $(1)+(2)$

$$P_A - P_B \sin\alpha = (M+m)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{P_A - P_B \sin\alpha}{M+m} = \frac{(m - M\sin\alpha)g}{M+m}$$

ជំនួសជាលេខ:

$$a = \frac{(70 - 80\sin 30^\circ)\cdot 10}{80+70} = \boxed{2m/s^2}$$

– តំនឹងខ្សែ

(1): $T = mg - ma$

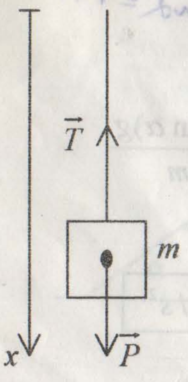
$$= 70(10-2) = \boxed{560N}$$

12. យោងមួយធ្វើដំនើរពីលើចុះក្រោមនៅកំពស់ 100 *m* ពីដី ។ វាចាប់ផ្តើមចុះដោយគ្មានល្បឿនដើម ហើយក្រោយពីចុះបាន 5 *m* វាមានល្បឿន 2*m/s* ។ ជាមួយល្បឿននេះ វាបន្តដំនើរបានចំងាយ 85*m* ទៀត ហើយជាបញ្ចប់វាមកដល់ដីដោយល្បឿនសូន្យ ។ ចលនានៅវគ្គទី 1 និងទី 3 ជាចលនាប្រែប្រួលស្មើ ។

ក/. សិក្សាវគ្គទាំងបីនៃចលនារបស់យោង និងគណនារយៈពេលសរុបនៃដំណើរចុះ ។

ខ/. រ៉ុស័រយឺតមួយមានម៉ាសអាចចោលបាន ។ គេព្យួរវានឹងដំបូលបន្ទប់យោង ហើយនៅចុងខាងក្រោមគេចងម៉ាស 100g ។ គេសន្មត់ថាសាច់លូតនៃរ៉ុស័រសមាមាត្រនឹងកំលាំងទំនាញ 100gf ធ្វើអោយរ៉ុស័រលូតបាន 1cm ។ តើសាច់លូតនៃរ៉ុស័រមានប្រវែងប៉ុន្មានក្នុងវគ្គនីមួយៗនៃដំណើរចុះរបស់យោង ?

ចំលើយ



ក/. ចលនារបស់យោងនៅវគ្គទី 1

ជាចលនាស្ទុះស្មើ: $x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2$

តាមទំនាក់ទំនង

$$v_A{}^2 - v_{01}^2 = 2a_1x_1 \,;\; v_{01} = 0$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 2a_1x_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{v_1^2}{2x_1} \,;\; x_1 = 5m \,;\; v_1 = 2m/s$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{2^2}{2\times 5} = 0{,}4m/s^2$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \times 0,4\ t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{5}{0,2}} = 5s$$

– ចលនារបស់យោងនៅវគ្គទី 2 (ចលនាស្មើ) ក្នុងចំងាយ $x_2 = 85m$

យើងបាន

$$x_2 = v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x_2}{v_2}$$

តែ $v_2 = v_1 \Rightarrow t_2 = \frac{x_2}{v_1} = \frac{85}{2} = 42,5s$

– ចលនារបស់យោងនៅវគ្គទី 3 ចលនាយឺតស្មើក្នុងចំងាយ

$$x_3 = 100 - (x_1 + x_2)$$
$$= 100 - (5 + 85) = 10m$$

តាមទំនាក់ទំនង:

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a_3 x_3\ ;\ v_2 = v_1;\ v_3 = 0$$

$$\Rightarrow a_3 = -\frac{v_1^2}{2x_3} = -\frac{2^2}{2 \times 10} = -0,2m/s^2$$

តែ $v_3 = a_3 t_3 + v_2$ ហើយ $v_3 = 0$

$$\Rightarrow 0 = a_3 t_3 + v_2$$

$\Rightarrow t_3 = -\frac{v_2}{a_3}$ តែ $v_2 = v_1 = 2m/s$

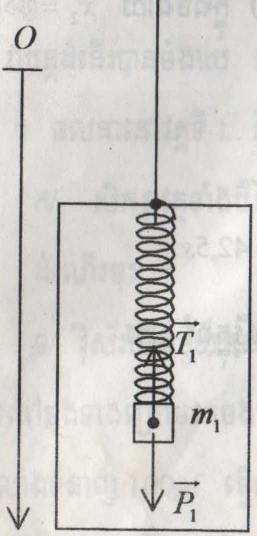
$$\Rightarrow t_3 = -\frac{v_1}{a_3} = -\frac{2}{-0,2} = 10\,\text{s}$$

– រយៈពេលសរុប

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 5 + 42,5 + 10 = \boxed{57,5s}$$

ខ/. <u>សាច់លួតនៃរ៉ឺស័រនៅវគ្គទី 1</u>

ថេរកំរាញ់រ៉ឺស័រ: $k=\dfrac{100\cdot 10^{-3}\times 9,8}{10^{-2}}=98N/m$



តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចចំពោះ m_1 :

$$\overrightarrow{T_1}+\overrightarrow{P_1}=m_1\overrightarrow{a_1}$$

ឬ $-T_1+P_1=m_1a_1$ ដោយ $T_1=kx_1$

$$\Rightarrow -kx_1+m_1g=m_1a_1$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{m_1(g-a_1)}{K};$$

$$m_1=100g=0,1kg$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{0,1(10-0,4)}{98}=0,0098m$$

ឬ $\boxed{x_1=0,98cm}$

– វត្ថុទី 2 ចលនាស្មើ

$$\overrightarrow{T_2}+\overrightarrow{P_1}=\vec{0}\Rightarrow T_2=P_1=m_1g$$

$$T_2=kx_2\Rightarrow kx_2=m_1g$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{m_1g}{k}=\frac{0,1\times 10}{98}=0,0102m$$

ឬ $\boxed{x_2=1,02cm}$

– វត្ថុទី 3 ចលនាយឺតស្មើ

$$\overrightarrow{T_3}+\overrightarrow{P_1}=m_1\overrightarrow{a_3}\quad \text{ឬ}\quad -T_3+P_1=m_1a_3\ ;\ T_3=kx_3$$

$$\Rightarrow -Kx_3+m_1g=m_1a_3$$

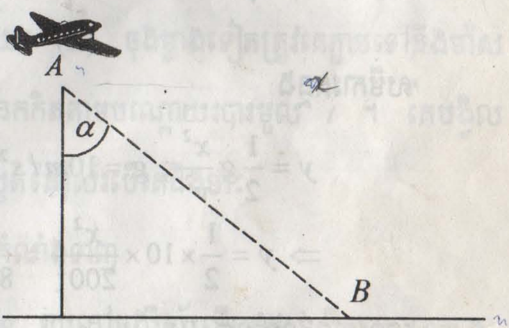
$$\Rightarrow x_3=\frac{m_1(g-a_3)}{K}=\frac{0,1(10-(-0,2))}{98}=0,0104m$$

ឬ $\boxed{x_3=1,04cm}$ (x_1,x_2,x_3 ជាសាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ)

13. យន្តហោះមួយ (ចំនុច A) ចង់ទំលាក់គ្រាប់បែកបំផ្លាញរថភ្លើងមួយ (ចំនុច B) ដែលបើកតាមផ្លូវដែកត្រង់ ហើយដេកក្នុងល្បឿន 72km/h (មើលរូប)។ យន្តហោះហោះស្របនឹងផ្លូវដែកតាមទិសដៅដូចរថភ្លើងដែរ ។ វាហោះនៅកំពស់ថេរ 490m ក្នុងល្បឿនថេរ 720km/h ។ តំរង់ទីដៅគឺកំនត់មុំ α រវាងបន្ទាត់ AB និងបន្ទាត់ឈរកាត់តាម A នៅខណៈដែលគេទំលាក់គ្រាប់បែក ។

ក/. រកមុំ α ។

ខ/. រកល្បឿននៃគ្រាប់បែកនៅពេលដែលវាធ្លាក់ដល់ទីដៅ ។



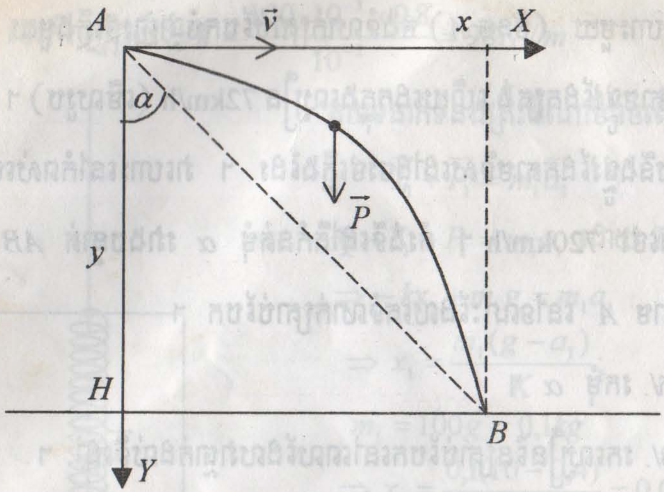
ចំលើយ

សិក្សាចលនារបស់គ្រាប់បែកនៅក្នុងតំរុយ (Axy) ។

ក/. កំនត់មុំ α

យើងបានតារាងរបស់គ្រាប់បែកខាងក្រោម:

	កំលាំង	សំទុះ	ល្បឿនដើម	ល្បឿនខណះ	សមីការចលនា
តាម (Ax)	0	0	$v_{0x} = v$	$v_x = v$	$x = vt$
តាម (Ay)	P	$+g$	$v_{oy} = 0$	$v_y = gt$	$y = \frac{1}{2}gt^2$



សមីការគន្លង

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v^2}\ ;\ g = 10m/s^2\ ;\ v = 720km/h = 200m/s$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{x^2}{200^2} = \frac{1}{8000} x^2$$

ពេលធ្លាក់ដល់ចំនុច B:

$$y = AH = 490m$$

$$\Rightarrow 490 = \frac{1}{8000} x^2$$

$$\Rightarrow x = 1979{,}89m$$

យើងបាន $HB = x = 1979{,}89m$

នៅក្នុងត្រីកោណកែង AHB

$$\text{tg}\alpha = \frac{HB}{AH} = \frac{1979{,}89}{490} = 4{,}04059$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 76{,}09^\circ}$$

ខ/. ល្បឿនរបស់គ្រាប់បែកពេលធ្លាក់ដល់ចំនុច B

តាមទំនាក់ទំនង

$$v_B^2 - v^2 = 2gy$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2gy + v^2}$$

$$= \sqrt{2 \times 10 \times 490 + (200)^2}$$

$$= \boxed{223{,}159 m/s}$$

---

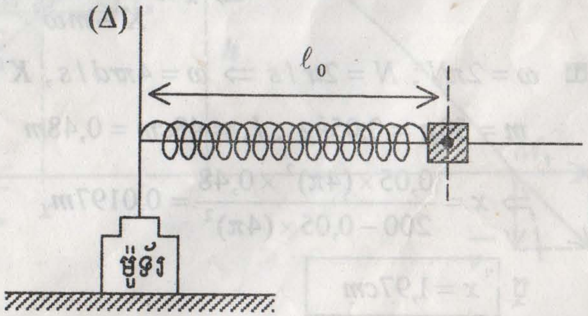
14. រូបនេះតាងរ៉ឺស័រមួយដែលគេរុំជុំវិញរបាររមូល t ហើយដេក ។ គេផ្សារចុងម្ខាង O នៃរបារ t ភ្ជាប់នឹងអ័ក្សរង្វិលឈរ (Δ) ចុងម្ខាងទៀតត្រូវគេភ្ជាប់ទៅនឹងម៉ាស $m = 50g$ ដែលអាចរអិលដោយគ្មានកកិតតាមបណ្តោយរបាររមូល t ។ គេបង្វិលប្រព័ន្ធជុំវិញ (Δ) ។ គណនាសាច់លូតនៃរ៉ឺស័របើគេដឹងថា:

– សាច់លូតវាសមាមាត្រនឹងកំលាំងទាញ

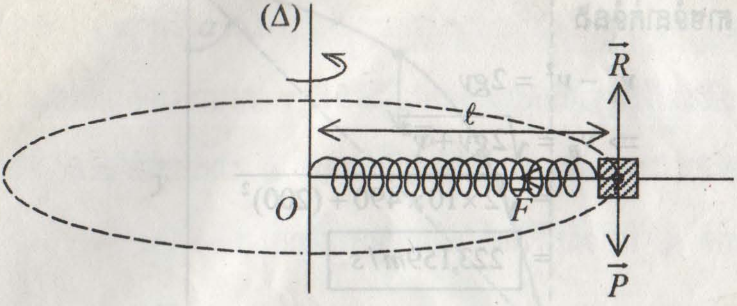
– ទំងន់នៃម៉ាស $M = 200g$ ព្យួរនៅចុងរ៉ឺស័រធ្វើអោយវាយឺតបាន $1cm$ ។

– ប្រវែងរ៉ឺស័រនៅពេលគ្មានកំលាំងទាញអ្វីទាំងអស់ស្មើនឹង $l_0 = 48cm$ ។

– ល្បឿនរង្វិលមានតំលៃថេរ 2 ជុំក្នុងមួយវិនាទី ។



ចំលើយ



ថេរកំរាញនៃរ៉ឺស័រនេះ: $K = \frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{1 \cdot 10^{-2}} = 200N/m$

ពេលរង្វិល អង្គធាតុម៉ាស m ធ្វើចលនារង្វង់ស្មើមានផ្ចិត O កាំ l ដែល $l = l_0 + x$; x: សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ ។

ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចចំពោះចលនារង្វង់ស្មើ: $\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}_N$

ដោយ $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = m\vec{a}_N$

សំទុះចូលផ្ចិត $a_N = \omega^2 l \Rightarrow T = m\omega^2 l$

ដោយ $T = Kx$ (កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ)

$$\Rightarrow Kx = m\omega^2(l_0 + x) \Leftrightarrow Kx - m\omega^2 x = m\omega^2 l_0$$

$$\Rightarrow x = \frac{m\omega^2 l_0}{K - m\omega^2}$$

ដោយ $\omega = 2\pi N$; $N = 2tr/s \Rightarrow \omega = 4\pi rd/s$, $K = 200N/m$

$m = 50g = 0{,}05kg$; $l_0 = 48cm = 0{,}48m$

$$\Rightarrow x = \frac{0{,}05 \times (4\pi)^2 \times 0{,}48}{200 - 0{,}05 \times (4\pi)^2} = 0{,}0197m$$

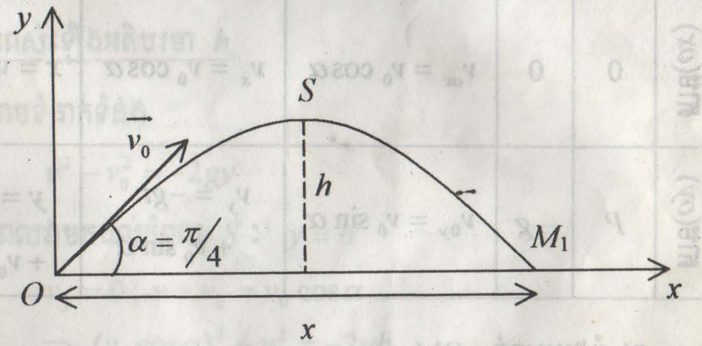
ឬ $\boxed{x = 1{,}97cm}$

. បាល់មួយត្រូវគេចោលពីចំនុច O នៅខណៈ $t=0$ ដោយល្បឿនដើម $\overrightarrow{v_0}$ ដែលធ្វើតមុំ $\alpha = \frac{\pi}{4} rd$ ជាមួយ $\overrightarrow{ox}$ ។ $\overrightarrow{v_0}$ មានម៉ូឌុល 7,1 m/s ។ គណនា:

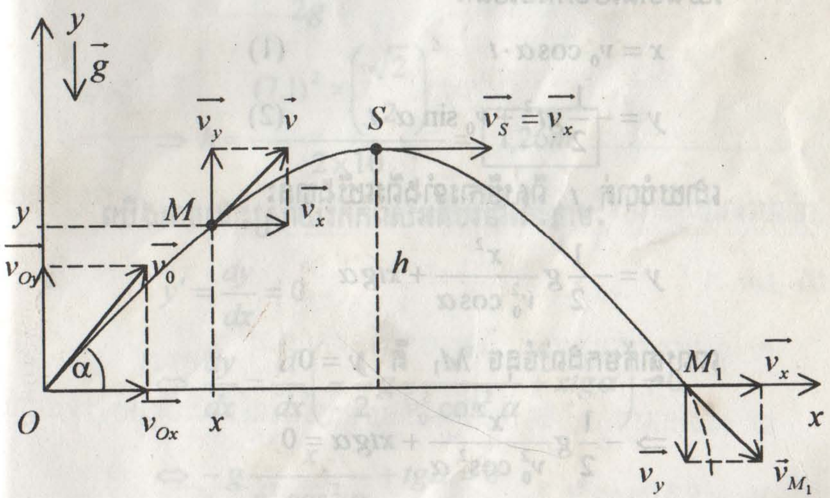
ក/. ចំងាយធ្លាក់ ខ/. កំពស់ឡើង

គ/. ខណៈដែលបាល់ទៅដល់កំពូល S នៃប៉ារ៉ាបូល និងកន្លែងធ្លាក់ M_1 ។

(កំលាំងទប់នៃខ្យល់អាចចោលបាន) ។



ចំលើយ



សិក្សាចលនារបស់បាល់នៅក្នុងតំរុយ (Oxy)

កំលាំងដែលមានអំពើលើបាល់មានតែទំងន់របស់វា $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

យើងបានសង្ខេបក្នុងតារាងខាងក្រោម:

	កំលាំង	សំទុះ	ល្បឿនដើម	ល្បឿនខណៈ	សមីការចលនា
តាម(ox)	0	0	$v_{ox} = v_0 \cos\alpha$	$v_x = v_0 \cos\alpha$	$x = v_0 \cos\alpha \cdot t$
តាម(oy)	P	$-g$	$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$	$v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$	$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t$

ក/. ចំងាយធ្លាក់ $OM_1 = x$

យើងមានសមីការចលនា:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad (1)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t \qquad (2)$$

ដោយបំបាត់ t ពីសមីការទាំងពីរយើងបាន:

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 \cos\alpha} + xtg\alpha$$

ពេលធ្លាក់មកដល់ចំនុច M_1 គឺ $y = 0$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + xtg\alpha = 0$$

$\Rightarrow\ x = 0$ (គល់តំរុយ)

$$\Rightarrow\ x = \frac{2tg\alpha \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow v_0 = 7{,}1 m/s\ ;\ g = 10 m/s^2\ ;\ \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{(7{,}1)^2 \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{10} = \boxed{5{,}041m}$$

ខ/. <u>កំពស់ឡើងអតិបរមា h</u>

តាមទំនាក់ទំនង

$$v^2 - v_0^2 = -2gy$$

ពេលវាមកដល់កំពូល S : $y = h$

$$v_y = 0\ ;\ v = v_x = v_0\cos\alpha$$

$$\Rightarrow\ (v_0\cos\alpha)^2 - v_0^2 = -2gh$$

$$\Rightarrow h = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{(7{,}1)^2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2\times 10} = \boxed{1{,}26m}$$

យើងអាចដោះស្រាយរកកំពស់អតិបរមានេះតាមៈ

$$y' = \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + xtg\alpha\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -g\frac{x}{v_0^2\cos^2\alpha} + tg\alpha = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$ (យក x ទៅជំនួសក្នុង y)

$$\Rightarrow \boxed{y = h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 1{,}26m}$$

គ/. រយៈពេលឡើងដល់ S :

សមីការ $x = v_0 \cos\alpha \cdot t$

ដល់ S : $x_S = \frac{x}{2}$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = v_0 \cos\alpha \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{2v_0 \cos\alpha}$$

$$t_1 = \frac{5{,}041}{2\times 7{,}1\times \frac{\sqrt{2}}{2}} = \boxed{0{,}502s}$$

រយៈពេលដល់ចំនុច M_1 :

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\alpha} = \frac{5{,}041}{7{,}1\times\frac{\sqrt{2}}{2}} = \boxed{1{,}004s}$$

---

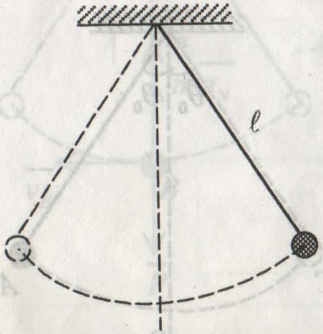
16. ប៉ោលទោលមួយកើតពីស្វ៊ែតូចមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានគេព្យួរដោយខ្សែមិនយឺត ប្រវែង $1m$ ។

ក/. ចូរអោយកន្សោមខួប និងប្រេកង់នៃប៉ោលនេះ ។

ខ/. គណនាប្រេកង់និងខួបនៅត្រង់ចំនុចមួយនៃផ្ទៃផែនដីមានសំទុះទំនាញដី $g_0 = 9{,}81m/s^2$ ។

គ/. គណនាខួប និងប្រេកង់នៃប៉ោលនេះនៅលើផ្ទៃព្រះច័ន្ទ $g_1 = \frac{g_0}{6}$ ។

ចំលើយ



ក/. ខួបនៃប៉ោលទោលអោយដោយ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\ ;\ \ell\ :\ \text{ប្រវែងប៉ោល}$$

– ប្រេកង់ $f = \frac{1}{T}$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

ខ/. គណនាខួប និងប្រេកង់

$$g = g_0 = 9{,}81 m/s^2\ ;\ \ell = 1m$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{9{,}81}} = \boxed{2{,}005s}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{T} = \boxed{0{,}498Hz}$$

គ/. ខួប និងប្រេកង់ប៉ោលនៅលើឋានព្រះច័ន្ទ

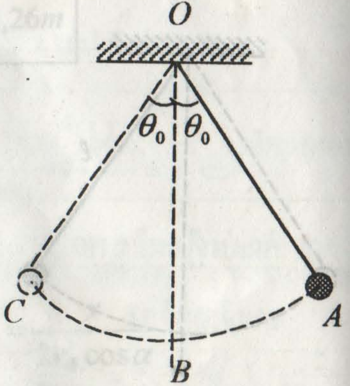
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{6l}{g_0}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{6\times 1}{9{,}8}} = 4{,}91s$$

ប្រេកង់

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = 0{,}204Hz}$$

17. ប៉ោលទោលមួយកើតពីឃ្លីតូចមួយមានម៉ាស $m = 100g$ និងខ្សែមិនយឺតប្រវែង $\ell = 1m$ គេធ្វើអោយវាយោលនៅក្នុងប្លង់ឈរដោយអំព្លីទុតមុំអតិបរមា $\theta_0 = 40°$ ដូចរូប ។

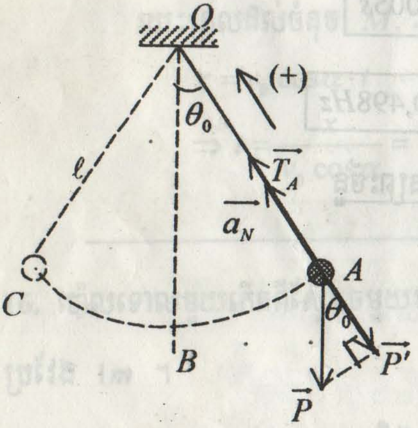


គណនាតំនឹងខ្សែត្រង់ចំនុច A និង B ។

ចំលើយ

+ តំនឹងខ្សែត្រង់ចំនុច A (ប៉ោលមានល្បឿនសូន្យ)

ចលនារបស់ប៉ោល យើងចាត់ទុកជាចលនាវង់ជុំវិញផ្ចិត O ។



យើងបាន:

$\overrightarrow{T_A} + \overrightarrow{P'} = m\overrightarrow{a_N}$

ឬ $T_A - P' = ma_N$;

$a_N = \dfrac{v^2}{\ell} = 0$; $v = 0$

$\Rightarrow T_A = P'$

ដោយ $\overrightarrow{P'}$ ជាចំនោលរបស់ $\vec{P}$:

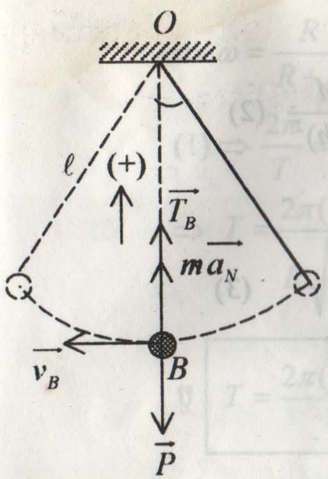
$\Rightarrow P' = P\cos\theta_0$

$\Rightarrow T_A = P\cos\theta_0$

$= mg\cos 40°$

$= 0{,}1 \times 10 \times \cos 40°$

$\boxed{T_A = 0{,}766N}$



– តំនឹងខ្សែត្រង់ B (ប៉ោលមាន

ល្បឿន) យើងបានដូចខាងលើដែរ

$$T_B - P = ma_N$$

$$\Rightarrow T_B = P + ma_N$$

ដោយ $a_N = \dfrac{v_B^2}{\ell}$

ដោយល្បឿនប៉ោលឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹង

$$v_B = \sqrt{2g\ell(1-\cos\theta_0)}$$

$$\Rightarrow T_B = P + m\cdot\frac{2g\ell(1-\cos\theta_0)}{\ell} = mg + 2mg(1-\cos\theta_0)$$

$$= 0{,}1\times10 + 2\times10\times0{,}1(1-\cos40^\circ)$$

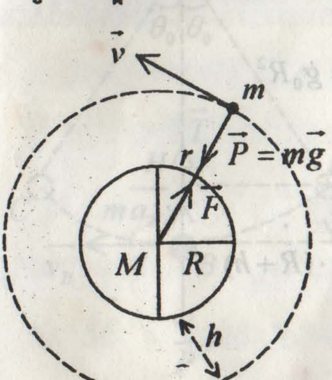
$$\boxed{T_B = 2{,}532N}$$

---

18. រណបនិម្មិតមួយត្រូវបានគេបង្ហោះអោយមានចលនាវង់ស្មើ ជុំវិញផែនដីដែលមាន

ផ្ចិតត្រួតនឹងផ្ចិតផែនដី ហើយនៅរយៈកំពស់ h ពីផ្ទៃដី ។

ចូរកំនត់ខួបនៃរណបនេះជាអនុគមន៍ R (កាំផែនដី), h, g_0 (សំទុះផែនដី



ចំលើយ

ខួបរបស់រណបនិមិត្ត

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (1)$$

ω : ល្បឿនមុំ

ម្យ៉ាងទៀតតាមច្បាប់ទំនាញសកល

$$F = G \cdot \frac{Mm}{r^2} = G\,\frac{mM}{(R+h)^2} \quad (2)$$

$$r = R + h$$

– ទំងន់វត្ថុនៅរយៈកំពស់ h:

$$P = mg \quad (3)$$

– ដោយរណបធ្វើចលនាវង់ស្មើ

កំលាំងចូលផ្ចិត:

$$F' = m\omega^2 r$$

$$F' = m\omega^2 (R+h) \quad (4)$$

ដោយ $P = F'$

$$\Rightarrow mg = m\omega^2 (R+h)$$

$$\Rightarrow g = \omega^2 (R+h) \ (\text{សំទុះចូលផ្ចិត}) \quad (5)$$

មួយទៀត $F = P$

$$\Rightarrow g = G\frac{M}{(R+h)^2} \quad (6)$$

បើចល័តនៅលើផ្ទៃផែនដី $g = g_0$

$$\Rightarrow g_0 = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow GM = g_0 R^2$$

$$(6) \Rightarrow g = g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$(5) \Rightarrow g_0 \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \omega^2 \cdot (R+h)$$

$$\Rightarrow \omega^2 = g_0\,\frac{R^2}{(R+h)^3}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{R}{R+h}\sqrt{g_0 \frac{1}{R+h}}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{R}{R+h}\sqrt{g_0 \frac{1}{R+h}}$$

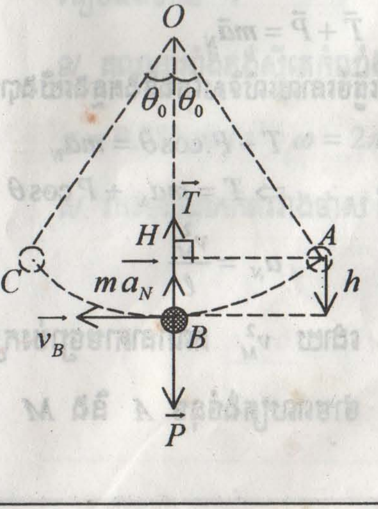
$$\Rightarrow T = \frac{2\pi(R+h)}{R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}}$$

ឬ $$\boxed{T = \frac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g_0}}}$$

---

19. ប៉ោលទោលមួយមានប្រវែង ℓ ធ្វើចលនាលំយោលសងខាងទីតាំងលំនឹងមានអំព្លីទុតមុំអតិបរមា θ_0 ។ ចូរកំនត់ល្បឿនពេលឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹងជាអនុគមន៍ θ_0 ; ℓ និង g (ប្រើតាមច្បាប់រក្សាថាមពល) ។ រួចកំនត់តំនឹងខ្សែត្រង់ទីតាំងលំនឹង និងទីតាំងណាមួយនៃប៉ោល ។

ចំលើយ



តាមច្បាប់រក្សាថាមពល:

– ថាមពលមេកានិចត្រង់ A

ស្មើនឹងថាមពលមេកានិចត្រង់ B :

$$E_{M(A)} = E_{M(B)}$$

$$\Rightarrow E_C(A) + E_P(A) = E_C(B) + E_P(B)$$

$$\Rightarrow \ 0 \ + mgh \ = \frac{1}{2}mv_B^2 + \ 0$$

$$\Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

តែ $h = HB = \ell - \ell\cos\theta_0 = \ell(1-\cos\theta_0)$

$$\Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2g\ell(1-\cos\theta_0)}}$$

– ចំពោះតំនឹងខ្សែត្រង់ទីតាំង B :

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចចំពោះវង់ស្មើ:

$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}_N$ (កំលាំងចូលផ្ចិត)

ឬ $T - P = ma_N$; $a_N = \frac{v_B^2}{\ell}$

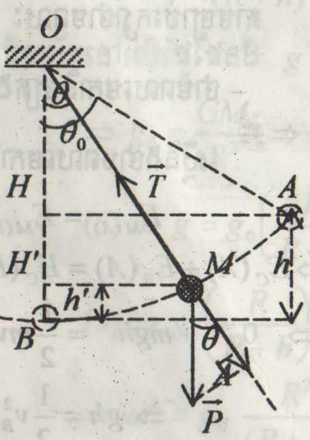
$$\Rightarrow T = m\frac{v_B^2}{\ell} + mg$$

$$\Leftrightarrow T = m\frac{2g\ell(1-\cos\theta_0)}{\ell} + mg$$

$$T = mg[2(1-\cos\theta_0)+1]$$

$$T = mg(3-2\cos\theta_0)$$

– ចំពោះតំនឹងខ្សែត្រង់ចំនុចណាមួយត្រង់ទីតាំង M



$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}_N$

ធ្វើចំនោលលើទិសកែងនឹងគន្លងយើងបាន:

$$T - P.\cos\theta = ma_N$$

$$\Rightarrow T = ma_N + P\cos\theta$$

$$a_N = \frac{v_M^2}{\ell}$$

ដោយ v_M^2 គណនាតាមច្បាប់រក្សាថាមពលត្រង់ចំនុច A និង M

យើងបាន:

$$mgh = mgh' + \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$\Rightarrow v_M^2 = 2g(h - h')$$

ដោយ $h = \ell(1-\cos\theta_0)$; $h' = l(1-\cos\theta)$

$$\Rightarrow v_M^2 = 2g[\ell(1-\cos\theta_0) - \ell(1-\cos\theta)]$$

$$\Rightarrow v_M^2 = 2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$\Rightarrow a_N = \frac{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)}{\ell} = 2g(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

$$\Rightarrow T = m.2g(\cos\theta - \cos\theta_0) + mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{T = mg(3\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

---

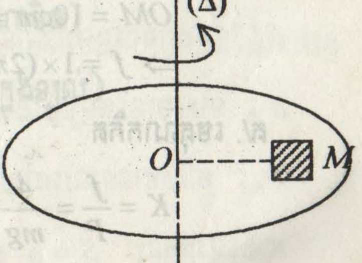
20. វត្ថុតូច M មួយត្រូវបានគេដាក់លើថាសដេកដែលវិលដោយល្បឿនមុំថេរជុំវិញអ័ក្ស (Δ) ។

ក/. ចូរបង្ហាញកំលាំងដែលថាសមានអំពើលើវត្ថុ ដើម្បីអោយវត្ថុនោះនៅនឹងធៀបនឹងថាស ។

ខ/. គណនាអាំងតង់ស៊ីតេកំលាំងនោះ គេអោយ $m = 1kg$;

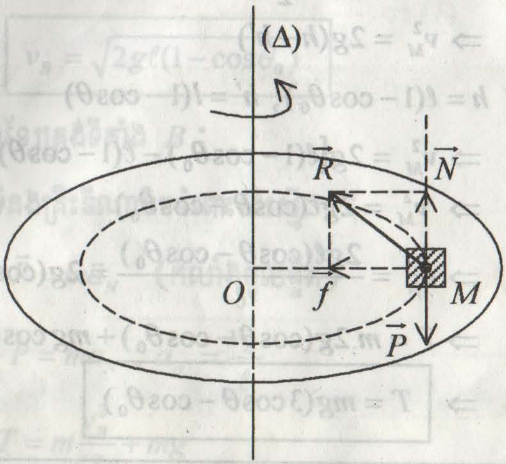
$g = 9,78kgm/s^2$; $\omega = 2\pi rd/s$; $OM = 10cm$ ។

គ/. រកមេគុណកកិតរវាងថាស និងវត្ថុ ។



ចំលើយ

ក/. វត្ថុ M ធ្វើចលនាវង់ស្មើ



កំលាំងមានអំពើលើវា:

$$\vec{R} + \vec{P} = m\overrightarrow{a_N}$$

$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$; ($\vec{f}$ កំលាំងកកិត)

$\vec{f} + \vec{N} + \vec{P} = m\overrightarrow{a_N}$ ដោយ $\vec{N} + \vec{P} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{f} = m\overrightarrow{a_N}}$$

ខ/. អាំងតង់ស៊ីតេកំលាំង f :

$f = m \cdot \Diamond^2 OM$; $m = 1kg$; $\omega = 2\pi\ rd/s$

$OM = 10cm = 0{,}1m$

$$\Rightarrow f = 1 \times (2\pi)^2 \times 0{,}1 = \boxed{4N}$$

គ/. មេគុណកកិត

$$K = \frac{f}{P} = \frac{4}{mg} = \frac{4}{1 \times 9{,}78} = \boxed{0{,}41}$$

កំលាំងទប់នៃខ្យល់

1. កំលាំងទប់នៃខ្យល់អាស្រ័យតែល្បឿនធៀបនៃចល័ត និងសន្ធនីយ៍ (អង្គធាតុរាវ ឬឧស្ម័ន) ។

2. ករណីល្បឿនចល័តតូចជាង 1m/s កំលាំងទប់នៃខ្យល់សឹងតែស្មើនឹងកំលាំងទប់ដោយកកិត ហើយសមាមាត្រនឹងល្បឿន ។

$$R = C a s v^2$$

v : ល្បឿនធៀប (m/s); S : ផ្ទៃរាខ្យល់ (ផ្ទៃចល័តប៉ះខ្យល់) (m^2)

a : ម៉ាសមាឌខ្យល់ C : មេគុណសំគាល់រាងនៃចល័ត

តាង $K = C \cdot a_0$

a_0 : ម៉ាសមាឌខ្យល់នៅលក្ខ័ខណ្ឌធម្មតា ($0^o c$ និងសំពាធ 76cmHg)

$$R = K \cdot S \cdot v^2$$

✳ **<u>ចំនាំ</u>:** • $K = 0,9$ (ចំពោះស៊ីឡាំង) ; • $K = 0,25$ (ចំពោះស្វ៊ែ)

• $K = 0,03$ (ចំពោះរាងអាអេរ៉ូឌីណាមិច)

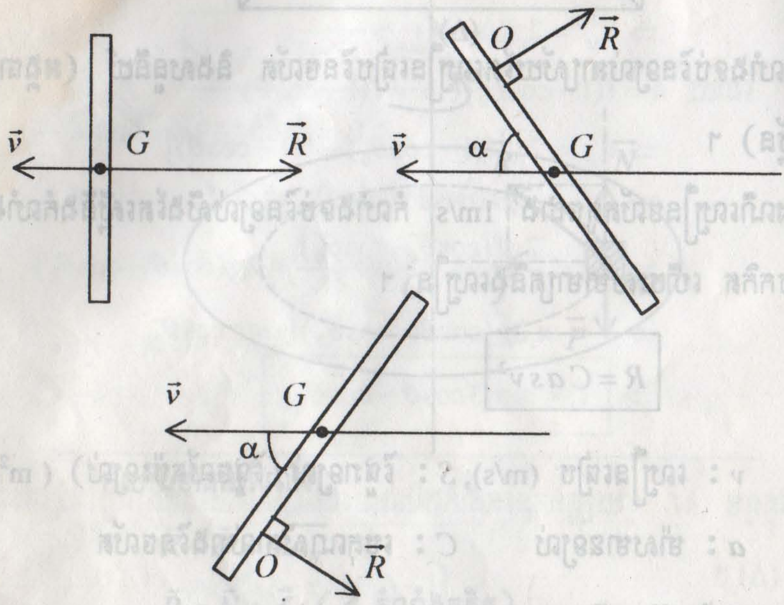
3. ល្បឿនកំរិតនៃបំលាស់ទីនៅក្នុងខ្យល់ (ទន្លាក់ក្នុងខ្យល់)

$R = P$ (ទំងន់វត្ថុ)

$\Rightarrow ksv^2 = P$

⇒ ល្បឿនកំរិត $v=\sqrt{\frac{P}{K.S}}$

4. ទំរស្លាបយន្តហោះ



កំលាំងទប់នៃខ្យល់: $$R = K\cdot\frac{a}{a_0}\cdot\delta\cdot\alpha\cdot v^2$$

v : ល្បឿនមធ្យមយន្តហោះ (m/s)

α : មុំវាខ្យល់ (rd)

δ : ផ្ទៃស្លាបយន្តហោះវាខ្យល់ (m^2)

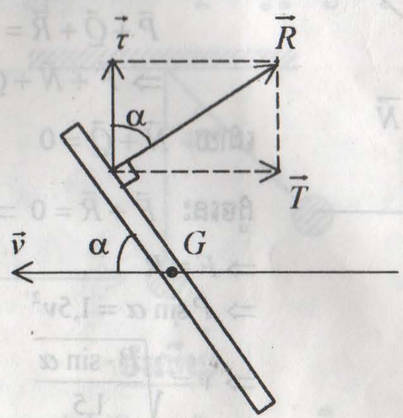
a : ម៉ាសមាឌនៃខ្យល់នៅរយៈកំពស់នៃការហោះ (kg/m^3)

a_0 : ម៉ាសមាឌខ្យល់នៅល័ក្ខខ័ណ្ឌធម្មតា

តាងផ្ទៃវាខ្យល់: $S = \delta\cdot\sin\alpha = \delta\cdot\alpha$

កំពស់ទាប $(a \approx a_0) \Rightarrow R = K \cdot S \cdot v^2$

– ពេលហោះ



$\vec{\tau}$: កំលាំងទ្រកែងនឹងល្បឿន (សំរាប់អោយយន្តហោះ ហោះផុតពីដី)

$$\boxed{\tau = R \cdot \cos\alpha}$$

$\vec{T}$: ស្របនឹងល្បឿនជាកំលាំងទាញថយ

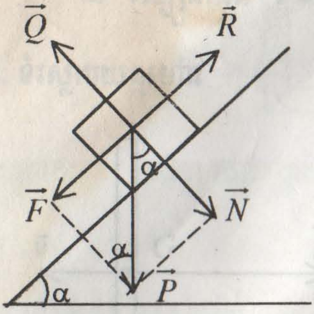
$$\boxed{T = R \cdot \sin\alpha}$$

លំហាត់

1. រថយន្តមួយមានម៉ាស 1000kg រអិលលើប្លង់ទេរ 6% ។ កំលាំងទប់ផ្សេងៗសន្មតថា ស្មើនឹងទប់នៃខ្យល់ $R = 1{,}5\,v^2$ ។ គណនាល្បឿនក៏រិតនៃរថយន្ត ។ $g = 10m/s^2$ ។

ចំលើយ

គណនាល្បឿនក៏រិតនៃរថយន្ត



រថយន្តរអិលតាមប្លង់ទេរ រងកំលាំងបីគឺ:

• ទំងន់ $\vec{P}$ • ប្រតិកម្មប្លង់ $\vec{Q}$ • កំលាំងទប់ $\vec{R}$

$$\vec{P}+\vec{Q}+\vec{R}=0$$

$$\Rightarrow \vec{F}+\vec{N}+\vec{Q}+\vec{R}=0$$

ដោយ $\vec{N}+\vec{Q}=0$

ដូចនេះ $\vec{F}+\vec{R}=0 \Rightarrow \vec{F}=-\vec{R}$

$$\Rightarrow F=R$$

$$\Rightarrow P\sin\alpha = 1{,}5v^2$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{P\cdot\sin\alpha}{1{,}5}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v=\sqrt{\frac{mg\cdot\sin\alpha}{1{,}5}}}$$

ដោយ $m=1000\text{kg}$; $g\approx 10\,\text{m/s}^2$; $\sin\alpha=\frac{6}{100}$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{1000\cdot 10\cdot\frac{6}{100}}{1{,}5}}$$

$$\boxed{v=20\text{m/s}}$$

$$R=1{,}5v^2$$

$$P\sin\alpha = mg\cdot\sin\alpha$$

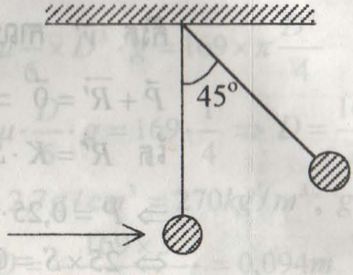
$$=1000\times 10\times\frac{6}{100}=60\text{N}$$

$$\Rightarrow 1{,}5v^2=60$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{60}{1{,}5}}=\boxed{20\text{m/s}}$$

. ប៉ោលមួយ (ដូចរូប) ស្ថិតក្នុងទិសបង្កើតមុំ $\alpha = 45^\circ$ ជាមួយទិសឈរផ្លាស់ទីដោយ

ល្បឿន 10m/s ។ តើល្បឿនកំរិតរបស់ទន្លាក់ស្វ៊ែក្នុងខ្យល់ស្ងប់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?



ចំរលើយ

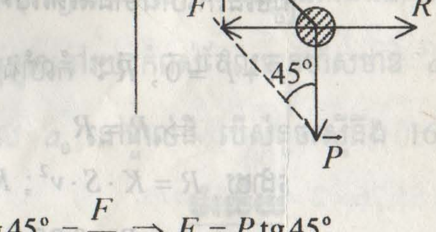
– បើយើងចាត់ទុកខ្យល់នៅនឹង ប៉ោលមានល្បឿន 10m/s ។

ដូចនេះកំលាំងទប់នៃខ្យល់ $\vec{R} = \vec{T} + \vec{P}$

$$R = K \cdot S \cdot v^2$$

ស្មើ $K = 0{,}25$

$$\Rightarrow R = 0{,}25 \cdot S \cdot v^2$$

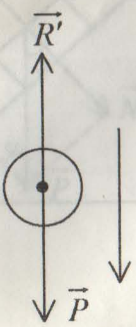


ដោយ $\operatorname{tg} 45^\circ = \dfrac{F}{P} \Rightarrow F = P \operatorname{tg} 45^\circ$

តែ $F = R = 0{,}25 \cdot S \cdot v^2$

$\Rightarrow P = 0,25 \cdot S \cdot v^2$; $v = 10\text{m/s}$

$\Rightarrow P = 25 \cdot S$



ពេលវាធ្លាក់នៅក្នុងខ្យល់ដោយល្បឿន

កំរិត $\vec{v}'$ កាលណា

$\vec{P} + \vec{R'} = \vec{0} \Rightarrow P = R'$

តែ $R' = K \cdot S \cdot v'^2 = 0,25 S v'^2$

$\Rightarrow P = 0,25 \cdot S \cdot v'^2$

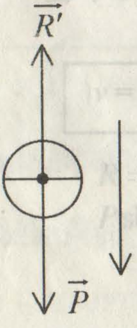
$\Leftrightarrow 25 \times S = 0,25 \cdot S \cdot v'^2$

$\Rightarrow \boxed{v' = 10 m/s}$

---

3. តើអង្គត់ផ្ចិតរបស់ស្វ៊ែអាលុយមីញ៉ូម ($\mu = 2,7 g/cm^3$) ដែលមានល្បឿនទន្លាក់កំរិតក្នុងខ្យល់ 26m/s ស្មើប៉ុន្មាន ?

ចំលើយ



គណនាអង្កត់ផ្ចិតស្វ៊ែ D

ល្បឿនកំរិតមានន័យថាល្បឿនថេរ

$v = 26 m/s$

ដូចនេះកំលាំងមានអំពើលើស្វ៊ែទប់ទល់គ្នា

$\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$; $\vec{R}$: កំលាំងទប់នៃខ្យល់

$\Rightarrow P = R$

ដោយ $R = K \cdot S \cdot v^2$; $K = 0,25$

$\Rightarrow P = 0,25 . S . 26^2$

$\Rightarrow mg = 169 \cdot S$

ដោយ $S=\pi\cdot\frac{D^2}{4}$; $m=\mu\cdot V=\mu\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot\frac{D^3}{8}$

$$\Leftrightarrow \mu\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot\frac{D^3}{8}\cdot g=169\cdot\pi\frac{D^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \mu\frac{\pi}{6}\times D^3\cdot g=169\times\pi\frac{D^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \mu\cdot\frac{D}{6}\cdot g=169\cdot\frac{1}{4}\Rightarrow D=\frac{169\times 3}{2\mu\cdot g}$$

$\mu=2{,}7g/cm^3=270kg/m^3$; $g=10m/s^2$

$$\Rightarrow D=\frac{169\times 3}{2\times 270\times 10}=0{,}094m$$

ឬ $\boxed{D=9{,}4cm}$

---

4. យន្តហោះមួយមានម៉ាសសរុប 10000kg ហើយស្លាបវាមានក្រឡាផ្ទៃសរុប $\sigma=108m^2$ ។

ក/. គណនាល្បឿនដែលអាចអោយវាហើបពីដីបានក្នុងខ្យល់ស្ងប់ក្រោមមុំវាខ្យល់ $\alpha=0{,}12\ rd$ បើកំលាំងទប់នៃខ្យល់លើស្លាបយន្តហោះសំដែងដោយៈ

$R\approx 2{,}5\ \frac{a}{a_0}\cdot\sigma\cdot\alpha\cdot v^2$ នៅជិតដី $a\approx a_0$

ខ/. ចំពោះមុំវាខ្យល់ដដែល និងល្បឿនពីរដងធំជាង តើកំលាំងទំនាញថយមានអាំងតង់ស៊ីតេប៉ុន្មាននៅរយៈកំពស់ដែលមានម៉ាសមាឌ a នៃខ្យល់មានតំលៃស្មើនឹង 60% នៃតំលៃ a_0 នៅផ្ទាល់ដី បើសំនួចស្មើនឹង 16 ? $g=10m/s^2$

ចំលើយ

ក/. <u>គណនាល្បឿន v</u>

តាមកន្សោមកំលាំងទប់នៃខ្យល់លើស្លាបយន្តហោះ

$$R = 2{,}5\,\frac{a}{a_0}\cdot\sigma\cdot\alpha\cdot v^2$$

ដោយ $a \approx a_0 \Rightarrow \dfrac{a}{a_0} \approx 1 \Rightarrow R = 2{,}5\;\sigma\;\alpha\;v^2$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{R}{2{,}5\cdot\sigma\cdot\alpha}}\;;\;\sigma = 108m^2;\;\alpha = 0{,}12\;rd$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{R}{2{,}5\times 108\times 0{,}12}} = \sqrt{\frac{R}{32{,}4}}$$

ដើម្បីអោយយន្តហោះហើបពីដី:

τ (កំលាំងកែងល្បឿន) $\geq$ P (ទំងន់យន្តហោះ)

ហើយ $\tau = R\cos\alpha \geq P$

$$\Rightarrow R > \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{10000\times 10}{0{,}9928} = 100725{,}22N$$

$$\Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{R}{32{,}4}}$$

$$\Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{100725{,}22}{32{,}4}} = \boxed{55{,}76m/s}$$

ខ/. កំលាំងទាញថយ្ន្របស់យន្តហោះអោយកន្សោមដោយ:

$$T = R\cos\alpha \Leftrightarrow T = 2{,}5\cdot\frac{a}{a_0}\sigma\cdot\alpha\cdot v^2\cdot\cos\alpha\;;\;a_0 = 16$$

ដោយ $a = 60\%\,a_0 = \dfrac{60}{100}\cdot a_0 = 0{,}6\cdot a_0$

$$v = 55{,}76\times 2 = 111{,}52m/s$$

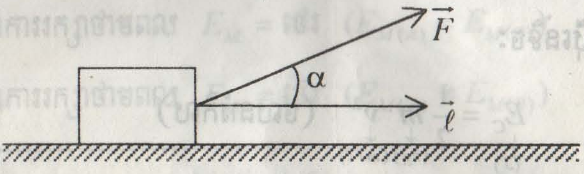
$$\Rightarrow T = 2{,}5\times 0{,}16\times 108\times 0{,}12\times(111{,}52)^2\times 0{,}9928$$

$$\boxed{T = 240028{,}91N}$$

កម្មន្ត និង ថាមពល

1. កម្មន្ត ជាផលគុណស្កាលែរវាងវ៉ិចទ័រកំលាំង $\vec{F}$ និងវ៉ិចទ័រ បំលាស់ទី $\vec{\ell}$ ។

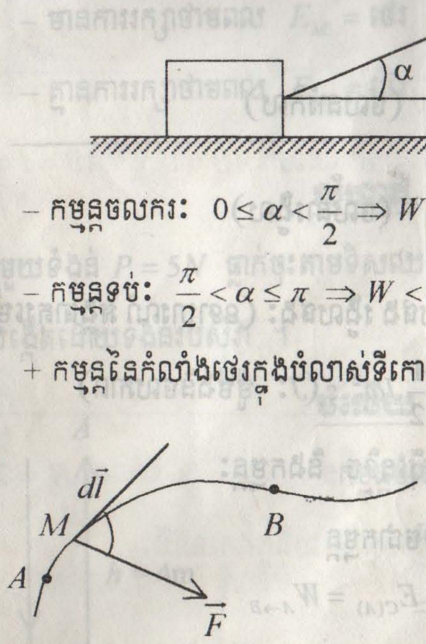
– កម្មន្តបំលាស់ទីត្រង់: $\underset{(J)}{W} = \vec{F}\cdot\vec{\ell} = \underset{(N)}{F}\cdot\underset{(m)}{\ell}\cdot\cos\alpha$



– កម្មន្តចលករ: $0 \le \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow W > 0$

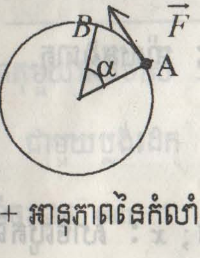
– កម្មន្តទប់: $\frac{\pi}{2} < \alpha \le \pi \Rightarrow W < 0$

+ កម្មន្តនៃកំលាំងថេរក្នុងបំលាស់ទីកោង:



$$W_{AB} = \sum_{A}^{B} F\cdot d\ell\cdot\cos\alpha$$

+ កម្មន្តក្នុងចលនារង្វិល:



$W_{AB} = \mathcal{M}\cdot\alpha$; $\mathcal{M}$: ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងបង្វិល

$\mathcal{M} = F \times R$ (R កាំរង្វង់)

+ អានុភាពនៃកំលាំងថេរ:

– អានុភាពមធ្យមៈ $\underset{(W)}{P_m} = \dfrac{W \to (J)}{\Delta t \to (s)}$

– អានុភាពនៃចលនារំកិលៈ

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv\cos\alpha \ ; \ \alpha = (\vec{F}, \vec{v})$$

– អានុភាពនៃចលនារង្វិលៈ $\underset{W}{P} = \underset{N.m}{\mathcal{M}} \cdot \underset{rd/s}{\omega}$

2. ថាមពលស៊ីនេទិចៈ

$$\underset{(J)}{E_C} = \frac{1}{2} \underset{(kg)}{m} \underset{(m/s)}{v^2} \quad \text{(ចលនារំកិល)}$$

$$\underset{(J)}{E_C} = \frac{1}{2} \underset{(kgm^2)}{J} \underset{(rd/s)}{\omega^2} \quad \text{(ចលនារង្វិល)}$$

– បើអង្គធាតុធ្វើចលនារំកិលផង រង្វិលផងៈ (ឧទាហរណ៍ អង្គធាតុរមៀល)

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \ ; (J\text{: ម៉ូម៉ង់និចលភាព})$$

ទំនាក់ទំនងរវាងថាមពលស៊ីនេទិច និងកម្មន្ត

– បំរែបំរួលថាមពលស៊ីនេទិចជាកម្មន្ត

$$\Delta E_C = E_{C(B)} - E_{C(A)} = W_{A \to B}$$

+ ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល

– ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលនៃដែនទំនាញដី

$$\underset{(J)}{E_P} = \underset{(kg)}{m} \, g \, \underset{(m)}{h} \ ; \ h\text{: កំពស់} \ ; \ m\text{: ម៉ាសអង្គធាតុ}$$

– ថាមពលយឺតនៃរ៉ឺស័រ

$$E_P = \frac{1}{2}kx^2 \ ; \ k\text{: ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ} \ ; \ x\text{: សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រ}$$

– ទំនាក់ទំនងប៉ូតង់ស្យែល និងកម្មន្ត:

$$\Delta E_P = E_{P(B)} - E_{P(A)} = -W_{A\to B}$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{AB} = \Delta E_C = -\Delta E_P}$$

– ថាមពលមេកានិច:

$$E_M = E_C + E_P$$

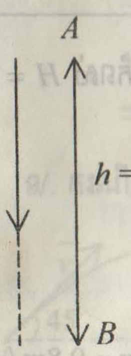
– មានការរក្សាថាមពល $E_M =$ ថេរ $(E_{M(A)} = E_{M(B)})$

– គ្មានការរក្សាថាមពល $E_M \neq$ ថេរ $(E_{M(A)} \neq E_{M(B)})$

លំហាត់

1. ដុំថ្មមួយទំងន់ $P = 5N$ ធ្លាក់ចុះតាមទិសឈរពីកំពស់ $h = 4m$ ។ គណនាកម្មន្តដែលបង្កើតដោយទំងន់របស់វា ។

ចំលើយ



កម្មន្តបំលាស់ទីពី $A \to B$ ក្រោមទំងន់ $\vec{P}$

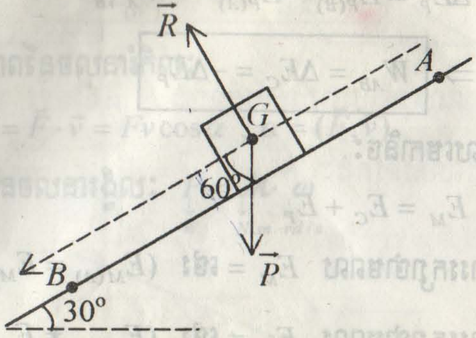
$$W_{A\to B} = \vec{P}\cdot\vec{l} = P\cdot l;\ l = h$$

$$\Rightarrow W_{AB} = 5\times 4 = 20J$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{AB} = 20J}$$

2. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស 5kg រអិលលើប្លង់ទេរដោយគ្មានកកិត ។ ប្លង់នេះធ្វើបានមុំ 30° ជាមួយប្លង់ដេក ។ $g = 10m/s^2$ គណនាកម្មន្តដែលបង្កើតដោយទំងន់ក្រោយពីចរបាន 6m ។

ចំលើយ



កម្មន្តនៃទំងន់ $\vec{P}$ ពី $A \to B$ ដែល $\overrightarrow{AB} = \vec{l}$ ឬ $AB = l = 6m$

គឺ $W_{A \to B} = \vec{P} \cdot \vec{l} = P \cdot l \cdot \cos 60^\circ$

$P = mg = 5 \times 10 = 50N$

$\Rightarrow W_{AB} = 50 \times 6 \times \frac{1}{2} = \boxed{150N}$

---

3. គ្រាប់បាញ់មួយត្រូវបានគេបាញ់ដោយល្បឿន $v_1 = 2m/s$ ពីកំពស់ $H = 25m$ ពី

ដី ។ គណនាល្បឿន v_2 ពេលគ្រាប់ធ្លាក់ដល់ដីក្នុងករណីបី:

ក/. $\vec{v}_1$ ដេក

ខ/. $\vec{v}_1$ ឡើងលើផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ 45°

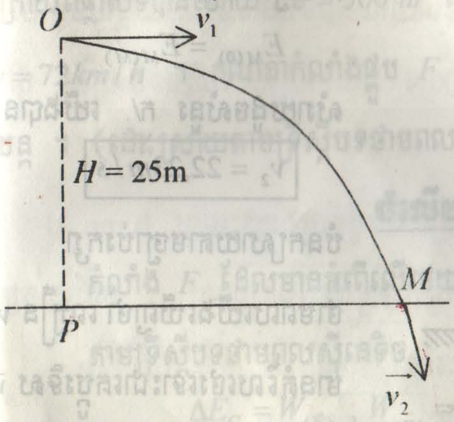
គ/. $\vec{v}_1$ ចុះក្រោមផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ 45° ។ $g = 9{,}8m/s$ រួច

សន្និដ្ឋាន ។

ចំលើយ

ក/. $\vec{v}_1$ ដេក

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល



$$E_{M(0)} = E_{M(M)}$$

ដោយ $E_{M(0)} = E_{C(0)} + E_{P(0)}$

$$E_{C(O)} = \frac{1}{2}mv_1^2;\ E_{P(O)} = mgH$$

$$\Rightarrow E_{M(O)} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgH$$

$$E_{M(M)} = E_{C(M)} + E_{P(M)}$$

$$E_{C(M)} = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$E_{P(M)} = mg \times 0 = 0$$

$$\Rightarrow E_{M(M)} = \frac{1}{2}mv_2^2$$

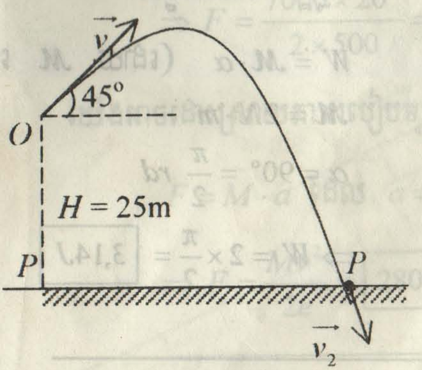
ដូចនេះ $\frac{1}{2}mv_1^2 + mgH = \frac{1}{2}mv_2^2$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gH}$$

$$v_1 = 2m/s\ ;\ H = 25m$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2^2 + 2 \times 9{,}8 \times 25} = \boxed{22{,}23m/s}$$

ខ/. ករណី $\vec{v}_1$ ផ្ចិតបានមុំ 45° (ឡើងលើ)

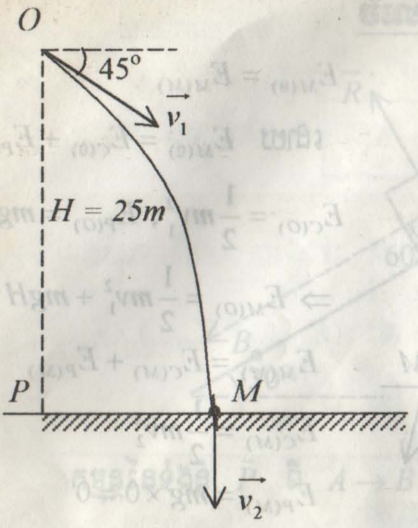


តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$$E_{M(0)} = E_{M(P)}$$

សំរាយដូចសំនួរ ក/. យើងបាន

$$\boxed{v_2 = 22{,}23m/s}$$



គ/. ករណី $\vec{v}_1$ ផ្គុំបានមុំ 45° ចុះក្រោម

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$$E_{M(0)} = E_{M(M)}$$

សំរាយដូចសំនួរ ក/. យើងបាន

$$\boxed{v_2 = 22,23m/s}$$

បំនកស្រាយតាមច្បាប់រក្សាថាមពលយើងឃើញថា ល្បឿន v_2 មានតំលៃថេរទោះជាគេប្តូរទិស $\vec{v}_1$ ក៏ដោយ ។

---

4. គេអនុវត្តកំលាំងមួយមានម៉ូម៉ង់ថេរ $\mathcal{M} = 2N.m$ ទៅលើអង្គធាតុចល័តជុំវិញអ័ក្សនឹង (Δ) ។ អង្គធាតុនោះធ្វើចលនារង្វិលបានមុំ 90^0 ជុំវិញអ័ក្ស (Δ) ។ គណនាកម្មន្តដែលបង្កើតដោយកំលាំងនេះ ។

<u>**ចំលើយ**</u>

កម្មន្តនៃចលនារង្វិល

$W = \mathcal{M} \cdot \alpha$ (ដោយ $\mathcal{M}$ ថេរ)

$\mathcal{M} = 2N \cdot m$

$\alpha = 90° = \dfrac{\pi}{2}\ rd$

$$\Rightarrow W = 2 \times \frac{\pi}{2} = \boxed{3,14J}$$

. រថយន្តមួយមានម៉ាស $M = 7000kg$ ចេញដំណើរចាប់ពីល្បឿនសូន្យទៅ ។ ក្រោយពីផ្លាស់ទីបានចំងាយ $e = 500\ m$ ដោយចលនាត្រង់ស្មុះស្មើ វាមានល្បឿន $v = 72km/h$ ។ គណនាកំលាំងផ្គួប F នៃកំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើរថយន្ត ។ (ដោះស្រាយតាមទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច) ។

ចំលើយ

កំលាំង F ដែលមានអំពើលើរថយន្ត

តាមទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច

$$\Delta E_C = W_{(\vec{F})}\ ;\ W_{(\vec{F})} = F \times e$$

$$\Delta E_C = E_C - E_{C(0)} = \frac{1}{2}M\,v^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2\ ;\ v_0 = 0$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}Mv^2$$

$$\Rightarrow F \cdot e = \frac{1}{2}M \cdot v^2$$

$$\Rightarrow F = \frac{M \cdot v^2}{2\,e}$$

$$M = 7000kg\ ;\ v = 72km/h = 20m/s;\ e = 500m$$

$$\Rightarrow F = \frac{7000 \times 20^2}{2 \times 500} = \boxed{2800N}$$

យើងអាចដោះស្រាយតាមរបៀបម្យ៉ាងទៀត

$$F = M \cdot a \text{ ដែល } a = \frac{v^2 - v_0^2}{2e} = \frac{v^2}{2e};\ v_0 = 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{Mv^2}{2e} = \boxed{2800N}$$

6. រថយន្តមួយមានម៉ាស 200kg បើកបរឡើងទួលមួយដែលមានចំនោត 2% ។ រថយន្តផ្លាស់ទីដោយល្បឿន 20m/s ហើយកំលាំងទប់នានាលើរថយន្តសមមូលនឹងកំលាំង $\vec{F}$ ដែលមានអាំងតង់ស៊ីតេ 100N មានទិសស្របនឹងវ៉ិចទ័រល្បឿន ប៉ុន្តែមានទិសដៅផ្ទុយ ។

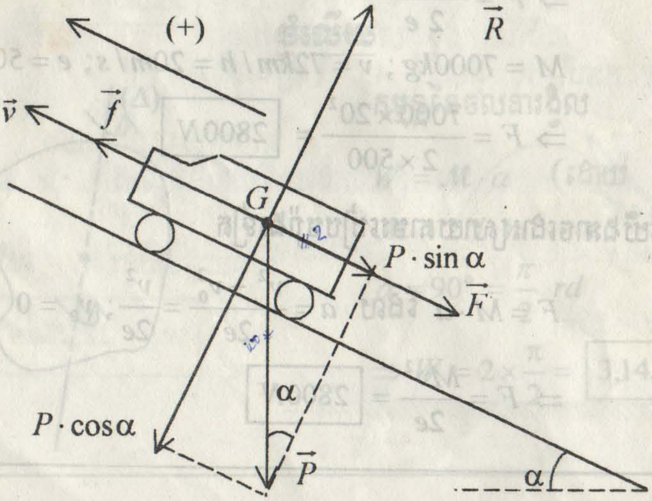
ក/. គណនាកម្មន្តដែលបានបំពេញដោយម៉ូទ័រក្នុងរយៈពេល 10mn ។

ខ/. រថយន្តចុះចំនោតដដែលដោយល្បឿនដដែលដូចគ្នា ។ គណនាកម្មន្តដែលបំពេញដោយម៉ូទ័រក្នុងរយៈពេល 10mn ។ $g = 10N/kg$

ចំលើយ

ក/. កម្មន្តដែលម៉ូទ័របំពេញ

ចំណាំ: ចំណោត 2% មានន័យថា ចំងាយចំនោត 100mមានកំពស់ 2m គឺ $\sin\alpha = \frac{2}{100}$ ។



កំលាំងទប់ $\vec{F}$ សមមូលនឹងកំលាំងកកិតនិងកំលាំងទប់នៃខ្យល់ ។

f ជាកំលាំងម៉ូទ័រ (ទាញរថយន្ត)

ដោយល្បឿនមានតំលៃថេរ $v = 20m/s \Rightarrow$ សំទុះសូន្យ

យើងបាន: $f = F + P\sin\alpha$

$$\Rightarrow f = 1000 + 2000 \times 10 \times \frac{2}{100} = 1400N$$

$$\Rightarrow \boxed{f = 1400\text{N}}$$

អានុភាពនៃកំលាំង f: $P = f \cdot v = 1400 \times 20 = 28000W$

$$\Rightarrow \boxed{P = 28000\text{w}}$$

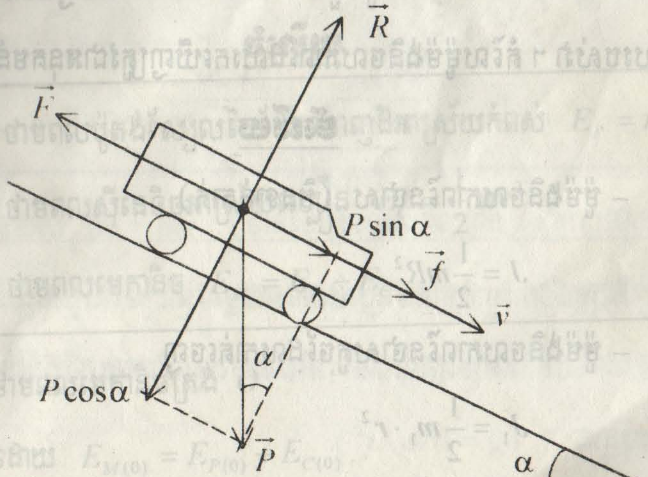
កម្មន្តនៃកំលាំង f:

តាមរូបមន្ត: $W = p \cdot t$; $t = 10mn = 600s$

$$\Rightarrow W = 28000 \times 600 = 16800000J = 16600\ KJ$$

$$\Rightarrow \boxed{W = 16800\text{J}}$$

ខ/. ពេលរថយន្តរត់ចុះពីលើទួលវិញ



យើងបាន:

$$F = f + p\sin\alpha$$

$$\Rightarrow f = F - P\sin\alpha = F - mg\sin\alpha$$

$$= 1000 - 2000\times 10\times\frac{2}{100} = 600N$$

ដូច្នេះ $f = 600\text{N}$ ។

អានុភាពកំលាំង f

តាមរូបមន្ត: $p = f\cdot v = 600\times 20 = 12000w$

កម្មន្តនៃកំលាំង f :

តាមរូបមន្ត: $W = p.t = 12000\times 600 = 7200000J = 7200KJ$

---

7. ម៉ូម៉ង់និចលភាពធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិលរបស់ថាសស្មើសាច់ និងមានកំរាស់ថេរអោយដោយរូបមន្ត $J = \frac{1}{2}mR^2$ ។ គណនាម៉ូម៉ង់និចលភាពធៀបនឹងអ័ក្សដដែលរបស់ថាស់ថ្មីកាលណាគេកាត់យកថាសតូចមួយដែលមានកាំ r ចេញពីថាសដើមត្រង់ចំនុចកណ្តាលរបស់វា ។ តំលៃម៉ូម៉ង់និចលភាពដែលរកឃើញត្រូវជាអនុគមន៍នៃកាំ R ។

ចំលើយ

– ម៉ូម៉ង់និចលភាពនៃថាស (មិនទាន់កាត់)

$$J = \frac{1}{2}mR^2$$

– ម៉ូម៉ង់និចលភាពនៃថាសតូចដែលកាត់ចេញ

$$J_1 = \frac{1}{2}m_1\cdot r^2$$

– ដូចនេះម៉ូម៉ង់និចលភាពដែលនៅសល់

$$J_2 = J - J_1$$

$$J_2 = \frac{1}{2}mR^2 - \frac{1}{2}m_1 r^2$$

ដោយ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2$

$$\Rightarrow J_2 = \frac{1}{2}m\left(R^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 r^2\right)$$

---

8. វត្ថុ A មួយមានម៉ាស 1kg ។ យើងទប់វាអោយនៅនឹងកំពស់ 3m ពីដី ។ គណនាថាមពលមេកានិច E_M នៃប្រព័ន្ធ " វត្ថុ A-ផែនដី " ដោយសន្មតថាថាមពលប៉ូតង់ស្យែលទំនាញដីស្មើសូន្យនៅផ្ទាល់ដី ។ ឥឡូវគេលែងវត្ថុ A អោយធ្លាក់ដោយសេរីដោយគ្មានល្បឿនដើម ។ គណនាថាមពលប៉ូតង់ស្យែលកាលណា A ស្ថិតនៅចំងាយ 1m ពីដី ហើយទាញរកថាមពលស៊ីនេទិច និងល្បឿនរបស់ A នៅខណៈនោះ ។ $g = 10m/s^2$ ។

ចំលើយ

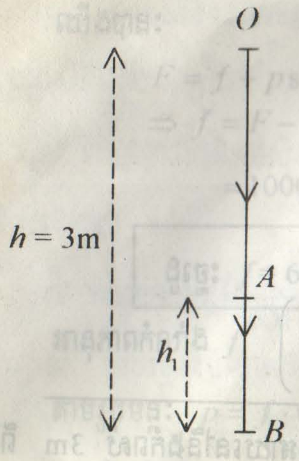
ចំណាំ: – ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលនៃដែនទំនាញដីអាស្រ័យកំពស់ $E_P = mgh$

– ថាមពលស៊ីនេទិចអាស្រ័យល្បឿន $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

– ថាមពលមេកានិច $E_M = E_P + E_C$

+ ថាមពលមេកានិចត្រង់ O

ដោយ $E_{M(0)} = E_{P(0)} + E_{C(0)}$



$E_P = mgh = 1\times 10\times 3 = 30J$

$E_{C(0)} = \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$; $v_0 = 0$

$\Rightarrow \boxed{E_{M(0)} = 30J}$

ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលត្រង់ A :

$E_{P(A)} = mgh_1$; $h_1 = 1m$

$E_{P(A)} = 1\times 10\times 1 = \boxed{10J}$

ថាមពលមេកានិចត្រង់ A :

$E_{M(A)} = E_{P(A)} + E_{C(A)}$

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$E_{M(0)} = E_{M(A)}$

$\Rightarrow 30 = 10 + E_{C(A)}$

$\Rightarrow E_{C(A)} = 20J$

ល្បឿននៃវត្ថុ A នៅត្រង់ A :

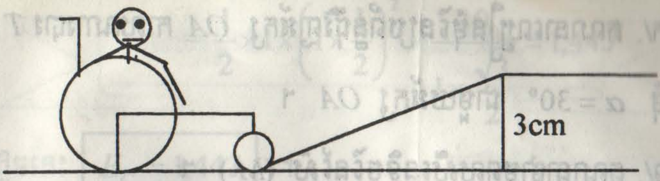
$E_{C(A)} = \frac{1}{2}mv_A^2$

$\Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2E_{C(A)}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 20}{1}}$

$= \boxed{4,47\text{m/s}}$

---

9. រទេះ និងជនពិការម្នាក់មានម៉ាសសរុប 60kg ផ្លាស់ទីលើប្លង់ដេកដោយល្បឿន 100cm/s ។ បើកកិតអាចចោលបាន តើរទេះនិងអ្នកជិះអាចឡើងដល់កំពូលប្លង់ទេរមានកំពស់ប៉ុន្មាន ? ($g = 10m/s^2$)



ចំលើយ

កំពូលនៃប្លង់ទេរដែលកង់ និងអ្នកជិះកង់ឡើងដល់ គឺល្បឿនត្រង់ចំនុចនេះសូន្យ ។

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល យើងបាន: $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$

h : កំពស់ប្លង់ទេរដែលកង់ឡើងដល់

v : ល្បឿនរទេះត្រង់ជើងប្លង់ទេ

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2g};\ v = 100cm/s = 1m/s$$

$$\Rightarrow h = \frac{1^2}{2\times 10} = 0,05m = 5cm$$

ដូចនេះ $h = 5\text{cm}$ ។

រទេះកង់អាច់ឡើងដល់កំពូលនៃប្លង់ទេរកំពស់ 3cm បាន ។

---

0. ស្វ៊ែមួយមានម៉ាស $M = 1kg$ (មានវិមាត្រអាចចោលបាន) ត្រូវបានភ្ជាប់ទៅងចុងម្ខាងទៀតនៃរបារ T មួយដែលមានម៉ាសស្មើនឹងសូន្យ ។ ចុងម្ខាងទៀតនៃរបារ T បានភ្ជាប់ទៅនឹងអ័ក្សឈរ OA ហើយអាចវិលជុំវិញចំនុច O ដោយចលនាវិលស្មើ ។

ក/. គណនាល្បឿនមុំនៃប្រព័ន្ធជុំវិញអ័ក្ស OA កាលណារបារ T បង្កើតបា

មុំ $\alpha = 30°$ ជាមួយអ័ក្ស OA ។

ខ/. គណនាថាមពលស៊ីនេទិចនៃស្វ៊ែ (M) ។

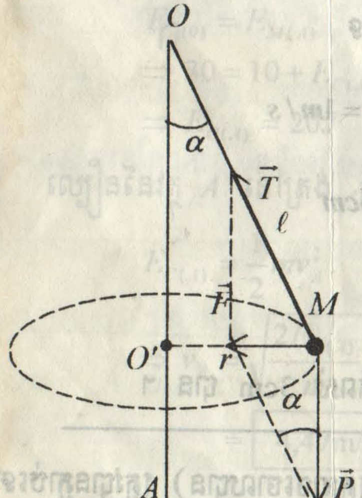
គ/. គណនាថាមពលមេកានិចសរុបចាំបាច់ ដែលធ្វើអោយប្រព័ន្ធមានចលន

ចាប់ពីទីតាំងលំនឹងទៅ ។

ប្រវែងរបារ T : $l = 1m$ សំទុះទំនាញដី $g = 10m/s^2$ ។

ចំលើយ

ក/. ម៉ាស M គូសគន្លងបានជារង្វង់មានកាំ r ផ្ចិត O' ។



កំលាំងចូលផ្ចិត: $F = m\omega^2 r$

ដោយ $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{F}{P}$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 \ell \sin\alpha}{g}$$

$$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{1 \times \cos 30°}} = \boxed{3{,}40\,\text{rd/s}}$$

ខ/. ថាមពលស៊ីនេទិចនៃស្វ៊ែ

ដោយស្វ៊ែធ្វើតែចលនារង្វិល

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} J\omega^2 \,;\; J = Mr^2$$

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} M r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} M \cdot (\ell \cdot \sin\alpha)^2 \cdot \frac{g}{\ell \cdot \cos\alpha}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \left(1 \times \frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{10}{1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1{,}44J$$

ដូចនេះ $\boxed{E_C = 1{,}44\,\text{J}}$ ។

គ/. ថាមពលមេកានិច

ដោយ $E_M = E_P + E_C$

តែ $E_P = Mgh$

ហើយ $h = l(1 - \cos\alpha)$

$$\Rightarrow E_P = Mgl(1 - \cos\alpha)$$
$$= 1 \times 10 \times 1 \times (1 - \cos 30^\circ)$$
$$= 1{,}34J$$

ដូច្នេះ $E_M = 1{,}34 + 1{,}44 = \boxed{2{,}78J}$

ប្អូនអានសៀវភៅមួយថ្ងៃមួយម៉ោង
មួយឆ្នាំប្អូននឹងឃើញលទ្ធផល ៦

បរិមាណចលនា ~ ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

1. បរិមាណចលនា សំដែងដោយ:

$$\vec{P} = m\vec{v} \text{ ឬ } \underset{(kgm/s)}{P} = \underset{(kg)}{m}\ \underset{(m/s)}{v}$$

– បំរែបំរួលបរិមាណចលនាអង្គធាតុមួយធៀបនឹងពេល ជាកំលាំងផ្គួបដែលមានអំពើលើអង្គធាតុនេះ (ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

– ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា $\vec{P}$ មានតំលៃថេរគ្រប់ខណៈ $\Rightarrow v =$ ថេរ

$\Rightarrow F = 0$ (មិនរងកំលាំងក្រៅ) ជាប្រព័ន្ធត្រមោច ។

– ទំហាក់ថយនៃកាំភ្លើង

$\vec{v} = -\dfrac{m}{M}\cdot\vec{V}$; $\vec{v}$ និង $\vec{V}$ មានទិសដៅផ្ទុយគ្នា ។

M : ម៉ាសកាំភ្លើង (kg); m : ម៉ាសគ្រាប់បាញ់ (kg)

v : ល្បឿនធាក់ថយ (m/s); V : ល្បឿនគ្រាប់ (m/s)

– ម៉ូទ័រប្រតិកម្ម (កាំជ្រួច)

ពេលចលនាម៉ាសប្រែប្រួល:

$$\boxed{\Delta m = \mu\cdot\Delta t\cdot v'}$$

$\mu = \dfrac{\Delta m}{\Delta t}$: ម៉ាសឧស្ម័នបាញ់ចេញក្នុង $1s$ ។

សំទុះខណៈ $a = \frac{\mu v'}{m}$

$\Rightarrow$ កំលាំងជំនោលថេរ $F = \mu \cdot v'$

– ទង្គិចនៃអង្គធាតុពីរ

\+ ទង្គិចខ្ទាត: – បរិមាណចលនាមុនទង្គិច = បរិមាណចលនាក្រោយទង្គិច

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

– ថាមពលស៊ីនេទិចមុនទង្គិច = ថាមពលស៊ីនេទិចក្រោយទង្គិច

$$E_C = E_C'$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$$

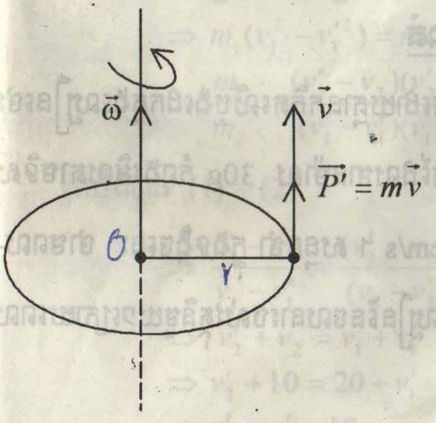
\+ ទង្គិចស្អក់ (ក្រោយទង្គិចអង្គធាតុទាំងពីរស្អិតជាប់គ្នា)

$$p_1' + p_2' = p'$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, v$$

ហើយ E_C (មុនទង្គិច) $> E_C'$ (ក្រោយទង្គិច)

. ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនៃចំនុចរូបធាតុ សំដែងដោយទំហំវ៉ិចទ័រ:



$$\vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$\vec{p} = m\vec{v}$ បរិមាណចលនា

– ចំនុចចាប់ត្រង់ O

– ទិសតាមអ័ក្សរង្វិល (Δ)

– ទិសដៅតាមវិធានឃ្នងឆ្នុកដោយ

បង្វិលពី $\vec{r}$ ទៅ $\vec{p}$

– អាំងតង់ស៊ីតេ $\tau = r\, p \sin\alpha$

– ករណីចលនាវង់ $\sin\alpha = \sin 90^\circ = 1$

$$p = mv = m\omega r$$

$$\Rightarrow \underset{(kg\,m^2\,rd/s)}{\tau} = m\omega r^2$$

– ករណីអង្គធាតុរឹង $\tau = J\omega$ ឬ $\vec{\tau} = J\cdot\vec{\omega}$

– បំរែបំរួលម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

$\Delta\tau = \mathcal{M}\Delta t$; $\mathcal{M}$ ម៉ូម៉ង់នៃចលនារង្វិល

– បំរែបំរួលល្បឿនមុំ

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\mathcal{M}(t_2 - t_1)}{J}$$

– ករណីប្រព័ន្ធខូចទ្រង់ទ្រាយ

$$\omega_2 = \frac{J_1}{J_2}\omega_1$$

J_1 , ω_1 : មុនពេលខូចទ្រង់ទ្រាយ

J_2 , ω_2 : ក្រោយពេលខូចទ្រង់ទ្រាយ

លំហាត់

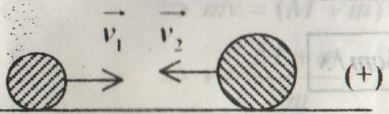
1. វត្ថុរឹងមួយមានម៉ាស 10g រអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ដេកក្នុងល្បឿនថេរ 20cm/s ហើយក៏ទង្គិចនឹងវត្ថុនឹងមួយទៀតដែលមានម៉ាស 30g កំពុងរអិលតាមទិសដូចគ្នា ប៉ុន្តែទិសដៅផ្ទុយគ្នាក្នុងល្បឿន 10cm/s ។ សន្មតថា ក្នុងទង្គិចនេះ ថាមពលស៊ីនេទិចសរុបត្រូវបានរក្សា ។ រកទិសនិងល្បឿននៃចលនារបស់វត្ថុនីមួយៗក្រោយពេលទង្គិច ។

ចំលើយ

ដោយទង្គិចមានការរក្សាថាមពលស៊ីនេទិច

$\Rightarrow$ ទង្គិចជាទង្គិចខ្ទាត

ទិសនៃវ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v_1}$ និង $\vec{v_2}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ទិសនៃ $\vec{v'_1}$ និង $\vec{v'_2}$ ។



តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$$\underbrace{\vec{P_1}+\vec{P_2}}_{\text{មុនទង្គិច}} = \underbrace{\vec{P'_1}+\vec{P'_2}}_{\text{ក្រោយទង្គិច}}$$

$$m_1\vec{v_1}+m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v'_1}+m_2\vec{v'_2}$$

$$\Leftrightarrow m_1v_1+m_2v_2 = m_1v'_1+m_2v'_2$$

$$\Leftrightarrow m_1v_1-m_1v'_1 = m_2v'_2-m_2v_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{v'_2-v_2}{v_1-v'_1} \quad (1)$$

ម្យ៉ាងទៀតច្បាប់រក្សាថាមពលស៊ីនេទិច

$$E_c = E'_c$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$\Rightarrow m_1(v_1^2-v_1'^2)=m_2(v_2'^2-v_2^2)$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{(v'_2-v_2)(v'_2+v_2)}{(v_1-v'_1)(v_1+v'_1)} \quad (2)$$

យើងបាន $(1)=(2)$

$$\Rightarrow \frac{v'_2-v_2}{v_1-v'_1}=\frac{(v'_2-v_2)(v'_2+v_2)}{(v_1-v'_2)(v_1+v'_1)}$$

$$\Rightarrow v'_2+v_2=v_1+v'_1$$

$$\Rightarrow v'_2+10=20+v'_1$$

$$\Rightarrow v'_1=v'_2-10 \quad (3)$$

ជំនួសលេខក្នុង (1):

$$\frac{10}{30}=\frac{v_2'-10}{20-v_1'} \Rightarrow v_1' = 50-3v_2' \qquad (4)$$

យើងបាន (3) = (4)

$$\Rightarrow v_2'-10 = 50-3v_2'$$

$$\Rightarrow v_2' = \frac{60}{4} = \boxed{15cm/s}$$

$$(3) \Rightarrow v_1' = 15-10 = \boxed{5cm/s}$$

---

2. គ្រាប់កាំភ្លើងមួយមានម៉ាស $m = 20g$ ។ គេបាញ់តាមទិសដេក ហើយវាទៅ ទង្គិចនឹងឧបសគ្គស្អក់មួយគឺឡាំងដែលមានដីនៅខាងក្នុង ។ គ្រាប់ក៏បានចូលទៅក្នុងដី នោះតែម្តង ។ ឡាំងដីមានម៉ាសសរុប $M = 10$ kg ស្ថិតនៅលើរទេះតូចមួយដែល គេមិនគិតម៉ាស ហើយអាចចល័តដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ដេក ។ ក្រោមអំពើទង្គិច ឡាំងដី និងរទេះតូច ក៏មានចលនាដោយល្បឿន $v_0 = 0,5m/s$ ។ តើគ្រាប់កាំភ្លើង មានល្បឿនស្មើប៉ុន្មាន នៅខណៈដែលវាមកទង្គិចនឹងឡាំងដី ?

ក្រោយពីផ្លាស់ទីបានបន្តិចលើប្លង់ដេក ឡាំងដី និងរទេះតូចក៏ឡើងតាមប្លង់ទេរ មួយដែលមានចំណោទ 2,5% ដោយគ្មានកកិត ។ ប្រព័ន្ធក៏ផ្លាស់ទីលើទេរនោះបាន ចំងាយ X ទើបឈប់ ។ គណនាចំងាយ X ។ រកទំនាក់ទំនងរវាងចំងាយ X ម៉ាស m, ម៉ាស M និងល្បឿន V នៃគ្រាប់កាំភ្លើងនៅខណៈទង្គិចឡាំងដី ។ គេ អោយ $g = 10m/s^2$ ។

ចំលើយ

+ កំនត់ល្បឿនគ្រាប់នៅខណៈដែលវាមកទង្គិចនឹងឡាំងឌី

តាមច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា $p = p'$

ដោយ $p = mv + MV$ ហើយ $V = 0$ ឡាំងនៅនឹង

ដោយទង្គិចនេះជាទង្គិចស្អក

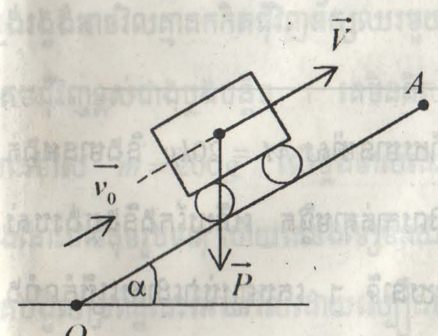
$$p' = (M + m)v_0$$

$$\Rightarrow mv = (M + m)v_0$$

$$\Rightarrow v = \frac{M + m}{m} \cdot v_0$$

$$m = 20g = 0{,}02kg \ ; \ M = 10kg \ ; \ v_0 = 0{,}5m/s$$

$$v = \frac{10 + 0{,}02}{0{,}02} \times 0.5 = \boxed{250{,}5m/s}$$



– ឧបមាប្រព័ន្ធធ្វើចលនាបានចំងាយ $OA = X$

ដោយប្រព័ន្ធធ្វើចលនាយឺតស្មើលើប្លង់ទេរ

តាមទំនាក់ទំនង:

$$v_A^2 - v_0^2 = 2aX$$

សំទុះរបស់ប្រព័ន្ធលើប្លង់ទេរគ្មានកកិត $a = -g\sin\alpha$

ដោយ $\sin\alpha = 2{,}5\% = \frac{2{,}5}{100}$

$v_A = 0$ (ឈប់)

$$\Rightarrow X = \frac{-v_0^2}{-2g\sin\alpha} = \frac{(0{,}5)^2}{2 \times 10 \times \frac{2{,}5}{100}} = 0{,}5m$$

ទំនាក់ទំនងរវាង $x ; m ; M$ និង v ល្បឿនគ្រាប់ពេលទង្គិច

តាមខាងលើ $v = \dfrac{M+m}{m} \cdot v_0$

ម្យ៉ាងទៀត $X = \dfrac{v_0^2}{2g\sin\alpha}$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{2g\sin\alpha}\left(\frac{mv}{M+m}\right)^2$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{2\times 10\times \dfrac{2,5}{100}} \frac{m^2v^2}{(M+m)^2}$$

$$X = 2\cdot\frac{m^2v^2}{(M+m)^2}$$

$$\boxed{X = 2\left(\frac{mv}{M+m}\right)^2}$$

---

3. រ៉ូឡង់មួយមានរាងជាថាសវង់ស្មើសាច់ ហើយមានម៉ាស $M = 20kg$ និងមានអង្កត់ផ្ចិត 20cm ។ រ៉ូឡង់វិលជុំវិញអ័ក្សមួយដែលកាត់តាមផ្ចិត ហើយកែងនឹងប្លង់របស់វា ។ រ៉ូឡង់វិលក្នុងល្បឿន 3000 ជុំ ក្នុងមួយនាទី ។ គេបញ្ឈប់វាដោយប្រើកំលាំងបង្វិលទប់ដែលម៉ូម៉ង់ថេរហើយមានតំលៃដាច់ខាត $\mathcal{M} = 0,25m.N$ ។

គណនារយៈពេលដែលគេត្រូវការ ដើម្បីធ្វើអោយរ៉ូឡង់ឈប់ស្ងៀម ។

ចំលើយ

<u>រយៈពេលធ្វើអោយរ៉ូឡង់ឈប់ស្ងៀម</u>

ម៉ូម៉ង់ផ្ទួបលើរ៉ូឡង់អោយដោយរូបមន្ត: $\mathcal{M} = J\cdot\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \Delta t = J \cdot \frac{\Delta\Omega}{\mathcal{M}}$$

$\mathcal{M} = 0,25N.m$

$$J = \frac{1}{2}mR^2;\ R = \frac{D}{2} = 10cm = 0,1m$$

$$J = \frac{1}{2} \times 20 \times (0,1)^2 = 0,1kgm^2$$

$N = 3000\ tr/mn = 50\ tr/s$

$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1\ ;\ \omega_1 = 2\pi N = 314\ rd/s$

$\Rightarrow |\Delta\Omega| = 314\ rd/s$

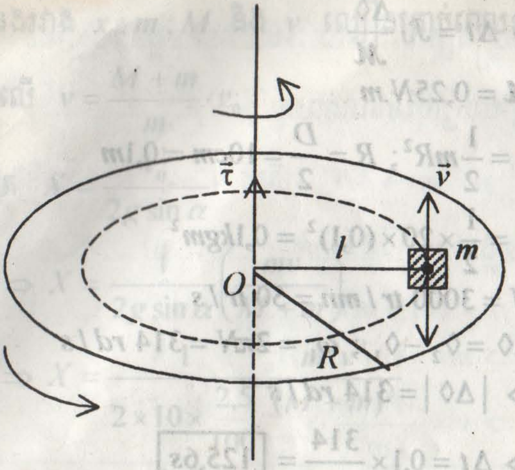
$$\Rightarrow \Delta t = 0,1 \times \frac{314}{0,25} = \boxed{125,6s}$$

. ប្លង់រាបដេកមួយមានរាងជាថាសដែលមានម៉ាស $M = 1kg$ និងមានកាំ $R = 30cm$ ។ ប្លង់រង្វង់អាចវិលគ្មានកកិតជុំវិញអ័ក្សឈរមួយដែលកាត់តាមផ្ចិតរបស់វា ។ ប្លង់នេះមាន គែមជុំវិញខ្ពស់ជាងប្លង់បន្តិច ។ គេមិនគិតម៉ាសនៃគែមនេះទេ ។ គេដាក់វត្ថុនឹងមួយ មានម៉ាស $m = 200g$ លើប្លង់ថាសនេះនៅក្បែរអ័ក្សរង្វិល ។ គេចាត់ទុកអង្គធាតុ ងនោះជាចំនុចរូបធាតុ ហើយគេចងខ្សែមិនយឺតមួយប្រវែង $l = 5cm$ ទៅអ័ក្សរង្វិល ។ គេបង្វិលប្រព័ន្ធនេះអោយវិលដោយល្បឿនមុំ $N = 2$ ជុំក្នុងមួយ នាទី ។

ក/. គណនាម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនៃប្រព័ន្ធធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិល ។

ខ/. គេផុតបណ្តាច់ខ្សែដែលចងម៉ាស m ទៅនឹងអ័ក្សរង្វិល ។ ម៉ាស m ក៏មកស្អិតជាប់នឹងគែមរង្វង់ ។ តើល្បឿនមុំ N' នៃប្រព័ន្ធមានតំលៃស្មើ ប៉ុន្មាន ? ម៉ូម៉ង់និចលភាពនៃប្លង់រង្វង់ធៀបនឹងអ័ក្សវា $J = \frac{1}{2}MR^2$ ។

ចំលើយ



ក/. ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនៃប្រព័ន្ធ

– ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនៃថាសកាំ R :

$$\tau_1 = J \cdot \omega$$

$$J = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (0,3)^2 = 0,045 kgm^2$$

$$\omega = 2\pi N \; ; \; N = 2\ tr/mn = \frac{1}{30}\ tr/s$$

$$\Rightarrow \tau_1 = 0,045 \times 2\pi \times \frac{1}{30} = 0,00942 kgm^2 rd/s$$

– ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនៃអង្គធាតុរឹង:

$$\tau_2 = l \times mv$$

ដោយ $v = \omega\, l = 2\pi \times \frac{1}{30} \times 5.10^{-2} = 1,05.10^{-2} m/s$

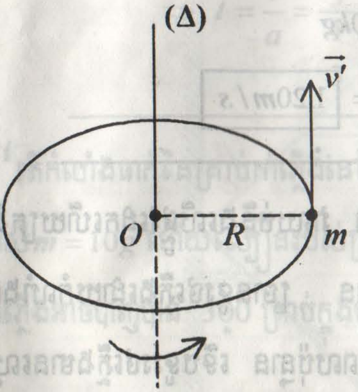
$$\Rightarrow \tau_2 = 5.10^{-2} \times 0,2 \times 1,05.10^{-2} = 1,05.10^{-4} kgm^2\ rd/s$$

ដូចនេះម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចសរុប:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \boxed{95,25 \cdot 10^{-4} kgm^2\ rd/s}$$

ខ/. គណនាល្បឿន N' ថ្មី

ពេលដុតខ្សែដាច់ប្រព័ន្ធខូចទ្រង់ទ្រាយយើងបាន:



$$\omega' = \frac{J}{J'} \cdot \omega$$

ដោយ $\omega' = 2\pi N'$; $\omega = 2\pi N$

$$\Rightarrow N' = \frac{J}{J'} \cdot N$$

ម៉ូម៉ង់និចលភាព

$$J = ml^2 + \frac{1}{2}MR^2$$

$$J' = mR^2 + \frac{1}{2}MR^2$$

$$J = 0,2 \times (0,05)^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times (0.3)^2 = 0,0455kgm^2\ rd/s$$

$$J' = 0,2 \times (0,3)^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times (0,3)^2 = 0,063kgm^2\ rd/s$$

$$\Rightarrow N' = \frac{0.0455}{0,063} \times \frac{1}{30} = \boxed{0,024\ tr/s}$$

---

5. បំពង់កាណុងជាន់ដើមមួយមានម៉ាស 140 តោន ហើយបាញ់គ្រាប់មួយដោយល្បឿនដើម 1400m/s ។ បើគ្រាប់នោះមានម៉ាស 120kg គណនាល្បឿនធាក់ថយនៃកាណុង ។

ចំលើយ

ល្បឿនធាក់ថយនៃកាំភ្លើង

តាមទំនាក់ទំនង $v = \frac{m}{M} \cdot V$

v: ល្បឿនធាក់ថយ ; V: ល្បឿនគ្រាប់ចេញពីកាណុង

m: ម៉ាសគ្រាប់ ; M: ម៉ាសកាំភ្លើង

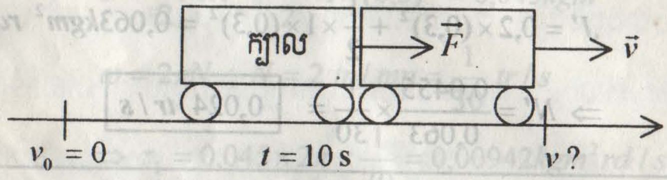
$M = 140$ តោន $= 140000kg$

$$\Rightarrow v = \frac{120}{140000} \times 1400 = \boxed{1,20m/s}$$

---

6. ទូររថភ្លើងមួយមានម៉ាស $m = 50$ តោន ។ វាឈប់នឹងលើផ្លូវដេកហើយត្រង់ ។ ក្បាលរថភ្លើងមួយមានម៉ាស $M = 700$ តោន ច្រានទូរថភ្លើងដោយកំលាំងដេក ហើយថេរ $F = 20000N$ ។ តើក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបទូររថភ្លើងមានល្បឿន $v = 120km/h$ ។ គេសន្មតថា កំលាំងកកិតអាចចោលបាន ។

ចំលើយ



រយៈពេលក្រោយពេលទង្គិចទូររថភ្លើងនឹងក្បាលរថភ្លើង បង្កើតបានជាប្រព័ន្ធមួយផ្លាស់ទី ក្រោមកំលាំងថេរ F :

$$F = (M + m)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{M+m} = \frac{20000}{50000 + 70000} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} m/s^2$$

តាមទំនាក់ទំនង :

$v = at + v_0$; $v_0 = 0$ (ចាប់រុញដោយគ្មានល្បឿនដើម)

ដោយ $v = 12km/h = \frac{12.10^3}{3600} m/s = \frac{10}{3} m/s$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{1}{3}} = \boxed{20s}$$

---

7. តើកំលាំងធាក់នៃគ្រាប់កាំភ្លើងនៅពេលគេបាញ់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន បើគ្រាប់កាំភ្លើងមានម៉ាស $m = 10g$ ហើយល្បឿនរបស់គ្រាប់កាំភ្លើងពេលចេញពីកាណុង $v = 300m/s$? កាំភ្លើងអាចបាញ់បាន 300 គ្រាប់ក្នុងមួយនាទី ។

ចំលើយ

កំលាំងធាក់ថយនៃគ្រាប់ក្នុងរយៈពេល $1s$

យើងដឹងថា បំរែបំរួលបរិមាណចលនាធៀបនឹងពេលជាកំលាំង

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = M \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

ឬ $F = M \times \frac{\Delta v}{\Delta t}$

ដែល $M = 300 \times 10g = 3000g = 3kg$

$\Delta t = 1mn = 60s$

$\Delta v = 300 - 0 = 300m/s$ (មុនបាញ់គ្រាប់នៅនឹង)

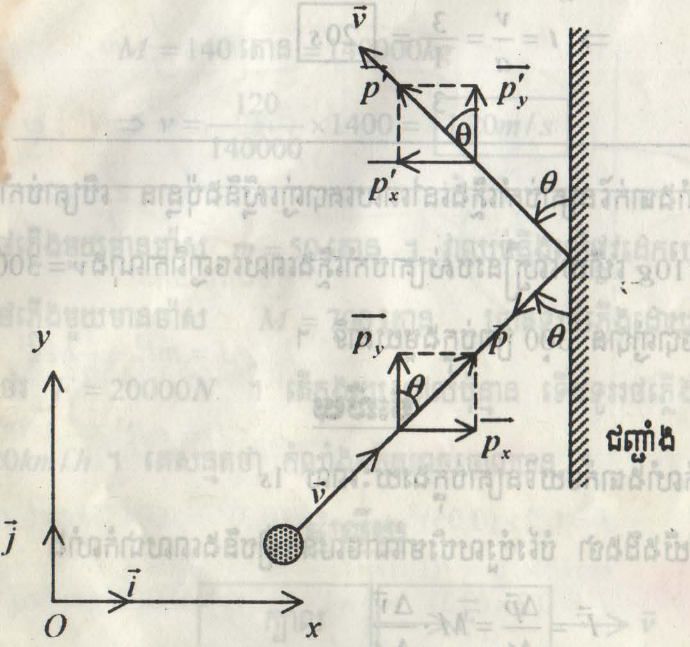
$$\Rightarrow F = 3 \times \frac{300}{60} = \boxed{15N}$$

---

8. បាល់មួយមានម៉ាស $m = 150g$ ទៅទង្គិចជញ្ជាំងក្រោមមុំ $\theta = 30^\circ$ រួចខ្ទាតមកវិញដោយគ្មានប្រែប្រួលតំលៃល្បឿន ។ គណនាកំលាំង $\vec{F}$ ដែលមានអំពើលើ

បាល់ និងជញ្ជាំង ។ ល្បឿនបាល់ $v = 10m/s$ រយៈពេលទង្គិច $\Delta t = 0,1s$ ។

ចំលើយ



សិក្សាចលនានៅក្នុងតំរុយ (Oxy)

កំលាំងទង្គិច

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

ចលនាបាល់ត្រូវគោរពតាមច្បាប់មួយដូចរូប ។

បរិមាណចលនាមុនទង្គិច

$$\vec{p} = \vec{p}_x + \vec{p}_y$$

ដោយ $p_x = p\sin\alpha\,;\ p_y = p\cos\alpha$

ហើយបរិមាណចលនាដោយទង្គិច

$$\vec{p}' = \overrightarrow{p'_x} + \overrightarrow{p'_y} \ ; \ p_x = p'\sin\alpha \ ; \ p_y = p'\cos\alpha$$

ដោយ $p' = p = mv$ ដូចនេះយើងបាន៖

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p} = (-mv\sin\alpha\,\vec{i} + mv\cos\alpha\,\vec{i} + mv\cos\alpha\,\vec{j})$$

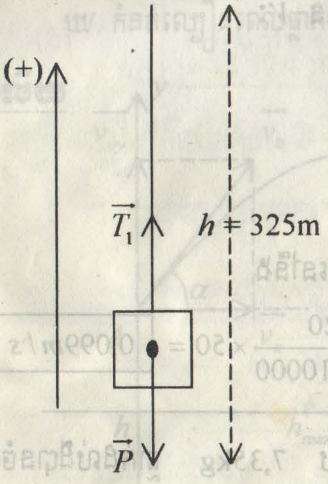
$$= -2mv\sin\alpha\,\vec{i}$$

ដូចនេះកំលាំង $F = \dfrac{2mv\sin\alpha}{\Delta t}$

$$F = \frac{2\times 0{,}15\times 10\cdot\sin 30^{o}}{0{,}1} = \boxed{15N}$$

---

9. ឃ្លីមួយមានម៉ាស $m = 200g$ ធ្លាក់តាមខ្សែឈរមកប៉ះនឹងដី ដោយល្បឿន $v = 5m/s$ និងខ្ទាតឡើងលើវិញកំពស់ $h = 46cm$ ។ គណនាបំរែបំរួលបរិមាណចលនា Δp ស្មើនឹងប៉ុន្មាននៅពេលទង្គិច ?



ចំលើយ

<u>បំរែបំរួលបរិមាណចលនា</u>

$\Delta\vec{p} = \overrightarrow{p'} - \vec{p}$ ឬ $\Delta p = -p' - p$

បរិមាណចលនាមុនពេលទង្គិច

$p = mv = 0{,}2\times 5 = 1kgm/s$

បរិមាណចលនាក្រោយពេលទង្គិច

$$p' = mv'$$

តាមទំនាក់ទំនង

$$v_A^2 - v'^2 = 2gh\,;\ v_A = 0 \text{ (អស់ល្បឿន)}$$

$$v' = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\times 10\times 0{,}46} = 3{,}03m/s$$

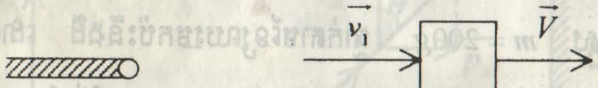
$$p' = 0,2 \times 3,03 = 0,606 kgm/s$$

$$\Delta p = -0,606 - 1 = \boxed{-1,606 kgm/s}$$

---

10. គ្រាប់កាំភ្លើងធំមួយមានម៉ាស $m = 20kg$ បាញ់តាមខ្សែដេកក្នុងល្បឿន $v = 50m/s$ ។ គ្រាប់កាំភ្លើងបានទៅទង្គិចនឹងខ្សែនរថភ្លើងដែលមានផ្ទុកដីខ្សាច់ និងមានម៉ាស $M = 10$ តោន ហើយបៀមជាប់ក្នុងដីខ្សាច់ ? តើខ្សែនរថភ្លើងមានល្បឿនប៉ុន្មាន ?

ចំលើយ



ក្រោយពេលទង្គិចល្បឿនខ្សែនរថភ្លើងមាន V:

ទង្គិចនេះ ជាទង្គិចស្អក

យើងបាន:

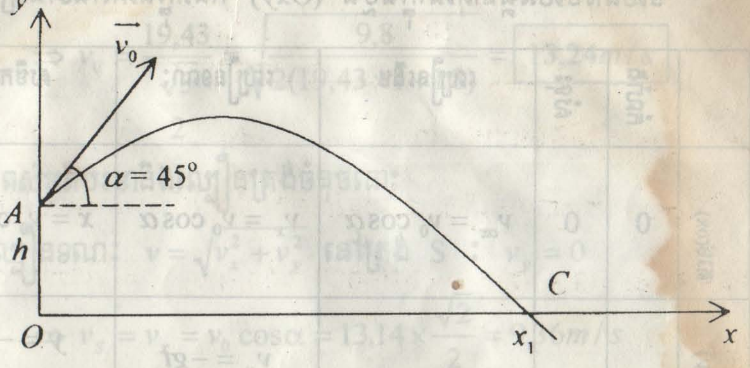
$$mv_1 + Mv_2 = (m + M)V$$

ដោយ $v_1 = v = 50m/s$; $v_2 = 0$ នៅនឹង

$$\Rightarrow V = \frac{m}{M+m} v = \frac{20}{20+10000} \times 50 = \boxed{0,099 m/s}$$

---

11. កីឡាករម្នាក់បានចោលអង្គធាតុមួយមានម៉ាស 7,35kg ធ្លាក់ដល់ដីបានចំងាយ $x_1 = 19,43m$ ។ ការចោលនៅកំពស់ $h = 1,80m$ ពីដី ។ វ៉ិចទ័រល្បឿនដើមផ្គុំជាមួយអ័ក្សដេកបានមុំ $\alpha = 45°$ ។



ក/. បង្កើតសមីការគន្លងជាអនុគមន៍ h ; tg α និង g ។

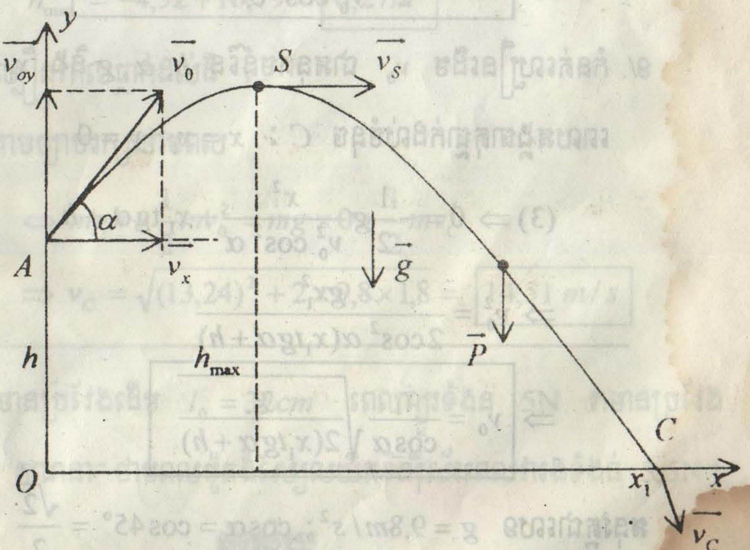
ខ/. កំនត់ល្បឿនដើមជាអនុគមន៍ h ; tg α; g និង x_1 ។

អនុវត្តជាលេខ $g = 9,8m/s^2$; $\alpha = 45^o$

គ/. គណនាកំពស់អតិបរមា និងល្បឿនត្រង់កំពូលនោះ ។

ឃ/. កំនត់ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដីត្រង់ C ។

ចំលើយ



ចលនារបស់អង្គធាតុនៅក្នុងប្លង់ (Oxy) កំនត់ក្នុងតារាងខាងក្រោម:

	កំលាំង	សំទុះ	ល្បឿនដើម	ល្បឿនខណៈ	សមីការចលនា
តាម(ox)	0	0	$v_{ox} = v_0 \cos\alpha$	$v_x = v_0 \cos\alpha$	$x = v_0 \cos\alpha.t$ (1)
តាម(oy)	$-P$	$-g$	$v_{oy} = v_0 \sin\alpha$	$v_y = -gt + v_{oy}$	$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_o \sin\alpha t + h$ (2)

ក/. <u>សមីការគន្លង</u>

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \text{ យកទៅជំនួសក្នុង } (2)$$

$$\Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x\,\mathrm{tg}\alpha + h} \quad (3)$$

ខ/. កំនត់ល្បឿនដើម v_0 ជាអនុគមន៍នៃ h, α, g និង x_1

ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ដល់ចំនុច C : $x = x_1;\ y = 0$

$$(3) \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x_1\,\mathrm{tg}\alpha + h$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{gx_1^2}{2\cos^2\alpha(x_1 tg\alpha + h)}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{x_1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(x_1 tg\alpha + h)}}}$$

អនុវត្តជាលេខ $g = 9{,}8m/s^2$; $\cos\alpha = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x_1 = 19{,}43m$; $h = 1{,}8m$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{19{,}43}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{9{,}8}{2(19{,}43\times 1 + 1{,}8)}} = \boxed{13{,}24m/s}$$

គ/. កំពស់អតិបរមានិងល្បឿនត្រង់ចំនុចនោះ

ល្បឿនខណៈ: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ នៅត្រង់ S : $v_y = 0$

$$\Rightarrow v_S = v_x = v_0 \cos\alpha = 13{,}14 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 9{,}36m/s$$

រយៈពេលឡើងដល់ S: $t = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$

$$t = \frac{13{,}24 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{9{,}8} = 0{,}96s$$

$$\Rightarrow h_{\max} = -\frac{1}{2} \times 9{,}8 \times (0{,}96)^2 + 13{,}14 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0{,}96 + 1{,}8$$

$$h_{\max} = -4{,}52 + 10{,}79 = \boxed{6{,}27m}$$

ឃ/. ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដី v_C

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$$\Leftrightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = mg \times 0 + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{(13{,}24)^2 + 2 \times 9{,}8 \times 1{,}8} = \boxed{14{,}51\ m/s}$$

---

12. រ៉ឺស័រមួយមានប្រវែងដើម $l_0 = 32cm$ ពេលព្យួរទំងន់ 5N វាមានប្រវែង $l = 38cm$ ។ គណនា ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលយឺតនៃរ៉ឺស័រពេលវារងទំងន់ 3,5N។

ចំលើយ

ថេរកំភាញរ៉ឺស័រ

$$K = \frac{p}{l-l_0};\ P = 5N;\ l-l_0 = 38-32 = 6cm = 0,06m$$

$$\Rightarrow K = \frac{5}{0,06} = 83,33N/m$$

សាច់លូតនៃរ៉ឺស័រក្រោមទំងន់ $P = 3,5N$

$$x = \frac{p}{K} = \frac{3,5}{83,33} = 0,042m$$

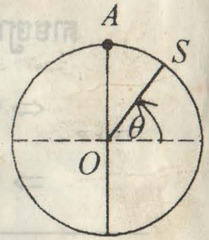
ដូចនេះថាមពលប៉ូតង់ស្យែលត្រូវនឹងសាច់លូតនេះ

$$E_P = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}\times 83,33\times(0,042)^2$$

$$\boxed{E_P = 0,0735J}$$

---

13. អង្គធាតុមានវិមាត្រតូចមានម៉ាស m ចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុស្ថិតនៅត្រង់កំពូល A នៃស្វ៊ែមានកាំ R ។ គេធ្វើអោយវាផ្លាស់ទីយ៉ាងថ្នមបំផុតដើម្បីអោយវាចាកចេញពីចំនុច A ដោយគ្មានល្បឿនដើម ហើយវារអិលដោយគ្មានកកិតតាមស្វ៊ែ ទីតាំង S ត្រូវកំនត់ដោយមុំ θ ។ ចូរកំនត់ទីតាំងរបស់ S នៅពេលវាចាកចេញពីស្វ៊ែ ។ គណនាល្បឿនត្រង់ចំនុចនោះ ។

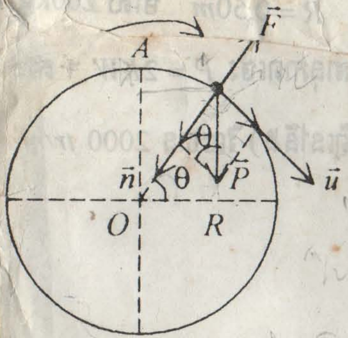


ចំលើយ

អង្គធាតុ S រងកំលាំងពីរ $\vec{P} = m\vec{g}$ និងកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{F}$ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច: $\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

យើងបំបែក $\vec{P}$ ជាពីរកុំប៉ូសង់ (ប៉ះនិងកែង) យើងបាន:



$$mg\cos\theta = ma_T = \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$mg\sin\theta - F = ma_N = m\frac{v^2}{R} \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow F = mag(3\sin\theta$$

ពេល S ចាកចេញពីស្វ៊ែត $F = 0$

$$\Rightarrow 3\sin\theta - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\theta = 41{,}8^\circ}$$

តាមទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច យើងបាន៖

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh\,;\ h = R(1-\sin\theta)$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2}{3}gR}}$$

ង. ម៉ូលេគុលម៉ូណូកាបូនអុកស៊ីត CO ចាត់ទុកដូចចំនុចម៉ាសពីរដែលតាងអោយ
ណៃ្យយ៉ូអាតូមមានចំងាយ r (r មិនប្រែប្រួលតាមសីតុណ្ហភាព) ។

ក/-គណនាម៉ូម៉ង់និចលភាពនៃម៉ូលេគុលនេះធៀបនឹងអ័ក្ស Δ កាត់តាមអ័ក្ស នៃម៉ូលេគុលនេះហើយកែងនឹងបន្ទាត់ភ្ជាប់រវាងណៃ្យយ៉ូទាំងពីរ ។

គេអោយ $r = 113pm$; $M_C = 12g/mol$; $M_o = 16g/mol$; $\mathcal{N} = 6{,}02.10^{23}/mol$

ខ/-ម៉ូលេគុលអាចវិលជុំវិញអ័ក្សនេះ ។ គេវាស់ប្រេកង់រង្វិលឃើញ
$\nu = 2{,}9.10^{11}Hz$ ។ គណនាថាមពលស៊ីនេទិចនៃចលនារង្វិលរបស់ម៉ូលេគុល ។

(**ចំលើយ** ក/. $J_\Delta = 1{,}45.10^{-46}kg.m^2$ ខ/. $E_c = 2{,}41.10^{-22}J$)

15.

7 1 NOV 2005

ចលនារង្វិលជុំវិញអ័ក្សរបស់វាដោយម៉ូទ័រមួយមានអានុភាពថេរ $P = 2KW$ ។ គណនា

... ដើម្បីអោយវ៉ូឡង់ (ចេញដំណើរពីនៅនឹង) វិលបាន 2000 tr/mn

រយៈ...

គេអោយ $J_{\Delta} = \frac{1}{2}MR^2$ ។

(<u>**ចំលើយ**</u>: $t = 274s$) ។

16. អង្គធាតុរឹងមួយមានម៉ាស $M = 2kg$ មានចលនារំកិលក្នុងដែនទំ...

($g = 9,8N/kg$) ថាមពលមេកានិចរបស់អង្គធាតុមានតំលៃថេរ ។ រង្វាស់បំរែ...

ថាមពលស៊ីនេទិចអោយ $\Delta E_C = -200J$ ។

ក/. ចូរកំនត់បំរែបំរួលថាមពលប៉ូតង់ស្យែល ΔE_P ។

ខ/. ចូរកំនត់បំរែបំរួល Δh រយៈកំពស់របស់អង្គធាតុ ។

ចំលើយ

ក/. <u>កំនត់ ΔE_P</u>

តាមទំនាក់ទំនង: $W = \Delta E_C = -\Delta E_P$

$$\Rightarrow \Delta E_P = -\Delta E_C \text{ ; } \Delta E_C = -200J$$

$$\boxed{\Delta E_P = 200J}$$

ខ/. <u>បំរែបំរួលកំពស់ Δh</u>

តាមទំនាក់ទំនង $\Delta E_P = mg\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{\Delta E_P}{mg}$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{200}{2 \times 10} = \boxed{10m}$$

CATALOGED IN ALEPH
No : 30810
Date : 24/06/2013

សាលារៀន ជ័យថាវី
មានបើកបង្រៀនគ្រប់មុខវិជ្ជា

① សំរាប់ត្រៀមប្រលងសញ្ញាប័ត្រទុតិយភូម មានមុខវិជ្ជា
គណិតវិទ្យា - រូបវិទ្យា - គីមីវិទ្យា ជីវវិទ្យា និង អក្សរសាស្ត្រ ...

② សំរាប់ត្រៀមប្រលងមហាវិទ្យាល័យ និង អាហារូបករណ៍
គណិតវិទ្យា - រូបវិទ្យា - គីមីវិទ្យា - ជីវវិទ្យា - វប្បធម៌ទូទៅ -
ប្រវត្តិវិទ្យា និង ភូមិវិទ្យា ....

✧ ប្រជុំដោយសាស្ត្រាចារ្យល្បីៗ ទូទាំងប្រទេស

✧ ទីតាំងសាលារៀនជ័យថាវី ស្ថិតនៅខាងជើងសាលាបឋមសិក្សាបាក់ទូក ឬ ខាងក្រោយវង្គសាល បុប្ផាសួ ។ (អរគុណ)

H/P 016 854302

សាលារៀន ជ័យថាវី
មានបើកបង្រៀនគ្រប់មុខវិជ្ជា

① សំរាប់ត្រៀមប្រលងសញ្ញាប័ត្រទុតិយភូម មានមុខវិជ្ជា
គណិតវិទ្យា - រូបវិទ្យា - គីមីវិទ្យា ជីវវិទ្យា និង អក្សរសាស្ត្រ ...

② សំរាប់ត្រៀមប្រលងមហាវិទ្យាល័យ និង អាហារូបករណ៍
គណិតវិទ្យា - រូបវិទ្យា - គីមីវិទ្យា - ជីវវិទ្យា - វប្បធម៌ទូទៅ -
ប្រវត្តិវិទ្យា និង ភូមិវិទ្យា ....

✧ ប្រជុំដោយសាស្ត្រាចារ្យល្បីៗ ទូទាំងប្រទេស

✧ ទីតាំងសាលារៀនជ័យថាវី ស្ថិតនៅខាងជើងសាលាបឋមសិក្សាចាក់ទូក
ឬ ខាងក្រោយវង្គសាល បុប្ផាសួ ។ (អរគុណ)

H/P 016 854302