សាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា

CAMBODIAN UNIVERSITY FOR SPECIALTIES

របាយការណ៍ស្រាវជ្រាវលើប្រធាន

ស្ដីពី

អនុគមន៍លោការីតនិងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ

មួន សុធន

សិក្សាស្រាវជ្រាវដោយ

១. សុខ សុជាតិ

២. គី សេងលាង

៣. រស់ ណារុំ

៤. ណេ វណ្ណៈ

ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រ

មហាវិទ្យាល័យ វិទ្យាសាស្ត្រ និង បច្ចេកវិទ្យា

ឯកទេស: គណិតវិទ្យា

ជំនាន់ទី ១៧

ឆ្នាំសិក្សា ២០២២-២០២៣

Your route to the top

អារម្ភកថា

សៀវភៅដែលមានចំណងជើងថា “**អនុគមន៍លោការីត និង អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល** ” នេះជាសៀវភៅមួយក្បាលដែលយើងខ្ញុំបានធ្វើការសិក្សាស្រាវជ្រាវមានទាំងនិយមន័យ រូបមន្ត និងការអនុវត្តលំហាត់ដើម្បីទុកជាឯកសារសម្រាប់សិស្សប្អូននិស្សិតជំនាន់ក្រោយមកធ្វើការស្រាវជ្រាវឯកសារពីគន្លឹះមួយចំនួនដែលពួកគេពុំធ្លាប់ដឹង។

ដូចនេះហើយយើងខ្ញុំ សង្ឃឹមថាសៀវភៅមួយក្បាលនេះអាចទុកជាឯកសារសម្រាប់សិស្សប្អូននិស្សិតយល់ដឹងបន្ថែមអំពីគន្លឹះមួយចំនួនដែលពុំធ្លាប់ដឹងពីមុនមកដែលយើងខ្ញុំនឹងលើកយកមកបង្ហាញនៅក្នុងសៀវភៅនេះ។

ជាចុងក្រោយយើងខ្ញុំក៏សូមអភ័យទោសទុកជាមុនផងដែរនូវរាល់ កំហុសខុសឆ្គងត្រង់ ពាក្យសម្ដី ឬសំណេរក្នុងសៀវភៅនេះពីសំណាក់ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យ មិត្តភក្តិ និស្សិត ព្រមទាំងអ្នកអានទាំងអស់ហើយខ្ញុំនឹងទទួលស្វាគមន៍ដើម្បីស្ដាបនានូវមតិរិះគន់ពីលោកគ្រូ អ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យ មិត្តភក្តិ និស្សិត ព្រមទាំងអ្នកអានទាំងអស់ដោយក្ដីរីករាយ៕

សេចក្ដីថ្លែងអំណរគុណ

យើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នាដែលជានិស្សិតថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រនៃមហាវិទ្យាល័យ វិទ្យាសាស្រ្ត និង បច្ចេកវិទ្យា ឯកទេស គណិតវិទ្យា ជំនាន់ទី ១៧ នៅសាខាសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា ខេត្តកំពង់ចាម សូមលំឱនកាយគោរពប្រណិប័តន៍និងថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅចំពោះ ៖

លោកឪពុក និងអ្នកម្តាយដែលជាអ្នកមានគុណទាំងពីរមានចំពោះកូនៗ ក្នុងការផ្តល់កំណើត និងបានធ្វើពលិកម្មគ្រប់បែបយ៉ាង ដើម្បីចិញ្ចឹមបីបាច់ថែរក្សាដោយផ្តល់នូវភាពកក់ក្តៅសេចក្តីស្រឡាញ់មេត្តាករុណា និងការអប់រំទូន្មានដល់យើងខ្ញុំដែលជាកូនឱ្យប្រព្រឹត្តតែអំពើល្អតាមគន្លងធម៌រស់នៅក្នុងសង្គមព្រមទាំងបានជួយផ្គត់ផ្គង់ឧបត្ថម្ភគ្រប់បែបយ៉ាងទាំងស្មារតីថវិកាក៏ដូចជាសម្ភារៈសិក្សារៀនសូត្រចាប់តាំងពីកម្រិតចំណេះដឹងទូទៅរហូតដល់ក្រោយឧត្តមសិក្សា។

ឯកឧត្តមសាកលវិទ្យាធិការសាកលវិទ្យាធិការរងនាយកសាខាខេត្តកំពង់ចាម លោកប្រធានក្រុមប្រឹក្សាស្រាវជ្រាវការិយាល័យសិក្សា និងបុគ្គលិកព្រមទាំងសាស្រ្តាចារ្យទាំងអស់នៃសាកលវិទ្យាល័យឯកទេសនៃកម្ពុជាដែលបានជួយដាស់តឿនបង្ហាត់បង្រៀន និងផ្តល់នូវចំណេះដឹងគ្រប់បែបយ៉ាងដល់យើងខ្ញុំដោយខិតខំប្រឹងប្រែងអស់ពីសមត្ថភាពទាំងកម្លាំងកាយកម្លាំងចិត្ត និងកម្លាំងប្រាជ្ញាក្នុងការរិះរកវិធីសាស្រ្តបង្រៀនផ្សេងៗ និងស្រាវជ្រាវឯកសារល្អៗមកចងក្រងដើម្បីជំនួយដល់ការសិក្សារៀនសូត្ររបស់យើងខ្ញុំ។

លោកនាយកនាយករង លោកគ្រូប្រធានក្រុមបច្ចេកទេសវិទ្យាសាស្រ្តព្រមទាំងលោកគ្រូ អ្នកគ្រូទាំងអស់ដែលបានទទួលស្វាគមន៍យើងខ្ញុំយ៉ាងកក់ក្តៅជាពិសេសលោកគ្រូប្រធានក្រុមបច្ចេកទេសវិទ្យាសាស្រ្តដែលបានផ្តល់ជាអនុសាសន៍ល្អៗ ក្នុងការសរសេររបាយការណ៍នេះផងដែរ។

ជាងនេះទៅទៀតយើងខ្ញុំ សូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅបំផុត ជូនចំពោះ

- ឯកឧត្តមបណ្ឌិត **ស្តើង សុខុម** ជាប្រធានក្រុមប្រឹក្សាភិបាល នៃសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា
- ឯកឧត្តមបណ្ឌិត **មាស បូរ៉ា** ជាសាកលវិទ្យាធិការ នៃសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា
- លោក **សឿ យ៉ាន** ជាសាកលវិទ្យាធិការរងនៃសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា
- លោក **ជ័យ សំអាត** ជាសាកលវិទ្យាធិការរងនៃសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា
- លោក **ហែម បញ្ញា** ជានាយកសាខាសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា ខេត្តកំពង់ចាម
- លោកសាស្ត្រាចារ្យ **មួន សុធន** ជាសាស្ត្រាចារ្យផ្នែកគណិតវិទ្យា ដែលបានខិតខំដឹកនាំជួយរបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវនេះដោយបានណែនាំផ្តល់នូវវិធីសាស្ត្រស្រាវជ្រាវ ប្រមូលទិន្នន័យយកមកចងក្រងព្រមទាំងជួយផ្តល់ជាដំបូន្មានល្អៗ និងកែសម្រួលអត្ថបទតាំងពីចាប់ផ្តើមរហូតដល់ទីបញ្ចប់។

មិត្តរួមជំនាន់ដែលបានជួយណែនាំ លើកទឹកចិត្តឱ្យប្រឹងប្រែងពុះពាររាល់ឧបសគ្គធ្វើឱ្យខ្ញុំមានការប្រឹងប្រែង តស៊ូ រហូតធ្វើឱ្យខ្ញុំបានទទួលជោគជ័យក្នុងការសិក្សាដូចសព្វថ្ងៃនេះ។

ជាចុងបញ្ចប់នេះខ្ញុំបាទសូមជូនពរចំពោះលោកអ្នកទាំងអស់ដែលបានរៀបរាប់ខាងលើសូមឱ្យមាន សេចក្តីសុខ សុខភាពល្អ សំណាងល្អនិងជោគជ័យគ្រប់ភារៈកិច្ចកុំបីឃ្លៀងឃ្លាតឡើយ។

សេចក្ដីអំណរអំណាចរបស់និស្សិត

យើងខ្ញុំឈ្មោះ **សុង សុជាតិ គី សេងលាង ណេ វណ្ណៈ រស់ ណារុំ** ជានិស្សិតថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រនៃមហាវិទ្យាល័យវិទ្យាសាស្ត្រនិងបច្ចេកវិទ្យាឯកទេសគណិតវិទ្យា ជំនាន់១៧ នៅសាខាសាកលវិទ្យាល័យឯកទេស នៃកម្ពុជា ខេត្តកំពង់ចាម។ យើងខ្ញុំបានសរសេររបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវលើប្រធានបទស្ដីពី "**អនុគមន៍លោការីត និងអនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល**។

យើងខ្ញុំសូមអះអាងចំពោះលោកនាយកសាខា **សាកលវិទ្យាល័យឯកទេសនៃកម្ពុជា** ខេត្តកំពង់ចាមជាពិសេសសាស្ត្រាចារ្យណែនាំ **មួន សុធន** ដែលបានណែនាំអំពីការសរសេររបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវទាំងស្រុង។

យើងខ្ញុំ នឹងខិតខំស្រាវជ្រាវប្រមែប្រមូលឯកសារតាមបណ្ណាល័យ តាមInternet ដែលទាក់ទងទៅនឹងប្រធានបទហើយធ្វើការសាកសួរពិគ្រោះយោបល់ជាមួយសាស្ត្រាចារ្យណែនាំដទៃទៀតដែលមានឯកសារដែលទាក់ទងទៅនឹងប្រធានបទយកមកបំពេញបន្ថែមដើម្បីសម្រេចរបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវឡើង។

យើងខ្ញុំសូមសន្យាថានឹងទទួលខុសត្រូវចំពោះមុខច្បាប់ បើសិនមានការលួចចថតចម្លងឯកសារពីមិត្តរួមជំនាន់ទាំងស្រុង។

ថ្ងៃ.......................ខែ.............ឆ្នាំ...........ស័ក ព.ស២៥៦៦..

កំពង់ចាម ថ្ងៃទី..........ខែ..............ឆ្នាំ២០២...

ហត្ថលេខានិងឈ្មោះនិស្សិត

១. សុង សុជាតិ

២. គី សេងលាង

៣. ណេ វណ្ណៈ

៤. រស់ ណារុំ

មូលវិចារសាស្ត្រាចារ្យណែនាំ

ខ្ញុំបាទឈ្មោះ **មួន សុធន** ជាសាស្ត្រាចារ្យណែនាំសរសេររបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវផ្នែកគណិតវិទ្យា ជំនាន់ទី១៧ នៃមហាវិទ្យាល័យ វិទ្យាសាស្ត្រ និងបច្ចេកវិទ្យា នៅសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជា។

សៀវភៅដែលសិក្សាស្រាវជ្រាវប្រធានបទ“ **អនុគមន៍លោការីត និងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល** ” ពិតជាស្នាដៃស្រាវជ្រាវរបស់និស្សិតឈ្មោះ **សុង សុជាតិ គី សេងលាង រស់ ណារុំ ណោ វណ្ណៈ** ជានិស្សិតឆ្នាំទី៤ ឆ្នាំសិក្សា ២០២២-២០២៣ ពិតប្រាកដមែន។

ថ្ងៃ...........................ខែ.............ឆ្នាំ.............ស័ក ព.ស២៥៦៦

កំពង់ចាម ថ្ងៃទី.........ខែ............ឆ្នាំ២០២...

ហត្ថលេខាសាស្ត្រាចារ្យ

មួន សុធន

មូលន័យសង្ខេប

បច្ចុប្បន្ននេះ វិទ្យាសាស្ត្រនិងបច្ចេកវិទ្យា ជាពិសេសផ្នែកគណិតវិទ្យានិងរូបវិទ្យានិងកីឡាកាន់តែរីកចម្រើនទៅមុខឥតឈប់ឈរក៏ពិតមែន ប៉ុន្តែការអភិវឌ្ឍរូបមន្ត ឬវិធីសាស្ត្រនានានៅតែត្រូវការជាចាំបាច់ក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហាគណិតវិទ្យានិងរូបវិទ្យា។ ក្នុងគណិតវិទ្យាមានទ្រឹស្តី ស្វ័យសត្យ និយមន័យ បទគន្លឹះ ទ្រឹស្តីបទ វិបាក រូបមន្ត លក្ខណៈ ប្រភេទនិងវិធីសាស្ត្រជាច្រើនដែលបានរៀបរៀងនិងបង្កើតឡើងដោយអ្នកគណិតវិទ្យាជំនាន់មុនៗ ក៏ប៉ុន្តែការសិក្សាស្រាវជ្រាវគឺគ្មានព្រំដែនកំណត់ទេ ហេតុនេះអ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវគណិតវិទ្យាជំនាន់ក្រោយៗអាចស្វែងរកទ្រឹស្តីបន្តនិងការអនុវត្តវាទៅក្នុងវិស័យផ្សេងៗទៀតបើអាចមានលទ្ធភាព។

ដើម្បីងាយស្រួលយល់ពីខ្លឹមសារនៃរបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវលើប្រធានបទ **អនុគមន៍លោការីតនិងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល** គឺយើងខ្ញុំបានធ្វើការសង្ខេបនូវខ្លឹមសារមួយចំនួនដូចខាងក្រោម៖

ជំពូក១ (សេចក្តីផ្តើម) ៖ និយាយអំពី លំនាំបញ្ហា ចំណោទបញ្ហា គោលបំណងនិងសារៈសំខាន់នៃការស្រាវជ្រាវ ដែនកំណត់នៃការស្រាវជ្រាវ វិធីសាស្ត្រនៃការស្រាវជ្រាវ និង រចនាសម្ព័ន្ធរបស់របាយការណ៍ស្រាវជ្រាវ ។

ជំពូក២ (រំលឹកទ្រឹស្តី)៖ ផ្តោតលើរូបមន្តនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិង អនុគមន៍លោការីត និយមន័យ លក្ខណៈទូទៅ ការបកស្រាយក្រាបនៃអនុគមន៍ សមីការនិងវិសមីការនៃអនុគមន៍ រួមទាំងការសិក្សាអថេរភាពនៃអនុមន៍ទាំងពីរខ្លះៗរួមបញ្ចូលផងដែរ។

ជំពូក៣ (ការអនុវត្ត) ៖ផ្តោតទៅលំហាត់អនុវត្តដែលគេច្រើនប្រើប្រាស់ដើម្បីបំពេញតម្រូវការក្នុងការរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់មនុស្សជាច្រើនដូចជា វិស័យសេដ្ឋកិច្ច ក្នុងផ្នែកវេជ្ជសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រវិស្វកម្មគីមីចំណីអាហារ ការអនុវត្តនៅក្នុងអាំងតេក្រាល ការអនុវត្តលើខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ អនុវត្តក្នុងភាពកើនចុះ អនុវត្តក្នុងជីវៈវិទ្យា ព្រមទាំងមានប្រើប្រាស់នៅក្នុងការគណនាលីមីតផងដែរ។

ជំពូក៤ ៖ និយាយអំពីលទ្ធផលនៃការស្រាវជ្រាវ ការវិភាគចំណុចខ្លាំង និងចំណុចខ្សោយ ។

ជំពូក៥ ៖ និយាយអំពីសេចក្តីសន្និដ្ឋាន និង អនុសាសន៍ដើម្បីឱ្យការរៀននិងបង្រៀន ក្នុងការគណនាលំហាត់ឬដោះស្រាយបញ្ហាណាមួយដែលទាក់ទងនឹងអនុគមន៍ទាំងពីរខាងលើ ព្រមទាំងការអនុវត្តមានប្រសិទ្ធភាព ។

មាតិកា

អារម្ភកថា i

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ ii

សេចក្តីអំណះអំណាងរបស់និស្សិត iv

មូលវិចារសាស្ត្រាចារ្យណែនាំ v

មូលន័យសង្ខេប vi

ជំពូក១

សេចក្តីផ្តើម

១.១. លំនាំបញ្ហា 1

១.២. ចំណោទបញ្ហា 1

១.៣. គោលបំណង និងសារៈសំខាន់នៃការស្រាវជ្រាវ 1

ក. គោលបំណងនៃការស្រាវជ្រាវ 1

ខ. សារៈសំខាន់នៃការស្រាវជ្រាវ 2

១.៤. ដែនកំណត់នៃការស្រាវជ្រាវ 2

១.៥. វិធីសាស្ត្រនៃការស្រាវជ្រាវ 2

១.៦. រចនាសម្ព័ន្ធរបស់របាយការណ៍ស្រាវជ្រាវ 3

ជំពូក២

រំឭកទ្រឹស្តី

២.១. ប្រវត្តិនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត 4

២.១.១. ការបង្ហាញពីអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 4

២.១.២.និយមន័យ 4

២.២. លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ 5

២.៣. ស្វ័យគុណសូន្យនិងចម្រាសនៃស្វ័យគុណ 8

២.៤..ឫសទី *n* 9

២.៤.១. ឫសទី *n* ដែល *n* ជាចំនួនគត់គូនិងសេស 9

២.៤.២. គុណកន្សោមរ៉ាឌីកាល់ 10

២.៤.៣. ចែកកន្សោមរ៉ាឌីកាល់ 10

២.៤.៤. សរសេររ៉ាឌីកាល់ជាស្វ័យគុណសនិទាន 11

២.៤.៥. គុណសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់ 11

២.៤.៦. សម្រួលសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់ 12

២.៥. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 13

២.៦. អនុគមន៍លោការីត 15

២.៦.១. ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត 15

២.៦.២. សមីការនិងវិសមីការលោការីត 19

២.៧. សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប 24

២.៧.១. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 24

២.៧.២. ដេរីវេនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 26

២.៨. អនុគមន៍លោការីត 28

២.៨.១. លោការីតនេពែរ 28

២.៨.២. អនុគមន៍លោការីតនេពែរ 29

២.៨.៣. សមីការនិងវិសមីការលោការីតនេពែរ 32

ជំពូក៣

ការវិភាគ និង ការអនុវត្ត

៣.១ អនុវត្តក្នុងអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 38

៣.១.១. អនុវត្តក្នុងសេដ្ឋកិច្ច 38

៣.១.២. អនុវត្តជីវវិទ្យា 43

៣.១.៣. អនុវត្តក្នុងភាពកើន ចុះ 43

៣.១.៤. លីមីតនៃអនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 44

៣.១.៥. អនុវត្តក្នុងខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ 47

៣.១.៦.អនុវត្តក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្ត្រ 51

៣.២.អនុវត្តក្នុងលោការីត 53

៣.២.១.អនុវត្តក្នុងសេដ្ឋកិច្ច 53

៣.២.២. អនុវត្តក្នុងគីមីចំណីអាហារ 54

៣.២.៣.អនុវត្តក្នុងវេជ្ជសាស្ត្រ 54
៣.២.៤.អនុវត្តក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រ 54
៣.២.៥.អនុវត្តលើខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ 55
៣.២.៦ អនុវត្តលើលីមីតនៃអនុគមន៍លោការីត 58
៣.២.៧ អនុវត្តលើអាំតេក្រាល 61

ជំពូក៤

លទ្ធផលនៃការស្រាវជ្រាវ និង ការអនុវត្ត

៤.១. បទពិសោធន៍ក្នុងការចងក្រងឯកសារ 63
៤.២. ផ្តល់ចំណេះដឹងបន្ថែម 63
៤.៣. វិភាគលើចំណុចខ្លាំង និង ចំណុចខ្សោយ 63
៤.៣.១. ចំណុចខ្លាំង 63
៤.៣.២. ចំណុចខ្សោយ 64
៤.៤.សង្ខេបរូបមន្ត 64

ជំពូក៥

សេចក្តីសន្និដ្ឋាន និង អនុសាសន៍

៥.១. សេចក្តីសន្និដ្ឋាន 68
៥.២. អនុសាសន៍ 69
ឯកសារយោង
ឧបសម្ព័ន្ធ

ជំពូក១
សេចក្តីផ្តើម

១.១. លំនាំបញ្ហា

ក្នុងជីវភាពរស់នៅរបស់មនុស្សសព្វថ្ងៃមានតម្រូវការច្រើនយ៉ាងណាស់។ គេត្រូវការរស់នៅក្នុងកម្រិតខ្ពស់ដែរមានការរស់នៅស្អាតបរិភោគស្អាត និងកន្លែងសម្រាកស្អាត។ ដើម្បីទទួលបាននូវចំណង់ចំណូលចិត្តបែបនេះ មនុស្សយើងត្រូវការថវិកាច្រើនសម្រាប់ចំណាយក្នុង ការរស់នៅរបស់មនុស្សម្នាក់ៗជារៀងរាល់ថ្ងៃ។ តម្រូវការម៉ាស៊ីនដើម្បីជំនួសកម្លាំងការងារត្រូវការគ្រឿងអេឡិចត្រូនិចទំនើបៗ ដើម្បីបង្កលក្ខណៈងាយស្រួលក្នុងការកម្សាន្ត ការថែរក្សាសុខភាព និងរក្សាសម្ផស្ស។ មានបញ្ហាជាច្រើនដែលចោទសួរដើម្បីបង្កើតឧទាហរណ៍ដោះស្រាយបញ្ហានិងរកមធ្យោបាយល្អៗទៅថ្ងៃមុខទៀត។ ការងារនោះសុទ្ធតែប្រើគំនិតខ្ពស់។ហេតុដូចនេះទើបគេបង្កើតក្រុមស្រាវជ្រាវដែលមានគំនិតខ្ពស់ៗទើបទទួលបាននូវលទ្ធផលល្អ។ ការងារទាំងនោះត្រូវការក្បួនគណិតវិទ្យាច្រើនជាគោល។ ហេតុដូចនេះហើយបានជាក្នុងក្បួនគណិតវិទ្យាមានវិធីជាច្រើនសម្រាប់ដោះស្រាយលំហាត់ផ្សេងៗពីគ្នា ។ ក្នុងនោះដែរ **អនុគមន៍លោការីត និង អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល** មានតួនាទីសំខាន់ក្នុងការដោះស្រាយបញ្ហាមួយចំនួនធំក្នុងបច្ចេកទេស។ អនុគមន៍លោការីតនិងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលត្រូវបានយកមកអនុវត្តយ៉ាងធំទូលំទូលាយលើវិស័យមួយចំនួន។

១.២. ចំណោទបញ្ហា

ការសិក្សារៀនសូត្រជាកត្តាសំខាន់ណាស់ដែលទាក់ទងនឹងស្ថាប័នរដ្ឋ និងវិស័យឯកជន។ បើការអប់រំបណ្តុះបណ្តាលមិនបានជោគជ័យនោះ ធ្វើឱ្យសិស្សនិស្សិតជួបប្រទះនូវវិបត្តិផ្សេងៗជាមិនខាន។ ស្របពេលជាមួយគ្នានេះដែរ នឹងការកើនឡើងនៃសិស្សនិស្សិតនៅតាមគ្រឹះស្ថានសាធារណៈ គ្រឹះស្ថានឯកជនជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ ដោយសារមានការខ្វះខាតឯកសារ ហើយសិស្សនិស្សិតមិនទាន់យល់ច្បាស់ក្នុងផ្នែកគណិតវិទ្យាដើម្បីបង្កើនចំណេះដឹងដល់សិស្សនិស្សិតដោយផ្ទាល់ហើយឱ្យកាន់តែច្បាស់ទើបខ្ញុំលើកយកប្រធានបទ **អនុគមន៍លោករីត និង អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល** នេះឡើងមកដើម្បីឱ្យសិស្សនិស្សិតងាយស្រួលក្នុងការស្រាវជ្រាវ។

តើអនុគមន៍លោការីត និង អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលបានរួមចំណែកកសាងអ្វីខ្លះនៅក្នុងសង្គមចំពោះការស្រាវជ្រាវផ្នែកវិទ្យាសាស្ត្រ និងវិស័យផ្សេងៗទៀតក្នុងការប្រកបជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ?

១.៣. គោលបំណង និងសារៈសំខាន់នៃការស្រាវជ្រាវ

ក. គោលបំណងនៃការស្រាវជ្រាវ

១.ការសិក្សាស្រាវជ្រាវលើមេរៀនអនុគន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងអនុមន៍លោការីត គឺចង់ផ្តោតលើការសិក្សា កសាង និងបង្កើននូវចំណេះដឹងសម្រាប់សិស្ស និស្សិត ឬខ្លួនឯងផ្ទាល់

២.ការសិក្សាស្រាវជ្រាវរិះរកនូវវិធីសមស្របមួយ ដើម្បីទុកសម្រាប់អភិវឌ្ឍធនធានមនុស្សឱ្យមាន ចំណេះដឹងឱ្យកាន់តែប្រសើរឡើងក្នុងការគណនាលំហាត់អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត

៣. ពិភាក្សា និង វាយតម្លៃទៅលើបញ្ហាទាំងឡាយណាដែលទាក់នឹងប្រធានបទរបស់យើង

៤.ចងក្រងទុកជាឯកសារសម្រាប់ជាប្រយោជន៍ដល់និស្សិតទាំងអស់គ្នាដែលចង់សិក្សាអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក។

ខ. សារៈសំខាន់នៃការស្រាវជ្រាវ

១.ដើម្បីប្រមូលផ្តុំឯកសារ និងចងក្រងឯកសារដែលទាក់ទងទៅនឹងមេរៀន **អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត** មកផ្តុំនៅក្នុងអត្ថបទមួយ។

២.ដើម្បីជំនួយក្នុងការសិក្សាការអនុវត្តអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងអនុគមន៍លោការិត និងការអប់រំឲ្យមានប្រសិទ្ធភាពខ្ពស់។

៣.ដើម្បីធ្វើកំណែទម្រង់នូវអ្វីដែលមិនល្អហើយបង្កើនភាពរឹងមាំទៅលើអ្វីដែលមានស្រាប់។

១.៤. ដែនកំណត់នៃការស្រាវជ្រាវ

ការស្រាវជ្រាវធ្វើឡើងតាមវិទ្យាល័យមហាវិទ្យាល័យនានា ដើម្បីយកមកធ្វើការវិភាគសង្កេតទិន្នន័យឲ្យកាន់តែប្រសើរ ហើយប្រមូលទិន្នន័យនេះផ្សព្វផ្សាយនៅតាមសាលានានានៅទូទាំងប្រទេស ដើម្បីជាឯកសារសម្រាប់ធ្វើការស្រាវជ្រាវ និងការបណ្តុះបណ្តាលធនធានមនុស្សឱ្យមានការអប់រំកាន់តែធំទូលាយសម្រាប់សិស្សនិស្សិតជំនាន់ក្រោយបានសិក្សារៀនសូត្រកាន់តែប្រសើរ។ ដូចនេះការសិក្សាស្រាវជ្រាវទាំងមូល គឺជាការប្រមូលយកឯកសារ។

១.៥. វិធីសាស្ត្រនៃការស្រាវជ្រាវ

ការស្រាវជ្រាវធ្វើឡើងជារបៀបរបបនៃចំណុចសំខាន់ៗដែលទាក់ទងនឹងការបង្រៀន និង ការបណ្តុះបណ្តាលធនធានមនុស្សនៅតាមវិទ្យាល័យ មហាវិទ្យាល័យ ខិតខំស្រាវជ្រាវឯកសារផ្សេងៗតាមប្រព័ន្ធ internet មួយមានវិសាលភាពទូលំទូលាយបំផុតលើសកលលោក។ យើងបានប្រមែប្រមូលយកឯកសារពីសៀវភៅគោលថ្នាក់ទី១២ កម្រិតមូលដ្ឋាន សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១ កម្រិតមូលដ្ឋាន សៀវភៅវិធីសាស្ត្រគណនាអាំងតេក្រាលរបស់លោកគ្រូ អោ មុន្នីចន្ទ្រា សៀវភៅវិធីសាស្ត្រគណនាអាំងតេក្រាលរបស់លោកគ្រូ អ៊ូច ប៊ុនថន សៀវភៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងអនុគមន៍លោការីត ដែលរៀបរៀងដោយគរុនិស្សិតគណិតវិទ្យាក្រុមទី១ ជំនាន់ទី២៣ សៀវភៅអនុគមន៍លោការីតស្រាវជ្រាវដោយ គរុនិស្សិត សោម ចំរើន សុន សារុឌ្ឍី នាង សុវិសាល ចេង ចាន់ធឿន សូ សារី ឆាំ កុម្ភៈ ព្រមទាំង Search ក្នុង website ជាច្រើនផ្សេងទៀត។

១.៦. រចនាសម្ព័ន្ធរបស់របាយការណ៍ស្រាវជ្រាវ

ជំពូក១៖ សេចក្តីផ្តើម

ជំពូក២៖ រំឭកទ្រឹស្តី

ជំពូក៣៖ ការវិភាគ និង ការអនុវត្ត

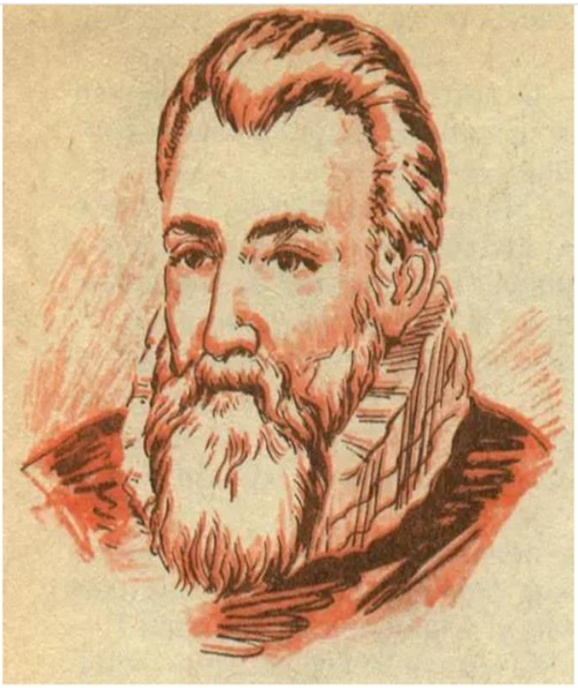
ជំពូក៤៖ លទ្ធផលនៃការស្រាវជ្រាវ និង ការអនុវត្ត

ជំពូក៥៖ សេចក្តីសន្និដ្ឋាន និងអនុសាសន៍

ក្រៅពីនេះនៅផ្នែកខាងមុខមាន អារម្ភកថា សេចក្តីថ្លែង អំណរគុណ សេចក្តីអំណះអំណាងរបស់របស់និស្សិត មូលវិចារ្យរបស់សាស្ត្រាចារ្យ និងមូលន័យសង្ខេបព្រមទាំងផ្នែកខាងក្រោយមានឯកសារយោងនិងឧបសម្ព័ន្ធថែមទៀតផង។

ជំពូក២
រំឭកទ្រឹស្តី
២.១. ប្រវត្តិនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត
២.១.១. ការបង្ហាញពីអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល
តើលោការីតគឺជាអ្វី?

John Napier



Burgi

ការរកឃើញលោការីត លោការីតក្នុងវេជ្ជសាស្ត្រពីប្រវត្តិនៃការបង្កើតលោការីត។

ប្រវត្តិលោការីត

ឈ្មោះនេះត្រូវបានណែនាំដោយ Napier មកពីពាក្យក្រិក logoz និង ariumoz វាមានន័យថា ចំនួនទំនាក់ទំនង។ លោការីតត្រូវបានបង្កើតឡើងដោយ Napier ។ Napier បានបង្កើតលោការីតមិនលើស 1594។ លោការីត ជាមូលដ្ឋានណែនាំដោយគ្រូគណិតវិទ្យា Speidel។ មូលដ្ឋានពាក្យត្រូវបានខ្ចីពីទ្រឹស្តីនៃអំណាចហើយផ្ទេរទៅទ្រឹស្តីលោការីតដោយ អយល័រ។ កិរិយាស័ព្ទ លោការីត បានបង្ហាញខ្លួននៅសតវត្សទី19 ជាមួយ Koppe។ Cauchy គឺជាមនុស្សដំបូងគេដែលណែនាំសញ្ញាផ្សេងគ្នាសម្រាប់លោការីតទសភាគនិងធម្មជាតិ។ ការកត់សម្គាល់ជិតនឹងទំនើបត្រូវបានណែនាំដោយគណិតវិទូអាឡឺម៉ង់Pringsheimក្នុងឆ្នាំ1893។ និយមន័យនៃលោការីត ជាសូចនាករនៃកម្រិតមូលដ្ឋានដែលបានផ្តល់ឱ្យអាចរកបាននៅក្នុង Wallis (1665), Bernoulli (1694) [1]។

២.១.២.និយមន័យ
រដ្ឋមួយមានប្រជាជន1លាននាក់។មួយទសវត្សក្រោយមកប្រជាជនបានកើន30%។គំនិតខាងលើនេះ

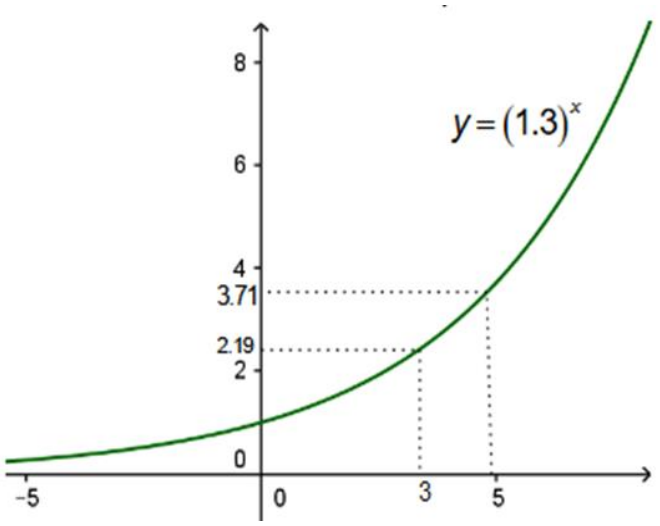
[1] John Napier ទំព័រ ៥ ឆ្នាំ ២០១៩

អាចឱ្យគេប៉ាន់ស្មានចំនួនប្រជាជននៃរដ្ឋនេះនៅទសវត្សរ៍ខាងមុខ តាមទំនាក់ទំនងស្វីតធរណីមាត្រ:

ដើមទសវត្សរ៍ទី1:$a_1=1$ ផលធៀបរួម $r = 30\% = 0.30$

បើa_2ជាចំនួនប្រជាជននៅដើមទសវត្សរ៍ក្រោយទី2

$$a_2 = a_1 + a_r = a_1(1+r) = 1(1+0.3) = 1.3$$



យើងទាញបាន $a_x = (1.3)^x$ ជាចំនួនប្រជាជនប្រែប្រួលទៅតាមអថេរ x ក្នុងករណីនេះយើងបកស្រាយវាជាអនុគមន៍ $f(x) = (1.3)^x$ $f(x) = (1.3)^x$

បើ $x = 3$ នោ $f(3) = (1.3)^3 = 2.19$ មានន័យថាកាលពី 3 ទសវត្សរ៍មុនរដ្ឋនេះមានប្រជាជនប្រមាណតែ 0.45 លាននាក់ប៉ុណ្ណោះ[2]។

គេតាងក្រាបនៃអនុគមន៍ f ដើម្បីឆ្លុះបញ្ចាំងពីកំណើននៃប្រជាជនកើនតាមឆ្នាំ។ $f(x) = (1.3)^x$ ជាស្វ័យគុណដែលមានគោលជាចំនួនថេរនិងទស្សន្តជាអថេរហៅថាអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។

និយមន័យ: អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $x \in \mathbb{R}$ ហើយ x ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី 1 ។

២.២. លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

ស្វ័យគុណ n នៃចំនួន a ជាផលគុណនៃ n កត្តា ដែលកត្តានីមួយៗស្មើនឹង a

គេសរសេរ: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ កត្តា}} = a^n$

ដែល $n \in N$

[2] គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យាក្រុមទី១ ជំនាន់ទី២៣ សៀវភៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងអនុគមន៍លោការីត ទំព័រ ៥ ឆ្នាំ២០១៦

a^n អានថា ស្វ័យគុណ n

n ហៅថានិទស្សន្ត ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

a ហៅថាគោលនៃស្វ័យគុណ

ឧទាហរណ៍. សរសេរជាស្វ័យគុណគោល 2

ក. $16 = 2\times2\times2\times2 = 2^4$

ខ. $128 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^7$

ឧទាហរណ៍ 2 សរសេរជាស្វ័យគុណគោល 3

ក. $27 = 3\times3\times3 = 3^3$

ខ. $243 = 3\times3\times3\times3\times3 = 3^5$

ឧទាហរណ៍ ៣ គណនា

ក. $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

ខ. $5^3 = 5\times5\times5 = 125$

គ. $\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdots a}_{20\text{ កត្តា}} = a^{20}$

ក.ផលគុណនៃស្វ័យគុណគោលដូចគ្នា

គេមាន $3^2\times3^3 = 3\times3\times3\times3\times3 = 3^5$

$= 3^2\times3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$

យើងសង្កេតឃើញថា $3^2\times3^3 = 3^{(2+3)} = 3^5$

គេទាញបាន $a^m\times a^n = a^{(m+n)}$ ។[3]

> **ជាទូទៅ:** ផលគុណនៃស្វ័យគុណដែលមានគោលដូចគ្នា ជាស្វ័យគុណដែលនិទស្សន្តជាផលបូកនៃនិស្សន្តរបស់វា។

ឧទាហរណ៍:ក.$8^3\times8^5 = 8^{(3+5)} = 8^8$ ខ. $a^2\times a^3 = a^{(2+3)} = a^5$

ខ.ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ

គេមាន $(3^4)^2 = 3^4\times3^4 = 3^{(4\times2)} = 3^8$

យើងសង្កេតឃើញថា $((3^4)^2 = 3^{(4\times2)} = 3^8$ ។

គេទាញបាន $(a^m)^n = a^{(m\times n)}$ ។[4]

> **ជាទូទៅ:** ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណជាស្វ័យគុណដែលនិទស្សន្តជាផលគុណនៃនិទស្សន្តរបស់វា។

[3] ក្រសួងអប់រំ យុវជននិង កីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ២៨-២៩

[4] ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ២៩

ឧទាហរណ៍ .$(8^7)^3 = 8^{(7\times3)} = 8^{21}$ ខ. $(a^2)^3 = a^{(2\times3)} = a^6$ ។

គ.ស្វ័យគុណនៃផលគុណ

គេមាន $(3\times5)^2 = (3\times5)\times(3\times5) = 15\times15 = 225$

$(3\times5)^2 = 3^2\times5^2 = 9\times25 = 225$

យើងសង្កេតឃើញថា $(3\times5)^2 = 3^2\times5^2 = 225$ ។

គេទាញបាន $(ab)^n = a^n\times b^n$ ។

ជាទូទៅ: ស្វ័យគុណនៃផលគុណដែលមានគោលខុសគ្នា ជាផលគុណនៃស្វ័យគុណ។

ឧទាហរណ៍:

1) $(5\times7)^2 = 5^2\times7^2 = 25\times49 = 1225$

2) $(x\times y)^4 = x^4\times y^4 = x^4y^4$ ។

ឃ.ស្វ័យគុណនៃផលចែក

គេមាន $(\frac{3}{2})^4 = \frac{3\times3\times3\times3}{2\times2\times2\times2} = \frac{81}{16}$

យើងសង្កេតឃើញថា $(\frac{3}{2})^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$ ។ $\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-3} = 3^2$

គេទាញបាន $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}; b\neq0$ ។

ជាទូទៅ:ស្វ័យគុណនៃផលចែកដែលមានគោលខុសគ្នា ជាផលចែកនៃស្វ័យគុណ។

ឧទាហរណ៍:

ក. $(\frac{5}{7})^2 = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$

ខ. $(\frac{x}{y})^5 = \frac{x^5}{y^5}$ ។

ង.ផលចែកនៃស្វ័យគុណគោលដូចគ្នា

គេមាន $\frac{3^4}{3^2} = \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3} = 3^2$; $\frac{1}{a^n} = a^{-n}, (a\neq0); n\in N$

យើងសង្កេតឃើញថា $\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-3} = 3^2$ ។[5]

[5] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៣០-៣១

គេទាញបាន $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n};a\neq 0$

> **ជាទូទៅ**:ផលចែកនៃស្វ័យគុណដែលមានគោលដូចគ្នា ជាស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាផលសងនៃនិទស្សន្តតំណាំងចែក និងនិទស្សន្តតួចែករបស់វា។

ឧទាហរណ៍: $\frac{8^7}{8^3}=8^{7-3}=8^4$ ។

> **ជាទូទៅ**: បើ a និង b ជាចំនួនពិត ហើយ m និង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប គេបាន
>
> ក. $a^m\times a^n=a^{(m+n)}$ ខ. $(a^m)^n=a^mn$ គ. $(ab)^n=a^nb^n$
>
> ឃ. $(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n},b\neq 0$ ង. $\frac{a^m}{a^n}=a^{(m-n)}$ $(a\neq 0)$។

២.៣. ស្វ័យគុណសូន្យនិងចម្រាសនៃស្វ័យគុណ

ក.ស្វ័យគុណសូន្យ

គេមាន $\frac{5^3}{5^3}=\frac{5\times5\times5}{5\times5\times5}=1;\frac{5^3}{5^3}=5^{(3-3)}=5^0$

គេសង្កេតឃើញថា $\frac{5^3}{5^3}=5^0=1$

គេមាន $\frac{a^4}{a^4}=\frac{a\times a\times a\times a}{a\times a\times a\times a}=1;\frac{a^4}{a^4}=a^{4-4}=a^0$ ។

គេទាញបាន $a^0=1;a\neq 0$ ។

ខ. ចម្រាស់នៃស្វ័យគុណ

គេមាន $\frac{5^3}{5^5}=\frac{5\times5\times5}{5\times5\times5\times5\times5}=\frac{1}{5\times5}=\frac{1}{5^2}$; $\frac{5^3}{5^5}=5^{3-5}=5^{-2}$

គេសង្កេតឃើញថា $\frac{1}{5^2}=5^{-2}$

គេទាញបាន $\frac{1}{a^n}=a^{-n};a\neq 0$ ។

គេមាន $3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9};\frac{1}{3^{-2}}=\frac{1}{\frac{1}{3^2}}=3^2$

a

គេទាញបាន 4 ។

-4

> ជាទូទៅ ក. $\frac{1}{a^n}=a^{-n},(a\neq 0);n\in N$ ខ. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ ។

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក. $(0.05)^0$ ខ. $(-7^2)^0$ គ. 5×8^0 ឃ. $\frac{(8^{2-2n})(16^{3-n})}{(4^2n)^{-1}}$ ង. $2(\frac{4}{m})^{(-2)}$

ច. .$(\frac{6}{12m})^{-1}$ ឆ. .$\frac{(2^0+2^{-1})}{3^{-2}}$ ជ. $\frac{x^{-3}y^4}{x^4y^3}$

២.៤..ឫសទី n

២.៤.១. ឫសទី n ដែល n ជាចំនួនគត់គូនិងសេស

x ជាឫសការេនៃចំនួនវិជ្ជមាន a កាលណា $x^2=a$

$4^2=16$ គេថា 4 ជាឫសការេនៃ16 ហើយ $(-4)^2=16$ គេថា -4 ជាឫសការេនៃ 16 ។

ហេតុនេះ 16 មានឫសការេពីរគឺ 4 និង -4 ហើយ 4 ជាឫសការេវិជ្ជមាន 16 គេកំណត់សរសេរ $\sqrt{16}=4$ រីឯឫសការេអវិជ្ជមាន គេកំណត់សរសេរ $-\sqrt{16}=-4$ ។

ជាទូទៅ: ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a មានឫសការេវិជ្ជាគឺ $\sqrt{a}$ និង -$\sqrt{a}$ ។

ឧទាហរណ៍ ឫសការេប្រាកដនៃ 36 គឺ $\sqrt{36=6}$ និង $-\sqrt{36=-6}$ ។

សម្គាល់ ចំនួនអវិជ្ជមានពុំមានឫសការេ ចំនួន *0* មានឫសការេតែមួយគត់គឺ *0* ។

ឧទាហរណ៍ -9 ពុំមានឫសការេទេ ព្រោះ $3^2\neq-9,(-3)^2\neq-9$ ។

បើ x ជាឫសគូបនៃ a នោះ $x^3=a,x=\sqrt[3]{a}$ ។ $\sqrt[3]{2^3}=\sqrt[3]{8}=2,\sqrt[3]{(-2)^3}=\sqrt[3]{-8}=-2$

ក្នុងករណី $x=2$ គេបាន $2^3=8$ គេថា 2 ជាឫសគូបនៃ 8 ។

ក្នុងករណី $x=-2$ គេបាន $(-2)^3=-8$ គេថា -2 ជាឫសគូបនៃ -8 ។

យើងសង្កេតឃើញថា ទោះបីជាចំនួនអវិជ្ជមាន -8 ក៏មានឫសគូបរបស់វាដែរ

ឫសគូបនៃចំនួនវិជ្ជមានជាចំនួនវិជ្ជមាន

ឫសគូបនៃចំនួនអវិជ្ជមានជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

ជាទូទៅ: ឫសគូបនៃចំនួនពិត a មានតែមួយគត់គឺ $\sqrt[3]{a}$ ។

ឧទាហរណ៍ ឫសគូបនៃ 27 គឺ $\sqrt[3]{27}=3$ និងឫសគូបនៃ -1 គឺ $\sqrt[3]{-1}=-1$ ។

ដូចគ្នាដែរ គេអាចគណនាឫសទី 4 ឫសទី 5 នៃ a គឺ

- បើ x ជាឫសទី 4 នៃចំនួនវិជ្ជមាន a នោះគឺ $x^4=a;x=\sqrt[4]{a}$ និង $x=-\sqrt[4]{a}$

- បើ x ជាឫសទី 5 នៃ a នោះគឺ $x^5=a;x=\sqrt[5]{a}$ ។

ឧទាហរណ៍1 យើងទាញបាន $\sqrt{a^2}=|a|$ ។

ឧទាហរណ៍2 $\sqrt[3]{2^3}=\sqrt[3]{8}=2,\sqrt[3]{(-2)^3}=\sqrt[3]{-8}=-2$

យើងទាញបាន $\sqrt[3]{a^3} = a$ ។

ជាទូទៅ a ជាចំនួនពិត និង $n \geq 2$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន គេបាន៖

ក. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ បើ n ជាចំនួនគត់គូ

ខ. $\sqrt[n]{a^n} = a$ បើ n ជាចំនួនគត់គូ

. គ. $\sqrt[n]{a^n} = a$ បើ n ជាចំននគត់សេស ។

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$ ខ. $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ គ. $\sqrt[6]{(-10)^6}$

ឃ. $\sqrt[3]{-64x^3y^6}$ ង. $\sqrt[4]{16(x-2)^4}$ ច. $\sqrt[6]{(x+3)^6}$

២.៤.២. គុណកន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍ សម្រួល $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125}$ និង $\sqrt[3]{27 \times 125}$ រួចប្រៀបធៀបចម្លើយ

គេមាន $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{5^3} = 3 \cdot 5 = 15$

និង $\sqrt[3]{27 \times 125} = \sqrt[3]{3^3 \times 5^3} = \sqrt[3]{(3 \times 5)^3} = \sqrt[3]{15^3} = 15$

គេសង្កេតឃើញថា $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{27 \times 125} = 15$ ។

ជាទូទៅ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq 2$ និងគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន a និង b ។

សម្រាយបញ្ជាក់ បង្ហាញថា $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

តាង $x = \sqrt[n]{a}$ គេបាន $a = x^n$

នាំឲ្យ $x^n y^n = ab$ ឬ $(xy)^n = ab$ ឬ $xy = \sqrt[n]{ab}$

ដូចនេះ៖ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ។

២.៤.៣. ចែកកន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍ គណនា $\sqrt{\frac{64}{9}}$ និង $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}}$ រួចប្រៀបធៀបចម្លើយ ។

គេបាន $\sqrt{\frac{64}{9}} = \sqrt{(\frac{8}{3})^2} = \frac{8}{3}; \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{8^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{8}{3}$

យើងសង្កេតឃើញថា $\sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{8}{3}$ ។

ជាទូទៅ $\sqrt[n]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$; $\sqrt{\sqrt[4]{6561}} = \sqrt[8]{3^8} = 3$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq 2$ និងគ្រប់ $a > 0; b > 0$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ បង្ហាញថា $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

តាង $x=\sqrt[n]{a}$ គេបាន $a=x^n$, $y=\sqrt[n]{b}$ គេបាន $b=y^n$

នាំឲ្យ $\frac{a}{b}=\frac{x^n}{y^n}$ ឬ $\frac{a}{b}=(\frac{x}{y})^n$ ឬ $\frac{x}{y}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ ។

ដូចនេះ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$, $b\neq 0$ ។

២.៤.៤. សរសេររ៉ាឌីកាល់ជាស្វ័យគុណសនិទាន

ដើម្បីពង្រីកគំនិតក្នុងការសិក្សាស្វ័យគុណ គេបង្កើតបន្ថែមនូវស្វ័យគុណសនិទាន ដូចជា

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}$ និង $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}$ តាមលក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ $(a^m\times a^n=a^{(m+n)})$

គេបាន $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=a^1=a$ ម្យ៉ាងទៀត $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=\sqrt{a\cdot a}=\sqrt{a^2}=a$ ។

គេសង្កេតឃើញថា $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$ មានន័យថា $\sqrt{a}$ កំណត់សរសេរដោយ $a^{\frac{1}{2}}$ ។[6]

$\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}$ និង $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$ តាមលក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

គេបាន $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{a^3}=a$; $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}}=a^1=a$

គេសង្កេតឃើញថា $a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}=a$ មានន័យថា $\sqrt{a}$ កំណត់សរសេរដោយ $a^{\frac{1}{3}}$

ជាទូទៅ $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n\geq 2$ និង $m\geq 1; a>0$ ។

២.៤.៥. គុណសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍ សម្រួលកន្សោម $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}}$ ។

គេមាន $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}}=(\sqrt[5]{x})^{\frac{1}{3}}=(x^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{15}}=\sqrt[15]{x}$; $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}}=\sqrt[3\times 5]{x}=\sqrt[15]{x}$

គេសង្កេតឃើញថា $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}}=\sqrt[3\times 5]{x}=\sqrt[15]{x}$ ។

ជាទូទៅ $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n\geq 2$ និង $k\geq 1; a>0$

សម្គាល់ $\sqrt[n]{a}$ ដែល n ជាសន្ទស្សន៍ ហើយ a រ៉ាឌីកង់។

[6] ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៣៤-៣៥

សម្រាយបញ្ជាក់ថា   បង្ហាញថា $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ ។

តាង $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=x$ គេបាន $\sqrt[k]{a}=x^n \Rightarrow a=(x^n)^k=x^{nk}$ ឬ $x=\sqrt[nk]{a}$

ឧទាហរណ៍ $\sqrt[n]{\sqrt[3]{64}}=\sqrt[6]{2^6}=2$; $\sqrt{\sqrt[4]{6561}}=\sqrt[8]{3^8}=3$

២.៨.៦. សម្រួលសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍ $\sqrt[4]{25}=\sqrt[4]{5^2}=5^{\frac{2}{4}}=5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{\sqrt{27}}=\sqrt[6]{27}=(3^3)^{\frac{1}{6}}=\sqrt{3}$ ។

ជាទូទៅ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n\geq 2$ និង $k\geq 1; a>0$

សម្រាយបញ្ជាក់

បង្ហាញថា $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$

តាង $x=\sqrt[nk]{a^{mk}}$ គេបាន $a^{mk}=x^{nk}\Rightarrow (a^m)^k=(x^n)^k ; a^m=x^n$ ឬ $x=\sqrt[n]{a^m}$

ដូចនេះ $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ ។

លក្ខណៈឫសទី n : បើ $n\geq 2$ និង $m\geq 1$; $k\geq 2; k\geq 2$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាននិង a និង b ជាចំនួនវិជ្ជមាន គេបាន ៖

ក. $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ ខ. $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}; b\neq 0$ គ. $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

ឃ. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$ ង. $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ ។

លំហាត់គំរូ   គណនា

ក. $\sqrt[3]{32}$ ខ. $\sqrt{2x^2-4x+2}$ គ. $\sqrt[3]{18a^3}\cdot\sqrt[3]{4b^2}$ ឃ. $3\sqrt[3]{25}\cdot 2\sqrt[3]{5}$

ង. $\sqrt[3]{\dfrac{27}{125}}$ ច. $\sqrt{\dfrac{25}{x^2}}$ ឆ. $\dfrac{\sqrt{16a^3}}{\sqrt{b^4}}$ ជ. $\dfrac{\sqrt[3]{27x^5}}{\sqrt[3]{243y^3}}$

ចម្លើយ

ក. $\sqrt[3]{32}=\sqrt[3]{8\times 4}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{4}=2\sqrt[3]{4}$

ខ. $\sqrt{2x^2-4x+2}=\sqrt{2(x-1)^2}=\sqrt{(x-1)^2}\cdot\sqrt{2}$

គ. $\sqrt[3]{18a^3}\cdot\sqrt[3]{4b^2}=\sqrt[3]{18a^3\cdot 4b^2}=\sqrt[3]{3^2\cdot 2\cdot a^3\cdot 2^2\cdot b^2}=\sqrt[3]{3^2\cdot 2^3\cdot a^3\cdot b^2}=2a\sqrt[3]{9b^2}$

ឃ. $3\sqrt[3]{25}\cdot 2\sqrt[3]{5}=6\sqrt[3]{5^3}=6\cdot 5=30$

ង. $y=(1.3)^x$

ច. $\sqrt{\dfrac{24}{x^2}}=\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{x^2}}=\dfrac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{x^2}}=\dfrac{5}{}$

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក. $\sqrt[3]{0.001}\cdot\sqrt[3]{125}$ ខ. $\sqrt[5]{x+2}\cdot\sqrt[5]{x-2}$ គ. $\sqrt[4]{\dfrac{y}{5}}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{7}{x}}$ ឃ. $\sqrt[6]{512x^3y^{12}}$

ង. $\dfrac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$ ច. $\dfrac{14\sqrt{128ab}}{2\sqrt{2}}$ ឆ. $\dfrac{\sqrt[3]{8x^3y}}{\sqrt[3]{27y^{-2}}}$ ជ. $\sqrt[3]{\dfrac{1715}{5}}$

២.៥. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

រដ្ឋមួយមានប្រជាជន1លាននាក់។ [7]មួយទសវត្សរ៍ក្រោយមកប្រជាជនបានកើន 30% ។ គំនិតខាងលើនេះ អាចឲ្យគេប៉ាន់ស្មានចំនួនប្រជាជននៃរដ្ឋនេះនៅសតវត្សរ៍ខាងមុខ តាមទំនាក់ទំនងស្វ៊ីតធរីមាត្រ៖

តួទី 1 : $a_0=1$ ផលធៀបរួម $r=30\%=0.30$

បើ a_1 ជាចំនួនប្រជាជននៃ 1 ទសវត្សរ៍ក្រោយ

$a_1=a_0+a_0r=a_0(1+r)=1(1+0.3)=1.3$

បើ a_2 ជាចំនួនប្រជាជននៃ 1ទសវត្សរ៍ក្រោយ

$a_2=a_1+a_1r=a_1(1+r)=1.3(1+0.3)=(1.3)^2$ ។

យើងទាញបាន $a_x=(1.3)^2$ ជាចំនួនប្រជាជនប្រែប្រួលទៅតាមអថេរ x ក្នុងករណីនេះយើងបកស្រាយវាជាអនុគមន៍ $f(x)=(1.3)^x$ ។

- បើ $x=3$

នោះ $f(3)=(1.3)^3=2.19$

មានន័យថានៅទតវត្សរ៍ 3 ក្រោយមក

រដ្ឋនេះនឹងមានប្រជាជន 2.19 លាននាក់។ - បើ $x=-3$

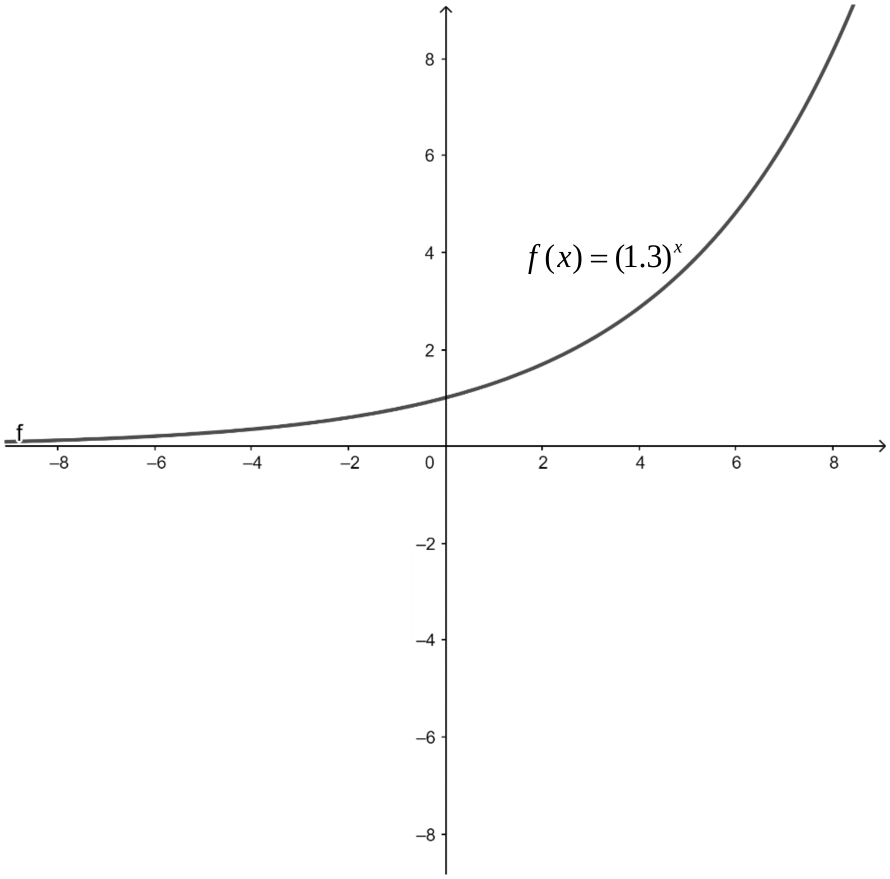
[7] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៣៧

នោះ $f(-3)=(1.3)^{-3}=0.45$

មានន័យថាកាលពី 3 ទសវត្សរ៍មុនរដ្ឋនេះមានប្រជាជនប្រមានតែ 0.45 លាននាក់ប៉ុណ្ណោះ។

គេតាងក្រាបនៃអនុគមន៍ ដើម្បីឆ្លុះបញ្ចាំង កំណើននៃប្រជាជនកើនតាមឆ្នាំ ។

$f(x)=(1.3)^x$ ជាស្វ័យគុណដែលមានគោលជាចំនួនថេរ និងនិទស្សន្តជា អថេរ ហៅថា អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ។

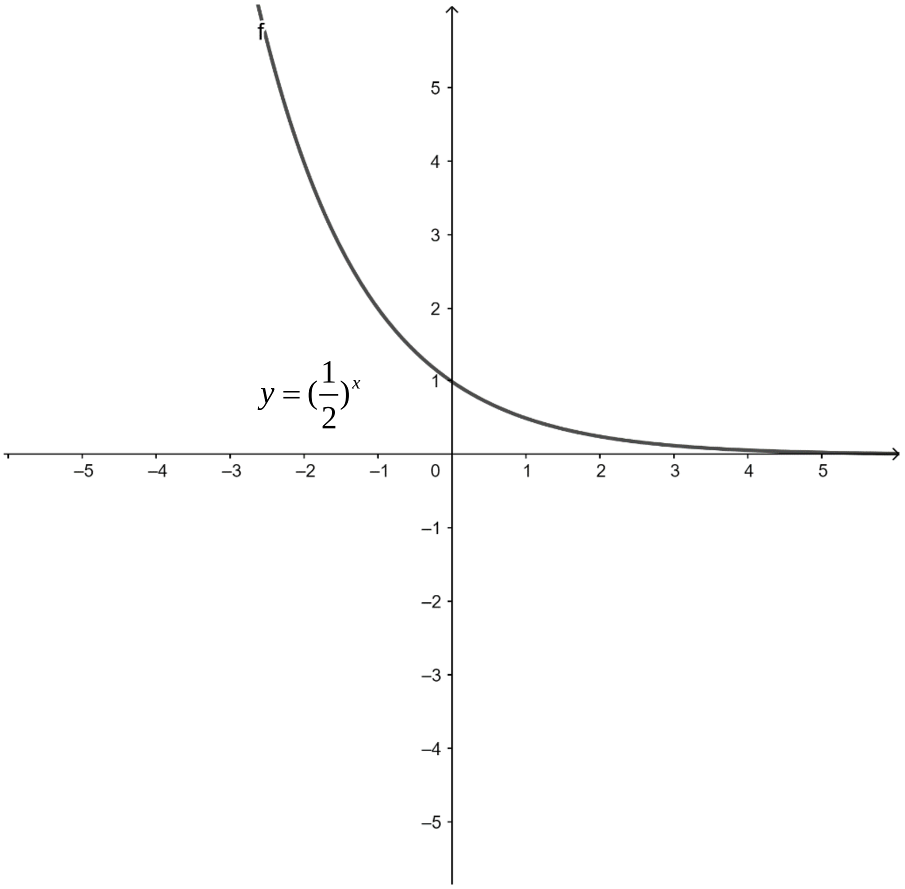


និយមន័យ អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y=a^x$ ។ ហើយ a ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ខុសពី 1 ។

លំហាត់គំរូ 2 គណនាតម្លៃលេខ និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=(\frac{1}{2})^x$ ។

តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នានៃ x និង y

x	$y=(\frac{1}{2})^x$
–2	4
–1	2
0	1
1	0.50
2	0.25



យើងសង្កេតឃើញថា តម្លៃ x កើន គេបានតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $y=(\frac{1}{2})^x$ ចុះ ហើយក្រាបនៃ $y=(\frac{1}{2})^x$ កាត់អ័ក្ស $(0y)$ ត្រង់ចំណុច $(0,1)$ ។

ប្រតិបត្តិ សង់ក្រាប ក. $y=4^x$ ខ. $y=(\frac{1}{4})^x$ គ. $y=3^x$ ឃ. $y=(\frac{1}{3})^x$

២.៦. អនុគមន៍លោការីត

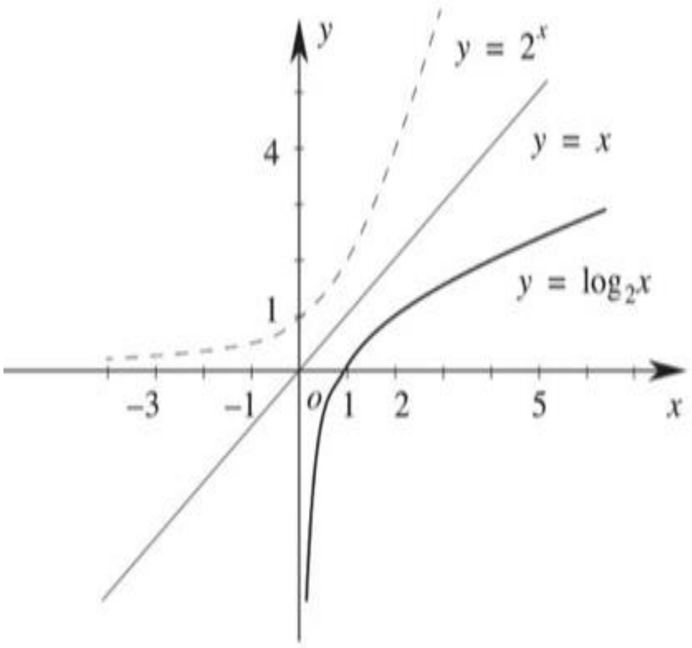
២.៦.១. ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត

ឧទាហរណ៍ គណនាតម្លៃលេខ និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_2 x$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

$y=2^x$	
x	y
-2	0.25
-1	0.50
0	1
1	2
2	4

$y=\log_2 x$	
x	y
0.25	-2
0.50	-1
1	0
1	1
4	2



យើងសង្កេតឃើញថា តម្លៃ x កើន គេបានតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $y=\log_2 x$ កើន ហើយក្រាបនៃ $y=\log_2 x$ កាត់អ័ក្ស (ox) ត្រង់ចំណុច $(1,0)$ ។ ដោយអនុគមន៍ $y=\log_2 x$ និង $y=2^x$ ជាអនុគមន៍ច្រាសគ្នា ដូច្នេះក្រាបរបស់វាឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។

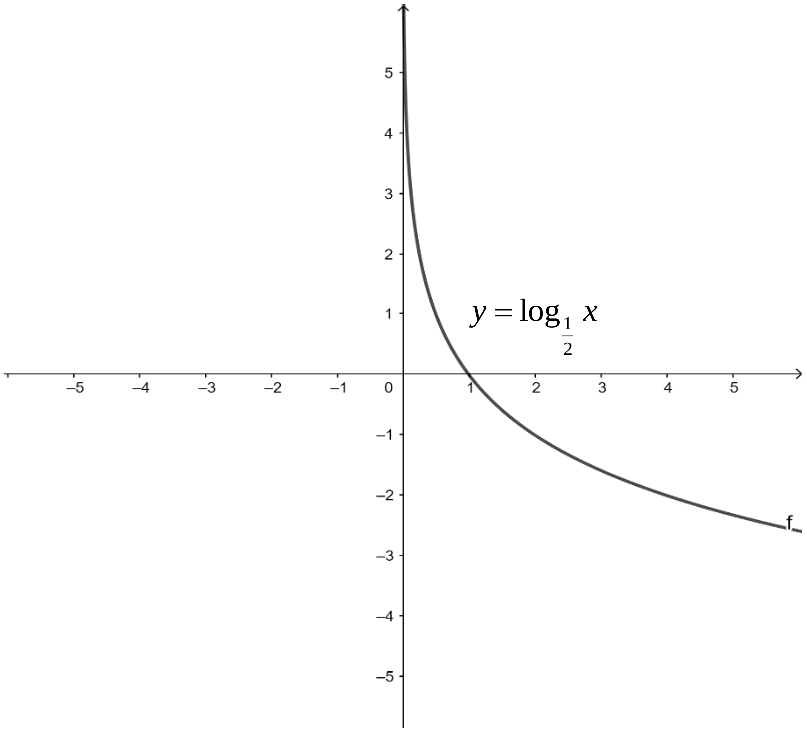
ឧទាហរណ៍ 2 គណនាតម្លៃលេខ និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ ។[8]

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	
x	y
-2	4
-1	2
0	1
1	0.5
2	0.25

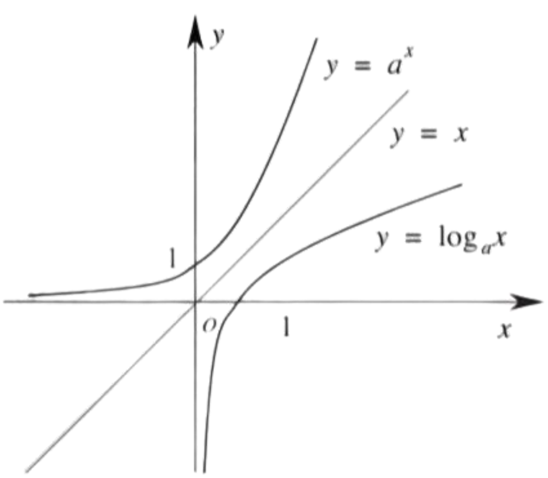
$y=\log_{\frac{1}{2}} x$	
x	y
0.25	2
0.5	1
1	0
2	-1
4	-2

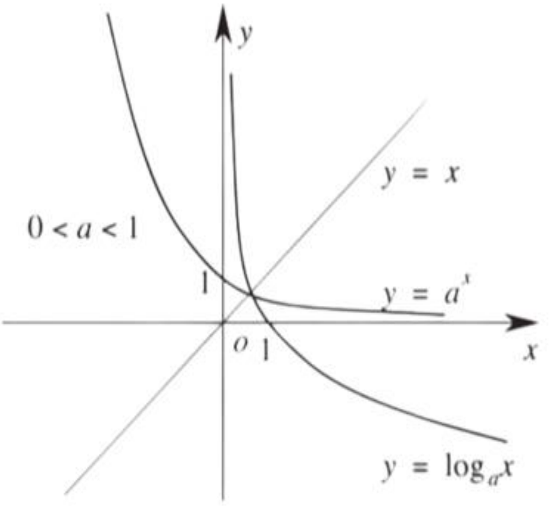
[8] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៣០-៣១



យើងសង្កេតឃើញថា តម្លៃ x កើន គេបានតម្លៃត្រូវគ្នាន $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ ចុះ ហើយក្រាបនៃ $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ កាត់អ័ក្ស (Ox) ត្រង់ចំណុច $(1,0)$ ។ ដោយអនុគមន៍ $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ និង $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ជាអនុគមន៍ច្រាសគ្នា ដូច្នេះក្រាបរបស់វា ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។[9]

ជាទូទៅ អនុគមន៍ $y=a^x$ និង $y=\log_a x$ ដែល $a>0$, $a\neq 1$ មានក្រាបដូចខាងក្រោម





យើងសង្កេតឃើញថា អនុគមន៍ $y=\log_a x$ មានក្រាប :

[9] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៥៥

- បើ a >1 ក្រាបកើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា $y=\log_a x$ ជាអនុគមន៍កើន

-ករណី () < x < 1 តម្លៃ $y=\log_a x<0$

- ករណី $x>1$ តម្លៃ $y=\log_a x>0$ ។

- បើ $(0<a<1)$ ក្រាបចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា $y=\log_a x$ ជាអនុគមន៍ចុះ

-ករណី $0<x<1$ តម្លៃ $y=\log_a x>0$

- ករណី x > 1 តម្លៃ $y=\log_a x<0$ ។

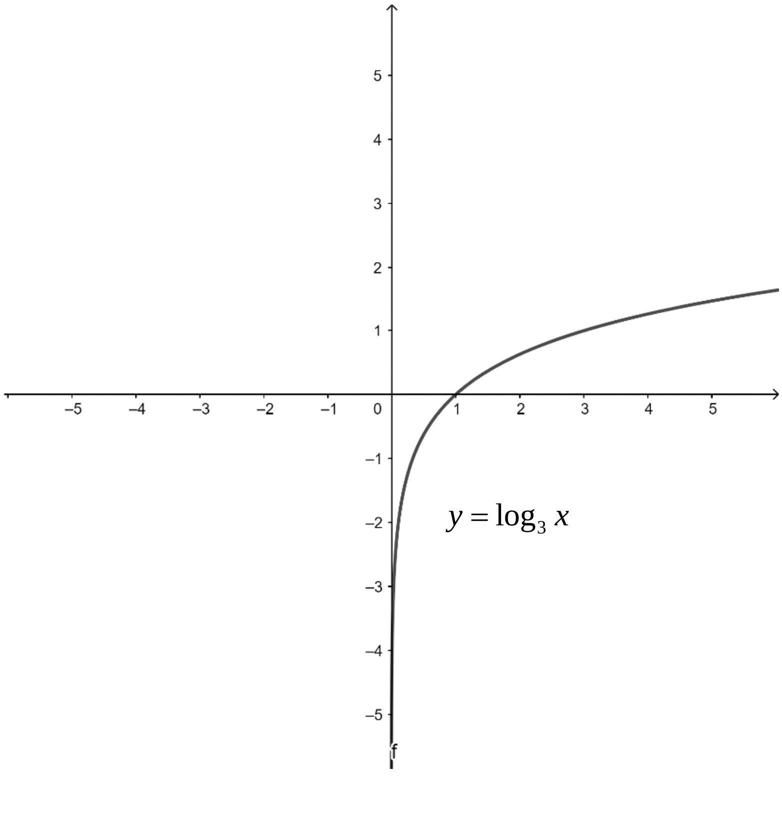
- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ មានក្រាបកាត់តាមចំណុចដែលមានកូអរដោនេ (1,0) ជានិច្ច ។
- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ មានន័យចំពោះ $x>0$ ជានិច្ច ។
- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ និង $y=a^x$ មានក្រាបឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។

លំហាត់គំរូ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ ក $y=\log_3 x$ ខ $y=\log_{\frac{1}{3}} x$

ចម្លើយ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ ក $y=\log_3 x$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

$y=\log_3 x$	
x	y
$\frac{1}{9}$	-2
$\frac{1}{3}$	-1
1	0
3	1
9	2

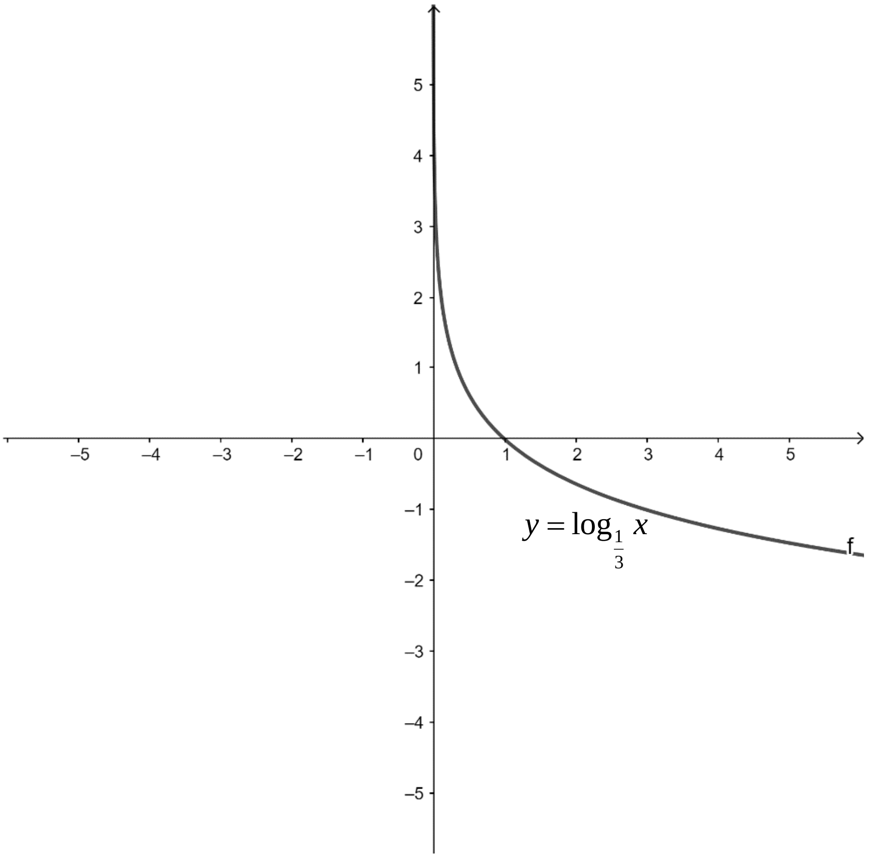


ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_3 x$ ជាអនុគមន៍កើន ព្រោះគោលធំជាង 1។

ខ $y=\log_{\frac{1}{3}} x$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

$y=\log_{\frac{1}{3}} x$	
x	y
$\frac{1}{9}$	2
$\frac{1}{3}$	1
1	0
3	-1
9	-2



ប្រតិបត្តិ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

ក $y=\log_7 x$ ខ $y=\log_{\frac{1}{7}} x$

២.៦.២. សមីការនិងវិសមីការលោការីត

ក. សមីការលោការីត

បើ $a>0$, $a\neq 1$ នោះសមីការ $\log_a x=\log_a y$ គេបាន $x=y$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយសមីការ $\log_3(5x+7)=2$ ។[10]

សមីការ $\log_3(5x+7)=2$ មានន័យកាលណា $5x+7>0$ ឬ $x>-\frac{7}{5}$ ។

[10] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៥៧

$\log_3(5x+7)=2 \Leftrightarrow 5x+7=3^2$ (តាមនិយមន័យលោការីត)

$5x+7=9$ នាំឱ្យ $x=\frac{2}{5}$

ដូចនេះ៖ សមីការមានឫស $x=\frac{2}{5}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយសមីការ $\log x+\log(x+3)=1$ និងផ្ទៀងផ្ទាត់ ។

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases} x>0 \\ x+3>0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x>0 \\ x>-3 \end{cases}$ នាំឱ្យ $x>0$

សមីការ $\log x+\log(x+3)=1$ $x\in(0,+\infty)$ ។

$\log[x(x+3)]=1$ តាមលក្ខណៈលោការីតនៃផលគុណ

$x(x+3)=10^1$ សរសេរជារាងអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

$x^2+3x-10=0$ ជារាងសមីការដឺក្រេទីពីរ

$(x+5)(x-2)=0$ ដាក់ជាផលគុណកត្តា

$x=-5, x=2$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ចំពោះ ៖ x = -5 មិនយក ព្រោះមិនផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនៃសមីការ $x\in(0,+\infty)$

ចំពោះ $x=2$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $x\in(0,+\infty)$ ។

ដូចនេះ៖ សមីការមានឫស x = 2។

លំហាត់គំរូ ដោះស្រាយសមីការ

ក $\log_6 x+\log_6(x-5)=2$

ខ $3\log_5 x-\log_5 4=\log_5 16$

គ. $\log_4 x+\log_4(x-6)=2$ ។

ចម្លើយ

ក. $\log_6 x+\log_6(x-5)=2$

មានន័យកាលណា $\begin{cases} x>0 \\ x-5>0 \end{cases}$ ឬ $x>5$ ។

$\log_6 x(x-5)=2$ ព្រោះលក្ខណៈផលគុណនៃលោការីត

$\log_6 x(x-5)=\log_6 6^2$ ព្រោះ $2=\log_6 6^2$

$x^2-5x=36$ រាងសមីការដឺក្រេទី 2

$x^2-5x-36=0$ ឬ $(x+4)(x-9)=0 \Rightarrow x=-4$, $x=9$

ចំពោះ $x=-4$ មិនយក ព្រោះមិនផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងលើ ។

ដូចនេះ៖ សមីការមានឫស $x=9$ ។

ខ $3\log_5 x-\log_5 4=\log_5 16$ សមីការមានន័យកាលណា $x>0$

$\log_5 x^3-\log_5 4=\log_5 16$ ព្រោះ $3\log_5 x=\log_5 x^3$

$\log_5 \frac{x^3}{4}=\log_5 16$ តាមលក្ខណៈ: $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$

$x^3=64$ តាមលក្ខណៈនៃសមភាពរបស់អនុគមន៍លោការីត

$x=4$ លើកឫសគូបលើអង្គទាំងពីរ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=4$ ។

គ. $\log_4 x+\log_4(x-6)=2$ សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases} x>0 \\ x-6>0 \end{cases}$ ឬ $x>6$

$\log_4 x(x-6)=2$ លក្ខណៈនៃផលគុណលោការីត

$x^2-6x=4^2$ តាមនិយមន័យនៃលោការីត

$x^2-6x-16=0$ ដក16លើអង្គទាំងពីរ

$(x-8)(x+2)=0$

$x-8=0$ ឬ $x+2=0$

$x=8$ ឬ $x=-2$

ដោយ $x=-2$ មិនបំពេញលក្ខខណ្ឌសមីការ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=8$ ។

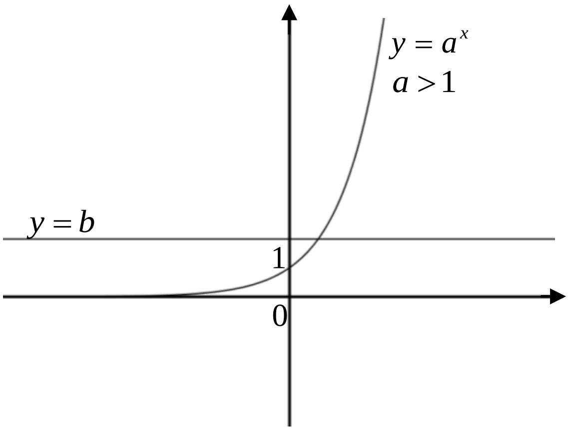
ប្រត្តិបត្តិ ដោះស្រាយនិងផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការខាងក្រោម

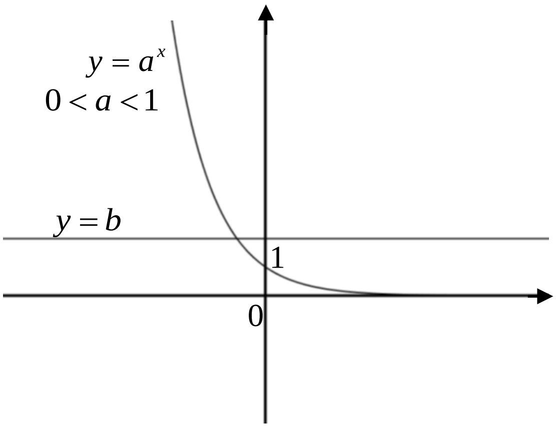
ក $\log_6 \frac{1}{36} = -2$ ខ $\log_x 9 = 2$

គ $\log_3 5+\log_3 x=\log_3 10$ ឃ $\log_8\left(x^2+x\right)=\log_8 12$

ខ.វិសមីការលោការីត

ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត





តាមក្រាប គេសង្កេតឃើញថា :

បើ $a>1$ នោះក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_a x$ កើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ មានន័យថា កាលណា តម្លៃ x កើនតម្លៃនៃអនុគមន៍ $y=\log_a x$ កើន ។

ដូចនេះ បើ $\log_a x_1<\log_a x_2$ គេបាន $x_1<x_2$

$\log_a x_1>\log_a x_2$ គេបាន $x_1>x_2$ ។

បើ $0<a<1$ នោះក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_a x$ ចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ មានន័យថា កាលណា តម្លៃ x កើន តម្លៃនៃអនុគមន៍ $y=\log_a x$ ចុះ។

ដូចនេះ បើ $\log_a x_1<\log_a x_2$ គេបាន $x_1>x_2$

បើ $\log_a x_1>\log_a x_2$ គេបាន $x_1<x_2$ ។[11]

ជាទូទៅ បើ $a>1$ វិសមីការ $\log_a f(x)<\log_a g(x)$ សមមូល $\begin{cases} f(x)>0 \\ f(x)<g(x) \end{cases}$

[11] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ ៥៩

បើ $0<a<1$ វិសមីការ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ សមមូល $\begin{cases} g(x)>0 \\ f(x)>g(x) \end{cases}$ ។

លំហាត់គំរូ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក $\log_9 x > \frac{3}{2}$

ខ $\log_8(3x-1) < \log_8(x+5)$

គ. $\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}}(5x-3)$

ចម្លើយ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $\log_9 x > \frac{3}{2}$ វិសមីការមានន័យកាលណា $x > 0$ ។

$\log_9 x > \frac{3}{2}$ សមមូល $x > 9^{\frac{1}{2}}$ បំប្លែងវិសមីការលោការីត ទៅជាវិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

$x > \left(3^2\right)^{\frac{3}{2}}$ ព្រោះ $9 = 3^2$

$x > 3^3$ ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ ; $x > 27$ ។

ដូចនេះ៖ វិសមីការមានសំណុំឫស $x \in (27, +\infty)$ ។

ខ $\log_8(3x-1) < \log_8(x+5)$ វិសមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases} 3x-1>0 \\ x+5>0 \end{cases}$ ឬ $x > \frac{1}{3}$

$\log_8(3x-1) < \log_8(x+5)$ នាំឱ្យ $3x-1 < x+5$

$2x < 6$ ឬ $x < 3$

បកស្រាយតាមក្រាហ្វិក

ដូចនេះវិសមីការមានចម្លើយ $x \in \left(\frac{1}{3}, 3\right)$

គ. $\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}}(5x-3)$ វិសមីការមានន័យកាលណា $5x-3>0$ ឬ $x > \frac{3}{5}$

$\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}}(5x-3)$ នាំឱ្យ $12 > 5x-3$ (ប្តូរទិសដៅវិសមីការព្រោះគោល $\frac{1}{2}$

$5x<15$ ឬ $x<3$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x\in\left(\frac{1}{3},3\right)$។

ប្រត្តិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម

ក $\log_2 n>8$ ខ $\log_{\frac{1}{3}} a<0$

គ $\log_8 x\le 8$ ឃ $\log\left(x^2-6\right)>\log x$

២.៧. សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប

២.៧.១. អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ក. ចំនួន e

គណនាកន្សោម $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ កាលណា n យក តម្លៃធំឡើងៗ ។ គេសង្កេតឃើញថា បើn យកតម្លៃកាន់តែធំទៅៗនោះកន្សោម $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ ខិតទៅរកតម្លៃ លីមីត មួយស្មើ 2.718281។ លីមីត $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ កាលណា n ខិតទៅរក $+\infty$ ហៅថា ចំនួន e។[12]

គេបាន $e=\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\approx 2.7182$ តម្លៃនេះ ជាតម្លៃដែលគេនិយមប្រើប្រាស់ ។ នោះគេបាន៖

1	2.000 000 00
10	2.593 742 46
100	2.704 813 83
1 000	2.716 923 93
10 000	2.718 145 93
100 000	2.718 268 24
1 000 000	2.718 280 47
10 000 000	2.718 281 69
100 000 000 000	2.718 281 81
1 000 000 000 000	2.718 281 83

12 ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ៨៦

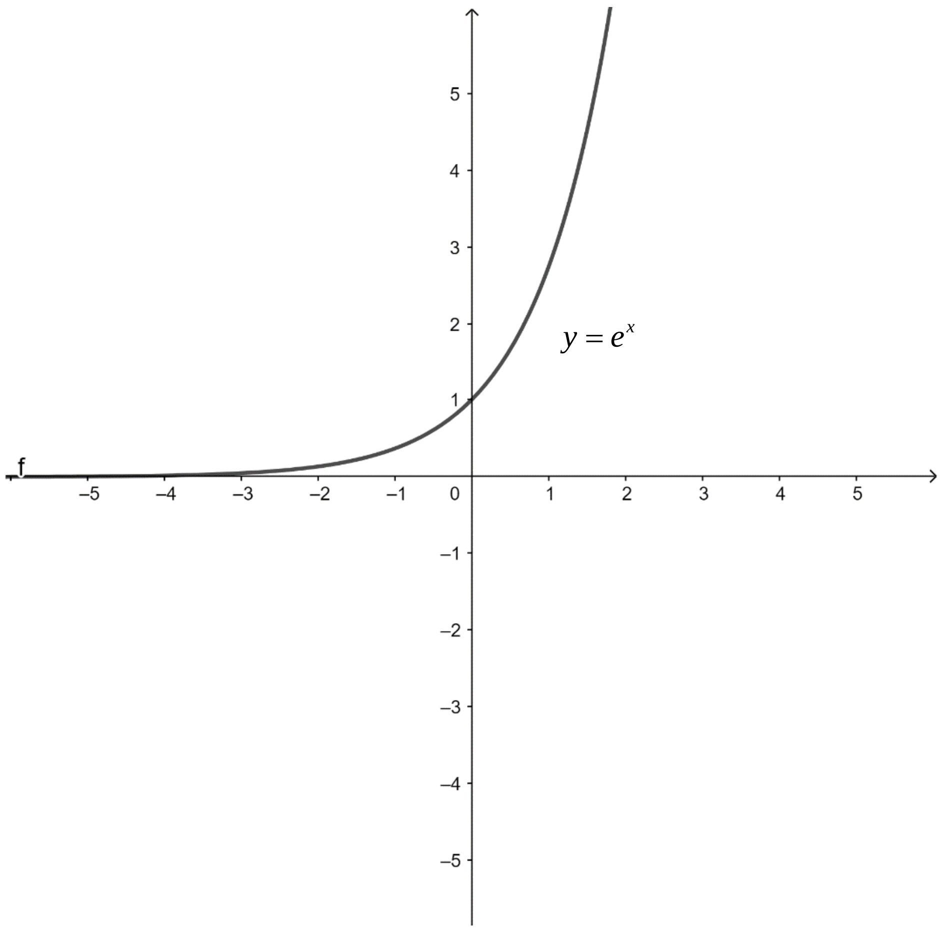
ខ.និយមន័យ និងលក្ខណៈគ្រឹះ
១.និយមន័យ

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=e^x$ ហៅថា អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលគោល e ឬអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។

២.ក្រាប

សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

x	$y=e^x$
-1	$y=\frac{1}{e}=0.36$
0	$y=e^0=1$
1	$y=e=2.71$



ដោយគោល $e=2.7182$ នោះអនុគមន៍ អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbf{R}$ ។

៣.លក្ខណៈ

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត m , n គេបាន

ក $e^{m+n}=e^m.e^n$ ខ $e^{-n}=\frac{1}{e^n}$

គ $e^{m-n}=\frac{e^m}{e^n}$ ឃ $\left(e^m\right)^n=e^{m.n}$

ឧទាហរណ៍ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន $\frac{e^{4x-1}}{e^{x+3}}=e^{4x-1-x-3}=e^{3x-4}$ ។[13]

២.៧.២. ដេរីវេនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

ឧទាហរណ៍1 គេមានអនុគមន៍ $H\left(x\right)=\frac{e^x-1}{x}$ ។គណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍ $H\left(x\right)$ ចំពោះ x ស្មើនឹង 0.1 ; 0.01; 0.001; 0.0001; 0.00001។

គេបានតារាង

x	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
$H(x)=\frac{e^x-1}{x}$	1.0516	1.0049	1.00047	1.00002	1

គេសង្កេតឃើញថា បើ $x\to 0$ នោះ $\frac{e^x-1}{x}\to 1$ គេបាន $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$

ឧទាហរណ៍2 គេមានអនុគមន៍ $y=e^x$ ។រកដេរីវេនៃ y ត្រង់ x_o

តាមនិយមន័យដេរីវេ គេបាន

$$y'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{e^{\left(x_o+\Delta x\right)}-e^{x_o}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{e^{x_o}.e^{\Delta x}-e^{x_o}}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{e^{x_o}(e^{\Delta x}-1)}{\Delta x}$$

$$=e^{x_o}.\lim_{\Delta x\to 0}\frac{e^{\Delta x}-1}{\Delta x}=e^{x_o}$$

ដូចនេះ ដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y=e^x$ គឺអនុគមន៍ $y'=e^x$ ។

ជាទូទៅ បើ $f\left(x\right)=e^x$ នោះ $f'\left(x\right)=e^x$ ។

ឧទាហរណ៍3 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y=e^{2x}$ គេបាន $y'=\left(e^{2x}\right)'=(2x)'e^{2x}=2e^{2x}$

ជាទូទៅ បើ $f\left(x\right)=e^{u(x)}$ នោះ $f'\left(x\right)=u'\left(x\right)e^{u(x)}$ ។

លំហាត់គំរូ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍

ក $y=e^{4x}$ ខ $y=e^{x^2-3x+1}$ គ $y=xe^x$

[13] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ៨៧

ចម្លើយ ដេរីវេនៃអនុគមន៍

ក $y'=\left(e^{4x}\right)'=(4x)'e^{4x}=4e^{4x}$

ខ $y'=\left(e^{x^2-3x+1}\right)'=\left(x^2-3x+1\right)'e^{x^2-3x+1}=(2x-3)e^{x^2-3x+1}$

គ $y'=\left(xe^{x}\right)'=x'e^{x}+x\left(e^{x}\right)'=e^{x}+xe^{x}=e^{x}\left(1+x\right)$ ។[14]

ប្រត្តិបត្តិ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍

ក $y=\left(x^2-3\right)e^{x}$

ខ $y=x^2e^{-2x}$

គ $y=\dfrac{\sqrt{x}}{e^{x}}$ ។

លំហាត់គំរូ2 សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=4-2e^{-x}$

ដែនកំណត់ $D=\mathbf{R}$

ទិសដៅអថេរភាព

-ដេរីវេ $y'=2e^{-x}$, $y'>0$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ

-លីមីត $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(4-2e^{-x}\right)=4-2\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{1}{e^{x}}\right)=-\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(4-2e^{-x}\right)=4-2\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{e^{x}}\right)=4$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប។

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↗	$+\infty$

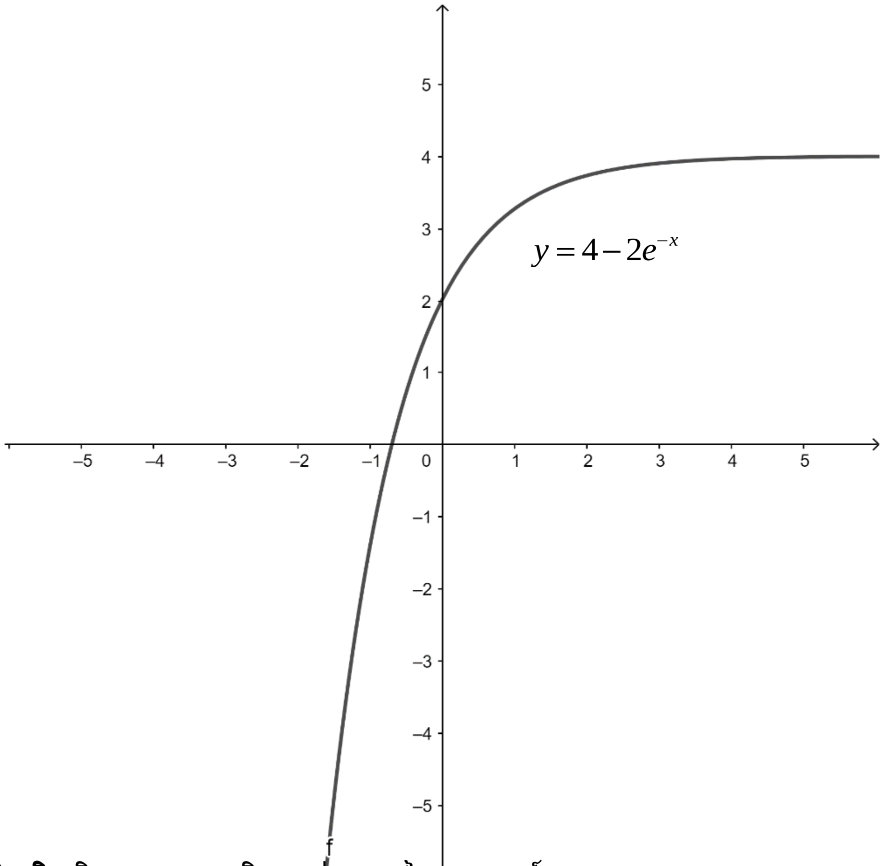
[14] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ៨៧-៨៩

ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=4-2e^{-x}$

ចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបនឹងអ័ក្ស $y'oy$

$x=0$ នាំឱ្យ $y=2$

សង់ចំណុចបន្ថែម $x=-1$, $y=4-2e=-1.4$



ប្រត្តិបត្តិ សិក្សាថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក $y=x+e^{x}$ ខ $f(x)=\dfrac{3}{1+2e^{-5x}}$ គ $y=\dfrac{x}{e^{x}}$

២.៨. អនុគមន៍លោការីត

២.៨.១. លោការីតនេពែរ

ឧទាហរណ៍ រកតម្លៃx ដោយដឹងថា $e^{x}=1$

តាមដំណោះស្រាយសមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

គេបាន $e^{x}=e^{0}$ ឬ $x=0$ ។

គេថា $x=0$ ជាលោការីតនេពែរនៃ 1 ហើយគេកំណត់សរសេរ $0=\ln 1$។

ឧទាហរណ៍ 2 : ដោះស្រាយសមីការ $e^{x}=e$ គេបាន $e^{x}=e^{1}$ ហើយ $x=1$ ។

គេថា $x=1$ ជាលោការីតនេពៃរនៃ e ហើយគេកំណត់សរសេរ $1=\ln e$ ។[15]

និយមន័យ : លោការីតនេពៃរនៃចំនួនវិជ្ជមាន k គឺជានិទស្សន្ត x នៃ e^x ដែល $e^x=k$

គេកំណត់សរសេរ $x=\ln k$ ។ គេបាន $x=\ln k$ សមមូល $e^x=k$ ។

សម្គាល់ ដោយ $x=\ln k$ និង $e^x=k$ នោះគេបាន $e^{\ln k}=k$ និង $\ln e^x=k$ ចំពោះគ្រប់ $k>0$ ។

លំហាត់គំរូ 1 គណនាតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម ៖

ក. $e^{\ln 5}$ ខ. e^{3x+4}

ចម្លើយ ក. $e^{\ln 5}=5$ ខ. $e^{3x+4}=3x+4$

២.៨.២. អនុគមន៍លោការីតនេពៃរ

ក.និយមន័យ

គេមាន $e^x=3$ គេបាន $x=\ln 3$ ។

គេមានអនុគមន៍ $y=e^x$ ដែល $x\in\mathbf{R}$ ។

គេបាន $y=e^x$ សមមូល $x=\ln y$ ។ អនុគមន៍នេះមាន x ជាអថេរ ហើយ y ជារូបភាព x តាម ln គេប្តូរ x ជា y និង y ជា x គេបាន $y=\ln x$ ជាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $y=e^x$ ។ អនុគមន៍ដែលកំណត់ដោយ $y=\ln x$ ហៅថាអនុគមន៍លោការីតនេពៃរ ។

និយមន័យ : បើ $x>0$ អនុគមន៍លោករីតនេពៃរនៃ x ដែលកំណត់ដោយ $y=\ln x$ ជាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $y=e^x$ ។

ខ.ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីតនេពៃរ

ឧទាហរណ៍ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=e^x$ និង $y=\ln x$ ។

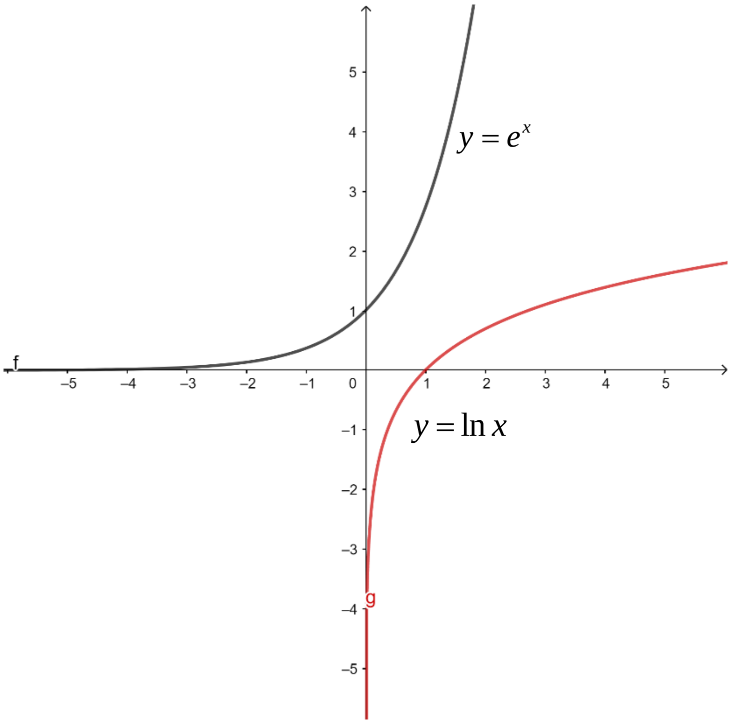
ដោយអនុគមន៍ $y=\ln x$ ជាអនុគមន៍ច្រាសនៃ $y=e^x$ នោះក្រាបនៃអនុគមន៍ទាំងពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។

តារាងតម្លៃលេខ

[15] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ៩៤

x	-1	0	1
$y=e^x$	$\frac{1}{e}$	1	e

x	$\frac{1}{e}$	1	e
y	-1	0	1



ប្រតិបត្តិ : សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

ក $y=2+\ln x$ ខ $y=\ln(x-2)$

គ .ដេរីវេអនុគមន៍លោការីតនេពែរ

១. ដេរីវេនៃ $y=\ln x$

គេមានអនុគមន៍ $y=\ln x$ សមមូល $e^y=x$ សមមូល $\left(e^{\ln x}\right)'=(x)'$

សមមូល $(\ln x)'.e^{\ln x}=1$ សមមូល $(\ln x)'=\frac{1}{e^{\ln x}}=\frac{1}{x}$

ដូចនេះ $(\ln x)'=\frac{1}{x}$

ជាទូទៅ បើ $f(x)=\ln x$ នោះ $f'(x)=\frac{1}{x}$ ដែល $x>0$ ។

លំហាត់គំរូ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក $y = x^3 + \ln x$ ខ $y = x^2 \ln x$

ចម្លើយ ដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក $y = x^3 + \ln x$ គេបាន $y' = \left(x^2 \ln x\right)' = \left(x^2\right)'\ln x + x^2\left(\ln x\right)' = 2x\ln x + x$

ខ $y = x^2 \ln x$ គេបាន $y' = \left(x^3 + \ln x\right)' = 3x^2 + \dfrac{1}{x}$

ប្រត្តិបត្តិ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក $y = x + 2\ln x$ ខ $y = x^4 \ln x$

២.ដេរីវេនៃ $y = \ln U\left(x\right)$

គេមានអនុគមន៍ $y = \ln U\left(x\right)$ សមមូល $e^y = U\left(x\right)$

$\left[e^{\ln U(x)}\right]' = \left[U\left(x\right)\right]'$ សមមូល $\left[\ln U\left(x\right)\right]'.e^{\ln U(x)} = U'\left(x\right)$

សមមូល $\left[\ln U\left(x\right)\right]' = \dfrac{U'(x)}{e^{\ln U(x)}} = \dfrac{U'(x)}{U\left(x\right)}$

ដូចនេះ $\left[\ln U\left(x\right)\right]' = \dfrac{U'(x)}{U\left(x\right)}$, $U\left(x\right) > 0$ ។

ជាទូទៅ បើ $g\left(x\right) = \ln U\left(x\right)$ នោះ $g'(x) = \dfrac{U'(x)}{U\left(x\right)}$ ដែល $U\left(x\right) > 0$ ។

លំហាត់គំរូ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f\left(x\right) = \dfrac{x^2\sqrt{5x+1}}{\left(3x-2\right)^3}$ ។[16]

ចម្លើយ ដើម្បីឱ្យងាយស្រួលក្នុងការគណនាដេរីវេនៃ $f\left(x\right)$ គេអាចរកលោការីតនេពៃរនៃអង្គទាំងពីរជាមុនសិន។

$\ln f\left(x\right) = \ln\left[\dfrac{x^2\sqrt{5x+1}}{\left(3x-2\right)^3}\right]$ សមមូល $\ln f\left(x\right) = \ln\left(x^2\sqrt{5x+1}\right) - \ln\left(3x-2\right)^3$

$\ln f\left(x\right) = 2\ln x = \dfrac{1}{2}\ln\left(5x+1\right) - 3\ln\left(3x-2\right)$

គេបាន $[\ln f\left(x\right)]' = [2\ln x = \dfrac{1}{2}\ln\left(5x+1\right) - 3\ln\left(3x-2\right)]'$

---

[16] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ៩៧

នាំឱ្យ $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{5}{2(5x+1)} - \frac{9}{3x-2}$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{4(5x+1)(3x-2)+5x(3x-2)-18x(5x+1)}{2x(5x+1)(3x-2)}$$

$$f'(x) = \left[\frac{-15x^2-53x-8}{2x(5x+1)}\right]\left[\frac{x^2\sqrt{5x+1}}{(3x-2)^3}\right]$$

ប្រត្តិបត្តិ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក $f(x) = \ln(x^2+3x)$ ខ $f(x) = \ln(\cos x)$ គ $y = \ln(x^2-4)^3$

២.៨.៣. សមីការនិងវិសមីការលោការីតនេពែរ

ក.សមីការ

លំហាត់គំរូ

ក) ដោះស្រាយសមីការក្នុង $\mathbf{R}$

$\ln(x-2)+\ln(x+2)=\ln 45$

ចម្លើយ : សមីការ ត្រូវបំពេញលក្ខខណ្ឌ $x-2>0$ និង $x+2>0$

$x>2$ ជាលក្ខខណ្ឌដែលធ្វើឱ្យសមីការមានន័យ:

$\ln(x-2)(x+2)=\ln 45$

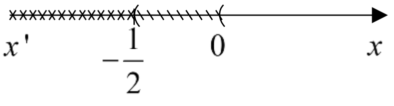
$(x-2)(x+2)=45$ ឬ $x^2-49=0$

គេបាន $x=7$, $x=-7$

តាមលក្ខខណ្ឌ $x>2$ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=7$ ។[17]

ខ) ដោះស្រាយសមីការក្នុង

$\ln(2x+1)=2-\ln x$ សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}2x+1>0\\x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\frac{1}{2}\\x>0\end{cases}$



[17] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ៩៨

គេបាន $x>0$

យើងមាន $\ln(2x+1)=2-\ln x$

$\ln(2x+1)+\ln x=2$

$\ln(2x^2+x)=\ln e^2$

$2x^2+x-e^2=0$

$\Delta=1^2+8e^2>0$ នោះ $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{1+8e^2}}{4}<0$ មិនយក, $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{1+8e^2}}{2}>0$

ដូច្នេះ $x=\dfrac{-1+\sqrt{1+8e^2}}{2}$ ជាឬសរបស់សមីការ។

លំហាត់គំរូ2 ដោះស្រាយសមីការក្នុង $\mathbf{R}$

$3e^{2x}+e^x-10=0$

ចម្លើយ សមីការត្រូវបំពេញលក្ខខណ្ឌ $e^x>0$

$3e^{2x}+e^x-10=0$, $3(e^x)^2+e^x-10=0$

តាង $t=e^x$ សមីការទៅជា $3t^2+t-10=0$

គេបាន $t=\dfrac{5}{3}$, $t=-2$

តាមលក្ខខណ្ឌ $e^x>0$ យើងមានតែ $e^x=\dfrac{5}{3}$, $x=\ln\dfrac{5}{3}$

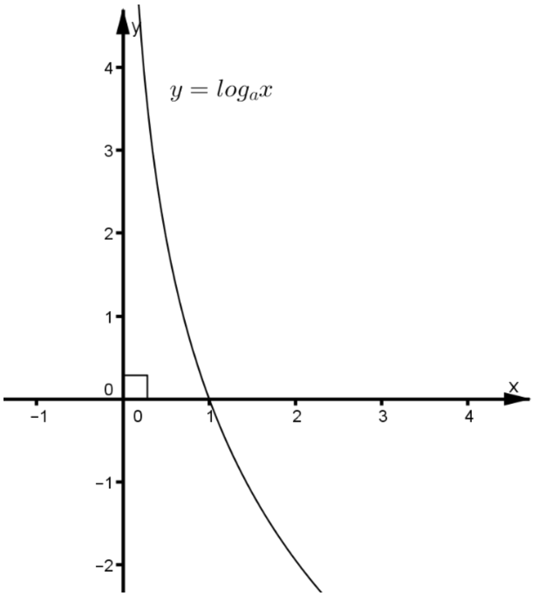
ប្រត្តិបត្តិ ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

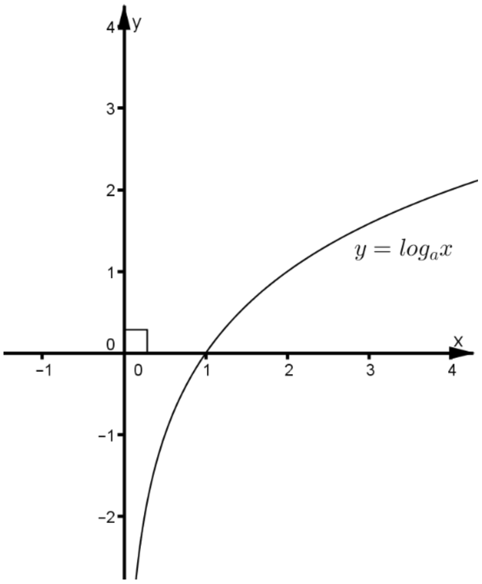
ក $\ln(1-x)+\ln(2x+3)-\ln(x-1)=\ln 3$

ខ $\dfrac{e^x-2}{e^x-3}=4$ ។

ខ. វិសមីការ

គេមានក្រាបអនុគមន៍លោការីត





តាមក្រាបខាងលើ យើងសង្កេតឃើញថា

1. បើ $0 < a < 1$ នោះក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = \log_a x$ ចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ មានន័យថា កាលណាតម្លៃ x កើន តម្លៃនៃអនុគមន៍ $y = \log_a x$ ចុះ។

ដូច្នេះ បើ $\log_a x_1 < \log_a x_2$ គេបាន $x_1 > x_2$

បើ $\log_a x_1 > \log_a x_2$ គេបាន $x_1 < x_2$

2. បើ $a > 1$ នោះកក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = \log_a x$ កើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ មានន័យថា កាលណាតម្លៃ x កើន តម្លៃនៃអនុគមន៍ $y = \log_a x$ កើន។

ដូច្នេះ បើ $\log_a x_1 < \log_a x_2$ គេបាន $x_1 < x_2$

បើ $\log_a x_1 > \log_a x_2$ គេបាន $x_1 > x_2$ ។

ជាទូទៅ៖

-បើ $a > 1$ វិសមីការ $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ សមមូល $\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

-បើ $0 < a < 1$ វិសមីការ $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ សមមូល $\begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$

ឧទាហរណ៍៖ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម

$1).e^{x} < 10$

$2).e^{2-3x} > 4$

$3).\ln x > -1$

$4).2 < \ln x < 9$

$5).\log_{0.25}(3x-5) > -1$

$6).\ln(x^2-2x-2) \le 0$

$7).\log_2(2x+3) < \log_2(5x-1)$

$8).\log_{\frac{1}{2}} 2x^2 < \log_{\frac{1}{2}}(7x-3)$

$9).\log_3(x+1)+\log_3 x < \log_3 2$

$10).\log_{0.4}(\frac{x^2+5x+6}{2x^2+10}) < 0$

$11).9(\log x)^2 - 18\log x - 7 \ge 0$

$12).\log_5 x - \log_x \frac{1}{5} \ge 2$

$13).\log_2 x > \log_8(3x-2)$

$14).\log(2^x - \frac{1}{4}) - \log\frac{3}{4} \le 0$

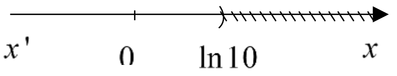
$15).\log_{x-2}(x^2-4x+3) < 0$

$16).\log_2(\cos x + \sin x + 1) < 1$

ចម្លើយ៖

1. $e^{x} < 10$

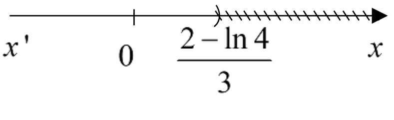
$e^{x} < 10 \Leftrightarrow \ln e^{x} < \ln 10 \Leftrightarrow x < \ln 10$



ដូច្នេះ $x < \ln 10$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។

2. $e^{2-3x} > 4$

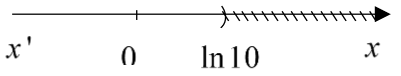
យើងមាន $e^{2-3x} > 4 \Leftrightarrow \ln e^{2-3x} > \ln 4 \Leftrightarrow 2-3x > \ln 4 \Rightarrow x < \frac{2-\ln 4}{3}$



ដូច្នេះ $x < \frac{2-\ln 4}{3}$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ

3. $e^x < 10$

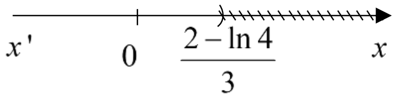
$e^x < 10 \Leftrightarrow \ln e^x < \ln 10 \Leftrightarrow x < \ln 10$



ដូច្នេះ $x < \ln 10$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។

4. $e^{2-3x} > 4$

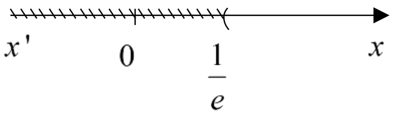
យើងមាន $e^{2-3x} > 4 \Leftrightarrow \ln e^{2-3x} > \ln 4 \Leftrightarrow 2-3x > \ln 4 \Rightarrow x < \dfrac{2-\ln 4}{3}$



ដូច្នេះ $x < \dfrac{2-\ln 4}{3}$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។

5. $\ln x > -1$

វិសមីការមានន័យកាលណា $x > 0$

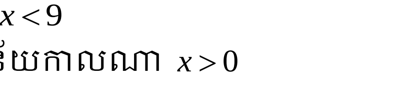


យើងមាន $\ln x > -1 \Leftrightarrow \ln x < \ln e^{-1} \Rightarrow x > e^{-1}$ ឬ $x > \dfrac{1}{e}$

ដូច្នេះ $x > \dfrac{1}{e}$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។

6. $2 < \ln x < 9$

វិសមីការមានន័យកាលណា $x > 0$



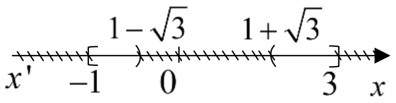
យើងមាន $2 < \ln x < 9$

$\Leftrightarrow \ln e^2 < \ln x < \ln e^9$

$\Leftrightarrow e^2 < x < e^9$

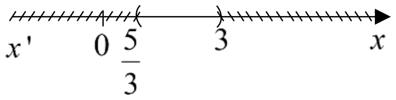
ដូច្នេះ $e^2 < x < e^9$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។

7. $\log_{0.25}(3x-5) > -1$



យើងមាន $\log_{0.25}(3x-5) > -1 \Leftrightarrow \log_{0.25}(3x-5) > \log_{0.25}(0.25)^{-1}$

យើងបាន $\begin{cases} 3x-5>0 \\ 3x-5<\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{5}{3} \\ 3x-5<4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{5}{3} \\ x<3 \end{cases}$



ដូច្នេះ $\frac{5}{3}<x<3$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។

8. $\ln(x^2-2x-2) \le 0$

យើងមាន $\ln(x^2-2x-2) \le 0 \Leftrightarrow \ln(x^2-2x-2) \le \ln 1$

យើងបាន $\begin{cases} x^2-2x-2>0 \\ x^2-2x-2 \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x-2>0 & (1) \\ x^2-2x-3 \le 0 & (2) \end{cases}$

$(1): x^2-2x-2>0$ មាន $\Delta = 4-4(1)(-2) = 12$

នោះ $x_1 = \frac{2-2\sqrt{3}}{2} = 1-\sqrt{3}, x_2 = \frac{2+2\sqrt{3}}{2} = 1+\sqrt{3}$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$x^2-2x-2>0$	+	0	-	0	+	

នោះ $x \in (-\infty, 1-\sqrt{3}) \cup (1+\sqrt{3}, +\infty) \quad (*)$

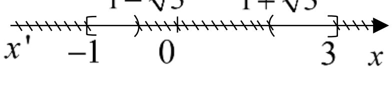
$(2): x^2-2x-3 \le 0$

តាមករណី $a-b+c=0$ នោះ $x_1=-1, x_2=\frac{-c}{a}=3$

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
$x^2-2x-3 \le 0$	+	0	-	0	+	

នោះ $x \in [-1, 3] \quad (**)$

យក $(*) \cap (**)$ គេ



ដូច្នេះ $x \in [-1, 1-\sqrt{3}) \cup \left(1+\sqrt{3}, 3\right)$ ជាចម្លើយនៃវិសមីការ។[18]

[18] គរុនិស្សិត សោម ចំរើន សុន សារុឌ្ឍី នាង សុវិសាល ចេង ចាន់ធឿន សូ សារី ឆាំ កុម្ភៈ សៀវភៅអនុគមន៍លោការីត ឆ្នាំ២០១៩

ជំពូក៣
ការវិភាគ និង ការអនុវត្ត
៣.១ អនុវត្តក្នុងអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល
៣.១.១. អនុវត្តក្នុងសេដ្ឋកិច្ច
ឧទាហរណ៍ ១ពូសុខ ទិញប័ណ្ណសន្សំប្រាក់ពីធនាគារតម្លៃ 50000 រៀល ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6 % ក្នុងមួយឆ្នាំ។ បើគាត់បន្តទុកប្រាក់នោះនៅធនាគារបាន 3 ឆ្នាំ តើប្រាក់របស់គាត់សរុបត្រូវជាប៉ុន្មាន ?

ឆ្នាំទី1 ការប្រាក់ $50000\times = 3\,000$ រៀល

ប្រាក់សរុបក្នុងឆ្នាំទី 1 $50\,000 + 3000 = 53\,000$ រៀល ។

ឆ្នាំទី2 ការប្រាក់ $53\,000 \times \frac{6}{100} = 3\,180$ រៀល

ប្រាក់សរុបក្នុងឆ្នាំទី 2 $53\,000 + 3180 = 56\,180$ រៀល ។

ឆ្នាំទី 3 ការប្រាក់ $56\,000 \text{ x } \frac{6}{100} = 3\,370\,8\,5$ រៀល

ប្រាក់សរុបក្នុងឆ្នាំទី 3 $56\,180 + 3370.8 = 595\,508$ រៀល ។[19]

ឧទាហរណ៍២ នៅឆ្នាំ1987 អ្នកវិនិយោគទុនម្នាក់បានទិញដីមួយកន្លែងថ្លៃ 84 000 ដុល្លា ហើយនៅឆ្នាំ2007 គាត់បានលក់ដីនោះវិញដោយទទួលបានតម្លៃ 49 លានដុល្លា។ តើក្នុងមួយឆ្នាំអ្នកវិនិយោគទុននោះទទួលបានអត្រាការប្រាក់ចំណេញចំនួនប៉ុន្មាន បើប្រាក់របស់គាត់កើនពី 84 000ដុល្លា ដល់ 49 លានដុល្លា ក្នុងរយៈពេល 20 ឆ្នាំ។

ចម្លើយ តាង i ជាអត្រាការប្រាក់ចំណេញ

គេបាន $8000(1+i)^{20} = 49000000$

$$(1+i)^{20} = \frac{49000000}{84000}$$

$$(1+i)^{20} = \frac{49000}{84} \quad \text{(លើកឫសទី20)}$$

$$1+i = 1.375 \text{ ឬ } i = 0.375$$

[19] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៤៣

ដូចនេះ ក្នុងមួយឆ្នាំអ្នកវិនិយោគទុនទទួលបានអត្រាការប្រាក់ចំណេញ 37.5% ។[20]

ឧទាហរណ៍៣ កសិករម្នាក់ទិញត្រាក់ទ័រមួយគ្រឿងសម្រាប់ភ្ជួរស្រែ ក្នុងតម្លៃ 50 000 ។ត្រាក់ទ័រនោះចុះថ្លៃ10% ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ រកតម្លៃត្រាក់ទ័រក្នុងរយៈពេល7 ឆ្នាំក្រោយ ។

ចម្លើយ

ប្រើរូបមន្ត $y = C(1+r)^t$ ដែល $C = 50000$ ជាតម្លៃទិញ

r = 10 % = 0.10 ជាអត្រាចុះថ្លៃ

t = 7 ជាចំនួនឆ្នាំ

y ជាតម្លៃលក់នៅឆ្នាំក្រោយពីចុះថ្លៃ

គេបាន $y = 50000(1-0.10)^7$

= 23914.85 ។

ដូចនេះ ក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ តម្លៃត្រឹមតែ 23 914.85 ដុល្លារ ។[21]

លំហាត់ទី១ មនុស្សបានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងក្នុងតម្លៃ45 000 ដុល្លារ ។ រថយន្តនោះចុះថ្លៃ 15% ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ ។

ចម្លើយ

រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$

P=45000

$i = -0.15$

$t = 7$

$A = 45000(1-0.15)^7 = 45000\times(0.85)^7 = 14426$

ដូចនេះ 7ឆ្នាំក្រោយរថយន្តថ្លៃ14426ដុល្លា ។

[20] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៩៤

[21] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៩៥

លំហាត់ទី២. មីងសយបានយកប្រាក់មួយនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6 % ក្នុងមួយឆ្នាំ។ រយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយមក គាត់បានដកប្រាក់ពីធនាគារនោះវិញ ដោយទទួលបាន ប្រាក់សរុប ចំនួន 3 00 ដុល្លារ ។ តើមីងសយមានប្រាក់ដើមចំនួនប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

រកប្រាក់ដើមរបស់មីងសយ

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$ ដែល

$A = 300$ ដុល្លា ; $i - 0.06$, $t = 7$ ឆ្នាំ

គេបាន $300 = P(1+0.06)^7$

$\Leftrightarrow 300 = P(1.06)^7 \quad \Leftrightarrow 300 = \dfrac{300}{(1.06)^7} = 199.5$

ដូចនេះ មីងសយមានប្រាក់ដើម 199.5ដុល្លា

លំហាត់ទី៣. មនុស្សម្នាក់មានអាយុ 30 ឆ្នាំ បានយកប្រាក់ 5 0000 រៀល ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយ ដោយទទួល បានអត្រាការប្រាក់ 4 % ក្នុងមួយឆ្នាំ។ តើគាត់មានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មានបើបច្ចុប្បន្នគាត់មាន អាយុ 65 ឆ្នាំ ?

ចម្លើយ

រកប្រាក់ដែលគាត់មានបច្ចុប្បន្ន

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$

P=50000

$i = 0.04$

$t = 65 - 30 = 35$

$A = 50000(1+0.04)^{35} = 50000 \times 3.9460 = 197300$

ដូចនេះនៅអាយុ65ឆ្នាំគាត់មានប្រាក់សរុប 197300។

ប្រត្តិបត្តិ ក. ពូស៊ុយបានយកលមួយជីក៏ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការ ប្រាក់ ១ % ក្នុងមួយឆ្នាំ។ រយៈពេល 5 ឆ្នាំក្រោយមក គាត់បានដកប្រាក់ពិធនាគារ នោះវិញ ដោយ ទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួន 1000 ដុល្លារ ។ តើពូស៊ុយមានប្រាក់ដើម ចំនួនប៉ុន្មាន ?

ខ. មនុស្សម្នាក់មានអាយុ 20 ឆ្នាំ បានយកប្រាក់ 5000 ដុល្លារ ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយ ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 12 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើគាត់មានប្រាក់សរុបចំនួន ប៉ុន្មាន បើបច្ចុប្បន្នគាត់មានអាយុ 6 ឆ្នាំ?

គ. មនុស្សម្នាក់បានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងម៉ាកតូយ៉ូតាកាម៉ារី ក្នុងតម្លៃ 3900 ដុល្លារ ។ រថយន្តនោះចុះថ្លៃ14 % ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 10 ឆ្នាំក្រោយ ។[22]

លំហាត់គំរូ ១ បើគេយកប្រាក់ 100 ដុល្លារទៅធ្វើវិនិយោគដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ សមាស 8 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើគេបានប្រាក់សរុបប៉ុន្មាន បើគេដាក់ប្រាក់រយៈពេល 2 ឆ្នាំ ហើយចំនួន ដងនៃការទូទាត់ច្រើនអនន្ត ?

ចម្លើយ

:តាមរូបមន្តការប្រាក់សមាស $A = pe^{rt}$ ដែល $p = 100$, $r = 0.08$, $t = 2$ ។

គេបាន $A = pe^{rt} = 100e^{0.08(2)}$

$= 117.35$ លទ្ធផលនេះ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទៅនឹងតារាងតម្លៃខាងលើ។

លំហាត់គំរូ ២ : តម្លៃនៅសល់របស់មាំស៊ីនមួយកំណត់ដោយ $f(x) = 100000e^{-0.1t}$ ។

ក. រកថ្លៃដើមដំបូង (ថ្លៃទិញ) របស់ម៉ាស៊ីន

ខ. រកថ្លៃនៅសល់របស់ម៉ាស៊ីនបន្ទាប់ពីប្រើប្រាស់ 5 ឆ្នាំ ។

ចម្លើយ

ក. ថ្លៃដើមដំបូងរបស់ម៉ាស៊ីន ជាថ្លៃដែលត្រូវនឹង $t = 0$

គេបាន $f(0) = 100000e^{-0.1(0)} = 100000$ ។ដូចនេះថ្លៃដើមរបស់ម៉ាស៊ីនគឺ 100000 ដុល្លា។

ខ. តម្លៃនៅសល់របស់ម៉ាស៊ីនបន្ទាប់ពីប្រើប្រាស់ 5 ឆ្នាំ ជាតម្លៃដែលត្រូវនឹង $t = 5$

គេបាន $f(5) = 100000e^{-0.1(5)} = 60650$ ។ ដូចនេះ តម្លៃនៅសល់របស់ម៉ាស៊ីនបន្ទាប់ពី ប្រើប្រាស់ 5 ឆ្នាំ គឺ 60650 ដុល្លា ។

លំហាត់១ រកប្រាក់សរុបនៃប្រាក់ដើមចំនួន 2000 ដុល្លា ដែលគេបានធ្វើវិនិយោគក្នុងរយៈពេល 4 ឆ្នាំ ដោយទទួលអត្រាការប្រាក់ 6% តាមរយៈពេលកំណត់ដូចខាងក្រោម ៖

ក គិតជាឆ្នាំ ខ គិតជាឆមាស គ គិតជាត្រីមាស ឃ គិតជាខែ

[22] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៩៥

ចម្លើយ

តាមរូបមន្ត $p = p_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{tn}$

ក គិតជាឆ្នាំ យើងបាន $n=1$

$\Leftrightarrow p = 2000(1+0.06)^4 = 2525$ ដុល្លា

ខ គិតជាឆមាស យើងបាន $n=2$

$\Rightarrow p = 2000\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^8 = 2533$ ដុល្លា

គ គិតជាត្រីមាស យើងបាន $n=4$

$\Rightarrow p = 2000\left(1+\frac{0.06}{4}\right)^{16} = 2537$ ដុល្លា

ឃ គិតជាខែ យើងបាន $n=12$

$\Rightarrow p = 2000\left(1+\frac{0.06}{12}\right)^{48} = 2541$ ដុល្លា

លំហាត់ ២ ឧបមាថា គេយកប្រាក់ 5000 ដុល្លា ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយដោយទទួលបានការប្រាក់សមាស 11% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ បើគេផ្ញើប្រាក់រយៈពេល 10 ឆ្នាំ ។ តើគេទទួលបានប្រាក់សរុបទាំងអស់ចំនួនប៉ុន្មាន បើការទូទាត់ច្រើនដងក្នុងមួយឆ្នាំ?

ចម្លើយ

ដោយការទូទាត់ច្រើនដងគឺ 10ឆ្នាំ យើងបាន

តាមរូបមន្ត $p = p_0e^{rt} = 5000e^{0.11\times10} = 15020$ ដុល្លា

លំហាត់ ៣ ឧបមាថា បើគេយកប្រាក់ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយដោយទទួលបានអត្រាការសមាស 7% ។ តើប៉ុន្មានឆ្នាំ ទើបគេទទួលបានប្រាក់សរុបស្មើនឹងបីដងនៃប្រាក់ដើម បើការទូទាត់ច្រើនដងក្នុងមួយឆ្នាំ? (ចម្លើយគិតជាឆ្នាំ)

ចម្លើយ

ដោយការទូទាត់ច្រើនដង យើងបាន

$p = p_0e^{rt}$ តែ $p = 3p_0$ យើងបាន

$3p_0 = p_0e^{rt} \Rightarrow e^{0.07t} = 3 \Rightarrow t = \frac{\ln 3}{0.07} = 15.7$

ដូចនេះ គេប្រើរយៈពេលពី15 ទៅ 16 ឆ្នាំ។

៣.១.២. អនុវត្តនៅក្នុងជីវវិទ្យា

គេប្រើអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលគោល e សម្រាប់គណនាកំណើន និងតំហយចុះ។

លំហាត់គំរូ1 : ជំងឺអាសន្នរោគកើតឡើងដោយបាក់តេរីក្នុងពោះវៀនដែលបំបែកខ្លួនតាមរូបមន្តអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $N = N_0 e^{1.386t}$, N ជាចំនួនបាក់តេរីក្រោយពេល t ម៉ោង ហើយ N_0 ជាចំនួនបាក់តេរីនៅខណៈ $t=0$ ។[23] បើបាក់តេរីចាប់ផ្ដើមពីចំនួន1 តើមានបាក់តេរីប៉ុន្មាននៅរយៈពេល :

ក 5ម៉ោង ? ខ 12 ម៉ោង ?

ចម្លើយ

ក បើ $N_0 = 1$ និង $t=5$ នោះ $N = N_0 e^{1.386t}$ ឬ $N = e^{1.386(5)} = 1022$

ខ បើ $N_0 = 1$ និង $t=12$ នោះ $N = N_0 e^{1.386t}$ ឬ $N = e^{1.386(12)} = 16718057$

៣.១.៣. អនុវត្តក្នុងភាពកើន ចុះ

ឧទាហរណ៍១ នៅឆ្នាំ 1996 មានសិស្សប្រឡងជាប់សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំនួន 3405 នាក់ ហើយចំនួននេះមានការកើនឡើង 30% ជារៀងរាល់ឆ្នាំ។

ក ចូរសរសេរសមីការដែលបង្ហាញចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 1996។

ខ តើនៅឆ្នាំ 2006 មានសិស្សប៉ុន្មាននាក់បានប្រឡងជាប់សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ?

ចម្លើយ

ក សមីការសិស្សប្រឡងជាប់សញ្ញាបត្រនៅឆ្នាំ 1996

ប្រើរូបមន្ត $y = C(1+r)^t$ ដែល $C = 3405$ ចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់

$r = 30\% = 0.30$ អត្រាសិស្សប្រឡងជាប់

t ឆ្នាំដែលសិស្សប្រឡងជាប់

y ចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ1996

គេបាន $y = 3405(1+0.30)^t$ ។

[23] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅសិក្សាគោលជីវវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ ឆ្នាំ២០១៦

ដូចនេះ សមីការតាងសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 1996គឺ $y=3405(1.30)^t$ ។

ខ ចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 2006

តាមសមីការខាងលើ $y=3405(1.30)^t$ ដែល $t=2006-1996=10$

គេបាន $y=3405(1.30)^{10}$ ឬ 46941

ដូចនេះ៖ ចំនួនសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 2006 គឺ 46941 នាក់ ។[24]

៣.១.៤. លីមីតនៃអនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

1 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)e^{-x}$ រាង $(\infty\times 0)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{e^x}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)=0(1+0)=0$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+x\right)e^{-x}=0$

2 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-e^{-x}\right)=+\infty-0=+\infty$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-e^{-x}\right)=+\infty$

3 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{2x}+1}{e^x+3}=\frac{0+1}{0+3}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{2x}+1}{e^x+3}=\frac{1}{3}$

4 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{xe^x+2}{x^2-1}$ រាង $\frac{\infty}{\infty}$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{xe^x\left(1+\frac{2}{xe^x}\right)}{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(1+\frac{2}{xe^x}\right)}{x\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}$$

$$=(+\infty).\frac{1+0}{1-0}=+\infty$$

[24] ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន ឆ្នាំ២០១៧ ទំព័រ៩៩

ដូចនេះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{xe^x+2}{x^2-1}=+\infty$ ។[25]

5 $\lim_{x\to0}\frac{e^x+\sin x-1}{x}$ រាង $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{e^x-1+\sin x}{x}=\lim_{x\to0}\left(\frac{e^x-1}{x}+\frac{\sin x}{x}\right)$$
$$=1+1=2$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to0}\frac{e^x+\sin x-1}{x}=2$

6 $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{e^{3x}-1}$ រាង $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\frac{e^{2x}-1}{x}}{\frac{e^{3x}-1}{x}}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{e^{2x}-1}{2x}\times2}{\frac{e^{3x}-1}{3x}\times3}=\frac{1\times2}{1\times3}=\frac{2}{3}$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{e^{3x}-1}=\frac{2}{3}$

7 $\lim_{x\to0}\frac{5^x-4^x}{x^2-x}$ រាង $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{(5^x-1)-(4^x-1)}{x(x-1)}=\lim_{x\to0}\left(\frac{5^x-1}{x}-\frac{4^x-1}{x}\right)\times\frac{1}{x-1}$$
$$=(\ln5-\ln4)(-1)=-\ln\frac{5}{4}$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to0}\frac{5^x-4^x}{x^2-x}=-\ln\frac{5}{4}$

8 $\lim_{x\to0}\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}$ រាង $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{(e^{ax}-1)-(e^{bx}-1)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{(e^{ax}-1)}{ax}\times a-\frac{(e^{bx}-1)}{bx}\times b$$
$$=1\times a-1\times b=a-b$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to0}\frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}=a-b$

---

[25] អ៊ូច ប៊ុនថន សៀវភៅលីមីតនៃអនុគមន៍ ឆ្នាំ២០១៦ ទំព័រ១៣៥

9 $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}$ រាង 1^{∞}

$$=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}}\right]^{2}=e^{2}$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=e^{2}$

10 $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{mx}$ រាង 1^{∞}

$$=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{k}{x}\right)^{\frac{x}{k}}\right]^{\frac{k}{x}\times mx}=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{k}{x}\right)^{\frac{x}{k}}\right]^{km}=e^{km}$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{x}=e^{km}$

11 $\lim_{x\to 0}\left(2-e^{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ រាង 1^{∞}

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1+1-e^{x}\right)^{\frac{1}{1-e^{x}}}\right)^{\left(1-e^{x}\right)\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0}\left(\left(1+1-e^{x}\right)^{\frac{1}{1-e^{x}}}\right)^{\frac{1-e^{x}}{x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1+1-e^{x}\right)^{\frac{1}{1-e^{x}}}\right)^{\frac{-(e^{x}-1)}{x}}=e^{-1}=\frac{1}{e}$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 0}\left(2-e^{x}\right)^{\frac{1}{x}}=\frac{1}{e}$

12 $\lim_{x\to 0}\left(1+\tan^{2}\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2x}}$ រាង 1^{∞}

$$=\lim_{x\to 0}\left[\left(1+\tan^{2}\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{\tan^{2}\sqrt{x}}}\right]^{\tan^{2}\sqrt{x}\times\frac{1}{2x}}$$

$$==\lim_{x\to 0}\left[\left(1+\tan^{2}\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{\tan^{2}\sqrt{x}}}\right]^{\frac{\tan^{2}\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}\right)^{2}}\times\frac{1}{2}}$$

$$=e^{1\times\frac{1}{2}}=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 0}\left(1+\tan^{2}\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2x}}=\sqrt{e}$

ប្រតិបត្តិ គណនាលីមីតខាងក្រោម

1 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-e^x}{2e^x+3x+1}$ 2 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2e^x-x}{1+e^x}$ 3 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-e^x}{2e^x+3}$

4 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{2x}-3e^x+2}{2e^{2x}+5e^x-7}$ 5 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ 6 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

7 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{x-2}}{x^3}$ 8 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{1+e^x}$ 9 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+e^x-xe^{2x}}{x^2e^x+e^{2x}}$

10 $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)e^{-x}$ 11 $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x$ 12 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^{2x}+1}{3+e^x}$

13 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2e^x-\sin x-1}{x}$ 14 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2e^{\sin x}-1}{x}$ 15 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^2}-e^x}{x^2-1}$

16 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{8^x-7^x}{6^x-5^x}$ 17 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\sin2x}-e^{\sin x}}{x}$ 18 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\sin^2x}-\cos(\sin x)}{x^2}$

19 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x^3}-1}{\sin^3x}$ 20 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{3x}-e^{2x}}{\sin3x-\sin2x}$ 22 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x+1}-e}{\sin\pi x}$

23 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\cos\frac{\pi}{2}x}{e^x-e}$ 24 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin2016x}{\sqrt{e^{\pi x}}-1}$ 25 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{xe^x-x+\sin^2x}{1-\sqrt{\cos2x}}$

26 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^{x+5}$ 27 $\lim\limits_{x\to0}(1+2x)^{\frac{5}{x}}$ 28 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{x+1}\right)^{x+1}$

29 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^x$ 30 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x$ 31 $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin x)^{\cot x}$

32 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$ 33 $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$ 34 $\lim\limits_{x\to0}\left(1+3\tan^2x\right)^{\cot^2x}$

35 $\lim\limits_{x\to0}\sqrt[\sin x]{1+x}$ 36 $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{2x+3}{x+3}\right)^{\frac{1}{\sin3x}}$

៣.១.៥. អនុវត្តនៅក្នុងអថេរភាពនិងសង់ក្រាប

គេឱ្យf ជាអនុគមន៍ដែលកំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x-(4e^x)}{(e^x+1)}$ និង c ជាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍នៃ f ។

ក. រកដែនកំណត់នៃ f

ខ.a) គណនាលីមីតនៃ f កាលណា $x\to-\infty$

.b) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំពោះ $\forall x\in D$ គេបាន: $\frac{4e^x}{e^x+1}=\frac{4}{1+e^{(-x)}}$ ទាញរកលីមីតនៃ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

គ.សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃ f រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។[26]

ឃ. D_1 បន្ទាត់សមីការ $y=x$ D_2 បន្ទាត់សមីការ $y=x-4$

a) គណនា $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ រួចសិក្សាទីតាំងក្រាប (c) ធៀបនឹងបន្ទាត់ D_1 ។

b) គណនា $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-4)]$ រួចសិក្សាទីតាំងក្រាប (c) ធៀបនឹងបន្ទាត់ $D2$

ង.a) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំពោះ $\forall x\in \mathcal{D}$ គេបាន $f(x)+f(-1)=-4$

` b)ទាញថាចំនុច A(0; -2) ជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ (C)

ចម្លើយ

ក.រកដែនកំណត់នៃ f

$$f(x)=x-\frac{4e^x}{e^x+1}=\frac{4}{1+e^{-x}}$$

យើងមាន $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\forall x\in D$

អនុគមន៍ f មានន័យកាលណា $e^x+1\neq 0$

តែ $e^x+1>0$; $\forall x\in R$

ដូចនេះ ដែនកំណត់នៃ f គឺ $\mathcal{D}=I\mathbb{R}$ ។។

ខ.-a) គណនាលីមីតកាលណា $x\to-\infty$

ដោយ $f(x)=x-\frac{4e^x}{e^x+1}$ នោះ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-\frac{4e^x}{e^x+1})=-\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{e^x+1}=0$

ដូចនេះ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

ខ-b) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំពោះ $\forall x\in\mathcal{D}$ គេបាន:

[26] រៀបរៀងដោយ អយ ស៊ីណា សៀវភៅសិក្សាអនុគមន៍ជ្រើសរើសសម្រាប់ថ្នាក់ទី១១-១២ ឆ្នាំ២០១៥ ទំព័រ ២៦៨-២៧៣

$\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}=\frac{4}{1+e^{-x}}$ ទាញរកលីមីតនៃ $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

យើងបាន $\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}=\frac{4}{1+e^{-x}}$

យើងមាន $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
$=\lim_{x\to+\infty}(x-\frac{4e^{x}}{e^{x}+1})=+\infty$

ដូចនេះយើងបាន $\forall x\in D$ យើងបាន $\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}=\frac{4}{1+e^{-x}}$ ។

ទាញរក $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-\frac{4e^{x}}{e^{x}+1})=+\infty$

គ.សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃf

ដោយ $f(x)=x-\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}$ ព្រោះ $\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}=\frac{4}{1+e^{-x}}$

នោះយើងបាន $f'(x)=1-\frac{4e^{-x}}{(1+e^{-x})^{2}}=\frac{(1+e^{-x})^{2}-4e^{-x}}{(1+e^{-x})^{2}}=\frac{1+2e^{-x}+e^{-2x}-4e^{-x}}{(1+e^{-x})^{2}}$

$=\frac{e^{-2x}-2e^{-x}-1}{(1+e^{-x})^{2}}$

$f'(x)=\frac{(e^{-x}-1)^{2}}{(1+e^{-x})^{2}}$ ដោយ $(1+e^{-x})^{2}>0;\forall x\in R$ នោះ $f'(x)$ យកសញ្ញាតាម $(e^{-x}-1)^{2}$

$f'(x)=0\Rightarrow(e^{-x}-1)^{2}=0$ នោះ $x=0$

ចំពោះ $x=0\Rightarrow f(0)=-2$

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↗	$+\infty$

តាមតារាងអថេរភាពយើងបាន f កើនលើ I

ឃ a) គណនា $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ រួចសិក្សាទីតាំងនៃក្រាប (c) ធៀបនឹងបន្ទាត់ D_1

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x] = \lim_{x\to-\infty}[x-\frac{4e^x}{e^{-x}+1}-x] = -\lim_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{e^{-x}+1} = -\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{1+e^{-x}} = 0$$

ដូចនេះយើងបាន $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$

-ទីតាំង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ D_1

ដោយ $f(x)-x=-\frac{4e^x}{e^{-x}+1}<0;\forall x\in IR$ ព្រោះ $4e^x, e^{-x}+1>0$ នោះយើងបានខ្សែកោង (C) នៅក្រោមបន្ទាត់ D_1 ។

b) គណនា $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-4)]$ រួចសិក្សាទីតាំងក្រាប (C) ធៀបបន្ទាត់ D_2

យើងមាន $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-4)]$

$$= \lim_{x\to+\infty}[x-\frac{4e^x}{e^{-x}+1}--x+4] = \lim_{x\to+\infty}[4-\frac{4e^x}{e^{-x}+1}] = \lim_{x\to+\infty}[\frac{4(e^{-x}+1)-4e^x}{e^{-x}+1} = \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{e^{-x}+1}=0$$

-ទីតាំង(C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ D_2

យើងមាន $f(x)-(x-4)$ $\quad f(x)-(x-4)=\frac{4}{e^x+1}>0\ \forall x\in I\mathbb{R}$

នោះយើងបានខ្សែកោង (c) នៅលើបន្ទាត់ D_2

ង.a) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំពោះ $\forall x\in \mathcal{D}$

យើងបាន $f(x)+f(-1)=-4$

ដោយ $f(x)=x-\frac{4e^x}{e^x+1}$ នោះ $f(-1)=-x-\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}$

នោះយើងបាន $f(x)+f(-1)=x-\frac{4e^x}{e^x+1}+(-x-\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}) = -\frac{4e^x}{e^x+1}-\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}$

$$=-4(\frac{e^x(e^{-x}+1)+e^{-x}(e^x+1)}{(e^{-x}+1)(e^x+1)} = -4[\frac{1+e^x+e^{-x}+1}{1+e^x+e^{-x}+1}] = -4$$

ដូចនេះយើងបាន $\forall x\in D$

b) ទាញថាចំនុច $A(0;2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ (c)

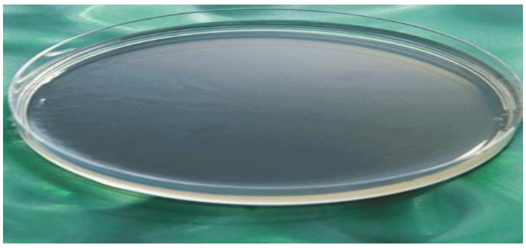
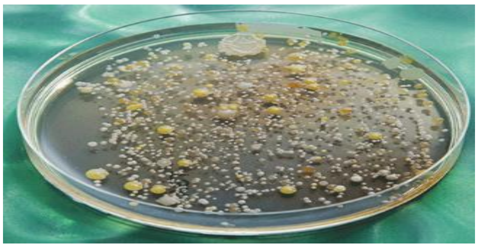
តាមរូបមន្ត: $f(2a-x)+f(x)=2b$

គេបាន $f(-x)+f(x)=2b$ ព្រោះ $=-4$ តែតាមសម្រាយខាងលើ $f(-x)+f(x)=-4$

ដូចនេះយើងបាន $A(0;2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ (c)

៣.១.៦.អនុវត្តក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្ត្រ

កំឡុងពេលធ្វើតេស្តរោគវិទ្យានៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យ អ្នកជំនាញខាងរោគវិទ្យាដើរតាមគោលគំនិតនៃការលូតលាស់អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ដើម្បីពង្រីកមីក្រូសរីរាង្គដែលស្រង់ចេញពីគំរូ។ អតិសុខុមប្រាណលូតលាស់ក្នុងអត្រាមួយដ៏លឿន នៅពេលដែលពួកគេត្រូវបានផ្តល់ធនធានគ្មានដែនកំណត់ និងបរិយាកាសសមស្រប។ វាធ្វើឱ្យការសិក្សាអំពីសារពាង្គកាយនៅក្នុងសំណួរមានភាពងាយស្រួល ហើយហេតុដូច្នេះហើយ ជំងឺ/ជំងឺងាយនឹងរកឃើញ។

ឱសថត្រូវបានគ្រប់គ្រងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលអាចត្រូវបានប្រើដើម្បីយកគំរូតាមកំហាប់ថ្នាំនៅក្នុងខ្លួនរបស់អ្នកជំងឺ។ ឧបមាថាកំហាប់នៃថ្នាំ X នៅក្នុងចរន្តឈាមរបស់អ្នកជំងឺត្រូវបានយកគំរូតាម $C(t) = C_0 e^{-rt}$ ដែល $C(t)$ តំណាងឱ្យកំហាប់នៅពេល t (គិតជាម៉ោង) C_0 គឺជាកំហាប់ថ្នាំក្នុងឈាម។ ភ្លាមៗបន្ទាប់ពីការចាក់ថ្នាំ ហើយ $r > 0$ គឺជាថេរដែលបង្ហាញពីការដកថ្នាំចេញពីរាងកាយតាមរយៈការរំលាយអាហារ និង/ឬការបញ្ចេញចោល។ អត្រាថេរ r មានឯកតា 1/ដង (1/hr) ។ វាជាការសំខាន់ក្នុងការកត់សម្គាល់ថាគំរូនេះសន្មត់ថាកំហាប់ឈាមនៃថ្នាំ (C_0) ឡើងដល់កំពូលភ្លាមៗនៅពេលថ្នាំត្រូវបានចាក់។[27]

សារៈសំខាន់នៃនិទស្សន្តក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្ត្រ

តើនិទស្សន្តមានអ្វីខ្លះ?

និទស្សន្តនៃលេខប្រាប់អ្នកពីចំនួនដងដើម្បីប្រើលេខនោះក្នុងការគុណ។ ទម្រង់ទូទៅ៖ $y=ab^x$

ការព្យាករណ៍ជំងឺកំណើនអិចស្ប៉ូណង់ស្យែលពួកគេអាចប្រើនិទស្សន្តដើម្បីទស្សន៍ទាយពីរបៀបដែលជំងឺអាចរីករាលដាលយ៉ាងឆាប់រហ័ស នៅពេលដែលអង់ទីហ្សែនកើនឡើង។ ឧទាហរណ៍

[27] https://studiousguy.com/real-life-examples-exponential-growth/ ឆ្នាំ២០១៩

ប្រសិនបើបាក់តេរីនៃជំងឺមួយចំនួនកើនឡើងបីដងរៀងរាល់ 4 ម៉ោង អ្នកអាចប្រើនិទស្សន្តដើម្បីប៉ាន់ប្រមាណចំនួនបាក់តេរីបន្ទាប់ពីរយៈពេលណាមួយ។

ឧ. តើបាក់តេរីនឹងមានចំនួនប៉ុន្មានបន្ទាប់ពី 4 ម៉ោងប្រសិនបើមានកោសិកាបាក់តេរីចំនួន 50 ដែលត្រូវចាប់ផ្តើម? ការអនុវត្តកំណើនអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងការរលួយក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្រ្តឱសថត្រូវបានគ្រប់គ្រងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលអាចត្រូវបានប្រើដើម្បីយកគំរូតាមកំហាប់ថ្នាំនៅក្នុងខ្លួនរបស់អ្នកជំងឺ។ ឧបមាថាកំហាប់នៃថ្នាំ X នៅក្នុងចរន្តឈាមរបស់អ្នកជំងឺត្រូវបានយកគំរូតាម C (t) = C0 e - rt ដែល C (t) តំណាងឱ្យកំហាប់នៅពេល t (គិតជាម៉ោង) C0 គឺជាកំហាប់ថ្នាំក្នុងឈាម។ ភ្លាមៗបន្ទាប់ពីការចាក់ថ្នាំ ហើយ r > 0 គឺជាថេរដែលបង្ហាញពីការដកថ្នាំចេញពីរាងកាយតាមរយៈការរំលាយអាហារនិង/ឬការបញ្ចេញចោល។ អត្រាថេរ r មានឯកតា 1/ដង (1/hr) ។ វាជាការសំខាន់ក្នុងការកត់សម្គាល់ថាគំរូនេះសន្មត់ថាកំហាប់ឈាមនៃថ្នាំ (C0) ឡើងដល់កំពូលភ្លាមៗនៅពេលថ្នាំត្រូវបានចាក់។

និទស្សន្តក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្រ្តសារៈសំខាន់នៃនិទស្សន្តក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្រ្តវេជ្ជបណ្ឌិត និងអ្នកវិទ្យាសាស្រ្តជាច្រើនក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្រ្តប្រើប្រាស់និទស្សន្តក្នុងជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់ពួកគេ ដើម្បីពិពណ៌នាអំពីបរិមាណជាក់លាក់នៃឱសថជាក់លាក់មួយ។និទស្សន្តក៏អាចត្រូវបានប្រើដើម្បីផ្តល់ឱ្យពួកគេនូវទិន្នន័យទាក់ទងនឹងការពិសោធន៍ ឬបង្កើតការព្យាករណ៍ការអភិវឌ្ឍន៍ក្នុងអត្រាកាន់តែលឿន

សមាមាត្រទៅនឹងចំនួនសរុប ឬទំហំដែលកំពុងកើនឡើង។ អត្រាកំណើនថេរបានអនុវត្តចំពោះមូលដ្ឋានដែលកំពុងរីកចម្រើនជាបន្តបន្ទាប់ក្នុងរយៈពេលមួយ។នៅពេលតម្លៃ x កើនឡើង តម្លៃ y កើនឡើង Y=abx, a> 0, b>1

ការបំបែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល៖

នៅក្នុងការបំបែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល តម្លៃសរុបថយចុះ ប៉ុន្តែសមាមាត្រដែលទុកនៅតែថេរតាមពេលវេលា។នៅពេលតម្លៃ x កើនឡើង តម្លៃ y ថយចុះa>0,0<b<1គន្ថនិទ្ទេស"ការប្រមូលផ្តុំគ្រឿងញៀន" ។ BioMath: ការប្រមូលផ្តុំគ្រឿងញៀន។ សាកលវិទ្យាល័យអារីហ្សូណា ខែធ្នូ ឆ្នាំ២០០៥ គេហទំព័រ។ ០២ ឧសភា ២០១៧។"កំណើនអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។" វចនានុក្រម.com ។ វចនានុក្រម.com, 2014. គេហទំព័រ។ ថ្ងៃទី 01 ខែឧសភា ឆ្នាំ 2017 "ការបំបែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល៖ ឧទាហរណ៍ និងនិយមន័យ។" Study.com Study.com, n.d. បណ្តាញ។ ០៣ ឧសភា ២០១៧។Farr, Willam W. "Exponential Decay and Effective Medicine Dosage"។ ការបំបែកអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងកម្រិតថ្នាំដែលមានប្រសិទ្ធភាព។ សម្ភារៈវគ្គសិក្សា ថ្ងៃទី 31 ខែមករា ឆ្នាំ 1997 ។ គេហទំព័រ។ ០៣ ឧសភា ២០១៧។

ពួកគេអាចប្រើនិទស្សន្តដើម្បីទស្សន៍ទាយពីរបៀបដែលជំងឺអាចរីករាលដាលយ៉ាងឆាប់រហ័សនៅពេលដែលអង់ទីហ្សែនកើនឡើង

ឧទាហរណ៍ ប្រសិនបើបាក់តេរីនៃជំងឺមួយចំនួនកើនឡើងបីដងរៀងរាល់ 4 ម៉ោង អ្នកអាចប្រើនិទស្សន្តដើម្បីប៉ាន់ប្រមាណចំនួនបាក់តេរីបន្ទាប់ពីរយៈពេលណាមួយ។

ឧ. តើបាក់តេរីនឹងមានចំនួនប៉ុន្មានបន្ទាប់ពី 4 ម៉ោងប្រសិនបើមានកោសិកាបាក់តេរីចំនួន 50 ដែលត្រូវចាប់ផ្តើម?

ការអនុវត្តកំណើនអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងការរលួយក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្ត្រ

ឱសថត្រូវបានគ្រប់គ្រង

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលអាចត្រូវបានប្រើដើម្បីយកគំរូតាមកំហាប់ថ្នាំនៅក្នុងខ្លួនរបស់អ្នកជំងឺ។ ឧបមាថាកំហាប់នៃថ្នាំ X នៅក្នុងចរន្តឈាមរបស់អ្នកជំងឺត្រូវបានយកគំរូតាម C (t) = C0 e - rt ដែល C (t) តំណាងឱ្យកំហាប់នៅពេល t (គិតជាម៉ោង) C0 គឺជាកំហាប់ថ្នាំក្នុងឈាម។ ភ្លាមៗបន្ទាប់ពីការចាក់ថ្នាំ ហើយ $r > 0$ គឺជាថេរដែលបង្ហាញពីការដកថ្នាំចេញពីរាងកាយតាមរយៈការរំលាយអាហារ និង/ឬការបញ្ចេញចោល។ អត្រាថេរ r មានឯកតា 1/ដង (1/hr) ។ វាជាការសំខាន់ក្នុងការកត់សម្គាល់ថាគំរូនេះសន្មត់ថាកំហាប់ឈាមនៃថ្នាំ (C0) ឡើងដល់កំពូលភ្លាមៗនៅពេលថ្នាំត្រូវបានចាក់។

៣.២.អនុវត្តក្នុងលោកវិត

៣.២.១.អនុវត្តក្នុងសេដ្ឋកិច្ច

ឧទាហរណ៍១ មនុស្សម្នាក់បានយកប្រាក់ចំនួន2 925 000៛ ទៅផ្ញើនៅធនាគារដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ធនាគារទូទាត់ការប្រាក់ មួយឆមាសម្តង។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំ ទើបធ្វើឱ្យប្រាក់របស់គាត់កើនដល់ 3 705 000៛?

ចម្លើយ តាមរូបមន្ត $A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$,P=2 925 000៛ , $r = \frac{10}{100} = 0.10$, A=3 705 000៛

គេបាន $3\,705\,000 = 2\,925\,000\left(1+\frac{0.10}{2}\right)^{2t}$ ឬ $\frac{3705000}{2925000} = 1.05^{2t}$

$$1266.67 = 1.05^{2t}$$

$$\log 1266.67 = \log 1.05^{2t}$$

$$\log 1266.67 = 2t \log 1.05$$

នាំឱ្យ $t = \frac{\log 1266.67}{2\log 1.05} \approx 2.42$

ដូចនេះ ដើម្បីឱ្យប្រាក់របស់គាត់កើនដល់ 3 705 000 ៛គាត់ត្រូវប្រើពេលអស់ប្រហែល 2.42 ឆ្នាំ។

ប្រត្តិបត្តិ ១ ពូសៅបានយកប្រាក់ 2 000 000 ៛ ទៅផ្ញើនៅធនាគារដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់6% ក្នុងមួយឆ្នាំ។តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដង?

២ គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ព និងចែកផ្សាយបានទិញកុំព្យូទ័រមួយគ្រឿងថ្លៃ 3000 ដុល្លា។ បើគេគិតប្រាក់រំលស់ 20% ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។ ចូររកតម្លៃកុំព្យូទ័រក្នុងរយៈពេល 3 ឆ្នាំក្រោយ។

៣ រោងចក្រឧស្សាហកម្មមួយបានទិញម៉ាស៊ីនហ្វាក់តម្លៃ 250 ដុល្លា ហើយមានអត្រាតម្លៃថយចុះ 25% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើបីឆ្នាំក្រោយ ម៉ាស៊ីនហ្វាក់នេះនឹងមានតម្លៃប៉ុន្មាន ?

៣.២.២. អនុវត្តក្នុងគីមីចំណីអាហារ

ឧទាហរណ៍១ មនុស្សម្នាក់បានផឹកតែទឹកកកក្រូចឆ្មារមួយកែវ ដែលមានសារជាតិស្ករចំណុះ 130 មីលីក្រាម ។ បើស្កររលាយចូលក្នុងសារពាង្គកាយក្នុងអត្រា 11% ក្នុងមួយម៉ោង ។តើរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង ទើបសារជាតិស្កររលាយចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្ដាលនៃបរិមាណស្ករដែលមាន ?

ចម្លើយ ប្រើរូបមន្ត $y=a(1-r)^t$ ដោយ $y=\frac{130}{2}=65$, $r=\frac{11}{100}=0.11$ $a=130$

គេបាន $65=130(1-0.11)^t$

$0.89^t=0.5$ ឬ $\log 0.89^t=\log 0.5 \Leftrightarrow t\log 0.89=\log 0.5$

$$t=\frac{\log 0.5}{\log 0.89} \text{ ឬ } t\approx 5.9480$$

ដូចនេះ ដើម្បីឱ្យស្ករជ្រាបចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្ដាល គេត្រូវប្រើពេលប្រហែល 6 ម៉ោង។

ប្រត្តិបត្តិ បាក់តេរីមួយប្រភេទបំបែកខ្លួនដោយមានមេគុណអត្រាកំណើន K=0.872 ដែល t គិតជាថ្ងៃ។ បើដើមដំបូងមានបាក់តេរីចំនួន 9 ។[28] តើរយៈពេលប៉ុន្មានថ្ងៃ ទើបចំនួនបាក់តេរីកើនដល់ 738?

៣.២.៣.អនុវត្តក្នុងវេជ្ជសាស្ត្រ

តើវេជ្ជបណ្ឌិតប្រើលោការីតដោយរបៀបណា? លោការីតត្រូវបានប្រើប្រាស់ដោយគ្រូពេទ្យទាំងផ្នែកនុយក្លេអ៊ែរ និងផ្នែកខាងក្នុង។ ឧទាហរណ៍ ពួកវាត្រូវបានប្រើសម្រាប់ការស៊ើបអង្កេតកំហាប់ pH កំណត់បរិមាណនៃការពុកផុយនៃវិទ្យុសកម្ម ក៏ដូចជាបរិមាណនៃការលូតលាស់របស់បាក់តេរី។ លោការីតក៏ត្រូវបានគេប្រើនៅក្នុងសម្ពាធផងដែរ។

៣.២.៤.អនុវត្តក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រ

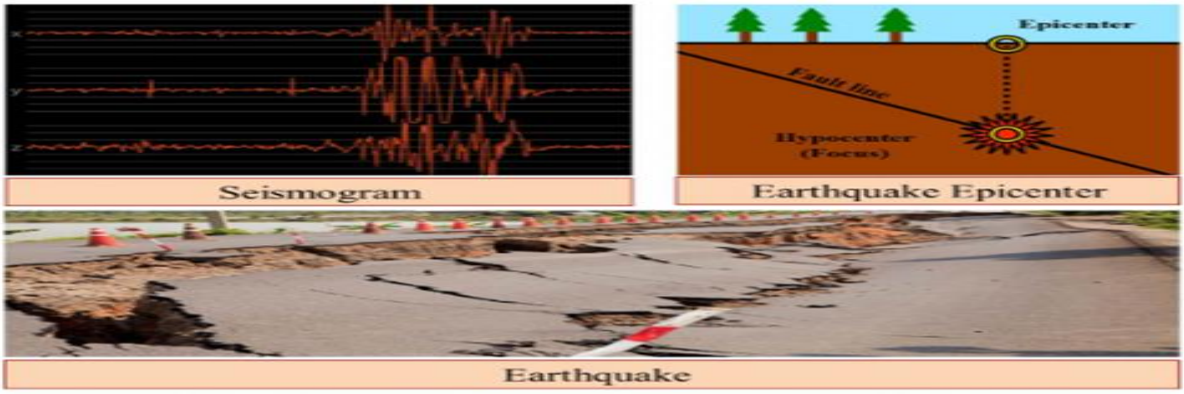
តើលោការីតត្រូវបានប្រើក្នុងការវាស់ស្ទង់កម្លាំងរញ្ជួយដីយ៉ាងដូចម្ដេច?

---

[28] https://studiousguy.com/real-life-examples-exponential-growth/ ឆ្នាំ ២០១៩

Image result for របៀបប្រើលោការីត ការវាស់វែងអាំងតង់ស៊ីតេរញ្ជួយដី pdf

មាត្រដ្ឋានរិចទ័រត្រូវបានបង្កើតឡើងក្នុងឆ្នាំ 1935 ដោយលោក Charles F. Richter នៃវិទ្យាស្ថានបច្ចេកវិទ្យាកាលីហ្វ័រញ៉ា ជាឧបករណ៍គណិតវិទ្យាដើម្បីប្រៀបធៀបទំហំនៃការរញ្ជួយដី។ ទំហំនៃការរញ្ជួយដីត្រូវបានកំណត់ពីលោការីតនៃទំហំនៃរលកដែលបានកត់ត្រាដោយរញ្ជួយដី។[29]



៣.២.៥.អថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត

គេឱ្យអនុគមន៍ f(x)កំណត់លើ$(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$ គេតាង (C) ក្រាបរបស់អនុគមន៍ f សង់ក្នុងតម្រុយអតូនរមេ$(0; \vec{i}; \vec{j})$. 1ឯកតាស្មើ2cm។

1.គណនាលីមីតរបស់ fកាលណា x ខិតជិត+∞។ បកស្រាយតាមក្រាភិចលទ្ធផលនោះ។

2.គណនាលីមីតរបស់ f កាលណា x ខិតជិត 0 ។

3.-a)បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in (0,+\infty)$ គេបាន $f'(x) = -\frac{\ln x}{x^2}$ ។

3-b) សិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$

4.កំណត់អដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាង (c) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

5.សង់ក្រាប

ចម្លើយ

1.គណនាលីមីតរបស់ fកាលណា x ខិតជិត+∞

យើងមាន $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+\ln x}{x} = \lim_{x\to+\infty} (\frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}) = \lim_{x\to+\infty} (\frac{1}{x}) + \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0+0=0$

តាមក្រាបយើងបានបន្ទាត់ $y=0$ ឬអ័ក្ស $(x'0x)$ ជាអាស៊ីមតូតដេករបស់ក្រាប (c) តំណាងអនុគមន៍។

29

2.គណនាលីមីតរបស់ f កាលណា x ខិតជិត

យើងបាន $\forall x \in (0,+\infty)$
$x^2 > 0(-\ln x) f'(x)$

ដោយ $\lim_{x\to 0^+}(1+\ln x) = -\infty$

ហើយ $\lim_{x\to 0^+}(x) = 0$

តាមក្រាបយើងបានបន្ទាត់ $x=0$ ឬអ័ក្សអរដោនេ $(y'oy)$ អាស៊ីមតូតរបស់ក្រាប (c) តំណាងអនុគមន៍

3-a)បង្ហាញថាគ្រប់ចំពោះ $x\in(0,+\infty)$ គេបាន ។

$f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$ ជាអនុគមន៍កំណត់ជាប់និងមានដេរីវេ $(0,+\infty)$

យើងបាន $f'(x) = \dfrac{(1+\ln x)'x - x'(1+\ln x)}{x^2} = -\dfrac{\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = -\dfrac{\ln x}{x^2}$ ។[30]

3-b) សិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$

ដោយ $\forall x\in(0,+\infty)$ យើងមាន $x^2>$ នោះសញ្ញារបស់ $f'(x)$ សញ្ញារបស់

x	0	1	$+\infty$
$-\ln x$	+		-
x^2	+		+
$f'(x)$	+		-

[30] សៀវភៅវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា រៀបរៀងដោយលោកគ្រូ លឹម ផល្គុន

តារាងអថេរភាពរបស់ f(x)

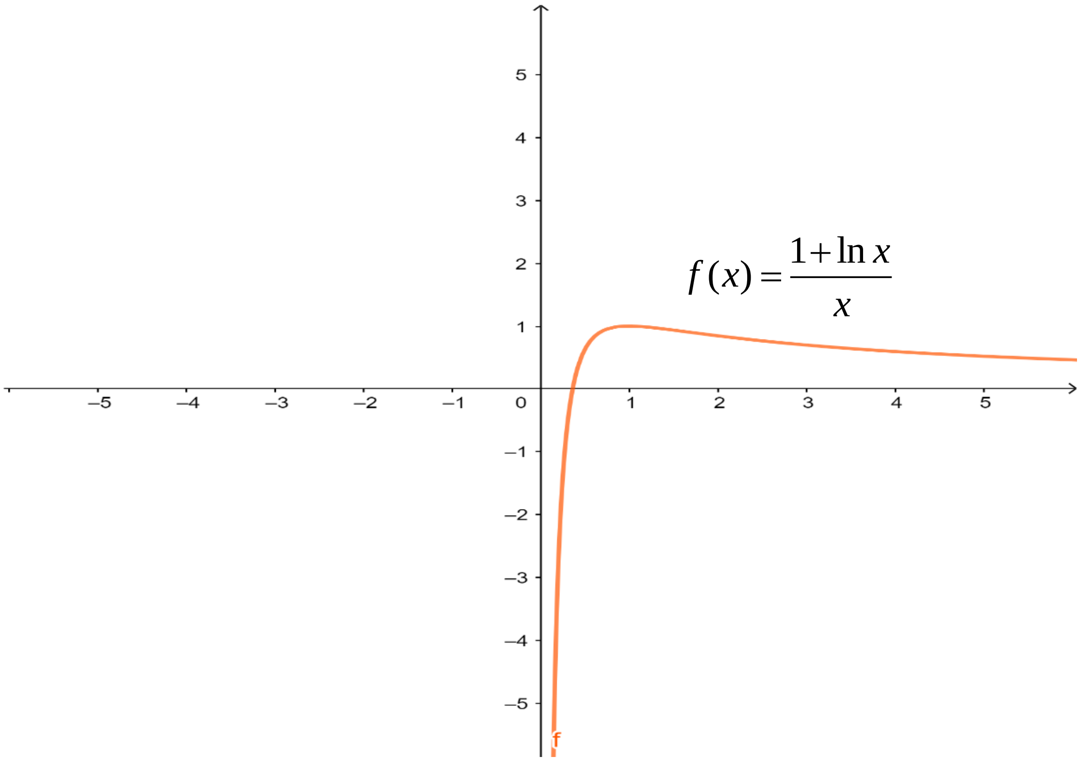
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0

៤. កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A

A ជាចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស (x' o x) នោះ $y_A=0$

ឬ $\frac{1+\ln x}{x}=0 \Leftrightarrow \ln x=-1$ នោះ $x=\frac{1}{e}$ ដូចនេះ $A(\frac{1}{e},0)$ ។

៥ សង់ក្រាប (c)



៣.២.៦ អនុវត្តលើលីមីតនៃអនុគមន៍លោការីត

ក. អនុគមន៍លោការីត

អនុគមន៍ $y=\log_a x$ ដែល $(a>0, a\neq 1, x>0)$ ហៅថាអនុគមន៍លោការីតគោល a នៃ x ។

បើ $a=e$ នោះ $y=\log_e x=\ln x$ ហៅថាអនុគមន៍លោការីតនេពែ ។

ខ លក្ខណៈនៃលោការីតនេពែ

គ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមានៈ

$1).\ln ab=\ln a+\ln b$

$2).\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

$3).\ln a^p=p\ln a$

$4).\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\ln a$

$5).\ln\frac{1}{a}=-\ln a$

$6).e^{\ln a}=a$

គ.លីមីតនៃអនុគមន៍លោការីត

ចំណាំ៖

$1).\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$

$2).\lim_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$

$3).\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0;(n>0)$

$4).\lim_{x\to+\infty}\frac{x^n}{\ln x}=+\infty;(n>0)$

$5).\lim_{x\to+\infty}x^n\ln x=0$

លំហាត់

1) គណនាលីមីតខាងក្រោម

$a.\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2-x}$ $\quad b.\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln x}{\cos x}$ $\quad C.\lim\limits_{x\to-\infty}\ln x(e^x+1)$

$d.\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(\ln x)$ $\quad e.\lim\limits_{x\to0^+}\ln(\dfrac{x}{x+1})$ $\quad f.\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(\dfrac{x}{x+1})$

$g.\lim\limits_{x\to\pm\infty}x\ln(x^2+1)$ $\quad h.\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+\ln x}{3x^2-1}$ $\quad i.\lim\limits_{x\to+\infty}(x\ln x-x^2+5)$

$j.\lim\limits_{x\to0}x^2$

2) គណនាលីមីតខាងក្រោម

$a.\lim\limits_{x\to1^-}x\ln(4-3x-x^2)$ $\quad b.\lim\limits_{x\to-4}x\ln(4-3x-x^2)$

$c.\lim\limits_{x\to+\infty}x[\ln(x+1)-\ln x]$ $\quad d.\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln x+1}{\ln x-1}$

$e.\lim\limits_{x\to\pm\infty}(x\ln x-x^2+2)$ $\quad f.\lim\limits_{x\to0^+}(\dfrac{\ln^2x+2\ln x+3}{\ln x+2}$

1. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$a.\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x\ln x+1}{x^2}$ $\quad$ b). $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x^{2015}-2015}{x^{2015}}$ $\quad c.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x)}{1-e^x}$

$d.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin3x-\sin x}{\ln(x+1)}$ $\quad e.\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e}$ $\quad f.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+2)-\ln2}{x}$

$g.\lim\limits_{x\to+\infty}[x+3-3\ln(e^x+1)]$ $\quad h.\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\ln(1+3x)}{x\sin3x}$ $\quad e.\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln(1+x)}{e^{2x}-1}$

ដំណោះស្រាយ

1. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$$a.\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x(x-1)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}\times\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x-1}=0\times0=0$$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2-x}=0$

$$b.\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{\cos x}=\frac{-\infty}{1}=-\infty$$

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln x}{\cos x}=-\infty$

$c.\lim_{x\to-\infty}\ln(e^x+1)=\ln(0+1)=\ln 1=0$

ដូចនេះ $\lim_{x\to-\infty}\ln(e^x+1)=0$

$d.\lim_{x\to+\infty}\ln(\ln x)=\lim_{x\to+\infty}\ln(\ln+\infty)=+\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to+\infty}\ln(\ln x)=+\infty$

$e.\lim_{x\to0^+}\ln(\frac{x}{x+1})=\ln 0^+=-\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to0^+}\ln(\frac{x}{x+1})=-\infty$

$f.\lim_{x\to+\infty}\ln(\frac{x}{x+1})=\lim_{x\to+\infty}\ln[\frac{x}{x(1+\frac{1}{x})}]=\lim_{x\to+\infty}\ln(\frac{1}{\frac{x+1}{x}})$

ដូចនេះ $\lim_{x\to+\infty}\ln(\frac{x}{x+1})=1$

$g.\lim_{x\to\pm\infty}x\ln(x^2+1)=(\pm\infty)\ln(+\infty)=\pm\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to\pm\infty}x\ln(x^2+1)=\pm\infty$

$h.\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\ln x}{3x^2-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2(1+\frac{\ln x}{x^2})}{x^2(3-\frac{1}{x^2})}=\frac{1+0}{3-0}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\ln x}{3x^2-1}=\frac{1}{3}$

2. គណនាលីមីតខាងក្រោម

$a.\lim_{x\to1^{-1}}x\ln(4-3x-x^2)=\lim_{x\to1^{-1}}x\ln(1-x)(x+4)=1\ln(0^+)(0+4)=\ln(0^+)=-\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x\to1^{-1}}x\ln(4-3x-x^2)=-\infty$

$b.\lim_{x\to-4^+}x\ln(4-3x-x^2)$

ចំពោះ $x\to-4^+$ នោះ $x+4\to0^+$

គេបាន $\lim_{x\to-4^+}x\ln(4-3x-x^2)=\lim_{x\to4^+}x\ln(1-x)(x+4)$

$=(-4)\ln(0^+)\,(1+4)=(-4)\ln(0^+)=(-4)(-\infty)=+\infty$

$$= (-4)(\ln 0^{+})(1+4) = (-20)(-\infty) = +\infty$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to -4^{+}} x\ln(4-3x-x^2) = +\infty$

$$c. \lim_{x\to +\infty} x[\ln(x+1)-\ln x] = \lim_{x\to +\infty} x\ln(\frac{x+1}{x})$$

$$= \lim_{x\to +\infty} x\ln(1+\frac{1}{x}) = \lim_{x\to +\infty} \ln(1+\frac{1}{x})^{x} = \ln e = 1$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to +\infty} x[\ln(x+1)-\ln x] = 1$

$$d. \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x+1}{\ln x-1}$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x+1}{\ln x-1} = \lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x(1+\frac{1}{\ln x})}{\ln x(1-\frac{1}{\ln x})} = \lim_{x\to +\infty} \frac{1+\frac{1}{\ln x}}{1-\frac{1}{\ln x}} = 1$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x+1}{\ln x-1} = 1$

$$e. \lim_{x\to 0^{+}} (x\ln x - x^2 + 2)$$

$$\lim_{x\to 0^{+}} (x\ln x - x^2 + 2) = 0 - 0 + 2 = 2$$

ដូចនេះ $\lim_{x\to 0^{+}} (x\ln x - x^2 + 2) = 2$

៣.២.៧ អនុវត្តលើអាំតេក្រាល

រូបមន្តអាំងតេក្រាល

1). $\int e^{kx}dx = \frac{1}{k}e^{kx} + c$

2). $\int e^{kx}dx = \frac{1}{k}e^{kx} + c$

3). $\int a^{x}dx = \frac{1}{\ln a}.a^{x} + c$

4). $\int a^{kx}dx = \frac{1}{k\ln a}.a^{kx} + c$

5). $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + c$

6). $\int \frac{u'}{u}dx = \ln|u| + c$

លំហាត់

គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម[31]

$1).\int (\frac{\pi}{a}+e)dx$ $\quad$ $2).\int (2e^{x}-\frac{3}{x})dx$ $\quad$ $3).\int (1-e^{x})dx$ $\quad$ $4).\int \frac{e^{x}}{e^{x}+4}dx$

$5).\int (\frac{e^{x}}{2}+\frac{6}{x}-\ln 5)dx$ $\quad$ $6).\int_{0}^{\ln 2}\frac{24}{e^{3x}}dx$ $\quad$ $7).\int_{e}^{e^{2}}\frac{1}{x\sin x}dx$ $\quad$ $8).\int (\tan x+\cot x)^{2}dx$

$9).\int \frac{\ln x}{x}dx$ $\quad$ $10).\int \frac{1}{e^{3x}}dx$ $\quad$ $11).\int x\ln x(1+\ln x)dx$ $\quad$ $12).\int_{0}^{-1}\frac{e^{x}}{(e^{x}+3)^{2}}dx$

$13).\int_{1}^{e}\frac{(\ln x)^{2}}{x}dx$ $\quad$ $14).\int x^{2}e^{2}dx$ $\quad$ $15).x(\ln x)^{2}$

ដំណោះស្រាយ

គណនាអាំងតេក្រាល

$$1).\int (\frac{\pi}{a}+e)dx=\frac{\pi}{a}x+ex+c,(c\in\mathbb{R})$$

$$2).\int (2x-\frac{3}{x})dx=2\int xdx-3\int \frac{1}{x}dx=x^{2}-3\ln x+c,(c\in\mathbb{R})$$

$$3).\int (1-e^{x})^{2}dx=\int (1-2e^{x}+e^{2x})dx=x-2e^{x}+\frac{1}{2}e^{2x}+c,(c\in\mathbb{R})$$

$$4).\int \frac{e^{x}}{e^{x}+4}dx=\int \frac{(e^{x}+4)'}{(e^{x}+4)}dx=\ln\left|e^{x}+4\right|+c;(c\in\mathbb{R})$$

$$5).\int (\frac{e^{x}}{2}+\frac{6}{x}-\ln 5)dx=\frac{e^{x}}{2}+6\ln x-x\ln 5+c;(c\in\mathbb{R}$$

$$7).\int_{e}^{e^{2}}\frac{1}{x\ln x}dx=\int_{e}^{e^{2}}\frac{(\frac{1}{x})}{\ln x}dx=\int_{e}^{e^{2}}\frac{(\ln x)'}{\ln x}dx=[\ln\left|\ln x\right|]_{e}^{e^{2}}$$

$$=(\ln\left|\ln e^{2}\right|)-(\ln\left|\ln e\right|)=\ln 2-0=\ln 2$$

[31] អ៊ូច ប៊ុនថន វិធីសាស្ត្រគណនាអាំងតេក្រាលថ្នាក់ទី១២ ឆ្នាំ ២០១៦ ទំព័រ ៥

ជំពូក៤

លទ្ធផលនៃការស្រាវជ្រាវ និង ការអនុវត្ត

ក្រោយពីបានខិតខំប្រមែប្រមូលយកនូវឯកសារកន្លងមក ដើម្បីយកមកស្រាវជ្រាវ និងការសិក្សារៀនសូត្រពីសាស្ត្រាចារ្យនានានៅសាកលវិទ្យាល័យឯកទេសនៃកម្ពុជា យើងខ្ញុំទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោមៈ

៤.១. បទពិសោធន៍ក្នុងការចងក្រងឯកសារ

នៅក្នុងការចងក្រងឯកសារស្រាវជ្រាវនេះ យើងខ្ញុំខិតខំស្រាវជ្រាវស្វែងរកតាមរយៈបណ្ណាល័យសៀវភៅសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា រួមទាំងឯកសារពាក់ព័ន្ធជាច្រើនទៀត ដែលបម្រើដល់ប្រធានបទរបស់យើងខ្ញុំផងដែរ។ តាមរយៈការសិក្សាស្រាវជ្រាវនេះ ក្រុមយើងខ្ញុំដឹងថាឯកសារមួយនេះនៅមានចំណុចខ្វះខាតនៅឡើយ។ ដូច្នេះ ក្រុមយើងខ្ញុំសូមអភ័យទោសនូវរាល់កំហុសឆ្គងដោយអចេតនាផងចុះ។ ប៉ុន្តែ វាក៏បានផ្តល់នូវវិធីសាស្ត្រ និងបទពិសោធន៍ល្អៗជាច្រើនសម្រាប់យើងខ្ញុំក្នុងការចងក្រងឯកសារក្រោយៗទៀត។ បន្ថែមពីនេះទៅទៀត ក្រុមយើងខ្ញុំសង្ឃឹមថាមិត្តអ្នកសិក្សាទាំងអស់នឹងជួយកែលម្អ ឬ រិះគន់នៅក្នុងន័យស្ថាបនា មិនប្រកាន់នូវរាល់កំហុសឆ្គងទាំងឡាយដែលកើតមានឡើងនៅក្នុងឯកសារនេះដោយក្តីអនុគ្រោះ។

៤.២. ផ្តល់ចំណេះដឹងបន្ថែម

ជាទូទៅ រាល់ការសិក្សាស្រាវជ្រាវទាំងអស់ គឺសុទ្ធសឹងតែផ្តល់អត្ថប្រយោជន៍ដល់អ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវ។ បើយើងនិយាយចំពោះអ្នកសិក្សា ឬ គ្រូបង្រៀនវិញ ការស្រាវជ្រាវ ជាកត្តាមួយដ៏សំខាន់បំផុតដែលមិនអាចកាត់ថ្លៃបាន ព្រោះថានៅពេលដែលពួកគាត់ដែលជាគ្រូបង្រៀនបានសិក្សាស្រាវជ្រាវបន្ថែមទៅលើមេរៀនមុននឹងយកទៅបង្រៀនសិស្ស នោះវាបានធ្វើឱ្យចំណេះដឹងរបស់គាត់កាន់តែរីកចម្រើនឡើងជាលំដាប់ ហើយចំណេះដឹងកាន់តែទូលំទូលាយសម្រាប់ផ្ទេរទៅឱ្យសិស្សានុសិស្ស។

៤.៣. វិភាគលើចំណុចខ្លាំង និង ចំណុចខ្សោយ

៤.៣.១. ចំណុចខ្លាំង

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគន៍លោការីតត្រូវបានចូលរួមចំណែកនៅក្នុងការសិក្សានិងការរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់មនុស្សយើងបានយ៉ាងសកម្មដូចជា:

- អនុវត្តក្នុងសេដ្ឋកិច្ច
- អនុវត្តលើលីមីត
- អនុវត្តលើភាពកើនភាពចុះ
- អនុវត្តលើខ្សែកោងនៃអនុគមន៍
- អនុវត្តក្នុងវិស័យវេជ្ជសាស្ត្រ
- អនុវត្តលើលោការីត
- អនុវត្តក្នុងផ្នែកគីមីចំណីអាហារ

- អនុវត្តក្នុងផ្នែកវិទ្យាសាស្រ្ត
- អនុវត្តលើអាំងតេក្រាល
- ព្យាករណ៍អាកាសធាតុ
- ការសិក្សាពីកំណើនប្រជាជន។

៤.៣.២. ចំណុចខ្សោយ

ដោយផ្អែកទៅតាមការសិក្សាស្រាវជ្រាវនិងការសាកសួរពីសំណាកសាស្រ្តាចារ្យណែនាំ អនុគមន៍លោការីតនិងអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល មិនត្រូវបានយកទៅសិក្សាឬប្រើប្រាស់លើដំណើរការនៃការងារប្រចាំថ្ងៃរបស់យើងចំនួនដូចជា៖

- គ្រូបង្រៀនផ្នែកតន្រ្តី (Music teacher)
- ប្រវត្តិវិទូ (Historian)[32]
- អ្នកដឹកនាំសិល្បៈ (Art director)
- អ្នកបង្កើតគេហទំព័រ (Web developer)
- ការសិក្សាវប្បធម៌ (Cultural studies)។[33]

៤.៤.សង្ខេបរូបមន្ត

ក) អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

១).បើ a និង b ជាចំនួនពិត ហើយ m និង n ជាចំនួនគត់រឺឡាទីប

គេបាន:

$$a).a^m \times a^n = a^{(m+n)}$$

$$b).(a^m)^n = a^{mn}$$

$$c).(ab)^n = a^n b^n$$

$$d).(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}; b \neq 0$$

$$e).\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}; a \neq 0$$

២) ចម្រាស់នៃស្វ័យគុណ

$$a).\frac{1}{a^n} = a^{-n}, (a \neq 0); n \in N$$

$$b).\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

---

32 https://www.indeed.com/career-advice/finding-a-job/high-paying-jobs-that-dont-require-math

33 https://www.glassdoor.com/blog/guide/majors-that-dont-require-math/

៣) a **ជាចំនួនពិត និង** $n \geq 2$ **ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន**

គេបាន៖

ក. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ បើ n ជាចំនួនគត់គូ

ខ. $\sqrt[n]{a^n} = a$ បើ n ជាចំនួនគត់គូ

.គ. $\sqrt[n]{a^n} = a$ បើ n ជាចំនួនគត់សេស ។

៤) ផលគុណកន្សោមរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq 2$ និងគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន a និង b ។

៥) សរសេររ៉ាឌីកាល់ជាស្វ័យគុណសនិទាន

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $n \geq 2$ និង $m \geq 1; a > 0$ ។

៦) លក្ខណ:

ក. $e^{m+n} = e^m . e^n$ ខ. $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$ គ. $e^{m-n} = \frac{e^m}{e^n}$ គ. $\left(e^m\right)^n = e^{m.n}$ ។

៧) លីមីតនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

$a). \lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$b). \lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

$c). \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$d). \lim_{x \to +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0, n > 0$

$e). \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty; n > 0$

$f). \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

ខ) .អនុគមន៍លោការីនេពែ

១) ក្រាបនៃអនុគមន៍

អនុគមន៍ $y = \log_a x$ មានក្រាប :

- បើ a >1 ក្រាបកើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា $y = \log_a x$ ជាអនុគមន៍កើន

-ករណី () < x < 1 តម្លៃ $y = \log_a x < 0$

- ករណី $x>1$ តម្លៃ $y=\log_a x>0$ ។

• បើ $(0<a<1)$ ក្រាបចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា $y=\log_a x$ ជាអនុគមន៍ចុះ

-ករណី $0<x<1$ តម្លៃ $y=\log_a x>0$

- ករណី x > 1 តម្លៃ $y=\log_a x<0$ ។

- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ មានក្រាបកាត់តាមចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $(1,0)$ ជានិច្ច ។
- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ មានន័យចំពោះ $x>0$ ជានិច្ច ។
- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ និង $y=a^x$ មានក្រាបឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។

២) សមីការលោការីត

ក) បើ $a>0,\ a\neq 1$ នោះសមីការ $\log_a x=\log_a y$ គេបាន $x=y$ ។

ខ) ចំពោះគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន x,y និង a ដែល $a\neq 1$ គេបាន:

1. $\log_a 1=0$
2. $\log_a a=1$
3. $\log_a a^{\alpha}=\alpha$
4. $\log_a(x;y)=\log_a x+\log_a y$
5. $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$
6. $\log_a x^n=n\log_a x$
7. $\log_a x=\dfrac{1}{\log_x a}$
8. $(a)^{\log_a x}=x$
9. $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a},(a,b>0,a,b\neq 1,x>0)$

៣) វិសមីការលោការីត

ក).បើ $a>1$ វិសមីការ $\log_a f(x)<\log_a g(x)$ សមមូល $\begin{cases} f(x)>0 \\ f(x)<g(x) \end{cases}$

ខ).បើ $0<a<1$ វិសមីការ $\log_a f(x)<\log_a g(x)$ សមមូល $\begin{cases} g(x)>0 \\ f(x)>g(x) \end{cases}$

៤) លីមីតនៃអនុគមន៍លោការីត

$1).\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$

$2).\lim_{x\to0^+}\ln x=-\infty$

$3).\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0;(n>0)$

$4).\lim_{x\to+\infty}\frac{x^n}{\ln x}=+\infty;(n>0)$

$5).\lim_{x\to+\infty}x^n\ln x=0$

៥) លក្ខណៈនៃលោការីតនេពៃ

$1).\ln ab=\ln a+\ln b$

$2).\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

$3).\ln a^p=p\ln a$

$4).\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\ln a$

$5).\ln\frac{1}{a}=-\ln a$

$6).e^{\ln a}=a$

ជំពូក៥
សេចក្តីសន្និដ្ឋាន និង អនុសាសន៍

៥.១. សេចក្តីសន្និដ្ឋាន

សរុបសេចក្តីមក ការសិក្សាស្រាវជ្រាវនេះ បានផ្តល់នូវបទពិសោធន៍ និងចំណេះដឹងថ្មីៗជាច្រើនដល់ក្រុមរបស់យើងខ្ញុំ ដែលជាអ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវទៅលើប្រធានបទមួយនេះ ព្រោះការបកស្រាយពីចំណុចនីមួយៗរបស់ក្រុមយើងខ្ញុំសុទ្ធតែបានលើកឧទាហរណ៍យកមកបញ្ជាក់ ដើម្បីឱ្យអ្នកអាន អ្នកមើលកាន់តែមានភាពងាយស្រួលក្នុងការយល់ពីលំហាត់នៅក្នុងចំណុចនីមួយៗ។ ការសិក្សាស្រាវជ្រាវមួយនេះ បានធ្វើឱ្យក្រុមយើងខ្ញុំយល់កាន់តែច្បាស់បន្ថែមទៀតទៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត ព្រមទាំងយល់អំពីអត្ថប្រយោជន៍នៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត ដែលយើងអាចយកវាទៅអនុវត្តនៅក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់យើងបាន។ ក្រៅពីនេះទៅទៀត ការសិក្សាស្រាវជ្រាវលើប្រធានបទខាងលើនេះ ក្រុមយើងខ្ញុំបានបន្សល់ទុកនូវស្នាដៃ ដើម្បីទុកជាឯកសារសម្រាប់ឱ្យប្អូនៗជំនាន់ក្រោយៗដូចជា និស្សិតសិស្សានុសិស្ស ឬលោកគ្រូ អ្នកគ្រូក្នុងការធ្វើជាប្រយោជន៍ចំពោះការសិក្សាបន្តរបស់ពួកគាត់នាពេលអនាគតដោយសក្តិភាព។

ការខិតខំប្រមូលឯកសារដើម្បីស្រាវជ្រាវ និងការសិក្សារៀនសូត្រពីសាស្រ្តាចារ្យនានានៅសាកលវិទ្យាល័យ ឯកទេស នៃកម្ពុជាអស់ពីកម្លាំងកាយចិត្ត យើងខ្ញុំសង្ឃឹមថា នឹងទទួលបានលទ្ធផលល្អដូចខាងក្រោម៖

- យល់ដឹងពីវិធីសាស្រ្តផ្សេងៗ សម្រាប់ដោះស្រាយភាពអសកម្ម និង ជំរុញការចូលរួមរបស់សិស្សនៅសាលាដែលសិក្សាអំពី**អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត**
- ស្គាល់ពីតម្លៃនិងយល់កាន់តែបានច្បាស់ពីសារៈប្រយោជន៍នៃមេរៀនអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត
- ផ្តល់នូវចំណេះដឹង បទពិសោធន៍ល្អៗជាច្រើន សម្រាប់ទៅផ្សព្វផ្សាយនៅតាមវិទ្យាល័យនានា
- ដឹងពីវិធីសាស្រ្ត និងល្បិចក្នុងការបង្រៀននិងរៀន
- មានភាពឈ្លាសវៃក្នុងការស្រាវជ្រាវ ដកស្រង់ ស្វែងរក និងប្រមូលឯកសារ ដើម្បីចងក្រងសៀវភៅ
- គ្រូបង្រៀន គ្រូសារ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា រាជរដ្ឋាភិបាល និង អង្គភាពនានាបានចូលរួមយ៉ាងសកម្ម ជំរុញឱ្យកុមារបានចូលរៀន ពោលគឺលើកកម្ពស់វិស័យអប់រំ។

អត្ថបទស្រាវជ្រាវនេះ គឺជាឯកសារដំបូងបង្អស់ដែលយើងខ្ញុំបានចងក្រងឡើង ដោយស្នាដៃរបស់យើងខ្ញុំពិតប្រាកដ ដែលយើងខ្ញុំបានខិតខំស្វែងរកឯកសារពីបណ្ណាល័យ សាស្រ្តាចារ្យ Internet ដើម្បីបម្រើប្រធានបទឱ្យកាន់តែស៊ីជម្រៅថែមទៀត។

ជាពិសេស ឯកសារនេះគឺបានជំនួយស្មារតី ដើម្បីពង្រឹងចំណេះដឹងបន្ថែមទៀតទៅលើចំណេះដឹងដែលមានស្រាប់ដល់យើងខ្ញុំ ក៏ដូចជាមិត្តអ្នកអានទាំងអស់ និងលោកគ្រូ អ្នកគ្រូនៅតាមសាលានានាឱ្យ

យល់កាន់តែច្បាស់ពីមេរៀន **អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត** ប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាពខ្ពស់ក្នុងការសម្រេចតាមគោលដៅអប់រំជាតិរបស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា។

៥.២. អនុសាសន៍

ក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវ **អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត** សិស្ស និស្សិត គ្រូបង្រៀនទាំងអស់បានជួបប្រទះនូវបញ្ហាជាច្រើនដូចជា រូបមន្តមានច្រើនពិបាកនៅក្នុងការចងចាំ ការដោះស្រាយមានច្រើនវិធី ចម្លើយមានច្រើន ទ្រឹស្តី និយមន័យមានច្រើន។ អាស្រ័យហេតុនេះ អ្នកសិក្សាគ្រប់រូបគប្បី៖

- សិក្សាឱ្យបានច្បាស់លាស់អំពីមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃ **អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និង អនុគមន៍លោការីត**
- ឈ្វេងយល់អំពីនិយមន័យ រូបមន្ត ទ្រឹស្តីបទតាមផ្នែកនីមួយៗ
- អនុវត្តដោះស្រាយលំហាត់ឱ្យបានច្រើន
- រកឱ្យឃើញនូវគន្លឹះចងចាំរូបមន្តតាមផ្នែកនីមួយៗ
- ឈ្វេងយល់ផ្នែកដែលពាក់ព័ន្ធផ្សេងៗនៅក្នុងទ្រឹស្តី។ល។

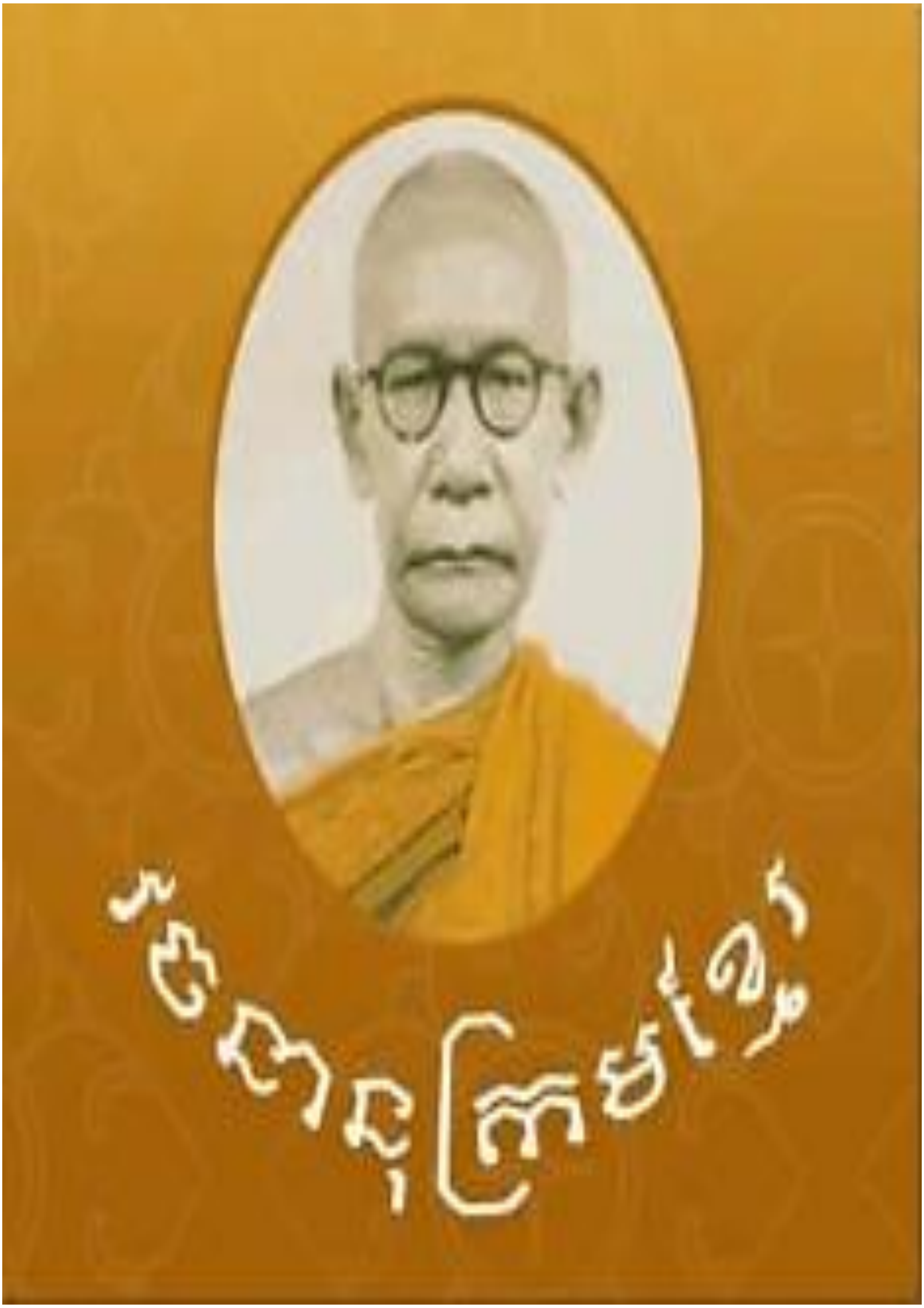
សរុបមក ដើម្បីឱ្យការសិក្សា**អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែលនិងអនុគមន៍លោការីត** ឱ្យបានកាន់តែច្បាស់លាស់ និង ស៊ីជម្រៅ យើងត្រូវការប្រមែប្រមូលឯកសារ ទ្រឹស្តីដែលពាក់ព័ន្ធ ព្យាយាមពន្យល់បកស្រាយទ្រឹស្តីដោយលើកយកនូវរូបភាព និង ឧទាហរណ៍ផ្ទៀងផ្ទាត់ឱ្យអស់ពីលទ្ធភាព ទើបរបាយការណ៍ស្រាវជ្រាវនេះមានខ្លឹមសារពេញលេញ អាចឱ្យអ្នកសិក្សាជំនាន់ក្រោយៗ យកទុកជាឯកសារសម្រាប់បង្កើននូវចំណេះដឹងធនធានមនុស្សក្នុងការអភិវឌ្ឍន៍ប្រទេសជាតិយើង។ មួយវិញទៀត ដើម្បីសម្រេចឱ្យបានលទ្ធផលដ៏ល្អប្រសើរនោះ សូមយុវជនទាំងអស់ដែលជាទំពាំងស្នងឫស្សី ត្រូវងាកមករកការសិក្សាឱ្យបានខ្លាំងក្លា ខិតខំស្វែងយល់ពីមុខវិជ្ជាទាំងអស់ ជាពិសេស គណិតវិទ្យា ដើម្បីឱ្យប្រទេសកម្ពុជាយើងដើរទាន់សម័យដូចប្រទេសជឿនលឿនលើសាកលលោកដែរ។

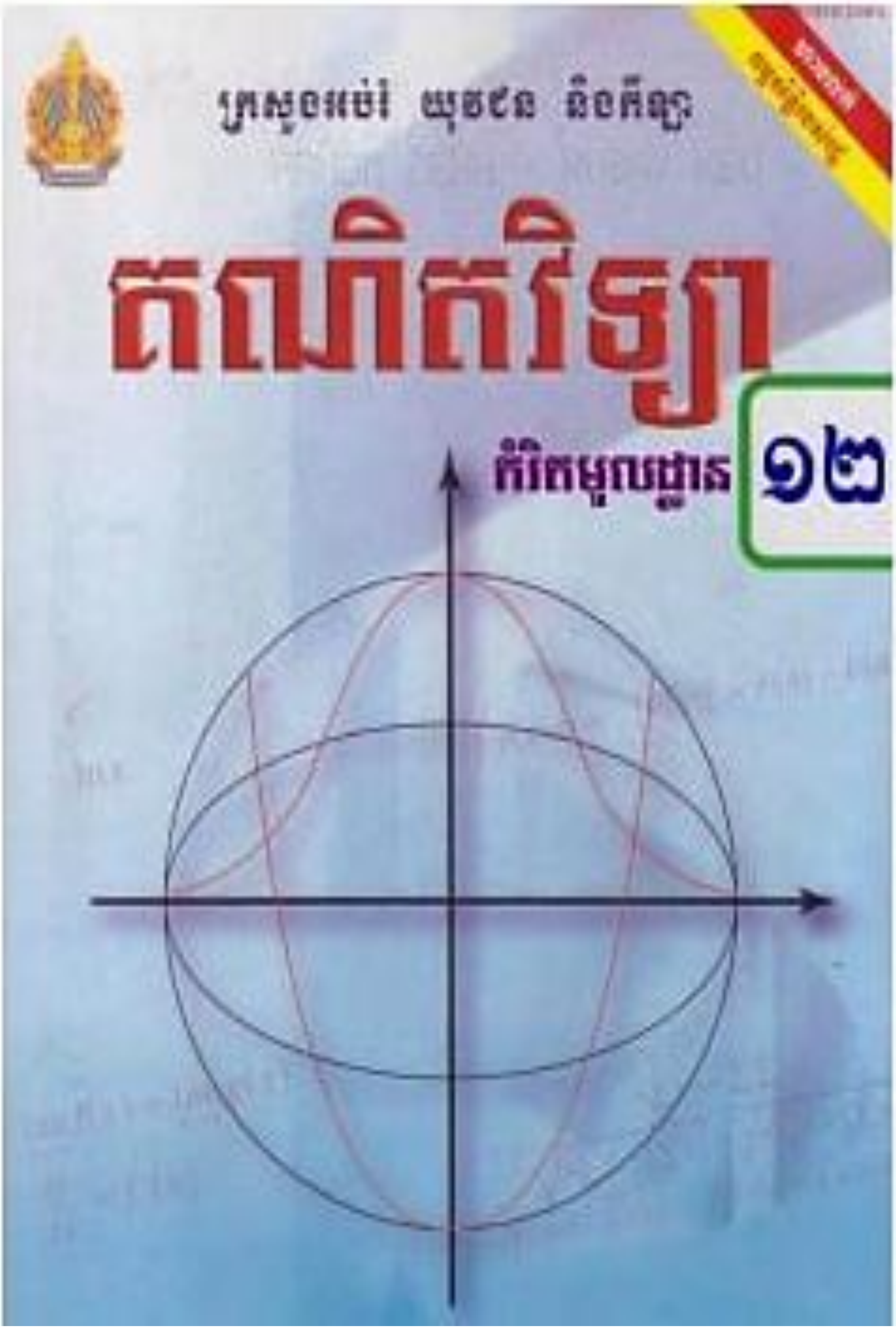
ឯកសារយោង

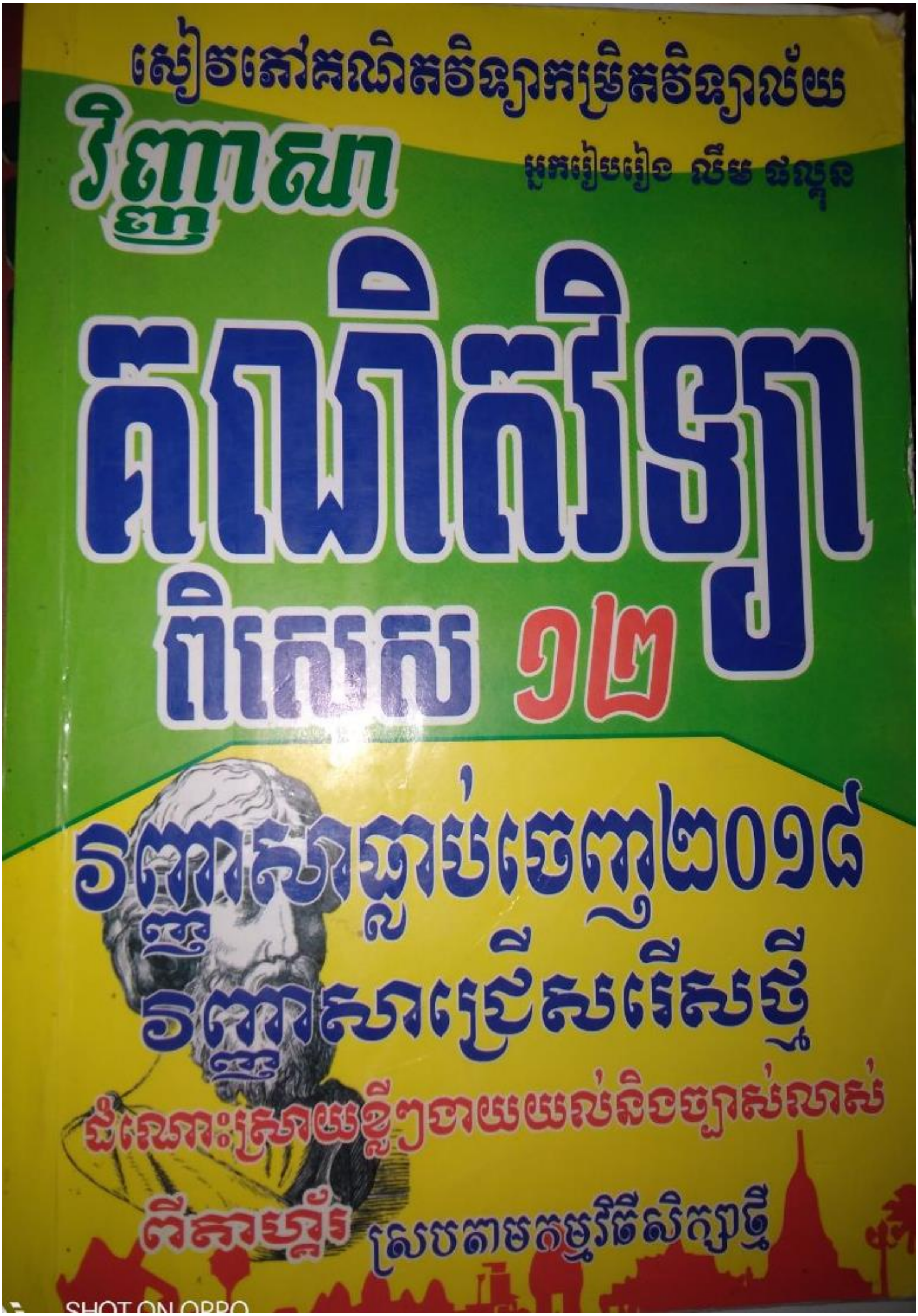
ចំណងជើង

១. ក្រសួង អប់រំ យុវជន និង កីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ កម្រិតមូលដ្ឋាន បោះពុម្ពឆ្នាំ២០១៦
២. អោ មុន្នីចន្ទ្រា វិធីសាស្ត្រគណនាអាំងតេក្រាល
៣. អ៊ួច ប៊ុនថន វិធីសាស្ត្រគណនាអាំងតេក្រាល
៤. វចនានុក្រមខ្មែរសម្ដេចសង្ឃរាជ ជួន ណាត
៥.គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យាក្រុមទី១ ជំនាន់ទី២៣ សៀវភៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងអនុគមន៍លោការីត
៦.ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១១កម្រិតមូលដ្ឋាន
៧.ស្រាវជ្រាវដោយ គរុនិស្សិត សោម ចំរើន សុន សារុឌ្ឍី នាង សុវិសាល ចេង ចាន់ធឿន សូ សារី ឆាំកុម្ភៈ សៀវភៅអនុគមន៍លោការីត
៨.Google translates
៩..https://eduvillage.ru/km/natural-science/chto-takoe-logarifm-otkrytie-logarifmov-logarifmy-v-medicine-iz-istorii-sozdaniya.html
១០.https://studiousguy.com/real-life-examples-exponential-growth/
១១ . https://www.indeed.com/career-advice/finding-a-job/high-paying-jobs-that-dont-require-math
១២ . https://www.glassdoor.com/blog/guide/majors-that-dont-require-math/

ឧបសម្ព័ន្ធ




ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
គណិតវិទ្យា
កម្រិតមូលដ្ឋាន
១២

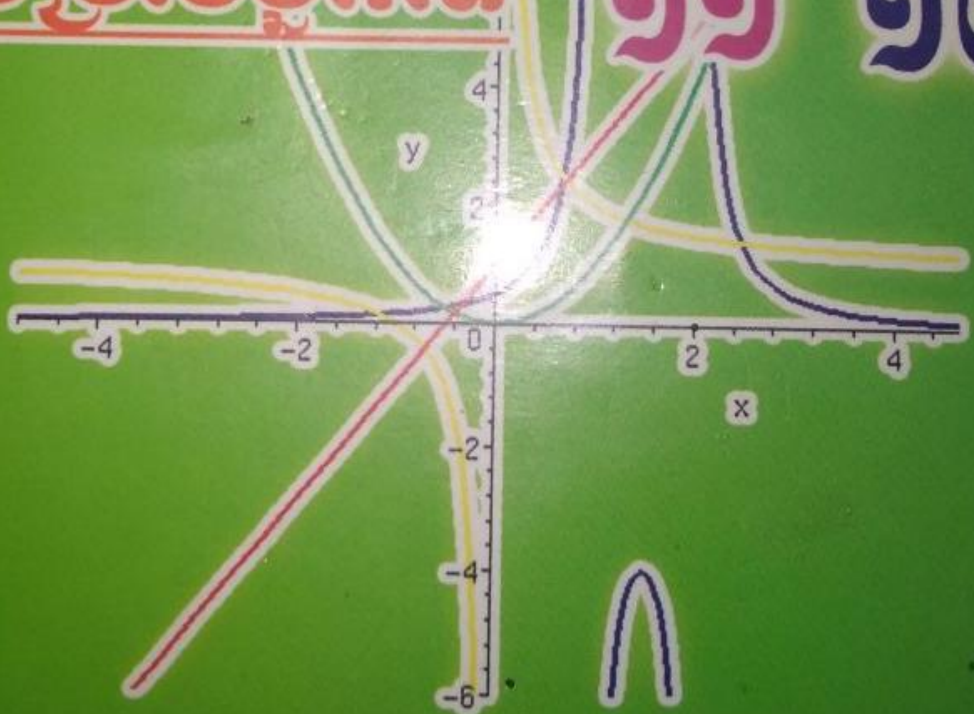

សៀវភៅគណិតវិទ្យាកម្រិតវិទ្យាល័យ
វិញ្ញាសា
អ្នករៀបរៀង លឹម ផល្គុន
គណិតវិទ្យា
ពិសេស ១២
វិញ្ញាសាធ្លាប់ចេញ២០១៨
វិញ្ញាសាជ្រើសរើសថ្មី
ដំណោះស្រាយខ្លីៗងាយយល់និងច្បាស់លាស់
ពីតាហ្គ័រ ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាថ្មី
SHOT ON OPPO

អយ ស៊ីណោ
វិទ្យាល័យហ៊ុនសែន អង្គរបូរី

MATH OLYMPIADS

សិក្សាអនុគមន៍ជ្រើសរើស

សម្រាប់ថ្នាក់ទី ១១ ១២



ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាថ្មី

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

កំរិតមូលដ្ឋាន

១១

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

វិទ្យាល័យជាច

អ៊ុច ប៊ុនថន

គ្រូបង្រៀនកម្រិតឧត្តម

លីមីតនៃអនុគមន៍

ថ្នាក់ទី ១២

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{a^x-1}{x}\right)=\ln a$$

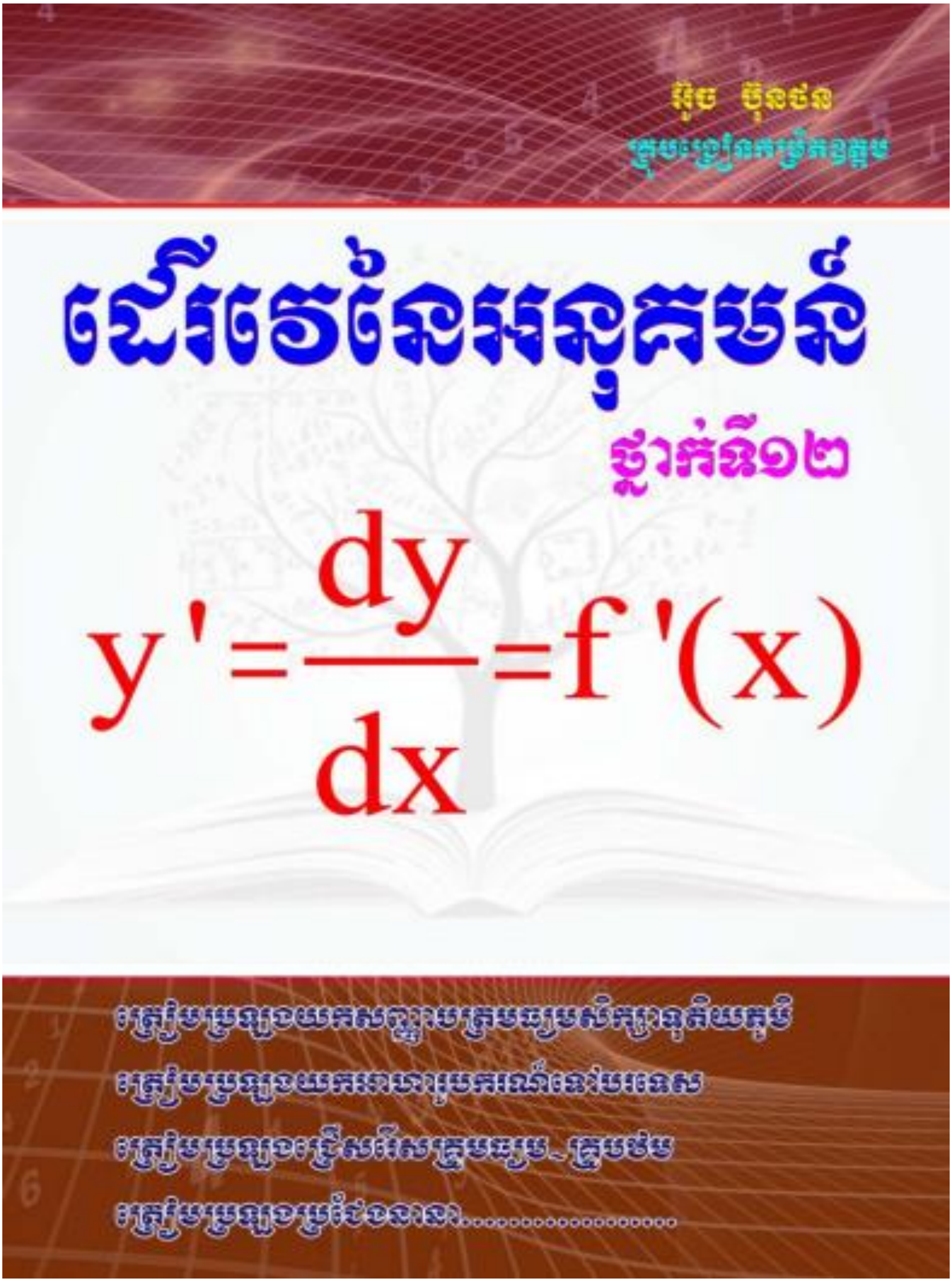
ត្រៀមប្រឡងយកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

ត្រៀមប្រឡងយកអាហារូបករណ៍នៅបរទេស

ត្រៀមប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យម_គ្រូបឋម

ត្រៀមប្រឡងប្រជែងនានា..................

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាថ្មីរបស់ក្រសួងអប់រំ


អ៊ុច ប៊ុនថន
ដេរីវេនៃអនុគមន៍
ថ្នាក់ទី១២
y'=dy/dx=f'(x)
៖ត្រៀមប្រឡងយកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ
៖ត្រៀមប្រឡងយកអាហារូបករណ៍នៅបរទេស
៖ត្រៀមប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យម_គ្រូបឋម
៖ត្រៀមប្រឡងប្រជែងនានា.....................

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

វិទ្យាល័យជាច

អ៊ុច ប៊ុនថន
គ្រូបង្រៀនកម្រិតឧត្តម

វិធីសាស្ត្រគណនា

អាំងតេក្រាល

ថ្នាក់ទី ១២

- គន្លឹះរូបមន្ត-បំណកស្រាយ
- វិធីសាស្ត្រគណនា
- ឧទាហរណ៍គំរូ
- លំហាត់អនុវត្តន៍-ចម្លើយ

ត្រៀមប្រឡងយកសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

ត្រៀមប្រឡងយកអាហារូបករណ៍នៅបរទេស

ត្រៀមប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យម ..គ្រូបឋម

ត្រៀមប្រឡងប្រជែងនានា.....................

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

National Institute of Education

អនុគមន៍លោការីត

Loga Rithm