សូមស្វាគមន៍ការតាំងពិព័រណ៍វិទ្យាសាស្ត្រ!!

ហាមថតចម្លងសៀវភៅនេះដោយគ្មានការអនុញ្ញាតពីអ្នករៀបរៀង!!

កិច្ចការស្រាវជ្រាវ ភាពចែកដាច់ និងវិធីចែកអឺគ្លីត ២០១៤

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

កិច្ចការស្រាវជ្រាវគណិតវិទ្យា
ភាពចែកដាច់ និងវិធីចែកអឺគ្លីត

- មេរៀនសង្ខេប
- លំហាត់អនុវត្ត
- លំហាត់ស្រាវជ្រាវ

សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ លោក ហុក ចន្ថា

រៀបរៀងដោយ គរុនិស្សិតក្រុម៤ ជំនាន់ទី ២៣

Andrew Wiles

Carl Friedrich Gauss

Etienne Bezout

Pierre Fermat

ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧-២០១៨

រក្សាសិទ្ធ

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

កិច្ចការស្រាវជ្រាវ

ប្រធានបទ ភាពចែកដាច់ និងវិធីចែកអឺគ្លីត

សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ ហុក ចន្ថា

រៀបរៀងដោយគរុនិស្សិតគណិតវិទ្យាជំនាន់ទី២៣ ក្រុមទី៤

លេខរៀង	គោត្តនាម~នាម	ភេទ	ក្របខ័ណ្ឌខេត្ត	លេខទូរសព្ទ
១	ចេង ភារី	ស្រី	តាកែវ	០៩៦៣៩១១១១៥
២	សុខ សំណាង	ប្រុស	ស្វាយរៀង	០៧១៦៥៣១២២០
៣	ភួង ថុណា	ប្រុស	ស្វាយរៀង	០៨៦២១២២៩៣
៤	ង៉ែត វ៉ារុធ	ប្រុស	តាកែវ	០៧០៨០៨១៧៤
៥	ហាំ ចាន់ណា	ប្រុស	ស្វាយរៀង	០៦៨២០៩០៦០
៦	មុំ ចាន់ណា	ប្រុស	ស្វាយរៀង	០៨១៥៥៧៨១៨
៧	ប្រាក់ ស៊ិនឆៃយ៉ា	ប្រុស	ស្វាយរៀង	០៨៨៩១១០៨២៨

គណៈកម្មការពិនិត្យ   សាស្ត្រាចារ្យ ហុក ចន្ថាNIE

ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧~២០១៨

អារម្ភកថា

សៀវភៅលំហាត់គណិតវិទ្យា **ភាពចែកដាច់ និងវិធីចែកអឺគ្លីត** នេះជាស្នាដៃថ្មីមួយដែលយើងខ្ញុំបានរៀបចំចងក្រងឡើងក្នុងគោលបំណងបំពេញតម្រូវការនៃការសិក្សារបស់សិស្សក៏ដូចជានិស្សិតដើម្បីត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែប្រឡងគ្រូកម្រិតឧត្តម (បរិញ្ញា+១) និងត្រៀមប្រឡងប្រជែងនានា។

នៅក្នុងសៀវភៅនេះយើងខ្ញុំបានដកស្រង់យកខ្លឹមសារមេរៀនសំខាន់ៗ រូបមន្តក្បួនដោះស្រាយលំហាត់ ភាពចែកដាច់ និង វិធីចែកអឺគ្លីត ក្នុងគោលបំណងពង្រឹងស្មារតីដោះស្រាយលំហាត់ និងជួយពង្រីកចំណេះដឹងដល់សិស្ស និស្សិត ដើម្បីចូលរួមចំណែកអភិវឌ្ឍវិស័យគណិតវិទ្យា។

ឆ្លងតាមទឹកដៃដ៏ក្មេងខ្ចី និងបទពិសោធន៍យ៉ាងតិចតួចរួមគ្នាជាមួយពេលវេលាដ៏ខ្លី យើងខ្ញុំជាអ្នករៀបរៀងជឿជាក់ថាសំណេរនេះ ពិតជាមានចំណុចខ្វះខាតត្រង់កន្លែងណាមួយជាពុំខាន។ដូចនេះ យើងខ្ញុំជាអ្នករៀបរៀងមានសង្ឃឹមប្រកបដោយទឹកចិត្តចិត្តសោមនស្សរីករាយ ដើម្បីទទួលនូវការរិះគន់ ដើម្បីស្ថាបនាពីសំណាក់អ្នកអានគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន។

ជាទីបញ្ចប់ យើងខ្ញុំសូមជូនពរដល់អ្នកសិក្សាទាំងអស់មានសុខភាពល្អ និងទទួលបានជោគជ័យក្នុងការសិក្សាគ្រប់ពេលវេលា។

សូមអរគុណ!!!

ថ្ងៃពុធ ៨កើត ខែបឋមាសាឍ ឆ្នាំច សំរឹទ្ធិស័ក ពុទ្ធសករាជ ២៥៦២

ត្រូវនឹងថ្ងៃទី ២០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០១៨

គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យាក្រុម៩ជំនាន់ទី២៣

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

យើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នាជាគរុនិស្សិតនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំជំនាន់ទី២៣ សូមគោរពថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅចំពោះ៖

លោកឪពុកអ្នកម្តាយជាអ្នកមានគុណដ៏ធំធេងដែលបានផ្តល់កំណើត និងចិញ្ចឹមបីបាច់ថែរក្សាដល់ពួកយើងខ្ញុំ ។ លោកទាំងពីរបានតស៊ូគ្រប់ឧបសគ្គដើម្បីផ្គត់ផ្គង់ដល់បុត្រធីតាទាំងកម្លាំងកាយចិត្ត ព្រមទាំងសម្ភារៈជាពិសេសគឺពួកលោកបានផ្តល់ឱកាសឱ្យ ពួកយើងមានភាពជោគជ័យថ្មីនៅថ្ងៃនេះ។

ឯកឧត្តមបណ្ឌិត **សៀង សុវណ្ណា** ជានាយកវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំដែលបានជួយសម្រួលការរៀនសូត្រដល់ពួកយើងទាំងអស់គ្នាក្នុងអំឡុងពេលសិក្សានៅទីនេះដើម្បីត្រៀមខ្លួនជាគ្រូបង្រៀនថ្មី និង ប្រកបដោយគុណភាពខ្ពស់។

សាស្ត្រាចារ្យ **ហុក ចន្ថា** ដែលជាសាស្ត្រាចារ្យផ្នែកគណិតវិទ្យានៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំក្នុងការផ្តល់ឯកសារ គំនិត និងជួយដឹកនាំគាំទ្រដល់ប្រធានបទស្រាវជ្រាវរបស់ក្រុមយើងខ្ញុំ។

សាស្ត្រាចារ្យ **ម៉ែន រាំង, គង់ ប៊ុនអៀង, ឡេង កុសល ,ឃី មឿយ** និងលោកគ្រូទាំងអស់ដែលបានជួយពន្យល់ណែនាំដល់ក្រុមយើងខ្ញុំ។

មិត្តគរុនិស្សិតរួមជំនាន់ជាមួយគ្នាទាំងអស់ និងមិត្តរួមថ្នាក់ដែលតែងតែផ្តល់គំនិតល្អៗដល់យើងខ្ញុំ។

សូមលោកទាំងអស់ខាងលើ ទទួលបាននូវសុខភាពល្អ ជោគជ័យគ្រប់ភារកិច្ច និង ជួបប្រទះតែពុទ្ធពរទាំងបួនប្រការគឺ អាយុ វណ្ណៈ សុខៈ ពលៈ កុំបីឃ្លៀងឃ្លាតឡើយ។

មាតិកា

អារម្ភកថា i
សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ ii
មាតិកា...iii

ជំពូកទី១ សេចក្តីផ្តើមនៃភាពចែកដាច់នឹងចំនួនគត់

១-ប្រវត្តិសង្ខេបនៃភាពចែកដាច់ 1
២- ភាពចែកដាច់ក្នុង $\mathbb{Z}$ 2
២.១-និយមន័យ
២.២-លក្ខណៈចែកដាច់
២.៣-ចំនួនបឋម
២.៤-ចំនួនបឋមរវាងគ្នា
២.៥-ភាពចែកដាច់នឹងចំនួនមិនបឋម
៣-ភាពចែកដាច់នឹងចំនួនដែលអាចបំបែកជាផលគុណកត្តានៃចំនួនបឋមរវាងគ្នា.....5
៤-វិធីចែកបែបអឺគ្លីត...7
៥-ភាពសមមូល 9
៥.១-និយមន័យ
៥.២-លក្ខណៈគ្រឹះ
៦-គោលការណ៍នៃប្រព័ន្ធរបាប់ 12
៦.១-និយមន័យ
៦.២-គោល
៦.២.១-និយមន័យ
៦.២.២-ការសរសេរមួយចំនួននៅក្នុងប្រព័ន្ធគោល x
៧-ទ្រឹស្តីបទហ្វែម៉ាត និងវិលសុន 14
៧.១ ទ្រឹស្តីបទហ្វែម៉ាត
៧.២ ទ្រឹស្តីបទវិលសុន
៨.ទ្រឹស្តីបទអឺលែ 15

៨.១ អនុគមន៍អឺលែ
៩.សមីការឌីយ៉ូផង់លីនេអ៊ែ 16
៩.១ និយមន័យ
៩.២ ទ្រឹស្តីបទ
៩.៣ ដំណោះស្រាយសមីការរាង $ax+by=c$
៩.៤ ដំណោះស្រាយសមីការមានរាង $ax+by=\delta=GCD(a,b)$
៩.៥.ដំណោះស្រាយសមីការមានរាង $ax+by=1$ ដែល $GCD(a,b)=1$
១០.សមីការពីតាគ័រ 20
១១.សមីការផែល 21
១១.១ និយមន័យ
១១.២ ទ្រឹស្តីបទ

ជំពូក២ លក្ខណៈចែកដាច់នឹងចំនួនបឋម និងចំនួនមិនបឋម

១-ភាពចែកដាច់នឹង2..26
២-ភាពចែកដាច់នឹង3 27
៣-ភាពចែកដាច់នឹង4..27
៤-ភាពចែកដាច់នឹង5..28
៥-ភាពចែកដាច់នឹង7..29
៦-ភាពចែកដាច់នឹង8..30
៧-ភាពចែកដាច់នឹង9 31
៨-ភាពចែកដាច់នឹង10..32
៩-ភាពចែកដាច់នឹង11..32
១០-ភាពចែកដាច់នឹង13..33
១១-ភាពចែកដាច់នឹង17..34
១២-ភាពចែកដាច់នឹង19..36
១៣- ភាពចែកដាច់នឹង23..37
១៤-ភាពចែកដាច់នឹង25..39

១៥-ភាពចែកដាច់នឹង29 39
១៦-ភាពចែកដាច់នឹង31 41
១៧-ភាពចែកដាច់នឹង37 43
១៨-ភាពចែកដាច់នឹង41 45
១៩-ភាពចែកដាច់នឹង43 46
២០-ភាពចែកដាច់នឹង47 48
២១-ភាពចែកដាច់នឹង53 49
២២-ភាពចែកដាច់នឹង59 51
២៣-ភាពចែកដាច់នឹង61 52
២៤-ភាពចែកដាច់នឹង67 54
២៥-ភាពចែកដាច់នឹង71 55
២៦-ភាពចែកដាច់នឹង73 56
២៧-ភាពចែកដាច់នឹង79 58
២៨-ភាពចែកដាច់នឹង83 59
២៩-ភាពចែកដាច់នឹង89 60
៣០-ភាពចែកដាច់នឹង97 62
ជំពូកទី៣ ការអនុវត្តន៍
១-វិធីសាស្ត្ររកភាពចែកដាច់ 64
២-លក្ខខណ្ឌនៃភាពចែកដាច់ 65
លំហាត់អនុវត្ត 74
លំហាត់ស្រាវជ្រាវ 126

ជំពូកទី១

សេចក្តីផ្តើមនៃភាពចែកដាច់នឹងចំនួនគត់

(Introduction of Division of Integer)

១- ប្រវត្តិសង្ខេបនៃភាពចែកដាច់

ដោយសារមានការរីកចម្រើនឥតឈប់ឈរ និងការដោះស្រាយបញ្ហានានាក្នុងជីវភាពរស់នៅនៃសង្គមមនុស្ស ក៏បានធ្វើឱ្យមានការលៀងឆ្ងល់ពីសំណាក់អ្នកប្រាជ្ញមួយចំនួន ហើយពួកគេទាំងនោះក៏បានចាប់ផ្តើមសង្កេត សិក្សាស្រាវជ្រាវ និង បង្កើតបាននូវទ្រឹស្តីផ្សេងៗទាក់ទងទៅនឹងការប្រើប្រាស់ប្រមាណវិធីធំៗក្នុងគណិតវិទ្យាឡើង ជាពិសេសគឺប្រមាណវិធីចែក។ អ្នកប្រាជ្ញដែលមានឈ្មោះបោះសំឡេងល្បីៗក្នុងប្រមាណវិធីចែកមានដូចជា៖

Euclid (300 BC) ជាគណិតវិទូជនជាតិក្រិច។ គាត់គឺជាគណិតវិទូដែលពិភព-លោកទទួលស្គាល់ថាជាបិតាគណិតវិទ្យា និងជាអ្នកបង្កើតវិធីចែកបែបអឺគ្លីត។

Pierre de Fermat (1601-1665) ជាអ្នកគណិតវិទូជនជាតិបារាំងល្បីល្បាញដែលបានបង្កើតទ្រឹស្តីទំនើបនៃចំនួន ធរណីមាត្រវិភាគគណនាអាំងតេក្រាល និង មូលដ្ឋានគ្រឹះPascal។

Leonhard Euler (1707 – 1783) ជាគណិតវិទូនិងរូបវិទូមានដើមកំណើតនៅប្រទេសស្វ៊ីស។ការងាររបស់គាត់បានរួមចំណែកយ៉ាងខ្លាំងចំពោះគ្រប់ផ្នែកគណិតវិទ្យាចាប់តាំងពីទ្រឹស្តីចំនួនពិត និងទ្រឹស្តីចំនួនកុំផ្លិច ទៅដល់ធរណីមាត្រវិភាគ Calculus ឌីផេរ៉ង់ស្យែល និងអាំងតេក្រាល។គាត់ក៏បានណែនាំឱ្យស្គាល់និមិត្តសញ្ញាថ្មីៗជាច្រើនដែលពេញនិយមនាពេលបច្ចុប្បន្ននេះដូចជា π, i, e, Σ និង $f(\cdot)$។

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) ជនជាតិអាឡឺម៉ង់។ គាត់ជាអ្នកគណិតវិទ្យាអ្នកតារាវិទ្យា និងជាអ្នករូបវិទ្យាដែលបានបោះពុម្ពសៀវភៅជាង150ក្បាល ដែលជា

ស្នាដៃជាលក្ខណៈគ្រឹះនៃពីជគណិត។

Andrew Wiles (1953-2007) ជាគណិតវិទូល្បីល្បាញជនជាតិអង់គ្លេស ដែលបានស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទ Fermat: $x^n + y^n = z^n , n > 2$ ។

២- ភាពចែកដាច់ក្នុង $\mathbb{Z}$

គេតាង $\mathbb{Z}$ ជាសំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបដែល $\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$ ។

២.១- និយមន័យ(Definition)

គេឲ្យពីរចំនួនគត់ a និង $b, b \neq 0$ ។ គេថា a ចែកដាច់នឹង b មាននិមិត្តសញ្ញា $a \vdots b$ លុះត្រាតែមានចំនួនគត់ k ដែល $a = bk$ នោះគេថា a ជាពហុគុណនៃb ឬ គេថា b ជាតួចែកនៃ a ឬ b ចែកដាច់ a ។

គេកំណត់សរសេរ $b|a$ អានថា b ចែកដាច់ a ។

២.២- លក្ខណៈចែកដាច់

តាង a,bនិង c ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ។ គេមានលក្ខណៈគ្រឹះដូចខាងក្រោម៖

1) $a|a$ ។

2) បើ $b|a$ និង $a|c$ នោះ $b|c$ ។

3) បើ $b|a$ និង $a \neq 0$ នោះ $|a| \geq |b|$ ។

4) បើ $b|a$ និង $b|c$ នោះ $b|a\alpha + c\beta$ គ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប α, β ។

5) បើ $b|a$ និង $b|a \pm c$ នោះ $b|c$ ។

6) បើ $b|a$ និង $a|b$ នោះ $|a| = |b|$ ។

7) បើ $b|a$ និង $a \neq 0$ នោះ $\frac{a}{b}|a$ ។

8) បើ $c \neq 0, b|a$ លុះត្រាតែ $bc|ac$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

1) $a|a$

$\forall a \in \mathbb{Z} : a|a$ ព្រោះ $\forall a \in \mathbb{Z}, \exists k = 1 \in \mathbb{Z} : a = ka \Leftrightarrow a|a$ ។

2) បើ $b|a$ និង $a|c$ នោះ $b|c$

បើ $b|a$ និង $a|c$ នាំឲ្យយើងមាន $k_1,k_2\in\mathbb{Z}$ ដែល $a=bk_1$ និង $c=ak_2$

គេបាន $c=bk_1k_2\Rightarrow b|c$ ។

ដូច្នេះ $b|a$ និង $a|c$ នោះ $b|c$ ។

3) បើ $b|a$ និង $a\neq 0$ នោះ $|a|\geq|b|$

បើ $b|a$ នាំឲ្យយើងមាន $k\in\mathbb{Z}$ ដែល $a=bk$ ហើយដោយសារតែ $a\neq 0$ នោះ

$|k|\geq 1$ នាំឲ្យ $|a|=|bk|=|b|\cdot|k|\geq|b|$ ។

ដូច្នេះ $b|a$ និង $a\neq 0$ នោះ $|a|\geq|b|$ ។

4) បើ $b|a$ និង $b|c$ នោះ $b|a\alpha+c\beta$ គ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប α,β

បើ $b|a$ និង $b|c$ នាំឲ្យយើងមាន $k_1,k_2\in\mathbb{Z}$ ដែល $a=bk_1$ និង $c=bk_2,\forall\alpha,\beta\in\mathbb{Z}$

គេបាន $a\alpha+c\beta=bk_1\alpha+bk_2\beta$

$$=b(\alpha k_1+\beta k_2)\Rightarrow b|a\alpha+c\beta$$

ដូច្នេះ $b|a$ និង $b|c$ នោះ $b|a\alpha+c\beta$ គ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប α,β ។

5) បើ $b|a$ និង $b|a\pm c$ នោះ $b|c$

បើ $b|a$ និង $b|a\pm c$ នាំឲ្យយើងមាន $k_1,k_2\in\mathbb{Z}$ ដែល $a=bk_1$ និង $a\pm c=bk_2$

គេបាន $a\pm c=bk_2\Rightarrow\pm c=bk_2-a$

$$=bk_2-bk_1$$

$$=b(k_2-k_1)$$

ដូច្នេះ $b|a$ និង $b|a\pm c$ នោះ $b|c$ ។

6) បើ $b|a$ និង $a|b$ នោះ $|a|=|b|$

បើ $b|a$ នោះ $|a|\geq|b|$ និង $a|b$ នោះ $|b|\geq|a|\Rightarrow|a|\geq|b|\geq|a|\Rightarrow|a|=|b|$ ។

ដូច្នេះ $b|a$ និង $a|b$ នោះ $|a|=|b|$ ។

7) បើ $b|a$ និង $a\neq 0$ នោះ $\frac{a}{b}|a$

បើ $b|a$ នាំឲ្យយើងមាន $k\in\mathbb{Z}$ និង $k\neq 0$ ដែល $a=bk\Rightarrow\frac{a}{b}=k$ ហើយ

$k|a \Rightarrow \frac{a}{b}|a$ ។

ដូច្នេះ $b|a$ និង $a \neq 0$ នោះ $\frac{a}{b}|a$ ។

8) ចំពោះ $c \neq 0, b|a$ លុះត្រាតែ $bc|ac$

ដោយ $c \neq 0, a \neq 0 \Rightarrow ac \neq 0$ $a = bk \Leftrightarrow ac = bck \Rightarrow bc|ac$

បើ $b|a$ នាំឲ្យយើងមាន $k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$ ដែល $a = bk \Leftrightarrow ac = bck \Rightarrow ac|bc$ ។

បើ $bc|ac$ នាំឲ្យយើងមាន $k' \in \mathbb{Z}, k \neq 0$ ដែល $ac = k'bc \Rightarrow a = k'b$ នាំឲ្យ $b|a$ ។

ដូច្នេះ ចំពោះ $c \neq 0, b|a$ លុះត្រាតែ $bc|ac$ ។

២.៣- ចំនួនបឋម (Prime Number)

គេតាង $\mathbb{N}$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ដែល $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\}$ ។

និយមន័យ ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ជាចំនួនបឋមលុះត្រាតែ $n > 1$ ហើយ n មានតួចែករួមតែពីរគត់គឺ 1 និង n ខ្លួនឯង ។ ករណីផ្សេងពីនេះគេហៅថាចំនួនមិនបឋម ឬ ចំនួនពហុគុណ។

ឧទាហរណ៍

- $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \cdots$ ជាចំនួនបឋម។
- $4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, \cdots$ ជាចំនួនមិនបឋម។

សម្គាល់

- 1 មិនមែនជាចំនួនបឋម ហើយក៏មិនមែនជាចំនួនមិនបឋមដែរ ។
- 2 ជាចំនួនបឋមគូតែមួយគត់ ហើយ 2 និង 3 ជាចំនួនគត់តគ្នា និង បឋមទាំងពីរ។

២.៤- ចំនួនបឋមរវាងគ្នា

និយមន័យ៖ ពីរចំនួនគត់ធម្មជាតិ a និង b ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នាកាលណា $GCD(a,b) = 1$ ឬ គេសរសេរ $(a,b) = 1$ ។

ឧទាហរណ៍

- 2 និង 3 ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា ព្រោះ $GCD(2,3) = 1$ ។

- 8 និង 9 ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា ព្រោះ $GCD(8,9)=1$។
- 13 និង 15 ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា ព្រោះ $GCD(13,15)=1$។

២.៥- ភាពចែកដាច់នឹងចំនួនមិនបឋម

ទ្រឹស្តីបទ បើចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ចែកដាច់នឹង ab លុះត្រាតែ n ចែកដាច់នឹង a បានផលចែក q ហើយ q ចែកដាច់នឹង b ។បានន័យថា $ab|n$ លុះត្រាតែ $a|n$ បានផលចែក q ដែល $b|q$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

- n ចែកដាច់នឹង ab នាំឲ្យមានចំនួនគត់ធម្មជាតិ k ដែល $n=kab$ យក $n=qa$ នោះ $a|n$ ហើយ $b|q$
- $a|n$ នាំឱ្យមានចំនួនធម្មជាតិ q ដែល $n=qa$ បើ $b|q$ នោះមានចំនួនគត់ធម្មជាតិ k មួយដែល $q=kb$ នាំឲ្យ $n=kab$ នោះ $ab|n$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន 245526 ចែកដាច់នឹង 6 ព្រោះ $245526\vdots 2$ បានផលចែក 122763 ហើយ $122763\vdots 3$ ។

៣- ភាពចែកដាច់នឹងចំនួនដែលអាចបំបែកជាផលគុណកត្តានៃចំនួនបឋមរវាងគ្នា

ទ្រឹស្តីបទហ្គោស(Carl Friedrich Gauss(1777-1855)គណិតវិទូអាឡឺម៉ង់)

បើផលគុណ ab ចែកដាច់នឹង c ហើយ c និង a បឋមរវាងគ្នានោះ b ចែកដាច់នឹង c បានន័យថា $c|ab$ និង $GCD(a,c)=1$ នាំឲ្យ $c|b$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

តាមទ្រឹស្តីបទប៊ីស៊ូ គេបាន $GCD(a,c)=1$ នាំឲ្យមានចំនួនគត់ u និង v ដែល $ua+vc=1$ នាំឲ្យ $uab+vcb=b$ ដោយ $c|ab$ នាំឲ្យ $c|uab$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $(uab+vcb)$ ចែកដាច់នឹង c នាំឲ្យ b ចែកដាច់នឹង c ។

វិបាក បើមួយចំនួនគត់ n ចែកដាច់នឹង a ផង ចែកដាច់នឹង b ផងហើយ a និង b បឋមរវាងគ្នា នោះ n ចែកដាច់នឹងផលគុណ ab ។បានន័យថា $a|n,b|n$ និង $GCD(a,b)=1$ នាំឲ្យ $ab|n$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

n ចែកដាច់នឹង a នាំឲ្យមានចំនួនធម្មជាតិ q ដែល $n = qa$

n ចែកដាច់នឹង b នាំឲ្យ qa ចែកដាច់នឹង b

តាមទ្រឹស្តីបទ $Gauss$ បើ $GCD(a,b)=1$ គេបាន q ចែកដាច់ b ។

ដូច្នេះ គេមាន $q' \in \mathbb{N}, q = q'b \Rightarrow n = qa = q'ab \Rightarrow ab \mid n$ ។

ឧទាហរណ៍១ 100 ចែកដាច់នឹង 4 និង 100 ចែកដាច់នឹង 25 ហើយ $GCD(4,25)=1$ នាំឲ្យ 100 ចែកដាច់នឹង 4×25 ។

សម្គាល់

- 100 ចែកដាច់នឹង 4 និង 100 ចែកដាច់នឹង 10 ហើយ 4 និង 10 មិនបឋមរវាងគ្នាទេ

នាំឲ្យ 100 ចែកមិនដាច់នឹង 4×10 ទេ ។

- 1000 ចែកដាច់នឹង 4 និង 1000 ចែកដាច់នឹង 10 ហើយ 4 និង 10 មិនបឋមរវាងគ្នាទេ

នាំឱ្យ 1000 ចែកដាច់នឹង 4×10 ។

ឧទាហរណ៍២

ក. បង្ហាញថាចំនួន 1230 ចែកដាច់នឹង 6 ។

ដោយ 1230 ចែកដាច់នឹង 2 និង 1230 ចែកដាច់នឹង 3 ហើយ 2 និង 3 ជាចំនួនបឋម

រវាងគ្នា នាំឲ្យ 1230 ចែកដាច់នឹង 6 ។

ខ. បង្ហាញថា $n^3 + 11n \vdots 6, \forall n \in \mathbb{N}$

គេមាន $n^3 + 11n = n^3 - n + 12n, \forall n \in \mathbb{N}$

$$= n(n-1)(n+1) + 12n$$

ដោយ $n(n-1)(n+1)$ និង $12n$ ជាពហុគុណនៃ 2 និង 3 ហើយ $GCD(2,3)=1$ នាំឲ្យ

$n(n-1)(n+1) + 12n \vdots 6 \Rightarrow n^3 + 11n \vdots 6$ ។

ដូច្នេះ $n^3 + 11n \vdots 6, \forall n \in \mathbb{N}$ ។

គ. បើ $n \in \mathbb{N}$ បង្ហាញថា $n^2(n^2-1) \vdots 12$

គេមាន $n^2(n^2-1) = nn(n-1)(n+1)$

ដោយ $n(n-1)(n+1)$ ជាពហុគុណនៃ 3 នាំឲ្យ $n^2(n^2-1)\vdots 3 \quad (1)$

ម្យ៉ាងទៀតយើងនឹងបង្ហាញថា $n^2(n^2-1)$ ជាពហុគុណនៃ 4

បើ n ជាចំនួនគត់គូនោះ $n=2k, k\in\mathbb{N}$ គេបាន $n^2(n^2-1)=4k^2(4k^2-1) \quad (i)$

បើ n ជាចំនួនគត់សេសនោះ $n=2k+1, k\in\mathbb{N}$ គេបាន

$$n^2(n^2-1)=(2k+1)^2((2k+1)^2-1)$$

$$=(4k^2+4k+1)(4k^2+4k+1-1)$$

$$=4k(k+1)(4k^2+4k+1) \quad (ii)$$

តាម (i) និង (ii) នោះ $n^2(n^2-1)$ ជាពហុគុណនៃ 4 នាំឲ្យ $n^2(n^2-1)\vdots 4 \quad (2)$

តាម (1) និង (2) ហើយ $GCD(3,4)=1$ នាំឲ្យ $n^2(n^2-1)\vdots 12$ ។

៤-វិធីចែកបែបអឺគ្លីត

ឧទាហរណ៍

- ចំនួន $65\times 22<1473<65\times 23$ គេឃើញថា $1473=65\times 22+43$ នេះមានន័យថា ការចែក 1473 និង 65 ឲ្យផលចែក 22 និង សំណល់ 43 ។

- ចំនួន $65\times(-23)<-1473<65(-22)$ គេឃើញថា $-1473=65\times(-23)+22$ នេះមានន័យថា ការចែក -1473 និង 65 ឲ្យផលចែក -23 និង សំណល់ 22 ។ វិធីចែករបៀបនេះហៅថា ***វិធីចែកបែបអឺគ្លីត*** ។

និយមន័យ ធ្វើវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប a និងចំនួនគត់ធម្មជាតិ b គឺកំណត់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប q និងចំនួនគត់ធម្មជាតិ r ដែល $a=bq+r$ ដោយ $0\le r<b$ ដែល a ហៅថា តំណាងចែក b ហៅថា តួចែក q ហៅថា ផលចែក និង r ហៅថា សំណល់។

សម្គាល់

- បើ $0\le a<b$ នោះ $q=0$ និង $r=a$ ។
- បើ $r=0$ នោះ a ជាពហុគុណនៃ b ឬ b ចែកដាច់ a

  ហើយ q ជាផលចែកប្រាកដនៃ a និង b ។

ឧទាហរណ៍ រកផលចែក q និងសំណល់ r ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃ a និង b ដូចខាងក្រោម

ក. $a=569$, $b=7$

ខ. $a=-671$, $b=6$

ចម្លើយ

ក. ដោយ $569=7\times 81+2$ នាំឲ្យ $q=81$ និង $r=2$

ខ. ដោយ $-671=6\times(-111)+5$ នាំឲ្យ $q=-111$ និង $r=5$ ។

ទ្រឹស្តីបទ បើ a ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបនិង b ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិនោះមានចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប q តែមួយគត់ និងចំនួនគត់ធម្មជាតិ r តែមួយគត់ដែល $a=bq+r$ ដោយ $0\le r<b$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

បង្ហាញអត្ថិភាពនៃ q និង r

-បើ a ជាពហុគុណនៃ b ក្នុង $\mathbb{Z}$ នោះគេបាន $a=bq+0, r=0$

- បើ a មិនមែនជាពហុគុណនៃ b ក្នុង $\mathbb{Z}$ នោះមានពហុគុណនៃ b ដែលតូចជាង a និងពហុគុណផ្សេងទៀតនៃ b ដែលធំជាង a ។

បើ bq និង $b(q+1)$ ដែលតូចជាង និង ធំជាង a នោះគេបាន $bq<a<b(q+1)$ ឬ $0<a-bq<b$ ។

តាង $r=a-bq$ គេបាន $a=bq+r$ ដែល $0\le r<b$ ។

- បង្ហាញពីភាពមានតែមួយគត់នៃ q និង r

  បង្ហាញថាមាន q,r តែមួយគត់ ដែល $a=bq+r, 0\le r<b$

  ឧបមាថាមាន q,r និង q',r' ,$(q\ne q', r\ne r')$ ដែល $a=bq+r, (0\le r<b)$ និង $a=bq'+r', (0\le r'<b)$

- ឧបមាថា $r<r'$

  យើងមាន $a=bq+r$ នាំឲ្យ $r=a-bq$ និង $a=bq'+r'$ នាំឲ្យ $r'=a-bq'$ នោះគេបាន $r'-r=b(q-q')$ ។

ដោយ $r'>r$ គេបាន $r'-r>0$ ជាពហុគុណនៃ b ដែលជាករណីមិនអាចមាន ព្រោះ $0\le r<r'<b$ ។

ឧទាហរណ៍ ចូររកផលចែកនិងសំណល់នៃវិធីចែកបែបអឺគ្លីតរវាង -122 និង 19 ។

គេមាន $122=19\times 6+8$

នាំឱ្យ $-122=-19\times 6-8$

$=-6\times 19-19+11$

$=-7\times 19+11$

ដូច្នេះ -122 ចែកនឹង 19 បានផលចែក -7 និង សំណល់ 11 ។

៥- ភាពសមមូល (Modular Arithmetic)

៥.១- និយមន័យ (Definition)

គេយក a,b និង r ជាចំនួនគត់ដែល $b\neq 0$ ។ គេកំណត់សរសេរ $a\equiv r\ (\text{mod}\, b)$ អានថា a សមមូល r តាម b មានន័យថា $b|a-r$ (b ចែកដាច់ $a-r$ ឬមានន័យម្យ៉ាងទៀតថា a និង r មានសំណល់ដូចគ្នាពេលចែកជាមួយ b ។

សម្គាល់

- បើ $a-r$ ចែកមិនដាច់នឹង b នោះគេកំណត់សរសេរ $a\not\equiv r(\text{mod}\, b)$
- បើ $a\equiv r(\text{mod}\, b)$ កាលណា r ជាសំណល់នៃវិធីចែករវាង a និង b ។

ឧទាហរណ៍

ក. $25\equiv 3\ (\text{mod}\ 11)$ ព្រោះ $25=11\times 2+3$

ខ. $17\equiv -2\ (\text{mod}\ 19)$ ព្រោះ $17=19\times 1-2$ ។

៥.២- លក្ខណៈគ្រឹះ

i. $a\equiv a\ (\text{mod}\, b)$

ii. $a\equiv r\ (\text{mod}\, b)$ និង $r\equiv s\ (\text{mod}\, b)$ នោះ $a\equiv s\ (\text{mod}\, b)$

iii. $a\equiv r\ (\text{mod}\, b)$ នោះ $r\equiv a\ (\text{mod}\, b)$

iv. បើ $a\equiv r\ (\text{mod}\, b)$ នោះគ្រប់ចំនួនគត់ λ គេបាន $\lambda a\equiv \lambda r\ (\text{mod}\, b)$

v. បើ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}$ នោះ $a_1a_2 \equiv r_1r_2 \pmod{b}$

vi. បើ $b=0$ គេបាន $a \equiv r \pmod{0} \Leftrightarrow a=r$

vii. បើ $b \neq 0$ គេបាន $a \equiv r \pmod{b} \Leftrightarrow a$ បើ

r មានសំណល់ស្មើគ្នាក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនឹង b

viii. បើ $a \equiv r \pmod{b}$ នោះគ្រប់ចំនួនគត់ $k \geq 1$ គេបាន $a^k \equiv r^k \pmod{b}$

ix. បើ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}$ នោះ $a_1 + a_2 \equiv r_1 + r_2 \pmod{b}$

x. បើ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}$ នោះ $a_1 - a_2 \equiv r_1 - r_2 \pmod{b}$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

i. $a \equiv a \pmod{b}$

ចំពោះ $\forall a \in \mathbb{Z}, \exists k=0$ ដែល $a-a=bk \Leftrightarrow b \mid a-a \Rightarrow a \equiv a \pmod{b}$ ។

ii. $a \equiv r \pmod{b}$ និង $r \equiv s \pmod{b}$ នោះ $a \equiv s \pmod{b}$

ចំពោះ $a \equiv r \pmod{b}, \exists k_1 \in \mathbb{Z}$ ដែល $a = bk_1 + r$ និង $r \equiv s \pmod{b}, \exists k_2 \in \mathbb{Z}$ ដែល

$r = bk_2 + s$

គេបាន

$$a = bk_1 + bk_2 + s$$

$$= b(k_1 + k_2) + s$$

$$a = bk + s \ , k = (k_1 + k_2) \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow a \equiv s \pmod{b}$$ ។

iii. $a \equiv r \pmod{b}$ នោះ $r \equiv a \pmod{b}$

ចំពោះ $a \equiv r \pmod{b}, \exists k \in \mathbb{Z}$ ដែល $a = bk + r \Rightarrow r = -bk + a$ យក $k' = -k \Leftrightarrow r = bk' + a$

$$\Rightarrow r \equiv a \pmod{b}$$ ។

iv. បើ $a \equiv r \pmod{b}$ នោះគ្រប់ចំនួនគត់ λ គេបាន $\lambda a = \lambda r \pmod{b}$

ចំពោះ $a \equiv r \pmod{b}, \exists k \in \mathbb{Z}$ ដែល $a = bk + r$ គុណអង្គទាំងពីរនឹង $\lambda \in \mathbb{Z}$ គេបាន

$\lambda a = \lambda(bk + r) \Leftrightarrow \lambda a = b\lambda k + \lambda r$ យក $k' = \lambda k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \lambda a = bk' + \lambda r \Rightarrow \lambda a \equiv \lambda r \pmod{b}$ ។

v. បើ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}$ នោះ $a_1a_2 \equiv r_1r_2 \pmod{b}$

ចំពោះ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}, \exists k_1 \in \mathbb{Z}: a_1 = bk_1 + r_1$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}, \exists k_2 \in \mathbb{Z}$ ដែល

$a_2 = bk_2 + r_2$

$$\Rightarrow a_1a_2 = (bk_1 + r_1)(bk_2 + r_2)$$

$$= b^2k_1k_2 + bk_1r_2 + bk_2r_1 + r_1r_2$$

$$= b(bk_1k_2 + k_1r_2 + k_2r_1) + r_1r_2$$ យក $k = (bk_1k_2 + k_1r_2 + k_2r_1) \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow a_1a_2 = bk + r_1r_2 \Rightarrow a_1a_2 \equiv r_1r_2 \pmod{b}$ ។

vi. បើ $b = 0$ គេបាន $a \equiv r \pmod{0} \Leftrightarrow a = r$

ចំពោះ $a \equiv r \pmod{0} \Leftrightarrow 0 | a - r \Leftrightarrow a - r = 0 \Rightarrow a = r$ ។

vii. បើ $b \neq 0$ គេបាន $a \equiv r \pmod{b} \Leftrightarrow a$ និង r មានសំណល់ស្មើគ្នានៅក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនឹង b ចំពោះ

$a \equiv r \pmod{b}, \exists k_1 \in \mathbb{Z}: a = bk_1 + r$ យើងធ្វើវិធីចែកបែបអឺគ្លីតរវាង r និង b

គេបាន $r = bk_2 + s$ ដោយ $0 \le s < b$ ដែល $k_2 \in \mathbb{Z}$ ។ យើងបាន

$$a = bk_1 + bk_2 + s$$

$$a = b(k_1 + k_2) + s$$

$$= bk + s, \; k = (k_1 + k_2) \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow a$ និង r មានសំណល់ស្មើគ្នា s ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនឹង b (1)

បើ a និង r មានសំណល់ស្មើគ្នា s ក្នុងវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនឹង b នោះ

$a \equiv r \pmod{b}$

ឧបមាថា $\begin{cases} a = bk_1 + s \\ r = bk_2 + s \end{cases} \Rightarrow a - r = b(k_1 - k_2)$ យក $k = (k_1 - k_2) \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - r = bk$

$\Rightarrow a = bk + r \Rightarrow a \equiv r \pmod{b}$ (2)

តាម (1) និង (2) ពិត ។

viii. បើ $a \equiv r \pmod{b}$ នោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \ge 1$ គេបាន $a^n \equiv r^n \pmod{b}$

ចំពោះ $a \equiv r \pmod{b}, \exists k' \in \mathbb{Z} : a = bk' + r$ ។

យើងបាន

$$a^n = (bk' + r)^n$$

$$a^n = b^n k'^n + C_n^1 b^{n-1} k'^{n-1} r + C_n^2 b^{n-2} k'^{n-2} r^2 + \cdots + C_n^{n-1} bk' r^{n-1} + r^n$$

$$= b(b^{n-1} k'^n + C_n^1 b^{n-2} k'^{n-1} r + C_n^2 b^{n-3} k'^{n-2} r^2 + \cdots + C_n^{n-1} k' r^{n-1}) + r^n$$

យក $k = (b^{n-1} k'^n + C_n^1 b^{n-2} k'^{n-1} r + C_n^2 b^{n-3} k'^{n-2} r^2 + \cdots + C_n^{n-1} k' r^{n-1}) \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow a^n = bk + r^n \Rightarrow a^n \equiv r^n \pmod{b}$ ។

ix. បើ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}$ នោះ $a_1 + a_2 \equiv r_1 + r_2 \pmod{b}$

ចំពោះ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}, \exists k_1 \in \mathbb{Z} : a_1 = bk_1 + r_1$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}, \exists k_2 \in \mathbb{Z}$ ដែល

$$a_2 = bk_2 + r_2$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = (bk_1 + r_1) + (bk_2 + r_2)$$

$= b(k_1 + k_2) + (r_1 + r_2)$ យក $k = (k_1 + k_2) \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow a_1 + a_2 = bk + (r_1 + r_2) \Rightarrow a_1 + a_2 \equiv r_1 + r_2 \pmod{b}$ ។

x. បើ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}$ នោះ $a_1 + a_2 \equiv r_1 + r_2 \pmod{b}$

ចំពោះ $a_1 \equiv r_1 \pmod{b}, \exists k_1 \in \mathbb{Z} : a_1 = bk_1 + r_1$ និង $a_2 \equiv r_2 \pmod{b}, \exists k_2 \in \mathbb{Z}$ ដែល $a_2 = bk_2 + r_2$

$$\Rightarrow a_1 - a_2 = (bk_1 + r_1) - (bk_2 + r_2)$$

$= b(k_1 - k_2) + (r_1 - r_2)$ យក $k = (k_1 - k_2) \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow a_1 - a_2 = bk + (r_1 - r_2) \Rightarrow a_1 - a_2 \equiv r_1 - r_2 \pmod{b}$ ។

៦- គោលការណ៍នៃប្រព័ន្ធរាប់

៦.១- និយមន័យ(Definition)

ប្រព័ន្ធរាប់ ជាសំណុំនៃការសន្មតទាំងអស់ដែលសម្រាប់សរសេរចំនួនគត់។ គេនឹងសិក្សាអំពីការតាងចំនួនគត់ធម្មជាតិ ដោយចំនួនរាប់អស់នៃសញ្ញា ដែលហៅថា *លេខ* ។

៦.២- គោល(Base)

៦.២.១- និយមន័យ(Definition)

គោល នៃប្រព័ន្ធរាប់ជាចំនួនលេខដែលប្រើក្នុងប្រព័ន្ធនោះ។ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល x ដែល x ជាចំនួនគត់ធំជាង 1 គេប្រើ x លេខ គឺ $0,1,2,3,4,\cdots,x-1$ ។

សម្គាល់ គេតាងចំនួនគត់ធម្មជាតិដែលតូចជាងគោលដោយលេខតែមួយគត់។

- *ប្រព័ន្ធរាប់គោលពីរ* ប្រើលេខ 0 និង 1 ដែលតាងឲ្យចំនួនសូន្យ និង មួយ ។
- *ប្រព័ន្ធរាប់គោលដប់* ប្រើលេខ $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ដែលតាងឲ្យចំនួនសូន្យ មួយ ពីរ បី បួន ប្រាំ ប្រាំមួយ ប្រាំពីរ ប្រាំបី ប្រាំបួន ។
- *ប្រព័ន្ធរាប់គោលដប់ពីរ* ប្រើលេខ $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B$ ដែលតាងឲ្យចំនួន សូន្យ មួយ ពីរ បី បួន ប្រាំ ប្រាំមួយ ប្រាំពីរ ប្រាំបី ប្រាំបួន ដប់ ដប់មួយ ។

៦.២.២- ការសរសេរមួយចំនួននៅក្នុងប្រព័ន្ធគោល x

អត្ថិភាព ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល x គេប្រើលេខ $0,1,2,3,4,\cdots,x-1$ ដែល $0<1<2<\cdots<x-1$ ។

គេឲ្យ N ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ៖

- បើ $N<x$ នោះ N តាងលេខមួយក្នុងបណ្តាលេខខាងលើ ។
- បើ $N\ge x$ គេចែក N និង x គេបាន $\begin{cases} N = xq_1 + r_0 \\ 0\le r_0 < x \end{cases}$ និង $q_1\ge 1$
- បើ $q_1<x$ នោះ q_1 តាងឲ្យចំនួនមួយក្នុងបណ្តាចំនួនខាងលើហើយសន្មតសរសេរ N ដោយ $N=\overline{q_1r_0}$
- បើ $q_1\ge x$ គេចែក q_1 និង x គេបាន $\begin{cases} q_1 = xq_2 + r_1 \\ 0\le r_1 < x \end{cases}$ និង $q_2\ge 1$
- បើ $q_2<x$ នោះ q_2 តាងឲ្យចំនួនមួយក្នុងបណ្តាចំនួនខាងលើហើយសន្មតសរសេរ N ដោយ $N=\overline{q_1r_1r_0}$
- បើ $q_2\ge x$ គេធ្វើរបៀបនេះដដែលៗ គេបាន

$$\left.\begin{array}{l}\cdot N = xq_1 + r_0 \quad , \quad 0 \le r_0 < x \ , \quad q_1 \ge x \\ q_1 = xq_2 + r_1 \quad , \ 0 \le r_1 < x \quad , \quad q_2 \ge x \\ q_2 = xq_3 + r_2 \quad , \ 0 \le r_2 < x \quad , \ q_3 \ge x \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ q_{n-1} = xq_n + r_{n-1}, 0 \le r_{n-1} < x, 1 \le q_{n-1} < x \end{array}\right\} + \begin{array}{l} N = xq_1 + r_0 \quad , \quad 0 \le r_0 < x \quad , \quad q_1 \ge x \\ xq_1 = x^2q_2 + xr_1 \quad , \quad 0 \le r_1 < x \quad , \quad q_2 \ge x \\ x^2q_2 = x^3q_3 + x^2r_2 \quad , \quad 0 \le r_2 < x \quad , \quad q_3 \ge x \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ x^{n-1}q_{n-1} = x^nq_n + x^{n-1}r_{n-1}, 0 \le r_{n-1} < x, 1 \le q_{n-1} < x \\ \hline N = q_n x^n + r_{n-1} x^{n-1} + \cdots + r_2x^2 + r_1x + r_0 \end{array}$$

គេសន្មតសរសេរ $N = q_nx^n + r_{n-1}x^{n-1} + \cdots + r_2x^2 + r_1x + r_0$ ដោយ $N = \overline{q_nr_{n-1}r_{n-2}\cdots r_2r_1r_0}$ ដែល n សរសេរក្នុងប្រព័ន្ធគោល10 ។

សម្គាល់ បើគ្មានការច្រឡំនឹងវិធីគុណ គេអាចសរសេរ N ដោយ

$N = q_nr_{n-1}r_{n-2}\cdots r_2r_1r_0$ ។

ឧទាហរណ៍១

ក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 ចំនួន $2135 = 2\times10^3 + 1\times10^2 + 3\times10 + 5$ ។

ឧទាហរណ៍២

ក្នុងប្រព័ន្ធគោល 2 ចំនួន $1101001 = 1\times2^6 + 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2 + 1$ ។

៧-ទ្រឹស្តីបទហ្វែម៉ាត និង វិលសុន

៧.១- ទ្រឹស្តីបទហ្វែម៉ាត(Fermat's theorem)

បើ p ជាចំនួនបឋម និង a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិចែកមិនដាច់នឹង p នោះគេបាន $a^p - a$ ចែកដាច់នឹង p ឬ $a^p \equiv a(\bmod p)$ ។

- ចំពោះ $a = 1$ គេបាន $1^p - 1 \equiv 0(\bmod p)$ ពិត
- យើងឧបមាថាវាពិតចំពោះ $a = m$ គឺ $m^p - m \equiv 0(\bmod p)$ ដែល m ចែកមិនដាច់នឹង p ។
- យើងនឹងស្រាយថាវាពិតចំពោះ $a = m+1$ ទៀតគឺ $(m+1)^p - (m+1) \equiv 0(\bmod p)$ ។

តាមរូបមន្តទ្វេធាញូតុនគេមាន

$$(m+1)^p = \sum_{k=0}^{p} C_p^k m^k = \sum_{k=1}^{p-1}\left(C_p^k m^k\right) + m^p + 1$$

គេមាន $C_p^k = \dfrac{p!}{k!(p-k)!} = \dfrac{p}{k}\cdot\dfrac{(p-1)!}{(k-1)!(p-k)!} = \dfrac{p}{k}C_{p-1}^{k-1}$ ឬ $kC_p^k = pC_{p-1}^{k-1}$ នោះ

$p|kC_p^k$ តែដោយ $GCD(p,k)=1$

នោះគេទាញ $p|kC_p^k$ នាំឱ្យ $p|\sum_{k=1}^{p-1}C_p^k m^k$

ហេតុនេះ $(m+1)^p \equiv m^p + 1(\bmod p)$

តែតាមការឧបមា $m^p - m \equiv 0(\bmod p)$

គេបាន $(`m+1)^p - (m+1) \equiv 0(\bmod p)$ (ពិត)

ដូចនេះ $a^p \equiv a(\bmod p)$ ដែល a ចែកមិនដាច់នឹង p ។

វិបាក

តាមទ្រឹស្តីបទខាងលើគេអាចសរសេរ $a^p - a = a\left(a^{p-1}-1\right) \equiv 0(\bmod p)$

បើ $GCD(a,p)=1$ នោះ $p|\left(a^{p-1}-1\right)$

ដូចនេះ $a^{p-1} \equiv 1(\bmod p)$ ដែល a និង p បឋមរវាងគ្នា។

៧.២- ទ្រឹស្តីបទវិលសុន

បើ p ជាចំនួនបឋមនោះ $(p-1)! \equiv -1(\bmod p)$ ។

៨.ទ្រឹស្តីបទអឺលែEuler's Theorem

៨.១ -អនុគមន៍អឺលែ

និយមន័យ

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n គេតាង $\varphi(n)$ ជាគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ k តូចជាង n ដែលបឋមរវាងគ្នាជាមួយនឹង n ។អនុគមន៍ $\varphi(n)$ ហៅថាអនុគមន៍អឺលែ ដែល $\varphi(1)=1$ និង គ្រប់ចំនួនបឋម p គេមាន $\varphi(p)=p-1$ ។

ឧទាហរណ៍ $\varphi(7)=7-1=6$, $\varphi(11)=11-1=0$

លក្ខណៈនិងទ្រឹស្តីបទ

ក. $\varphi\left(p^{\alpha}\right)=p^{\alpha}-p^{\alpha-1}$ ដែលជាចំនួនបឋមនិងជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ។

ខ. $\varphi(a.b)=\varphi(a).\varphi(b)$ ដែល $GCD(a,b)=1$ ។

គ. $\varphi\left(p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}\dots p_k^{\alpha_k}\right)=\varphi\left(p_1^{\alpha_1}\right).\varphi\left(p_2^{\alpha_2}\right)\dots\varphi\left(p_k^{\alpha_k}\right)$

ដែល p_k ជាចំនួនបឋមខុសគ្នា និង $\alpha_k \geq 1$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ។

ឃ. $\varphi\left[LCM(a,b)\right]\times\varphi\left[GCD(a,b)\right]=\varphi(a)\times\varphi(b)$

ង. បើ $b|a$ នោះ $\varphi(b)|\varphi(a)$

ឧទាហរណ៍

$\varphi(343)=\varphi\left(7^3\right)=7^3-7^2=294$

$\varphi(72)=\varphi\left(2^3.3^2\right)=\left(2^3-2^2\right)\left(3^2-3\right)=24$

ទ្រឹស្តីបទ

បើ a និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានបឋមរវាងគ្នានោះគេបាន $a^{\varphi(n)}\equiv 1(\bmod n)$ ។

ឧទាហរណ៍ ចូររកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ 3^{1000}

គេមាន $\varphi(100)=\varphi\left(2^2.5^2\right)=\left(2^2-2\right)\left(5^2-5\right)=40$

គេបាន $3^{40}\equiv 1(\bmod 100)$ នោះ $3^{1000}=\left(3^{40}\right)^{25}\equiv 1(\bmod 100)$

ដូចនេះចំនួន 3^{1000} មានលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយ 01 ។

៩.សមីការឌីយ៉ូផង់លីនេអ៊ែ (Linear Diophantine Equation)

៩.១ -និយមន័យ

សមីការដែលមានរាង $a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_kx_k=b(*)$ ដែលមេគុណ $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_k$ និង b ជាចំនួនគត់ថេរ។

៩.២- ទ្រឹស្តីបទ

សមីការមានចម្លើយលុះត្រាតែ $GCD(a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n)|b$ ។

ឧទាហរណ៍ សមីការ $48x+36y=17$ គ្មានចម្លើយក្នុងសំណុំនៃចំនួនគត់ទេ ព្រោះ $GCD(48,36)=12$ ហើយ 17 ចែកមិនដាច់នឹង 12 ។

៩.៣ -ដំណោះស្រាយសមីការរាង $ax+by=c$

ទ្រឹស្តីបទ

សន្មតថា a,b,c ជាចំនួនគត់ដែល $GCD(a,b)|c$ ហើយយក (x_o,y_o) ជាចម្លើយមួយនៃ

សមីការ $ax+by=c$ ។គ្រប់ចម្លើយដ៏ទៃទៀតនៃសមីការនេះក្នុងសំណុំចំនួនគត់ឱ្យតាមទម្រង់ $x=x_o+\frac{b}{\delta}t$, $y=y_o-\frac{a}{\delta}t$ ដែល $\delta=GCD(a,b),t\in\mathbb{Z}$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

បើ (x_o,y_o) ជាចម្លើយនៃសមីការ $ax+by=c$ នោះគេបាន

$ax_o+by_o=c \quad (1)$

យក (x',y') ជាចម្លើយផ្សេងទៀតនៃ $ax+by=c$ នោះគេបាន

$ax'+by'=c \quad (2)$

ធ្វើផលសងសមីការ (2) និង (1) គេបាន

$a(x'-x_o)+b(y'-y_o)=0$
$a(x'-x_o)=b(y_o-y')$

ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $\delta=GCD(a,b)$ គេបាន

$\frac{a}{\delta}(x'-x_o)=\frac{b}{\delta}(y_o-y')$ ដោយ $GCD\left(\frac{a}{\delta},\frac{b}{\delta}\right)=1$

នោះគេបាន $\frac{a}{\delta}\left(y_o-y'\right)$ នាំឲ្យមាន $t\in\mathbb{Z}$ ដែល $y_o-y'=\frac{a}{\delta}t$

គេទាញបាន $y'=y_o-\frac{a}{\delta}t$ ហើយ $\frac{a}{\delta}(x'-x_o)=\frac{b}{\delta}.\frac{a}{\delta}t$

គេទាញ $x'=x_o+\frac{b}{\delta}t$ ។

ដូចនេះ $x=x_o+\frac{b}{\delta}t,y=y_o-\frac{a}{\delta}t$ ដែល $\delta=GCD(a,b),t\in Z$ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ ដោះស្រាយសមីការ $7x+4y=15$ ក្នុងសំណុំចំនួនគត់។

ចំពោះ $x=1,y=2$ គេបាន $7(1)+4(2)=15$ ពិត

ដូចនេះគូ $(1,2)$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ។

ដោយ $GCD(7,4)=1$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទខាងលើគេបានចម្លើយ

$x=1+4t,y=2-7t$ ដែល $t\in Z$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២ គេមានស្វីតនព្វន្តពីរ $(x_n)_{n\geq1}$ និង $(y_n)_{n\geq1}$ កំណត់ដោយ

$(x_n):3,7,11,15,.....$ និង $(y_n):11,20,29,38,...$

តើក្នុងចំណោម 2012 តួដំបូងនៃស្វ៊ីត (x_n) និង (y_n) មានប៉ុន្មានតួដែលស្មើគ្នា?

តួទី p នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត (x_n) គឺ $x_p=3+(7-3)(p-1)=4p-1$

តួទី k នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត (y_k) គឺ $y_k=11+(20-11)(k-1)=9k+2$

បើ $x_p=y_k$ គេបាន $4p-1=9k+2$ ឬ $4p-9k=3$

ចំពោះ $p=3,k=1$ គេបាន $4(3)-9(1)=3$ ពិត

នោះគូ $p=3,k=1$ ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ។

សមីការ $4p-9k=3$ អាចសរសេរ $4(p-3)=9(k-1)$

ដោយ $GCD(4,9)=1$ នាំឲ្យមាន $t\geq 0,t\in \mathrm{N}$ ដែល

$p-3=9t$ និង $k-1=4t$ ឬ $p=9t+3,k=4t+1$

ចំពោះ $1\leq p\leq 2012$ និង $1\leq k\leq 2012$ គេទាញបាន

$\begin{cases}1\leq 9t+3\leq 2012\\1\leq 4t+1\leq 2012\end{cases}$ នាំឲ្យ $0\leq t\leq 223$ ឬ $t=0,1,2,...,223$ ។

ដូចនេះក្នុងចំណោម 2012 តួដំបូងនៃស្វ៊ីត (x_n) និង (y_n) មាន 224 តួស្មើគ្នា។

៩.៤- ដំណោះស្រាយសមីការមានរាង $ax+by=\delta=GCD(a,b)$

គេឲ្យសមីការ $ax+by=\delta$ ដែល $GCD(a,b)=\delta$

បើ (x_o,y_o) ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ $ax+by=\delta$ នោះគេបាន: $ax_0+by_o=\delta(1)$

យក (x',y') ជាចម្លើយផ្សេងទៀតនៃ $ax+by=\delta$ នោះគេបាន: $ax'+by'=\delta(2)$

ធ្វើផលសងសមីការ (2) និង (1) គេបាន

$a(x'-x_0)+b(y'-y_0)=0$

$a(x'-x_0)=b(y'-y_0)$

ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $\delta=GCD(a,b)$ គេបាន

$\frac{a}{\delta}(x'-x_0)=\frac{b}{\delta}(y'-y_0)$ ដោយ $GCD\left(\frac{a}{\delta},\frac{b}{\delta}\right)=1$

នោះគេបាន $\frac{a}{\delta}\Big|(y_0-y')$ នាំឲ្យមាន $t\in Z$ ដែល $y_0-y'=\frac{a}{\delta}t$

គេទាញបាន $y'=y_0-\frac{a}{\delta}t$ ហើយ $\frac{a}{\delta}(x'-x_0)=\frac{b}{\delta}.\frac{a}{\delta}t$

គេទាញ $x' = x_0 + \frac{b}{\delta}t$ ។

ដូចនេះ $x = x_o + \frac{b}{\delta}t, y = y_o - \frac{a}{\delta}t$ ដែល $\delta = GCD(a,b), t \in Z$ ។

ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយសមីការ $42x + 66y = 6$ ក្នុងសំណុំចំនួនគត់។

គេមាន $GCD(42,66) = 6$ ។

ចំពោះ $x = -3, y = 2$ គេបាន $42(-3) + 66(2) = 6$ ពិត

នោះ $x = -3, y = 2$ ជាគូចម្លើយមួយនៃសមីការ។

តាមទ្រឹស្តីបទគេបានចម្លើយទូទៅនៃសមីការគឺ

$x = -3 + 11t$, $y = 2 - 7t$ ចំពោះគ្រប់ $t \in \mathbb{Z}$ ។

៩.៥-ដំណោះស្រាយសមីការមានរាង $ax + by = 1$ ដែល $GCD(a,b) = 1$

ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយសមីការ $226x + 175y = 1$ ។

គេមាន $226 = 2^3 \times 3 \times 11$, $175 = 5^2 \times 7$ នោះ $GCD(226,175) = 1$

តាមវិធីចែកអឺគ្លីតគេបាន

$226 = 175 \times 1 + 51$ ឬ $51 = 226 - 175 \times 1$

$175 = 51 \times 3 + 22$ ឬ $22 = 175 - 51 \times 3$

$$22 = 175 - (226 - 175 \times 1) \times 3$$
$$22 = -226 \times 3 + 175 \times 4$$

$51 = 22 \times 2 + 7$ ឬ $7 = 51 - 22 \times 2$

$$7 = 226 - 175 \times 1 - (-226 \times 3 + 175 \times 4) \times 2$$
$$7 = 226 \times 7 - 175 \times 9$$

$22 = 7 \times 3 + 1$ ឬ $1 = 22 - 7 \times 3$

$$1 = -226 \times 3 + 175 \times 4 - (226 \times 7 - 175 \times 9) \times 3$$
$$1 = 226 \times (-24) + 175 \times (31)$$

គេទាញបាន $x = -24, y = 31$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ។

សមីការអាចសរសេរ $226(x + 4) + 175(y - 31) = 0$

ឬ $226(x + 4) = 175(31 - y)$ នាំឱ្យមានចំនួនគត់ t ដែល

$x + 4 = 175t$ និង $31 - y = 226t$

ដូចនេះ $x=175t-4$, $y=31-226t$ ដែល $t\in\mathbb{Z}$ ។

១០.សមីការពីតាគ័រ (Pythagore's Equation)

ទ្រឹស្តីបទ

យក x,y,z ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិដែលមានតួចែករួមស្មើ1ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2+y^2=z^2$ ។ហេតុនេះក្នុងចំណោម x ឬ y ត្រូវមានមួយជាចំនួនគូយ៉ាងតិច។ករណីដែល x ជាចំនួនគូ នោះគេមានចំនួនគត់ធម្មជាតិបឋមរវាងគ្នា u និង v ហើយមានភាពគូសេសផ្ទុយគ្នាដែល៖ $x=2uv$, $y=m^2-n^2$, $z=m^2+n^2$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យក d ជាតួចែករួមរបស់ x និង y នោះ $d^2|x^2+y^2$

ដូចនេះ $d^2|z^2$ ឬ $d|z$ នោះ d ជាតួចែករួមនៃ x,y,z ។

ដោយបម្រាប់គេមាន $d=1$ នោះ x និង y បឋមរវាងគ្នា ហើយ x,y,z បឋមរវាងគ្នាពីរៗ។

បើ x និង y ជាចំនួនសេសទាំងពីរ នោះ $x^2\equiv y^2\equiv 2(\bmod 4)$

គេបាន $z^2=x^2+y^2\equiv 2(\bmod 4)$ មិនអាចមាន។

ដូចនេះ x និង y មិនអាចជាចំនួនសេសទាំងពីរទេ។សន្មតថា x ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានគូនោះគេយកគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ។

នោះគេយក $x=2w$ គ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ w ។

សមីការ $x^2+y^2=z^2$ ក្លាយជា $4w^2+y^2=z^2$

ឬ $(z-y)(z+y)=4w^2$

តាង δ ជាតួចែករួមរវាង $z-y$ និង $z+y$ ។

គេមាន $z-y$ និង $z+y$ មានលក្ខណៈគូសេសដូចគ្នាគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ y,z ។

តាង δ ជាតួចែករួមរវាង $z-y$ និង $z+y$

នោះ δ ក៏ត្រូវតែជាតួចែករួមរវាង $(z-y)+(z+y)=2z$ និង $(z+y)-(z-y)=2y$ នោះ $\delta=1$ ឬ $\delta=2$ នោះគេបាន $GCD\left(\frac{z-y}{2},\frac{z+y}{2}\right)=1$ ។

ពីសមីការ $(z-y)(z+y)=4w^2$ គេអាចសរសេរ

$\frac{z-y}{2}\cdot\frac{z+y}{2}=w^2$ នាំឱ្យមានចំនួនគត់បឋមរវាងគ្នា u និង v ដែល

$\frac{z+y}{2}=u^2$ និង $\frac{z-y}{2}=v^2$ ហើយ $w^2=u^2v^2$

គេទាញ $w=uv$, $z=u^2+v^2$ និង $y=u^2-v^2$

ដូចនេះ $x=2uv$, $y=m^2-n^2$

ឧទាហរណ៍ បើ (a_1,b_1,c_1) និង (a_2,b_2,c_2) ជាត្រីធាតុរបស់ពីតាគ័រនោះស្រាយថា $(a_1a_2+b_1b_2,a_2b_1-a_1b_2,c_1c_2)$ ក៏ជាត្រីធាតុរបស់ពីតាគ័រដែរ។

ដំណោះស្រាយ

(a_1,b_1,c_1) និង (a_2,b_2,c_2) ជាត្រីធាតុរបស់ពីតាគ័រនោះគេបាន

${a_1}^2+{b_1}^2={c_1}^2$ និង ${a_2}^2+{b_2}^2={c_2}^2$

គេមាន ${a_1}^2+{b_1}^2=(a_1+ib_1)(a_1-ib_1)=z_1\cdot\overline{z_1}$

និង ${a_2}^2+{b_2}^2=(a_2+ib_2)(a_2-ib_2)=z_2\cdot\overline{z_2}$

ដែល $z_1=a_1+ib_1$ និង $z_2=a_2+ib_2$

គេបាន $({a_1}^2+{b_1}^2)({a_2}^2+{b_2}^2)=z_1\cdot\overline{z_1}\cdot z_2\cdot\overline{z_2}=(z_1\overline{z_2})(\overline{z_1}z_2)$

តាង $z=z_1\cdot\overline{z_2}$ នោះ $\overline{z}=\overline{z}_1\cdot z_2$ ព្រោះ $\overline{\overline{z_2}}=z_2$

គេបាន ${c_1}^2{c_2}^2=({a_1}^2+{b_1}^2)({a_2}^2+{b_2}^2)=z\cdot\overline{z}=(|z|)^2$ (1)

ដោយ $z=(a_1+ib_1)(a_2-ib_2)=(a_1a_2+b_1b_2)+i(a_2b_1-a_1b_2)$

នោះ $|Z|^2=(a_1a_2+b_1b_2)^2+(a_1b_1-a_2b_2)^2(2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន:

$(a_1a_2+b_1b_2)^2+(a_1b_1-a_2b_2)^2=(c_1c_2)^2$ ។

ទំនាក់ទំនងនេះបញ្ជាក់ថាត្រីធាតុ $(a_1a_2+b_1b_2,a_2b_1-a_1b_2,c_1c_2)$ ជាត្រីធាតុរបស់ពីតាគ័រ។

១១.សមីការផែល(Pell's equation)

១១.១- និយមន័យ

សមីការ Diophantine ទាំងឡាយណាដែលមានរាង $x^2-dy^2=1$ ហៅថា**សមីការផែល**(Pell's equation) ដែល d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានមិនមែនជាការេប្រាកដ។

ឧទាហរណ៍ $x^2-3y^2=1, x^2-29y^2=1$ ហៅថាសមីការផែល។

១១.២- ទ្រឹស្តីបទ

បើ (x_0,y_0) ជាចម្លើយគោលនៃសមីការ ផែល $x^2-dy^2=1$ គ្រប់ចម្លើយវិជ្ជមានរបស់ទម្រង់ (x_n,y_n) ដែល $\left(x_n+y_n\sqrt{d}\right)^n$ ចម្លើយ (x_n,y_n) អាចគណនាតាមរូបមន្ត:

$$x=\frac{\left(x_0+\sqrt{d}y_0\right)^n+\left(x_0-\sqrt{d}y_0\right)^n}{2}$$

$$y=\frac{\left(x_0+\sqrt{d}y_0\right)^n-\left(x_0-\sqrt{d}y_0\right)^n}{2}$$ ។

ឬអាចគណនាបានតាមទំនាក់ទំនងកំណើន $\begin{cases}x_{n+1}=x_0x_n+dy_0y_n\\ y_{n+1}=x_0y_n+x_ny_n\end{cases}$

សម្រាយបញ្ជាក់

បើ (x_0,y_0) ជាចម្លើយគោលនៃសមីការផែល $x^2-dy^2=1$ នោះគេបាន $x_0{}^2-dy_0{}^2=1(i)$

គេមាន $x_n+\sqrt{d}y_n=\left(x_0+y_0\sqrt{d}\right)^n(ii)$

តាមទ្វេធាញូតុនគេទាញបាន $x_n-y_n\sqrt{d}=\left(x_0-y_0\sqrt{d}\right)^n(iii)$

ផលគុណ $(ii)\&(iii)$ អង្គនិងអង្គគេបាន:

$$(x_n-y_n)(x_n+y_n)=(x_0+y_0\sqrt{d})^n(x_0-y_0\sqrt{d})^n$$

$$x_n{}^2-y_n{}^2=(x_0{}^2-dy_0{}^2)^n \quad (iv)$$

តាម (i) និង (iv) គេបាន $x_n{}^2-dy_n{}^2=1$

ដូចនេះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន (x_n,y_n) ដែល $x_n+y_n\sqrt{d}=(x_0+y_0\sqrt{d})^n$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ $x_n{}^2-dy_n{}^2=1$ ដែល (x_0,y_0) ជាចម្លើយគោលរបស់វា។

បូកសមីការ (ii) និង (iii) គេបាន $x_n=\frac{1}{2}\left[(x_0+y_0\sqrt{d})^n+(x_0-y_0\sqrt{d})^n\right]$

ដកសមីការ (ii) និង (iii) គេបាន $y_n=\frac{1}{2\sqrt{d}}\left[(x_0+y_0\sqrt{d})^n-(x_0-y_0\sqrt{d})^n\right]$

ដូចនេះ $x_n=\frac{1}{2}\left[(x_0+y_0\sqrt{d})^n+(x_0-y_0\sqrt{d})^n\right]$ និង $y_n=\frac{1}{2\sqrt{d}}\left[(x_0+y_0\sqrt{d})^n-(x_0-y_0\sqrt{d})^n\right]$ ។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $x_n+y_n\sqrt{d}=(x_0+y_0\sqrt{d})^n$

គេបាន $x_{n+1}+y_{n+1}\sqrt{d}=(x_0+y_0\sqrt{d})^{n+1}$

$$x_{n+1}+y_{n+1}\sqrt{d}=(x_0y_n+dy_0y_n)+(x_ny_0+x_0y_n)\sqrt{d}$$

គេទាញបាន $\begin{cases} x_{n+1}=x_0x_n+dy_0y_n \\ y_{n+1}=x_0y_n+x_ny_0 \end{cases}$ ជាទំនាក់ទំនងកំណើន។

ឧទាហរណ៍១ ដោះស្រាយសមីការ $x^2-2y^2=1$ ក្នុងសំណុំចំនួនគត់វិជ្ជមាន។

ចំពោះ $x=3, y=2$ គេបាន $3^2-2\times 2^2=1$ ពិត

នោះ $(3,2)$ ជាគូចម្លើយរបស់សមីការ។

តាង (x_n, y_n) ជាគូចម្លើយវិជ្ជមានរបស់សមីការ $x^2-2y^2=1$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទ

គេបាន $x_n+2y_n=(3+2\sqrt{2})^n$ (1)

$$x_n-2y_n=(3-2\sqrt{2})^n \quad (2)$$

បូកសមីការ $(1)\&(2)$ គេបាន $x_n=\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)^n+\left(3-2\sqrt{2}\right)^n}{2}$

ដកសមីការ $(1)\&(2)$ គេបាន $y_n=\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)^n-\left(3-2\sqrt{2}\right)^n}{2\sqrt{2}}$

ដូចនេះ $x_n=\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)^n+\left(3-2\sqrt{2}\right)^n}{2}$

$y_n=\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)^n-\left(3-2\sqrt{2}\right)^n}{2\sqrt{2}}$ ដែល $n=1,2,\ldots$ ។

ឧទាហរណ៍២ គេឱ្យ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដោយដឹងថា $2+2\sqrt{28n^2+1}$ ជាចំនួនគត់។ ចូរស្រាយថា $2+2\sqrt{28n^2+1}$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់មួយ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា $2+2\sqrt{28n^2+1}$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់មួយ

តាមបម្រាប់ $2+2\sqrt{28n^2+1}$ ជាចំនួនគត់នាំឱ្យមាន $m\in\mathbb{N}$ ដែល

$28n^2+1=m^2$ ឬ $m^2-28n^2=1$ ជាសមីការ *pell* ។

គូចម្លើយដំបូងនៃសមីការនេះគឺ $m=127$, $n=24$

ព្រោះ $127^2-28\times 24^2=1$ ចំពោះគ្រប់ $k\geq 1$ គេអាចសរសេរ

$$m^2-28n^2=127^2-28\times 24^2=\left(127-28\times 24^2\right)^k$$

$$\left(m-2\sqrt{7}n\right)\left(m+2\sqrt{7}n\right)=\left(127-48\sqrt{7}\right)^k\left(127+48\sqrt{7}\right)^k$$

គេទាញ $\begin{cases} m-2\sqrt{7}n=\left(127-48\sqrt{7}\right)^k \\ m+2\sqrt{7}n=\left(127+48\sqrt{7}\right)^k \end{cases}$

គេបានចម្លើយទូទៅនៃសមីការ

$$m=\frac{\left(127-48\sqrt{7}\right)^k+\left(127+48\sqrt{7}\right)^k}{2}$$

$$n=\frac{\left(127+48\sqrt{7}\right)^k-\left(127-48\sqrt{7}\right)^k}{4\sqrt{7}}$$

ក្នុងករណីនេះគេបាន $2+2\sqrt{28n^2+1}=2+2m$

$$2+2\sqrt{28n^2+1}=2+\left(127+48\sqrt{7}\right)^k+\left(127-48\sqrt{7}\right)^k$$

ដោយ $127\pm 48\sqrt{7}=\left(8\pm 3\sqrt{7}\right)^2$

$$2+2\sqrt{28n^2+1}=2+\left(127+48\sqrt{7}\right)^k+\left(127-48\sqrt{7}\right)^k$$

ដោយ $127\pm 48\sqrt{7}=\left(8\pm 3\sqrt{7}\right)^2$ និង $\left(8+3\sqrt{7}\right)\left(8-3\sqrt{7}\right)=1$

គេបាន $2+\left(127+48\sqrt{7}\right)^k+\left(127-48\sqrt{7}\right)^k=\left[\left(8+3\sqrt{7}\right)^k+\left(8-3\sqrt{7}\right)^k\right]^2$

នាំឲ្យ $2+2\sqrt{28n^2+1}=\left[\left(8+3\sqrt{7}\right)^k+\left(8-3\sqrt{7}\right)^k\right]^2$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់

ព្រោះ $\left[\left(8+3\sqrt{7}\right)^k+\left(8+3\sqrt{7}\right)^k\right]$ ជាចំនួនគត់

ដូច្នេះ បើ $2+2\sqrt{28n^2+1}$ ជាចំនួនគត់ នោះ $2+2\sqrt{28n^2+1}$ ជាការេនៃចំនួនគត់

ឧទាហរណ៍៣ គេឲ្យសមីការ $x^2-2(4a+1)x+4a^2+8a=0$ ចូរកំណត់គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន a ដើម្បីឲ្យសមីការនេះមានឫសជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន a

ឌីសគ្រីមីណង់បង្រួមសមីការ $\Delta'=(4a+1)^2-\left(4a^2+8a\right)=12a^2+1$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន លុះត្រាតែ Δ' ជាការេប្រាកដ

ព្រោះផលបូក និងផលគុណនៃឫសមីការនេះស្មើរៀងគ្នា $2(4a+1)$ និង $4a^2+8a$ សុទ្ធតែវិជ្ជមាន គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន a ។

តាង k ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $12a^2+1=k^2$

គេបាន $k^2-12a^2=1$ ជាសមីការផែល

ចំពោះ $k=7, a=2$ គេបាន $7^2-12\times 2^2=1$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

នោះគូ $(k,a)=(7,2)$ ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ ។

តាមទ្រឹស្តីបទចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $k^2-12a^2=1$ គឺ

$$k=\frac{\left(7-4\sqrt{3}\right)^n+\left(7+4\sqrt{3}\right)^n}{2}, a=\frac{\left(7+4\sqrt{3}\right)^n-\left(7-4\sqrt{3}\right)^n}{4\sqrt{3}}$$

ដូច្នេះ $k=\frac{\left(7-4\sqrt{3}\right)^n+\left(7+4\sqrt{3}\right)^n}{2}, a=\frac{\left(7+4\sqrt{3}\right)^n-\left(7-4\sqrt{3}\right)^n}{4\sqrt{3}}$ គ្រប់ $n=1,2,3,...$

ឧទាហរណ៍៤ ចូរកំណត់ឫសនៃសមីការ $x^2-4xy-3y^2=1$

សមីការនេះអាចសរសេរ $(x-2y)^2-7y^2=1$

តាង $x=s+2t, y=t$ គេបាន $s^2-7t^2=1$

ចំពោះ $s=8, t=3$ គេបាន $8^2-7(3)^2=1$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

នោះគូ $(8,3)$ ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ។

តាមរូបមន្តគេបានចម្លើយទូទៅរាង $s=\frac{\left(8-3\sqrt{7}\right)^n+\left(8+3\sqrt{7}\right)^n}{2}$

និង $t=\frac{\left(8+3\sqrt{7}\right)^n-\left(8-3\sqrt{7}\right)^n}{2\sqrt{7}}$ ដែល $n=1,2,3,...$

ដូចនេះ $x=\frac{\left(\sqrt{7}+2\right)\left(8+3\sqrt{7}\right)^n+\left(\sqrt{7}-2\right)\left(8-3\sqrt{7}\right)^n}{2\sqrt{7}}$

$$y=\frac{\left(8+3\sqrt{7}\right)^n-\left(8-3\sqrt{7}\right)^n}{2\sqrt{7}}$$ ។

ជំពូកទី២

លក្ខណៈចែកដាច់នឹងចំនួនបឋម និង ចំនួនមិនបឋម

The Properties of Division of Prime Number and Composite Number

ចំនួនបឋម និង ចំនួនមិនបឋមជាសំណុំអនន្ត។នៅក្នុងជំពូកនេះយើងបង្ហាញពីលក្ខណៈចែកដាច់នឹងចំនួនបឋម និងចំនួនមិនបឋម ដែលស្ថិតនៅចន្លោះ1ដល់100 ប៉ុណ្ណោះ ។

ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល10 គេឲ្យចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}$ គេអាចសរសេរ A ទៅជាទម្រង់ $A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+a_{n-2}\times 10^{n-2}+\cdots+a_1\times 10+a_0$ ។

១-ភាពចែកដាច់នឹង 2

ទ្រឹស្តីបទ: ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 2 លុះត្រាតែលេខខ្ទង់រាយ a_0 ចែកដាច់នឹង 2 ។ បានន័យថា ចំនួននោះត្រូវមានលេខចុងក្រោយជាលេខគូ $\{0,2,4,6,8\}$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់:

មាន $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0$ ។

ចំពោះ $\forall k\in\mathbb{N}\Rightarrow 10\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)\Rightarrow 10^k\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)\Rightarrow a_k 10^k\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2),\forall k=\overline{1,n}$

គេបាន $a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)$

ហេតុនេះ $a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)$ លុះត្រាតែ $a_0\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)$

ដូច្នេះ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)\Leftrightarrow a_0\equiv 0\ (\mathrm{mod}\,2)$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន 2010, 23272, 112334455664, 100124678 , 11112223388 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 2 ។

២- ភាពចែកដាច់នឹង 3

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 3 លុះត្រាតែផលបូកនៃលេខទាំងអស់របស់ចំនួននេះចែកដាច់នឹង 3 គឺ $a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

មាន $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា $A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0$ ។

ចំពោះ $\forall k\in\mathbb{N}$ មាន $10\equiv 1\ (\text{mod}\,3)\Rightarrow 10^k\equiv 1\ (\text{mod}\,3)\Rightarrow a_k10^k\equiv a_k\ (\text{mod}\,3)\,,\forall k=\overline{1,n}$

គេបាន $a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0\equiv a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_0\ (\text{mod}\,3)$

ហេតុនេះ $a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0\equiv 0\ (\text{mod}\,3)$

លុះត្រាតែ $a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_0\equiv 0\ (\text{mod}\,3)$

ដូច្នេះ $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}\equiv 0\ (\text{mod}\,3)\Leftrightarrow\ a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_0\equiv 0\ (\text{mod}\,3)$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន 123,12345678, 24691356, 246913569 ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 3 ព្រោះ

- 123 មាន $1+2+3=6$ ចែកដាច់នឹង 3 ។
- 12345678 មាន $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ ចែកដាច់នឹង 3 ។
- 24691356 មាន $2+4+6+9+1+3+5+6=36$ ចែកដាច់នឹង 3 ។
- 246913569 មាន $2+4+6+9+1+3+5+6+9=45$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

៣- ភាពចែកដាច់នឹង4

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 4 លុះត្រាតែ ចំនួនដែលកើតឡើងដោយពីរលេខខាងចុង $\overline{a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 4 ។

សម្រាយបញ្ជាក់:

មាន $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា $A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0$ ។

ដោយ $100\equiv 0\ (\text{mod}\,4)$

និង $a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_2\times 10^2=100(a_n\times 10^{n-2}+a_{n-1}\times 10^{n-3}+\cdots+a_2)$

$\Rightarrow a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_2 \times 10^2 \equiv 0 \pmod 4$

ហេតុនេះដើម្បីឲ្យ $a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 \pmod 4$ លុះត្រាតែ

$a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 \pmod 4 \Leftrightarrow \overline{a_1 a_0} \equiv 0 \pmod 4$

ដូច្នេះ $A = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 \pmod 4 \Leftrightarrow \overline{a_1 a_0} \equiv 0 \pmod 4$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន 4489322336 , 1999772252 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 4 ព្រោះ

- 4489322336 មាន 36 ចែកដាច់នឹង 4 ។
- 1999772252 មាន 52 ចែកដាច់នឹង 4 ។

៨-ភាពចែកដាច់នឹង5

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 5 លុះត្រាតែលេខខ្ទង់រាយ a_0 ចែកដាច់នឹង 5 ។ បានន័យថា ចំនួននោះត្រូវមានលេខចុងក្រោយជាលេខ 0 ឬ 5 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

មាន $A = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជាទម្រង់ $A = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0$

ដោយ $10 \equiv 0 \pmod 5 \Rightarrow 10^k \equiv 0 \pmod 5, \forall k \in \mathbb{N} \Rightarrow a_k \times 10^k \equiv 0 \pmod 5$ ។

គេបាន

$$+\begin{cases} a_n \times 10^n \equiv 0 \pmod 5 \\ a_{n-1} \times 10^{n-1} \equiv 0 \pmod 5 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_1 \times 10 \equiv 0 \pmod 5 \\ a_0 \equiv a_0 \pmod 5 \end{cases}$$

$$\overline{a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0 \equiv a_0 \pmod 5}$$

$$\Leftrightarrow A \equiv a_0 \pmod 5 \Rightarrow A \equiv 0 \pmod 5 \Leftrightarrow a_0 \equiv 0 \pmod 5$$

ដូច្នេះ $A = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 \pmod 5 \Leftrightarrow a_0 \equiv 0 \pmod 5$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន 2666305455243535, 2764659867054320, 999887766551125 ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5 ព្រោះ

- 2666305455243535 មានលេខចុង 5 ចែកដាច់នឹង 5 ។
- 2764659867054320 មានលេខចុង 0 ចែកដាច់នឹង 5 ។
- 999887766551125 មានលេខចុង 5 ចែកដាច់នឹង 5 ។

៥-ភាពចែកដាច់នឹង7

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 7 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-2a_0$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជាទម្រង់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង

$A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-2a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 7 យើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 7 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-2a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-20a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}\times 10-a_0$$

$$=-21a_0$$

$$=7\times(-3)a_0$$

ដោយ $10A'-A=7\times(-3)a_0$ ជាពហុគុណនៃ 7 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 7 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 7 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 77785589 ចែកដាច់នឹង 7 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់នឹង 7 ដូចខាងក្រោម

$$
\begin{array}{l}
7778558|9 \\
-\quad 18 \qquad \leftarrow 2\times 9 \\
\hline
77785|40 \\
-\quad 8 \qquad \leftarrow 2\times 4 \\
\hline
7777|7 \\
-\quad 14 \qquad \leftarrow 2\times 7 \\
\hline
7763 \\
-\quad 6 \qquad \leftarrow 2\times 3 \\
\hline
770 \\
7|7 \\
-\quad 14 \qquad \leftarrow 2\times 7 \\
\hline
-7
\end{array}
$$

ដោយ -7 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 7 យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 77777, $777854630, 77077785589$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 77785589 ពិតជាចែកដាច់នឹង 7 ។

៦- ភាពចែកដាច់នឹង 8

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 8 លុះត្រាតែចំនួនគត់ដែលកើតឡើងដោយបីលេខខាងចុង $\overline{a_2a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 8 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា

$A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0$

ដោយ $1000\equiv 0 \pmod 8 \Leftrightarrow 10^3\equiv 0 \pmod 8$

គេបាន

$a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_3\times 10^3=10^3(a_n\times 10^{n-3}+a_{n-1}\times 10^{n-4}+\cdots+a_3)$

$\Rightarrow a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_3 \times 10^3 \equiv 0 \pmod 8$

ហេតុនេះ ដើម្បីឲ្យ $a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 \pmod 8$

លុះត្រាតែ $a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10 + a_0 \equiv 0 \pmod 8 \Leftrightarrow \overline{a_2 a_1 a_0} \equiv 0 \pmod 8$ ។

ឧទាហរណ៍ គេមានចំនួន 9988776123888 , 1001564654176 , 156465417456000 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 8 ព្រោះ

- ចំនួន 9988776123888 មាន 888 ចែកដាច់នឹង 8 ។
- ចំនួន 1001564654176 មាន 176 ចែកដាច់នឹង 8 ។
- ចំនួន 156465417456000 មាន 000 ចែកដាច់នឹង 8 ។

៧- ភាពចែកដាច់នឹង 9

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 9 លុះត្រាតែ ផលបូកនៃលេខទាំងអស់របស់ចំនួននេះចែកដាច់នឹង 9 គឺ $a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1 + a_0$ ចែកដាច់នឹង 9 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន $A = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា

$A = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0$

ដោយ $10 \equiv 1 \pmod 9 \Rightarrow 10^k \equiv 1 \pmod 9, \forall k \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow a_k \times 10^k \equiv a_k \pmod 9$

គេបាន

$$(+)\begin{cases} a_n \times 10^n \equiv a_n \pmod 9 \\ a_{n-1} \times 10^{n-1} \equiv a_{n-1} \pmod 9 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_1 \times 10 \equiv a_1 \pmod 9 \\ a_0 \equiv a_0 \pmod 9 \end{cases}$$

$$\overline{a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0 \equiv a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1 + a_0 \pmod 9}$$

$\Leftrightarrow A \equiv a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1 + a_0 \pmod 9$

$\Rightarrow A \equiv 0 \pmod 9 \Leftrightarrow a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1 + a_0 \equiv 0 \pmod 9$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន $12345678, 23867541, 87654321$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 9 ព្រោះ:

- ចំនួន 12345678 មាន $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ ចែកដាច់នឹង 9
- ចំនួន 23867541 មាន $2+3+8+6+7+5+4+1=36$ ចែកដាច់នឹង 9
- ចំនួន 87654321 មាន $8+7+6+5+4+3+2+1=36$ ចែកដាច់នឹង 9 ។

៨- ភាពចែកដាច់នឹង 10

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 10 លុះត្រាតែ វាមានលេខខាងចុងចែកដាច់នឹង10 មានន័យថាលេខខាងចុងគឺលេខ 0 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

មាន $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=a_n\times 10^n + a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots + a_1\times 10 + a_0$ ។

ចំពោះ $\forall k\in\mathbb{N} \Rightarrow 10\equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 10^k\equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a_k 10^k \equiv 0 \pmod{10}$, $\forall k=\overline{1,n}$

គេបាន $a_n\times 10^n + a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots + a_1\times 10\equiv 0 \pmod{10}$

ហេតុនេះ $a_n\times 10^n + a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots + a_1\times 10 + a_0\equiv 0 \pmod{10}$ លុះត្រាតែ $a_0\equiv 0 \pmod{10}$

ដូច្នេះ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}\equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow a_0\equiv 0 \pmod{10}$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន $1990, 2010, 2020, 23207670, 11334455660, 10124670, 358865432240$ ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 10 ។

៩-ភាពចែកដាច់នឹង11

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង11លុះត្រាតែ $(a_0+a_2+a_4+\cdots)-(a_1+a_3+a_5+\cdots)$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា

$$A=a_n\times 10^n + a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots + a_1\times 10 + a_0$$

ដោយ $10\equiv -1 \pmod{11} \Rightarrow 10^k\equiv (-1)^k \pmod{11}, \forall k\in\mathbb{N} \Rightarrow a_k\times 10^k\equiv a_k(-1)^k \pmod{11}$

គេបាន

$$a_n\times10^n+a_{n-1}\times10^{n-1}+\cdots+a_1\times10+a_0\equiv a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_n(-1)^n\ (\text{mod}11)$$

$$\Leftrightarrow A\equiv(a_0+a_2+a_4+\cdots)-(a_1+a_3+a_5+\cdots)\ (\text{mod}11)$$

$$\Rightarrow A\equiv0(\text{mod}11)\Leftrightarrow(a_0+a_2+a_4+\cdots)-(a_1+a_3+a_5+\cdots)\equiv0(\text{mod}11)$$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន $163152, 159786, 3953070$ ជាចំនួនចែកដាច់នឹង 11 ព្រោះ

- ចំនួន 163152 មាន $(2+1+6)-(5+3+1)=0$ ចែកដាច់នឹង 11
- ចំនួន 159786 មាន $(6+7+5)-(8+9+1)=0$ ចែកដាច់នឹង 11
- ចំនួន 3953070 មាន $(0+0+5+3)-(7+3+9)=-11$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

១០- ភាពចែកដាច់នឹង 13

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 13 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+4a_0$ ចែកដាច់នឹង 13 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10+a_0$ និង $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+4a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 13 យើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 13 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+4a_0)-(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10+a_0)$$

$$=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10+40a_0-\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10-a_0$$

$$=39a_0$$

ដោយ $10A'-A=13\times3a_0$ ជាពហុគុណនៃ 13 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 13 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 13 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 593724703 ចែកដាច់នឹង 13 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{l}
59372470|3 \\
+ \quad 12 \qquad \leftarrow 4\times 3 \\
\hline
5937248|2 \\
+ \quad 8 \qquad \leftarrow 4\times 2 \\
\hline
593725|6 \\
+ \quad 24 \qquad \leftarrow 4\times 6 \\
\hline
59374|9 \\
+ \quad 36 \qquad \leftarrow 4\times 9 \\
\hline
59410 \\
594|10 \\
+ \quad 4 \qquad \leftarrow 4\times 1 \\
\hline
59|8 \\
+ \quad 32 \qquad \leftarrow 4\times 8 \\
\hline
9|1 \\
+ \quad 4 \qquad \leftarrow 4\times 1 \\
\hline
13
\end{array}
$$

ដោយ 13 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង13។យើងសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 91 , 598 , 59410 593749 និង 5937256, 59372482, 593724703 ចែកដាច់នឹង 13 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 5937256 ចែកដាច់នឹង 13 ។

១១- ភាពចែកដាច់នឹង17

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 17 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-5a_0$ ចែកដាច់នឹង 17 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-5a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 17 យើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ17 ។

គុណ A' នឹង 10រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-5a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-50a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-51a_0$$

$$=17\times(-3)a_0$$

ដោយ $10A'-A=17\times(-3)a_0$ ជាពហុគុណនៃ 17 នោះ$10A'$ ជាពហុគុណនៃ 17 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 17 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 38159475 ចែកដាច់នឹង 17 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl}
3815947|5 & \\
-\quad 25 & \leftarrow 5\times 5\\ \hline
3815922 & \\
381592|2 & \\
-\quad 10 & \leftarrow 5\times 2\\ \hline
38158|2 & \\
-\quad 10 & \leftarrow 5\times 2\\ \hline
3814|8 & \\
-\quad 40 & \leftarrow 5\times 8\\ \hline
377|4 & \\
-\quad 20 & \leftarrow 5\times 4\\ \hline
35|7 & \\
-\quad 35 & \leftarrow 5\times 7\\ \hline
00 &
\end{array}$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 17 ។ យើងសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 357 , 3774 , 38148 381582 , 3815922 និង 38159475 ចែកដាច់នឹង 17 ។

ដូច្នេះ 38159475 ចែកដាច់នឹង 17 ។

១២- ភាពចែកដាច់នឹង 19

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 19 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+2a_0$ ចែកដាច់នឹង 19 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+2a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 19 យើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 19 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+2a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+20a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=19a_0$$

ដោយ $10A'-A=19a_0$ ជាពហុគុណនៃ 19 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 19 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 19 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 47045881 ចែកដាច់នឹង 19 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$4704588|1$

$+$

$2 \qquad \leftarrow 2\times 1$

$47045|90$

$+$

$18 \qquad \leftarrow 2\times 9$

$4706|3$

$+$

$6 \qquad \leftarrow 2\times 3$

$471|2$

$+$

$4 \qquad \leftarrow 2\times 2$

$47|5$

$+$

$10 \qquad \leftarrow 2\times 5$

$5|7$

$+$

$14 \qquad \leftarrow 2\times 7$

19

ដោយ 19 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 19 ។ យើងសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 57 , 475 , 4712 , 47063 4704590 និង 47045881 ចែកដាច់នឹង 19 ។

ដូច្នេះ 47045881 ចែកដាច់នឹង 19 ។

១៣- ភាពចែកដាច់នឹង 23

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 មួយចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 23 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+7a_0$ ចែកដាច់នឹង 23 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+7a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 23 យើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 23 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+7a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+70a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$

$=69a_0$

$=23\times 3a_0$

ដោយ $10A'-A=23\times 3a_0$ ជាពហុគុណនៃ 23 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 23 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 23 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 101961875 ចែកដាច់នឹង 23 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl}
 & 10196187|5 \\
+ & 35 \quad \leftarrow 7\times 5 \\
\hline
 & 1019622|2 \\
+ & 14 \quad \leftarrow 7\times 2 \\
\hline
 & 101963|6 \\
+ & 42 \quad \leftarrow 7\times 6 \\
\hline
 & 10200|5 \\
+ & 35 \quad \leftarrow 7\times 5 \\
\hline
 & 1023|5 \\
+ & 35 \quad \leftarrow 7\times 5 \\
\hline
 & 105|8 \\
+ & 56 \quad \leftarrow 7\times 8 \\
\hline
 & 16|1 \\
+ & 7 \quad \leftarrow 7\times 1 \\
\hline
 & 23
\end{array}$$

ដោយ 23 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 23 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 161,1058,10235 ,102005,1019636,10196222 , 101961875 ចែកដាច់នឹង 23 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 101961875 ចែកដាច់នឹង 23 ។

១៤- ភាពចែកដាច់នឹង25

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 25 លុះត្រាតែ ចំនួនដែលកើតឡើងដោយពីរលេខខាងចុង $\overline{a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 25 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

មាន $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0$

ដោយ $100\equiv 0\ (\text{mod}\,25)$ ។គេបាន

$$a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_2\times 10^2=100(a_n\times 10^{n-2}+a_{n-1}\times 10^{n-4}+\cdots+a_2)$$

$$\Rightarrow a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_2\times 10^2\equiv 0\ (\text{mod}\,25)$$

ហេតុនេះ ដើម្បីឲ្យ $a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_2\times 10^2+a_1\times 10+a_0\equiv 0\ (\text{mod}\,25)$

លុះត្រាតែ $a_1\times 10+a_0\equiv 0\ (\text{mod}\,25)\Leftrightarrow \overline{a_1 a_0}\equiv 0$ ។

ដូច្នេះ $A=a_n\times 10^n+a_{n-1}\times 10^{n-1}+\cdots+a_1\times 10+a_0\equiv 0\ (\text{mod}\,25)\Leftrightarrow \overline{a_1 a_0}\equiv 0\ (\text{mod}\,25)$ ។

ឧទាហរណ៍ ចំនួន 324546465600, 523444664425 ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 25 ព្រោះ

- 324546465600 មានលេខខាងចុង 00 ចែកដាច់នឹង 25 ។
- 523444664425 មានលេខខាងចុង 25 ចែកដាច់នឹង 25 ។

១៥- ភាពចែកដាច់នឹង 29

ទ្រឹស្តីបទ: ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 29 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+3a_0$ ចែកដាច់នឹង 29 ។

សម្រាយបញ្ជាក់:

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+3a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 29 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 29 ។

គុណ A' នឹង 10រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+3a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+30a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$

$=29a_0$

ដោយ $10A'-A=29a_0$ ជាពហុគុណនៃ 29 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 29 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 29 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 32551011575 ចែកដាច់នឹង 29 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rll} & 3255101157|5 & \\ + & 15 & \leftarrow 3\times 5 \\ \hline & 325510117|2 & \\ + & 6 & \leftarrow 3\times 2 \\ \hline & 325510123 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lr}
32551012|3 & \\
+\quad 9 & \leftarrow 3\times 3\\
\hline
3255102|1 & \\
+\quad 3 & \leftarrow 3\times 1\\
\hline
325510|5 & \\
+\quad 15 & \leftarrow 3\times 5\\
\hline
32552|5 & \\
+\quad 15 & \leftarrow 3\times 5\\
\hline
3256|7 & \\
+\quad 21 & \leftarrow 3\times 7\\
\hline
327|7 & \\
+\quad 21 & \leftarrow 3\times 7\\
\hline
34|8 & \\
+\quad 24 & \leftarrow 3\times 8\\
\hline
5|8 & \\
+\quad 24 & \leftarrow 3\times 8\\
\hline
29 &
\end{array}$$

ដោយ 29 ប្រាកដជាជាចែកដាច់នឹង 29 ។នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា

ចំនួន 58,348,3277 ,32567,325525 , 3255105 , 32551021 , 325510123,3255101172

32551011575 ចែកដាច់នឹង 29 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 32551011575 ចែកដាច់នឹង 29 ។

១៦- ភាពចែកដាច់នឹង 31

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 31 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-3a_0$ ចែកដាច់នឹង 31 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-3a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 31 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 31 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}-3a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-30a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=31a_0$$

ដោយ $10A'-A=31a_0$ ជាពហុគុណនៃ 31 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 31 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 31 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 69243398 ចែកដាច់នឹង 31 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{rl}
 & 6924339|8 \\
- & \\
 & 24 \quad \leftarrow 3\times 8 \\
\hline
 & 692431|5 \\
- & \\
 & 15 \quad \leftarrow 3\times 5 \\
\hline
 & 69241|6 \\
- & \\
 & 18 \quad \leftarrow 3\times 6 \\
\hline
 & 6922|3 \\
- & \\
 & 9 \quad \leftarrow 3\times 3 \\
\hline
 & 691|3 \\
- & \\
 & 9 \quad \leftarrow 3\times 3 \\
\hline
 & 68|2 \\
- & \\
 & 6 \quad \leftarrow 3\times 2 \\
\hline
 & 6|2 \\
- & \\
 & 6 \quad \leftarrow 3\times 2 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 31 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 62 , 682 6913 , 69223 , 692416 , 6924338 ចែកដាច់នឹង 31 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 6924338 ចែកដាច់នឹង 31 ។

១៧- ភាពចែកដាច់នឹង 37

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 37 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-11a_0$ ចែកដាច់នឹង 37 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-11a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 37 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 37 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_0}-11a_0)-(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10+a_0)$$

$$=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10-110a_0-\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times10-a_0$$

$$=-111a_0=37(-3)a_0$$

ដោយ $10A'-A=37(-3)a_0$ ជាពហុគុណ 37 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណ 37 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 37 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 70212532 ចែកដាច់នឹង 37 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{rl}
7021253|2 & \\
-\quad 22 & \leftarrow 11\times2 \\
\hline
702123|1 & \\
-\quad 11 & \leftarrow 11\times1 \\
\hline
70211|2 & \\
-\quad 22 & \leftarrow 11\times2 \\
\hline
7018|9 & \\
-\quad 99 & \leftarrow 11\times9 \\
\hline
691|9 & \\
-\quad 99 & \leftarrow 11\times9 \\
\hline
59|2 & \\
-\quad 22 & \leftarrow 11\times2 \\
\hline
37 &
\end{array}
$$

ដោយ 37 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 37 ។គេសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 592 , 6919, 70189 702112 , 7021231, 70212532 ចែកដាច់នឹង 37 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 70212532 ចែកដាច់នឹង 37 ។

១៨- ភាពចែកដាច់នឹង 41

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 41 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-4a_0$ ចែកដាច់នឹង 41 ។

សម្រាយបញ្ជាក់:

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-4a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 41 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 41 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}-4a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-40a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-41a_0=41(-1)a_0$$

ដោយ $10A'-A=41(-1)a_0$ ជាពហុគុណ 41 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណ 41 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 41 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 319326081 ចែកដាច់នឹង 41 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{rl}
 & 31932608|1 \\
- & \\
 & 4 \qquad \leftarrow 4\times 1 \\
\hline
 & 3193260|4 \\
- & \\
 & 16 \qquad \leftarrow 4\times 4 \\
\hline
 & 319324|4 \\
- & \\
 & 16 \qquad \leftarrow 4\times 4 \\
\hline
 & 31930|8 \\
- & \\
 & 32 \qquad \leftarrow 4\times 8 \\
\hline
 & 3189|8 \\
- & \\
 & 32 \qquad \leftarrow 4\times 8 \\
\hline
 & 315|7 \\
- & \\
 & 28 \qquad \leftarrow 4\times 7 \\
\hline
 & 28|7 \\
- & \\
 & 28 \qquad \leftarrow 4\times 7 \\
\hline
 & 00
\end{array}
$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 41 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 287, 3157, 31898 319308, 3193244, 31932604, 319326081 ចែកដាច់នឹង 41 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 319326081 ចែកដាច់នឹង 41 ។

១៩- ភាពចែកដាច់នឹង 43

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 43 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+13a_0$ ចែកដាច់នឹង 43 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+13a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 43 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 43 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+13a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+130a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=129a_0$$

$$=43\times 3a_0$$

ដោយ $10A'-A=43\times 3a_0$ ជាពហុគុណ 43 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 43 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 43 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 358313625 ក៏ចែកដាច់នឹង 43 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl}
35831362|5 & \\
+\quad 65 & \leftarrow 13\times 5 \\
\hline
3583142|7 & \\
+\quad 91 & \leftarrow 13\times 7 \\
\hline
358323|3 & \\
+\quad 39 & \leftarrow 13\times 3 \\
\hline
35836|2 & \\
+\quad 26 & \leftarrow 13\times 2 \\
\hline
3586|2 & \\
+\quad 26 & \leftarrow 13\times 2 \\
\hline
3612 & \\
361|2 & \\
+\quad 26 & \leftarrow 13\times 2 \\
\hline
38|7 & \\
+\quad 91 & \leftarrow 13\times 7 \\
\hline
129 &
\end{array}$$

ដោយ $129=43\times 3$ នោះ 129 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 43 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន $387,3612,35862,358362,3583233,35831427,358313625$ ចែកដាច់នឹង 43 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 358313625 ចែកដាច់នឹង 43 ។

២០- ភាពចែកដាច់នឹង 47

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 47 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-14a_0$ ចែកដាច់នឹង 47 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-14a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 47 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 47 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}-14a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-140a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-141a_0$$

$$=47(-3)a_0$$

ដោយ $10A'-A=47(-3)a_0$ ជាពហុគុណ 47 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណ 47 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 47 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 59538096 ចែកដាច់នឹង 47 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl} 5953809|6 & \\ -\quad 84 & \leftarrow 14\times 6 \\ \hline 595372|5 & \\ -\quad 70 & \leftarrow 14\times 5 \\ \hline 595302 & \end{array}$$

$$
\begin{array}{l}
59530|2 \\
-\ \ 28 \quad \leftarrow 14\times 2 \\
\overline{5950|2} \\
-\ \ 28 \quad \leftarrow 14\times 2 \\
\overline{592|2} \\
-\ \ 28 \quad \leftarrow 14\times 2 \\
\overline{56|4} \\
-\ \ 56 \quad \leftarrow 14\times 4 \\
\overline{00}
\end{array}
$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 47 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 564,5922,59502 ,595302,5953725,59538096 ចែកដាច់នឹង 47 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 59538096 ចែកដាច់នឹង 47 ។

២១- ភាពចែកដាច់នឹង 53

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 53 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+16a_0$ ចែកដាច់នឹង 53 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+16a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 53 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 53 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$
\begin{aligned}
10A'-A &= 10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+16a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)\\
&=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+160a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0\\
&=159a_0\\
&=53\times 3a_0
\end{aligned}
$$

ដោយ $10A' - A = 53\times 3a_0$ ជាពហុគុណ 53 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណ 53 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 53 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 1362430773 ចែកដាច់នឹង 53 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{lll}
 & 136243077|3 & \\
+ & 48 & \leftarrow 16\times 3 \\
\hline
 & 136243125 & \\
 & 13624312|5 & \\
+ & 80 & \leftarrow 16\times 5 \\
\hline
 & 1362439|2 & \\
+ & 32 & \leftarrow 16\times 2 \\
\hline
 & 136247|1 & \\
+ & 16 & \leftarrow 16\times 1 \\
\hline
 & 13626|3 & \\
+ & 48 & \leftarrow 16\times 3 \\
\hline
 & 1367|4 & \\
+ & 64 & \leftarrow 16\times 4 \\
\hline
 & 143|1 & \\
+ & 16 & \leftarrow 16\times 1 \\
\hline
 & 159 &
\end{array}
$$

ដោយ $159 = 53\times 3$ នោះ 159 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 53 ។ នោះគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន 1431,13674,136263,1362471,13624392 ,136243125,1362430773 ចែកដាច់នឹង 53 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 1362430773 ចែកដាច់នឹង 53 ។

២២- ភាពចែកដាច់នឹង 59

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 59លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+6a_0$ ចែកដាច់នឹង 59 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+6a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 53នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 53 ។

គុណ A' នឹង 10រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+6a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+60a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=59a_0$$

ដោយ $10A'-A=59a_0$ ជាពហុគុណនៃ 59 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 59 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ59 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 66218532 ចែកដាច់នឹង 59ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{ll}
6621853|2 & \\
+ & \\
\quad 12 & \leftarrow 6\times 2 \\
\hline
662186|5 & \\
+ & \\
\quad 30 & \leftarrow 6\times 5 \\
\hline
66221|6 & \\
+ & \\
\quad 36 & \leftarrow 6\times 6 \\
\hline
6625|7 & \\
+ & \\
\quad 42 & \leftarrow 6\times 7 \\
\hline
666|7 & \\
+ & \\
\quad 42 & \leftarrow 6\times 7 \\
\hline
70|8 & \\
+ & \\
\quad 48 & \leftarrow 6\times 8 \\
\hline
11|8 & \\
+ & \\
\quad 48 & \leftarrow 6\times 8 \\
\hline
59 &
\end{array}
$$

ដោយ 59 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 59 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាចំនួន 118, 708, 6667 , 66257, 662216, 6621865, 66218532 ចែកដាច់នឹង 59 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 66218532 ចែកដាច់នឹង 59 ។

២៣- ភាពចែកដាច់នឹង 61

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 61 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-6a_0$ ចែកដាច់នឹង 61 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-6a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 61 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 61 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}-6a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-60a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-61a_0$$

$$=61\times(-1)a_0$$

ដោយ $10A'-A=61\times(-1)a_0$ ជាពហុគុណនៃ 61 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 61 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 61 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 479131881 ចែកដាច់នឹង 61 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{rl}
 & 47913188|1 \\
- & 6 \quad \leftarrow 6\times 1 \\
\hline
 & 4791318|2 \\
- & 12 \quad \leftarrow 6\times 2 \\
\hline
 & 479130|6 \\
- & 36 \quad \leftarrow 6\times 6 \\
\hline
 & 47909|4 \\
- & 24 \quad \leftarrow 6\times 4 \\
\hline
 & 4788|5 \\
- & 30 \quad \leftarrow 6\times 5 \\
\hline
 & 475|8 \\
- & 48 \quad \leftarrow 6\times 8 \\
\hline
 & 42|7 \\
- & 42 \quad \leftarrow 6\times 7 \\
\hline
 & 00
\end{array}
$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 61 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន

427, 4758, 47885 , 4790944791306, 47913182, 479131881 ចែកដាច់នឹង 61 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 479131881 ចែកដាច់នឹង 61 ។

២៤- ភាពចែកដាច់នឹង 67

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 67 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}-20a_0$ ចែកដាច់នឹង 67 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}-20a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 67 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 67 ។

គុណ A' នឹង 10រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_0}-20a_0)-(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10-200a_0-\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-201a_0$$

$$=67\times(-3)a_0$$

ដោយ$10A'-A=67\times(-3)a_0$ ជាពហុគុណនៃ 67 នោះ$10A'$ ជាពហុគុណនៃ 67 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 67 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 4997463ចែកដាច់នឹង 67 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{ll}
499746|3 & \\
-\quad 60 & \leftarrow 20\times 3 \\
\hline
49968|6 & \\
-\quad 120 & \leftarrow 20\times 6 \\
\hline
4984|8 & \\
-\quad 160 & \leftarrow 20\times 8 \\
\hline
482|4 & \\
-\quad 80 & \leftarrow 20\times 4 \\
\hline
40|2 & \\
-\quad 40 & \leftarrow 20\times 2 \\
\hline
00 &
\end{array}
$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 67 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន 402, 4824, 49848 , 499686, 4997463 ចែកដាច់នឹង 67 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 4997463 ចែកដាច់នឹង 67 ។

២៥- ភាពចែកដាច់នឹង 71

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 71 លុះត្រាតែចំនួនគត់ $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}-7a_0$ ចែកដាច់នឹង 71 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}-7a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 71 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 71 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_0}-7a_0)-(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10-70a_0-\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-71a_0$$

$=71\times(-1)a_0$

ដោយ $10A'-A=71\times(-1)a_0$ ជាពហុគុណនៃ 71 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 71 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 71 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 6099823 ចែកដាច់នឹង 71 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$609982|3$$
$$-\quad 21 \qquad \leftarrow 7\times3$$
$$60996|1$$
$$-\quad 7 \qquad \leftarrow 7\times1$$
$$6098|9$$
$$-\quad 63 \qquad \leftarrow 7\times9$$
$$603|5$$
$$-\quad 35 \qquad \leftarrow 7\times5$$
$$56|8$$
$$-\quad 56 \qquad \leftarrow 7\times8$$
$$00$$

ដោយ 0 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 71 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន $568, 6035, 60989, 609961, 6099823$ ចែកដាច់នឹង 71 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 6099823 ចែកដាច់នឹង 71 ។

២៦- ភាពចែកដាច់នឹង 73

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 73 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+22a_0$ ចែកដាច់នឹង 73 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+22a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 73 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 73 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+22a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+220a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=219a_0$$

$$=73\times 3a_0$$

ដោយ $10A'-A=73\times 3a_0$ ជាពហុគុណ 73 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណ 73 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 73 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 16479093 ចែកដាច់នឹង 73 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl} & 1647909|3 \\ + & 66 \quad \leftarrow 22\times 3 \\ \hline & 164797|5 \\ + & 110 \quad \leftarrow 22\times 5 \\ \hline & 16490|7 \\ + & 154 \quad \leftarrow 22\times 7 \\ \hline & 1664|4 \\ + & 88 \quad \leftarrow 22\times 4 \\ \hline & 175|2 \\ + & 44 \quad \leftarrow 22\times 2 \\ \hline & 219 \end{array}$$

ដោយ 219 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 73 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន 1752, 16644, 164907, 1647975, 16479093 ចែកដាច់នឹង 73 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 16479093 ចែកដាច់នឹង 73 ។

២៧- ភាពចែកដាច់នឹង 79

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 79 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+8a_0$ ចែកដាច់នឹង 79 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+8a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 79 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 79 ។

គុណ A' នឹង 10រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+8a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+80a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=79a_0$$

ដោយ $10A'-A=79a_0$ ជាពហុគុណនៃ 79 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 79 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 79 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 6909103 ចែកដាច់នឹង 79 ដែរឬទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{rl}
690910|3 & \\
+ & \\
24 & \leftarrow 8\times 3 \\
\hline
69093|4 & \\
+ & \\
32 & \leftarrow 8\times 4 \\
\hline
6912|5 & \\
+ & \\
40 & \leftarrow 8\times 5 \\
\hline
695|2 & \\
+ & \\
16 & \leftarrow 8\times 2 \\
\hline
71|1 & \\
+ & \\
8 & \leftarrow 8\times 1 \\
\hline
79 &
\end{array}
$$

ដោយ 79 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 79 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន $711, 6952, 69125, 690934, 6909103$ ចែកដាច់នឹង 79 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 6909103 ចែកដាច់នឹង 79 ។

២៨- ភាពចែកដាច់នឹង 83

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 83 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+25a_0$ ចែកដាច់នឹង 83 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+25a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 83 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 83 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}+25a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+250a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=249a_0$$

$=83\times 3a_0$

ដោយ $10A'-A=83\times 3a_0$ ជាពហុគុណនៃ 83 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 83 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 83 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 37912823 ចែកដាច់នឹង 83 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl}
 & 3791282|3 \\
+ & \\
 & 75 \quad \leftarrow 25\times 3 \\
\hline
 & 379135|7 \\
+ & \\
 & 175 \quad \leftarrow 25\times 7 \\
\hline
 & 3793|10 \\
+ & \\
 & 25 \quad \leftarrow 25\times 1 \\
\hline
 & 381|8 \\
+ & \\
 & 200 \quad \leftarrow 25\times 8 \\
\hline
 & 58|1 \\
+ & \\
 & 25 \quad \leftarrow 25\times 1 \\
\hline
 & 83
\end{array}$$

ដោយ 83 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 83 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន $581,3818,37931$, $379310,3791357,37912823$ ចែកដាច់នឹង 83 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 37912823 ចែកដាច់នឹង 83 ។

២៩- ភាពចែកដាច់នឹង 89

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់ 10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ ចែកដាច់នឹង 89 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+9a_0$ ចែកដាច់នឹង 89 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង

$A'=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+9a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 89 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 89 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$\begin{aligned}10A'-A &= 10(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_0}+9a_0)-(\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)\\ &=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10+90a_0-\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0\\ &=89a_0\end{aligned}$$

ដោយ $10A'-A=89a_0$ ជាពហុគុណនៃ 89 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 89 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 89 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 868182362 ចែកដាច់នឹង 89 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$\begin{array}{rl}
 & 86818236|2 \\
+ & \\
 & 18 \quad \leftarrow 9\times 2 \\ \hline
 & 8681825|4 \\
+ & \\
 & 36 \quad \leftarrow 9\times 4 \\ \hline
 & 868186|1 \\
+ & \\
 & 9 \quad \leftarrow 9\times 1 \\ \hline
 & 86819|5 \\
+ & \\
 & 45 \quad \leftarrow 9\times 5 \\ \hline
 & 8686|4 \\
+ & \\
 & 36 \quad \leftarrow 9\times 4 \\ \hline
 & 872|2 \\
+ & \\
 & 18 \quad \leftarrow 9\times 2 \\ \hline
 & 890
\end{array}$$

ដោយ 890 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 89 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន 8722,86864 868195, 8681861, 86818254,868182362 ចែកដាច់នឹង 89 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 868182362 ចែកដាច់នឹង 89 ។

៣០- ភាពចែកដាច់នឹង 97

ទ្រឹស្តីបទ ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល10 ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 97 លុះត្រាតែ ចំនួនគត់ $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-29a_0$ ចែកដាច់នឹង 97 ។

សម្រាយបញ្ជាក់

យើងមាន

$A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}$ អាចសរសេរជា $A=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0$ និង $A'=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-29a_0$

បើ A ចែកដាច់នឹង 89 នោះយើងនឹងបង្ហាញថា A' ជាពហុគុណនៃ 89 ។

គុណ A' នឹង 10 រួចដកនឹង A គេបាន

$$10A'-A=10(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_0}-29a_0)-(\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10+a_0)$$

$$=\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-290a_0-\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}\times 10-a_0$$

$$=-291a_0=97\times(-3)a_0$$

ដោយ $10A'-A=97\times(-3)a_0$ ជាពហុគុណនៃ 97 នោះ $10A'$ ជាពហុគុណនៃ 97 នាំឲ្យ A' ជាពហុគុណនៃ 97 ។

ឧទាហរណ៍ តើចំនួន 82898819 ចែកដាច់នឹង 97 ដែរ ឬ ទេ ?

យើងអនុវត្តភាពចែកដាច់ គេបាន

$$
\begin{array}{l}
8289881|9 \\
- \quad 261 \qquad \leftarrow 29\times 9 \\
\overline{82896|20} \\
- \quad 58 \qquad \leftarrow 29\times 2 \\
\overline{8283|8} \\
- \quad 232 \qquad \leftarrow 29\times 8 \\
\overline{805|1} \\
- \quad 29 \qquad \leftarrow 29\times 1 \\
\overline{77|6} \\
- \quad 174 \qquad \leftarrow 29\times 6 \\
\overline{-97}
\end{array}
$$

ដោយ -97 ប្រាកដជាចែកដាច់នឹង 97 ។ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា ចំនួន $776, 8051, 82838, 8289620, 82898819$ ចែកដាច់នឹង 97 ។

ដូច្នេះ ចំនួន 82898819 ចែកដាច់នឹង 97 ។

ជំពូកទី៣

ការអនុវត្ត

(Applications)

១- វិធីសាស្ត្ររកភាពចែកដាច់

១.១- ចំនួនបឋម

ដើម្បីរកភាពចែកដាច់នៃមួយចំនួនគត់នឹងចំនួនបឋមយើងត្រូវអនុវត្តដូចខាងក្រោម៖

ឧបមាថាចំនួនគត់ $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}....a_1a_0}$ ឬ $A=\overline{a_na_{n-1}a_{m-2}...a_1}\times 10+a_0$ ចែកដាច់នឹងចំនួនបឋម n នោះ $A'=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}...a_1}+ka_0$, $k\in\mathbb{Z}$ ក៏ចែកដាច់នឹង n ដែរ។

ដើម្បីរកតម្លៃ k គេត្រូវ:

$$\begin{aligned}10A'-A&=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}...a_1}\times 10+10ka_0-\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}...a_1}\times 10-a_0\\&=10ka_0-a_0\end{aligned}$$

ដោយ $10A'-A$ ចែកដាច់នឹង n នោះ $10ka_0-a_0$ ជាពហុគុណនៃ n

គេបាន $10ka_0-a_0=nq,\ q\in\mathbb{Z}$

$$\Rightarrow k=\frac{nq+a_0}{10a_0}$$

ចំពោះ $a_0=0$ ក៏យើងអាចគណនាបានដែរនៅក្នុងការអនុវត្តដោយដកសូន្យចេញតែម្តង។

១.២- ចំនួនមិនបឋម

ដើម្បីរកភាពចែកដាច់នៃចំនួនគត់ A ជាមួយនឹងចំនួនមិនបឋម n នោះយើងគ្រាន់តែបង្ហាញថា A ចែកដាច់នឹងបណ្តាចំនួនដែលជាកត្តាបឋមនៃ n នោះ A ក៏ចែកដាច់នឹង n ដែរ។

២- លក្ខខណ្ឌនៃភាពចែកដាច់

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 2$ បើ $a_0 = 0, 2, 4, 6, 8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 3$ បើ $a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1 + a_0 \vdots 3$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 4$ បើ $\overline{a_1 a_0} \vdots 4$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 5$ បើ $a_0 = 0, 5$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 6$ បើ $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 3$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 7$ បើ $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1} - 2a_0 \vdots 7$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 8$ បើ $\overline{a_2 a_1 a_0} \vdots 8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 9$ បើ $a_n + a_{n-1} + \cdots + a_1 + a_0 \vdots 9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 10$ បើ $a_0 = 0$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 11$ បើ $(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots) - (a_1 + a_3 + a_5 + \cdots) \vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 12$ បើ $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 4$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 13$ បើ $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1} + 4a_0 \vdots 13$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 14$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 7$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 15$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 5$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 16$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 4$ បានផលចែក q ហើយ $q\vdots 4$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 17$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-5a_0\vdots 17$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 18$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 19$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+2a_0\vdots 19$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 20$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 5$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 21$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 7$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 22$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 23$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+7a_0\vdots 23$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 24$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 25$ បើ $\overline{a_1 a_0}\vdots 25$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,26$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,13$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,27$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,3$ បានផលចែក q ហើយ $q\,\vdots\,9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,28$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,7$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,29$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+3a_0\,\vdots\,29$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,30$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,10$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,31$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-3a_0\,\vdots\,31$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,32$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,4$ បានផលចែក q ហើយ $q\,\vdots\,8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,33$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,34$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,17$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,35$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,7$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,36$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\,\vdots\,37$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-11a_0\,\vdots\,37$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 38$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 19$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 39$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 13$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 40$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 41$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} - 4a_0 \vdots 41$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 42$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 6$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 7$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 43$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} + 13a_0 \vdots 43$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 44$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 45$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 46$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 23$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 47$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} - 14a_0 \vdots 47$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 48$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 16$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 49$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} + 5a_0 \vdots 49$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 50$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 25$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 51$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-5a_0\vdots 51$ ឬ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 17$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 52$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 13$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 53$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+16a_0\vdots 53$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 54$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 47$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 55$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 56$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 7$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 57$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 19$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 58$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 29$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 59$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}+6a_0\vdots 59$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 60$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 12$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0}\vdots 61$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1}-6a_0\vdots 61$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 62$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 31$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 63$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 7$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 64$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 8$ បានផលចែក q ហើយ $q \vdots 8$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 65$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 13$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 66$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 6$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 67$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} - 20a_0 \vdots 67$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 68$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 17$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 69$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 23$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 70$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 7$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 10$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 71$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} - 7a_0 \vdots 71$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 72$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 8$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 9$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 73$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} + 22a_0 \vdots 73$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 74$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 37$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 75$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 3$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 25$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 76$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 4$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 19$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 77$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 7$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 11$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 78$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 39$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 79$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+8a_0\vdots 79$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 80$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 5$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 16$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 81$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 9$ បានផលចែក q ហើយ $q\vdots 9$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 82$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 2$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 41$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 83$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}+25a_0\vdots 83$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 84$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 4$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 21$ ។

- $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 85$ បើ $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 5$ និង $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}\vdots 17$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 86$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 43$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 87$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 29$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 88$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 8$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 89$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} + 9a_0 \vdots 89$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 90$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 9$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 10$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 91$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 7$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 13$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 92$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 4$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 23$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 93$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 31$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 94$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 47$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 95$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 5$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 19$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 96$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 3$ និង $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 32$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1 a_0} \vdots 97$ បើ $\overline{a_n a_{n-1}\cdots a_1} - 29a_0 \vdots 97$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 98$ បើ $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 2$ និង $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 49$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 99$ បើ $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 9$ និង $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 11$ ។

- $\overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0} \vdots 100$ បើ $\overline{a_1 a_0} \vdots 100$ ។

លំហាត់អនុវត្ត

លំហាត់ទី១

បង្ហាញថា 10184 ចែកដាច់នឹង 76 ។

ដំណោះស្រាយ

$10184 \vdots 76$ កាលណា $10184 \vdots 4$ និង $10184 \vdots 19$

- $10184 \vdots 4$ ព្រោះលេខខាងចុងពីរខ្ទង់ $84 \vdots 4$ (1)

គេមានចំនួន 10184 ដែល

$$1018 + 2\times 4 = 1026$$
$$102 + 2\times 6 = 114$$
$$11 + 2\times 4 = 19 \vdots 19 \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបានចំនួន 10184 ចែកដាច់នឹង 76 ។

លំហាត់ទី២

បង្ហាញថា 2540382 ចែកដាច់នឹង 78 ។

ដំណោះស្រាយ

$2540382 \vdots 78$ កាលណា $2540382 \vdots 2$, $2540382 \vdots 3$, $2540382 \vdots 13$

- 2540382 មានលេខខាងចុង 2 ជាចំនួនគូ នាំឱ្យ $2540382 \vdots 2$ (1)
- 2540382 មានផលបូកលេខតាមខ្ទង់ $2+5+4+0+3+8+2 = 24 \vdots 3$

នាំឱ្យ $2540382 \vdots 3$ (2)

- $254038 + 4\times 2 = 254046$
  $25404 + 4\times 6 = 25428$
  $2542 + 4\times 8 = 2574$
  $257 + 4\times 4 = 273$
  $27 + 4\times 3 = 39 \vdots 13 \quad (3)$

តាម $(1),(2)$ និង (3) គេបាន 2540382 ចែកដាច់នឹង 78 ។

លំហាត់ទី៣

បង្ហាញថា 2286499 ចែកដាច់នឹង 89 ។

ដំណោះស្រាយ

- គេមានចំនួន 2286499

$$228649+9\times 9=228730$$
$$22873+9\times 0=22873$$
$$2287+9\times 3=2314$$
$$231+9\times 4=267$$
$$26+9\times 7=89 \vdots 89$$

ដូចនេះ 2286499 ចែកដាច់នឹង 89 ។

លំហាត់ទី៤

រកសំណល់នៃ 3^{2000} ពេលវាចែកដាច់នឹង 13 ។

ដំណោះស្រាយ

រកសំណល់នៃ 3^{2000} ពេលវាចែកដាច់នឹង 13

គេមាន $3^{2000}=3^2+(3^3)^{666}$

ដោយ $27\equiv 1(\text{mod}13)$ ឬ $3^3\equiv 1(\text{mod}13)$

គេបាន $(3^3)^{666}\equiv (1)^{666}(\text{mod}13)\equiv 1(\text{mod}13)$

តែ $3^2\equiv 9(\text{mod}13)$

នាំឲ្យ $3^2\times\left(3^3\right)^{666}\equiv 9\times 1(\text{mod}13)$ ឬ $3^{2000}\equiv 9(\text{mod}13)$ គេទាញបានសំណល់ស្មើនឹង 9 ។

ដូចនេះ ពេលចំនួន 3^{2000} ចែកនឹង 13 មានសំណល់ស្មើនឹង 9 ។

លំហាត់ទី៥

តើសំណល់ស្មើនឹងប៉ុន្មានពេលដែល $6^{273}+8^{273}$ ចែកនឹង 49 ?

ដំណោះស្រាយ

តាមរូបមន្ត $a^n+b^n=(a+b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+...+b^{n-1}\right)$

គេបាន $6^{273}+8^{273}=(6+8)\left(\underbrace{6^{272}-6^{271}.8+6^{270}.8^2-...+8^{272}}_{273}\right)$ ឬ $6^{273}+8^{273}=14M$

ដោយ

$$
\begin{aligned}
&6^{272}\equiv 1(\bmod 7)\\
&6^{271}.8\equiv(-1)(1)(\bmod 7)\equiv -1(\bmod 7)\\
&6^{270}.8^2\equiv(1)(1)(\bmod 7)\equiv 1(\bmod 7)\\
&...\\
&8^{272}\equiv 1(\bmod 7)
\end{aligned}
$$

គេបាន

$$
\begin{aligned}
M&=6^{272}-6^{271}.8+6^{270}.8^2-...+8^{272}\\
M&\equiv\underbrace{1-(-1)+1-(-1)+...+1}_{273}(\bmod 7)\\
&\equiv\underbrace{1+1+1+1+...+1}_{273}(\bmod 7)\\
&\equiv 273(\bmod 7)\equiv 0(\bmod 7)
\end{aligned}
$$

នាំឲ្យ $M=7K,\ (K\in\mathbb{N})$

នាំឲ្យ $6^{273}+8^{273}=14\times 7K=49\times 2K$ ចែកដាច់នឹង 49

ដូចនេះពេល $6^{273}+8^{273}$ ចែកនឹង 49 មានសំណល់ស្មើ 0 ។

លំហាត់ទី៦

រកសំណល់នៃ $2005^{2007^{2009}}$ ពេលចែកនឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន

$2005 \equiv 3 \pmod 7$

$2005^3 \equiv 3^3 \pmod 7 \equiv -1 \pmod 7$

$(2005^3)^2 \equiv (-1)^2 \pmod 7 \equiv 1 \pmod 7$

$\Rightarrow 2005^6 \equiv 1 \pmod 7$

ដោយ $2007 \equiv 3 \pmod 6$

$2007^{2009} \equiv 3^{2009} \pmod 6 \equiv 3 \pmod 6$

$\Rightarrow 2007^{2009} = 6K + 3$

គេបាន $2005^{2007^{2009}} = 2005^{6K+3} = \left(2005^6\right)^K \cdot 2005^3$

$\equiv (1)^K \cdot (-1) \pmod 7 \equiv -1 \pmod 7 \equiv \pmod 7$

ដូច្នេះ ពេល $2005^{2007^{2009}}$ ចែកនឹង 7 មានសំណល់ស្មើ 6 ។

លំហាត់ទី៧

តើមានសំណល់ប៉ុន្មានពេលដែល 123456789^4 ចែកដាច់នឹង 8 ?

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $123456000 \equiv 0 \pmod 8$ និង $789 \equiv 5 \pmod 8$

គេបាន $123456 + 789 \equiv 0 + 5 \pmod 8$ ឬ $123456789 \equiv 5 \pmod 8$

នាំឲ្យ $123456789^4 \equiv 5^4 \pmod 8 \equiv 1 \pmod 8$

ដូច្នេះ 123456789^4 ចែកនឹង 8 មានសំណល់ស្មើ 1 ។

លំហាត់ទី៨

បង្ហាញថា $7 \mid 2222^{5555} + 5555^{2222}$ ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $7 \mid 2222^{5555} + 5555^{2222}$

បើ $7 \mid 2222^{5555} + 5555^{2222} \Leftrightarrow 2222^{5555} + 5555^{2222} \equiv 0 \pmod 7$

គេមាន $2222 \equiv 3 \pmod 7$ នោះ $2222^{5555} \equiv 3^{5555} \pmod 7$

$\equiv 3^{3\times1851+2} \pmod 7 \equiv \left(3^3\right)^{1851} \cdot 3^2 \equiv (-1)(2) \pmod 7 \equiv (-2) \pmod 7$

ម្យ៉ាងទៀត $5555 \equiv 4(\bmod 7)$ នោះ $5555^{2222} \equiv 4^{2222}(\bmod 7)$

$\equiv 4^{3\times 740+2}(\bmod 7) \equiv \left(4^3\right)^{740} \cdot 4^2 (\bmod 7) \equiv 1\cdot 16(\bmod 7) \equiv 2(\bmod 7)$

គេបាន $2222^{5555} + 5555^{2222} \equiv -2+2(\bmod 7) \equiv 0(\bmod 7)$

ដូច្នេះ $7 | 2222^{5555} + 5555^{2222}$ ។

លំហាត់ទី៩

បង្ហាញថា $1^{2010} + 2^{2009} + 3^{2008} + 4^{2007} \equiv 3(\bmod 5)$ ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $1^{2010} + 2^{2009} + 3^{2008} + 4^{2007} \equiv 3(\bmod 5)$

គេមាន

$1^{2010} \equiv 1(\bmod 5)$

$2^{2009} = 2^{4\times 502+1} = \left(2^4\right)^{502} \cdot 2 \equiv 1\cdot 2(\bmod 5) \equiv 2(\bmod 5)$

$3^{2008} = 3^{2\times 1004} = \left(3^2\right)^{1004} \equiv (-1)^{1004}(\bmod 5) \equiv 1(\bmod 5)$

$4^{2007} = 4^{2\times 1003+1} = \left(4^2\right)^{1003} \cdot 4 \equiv 1(-1)(\bmod 5) \equiv -1(\bmod 5)$

គេបាន $1^{2010} + 2^{2009} + 3^{2008} + 4^{2007} \equiv 1+2+1-1(\bmod 5)$

ឬ $1^{2010} + 2^{2009} + 3^{2008} + 4^{2007} \equiv 3(\bmod 5)$

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $1^{2010} + 2^{2009} + 3^{2008} + 4^{2007} \equiv 3(\bmod 5)$ ។

លំហាត់ទី១០

រកសំណល់នៃចំនួន $47^{37^{27}}$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ដំណោះស្រាយ

រកសំណល់នៃចំនួន $47^{37^{27}}$ ចែកដាច់នឹង 11

គេមាន $47^{37^{27}} \equiv 3^{37^{27}}(\bmod 11)$ និង $3^5 \equiv 243 \equiv 1(\bmod)$

ដោយ $37^{27} \equiv 2^{27}(\bmod 5) \equiv \left(2^2\right)^{13} \cdot 2(\bmod 5) \equiv (-1)(2)(\bmod 5) \equiv 3(\bmod 5)$

គេបាន $47^{37^{27}} \equiv 3^{37^{27}} \pmod{11} \equiv 3^{5k+3} \pmod{11} \equiv \left(3^5\right)^k \cdot 3^3 \pmod{11}$

$\equiv 27 \bmod (11) \equiv 5 \pmod{11}$

ដូចនេះសំណល់ស្មើនឹង 5 ។

លំហាត់ទី១១

រកសំណល់នៃចំនួន 9^{1990} ចែកដាច់នឹង 11 ។

ដំណោះស្រាយ

រកសំណល់នៃចំនួន 9^{1990} ចែកនឹង 11

គេមាន $9^{1990} \equiv (-2)^{1990} \pmod{11} \equiv 2^{1990} \pmod{11}$

ដោយ $2^5 = 32 \equiv -1 \pmod{11}$

គេបាន $9^{1990} \equiv 2^{1990} \pmod{11} \equiv \left(2^5\right)^{398} \pmod{11} \equiv (-1)^{398} \pmod{11} \equiv 1 \pmod{11}$

ដូចនេះសំណល់ស្មើនឹង 1 ។

លំហាត់ទី១២

រកខ្ទង់រាយនៃចំនួន $3^{1999} \times 7^{2000} \times 17^{2001}$ ។

ដំណោះស្រាយ

រកខ្ទង់រាយនៃចំនួន $3^{1999} \times 7^{2000} \times 17^{2001}$

$3^{1999} = 3^{2\times 999+1} = \left(3^2\right)^{999} \cdot 3 = -3 \pmod{10}$

$7^{2000} = 7^{2\times 1000} = \left(7^2\right)^{1000} \equiv 1 \pmod{10}$

$17^{2001} \equiv 7^{2001} \pmod{10} \equiv 7 \pmod{10}$

គេបាន $3^{1999} \times 7^{2000} \times 17^{2001} \equiv (-3)(1)(7) \pmod{10}$

$= -21 \pmod{10} \equiv 9 \pmod{10}$

ដូចនេះលេខខ្ទង់រាយនៃ $3^{1999} \times 7^{2000} \times 17^{2001}$ គឺ 9 ។

លំហាត់ទី១៣

រកពីរលេខខាងចុងនៃចំនួន 2^{999} ។

ដំណោះស្រាយ

រកពីរលេខខាងចុងនៃចំនួន 2^{999}

គេមាន $2^{10}=1024\equiv 24\pmod{100}$ និង $24^{2k}=576^{k}\equiv 76\pmod{100}$

គេបាន $2^{999}=\left(2^{10}\right)^{99}\cdot 2^{9}=\left(1024\right)^{99}\cdot 512\equiv 24^{99}\cdot 12\pmod{100}$

$\equiv 24^{2\times 49+1}\cdot 12\pmod{100}=76\cdot 24\cdot 12\pmod{100}$

$\equiv 38\cdot 24^{2}\pmod{100}\equiv 38\cdot 76\pmod{100}\equiv 2888\pmod{100}$

$\equiv 88\pmod{100}$

ដូចនេះពីលេខចុងក្រោយនៃចំនួន 2^{999} គឺ 88 ។

លំហាត់ទី១៤

រកពីរលេខខាងចុងនៃចំនួន $7^{9^{2009}}$ ។

ដំណោះស្រាយ

រកលេខពីរខ្ទង់ខាងចុងនៃចំនួន $7^{9^{2009}}$

គេមាន $7^{4}=2401\equiv 1\pmod{100}$

ដោយ $9^{2009}\equiv 1\pmod{4}$ នោះ $9^{2009}=4k+1$

គេបាន $7^{9^{2009}}=7^{4k+1}=\left(7^{4}\right)^{k}\cdot 7\equiv 1\cdot 7\pmod{100}\equiv 7\pmod{100}$

ដូចនេះពីរលេខចុងក្រោយនៃចំនួន $7^{9^{2009}}$ គឺ 07 ។

លំហាត់ទី១៥

រកពីរលេខខាងចុងនៃចំនួន $14^{14^{14}}$ ។

ដំណោះស្រាយ

រកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន $14^{14^{14}}$

គេមាន $14^2 = 196 \equiv -4 \pmod{100}$

នាំឱ្យ $\left(14^2\right)^5 \equiv (-4)^5 \pmod{100} \equiv -1024 \pmod{100}$

ឬ $14^{10} \equiv -24 \pmod{100} \equiv 76 \pmod{100}$

តែ $14^{14} \equiv 4^{14} \pmod{10} \equiv \left(4^2\right)^7 \pmod{10} \equiv 6^7 \pmod{10} \equiv 6 \pmod{10}$

នោះ $14^{14} = 10k + 6$

គេបាន $14^{14^{14}} = 14^{10k+6} = \left(14^{10}\right)^k \cdot 14^6 \equiv 76^k (-4)^3 \pmod{100}$

$\equiv 76 \cdot 36 \pmod{100} \equiv 2736 \pmod{100} \equiv 36 \pmod{100}$

ដូចនេះពីរលេខចុងក្រោយនៃចំនួន $14^{14^{14}}$ គឺ 36 ។

លំហាត់ទី១៦

រកសំណល់នៃចំនួន $(257^{33} + 46)^{26}$ ចែកដាច់នឹង 50 ។

ដំណោះស្រាយ

រកសំណល់នៃចំនួន $\left(257^{33} + 46\right)^{26}$ ចែកនឹង 50

គេមាន $257 \equiv 7 \pmod{50}$ នោះ $257^{33} \equiv 7^{33} \pmod{50}$

$\equiv 7^{2\times16} \cdot 7 \pmod{50} \equiv (-1)^{16} \times 7 \pmod{50} \equiv 7 \pmod{50}$

ម្យ៉ាងទៀត $46 \equiv -4 \pmod{50}$

គេបាន $257^{33} + 46 \equiv 7 - 4 \pmod{50} \equiv 3 \pmod{50}$

នាំឱ្យ $\left(257^{33} + 46\right)^{26} \equiv 3^{26} \pmod{50} \equiv \left(3^{10}\right)^2 \cdot 3^6 \pmod{50}$

$\equiv (59049)^2 \cdot 729 \pmod{50} \equiv (-1)^2 (29) \pmod{50} \equiv 29 \pmod{50}$

ដូចនេះសំណល់ស្មើនឹង 29 ។

លំហាត់ទី១៧

បង្ហាញថា $4^{2^n} + 2^{2^n} + 1 \equiv 0 \pmod{7}$ ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $4^{2^n}+2^{2^n}+1\equiv 0(\mathrm{mod}\,7)$

គេមាន $4^3=64\equiv 1(\mathrm{mod})$ និង $2^3=8\equiv 1(\mathrm{mod}\,7)$

➢ ករណី n សេស គេតាង $n=2k+1$ ដែល $k=1,2,3,...$

គេបាន $2^n=2^{2k+1}=4^k\cdot 2\equiv 2(\mathrm{mod}\,3)$ នោះ $2^n=3m+2$

នាំឲ្យ $4^{2^n}=4^{3m+2}=(4^3)^m\cdot 4^2\equiv 1\cdot 2(\mathrm{mod}\,7)\equiv 2(\mathrm{mod}\,7)$

$2^{2^n}=2^{3m+2}=(2^3)^m\cdot 2^2\equiv 1\cdot 4(\mathrm{mod}\,7)\equiv 4(\mathrm{mod}\,7)$

$1\equiv 1(\mathrm{mod}\,7)$

នាំឲ្យ $4^{2^n}+2^{2^n}+1\equiv 2+4+1(\mathrm{mod}\,7)\equiv 7(\mathrm{mod}\,7)\equiv 0(\mathrm{mod}\,7)$ ពិត

➢ ករណីករណី n គូ គេតាង $n=2k$ ដែល $k=1,2,3,...$

គេបាន $2^n=2^{2k}=4^k\equiv 1(\mathrm{mod}\,3)$ នោះ $2^n=3m+1$

នាំឲ្យ $4^{2^n}=4^{3m+1}=(4^3)^m\cdot 4\equiv 1\cdot 4(\mathrm{mod}\,7)\equiv 4(\mathrm{mod}\,7)$

$2^{2^n}=2^{3m+1}=(2^3)^m\cdot 2\equiv 1\cdot 2(\mathrm{mod}\,7)\equiv 2(\mathrm{mod}\,7)$

$1\equiv 1(\mathrm{mod}\,7)$

នាំឲ្យ $4^{2^n}+2^{2^n}+1\equiv 4+2+1(\mathrm{mod}\,7)\equiv 7(\mathrm{mod}\,7)\equiv 0(\mathrm{mod}\,7)$ ពិត

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $4^{2^n}+2^{2^n}+1\equiv 0(\mathrm{mod}\,7)$ ។

លំហាត់ទី១៨

គេមានចំនួន $n=3\times 7\times 11\times 15\times 19\times ...\times 2003$ ។

រកលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន n ។

ដំណោះស្រាយ

រកលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន n

គេមាន $n=3\times 7\times 11\times 15\times 19\times ...\times 2003$ ជាចំនួនសេស

ព្រោះ n ជាផលគុណនៃចំនួនសេស។

តាង x ជាតួលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយ គេបាន $n\equiv x(\bmod 1000)$

ម្យ៉ាងទៀត $15,35,55$ មានក្នុងផលគុណនៃចំនួន n

នាំឲ n ជាពហុគុណនៃ 125 នោះ x ជាពហុគុណនៃ 125

ដូច្នេះ x អាចជា $125,375,625,875$

តែ $n\equiv x(\bmod 1000)$ នោះ

ដោយ $n=3\times7\times11\times15\times19\times...\times2003$

$$=\underbrace{(3)(4\times1+3)(4\times2+3)(4\times3+3)(4\times4+3)...(4\times500+3)}_{500}$$

$$\equiv(3)\underbrace{(4+3)(0+3)(4+3)(0+3)\cdots(0+3)}_{500}(\bmod 8)$$

$$\equiv(3)\underbrace{(7\cdot3)(7\cdot3)\cdots(7\cdot3)}_{250}(\bmod 8)$$

$$\equiv\underbrace{(3)(5)(5)\cdots(5)}_{250}(\bmod 8)$$

$$\equiv\underbrace{(3)(25)(25)\cdots(25)}_{125}(\bmod 8)$$

$$\equiv\underbrace{(3)(1)(1)\cdots(1)}_{125}(\bmod 8)\equiv3(\bmod 8)$$

គេបាន $n\equiv3(\bmod 8)$ នោះ $x\equiv3(\bmod 8)$

ក្នុងចំណោម $125,375,625,875$ មាន 875 តែមួយគត់ដែល

$875\equiv3(\bmod 8)$ ដូច្នេះ $x=875$ ។

លំហាត់ទី១៩

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបើចំនួន m ចែកដាច់ $a_1,a_2,a_3,...,a_k$ នោះចំនួន m ចែកដាច់នឹង $a_1u_1+a_2u_2+a_3u_3+...+a_ku_k$ គ្រប់ចំនួនគត់ $u_1,u_2,u_3,...,u_k$ ។

ដំណោះស្រាយ

បើចំនួន m ចែកដាច់ $a_1,a_2,a_3,\dots,a_k$ គេបាន៖

$$\begin{cases} a_1 = mt_1 \\ a_2 = mt_2 \\ a_3 = mt_3 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_k = mt_k \end{cases}$$ ដែល $t_1, t_2, t_3, \cdots, t_k \in \mathbb{N}$

នាំឱ្យ $a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3 + \cdots + a_ku_k$

$= (mt_1)u_1 + (mt_2)u_2 + (mt_3)u_3 + \cdots (mt_k)u_k$

$= m(t_1u_1 + t_2u_2 + t_3u_3 + \cdots + t_ku_k)$ ចែកដាច់នឹង m

ដូចនេះបញ្ជាក់ថាបើចំនួន m ចែកដាច់ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$

នោះចំនួន m ចែកដាច់ $a_1u_1 + a_2u_2 + a_3u_3 + \cdots + a_ku_k$ គ្រប់ចំនួនគត់

$u_1, u_2, u_3, \cdots, uk$ ។

លំហាត់ទី២០

បង្ហាញថា $10^{2009} - 1$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $10^{2009} - 1$ ចែកដាច់នឹង 3

គេមាន

$$\begin{aligned} 10^{2009} - 1 &= (10-1)\left(10^{2008} + 10^{2007} + \dots + 1\right) \\ &= 9\left(10^{2008} + 10^{2007} + \dots + 1\right) \\ &= 3.3\left(10^{2008} + 10^{2007} + \dots + 1\right) \end{aligned}$$

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $10^{2009} - 1$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

លំហាត់ទី២១

បង្ហាញថា $8^{2008} - 1$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $8^{2008} - 1$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

គេមាន

$$8^{2008}-1=(8-1)\left(8^{2007}+8^{2006}+...+1\right)$$
$$=7\left(8^{2007}+8^{2006}+...+1\right)$$

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $8^{2008}-1$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

លំហាត់ទី២២

បង្ហាញថា $39^{2009}+1$ ចែកដាច់នឹង 4 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $39^{2009}+1$ ចែកដាច់នឹង 4

គេមាន

$$39^{2009}+1=(39+1)\left(39^{2008}-39^{2007}+39^{2006}-...+1\right)$$
$$=40\left(39^{2008}-39^{2007}+39^{2006}-...+1\right)$$

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $39^{2009}+1$ ចែកដាច់នឹង 4 ។

លំហាត់ទី២៣

បង្ហាញថា $34^{2009}-1$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $34^{2009}-1$ ចែកដាច់នឹង 11

គេមាន

$$34^{2009}-1=(34-1)\left(34^{2008}+34^{2007}+...+1\right)$$
$$=33\left(34^{2008}+34^{2007}+...+1\right)$$

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $34^{2009}-1$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

លំហាត់ទី២៤

បង្ហាញថា $2^{70}+3^{70}$ ចែកដាច់នឹង 13 ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន

$$2^{70}-3^{70}=\left(2^2\right)^{35}+(3^2)^{35}=4^{35}+9^{35}$$
$$=\left(4+9\right)\left(4^{34}-4^{33}.9+4^{32}.9^2-...+9^{34}\right)$$

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $20^{70}+30^{70}$ ចែកដាច់នឹង 13 ។

លំហាត់ទី២៥

បង្ហាញថា $9+99+999+...+\underbrace{99...99}_{999}-1$ ចែកដាច់នឹង 2 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $9+99+999+...+\underbrace{99...99}_{999}-1$ ចែកដាច់នឹង 2

គេមាន

$$9+99+999+...+\underbrace{99...99}_{999}-1$$
$$=\left(10-1\right)+\left(100-1\right)+\left(1000-1\right)+...+\left(1\underbrace{00...00}_{999}-1\right)-1$$
$$=10+100+1000+...+(\underbrace{100...00}_{999}-1000$$
$$=2(5+50+500+...+\underbrace{500...00}_{999}-500)$$ ចែកដាច់នឹង2

ដូចនេះ បញ្ជាក់ថា $9+99+999+...+\underbrace{99...99}_{999}-1$ ចែកដាច់នឹង2 ។

លំហាត់ទី២៦

បង្ហាញថា $1!+2!+3!+\cdots+2009!$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $1!+2!+3!+...+2009!$ ចែកដាច់នឹង 3

គេមាន $1!+2!+3!+...+2009!$

$=1+2+(1\times2\times3)+(1\times2\times3\times4)+...+(1\times2\times3\times...\times2009)$

$=3+(1\times2\times3)+(1\times2\times3\times4)+...+(1\times2\times3\times...\times2009)$

$=3\left[(1\times2)+(1\times2\times4)+...+(1\times2\times4\times...\times2009)\right]$

ដូចនេះ $1!+2!+3!+...+2009!$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

លំហាត់ទី២៧

បង្ហាញថា $\underbrace{11...11}_{4444}\underbrace{22...22}_{4445}-2$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $\underbrace{11...11}_{4444}\underbrace{22...22}_{4445}-2$ ចែកដាច់នឹង11

គេមាន $\underbrace{11...11}_{4444}\underbrace{22...22}_{4445}-2 \;=\underbrace{11...11}_{4444}\times10^{4445}+\underbrace{22.22}_{4445}-2$

$=\underbrace{11...11}_{4444}\times10^{4445}+2\cdot\underbrace{11...11}_{4445}\times10$

$=\underbrace{11...11}_{4444}(10^{4445}+20)=11\times\underbrace{1010...101}_{4443}(10^{4445}+20)$

ដូចនេះ $\underbrace{11...11}_{4444}\underbrace{22...22}_{4445}-2$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

លំហាត់ទី២៨

បង្ហាញថា $1^{2009}+2^{2009}+3^{2009}+...+1000^{2009}$ ចែកដាច់នឹង 1001 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $1^{2009}+2^{2009}+3^{2009}+...+1000^{2009}$ ចែកដាច់នឹង 1001

គេមាន $1^{2009}+2^{2009}+3^{2009}+...+1000^{2009}$

$=\left(1^{2009}+1000^{2009}\right)+\left(2^{2009}+999^{2009}\right)+\left(500^{2009}+501^{2009}\right)$

$=1001\left(1+100+\cdots1000^{2009}\right)+\cdots+1001\left(500^{2008}+\cdots+501^{2008}\right)$

$=1001\left[\left(1+100+\cdots1000^{2009}\right)+\left(500^{2008}+\cdots+501^{2008}\right)\right]$

ដូចនេះ $1^{2009}+2^{2009}+3^{2009}+...+1000^{2009}$ ចែកដាច់នឹង 1001 ។

លំហាត់ទី២៩

បង្ហាញថា $1991^3+1992^3+1993^3+1994^3+1995^3$ ចែកដាច់នឹង 5 ។

ដំណោះស្រាយ

. បង្ហាញថា $1991^3+1992^3+1993^3+1994^3+1995^3$ ចែកដាច់នឹង 5

គេមាន $1991^3+1992^3+1993^3+1994^3+1995^3$

$=\left(1991^3+1994^3\right)+\left(1992^3+1993^3\right)+1995^3$

$=3985\left(1991^2-....+1994^2\right)+3985\left(1992^2-...+1993^2\right)+1995^3$

$=3985\left[\left(1991^2-...+1994^2\right)+\left(1992^2-...+1993^2\right)\right]+\left(5\times 399\right)^3$

$=5\times 797\left[\left(1991^2-...+1994^2\right)+\left(1992^2-...+1993^2\right)\right]+\left(5\times 399\right)^3$

$=5\times\left\{\left[797\left(1991^2-...+1994^2\right)+\left(1992^2-...+1993^2\right)\right]+5^2\times 399^3\right\}$

ដូច្នេះ $1991^3+1992^3+1993^3+1994^3+1995^3$ ចែកដាច់នឹង 5 ។

លំហាត់ទី៣០

បង្ហាញថា $1^n+8^n-3^n-6^n$ ចែកដាច់នឹង 10 ចំពោះគ្រប់ $n\in\mathbb{N}$ ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $1^n+8^n-3^n-6^n$ ចែកដាច់នឹង 10 ចំពោះគ្រប់ $n\in\mathbb{N}$

គេមាន $1^n+8^n-3^n-6^n=\left(8^n-3^n\right)-\left(6^n-1^n\right)$

$=\left(8-3\right)\left(8^{n-1}+8^{n-2}\cdot 3+...+3^{n-1}\right)-\left(6-1\right)\left(6^{n-1}+6^{n-1}+...+1\right)$

$=5k_1-5k_2=5\left(k_1-k_2\right)$ $(*)$ ចែកដាច់នឹង 5

ម្យ៉ាងទៀត $1^n+8^n-3^n-6^n=\left(8^n-6^n\right)-\left(3^n-1^n\right)$

$=\left(8-6\right)\left(8^{n-1}+8^{n-2}\cdot 6+...+6^{n-1}\right)-\left(3-1\right)\left(3^{n-1}+3^{n-2}+...+1\right)$

$=2N_1-2N_2=2\left(N_1-N_2\right)$ $(**)$ ចែកដាច់នឹង 2

តែ $10=5\times 2$ និង $GCD(5,2)=1$ $(***)$

តាម $(*),(**),(***)$ នាំឲ្យ $1^n+8^n-3^n-6^n$ ចែកដាច់នឹង 10 ។

លំហាត់ទី៣១

គេមានពីរចំនួន $A=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}...a_1a_0}$ និង $B=\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}...a_2a_1}-2\times a_0$ ដែល $a_i\in\{0,1,2,...,9\}$ ។

បង្ហាញថា A ចែកដាច់នឹង 7 លុះត្រាតែ B ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា A ចែកដាច់នឹង 7 លុះត្រាតែ B ចែកដាច់នឹង 7

តាង $C=\overline{a_na_{n-1}...a_2a_1}$ គេបាន $A=10C+a_0$ និង $B=C-2a_0$

$\oplus$ បង្ហាញថា បើ A ចែកដាច់នឹង 7 នោះ B ចែកដាច់នឹង 7

បើ $7|A$ នោះ $7|2A=20C-2a_0$ តែ $7|(21C+7a_0)$

គេបាន $7|(21C+7a_0)-(20C+2a_0)$

នាំឲ្យ $7|C+5a_0$ តែ $7|7a_0$ នាំឲ្យ $7|C+5a_0-7a_0$ ឬ $7|C-2a_0$ ឬ $7|B$

ដូច្នេះ បើ $7|A$ នោះ $7|B$ (1)

$\oplus$ បង្ហាញថា បើ B ចែកដាច់នឹង 7 នោះ A ចែកដាច់នឹង 7

បើ $7|B$ នោះ $7|10B=10C-20a_0$ តែ $7|21a_0$

គេបាន $7|10C-20a_0+21a_0$ ឬ $7|10C+a_0$ ឬ $7|A$

ដូច្នេះបើ $7|B$ នោះ $7|A$ (2)

ដូចនេះតាម (1) និង (2) បញ្ជាក់ថា A ចែកដាច់នឹង 7 នោះ B ចែកដាច់នឹង 7 ។

លំហាត់ទី៣២

បង្ហាញថា $6^{2012}+13^{2012}-2^{2012}-17^{2012}$ ចែកដាច់នឹង 44 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $6^{2012}+13^{2012}-2^{2012}-17^{2012}$ ចែកដាច់នឹង 44

គេមាន $44 = 44 \times 11$ និង $GCD(4,11) = 1$ (i)

ដោយ $6^{2012} + 13^{2012} - 2^{2012} - 17^{2012}$

$$= \left(13^{2012} - 2^{2012}\right) - \left(17^{2012} - 6^{2012}\right)$$
$$= (13-12)\left(13^{2011} + \cdots + 2^{2011}\right) - (17-6)\left(17^{2011} + \cdots + 6^{2011}\right)$$
$$= 11\left(13^{2011} + \cdots + 2^{2011}\right) - 11\left(17^{2011} + \cdots + 6^{2011}\right)$$

$= 11A - 11B = 11(A - B)$ ចែកដាច់នឹង 11 (ii)

ម្យ៉ាងទៀត $6^{2012} + 13^{2012} - 2^{2012} - 17^{2012}$

$$= \left(6^{2012} - 2^{2012}\right) - \left(17^{2012} - 13^{2012}\right)$$
$$= (6-2)\left(6^{2011} + \cdots + 2^{2011}\right) - (17-13)\left(17^{2011} + \cdots + 13^{2011}\right)$$
$$= 4\left(6^{2011} + \cdots + 2^{2011}\right) - 4\left(17^{2011} + \cdots + 13^{2011}\right)$$

$= 4C - 4D = 4(C - D)$ ចែកដាច់នឹង 4 (iii)

តាម $(i),(ii),(iii)$ នាំឱ្យ $44 | 6^{2012} + 13^{2012} - 2^{2012} - 17^{2012}$

ដូចនេះ $6^{2012} + 13^{2012} - 2^{2012} - 17^{2012}$ ចែកដាច់នឹង 44 ។

លំហាត់ទី៣៣

បង្ហាញថា $2002^{2003} - 2002^{1979}$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $2002^{2003} - 2002^{1979}$ ចែកដាច់នឹង 6

គេមាន $2002^{2003} - 2002^{1979} = 2002^{1979}\left(2002^{24} - 1\right)$

$$= 2002 \cdot 2002^{1978}(2002 - 1)\left(2002^{23} + 2002^{22} + \cdots + 1\right)$$
$$= 2 \times 1001 \times 2002^{1978} \times 2001\left(2002^{23} + 2002^{22} + \cdots + 1\right)$$
$$= 2 \times 1001 \times 2002^{1978} \times 3 \times 667\left(2002^{23} + 2002^{22} + \cdots + 1\right)$$
$$= 6 \times 1001 \times 2002^{1978} \times 667\left(2002^{23} + 2002^{22} + \cdots + 1\right)$$

$= 6 \times k$ ចែកដាច់នឹង 6

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $2002^{2003} - 2002^{1979}$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

លំហាត់ទី៣៤

បង្ហាញថា $27|3^{2010}+3^{2011}.2^{2010}+3^{2011}.4^{2010}+24^{2010}$ ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $27|3^{2010}+3^{2011}\cdot 2^{2010}+3^{2011}\cdot 4^{2010}+24^{2010}$

គេមាន $3^{2010}+3^{2011}\cdot 2^{2010}+3^{2011}\cdot 4^{2010}+24^{2010}$

$=3^{2010}\left(1+3\cdot 2^{2010}+3\cdot 4^{2010}+8^{2010}\right)$

$=3^{3}\times 3^{2007}\left(1+3\cdot 2^{2010}+3\cdot 4^{2010}+8^{2010}\right)$

$=27\times 3^{2007}\left(1+3\cdot 2^{2010}+3\cdot 4^{2010}+8^{2010}\right)$ ចែកដាច់នឹង 27

ដូចនេះបញ្ជាក់ថា $27|3^{2010}+3^{2011}\cdot 2^{2010}+3^{2011}\cdot 4^{2010}+24^{2010}$ ។

លំហាត់ទី៣៥

បង្ហាញថា $5^{2n}-1$ ចែកដាច់នឹង 24 ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា $5^{2n}-1$ ចែកដាច់នឹង 24

គេមាន $5^{2n}-1=25^{n}-1=(25-1)\left(25^{n-1}+25^{n-2}+\cdots+1\right)$

$=24\left(25^{n-1}+25^{n-2}+\cdots+1\right)$ ចែកដាច់នឹង 24 ។

លំហាត់ទី៣៦

បង្ហាញថាក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោលដប់ ចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}...a_1 a_0}$ ចែកដាច់នឹង 3 លុះត្រាតែផលបូកនៃលេខទាំងអស់របស់ចំនួននេះចែកដាច់នឹង 3 គឺ $a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+...+a_1+a_0$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

ដំណោះស្រាយ

គេមានចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_o}$

$$=a_n\left(\underbrace{99\cdots9}_{n}+1\right)+a_{n-1}\left(\underbrace{99\cdots9}_{n-1}+1\right)+\cdots+a_1(9+1)+a_o$$

$$=a_n\left(3\times\underbrace{33\cdots3}_{n}\right)+a_n+a_{n-1}\left(3\times\underbrace{33\cdots3}_{n-1}\right)+a_{n-1}+\cdots+a_1(3\times3)+a_1+a_o$$

$$=\left[a_n\left(3\times\underbrace{33\cdots3}_{n}\right)+a_{n-1}\left(3\times\underbrace{33\cdots3}_{n-1}\right)+\cdots+a_1(3\times3)\right]+(a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_o)$$

$$=3\left[a_n\left(\underbrace{33\cdots3}_{n}\right)+a_{n-1}\left(\underbrace{33\cdots3}_{n-1}\right)+\cdots+a_1(3)\right]+(a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_o)$$

$=3K+(a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_o)$ ចែកដាច់នឹង 3 លុះត្រាតែផលបូក

$a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_o$ ចែកដាច់នឹង 3

ដូចនេះចំនួនគត់ $A=\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2}\cdots a_1 a_o}=3K+(a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_o)$ ចែកដាច់នឹង 3

លុះត្រាតែផលបូក $a_n+a_{n-1}+\cdots+a_1+a_o$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

លំហាត់ទី៣៧

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A_n=n(n+1)(2n+1)$ ចែកដាច់នឹង 6 ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $n\in\mathbb{N}^*$ ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា A_n ចែកដាច់នឹង 6

- ចំពោះ $n=1$ គេបាន $A_1=6$ ចែកដាច់នឹង 6
- ឧបមាថាវាពិតចំពោះ $n=k$ គឺ $A_k=k(k+1)(2k+1)$ ចែកដាច់នឹង 6
- យើងនឹងស្រាយថាវាពិតចំពោះ $n=k+1$ គឺ: $A_{k+1}=(k+1)(k+2)(2k+3)$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

គេមាន $A_{k+1}-A_k=(k+1)[(k+2)(2k+3)-k(2k+1)]$

$$A_{k+1}-A_k=6(k+1)^2$$

គេទាញ $A_{k+1} = A_k + 6(k+1)^2$ ចែកដាច់នឹង 6

ដូចនេះ ចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N}$ ចំនួន $A_n = n(n+1)(2n+1)$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

សម្គាល់ $n(n+1)(2n+1) = 6(1^2 + 2^2 + ... + n^2)$ ។

លំហាត់ទី៣៨

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A_n = 10^n + 18n - 1$ ចែកដាច់នឹង 27 ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$ ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា A_n ចែកដាច់នឹង 27

- ចំពោះ $n = 1$ គេបានចែកដាច់នឹង 27
- ឧបមាថាវាពិតចំពោះ $n = k$ គឺ $A_k = 10^k + 18k - 1$ ចែកដាច់នឹង 27 ។
- យើងនឹងស្រាយថាវាពិតចំពោះ $n = k + 1$ គឺ

$A_{k+1} = 10^{k+1} + 18(k+1) - 1$ ចែកដាច់នឹង 27 ។

គេមាន $A_{k+1} - A_k = 10^{k+1} + 18(k+1) - 1 - 10^k - 18k + 1$

$A_{k+1} - A_k = 9 \cdot 10^k + 18$

$= 9(10^k - 1) + 27$

$= 9(10 - 1)g(k) + 27$

$= 27[3g(k) + 1], g(k) \in \mathbb{N}^*$

គេទាញ $A_{k+1} = A_k + 27[3g(k) + 1]$

ដោយ A_k ចែកដាច់នឹង 27 នោះ $A_{k+1} = A_k + 6(k+1)^2$ ចែកដាចនឹង 6 ។

ដូចនេះ A_n ចែកដាច់នឹង 27 គ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$ ។

លំហាត់ទី៣៩

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A_n = 4^n + 6n - 1$ ចែកដាច់នឹង 9 ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$ ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា A_n ចែកដាច់នឹង 9

- ចំពោះ $n=1$ គេបាន $A_1=9$ ចែកដាច់នឹង 9
- ឧបមាវាពិតចំពោះ $n=k$ គឺ $A_k=4^k+6k-1$ ចែកដាច់នឹង 9 ។
- យើងនឹងស្រាយថាវាពិតចំពោះ $n=k+1$ គឺ

$A_{k+1}=4^{k+1}+6(k+1)-1$ ចែកដាច់នឹង 9 ។

គេមាន $A_{k+1}-A_k=4^{k+1}+6(k+1)-1-4^k-6k+1$

$$A_{k+1}-A_k=3\cdot 4^k+6$$
$$=3\left(4^k-1\right)+9$$
$$=3(4-1)g(k)+9$$
$$=9\left[g(k)+1\right]\ ,\ g(k)\in\mathbb{N}^*$$

គេទាញ $A_{k+1}=A_k+9\left[g(k)+1\right]$

ដោយ A_k ចែកដាច់នឹង 9 នោះ $A_{k+1}=A_k+9\left[g(k)+1\right]$

ចែកដាច់នឹង 9 ។ដូចនេះ A_n ចែកដាច់នឹង 9 គ្រប់ $n\in\mathbb{N}^*$ ។

លំហាត់ទី៨០

ដោយធ្វើវិចារតាមកំណើនចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A_n=2^{6n+1}+9^{n+1}$ ចែកដាច់នឹង 11 ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A_n=2^{6n+1}+9^{n+1}$ ចែកដាច់នឹង 11

- បើ $n=0$ គេបាន $A_o=2+9=11$ ចែកដាច់នឹង 11 (ពិត)
- បើ $n=1$ គេបាន $A_1=2^7+9^2=209=11\times 19$ ចែកដាច់នឹង 11 (ពិត)

យើងឧបមាថាវាពិតដល់តួទី p គឺ $A_p=2^{6p+1}+9^{p+1}$ ចែកដាច់នឹង 11

យើងនឹងស្រាយថាវាពិតដល់តួទី $p+1$ គឺ

$A_{p+1}=2^{6p+7}+9^{p+2}$ ចែកដាច់នឹង 11

យើងមាន $A_{p+1}=2^{6p+7}+9^{p+2}$

$A_{p+1}=2^6\left(2^{6p+1}+9^{p+1}\right)+\left(9^{p+2}-2^6\cdot 9^{p+1}\right)$

$A_{p+1}=64A_p+9^{p+1}(9-64)$

$A_{P+1}=64A_P-55\cdot 9^{P+1}$

ដោយតាមការឧបមា A_p ចែកដាច់នឹង 11 ហើយ $55\cdot 9^{p+1}$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

គេទាញបាន $A_{p+1}=64A_p-55\cdot 9^{p+1}$ ចែកដាច់នឹង 11 ពិត។

ដូចនេះចំនួន $A_n=2^{6n+1}+9^{n+1}$ ចែកដាច់នឹង 11 ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ។

លំហាត់ទី៩១

គេឱ្យ $E_n=831^n-743^n+709^n-610^n, n\in\mathbb{N}$ ។ចូរបង្ហាញថា E_n ចែកដាច់នឹង 187 ជានិច្ចគ្រប់ $n\in\mathbb{N}$ ។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថា E_n ចែកដាច់នឹង 187 ជានិច្ចគ្រប់ $n\in\mathbb{N}$

ដោយ $187=11\times 17$ ដែល 11 និង 17 ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា

ដូចនេះដើម្បីស្រាយថា E_n ចែកដាច់នឹង 187 យើងត្រូវស្រាយឱ្យឃើញថា E_n ចែកដាច់ 11 និង 17 ។

គេមាន $a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+b^{n-1}\right)=(a-b)\cdot N$

ដែល $N=a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+b^{n-1}$

គេបាន $E_n=831^n-743^n+709^n-610^n, n\in\mathbb{N}$

$=\left(831^n-743^n\right)+\left(709^n-610^n\right)$

$=(831-743)p+(709-610)q$

$=88p+99q=11(8p+9q); p,q\in\mathbb{N}^*$

គេទាញបាន E_n ចែកដាច់នឹង 11 ។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន

$E_n=831^n-743^n+709^n-610^n, n\in\mathbb{N}$

$=\left(831^n-610^n\right)+\left(709^n-743^n\right)$

$=(831-610)\alpha+(709-743)\beta$

$=221\alpha-34\beta=17(13\alpha-2\beta)\ ;\ \alpha;\beta\in\mathbb{N}^*$

គេទាញបាន E_n ចែកដាច់នឹង 17 ។

ដូចនេះចែកដាច់នឹង 187 ជានិច្ចគ្រប់ $n\in\mathbb{N}$ ។

លំហាត់ទី៤២

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $E_n=447^n+462^n-122^n-124^n$ ចែកដាច់នឹង 221 ជានិច្ច ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន E_n ចែកដាច់នឹង 221

យើងឃើញថា $221=13\times17$ ដែល 13 និង 17 បឋមរវាងគ្នា

ដូចនេះដើម្បីស្រាយថាចំនួន E_n ចែកដាច់នឹង 221 គេត្រូវស្រាយឱ្យឃើញថាចំនួន E_n វាចែកដាច់នឹង 13 ផង និងចែកដាច់នឹង 17 ផង។

គេមាន $E_n=447^n+462^n-122^n-124^n$

$E_n=(447^n-122^n)+(462^n-124^n)$

តាមរូបមន្ត $a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+b^{n-1})$

យើងបាន $E_n=(447-122)\cdot p_1+(462-124)\cdot q_1$

$=325p_1+338q_1=13(25p_1+26q_1)$

ដែល $p_1,q_1\in\mathbb{N}^*$ ។

ទំនាក់ទំនងនេះបញ្ជាក់ថា ចំនួន E_n ចែកដាច់នឹង 13 ។

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $E_n=(447^n-124^n)+(462^n-122^n)$

$=(447-124)\cdot p_2+(462-122)\cdot q_2$

$=323p_2+340q_2$

$=17(19p_2+20q_2),\ p_2,q_2\in\mathbb{N}^*$

ទំនាក់ទំនងនេះបញ្ជាក់ថា ចំនួន E_n ចែកដាច់នឹង 17 ។

ដូចនេះសរុបសេចក្តីទៅយើងបាន ចំនួន E_n ចែកដាច់នឹង 221 ជានិច្ច ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ។

លំហាត់ទី៤៣

ដោះស្រាយសមីការ $47x+29y=1$ ក្នុងសំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ។

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការ $47x+29y=1$ ក្នុងសំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប

គេមាន $47=29\times1+18$ នាំឲ្យ $18=47-29$

$29=18\times1+11$ នាំឲ្យ $11=29-18=29-(47-29)=29\times2-47$

ឬ $7=47\times2-29\times3$

$11=7\times1+4$ នាំឲ្យ $4=11-7=(29\times2-47)-(47\times2-29\times3)$

ឬ $1=47\times(-8)+29\times13$

គេបាន $47x+29y=47\times(-8)+29\times13$

ឬ $47(x+8)=-29(y-13)$

នាំឲ្យ $\begin{cases} x+8=-29q \\ y-13=47q \end{cases}$, $\forall\, q\in\mathbb{Z}$

ដូច្នេះ $x=-29q-8$, $y=47q+13$, $\forall\, q\in\mathbb{Z}$

លំហាត់ទី៤៤

គេឲ្យចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ។គេដឹងថា n ចែកនឹង 7 ឲ្យសំណល់ 5 ហើយ n ចែកនឹង 8 ឲ្យសំណល់ 3 ។

ក.តើចំនួននោះចែកនឹង 56 ឲ្យសំណល់ប៉ុន្មាន ?

ខ.រកចំនួននោះ ដោយដឹងថា $5616<n<5626$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក.តើចំនួននោះចែកនឹង 56 ឲ្យសំណល់ប៉ុន្មាន ?

តាមសម្មតិកម្ម គេដឹងថា n ចែកនឹង 7 ឲ្យសំណល់ 5 នាំឲ្យមាន $q_1 \in \mathbb{N}$ ដែល

$n = 7q_1 + 5 \ (1)$

ហើយម្យ៉ាងទៀត n ចែកនឹង 8 ឲ្យសំណល់ 3 នោះ នាំឲ្យមាន $q_2 \in \mathbb{N}$ ដែល

$n = 8q_2 + 3 \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\begin{cases} n = 7q_1 + 5 & (1) \\ n = 8q_2 + 3 & (2) \end{cases}$

នាំឲ្យ $\begin{cases} 8n = 56q_1 + 40 & (3) \\ 7n = 56q_2 + 21 & (4) \end{cases}$

ដកសមីការ (3) និង (4) គេបាន $n = 56(q_1 - q_2) + 19$

តាង $q = q_1 - q_2, q \in \mathbb{N}$

គេបាន $n = 56q + 19$

ទំនាក់ទំនងនេះមានន័យថា ចំនួន n នោះចែកនឹង 56 ឱ្យសំណល់ 19 ។

ខ.រកចំនួននោះដោយដឹងថា $5616 < n < 5626$

គេមាន $n = 56q + 19 \Rightarrow 5616 < 56q + 19 < 5626$ ឬ $\frac{5597}{56} < q < \frac{5607}{56}$ ឬ $99 + \frac{53}{56} < q < 100 + \frac{7}{56}$

នាំឱ្យ $q = 100$ ។

ចំពោះ $q = 100$ គេបាន $n = 5600 + 19 = 5619$

ដូចនេះចំនួន n គឺ $n = 5619$ ។

លំហាត់ទី៤៥

គេឱ្យចំនួនគត់ធម្មជាតិ m និង n ។គេដឹងថា m ចែកនឹង 5 ឱ្យសំណល់ 3 ហើយ n ចែក 5 ឱ្យសំណល់ 4 ។

ក.ចូរបង្ហាញថា $m^2 + n^2$ ចែកដាច់នឹង 5 ។

ខ.រកសំណល់នៃវិធីចែក $m^3 + n^3$ នឹង 5 ។

ដំណោះស្រាយ

ក.ចូរបង្ហាញថា m^2+n^2 ចែកដាច់នឹង 5

ដោយ m ចែកនឹង 5 ឱ្យសំណល់ 3 ហើយ n ចែក 5 ឱ្យសំណល់ 4

នោះគេមានចំនួនគត់ធម្មជាតិ q_1 និង q_2 ដែល $m=5q_1+3$ និង $n=5q_2+4$ ។

គេបាន $m^2+n^2=(5q_1+3)^2+(5q_2+4)^2$

$m^2+n^2=5(5q^2{}_1+5q^2{}_2+6q_1+8q_2+5)$

ដូចនេះ m^2+n^2 ចែកដាច់នឹង 5 ។

ខ.រកសំណល់នៃវិធីចែក m^3+n^3 នឹង 5

គេបាន $m^3+n^3=(5q_1+3)^3+(5q_2+4)^3$

$m^3+n^3=5q+3^3+4^3=5(q+18)+1$ ដែល $q\in\mathbb{N}^*$

ដូចនេះ m^3+n^3 ចែកនឹង 5 ឱ្យសំណល់ 1 ។

លំហាត់ទី៤៦

គេឲ្យចំនួនគត់ធម្មជាតិ m និង n ។ គេដឹងថា m ចែកដាច់នឹង 5 ឲ្យសំណល់ 3 ហើយ n ចែកដាច់នឹង 5 ឲ្យសំណល់ 4

ក. ចូរបង្ហាញថា m^2+n^2 ចែកដាច់នឹង 5 ។

ខ. រកសំណល់នៃវិធីចែក m^3+n^3 នឹង 5 ។

ដំណោះស្រាយ

ក .បង្ហាញថា m^2+n^2 ចែកដាច់នឹង 5

ដោយ m ចែកដាច់នឹង 5 ឱ្យសំណល់ 3 ហើយ n ចែកដាច់នឹង 5 ឲ្យសំណល់ 4

នោះគេមានចំនួនគត់ធម្មជាតិ q_1 និង q_2 ដែល $m=5q_1+3$ និង $m=5q_2+4$ ។

គេបាន $m^2+n^2=(5q_1+3)^2+(5q_2+4)^2$

$$m^2+n^2=5(5q_1^2+5q_2^2+6q_1+8q_2+5)$$

ដូចនេះ m^2+n^2 ចែកដាច់នឹង 5 ។

ខ. សំណល់នៃវិធីចែក m^3+n^3 នឹង 5

គេបាន $m^3+n^3=(5q_1+3)^3+(5q_2+4)^3$

$$m^3+n^3=5q+3^3+4^3=5(q+18)+1 \text{ ដែល } q\in\mathbb{N}^*$$

ដូចនេះ m^3+n^3 ចែកដាច់នឹង 5 ឲ្យសំណល់ 1 ។

លំហាត់ទី៤៧

ក.រកសំណល់នៃវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃចំនួន 2^{2012} ចែកដាច់នឹង 7 ។

ខ. កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុត k ដើម្បីឲ្យ $2^{2012}+k$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

ក. សំណល់នៃវិធីចែកបែបអឺគ្លីត

គេមាន $2^3=8=7+1$

គេបាន $2^{2012}=(7+1)^{670}=7q+1, q\in\mathbb{N}^*$

គុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $2^2=4$ គេបាន $2^{2012}=4\times 7q+4$

តាមទំនាក់ទំនងខាងលើនេះបញ្ជាក់ថា 2^{2012} ចែកនឹង 7 ឲ្យសំណល់ 4 ។

ខ. កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុត k

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន

$2^{2012}+k=4\times 7q+4+k$ ដែល $q\in\mathbb{N}^*$

ហេតុនេះដើម្បីឲ្យ $2^{2012}+k$ ចែកដាច់នឹង 7 លុះត្រាតែ $4+k$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដូចនេះ $k=3$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុតដែលត្រូវរក។

លំហាត់ទី៤៨

ក.រកសំណល់នៃវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃចំនួន 3^{2022} នឹង 11 ។

ខ.កំណត់ចំនួនវិជ្ជមានតូចបំផុត k ដើម្បីឱ្យ $3^{2022}+k$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ដំណោះស្រាយ

ក.រកសំណល់នៃវិធីចែកបែបអឺគ្លីតនៃចំនួន 3^{2022} នឹង 11

គេមាន $3^5 = 243 = 22\times 11+1$

គេបាន $3^{2020} = (22\times 11+1)^{404} = 11q+1, q\in\mathbb{N}^*$

គុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $3^2 = 9$ គេបាន

$3^{2022} = 9\times 11q+9$ ។

តាមទំនាក់ទំនងខាងលើនេះបញ្ជាក់ថា 3^{2022} ចែកដាច់នឹង 11 ឱ្យសំណល់ 9 ។

ខ.កំណត់ចំនួនវិជ្ជមានតូចបំផុត k

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន

$3^{2022}+k = 9\times 11q+9+k$ ដែល $q\in\mathbb{N}^*$

ហេតុនេះដើម្បីឱ្យ $3^{2022}+k$ ចែកដាច់នឹង 11 លុះត្រាតែ $9+k$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

ដូចនេះ $k=2$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុតដែលត្រូវរក។

លំហាត់ទី៤៩

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $2222^{5555}+5555^{2222}$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $2222 = 317\times 7+3$

គេបាន $2222^{5555} = (317\times 7+3)^{5555} = 7q_1+3^{5555}, q_1\in\mathbb{N}^*$

ហើយ $5555 = 793\times 7+4$

គេបាន $5555^{2222} = (793\times 7+4)^{2222} = 7q_2+4^{2222}, q_2\in\mathbb{N}^*$

គេទាញ $2222^{5555}+5555^{2222} = 7(q_1+q_2)+3^{5555}+4^{2222}$

គេមាន $3^6 = 104\times 7+1$

នោះ $3^{5550} = (104\times 7+1)^{925} = 7q_3+1,\ q_3\in\mathbb{N}^*$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង $3^5 = 243$ គេបាន $3^{5555} = 243\times 7q_3+243$

ហើយ $4^3 = 9\times 7+1$

នោះ $4^{2220} = (9\times 7+1)^{740} = 7q_4+1$, $q_4\in\mathbb{N}^*$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង $4^2 = 16$ គេបាន $4^{2222} = 16\times 7q_4+16$

គេបាន $3^{5555}+4^{2222} = 7(q_3+q_4)+259 = 7(q_3+q_4+37)$

គេទាញ $2222^{5555}+5555^{2222} = 7(q_1+q_2+q_3+q_4+37)$

ដូចនេះ $2222^{5555}+5555^{2222}$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

លំហាត់ទី៥០

ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $2^{n+2}+3^{2n+1}$ ចែកដាច់នឹង 7 គ្រប់ $n\in\mathbb{N}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $3^2 = 7+2$

គេបាន $3^{2n} = (7+2)^{2n} = 7q+2^n$, $q\in\mathbb{N}^*$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង 3 គេបាន $3^{2n+1} = 3\times 7q+3\times 2^n$

ហើយ $2^{n+2} = 2^n\times 2^2$

នោះ $2^{n+2}+3^{2n+1} = 2^n(2^2+3)+3\times 7q = 7(2^n+3q)$

ដូចនេះចំនួន $2^{n+2}+3^{2n+1}$ ចែកដាច់នឹង 7 គ្រប់ $n\in\mathbb{N}$

លំហាត់ទី៥១

គេឲ្យ m និង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល $1\le m<n$ ។ចូរកំណត់តម្លៃតូចបំផុតនៃ $m+n$ ដើម្បីឲ្យចំនួន 22^m និង 22^n មានលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយដូចគ្នា ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់តម្លៃតូចបំផុតនៃ $m+n$

ដើម្បីឲ្យចំនួន 22^m និង 22^n មានលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយដូចគ្នា លុះត្រាតែ

22^n-22^m ចែកដាច់នឹង 100 ។

គេមាន $22^n - 22^m = 22^m\left(22^{n-m} - 1\right)$

ដោយ 22^m ជាចំនួនគូ និង $22^{n-m} - 1$ ជាចំនួនសេស

ហេតុនេះ $22^m\left(22^{n-m} - 1\right)$ ចែកដាច់នឹង $100 = 4\times 25$

លុះត្រាតែ 22^m ចែកដាច់នឹង 4 ហើយ $22^{n-m} - 1$ ចែកដាច់នឹង 25

ចំនួន 22^m ចែកដាច់នឹង 4 លុះត្រាតែ $m \geq 2$

ម្យ៉ាងទៀត $22^2 = 96\times 5 + 1$

លើកជាការេ គេបាន $22^4 = \left(96\times 5 + 4\right)^2$

$$= \left(96\times 5\right)^2 + 2\left(96\times 5\right)\times 4 + 4^2$$
$$= \left(96^2 + 154\right)\times 25 + 6$$
$$= 25a + 6 \ , \ a = 96^2 + 154$$

គេបាន $22^{4p} = \left(25a+6\right)^p = 25q + 6^p, q\in\mathbb{N}$

ដោយ $6 = 5+1$ នោះគេបាន

$$6^p = \left(5+1\right)^p = \sum_{k=0}^{p} C\left(p,k\right)5^k = 1 + 5p + \sum_{k=2}^{p} C\left(p,k\right)5^k$$

គេទាញ $22^{4p} = 1 + 5p + 25q + \sum_{k=2}^{p} C\left(p,k\right)5^k$

ឬ $22^{4p} - 1 = 5p + 25q + \sum_{k=2}^{p} C\left(p,k\right)5^k$

ដោយ $25q + \sum_{k=2}^{p} C\left(p,k\right)5^k$ ចែកដាច់នឹង 25 ហេតុនេះ $22^{4p} - 1$ ចែកដាច់នឹង 25 លុះត្រាតែ $5p$ ចែកដាច់នឹង 25 ពោលគឺគេត្រូវឱ្យ $p = 5k, k\in\mathbb{N}^*$ ។

ដូចនេះ $22^{n-m} - 1$ ចែកដាច់នឹង 25 លុះត្រាតែ $n - m = 4p = 20k$

ដោយ $m \geq 2$ នោះ $m + n = \left(n-m\right) + 2m \geq 20k + 4 \geq 24$

ដូចនេះតម្លៃអប្បបរមានៃ $m+n$ គឺ 24 ។

លំហាត់ទី៥២

គេឱ្យ $f(n) = n^2 + 2n$ ដែល $n\in\mathbb{N}^*$ ។ចូរកំណត់គ្រប់តម្លៃ n ដើម្បីឱ្យ $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្រប់តម្លៃ n

- ករណីទី១៖ បើ n ចែកដាច់នឹង 7 នោះគេបាន $n=7k,\forall k\in\mathbb{N}^*$

គេបាន $f(7k)=49k^2+14k=7k(7k+2)$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដូចនេះគេបាន $n=7k,\forall k\in\mathbb{N}^*$ ជាចម្លើយ។

- ករណីទី២៖បើ n ចែកមិនដាច់នឹង 7 នោះគេបាន $n=7k+r$ ដែល $k\in\mathbb{N}^*$

និង $r=1,2,3,4,5,6$

គេបាន $f(7k+r)=(7k+r)^2+2(7k+r)$

$=49k^2+14kr+r^2+14k+2r$

ដើម្បីឱ្យ $f(7k+r)$ ចែកដាច់នឹង 7 លុះត្រាតែ r^2+r ចែកដាច់នឹង 7

ដោយ $r=1,2,3,4,5,6$ នោះតម្លៃដែលធ្វើឱ្យ r^2+2r ចែកដាច់នឹង 7 មានតែ $r=5$ ។

ដូចនេះ $n=7k+5,\forall k\in\mathbb{N}^*$ ជាចម្លើយ។

លំហាត់ទី ៥៣

គេឲ្យ $f(\text{n})=\text{n}^2+7n-18$ ដែល $n\in\mathbb{N}^*$ ។ចូរបង្ហាញថាមានតម្លៃ n ច្រើនរាប់មិនអស់ដែលធ្វើឲ្យចំនួន $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 121 ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្រប់តម្លៃ n

គេមាន $f(\text{n})=\text{n}^2+7n-18$

$$=(n^2-4n+4)+(11n-22)$$
$$=(n-2)^2+11(n-2)$$

យើងពិនិត្យឃើញថាបើ $(n-2)$ ចែកដាច់នឹង 11 នោះ $(n-2)^2$ និង

$11(n-2)$ សុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 121 នោះគេបាន $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 121 ដែរ ។

តាង $n-2=11k\Rightarrow n=11k+2,\forall n\in\mathbb{N}$ ។

ដូចនេះ គេអាចសន្និដ្ឋានថាមាន n ច្រើនរាប់មិនអស់ដែលធ្វើឲ្យចំនួន $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 121 ។

លំហាត់ទី៥៤

គេឲ្យ $f(\text{n})=4\text{n}^2+7n+34$ ដែល $n\in\mathbb{N}^*$ ។ចូរបង្ហាញថាគ្មានតម្លៃ n ដែលធ្វើឲ្យចំនួន $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 121 ទេ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $f(\text{n})=4\text{n}^2+7n+34$

$$=(4n^2-4n+1)+(11n+33)$$
$$=(2n-1)^2+11(n+3)$$

យើងឃើញថាដើម្បីឲ្យ $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 121 លុះត្រាតែ $n+3$ និង $2n-1$ ចែកដាច់នឹង 11 នាំឲ្យគេមាន $q_1,q_2\in\mathbb{N}^*$ ដែល $n+3=11q_1$ និង $2n-1=11q_2$

គេបាន $2(n+3)-(2\text{n}-1)=22\text{q}_1-11q_2$ ឬ $11(2q_1-q_2)=7$

ជាសមីការគ្មានចម្លើយក្នុងសំណុំ $\mathbb{N}^*$ ពីព្រោះអង្គទី ១ នៃសមីការចែកដាច់នឹង 11 តែអង្គទី ២ មិនចែកដាច់នឹង 11 ទេ ។

ដូចនេះគ្មានតម្លៃ n ដែលធ្វើឲ្យចំនួន $f(n)$ ចែកដាច់នឹង 121 ទេ ។

លំហាត់ទី៥៥

គេឱ្យ $f(a)=16a^2+50a-13$ ដែល $a\in\mathbb{Z}$ ។កំណត់គ្រប់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យចំនួន $f(a)$ ចែកដាច់នឹង 49 ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្រប់តម្លៃ a

គេមាន $f(a)=16a^2+50a-13$

$$=(16a^2+8a+1)+(42a-14)$$

$$=(4a+1)^2+7(6a-2)$$

ដើម្បីឱ្យ $f(a)$ ចែកដាច់នឹង 49 លុះត្រាតែ $p,q\in\mathbb{Z}$ ដែល $4a+1=7p$ និង $6a-2=7q$ ។

គេបាន $3(4a+1)-2(6a-2)=21p-14q$

$7=7(3p-2q)$ ឬ $3p-2q=1$

គេអាចសរសេរ $3(p-1)=2(q-1)$

គេទាញ $p-1=2k$ និង $q-1=3k$ គ្រប់ $k\in\mathbb{Z}$

ឬ $p=2k+1, q=3k+1$

គេទាញបាន $4a+1=7(2k+1)$ នាំឲ $a=\dfrac{7k+3}{2}$

ដោយ $a\in\mathbb{Z}$ នោះ $\dfrac{7k+3}{2}\in\mathbb{Z}$ ។

ដើម្បីឱ្យ $\dfrac{7k+3}{2}\in\mathbb{Z}$ លុះត្រាតែ k ជាចំនួនគត់សេសគឺ

$k=2\lambda-1, \lambda\in\mathbb{Z}$ នោះគេបាន $a=\dfrac{7(2\lambda-1)+3}{2}=7\lambda-2$

ដូចនេះ $k=7\lambda-2, \lambda\in\mathbb{Z}$ ។

លំហាត់ទី៥៦

ចូរបង្ហាញថាបើ n ចែកដាច់នឹង 3 នោះ 2^n-1 ចែកដាច់នឹង 7 (n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន)។

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញថាបើ n ចែកដាច់នឹង 3 នោះ 2^n-1 ចែកដាច់នឹង 7

បើ n ចែកដាច់នឹង 3 នោះ $n=3p, p\in\mathbb{N}^*$

គេបាន $2^n-1=2^{3n}-1=(8-1)(8^{p-1}+8^{p-2}+\ldots+8+1)=7(8^{p-1}+8^{p-2}+\ldots+8+1)$

ដូចនេះថាបើ n ចែកដាច់នឹង 3 នោះ 2^n-1 ចែកដាច់នឹង 7 ។

លំហាត់ទី៥៧

ចូរកំណត់គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន x ដើម្បីឲ្យ $x^5-5x^3+x^2-7x+13$ ចែកដាច់នឹង $x+2$ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់ចំនួនគត់រិជ្ជមាន x

ពិនិត្យអនុគមន៍ $f(x)=x^5-5x^3+x^2-7x+13$

តាមរូបមន្តពន្លាត **Taylor** អនុគមន៍ $f(x)$ អាចសរសេរជាស៊េរីស្វ័យគុណនៃកត្តា $(x+2)$ ដូចខាងក្រោម:

$$f(x)=f(-2)+\frac{x+2}{1!}f'(-2)+\frac{(x+2)^2}{2!}f''(-2)+...+\frac{(x+2)^5}{5!}f^{(5)}(-2)$$

ដោយ $f(-2)=-32+40+4+14+13=39$

ហើយ $f'(x)=5x^4-15x^2+2x-7$ នោះ $f'(-2)=19$

$f''(x)=20x^3-30x^2+2$ នោះ $f''(-2)=-278$

……………………………………………………………………………

និង $f^{(5)}(x)=120$ នោះ $f^{(5)}(-2)=120$

គេបាន $f(x)=39+19(x+2)-139(x+2)^2+...+(x+2)^5$

ដូចនេះដើម្បីឲ្យ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x+2$ លុះត្រាតែ 39 ចែកដាច់នឹង $x+2$ ។

ដោយ $39=3\times13$ គេបាន $x=1$ ឬ $x=11$ ។

លំហាត់ទី៥៨

កំនត់គ្រប់ចំនួនគត់រិជ្ជមាន x ដើម្បីឲ្យ $x^5-3x^3-15x^2-26x+2012$ ចែកដាច់នឹង $(x+1)^2$ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់រិជ្ជមាន x

តាង $f(x)=x^5-3x^3-15x^2-26x+2012$

តាមរូបមន្តពន្លាត **Taylor** អនុគមន៍ $f(x)$ អាចសរសេរជាស៊េរីស្វ័យគុណនៃកត្តា $(x+1)$ ដូចខាងក្រោម:

$$f(x)=f(-1)+\frac{x+1}{1!}f'(-1)+\frac{(x+1)^2}{2!}f''(-1)+...+\frac{(x+1)^5}{5!}f^{(5)}(-1)$$

គេមាន $f(-1)=-1+3-15+26+2012=2025$

$f'(x)=5x^4-9x^2-30x-26$ នោះ $f'(-1)=0$

$f''(x)=20x^3-18x-30$ នោះ $f''(-1)=-32$

…………………………………………………………………….

និង $f^{(5)}(x)=120$ នោះ $f^{(5)}(-1)=120$

អនុគមន៍ $f(x)$ អាចសរសេរ:

$f(x)=2025-16(x+1)^2+...+(x+1)^5$

ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $(x+1)^2$ លុះត្រាតែ 2025 ចែកដាច់នឹង $(x+1)^2$ ។\

ដោយ $2025=45^2=3^2\times3^2\times5^2$ នោះគេបាន

$(x+1)^2=3^2$ នោះ $x=2$ ឬ

$(x+1)^2=5^2$ នោះ $x=4$ ឬ

$(x+1)^2=9^2$ នោះ $x=8$ ឬ

$(x+1)^2=15^2$ នោះ $x=14$ ឬ

$(x+1)^2=45^2$ នោះ $x=44$

ដូចនេះ $x\in\{2,4,8,14,44\}$ ។

លំហាត់៥៩

កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន x ដើម្បីឲ្យ $x^3+10x^2+11x-237$ ចែកដាច់នឹង 343 ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន x

តាង $f(x)=x^3+10x^2+11x-237$

$$=(x+1)^3+7(x+1)^2+49(2x-5)$$

$$=(x+1)^2(x+8)+49(2x-5)$$

ដើម្បីឲ្យ $x^3+10x^2+11x-237$ ចែកដាច់នឹង 343 លុះត្រាតែ $x+1$ និង $2x-5$ ចែកដាច់នឹង 7

ឬ $x+8$ ចែកដាច់នឹង 343 និង $2x-5$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

- ករណី $(x+1)$ និង $(2x-5)$ ចែកដាច់នឹង 7 នោះគេបាន $q_1\,,q_2\in\mathbb{N}^*$ ដែល

$$\begin{cases}x+1=7q_1\\2x-5=7q_2\end{cases}$$

គេបាន

$$\begin{aligned}2(x+1)-(2x-5)&=14q_1-7q_2\\7&=7(2q_1-q_2)\\1&=2q_1-q_2\\2(q_1-1)&=(q_2-1)\end{aligned}$$

គេទាញបាន

$$\begin{cases}q_1-1=k\\q_2-1=2k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}q_1=k+1\\q_2=2k+1\,,\;k\in\mathbb{N}\end{cases}$$

គេទាញបាន $x+1=7(k+1)$ ឬ $x=7k+6\,,k\in\mathbb{N}$

ដូចនេះ $x=7k+6\,,k\in\mathbb{N}$ ជាចម្លើយ។

- ករណី $x+8$ ចែកដាច់នឹង 343 និង $2x-5$ ចែកដាច់នឹង 7

គេបាន $\begin{cases}x+8=343m_1\\2x-5=7m_2\,,\,(m_1,m_2\in\mathbb{N}^*)\end{cases}$

គេមាន

$$\begin{aligned}2(x+8)-(2x-5)&=686m_1-7m_2\\21&=686m_1-7m_2\\3&=98m_1-m_2\end{aligned}$$

គេអាចសរសេរ $98(m_1-1)=m_2-95$

នាំឲ្យ $\begin{cases}m_1-1=k\\m_2-95=98k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m_1=k+1\\m_2=98k+95\quad k\in\mathbb{N}\end{cases}$

ដូចនេះ $x=343(k+1)-8=343k+335\;(k\in\mathbb{N})$ ។

លំហាត់ទី៦០

កំណត់រកលេខអញ្ញាត x និង y នៃចំនួន $\overline{5x2y}$ ដើម្បីឲ្យចំនួននោះចែកដាច់នឹង 7 ហើយចំនួននេះជាការេប្រាកដ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់រកលេខអញ្ញាត x និង y

ដោយចំនួន $\overline{5x2y}$ ចែកដាច់នឹង 7 ហើយចំនួននេះជាការេប្រាកដ

នោះនាំឲ្យវាចែកដាច់នឹង 49

យើងបាន $\overline{5x2y}=5000+100x+20+y$

$$\overline{5x2y}=5020+100x+y$$

$$\overline{5x2y}=49(102+2x+\frac{2x+y+22}{49})$$

ចំនួន $\overline{5x2y}$ កើតមានកាលណា $\frac{2x+y+22}{49}\in\mathbb{N}^*$

ដោយ $0\le x,y\le 9$ នោះ $22\le 2x+y+22\le 49$ នាំឲ្យ $\frac{22}{49}\le\frac{2x+y+22}{49}\le 1$

គេទាញបាន $\frac{2x+y+22}{49}=1$ ឬ $y=27-2x$ (1)

យើងបាន $\overline{5x2y}=49(103+2x)$

ដើម្បីឲ្យចំនួននេះជាការេប្រាកដលុះត្រាតែ

$$103+2x=k^2, k\in\mathbb{N}^*$$

គេបាន $x=\frac{k^2-103}{2}$ ដោយ $0\le x\le 9$ គេទាញបាន

$$0\le\frac{k^2-103}{2}\le 9 \text{ ឬ } 103\le k^2\le 121\Rightarrow k=11$$

ចំពោះ $k=11\Rightarrow x=\frac{121-103}{2}=9$ ហើយតាម

(1) $y=27-2(9)=9$ ។

ដូចនេះ $x=9, y=9$ និង $\overline{5x2y}=5929=77^2$ ។

លំហាត់ទី៦១

កំណត់រកលេខអញ្ញាត a និង b នៃចំនួន $\overline{aab}$ ដើម្បីឲ្យចំនួននេះជាការេប្រាកដ ហើយចំនួននោះចែកដាច់នឹង 7 ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់រកលេខអញ្ញាត a និង b

គេមាន $\overline{aab} = 110a + b$

ដោយចំនួននេះជាការេប្រាកដ ហើយចំនួននោះចែកដាច់នឹង 7

នោះវាត្រូវតែចែកដាច់នឹង 49 ។

យើងមាន $\overline{aab} = 110a + b = 49\left(2a + \frac{12a+b}{49}\right)$

ចំនួននេះកើតមានកាលណា $\frac{12a+b}{49} \in \mathbb{N}^*$

ដោយ $0 < a \le 9, 0 \le b \le 9$ នោះ $0 < 12a + b \le 117$

គេទាញបាន $12a + b = 49$ ឬ $12a + b = 98$

- ករណី $12a + b = 49$ នោះគេបាន $b = 49 - 12a$

ដោយ $0 \le b \le 9$ នោះ $0 \le 49 - 12a \le 9$

ឬ $3 + \frac{4}{12} \le a \le 4 + \frac{1}{2}$ នាំឱ្យ $a = 4$

ចំពោះ $a = 4$ នោះ $b = 1$ ។

ក្នុងករណីនេះគេបាន $\overline{aab} = 441 = 21^2$ ។

ដូចនេះ $a = 4, b = 1$ ជាចម្លើយ។

- ករណី $12a + b = 98$ នោះគេបាន $b = 98 - 12a$

ដោយ $0 \le b \le 9$ នោះ $0 \le 98 - 12a \le 9$

ឬ $7 + \frac{4}{12} \le a \le 8 + \frac{2}{12}$ នាំឱ្យ $a = 8$

ចំពោះ $a=8$ នោះ $b=2$ ។

ក្នុងករណីនេះគេបាន $\overline{aab}=882$ ។(មិនមែនជាការេប្រាកដ)

លំហាត់ទី៦២

កំណត់រកលេខអញ្ញាត x និង y នៃចំនួន $\overline{4x87y}$ ដើម្បីឱ្យចំនួននេះចែកដាច់នឹង 7 ហើយ ចំនួន $\overline{4x87y}$ ជាគូបនៃចំនួនគត់។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\overline{4x87y}=40000+1000x+870+y$

$\overline{4x87y}=40870+1000x+y$

$\overline{4x87y}=7(5838+143x)+(4+y-x)$

ដើម្បីឱ្យ $\overline{4x87y}$ ចែកដាច់នឹង 7 លុះត្រាតែ $4+y-x$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

ដោយ $0\le x,y\le 9$ នោះ $-5\le 4+y-x\le 13$

គេទាញ $4+y-x=0$ ឬ $4+y-x=7$ ។

- ករណី $4+y-x=0$

គេបាន $\overline{4x87y}=7(5838+143x)$

ដោយ $\overline{4x87y}$ ជាគូបនៃចំនួនគត់នោះ

$5838+143x=49k^3, k\in\mathbb{N}$

គេទាញ $x=\dfrac{49k^3-5838}{143}$

ដោយ $0\le x\le 9$ នោះ $5838\le 5838+143x\le 7125$

គេទាញ $5838\le 49k^3\le 7125$

ឬ $119+\dfrac{7}{49}\le k^3\le 145+\dfrac{20}{49}$ នាំឲ្យ $k=5$

ចំពោះ $k=5$ នោះ $x=\dfrac{49\times 5^3-5838}{143}=\dfrac{287}{143}\notin\mathbb{N}^*$

- ករណី $4+y-x=7$

គេបាន $\overline{4x87y}=7(5838+143x)+7=7(5839+143x)$

ដោយ $\overline{4x87y}$ ជាគូបនៃចំនួនគត់ នោះ $5838+143x=49k^3$, $k\in\mathbb{N}$

គេទាញ $x=\dfrac{49k^3-5839}{143}$

ដោយ $0\le x\le 9$ នោះ $5839\le 5839+143x\le 7126$

គេទាញ $5839\le 49k^3\le 7126$ ឬ $119+\dfrac{8}{49}\le k^3\le 145+\dfrac{21}{49}$ នាំឲ្យ $k=5$

ចំពោះ $k=5$ នោះ $x=\dfrac{49\times 5^3-5839}{143}=2$

បើ $x=2$ នោះ $4+y-2=7$ ឬ $y=5$

ដូច្នេះ $x=2\,,y=5$ ហើយ $\overline{42875}=(35)^3$

លំហាត់ទី៦៣

កំណត់រកលេខអញ្ញាត x និង y នៃចំនួន $\overline{7x4y}$ ដើម្បីឲ្យចំនួននេះចែកដាច់នឹង11ហើយចំនួននេះជាការេប្រាកដ ។

ដំណោះស្រាយ

រកលេខអញ្ញាត x និង y

យើងមាន $\overline{7x4y}=7000+100x+40+y$

$$=100x+y+7040$$
$$=11(9x+640)+x+y$$

ដោយ $\overline{7x4y}$ ជាការេប្រាកដនោះ $9x+641=11k^2$, $k\in\mathbb{N}^*$

គេទាញ $x=\dfrac{11k^2-641}{9}$ ហើយ $x>0$

នោះ $11k^2-641>0$ ឬ $k>7$

គេបាន $k=\{8,9\}$

-ចំពោះ $k=8$ នោះ $x=\dfrac{11(8)^2-641}{9}=9$

ហើយ $y=11-x=4$

-ចំពោះ $k=9$ នោះ $x=\dfrac{11(9)^2-641}{9}=\dfrac{250}{9}$ (មិនយក)

ដូចនេះ $x=7, y=4$ ។

ចំពោះ $x=7, y=4$ គេបាន $\overline{7x4y}=7744=88^2$ ពិត។

លំហាត់ទី៦៤

គេឱ្យស្វ៊ីតនព្វន្ត (U) មាន $5,9,13,17,...$ និងស្វ៊ីតនព្វន្ត (V) មានតួ $7,13,19,25,...$ ។

ក.តើក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីត U មានប៉ុន្មានតួដែលជាការេប្រាកដ?ចូរកំណត់រកតម្លៃនៃតួទាំងនោះ។

ខ.តើក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីត V មានប៉ុន្មានតួដែលជាការេប្រាកដ?ចូរកំណត់រកតម្លៃនៃតួទាំងនោះ។

គ.តើក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីតទាំងពីរនេះមានប៉ុន្មានតួដែលមានតម្លៃស្មើគ្នា?

ដំណោះស្រាយ

ក.តើក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីត U មានប៉ុន្មានតួដែលជាការេប្រាកដ?

តួទី p នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត (U) ដែលមានតួទីមួយ $U_1=5$ និងផលសងរួម $d=9-5=4$ កំណត់ដោយ

$U_p=5+4(p-1)=4p+1$ ចំពោះគ្រប់ $p\in\mathbb{N}^*$ ។

ចំពោះគ្រប់ $1\le p\le 49$ ឧបមាថា $U_p=N^2, N\in\mathbb{N}^*$

គេបាន $4p+1=N^2 \Rightarrow p=\dfrac{N^2-1}{4}$ (1)

តាមទំនាក់ទំនង (1) ដើម្បីឱ្យ p ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ k ជាចំនួនសេស។

បើ $N=2r+1,\ r\in\mathbb{N}^*$ (ចំនួនសេស)

នោះ $p=\dfrac{(2r+1)^2-1}{4}=r^2+r$ តែ $1\le p\le 49$ នាំឱ្យ $1\le r^2+r\le 49$ ដោយ $\forall r\in\mathbb{N}^*$

គេបាន $1\le r\le 6$ ឬ $r=\{1,2,3,4,5,6\}$ ហើយ $p=\{2,6,12,20,30,42\}$

ដូចនេះក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីត U មាន 6 តួដែលជាការេប្រាកដ។

តួទាំងនោះគឺ $U_2=4(2)+1=9=3^2$ ។

$U_6 = 4(6)+1 = 25 = 5^2$

$U_{12} = 4(12)+1 = 49 = 7^2$

$U_{20} = 4(20)+1 = 81 = 9^2$

$U_{30} = 4(30)+1 = 121 = 11^2$

$U_{42} = 4(42)+2 = 169 = 13^2$

ខ តើក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីត V មានប៉ុន្មានតួដែលជាការេប្រាកដ?

តួទី k នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត (V) ដែលមានតួទីមួយ $V_1 = 7$ និងផលសងរួម $d = 13-7 = 6$

កំនត់ដោយ $V_1 = 7$ និងផលសងរួម $d = 13-7 = 6$

នាំឱ្យ $V_k = 7+6(k-1) = 6k+1$ ចំពោះគ្រប់ $k \in \mathbb{N}^*$ ។

ចំពោះគ្រប់ $1 \le k \le 49$ ឧបមាថា $V_k = t^2, t \in \mathbb{N}^*$ គេទាញបាន $6k+1 = t^2$ នាំឲ្យ $k = \dfrac{t^2-1}{6}(2)$

តាម(2) ដើម្បីឲ្យ k ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានលុះត្រាតែ t^2-1 ចែកដាច់នឹង 6

យើងយក $t = 6m+r$ ដែល $m \in \mathbb{N}^*, r \in \mathbb{Z}, -5 \le r \le 5$

គេបាន $t^2-1 = (6m+r)^2 - 1 = 6(6mr^2+2mr) + r^2 - 1$

ដើម្បីឲ្យ t^2-1 ចែកដាច់នឹង 6 លុះត្រាតែ r^2-1 ចែកដាច់នឹង 6 ។

ដោយ $-5 \le r \le 5$ នោះគេបាន $r = \{\pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5\}$

-ចំពោះ $r = \pm1$ នោះ $r^2 - 1 = 1^2 - 1 = 0$ (យក)

-ចំពោះ $r = \pm2$ នោះ $r^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$ (មិនយក)

-ចំពោះ $r = \pm3$ នោះ $r^2 - 1 = 3^2 - 1 = 8$ (មិនយក)

-ចំពោះ $r = \pm4$ នោះ $r^2 - 1 = 4^2 - 1 = 24$ (មិនយក)

ដូចនេះគេបាន

$t = 6m-5, t = 6m+1, t = 6m+5$

ដោយ

$6m+1 = 6(m+1)-5 = 6m'-5$

$6m+5 = 6(m+1)-1 = 6m'-1$

ដូចនេះតម្លៃ t ដែលត្រូវយកមានតែ $t = 6m-5, t = 6m-1$

-បើ $t = 6m-5$

គេបាន $k=\frac{(6m-5)^2-1}{6}=6m^2-10m+4$

ដោយ $1\le k\le 49$ នាំឲ្យ $1\le 6m^2-10m+4\le 49$ ឬគេទាញបាន $2\le m\le 3$

ក្នុងករណីនេះគេទាញបានតម្លៃ $k=\{8,28\}$

-បើ $t=6m-1$ គេបាន $k=\frac{(6m-1)^2-1}{6}=6m^2-2m$

ដោយ $1\le k\le 49$ នាំឲ្យ $1\le 6m^2-10m+4\le 49$ ឬ $1\le m\le 3$

ក្នុងករណីនេះគេទាញបានតម្លៃ $k=\{4,20,48\}$

គេទទួលបាន $k=\{4,8,20,28,48\}$

ដូចនេះក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីត V មាន 5 តួដែលជាការេប្រាកដ។

តួទាំងនោះគឺ $V_4=6(4)+1=25=5^2$

$$V_8=6(8)+1=49=7^2$$
$$V_{20}=6(20)+1=121=11^2$$
$$V_{28}=6(28)+1=169=13^2$$
$$V_{48}=6(48)+1=289=17^2$$

គ. តើក្នុងចំណោម 49 តួនៃស្វ៊ីតទាំងពីរនេះមានប៉ុន្មានតួដែលមានតម្លៃស្មើគ្នា?

-តួទី p នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត (U) ដែលមានតួទីមួយ $U_1=5$ និងផលសងរួម $d=9-5=4$ កំណត់ដោយ

$U_p=5+4(p-1)=4p+1$ ចំពោះគ្រប់ $p\in\mathbb{N}^*$ ។

-តួទី k នៃស្វ៊ីតនព្វន្ត (V) ដែលមានតួទីមួយ $V_1=7$ និងផលសងរួម $d=13-7=6$ កំណត់ដោយ

$V_k=7+6(k-1)=6k+1$ ចំពោះគ្រប់ $k\in\mathbb{N}^*$ ។

ចំពោះ $1\le p\le 49$ និង $1\le k\le 49$ បើ $U_p=V_k$ នោះគេបាន

$4p+1=6k+1$ ឬ $2p=3k$ នាំឲ្យ $\begin{cases}p=3r\\k=2r, r\in\mathbb{N}^*\end{cases}$

ដោយ $1\le p\le 49$ និង $1\le k\le 49$ គេបាន $\begin{cases}1\le 3r\le 49\\1\le 2r\le 49\end{cases}$

គេទាញបាន $1\le r\le 16$ ឬ $r=\{1,2,3,\ldots,16\}$ ។

ដូចនេះក្នុងចំណោមតួនៃស្វ៊ីតទាំងពីរនេះមានតួដែលមានតម្លៃស្មើគ្នា។

លំហាត់ទី៦៥

ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ចែកនឹង 8 ឱ្យសំណល់ 1 ។ចំនួន n នោះចែកនឹង 5 ឱ្យសំណល់ 2 ។

ក.បើចំនួន n នោះចែកនឹង 40 ឱ្យសំណល់ប៉ុន្មាន?

ខ.រកចំនួន n នោះដោយដឹងថា $3940 < n < 4000$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក.បើចំនួន n នោះចែកនឹង 40 ឱ្យសំណល់ប៉ុន្មាន?

ឧបមាថា n ចែកនឹង 8 ឱ្យផលចែក $q_1 \in \mathbb{N}$ និងសំណល់ 1 និងចំនួន n នោះចែកនឹង 5 ឱ្យផលចែក $q_2 \in \mathbb{N}$ និងសំណល់ 2

តាមអឺគ្លីតយើងបាន $\begin{cases} n = 8q_1 + 1 \\ n = 5q_2 + 2 \end{cases} \begin{vmatrix} (-15) \\ 16 \end{vmatrix}$

ឬ $\begin{cases} -15n = -120q_1 - 15 & (1) \\ 16n = 80q_2 + 32 & (2) \end{cases}$

បូកសមីការ (1) និង (2) យើងបាន

$n = 80q_2 - 120q_1 + 17 = 40q + 17$ ដែល $q = 2q_2 - 3q_1$

តាមទំនាក់ទំនង $n = 40q + 17$ បញ្ជាក់ថា បើចំនួន n នោះចែកនឹង 40 ឱ្យសំណល់ $r = 17$ ។

ខ.រកចំនួន n នោះដោយដឹងថា $3940 < n < 4000$

យើងមាន $n = 40q + 17$ ដោយ $3940 < n < 4000$

គេទាញ $3940 < 40q + 17 < 4000$

ឬ $98 + \frac{3}{40} < n < 100 + \frac{17}{40}$

ដោយ $q \in \mathbb{N}$ នាំឱ្យគេទាញបាន $q = \{99, 100\}$

ហើយ $n = \{3977, 4017\}$

ដូចនេះ $n = \{3977, 4017\}$ ។

លំហាត់ទី៦៦

ចូរកំណត់គ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានបើគេដឹងថា $m^2+n^2=13(m+n)$ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្របគូ (m,n)

គេមាន $m^2+n^2=13(m+n) \quad (1)$

ករណីទី១ $m=n$

គេបាន $2n^2=26n$ នាំឱ្យ $n=13$

ដូចនេះ $m=n=13$

ករណីទី២ $m\neq n$

យើងពិនិត្យឃើញថាបើ $(m;n)$ ជាគូចម្លើយរបស់ (1) នោះគេបាន $(n;m)$ ក៏ជាគូចម្លើយរបស់ (1) ដែរ។

សន្មតថា $m<n$ ។តាមវិសមភាព *Cauchy Schwarz*

យើងមាន $(m+n)^2<2(m^2+n^2)$

$(m+n)^2<26(m+n)$

$m+n<26$

ដោយ $m<n$ នោះគេបាន $2m<m+n<26$ ឬ $m<13$

ដោយ $m\in\mathbb{N}^*$ នោះគេទាញ $1\le m\le 12$ ។

ម្យ៉ាងទៀតសមីការ (1) អាចសរសេរ៖

$n^2-13n+m^2-13m=0 \; (2)$

ឌីស្រ្កីមីណង់ $\Delta=169-4(m^2-13m)$

សមីការ (2) មានចម្លើយក្នុង $\mathbb{N}^*$ កាលណា Δ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនវិជ្ជមានសេស។

គេយក $169-4(m^2-13m)=(2k+1)^2$, $\forall k\in\mathbb{N}$

គេបាន $168-4(m^2-13m)=(2k+1)^2-1=4k(k+1)$

គេទាញ $k(k+1)=42+m(13-m)$ ដោយ $1\le m\le 12$

នោះតម្លៃដែលអាចរបស់ផលគុណ $k(k+1)$ គឺ

$k(k+1)=\{54, 64, 72, 78, 82, 84\}$

ក្នុងតម្លៃទាំងប្រាំមួយនេះ តម្លៃដែលជាផលគុណចំនួនគត់តគ្នាមានតែតម្លៃ $72=8\times 9$ មួយគត់ដែលត្រូវនឹង $m=\{3;10\}$ ។

ចំពោះ $m=3$ គេបាន $n^2-13n-30=(n-15)(n+2)$ នាំឱ្យ $n=15$ ។

ចំពោះ $m=10$ គេបាន $n^2-13n-30=(n-15)(n+2)$ នាំឱ្យ $n=15$ ។

សរុបមកគេទទួលបានគូចម្លើយប្រាំគូគឺ

$(m;n)=\{(3;15);(10;15);(13;13);(15;3);(15;10)\}$ ។

លំហាត់ទី៦៧

ក.ចូរកំណត់លេខនៃអញ្ញាត a,b,c,d នៃចំនួន $\overline{abcd}$ ក្នុងរបាប់គោល 10 បើគេដឹងថា $\overline{abcd}\times 9=\overline{dcba}$ ។

ខ.ចំពោះតម្លៃ a,b,c,d ដែលបានរកឃើញខាងលើ ចូរបញ្ជាក់ថាចំនួន $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ សុទ្ធតែជាការេប្រាកដ។

ដំណោះស្រាយ

ក.ចូរកំណត់លេខនៃអញ្ញាត a,b,c,d

គេមាន $\overline{abcd}\times 9=\overline{dcba}$ (1)

តាមទំនាក់ទំនង(1) គេទាញបានតម្លៃ a តែមួយគត់គឺ $a=1$ ។

ចំពោះ $a=1$ គេបាន $\overline{1bcd}\times 9=\overline{dcb1}$ (2)

តាមទំនាក់ទំនង(2) គេទាញបាន $d=9$ ព្រោះ $d\times 9$ មានលេខខាងចុងស្មើ1 ។

ចំពោះ $d=9$ គេបាន $\overline{1bc9}\times 9=\overline{9cb1}$ (3)

តាមទំនាក់ទំនង(3) គេទាញបាន $b=0$ (ព្រោះ $b\times 9$ មិនអាចមានត្រាទុកទេ)

ចំពោះ $b=0$ គេបាន $\overline{10c9}\times 9=\overline{9c01}$ (3)

តាមទំនាក់ទំនង(3) គេទាញបាន $c=8$ ព្រោះ $c\times 9=8\times 9=72$

ថែម 8 ឱ្យលេខខាងចុងស្មើ 0 ។

ចំពោះ $c=8$ គេបាន $1089\times 9=9801$

ដូចនេះ $a=1$, $b=0$, $c=8$, $d=9$

ខ.ចូរបញ្ជាក់ថាចំនួន $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ សុទ្ធតែជាការេប្រាកដ

ចំពោះ $a=1$, $b=0$, $c=8$, $d=9$ គេបាន

$\overline{abcd}=1089=33^2$ និង $\overline{dcba}=9801=99^2$ សុទ្ធតែជាការេប្រាកដ។

លំហាត់ទី៦៨

សន្មតថា $\overline{HUNSEN}$ ជាចំនួនមួយមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់ដែល H , U , N , S , E , N ជាលេខ ។ ពេលគេគុណចំនួននេះនឹង 3 គេទទួលបានលទ្ធផលជាចំនួនមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់គឺ $\overline{STRONG}$ ដែល S,T,R,O,N,G ជាលេខ ។ ចូររកចំនួន $\overline{HUNSEN}$ និង $\overline{STRONG}$ ចំពោះ $N=6, S=3$ និងចំពោះ $N=8, S=9$ ។ (អក្សរខុសគ្នាតាងដោយលេខខុសគ្នា) ។

$$\begin{array}{r} HUNSEN \\ \times \quad 3 \\ \hline STRONG \end{array}$$

ដំណោះស្រាយ

រកចំនួន $\overline{HUNSEN}$ និង $\overline{STRONG}$

គេមាន

$$\begin{array}{r} HUNSEN \\ \times \quad 3 \\ \hline STRONG \end{array}$$

-ចំពោះ $N=6, S=3$

$$\begin{array}{r} HU63E6 \\ \times \quad 3 \\ \hline 3TRO6G \end{array}$$

តាមរាងនៃប្រមាណវិធីនេះបញ្ជាក់ថា $H=1$

ចំពោះ $H=1$ តារាងវិធីគុណទៅជា

$$\begin{array}{r} 1U63E6 \\ \times \quad\quad 3 \\ \hline 3TRO6G \end{array}$$

តាមតារាងវិធីគុណនេះគេទាញបាន $G=8$ ព្រោះ 6×8 មានលេខខាងចុងស្មើ 8

ចំពោះ $G=8$ តារាងវិធីគុណទៅជា

$$\begin{array}{r} 1U63E6 \\ \times \quad\quad 3 \\ \hline 3TRO68 \end{array}$$

តាមតារាងនៃវិធីគុណនេះគេទាញបាន $E=5$ ព្រោះ $E\times 3$ ថែម 1 មានលេខខាងចុងស្មើ 6

ចំពោះ $E=5$ តារាងវិធីគុណទៅជា

$$\begin{array}{r} 1U6356 \\ \times \quad\quad 3 \\ \hline 3TRO68 \end{array}$$

តាមតារាងវិធីគុណនេះគេទាញបាន $O=0$ ព្រោះ 3×3 ថែម 1 មានលេខចុងក្រោយស្មើ 0

ចំពោះ $E=0$ តារាងវិធីគុណទៅជា

$$\begin{array}{r} 1U6356 \\ \times \quad\quad 3 \\ \hline 3TR068 \end{array}$$

តាមតារាងវិធីគុណនេះគេទាញបាន $R=9$ ព្រោះ 6×3 ថែម 1 មានលេខចុងក្រោយស្មើ 9

ចំពោះ $R=9$ តារាងវិធីគុណទៅជា

$$\begin{array}{r} 1U6356 \\ \times \quad\quad 3 \\ \hline 3T9068 \end{array}$$

តាមតារាងនេះ បញ្ជាក់ថា U មិនអាចធំជាង 2 ទេហើយអក្សរខុសគ្នាតាងដោយ

លេខខុសគ្នាគេទាញបាន $U=2$ តែមួយគត់ពីព្រោះ $O=0$, $H=1$ ហើយ U មិនអាចយកតម្លៃ 0 ឬ 1 ដដែលទៀតបានទេ។

ចំពោះ $U=2$ តារាងវិធីគុណទៅជា

$$\begin{array}{r} 126356 \\ \times \quad 3 \\ \hline 3T9068 \end{array}$$

តាមតារាងវិធីគុណនេះគេទាញបាន $T=7$ ព្រោះថា

$$\begin{array}{r} 126356 \\ \times \quad 3 \\ \hline 379068 \end{array}$$

ដោយប្រៀបធៀបតារាងវិធីគុណ

$$\begin{array}{r} HUNSEN \\ \times \quad 3 \\ \hline STRONG \end{array} \text{ និង } \begin{array}{r} 126356 \\ \times \quad 3 \\ \hline 379068 \end{array}$$

គេទាញបាន

$\overline{HUNSEN}=126356$ និង $\overline{STRONG}=379068$ ជាចំនួនត្រូវរក។

ខ.ចំពោះ $N=8, S=9$

យើងដោះស្រាយតាមរបៀបដូចខាងលើគេបាន

$$\begin{array}{r} 318928 \\ \times \quad 3 \\ \hline 95784 \end{array}$$

ដោយប្រៀបធៀបតារាងវិធីគុណ

$$\begin{array}{r} HUNSEN \\ \times \quad 3 \\ \hline STRONG \end{array} \text{ និង } \begin{array}{r} 318928 \\ \times \quad 3 \\ \hline 95784 \end{array}$$

គេទាញបាន

$\overline{HUNSEN}=318928$ និង $\overline{STRONG}=956784$ ជាចំនួនត្រូវរក។

លំហាត់ទី៦៩

ចំនួនមានលេខបួនខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់វារៀបតាមលំដាប់ a,a,b,b ។រកចំនួននោះបើគេដឹងថាវាជាការេប្រាកដ។

ដំណោះស្រាយ

រកចំនួនដែលជាការេប្រាកដ

តាង N ជាចំនួនដែលត្រូវរក

យើងបាន $N=\overline{aabb}=1000a+100a+10b+b$

$N=1100a+11b$

$N=11(100a+b)=11\left[99a+(a+b)\right]$ (1)

ដោយ $1<a<9$ និង $1<b<9$ នោះ $0<a+b<18$

តាមទំនាក់ទំនង (1)

ដើម្បីឱ្យ N អាចជាការេប្រាកដលុះត្រាតែ $a+b$ ជាពហុគុណនៃ 11 ហើយ

$0<a+b<18$ នោះគេត្រូវឱ្យ $a+b=11$ តែមួយគត់។

តាម (1) គេអាចសរសេរ $N=11[99a+11]=11^2(9a+1)$

ហេតុនេះ N ជាការេប្រាកដកាលណា $9a+1$ ជាការេប្រាកដ។

ដោយ $1<a<9\Rightarrow 10\le 9a+1\le 81$ គេទាញបាន៖

$9a+1=16$ (គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{N}$)

$9a+1=25$ (គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{N}$)

$9a+1=36$ (គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{N}$)

$9a+1=49$ (គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{N}$)

$9a+1=64$ នាំឱ្យ $a=7$ ហើយ $b=11-7=4$

$9a+1=81$ (គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{N}$)។

ដូចនេះចំនួនដែលត្រូវកំណត់គឺ $7744=88^2$ ។

លំហាត់ទី៧០

ចូរកំណត់លេខ a និង b ដើម្បីឱ្យចំនួន $\overline{abba}$ ជាគូបនៃចំនួនគត់។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់លេខ a និង b

តាង $N=\overline{abba}=1000a+100b+10b+a$

$N=1001a+110b$

$N=11(91a+10b)$

ដើម្បីឱ្យ N ជាគូបនៃចំនួនគត់លុះត្រាតែ

$91a+10b=11^2k^3=121k^3\ ,\ k\in\mathbb{N}^*$

ដោយ $0<a\le 9$, $0<b\le 9$ នោះ $0<91a+10b\le 909$

គេបាន $0<121k^3\le 909$

សមមូល $0<k^3\le\frac{909}{121}=7+\frac{62}{121}$ នាំឱ្យ $k=1$

គេទាញបាន $91a+10b=121$ នាំឱ្យ $b=\frac{121-91a}{10}$

ដោយ $b\ge 0$ នោះ $\frac{121-91a}{10}\ge 0$

ឬ $a\le\frac{121}{91}=1+\frac{30}{91}$ នាំឱ្យ $a=1$ ហើយ $b=\frac{121-91}{10}=3$

ដូចនេះ $a=1,b=3$ និង $\overline{abba}=1331=11^2$ ។

លំហាត់ទី៧១

ចូរកំណត់គ្រប់គូតម្លៃគត់វិជ្ជមាន (a,b) បើគេដឹងថាចំនួន $\frac{a^2}{2ab^2-b^3+1}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់គ្រប់គូតម្លៃគត់វិជ្ជមាន (a,b)

យក $\frac{a^2}{2ab^2-b^3+1}=k$ ដែល $k\in\mathbb{N}^*$

គេបាន $a^2-2kb^2a+k\left(b^3-1\right)=0\ (1)$

ឌីស្រ្គីមីណង់នៃសមីការ $\Delta=4k^2b^4-4k\left(b^3-1\right)$

$\Delta=\left(2kb^2-b\right)^2+4k-b^2$

សមីការ (1) មានចម្លើយក្នុង $\mathbb{N}^*$ លុះត្រាតែ Δ ជាការេប្រាកដ មានន័យថា

$\Delta=\left(2kb^2-b\right)^3+4k-b^2=d^2$ ដែល d ជាចំនួនគត់។

បើ $4k-b^2=0$ ឬ $k=\dfrac{b^2}{4}$ យើងទទួលបាន $a=2b^2k-\dfrac{b}{2}=\dfrac{b^3-b}{2}$ ឬ $a=\dfrac{b}{2}$

ដោយជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហេតុនេះគេត្រូវឱ្យ $b=2p$, $\forall p\in\mathbb{N}$

គេទាញ $a=2(2p)^2\dfrac{(2p)^2}{4}-p=8p^4-p$

ហើយ $a=\dfrac{2p}{2}=p$

ដូចនេះ $(a,b)=\left(8p^4-p,2p\right);(p,2p),\forall p\in\mathbb{N}^*$

បើ $4k-b^2>0$

គេបាន $\left(2b^2k-b\right)^2+4k-b^2=d^2\geq\left(2b^2k-b+1\right)^2,\forall k\in\mathbb{N}^*$

ឬ $4k\left(b^2-1\right)+\left(b-1\right)^2\leq 0$ គេទាញបាន $b=1$

ក្នុងករណីសមីការ (1) ក្លាយជា $a^2-2ka=0$ នាំឱ្យ $a=2k$

ដូចនេះ $(a,b)=(2k,1)$ ចំពោះគ្រប់ $k\in\mathbb{N}^*$ ។

បើ $4k-b^2<0$

គេបាន $\left(2b^2k-b\right)^2+4k-b^2=d^2<\left(2b^2k-b-1\right)^2$

សមមូល $\left(2b^2k-b\right)^2+4k-b^2-\left(2b^2k-b-1\right)^2<0$

ឬ $b^2(4k-3)+2b(b-1)+(4k-1)<0$ (មិនពិតក្នុង $\mathbb{N}^*$)

សរុបមកគេបានគូចម្លើយបីមានរាងដូចខាងក្រោម

$(a,b)=(2k,1);(k,2k);\left(8k^4-k,2k\right)$ ដែល $k\in\mathbb{N}^*$ ។

លំហាត់ស្រាវជ្រាវ

១. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n \in \mathbb{Z}$ គេបាន $\begin{cases} n^2 \equiv 0(\text{mod}\,8) \vee n^2(\text{mod}\,8) \\ n^2 \equiv 1(\text{mod}\,8) \end{cases}$ ។

២. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ គេបាន $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(2n)!}{k}$ ជាចំនួនគត់ ហើយ $\sum_{k=1}^{2n} \frac{(2n)!}{k} = 0(\text{mod}\,2n+1)$ ។

៣. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$ គេបាន $(5\text{n})! \equiv (\text{mod}\,4^n.n!)$ ។

៤. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$គេបាន

i-/ $2^{2n+1} - 3^{2n+1} \equiv 0(\text{mod}\,5)$

ii-/ $4^n - 1 - 3n \equiv 0(\text{mod}\,9)$

iii-/ $3^{n+3} - 4^{4n+2} \equiv 0(\text{mod}\,11)$

iv-/ $5^n - 1 - 4n \equiv 0(\text{mod}\,16)$

v-/ $2^{6n+3} + 3^{4n+2} \equiv 0(\text{mod}\,17)$

vi-/ $2^{7n+1} + 3^{2n+1} + 5^{10n+1} + 7^{6n+1} \equiv 0(\text{mod}\,17)$

vii-/ $2^{2n+2} + 24n + 14 \equiv 0(\text{mod}\,18)$

viii-/ $2^{3n+4} + 3^{2n+1} \equiv 0(\text{mod}\,19)$

ix-/ $2^{2^{6n+2}} + 3 \equiv 0(\text{mod}\,19)$

x-/ $2^{4^{n+1}} + 5 \equiv 0(\text{mo}\,21)$

៥. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n \in \mathbb{N}$គេបាន

i-/ $2^{n+2}.3^n + 5n - 4 \equiv 0(\text{mod}\,25)$

ii-/ $2^{5n+1} + 3^{n+3} \equiv 0(\text{mod}\,29)$

iii-/ $2^{4n+1} + 3^{6n+9} \equiv 0(\text{mod}\,31)$

iv-/ $8n^2 + 4n - 3(5^n - 1) \equiv 0(\text{mod}\,32)$

v-/ $5^{2n+1} + 11^{2n+1} + 17^{2n+1} \equiv 0(\text{mod}\,33)$

vi-/ $5.7^{2n+2} + 2^{3n} \equiv 0(\text{mod}\,41)$

vii-/ $9^{2n+1} + 8^{n+2} \equiv 0(\text{mod}\,73)$

viii-/ $10^{6n} + 10^{3n} - 2 \equiv 0(\text{mod}\,111)$

ix-/ $7^{2n+1} - 48n - 7 \equiv 0(\text{mod}\,288)$

x-/ $7^{2n} - 2352n - 1 \equiv 0(\text{mod}\,2304)$

៦. ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{Z}^2$ នូវសមីការ

i-/ $xy = 2x + 3y$

ii-/ $x^2 - y^2 - x - 3y = 30$

iii-/ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$

iv-/ $x^3 - 3xy + 2y^3 + x - 3y - 6 = 0$

v-/ $2x^3 + xy - 7 = 0$

vi-/ $x(x+1)(x+7)(x+8) = \text{y}^2$

vii-/ $x^2 + 5y^2 = 3$

viii-/ $x^2 - 5y^2 = 3$

ix-/ $15x^2-7y^2=9$ x-/ $x^2+y^2-8z-6=0$

៧. ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{N}^3$ នូវប្រព័ន្ធសមីការ

i-/ $\begin{cases} x^3-y^3-z^3=3xyz \\ x^2=2(y+z) \end{cases}$ ii-/ $\begin{cases} z^2=x^2+y^2 \\ xy=2(x+y+z) \end{cases}$

៨. កំណត់តម្លៃ $n\in\mathbb{Z}$ ដែល:

i-/ $11n+8\equiv 0(\text{mod}\,3\text{n}+4)$ ii-/ $n^2-6\equiv 0(\text{mod}\text{n}^2+3n-2)$

៩. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall(\text{a,b,c})\in\mathbb{Z}^3$ គេបាន $a+b+c\,|\,a^3+b^3+c^3-3abc$ ។

១០.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}$ គេបាន $\left(3+\sqrt{5}\right)^n+\left(3-\sqrt{5}\right)^n$ ជាចំនួនគត់ហើយចែកដាច់ 2^n ។

១១.គេឱ្យ $(a,b)\in\mathbb{N}^2$ ដែល $a\geq 4b$ ។បង្ហាញថា $3^n+1\equiv 0(\text{mod}10)\Leftrightarrow\begin{cases} 3^{4a+4b}+1\equiv 0(\text{mod}10) \\ 2^{4a-4b}+1\equiv 0(\text{mod}10) \end{cases}$ ។

១២.រកចំនួនបីខ្ទង់ខាងចុង $\overline{u_2u_1u_o}$ នៃចំនួន $9\times 99\times 999\times\cdots\times\underbrace{99\cdots 99}_{999}$ ។

១៣.រកចំនួនបីខ្ទង់ខាងចុង $\overline{u_2u_1u_o}$ នៃចំនួន $9+99+999+\cdots+\underbrace{99\cdots 99}_{999}$ ។

១៤.រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន $\sum_{k=1}^{10}k^{100}$ ។

១៥.រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន $3^{1001}\times 7^{1002}\times 13^{1003}$ ។

១៦.រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន $2^{n+2000}-2^n,(n\in\mathbb{N})$ ។

១៧.រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន $1!+2!+\cdots+2011!$ ។

១៨.រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន $1^2+2^2+\cdots+2011^2$ ។

១៩.រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន $1^4+2^4+\cdots+2011^4$ ។

២០.រកសំណល់នៃវិធីចែក

$i.\ 55^{2011}$ និង 8 $ii.2^{2010}$ និង 9 $iii.19^{2012}$ និង 17 ។

២១.រកតម្លៃ $m\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ ដើម្បីឱ្យសំណល់នៃវិធីចែកចំនួនទាំងបី $69,90,125$ នឹង m មានតម្លៃស្មើគ្នា។

២២.គេឱ្យ $A=\underbrace{111\cdots 1}_{444}\underbrace{222\cdots 2}_{4445}$ ។តើ A ចែកដាច់នឹង 11 ឬទេ?

២៣.ក្នុងប្រព័ន្ធគោល10 កំណត់លេខ a,b ដើម្បីឱ្យ $\overline{2a9b}=2^a\cdot 9^b$ ។

២៤.គេឱ្យ a ជាចំនួនគត់សេសដែល $1\le a\le 39$ ។កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ

$x^2+2xyz+y^2=a$ មានឫសក្នុង $\mathbb{Z}$ ។

២៥.គេឱ្យបួនចំនួនដែលមានបីខ្ទង់ $\overline{abc},\overline{bcd},\overline{cde},\overline{def}$ ដែល a,b,c,d,e,f ជាលេខរើស

ចេញពីក្នុងបណ្តាលេខ $1,2,3,4,5,6$ ។កំណត់លេខ a,b,c,d,e,f ដើម្បីឱ្យ $\overline{abc}$, $\overline{bcd}$, $\overline{cde}$

និង $\overline{def}$ ចែកដាច់រៀងគ្នានឹង $4,5,3$ និង 11 ។

២៦.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ គេបាន $\left(n^2+n\right)\wedge(2n+1)=1$ ។

២៧.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ គេបាន $\left(n^3+2n\right)\wedge\left(n^4+3n^2+1\right)=1$ ។

២៨.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ គេបាន $\left(n^2+1\right)\wedge\left[(n+1)^2+1\right]=1$ ឬ $\left(n^2+1\right)\wedge\left[(n+1)^2+1\right]=5$ ។

២៩.ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ គេតាង $u_n=16^n+10^n-1$ ។រក $PGCD\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ ។

៣០.គេឱ្យ n ជាចំនួនគត់សេសដែល $3|n$ ។បង្ហាញថា $n^2\equiv\mathrm{mod}(24)$ ។

៣១.ដោះស្រាយក្នុង $\left(\mathbb{N}^*\right)^2$ នូវប្រព័ន្ធ $\begin{cases}x\wedge y=18\\ x\vee y=540\end{cases}$ ។

៣២.ដោះស្រាយក្នុង $\left(\mathbb{N}^*\right)^2$ នូវប្រព័ន្ធ $\begin{cases}(x\vee y)-(x\wedge y)=534\\ (x\vee y)-5(x\wedge y)=510\end{cases}$ ។

៣៣.ដោះស្រាយក្នុង $\left(\mathbb{N}^*\right)^2$ នូវប្រព័ន្ធ $\begin{cases}x\wedge y=24\\ x+y=1008\end{cases}$ ។

៣៤.ដោះស្រាយក្នុង $\left(\mathbb{N}^*\right)^2$ នូវប្រព័ន្ធ $\begin{cases}x^2+y^2=19479\\ x\vee y=1260\end{cases}$ ។

៣៥.ដោះស្រាយក្នុង $\left(\mathbb{N}^*\right)^2$: $(x\vee y)-3(x\wedge y)=135$ ។

៣៦.ដោះស្រាយក្នុង $\left(\mathbb{N}^*\right)^2$: $(x\vee y)+(x\wedge y)=y+9$ ។

៣៧.ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា 442 និង 495 ជាពីរចំនួនបឋមរវាងគ្នា។

i. រួចទាញរក $(u,v)\in\mathbb{Z}^3$ ដែល $442u+495v=1$ ។

ii. ដោះស្រាយសមីការ $\overline{442}x=\overline{314}$ ដែល $x\in\mathbb{Z}/495\mathbb{Z}$ ។

៣៨.ដោះស្រាយសមីការ $9x+15y=11$ ។

៣៩.ដោះស្រាយសមីការ $9x+15y=18$ ។

៩០.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{Z}$ បើ $(n\wedge 2=n\wedge 5=1)$ នោះគេបាន

$23040|(n^2-1)(n^2-9)(n^2-49)$ ។

៩១.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall(x,y,z,t)\in\mathbb{Z}^4$ បើ $\begin{cases}x^2+10y^2=z^2\\10x^2+y^2=t^2\end{cases}$ គេបាន $x=y=z=t=0$ ។

៩២.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ គេបាន $(n+1)|C_{2n}^n$ ។

៩៣.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall(a,b)\in\mathbb{Z}^2$ បើ $a^2|b^2$ គេបាន $a|b$ ។

i. ទាញបង្ហាញថាចំពោះ $\forall\alpha\in\mathbb{Q}$ បើ $\alpha^2\in\mathbb{Z}$ គេបាន $\alpha\in\mathbb{Z}$ ។

ii. ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{Z}^2$ នូវសមីការ $(x^2+y)(x+y^2)=(x-y)^3$ ។

៩៤.បង្ហាញថាចំពោះ $\forall(a,b,c)\in(\mathbb{Z}^+)^3$ បើ $c|ab$ គេបាន $c|(a\wedge b)(b\wedge c)$ ។

៩៥.គេឱ្យ $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ និង $(a,b)\in(\mathbb{N}^*)^2$ ដែល $a\neq b$ ។

បង្ហាញថា $\left(\dfrac{a^n-b^n}{a-b}\right)\wedge(a-b)=\left[n(a\wedge b)^{n-1}\right]\wedge(a-b)$ ។

៩៦.បង្ហាញថាសមីការ $6x^2+5x+1=0$ គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{Z}$ ប៉ុន្តែចំពោះ $n\in\mathbb{N}^*$ សមីការសមមូល $6x^2+5x+1\equiv 0(\mathrm{mod}\, n)$ មានឫសយ៉ាងតិចមួយក្នុង $\mathbb{Z}$ ។

៩៧.គេឱ្យ $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ និង $a_1,a_2,\ldots,a_n\in\mathbb{Z}$ ជា n ចំនួនបឋមរវាងគ្នាពីរៗ។ចំពោះ $i\in(1,2,\ldots,n)$ គេតាង $A_i=\prod\limits_{k\in\{1,2,\ldots,n\}-\{i\}}a_k$ ។បង្ហាញថា $A_1,A_2,\ldots,A_n$ ជា n ចំនួនបឋមរវាងគ្នាពីរៗ។

៩៨.គេឱ្យ $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ និង $a_1,a_2,\ldots,a_n\in\mathbb{Z}$ ជា n ចំនួនបឋមរវាងគ្នាពីរៗ។គេតាង $A_i=\prod\limits_{i=1}^{n}a_i$ ។

i. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall(b_1,b_2,\ldots,b_n)\in\mathbb{Z}^n$ ដែល

$\left[\forall i\in\{1,2,\ldots,n\},x\equiv b_i(\mathrm{mod}\, a_i)\right]\Leftrightarrow\left[x\equiv\beta(\mathrm{mod}\,\alpha)\right]$

ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{Z}$ នូវប្រព័ន្ធ $\begin{cases}x\equiv 4(\mathrm{mod}\,5)\\x\equiv 3(\mathrm{mod}\,6)\\x\equiv 2(\mathrm{mod}\,7)\end{cases}$ ។

ii. ចំពោះ $\forall m\in\mathbb{N}^*$ គេតាង $cl_m(x)$ ជាថ្នាក់នៃ x mod*ulo* $m:cl_m(x)=\{y\in\mathbb{Z}:m|y-x\}$ ។

ទាញបង្ហាញថាមាន *Isomorphisme* ក្រុម $\varphi:\mathbb{Z}/a\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}/a_1\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}/a_2\mathbb{Z}\times\cdots\times\mathbb{Z}/a_n\mathbb{Z}$ ដែល $x\in\mathbb{Z}$

$\varphi\left[cl_a(x)\right]=\left(cl_{a_1}(x),cl_{a_2}(x),\ldots,cl_{a_n}(x)\right)$ ។

៤៩.នៅក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោលដប់ កំណត់ចំនួន $\overline{ab}$ បើគេដឹងថាសំណល់នៃវិធីចែករវាង $\overline{ab},\overline{ba}$ នឹង 7 ស្មើនឹង 1 ដូចគ្នា។

៥០.ចំពោះ $n\in\mathbb{Z}$ បង្ហាញថា n^4-n^2+16 មិនមែនជាចំនួនបឋម។

៥១.ចំពោះ $n\in\mathbb{Z}$ បង្ហាញថា $4n^3+6n^2+4n+1$ មិនមែនជាចំនួនបឋម។

៥២.ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ បង្ហាញថា $n^{4n+2}+1$ មិនមែនជាចំនួនបឋម។

៥៣.ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ បង្ហាញថា 5^n-3^n មិនមែនជាចំនួនបឋម។

៥៤.គេឱ្យ $a,b,c,d\in\mathbb{N}^*$ ដែល $ab=cd$ ។បង្ហាញថាចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ គេបាន $a^n+b^n+c^n+d^n$ មិនមែនជាចំនួនបឋម។

៥៥.រកចំនួនគត់ p ដែល p និង $p^3+p^2+11p+2$ ជាចំនួនបឋម។

៥៦.គេឱ្យ p ជាចំនួនបឋម និង $p\geq 3$ ។ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}$ បង្ហាញថា

$(1+p)^{p^n}\equiv 1+p^{n+1}(\mathrm{mod}\, p^{n+2})$ ។

៥៧.គេឱ្យ $(a,b)\in\mathbb{N}^2$ ដែល $\frac{1}{2}(a^3+b^3)$ ជាចំនួនបឋម។បង្ហាញថា $a=b=1$ ។

៥៨.គេឱ្យ $n\in\mathbb{N}$ ។បង្ហាញថាបើ n និង n^2+8 ជាចំនួនបឋម នោះ n^3+4 ជាចំនួនបឋម។

៥៩.រកចំនួនគត់ n ដែល $n^4+4n^3+6n^2+4n+5$ ជាចំនួនបឋម។

៦០.រកចំនួនគត់ p ដែល p និង 2^p+p^2 ជាចំនួនបឋម។

៦១.គេឱ្យ p ជាចំនួនបឋម និង $p\geq 5$ ។ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}$ បង្ហាញថា $p\left|\sum_{k=1}^{p-1}(n+k)^2\right.$ ។

៦២.គេឱ្យ $p\in\mathbb{N}$ ដែល $p\geq 4$ ។បង្ហាញថាបើ p និង $p+2$ ជាចំនួនបឋមនោះគេបាន $p\equiv -1(\mathrm{mod}\, 6)$ ។

៦៣.ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ និង p ជាតួចែកបឋមតូចបំផុតនៃ n ហើយឧបមាថា $\sqrt[3]{n}<p<n$ ។ បង្ហាញថា $\frac{n}{p}$ ជាចំនួនបឋម។

៦៤.គេឱ្យ p ជាចំនួនបឋម។ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*,\forall(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in\mathbb{Z}^n$ បង្ហាញថា

$\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^{p^m}\equiv\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,p^m}(\mathrm{mod}\, p)$ ។

៦៥.គេឱ្យ p ជាចំនួនបឋម។ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*$ បង្ហាញថា $C_{np-1}^{p-1}\equiv 1(\mathrm{mod}\,p)$ និង $C_{np}^{p}\equiv n(\mathrm{mod}\,p)$ ។

៦៦.តើចំនួន $300!$ មានលេខសូន្យខាងចុងចំនួនប៉ុន្មាន?

៦៧.គេឱ្យ $p\in\mathbb{N}$ ដែល $p\geq 11$ ។បង្ហាញថាបើ $n-10, n+10$ និង $n+60$ ជាចំនួនបឋម នោះគេបាន $n+90$ ជាចំនួនបឋមដែរ។

៦៨.តើ C_{1000}^{500} ចែកដាច់នឹង 7 ដែរឬទេ ?

៦៩.គេឲ្យ p ជាចំនួនបឋម ដែល $p\equiv 1(\mathrm{mod}\,4)$ ។បង្ហាញថា $\left(\dfrac{p-1}{2}\right)!\equiv -1(\mathrm{mod}\,p)$

៧០.គេឲ្យ p ជាចំនួនបឋម ។បង្ហាញថាចំពោះ $\forall a,b\in\mathbb{Z}$ គេបាន $p\,\big|\left(a\cdot b^{p}-a^{p}\cdot b\right)$ ។

៧១.គេឲ្យ p ជាចំនួនបឋម និង $p\geq 7$ ។បង្ហាញថា $p\,\Big|\underbrace{111...11}_{p-1\,terms}$ ។

៧២.គេឲ្យ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ ជាស្វ៊ីតមួយកំណត់ដោយ $u_1=4\,,u_n=4^{u_{n-1}}$ ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$ ។ ចូររកសំណល់នៃវិធីចែកអឺគ្លីតរវាង u_{100} និង 7 ។

៧៣.ចំពោះ $\forall a,b\in\mathbb{Z}$ បង្ហាញថា $56786730\,\big|\,a\cdot b\left(a^{60}-b^{60}\right)$ ។

៧៤.គេឲ្យ p ជាចំនួនបឋម និង $p\geq 5$ ។ តាង $H_{p-1}=\sum\limits_{k=1}^{p-1}\dfrac{1}{k}$ បង្ហាញថា $p^2\,\big|\,H_{p-1}$ ។

៧៥.គេឲ្យ p ជាចំនួនបឋម និង $p\geq 5$ ។

ក.បង្ហាញថា $p\,\Big|\sum\limits_{k=1}^{p-1}k$ និង $p\,\Big|\sum\limits_{k=1}^{p-1}k^2$ ។

ខ.គេតាង $a=\sum\limits_{i=1}^{p-1}\dfrac{(p-1)!}{i}$ និង $b=\sum\limits_{1<i<j<p-1}\dfrac{(p-1)!}{i\cdot j}$ ។បង្ហាញថា $p^2\,|\,a$ និង $p\,|\,b$ ។

គ.បង្ហាញថា $p\,\big|\,C_{2p-1}^{p-1}-1$ ។

៧៦.ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{Z}$ បង្ហាញថា $\dfrac{n^7}{7}+\dfrac{n^5}{5}+\dfrac{23n}{35}\in\mathbb{Z}$ ។

៧៧.ចំពោះ $\forall n\in\mathbb{Z}$ បង្ហាញថា

i. $42\,|\,n^7-n$ *ii.* $2730\,|\,n^{13}-n$ *iii.* $2^{15}-2^3\,|\,n^{15}-n^3$

៧៨.ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់សេស n ដែល $n\geq 15$ គេបាន $21840\,|\,n^{12}-1$ ។

៧៩.គេឲ្យ p ជាចំនួនបឋម និង $p\geq 19$ ។ បង្ហាញថា $16320\,|\,p^{16}-1$ ។

៨០.គេឲ្យ $m,n\in\mathbb{N}$ ដែល $1\leq m<n$ ។ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 បើលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយ (u_2,u_1,u_0) នៃចំនួន 1978^m និង 1978^n ដូចគ្នា ចូរកំណត់ m និង n ដែល $m+n$ មានតម្លៃតូចបំផុត ។

៨១.កំណត់លេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយ (u_1,u_0) នៃចំនួន 3^{1000} ។

៨២.កំណត់លេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយ (u_1,u_0) នៃចំនួន $7^{7^{1000}}$ ។

ឯកសារយោង

- ពិជគណិតទូទៅ សាស្ត្រាចារ្យ ឈឹម ម៉េង (២០១១)
- គណិតវិទ្យាកម្រិតខ្ពស់ថ្នាក់ទី១២ (គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ បោះពុម្ពលើកទី១ ឆ្នាំ២០១០)
- គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៧ (គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ បោះពុម្ពលើកទី២ ឆ្នាំ ២០០៩)
- សារណាថ្នាក់អនុបណ្ឌិត ភាពចែកដាច់នៃចំនួនគត់ នៃសាកលវិទ្យាល័យខេមរៈ (ភួង ចុណា សូ សារី ម៉ុញ ណុយ)
- ទ្រឹស្តីចំនួន (Number Theory) លោកគ្រូ លឹម ផល្គុន ឆ្នាំ ២០១១
- ភាពចែកដាច់ និង វិធីចែកអឺគ្លីត លោកគ្រូ លឹម ផល្គុន
- 185លំហាត់កម្រងលំហាត់គណិតវិទ្យាជ្រើសរើសពិសេស លោកគ្រូ អ៊ុច ប៊ុនថន
- Google: Divisibility by prime numbers under 50 www.savory.de/maths1.htm (accessed 14 December 2015, at 10:19pm)
- Google: SIMPLEDIVISIBILITY RULES FOR THE 1st 1000 PRIME ... - arXiv https://arxiv.org/pdf/math/0001012 (accessed 13 December 2016, at 10:19pm)
- Google: Divisibility by prime numbers under 50 www.savory.de/maths1.htm (accessed 14 December 2015, at 10:19pm)