ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា

ភាគ 1 និង ភាគ 2

១០

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាថ្មី

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ភូមិវិទ្យា

១០

អារម្ភកថា

បច្ចេកវិទ្យានាពេលបច្ចុប្បន្ន មានការរីចម្រើនឥតឈប់ឈរពោលគឺគេបានផលិតសម្ភារទំនើបៗសព្វបែបយ៉ាងដើម្បីបំពេញតម្រូវការរបស់មនុស្សកាត់បន្ថយការប្រើប្រាស់កំលាំងពលកម្ម ដែលការរីកចម្រើនទាំងអស់នេះគឺបណ្តាលមកពីការសិក្សាស្រាវជ្រាវរុករកអ្វីៗដែលថ្មីដែលទាំងនេះអាចធ្វើទៅបានលុះត្រាតែមនុស្សមានចំណេះដឹង សមត្ថភាព...ដូចនេះហើយទើបបណ្តាប្រទេសដែលអភិវឌ្ឍន៍ ក៏ដូចជាបណ្តាប្រទេសដែលកំពុងអភិវឌ្ឍន៍ គេតែងតែយកចិត្តទុកដាក់ទៅវិស័យអប់រំដើម្បីពង្រឹងនិងពង្រីកធនធានមនុស្សនៅក្នុងប្រទេសរបស់ពួកគេ។

ជាមួយគ្នានេះផងដែរ ដើម្បីដើរអោយទាន់ បណ្តាប្រទេសអភិវឌ្ឍន៍ ក៏ដូចជាប្រទេសកំពុងអភិវឌ្ឍន៍ ប្រទេសកម្ពុជា បានព្យាយាមយកលំនាំគំរូ នៃកម្មវិធីសិក្សាពីបណ្តាប្រទេសទាំងនោះមកអនុវត្ត នៅប្រទេសរបស់ខ្លួន ដូចនេះហើយទើបយើងសង្កេតឃើញថា កម្មវិធីសិក្សានៅប្រទេសយើង តែងតែមានការផ្លាស់ប្តូរជារឿយៗហើយការរៀបចំកិច្ចតែងការបង្រៀនក៏មានការផ្លាស់ប្តូរ ទៅតាមគោលវិធីដែលក្រសួងបានកំណត់អោយអនុវត្ត ទន្ទឹមនិងនោះផងដែរ ក្រោមការចង្អុលបង្ហាញរបស់លោកសាស្ត្រាចារ្យ ថៃ ហេង ដែលជាសាស្ត្រាចារ្យគណិវិទ្យាម្នាក់ ក្នុងចំណោមសាស្ត្រាចារ្យគណិតវិទ្យាជាច្រើនប្រចាំនៅវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំបានណែនាំអោយគរុនិស្សិត បរិញ្ញា + ១ ជំនាន់ ១៧ ឯកទេសគណិត - រូប រៀបចំធ្វើកិច្ចតែងការបង្រៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាគ្រប់កម្រិតថ្នាក់ ពីថ្នាក់ទី ៧ រហូតដល់ថ្នាក់ទី១២ លើកលែងតែថ្នាក់ទី១១ ដែលត្រូវបានបែងចែកដោយការចាប់ឆ្នោត។

ដូចនេះសៀវភៅកិច្ចតែងការបង្រៀនគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០ ដែលអ្នកកាន់ក្នុងដៃនេះ គឺជាស្នាដៃរបស់គរុនិស្សិត ក្រុម ៣ ជំនាន់ ១៧ ដែលកើតឡើងដោយការរួមបញ្ចូលគ្នានៃបំណែកដែលបានបែងចែកគ្នាធ្វើទៅតាមមេរៀនរៀងៗខ្លួនយកមកដាក់បញ្ចូលគ្នាបង្កើតបានជាសៀវភៅ ១ ក្បាលនេះឡើងក្នុងនោះបានរៀបតាមលំដាប់លំដោយស្របទៅនិងកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងបានកំណត់ ដូច្នេះហើយជៀសមិនផុតពីមានកំហុសឆ្គងខ្លះឡើយដែលរួមទាំងខ្លឹមសារមេរៀន ក៏ដូចជាអក្ខរាវិរុទ្ធ។ ពួកយើងខ្ញុំសង្ឃឹមយ៉ាងមុតមាំថានិងទទួលបានការយោគយល់អធ្យាស្រ័យពីសំណាក់លោកគ្រូ - អ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យព្រមមិត្តអ្នកសិក្សាគ្រប់ស្រទាប់ទាំងអស់ នូវរាល់កំហុសឆ្គងទាំងនោះ ហើយយកសៀវភៅនេះទៅប្រើប្រាស់អោយបានជាប្រយោជន៍នៅពេលដែលអ្នកត្រូវការវា។

ជាចុងបញ្ចប់នេះ យើងខ្ញុំសូមប្រសិទ្ធីពរជ័យសិរីបវរកើតមានដល់អ្នកគ្រប់ប្រការ ហើយសូមអោយទទួលជោគជ័យក្នុងអាជីពរបស់ខ្លួន ។

ភ្នំពេញ,ថ្ងៃទី ០៥ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១២

គរុនិស្សិតជំនាន់១៧ គណិត-រូប ក្រុម៣

បញ្ជីរាយនាម គរុនិស្សិត រៀបចំកិច្ចតែងការ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

គរុនិស្សិត បរិញ្ញា+១ ជំនាន់១៧ ក្រុមទី៣

ឆ្នាំសិក្សា ២០១១- ២០១២

ដឹកនាំដោយ លោក សាស្ត្រាចារ្យ ថៃ ហេង

ល.រ	ឈ្មោះ	ភេទ	ក្របខ័ណ្ឌ រាជធានី ខេត្ត	ជំពូក		ចំណងជើងមេរៀន	ផ្សេងៗ
1	សេង សុវណ្ណា	ប	កំពង់ស្ពឺ	I	តក្កវិទ្យា សំណុំ ចំនួន	១. តក្កវិទ្យា	
2	ជឹម សុផល្លា	ប	ពោធិ៍សាត់			២.សំណុំ	
3	ស៊ុន ពិសិដ្ឋ	ប	កំពង់ស្ពឺ			៣.ចំនួន	
4	ហ៊ីង ផល	ប	សៀមរាប	II	ពហុធា	១.ពហុធា	
5	តាន់ សុភ័ន្ត	ប	សៀមរាប			២.ប្រមាណវិធីចែកពហុធា	
6	ព្រឹម សុខនិត	ប	បាត់ដំបង	III	សមីការ និង វិសមីការ	១.សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតិ	
7	ហុង ហេង	ប	បាត់ដំបង			២.ប្រព័ន្ធសមីការ និង សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់	
8	ស៊ា វិទ្យា	ប	បាត់ដំបង			៣.វិសមីការ	
9	ស៊ុក ស៊ីថា	ប	កំពង់ស្ពឺ	IV	ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់	១.កូអរដោនេនៃចំណុច	
10	ផល ប៊ុនធាយ	ប	បាត់ដំបង			២.សមីការបន្ទាត់នៅលើប្លង់	
11	ស៊ុក ស៊ីថា	ប	កំពង់ស្ពឺ			៣.សមីការរង្វង់	
12	ផល ប៊ុនធាយ	ប	បាត់ដំបង			៤.ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប	
13	គុច វាយោ	ប	បន្ទាយមានជ័យ	V	អនុគមន៍	១.អនុគមន៍និងក្រាបនៃអនុគមន៍	
14	មិត្ត សាមុត	ប	ពោធិ៍សាត់			២.អនុគមន៍ដឺក្រេទី២និងក្រាបរបស់វា	
15	ធន ឈី	ប	បន្ទាយមានជ័យ			៣.អនុគមន៍សនិទាននិងអនុគមន៍អសនិទាន	

16	សឿ សុត	ប	សៀមរាប	VI	ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ	១.ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ	
17	យុន ភារៈ	ប	បន្ទាយមានជ័យ			២.ការអនុវត្តនៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ	
18	ទុយ រីណា	ស	បាត់ដំបង	VII	ស្ថិត	១.បំណែងចែកប្រេកង់និងការតាងក្រាប	
19	ទុយ រីណា	ស	បាត់ដំបង			២.រង្វាស់ទីតាំង	
20	នឿន ណារ៉ា	ប	សៀមរាប	VIII	ចម្លាស់និងបន្សំ	១.ចម្លាស់	
21	ឡុង ស្រីអូន	ស	បាត់ដំបង			២.បន្សំ	
22	នាម វីរៈក់	ប	បន្ទាយមានជ័យ	IX	វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់	១.វ៉ិចទ័រនិងប្រមាណវិធីលើវ៉ិចទ័រ	
23	អាង សុភា	ប	បាត់ដំបង			២.ការអនុវត្តវ៉ិចទ័រ	
24	ឈីវ បៀន	ប	បន្ទាយមានជ័យ	X	បំលែងរូបក្នុងប្លង់	១.បំលែងកិល	
25	ឈីវ បៀន	ប	បន្ទាយមានជ័យ			២.បំលែងឆ្លុះ	
26	តាន់ គឹមឃី	ប	សៀមរាប			៣.បំលែងវិល	
27	ឈីវ បៀន	ប	បន្ទាយមានជ័យ			៤.ចំលែងចាំង	
28	ឡុង ស្រីអូន	ស	បាត់ដំបង	XI	ធរណីមាត្រក្នុងលំហ	១.រូបធរណីមាត្រក្នុងលំហ	
29	ប្រាក់ លក្ខិណា	ស	កំពង់ស្ពឺ			២.បន្ទាត់និងប្លង់ស្របក្នុងលំហ	
30	រៀម សុវណ្ណៈ	ប	សៀមរាប			៣.ភាពអរតូកណាល់ក្នុងលំហ	

ភ្នំពេញ,ថ្ងៃទី ០២ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១២

អ្នកធ្វើបញ្ជី

សឿ សុត

បញ្ជីអត្ថបទ

ចំណងជើងអត្ថបទ **ទំព័រ**

ជំពូកទី១៖ តក្កវិទ្យា សំណុំ ចំនួន

១.តក្កវិទ្យា ១

២.សំណុំ ១៩

៣.ចំនួន ៣៩

ជំពូកទី២៖ ពហុធា

១.ពហុធា ៥១

២.ប្រមាណវិធីចែកពហុធា ៩៧

ជំពូកទី៣៖ សមីការ និង វិសមីការ

១.សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតិ ១០៣

២.ប្រព័ន្ធសមីការ និងសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ ១៣០

៣. វិសមីការ ១៤៥

ជំពូកទី៤៖ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

១.កូអរដោនេនៃចំណុច ១៧៦

២.សមីការបន្ទាត់នៅលើប្លង់ ១៨៨

៣.សមីការរង្វង់ ២០៨

៤.ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប ២១៧

ជំពូកទី៥៖ អនុគមន៍

១.អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍ ២២២

២.អនុគមន៍ដឺក្រេទី២ និងក្រាបរបស់វា ២៣២

៣.អនុគមន៍សនិទាន និងអនុគមន៍អសនិទាន ២៤៧

ជំពូកទី៦៖ ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

១.ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ ២៥៩

២.ការអនុវត្តនៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ ២៧៦

ជំពូកទី៧៖ ស្ថិតិ

១.បំណែងចែកប្រកង់ និងការតាងក្រាប ២៩០
២.រង្វាស់ទីតាំង ៣០៩

ជំពូកទី៨៖ ចម្លាស់ និង បន្សំ

១.ចម្លាស់.. ៣២០
២.បន្សំ.. ៣៤០

ជំពូកទី៩៖ វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់

១.វ៉ិចទ័រ និងប្រមាណវិធីលើវ៉ិចទ័រ ៣៥២
២.ការអនុវត្តនៃវ៉ិចទ័រ ៣៧៤

ជំពូកទី១០៖ បំលែងរូបក្នុងប្លង់

១.បំលែងកិល.. ៣៨៩
២.បំលែងឆ្លុះ ៣៩៥
៣.បំលែងវិល.. ៤០៣
៤.បំលែងចាំង.. ៤០៧

ជំពូកទី១១៖ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

១.រូបធរណីមាត្រក្នុងលំហ ៤១៥
២.បន្ទាត់និងប្លង់ស្របក្នុងលំហ.. ៤២៨
៣.ភាពអរតូកូណាល់ក្នុងលំង ៤៤០

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ជំពូក ទី...១.... តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

មេរៀនទី...១.... តក្កវិទ្យា

(១.១ សំណើ ១.២ឈ្នាប់តក្កវិទ្យា)

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ៖ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀន សិស្សនឹងទទួលបាន

-ចំណេះដឹង : - សិស្សកំណត់បានពីតម្លៃភាពពិតនៃសំណើ

- សិស្សកំណត់បានពីសំណើឈ្នាប់និង សំណើឈ្នាប់ឬ

-បំណិន : សិស្សបង្ហាញបានពីសំណើភាពពិត សំណើឈ្នាប់និង សំណើឈ្នាប់ឬ បានត្រឹមត្រូវតាមរយ:ឧទាហរណ៍បញ្ជាក់

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការតាមដានេះ វិភាគ និង ពិភាក្សាតាមក្រុម។

II.ពេលវេលា: ...0២....ម៉ោង ថ្ងៃ.................ទី.................ខែ..............ឆ្នាំ...........

III.សម្ភារ:ឧបទេស

-ស . ស : ទំព័រទី..៤. ដល់ទំព័រទី.៦...

-ស . គ : ទំព័រទី... ដល់ទំព័រទី....

-ផ្ទាំងរូបលោក អារីស្តូត ក្រដាសឆាត ហ្វឺត ស្កុត

IV.ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
«គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	***ជំហានទី១*** (រដ្ឋបាលថ្នាក់) «គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	«តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
«តើអ្វីជាចំនួនពិត?ចូររកEX មកបញ្ជាក់?	***ជំហានទី២*** (រំលឹកមេរៀនចាស់) «ចំនួនពិតជាចំនួនដែលគេអាចកំនត់បាន។ ឧទាហរណ៍ ចំនួន IN គឺជាចំនួនពិត។	«ចំនួនពិតជាចំនួនដែលគេអាច កំនត់បាន ឧទាហរណ៍ ចំនួន IN ,2,5...។
	ជំហានទី៣ (មេរៀនថ្មី)	

« បង្ហាញប័ណ្ណសំនួរដែលមានអំណះអំណាងពិតឬមិនពិតដល់ក្រុមសិស្ស រួចឲ្យសិស្សតាមក្រុមធ្វើការសន្និដ្ឋាន។ «ដូចម្ដេចដែលហៅថាសំណើ? « បញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សអំពីសំណើ «ឲ្យសិស្សធ្វើសេចក្ដីសន្និដ្ឋាន « រួចដាក់ឧទាហរណ៍បញ្ជាក់ «តើប្អូនៗស្គាល់តំលៃភាពពិតរឺទេ? «តើប្អូនៗស្គាល់ឈ្នាប់ឬទេ? «តើគេប្រើឈ្នាប់នៅពេលណា? «ចុះឈ្នាប់និងវិញតើគេប្រើនៅពេលណាដែរ? «ឲ្យសិស្សផ្គុំសំណើពីរជាមួយនិងឈ្នាប់ និង	មេរៀនទី.១. **តក្កវិទ្យា** **១.១ សំណើ** $Ex_1 : 6<7$ ជាសំណើពិត «ណារីតូចជាងរស្មី ជាសំណើពិត «$6>7$ ជាសំណើមិនពិត **និយមន័យ** សំណើគឺជាអំណះអំណាងទាំងឡាយណាដែលអាចសម្រេចបានថាពិតឬមិនពិត។ $Ex_2 :$ ក្រុងភ្នំពេញជារាជធានីរបស់ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា ជាសំណើពិត (១) «ចំនួនបឋមគឺជាចំនួនទាំងឡាយណាដែលចែកដាច់តែចំនួនលេខមួយនិងខ្លួនរបស់វា ជាសំណើពិត (១) **តម្លៃភាពពិត** «បើសំណើ p ពិតនោះគេថា p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនិង 1។ «បើសំណើ p មិនពិតនោះគេថា p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនិង 0។ **១.២ ឈ្នាប់តក្កវិទ្យា** **ក. ឈ្នាប់និង** Ex. p: $6<7$ ជាសំណើពិត q: $7>5$ ជាសំណើពិត នាំឲ្យ $p\wedge q$ ជាសំណើពិត(1)	«សិស្សសង្កេត ឆ្លើយ និងកត់ត្រា «សំណើគឺជាអំណះអំណាងទាំងឡាយណាដែលអាចសម្រេចបានថាពិតឬមិនពិត។ «សិស្សកត់ត្រាទុក «បើសំណើ p ពិតនោះគេថា p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនិង 1។ «បើសំណើ p មិនពិតនោះគេថា p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនិង 0។ «ឈ្នាប់គេប្រើនៅពេលដែលភ្ជាប់ពីឃ្លាមួយទៅឃ្លាមួយទៀត។ «នៅពេលដែលត្រូវភ្ជាប់ពីសំណើមួយទៅសំណើមួយទៀត «សិស្សផ្គុំសំណើ

<table>
<tr>
<td>«បង្ហាញពីការបំពេញតារាងភាពពិត

«ចុះឈ្នាប់ឬវិញគេប្រើនៅពេលណាដែរ?តើប្អូនៗអាចនិយាយថាម៉េចដែរចំពោះឈ្នាប់ឬនេះ?</td>
<td>តារាងភាពពិត
<table>
<tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \wedge q$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>
ខ. ឈ្នាប់ឬ (v)
«ឈ្នាប់ឬគេប្រើសម្រាប់ភ្ជាប់ពីឃ្លាមួយទៅឃ្លាមួយទៀត ហើយឲ្យតែមានមួយណាពិតគឺវាពិត។
តារាងភាពពិត
<table>
<tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \vee q$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>
</td>
<td>«សិស្សគិត និងអង្កេត អនុវត្តន៍

«ឈ្នាប់ឬគេប្រើសម្រាប់ភ្ជាប់ពីឃ្លាមួយទៅឃ្លាមួយទៀត ហើយឲ្យតែមានមួយណាពិតគឺវាពិត។</td>
</tr>
<tr>
<td>«ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋានលើតារាងភាពពិតនៃសំណើទាំងពីរ</td>
<td><u>ជំហានទី៤</u>
(ពង្រឹងចំណេះដឹង)
«សំណើឈ្នាប់និងទាល់តែពិតទាំងពីរទើបវាពិត បើមានសំណើមួយណាមិនពិតនោះវាមិនពិត។ ចំណែកឯឈ្នាប់ឬវិញ បើមានសំណើមួយណាពិតគឺវាពិតទាំងអស់។</td>
<td>«សំណើឈ្នាប់និងទាល់តែពិតទាំងពីរទើបវាពិត បើមានសំណើមួយណាមិនពិតនោះវាមិនពិត។ ចំណែកឯឈ្នាប់ឬវិញ បើមានសំណើមួយណាពិតគឺវាពិតទាំង
អស់។</td>
</tr>
<tr>
<td>«ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះនិងណែនាំសិស្សគោរពវិ</td>
<td><u>ជំហានទី៥</u>
(កិច្ចការផ្ទះ)
ចូរបំពេញតារាងភាពពិតខាង</td>
<td>«សិស្សកត់ត្រាលំហាត់និងស្តាប់</td>
</tr>
</table>

ន័យនិងច្បាប់ចរាចរណ៍	ក្រោម	ជំបូន្មានគ្រូ
	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>p ∧ q</th><th>p ∨ q</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td></tr></table>	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ជំពូក ទី…១…. **តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន**

មេរៀនទី…១…. **តក្កវិទ្យា**

(១.២ឈ្នាប់តក្កវិទ្យា)

គ. ឈ្នាប់មិន ឃ. ឈ្នាប់នាំឲ្យ ង. ឈ្នាប់សមមូល

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ៖ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀន សិស្សនឹងទទួលបាន

-ចំណេះដឹង :- សិស្សកំណត់បានពីតម្លៃភាពពិតនៃសំណើ សិស្សកំណត់បានពី សំណើ ឈ្នាប់មិន សំណើឈ្នាប់នាំឲ្យ សំណើឈ្នាប់សមមូល

-បំណិន : សិស្សបង្ហាញបានពីតារាងភាពពិតនៃសំណើ ឈ្នាប់មិន សំណើឈ្នាប់នាំឲ្យ សំណើឈ្នាប់សមមូល បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍បញ្ជាក់

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការតាមដានវិភាគ និង ពិភាក្សាតាមជាក្រុម។

II.ពេលវេលា: …0២….ម៉ោង ថ្ងៃ……………..ទី……………..ខែ…………..ឆ្នាំ………..

III.សម្ភារៈឧបទេស

-ស . ស : ទំព័រទី..៤. ដល់ទំព័រទី៨…

-ស . គ : ទំព័រទី… ដល់ទំព័រទី….

-ផ្ទាំងរូបលោក អារីស្តូត ក្រដាសឆាត ហ្វឺត ស្កុត

IV.ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	*ជំហានទី១* (រដ្ឋបាលថ្នាក់) -គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
គ្រូត្រួតពិនិត្យកិច្ចការផ្ទះ។ «តើប្អូនៗស្គាល់ពាក្យមិនរឺទេ? តើគេប្រើពាក្យថាមិននៅពេលណា?	*ជំហានទី២* (រំលឹកមេរៀនចាស់) «សិស្សបើកសៀវភៅ «សម្រាប់ប្រយោគបដិសេធ «ប្រើសម្រាប់បញ្ជាក់ថាវាផ្ទុយពីការពិត	«សិស្សបើកសៀវភៅ «សម្រាប់ប្រយោគបដិសេធ «ប្រើសម្រាប់បញ្ជាក់ថាវាផ្ទុយពីការពិត
	ជំហានទី៣ (មេរៀនថ្មី)	

« បញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សអំពីសំណើឈ្នាប់មិន «ឲ្យសិស្សធ្វើសេចក្តីសន្និដ្ឋាន «រួចដាក់ឧទាហរណ៍បញ្ជាក់ «ឲ្យសិស្សរកកំណត់សំគាល់	មេរៀនទី.១. **តក្កវិទ្យា** **គ. ឈ្នាប់មិន** (¯) «សំណើ P: ណារីមានលុយ ៥០០០៛ « $\bar{P}$: ណារីមិនមានលុយ ៥០០០៛ ទេ Ex p | $\bar{p}$ 1 | 0 0 | 1	«សិស្សសង្កេត ឆ្លើយ និងកត់ត្រា សំណើឈ្នាប់មិនគឺ សម្រាប់បដិសេធ «សិស្សកត់ត្រាទុក
	«**ជាទូទៅ** សំណើ $\bar{\bar{P}}$ និង P គឺជាសំណើតែមួយ។ គេសរសេរ $\bar{\bar{P}} = P$ **សំគាល់** ដើម្បីសរសេរសំណើឈ្នាប់មិននៃសំណើមួយ គេច្រើនដាក់ឈ្នាប់មិននៅពីមុខកិរិយាស័ព្ទនិងគុណនាម ឬជនូសដោយគុណនាមផ្ទុយរបស់វា។ **ជាទូទៅ** គេមានសំណើពីរ p និង q នោះគេបាន	«សិស្សគិត និងអង្កេត អនុវត្តន៍ **សំគាល់** ដើម្បីសរសេរសំណើឈ្នាប់មិននៃសំណើមួយ គេច្រើនដាក់ឈ្នាប់មិននៅពីមុខកិរិយាស័ព្ទនិងគុណនាម ឬជនូសដោយគុណនាមផ្ទុយរបស់វា។
«បង្ហាញលក្ខណៈរបស់ដឺម៉ដេន «បង្ហាញពីការបំពេញតារាងភាពពិត	**លក្ខណៈដឺម៉ដេន (De Morgan)** 1. $\overline{p \wedge q} = \bar{p}\ v\ \bar{q}$ 2. $\overline{p\ v\ q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$	

p	q	$p \wedge q$	$\overline{p \wedge q}$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{p}\ v\ \bar{q}$
1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1

	ឃ. ឈ្នាប់នាំឲ្យ (⇒)	
«ចុះឈ្នាប់នាំឲ្យវិញគេប្រើនៅពេលណាដែរ?តើប្អូនៗអាច	«ឈ្នាប់នាំឲ្យគេប្រើសម្រាប់បញ្ជាក់សំណើមួយពិត នាំឲ្យ	«ឈ្នាប់នាំឲ្យគេប្រើសម្រាប់បញ្ជាក់សំណើមួយពិត នាំឲ្យ

និយាយថាម៉េចដែរចំពោះឈ្នាប់នាំឲ្យនេះ? «ដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្សសាកល្បងភ្ជាប់ល្បះ «ឲ្យសិស្សរកកំណត់សម្គាល់ «ចុះឈ្នាប់សមមូលវិញគេប្រើនៅពេលណាដែរ?តើប្អូនៗអាចនិយាយថាម៉េចដែរចំពោះឈ្នាប់សមមូលនេះ? «ដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្ស «ឲ្យសិស្សទាញរកសេចក្តីសន្និដ្ឋាន $p \Leftrightarrow q$	សំណើមួយទៀតកពិតដែរ ឬក៏សំណើមួយមិនពិត នាំឲ្យសំណើមួយទៀតមិនពិតព្រមគ្នា។ «ជាហេតុដែលនាំឲ្យមានផល។ ***ជាទូទៅ*** សំណើរ $p \Longrightarrow q$ មិនពិតតែក្នុងករណី p ពិត ហើយសំណើ q មិនពិត ក្រៅពីនេះវាជាសំណើពិត។ Ex. គេមានសំណើពីរ p ដារាទៅបណ្ណាល័យ q ដារ៉ានឹងសិក្សាស្រាវជ្រាវ ចូរកំនត់សំណើ $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p, \bar{p} \Rightarrow \bar{q}, \bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ p ⇒ q *ដារ៉ាទៅបណ្ណាល័យនោះគាត់និងសិក្សាស្រាវជ្រាវ។* **សម្គាល់** «សំណើ q⇒p *ហៅថាសំណើច្រាសនៃសំណើ* q⇒p *«សំណើ* $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ *ហៅថាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើ* p⇒q *។* **ខ. ឈ្នាប់សមមូល** (⇔) «ឈ្នាប់សមមូលគេប្រើសម្រាប់តែក្នុងករណីសំណើទាំងពីរមានតម្លៃភាពពិតទាំងពីរព្រមគ្នាតែប៉ុន្នោះ។ Ex. គេមានសំណើពី p: ខ្ញុំទៅបណ្ណាគា q: ខ្ញុំចង់បានសៀវភៅ ចូររកសំណើ $p \Rightarrow q$ និង $q \Rightarrow p$ **«ជាទូទៅ** $p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	សំណើមួយទៀតកពិតដែរ ឬក៏សំណើមួយមិនពិត នាំឲ្យសំណើមួយទៀតមិនពិតព្រមគ្នា។ «សំណើ q⇒p *ហៅថាសំណើច្រាសនៃសំណើ* q⇒p *«សំណើ* $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ *ហៅថាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើ* p⇒q *។* «ឈ្នាប់សមមូលគេប្រើសម្រាប់តែក្នុងករណីសំណើទាំងពីរមានតម្លៃភាពពិតទាំងពីរព្រមគ្នាតែប៉ុន្នោះ។ $p \Rightarrow q$ ខ្ញុំទៅបណ្ណាគាព្រោះខ្ញុំចង់បានសៀវភៅ $q \Rightarrow p$ខ្ញុំចង់បានសៀវភៅទើបខ្ញុំទៅបណ្ណាគា

		« $p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
«ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយប្រតិបត្តិតាមក្រុម	<u>ជំហានទី៤</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង) «គេមានសំណើពីរ p : $x^2+x-2=0$ $q : x=1, x=-2$ ក. បង្ហាញថា $p \Rightarrow q$ជាសំណើពិត ,$q \Rightarrow p$ ជាសំណើពិត ។ ខ. បង្ហាញថា $p \Leftrightarrow q$	ក.«$p \Rightarrow q$: $x^2+x-2=0$ $x^2+2x-x-2=0$ $(x^2+2x)-(x+2)=0$ $x(x+2)-(x+2)=0$ $(x+2)(x-1)=0$ $\Rightarrow x=-2, x=1$ នាំឲ្យ $p \Rightarrow q$ពិត « $q \Rightarrow p$: បើ x=1⇒ $1^2+1-2=0$ពិត បើ x=-2⇒$(-2)^2+(-2)-2=0$ ពិត ខ. ដោយសារសំណើ $p \Rightarrow q$ជាសំណើពិត ,$q \Rightarrow p$ ជាសំណើពិត នាំឲ្យ p ⇔ q
«ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះនិងណែនាំសិស្សគោរពវិន័យនិងស្តាប់ដំបូន្មានឪពុកម្តាយ	<u>ជំហានទី៥</u> (កិច្ចការផ្ទះ) គេមានសំណើ p:គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខសេស q:គ្រាប់ឡុកឡាក់មិនចេញលេខ៥ដោយប្រើលក្ខណៈដឺម៉ដេនចំពោះករណីខាងក្រោមនិងសរសេរសំណើដែលបានទាំងនោះឲ្យទៅជាឃ្លាប្រយោគ។ ក. $p \wedge q$ ខ. $\overline{p \wedge q}$ គ. $\overline{\bar{p} \wedge q}$ ឃ. $\overline{p \wedge \bar{q}}$ ង. $\overline{\bar{p} \wedge \bar{q}}$	«សិស្សកត់ត្រាលំហាត់និងស្តាប់ដំបូន្មានគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ជំពូក ទី...១.... តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

មេរៀនទី...១.... តក្កវិទ្យា

(១.៣ ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់)

ក. សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ ខ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

I.<u>វត្ថុបំណងនៃមេរៀន</u> ៖ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀន សិស្សនឹងទទួលបាន

-ចំណេះដឹង : សិស្សប្រាប់បានពីសម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ និងសម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីសម្មតិកម្មបានត្រឹមត្រូវ។

-បំណិន : សិស្សដោះស្រាយលំហាត់បានដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ និង សម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីសម្មតិកម្មបានត្រឹមត្រូវ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការតាមដានវិភាគ និង ពិភាក្សាតាមក្រុម។

II.<u>ពេលវេលា:</u> ...0២....ម៉ោង ថ្ងៃ...............ទី...............ខែ.............ឆ្នាំ..........

III.<u>សម្ភារៈឧបទេស</u>

« ក្រដាសឆាត ហ្វឺត ស្កុត

IV.<u>ដំណើកនាំមេរៀន</u>

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
«គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	<u>ជំហានទី១</u> (រដ្ឋបាលថ្នាក់) «គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	«តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
«គ្រូត្រួតពិនិត្យកិច្ចការផ្ទះ «តើចំនួនសនិទានមានរាងបែបណា? «ចូរបំពេញសញ្ញាវិសមភាពក្នុងប្រអប់ $a^2 \quad b^2$បើ $a > b$និង$b \neq 0$ «រកសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម p⇒q	<u>ជំហានទី២</u> (រំលឹកមេរៀនចាស់) «មានរាង$\frac{a}{b}$ដែល$a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ «$a^2 > b^2$ «$\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$	«សិស្សបើកសៀវភៅ «មានរាង$\frac{a}{b}$ដែល$a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ «$a^2 > b^2$ «$\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$
	<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនថ្មី)	

«ដាក់ឧទាហរណ៍ បង្ហាញថា ក. បើ x និង y ជាចំនួនគត់សេសនោះx+y ជាចំនួនគត់គូ ខ. បើ x និង y ជាចំនួនគត់សេសនោះ xy ជាចំនួនគត់សេស។ «តើការធ្វើសម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់មានលក្ខណៈបែបណាដែរ?	មេរៀនទី.១. **តក្កវិទ្យា** **១.៣ ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់** **ក. សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់** «ក. $x = 2k + 1$ដែលk, lជាចំនួនគត់ $x + y = 2(k + l + 1)$ជាចំនួនគត់គូ ខ. $x = 2m + 1, y = 2n + 1$ ដែល m, nជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $xy = (2m + 1)(2n + 1)$ $xy = 2(2mn + m + n) + 1$ ជាចំនួនគត់សេស «ស្រាយត្រង់ៗទៅតាមសម្មតិកម្មដែលគេឲ្យ	«សិស្សសង្កេត និងតាមដាន «ស្រាយត្រង់ៗទៅតាមសម្មតិកម្មដែលគេឲ្យ
«ណែនាំ ឲ្យសិស្សកំណត់សំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម $p \Rightarrow q$ រួចបញ្ជាក់ថាគេអាចបង្ហាញ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ជំនួសការបង្ហាញ $p \Rightarrow q$	***ខ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម*** «គេដឹងថាសំណើ $p \Rightarrow q$ និងសំណើ$\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។ សំណើ$\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ជាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះដើម្បីបង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ពិត នោះគេអាចបង្ហាញថាសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិតជាការស្រេច ព្រោះគេយកសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ មកបង្ហាញវាមានភាពងាយស្រួលជាងការបង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ចំពោះករណី	«គេដឹងថាសំណើ $p \Rightarrow q$ និងសំណើ$\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។ បង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ពិត នោះគេអាចបង្ហាញថាសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិត

	មួយចំនួន។	
«ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយប្រតិបត្តិតាមក្រុម(៤ក្រុម) «បង្ហាញថា ក. បើ x និង y ជាចំនួនគត់សេសនោះ x+y ជាចំនួនគត់គូ។ ខ.បើ x និង y ជាចំនួនគត់សេសនោះ xy ជាចំនួនគត់សេស។ គ.ចំពោះចំនួនគត់ m និង n បើផលគុណ mn មិនមែនជាផលគុណនៃ ៣នោះ m និង n ក៏មិនមែនជាពហុគុណនៃ ៣ដែរ។ ឃ.បើមុំឆ្លាស់ក្នុងពីរនៃបន្ទាត់ពីរជាមុំស្មើគ្នា នោះបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា។	<u>*ជំហានទី៤*</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង) ក. $x = 2k+1, y = 2l+1$ដែល k,l ជាចំនួនគត់ $x+y = 2(k+l+1)$ជាចំនួនគត់គូ ខ.$x = 2m+1, y = 2n+1$ដែល m,n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $xy = (2m+1)(2n+1)$ $xy = (2mn+m+n)+1$ជាចំនួនគត់សេស គ.តាង P : mn មិនមែនជាពហុគុណនៃ 3 q : m និង n មិនមែនជាពហុគុណនៃ 3 គេបាន $\bar{p}: mn$ជាពហុគុណនៃ3 $\bar{q}: m$ និង n ជាពហុគុណនៃ3 បើ m=3k, n=3L នោះ mn=9kL=3(3kL)ជាផលគុណនៃ 3 ដែលផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម គេបាន $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិត ដូចនេះ $p \Rightarrow q$ ពិត ឃ.តាង r : $LA = LB$, $s = L_1 \parallel L_2$ $\bar{r}: LA \neq LB,\quad \bar{s}: L_1 \neq L_2$ បើ L_1មិនស្របនិងL_2 នោះ $LA \neq LB$ ដែល ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ដូចនេះ $L_1 \parallel L_2$	...សិស្សពិភាក្សាឆ្លើយតាមក្រុម ក. $x = 2k+1, y = 2l+1$ដែល k,l ជាចំនួនគត់ $x+y = 2(k+l+1)$ជាចំនួនគត់គូ ខ.$x = 2m+1, y = 2n+1$ដែល m,n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $xy = (2m+1)(2n+1)$ $xy = (2mn+m+n)+1$ជាចំនួនគត់សេស គ.តាង P : mn មិនមែនជាពហុគុណនៃ 3 q : m និង n មិនមែនជាពហុគុណនៃ 3 គេបាន $\bar{p}: mn$ជាពហុគុណនៃ3 $\bar{q}: m$ និង n ជាពហុគុណនៃ3 បើ m=3k, n=3L នោះ mn=9kL=3(3kL)ជាផលគុណនៃ 3 ដែលផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម គេបាន $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិត ដូចនេះ $p \Rightarrow q$ ពិត ឃ.តាង r : $LA = LB$, $s = L_1 \parallel L_2$ $\bar{r}: LA \neq LB,\quad \bar{s}: L_1 \neq L_2$ បើ L_1មិនស្របនិងL_2 នោះ $LA \neq LB$ ដែល ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ដូចនេះ $L_1 \parallel L_2$

«ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ និងណែនាំសិស្ស គោរពវិន័យនិងស្តាប់ដំបូន្មានឪពុកម្តាយ	<u>ជំហានទី៥</u> (កិច្ចការផ្ទះ) បង្ហាញថាបើ $(x+1)(x-2)=0$ នោះ $x\neq 0$ ក.តាមសម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ ខ. តាមសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់និងស្តាប់ដំបូន្មានគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ជំពូក ទី...១.... **តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន**

មេរៀនទី...១.... **តក្កវិទ្យា**

(១.៣ ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់)

គ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត ឃ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ៖ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀន សិស្សនឹងទទួលបាន

-ចំណេះដឹង : សិស្សប្រាប់បានពីសម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីការពិតនិងសម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ បានត្រឹមត្រូវ។

-បំណិន : សិស្សដោះស្រាយលំហាត់បានដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីការពិតនិងតាមសម្រាយបញ្ជាក់ទ្វេលក្ខខណ្ឌបានត្រឹមត្រូវ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការតាមដានវិភាគ និង ចូលរួមពិភាក្សាតាមក្រុមយ៉ាងស្វាហាប់។

II.ពេលវេលា: ...0២....ម៉ោង ថ្ងៃ................ទី................ខែ..............ឆ្នាំ..........

III.សម្ភារៈឧបទេស

ន« ក្រដាសឆាត ហ្វឺត ស្កុត

IV.ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
«គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	ជំហានទី១ (រដ្ឋបាលថ្នាក់) «គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	«តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
«គ្រូត្រួតពិនិត្យកិច្ចការផ្ទះ	ជំហានទី២ (រំលឹកមេរៀនចាស់) ក. $x=-1, x=2$ នោះ $x\neq 0$ ខ. ឧបមាថា $x=0$ នោះគេបាន $(0+1)(0-2)$ $=-2$ គឺ $(x+1)(x-2)\neq 0$ ដែលផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះ $x\neq 0$	«សិស្សបើកសៀវភៅ ក. x=-1,x=2 នោះ x≠0 ខ.ឧបមាថា x=0 នោះគបាន (0+1)(0-2)=-2 គឺ (x+1)(x-2)≠0 ដែលផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម។ ដូចនេះ x≠0
	ជំហានទី៣ (មេរៀនថ្មី)	

«ណែនាំសិស្សសង្កេតរបៀបដោះស្រាយហើយកំនត់ជំហានទាំងបីនៃសម្រាយបញ្ជាក់ «ពន្យល់សិស្សទៅតាមជំហាននីមួយៗនៃសម្រាយបញ្ជាក់ «ដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្សនិងពន្យល់	មេរៀនទី.១. **តក្កវិទ្យា** **១.៣ ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់** **គ. សម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីការពិត** «១. តាង p ជាសំណើដែលត្រូវបង្ហាញ។ ២. កំណត់សំណើ $\bar{p}$ ។ ៣. ឧបមាថាសណើ $\bar{p}$ ពិត។ រួចបកស្រាយបន្តបន្ទាប់រហូតដល់បានលទ្ធផលផ្ទុយពីទ្រឹស្តីគណិតវិទ្យា។ គេបានសំណើ $\bar{p}$ មិនពិត។ ដូចនេះ សំណើ p ពិត	«សិស្សសង្កេត និងតាមដាន
«ណែនាំសិស្សឲ្យសង្កេតគ្រង់ជំហាននៃសម្រាយបញ្ជាក់ហើយកំនត់ជំហាននីមួយៗ ណែនាំសិស្ស	(ព្រោះតម្លៃភាពពិតរវាងសំណើ p និងសំណើ $\bar{p}$ មានតម្លៃផ្ទុយគ្នា)។ «(នៅក្នុង ស.ស)	«ស្រាយគ្រង់ៗទៅតាមសម្មតិកម្មដែលគេឲ្យ
«ណែនាំឲ្យសិស្សសង្កេតឧទាហរណ៍ (សស ទំព័រ១២)	***ឃ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ*** Ex. ចូរបញ្ជាក់លក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់និងចាំបាច់នៅក្នុង $p \Rightarrow q$ «p ជាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ដើម្បី q « q ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ដើម្បី p	p ជាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីq q ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ដើម្បី p

«ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយប្រតិបត្តិតាមក្រុម(៤ក្រុម) ក.បង្ហាញថា $\sqrt{3}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន។ ខ.បង្ហាញថា $\sqrt[4]{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន។ គ.បង្ហាញថា $x^3-4x=0$ លុះត្រាតែ ($x=0$ រឺ $x=-2$ រឺ $x=2$) ឃ.បង្ហាញថា$x^2+y^2=0$ លុះត្រាតែ $x=0$ រឺ $y=0$	*ជំហានទី៤* (ពង្រឹងចំណេះដឹង) «ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយប្រតិបត្តិតាមក្រុម(៤ក្រុម) ក.ឧបមាថា $\sqrt{3}$ ជាចំនួនសនិទាន $\sqrt{3}=\frac{a}{b}$ ដែល $a\,;b\in\mathbb{N},b\neq0$ គេបាន $a^2=3b^2(1)$ តែ $a=$ ខ.បង្ហាញថា $\sqrt[4]{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន។ គ.បង្ហាញថា $x^3-4x=0$ លុះត្រាតែ ($x=0$ រឺ $x=-2$ រឺ $x=2$) ឃ.បង្ហាញថា$x^2+y^2=0$ លុះត្រាតែ $x=0$ រឺ $y=0$ (ស.គ ទំព័រ១១)	...សិស្សពិភាក្សាឆ្លើយតាមក្រុម «ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយប្រតិបត្តិតាមក្រុម(៤ក្រុម) ក.ឧបមាថា $\sqrt{3}$ ជាចំនួនសនិទាន $\sqrt{3}=\frac{a}{b}$ ដែល $a\,;b\in\mathbb{N},b\neq0$ គេបាន $a^2=3b^2(1)$ តែ $a=$ ខ.បង្ហាញថា $\sqrt[4]{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន។ គ.បង្ហាញថា $x^3-4x=0$ លុះត្រាតែ ($x=0$ រឺ $x=-2$ រឺ $x=2$) ឃ.បង្ហាញថា$x^2+y^2=0$ លុះត្រាតែ $x=0$ រឺ $y=0$ (ស.គ ទំព័រ១១)
«ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះនិងណែនាំសិស្សគោរពវិន័យនិងស្តាប់ដំបូន្មានឪពុកម្តាយ	*ជំហានទី៥* (កិច្ចការផ្ទះ) បង្ហាញថា $a+\frac{1}{a}>2$ ចំពោះគ្រប់ $a>0$ ជាអណះអំណាងមិនពិត	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់និងស្តាប់ដំបូន្មានគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ជំពូក ទី…១…. **តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន**

មេរៀនទី…១…. **តក្កវិទ្យា**

(១.៣ ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់)

ង. សម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ

I.<u>វត្ថុបំណងនៃមេរៀន</u> ៖ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀន សិស្សនឹងទទួលបាន

-ចំណេះដឹង : សិស្សប្រាប់បានពីសម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ បានត្រឹមត្រូវ។

-បំណិន : សិស្សដោះស្រាយលំហាត់បានដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ បានត្រឹមត្រូវ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការតាមដានវិភាគ និង ចូលរួមពិភាក្សាតាមក្រុមយ៉ាងស្វាហាប់។

II.<u>ពេលវេលា:</u> …0២….ម៉ោង ថ្ងៃ……………..ទី……………..ខែ…………..ឆ្នាំ………..

III.<u>សម្ភារ:ឧបទេស</u>

« ក្រដាសឆាត ហ្វឺត ស្កុត

IV.<u>ដំណើកនាំមេរៀន</u>

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
«គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	<u>*ជំហានទី១*</u> (រដ្ឋបាលថ្នាក់) «គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	«តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
«គ្រូត្រួតពិនិត្យកិច្ចការផ្ទះ «ឲ្យសិស្សសូត្រសំគាល់សារឡើងវិញ	<u>*ជំហានទី២*</u> (រំលឹកមេរៀនចាស់) « គេមានសំណើ p និងq «បើ $p\Rightarrow q$ នោះគេបានសំណើ p ជាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ p និង qជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់សម្រាប់ p។ «បើ $p\Leftrightarrow q$ នោះគេថាសំណើ p ជា	«សិស្សបើកសៀវភៅ

	លក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ q។	
«ណែនាំសិស្សសង្កេតរបៀបដោះស្រាយ «ពន្យល់សិស្សទៅតាមជំហាននីមួយៗនៃសម្រាយបញ្ជាក់ «ដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្សនិងពន្យល់ «ណែនាំសិស្សឲ្យសង្កេតគ្រង់ជំហាននៃសម្រាយបញ្ជាក់ ហើយកំនត់ជំហាននីមួយៗ ណែនាំសិស្ស «ណែនាំឲ្យសិស្សសង្កេតឧទាហរណ៍ (សស ទំព័រ១៣)	<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនថ្មី) មេរៀនទី.១. **តក្កវិទ្យា** **១.៣ ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់** **គ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ** «EX, គេមានសំណើមួយ (ប្រជាជនរស់នៅទីក្រុងភ្នំពេញគឺជាជនជាតិខ្មែរ) ពិត រឺ មិនពិត ចម្លើយៈ មានជនជាតិចិនម្នាក់រស់នៅទីក្រុងភ្នំពេញ (នេះជាឧទាហរណ៍ផ្ទុយ)	«សិស្សសង្កេត និងតាមដាន «ស្រាយត្រង់ៗទៅតាមសម្មតិកម្មដែលគេឲ្យ
«ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយប្រតិបត្តិតាមក្រុម(៤ក្រុម) បង្ហាញថាសំណើខាងក្រោមនេះមិនពិតដោយប្រើឧទាហរណ៍ផ្ទុយ ក.បង្ហាញថា អាស៊ានមានសមាជិកមកពីគ្រប់ប្រទេសក្នុង	<u>ជំហានទី៤</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង) «ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋាននិងដោះស្រាយ ក. ខ.២ ជាចំណួនបឋមតែវាជាចំនួនគត់គូ គ.យក p=3 ,q=5 នោះ $n = 3^2 + 5^2 = 34$ មិនមែនជាចំនួនបឋមទេ	...សិស្សពិភាក្សាឆ្លើយតាមក្រុម

ទ្វីបអាស៊ី ខ.គ្រប់ចំនួនបឋមគឺជាចំនួនគត់សេស គ.បើ p និង qជាចំនួនបឋម ហើយ $n = p^2 + q^2$ នោះ n ជាចំនួនបឋម។ ឃ.បើ a>b នោះ $a^2 > b^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b ។	ឃ.យក $a = 2\,, b = -3$ $2 > -3$ តែ $2^2 < (-3)^2$	
«ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ និងណែនាំសិស្ស គោរពវិន័យនិងស្តាប់ដំបូន្មាន ឪពុកម្តាយ	*ជំហានទី៥* (កិច្ចការផ្ទះ) ចូរប្អូនៗធ្វើលំហាត់នៅទំព័រទី ១៧ លេខ(១១,១២,១៣,១៤,១៥)	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់និងស្តាប់ដំបូន្មានគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យាថ្នាក់ ទី ១០

ជំពូក I: តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

មេរៀនទី២

ថ្ងៃទី……..ខែ………ឆ្នាំ……..

សៀវភៅសិស្សទំព័រ 18

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ សំណុំ

ចំណងជើងរង ៖ ២.១ សញ្ញាណនៃសំណុំ

ក) សំណុំកំណត់តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ

ខ) សំណុំកំណត់តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ

គ) សំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

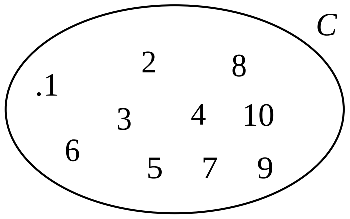
- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃសំណុំ សំណុំរាប់អស់ សំណុំអនន្ត
- ចំណេះធ្វើ ៖ - កំណត់សំណុំតាមរបៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ
  - បកស្រាយសំណុំតាមដ្យាក្រាមវិន
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

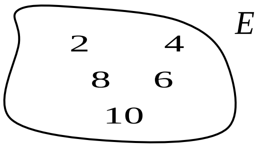
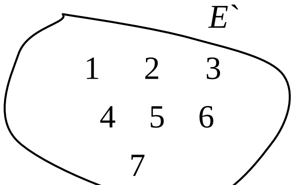
III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ ផ្ទាំងរូបភាពបង្ហាញពីសំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
គ្រូតពិនិត្យ៖ អនាម័យ អវត្តមានវិន័យ និងសណ្តាប់ធ្នាប់ថ្នាក់រៀន	ជំហានទី១ រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-ចូររៀបរាប់ពីចំនួនគត់រឺឡាទីប ដែលធំជាង -9 តែតូចជាង 6	ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀនចាស់	-ចំនួនគត់រឺឡាទីបដែលធំជាង -9 តែតូចជាង 6 គឺ: $-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,$ $1,2,3,4,5$

-ចូររកចំនួនគត់គូអវិជ្ជមានធំជាង -6 -ចូរប្រាប់គ្រប់តួចែកនៃ 6 ?		-ចំនួនគត់គូអវិជ្ជមានធំជា -6 គឺ: $-4,-2$ -តួចែកនៃ 6 គឺ: $-1,1,-2,2,-3,3,-6,6$
-គ្រូសរសេចំណងជើងមេរៀនថ្មី និងប្រាប់អំពីវត្ថុបំណងនៃមេរៀន -គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍មកពន្យល់ ហើយសួរទៅសិស្ស -តើក្រដាសប័ណ្ណដែលចុះលេខពីដល់១០នេះបង្កើតបានសំណុំឬទេព្រោះអ្វី? តាមដ្យាក្រាមវិនយើងឃើញថា $1\in C, 2\in C$ អានថា $1,2$ ជាធាតុនៃC -ចុះបើ 11និង 12 វិញតើធាតុនៃ C ដែរឬទេ?	**ជំហានទី៣** **(មេរៀនថ្មី)** **មេរៀនទី២ សំណុំ** **២.១ សញ្ញាណនៃសំណុំ** **ក. សំណុំកំណត់តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ** Ex: គេឲ្យប័ណ្ណក្រដាសមួយដែលមានចុះលេខពី លេខ១ ដល់ លេខ១០ ដោយឡែកពីគ្នា។ ក្រដាសដែលចុះលេខពី ១ដល់ លេខ ១០នេះបង្កើតបាន ជាសំណុំពីព្រោះពីលេខ១ដល់ លេខ១០ អាចរាប់បាន។ បើC ជាសំណុំនោះគេកំណត់សរសេរ $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$  ជាទូទៅ: សំណុំគឺជាបណ្តុំនៃវត្ថុដែលកំណត់ដោយលក្ខណ្ឌជាក់លាក់។ ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A គេកំណត់សរសេរដោយ $n(A)$ ។	 -បង្កើតបានជាសំណុំ ពីព្រោះលេខ១ដល់ លេខ១០អាចរាប់បាន៖ បើ C ជាសំណុំនោះគេសរសេរ $C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ -មិនមែនជាធាតុនៃ C ទេព្រោះ $11\notin C, 12\notin C$

-គ្រូដាក់សំគាល់ឲ្យសិស្ស	សំគាល់: -សំណុំដែលគ្មានធាតុគេហៅថា សំណុំទទេហើយតាងដោយ $\varnothing$ ឬ $\{\}$។ គេបាន: $n(\varnothing)=0$ -ធាតុនីមួយៗនៃសំណុំមិនមានភាពច្រំដែលមានន័យថាធាតុនីមួយៗនៃសំណុំត្រូវតែខុសគ្នា ។	
Ex: ក) កំណត់តួចែកវិជ្ជមាននៃ12 ខ) កំណត់សំណុំចំនួនគត់រឺឡាទីបដែលធំជាង-4 តែតូចជាង 2។		ក) តួចែកវិជ្ជមាននៃ 12គឺ $B=\{1,2,3,4,6,12\}$ ខ) សំណុំចំនួនគត់រឺឡាទីបដែលធំជាង-4 តែតូចជាង 2 គឺ តាងដោយ
Ex: គេមានសំណុំពីរ E និង F ដែល កំណត់ដោយ $E=\{x/x$ ជាចំនួនធម្មជាតិវិជ្ជមាន តូចជាង $10\}$ $F=\{y/y^2-4=0\}$	ប្រិតបត្តិ៖ កំណត់សំណុំដោយរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងគូសដ្យាក្រាមវិនតាងសំណុំនីមួយៗខាងក្រោម: ក) សំណុំនៃចំនួនគត់គូវជ្ជមានតូចជាងឬ ស្មើ10 ខ) សំណុំនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិដែលតូចជាង8 តែធំជាងឬស្មើ 1។	ក) $E=\{2,4,6,8,10\}$ $n(E)=5$  ខ) $E`=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ $n(E`)$ 
គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ទី២ឲ្យសិស្សធ្វើ: Ex: កំណត់សំណុំខាងក្រោមតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ និងការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ហើយ បញ្ជាក់ចំនួនធាតុរបស់វា: ក) សំណុំចំនួនបឋមតូចជាង ឬស្មើនឹង 23 ។	**ខ) សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ** ជាទូទៅ: សំណុំនៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់តាមលក្ខណ្ឌដែលឲ្យគឺកំណត់ដោយ $\{\ x/x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខណ្ឌដែលឲ្យ$\}$។ គេសង្កេតឃើញថា x និង ជាធាតុនៃសំណុំ E និងF រៀងគ្នា ដែល	

ខ) សំណុំចំនួនដែលជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ 20 ។ គ) សំណុំចំនួនគត់សេសដែលចែកដាច់នឹង 2។	កំណត់ដោយលក្ខណ្ឌរួមនៃធាតុ " x ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចជាង $y^2-4=0$ 10 និងរៀងគ្នា។ គេថាសំណុំ E និង F កំណត់តាមលក្ខណ្ឌរួមនៃធាតុ។ ក) $E =$ $\{x/x$ ជាចំនួនបឋមតូចជាងរឺស្មើ$23\}$ (កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ) ខ) $B=\{x/x$ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $20\}$ (តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ) $B=\{1,2,3,4,5,10,20\}$ (តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ) គេបាន: $n(B)=6$ គ) C={ x/xជាចំនួនគត់សេសដែលចែកដាច់នឹង 2} (តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ) $C=\emptyset$ *ព្រោះចំនួនសេសមិនចែកដាច់នឹង2 ទេ។* ដោយ C ជាសំណុំទទេនោះ គេមិនអាចកំណត់វាតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុទេ) គេបាន: $n(C)=0$ **គ) សំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត** ជាទូទៅ: សំណុំចែកចេញជា ២ប្រភេទ: ១-សំណុំរាប់អស់គឺសំណុំដែលមានចំនួនធាតុជាចំនួនកំណត់ ។ **២-សំណុំអនន្ត** គឺជាសំណុំដែល	ក) $E=\{x/x$ ជាចំនួនបឋមតូចជាងរឺស្មើ$23\}$ (កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ) ខ) $B=\{x/x$ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $20\}$ (តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ) $B=\{1,2,3,4,5,10,20\}$ (តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ) គេបាន: $n(B)=6$ គ) C={ x/x**ជាចំនួនគត់សេសដែលចែកដាច់នឹង** 2} (តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ) $C=\emptyset$ *ព្រោះចំនួនសេសមិនចែកដាច់នឹង2 ទេ។* ដោយ C ជាសំណុំទទេនោះ គេមិនអាចកំណត់វាតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុទេ) គេបាន: $n(C)=0$

Ex: ក) គេមានសំនុំ $A=\{x/x^2=4\}=\{-2,2\}$ គេបាន: $n(A)=2$ជាចំនួនកំណត់។ ដោយ Aមានចំនួនកំណត់ធាតុជាចំនួនកំណត់នោះគេថាA ជាសំណុំរាប់អស់។ ខ) $B=\{x/x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន$\}$ $B=\{1,2,3,4,5,\ldots\}$ មានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់នោះគេថា វាជាសំណុំអនន្ត។	មានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់។ Ex: ក) គេមានសំនុំ $A=\{x/x^2=4\}=\{-2,2\}$ គេបាន: $n(A)=2$ជាចំនួនកំណត់។ ដោយA មានចំនួនកំធាតុជាចំនួនកំណត់នោះគេថាA ជាសំណុំរាប់អស់។ ខ) $B=\{x/x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន$\}$ $B=\{1,2,3,4,5,\ldots\}$ មានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់នោះគេថា វាជាសំណុំអនន្ត។	
-គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្សដោះស្រាយតាមក្រុម ឬបុគ្គល តើខាងក្រោមនេះជាសំណុំដែលឬទេ? ព្រោះអ្វី? ក) $E=\{1,3,5,7,9,11\}$ ខ) $E`=\{2,3,4,5,6,7\}$ គ) កំណត់ប្រភេទនៃសំនុំខាងក្រោម: $1/E=\{x/x^2-16=0\}$ $2/D=\{x/x>0\}$	**ជំហានទី៤** **ពង្រឹងពុទ្ធិ**	ក) មិនមែនជាសំណុំទេព្រោះសំណុំ E មានធាតុដដែលគឺ 3 ខ) ជាសំណុំព្រោះសំណុំ $E`$ គ្មានធាតុច្រំដែលទេ។ $1/E=\{-4,4\}$ $n(E)=2\Rightarrow c$ រាប់អស់ $2/D=\{x/x>0\}$ ជាសំណុំអនន្ត
-ឲ្យសិស្សពេលទៅផ្ទះមើលមេរៀនឡើងវិញនិងមើលមេរៀនបន្តទៀតផល	**ជំហានទី៥** **បណ្តាំផ្ញើ**	សិស្សស្តាប់ដោយយកចិត្តទុកដាក់ និងធ្វើតាមការណែនាំ

ហើយកុំភ្លេចជួយធ្វើការងារផ្ទះ។ -កំណត់ប្រភេទនៃសំណុំ: ១) C={x/x ចំនួនគត់សេសវិជ្ជមាន} ២) { $2n/0\le n\le 3, n$ ជាចំនួនគត់រឺឡាទីប}		គ្រូ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យាថ្នាក់ ទី ១០

ជំពូក I: តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

មេរៀនទី២

ថ្ងៃទី………ខែ………ឆ្នាំ………

សៀវភៅសិស្សទំព័រ ២១

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ សំណុំ

ចំណងជើងរង ៖ ២.១ សញ្ញាណនៃសំណុំ

ឃ) សំណុំដែលមានធាតុមិនមែនជាចំនួន

ង) សំណុំស្មើគ្នា

ច) សំណុំរង សំណុំសកល និងសំណុំរងបំពេញ

+ សំណុំរង

+ សំណុំសកល

+សំណុំរងបំពេញ

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃសំណុំដែលមានធាតុមិនមែនជាចំនួន

- ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃសំណុំស្មើគ្នា សំណុំរង សំណុំសកល សំណុំបំពេញ

- ចំណេះធ្វើ ៖ - កំណត់បានពីរសំណុំដែលមានធាតុមិនមែនជាចំនួន សំណុំរង សំណុំស្មើគ្នា សំណុំសកល និង សំណុំបំពេញបានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

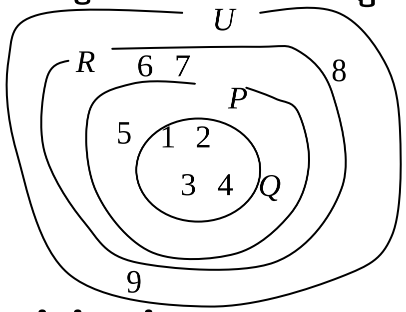
IV. សម្ភារឧបទេស ៖ ផ្ទាំងរូបភាពបង្ហាញពីសំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិន្យ: វត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជំហានទី១ លំនឹងថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
	ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀន	

កំណត់ប្រភេទនៃសំនុំខាងក្រោម: $1/E=\{x/x^2-36=0\}$ $2/D=\{x/x>0\}$ -តើសំណុំអននន្ត និងសំណុំរាប់អស់មានលក្ខណ:ខុសគ្នាយ៉ាងណាខ្លះ? - តើសំណុំណាខ្លះដែលកំនត់តាមលក្ខណ:រូមនៃធាតុ $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ $\boldsymbol{B=\{x/x}$ **ជាចំនួនគត់គូ** $\}$ $C=\{y/(-1)(y+1)=0\}$		$1/E=\{-6,6\}$ $n(E)=2\Rightarrow c$ រាប់អស់ $2/D=\{x/x>0\}$ ជាសំណុំអននន្ត -សំណុំអននន្តមានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់ចំនែកឯសំនុំរាប់អស់មានចំនួនធាតុជាចំនួនកំណត់។ -សំណុំ B និង C។
-គ្រូសរសេរចំណងជើងមេរៀនថ្មី ហើយប្រាប់ពីវត្ថុបំណងមេរៀនថ្ងៃនេះ -គ្រូលើកយក ឧទាហរណ៍មួយមកពន្យល់ប្រាប់សិស្ស Ex: រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត oនិង កាំ r គឺជាសំនុំនៃចំនុចទាំងអស់នៅក្នុងប្លង់ដែលមានចម្ងាយថេរ rពីចំនុច oហើយកំណត់ដោយ $\{\boldsymbol{P/OP=r}\}$ -គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្សឡើងធ្វើ	**ជំហានទី៣** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **ឃ) សំណុំដែលមានធាតុមិនមែនជាចំនួន** Ex:ប្រើនិមិត្តសញ្ញាសំនុំដើម្បីតាងក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$	$+\{(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})/\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}^2\}$

គ្រូដាក់និមយមន័យឲ្យសិស្ស -គ្រូពន្យល់សិស្ស Ex: គេឲ្យសំណុំបី A,BនិងC ដែល A ={x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីប $0 < x < 4$} B = {x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល$x \leq 3$} C = {x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីប ដែល $3 < x < 5$} គេបាន: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{1,2,3\}$ $C = \{4\}$ *គេថាសំណុំ AនិងB ជាសំណុំស្មើគ្នាព្រោះមានបញ្ជី ធាតុដូចគ្នាតែA និងC ព្រមទាំងB និងC មានបញ្ជីធាតុមិនដូចគ្នានោះ គេថា A និងC ហើយ B និងC ជាសំណុំមិនស្មើគ្នា។* -គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្ស	**ង) សំណុំស្មើគ្នា** **និមយន័យ:** សំណុំពីរស្មើគ្នាកាលណាសំណុំទាំងពីរមានបញ្ជីរធាតុដូចគ្នា។ Ex: គេឲ្យសំណុំបី A,BនិងC ដែល A ={x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីប $0 < x < 4$} B = {x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល$x \leq 3$} C = {x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីប ដែល $3 < x < 5$} គេបាន: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{1,2,3\}$ $C = \{4\}$ *គេថាសំណុំ AនិងB ជាសំណុំស្មើគ្នាព្រោះមានបញ្ជី ធាតុដូចគ្នាតែA និងC ព្រមទាំងB និងC មានបញ្ជីធាតុមិនដូចគ្នានោះ គេថា A និងC ហើយ B និងC ជាសំណុំមិនស្មើគ្នា។* $D = \{1,2,3\}$ $E = \{1,2,3,4\}$ $F = \{1,2,3,4\}$ ប្រៀបធៀបសំនុំ D,E,F គេបាន: $E = F \neq D$ **ច) សំណុំរង សំណុំសកល និងសំណុំរងបំពេញ** **+សំណុំរង**	Ex: គេឲ្យសំណុំបី A,BនិងC ដែល A ={x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីប $0 < x < 4$} B = {x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល$x \leq 3$} C = {x/xជាចំនួនគត់រឺឡាទីប ដែល $3 < x < 5$} គេបាន: $A = \{1,2,3\}$ $B = \{1,2,3\}$ $C = \{4\}$ *គេថាសំណុំ AនិងB ជាសំណុំស្មើគ្នាព្រោះមានបញ្ជី ធាតុដូចគ្នាតែA និងC ព្រមទាំងB និងC មានបញ្ជីធាតុមិនដូចគ្នានោះ គេថា A និងC ហើយ B និងC ជាសំណុំមិនស្មើគ្នា។* $D = \{1,2,3\}$ $E = \{1,2,3,4\}$ $F = \{1,2,3,4\}$ ប្រៀបធៀបសំនុំ D,E,F **គេបាន:** $E = F \neq D$

Ex: កំណត់សំណុំតាមការរាប់ឈ្មោះធាតុនិងប្រៀបធៀបសំនុំខាងក្រោម: $D = \{x / x$ ជាចំនួនគត់រឺឡាទីបវិជ្ជមាន, $5x \le 16\}$ $E = \{x / x$ចចំនួនគត់រឺឡាទីបវិជ្ជមាន, $\sqrt{x} \le 2\}$	**និមយន័យ:** A ជាសំណុំរងនៃ Bកាលណាគ្រប់ $x \in A$នោះ $x \in B, A \subseteq B \Leftrightarrow$ គ្រប់ $x \in A \Rightarrow x \in B$។	
$F = \{x / x$ចំនួនគត់រឺឡាទីបវិជ្ជមាន, $x^2 < 25\}$ គ្រូឲ្យសិស្សសង្កេតលើសំណុំ៣ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$ $C = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$ -តើគ្រប់ធាតុនៃសំណុំ Aគឺជាអ្វីនៃ សំណុំB ?ហើយគេសរសេររបៀបណា? រួចគេហៅយ៉ាងដូចម្ដេចដែរ? -គ្រូដាក់ ជាទូទៅឲ្យសិស្ស	ជាទូទៅ:បើ AជាសំណុំរងនៃB មានន័យថា$A \subseteq B$ នោះ: $n(A) \le n(B)$។ -បើAជាសំណុំផ្ទាល់នៃសំណុំB មានន័យថា$A \subset B$ នោះ: $n(A) < n(B)$។ *សំគាល់: ចំពោះគ្រប់សំណុំ Aគេ បាន $A \subseteq A$និង $\phi \subset A$បើសំ ណុំ A មិនមែនជាសំណុំរងនៃ សំណុំBនោះគេកំណត់សរសេរ $A \not\subset B$ **+សំណុំសកល** **និយមន័យ: សំណុំសកលគឺជាសំណុំមានគ្រប់ធាតុដែលគេបានជ្រើសរើសយកមកសិក្សា។**  **+សំណុំរងបំពេញ** **និយមន័យ:** Aជាសំណុំរងនៃសំណុំសកល	-សំណុំA ជាធាតុនៃសំនុំB គេកំណត់សរសេរ $x \in A \Rightarrow x \in B$នោះគេថាសំណុំ A ជាសំណុំរងនៃសំណុំB *គេកំណត់សរសេរ* $A \subseteq B$ ។ -សំណុំ R, Q, P

-គ្រូឲ្យសិស្សសង្កេតមើលលើសំនុំ: -តើសំនុំR,Q,Pជាសំណុំអ្វីនៃសំណុំ U ហើ្យ សំណុំ U ហៅថាសំណុំអ្វី? Ex:គេឲ្យសំណុំ $U=\{a,b,c,1,2,3,4\}$ និងសំណុំ $P=\{a,1,2\}$ ។ កំណត់សំណុំរងបំពេញនៃ P ។ សំណុំរងបំពេញនៃ P កំណត់ដោយ $\overline{P}=\{x/x\notin P,x\in U\}=\{b,c,3,4\}$ គ្រូដាក់ជាទូទៅឲ្យសិស្ស	U ។ សំណុំរងបំពេញនៃសំណុំ A ជាសំណុំដែលកំណត់ដោយ $\overline{A}=\{x/x\notin A,x\in U\}$ Ex:គេឲ្យសំណុំ $U=\{a,b,c,1,2,3,4\}$ និងសំណុំ $P=\{a,1,2\}$ ។ កំណត់សំណុំរងបំពេញនៃ P ។ សំណុំរងបំពេញនៃ P កំណត់ដោយ $\overline{P}=\{x/x\notin P,x\in U\}=\{b,c,3,4\}$ ជាទូទៅ: បើ U ជាសំណុំសកលនិង $\overline{A}$ ជាសំណុំរងបំពេញនៃសំណុំ A នោះ $n(\overline{A})=n(U)-n(A)$ ។	ជារងនៃសំណុំ U ហើយសំណុំ Uនេះ ហៅថា សំណុំសកល។
-គ្រូដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សឡើងធ្វើ គេឲ្យសំណុំសកល $U=\{x/x$ ជាចំនួនគត់រឺឡាទីប $0<x\leq 11\}$ និងសំណុំរងពីរ A និង Bដែល $A=\{x/0<2x<7\}$ $B=\{x/0<2x<20\}$ ក) សរសេរសំណុំរងបំពេញ $\overline{A}$ និង កំណត់ចំនួនធាតុរបស់សំណុំនោះ។ ខ) សរសេរសំណុំរងបំពេញ $\overline{B}$ និងកណត់ចំនួនធាតុរបស់សំណុំនោះ។ គ) ចូរបញ្ជាក់ថាសំណើរណាពិត	**ជំហានទី ៤** **ពង្រឹងពុទ្ធិ**	$A\{1,2,3\}$ $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ ក) $\overline{A}=\{4,5,6,7,8,910,11\}$ $n(\overline{A})=8$ **ខ)** $\overline{B}=\{7,8,9,10,11\}$ $n(\overline{B})=5$ **គ)** $\overline{A}\subseteq\overline{B}$ ជាសំណើរមិនពិត $\overline{B}\not\in A$ ជាសំណើរពិត $A\not\subset B$ ជាសំណើរមិនពិត

ហើយសំណើរណាមិនពិតដូចសំណើរខាងក្រោម: $\overline{A}\subseteq\overline{B},\ \overline{B}\not\subset A,\ A\not\subset B$ ។		
ពេលប្អូនទៅផ្ទះវិញចូលធ្វើលំហាត់លេខ 1,2,3,4 ក្នុងទំព័រ 33 ហើយកុំភ្លេចជួយធ្វើការងារផ្ទះផង។	**ជំហានទី ៥** **បណ្តាំផ្ញើ**	សិស្សកត់ត្រាទុកនិងធ្វើតាមគ្រូដែលបានណែនាំ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យាថ្នាក់ ទី ១០

ជំពូក I: តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

មេរៀនទី២

ថ្ងៃទី………ខែ………ឆ្នាំ………

សៀវភៅសិស្សទំព័រ ២៥

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ សំណុំ

ចំណងជើងរង ៖ ២.២ ប្រមាណវិធីលើសំណុំ

ក) ប្រសព្វនៃសំណុំ

ខ) ប្រជុំនៃសំណុំ

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃប្រសព្វ និងប្រជុំនៃសំណុំ

- ចំណេះធ្វើ ៖ - កំណត់បានពីប្រសព្វនៃសំណុំពីរ និងប្រជុំនៃសំណុំពីរ ហើយរកឃើញសំណុំដាច់គ្នា

និងចំនួនធាតុនៃសំណុំរាប់អស់

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ ផ្ទាំងរូបភាពបង្ហាញពីសំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ: វត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	**ជំហានទី១** លំនឹងថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
គេឲ្យ $U=\{a,b,c,d,e,f\}$ $A=\{a,d,f\}$ កំណត់ $\overline{A}$	ជំហានទី២ មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ ២.២ ប្រមាណវិធីលើសំណុំ ក) ប្រសព្វនៃសំណុំ និយមន័យ: $A\cap B=\{x/x\in A$ **និង** $x\in B\}$ ចំនួនធាតុ**នៃសំ**ណុំ $A\cap B$	$\overline{A}=\{b,c,e\}$

គ្រូពន្យល់សិស្សរួចឲ្យសិស្សឡើងធ្វើ	តាងដោយ $n(A\cap B)$ ។ Ex: គេមានពីរសំណុំ $A=\{x/x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $15\}$ $B=\{x/x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $30\}$ កំណត់សំណុំ $A\cap B$ និង $n(A\cap B)$	-ដោយ $A=\{x/x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $15\}$ $A=\{1,3,5,15\}$ *និង* $B=\{x/x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $30\}$ $B=\{1,2,3,5,6,10,15\ 30\}$ គេបាន: $A\cap B$ $=\{x/x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ15និង $30\}$ $=\{1,3,5,15\}$ $\Rightarrow n(A\cap B)=n(A)=4$
-គ្រូឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្សមើល គេមាន: សំណុំពីរ $R=\{a,b,c2,4,6\}$ និង $P=\{1,3,5,7\}$។ កំណត់សំណុំ $R\cap P$ និង $n(R\cap P)$ ដោយសំណុំទាំងពីរនេះគ្មានធាតុរួមនេះគេបាន: $R\cap P=\phi$ *និង* $n(R\cap P)=\phi$ នោះគេហៅសំណុំ R និងP ជាសំណុំដាច់គ្នា។	ជាទូទៅ: សំណុំ A និងB ជាសំណុំដាច់គ្នា លុះត្រាតែ $A\cap B=\phi$ ។ **ខ) ប្រជុំនៃសំណុំ** និយមន័យ: $A\cup B=\{x/x\in A$ **ឬ** $x\in B\}$ ចំនួនធាតុនៃ $A\cup B$ តាងដោយ $n(A\cup B)$។ *សំគាល់: $x\in A$ **ឬ** $x\in B$ មានន័យថា $x\in A$ **តែ** $x\notin B$ ឬ $x\in B$ **តែ** $x\notin A$ **ឬ** $x\in A\cap B$	
-គ្រូពន្យល់ហើយណែនាំសិស្សឲ្យលំហាត់	Ex:គេមានសំណុំសកល $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ និង $A=\{x/x\in U$ និង x ជាចំនួនសេស$\}$ បង្ហាញថា: $A\cap\bar{A}=\phi$ និង $A\cup\bar{A}=U$។	Ex:និង $A\cup\bar{A}=U$។ ជាទូទៅ: ចំពោះគ្រប់សំណុំ Aនិង U គេបាន:

	ជាទូទៅ: ចំពោះគ្រប់សំណុំ A និង U គេបាន: $A \cap \bar{A} = \phi$ **និង** $A \cup \bar{A} = U$ ។	$A \cap \bar{A} = \phi$ **និង** $A \cup \bar{A} = U$ ។
Ex: គេមានពីរសំណុំ $A = \{1,2,3,6,o,p,k\}$ $B = \{k,r,1,2,4,8\}$ កំណត់សំណុំ $A \cap B, A \cup B$ $n(A \cap B),\ n(A \cup B)$	Ex:ដោយ $A \cap B = \{x/x \in A$ **និង** $x \in B$ $\}$ គេបាន៖ $A = \{1,2,k\}$ ម្យ៉ាងទៀត $A \cup B = \{x/x \in A$**ឬ**$x \in B\}$ នោះ $A \cup B = \{1,2,3,4,6,8,o,p,k,r\}$ $n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = 10$	Ex:ដោយ $A \cap B = \{x/x \in A$ **និង** $x \in B$ $\}$ គេបាន៖ $A = \{1,2,k\}$ ម្យ៉ាងទៀត $A \cup B = \{x/x \in A$**ឬ**$x \in B\}$ នោះ $A \cup B = \{1,2,3,4,6,8,o,p,k,r\}$ $n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = 10$
តាមរយៈឧទាហរណ៍នេះគេបាន: $n(A \cup B) = 10 = 7 + 6 - 3$ $= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$	ជាទូទៅ: បើគេមានសំណុំរាប់អស់ពីរ A និង B នោះគេបាន: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ $- n(A \cap B)$	
កណត់ប្រសព្វ និងចំនួនធាតុនៃប្រសព្វរបស់គូសំណុំនីមួយៗខាងក្រោម: ក) $\boldsymbol{A = \{1,2,3,4\}}$ $\boldsymbol{B = \{2,4,6\}}$ ខ) $\boldsymbol{R = \{1,2,4,8\}}$ និង $\boldsymbol{P = \{1,3,9\}}$ គ) $\boldsymbol{C = \{1,2,3,6\}}$ និង $\boldsymbol{D = \{4,7\}}$ ឃ) M= $\boldsymbol{\{m,a,t,h\}}$ និង $\boldsymbol{N = \{c,u,t\}}$	ជំហានទី៤ ពង្រឹងពុទ្ធិ ក) $\boldsymbol{A \cap B = \{2,4\}}$ $\boldsymbol{n(A \cap B) = 2}$ ខ) $\boldsymbol{R \cap P = \{1\}}$ $\boldsymbol{n(R \cap P) = 1}$ គ) $\boldsymbol{C \cap D = \phi; n(C \cap D) = 0}$ ឃ) $\boldsymbol{M \cap N = \{1\}; n(M \cap N) = 1}$	ក) $\boldsymbol{A \cap B = \{2,4\}}$ $\boldsymbol{n(A \cap B) = 2}$ ខ) $\boldsymbol{R \cap P = \{1\}}$ $\boldsymbol{n(R \cap P) = 1}$ គ) $\boldsymbol{C \cap D = \phi; n(C \cap D) = 0}$ ឃ) $\boldsymbol{M \cap N = \{1\}; n(M \cap N) = 1}$

ពេលប្អូនៗត្រឡប់ទៅផ្ទះវិញសូមធ្វើលំហាត់ប្រតិបត្តិទំព័រ ២៩	**ជំហានទី៥** បណ្តាំផ្ញើ	សិស្សកត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យាថ្នាក់ ទី ១០

ជំពូក I: តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

មេរៀនទី២

ថ្ងៃទី………ខែ………ឆ្នាំ………

សៀវភៅសិស្សទំព័រ ៣០

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ សំណុំ

ចំណងជើងរង ៖ ២.៣ លក្ខណៈនៃប្រមាណវិធីលើសំណុំ

ក) លក្ខណៈដឺម៉ដេន De Morgan

ខ) លក្ខណៈផ្តុំ

គ) លក្ខណៈបំបែក

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពី លក្ខណៈដឺម៉ដេន De Morgan លក្ខណៈផ្តុំ លក្ខណៈបំបែក

- ចំណេះធ្វើ ៖ - បកស្រាយ លក្ខណៈដឺម៉ដេន De Morgan លក្ខណៈផ្តុំ លក្ខណៈបំបែក

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៥០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ ផ្ទាំងរូបភាពបង្ហាញពីសំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យៈ វត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	**ជំហានទី១** **លំនឹងថ្នាក់**	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-ចូរប្អូនៗបំពេញល្បះខាងក្រោម ក) $A \cup B = \{x/\ldots\ldots\ldots.\}$ ខ) $A \cap B = \{x/\ldots\ldots..\}$	**ជំហានទី២** **រំលឹកមេរៀន**	**ក)** $A \cup B = \{x/x \in A$ ឬ $x \in B\}$ **ខ)** $A \cap B = \{x/x \in A$ **និង** $x \in B$

<table>
<tr>
<td>-គ្រូប្រាប់សិស្សពីរបៀបស្រាយបញ្ជាក់ម្យ៉ាងទៀតដោយប្រើដ្យាក្រាមវិន:</td>
<td>

ជំហានទី៣

មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ

២ .៣ លក្ខណ:នៃប្រមាណវិធីលើសំណុំ

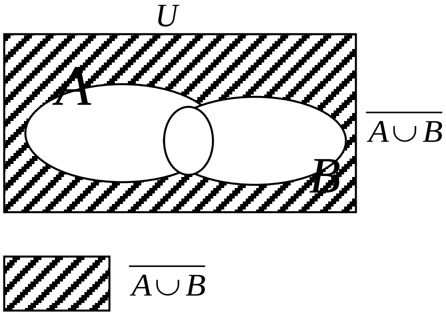
ក) លក្ខណ:ដឺម៉ជេន

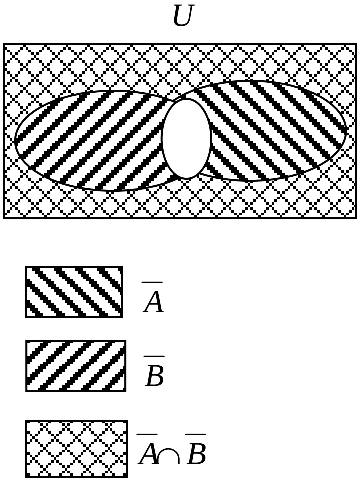
Ex: ចំពោះគ្រប់ពីរសំណុំ A និង B គេបាន៖

ក) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

ខ) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ ក និង ខ





ខ) លក្ខណ:ផ្តុំ
</td>
<td>

ក) គេបាន:

$A \cup B = \{x / x \in A$ ឬ $x \in B\}$

$\overline{A \cup B}$

$= \{x / x \notin A$ និង $x \notin B\}$

$= \{x / x \notin A\} \cap \{x \notin B\}$

$= \bar{A} \cap \bar{B}$ ពិត

ខ) តាមរបៀបខាងលើគេបាន៖

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

គេមាន៖

$A \cap B = \{x / x \in A$ និង $x \in B\}$

$\overline{A \cap B}$

$= \{x / x \notin A$ ឬ $x \notin B\}$

$\overline{A \cap B}$

$= \{x / x \notin A\} \cup \{x \notin B\}$

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ *ពិត*
</td>
</tr>
</table>

គ្រូពន្យល់សិស្សរួចប្រាប់ពីរបៀបបង្ហាញហើយហៅសិស្សឡើងបង្ហាញលើក្តារខៀន។

គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍រួចស្រាយ

គេមានបីសំណុំA ,B និងC

គេបាន៖

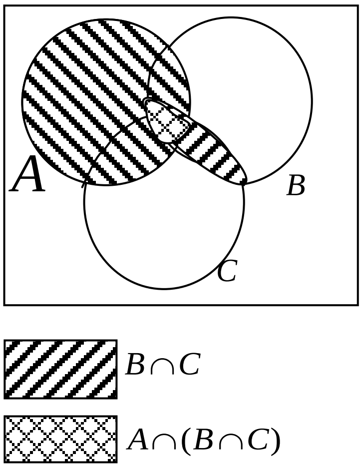
1) $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

2) $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

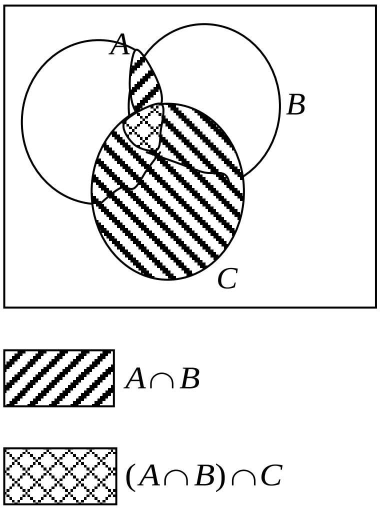
ចូរបង្ហាញសំណួរខាងលើតាមដ្យាក្រាម

1)

$A\cap(B\cap C)$



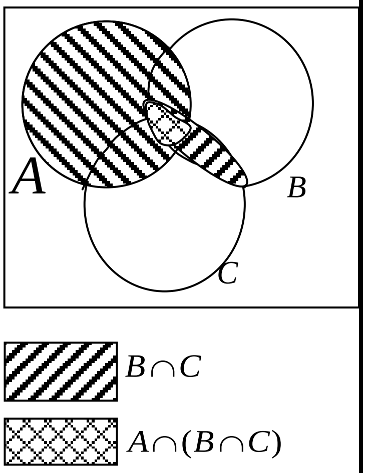
2)



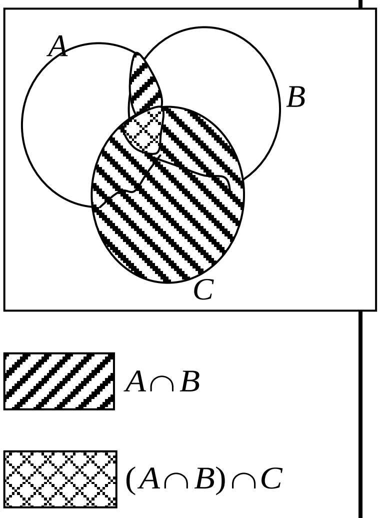
គ) លក្ខណៈបំបែក

1)

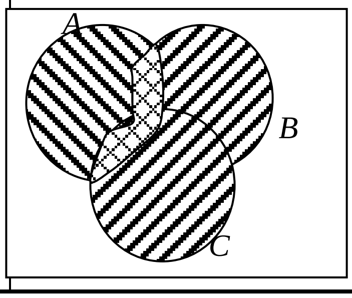
$A\cap(B\cap C)$

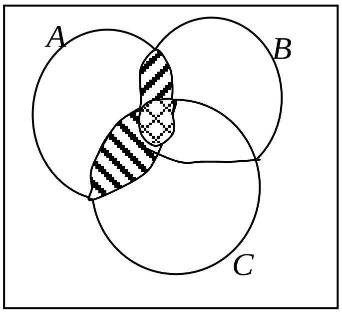


2)



$A\cap(B\cup C)$



ឲ្យសិស្សមើល: គេឲ្យបីសំណុំ A,B និងC $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$		
គេឲ្យបីសំណុំ A, B និង C $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ ចូរគូសដ្យាក្រាមវិន	**ជំហានទី៤** **ពង្រឹងពុទ្ធិ**	
មេរៀនមនេះបានបញ្ចប់ហើយ សូមប្អូនៗទាំងអស់គ្នារៀនធ្វើ លំហាត់នៅទំព័រ 33, 34, 35	**ជំហានទី៥** **បណ្តាំផ្ញើ**	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

កាលបរិច្ឆេទ៖

មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី១ ៖ តក្កវិទ្យា សំណុំ និង ចំនួន

មេរៀនទី៣ ៖ **ចំនួន**

រយៈពេល ៖ ០១ម៉ោង

I .***វត្ថុបំណង:*** ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀននេះ សិស្សមាន ៖

- ចំណេះដឹង: ពណ៌នាចំនួនពិតបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍ ។
- បំណិន: ចេះប្រៀបធៀបចំនួនពិតបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍ ។
- ឥរិយាបថ: សិស្សសហការគ្នា ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន ។

II .**ខ្លឹមសារមេរៀន**

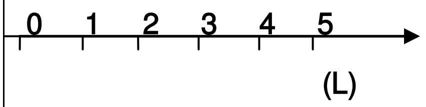
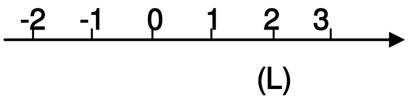
ក.បន្ទាត់ចំនួន

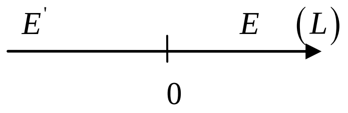
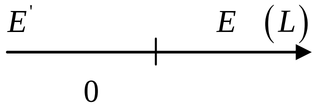
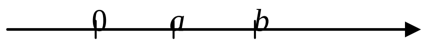
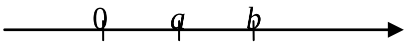
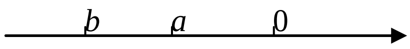
ខ.ការប្រៀបធៀបចំនួន

III .**សម្ភារឧបទេស**

- សៀវភៅគ្រូ ទំព័រ ៣៦ ដល់ ៣៧
- សៀវភៅសិស្ស ទំព័រ ៣៦ ដល់ ៣៧

IV . ដំនឹកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ និង អវត្តមាន	**.ជំហានទី១**(២នាទី) (លំលឹងថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
.ចូររាប់ចំនួនពិតឱ្យបាន៥ហើយ ដៅនៅលើបន្ទាត់(L)មួយ ។ តើ $-2,-1,0,1,2$ ហៅថាអ្វី ? ហើយដៅនៅលើបន្ទាត់(L)មួយ ។	**.ជំហានទី២** (១០នាទី) (រំឭកមេរៀនចាស់)	.ចំនួនពិតទាំង៥គឺ:$1,2,3,4,5$  . ហៅថាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ។ 
	ជំហានទី៣(២៥នាទី) (មេរៀនថ្មី) **ជំពូកទី១៖** តក្កវិទ្យា សំណុំ និង	

	ចំនួន **មេរៀនទី៣៖** ចំនួន ១.ចំនួនពិត ក. បន្ទាត់ចំនួន	សិស្សកត់ត្រា សង្កេត ស្តាប់គ្រូពន្យល់ ។
.បើលោកគ្រូមានបន្ទាត់មួយដែល 0ជាគល់នៃបន្ទាត់ចំនួនមួយឯតា E និង E' .ចូរកំណត់ផ្នែកវិជ្ជមាននិងអវិជ្ជមាន 	 .E ហៅថាផ្នែកវិជ្ជមាន .E' ហៅថាផ្នែកអវិជ្ជមាន	.E ហៅថាផ្នែកវិជ្ជមាន .E' ហៅថាផ្នែកអវិជ្ជមាន
.ដូចម្តេចដែលថាចំនួនពិត ? .បើគេគូសបន្ទាត់ជាបន្ទាត់ដេក តើផ្នែកវិជ្ជមាន និង អវិជ្ជមាន នៅខាងណាពីគល់ 0 ?	.គ្រប់ចំនុចនិងចំនួននៅលើបន្ទាត់ហៅថាចំនួនពិត ។ .ផ្នែកវិជ្ជមាននៅខាងស្តាំពីគល់ 0 ។ .ផ្នែកអវិជ្ជមាននៅខាងឆ្វេងពីគល់ 0 ។	.គ្រប់ចំនុចនិងចំនួននៅលើបន្ទាត់ហៅថាចំនួនពិត ។ .ផ្នែកវិជ្ជមាននៅខាងស្តាំពីគល់0 .ផ្នែកអវិជ្ជមាននៅខាងឆ្វេងពីគល់ 0 ។
.ណែនាំសិស្សអានសៀវភៅ គេមានបន្ទាត់ចំនួនមួយ(បន្ទាត់ដេក)បើចំនួនពិត b នៅខាងស្តាំa តើចំនួនណាធំជាង ?	២.**ការប្រៀបធៀបចំនួនពិត** ចម្លើយ .ចំនួនពិត b ធំជាងចំនួនពិត a គេកំនត់សរសេរ: $b>a$ 	.ចំនួនពិត b ធំជាងចំនួនពិត a គេកំនត់សរសេរ: $a>b$ 
.បើចំនួនពិត b និងចំនួនពិត aនៅផ្នែកអវិជ្ជមាន a នៅខាងស្តាំ b តើចំនួនណាធំជាង ?	.ចំនួនពិតដែលនៅខាងស្តាំធំជាងខាងឆ្វេងគឺ:$a>b$ 	.ចំនួនពិតដែលនៅខាងស្តាំធំជាងខាងឆ្វេងគឺ:$a>b$ 
.គ្រប់ចំនួនa និង b តើរកបានទំនាក់ទំនងណាខ្លះ ?		
.បើ $a>b$ និង $b>c$ គេបានទំនាក់ទំនងយ៉ាងណាខ្លះចំពោះaនិងc? .បើ $a>b$ គេបានទំនាក់ទំនងយ៉ាងណាចំពោះ $a-b$?	.គេបានទំនាក់ទំណង . $b>a$.$a=b$. $a>b$.គេបានទំនាក់ទំនង . $a>b$ និង $b>c$ នាំឲ្យ $a>c$	.គេបានទំនាក់ទំណង . $b>a$.$a=b$. $a>b$.គេបានទំនាក់ទំនង . $a>b$ និង $b>c$ នាំឲ្យ $a>c$

.គេកំណត់សរសេរ $x>0, x<0$ មានន័យ៉ាងណាខ្លះ ? .បើ $x>y$ តើគេបានយ៉ាងណាចំពោះ $x-y$?	.គេបានទំនាក់ទំនង .បើ $a>b \Rightarrow a-b>0$ **ជំហានទី៤** (១០នាទី) (ពង្រឹងពុទ្ធិ)	.គេបានទំនាក់ទំនង .បើ $a>b$. $x>0$ មានន័យថា x ជាចំនួន(+)
.មើលសៀវភៅទំព័រ ៣៨	**ជំហានទី៥**(៥នាទី) (បណ្ដាំផ្ញើរ)	. $x<0$ មានន័យថា x ជាចំនួន(-) .បើ $x>y \Rightarrow x-y>0$.សិស្សកត់ត្រា

កាលបរិច្ឆេទ៖

មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី១ ៖ តក្កវិទ្យា សំណុំ និង ចំនួន

មេរៀនទី៣ ៖ **ចំនួន** (ត)

រយៈពេល ៖ ០២ម៉ោង

I .*វត្ថុបំណង:* ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀននេះ សិស្សមាន ៖

- ចំណេះដឹង: សិស្សប្រាប់បានរបៀបគណនាតម្លៃដាច់ខាតបានត្រឹមត្រូវ។
- បំណិន: សិស្សអាចគណនា ឬសការេ ផលគុណ ផលចែកនៃឬសការេបានត្រឹមត្រូវ ។
- ឥរិយាបថ: សិស្សសហការគ្នា ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន ។

II .**ខ្លឹមសារមេរៀន**

គ.តម្លៃដាច់ខាតនៃចំនួនពិត

ឃ.ចំនែកថ្នាក់នៃចំនួនពិត

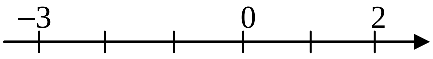
២.កន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ក.ការគណនាកន្សោមដែលមានរ៉ាឌីកាល់

III .**សម្ភារឧបទេស**

- សៀវភៅគ្រូ ទំព័រ ៣៧ ដល់ ៤១
- សៀវភៅសិស្ស ទំព័រ ៣៧ ដល់ ៤១

IV . **ដំនឹកនាំមេរៀន**

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ និង អវត្តមាន	**.ជំហានទី១**(២នាទី) (លំលឹងថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
.សង់បន្ទាត់ចំនួនមួយហើយដៅចំនុច (-3) និង 2 នៅលើបន្ទាត់ ។រួចកំណត់ចំងាយពីគល់ o ទៅ ចំនុចទាំងនោះ ។	**ជំហានទី២**(១០នាទី) (រំលឹកមេរៀនចាស់)	ចម្លើយ  .ចម្ងាយពីគល់ o ទៅ 2 មានចម្ងាយ 2 ឯកតាប្រវែង ។

		.ចម្ងាយពីគល់ o ទៅ (-3) 2 មានចម្ងាយ 3 ឯកតាប្រវែង ។
.បើ $a \geq 0$ តើចម្ងាយពី o ទៅ a ស្មើប៉ុន្មាន ? .បើ $a < 0$ តើចម្ងាយពី o ទៅ a ស្មើប៉ុន្មាន ? .រកតម្លៃដើម្បីឱ្យចម្ងាយពី o ទៅ a ស្មើសូន្យ ។ Ex_1 :បង្ហាញថា: $a^2 = \|a\|^2$ ពិតចំពោះចំនួនគត់ធម្មជាតិ?	**ជំហានទី៣**(៧៥នាទី) (មេរៀនថ្មី) **ជំពូកទី១៖** តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន **មេរៀនទី៣៖** ចំនួន (ត) គ.តម្លៃដាច់ខាតនៃចំនួនពិត .$\|a\| = a$ បើ $a \geq 0$.$\|a\| = -a$ បើ $a < 0$.$\|a\| = 0$ លុះត្រាតែ ចម្លើយ .បង្ហាញថា $a^2 = \|a\|^2$.បើ $a \geq 0$ នោះ $\|a\| = a$; $a^2 = \|a\|^2$.បើ $a < 0$ នោះ $\|a\| = -a$; $\|a\|^2 = (-a)^2 = a^2$	.$\|a\| = a$ បើ $a \geq 0$.$\|a\| = -a$ បើ $a < 0$.$\|a\| = 0$ លុះត្រាតែ $a = 0$ ចម្លើយ .បង្ហាញថា $a^2 = \|a\|^2$.បើ $a \geq 0$ នោះ $\|a\| = a$; $a^2 = \|a\|^2$.បើ $a < 0$ នោះ $\|a\| = -a$; $\|a\|^2 = (-a)^2 = a^2$
.តើសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិកំណត់សរសេរ ដូចម្តេច ? .តើសំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបកំណត់សរសេរបែបណា ? .តើផលបូកផលគុណនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិជាចំនួនគត់ធម្មជាតិឬទេ ?	ឃ.ចំណែកថ្នាក់នៃចំនួនពិត .សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ $IN = \{1, 2, 3, \ldots\}$.សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $\mathbb{Z} = \{\ldots, -1, 0, 1, \ldots\}$.ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ	.សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ $IN = \{1, 2, 3, \ldots\}$.សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $\mathbb{Z} = \{\ldots, -1, 0, 1, \ldots\}$.ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ
.តើគ្រប់ផលដកនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិជាចំនួនគត់ធម្មជាតិឬទេ?ចូររកឧទាហរណ៍បញ្ជាក់ ។	.មិនមែនជាចំនួនគត់ធម្មជាតិទេ ព្រោះ $1-2=-1 \notin \mathbb{N}$	.មិនមែនជាចំនួនគត់ធម្មជាតិទេ ព្រោះ $1-2=-1 \notin \mathbb{N}$

.តើចំនួនសនិទានមានរាងដូចម្តេច ? .តើសំណុំចំនួនសនិទានតាងដោយអ្វី ? .គណនា 2^2 និង $(-2)^2$ តើចំនួនទាំងពីរជាចំនួនដូចម្តេចនិងគ្នា ? .គ្រូណែនាំសិស្សឱ្យទាញនិយមន័យ .តើចំនួនអវិជ្ជមានមានឫសការេក្នុងចំនួនពិត ឬទេ ? .គ្រូណែនាំសិស្សឱ្យសង្កេតមើលរូបមន្ត Ex : គណនា: $\sqrt{20}, \sqrt{10}\times\sqrt{45}, \sqrt{0.03}, \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	.ចំនួនសនិទានមានរាង: $\frac{m}{n}$ ដែល $m;n\in\mathbb{Z};n\neq 0$.សំណុំចំនួនសនិទានតាងដោយ $\mathbb{Q}$ **2.កន្សោមរ៉ាឌីកាល់** ក.គណនាកន្សោមដែលមានរ៉ាឌីកាល់ . $2^2=4$ និង $(-2)^2=4$.ជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។ .ចំនួនវិជ្ជមានa មានឫសការេពីរដែលជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។ .ចំនួនអវិជ្ជមានគ្មានឫសការេក្នុងសំណុំចំនួនពិតទេ ។ .ផលគុណនិងផលចែកនៃឫសការេ ចំពោះ $a>0;b>0$ • $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ • $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ • $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ ចម្លើយ $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ $\sqrt{10}\times\sqrt{45}=\sqrt{2\times5}\times\sqrt{3^2\times5}=15\sqrt{2}$	.ចំនួនសនិទានមានរាង: $\frac{m}{n}$ ដែល $m;n\in\mathbb{Z};n\neq 0$.សំណុំចំនួនសនិទានតាងដោយ $\mathbb{Q}$. $2^2=4$ និង $(-2)^2=4$.ជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។ ចំនួនវិជ្ជមានa មានឫសការេពីរដែលជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។ .ចំនួនអវិជ្ជមានគ្មានឫសការេក្នុងសំណុំចំនួនពិតទេ ។ ចម្លើយ $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ $\sqrt{10}\times\sqrt{45}=\sqrt{2\times5}\times\sqrt{3^2\times5}=15\sqrt{2}$

	$\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}=3$	$\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$ $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}=3$
.ប្រតិបត្តិ: គណនាកន្សោមខាងក្រោម: ក. $\sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{72}$ ខ. $\sqrt{80}-3\sqrt{2}-\sqrt{\frac{5}{9}}+\sqrt{50}$ គ. $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ ឃ. $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$	ចម្លើយ ក. $\sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{72}$ $=2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}$ $=5\sqrt{2}$ ខ. $\sqrt{80}-3\sqrt{2}-\sqrt{\frac{5}{9}}+\sqrt{50}$ $=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{5}}{3}+5\sqrt{2}$ $=2\sqrt{2}+\frac{5}{3}\sqrt{5}$ គ. $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ $=3-\sqrt{6}+2$ $=5-\sqrt{6}$ ឃ. $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$ $=6\sqrt{6}-6+6-\sqrt{6}$ $=5\sqrt{6}$	ចម្លើយ ក. $\sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{72}$ $=2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+6\sqrt{2}$ $=5\sqrt{2}$ ខ. $\sqrt{80}-3\sqrt{2}-\sqrt{\frac{5}{9}}+\sqrt{50}$ $=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{5}}{3}+5\sqrt{2}$ $=2\sqrt{2}+\frac{5}{3}\sqrt{5}$ គ. $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ $=3-\sqrt{6}+2$ $=5-\sqrt{6}$ ឃ. $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$ $=6\sqrt{6}-6+6-\sqrt{6}$ $=5\sqrt{6}$
.គ្រូពន្យល់សិស្សរបៀបផៀបឬសការេ	.ប្រៀបធៀបឬសការេនៃចំនួនវិជ្ជមានពីរ .ចំពោះចំនួនវិជ្ជមានពីរ a និង b គេបាន: . $a<b\Leftrightarrow a-b<0$ (1) តែ $a-b=\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}$ $=\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$ តាម(1)គេបាន $a<b\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)<0$ ព្រោះ $\sqrt{a}+\sqrt{b}>0,\sqrt{a}-\sqrt{b}<0$ $a<b\Leftrightarrow\sqrt{a}<\sqrt{b}$	

	ដូចនេះ បើ $a>0,b>0$ គេបាន $a<b\Leftrightarrow\sqrt{a}<\sqrt{b}$	
ខ. គណនា $A=2\sqrt{48}-3\sqrt{27}+\sqrt{72}$ $B=\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)$ **គ.**ប្រៀបធៀប $3\sqrt{5}$ និង $5\sqrt{2}$	**ជំហានទី៤**(១០នាទី) (ពង្រឹងពុទ្ធិ)	**ខ.**គណនា $A=2\sqrt{48}-3\sqrt{27}+\sqrt{72}$ $A=2\times4\sqrt{3}-3\times3\sqrt{3}+6\sqrt{2}$ $A=6\sqrt{2}-\sqrt{3}$ $B=\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)$ $B=\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2$ $B=6$ **គ.**ប្រៀបធៀប $3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}$ $=\sqrt{45}$ $5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}$ $=\sqrt{50}$ ដូចនេះ $3\sqrt{5}<2\sqrt{5}$
មើលមេរៀននៅទំព័រ៤២ និងធ្វើលំហាត់បន្ថែមផង ។	**ជំហានទី៥**(៣នាទី) (បណ្តាំផ្ញើរ)	កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

កាលបរិច្ឆេទ៖

មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី១ ៖ តក្កវិទ្យា សំណុំ និង ចំនួន

មេរៀនទី៣ ៖ **ចំនួន** (ត)

រយៈពេល ៖ ០២ម៉ោង

I .***វត្ថុបំណង:*** ក្រោយពីរៀនចប់មេរៀននេះ សិស្សមាន ៖

- ចំណេះដឹង: ប្រាប់បានពីរបៀបសម្រួលកន្សោមបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍។
- បំណិន: សិស្សអាចសរសេរទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោលដប់បានត្រឹមត្រូវ ។
- ឥរិយាបថ: សិស្សសហការគ្នា ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន ។

II .**ខ្លឹមសារមេរៀន**

ខ.បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

គ.សម្រួលកន្សោមដែលមានរ៉ាឌីកាល់ពីរជាន់

៣.ប្រព័ន្ធរបាប់

ក. ប្រព័ន្ធរបាប់គោលដប់

ខ. ប្រព័ន្ធរបាប់គោល២

គ.ការបំលែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល២ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល១០

ឃ.ការបំលែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល១០ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល២

III .**សម្ភារឧបទេស**

- សៀវភៅគ្រូ ទំព័រ ៤២ ដល់ ៤៥
- សៀវភៅសិស្ស ទំព័រ ៤២ ដល់ ៤៥

IV . **ដំនឹកនាំមេរៀន**

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ និង អវត្តមាន	**.ជំហានទី១**(២នាទី) (លំលឹងថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
.ចូរបំពេញចន្លោះខាងក្រោម: ក.) $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \cdots$ បើ $a \geq 0$	**ជំហានទី២**(១០នាទី) (រំលឹកមេរៀនចាស់)	ក.) $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

ខ.) $\sqrt{a^2b}=\cdots$ បើ $a,b\geq 0$ គ.) $(a+b)(a-b)=\cdots$ ឃ.) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=\cdots$		ខ.) $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ គ.) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ឃ $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$
Ex: បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃប្រភាគខាងក្រោម: ក.) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ខ.) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ Ex: ចូរសរសេរពន្លាតនៃចំនួនខាងក្រោមជាប្រព័ន្ធគោលដប់ ក.) 173 ខ.) 1524	**ជំហានទី៣**(៧៥នាទី) (មេរៀនថ្មី) **ជំពូកទី១៖** តក្កវិទ្យា សំណុំ និង ចំនួន **មេរៀនទី៣៖** ចំនួន (តចប់) ខ.បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង ចម្លើយ ក.) $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ខ.) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}$ $=\frac{3+\sqrt{15}}{3-5}=-\left(\frac{3+\sqrt{15}}{2}\right)$ ៣.ប្រព័ន្ធរបាប់ ក.ប្រព័ន្ធរបាប់គោលដប់ ក.) $173=1\times10^2+7\times10^1+3\times10^0$ ខ.) $1524=1\times10^3+5\times10^2+2\times10^1+4\times10^0$ ជាទូទៅ: $N=abcd_{10}$ $=a\times10^3+b\times10^2+c\times10+d$	ចម្លើយ ក.) $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ខ.) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}$ $=\frac{3+\sqrt{15}}{3-5}=-\left(\frac{3+\sqrt{15}}{2}\right)$ ក.) $173=1\times10^2+7\times10^1+3\times10^0$ ខ.) $1524=1\times10^3+5\times10^2+2\times10^1+4\times10^0$

	*កំណត់សំគាល់: ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោលដប់គេមិនចាំបាច់សរសេរសន្ទស្សន៍១០ ។ ខ.ប្រព័ន្ធរាប់គោល 2	
Ex:បំលែងពីរប្រព័ន្ធគោលដប់ទៅប្រព័ន្ធរាប់គោល2 ក.) 35 ខ.) 18	ក.) 35 $35=1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+1$ $=100011_2$ ខ.) 18 $18=1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+0$ $=10010_2$	ក.) 35 $35=1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+1$ $=100011_2$ ខ.) 18 $18=1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+0$ $=10010_2$
	ជាទូទៅ: $N=abcd_2$ $=a\times2^3+b\times2^2+c\times2+d$	
Ex:ចូរបំលែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល2ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ក.) 10010110_2 ខ.) 100110_2	គ.)ការបំលែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល2ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10 ក.) 10010110_2 $=1\times2^7+0\times2^6+0\times2^5$ $+1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2$ $+1\times2+0=150$ ខ.) 100110_2 $=1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+1\times2^2$ $+1\times2+0=32+4+2=38$	ក.) 10010110_2 $=1\times2^7+0\times2^6+0\times2^5$ $+1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2$ $+1\times2+0=150$ ខ.) 100110_2 $=1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+1\times2^2$ $+1\times2+0=32+4+2=38$
	ឃ.ការបំលែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល១០ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 2	
Ex:បម្លែង $N=21$ក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល១០ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 2	$21=1\times2^4+0\times2^3+1\times2$ $+0\times2+1=10101_2$	$21=1\times2^4+0\times2^3+1\times2$ $+0\times2+1=10101_2$

១.)បម្លែង $N=1011101_2$ ជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ។ ២.)បម្លែង $N=211$ ជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល ២ ។	**ជំហានទី៤** (១០នាទី) (ពង្រឹងពុទ្ធិ)	$N=1011101_2$ $=1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+1\times2^3$ $+1\times2^2+0\times2+1=93$ $N=211$ $=1\times2^7+1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4$ $+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+1$ $=11010011_2$
ធ្វើលំហាត់ទំព័រ៤៩ លេខរៀងទី៤ ដល់ទី៨ ។	**ជំហានទី៥**(៣នាទី) (បណ្តាំផ្ញើរ)	កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី១

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក១០ **បំលែងរូបក្នុងប្លង់**

មេរៀនទី១ **បំលែងកិល**

II ចំណងជើងរង

១.១ បំលែងកិលចំនុច

១.២ បំលែងកិលរូប

III វត្ថុបំណងកមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖ ស្គាល់ពីលក្ខណ:គ្រឹះនៃបំលែងកិលចំណុច។

-ចំណេះធ្វើ ៖ សង់ចំណុចនិងរូបកិលក្នុងប្លង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយ:ឧទាហរណ៍។

-ឥរិយាបថ ៖ មានបំរុងប្រយ័ត្នក្នុងការសង់រូបកិលប្រកបដោយស្មារតីខ្ពស់។

IVរយ:ពេល៖ ១ម៉ ថ្ងៃ…………………ទី…………ខែ…………….ឆ្នាំ………………..

V សម្ភារឧបទេស

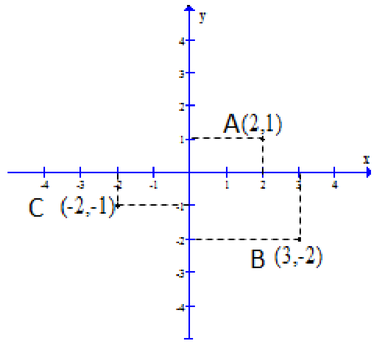
-ស.សទំព័រទី១៣៦ ដល់ ទំព័រទី ១៣៧

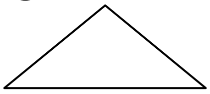
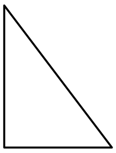
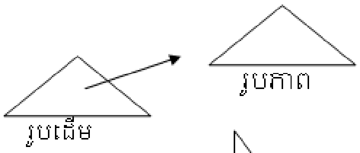
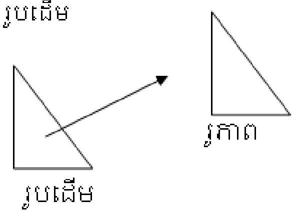
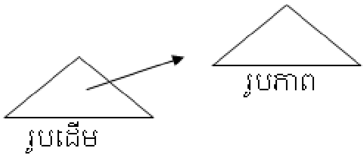
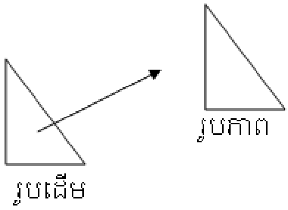
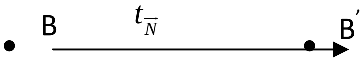
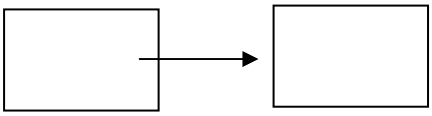
-ស.គ ទំព័រទី ៣៧០ ដល់ ទំព័រទី ៣៧១

-ដុំគ្រួស បន្ទាត់ ដែកឈាន

VI ដំណើកនាំមេរៀន

<u>សកម្មភាពគ្រូ</u>	<u>ខ្លឹមសាមេរៀន</u>	<u>សកម្មភាពសិស្ស</u>
-ពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអវត្តមានសិស្ស	<u>ជំហានទី១</u> (រដ្ឋបាលថ្នាក់)2mn	-តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-ចូរដៅចំណុច A(2;1) B(-2;-1) និង C(3;-2) ក្នុងតំរុយអរតូណរមេ។	<u>ជំហានទី២</u> (រំលឹកមេរៀនចាស់ 5mn)	-ដៅចំណុចA;B;C

		
-ពេលគេរំកិលដុំគ្រួសមួយគ្រាប់ពីចំណុច M តាមវិចទ័រ $\vec{P}$ គេបានចំណុចថ្មីM′តើចំណុច M′ ជាអ្វីនៃចំណុច M ? -តើបំលែងពីចំណុច M ទៅ M′ហៅថាបំលែងអ្វី។ -ចូរប្អូនទាញជាទូទៅនៃបំលែងកិល។ Ex៖ចូរសង់រូបភាពនៃចំណុច Aតាមវិចទ័រ $\vec{P}$ ដោយប្រើបំលែងកិល។ ឧទាហរណ៍៖ពេលគេរំកិលថូផ្កាពីចំនុចAទៅចំនុចA′។តើថូផ្កាមានការផ្លាស់ប្តូរដែរឬទេ? -តើរូបរាងវាផ្លាស់ប្តូរឬទេ?	<u>ជំហានទី៣</u> មេរៀនថ្មី **ជំពូក១០ <u>បំលែងរូបក្នុងប្លង់</u>** **មេរៀនទី១ <u>បំលែងកិល</u>** **១.១ បំលែងកិលចំណុច** -ចំណុច M′ជារូបភាពនៃចំណុច M M• ——$\vec{P}$——→• M′ -បំលែងពីចំណុច M ទៅចំណុច M′ហៅថាបំលែងដោយរំកិល **-ជាទូទៅ៖**រូបភាពនៃចំណុចM តាមវិចទ័រ $\vec{P}$ គឺចំណុចM′ដែល $\overrightarrow{MM'}=\vec{P}$ គេកំណត់សរសេរ $M'=t_{\vec{P}}(M)$ ។ $t_{\vec{P}}$ ហៅថាបំលែងកិលតាមវិចទ័រ $\vec{P}$ -រូបភាពនៃចំណុចAតាមវិចទ័រ $\vec{P}$ គឺ A′ដែល $\overrightarrow{AA'}=\vec{P}$ A• ————→• A′ គេសរសេរ $A'=t_{\vec{P}}(A)$ ឬ $A\xrightarrow{t_{\vec{P}}}A'$	-ចំណុចM′ជារូបភាពនៃចំណុច M M• ——$\vec{P}$——→ • M′ -បំលែងពីចំណុច M ទៅចំណុច M′ហៅថាបំលែងដោយរំកិល។ **-ជាទូទៅ៖**រូបភាពនៃចំណុចM តាមវិចទ័រ $\vec{P}$ គឺចំណុចM′ដែល $\overrightarrow{MM'}=\vec{P}$ គេសរសេរ $M'=t_{\vec{P}}(M)$ $t_{\vec{P}}$ ហៅថាបំលែងកិលតាមវិចទ័រ $\vec{P}$ -រូបភាពនៃចំណុចAតាមវិចទ័រ $\vec{P}$ គឺចំណុចA′ដែល $\overrightarrow{AA'}=\vec{P}$ A• ————→• A′ គេសរសេរ $A'=t_{\vec{P}}(A)$ ឬ $A\xrightarrow{t_{\vec{P}}}A'$ -ផ្លាស់ប្តូរទីតាំង -មិនផ្លាស់ប្តូរទេ

-ចូរប្អូនទាញនិយមន័យបំលែងកិលរូប? -ចូរសង់បំលែងកិលរូបនៃរូបខាងក្រោម ក/  ខ/ 	**<u>១.២ បំលែងកិលរូប</u>** **<u>និយមន័យ</u>**៖បំលែងកិលរូបគឺជាបំលាស់ប្តូរនៃគ្រប់ចំនុចទាំងអស់របស់វត្ថុមួយក្នុងចម្ងាយស្មើគ្នានិងមានទិសដូចគ្នា។ -សង់បំលែងកិលនៃរូប ក  ខ 	-**<u>និយមន័យ</u>**៖បំលែងកិលរូបគឺជាបំលាស់ប្តូរនៃគ្រប់ចំនុចទាំងអស់របស់វត្ថុមួយក្នុងចម្ងាយស្មើគ្នា និងមានទិសដូចគ្នា។ -សង់បំលែងកិលនៃរូប  
-សង់រូបភាពនៃចំនុចBតាមវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{N}$ ដោយប្រើបំលែងកិល។ -សង់បំលែងកិលនៃរូប 	**ជំហានទី៤៖ពង្រឹងពុទ្ធិ**	-រូបភាពនៃចំនុចBគឺB´  -បំលែងកិលនៃរូប 
-ឲ្យសិស្សមើលមេរៀននៅទំព័រ១៣៨	**ជំហានទី៥៖បណ្តាំផ្ញើ**	-ធ្វើតាមការណែនាំ

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី២-៣

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក១០ **បំលែងរូបក្នុងប្លង់**

មេរៀនទី១ **បំលែងកិល**

II ចំណងជើងរង

១.៣ បកស្រាយបំលែងកិលក្នុងតំរុយកូអរដោនេ

III វត្ថុបំណងកមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖បង្ហាញពីបំណកស្រាយបំលែងកិលក្នុងតំរុយកូអរដោនេបានត្រឹមត្រូវ។

-ចំណេះធ្វើ ៖ គណនាកូអរដោនេដោយប្រើបំលែងកិលបានត្រឹមត្រូវតាមរយ:ឧទាហរណ៍។

-ឥរិយាបថ ៖ មានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្ន និងចេះសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់។

IV រយ:ពេល៖ ២ម៉ ថ្ងៃ…………………ទី…………ខែ……………ឆ្នាំ………………..

V សម្ភារឧបទេស

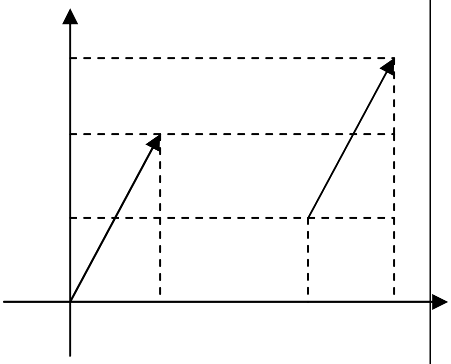
-ស.សទំព័រទី១៣៨ ដល់ ទំព័រទី១៣៩

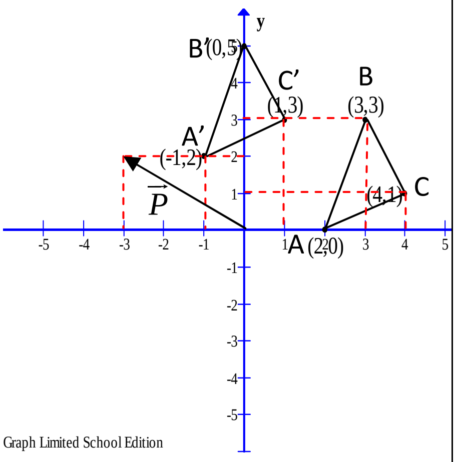
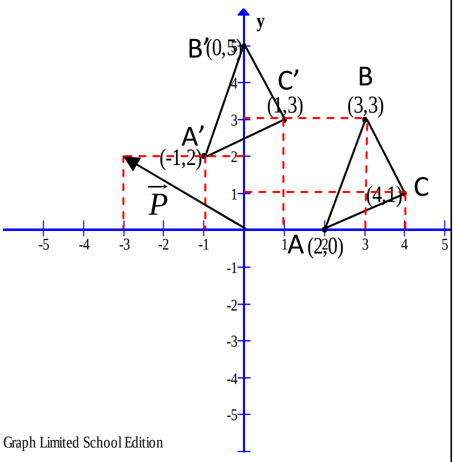
-ស.គ ទំព័រទី ៣៧២ ដល់ ទំព័រទី៣៧៣

-ដុំគ្រួស បន្ទាត់ ដែកឈាន

VI ដំណើកនាំមេរៀន

<u>សកម្មភាពគ្រូ</u>	<u>ខ្លឹមសារមេរៀន</u>	<u>សកម្មភាពសិស្ស</u>
-ពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និងអវត្តមានសិស្ស	**<u>ជំហានទី១</u>** (រដ្ឋបាលថ្នាក់)2mn	តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-ដូចម្តេចដែលហៅថាបំលែងកិលនៃចំនុច? -តាមបំលែងកិលតើរូបភាពនៃរូបFគឺជាអ្វី?	**<u>ជំហានទី២</u>** (រំលឹកមេរៀនចាស់5mn)	-បំលែងកិលនៃចំនុចគឺជារូបភាពនៃចំនុចMតាមបំលែងកិលនៃ $\vec{P}$ គឺចំនុចM'ដែល $\overrightarrow{MM'} = \vec{P}$ គេសរសេរ $M' = t_{\vec{P}}(M)$ ឬ $M \xrightarrow{t_{\vec{P}}} M'$ -រូបភាពនៃរូបFមួយជារូបF'មួយទៀតដែលប៉ុនគ្នានិងរូបF។

	<u>ជំហានទី៣</u>៖មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **មេរៀនទី១ បំលែងកិល** ១.៣ បកស្រាយបំលែងកិលក្នុងតំរុយកូអរដោនេ	
-គេមានចំនុច $M(x;y)$ តាមវ៉ិចទ័រ $\vec{P}$ ចូរកំនត់រូបភាពនៃចំនុចM។	-ចំនុច $M(x;y)$ មានរូបភាព $M'(x';y')$ តាម $\vec{P}(a;b)$ គេសរសេរ $M(x;y)\xrightarrow{t_{\vec{P}}}M'(x';y')$ ដែល $\overrightarrow{MM'}=\vec{P}$ 	-ចំនុច $M(x;y)$ មានរូបភាព $M'(x';y')$ តាម $\vec{P}(a;b)$ គេសរសេរ $M(x;y)\xrightarrow{t_{\vec{P}}}M'(x';y')$ ដែល $\overrightarrow{MM'}=\vec{P}$
-ទាញជាទូទៅ	ដោយ $x'-x=a\Rightarrow x'=x+a$ $y'-y=b\Rightarrow y'=y+b$ គេបាន $M'(x+a;y+b)$ **ជាទូទៅ**៖ $M'(x+a;y+b)$ ជារូបភាពនៃ $M(x;y)$ តាមបំលែងកិលនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{P}=(a;b)$ ដែលគេសរសេរ $M(x;y)\xrightarrow{t_{\vec{P}}}M'(x+a;y+b)$	ដោយ $x'-x=a\Rightarrow x'=x+a$ $y'-y=b\Rightarrow y'=y+b$ គេបាន $M'(x+a;y+b)$ **ជាទូទៅ**៖ $M'(x+a;y+b)$ ជារូបភាពនៃ $M(x;y)$ តាមបំលែងកិលនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{P}=(a;b)$ ដែលគេសរសេរ $M(x;y)\xrightarrow{t_{\vec{P}}}M'(x+a;y+b)$
1/-ឧទាហរណ៍៖1/រករូបភាពនៃចំនុច $M(6;6)$ តាម $\vec{P}(3;5)$	-រូបភាពនៃចំនុច $M(6;6)$ គឺ $M'(x+a;y+b)$ គេបាន $M(6;6)\xrightarrow{t_{\vec{P}}}M'(6+3;6+5)$ $M(6;6)\xrightarrow{t_{P}}M'(9;11)$	-រូបភាពនៃចំនុច $M(6;6)$ គឺ $M'(x+a;y+b)$ គេបាន $M(6;6)\xrightarrow{t_{\vec{P}}}M'(6+3;6+5)$ $M(6;6)\xrightarrow{t_{P}}M'(9;11)$
2/-រករូបភាពនៃ $N(2;0)$ តាម $\vec{V}(-3;2)$	-រូបភាពនៃ $N(2;0)$ គឺ $N'(x+a;y+b)$ តាម $\vec{V}(-3;2)$ គេបាន	-រូបភាពនៃ $N(2;0)$ គឺ $N'(x+a;y+b)$ តាម $\vec{V}(-3;2)$ គេបាន

<table>
<tr>
<td>3/-រកបំលែងកិលនៃ ΔABC
តាមបំលែងកិលនៃ $\vec{P}=(-3;2)$
ដែល $A(2;0);B(3;3);C(4;1)$
ព្រមទាំងគូររូបបញ្ជាក់។</td>
<td>$N(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{V}}} N'(2-3;0+2)$
$N(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{V}}} N'(-1;2)$
-រូបភាពនៃ ΔABC គឺ $\Delta A'B'C'$ តាម
$\vec{P}=(-3;2)$ ដែល
$A(2;0)\xrightarrow{t_P} A'(x+a;y+b)$
•$A(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} A'(2-3;0+2)$
$A(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} A'(-1;2)$
•$B(3;3)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} B'(3-3;3+2)$
$B(3;3)\xrightarrow{t_{\partial\vec{P}}} B'(0;5)$
•$C(4;1)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} C'(4-3;1+2)$
$C(4;1)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} C'(1;3)$
</td>
<td>$N(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{V}}} N'(2-3;0+2)$
$N(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{V}}} N'(-1;2)$
-រូបភាពនៃ ΔABC គឺ $\Delta A'B'C'$ តាម
$\vec{P}=(-3;2)$ ដែល
$A(2;0)\xrightarrow{t_P} A'(x+a;y+b)$
•$A(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} A'(2-3;0+2)$
$A(2;0)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} A'(-1;2)$
•$B(3;3)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} B'(3-3;3+2)$
$B(3;3)\xrightarrow{t_{\partial\vec{P}}} B'(0;5)$
•$C(4;1)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} C'(4-3;1+2)$
$C(4;1)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} C'(1;3)$
</td>
</tr>
<tr>
<td>-ចូរឲ្យរូបភាពនៃ $M(x;y)$
តាមវ៉ិចទ័រ $\vec{P}=(a;b)$ ។
-រករូបភាពនៃ $D(4;3)$
តាមវ៉ិចទ័រ $\vec{P}=(-2;3)$ ។</td>
<td><u>ជំហានទី៤</u>៖ពង្រឹងពុទ្ធិ</td>
<td>-រូបភាពនៃ $M(x;y)$ គឺ
$M(x;y)\xrightarrow{t_P} M'(x+a;y+b)$
-រូបភាពនៃ $D(4;3)$ គឺ
$D'(x+a;y+b)$
គេបាន
$D(4;3)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} D'(4-3;3+3)$
$D(4;3)\xrightarrow{t_{\vec{P}}} D'(1;6)$</td>
</tr>
<tr>
<td>-ឲ្យសិស្សធ្វើលំហាត់៨;៩
ទំព័រ១៩១</td>
<td><u>ជំហានទី៥</u>៖បណ្តាំផ្ញើ</td>
<td>-ធ្វើតាមបណ្តាំផ្ញើ</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី១

I ចំណាងជើងមេរៀន

ជំពូក១០ បំលែងរូបក្នុងប្លង់

មេរៀនទី២ បំលែងឆ្លុះ

II ចំណាងជើងរង

២.១បំលែងឆ្លុះចំនុច

២.២ បំលែងឆ្លុះនៃរូបធៀបនិងបន្ទាត់

III វត្ថុបំណងកមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖ ស្គាល់ពីបំលែងឆ្លុះនៃចំនុចតាមរយៈការបង្ហាញរបស់គ្រូ។

-ចំណេះធ្វើ ៖ សង់បំលែងឆ្លុះនៃចំនុចធៀបនិងបន្ទាត់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍។

-ឥរិយាបថ ៖ មានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្ន និងចេះសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់។

IV រយៈពេល៖ ២ម៉ ថ្ងៃ…………………ទី…………ខែ……………ឆ្នាំ………………..

V សម្ភារឧបទេស

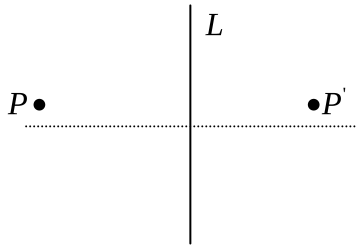
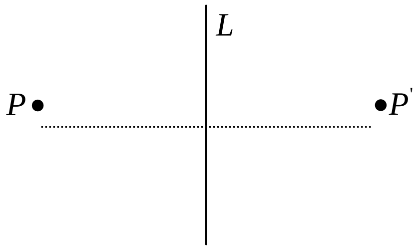
-ស.សទំព័រទី១៤២ ដល់ ទំព័រទី១៤៣

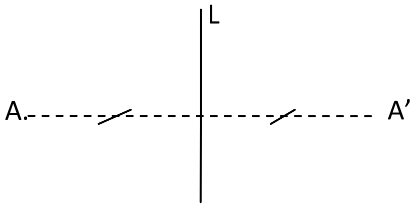
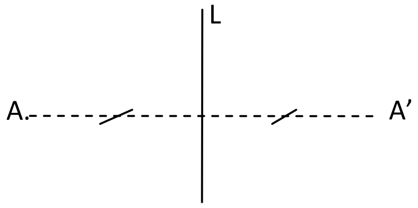
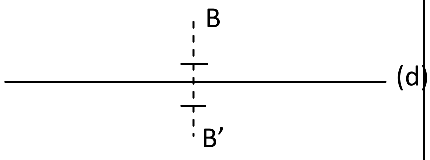
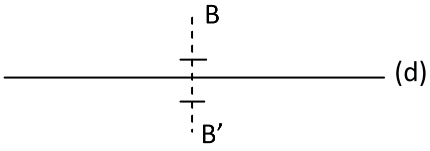
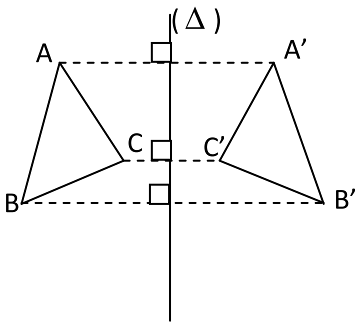
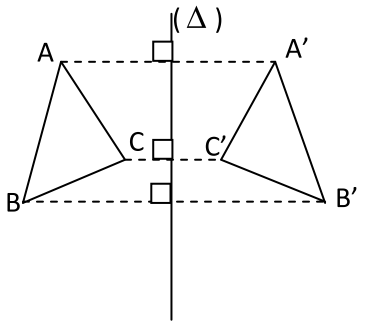
-ស.គ ទំព័រទី៣៧៦ ដល់ ទំព័រទី៣៧៧

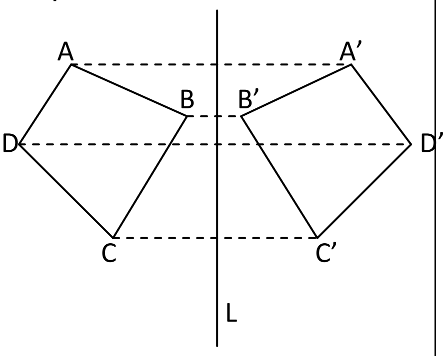
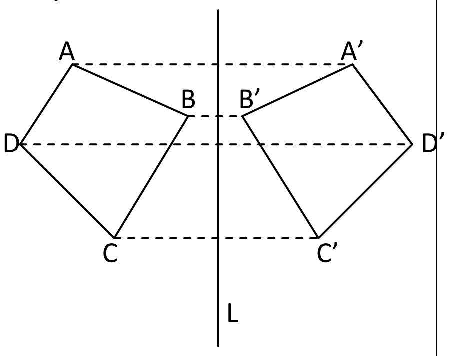
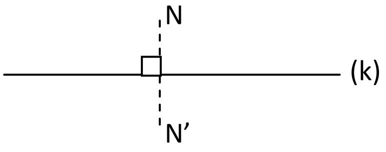
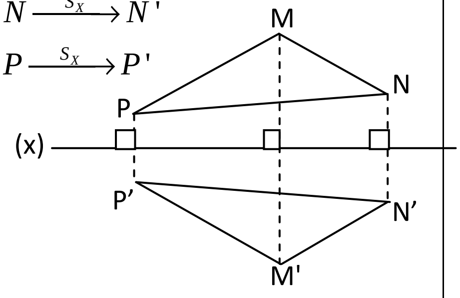
-បន្ទាត់ ដែកឈាន

VI ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់	**ជំហានទី១៖លំនឹងថ្នាក់**	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-គេមានចំនុច $M(-5;2);N(-1;-1);P(-2;5)$ ជាកំពូលនៃត្រីកោណ ΔNMP ។រកកូអរ ដោនេនៃរូបភាពរបស់ ΔMNP តាមបំលែងកិលនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{U}=(5;3)$	**ជំហានទី២៖រំលឹកមេរៀនចាស់**	-រូបភាពនៃ ΔMNP គឺ $\Delta M^{'}N^{'}P^{'}$ ដែល $M(x;y)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}M^{'}(x+a;y+b)$ គេបាន $M(-5;2)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}M^{'}(-5+5;2+3)$ $M(-5;2)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}M^{'}(0;5)$

		$\bullet N(-1;-1)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}N'(-1+5;-1+3$ $N(-1;-1)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}N'(4;2)$ $\bullet P(-2;5)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}P(-2+5;5+3)$ $P(-2;5)\xrightarrow{t_{\vec{U}}}P'(3;8)$
-គេមានចំនុចPនិងបន្ទាត់ L មួយដូចរូបដែលPមិននៅលើ L។ -បើLជាកញ្ចក់តើ P' ជាអ្វីនៃ P -តើបំលែងពីចំនុចPទៅចំនុច P′ហៅថាបំលែងអ្វី? -ដូចម្តេចដែលហៅថាបំលែងឆ្លុះ? -Ex;១/ចូរសង់ចំនុចឆ្លុះ របស់ចំនុចAធៀនិងបន្ទាត់ L។	**ជំហានទី៣៖មេរៀនថ្មី** **មេរៀនទី២ បំលែងឆ្លុះ** **<u>២.១ បំលែងឆ្លុះចំនុច</u>** -គូសរូប  -បើLជាកញ្ចក់នោះP′ជារូបភាពនៃPធៀបនិងបន្ទាត់L។ -ហៅថាបំលែងឆ្លុះ -រូបភាពនៃចំនុចPតាមបំលែងឆ្លុះធៀបនិងបន្ទាត់LគឺP′ ដែលបន្ទាត់Lជាមេដ្យាទ័រនៃ PP′បើ P មិននៅលើ L។ គេសរសេរ $P\xrightarrow{S_L}P'$ ឬ $S_L(P)=P'$ ហៅថាបំលែងឆ្លុះនៃចំនុច ***សម្គាល់:**បើPនៅលើ L នោះរូបភាពនៃចំនុចPគឺចំនុចPខ្លួនឯង។ -ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចAធៀបនិងបន្ទាត់L គឺចំនុចA′។គេសរសេរ $A\xrightarrow{S_L}A'$ ឬ $S_L(A)=A'$	-គូសរូប  -បើLជាកញ្ចក់នោះP′ជារូបភាពនៃPធៀបនិងបន្ទាត់L។ -ហៅថាបំលែងឆ្លុះ -រូបភាពនៃចំនុចPតាមបំលែងឆ្លុះធៀបនិងបន្ទាត់LគឺP′ ដែលបន្ទាត់Lជាមេដ្យាទ័រនៃ PP′បើ P មិននៅលើ L។ គេសរសេរ $P\xrightarrow{S_L}P'$ ឬ $S_L(P)=P'$ ហៅថាបំលែងឆ្លុះនៃចំនុច ***សម្គាល់:**បើPនៅលើ L នោះរូបភាពនៃចំនុចPគឺចំនុចPខ្លួនឯង។ -ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចAធៀបនិងបន្ទាត់L គឺចំនុចA′។គេសរសេរ $A\xrightarrow{S_L}A'$ ឬ $S_L(A)=A'$

		
-រកចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចBធៀប និង (d) ។	-ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចBធៀបនិង (d) គឺចំនុចB′ ។ $B\xrightarrow{S_d}B'$ ឬ $S_d(B)=B'$ 	-ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចBធៀបនិង (d) គឺចំនុចB′ ។ $B\xrightarrow{S_d}B'$ ឬ $S_d(B)=B'$ 
-គេមានចំនុចA;B;C រត់មិនត្រង់គ្នា។ចូរសង់ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុច A;B;C ធៀបនិងបន្ទាត់ (Δ) ។	**២.២<u>បំលែងឆ្លុះនៃរូបធៀបនិងបន្ទាត់</u>** -ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុច A;B;C គឺចំនុច A′;B′;C′ ធៀបនិងបន្ទាត់ (Δ) ដែល៖ $A\xrightarrow{S_\Delta}A'$ $B\xrightarrow{S_\Delta}B'$ $C\xrightarrow{S_\Delta}C'$ 	-ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុច A;B;C គឺចំនុច A′;B′;C′ ធៀបនិងបន្ទាត់ (Δ) ដែល៖ $A\xrightarrow{S_\Delta}A'$ $B\xrightarrow{S_\Delta}B'$ $C\xrightarrow{S_\Delta}C'$ 
-ពេលគេភ្ជាប់ចំនុចទាំងបី A;B;C តើគេបានរូបអ្វី? -តើ $\Delta A'B'C'$ ជាអ្វីនៃ ΔABC ធៀបនិងបន្ទាត់ (Δ) ។ -ឲ្យសិស្សទាញសន្និដ្ឋាន	-ពេលគេភ្ជាប់ចំនុច A;B;C គេបានរូប ΔABC -$\Delta A'B'C'$ ជារូបឆ្លុះនៃ ΔABC ធៀបនិងបន្ទាត់ (Δ) ។ -បំលែងឆ្លុះនៃរូបFធៀបនិងបន្ទាត់គឺជារូបFថ្មីមួយទៀតដែលមានទំហំប៉ុនគ្នា។	-ពេលគេភ្ជាប់ចំនុច A;B;C គេបានរូប ΔABC -$\Delta A'B'C'$ ជារូបឆ្លុះនៃ ΔABC ធៀបនិងបន្ទាត់ (Δ) ។ -បំលែងឆ្លុះនៃរូបFធៀបនិងបន្ទាត់គឺជារូបFថ្មីមួយទៀតដែលមានទំហំប៉ុនគ្នា។
-Ex;២/ចូរសង់រូបឆ្លុះនៃ	-រូបឆ្លុះនៃចតុកោណMNPQ ធៀបនិងបន្ទាត់ L	-រូបឆ្លុះនៃចតុកោណMNPQ ធៀបនិងបន្ទាត់ L

ចតុកោណMNPQធៀបនិងបន្ទាត់ L ។	គឺចតុកោណM′N′P′Q′ 	គឺចតុកោណM′N′P′Q′ 
-រកចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចNធៀបនិងបន្ទាត់ដេក(k)។ -រករូបឆ្លុះនៃ ΔMNP ធៀបនិងបន្ទាត់ដេក(x)។	**ជំហានទី៤៖ពង្រឹងពុទ្ធិ**	-ចំនុចឆ្លុះនៃចំនុចNធៀបនិងបន្ទាត់(k)គឺN′។គេសរសេរ $N \xrightarrow{S_K} N'$  -រូបឆ្លុះនៃ ΔMNP ធៀបនិងបន្ទាត់(x)គឺ $\Delta M'N'P'$ ដែល $M \xrightarrow{S_X} M'$ $N \xrightarrow{S_X} N'$ $P \xrightarrow{S_X} P'$ 
-ឲ្យសិស្សធ្វើលំហាត់ទី2នៅទំព័រ146និងមើលមេរៀនបន្ត។	**ជំហានទី៥៖បណ្ដាំផ្ញើ**	-ធ្វើតាមបណ្ដាំផ្ញើ

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី២

I ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី២ បំលែងឆ្លុះ

II ចំណងជើងរង

២.៣ បំណកស្រាយបំលែងឆ្លុះក្នុងតំរុយកូអរដោនេ

III វត្ថុបំណងកមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖ បង្ហាញពីបំណកស្រាយបំលែងឆ្លុះក្នុងតំរុយកូអរដោនេបានត្រឹមត្រូវ។

-ចំណេះធ្វើ ៖ គណនាកូអរដោនេដោយប្រើបំលែងឆ្លុះបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍។

-ឥរិយាបថ ៖ មានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្ន និងចេះសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់។

IV រយៈពេល៖ ២ ម៉ ថ្ងៃ……………….…ទី………..…ខែ…………….…ឆ្នាំ……………….…

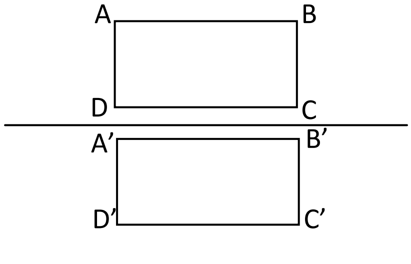
V សម្ភារឧបទេស

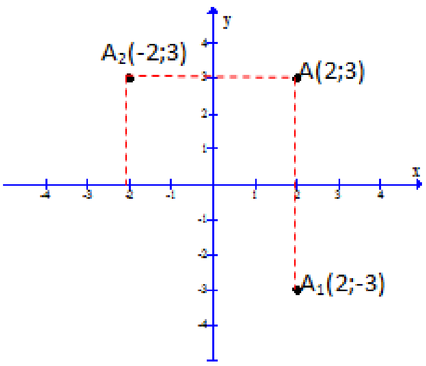
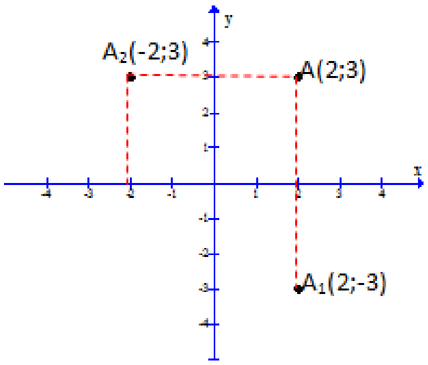
-ស.សទំព័រទី១៩៤ ដល់ ទំព័រទី ១៩៥

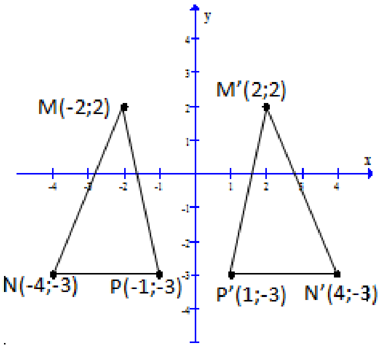
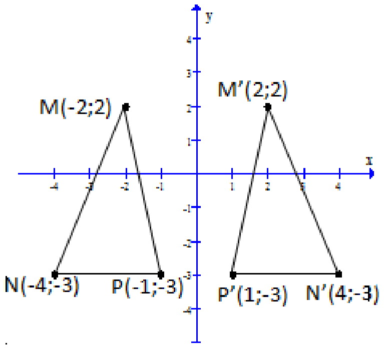
-ស.គ ទំព័រទី៣៧៨ ដល់ ទំព័រទី ៣៧៩

-បន្ទាត់ ដែកឈាន

VI ដំណើកនាំមេរៀន

<u>សកម្មភាពគ្រូ</u>	<u>ខ្លឹមសារមេរៀន</u>	<u>សកម្មភាពសិស្ស</u>
-ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់	**ជំហានទី១**៖លំនឹងថ្នាក់	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-ចូរសង់រូបឆ្លុះនៃចតុកោណ ABCDធៀបនិងបន្ទាត់ដេក L។	**ជំហានទី២**៖រំលឹកមេរៀនចាស់	-រូបឆ្លុះនៃចតុកោណABCDធៀប និងបន្ទាត់ L គឺចតុកោណA′B′C′D′ 

	ជំហានទី៣៖មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **មេរៀនទី២ បំលែខឆ្លុះ** **២.៣បំណោកស្រាយបំលែងឆ្លុះក្នុងតំរុយកូ<u>អរដោនេ</u>**	
-ចូរដៅចំនុច $A(2;3);A_1(2;-3);A_2(-2;3)$ ក្នុងតំរុយកូអរដោនេ។	-ដៅចំនុច $A;A_1;A_2$  	-ដៅចំនុច $A;A_1;A_2$ 
-តើចំនុចAនិងA_1ឆ្លុះគ្នាឬទេ។ បើឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្សអ្វី? -តើចំនុចAនិងA_2ឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្សអ្វី? -ទាញជាទូទៅបំលែងឆ្លុះនៃចំនុចធៀបនិងអ័ក្សអាប់ស៊ិស (x) និងអ័ក្សអរដោនេ (y) ។	-ចំនុចAនិងA_1ឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្ស $(x'x)$ -ចំនុចAនិងA_2ឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្ស $(y'y)$ **<u>ជាទូទៅ</u>៖**នៅក្នុងតំរុយកូអរដោនេ +បំលែងឆ្លុះនៃចំនុចMទៅM´ធៀបនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស (x) កំណត់ដោយ $M(x;y)\xrightarrow{S_x}M'(x;-y)$ +បំលែងឆ្លុះនៃចំនុចMទៅM´ធៀបនិងអ័ក្សអរដោនេ (y) កំណត់ដោយ $M(x;y)\xrightarrow{S_y}M'(-x;y)$	-ចំនុចAនិងA_1ឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្ស $(x'x)$ -ចំនុចAនិងA_2ឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្ស $(y'y)$ **<u>ជាទូទៅ</u>៖**នៅក្នុងតំរុយកូអរដោនេ +បំលែងឆ្លុះនៃចំនុចMទៅM´ធៀបនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស (x) កំណត់ដោយ $M(x;y)\xrightarrow{S_x}M'(x;-y)$ +បំលែងឆ្លុះនៃចំនុចMទៅM´ធៀបនិងអ័ក្សអរដោនេ (y) កំណត់ដោយ $M(x;y)\xrightarrow{S_y}M'(-x;y)$
-គេមានចំនុច $A(-1;-3)$ រកកូអរដោនេនៃចំនុចឆ្លុះA´ធៀបនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។	-រកកូអរដោនេនៃចំនុចA´ធៀបអ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $A(x;y)\xrightarrow{S_x}A'(x;-y)$ គេបាន $A(-1;-3)\xrightarrow{S_x}A'(-1;3)$	-រកកូអរដោនេនៃចំនុចA´ធៀបអ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $A(x;y)\xrightarrow{S_x}A'(x;-y)$ គេបាន $A(-1;-3)\xrightarrow{S_x}A'(-1;3)$
-គេឲ្យចំនុច $M(-2;2);N(-4;-3);P(-1;-3)$ ។រកកូអរដោនេនៃចំនុចឆ្លុះ $M';N';P'$ ធៀបនិងអ័ក្សអរដោនេ។ រួចសង់រូប។	-រកកូអរដោនេនៃ $M';N';P'$ $M(x;y)\xrightarrow{S_y}M'(-x;y)$ $M(-2;2)\xrightarrow{Sy}M'(2;2)$ $N(-4;-3)\xrightarrow{Sy}N'(4;-3)$ $P(-1;-3)\xrightarrow{Sy}P'(1;-3)$	-រកកូអរដោនេនៃ $M';N';P'$ $M(x;y)\xrightarrow{S_y}M'(-x;y)$ $M(-2;2)\xrightarrow{Sy}M'(2;2)$ $N(-4;-3)\xrightarrow{Sy}N'(4;-3)$ $P(-1;-3)\xrightarrow{Sy}P'(1;-3)$

-Ex;1/រករូបភាពនៃចំនុច $A(5;1)$ តាមបំលែងឆ្លុះធៀបនិងបន្ទាត់ $x=2$ ។ 2/រករូបភាពនៃ $B(4;1)$ តាមបំលែង ឆ្លុះធៀបនិងបន្ទាត់ $y=3$ ។	 **ចំណាំ**ៈបំលែងឆ្លុះនៃចំនុច $M(a;b)$ ធៀបនិងៈ +បន្ទាត់y=kគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(a;2k-b)$ +បន្ទាត់x=hគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(2h-a;b)$ +បន្ទាត់y=xគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(b;a)$ +បន្ទាត់y=-xគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(-b;-a)$ -រូបភាពនៃចំនុច $A(5;1)$ គឺ A' តាមបំលែងឆ្លុះធៀបនិងបន្ទាត់ $x=2$ កំណត់ដោយ $A(a;b)\rightarrow A'(2h-a;b)$ $A(5;1)\rightarrow A'(2\times2-5;1)$ $A(5;1)\rightarrow A'(-1;1)$ -រូបភាបនៃBគឺB´កំណត់ដោយ $B(a;b)\rightarrow B'(a;2k-b)$ $B(4;1)\rightarrow B'(4;2\times3-1)$ $B(4;1)\rightarrow B'(4;5)$	 **ចំណាំ**ៈបំលែងឆ្លុះនៃចំនុច $M(a;b)$ ធៀបនិងៈ +បន្ទាត់y=kគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(a;2k-b)$ +បន្ទាត់x=hគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(2h-a;b)$ +បន្ទាត់y=xគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(b;a)$ +បន្ទាត់y=-xគឺ $M(a;b)\rightarrow M'(-b;-a)$ -រូបភាពនៃចំនុច $A(5;1)$ គឺ A' តាមបំលែងឆ្លុះធៀបនិងបន្ទាត់ $x=2$ កំណត់ដោយ $A(a;b)\rightarrow A'(2h-a;b)$ $A(5;1)\rightarrow A'(2\times2-5;1)$ $A(5;1)\rightarrow A'(-1;1)$ -រូបភាបនៃBគឺB´កំណត់ដោយ $B(a;b)\rightarrow B'(a;2k-b)$ $B(4;1)\rightarrow B'(4;2\times3-1)$ $B(4;1)\rightarrow B'(4;5)$
-គេមានចំនុចA $A(2;2)$ ។ រកកូអរដោនេនៃឆ្លុះចំនុចA´ ធៀបនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ -រករូបភាពនៃចំនុច $D(-3;-6)$ តាមបំលែងឆ្លុះធៀប	**ជំហានទី៤ៈ**ពង្រឹងពុទ្ធិ	-កូអរដោនេនៃចំនុចឆ្លុះA´គឺ $A(a;b)\xrightarrow{Sx}A'(x;-y)$ $A(2;2)\xrightarrow{Sx}A'(2;-2)$ -រូបភាពនៃDគឺD´កំណត់ដោយ $D(a;b)\rightarrow D'(a;2k-b)$

និងបន្ទាត់ $y=-4$		$D(-3;-6)\to D'(-3;2\times(-4)-(-6$ $D(-3;-6)\to D'(-3;-2)$
-ឲ្យសិស្សធ្វើលំហាត់ទី៧ នៅទំព័រទី១៨៧	**ជំហានទី៥៖**បណ្តាំផ្ញើ	-ធ្វើតាមបណ្តាំផ្ញើ

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី២

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក១០ បំលែងរូបក្នុងប្លង់

មេរៀនទី៣ បំលែងវិល

II ចំណងជើងរង

៣.១ បំលែងវិលនៃចំនុច

៣.២ បំលែងវិលរូប

៣.៣ បំណាកស្រាយបំលែងវិលក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ

III វត្ថុបំណងកមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖ ប្រាប់បានពីលក្ខណ:គ្រឹះរបស់បំលែងវិលចំនុច បំលែងវិលរូប។

-ចំណេះធ្វើ ៖ សង់បំលែងវិលចំនុច បំលែងវិលរូបនិងគណនាកូអរដោនេបំលែងវិលក្នុងតម្រុយកូអរដោនេបានត្រឹមត្រូវតាមរយ:ឧទាហរណ៍។

-ឥរិយាបថ ៖ មានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្ន និងចេះសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់។

IV រយ:ពេល៖ ២ ម៉ ថ្ងៃ…………………ទី……….ខែ…………….ឆ្នាំ………………..

V សម្ភារឧបទេស

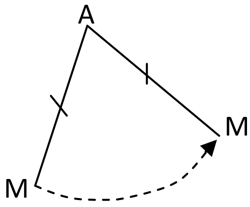
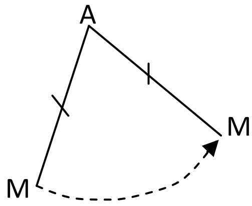
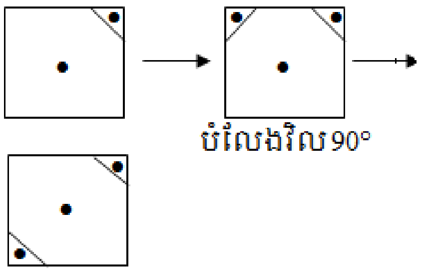
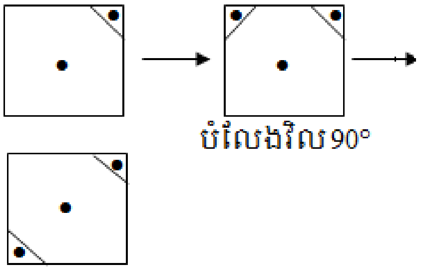
-ស.សទំព័រទី១៤៨ ដល់ ទំព័រទី១៥១

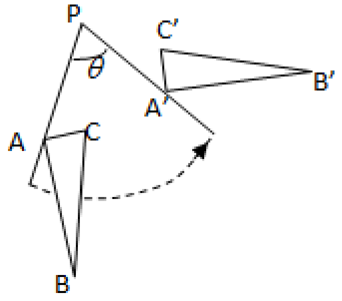
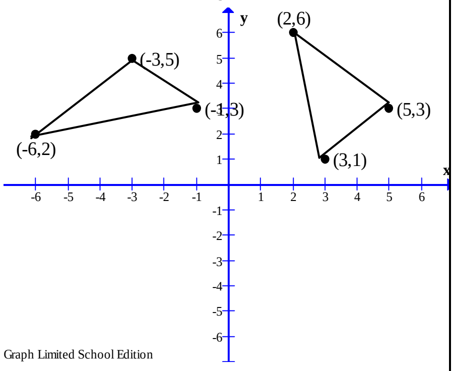
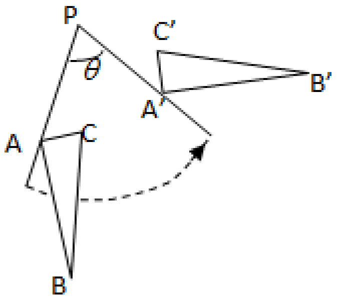
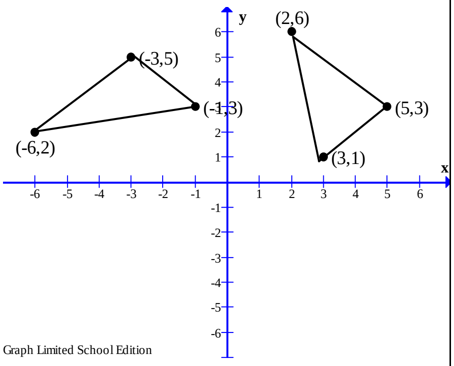
-ស.គ ទំព័រទី៣៨២ ដល់ ទំព័រទី៣៨៦

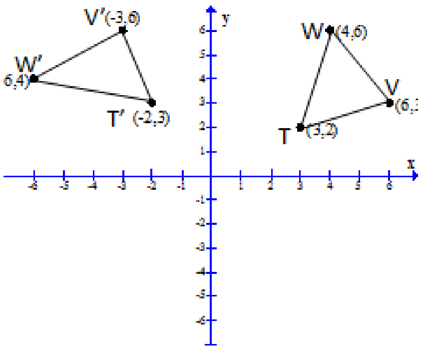
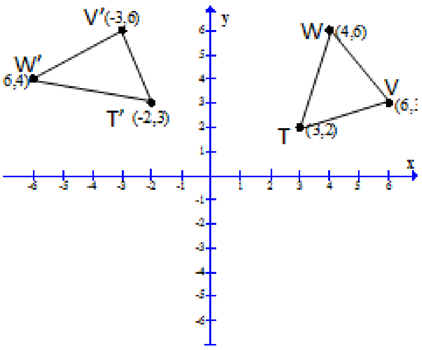
-បន្ទាត់ ដែកឈាន

VI ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់។	**ជំហានទី លំនឹងថ្នាក់**	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-រករូបភាពនៃចំណុច $A(6;2)$ និងចំណុច $B(4;4)$ តាមបំលែងឆ្លុះនៃអ័ក្សអរដោនេ។	**ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀនចាស់**	-រូបភាពនៃចំណុចAនិងBគឺA′ និងB′ ដែល $A(6;2)\xrightarrow{Sy}A'(-6;2)$ និង $B(4;4)\xrightarrow{Sy}B'(-4;4)$

	ជំហានទី៣ មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **មេរៀនទី៣ បំលែងកិល** **៣.១ បំលែងវិលចំណុច**	
-គេចងខ្សែពីចំណុចនឹង A គេបានAM។បន្ទាប់មកគេទាញពីចំណុច M ទៅ M′ ដែល AM=AM′ និងបានមុំα មួយ។នោះគេថា M′ ជារូបភាពនៃចំណុច M ។តើបំលែងពីចំណុច M ទៅ M′ ហៅថាបំលែងអ្វី? -ចូរទាញករណីទូទៅនៃបំលែងវិល	-បំលែងពីចំណុច M ទៅ M′ ហៅថាបំលែងវិល។ដែល AM=AM′  **-ជាទូទៅ៖**រូបភាពនៃចំណុចM តាមបំលែងវិលមុំαជុំវិញផ្ចិតA គឺចំណុចM′ដែល AM=AM′ $\angle MAM'=\lvert\alpha\rvert$ $\alpha \succ 0$ មានទិលដៅច្រាសទ្រនិចនាឡិកា $\alpha \prec 0$មានទិសដៅដូចទ្រនិចនាឡិកាធ្នូMM′ជាទិសដៅ រូបភាពនៃAគឺA	-បំលែងពីចំណុច M ទៅ M′ ហៅថាបំលែងវិល។ដែល AM=AM′  **-ជាទូទៅ៖**រូបភាពនៃចំណុចM តាមបំលែងវិលមុំαជុំវិញផ្ចិតA គឺចំណុចM′ដែល AM=AM′ $\angle MAM'=\lvert\alpha\rvert$ $\alpha \succ 0$ មានទិលដៅច្រាសទ្រនិចនាឡិកា $\alpha \prec 0$មានទិសដៅដូចទ្រនិចនាឡិកាធ្នូMM′ជាទិសដៅ រូបភាពនៃAគឺA
-ឧទាហរណ៍៖ចូរធ្វើបំលែងវិលនៃមុំ$90°;180°$	-បំលែងវិលនៃមុំ$90°;180°$ គឺ  បំលែងវិល$90°$ បំលែងវិល$180°$	-បំលែងវិលនៃមុំ$90°;180°$ គឺ  បំលែងវិល$90°$ បំលែងវិល$180°$
-ចូរធ្វើបំលែងកិលនៃΔABC ជុំវិញចំណុចP។	**៣.២ បំលែងវិលរូប** -រូបភាពនៃΔABC ជុំវិញចំណុចPគឺΔABCដែលθ	-រូបភាពនៃΔABCជុំវិញចំណុចP គឺΔABCដែលθជាមុំរង្វិលហើយ

-ចូរធ្វើការសន្និដ្ឋានបំលែងរិល -ឲ្យសិស្សសង្កេតមើលឧទាហរណ៍ ដើម្បីទាញរករូបភាពនៃ ΔMNP ដែល $M(3;1); N(5;3)$ និង $P(2;6)$ តាមបំលែងរិលផ្ចិតOមានមុំ $\theta = 90^\circ$ ។ -ប្រាប់សិស្សៈពេលគេភ្ជាប់ OM; ON;OPតាមចំណុច O គេបាន OM=OM′;ON=ON′;OP=OP′ និង $\angle MOM' = \angle NON' = \angle POP' = \theta$ -ចូរទាញរកទៅ -ឧទាហរណ៍ៈគេមាន ΔTVW	ជាមុំរង្វិលហើយPA=PA′និង $\angle APA' = \theta$  -**សន្និដ្ឋានៈ**ចំពោះបំលែងរិល +រូបភាពនៃអង្កត់មួយជាអង្កត់មួយទៀតដែលអង្កត់ទាំងពីរមាន ប្រវែងស្មើគ្នា។ +រូបភាពនៃរូបFមួយជារូបF′មួយទៀតដែលលប៉ុនគ្នានិងរូបF។ **៣.៣ បំណកស្រាយបំលែងរិលក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ** -រូបភាពនៃ ΔMNP គឺ $\Delta M'N'P'$ តាមបំលែងរិលផ្ចិត O  -តាមរូបភាពគេបានកូអរដោនៃចំណុច $M'(1;3); N'(-3;5); P(-6;2)$ -ជាទូទៅៈ +រូបភាពបំលែងរិលផ្ចិតOមុំ $\theta = 90^\circ$ គឺ $P(x;y) \to P'(-y;x)$ +រូបភាពបំលែងរិលផ្ចិតOមុំ	PA=PA′និង $\angle APA' = \theta$  -**សន្និដ្ឋានៈ**ចំពោះបំលែងរិល +រូបភាពនៃអង្កត់មួយជាអង្កត់មួយទៀតដែលអង្កត់ទាំងពីរមានប្រវែងស្មើគ្នា។ +រូបភាពនៃរូបFមួយជារូបF′មួយទៀតដែលលប៉ុនគ្នានិងរូបF។ -រូបភាពនៃ ΔMNP គឺ $\Delta M'N'P'$ តាមបំលែងរិលផ្ចិត O  -តាមរូបភាពគេបានកូអរដោនៃចំណុច $M'(1;3); N'(-3;5); P(-6;2)$ -ជាទូទៅៈ +រូបភាពបំលែងរិលផ្ចិតOមុំ $\theta = 90^\circ$ គឺ $P(x;y) \to P'(-y;x)$ +រូបភាពបំលែងរិលផ្ចិតOមុំ

ដែល $T(3;2);V(6;3);W(4;6)$ រករូបភាពនៃ ΔTVW តាមបំលែងវិលផ្ចិតOមុំ $\theta=90^\circ$	$\theta=180^\circ$ គឺ $P(x;y)\to P'(-x;-y)$ +រូបភាពបំលែងវិលផ្ចិតOមុំ $\theta=270^\circ$ ឬ 90° គឺ $P(x;y)\to P'(y;-x)$ -រូបភាពនៃ ΔTVW តាមបំលែងវិលផ្ចិតOមុំ $\theta=90^\circ$ គឺ $\Delta T'V'W'$ ដែល $T(x;y)\to T'(-y;x)$ $T(3;2)\to T'(-2;3)$ គេបាន $V(6;3)\to V'(-3;6)$ $W(4;6)\to W'(-6;4)$ 	$\theta=180^\circ$ គឺ $P(x;y)\to P'(-x;-y)$ +រូបភាពបំលែងវិលផ្ចិតOមុំ $\theta=270^\circ$ ឬ 90° គឺ $P(x;y)\to P'(y;-x)$ -រូបភាពនៃ ΔTVW តាមបំលែងវិលផ្ចិតOមុំ $\theta=90^\circ$ គឺ $\Delta T'V'W'$ ដែល $T(x;y)\to T'(-y;x)$ $T(3;2)\to T'(-2;3)$ គេបាន $V(6;3)\to V'(-3;6)$ $W(4;6)\to W'(-6;4)$ 
-រករូបភាពនៃចំណុច $P(x;y)$ ក្នុងបំលែងវិលដែលមានផ្ចិត Oមុំ $\theta=180^\circ$ ។ -រករូបភាពនៃចំណុច $B(-3;4)$ តាមបំលែងវិលដែល មានមុំ $\theta=180^\circ$ ។	**ជំហានទី៤ ពង្រឹងពុទ្ធិ**	-រូបភាពនៃចំណុច $P(x;y)$ គឺ $P'(-x;-y)$ តាមបំលែងវិល -រូបភាពនៃចំណុចBគឺB′ដែល $B(-3;4)\to B'(3;-4)$
-ឲ្យសិស្សធ្វើលំហាត់លេខ៣	**ជំហានទី៥ បណ្តាំផ្ញើ**	-ធ្វើតាមបណ្តាំផ្ញើ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី១

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក១០ បំលែងរូបក្នុងប្លង់

មេរៀនទី៤ បំលែងចាំង

II ចំណងជើងរង

៤.១បំលែងចាំងចំនុច

៤.២ បំលែងចាំងរូប

III វត្ថុបំណងកមេរៀន ក្រោយពីរៀនមេរៀនម៉ោងនេះចប់សិស្សមាន:

-ចំណេះដឹង ៖ សិស្សប្រាប់បានពីលក្ខណ:គ្រឹះបំលែងចាំងចំណុច និង បំលែងចាំងចំណុច

-ចំណេះធ្វើ ៖ សិស្សសង់បានពីរូបភាពនៃចំនុចមួយតាមបំលែងចាំង

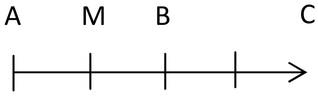
-ឥរិយាបថ ៖ សិស្សយកបំលែងចាំងទៅអនុវត្តក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ

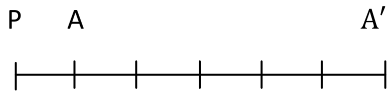
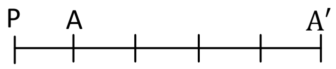
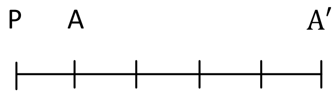
IV រយ:ពេល៖ ២ម៉ ថ្ងៃ…………………ទី…………ខែ……………ឆ្នាំ………………..

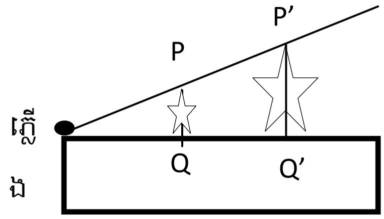
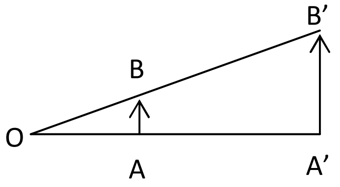
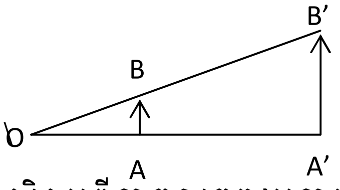
V សម្ភារឧបទេស

- ក្រដាសមានក្រឡា បន្ទាត់ ដែកឈាន ផ្ទាំងក្រដាសជាទូទៅ និង សន្និដ្ឋាន

VI ដំណឹកនាំមេរៀន រយ:ពេល 50 នាទី

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
• គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ វិន័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ អវត្តមាន	ជំហានទី1 រយ:ពេល3នាទី	• ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
• ចូបំពេញចន្លោះ:  $\overrightarrow{AC} = \cdots \overrightarrow{AM}$ $\overrightarrow{AB} = \cdots \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC} = \cdots \overrightarrow{AB}$	ជំហានទី2 រយ:ពេល5នាទី	$\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AM}$ $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

• តើ$\frac{PA'}{PA}$=? • គ្រូណែនាំថាA′ជារូបភាពនៃAតាមបំលែងចាំងផ្ចិតPក្រោមផលធៀប 6:1។ • គ្រូបិតផ្ទាំងជាទូទៅ គ្រូដាក់ប្រត្តិបត្តិ តើ$\frac{PA'}{PA}$? តើប្រភាគនេះមានន័យថាPA′ ប៉ុន្មានភាគ?ហើយPAប៉ុន្មានភាគ? ចូសង់រូប • បើយើងបញ្ចាំងភ្លើងហ្វាទៅលើបង្គោលដែលមានបិត	ជំហានទី3 រយៈពេល30នាទី 1.1 បំលែងចាំងចំណុច គេមានចំនុចនឹងPនិងចំនុចAមួយ គេផ្លាស់ទីចំនុចAទៅចំនុចA′ ដែល $\frac{PA'}{PA}=\frac{6}{1}$  ជាទូទៅ:រូបភាពនៃចំណុចAតាមបំលែងចាំងផ្ចិតPក្រោមផលធៀបcគឺចំណុចA′ ដែល $\overrightarrow{PA'}=c\overrightarrow{PA}$គេកំណត់សរសេរ $A\xrightarrow{h}A'$ ឬ A′=h(A)។ ប្រត្តិបត្តិ: ក.គេមានចំណុចនឹងP និងចំណុចAមួយ។គេធ្វើបំលែងចាំងចំណុចAទៅចំណុចA′ដែល PA′=5PA។ចូរគូសរូបបំលែងចាំងនេះ រូចរកផលធៀបរវាងPA′ និង PA។ ខ.បើ PA=2 រក PA′ ចម្លើយ ក.គូសរូបបំលែងចាំង  ខ.បើ PA=2 រក PA′ ដោយPA′=5PA និង PA=2 នោះ PA′=5⋅2 = 10 4.2 បំលែងចាំងរូប	• $\frac{PA'}{PA}=\frac{6}{1}$ $\frac{PA'}{PA}=\frac{5}{1}$ ប្រភាគនេះមានន័យថាPA′ 5ភាគហើយPA 1ភាគ  .បើ PA=2 រក PA′ ដោយPA′=5PA និង PA=2 នោះ PA′=5⋅2 = 10 • រូបផ្កាយ

រូបផ្កាយតើរូបភាពនៅលើជញ្ជាំង(ដូចរូប)ជារូបភាពអ្វី? • ហើយត្រីកោណOPQ និង OP′Q′ជាត្រីកោណយ៉ាងម៉េចនិងគ្នា? • ដូច្នេះ $\frac{P'Q'}{PQ}$ =? • រី $\frac{OQ'}{OQ}=c$ ដែល $\frac{P'Q'}{PQ}=c$ ជាផលធៀបបំលែងចាំង • គ្រូបិតផ្ទាំងប្រត្តិបត្តិ • ឥឡូវប្អូនគូររូបដំណាង • ចូពិភាក្សា 5mn • គ្រូបិតផ្ទាំសន្និដ្ឋានដោយពន្យល់	 ដោយត្រីកោណOPQដូចត្រីកោណOP′Q′ យើងបាន $$\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{OQ'}{OQ}$$ $\frac{OQ'}{OQ}=c$ ដែល $\frac{P'Q'}{PQ}=c$ ជាផលធៀបបំលែងចាំង ប្រត្តិបត្តិ: គេបញ្ចាំងពិលទៅលើបង្គោលកម្ពស់ 1.5m គេឃើញស្រមោលនៅលើជញ្ជាំងចម្ងាយ9mពីពិល និង ចម្ងាយពីពិលទៅបង្គោល 3m។រកកម្ពស់ស្រមោល ចម្លើយ  យើងមាន $\frac{A'B'}{AB}=\frac{OA'}{OA}$ ដោយ AB=1.5m ; OA=3m ;OA′=9m នោះA′B′=$\frac{1.5\cdot 9}{3}=4.5$ ដូច្នេះ A′B′=4.5m	• ជាត្រីកោណដូចគ្នា • $\frac{P'Q'}{PQ}=\frac{OQ'}{OQ}$ •  • សិស្សពិភាក្សារួចរាយការណ៍ • យើងមាន $\frac{A'B'}{AB}=\frac{OA'}{OA}$ ដោយ AB=1.5m ; OA=3m ;OA′=9m នោះA′B′=$\frac{1.5\cdot 9}{3}=4.5$ ដូច្នេះ A′B′=4.5m

	សន្និដ្ឋាន ▪ បើc> 0 រូបភាពនិងរូបភាពដើមនៅតែម្ខាងផ្ចិតបំលែងចាំង ▪ បើc> 0 រូបភាពនិងរូបភាពដើមនៅម្ខាងម្នាក់នៃផ្ចិតបំលែងចាំង ▪ រូបភាពនៃមុំជាមុំប៉ុនគ្នា ▪ រូបភាពនៃរូបជារូបពីដូចគ្នា	
តើA′ជារូបភាពនៃAតាមបំលែងចាំងផ្ចិតPក្រោមផលធៀបcកំណត់ដោយដូចម្តេច? បើផលធៀប c> 0រូបភាពយ៉ាងម៉េច? • ចុះc< 0?	ជំហានទី4 រយៈពេល3mn	រូបភាពនៃចំណុចAតាមបំលែងចាំងផ្ចិតPក្រោមផលធៀបcគឺចំណុចA′ ដែល$\overrightarrow{PA'} = c\overrightarrow{PA}$ គេកំណត់សរសេរ A⟶ A′ ឬ A′=h(A)។ • បើc> 0 រូបភាពនិងរូបភាពដើមនៅតែម្ខាងផ្ចិតបំលែងចាំង • រូបភាពនៃរូបជារូបពីដូចគ្នា
• ពេលប្អូនទៅផ្ទះខំរៀន និងជួយធ្វើការងារផ្ទះផង	ជំហានទី5 រយៈពេល2mn	សិស្សស្តាប់ដោយយកចិត្តទុកដាក់

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា:គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១០

ម៉ោងទី២-៣

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក១០ **បំលែងរូបក្នុងប្លង់**

មេរៀនទី៤ **បំលែងចាំង**

II ចំណងជើងរង

៤.៣ បំណកស្រាយបំលែងចាំងក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ

III វត្ថុបំណងកមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖ បកស្រាយបំលែងចាំងក្នុងតម្រុយកូអរដោនេបានត្រឹមត្រូវ។

-ចំណេះធ្វើ ៖ សង់ចំណុចនិងរូបបំលែងចាំងក្នុងប្លង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយ:ឧទាហរណ៍។

-ឥរិយាបថ ៖ មានបំរុងប្រយ័ត្នក្នុងការសង់រូបកិលប្រកបដោយស្មារតីខ្ពស់។

IV រយ:ពេល៖ ២ម៉ ថ្ងៃ…………………ទី……….ខែ…………….ឆ្នាំ………………..

V សម្ភារឧបទេស

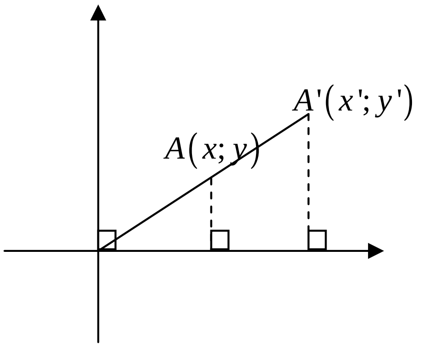
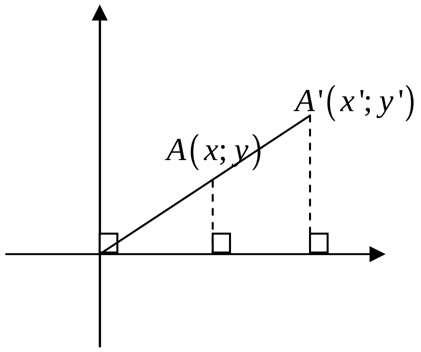
-ស.ស ទំព័រទី១៥៦ ដល់ ទំព័រទី ១៥៧

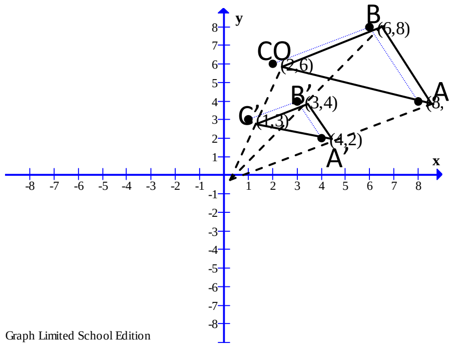
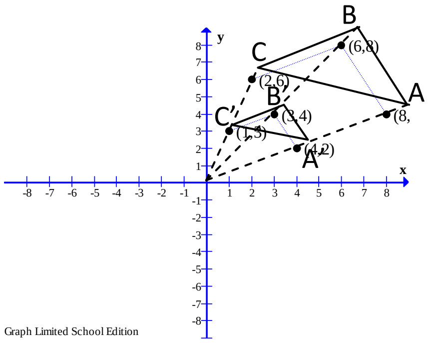
-ស.គ ទំព័រទី ៣៩០ ដល់ ទំព័រទី ៣៩១

-ដុំគ្រួស បន្ទាត់ ដែកឈាន

VI ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់សិស្ស។	**ជំហានទី១ លំនឹងថ្នាក់**	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-តើរូបភាពនៃចំណុច A តាមបំលែងចាំងផ្ចិត P ផលធៀប c	**ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀនចាស់**	-រូបភាពនៃចំណុច A តាមបំលែងចាំងផ្ចិត P ផលធៀប c កំណត់ដោយ $A \xrightarrow{h} A'$ ឬ $A' = h(A)$ ។

កំណត់យ៉ាងដូចម្តេច?		
-ឧទាហរណ៍១៖គេមានចំណុច $A(x;y)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ។ រករូបភាពនៃចំណុចA តាមបំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ផលធៀបc ជាចំនួនថេរ។ រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេដែល $(x;y;c\succ 0)$ ។ -ដៅចំណុច A ; A′ក្នុងតម្រុយកូអរដោនរួច ប្រាប់សិស្សឲ្យទម្លាក់ចំណោលកែងពី A ; A′ទៅលើអ័ក្ស $(x'ox)$ ត្រង់ BនិងB′។ -ដោយ $\Delta OAB \sim \Delta O'A'B'$ តើគេបានផលធៀបនៃជ្រុងរបស់វាយ៉ាងដូចម្តេច? -តែ $OB'=x';OB=x;A'B'=y'$ និង $AB=y$ នោះតើ $x=?;y=?$ -ទាញករណីទូទៅ?	**ជំហានទី៣ មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **មេរៀនទី៤ បំលែងចាំង** **៤.៣បកស្រាយបំលែងចាំងក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ** -តាង $A'(x';y')$ ជារូបភាពនៃចំណុច $A(x;y)$  -ដោយ ΔOAB ដូច $\Delta OA'B'$ នោះគេបានផលធៀបនៃជ្រុងរបស់វាគឺ $\frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}=\frac{AB}{A'B'}=c$ នាំឲ្យ $\frac{OA}{OA'}=x \Leftrightarrow OA=cOA'$ $\frac{OB}{OB'}=c \Leftrightarrow OB=cOB'$ $\frac{AB}{A'B'}=c \Leftrightarrow AB=cA'B'$ -តែ $OB'=x';OB=x;A'B'=y'$ និង $AB=y$ នោះ $x'=cx;y'=cy$ ដូចនេះរូបភាពនៃ $A(x;y)$ គឺ $A'(cx;cy)$ ។ -**ជាទូទៅ**៖រូបភាពនៃចំណុច $A(x;y)$ តាមបំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ផលធៀបcគឺA′ដែលកំណត់ដោយ	-តាង $A'(x';y')$ ជារូបភាពនៃចំណុច $A(x;y)$  -ដោយ ΔOAB ដូច $\Delta OA'B'$ នោះគេបានផលធៀបនៃជ្រុងរបស់វាគឺ $\frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}=\frac{AB}{A'B'}=c$ នាំឲ្យ $\frac{OA}{OA'}=x \Leftrightarrow OA=cOA'$ $\frac{OB}{OB'}=c \Leftrightarrow OB=cOB'$ $\frac{AB}{A'B'}=c \Leftrightarrow AB=cA'B'$ -តែ $OB'=x';OB=x;A'B'=y'$ និង $AB=y$ នោះ $x'=cx;y'=cy$ ដូចនេះរូបភាពនៃ $A(x;y)$ គឺ $A'(cx;cy)$ ។ -**ជាទូទៅ**៖រូបភាពនៃចំណុច $A(x;y)$ តាមបំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ផលធៀបcគឺA′ដែលកំណត់ដោយ

-ឧទាហរណ៍ទី២៖រករូបភាពនៃចំណុច $A(2;3)$ តាមបំលែង ចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ដែលc=2។ -គេមាន ΔABC ដែល $A(8;4)$ $B(6;8)$ និង $C(2;6)$ ។ រករូបភាពនៃ ΔABC តាមបំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ដែលមានផលធៀប $c=\frac{1}{2}$ គូររូបបញ្ជាក់។	$A(x;y)\xrightarrow{h}A'(cx;cy)$ ។ -រករូបភាពនៃចំណុចA តាមបំលែងចាំង $A(x;y)\xrightarrow{h}A'(cx;cy)$ គេបាន $A(2;3)\xrightarrow{h}A(2\times2;2\times3)$ $A(2;3)\xrightarrow{h}A(4;6)$ ដូចនេះរូបភាពនៃ $A(2;3)$ គឺ $A'(4;6)$ ។ -រូបភាពនៃ ΔABC គឺ $\Delta A'B'C'$ តាមបំលែងចាំង $A(x;y)\xrightarrow{h}A(cx;cy)$ គេបាន $\oplus A(8;4)\xrightarrow{h}A'\left(\frac{1}{2}\times8;\frac{1}{2}\times4\right)$ $A(8;4)\xrightarrow{h}A'(4;2)$ $\oplus B(6;8)\xrightarrow{h}B'\left(\frac{1}{2}\times6;\frac{1}{2}\times8\right)$ $B(6;8)\xrightarrow{h}B'(3;4)$ $\oplus C(2;6)\xrightarrow{h}C'\left(\frac{1}{2}\times2;\frac{1}{2}\times6\right)$ $C(2;6)\xrightarrow{h}C'(1;3)$ 	$A(x;y)\xrightarrow{h}A'(cx;cy)$ ។ -រករូបភាពនៃចំណុចA តាមបំលែងចាំង $A(x;y)\xrightarrow{h}A'(cx;cy)$ គេបាន $A(2;3)\xrightarrow{h}A(2\times2;2\times3)$ $A(2;3)\xrightarrow{h}A(4;6)$ ដូចនេះរូបភាពនៃ $A(2;3)$ គឺ $A'(4;6)$ ។ -រូបភាពនៃ ΔABC គឺ $\Delta A'B'C'$ តាមបំលែងចាំង $A(x;y)\xrightarrow{h}A(cx;cy)$ គេបាន $\oplus A(8;4)\xrightarrow{h}A'\left(\frac{1}{2}\times8;\frac{1}{2}\times4\right)$ $A(8;4)\xrightarrow{h}A'(4;2)$ $\oplus B(6;8)\xrightarrow{h}B'\left(\frac{1}{2}\times6;\frac{1}{2}\times8\right)$ $B(6;8)\xrightarrow{h}B'(3;4)$ $\oplus C(2;6)\xrightarrow{h}C'\left(\frac{1}{2}\times2;\frac{1}{2}\times6\right)$ $C(2;6)\xrightarrow{h}C'(1;3)$ 
-តើរូបភាពនៃចំណុច $A(x;y)$ តាមបំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ផលធៀប $c\neq0$ កំណត់យ៉ាងដូចម្តេច? -រករូបភាពនៃចំណុច	**ជំហានទី៤ ពង្រឹងពុទ្ធិ**	-រូបភាពនៃចំណុច $A(x;y)$ តាម បំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ ផលធៀប $c\neq0$ កំណត់ដោយ $A(x;y)\xrightarrow{h}A'(cx;xy)$ -រករូបភាពនៃចំណុច $M(2;4)$ តាមបំលែងចាំង

$M(2;4)$ តាមបំលែងចាំងផ្ចិត $O(0;0)$ មានផលធៀបc=-1។		$M(2;4)\xrightarrow{h}M'(-1\times 2;-1\times 4)$ $M(2;4)\xrightarrow{h}M'(-2;-4)$
-ឲ្យសិស្សធ្វើលំហាត់៣ ;៤;៥ទំព័រទី១៥៨	**ជំហានទី៥ បណ្តាំផ្ញើ**	-ធ្វើតាមបណ្តាំផ្ញើ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

បង្រៀនថ្ងៃទី............ខែ...............ឆ្នាំ...................

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ **ធរណីមាត្រក្នុងលំហ**

មេរៀនទី១ រូបធរណីមាត្រក្នុងលំហ

១.ការគូសរូបក្នុងលំហនៅលើប្លង់

២.លក្ខណៈគ្រឹះ

ក.ស្វ័យសត្យបន្ទាត់

ខ.ស្វ័យសត្យប្លង់

គ.ការកំណត់ប្លង់

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ

-ចំណេះដឹង: ប្រាប់បានពីស្វ័យសត្យបន្ទាត់ និងប្លង់

-ចំណេះធ្វើ: ចេះគូសរូបក្នុងលំហលើប្លង់ និងចេះកំណត់ប្លង់

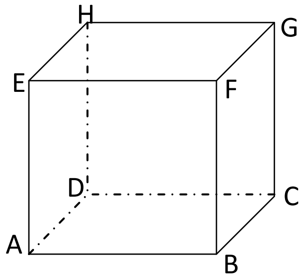
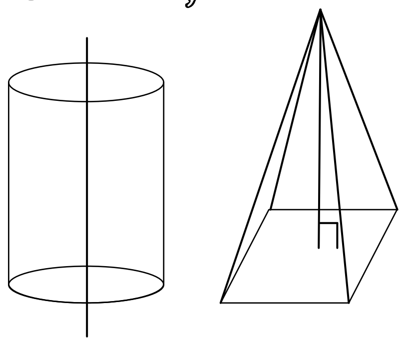
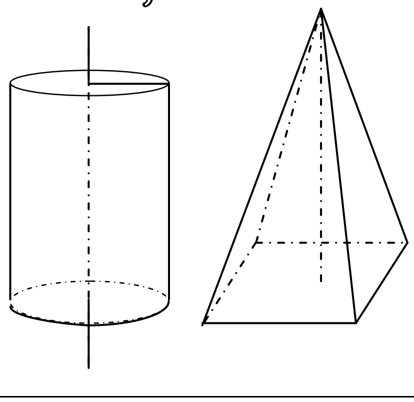
-ឥរិយាបថ: អនុវត្តក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ

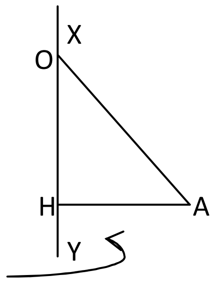
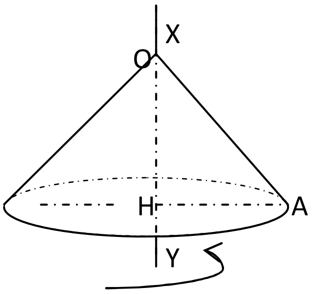
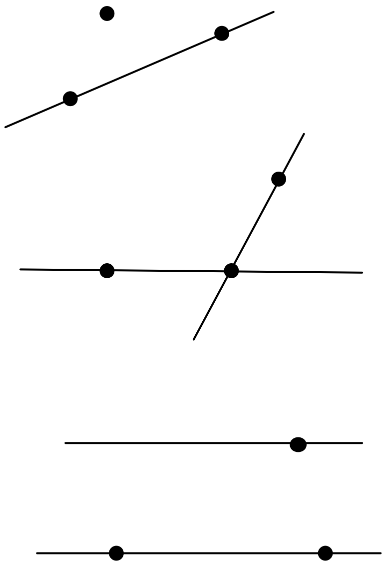
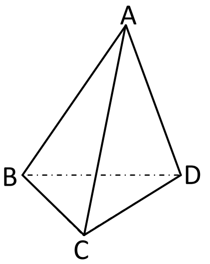
III.សម្ភារៈឧបទេស: បន្ទាត់ គូប

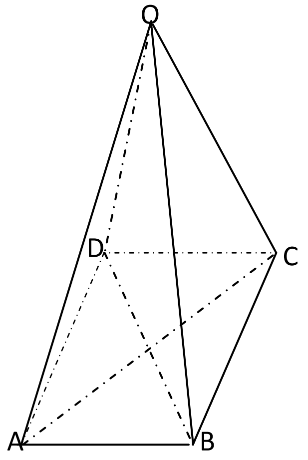
IV.រយៈពេលបង្រៀន: ៩០នាទី

V.ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន:

សកម្មភាពគ្រូ	**ខ្លឹមសារមេរៀន**	**សកម្មភាពសិស្ស**
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់ និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	តំណាងសិស្សរាយការណ៍
• ដូចម្តេចហៅថាបន្ទាត់? • តើគូបមួយមានមុខប៉ុន្មាន? ទ្រនុងប៉ុន្មាន? • ដូចម្តេចហៅថាប្លង់? • គេតាងប្លង់ដោយរូបអ្វី?	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	• បន្ទាត់ជាខ្សែត្រង់គ្មានព្រំដែន • គូបមួយមានមុខ៦ ទ្រនុង១២ • ប្លង់គឺផ្ទៃរាបស្មើគ្មានព្រំដែន

បង្ហាញគូបឲ្យសិស្សសង្កេត 		•រូបប្រលេឡូក្រាម
• តើទ្រនុងណាស្របគ្នា?ទ្រនុងណាខ្លះមើលឃើញនិងមើលមិនឃើញ?មុខណាខ្លះមើលមិនឃើញ? • ក្នុងលំហបន្ទាត់មើលមិនឃើញត្រូវគូសដាច់ៗ • ចូរប្អូនពិនិត្យរូបតើAB = BC? • តើទ្រនុងគូបទាំងអស់ស្មើគ្នា? • ដូច្នេះអង្កត់ពីរស្មើគ្នានៅក្នុងលំហអាចមិនចាំបាច់ស្មើគ្នានៅ ក្នុងប្លង់ • ចូរគូសរូបទាំងនេះឡើងវិញឲ្យបានត្រឹមត្រូវ 	**ជំហានទី៣(៦០នាទី)** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **រូបធរណីមាត្រក្នុងលំហ** **១.ការគូសរូបក្នុងលំហនៅលើប្លង់** ដើម្បីគូសរូបក្នុងលំហគេត្រូវ -ស្គាល់ច្បាស់អំពីទ្រង់ទ្រាយដើម -បន្ទាត់ស្របក្នុងលំហតាងដោយបន្ទាត់ស្របក្នុងប្លង់ -អង្កត់ពីរប្រវែងស្មើគ្នានៅក្នុងលំហអាចមិនចាំបាច់តាងដោយអង្កត់ពីរស្មើគ្នានៅក្នុងប្លង់ -បន្ទាត់មើលមិនឃើញក្នុងលំហត្រូវគូសដាច់ៗក្នុងប្លង់។	• $[AB] \parallel [EF] \parallel [HG] \parallel [DC]$ • $[AE] \parallel [BF] \parallel [CG] \parallel [DH]$ • $[AD] \parallel [BC] \parallel [FG] \parallel [EH]$ •ទ្រនុងមើលឃើញគឺ $[AB]; [BC]; [AE]; [BF]; [CG]$ $[EF]; [HG]$ •ទ្រនុងមើលមិនឃើញគឺ $[AD]; [DC]; [DH]$ •មុខមើលមិនឃើញគឺ $ABCD; ADHE; DCGH$ • $AB \neq BC$ •ស្មើគ្នា •រូបត្រឹមត្រូវ 

		
• តាមបីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នា តើគេអាចគូសបានរូបអ្វី? • ត្រីកោណជាអ្វី?	២.លក្ខណៈគ្រឹះ ក.ស្វ័យសត្យបន្ទាត់ តាមពីចំណុចគេអាចគូសបន្ទាត់បានតែមួយគត់។	បានរូបត្រីកោណ • ត្រីកោណជាផ្នែកមួយនៃប្លង់ដែលខណ្ឌដោយខ្សែកាច់បីអង្កត់បិទជិត
• ល្អណាស់!បីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នាកំណត់បានត្រីកោណមួយហើយត្រីកោណជាប្លង់ទាញបានបីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នាកំណត់បានអ្វី? • តាមបីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នា តើគេអាចគូសបានរូបអ្វីខ្លះ?	ខ.ស្វ័យសត្យប្លង់ តាមបីចំណុចមិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ គេអាចកំណត់បានប្លង់មួយ។ គ.ការកំណត់ប្លង់ -បីចំណុចមិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ កំណត់បានប្លង់មួយ។ -បន្ទាត់មួយនិងចំណុចមួយមិននៅលើបន្ទាត់នោះ កំណត់បានប្លង់មួយ។ -បន្ទាត់ពីរកាត់គ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ។ -បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ។	• បីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នាកំណត់ បានត្រីកោណមួយ ហើយត្រីកោណជាប្លង់ទាញបានបីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ 
• តើបួនចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នាបីៗ គេអាចកំណត់បានប្លង់ប៉ុន្មាន?		• កំណត់បានប្លង់៤

	ABCDជាតេ ត្រាអែតឬចតុមុខ	
គេមានការេABCDនិងចំណុចO មួយមិននៅក្នុងប្លង់ការេនេះ។ ក.ចូរគូសរូបឲ្យបានត្រឹមត្រូវ ខ.តាមរូបនេះតើគេអាចកំណត់បានប្លង់ប៉ុន្មាន?អ្វីខ្លះ?	**ជំហានទី៤(១៥នាទី)** **ពង្រឹងពុទ្ធិ**	ក.  ខ.ប្លង់មាន៧គឺOAB;OBC OCD;OAD;OAC;OBD និងABCD
ធ្វើលំហាត់លេខ១ដល់៣ទំព័រ១៧២	**ជំហានទី៥(៣នាទី)** **បណ្តាំផ្ញើ**	សិស្សកត់លេខទំព័រនិងលេខលំហាត់ទុកធ្វើនៅផ្ទះ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

បង្រៀនថ្ងៃទី.............ខែ.....................ឆ្នាំ២០១....

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I.ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ **ធរណីមាត្រក្នុងលំហ**

មេរៀនទី១ **រូបធរណីមាត្រក្នុងលំហ**

២.លក្ខណ:គ្រឹះ

ឃ.បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់

ង.ប្រសព្វរវាងប្លង់និងប្លង់

II.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន *ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ*

-ចំណេះដឹង: *ប្រាប់បានពីលក្ខណ:បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់និងលក្ខខណ្ឌប្លង់ពីរកាត់គ្នា*

-ចំណេះធ្វើ: *ចេះធ្វើលំហាត់និងចេះកំណត់បន្ទាត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ពីរ*

-ឥរិយាបថ: *មានចំណូលចិត្តលើការសិក្សាធរណីមាត្រ*

III.សម្ភារ:ឧបទេស *បន្ទាត់ ផ្ទាំងក្រដាសកាតុង*

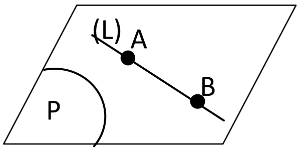
IV.រយ:ពេលបង្រៀន *១ម៉ោង*

V.ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន

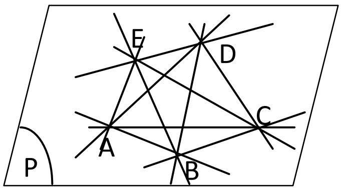
សកម្មភាពគ្រូ	**ខ្លឹមសារមេរៀន**	**សកម្មភាពសិស្ស**
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	**ជំហានទី១(២នាទី)** **រដ្ឋបាលថ្នាក់**	តំណាងសិស្សរាយការណ៍
តើត្រូវមានលក្ខខណ្ឌអ្វីខ្លះដើម្បីកំណត់បានប្លង់មួយ?	**ជំហានទី២(៨នាទី)** **រំលឹកមេរៀនចាស់**	➢ បីចំណុចរត់មិនត្រង់គ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ ➢ បន្ទាត់មួយនិងចំណុចមួយមិននៅលើបន្ទាត់នោះកំណត់បានប្លង់មួយ

<table>
<tr><td></td><td></td><td>➢ បន្ទាត់ពីរកាត់គ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ
➢ បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ</td></tr>
<tr><td>-គ្រូចែកក្រដាសកាតុងឲ្យសិស្សតាមក្រុមរួចឲ្យសិស្សដៅចំណុចពីរនៅលើក្រដាសបន្ទាប់មកឲ្យសិស្សយកបន្ទាត់ដាក់កាត់តាមចំណុចទាំងពីរនេះ។
-តើបន្ទាត់នេះនៅឯណា?$A;B$នៅឯណា?
-តើ(L)នៅឯណា?

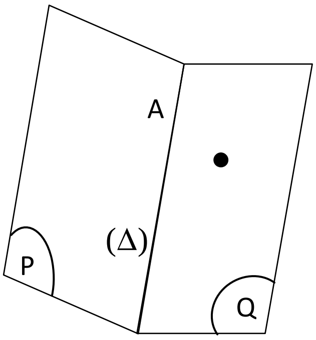
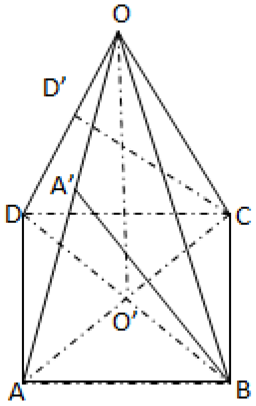
-គេមានប្រាំចំណុច A,B,C,D,E ក្នុងប្លង់(P)ដែលចំណុចបីៗមិនស្ថិតលើបន្ទាត់តែមួយ។
-តើតាមប្រាំចំណុចនេះគេអាចគូសបានបន្ទាត់ដែលស្ថិតនៅក្នុងប្លង់(P)ប៉ុន្មាន?

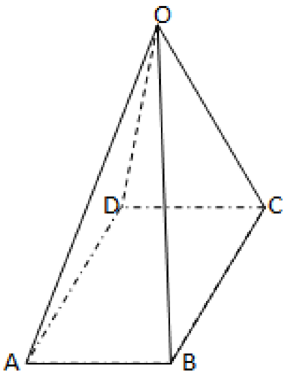
➢ នៅលើប្លង់(P)មានការេ</td><td>ជំហានទី៣(៣០នាទី)
មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ
២.លក្ខណ:គ្រឹះ
ឃ.បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់


-បើបន្ទាត់មួយនិងប្លង់មួយមានចំណុចរួមពីរផ្សេងគ្នានោះបន្ទាត់ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់នោះ។
$\left.\begin{array}{l}A;B\in(P)\\A;B\in(L)\end{array}\right|\Rightarrow(L)\subset(P)$

ង.ប្រសព្វរវាងប្លង់និងប្លង់
ប្លង់ពីរមានចំណុចរួមមួយវាប្រសព្វបានបន្ទាត់មួយ</td><td>-បន្ទាត់នេះនៅលើប្លង់ក្រដាស
➢ $A;B\in(P)$
➢ $A;B\in(L)\,(L)\subset(P)$


-តាមប្រាំចំណុចនេះគេអាចគូសបានបន្ទាត់ដែលស្ថិតនៅក្នុងប្លង់(P)ចំនួន១០គឺ
(AB),(AC),(AD),(AE),(BC)
(BD),(BE),(CD),(CE),(DE)</td></tr>
</table>

$ABCD$ មួយនិងចំណុចO មួយនៅក្រៅប្លង់(P)។ ក.កំណត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ OAC និង OBD ។ ខ. A' ចំណុចកណ្តាលនៃ $[OA]$ ចូរកំណត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ $A'BC$ និង OAD; $A'BC$ និង ODC	ដែលកាត់តាមចំណុចរួមនោះ $\left.\begin{matrix} A\in (P), A\in (Q) \\ (P)\cap(Q)=\{(\Delta)\}\end{matrix}\right\| \Rightarrow A\in(\Delta)$  	 ក.កំណត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ OAC និង OBD យក O' ជាផ្ចិតការេ $ABCD$ $ABCD$ $ABCD$ $ABCD$ $ABCD$ នោះ $\left.\begin{matrix} (OO')\subset(OAC) \\ (OO')\subset(OBD)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (OAC)\cap(OBD=\{(OO')\}$ ខ.កំណត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ $A'BC$ និង OAD; $A'BC$ និង ODC តាម A' កណ្តាល $[OA]$ គូសបន្ទាត់ស្របនឹង $[BC]$ កាត់ $[OD]$ ត្រង់ D' យើងបាន $\left.\begin{matrix} A'D'\subset(OAD) \\ A'D'\subset(A'BC)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (OAD)\cap(A'BC)=\{A'D'\}$ $\left.\begin{matrix} D'C\subset(A'BC) \\ D'C\subset(ODC)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (A'BC)\cap(ODC)=\{D'C\}$
-តើពេលណាទើបបន្ទាត់មួយនៅក្នុងប្លង់? $\left.\begin{matrix} M,N\in(P) \\ M,N\in(L)\end{matrix}\right\| \Rightarrow ?$ -ពិនិត្យរូប	**ជំហានទី៤(៨នាទី)** **ពង្រឹងពុទ្ធិ**	➢ បន្ទាត់មួយនៅក្នុងប្លង់កាលណាបន្ទាត់នោះមានពីរចំណុចស្ថិតនៅក្នុងប្លង់នោះ $\left.\begin{matrix} M,N\in(P) \\ M,N\in(L)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (L)\subset(P)$

$(OAD) \cap (ABC) = ?$ $(OAB) \cap (OBC) = ?$		$(OAD) \cap (ABC) = \{(AD)\}$ $(OAB) \cap (OBC) = \{(OB)\}$
លំហាត់៤និង៥ទំព័រ១៧២	**ជំហានទី៥(២នាទី)** **បណ្ដាំផ្ញើ**	*សិស្សកត់លេខលំហាត់និងលេខទំព័រទុក*

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី.........ខែ...........ឆ្នាំ២០១.....
វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ **ធរណីមាត្រក្នុងលំហ**

មេរៀនទី១ **រូបធរណីមាត្រក្នុងលំហ**

៣.ទីតាំងរវាងបន្ទាត់និងប្លង់

ក.ទីតាំងរវាងបន្ទាត់ពីរក្នុងលំហ

ខ.ទីតាំងរវាងបន្ទាត់និងប្លង់

គ.ទីតាំងរវាងប្លង់ពីរ

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ក្រោយរៀនចប់សិស្សអាចៈ

a. ចំណេះដឹង: កំណត់ទីតាំងរវាងបន្ទាត់ពីរ បន្ទាត់និងប្លង់ ប្លង់ពីរក្នុងលំហ

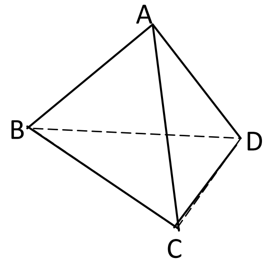
b. ចំណេះធ្វើ: ចេះធ្វើលំហាត់

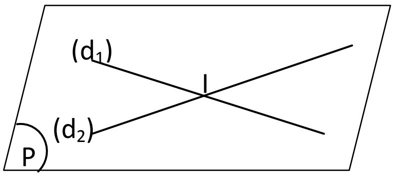
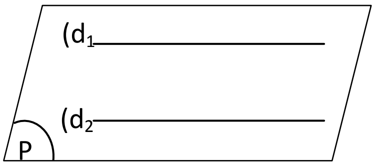
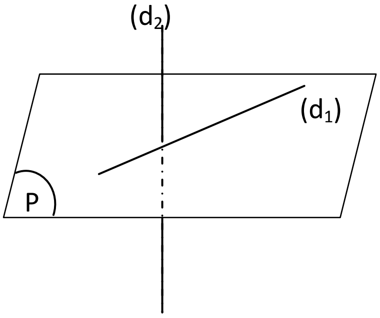
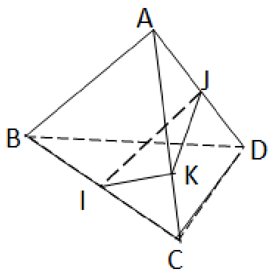
c. ឥរិយាបថ: សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់ដោយស្មារតីយោគយល់

III.សម្ភារៈឧបទេស បន្ទាត់ គូប បណ្ណលំហាត់

IV.រយៈពេលបង្រៀន ៩០នាទី

V.ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	តំណាងសិស្សរាយការណ៍
-គេមានតេត្រាអ៊ែតABCD ក.កំណត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ ABCនិងBCD	ជំហានទី២(៨នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	

ខ. $(ABD)\cap(ACD)=?$ គ. $\left.\begin{matrix}(d)\subset(P)\\(d)\subset(Q)\end{matrix}\right\| \Rightarrow ?$		ក. $(ABC)\cap(BCD)=(BC)$ ខ. $(ABD)\cap(ACD)=(AD)$ គ. $\left.\begin{matrix}(d)\subset(P)\\(d)\subset(Q)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (P)\cap(Q)=(d)$
-តើលក្ខខណ្ឌបន្ទាត់ពីរនៅក្នុងប្លង់មានអ្វីខ្លះ? -នៅក្នុងលំហបន្ទាត់ពីរកាត់គ្នាស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយឬទេ? -ចុះបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា? ➢ នៅក្នុងលំហមានបន្ទាត់ពីរមិនកាត់និងមិនស្របគ្នាឬទេ? -តើបន្ទាត់ទាំងពីរនេះឋិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយឬទេ? -តែបើគេរំកិលបន្ទាត់នេះឲ្យស្របនឹងបន្ទាត់ដើម បន្ទាត់ទាំងពីរនោះនឹងកាត់គ្នាផ្តុំបានមុំមួយ -គេឲ្យI;J;Kជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃជ្រុងBC,AD និងACនៃតេត្រាអ៊ែតABCD។	**ជំហានទី៣(៦០នាទី)** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **៣.ទីតាំងរវាងបន្ទាត់និងប្លង់** **ក.ទីតាំងរវាងបន្ទាត់ពីរក្នុងលំហ**  $(d_1)\cap(d_2)=\{I\}$  $\left.\begin{matrix}(d_1)\cap(d_2)=\varnothing\\(d_1);(d_2)\subset(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (d_1)\parallel(d_2)$  $\left.\begin{matrix}(d_1)\cap(d_2)=\varnothing\\(d_1)\nparallel(d_2)\end{matrix}\right\| \Leftrightarrow (d_1)$ មិនស្របនិងមិនកាត់នឹង (d_2) **ខ.ទីតាំងរវាងបន្ទាត់និងប្លង់** **បន្ទាត់កាត់ប្លង់**	-លក្ខខណ្ឌបន្ទាត់ពីរនៅក្នុងប្លង់មានបន្ទាត់កាត់គ្នានិងបន្ទាត់ស្របគ្នា -នៅក្នុងលំហបន្ទាត់ពីរកាត់គ្នាស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ -នៅក្នុងលំហបន្ទាត់ពីរស្របគ្នាស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ -មាន -បន្ទាត់ទាំងពីរនេះមិនឋិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយទេ 

ក.បង្ហាញថាមុំ $\angle I$ និង $\angle J$ នៃត្រីកោណIJKគឺជាមុំដែលបង្កើតឡើងដោយបន្ទាត់(IJ)ជាមួយនឹងបន្ទាត់(AB)និង(CD)រៀងគ្នា។

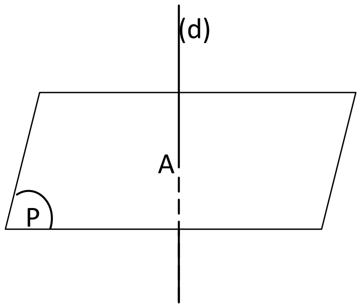
ខ.បើAB=CDបង្ហាញថាត្រី.IJK ជាត្រីកោណសមបាត

- ចូរប្អូនយកបន្ទាត់មួយនិងក្រដាសមួយសន្លឹកហើយរកគ្រប់ទីតាំងនៃបន្ទាត់និងប្លង់
- តាមបីចំណុចA,B,Cវត់មិនត្រង់គ្នា គេគូសអង្កត់ $AA';BB';CC'$ ស្របគ្នាហើយប៉ុនៗគ្នា។K,L,M,N,Pចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃAB $A'C'$ $B'C',KL$ និងKM។បង្ហាញថា៖

ក.$(NP)\bigcap(AA'C'C)$

ខ.$(NP)\bigcap(BB'C'C)$

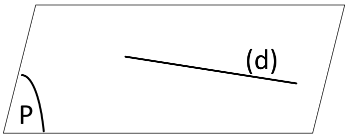
-បង្ហាញប្លង់ពីរឲ្យសិស្សកំណត់ទីតាំងរបស់វាក្នុងលំហ។



$(d)\cap(P)=\{A\}$

បន្ទាត់ស្របប្លង់

$(d)\parallel(P)$ បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់



$(d)\subset(P)$

គ.ទីតាំងរវាងប្លង់ពីរ

ប្លង់ត្រួតស៊ីគ្នា

ក.ដោយI,J,Kចំណុចកណ្តាលរៀងនៃBC,AD,AC

$\Rightarrow IK\parallel AB \,\&\, JK\parallel CD$

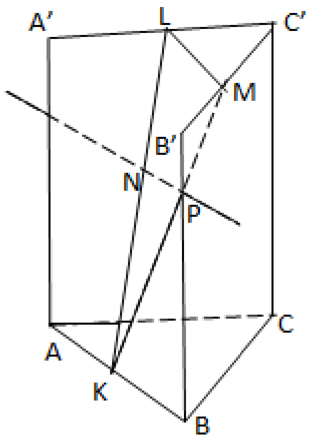
ដូច្នេះ $\angle I$ និង $\angle J$ នៃ ΔIJK ជាមុំបង្កើតឡើងដោយ (IJ) ជាមួយ (AB) និង (CD) រៀងគ្នា

ខ. $IK=\frac{1}{2}AB$ និង $JK=\frac{1}{2}CD$

បើ $AB=CD\Rightarrow IK=JK$

ដូច្នេះ ΔIJK ជាត្រីកោណសមបាត

-បន្ទាត់កាត់ប្លង់ ស្រប និងនៅក្នុងប្លង់ដូចខ្លឹមសារមេរៀន។



បង្ហាញថា

ក.$(NP)\bigcap(AA'C'C)$

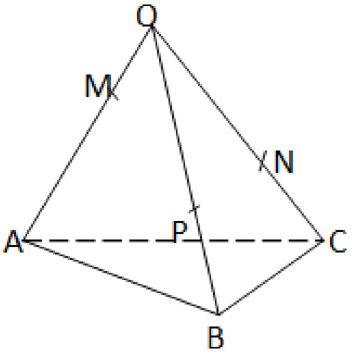
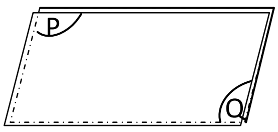
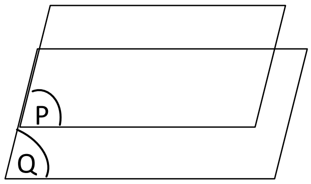
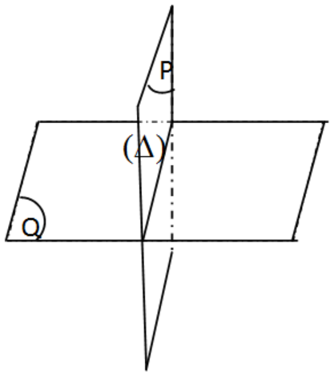
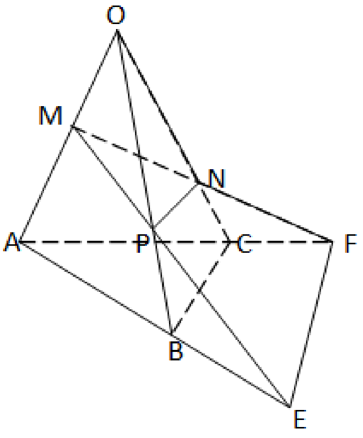
$\left.\begin{array}{l}(NP)\parallel(LM)\\(LM)\cap(AA'C'C)=\{L\}\end{array}\right|\Rightarrow(NP)\cap(AA'C'C)$

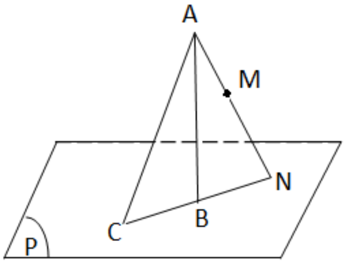
ខ.$(NP)\bigcap(BB'C'C)$

$\left.\begin{array}{l}(NP)\parallel(LM)\\(LM)\cap(BB'C'C)=\{M\}\end{array}\right|\Rightarrow(NP)\cap(BB'C'C)$

-ប្លង់ពីរនៅជាប់គ្នាជាប្លង់ត្រួតស៊ីគ្នា

-ប្លង់ពីរគ្មានចំណុចរួមជា

-ប្លង់ពីរកាត់គ្នាបានអ្វី? -ចតុមុខOABCនិងចំណុច M,N,Pនៅលើជ្រុងOA,OC OBរៀងគ្នាដូចរូប។ប្លង់ABCមិនស្របនិងប្លង់MNP។ ក.ចូរសង់ប្រសព្វរវាងប្លង់ ABCនិងMNP។ ខ.រកលក្ខខណ្ឌM,N,Pដើម្បីឲ្យប្លង់ $(ABC)\parallel(MNP)$។ 	 គ្រប់ចំណុចនៃ(P)ជាចំណុចនៃ(Q)នោះ (P)ត្រួតលើ(Q) **ប្លង់ស្របគ្នា**  ប្លង់(P)និង(Q)គ្មានចំណុចរួមនោះ $(P)\parallel(Q)$ **ប្លង់ប្រសព្វគ្នា**  $\left.\begin{array}{l}(P)\not\equiv(Q)\\(P)\nparallel(Q)\end{array}\right\} \Leftrightarrow (P)\cap(Q)=(\Delta)$	ប្លង់ស្របគ្នា -ប្លង់ពីរនេះមិនស្រប មិនត្រួតស៊ីគ្នាជាប្លង់កាត់គ្នា -ប្លង់ពីរកាត់គ្នាបានបន្ទាត់មួយ។  ក.យកEជាប្រសព្វរវាង(MP) និង(AB)ហើយ $\left.\begin{array}{l}(MN)\cap(AC)=\{F\}\\(MP)\cap(AB)=\{E\}\end{array}\right\} \Rightarrow (MNP)\cap(ABC)=\{EF\}$ ខ.$\frac{OM}{OA}=\frac{OP}{OB}=\frac{ON}{OC}$ $\Leftrightarrow (ABC)\parallel(MNP)$
➢ តើទីតាំងរវាងបន្ទាត់ពីរក្នុងលំហមានប៉ុន្មាន? ➢ តើទីតាំងរវាងបន្ទាត់និងប្លង់ក្នុងលំហមានប៉ុន្មាន?	**ជំហានទី៤(១៥នាទី)** **ពង្រឹងពុទ្ធិ**	➢ មានពាគឺបន្ទាត់ស្រប បន្ទាត់កាត់និងបន្ទាត់មិនស្របមិនកាត់ ➢ មានបីគឺបន្ទាត់កាត់ប្លង់ បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់និងបន្ទា

➢ តើទីតាំងរវាងប្លង់ពីរក្នុងលំហមានប៉ុន្មាន? ➢ គេមាន $B,C\in(P)$ និងចំណុច $A\notin(P)$ ។ដៅចំណុច $M\in(ABC)$ ។$(AM)\cap(P)=\{N\}$ បង្ហាញថា B,C,N នៅលើបន្ទាត់តែមួយ។		ត់ស្របនឹងប្លង់ ➢ មានបីគឺប្លង់ត្រួតស៊ីគ្នា ប្លង់ស្របគ្នានិងប្លង់កាត់គ្នា  $\left.\begin{array}{l}(ABC)\cap(P)=\{BC\}\\(ABC)\cap(P)=\{N\}\end{array}\right\vert\Rightarrow N\in(BC)$
លំហាត់លេខ៧និង៨ទំព័រ ១៧៣	**ជំហានទី៥(៣នាទី)** **បណ្តាំផ្ញើ**	សិស្សកត់

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

បង្រៀនថ្ងៃទី..........ខែ.................ឆ្នាំ២០១....

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I.ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

មេរៀនទី២ បន្ទាត់និងប្លង់ស្របក្នុងលំហ

២.១.បន្ទាត់ស្របគ្នា

២.២.បន្ទាត់ស្របនឹងប្លង់

II.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន *ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាច ៖*

ចំណេះដឹង: *ប្រាប់បានពីលក្ខណៈបន្ទាត់ស្របគ្នាក្នុងលំហ*

ចំណេះធ្វើ: *ចេះធ្វើលំហាត់*

ឥរិយាបថ: *សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់ដោយភាពជឿជាក់*

III.សម្ភារៈឧបទេស *បន្ទាត់ ផ្ទាំងក្រដាសប្លង់ប្រសព្វគ្នា*

IV.រយៈពេលបង្រៀន *៩០នាទី*

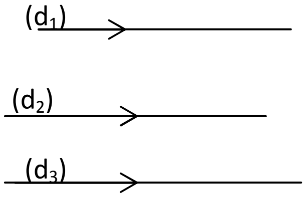
V.ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) លំនឹងថ្នាក់	*តំណាងសិស្សរាយការណ៍*
-តើទីតាំងបន្ទាត់ពីរនៅក្នុងលំហមានប៉ុន្មានករណី? ▪ *ចូរប្អូនៗរកឧទាហរណ៍បន្ទាត់ស្របគ្នាក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃឲ្យបានម្នាក់មួយ*	ជំហានទី២(៨នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	*-មានបីករណីគឺបន្ទាត់ស្របគ្នាបន្ទាត់កាត់គ្នានិងបន្ទាត់មិនស្របមិនកាត់* ▪ *សិស្សឲ្យឧទាហរណ៍ដូចជាជើងតុ គែមក្តារខៀន....*
	ជំហានទី៣(៦០នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ	

<table>
<tr>
<td>

▪ បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាជាបន្ទាត់ដូចម្ដេច?

▪ តើគេអាចគូសបន្ទាត់បានប៉ុន្មានឲ្យកាត់តាមមួយចំណុចហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់មួយផ្សេងទៀត

▪ 

$\left.\begin{matrix}(d_1)\parallel(d_2)\\(d_2)\parallel(d_3)\end{matrix}\right|\Rightarrow ?$

ឧទាហរណ៍គេមានបន្ទាត់ $(a)\parallel(b)$ ហើយ

$(a)\subset(P);(b)\subset(Q)$

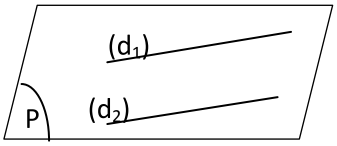
$\&(P)\cap(Q)=(l)$

បង្ហាញថា $(l)\parallel(a)\parallel(b)$

</td>
<td>

២.១.បន្ទាត់ស្របគ្នា

ក.និយមន័យ



បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាជាបន្ទាត់ដែលឋិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ ហើយវាគ្មានចំណុចរួម។

$(d_1)\parallel(d_2)\Leftrightarrow\begin{cases}(d_1)\cap(d_2)=\varnothing\\(d_1),(d_2)\subset(P)\end{cases}$

ខ.លក្ខណៈ:

១.តាមចំណុចមួយឋិតនៅក្រៅបន្ទាត់មួយ គេអាចគូសបន្ទាត់បានតែមួយគត់ដែលស្របទៅនឹងបន្ទាត់នោះ

២.បើបន្ទាត់ពីរផ្សេងគ្នាស្របទៅនឹងបន្ទាត់ទី៣នោះបន្ទាត់ទាំងពីរនោះស្របគ្នា។

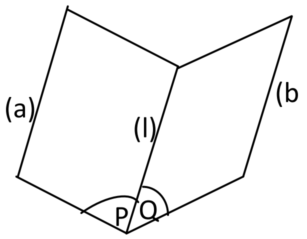
$\left.\begin{matrix}(d_1)\parallel(d_2)\\(d_3)\parallel(d_2)\end{matrix}\right|\Rightarrow(d_1)\parallel(d_3)$

</td>
<td>

▪ បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាជាបន្ទាត់ដែលស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ គ្មានចំណុចរួម

▪ បានតែមួយគត់

$\left.\begin{matrix}(d_1)\parallel(d_2)\\(d_2)\parallel(d_3)\end{matrix}\right|\Rightarrow(d_1)\parallel(d_3)$

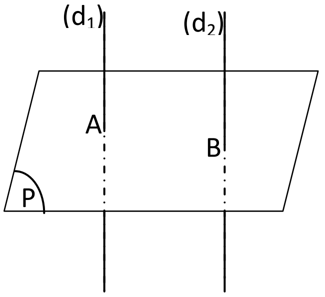


បង្ហាញថា $(l)\parallel(a)\parallel(b)$

ឧបមាថា $(a)\cap(l)=\{I\}$

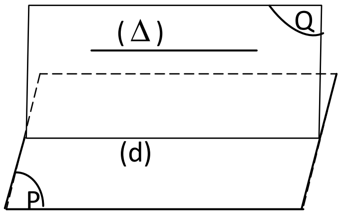
នោះ $I\in(a)\,\&\,I\in(l)$

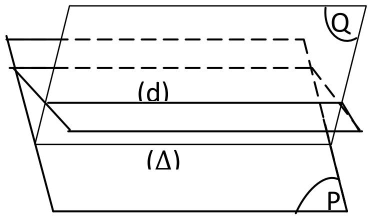
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>$\left.\begin{array}{l} I\in(a)\\ (a)\parallel(b)\end{array}\right|\Rightarrow I\subset(a;b)\ (i)$
$\left.\begin{array}{l} I\in(l)\\ (P)\cap(Q)=\{l\}\end{array}\right|\Rightarrow I\in(Q)\ (ii)$
$(i)\&(ii)\Rightarrow\{I\}=(a;b)\cap(Q)$
$\left.\begin{array}{l}\{I\}=(a;b)\cap(Q)\\ \{b\}=(a;b)\cap(Q)\end{array}\right\}I\in(b)$
$\left.\begin{array}{l}I\in(a)\\ I\in(b)\end{array}\right|\Rightarrow(a)\cap(b)=\{I\}$
ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម
ដូចនេះ $(a)\parallel(l)$, (1)
ស្រាយដូចគ្នាចំពោះ
$(b)\parallel(l)$, (2)
តាមទំនាក់ទំនង $(1)\&(2)$ បាន
$(l)\parallel(a)\parallel(b)$</td>
</tr>
<tr>
<td>ប្លង់(P)មួយកាត់បន្ទាត់(d_1) ហើយ $(d_1)\parallel(d_2)$ ។តើប្លង់ (P)កាត់ បន្ទាត់(d_2)ឬទេ?</td>
<td>៣.បន្ទាត់ពីរស្របគ្នា គ្រប់ប្លង់ដែលកាត់តាមបន្ទាត់ទីមួយត្រូវកាត់បន្ទាត់ទីពីរ


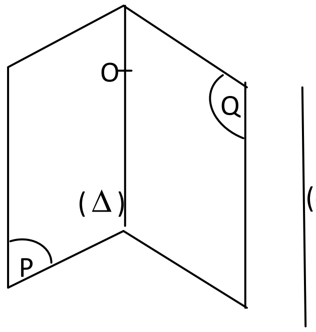
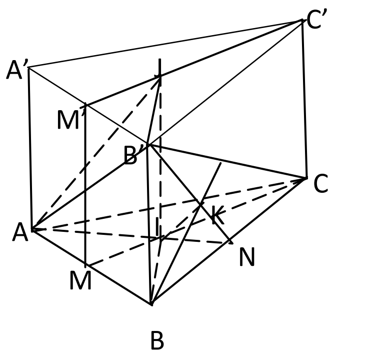
$\left.\begin{array}{l}(d_1)\parallel(d_2)\\ (P)\cap(d_1)=\{A\}\end{array}\right|\Rightarrow(P)\cap(d_2)=\{B\}$
២.២.បន្ទាត់ស្របនឹងប្លង់
ក.និយមន័យ</td>
<td>▪ កាត់</td>
</tr>
<tr>
<td>គ្រូណែនាំឲ្យសិស្សសង្កេតបន្ទាត់ស្របនឹងប្លង់ក្នុងជីវភាពជាក់ស្តែងរូចទាញ</td>
<td>បន្ទាត់មួយស្របនឹងប្លង់មួយកាលណាវាគ្មានចំណុចរួម
$(d)\parallel(P)\Leftrightarrow(d)\cap(P)=\{\ \}$
ខ.លក្ខណៈ:</td>
<td>បន្ទាត់មួយស្របនឹងប្លង់មួយកាលណាវាគ្មានចំណុចរួម</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>និយមន័យ

▪ បង្ហាញថា
$\left.\begin{array}{l}(d)\subset(P)\\(d)\parallel(\Delta)\end{array}\right|\Leftrightarrow(\Delta)\parallel(P)$</td>
<td>១.គ្រប់បន្ទាត់ដែលនៅក្រៅប្លង់មួយ ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់មួយនៃប្លង់ជាបន្ទាត់ស្របនឹងប្លង់នោះ។
$\left.\begin{array}{l}(d)\subset(P)\\(d)\parallel(\Delta)\end{array}\right|\Leftrightarrow(\Delta)\parallel(P)$
២.បើបន្ទាត់មួយស្របនឹងប្លង់មួយនោះគ្រប់ប្លង់ដែលកាត់តាមបន្ទាត់នេះប្រសព្វនឹងប្លង់មុនបានបន្ទាត់មួយដែលស្របនឹងបន្ទាត់ទី១។
$\left.\begin{array}{l}(d)\parallel(P)\\(d)\subset(Q)\\(P)\bigcap(Q)=(\Delta)\end{array}\right|\Rightarrow(\Delta)\parallel(d)$</td>
<td>▪


ឧបមាថា $(\Delta)\cap(P)=\{A\}$
នោះ $A\in(\Delta)\,\&\,A\in(P)$
$\left.\begin{array}{l}A\in(\Delta)\\(\Delta)\subset(Q)\end{array}\right|\Rightarrow A\in(Q)$
ទាញបាន
$\left.\begin{array}{l}(P)\cap(Q)=\{A\}\\(P)\cap(Q)=\{d\}\end{array}\right\}A\in(d)$
$(d)\cap(\Delta)=\{A\}$
ផ្ទុយពីសម្មតិកម្មដែល $(d)\parallel(\Delta)$ ។ដូច្នេះ
$\left.\begin{array}{l}(d)\subset(P)\\(d)\parallel(\Delta)\end{array}\right|\Leftrightarrow(\Delta)\parallel(P)$</td>
</tr>
<tr>
<td>▪ បង្ហាញថា
$\left.\begin{array}{l}(d)\parallel(P)\\(d)\parallel(Q)\\(P)\bigcap(Q)=(\Delta)\end{array}\right|\Rightarrow(\Delta)\parallel(d)$</td>
<td>៣.បន្ទាត់មួយស្របនឹងប្លង់ពីរប្រសព្វគ្នាបន្ទាត់នោះស្របនឹងបន្ទាត់ប្រសព្វរវាងប្លង់ទាំងពីរ។
$\left.\begin{array}{l}(d)\parallel(P)\\(d)\parallel(Q)\\(P)\cap(Q)=\{\Delta\}\end{array}\right|\Rightarrow(\Delta)\parallel(d)$</td>
<td>▪


ឧបមាថា(d)∩(Δ)=$\{A\}$
$\Rightarrow A\in(d)\,\&\,A\in(\Delta)$
$\left.\begin{array}{l}A\in(\Delta)\\(\Delta)\subset(P)\end{array}\right|\Rightarrow A\in(P)$
ទាញបាន $(d)\cap(P)=\{A\}$
ផ្ទុយពីសម្មតិកម្មដែល $(d)\parallel(P)$</td>
</tr>
</table>

▪ បង្ហាញថា $\left.\begin{array}{l}(d)\parallel(P)\\(d)\parallel(Q)\\(P)\cap(Q)=\{\Delta\}\end{array}\right\vert\Rightarrow(\Delta)\parallel(d)$		ដូច្នេះ $\left.\begin{array}{l}(d)\parallel(P)\\(d)\parallel(Q)\\(P)\cap(Q)=(\Delta)\end{array}\right\vert\Rightarrow(\Delta)\parallel(d)$  យកចំណុច$O\in(\Delta)$តាមO គូស$(d_1)\parallel$(d) តែ(d) ∥ (P) $\Rightarrow (d_1)\parallel(P)$ $\left.\begin{array}{r}(d_1)\parallel(P)\\O\in(d_1)\\O\in(P)\end{array}\right\}(d_1)\subset(P)$ $\left.\begin{array}{l}(d_1)\parallel(d)\\(d)\parallel(Q)\end{array}\right\vert\Rightarrow\left.\begin{array}{c}(d_1)\parallel(Q)\\O\in(Q)\\O\in(d_1)\end{array}\right\vert\Rightarrow(d_1)\subset(Q)$ ទាញបាន$(P)\cap(Q)=(d_1)$ តែ$(P)\cap(Q)=(\Delta)$ នោះ$(d_1)\equiv(\Delta)$ ដូច្នេះ$(\Delta)\parallel(d)$
ឲ្យសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុម ដោយក្រុមឡើងកែលំហាត់ត្រូវត្រូវបានពិន្ទុ៥(បីក្រុម)	**ជំហានទី៤(១៥នាទី)** **ពង្រឹងចំណោះដឹងថ្មី** គេមានΔABCមួយ ។គេគូស $[AA']\parallel[BB']\parallel[CC']$ហើយ $AA'=BB'=CC'$ដែលA',B',C' ស្ថិតនៅម្ខាងនៃប្លង់ABC។ I,J,Kជាទីប្រជុំទម្ងន់រៀងគ្នា	 ក.បង្ហាញថា$[IJ]\parallel(AA'BB')$ ដោយ$AA'=BB'=CC'$ហើយ

	នៃ$\triangle ABC,\triangle A'B'C'$និង$\triangle BB'C$ បង្ហាញថា៖ ក.$[IJ]\parallel(AA'BB')$ ខ.$[IK]\parallel(AJB')$	$[AA']\parallel[BB']\parallel[CC']$ $AA'B'B,BB'C'C,AA'C'C$ជាប្រលេឡូក្រាមនិង$\Delta ABC\cong\Delta A'B'C'$ យកMនិងM'ចំណុចកណ្តាលរៀងនៃ$[AB]$និង$[A'B']$ទាញបាន$CM=C'M'$និង$CM\parallel C'M'$ $I\in[CM]$ដែល$MI=\frac{1}{3}CM$ $J\in[C'M']$និង$M'J=\frac{1}{3}C'M'$ យើងបាន$MI=M'J$&$[MI]\parallel[M'J]$ $\Rightarrow MM'JI$ជាប្រលេឡូក្រាម $\Rightarrow[IJ]\parallel[MM']$តែ$[MM']\subset(AA'B'B)$ ដូច្នេះ$[IJ]\parallel(AA'BB')$ ខ.បង្ហាញថា$[IK]\parallel(AJB')$ យកNជាចំណុចកណ្តាលនៃ$[BC]$ Iទីប្រជុំទម្ងន់នៃΔABCនោះ $\frac{AI}{AN}=\frac{2}{3}$ Kទីប្រជុំទម្ងន់នៃΔBB'Cនោះ $\frac{B'K}{B'N}=\frac{2}{3}$ បាន$\frac{AI}{AN}=\frac{B'K}{B'N}\Leftrightarrow(IK)\parallel(AB')$ តែ$(AB')\subset(AJB')$ ដូច្នេះ$[IK]\parallel(AJB')$
លំហាត់ទី១១ទំព័រ១៨៣	**ជំហានទី៥(៣នាទី)** **បណ្តាំផ្ញើ**	សិស្សកត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី..........ខែ.................ឆ្នាំ២០១....
វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I.ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

មេរៀនទី២ បន្ទាត់និងប្លង់ស្របក្នុងលំហ

២.៣.ប្លង់ស្របគ្នា

ក.និយមន័យ

ខ.លក្ខណៈ

II.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាច ៖

ចំណេះដឹង: ប្រាប់បានពីលក្ខណៈប្លង់ស្របគ្នាក្នុងលំហ

ចំណេះធ្វើ: ចេះធ្វើលំហាត់

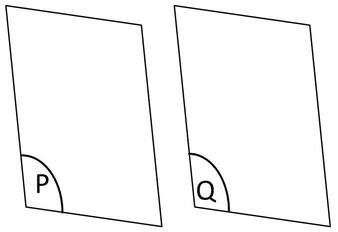
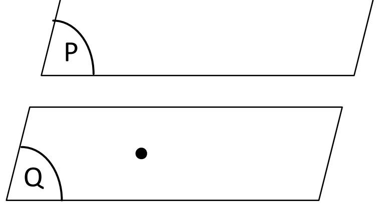
ឥរិយាបថ: សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់ដោយភាពជឿជាក់

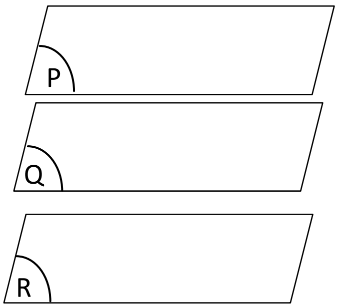
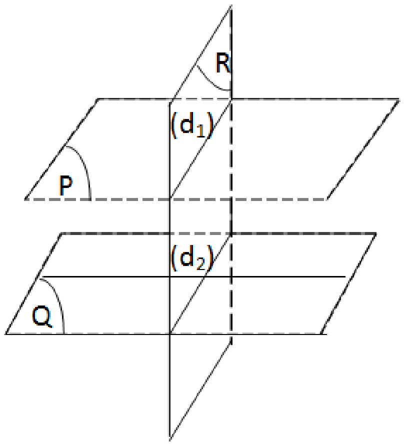
III.សម្ភារៈឧបទេស បន្ទាត់ ផ្ទាំងក្រដាសប្លង់ស្របគ្នា

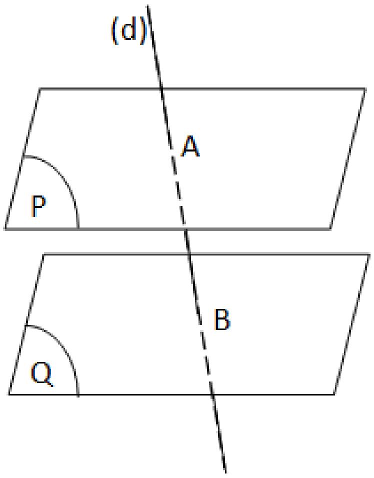
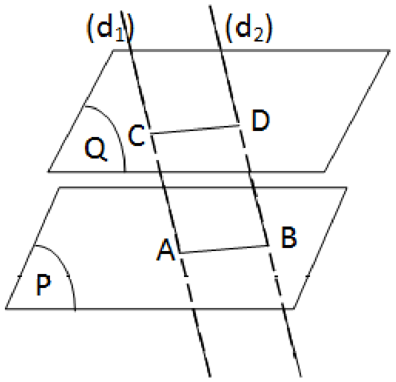
IV.រយៈពេលបង្រៀន ៩០នាទី

V.ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-បន្ទាត់មួយស្របនឹងប្លង់មួយនៅពេលណា?	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	-បន្ទាត់មួយស្របនឹងប្លង់មួយនៅពេលដែលបន្ទាត់នោះស្របទៅនឹងបន្ទាត់ណាមួយនៅក្នុងប្លង់នោះ

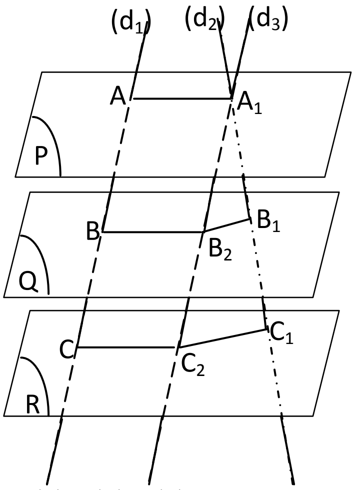
• $\left.\begin{array}{l}(d_1)\parallel(d_2)\\(d_2)\subset(P)\end{array}\right\vert\Rightarrow ?$ • $\left.\begin{array}{c}(d)\parallel(P)\\(d)\subset(Q)\\(P)\cap(Q)=(d_1)\end{array}\right\vert\Rightarrow ?$ • $\left.\begin{array}{c}(d)\parallel(P)\\(d)\parallel(Q)\\(P)\cap(Q)=(\triangle)\end{array}\right\vert\Rightarrow ?$		• $\left.\begin{array}{l}(d_1)\parallel(d_2)\\(d_2)\subset(P)\end{array}\right\vert\Rightarrow(d_1)\parallel(P)$ • $\left.\begin{array}{c}(d)\parallel(P)\\(d)\subset(Q)\\(P)\cap(Q)=(d_1)\end{array}\right\vert\Rightarrow(d)\parallel(d_1)$ • $\left.\begin{array}{c}(d)\parallel(P)\\(d)\parallel(Q)\\(P)\cap(Q)=(\triangle)\end{array}\right\vert\Rightarrow(d)\parallel(\triangle)$
• ចូរប្អូនៗលើប្លង់ជញ្ជាំងឈមគ្នានៃថ្នាក់រៀនមួយ។ តើប្លង់ទាំងពីរនេះមានចំណុចរួមឬទេ? -តើប្លង់ទាំងពីរនេះស្ថិតនៅយ៉ាងដូចម្តេចនឹងគ្នា? -តើប្លង់ពីរស្របគ្នានៅពេលណា? បើ$(P)\parallel(Q)$នោះ$(P)\cap(Q)=?$ -តាមចំណុចមួយ តើគេអាចគូសប្លង់បានប៉ុន្មាន? • តាមចំណុចមួយ តើគេអាចគូសប្លង់បានប៉ុន្មានដែលស្របនឹងប្លង់មួយផ្សេងទៀត?	**ជំហានទី៣(៦០នាទី)** **២.៣.ប្លង់ស្របគ្នា** **ក.និយមន័យ** ប្លង់ពីរស្របគ្នាកាលណាប្លង់ទាំងពីរនោះគ្មានចំណុចរួម។ $(P)\parallel(Q)$នោះ$(P)\cap(Q)=\{\ \ \}$  **ខ.លក្ខណៈ:** ១.តាមចំណុចមួយនៅក្រៅប្លង់(P)មួយគេអាចគូសបានប្លង់(Q)តែមួយគត់ដែលស្របទៅនឹងប្លង់(P)នោះ។  	• គ្មានចំណុចរួមទេ • ប្លង់ទាំងពីរនេះស្របគ្នា -ប្លង់ពីរស្របគ្នានៅពេលដែលវាគ្មានចំណុចរួម • $(P)\parallel(Q)$នោះ$(P)\cap(Q)=\{\ \ \}$ • តាមចំណុចមួយ គេអាចគូសប្លង់បានច្រើនរាប់មិនអស់ • តាមចំណុចមួយ គេអាចគូសប្លង់បានតែមួយគត់ដែលស្របនឹងប្លង់មួយផ្សេងទៀត

-តើប្លង់ពិដាននិងប្លង់បាតថ្នាក់ស្របគ្នាឬទេ? -តើប្លង់ផ្ទៃតុខាងលើនិងប្លង់បាតថ្នាក់ស្របគ្នាឬទេ? -តើប្លង់ផ្ទៃតុខាងលើនិងប្លង់ពិដានថ្នាក់ស្របគ្នាឬទេ? • $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(R)\parallel(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow ?$	២.បើប្លង់ពីរស្របគ្នានោះគ្រប់ប្លង់ដែលស្របនឹងប្លង់មួយត្រូវស្របនឹងប្លង់មួយទៀត។  $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(R)\parallel(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (R)\parallel(Q)$	• ស្របគ្នា • ស្របគ្នា • ស្របគ្នា • $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(R)\parallel(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (R)\parallel(Q)$
-បង្ហាញប្លង់ពីរស្របគ្នា រួចឲ្យសិស្សដាក់ប្លង់ក្រដាសកាត់ប្លង់ទាំងពីរ។តើបន្ទាត់ប្រសព្វរបស់វាស្របគ្នាឬទេ? • $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(P)\cap(R)=(d_1)\\(Q)\cap(R)=(d_2)\end{matrix}\right\| \Rightarrow ?$ • $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(P)\cap(R)=(d_1)\\(Q)\cap(R)=(d_2)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (d_1)\parallel(d_2)?$	៣.ប្លង់ពីរស្របគ្នាហើយកាត់ដោយប្លង់ទីបីនោះបន្ទាត់ប្រសព្វជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។  $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(P)\cap(R)=(d_1)\\(Q)\cap(R)=(d_2)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (d_1)\parallel(d_2)$	• ស្រប • $\left.\begin{matrix}(P)\parallel(Q)\\(P)\cap(R)=(d_1)\\(Q)\cap(R)=(d_2)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (d_1)\parallel(d_2)$ • ឧបមាថា$(d_1)\cap(d_2)=\{A\}$ $\Rightarrow A\in(d_1)\&A\in(d_2)$ $\left.\begin{matrix}A\in(d_1)\\(d_1)\subset(P)\end{matrix}\right\}A\in(P)$ $\left.\begin{matrix}A\in(d_2)\\(d_2)\subset(Q)\end{matrix}\right\}A\in(Q)$ ទាញបាន$A\in(\triangle)$ដែល $(\triangle)=(P)\cap(Q)$ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម។ដូច្នេះ$(d_1)\parallel(d_2)$
• គេឲ្យប្លង់ពីរស្របគ្នានិងបន្ទាត់ពីរស្របគ្នាដែលកាត់តាមប្លង់ពីរនោះ។		• (ធ្វើតាមក្រុម)

បង្ហាញថាអង្កត់ពីរនៅចន្លោះប្លង់ពីរនោះជាអង្កត់ប៉ុនគ្នា។ -គ្រូបង្ហាញរូបប្លង់ពីរស្របគ្នារួចឲ្យសិស្សយកបន្ទាត់ចាក់ទំលុះប្លង់ទី១។តើបន្ទាត់នេះកាត់ប្លង់ទី២ឬទេ? • $\left.\begin{array}{r}(d)\cap(P)\\(P)\parallel(Q)\end{array}\right\vert \Rightarrow (d)\cap(Q)?$	៤.បើប្លង់ពីរស្របគ្នានោះគ្រប់បន្ទាត់កាត់ប្លង់ទី១ត្រូវកាត់ប្លង់ទី២។  $\left.\begin{array}{r}(P)\parallel(Q)\\(d)\cap(P)=\{A\}\end{array}\right\} \Rightarrow (d)\cap(Q)=\{B\}$ ៥.ប្លង់ច្រើនស្របគ្នាកំណត់នៅលើខ្នាត់ពីរបានអង្កត់ត្រូវ	 បង្ហាញថា$AC=BD$ដោយ $(d_1)\parallel(d_2)$នោះ$(d_1)\&(d_2)$ កំណត់បានប្លង់មួយគឺ(R) $\left.\begin{array}{r}(R)\cap(P)=(AB)\\(R)\cap(Q)=(DC)\\(P)\parallel(Q)\end{array}\right\} (AB)\parallel(DC)$ $\left.\begin{array}{r}(d_1)\parallel(d_2)\\A,D\in(d_1)\\B,C\in(d_2)\end{array}\right\} [AD]\parallel[BC]$ បាន$ABDC$ជាប្រលេ. ក្រាម ដូច្នេះ $AC=BD$ • បន្ទាត់នេះកាត់ប្លង់ទី២ • $\left.\begin{array}{r}(d)\cap(P)\\(P)\parallel(Q)\end{array}\right\vert \Rightarrow (d)\cap(Q)$

<table>
<tr>
<td>$\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q) \parallel (R)\\ (d_1)\cap(P)=\{A\}\\ (d_1)\cap(Q)=\{B\}\\ (d_1)\cap(R)=\{C\}\\ (d_2)\cap(P)=\{A_1\}\\ (d_2)\cap(Q)=\{B_1\}\\ (d_2)\cap(R)=\{C_1\}\end{array}\right| \Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{A_1C_1}{AC}?$

• ណែនាំឲ្យសិស្សគូស(d$_3$) ឲ្យស្របនឹង(d_1)ហើយកាត់(P)ត្រង់A_1(Q)ត្រង់B_2និងកាត់ប្លង់(R)ត្រង់C_2</td>
<td>គ្នាសមាមាត្រគ្នា។



$\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q) \parallel (R)\\ (d_1)\cap(P)=\{A\}\\ (d_1)\cap(Q)=\{B\}\\ (d_1)\cap(R)=\{C\}\\ (d_2)\cap(P)=\{A_1\}\\ (d_2)\cap(Q)=\{B_1\}\\ (d_2)\cap(R)=\{C_1\}\end{array}\right| \Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}$
$=\frac{A_1C_1}{AC}$</td>
<td>$\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q) \parallel (R)\\ (d_1)\cap(P)=\{A\}\\ (d_1)\cap(Q)=\{B\}\\ (d_1)\cap(R)=\{C\}\\ (d_2)\cap(P)=\{A_1\}\\ (d_2)\cap(Q)=\{B_1\}\\ (d_2)\cap(R)=\{C_1\}\end{array}\right| \Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{A_1C_1}{AC}?$

• គូស$(d_3) \parallel (d_1)$កាត់ប្លង់ទាំងបីរៀងគ្នាត្រង់A_1;B_2;
យើងបាន$AB = A_1B_2$
$BC = B_2C_2; AC = A_1C_2$
ម្យ៉ាងទៀត(d_2)កាត់ប្លង់ទាំងបីរៀងគ្នាត្រង់$A_1; B_1; C_1$
យើងបាន$[B_2B_1] \parallel [C_2C_1]$
តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស
បាន$\frac{A_1B_2}{A_1B_1}=\frac{B_2C_2}{B_1C_1}=\frac{A_1C_2}{A_1C_1}$
ដូច្នេះ$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$
ឬ$\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{A_1C_1}{AC}$</td>
</tr>
<tr>
<td>-តើប្លង់ពីរស្របគ្នានៅពេលណា?
• $\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q)\\ (R) \parallel (P)\end{array}\right| \Rightarrow ?$
• $\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q)\\ (P)\cap(R)=(d_1)\\ (Q)\cap(R)=(d_2)\end{array}\right| \Rightarrow ?$
• $\left.\begin{array}{r}(d)\cap(P)\\ (P) \parallel (Q)\end{array}\right| \Rightarrow ?$
• តើប្លង់ច្រើនស្របគ្នាកំណត់នៅលើខ្ទាត់ពីរបានអង្កត់ត្រូវគ្នាមានលក្ខណៈដូចម្ដេចនឹងគ្នា</td>
<td>ជំហានទី៤(១៥នាទី)
ពង្រឹងចំណេះដឹងថ្មី</td>
<td>• ប្លង់ពីរស្របគ្នាកាលណាប្លង់ទាំងពីរនោះគ្មានចំណុចរួម
• $\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q)\\ (R) \parallel (P)\end{array}\right| \Rightarrow (R) \parallel (Q)$
• $\left.\begin{array}{r}(P) \parallel (Q)\\ (P)\cap(R)=(d_1)\\ (Q)\cap(R)=(d_2)\end{array}\right| \Rightarrow (d_1) \parallel (d_2)$
• $\left.\begin{array}{r}(d)\cap(P)\\ (P) \parallel (Q)\end{array}\right| \Rightarrow (d)\cap(Q)$
-ប្លង់ច្រើនស្របគ្នា កំណត់នៅលើខ្ទាត់ពីរបានអង្កត់ត្រូវគ្នាសមាមាត្រគ្នា
ក.បង្ហាញថា$(BEG) \parallel (ACH)$</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

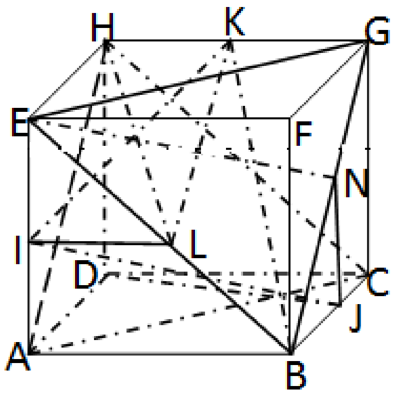
• $I;J;K$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃ $[AE];[BC];[GH]$ របស់គូប $ABCDEFGH$ ។

ក. បង្ហាញថា $(BEG)\parallel(ACH)$

ខ. បង្ហាញថា $(ICH)\parallel(KBE)$

គ. បង្ហាញថា $(IJK)\parallel(BEG)$

</td>
<td>(លំហាត់ទុកដាក់ជំហានទី៥)</td>
<td>



$\left.\begin{matrix}[BE]\parallel[CH]\\ [BG]\parallel[AH]\end{matrix}\right|\Rightarrow(BEG)\parallel(ACH)$

ខ. បង្ហាញថា $(ICH)\parallel(KBE)$

យក L ចំណុចកណ្តាល $[BE]$

បាន $[IL]\parallel[AB]\Rightarrow[IL]\parallel[HG]$

ទាញបាន $[IL]\parallel[HK]\&IL=HK$

$\Rightarrow ILKH$ ជាប្រលេឡូក្រាម

$\left.\begin{matrix}[IH]\parallel[LK]\\ [IL]\subset(KBE)\\ [CH]\parallel[BE]\end{matrix}\right\}(ICH)\parallel(KBE)$

គ. បង្ហាញថា $(IJK)\parallel(BEG)$

$ILGK$ ជាប្រលេឡូក្រាម

នោះ $[IK]\parallel[LG]$ (1)

ស្រាយដូចគ្នា $IJNE$ ជាប្រលេ.

នោះ $[IJ]\parallel[NE]$ (2)

តាម (1)&(2) ទាញបាន

$(IJK)\parallel(LGN)\Leftrightarrow(IJK)\parallel(BEG)$

</td>
</tr>
<tr>
<td>ដាក់លំហាត់ខាងលើ</td>
<td>ជំហានទី៥(៣នាទី)
បណ្តាំផ្ញើ</td>
<td>សិស្សកត់លំហាត់ទុកធ្វើនៅផ្ទះ</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យាថ្នាក់ ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី.....ខែ.......ឆ្នាំ២០....
វិធីសាស្រ្តបង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

មេរៀនទី៣ ភាពអរតូកូណាល់ក្នុងលំហ

៣.១ រំលឹករូបមន្តផ្ទៃក្រឡានិងមាឌសូលីតខ្លះៗ

៣.២ បន្ទាត់អរតូកូណាល់

៣.៣ បន្ទាត់កែងនិងប្លង់

ក. និយមន័យ

II វត្ថុបំណង: ក្រោយរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

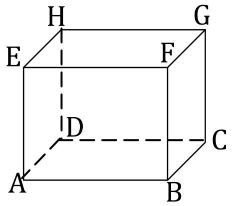
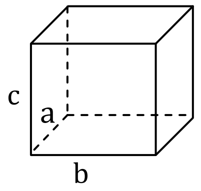
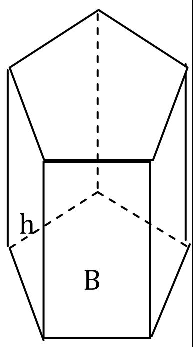
- ចំណេះដឹង: ប្រាប់បានពីរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃនិងមាឌសូលីត
  ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃបន្ទាត់អរតូកូណាល់
- ចំណេះធ្វើ: ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើរូបមន្តផ្ទៃក្រឡានិង មាឌ
- ឥរិយាបថ: អនុវត្តក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ

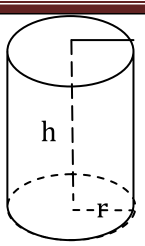
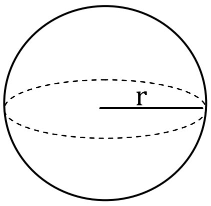
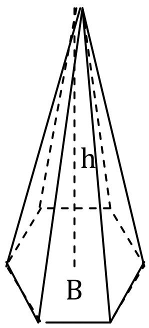
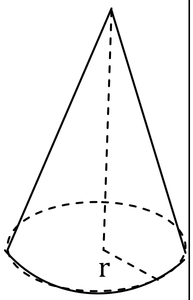
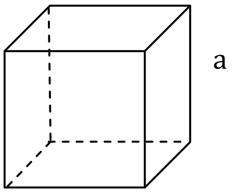
III រយះពេល: 2h

IV សម្ភារៈឧទ្ទេស: ផ្ទាំងរូបភាពនិង កម្រងលំហាត់

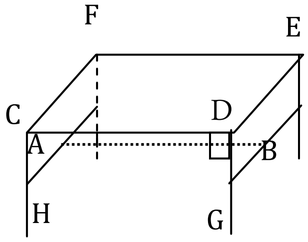
V ដំណើរការបង្រៀន:

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ វត្តមាន វិន័យនិង អនាម័យ	ជំហានទី១(២នាទី) (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	តំណាងថ្នាក់រាយការណ៍
• រកផ្ទៃក្រឡាការេមួយដែលមានប្រវែងជ្រុងស្មើ a? • រកមាឌនៃគូបដែលមានប្រវែងទ្រនុងស្មើនឹង a?	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀន	• ក្រឡាផ្ទៃការេ $S = a \times a = a^2$ • រកមាឌគូប $V = a \times a \times a = a^3$

-តើបន្ទាត់DHនិងBCស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយដែររឺទេ? -តើមុំដែលផ្គុំរវាងបន្ទាត់DH និងBCជាមុំអ្វី? -តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ទាំងពីរ?		 -បន្ទាត់DHនិងBCមិនស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយទេ។ -មុំដែលផ្គុំរវាងបន្ទាត់DH និងBCជាមុំកែង។ • គេអាចថាបន្ទាត់ទាំងពីរកែងគ្នា។
បិទផ្ទាំងរូបភាពលើក្តារខៀន • រូបទីមួយជារូបប្រលេពីប៉ែតកែងតើវាមានបាតជាអ្វី?មាឌមានរូបមន្តដូចម្តេច? • រូបទីពីរមានបាតជាអ្វី? មាឌមានរូបមន្តដូចម្តេច? • រូបទី៣ជាអ្វី?មាឌមានរូបមន្តដូចម្តេច? • រូបទី៤ជាអ្វី?មាឌមានរូប	**ជំហានទី៣(៦០នាទី)** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **៣.១ រំលឹករូបមន្តផ្ទៃក្រឡានិងមាឌសូលីតខ្លះៗ**  (រូបទី១)  (រូបទី២) $V = a \times b \times c = B \times h$	-ប្រលេពីប៉ែតកែងមានបាតជាចតុកោណកែង $V = a \times b \times c$ -រូបទី២ជាព្រីសត្រង់ V = ផ្ទៃបាត × កំពស់ V= $B \times h$ • រូបទី៣ជាស៊ីឡាំង $V = \pi r^2 h$ • រូបទី៤មានរាងជាស្វ៊ែ $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

មន្តដូចម្ដេច? • រូបទី៥មានរាងជាអ្វី?មាឌមានរូបមន្តដូចម្ដេច? • រូបទី៦មានរាងជាអ្វី?មាឌមានរូបមន្តដូចម្ដេច? -ឧទាហរណ៍:ប្រសិនបើផ្ទៃសរុបនៃគូបមួយស្មើនឹង 150m^2។ ចូររកប្រវែងទ្រនុង និងមាឌនៃគូប? • តើគូបមានមុខប៉ុន្មាន? • បើa ជាទ្រនុងតើផ្ទៃមុខនីមួយៗស្មើអ្វី? ដោះស្រាយរកទ្រនុងនិងមាឌ? • ស៊ីឡាំងមានបាតរាងជាអ្វី?មាឌមានរូបមន្តដូចម្ដេច?	  (រូបទី៣) (រូបទី៤) $V = \pi r^2 h V = \frac{4}{3}\pi R^3$   (រូបទី៥) (រូបទី៦) $V = \frac{1}{3}B \times h V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$  យើងបាន $6a^2 = 150$ $a^2 = \frac{150}{6} = 25$ $a = 5 \quad (a > 0)$ ដូចនេះ ទ្រនុងរបស់គូបគឺ 5m មាឌគូប $V = a^3 = 5^3 = 125m^3$ ប្រតិបត្តិ: គេយកបន្ទះដែកមួយរាង	• រូបទី៥ ជាពីរ៉ាមីត $V = \frac{1}{3}B \times h$ • រូបទី៦រាងជាកោន $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ • គូបមានមុខ6 • ផ្ទៃមុខគឺ a^2 • ដោះស្រាយរកទ្រនុង និងមាឌ គេបាន $6a^2 = 150$ $a^2 = \frac{150}{6} = 25$ $\Rightarrow a = 5 \ (a > o)$ $V = a^3 = 5^3 = 125m^2$ • ស៊ីឡាំងមានបាតជារង្វង់ V =ផ្ទៃបាត× កំពស់

- តើបាតស៊ីឡាំងមាន បរិមាត្រស្មើប៉ុន្មាន? រកកាំរបស់បាតស៊ីឡាំង?
- រកមាឌស៊ីឡាំង?
- អោយសិស្សពិនិត្យលើរូប

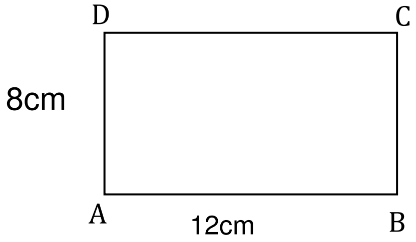


- យើងមាន $AB \parallel CD$
- តើមុំរវាងCDនិងDGស្មើ ប៉ុន្មាន?
- តើមុំរវាងAB និងDGស្មើមុំ រវាងCDនិងDGឬទេ?
- គេទាញបានបន្ទាត់AB អរតូកូណាល់និងDGគេ កំណត់សរសេរ:

$$AB \perp DG$$

ឧទាហរណ៍: ABCDEFGH

ចតុកោណកែង ដូចរូបព័ទ្ធធ្វើ ជាស៊ីឡាំងបដិវត្ត។ចូររកមាឌ ស៊ី ឡាំង?



៣.២. បន្ទាត់អរតូកូណាល់

និយមន័យ:បន្ទាត់ពីរក្នុងលំហ អរតូកូណាល់គ្នាកាលណាមុំ រវាងបន្ទាត់ទាំងពីរជាមុំកែង។

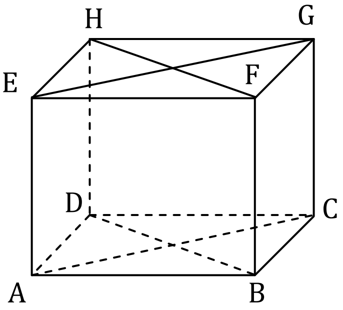
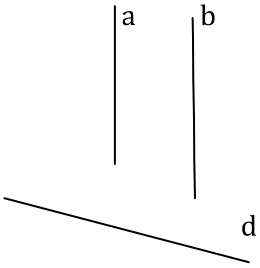
- បរិមាត្របាតស៊ីឡាំង

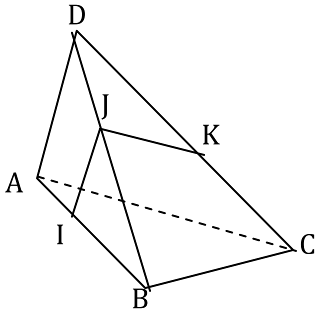
$$P = 12cm$$
$$\Rightarrow 2\pi r = 12$$
$$\Rightarrow r = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi} = 1.91cm$$

- $V = \pi r^2 h$

$$= \pi \times (1.91)^2 \times 8$$
$$= 91.64cm^3$$

- មុំរវាងCDនិងDGស្មើ90°
- មុំរវាងABនិងDGស្មើមុំ រវាងCDនិងDGព្រោះមុំ រវាងABនិងDGស្មើ 90°

ជាគូប • តើបន្ទាត់ដែលស្របនិង AE ហើយកាត់តាម B គឺបន្ទាត់ណា? • តើBFនិងBC យ៉ាងម៉េចនឹងគ្នា? • គេទាញបានដូចម្តេច? • តើ BD ស្រប BHដែរឬទេ? • តើBD កែងនឹងបន្ទាត់ណា? • គេទាញបានដូចម្តេចចំពោះ ACនិង FH?	 $AE \perp BC$ $AC \perp FH$	• បន្ទាត់ដែលស្របនិង AE ហើយកាត់តាម B គឺបន្ទាត់ BF។ • BFនិង BC កែងគ្នា។ • គេទាញបានAE អរតូកូណាល់BC។ • BD ស្រប FH • BD កែងនឹង AC • គេទាញបានAC អរតូកូណាល់នឹង FH។
	<u>*រំឭក:*</u>  $\left.\begin{matrix} a \perp d \\ a \parallel b \end{matrix}\right\} \Rightarrow b \perp d$ $\left.\begin{matrix} a \perp d \\ b \perp d \\ a,b \subset (P) \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \parallel b$	
ក. បង្ហាញថា JK កែងDA • តើJK ស្របនឹងអ្វី? • តើBC និង DAយ៉ាងម៉េចនិងគ្នា? • ទាញបានដូចម្តេច? ខ. តើAD ស្របទៅនឹងអ្វី? • តើAD កែងទៅនឹងអ្វី? • ទាញបានដូចម្តេច?	ប្រតិបត្តិ: គេមានចតុមុខABCDដែលDA អរតូកូណាល់នឹង BC។ ដៅ I,J,K ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង AB, BD និង CD។ ក.បង្ហាញថាJKអរតូកូណាល់	$JK \parallel BC$ BC និង DA កែងគ្នា ដោយ $\left.\begin{matrix} BC \perp JK \\ BC \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow JK \perp DA$ $AD \parallel IJ$ $AD \perp BC$ គេបាន $\left.\begin{matrix} AD \parallel IJ \\ AD \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow IJ \perp BC$

អោយសិស្សយកសៀវភៅទៅដាក់បញ្ឈរលើតុ។ គែមនៃទំព័រសន្មត់ថាជាបន្ទាត់។ • តើទំព័រសៀវភៅទាំងអស់ប្រសប់គ្នាបានអ្វី? • តើបន្ទាត់ទាំងនោះកែងនឹងតុដែរឬទេ? គែមទំព័រសៀវភៅខាងក្រោមគឺនៅជាប់នឹងផ្ទៃតុ • តើគេទាញបានដូចម្តេច? គេថាបន្ទាត់បានមកពីប្រសព្វនេះកែងនិងផ្ទៃតុ។	នឹងDA។ ខ.បង្ហាញថាIJអរតូកូណាល់នឹងBC។  **៣.៣.បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់** **ក.និយមន័យ:**បន្ទាត់មួយកែងនឹងប្លង់មួយកាលណាបន្ទាត់នោះអរតូកូណាល់នឹងគ្រប់បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់។	-ទំព័រសៀវភៅទាំងអស់ប្រសប់គ្នាបានបន្ទាត់មួយ។ -បន្ទាត់ទាំងនោះកែង នឹងតុ។ -គេទាញបានបន្ទាត់មកពីប្រសព្វនៃទំព័រសៀវភៅកែងនិងបន្ទាត់គែមទំព័រទាំងអស់។
• ចូរប្រាប់រូបមន្តមាឌស៊ីឡាំង? • រូបមន្តមាឌស្វ៊ែ? • រូបមន្តមាឌកោណ? • ចូរអោយនិយមន័យបន្ទាត់អរតូកូណាល់និងបន្ទាត់កែងនឹងប្លង់?	**ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធ)**	• $V = \pi r^2 h$ • $V = \pi R^3$ • $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ -បន្ទាត់ពីរក្នុងលំហអរតូកូណាល់គ្នាកាលណាមុំរវាង

		បន្ទាត់ទាំងពីរជាមុំកែង។ -បន្ទាត់មួយកែងនឹងប្លង់មួយកាលណាបន្ទាត់នោះអរតូកូណាល់នឹងគ្រប់បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់។
កុំភ្លេចធ្វើកិច្ចការផ្ទះទាំងអស់គ្នា។	**ជំហានទី៥(បណ្តាំផ្ញើរ)** ព្រីសឆមុខនិយ័តមួយមានផ្ទៃបាត $24\sqrt{3}$ប្រសិនបើមុខនីមួយៗជា ការេចូររកផ្ទៃក្រឡា សរុប និង មាឌព្រីសនោះ?	• សិស្សកត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី..........ខែ.................ឆ្នាំ២០១....
វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I.ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

មេរៀនទី៣ ភាពអរតូកូណាល់ក្នុងលំហ

៣.៣.បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់

ខ.ទ្រឹស្ដីបទ(ត)

II.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាច ៖

ចំណេះដឹង: ប្រាប់បានពីលក្ខណ:បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់

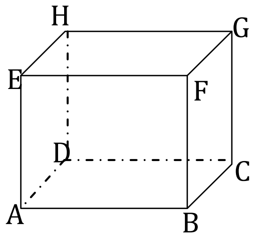
ចំណេះធ្វើ: ចេះធ្វើលំហាត់

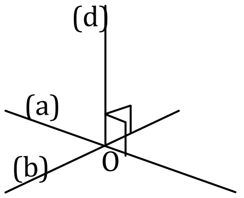
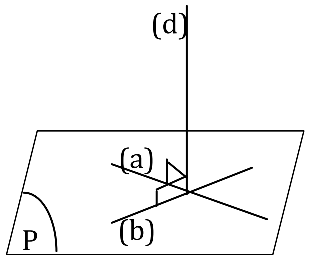
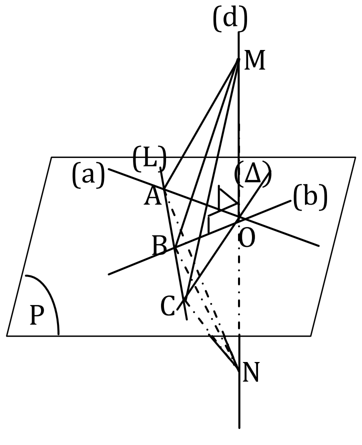
ឥរិយាបថ: សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់ដោយភាពជឿជាក់

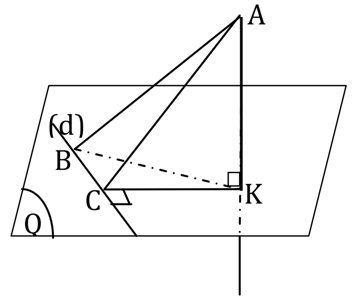
III.សម្ភារ:ឧបទេស បន្ទាត់ បន្ទាត់កែង ប្រអប់ដីស

IV.រយ:ពេលបង្រៀន ៩០នាទី

V.ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិតអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	
• បង្ហាញរូបគូប  តើ$[AE]$អរតូកូណាល់នឹងបន្ទាត់ណាខ្លះ?	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	$[AE]\perp[AD];[AE]\perp[AB]$ $[AE]\perp[EF];[AE]\perp[EH]$ $[AE]\perp[HG];[AE]\perp[FG]$ $[AE]\perp[EG];[AE]\perp[FH]$ $[AE]\perp[DC];[AE]\perp[BC]$

• បន្ទាត់ពីរអរតូកូណាល់គ្នានៅពេលណា? • បើ(d) ⊥ (P) ⇒ (d) ⊥?		$[AE] \perp [AC]; [AE] \perp [AD]$ • បន្ទាត់ពីរអរតូកូណាល់គ្នានៅពេលបន្ទាត់ទាំងពីរផ្គុំបានមុំ90°។ បើ(d) ⊥ (P) ⇒ (d) ⊥គ្រប់បន្ទាត់ នៅក្នុងប្លង់នោះ
 • $(d) \perp (\ \ ) = \{\ \ \}$? • $(a) \cap (b) = \{\ \ \}$? • បន្ទាត់ពីរកាត់គ្នាកំណត់បានប្លង់ប៉ុន្មាន? • បើ$(a,b) = (P)$តើ(d)&(P) ស្ថិតនៅយ៉ាងដូចម្តេចនឹងគ្នា? $\left.\begin{array}{c}(d) \perp (a)\\ (d) \perp (b)\\ (a) \subset (P)\\ (b) \subset (P)\\ (a) \cap (b)\end{array}\right\| \Rightarrow (d) \perp (P)?$ **ចង់ស្រាយឲ្យ$(d) \perp (P)$យើងគ្រាន់តែ(d)កែងនឹងបន្ទាត់(L)មួយទៀតក្នុង(P)** • យក$\{O\} = (a) \cap (b)$ $(d) \perp (a) = \{O\}$ $(d) \perp (b) = \{O\}$	**ជំហានទី៣(៦០នាទី)** **មេរៀនថ្មី** **៣.៣.បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់** **ខ.ទ្រឹស្តីបទ:** ១.បើបន្ទាត់មួយអរតូកូណាល់នឹងបន្ទាត់ពីរកាត់គ្នានៅក្នុងប្លង់ បន្ទាត់នោះកែងនឹងប្លង់នោះ។  $\left.\begin{array}{c}(d) \perp (a)\\ (d) \perp (b)\\ (a) \subset (P)\\ (b) \subset (P)\\ (a) \cap (b)\end{array}\right\| \Rightarrow (d) \perp (P)$	• $(d) \perp (a) = \{O\}$ • $(d) \perp (b) = \{O\}$ • $(a) \cap (b) = \{O\}$ • បន្ទាត់ពីរកាត់គ្នាកំណត់បានប្លង់មួយ • $(d) \perp (P)$ 

ក្នុងប្លង់(P)គូស(Δ)កាត់តាមOរួចគូស(L)កាត់បន្ទាត់$(a),(b),(\Delta)$រៀងគ្នាត្រង់A,B,C ដៅចំណុច$M\&N$នៅលើ(d) ដែល$OM = ON$		
• $\Delta MAO \cong \Delta NAO$? ហេតុអ្វី? វិបាក$AM = ?$		• $\Delta MAO \cong \Delta NAO$(ក.ទី២) វិបាក$AM = AN$
• $\Delta MBO \cong \Delta NBO$? ហេតុអ្វី? វិបាក$BM = ?$		• $\Delta MBO \cong \Delta NBO$(ក.២) វិបាក$BM = BN$
• $\Delta AMB \cong \Delta ANB$?		• $\Delta AMB \cong \Delta ANB$(ក. ទី៣) វិបាក$\angle MAB = \angle NAB$
• $\Delta MAC \cong \Delta NAC$? ហេតុអ្វី?		• $\Delta MAC \cong \Delta NAC$ព្រោះមានមុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា
• វិបាក$MC = ?$		• វិបាក$MC = NC$
• តើOជាអ្វីនៃ$[MN]$		• Oចំណុចកណ្តាល$[MN]$
• MCNជាត្រីកោណអ្វី?OCជាអ្វីនៃត្រីកោណនេះ?		• MCNជាត្រីកោណសមបាត មាន$[OC]$ជាមេដ្យាននិងជាមេដ្យាទ័រនៃ$[MN]$
• $[OC]$និង$[MN]$ឋិតនៅយ៉ាងដូចម្តេចនឹងគ្នា?		• $[OC] \perp [MN] \Leftrightarrow (d) \perp (\Delta)$ ដូច្នេះ$(d) \perp (P)$
• គេឲ្យ$(AK) \perp (Q) = \{K\}$និង$(d) \subset (Q)$ប៉ុន្តែមិនកាត់តាមK $C \in (d)$ដែល$[KC] \perp (d)$ ចំណុច$B \in (d)$។		
ក.បង្ហាញថា$(d) \perp (AKC)$ ខ.បង្ហាញថា$\angle ACB$ជាមុំកែង		ក.បង្ហាញថា$(d) \perp (AKC)$ $\left.\begin{array}{l}(AK) \perp (Q)\\(d) \subset (Q)\end{array}\right\vert \Rightarrow (d) \perp (AK)$

គ.បង្ហាញថា$AB^2 = AK^2 + KC^2 + BC^2$

- $\left.\begin{matrix}(a) \parallel (b)\\(a) \perp (P)\end{matrix}\right| \Rightarrow ?$

- ហេតុអ្វីទើប

$\left.\begin{matrix}(a)\parallel(b)\\(a)\perp(P)\end{matrix}\right| \Rightarrow (b)\perp(P)?$

ឧបមាថា$(a)\perp(P)=\{O\}$

ក្នុងប្លង់(P)គូស$(c)\&(d)$កាត់តាមចំណុចO

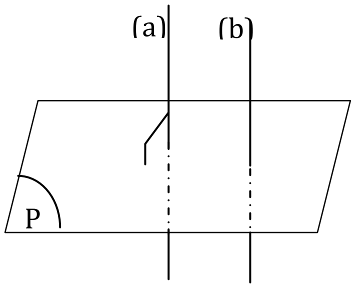
$\left.\begin{matrix}(c);(d)\subset(P)\\(a)\perp(P)\end{matrix}\right] \Rightarrow (a)\perp ?$

$\left.\begin{matrix}(a)\perp(c)\\(a)\parallel(b)\end{matrix}\right] \Rightarrow ?$

$\left.\begin{matrix}(a)\perp(d)\\(a)\parallel(b)\end{matrix}\right] \Rightarrow ?$

$\left.\begin{matrix}(b)\perp(c)\\(b)\perp(d)\\(c)\cap(d)\\(c);(d)\subset(P)\end{matrix}\right] \Rightarrow ?$

២.ក.



$\left.\begin{matrix}(a) \parallel (b)\\(a) \perp (P)\end{matrix}\right| \Rightarrow (b) \perp (P)$

$\left.\begin{matrix}(d) \perp (AK)\\(d) \perp (KC)\end{matrix}\right| \Rightarrow (d) \perp (AKC)$

ខ.បង្ហាញថា$\angle ACB$ជាមុំកែង

$(d) \perp (AKC)$នោះ$(d) \perp (AC)$

ដូច្នេះ$\angle ACB = 90°$

គ.បង្ហាញថា$AB^2 = AK^2 + KC^2 + BC^2$

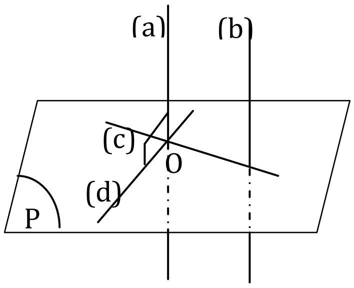
$(AK) \perp (Q) \Rightarrow (AK) \perp (BK)$

$\Rightarrow AB^2 = AK^2 + BK^2$

តែ$BK^2 = KC^2 + BC^2$

ដូច្នេះ$AB^2 = AK^2 + KC^2 + BC^2$

- $\left.\begin{matrix}(a) \parallel (b)\\(a) \perp (P)\end{matrix}\right| \Rightarrow (b) \perp (P)$



$\left.\begin{matrix}(c);(d)\subset(P)\\(a)\perp(P)\end{matrix}\right] \Rightarrow (a)\perp(c);(a)\perp(d)$

$\left.\begin{matrix}(a)\perp(c)\\(a)\parallel(b)\end{matrix}\right] \Rightarrow (b)\perp(c)$

$\left.\begin{matrix}(a)\perp(d)\\(a)\parallel(b)\end{matrix}\right] \Rightarrow (b)\perp(d)$

$\left.\begin{matrix}(b)\perp(c)\\(b)\perp(d)\\(c)\cap(d)\\(c);(d)\subset(P)\end{matrix}\right] \Rightarrow (b)\perp(P)$

<table>
<tr>
<td>

• បង្ហាញថា

$\left.\begin{array}{l}(a)\perp(P)\\(b)\perp(P)\end{array}\right|\Rightarrow (a)\parallel(b)$

• បង្ហាញថា

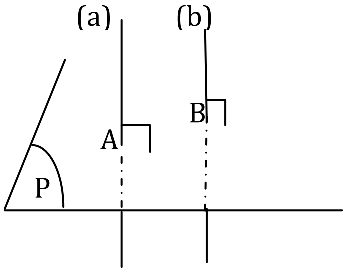
$\left.\begin{array}{l}(a)\perp(P)=\{O\}\\(a)\cap(Q)=\{O'\}\\(P)\parallel(Q)\end{array}\right|\Rightarrow (a)\perp(Q)$

ក្នុងប្លង់ (P) គូសបន្ទាត់ (c) និង (d) កាត់តាម O

ក្នុងប្លង់ (Q) តាម O' គូសបន្ទាត់ $(c')\parallel(c)$ និង $(d')\parallel(d)$

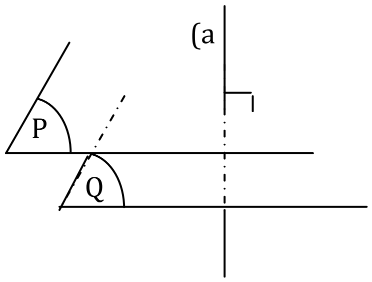
</td>
<td>

ខ.



$\left.\begin{array}{l}(a)\perp(P)\\(b)\perp(P)\end{array}\right|\Rightarrow (a)\parallel(b)$

គ.



$\left.\begin{array}{l}(a)\perp(P)\\(P)\parallel(Q)\end{array}\right\}\Rightarrow (a)\perp(Q)$

</td>
<td>

• ឧបមាថា $(a)\nparallel(b)$

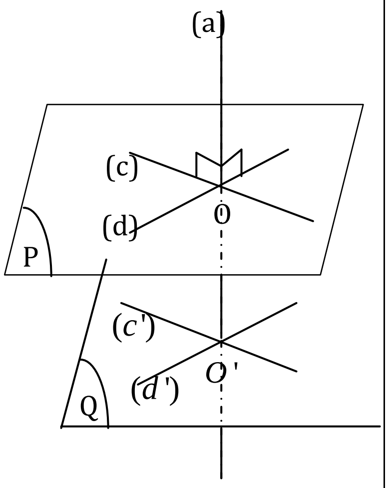
តាមចំណុច B គូស $(b')\parallel(a)$

$\left.\begin{array}{l}(b')\parallel(a)\\(a)\perp(P)\end{array}\right\}\Rightarrow (b')\perp(P)=\{B\}$

តែ $(b)\perp(P)=\{B\}$

យើងបាន $b\equiv b'$

ដូច្នេះ $(b)\parallel(a)$



$(a)\perp(P)\Rightarrow(a)\perp(c)\,\&\,(a)\perp(d)$

$\left.\begin{array}{l}(a)\perp(c)\\(c)\parallel(c')\end{array}\right|\Rightarrow (a)\perp(c')$

$\left.\begin{array}{l}(a)\perp(d)\\(d)\parallel(d')\end{array}\right|\Rightarrow (a)\perp(d')$

តែ $(c')\cap(d')=\{O'\}$

បាន $(a)\perp(c';d')\Leftrightarrow(a)\perp(Q)$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

• បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់នៅពេលណា?

• បើបន្ទាត់មួយកែងទៅនឹងប្លង់មួយ បន្ទាត់នោះត្រូវអរតូកូណាល់

</td>
<td>

ជំហានទី៤(១៥នាទី)

ពង្រឹងពុទ្ធិ

</td>
<td>

• បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់នៅពេលដែលបន្ទាត់នោះកែងនឹងបន្ទាត់ពីរកាត់គ្នានៅក្នុងប្លង់នោះ

• បើបន្ទាត់មួយកែងទៅនឹងប្លង់មួយ បន្ទាត់នោះត្រូវអរតូកូណាល់នឹងគ្រប់បន្ទាត់នៅក្នុងប្លង់

</td>
</tr>
</table>

នឹងបន្ទាត់ណាខ្លះ? • $\left.\begin{matrix}(a)\parallel(b)\\(a)\perp(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow ?$ • $\left.\begin{matrix}(a)\perp(P)\\(b)\perp(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow ?$ • $\left.\begin{matrix}(a)\perp(P)\\(P)\parallel(Q)\end{matrix}\right\} \Rightarrow ?$		• $\left.\begin{matrix}(a)\parallel(b)\\(a)\perp(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (b)\perp(P)$ • $\left.\begin{matrix}(a)\perp(P)\\(b)\perp(P)\end{matrix}\right\| \Rightarrow (a)\parallel(b)$ • $\left.\begin{matrix}(a)\perp(P)\\(P)\parallel(Q)\end{matrix}\right\} \Rightarrow (a)\perp(Q)$
កុំភ្លេចធ្វើលំហាត់នៅផ្ទះ	ជំហានទី៨(៣នាទី) បណ្តាំផ្ញើ គេមានចតុមុខនិយ័ត $OABC$ ។ H ជាអរត្តូសង់នៃ ΔABC ។ $K;M;N\,\&\,L$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ $[OB];[OC];[HB]\&[HC]$ ។ ក.បង្ហាញថា $(OH)\perp(ABC)$ ខ. $(a)=(AKN)\cap(AML)$ ។ បង្ហាញថា $(a)\perp(ABC)$	សិស្សកត់លំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី........ខែ..........ឆ្នាំ ២០១...
វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

មេរៀនទី៣ ភាពអរតូកូណាល់ក្នុងលំហ

៣.៣.បន្ទាត់កែងនឹងប្លង់

គ.ទ្រឹស្តីបទបីបន្ទាត់កែង

ឃ.ទ្រឹស្តីបទច្រាស់នៃបីបន្ទាត់កែង

៣.៤.ប្លង់មេដ្យានទ័រ

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ក្រោយពីរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ

ចំណេះដឹងៈ ប្រាប់បានអំពីទ្រឹស្តីបទបីបន្ទាត់កែង និងទ្រឹស្តីច្រាស់បីបន្ទាត់កែង

ប្រាប់បានអំពីនិយមន័យមេដ្យានទ័រ

ចំណេះធ្វើៈ ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទបីបន្ទាត់កែង និង ទ្រឹស្តីបទច្រាស់បីបន្ទាត់កែង

ឥរិយាបទៈ សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ២ម៉ោង

IV. សម្ភារៈឧបទេស ផ្ទាំងរូបភាព និង កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារបង្រៀន	សកម្មភាពសិស្ស
គ្រូត្រួតពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និង វត្តមានសិស្ស	**ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)**	តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
១. គេឲ្យ a និង b ជាបន្ទាត់ ហើយ P និង Q ជាប្លង់ ។ ក. គេមាន	**ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀនចាស់)**	ក. គេបាន

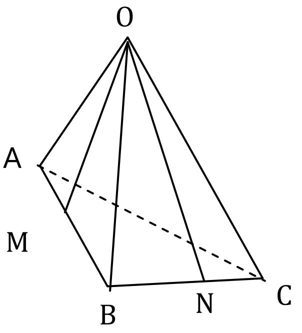
<table>
<tr>
<td>

$\left.\begin{matrix} a\parallel b \\ a\perp P\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$

ខ. គេមាន

$\left.\begin{matrix} a\perp P \\ P\parallel Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$

២.ក្នុងពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័ត ដូចរូប M,N ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃជ្រុង AB និង BC



តើ AB កែងនិងប្លង់ OAN ឬទេ?

តើ AB កែងនិងប្លង់ OMC ឬទេ?

</td>
<td></td>
<td>

$\left.\begin{matrix} a\parallel b \\ a\perp P\end{matrix}\right\}\Rightarrow b\perp P$

ខ. គេបាន

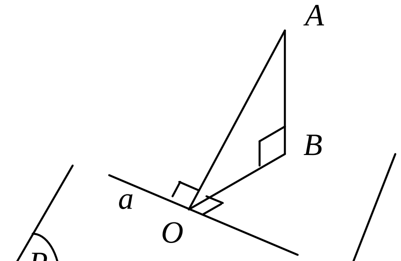
$\left.\begin{matrix} a\perp P \\ P\parallel Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp Q$

ក. b ⊥ P

$BC\perp OAN$

$AB\perp OMC$

</td>
</tr>
<tr>
<td>



ដោយ $AB\perp P$ និង $a\subset P$ គេទាញបានដូចម្ដេច?

ដោយ

$\left.\begin{matrix} BO\perp a \\ BA\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$

$\left.\begin{matrix} a\perp AOB \\ AO\subset AOB\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$

<u>ឧទាហរណ៍</u>៖គេមានចតុមុខ

</td>
<td>

ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ)

៣.៣.បន្ទាត់កែងនិងប្លង់

គ.ទ្រឹស្តីបទបីបន្ទាត់កែង

ទ្រឹស្តីបទ: បើបន្ទាត់(AB) កែងនិងប្លង់ P ត្រង់ B ហើយ BO កែងនិង បន្ទាត់ a នៃPត្រង់O នោះបន្ទាត់ (OA) កែងនិងបន្ទាត់ a ។

$\left.\begin{matrix} AB\perp P \\ BO\perp a \\ a\subset P\end{matrix}\right\}\Rightarrow AO\perp a$

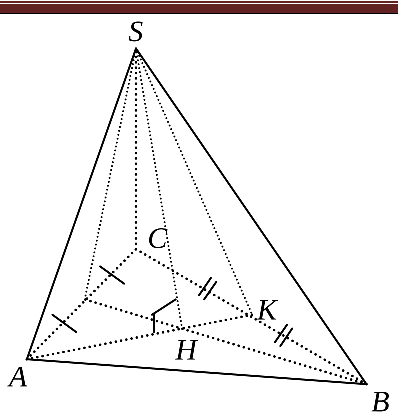
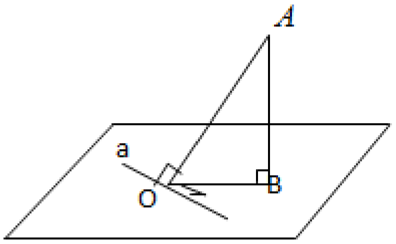
</td>
<td>

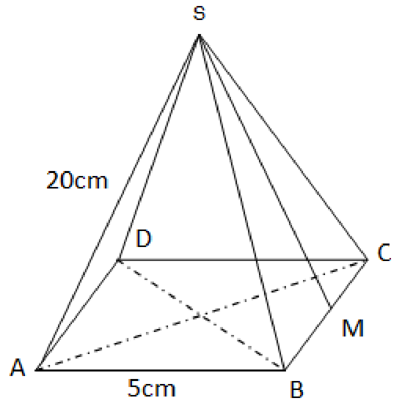
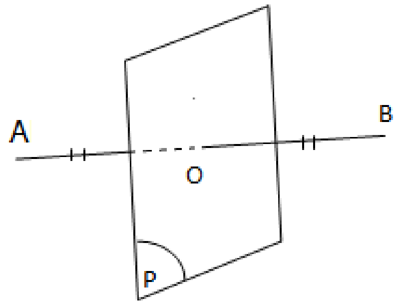
$\left.\begin{matrix} AB\perp P \\ a\subset P\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB\perp a$

$\left.\begin{matrix} BO\perp a \\ BA\perp a\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp AOB$

$\left.\begin{matrix} a\perp AOB \\ AO\subset AOB\end{matrix}\right\}\Rightarrow AO\perp a$

</td>
</tr>
</table>

និយត៍SABCមួយដែលមានកំពស់SH។ យកKជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងBC។ បង្ហាញថាSKកែងនិងBC។ ១.តើ SH កែងនិងប្លង់ណា? ២.តើ $AK\perp BC$ ឬទេ? ៣.តើ BC នៅក្នុងប្លង់ណា? (១),(២),(៣) គេបានអ្វី?	 តាមទ្រឹស្តីបទបីបន្ទាត់កែង $\left.\begin{matrix} SH\perp ABC \\ AK\perp BC \\ BC\subset ABC \end{matrix}\right\}\Rightarrow SK\perp BC$	១. $SH\perp ABC$ ២. $AK\perp BC$ ៣. $BC\subset ABC$ ៣.BC⊂ABC គេបាន $SK\perp BC$
 a នៅក្នុងប្លង់ណា? ដោយ $AB\perp P$ គេបានអ្វី? យើងមាន $AB\perp a$, $AO\perp a$ គេបាន a កែងនិងប្លង់ណា? ដោយ $BO\subset AOB$ គេទាញបានអ្វី?	ឃ. <u>ទ្រឹស្តីបទច្រាស់នៃបីបន្ទាត់កែង</u> ទ្រឹស្តីបទ: បើបន្ទាត់ AB កែងនិងប្លង់ P ត្រង់ B ហើយ AO កែងនិងបន្ទាត់ a នៃប្លង់ P ត្រង់ O នោះបន្ទាត់ BO កែងនិងបន្ទាត់ a ។ $\left.\begin{matrix} AB\perp P \\ AO\perp a \\ a\subset P \end{matrix}\right\}\Rightarrow BO\perp a$ សម្រាយបញ្ជាក់ $\left.\begin{matrix} AB\perp P \\ a\subset P \end{matrix}\right\}\Rightarrow AB\perp a$ $\left.\begin{matrix} AB\perp a \\ AO\perp a \end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp AOB$ $\left.\begin{matrix} a\perp AOB \\ BO\subset AOB \end{matrix}\right\}\Rightarrow BO\perp a$	a នៅក្នុងប្លង់ P គេបាន $AB\perp a$ $a\perp AOB$ គេទាញបាន $BO\perp a$
ក. តើ $SB=SC$ រឺទេ? តើ BSC ជា Δ អ្វី? ដោយ SM ជាកំពស់នៃ	ប្រតិបត្តិ: គេមានចតុមុខនិយ័ត $SABCD$ ដែលមានបាត $ABCD$ ជាការេ។ យក M ជាចំនុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC ។ ក. បង្ហាញថា SM កែងនិង BC	$SB=SC$ ΔBSC ជាត្រីកោណសមបាត

ត្រីកោណ $BSC \Rightarrow SM \perp BC$ ខ.មុខខាងរបស់ពីរ៉ាមីតនេះមានប៉ុន្មាន? មុខនីមួយៗមានក្រឡាផ្ទៃប៉ុន្មាន?SM ស្មើប៉ុន្មាន cm? ដូចម្តេចដែលហៅថាបន្ទាត់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ? គេមានOជាចំនុចកណ្តាលAB ប្លង់P កែង AB ត្រង់ O។ គេថា P ជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃ AB ។ ដូចម្តេចដែលហៅថាប្លង់មេដ្យាទ័រ?	ខ. ប្រសិនបើ $SA=20cm$ និង $AB=5cm$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃខាងនៃពីរ៉ាមីត។  ៣.៤. ប្លង់មេដ្យានទ័រ  និយមន័យ: ប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់មួយ គឺជាប្លង់ដែលកែងនិងអង្កត់នោះត្រង់ចំនុចកណ្តាល។ លក្ខណ: គេមានចំនុច A,B ស្ថិតនៅសងខាងប្លង់ P ហើយបីចំណុចផ្សេង គ្នា C,D,E ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ P ដែល	មានមុខខាង4 មុខនិមួយៗជាត្រីកោណ នោះ $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}BC\times SM=\frac{1}{2}\times 5\times SM$ តែ $SM=\sqrt{SB^2-BM^2}$ $=\sqrt{400-6.25}$ $=\sqrt{393.75}$ $=19.8cm$ នាំអោយ $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}\times 5\times 19.8=49.60cm^2$ នោះ: $S_L=4\times 49.60=198.4\ cm^2$ ដូចនេះ: $S_L=198.4\ cm^2$ មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ជាបន្ទាត់ដែលកែង AB ត្រង់ ចំនុចកណ្តាល ប្លង់មេដ្យាទ័រគឺជាប្លង់ដែលកែងនិងបន្ទាត់ត្រង់ចំនុចកណ្តាល

<u>ឧទាហរណ៍:</u> ក្នុងគូប $ABCDA'B'C'D'$ ។ ចូរកំណត់ប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់[AB]។

តើ $AB = CB$ រឺទេ?

$AB' = CB'$ រឺទេ?

$AD = CD$ រឺទេ?

តើ B, B', D រត់ត្រង់គ្នាដែររឺទេ?

តាមលក្ខណៈប្លង់មេដ្យាទ័រគេបានដូចម្តេច?

តើ $AK = C'K$ រឺទេ?

$AJ = C'J$ រឺទេ?

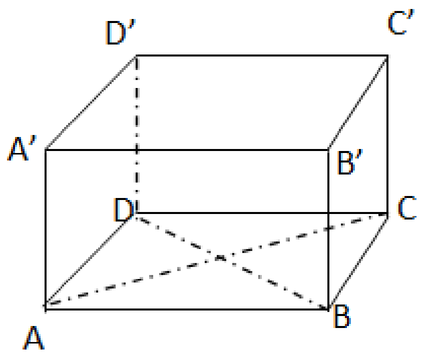
$AI = C'I$ រឺទេ?

តើ I, J, K រត់ត្រង់គ្នារឺទេ?

គេសន្និដ្ឋានបានដូចម្តេច?

$$\left.\begin{aligned}AC &= BC\\ AD &= BD\\ AE &= BE\end{aligned}\right\} \Leftrightarrow P \text{ ជាមេដ្យាទ័រនៃ}$$

អង្កត់ AB

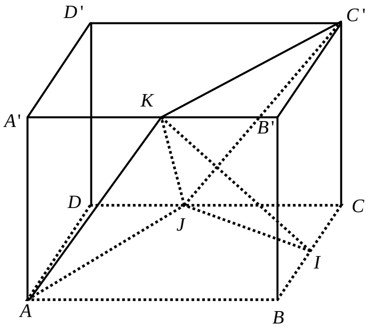


$AB = CD, AB' = CB', AD = CD$

ដោយ B, B′, D បីចំនុចផ្សេងគ្នា

$\Rightarrow BB'D$ ជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃ[AC]

<u>ប្រតិបត្តិ:</u> ក្នុងគូប $ABCDA'B'C'D'$ គេមាន I, J, K ជាចំណុចកណ្តាល រៀងគ្នានៃទ្រនុង BC, CD, $A'B'$ ។ កំណត់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់$[AC']$



ជំហានទី៥(ពង្រឹងពុទ្ធិ)

$AB = CB$

$AB' = CB'$

$AD = CD$

B, B', D រត់មិនត្រង់គ្នាទេ

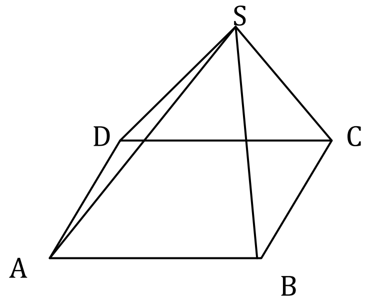
គេបាន $BB'D$ ជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃ$[AC]$។

$AK = C'K$

$AJ = C'J$

$AI = C'I$

I, J, K មិនរត់ត្រង់គ្នាទេ គេសន្និដ្ឋានបានថា IJK ជា ប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់$[AC']$

អោយនិយមន័យប្លង់មេដ្យាទ័រ? $\left.\begin{array}{l}AB\perp P\\BO\perp a\\a\subset P\end{array}\right\}\Rightarrow AO\perp ?$ $\left.\begin{array}{l}AB\perp P\\AO\perp a\\a\subset P\end{array}\right\}\Rightarrow BO\perp ?$ $\left.\begin{array}{l}d\perp a,d\perp b\\a\subset P,b\subset P\\a\bigcap b=\{0\}\end{array}\right\}\Rightarrow ?$		ប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់មួយគឺជាប្លង់ដែលកែងនឹងអង្កត់នោះត្រង់ចំនុចកណ្តាល។ $\left.\begin{array}{l}AB\perp P\\BO\perp a\\a\subset P\end{array}\right\}\Rightarrow AO\perp ?$ $\left.\begin{array}{l}AB\perp P\\AO\perp a\\a\subset P\end{array}\right\}\Rightarrow BO\perp ?$ $\left.\begin{array}{l}d\perp a,d\perp b\\a\subset P,b\subset P\\a\bigcap b=\{0\}\end{array}\right\}\Rightarrow ?$
កុំភ្លេចធ្វើកិច្ចការផ្ទះ	ជំហានទី៥(បណ្តាំផ្ញើ) លំហាត់:គេមានពីរ៉ាមីតនិយត័ SABCDដែលមានបាតជាការេ ABCDហើយ មុខនីមួយៗជាត្រីកោណសម័ង្សនិងEកណ្តាលSC បង្ហាញថាប្លង់BDEជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់[SC]។  	សិស្សកត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី........ខែ..........ឆ្នាំ ២០១...
វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី១១ ធរណីមាត្រក្នុងលំហ

មេរៀនទី៣ ភាពអរតូកូណាល់ក្នុងលំហ

៣.៥.ប្លង់កែង

ក.មុំដែលបង្កើតដោយប្លង់ពីរ

៣.៦.ចំណោលកែង

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ក្រោយពីរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ

ចំណេះដឹងៈ ប្រាប់បាននិយមន័យ ប្លង់កែង និង ចំណោលកែង

ចំណេះធ្វើៈ កំណត់មុំដែលបង្កើតឡើងដោយប្លង់ពីរ និង ចំណោលកែង

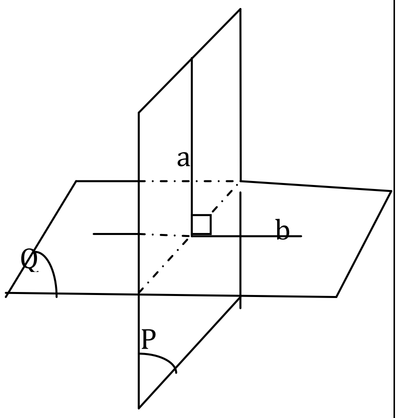
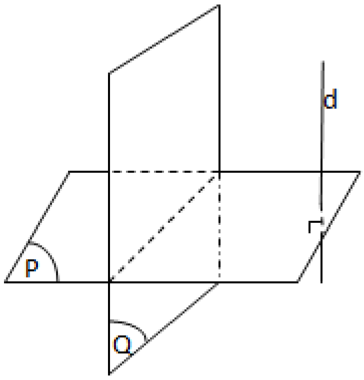
ឥរិយាបថៈ សិស្សសហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់

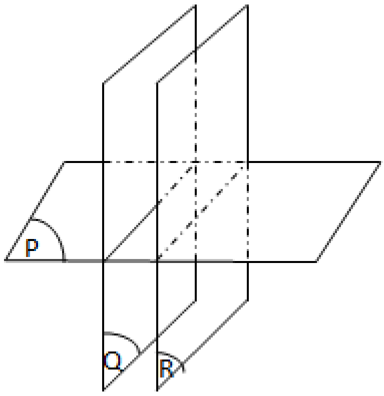
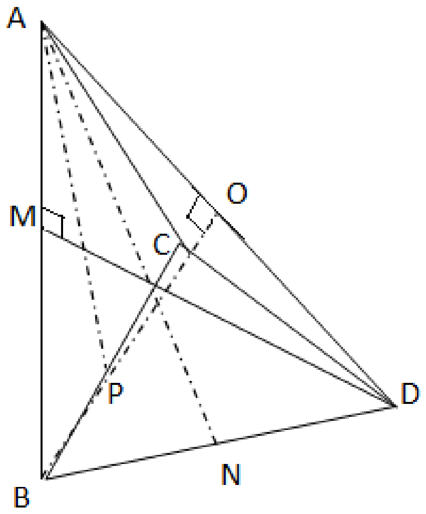
III. រយៈពេល ២ម៉ោង

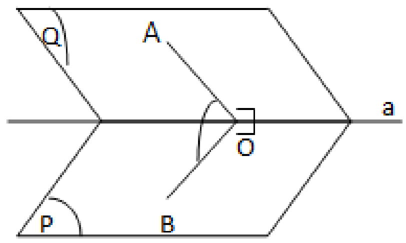
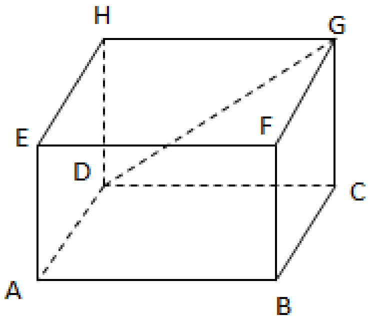
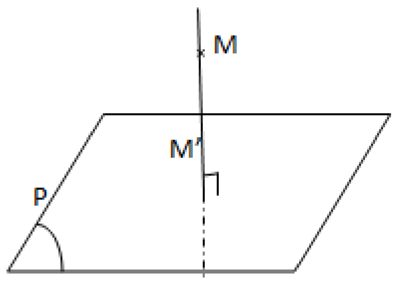
IV. សម្ភារៈឧបទេស ផ្ទាំងរូបភាព និង កម្រងលំហាត់

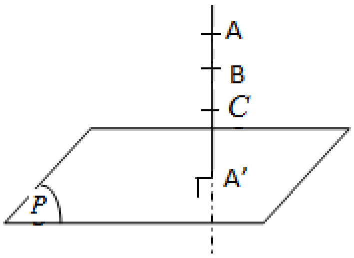
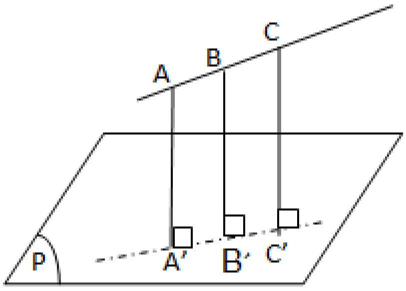
V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និង អវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(លំនឹងថ្នាក់)	ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
ចូរអោយនិយមន័យនៃប្លង់មេដ្យាទ័រនៃ អង្កត់ AB? បើគេមាន $\left.\begin{array}{l} OA=MA \\ OB=MB \\ OC=MC \end{array}\right\} \Rightarrow$	ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀនចាស់)	ប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ជាប្លង់ដែលកែងនិង AB ត្រង់ ចំនុចកណ្តាល។ ដោយ $\left.\begin{array}{l} OA=MA \\ OB=MB \\ OC=MC \end{array}\right\} \Rightarrow ABC$ ជាប្លង់

ប្លង់អ្វីជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ OM $\left.\begin{matrix} d\subset P \\ d\perp Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$ $\left.\begin{matrix} a\perp P \\ a\parallel Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$ $\left.\begin{matrix} d\perp a, d\perp b \\ a\subset P, b\subset P \\ a\cap b=\{0\}\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$ $\left.\begin{matrix} d\perp a, d\perp b \\ a\subset P, b\subset P \\ a\cap b=\{0\}\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$		មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ OM ។ $\left.\begin{matrix} d\subset P \\ d\perp Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow P\perp Q$ $\left.\begin{matrix} a\perp P \\ a\parallel Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow P\perp Q$ $\left.\begin{matrix} d\perp a, d\perp b \\ a\subset P, b\subset P \\ a\cap b=\{0\}\end{matrix}\right\}\Rightarrow d\perp P$ $\left.\begin{matrix} d\perp a, d\perp b \\ a\subset P, b\subset P \\ a\cap b=\{0\}\end{matrix}\right\}\Rightarrow d\perp P$
 (រូប១) ពិនិត្យមើល(រូប១) តើបន្ទាត់ a នៅក្នុងប្លង់ណា? តើ $a\perp Q$ រឺទេ? តើបន្ទាត់b នៅក្នុងប្លង់ណា? ⊥ ប្លង់ណា? គេថា ប្លង់ P⊥Q (រូប២) បើ d//Q តើមានបន្ទាត់ដែលនៅក្នុង Q ហើយ//d រឺទេ? ឧបមា b⊂Qហើយb//d, d⊥P គេបានអ្វី? ដោយ b⊂Q, b⊥P គេបានដូចម្តេច?	ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) និយមន័យ: គេថាប្លង់P កែងនិងប្លង់Q កាលណាប្លង់Pមានបន្ទាត់មួយ កែងនិងប្លង់Q (រឺប្លង់Qមានបន្ទាត់មួយកែងនិងប្លង់P)។ លក្ខណ: ក. $\left.\begin{matrix} d\perp P \\ d\parallel Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow P\perp Q$  (រូប២) ខ. $\left.\begin{matrix} P\perp Q \\ R\parallel Q\end{matrix}\right\}\Rightarrow P\perp R$	$a\subset P$ $a\perp Q$ $b\subset Q$, $b\perp P$ មាន គេបាន $b\perp P$ $\left.\begin{matrix} b\subset Q \\ b\perp P\end{matrix}\right\}\Rightarrow Q\perp P$

ក.នៅក្នុង ΔABC តើ $AP\perp ?$ នៅក្នុង ΔBCD តើ $DP\perp ?$ $(1)\&(2)$ គេបាន $BC\perp ?$ តើ $BC\perp AD$ រឺទេ? តាមសម្មតិកម្ម $BO\perp AD$ គេបានដូចម្តេច? ខ.តើ $MN\parallel$ និងអ្វី? $MN\perp BO$ ឬទេ? $NM\perp CO$ ឬទេ? =>MN⊥BO, MN⊥CO រឺទេ? ដោយ $\left.\begin{matrix}MN\perp BOC\\ MN\subset CMN\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$ $\left.\begin{matrix}BC\perp APD\\ BC\perp ABC\end{matrix}\right\}\Rightarrow ?$	 ប្រតិបត្តិ: គេអោយ4 ចំនុចA,B,C និង Dមិនស្ថិត នៅក្នុង ប្លង់តែ មួយ ដែលΔABC និង DBCជា Δ សមបាតរួម BC។គូស BO កែងនិងAD ត្រង់O។ យកM,N,P ជា ចំនុចកណ្តាលរៀងគ្នាAB, BD, BC ក. បង្ហាញថាBCកែងនិង APD រួចADកែងBCO ខ. បង្ហាញថាCMN កែងនិងBCO រួចABC កែង AOD 	$AP\perp BC$ (1) $DP\perp BC$ (2) $BC\perp APD$ $BC\perp AD$ ដោយ $\left.\begin{matrix}BC\perp AD\\ BO\perp AD\end{matrix}\right\}\Rightarrow AD\perp BCO$ BC $MN\parallel AD$ $MN\perp BO$ $MN\perp CO$ $\Rightarrow NM\perp BOC$ $\left.\begin{matrix}MN\perp BOC\\ MN\subset CMN\end{matrix}\right\}\Rightarrow CMN\perp BOC$ $\left.\begin{matrix}BC\perp APD\\ BC\perp ABC\end{matrix}\right\}\Rightarrow ABC\perp APD$

	ក. <u>មុំដែលបង្កើតឡើងដោយប្លង់ពីរ</u>	
តើប្លង់P ប្រសព្វ Q បានបន្ទាត់ណា?គេយក O នៅលើ a ដែល $OA\perp a\,,\,A\subset Q$ $OB\perp a\,,\,B\subset P$ តើគេបានមុំដែលបង្កើតឡើងដោយP និងQ ជាមុំណា?	 គេបាន$\angle$AOB ជាមុំដែលបង្កើតឡើងដោយប្លង់P និង Q។	P$\cap$Q បានបន្ទាត់ a $\angle AOB$ ជាមុំដែលបង្កើតដោយប្លង់ P និងប្លង់ Q
<u>ឧទាហរណ៍:</u> គេមានគូប $ABCDEFGH$ ។ កំណត់មុំដែលបង្កើតឡើង ដោយប្លង់ $AFGD$ និង $ABCD$ តើ $AFGD$ ប្រសព្វ $ABCD$ បានអ្វី? តើ $AB\perp AD$ ត្រង់ណា? ចុះ:AF⊥AD ត្រង់ណា? តើមុំណាបង្កើតដោយប្លង់ពីរនេះ:? $\angle FAB$ ប៉ុន្មានដឺក្រេ?	 	$AFGD\cap ABCD=(AD)$ $AB\perp AD$ ត្រង់ A $AF\perp AD$ ត្រង់ A $\angle FAB$ $\angle FAB=45^0$
តើ $MM'\perp P$ ត្រង់ណា? គេថា M' ជាចំណោលកែងនៃMមកលើប្លង់ P ដូចម្តេចដែលហៅថាចំណោលកែងនៃចំនុចមួយមកលើប្លង់?	៣.៦.<u>**ចំណោលកែង**</u>  និយមន័យ: ចំណោលកែងនៃចំនុចមួយមកលើប្លង់មួយ	$MM'\perp P$ ត្រង់ M' ចំណោលកែងនៃចំនុចមួយលើប្លង់គឺជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់កែងនិងប្លង់ដែលគូសពីចំនុច

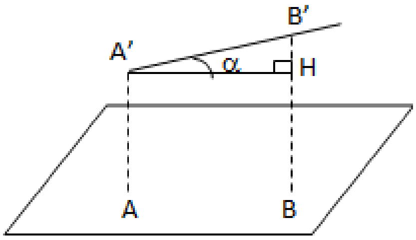
	គឺជាចំនុចប្រសព្វរវាងប្លង់និងបន្ទាត់កែងដែលគូសចេញពីចំនុចនោះ។ សំគាល់:$M \in P$ នោះM' ត្រួតលើ M -បើ A' ជាចំណោលកែងនៃ A លើ P នោះ $AA' \perp P$ លក្ខណ: ក. ចំណោលកែងនៃចំនុចរត់ត្រង់ គ្នានៅក្រៅប្លង់ P មកលើប្លង់ P គឺជាចំនុចរត់ត្រង់គ្នាឬត្រួតស៊ីគ្នាក្នុងប្លង់P។	នោះនិងប្លង់។
ករណី: A,B,C នៅលើបន្ទាត់កែង និង P តើចំណុចណាជាចំណោលកែងនៃ A,B,C ?		A' ជាចំណោលកែងនៃ A,B,C
ករណី A,B,C មិននៅលើបន្ទាត់ កែងនិង P យើងយក A',B',C' ជាចំណោលកែងរៀងគ្នានៃ A,B,C		
ដោយ $AA' \perp P$, $BB' \perp P$ តើ $AA' \parallel BB'$ រឺទេ? គេបានប្លង់ α មួយដែល $AA', BB' \subset \alpha$ តើ $P \cap \alpha = ?$	ករណី A,B,C នៅលើបន្ទាត់កែង P នោះចំណោល កែងនៃ A,B,C ត្រួតស៊ីគ្នា។ ករណី A,B,C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់កែង P នោះ A',B',C' ជាចំណោលកែងលើរៀងគ្នា នៃ A,B,C គេបាន $AA' \parallel BB'$	$AA' \parallel BB'$ $P \cap \alpha = A'B'$ P∩α = A′B′
ដោយ $CC' \perp P, AA' \perp P$ គេទាញបានអ្វី?	នាំអោយមានប្លង់ α ដែល	$CC' \parallel AA'$

<table>
<tr>
<td>យើងមាន
$\left.\begin{array}{l}C\in AB\\ AB\subset\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow ?$

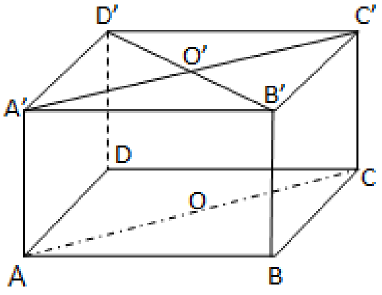
$\left.\begin{array}{l}C'\in\alpha\\ CC'\parallel AA'\end{array}\right\}\Rightarrow ?$
ដោយ $C'\in P, C'\in\alpha$
គេទាញបានអ្វី?

ដោយ $AA'\parallel AH$
នោះ $\angle BAH$ និងមុំរវាង AB និង $A'B'$ ស្មើគ្នាឬទេ?
តើ AH ស្មើអ្វី?</td>
<td>$AA', BB'\subset\alpha$

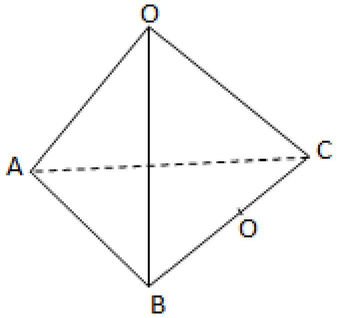
$\left.\begin{array}{l}C'\in P\\ C'\in\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow A,B,C$ រត់ត្រង់គ្នា

ខ. បើ $A'B'$ ជាចំណោលកែងនៃ AB មកលើប្លង់ P ។ គេបាន $A'B'=AB\cos\alpha$ ដែល α ជាមុំផ្គុំរវាងបន្ទាត់ AB និងប្លង់ P
</td>
<td>គេបាន
$\left.\begin{array}{l}C\in AB\\ AB\subset\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow C\in\alpha$
$\left.\begin{array}{l}C'\in\alpha\\ CC'\parallel AA'\end{array}\right\}\Rightarrow CC'\subset\alpha , C'\in\alpha$
គេបាន A',B',C' រត់ត្រង់គ្នា

មុំរវាង AB និង $A'B'=\angle BAH$

$AH=AB\cdot\cos\alpha$
$\Rightarrow A'B'=AB\cos\alpha$</td>
</tr>
<tr>
<td>អោយនិយមន័យចំណោលកែងនៃចំនុចមួយមកលើប្លង់?

$\left.\begin{array}{l}P\perp Q\\ Q\parallel R\end{array}\right\}\Rightarrow ?$
រកចំណោលកែងនៃ B' លើ ABC</td>
<td>ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)</td>
<td>ចំណោលកែងនៃចំនុចមួយមកលើប្លង់គឺជាចំនុចប្រសព្វរវាងប្លង់និងបន្ទាត់កាត់តាមចំនុចនោះដែលកែងនិងប្លង់

$\left.\begin{array}{l}P\perp Q\\ Q\parallel R\end{array}\right\}\Rightarrow P\perp R$
ចំណោលកែងនៃ B' លើ ABC គឺ B
ចំណោកែងនៃ A' លើប្លង់ ABC</td>
</tr>
</table>

រកចំណោលកែងនៃ A' លើ រកចំណោលកែងនៃ D' លើ ប្លង់ $AA'B'$		គឺ A ចំណោលកែងនៃ D' លើ ប្លង់ $AA'B'$ គឺ A'
កុំភ្លេចធ្វើលំហាត់នៅផ្ទះ	ជំហានទី៥(បណ្តាំផ្ញើ) <u>លំហាត់:</u> គេមានចតុមុខនិយត័ $OABC$ មួយនិង M ជាចំនុចកណ្តាល BC ដែល $\angle OAM = \alpha$ កំណត់មុំដែលបង្កើតឡើងដោយប្លង់ ABC និង OBC ។ 	សិស្សកត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ ៥៤-៥៧

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា

ក) ឯកធា

+សញ្ញាណឯកធា

+ឯកធាដូចគ្នា

+ដឺក្រេនៃឯកធា

ខ) ប្រមាណវិធីលើឯកធា

+វិធីបូក និងដកឯកធា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃឯកធា ឯកធាដូចគ្នា ដឺក្រេឯកធា
  -ប្រាប់បានពីប្រមាណវិធីលើឯកធា
- ចំណេះធ្វើ ៖ - រកឲ្យឃើញឯកធា ឯកធាដូចគ្នា និងដឺក្រេនៃឯកធា
  - ធ្វើប្រមាណវិធី បូក ដកលើឯកធាដូចគ្នា
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

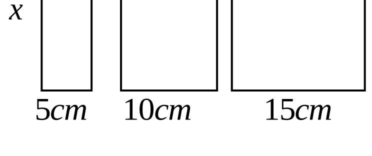
IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់ ក្រដាសកាតុងដែលមានរាងចតុកោណកែង

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ: វត្តមាន អនាម័យ	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-ចូរឲ្យរូបមន្តបរិមាត្រការេ -ចូរសរសេរសរកន្សោម	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	-បរិមាត្រការេ= ប្រវែងជ្រុង×4 a^3 គោលគឺ a និងនិទស្សន្តគឺ 3

$a\times a\times a$ ជារាងស្វ័យគុណ ហើយបញ្ជាក់គោល និងនិទស្សន្ត? - រកមេគុណ និងអថេរនៃកន្សោ $2x$?		-**មេគុណ 2 អថេរ x**
      បិទក្រដាសកាតុងដែលមានរាងជាការេ ដែលមានជ្រុង x -តើបរិមាត្រការេស្មើប៉ុន្មាន? -ចូរសង្កេតមើលកន្សោម $4x, 2, a, -3b, \sqrt{3}y, \frac{4}{5}x^2$ តើគេធ្វើប្រមាណវិធីអ្វីលើអថេរ ? តើនិទស្សន្តនិមួយៗជាចំនួនវិជ្ជមានឬ អវិជ្ជមាន? -ឲ្យសិស្សទាញនិយមន័យអំពីឯកធា។ -ចូររកកន្សោមដែលមិនមែនជាឯកធា។	**ជំហានទី ៣ (នាទី)** មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ មេរៀនទី១ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា - ឯកធា +សញ្ញាណឯកធា -បរិមាត្រនៃការេ = $\mathbf{4x}$ -គេធ្វើប្រមាណវិធី គុណលើអថេរ -និទស្សន្តនីមួយៗជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬ ០។ **និយមន័យ:** ឯកធាគឺជាកន្សោមដែលមានប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែ វិធីគុណ និង ស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ។	 -បរិមាត្រនៃការេ = $\mathbf{4x}$ -គេធ្វើប្រមាណវិធី គុណលើអថេរ -និទស្សន្តនីមួយៗជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬ ០។ -ឯកធាគឺជាកន្សោមដែលមានប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែ វិធីគុណ និង ស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ។ -កន្សោមដែលមិនមែនជាឯកធា: $\boldsymbol{x^{-2}, 3y^{-2}, -\sqrt{2}ab^{-3}}, \ldots$

<table>
<tr>
<td>-ចែកក្រដាសប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សតាមក្រុមពិភាក្សា។ រួចដូរក្រដាសគ្នាកែ។</td>
<td>ប្រតិបត្តិ១៖ ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមនេះតើកន្សោមណាមិនមែនជាឯកធា?
$m, -15, 2a+b, \frac{4}{x}, \sqrt{3}x^2y,$
$5xy, 5xy^{-2}, \frac{-3}{7}xy^4, \sqrt{xy}$</td>
<td>-កន្សោមជាឯកធាគឺ:
$m, -15, \sqrt{3}x^2y, 5xy$ និង $\frac{-3}{7}xy^4z$
+កន្សោមដែលមិនមែនជាឯកធា:
$2a+b, \quad \frac{4}{x}, 5xy^{-2}, \sqrt{xy}$</td>
</tr>
<tr>
<td>Ex:ចូរបំពេញអថេរ និងមេគុណនៃឯកធាក្នុងតារាងខាងក្រោម:
<table>
<tr><td>ឯកធា</td><td>អថេរ</td><td>មេគុណ</td></tr>
<tr><td>$2y$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\sqrt{2}xy^2$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\frac{4}{5}abc^2$</td><td></td><td></td></tr>
</table></td>
<td></td>
<td><table>
<tr><td>ឯកធា</td><td>អថេរ</td><td>មេគុណ</td></tr>
<tr><td>$2y$</td><td>y</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$\sqrt{2}xy^2$</td><td>x, y</td><td>$\sqrt{2}$</td></tr>
<tr><td>$\frac{4}{5}abc^2$</td><td>a, b, c</td><td>$\frac{-4}{5}$</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>Ex: តើឯកធា $-2bx^2y$ និងឯកធា $\frac{3}{5}bx^2y$ មានអ្វីដូចគ្នា?
-ចូរឲ្យនិយមន័យឯកធាដូចគ្នា?</td>
<td>-ឯកធាដូចគ្នា
និយមន័យ៖ ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា។</td>
<td>-មានផ្នែកអថេរ bx^2y ដូចគ្នា
-ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា។</td>
</tr>
<tr>
<td>Ex: ១-តើកន្សោម $-2xyz^3$ និង $\frac{1}{2}xyz^3$ ជាឯកធាដូចគ្នាឬទេ? ព្រោះអ្វី?
២-តើកន្សោម $3xyz$ និង xyz^3 ជាឯកធាដូចគ្នាឬទេ?</td>
<td></td>
<td>១-ជាឯកធាដូចគ្នា។ ព្រោះឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរ xyz^3 ដូចគ្នា។
២-មិនមែនជាឯកធាដូចគ្នាទេ ព្រោះឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរមិនដូចគ្នា។</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>-ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ</td>
<td>ប្រតិបត្តិ៖ ចូរជ្រើសរើសឯកធាដូចគ្នាក្នុងចំណោមឯកធាខាងក្រោម៖
$2xy,-3x^2y,-\frac{1}{2}yx,\sqrt{5}yx^2,ay,4ax$</td>
<td>-ឯកធាដូចគ្នាគឺ:
$2xyz$ និង $-\frac{1}{2}xy$
; $-3x^2y$ និង $\sqrt{5}yx^2$ ។</td>
</tr>
<tr>
<td>Ex:1. ឯកធា $-2x$ តើដឺក្រេប៉ុន្មាននៃអថេរ x?
2. តើឯកធា $3xy$ ប៉ុន្មាននៃអថេរ x និង y?</td>
<td>+ដឺក្រេនៃឯកធា
និយមន័យ៖ ដឺក្រេនៃឯកធាជាផលបូក និទស្សន្តរបស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា។</td>
<td>Ex:1
-មានដឺក្រេ 1 នៃអថេរ x
Ex:2
-មានដឺក្រេ 2</td>
</tr>
<tr>
<td>-នែណាំឲ្យសិស្ស បំពេញតារាងរួចប្តូរគ្នាកែ។</td>
<td>ប្រតិបត្តិ: ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម:
<table>
<tr><th>ឯកធា</th><th>អថេរ</th><th>មេគុណ</th><th>ដឺក្រេ</th></tr>
<tr><td>$-10ab^2c$
$-\frac{1}{2}abx^2yz^2$
$\frac{1}{2}x$
$-4ax^2y^3z$
$10ax^2y^3z^2$
$\sqrt{2}bx^5d^2$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td>
<td><table>
<tr><th>អថេរ</th><th>មេគុណ</th><th>ដឺក្រេ</th></tr>
<tr><td>a,b,c</td><td>-10</td><td>4</td></tr>
<tr><td>a,b,x,y,z</td><td>$\frac{-1}{2}$</td><td>7</td></tr>
<tr><td>x</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>a,x,y,z</td><td>-4</td><td>7</td></tr>
<tr><td>a,x,y,z</td><td>10</td><td>8</td></tr>
<tr><td>b,x,d</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>8</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>-ចែកសិស្សជាក្រុម រួចចែកក្រដាសកាតុងរាងជាចតុកោណកែងតូចៗដោយសន្មតយកប្រវែងបណ្តោយ x cm និងទទឹង 5cm, 10cm ,15cm រៀងគ្នា។
-ចូររកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណនីមួយៗ?</td>
<td>ខ-ប្រមាណវិធីលើឯកធា
+វិធីបូក និងវិធីដកឯកធា

</td>
<td>+ក្រឡាផ្ទៃ៖ $5x,10x,15x$</td>
</tr>
</table>

- បើយើងបូកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនីមួយៗ តើស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡារបស់ចតុកោណកែងដែលផ្គុំឬទេ? +ឧទាហរណ៍: ចូរគណនា ក , $4x-2x$ ខ, x^2+3x^2 តើអ្នកអាចបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នាបានដូចម្ដេច? ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ។	ជាទូទៅ: ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកឯកធាដូចគ្នា ត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកនៃផ្នែកមេគុណរួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ។ ប្រតិបត្តិ: គណនា ក) $5x+7x+x$ ខ) $x^2-10x^2+11x^2$ គ) $8x^2y^2z+13x^2y^2z-x^2y^2z$	-ស្មើគ្នាគឺ $5x+10x+15x=30x$ ហើយផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងដែលផ្គុំគឺ $30 \times x=30x$ ។ ក $(4-2)x=2x$ ខ $(1+3)x^2=4x^2$ ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកឯកធាដូចគ្នា ត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកនៃផ្នែកមេគុណរួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ។ ក) $(5+7+1)x=13x$ ខ) $(1-10+11)x^2=2x^2$ គ) $(8+13-1)x^2y^2z=20x^2y^2z$
១) ដូចម្ដេចដែលហៅថាឯកធា? ២) ដូចម្ដេចដែលហៅថាឯកធាដូចគ្នា? ៣) តើយើងអាចកំណត់ដឺក្រេនៃឯកធាបានយ៉ាងដូចម្ដេច? ៤) តើយើងអាចគណនាផល	ជំហានទី ៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	១)ឯកធាគឺជាជាកន្សោមដែលមានប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែ វិធីគុណ និងស្វ័យគុណ ដែលមាននិទស្សន្ត ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ។ ២) ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា។ ៣) ដឺក្រេនៃឯកធាជាផលបូកនិទស្សន្ត របស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា។ ៤) ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផ

បូក និងផលដកឯកធាបានដូចម្តេច?		លដកឯកធាដូចគ្នា ត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកនៃផ្នែកមេគុណរួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ។
កិច្ចការផ្ទះ: ១) រកកន្សោមឯកធា និងមិនមែនជាឯកធាឲ្យបាននីមួយៗ ៥។	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៥៨

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា

ខ) ប្រមាណវិធីលើឯកធា

+វិធីគុណឯកធា

+វិធីចែកឯកធា

គ) ពហុធា

+សញ្ញាណពហុធា

+ដឺក្រេនៃពហុធា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃពហុធា

-ប្រាប់បានពីដឺក្រេនៃពហុធា

- ចំណេះធ្វើ ៖ - ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ និងវិធីចែកឯកធា

- កំណត់ និងបែងចែកច្បាស់លាស់អំពីកន្សោមដែលជាពហុធា និងមិនមែនពហុធា

- រកឃើញដឺក្រេនៃពហុធា

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់ ក្រដាសកាតុងដែលមានរាងចតុកោណកែង

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យៈ វត្តមាន សណ្ដាប់ធ្នាប់ សំណេះសំណាល	**ជំហានទី១ (៥នាទី)** រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធាថ្នាក់រាយការណ៍

១)គណនា $A+B$ និង $A-B$ ក) $A=3x^2$ $B=-5x^2$ ខ) $A=-x^3$ $B=10x^3$ ២)ចូរបំពេញ ក) $a^m\times a^n=......$ ខ) $\left(a^m\right)^m=....$ គ) $\left(ab\right)^n=...$ ឃ) $\frac{a^m}{a^n}=.....$	**ជំហានទី២ (៥នាទី)** រំលឹកមេរៀន $a^m\times a^n=a^{m+n}$ $\left(a^m\right)^n=a^{n\times m}$ $\left(ab\right)^n=a^n\times b^n$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$	១) ក) $A+B=3x^2-5x^2=-2x^2$ $A-B=3x^2+5x^2=8x^2$ ខ) $A+B=-x^3+10x^3=9x^3$ $A-B=-x^3-10x^3=-11x^3$ ២) $a^m\times a^n=a^{m+n}$ $\left(a^m\right)^n=a^{n\times m}$ $\left(ab\right)^n=a^n\times b^n$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
Ex: ស្រះទឹកមួយមានរាងចតុកោណកែង ដែលមានបរិមាត្រ $2x$ និង $3x$ ។ ចូររកក្រឡាផ្ទៃស្រះទឹកនោះ? Ex: គណនា $a..(\frac{1}{2}x)(-3x)$ $b..(\sqrt{5}xy^2)(4xy)$ ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សា	**ជំហានទី៣ (នាទី)** មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ មេរៀនទី១ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា +វិធីគុណឯកធា ជាទូទៅ: ដើម្បីគណនាផលគុណនៃឯកធា គេផ្តុំមេគុណនិងមេគុណ ផ្នែកអថេរនិងអថេរ រួចធ្វើវិធីគុណនៃមេគុណនិងវិធីគុណផ្នែកអថេរ។ ប្រតិបត្តិ៖ គណនាបណ្តោយនៃស៊ុមរូបថតមួយមានរាង	Ex ក្រឡាផ្ទៃនៃស្រះទឹកគឺ: $2x\times3x=(2)(x)(3)(x)$ $=(2)(3)(x)(x)=6x^2$ $a..(\frac{1}{2}x)(-3x^2)=(\frac{1}{2})(-3)(x)(x^2)$ $=-\frac{3}{2}x^3$ $b..\left(\sqrt{5}xy^2\right)\left(4xy\right)=4\sqrt{5}x^2y^3$

ជាមួយដៃគូ។	ចតុកោណកែង ទទឹង $3x(m)$ និងក្រឡាផ្ទៃ $15x^2(m^2)$ ។	ដោយក្រឡាផ្ទៃ =បណ្តោយ $\times 3x$ $\Rightarrow$ បណ្តោយ $=\frac{15x^2}{3x}=5x$
	ជាទូទៅ: ដើម្បីចែកឯកធា និងឯកធាគេត្រូវសរសេរភាគយក និងភាគបែងជាផលគុណកត្តា ហើយចែកមេគុណនឹងមេគុណ ផ្ទែកអថេរ និងអថេរ។	
Ex: គណនា $1.\frac{10ab^2}{5ab}$ $2.\frac{7x^2yz^2}{4xyz}$		$1.\frac{10ab^2}{5ab}=\frac{5\times 2\times a\times b}{5\times a\times b}=2b$ $2.\frac{7x^2yz^2}{4xyz}=\frac{7\times x\times x\times y\times z\times z}{4\times x\times y\times z}$ $=\frac{7xz}{4}$
ចែកសិស្សជាក្រុម រួចប្តូរគ្នាតែ។	ប្រតិបត្តិ: គណនា 1. $\frac{a^2x^2}{10ax^2}$ 2. $\frac{-\sqrt{5}x^7y^2z^3}{4x^2yz}$ 3. $\frac{32a^{10}b^5c^6}{6abc^3}$ 4. $\frac{-12m^7n^2}{15m^2n}$	1. $\frac{a^2x^2}{10ax^2}=\frac{a\times a\times x\times x}{10\times a\times x\times x}=\frac{a}{10}$ 2. $\frac{-\sqrt{5}x^7y^2z^3}{4x^2yz}=\frac{-\sqrt{5}x^5yz^2}{4}$ 3. $\frac{32a^{10}b^5c^6}{6abc^3}=\frac{16a^9b^4c^3}{3}$ 4. $\frac{-12m^7n^2}{15m^2n}=\frac{-4m^5n}{5}$
	គ ពហុធា **+សញ្ញាណពហុធា** **Ex:** សួនបន្លែមួយមានរាងចតុកោណកែងដែលផ្តុំដោយការេមានប្រវែងជ្រុង x ម៉ែត និងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ x ម៉ែត និង 4 ម៉ែត។	
តើសួនបន្លែមានក្រឡាផ្ទៃសរុបប៉ុន្មាន?		-ផ្ទៃសរុប គឺ x^2+4x ម៉ែតការេ
-ខ្នាតក្រឡាផ្ទៃគិតជាអ្វី?		-ខ្នាតផ្ទៃគិតជា ម៉ែតការេ
-តើ x^2+4x មានប៉ុន្មានតួ? តួនីមួយៗជាអ្វី? +គេបានផលបូកនៃឯកធាគឺជាពហុធា។		-មានពីរតួ។ តួនីមួយៗជាឯកធា
	ជាទូទៅៈ ពហុធាជាផលបូកនៃច្រើនឯកធាខុសគ្នាហើយ	

<table>
<tr>
<td>
Ex: ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម៖

ពហុធា	អថេរ	តួនៃពហុធា
$x-2$		
$6x^3-5x+2$		
$\frac{1}{5}x^2-y$		
$7x^4-5x^3+x$		
</td>
<td>
ឯកធានីមួយៗហៅថាតួនៃពហុធា។

*សំគាល់៖

+ឯកធាដែលមានមួយតួហៅថាឯកធា។

+ពហុធាដែលមានពីរតួហៅថាទ្វេធា។

+ពហុធាដែលមានបីតួហៅថាត្រីធា។

Ex:

$5x^2+4$ ជាទ្វេធា

$-\frac{1}{5}x^4-5x^2+1$ ជាត្រីធា

ប្រតិបត្តិ១៖ ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមនេះ តើកន្សោមណាជាពហុធារួចបញ្ជាក់តួនៃពហុធានីមួយ

$1.3x^2-\frac{1}{2}$, $2.-\frac{1}{3x}+5x^2$

$3.3x+\sqrt{5}y-2xy^2$, $4.2x^{-2}+5x$

$5.\frac{m^2+5}{m^2-4}$, $6.\ 2x^{-2}yz^3$

$7.\ 8x^4-2x+\frac{1}{x}$

ប្រតិបត្តិ២៖ ចូរសរសេរពហុធាដែលតំណាងឲ្យក្រឡាផ្ទៃសរុបនៃផ្ទៃទាំងអស់ក្នុងរូបខាង
</td>
<td>

ពហុធា	អថេរ	តួនៃពហុធា
$x-2$	x	$x, -2$
$6x^3-5x+2$	x	$6x^3, -5x, 2$
$\frac{1}{5}x^2-y$	x,y	$\frac{1}{5}x^2, -y$
$7x^4-5x^3+x$	x	$7x^4, -5x^3, x$

កន្សោមដែលជាពហុធាគឺ៖

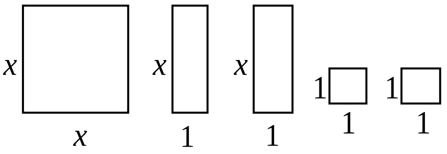
$1.3x^2-\frac{1}{2}$

ដែល តួនៃពហុធាគឺ $3x^2, -\frac{1}{2}$

$3.3x+\sqrt{5}y-2xy^2$

ដែល តួនៃពហុធាគឺ

$3x, \sqrt{5}y, -2xy^2$
</td>
</tr>
</table>

	ក្រោម: 	ពហុធាដែលតំណាងឲ្យក្រឡាផ្ទៃសរុបនៃផ្ទៃទាំងអស់គឺ៖ x^2+2x+2
Ex: ចូររកដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេនៃ $x,\ y$ ក្នុងកន្សោមខាងក្រោម៖ $1.7x+4$, $2.\ 2x^2-4x+2$ $3.\ -5x^2-6xy^2+1$ $4.x^4y+6x+2$ +តើយើងអាចមើលដឺក្រេនៃពហុធាបានយ៉ាងដូចម្តេច?	**+ដឺក្រេនៃពហុធា** ជាទូទៅ: ដឺក្រេនៃពហុធាគឺជាដឺក្រេរបស់តួដែលមានដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេ។	1. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x គឺ 1 2. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x គឺ 2 3. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x និង y គឺ 3 4. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x និង y គឺ 5 +យើងអាចមើលដឺក្រេនៃពហុធាលើតួណាដែលមានដឺក្រេខ្ពស់។
Ex: ចូររកដឺក្រេនៃពហុធាខាងក្រោមហើយបញ្ជាក់ដំដាប់ស្វ័យគុណ ចុះរឺ កើន។ $1.-4x+2$ $2.\ 2-4x+5x^2$		1. ពហុធា $-4x+2$ ជាពហុធាដឺក្រេ 1 នៃអថេរ x រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណចុះ។ 2. $2-4x+5x^2$ ជាពហុធាមានដឺក្រេ 2 នៃអថេរ x រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណកើន។
	ប្រតិបត្តិ: **1.**ពហុធា $x+2-4x^2$ មានអថេរ x ។ ចូរប្រាប់ពីដឺក្រេ និងបញ្ជាក់ពីរលំដាប់ស្វ័យគុណ កើនឬចុះ? 2. ពហុធា $t^3+3bt-2b^2t^2+b^3$ មានអថេរ t ។ ចូរប្រាប់ពីដឺក្រេ និងបញ្ជាក់ពីរលំដាប់ស្វ័យគុណកើនឬចុះ? 3. ពហុធា $\frac{1}{2}my^2-3+my+\frac{1}{3}y^4$	1. ដឺក្រេ 2 រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណកើន។ 2. ដឺក្រេ 3 រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណចុះ។

	មានអថេរ y ។ ចូរប្រាប់ពីដឺក្រេ និងបញ្ជាក់ពីរលំដាប់ស្វ័យគុណកើនឬចុះ?	3. ដឺក្រេ 4 រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណកើន។
+តើយើងត្រូវធ្វើដូចម្តេចដើម្បីគុណ និងចែកពហុធា? +ធ្វើដូចម្តេចដើម្បីបានពហុធា? +តើយើងមើលដឺក្រេនៃពហុធាបានតាមរបៀបណា?	**ជំហានទី ៤ (៥នាទី)** ពង្រឹងពុទ្ធិ	
កិច្ចការផ្ទះ គណនា $a.(\frac{1}{2}x)(-3x^3)$ $b.(\sqrt{5}xy^2)(4x^2y^3)$ $c.\ \frac{a^3x^4}{10a^2x^2}$ $d.\ \frac{-\sqrt{5}x^8y^5z^3}{4x^2y^4z}$ $e.\ \frac{12a^{11}b^5c^4}{6abc^3}$ $f.\ \frac{-25m^6n^4}{15m^2n}$	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	សិស្សឆ្លើយ (បាទ ចាំ)

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០
ជំពូក ២ ពហុធា
មេរៀនទី ១ ពហុធា
ថ្ងៃទី…… ខែ……ឆ្នាំ……
សៀវភៅសិស្សទំព័រ៦២

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.2 ប្រមាណវិធីបូក ដក និងគុណលើពហុធា
ក) ប្រមាណវិធីបូក ប្រមាណវិធីដកលើពហុធា
ខ)ប្រមាណវីធីគុណលើពហុធា
គ) រូបមន្តពន្លាត
+ពន្លាតការេទ្វេធា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃប្រមាណវិធី បូក ដក និងគុណលើពហុធា
  -ប្រាប់បានពីការពន្លាតការេទ្វេធា
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ធ្វើប្រមាណវិធីបូក និងដកលើពហុធា
  - ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ ពន្លាតការេទ្វេធា
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

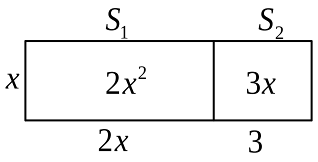
III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនត្យៈ វត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
1. កំណត់ដឺក្រេ និងតួនៃពហុធាខាងក្រោមៈ $1. 4x^5-5x^3+10x-20$ $2.\ 3x^2y^5\sqrt{5}xy^5+x^3y^5$	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	1. មានដឺក្រេ 5 និងតួមាន $4x^5;-5x^3;10x;-20$ 2. មានដឺក្រេ 8 និងមានតួ $3x^2y^5;-\sqrt{5}xy^5;x^3y^5$

2. គណនា 1. $(-m^9)-(-4m^9)$ 2. $\frac{1}{2}xy^5+\frac{3}{4}xy^5$		**2.គណនា** $1.-m^9+4m^9=3m^9$ $2.\frac{1}{2}xy^5+\frac{3}{4}xy^5=\frac{5}{4}xy^5$
Ex1: គេឲ្យពហុធា $A=2x^2+4x-2$ និង $B=4x^2-3x-8$ ។គណនា $A+B$ Ex2: គេឲ្យពហុធា $M=-3x^2+x-5$ និង $N=7x^2-3x+1$ ។គណនា $M-N$ +តើដើម្បីបូក ឬដកពហុធា គេត្រូវធ្វើដូចម្ដេច? ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាក្រុម រួចប្ដូគ្នាកែ។	**ជំហានទី៣ (៥នាទី)** មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ មេរៀនទី១ 1.2 ប្រមាណវិធី បូក ដក និង គុណលើពហុធា ក) ប្រមាណវិធីបូក ដក លើពហុធា ជាទូទៅ: ដើម្បីបូក ឬដក ឯកធាគេត្រូវបូក ឬដកឯកធា ដូចគ្នា។ ប្រតិបត្តិ១៖ គណនា $M+N$ និង $M-N$ ។ 1. $M=x^2-3x+5$ *and* $N=2x^2+x-2$ 2. $M=2x^2+y+10$ *and* $N=x^2-10y+20$ 3. $M=\frac{1}{2}x^2-6x+7$ *and* $N=\frac{3}{2}x^2+5x-4$ 4. $M=3x^4-4x^3+5x^2-4$ *and* $N=6x^4+x^3-7x^2-10$ ខ . ប្រមាណវិធីគុណលើ	Ex1 $A+B=$ $=2x^2+4x-2+4x^2-3x-8$ $=6x^2+x-10$ Ex2 $M-N=-10x^2+4x-6$ ដើម្បីបូកឬដកពហុធាគេត្រូវបូកឬដកឯកធាដូចគ្នា។ $1.M+N=2x^2-2x+3$ $2.M+N=3x^2-9y+30$ $3.M+N=2x^2-x+3$ $4.M+N=9x^4-3x^3-2x^2-14$

Ex1: ផ្ទាំងគំនូរមួយរាងចតុកោណកែង ដែលមានមានវិមាត្រ $2x+3$ និង x គិតជាម៉ែត គណនាក្រឡាផ្ទៃផ្ទាំងគំនូរ	ពហុធា  ដូចនេះ: $S = x(2x+3) = 2x^2+3x$	Ex1: តាង ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទាំងគំនូរ គេបាន: $S = x(2x+3).$ ឬ $S = S_1 + S_2$ ។នោះ: $x(2x+3) = 2x^2+3x$
Ex2: ទីធ្លានៃសាលារៀនមួយមានរាងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ។ និង គិតជាម៉ែត។ ចូររកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង? +តើរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងដូចម្តេច?		Ex:2 រូបមន្តក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែង គឺ បណ្តោយ $\times$ ទទឹង គេបាន: $(2x+1)(x+2)$ $=2x^2+4x+x+2$ $=2x^2+5x+2$
	ជាទូទៅ: ដើម្បីគុណពហុធា និងពហុធាគេត្រូវយកតួនីមួយៗនៃពហុធាទីមួយទៅគុណនឹងគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចបង្រួមលទ្ធផល។	
ចែកសិស្សជាក្រុម រួចប្តូរគ្នាកែ	**ប្រតិបត្តិ៖** គណនា 1. $(2ab)(-3a)(-3a^2b^2)^3$ 2. $(-x+4)(\frac{1}{2}x+3)$ 3. $(x^3+xy-4y^2)(x+y)$	1. $(2ab)(-3a^2b^2)^3$ $=(2)(-3)(a)(a^6)(b)(b^6)$ $=-6a^7b^7$ 2. $(-x+4)(\frac{1}{2}x+3)$ $=-\frac{1}{2}x^2-3x+2x+12$ $=-\frac{1}{2}x^2-x+12$ 3. $(x^3+xy-4y^2)(x+y)$ $=x^4+x^3y+x^2y-3xy^2-4y^3$

+សំគាល់៖ គេអាចគុណពហុធាតាមរបៀបមួយទៀត

Ex: គណនាផលគុណនៃពហុធា $1+x^3-6x$ និង $2x-3$ ជាដំបូងយើងត្រូវរៀបពហុធា

$$\begin{array}{l} x^3-6x+1 \\ \times)\ \ 2x-3 \\ \hline 2x^4-12x^2+2x \leftarrow (x^3-6x+1)(2x) \\ +)-3x^3+18x-3 \leftarrow (x^3-6x+1)(-3) \\ \hline 2x^4-3x^3-12x^2+20x-3 \end{array}$$

តាមលំដាប់ដឺក្រេកើន ឬចុះ

$+(a+b)^2$ ជាក្រឡាផ្ទៃនៃការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $(a+b)$ ។ចូរគូការនេះ

+តើក្រឡាផ្ទៃការេដែលមានជ្រុង $(a+b)$ ស្មើនឹងអ្វី?

Ex: ពន្លាត

1. $(x+1)^2$

តើ តួ a ស្មើអ្វី? តួ b ស្មើអ្វី?

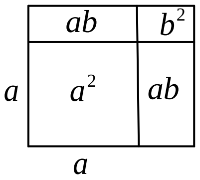
2, $(2x+\frac{3}{2}y)^2$

$$\begin{array}{l} x^3-6x+1 \\ \times)\ \ 2x-3 \\ \hline 2x^4-12x^2+2x \leftarrow (x^3-6x+1)(2x) \\ +)-3x^3+18x-3 \leftarrow (x^3-6x+1)(-3) \\ \hline 2x^4-3x^3-12x^2+20x-3 \end{array}$$

គ .រូបមន្តពន្លាត

+ពន្លាតការេនៃទ្វេធា

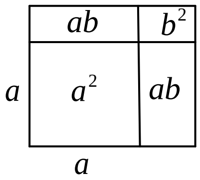
ពន្លាត $(a-b)^2$ ដែល a,b វិជ្ជមាន។



ជាទូទៅ៖

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

+ការេដែលមានផ្ទៃ $(a+b)^2$ គឺ



+ក្រឡាផ្ទៃគឺ៖

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b) = a^2+2ab+b^2$$

Ex1

+តួ a គឺ x និងតួ b គឺ 1

គេបាន: $(x+1)^2=x^2+2x+1$

Ex2

+តួ a គឺ $2x$ និងតួ b គឺ $\frac{3}{2}y$

គេបាន:

	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម $1.\ (x+5)^2;\ \ 2.\ \left(\frac{1}{2}x+3\right)^2$ $3.\ \left(\frac{4}{3}x+\frac{y}{2}\right)^2;\ \ 4.\ \left((x+1)+5\right)^2$	$\left(2x+\frac{3}{2}y\right)^2=$ $=(2x)^2+2(2x)(\frac{3}{2}y)+(\frac{3}{2}y)^2$ $=4x^2+6xy+\frac{9}{4}y^2$ $1.\ (x+5)^2=x^2+10x+25$ $2.\ \left(\frac{1}{2}x+3\right)^2=\frac{1}{4}x^2+3x+9$ $3.\ \left(\frac{4}{3}x+\frac{y}{2}\right)^2=\frac{16}{9}x^2+\frac{4}{3}xy+\frac{y^2}{4}$ $4.\ \left((x+1)+5\right)^2=$ $=(x+1)^2+10(x+1)+25$ $=x^2+2x+1+10x+10+25$ $=x^2+12x+36$
តើគេអាចបូកឬដកពហុធាបានយ៉ាងដូចម្ដេច? តើគេអាចគុណពហុធានិងពហុធាបានយ៉ាងដូចម្ដេច?	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	+ដើម្បីបូក ឬដកពហុធា ដើម្បីបូក ឬដកឯកធាគេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នា។ + ដើម្បីគុណពហុធានិងពហុធា គេត្រូវយកតួនីមួយៗ នៃពហុធាទីមួយ ទៅគុណនឹងគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចបង្រួមលទ្ធផល។
កិច្ចការផ្ទះ	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្ដាំផ្ញើ	**សិស្សកត់ត្រាទុក**

1. ត្រីកោណមួយមានប្រវែងជ្រុង $2x+y,\ 3x+7y;\ 4x-y$ ។ គណនាបរមាត្រនៃត្រីកោណនេះ 2. គណនាផលគុណ 1. $(2x^2-4x+1)(3x-4)$ 2. $(a^2-3a+5)(a^2+4a-3)$ 3. $(-3x+x^2-1)(2+x-5x^2)$		

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៦៥

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.2 ប្រមាណវិធីបូក ដក និងគុណលើពហុធា

គ) រូបមន្តពន្លាត

+ពន្លាត $(a-b)^2$

+**ពន្លាត** $(a-b)(a+b)$

+**ពន្លាតគូបនៃទ្វេធា** $(a+b)^3$ **និង** $(a-b)^3$

+**ពន្លាត** $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

+**ពន្លាត** $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីការពន្លាតគូបនៃទ្វេធា
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ពន្លាត $(a-b)^2;(a-b)(a+b);(a+b+c)^2$

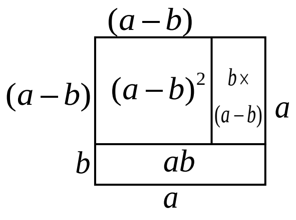
  - ពន្លាត $(a-b)(a^2+ab+b^2);(a+b)(a^2-ab+b^2)$
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

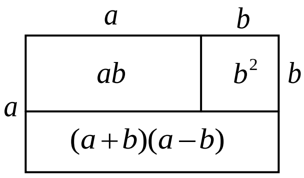
III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនត្យៈវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	
ពន្លាត៖	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	

1.$(2a+1)(a+2)$ 2.$(2y+x)^2$ 3.$(\frac{1}{7}ax+b)^2$		1.$(2a+1)(a+2)=$ $=2a^2+5a+2$ 2.$(2y+x)^2=$ $=4y^2+4xy+x^2$ 3.$(\frac{1}{7}ax+b)^2=$ $=\frac{36}{49}a^2x^2+\frac{12}{7}abx+b^2$
+ចូរពិនិត្យរូបខាងក្រោម:  +តើក្រឡាផ្ទៃការេដែលមាន ជ្រុង a ស្មើនឹងអ្វី? Ex: ពន្លាត 1.$(x-1)^2$ 2.$(\frac{1}{2}x-y)^2$ ណែនាំឲ្យសិស្សធ្វើការជាក្រុម រួចប្តូរគ្នាកែ។	**ជំហានទី៣ (នាទី)** មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ +**ពន្លាត** $(a-b)^2;\ a,b>0\ ,a>b$ ជាទូទៅ: $(a-b)^2=(a-b)(a-b)$ $=a^2-ab-ab+b^2$ $=a^2-2ab+b^2$ ប្រតិបត្តិ៖ ពន្លាតកន្សោម ខាងក្រោម៖ 1.$(x-7)^2$ 2.$(\frac{3}{2}x-4y)^2$ 3.$(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})^2$	+ក្រឡាផ្ទៃការេ គឺ តាមរូបគេបាន: $a^2=(a-b)^2+b(a-b)+ab$ $=(a-b)^2+ab-b^2+ab$ $=(a-b)^2+2ab-b^2$ $\Rightarrow(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ Ex: 1.$(x-1)^2=x^2-2x+1$ 2.$(\frac{1}{2}x-y)^2=\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$ 1.$(x-7)^2=x^2-14x+49$ 2.$(\frac{3}{2}x-4y)^2=\frac{3}{4}x^2+24xy+16y^2$ 3.$(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})^2=\frac{16}{25}x^2+\frac{4}{5}xy+\frac{y^2}{4}$

+ពនិត្យរូប  	**+ពន្លា** $(a+b)(a-b); a,b>0; a>b$	
+តាមរូបតើ $(a-b)(a+b)$ ស្មើនឹងអ្វី?	ជាទូទៅ៖ $\forall a,b \in IR$ គេបាន $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$	+តាមរូបគេបាន $(a-b)(a+b)$ $=a(a+b)-ab-b^2$ $=a^2+a\not{b}-a\not{b}-b^2$ $=a^2-b^2$
Ex: ពន្លាត $1.(x-3)(x+3)$ $2.(\frac{1}{3}x+4y)(\frac{1}{3}x-4y)$		Ex: $1.(x-3)(x+3)=x^2-9$ $2.(\frac{1}{3}x+4y)(\frac{1}{3}x-4y)=\frac{1}{9}x^2-16y^2$
ណែនាំឲ្យសិស្សរៀងៗខ្លួនរូចប្តូរគ្នាកែ។	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម: $1.(x-5)(x+5)$ $2.(10x+\frac{1}{2}y)(10x-\frac{1}{2}y)$ $3.(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})(\frac{4}{5}x+\frac{y}{2})$	ប្រតិបិត្តិ: $1.(x-5)(x+5)=x^2-25$ $2.(10x+\frac{1}{2}y)(10x-\frac{1}{2}y)$ $=100x^2-\frac{1}{4}y^2$ $3.(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})(\frac{4}{5}x+\frac{y}{2})$ $=\frac{16}{25}x^2-\frac{y^2}{4}$
+តើគេអាសរសេ $(a+b+c)^2=((a+b)+c)^2$ បានដែលឬទេ? +តើ $((a+b)+c)^2$ មានរាងដូច $(a+b)^2$ ដែរឬទេ?	+ពន្លាត $(a+b+c)^2$	+គេអាចសរសេរបាន +មានរាងដូចគ្នា គេបាន: $((a+b)+c)^2=$ $=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$ $=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$ $=a^2+b^2+c^2+2ab+2cb+2ac$

Ex: ពន្លាត $(x+y+5)^2$? ឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាក្រុម	ជាទូទៅ: $(a+b+c)^2 =$ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$	Ex: $(x+y+5)^2 =$ $x^2+y^2+25+2xy+10x+10y$
	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម: $1.(3+a+2b)^2$ $2.(x^2+y+z^2)^2$ $3.(\frac{1}{2}x^2+3y+\frac{3}{4}z)^2$	ប្រតិបត្តិ $1.(3+a+2b)^2 =$ $=9+a^2+4b^2+6a$ $+12b+4ab$ $2.(x^2+y+z^2)^2 =$ $=x^4+y^2+z^4+2x^2y$ $+2x^2z+2yz^2$ $3.(\frac{1}{2}x^2+3y+\frac{3}{4}z)^2 =$ $=\frac{1}{4}x^4+9y^2+\frac{9}{16}z^2+$ $3x^2y+\frac{3}{4}x^2z+\frac{9}{2}yz$
+តើគេអាចសរសេរ $(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2$ បានដែរឬទេ?	**+ពន្លាតគូបនៃទ្វេធា** ពន្លាត $(a+b)^3$	+គេអាចសរសេរបាន គេបាន: $(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2$ $=(a+b)(a^2+2ab+b^2)$ $=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$ $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Ex: ពន្លាត $(x+2)^3$?	ដូចនេះ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	Ex: $(x+2)^3 =$ $=x^3+3(x^2)(2)+3(x)(4)+8$ $=x^3+6x^2+12x+8$
	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោម $1.(x+5)^3$; $2.(x+3y)^3$ $3.(2x+5y)^3$; $4.(\frac{1}{2}x^2+y)^3$	ប្រតិបត្តិ៖

ចែកសិស្សជាបួនក្រុម។ រួចឡើងសរសេរចម្លើយលើក្តាខៀន។		$1.(x+5)^3=$ $=x^3+3(x^2)(5)+3(x)(25)$ $+125$ $=x^3+15x^2+75x+125$ $2.(x+3y)^3=$ $=x^3+3x^2(3y)+3x(3y)^2$ $+27y^3$ $=x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$ $3.(2x+5y)^3=$ $=8x^3+3(4x^2)(5y)$ $+3(2x)(25y^2)+125y^3$ $=8x^3+60x^2y+150xy^2+125y^3$ $4.(\frac{1}{2}x^2+y)^3=$ $=\frac{1}{8}x^6+3(\frac{1}{2}x^2)^2y+3(\frac{1}{2}x^2)y^2$ $+y^3$ $=\frac{1}{8}x^6+\frac{3}{4}x^4y+\frac{3}{2}x^2y^2+y^3$
+តើគេអាចសរសេរ $(a-b)^3=(a-b)(a-b)^2$ បានដែរឬទេ?	+ពន្លាត $(a-b)^3$	+គេអាចសរសេរបាន គេបាន: $(a-b)^3=(a-b)(a-b)^2$ $=(a-b)(a^2-2ab+b^2)$ $=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3$ $=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
Ex: ពន្លាត $(x-1)^3$	ដូចនេះ: $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	**Ex:** $(x-1)^3=x^3-3x^2+3x-1$
ចែកសិស្សជាក្រុមពិភាក្សារួចប្តូរចម្លើគ្នាកែ។ គ្រូបិទចម្លើលើក្តាខៀន។	ប្រតិបត្តិ:ពន្លាតកន្សោម $1.(x-5)^3$ $2.(2x-3y)^3$ $3.(\frac{1}{2}x^2-y)^3$ $4.(ab-3cd)^3$	ប្រតិបត្តិ:

+ចូរគណនាផលគុណ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	+ពន្លាត $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$1.(x-5)^3=$ $=x^3-15x^2+75x-125$ $2.(2x-3y)^3=$ $=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$ $3.(\frac{1}{2}x^2-y)^3=$ $=\frac{1}{8}x^6-\frac{3}{4}x^4y+\frac{3}{2}x^2y^2-y^3$ $4.(ab-3cd)^3=$ $=a^3b^3-9a^2b^2+27abc^2d^2$ $-27c^3d^3$
Ex: ពន្លាត $(x-1)(x^2+x+1)$ +តើវាមានទម្រង់ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ដែរឬទេ?	ដូចនេះ: $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$	គណនាផលគុណ: $(a-b)(a^2+ab+b^2)=$ $=a^3+a^2\cancel{b}+a\cancel{b}^2-a^2\cancel{b}-a\cancel{b}^2-b^3$ $=a^3-b^3$ **Ex:** $+(x-1)(x^2+x+1)$ មានទម្រង់ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ គេបាន: $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1^3=x^3-1$
ឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូរួចប្តូរចម្លើយគ្នាកែ។	ប្រតិបត្តិ:ពន្លាតកន្សោម $1.(x-3)(x^2+3x+3)$ $2.(2x-1)(4x^2+2x+1)$ $3.(\sqrt{2}x-3y)\left(2x^2+3\sqrt{2}x+9y^2\right)$ $4.(\frac{1}{2}x-a)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}ax+a^2\right)$	ប្រតិបត្តិ: $1.(x-3)(x^2+3x+3)=$ $=x^3-27$ $2.(2x-1)(4x^2+2x+1)=$ $=8x^3-1$ $3.(\sqrt{2}x-3y)\left(2x^2+3\sqrt{2}x+9y^2\right)$ $=2\sqrt{2}x^3-27y^3$ $4.(\frac{1}{2}x-a)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}ax+a^2\right)=$ $=\frac{1}{8}x^3-a^3$
+ចូរគណនាផលគុណ $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	+ពន្លាត	

Ex: ពន្លាត $(x+1)(x^2-x+1)$ +តើ $(x+1)(x^2-x+1)$ មានរាងដូច $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ដែរឬទេ? ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាក្រុមរួចប្តូរចម្លើយគ្នាកែ។	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ដូចនេះ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោម $1.(x+2)(x^2-2x+4)$ $2.(3x+5)(9x^2-15x+25)$ $3.\left(\frac{1}{4}x+4y\right)\left(\frac{1}{16}x^2-xy+16y^2\right)$	+គណនាផលគុណ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=$ $=a^3-a^2\cancel{b}+\cancel{a}b^2+a^2\cancel{b}-\cancel{a}b^2+b^3$ $=a^3+b^3$ **Ex:** $(x+1)(x^2-x+1)$ មានរាងដូចនឹង $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ គេបាន: $(x+1)(x^2-x+1)=$ $x^3+1^3=x^3+1$ ប្រតិបត្តិ: $1.(x+2)(x^2-2x+4)=$ $=x^3+8$ $2.(3x+5)(9x^2-15x+25)$ $=27x^3+125$ $3.\left(\frac{1}{4}x+4y\right)\left(\frac{1}{16}x^2-xy+16y^2\right)$ $=\frac{1}{64}x^3+64y^3$
+តើយើងអាចពន្លាត $(a+b)^2$ បានដូចម្តេច? +តើយើងអាចពន្លាត $(a-b)^2$ បានដូចម្តេច? +តើយើងអាចពន្លាត $(a+b)^3$ បានដូចម្តេច? +តើយើងអាចពន្លាត $(a-b)^3$ បានដូចម្តេច?	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	+គេបាន: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ +គេបាន: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ +គេបាន: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ +គេបាន: $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2+b^3$

កិច្ចការផ្ទះ គណនាកន្សោម $1.(x-6)(x+x)$ $2.\left(10x+\frac{1}{2}y\right)\left(10x-\frac{1}{2}y\right)$ $3.\left(2ab+c\right)^3$ $4.\left(x-4\right)\left(x^2+4x+16\right)$ $5.\left(x+3\right)\left(x^2-3x+9\right)$	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៦៩

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា

ក) ការដាក់ជាកត្តរួម

ខ) ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ ជាផលគុណកត្តា

គ) ការដាក់កន្សោម $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណផលគុណកត្តា
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ដាក់ជាកត្តារួម
  - ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តា
  - ប្រើរូបមន្តដាក់ជាផលគុណកត្តា
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យះវត្តមាន ស្តាប់ផ្ទាប់	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
+ប្រាប់ពីរូបមន្តការទ្វេធាដូចខាងក្រោម: $(a+b)^2;(a-b)^2;(a+b)(a-b)$ +តើតកន្សោម $2x+xy-5xz$ តើតួនីមួយៗមានអញ្ញាតអ្វីដូច	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

គ្នា? +កន្សោម $(x+1)y-(x+1)(y+2)$ មានអ្វីដូចគ្នា?		+មានអញ្ញាត x ដូចគ្នា +មានកន្សោម $(x+1)$ ដូចគ្នា
Ex: គេឲ្យ $x+2xy$ +តើនកន្សោមនេះមានអ្វីដូចគ្នា? +តើគេអាចសរសេរ$(1+2y)x$ បានឬទេ? +គេបាន x ជាកត្តារួម Ex: គេឲ្យកន្សោមតើកន្សោម $x(3x-1)-2(3x-1)$ នេះមានអ្វីដូចគ្នា? ចែកសិស្សជាក្រុម រួចប្តូរចម្លើយកែ។ ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ រួចប្តូរចម្លើគ្នាកែ។	ជំហានទី៣ (នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ 1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា ក) ការដាក់ជាកត្តារួម ប្រតិបត្តិ១៖ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា $1.7kp^2-21p^2$ $2.2p^2q-3pqr$ $3.26x^4y^2+40x^3y^4$ $4.x^2yz-xy^2z+xyz^2$ ប្រតិបត្តិ២ ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា $1.6x(x-4)-3(4-x)$ $2.6x-3xy-2+y$ $3.5x+10xy+4+8y$ $4.2x(y-1)-4x^2(1-y)y$	Ex: កន្សោមនេះមាន x ដូចគ្នា +គេអាចសរសេរ $x+2xy=(1+2y)x$ Ex: កន្សោម $x(3x-1)-2(3x-1)$មានដូចគ្នា$(3x-1)$ ប្រតិបត្តិ១៖ $1.7kp^2-21p^2$ $=7p^2(kk-3)$ $2.2p^2q-3pqr$ $=pq(2p-3r)$ $3.26x^4y^2+40x^3y^4$ $=2x^3y^2(13x+20y^2)$ $4.x^2yz-xy^2z+xyz^2$ $=xyz(x-y+z)$ ប្រតិបត្តិ២៖

Ex: ដាក់ជាផលគុណកត្តា ចំពោះកត្តាខាងក្រោម: $1.x^2+6x+9$ +តើកន្សោមនេះមានទម្រង់អ្វី? $2.m^2-20m+100$ +តើកន្សោមនេះមានទម្រង់អ្វី? $3.4p^2q^2-9t^2$ +តើកន្សោមនេះមានទម្រង់អ្វី?	$1.6x(x-4)-3(4-x)$ $=6x(x-4)+3(x-4)$ $=(x-4)(6x+3)$ $2.6x-3xy-2+y$ $=3x(2-y)-(2-y)$ $=(2-y)(3x-1)$ $3.5x+10xy+4+8y$ $=5x(1+2y)+4(1+2y)$ $=(1+2y)(5x+4)$ $4.2x(y-1)-4x^2(1-y)y$ $=2x(y-1)+4x^2(y-1)y$ $=(y-1)(2x+4x^{2)}$ **ខ) ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ ជាផលគុណកត្តា តាមរូបមន្តពន្លាត និងលក្ខណៈឆ្លុះនៃសមភាព** $A=B\Leftrightarrow B=A$ គេបាន៖ $1.a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $2.a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ $3.a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$1.6x(x-4)-3(4-x)$ $=6x(x-4)+3(x-4)$ $=(x-4)(6x+3)$ $2.6x-3xy-2+y$ $=3x(2-y)-(2-y)$ $=(2-y)(3x-1)$ $3.5x+10xy+4+8y$ $=5x(1+2y)+4(1+2y)$ $=(1+2y)(5x+4)$ $4.2x(y-1)-4x^2(1-y)y$ $=2x(y-1)+4x^2(y-1)y$ $=(y-1)(2x+4x^{2)}$ +1, កន្សោមនេះមានទម្រង់ $a^2+2ab+b^2$ គេបាន: $x^2+6x+9=x^2+2(x)(3)+3^2$ $=(x+3)^2$ +2, កន្សោមនេះមានទម្រង់ $a^2-2ab+b^2$ គេបាន៖ $2.m^2-20m+100$ $=m^2-2(m)(10)+10^2$ $=(m-10)^2$ +3, កន្សោមនេះមានទម្រង់ a^2-b^2 គេបាន៖

ណែនាំសិស្សឲ្យពិភាក្សាជាក្រុមៗរួចឡើងកែលើក្តាខៀន	ប្រតិបត្តិ៖ ដាក់កន្សោមខាងជាផលគុណកត្តា $1.x^2+10x+25$ $2.a^2b^2+4abc+4c^2$ $3.y^2-16y+64$ $4.4m^2-20mn+25n^2$ $5.144a^2b^2-169c^2$ **Ex:** ដាក់កន្សោម $x^2+(a+b)x+ab$ ជាផលគុណកត្តា $x^2+(a+b)x+ab$ $=x^2+ax+bx+ab$ $=(x+a)x+(x+a)b$ $=(x+a)(x+b)$ ដូចនេះ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ **គ) ការដាក់កន្សោម** $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា គេអាចសរសេរ៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=acx^2+adx+bcx+bd$ $=ax(cx+d)+b(cx+d)$ $=(ax+b)(cx+d)$ ដូចនេះគេបានរូបមន្ត: $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ **Ex: ដាក់ជាកត្តានូវកន្សោម**	$4p^2q^2-9t^2=(2pq)^2-(3t)^2$ $=(2qp-3t)(2qp+3t)$ ប្រតិបត្តិ៖ $1.x^2+10x+25$ $=(x+5)^2$ $2.a^2b^2+4abc+4c^2$ $=(ab+2c)^2$ $3.y^2-16y+64$ $=(y-8)^2$ $4.4m^2-20mn+25n^2$ $=(2m-5n)^2$ $5.144a^2b^2-169c^2$ $=(12ab-13c)^2$ $x^2+(a+b)x+ab$ $=x^2+ax+bx+ab$ $=(x+a)x+(x+a)b$ $=(x+a)(x+b)$ ដូចនេះ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

+តាមរូបមន្ត តើ $ac; ad+bc; bd$ ស្មើនឹងអ្វី?	**ខាងក្រោមដោយប្រើរូបមន្ត** $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ 1. $6x^2-13x-15$ +យើងអាចរក $a;b;c;d$ តាមរបៀបខាងក្រោម: $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$ គេបាន: $\begin{array}{ccc} 6 & -15 & -13 \\ \hline 6 & 5 & \to 5 \\ 1 & -3 & \to -18 \\ \hline & & 5-18=-13 \end{array}$ គេបាន: $a=6;\ b=5; c=1; d=-3$ **ដូចនេះ** $6x^2-13x-15=(6x+5)(x-3)$	 1. $6x^2-13x-15$ + $ac=6; ad+bc=-13;\ bd=-15$ +យើងអាចរក $a;b;c;d$ តាមរបៀបខាងក្រោម: $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$ គេបាន: $\begin{array}{ccc} 6 & -15 & -13 \\ \hline 6 & 5 & \to 5 \\ 1 & -3 & \to -18 \\ \hline & & 5-18=-13 \end{array}$ គេបាន: $a=6;\ b=5; c=1; d=-3$ **ដូចនេះ** $6x^2-13x-15=(6x+5)(x-3)$
+តើមេគុណ $ac; ad+bc; bd$ ស្មើនឹងអ្វី? +តើយើងអាចរក $a;b;c;d$ តាមរបៀបណា?	2. $12x^2-25xy+12y^2$ យើងរក $a;b;c;d$ បានតាម៖ $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$	2, $ac=12; ad+bc=-25; bd=12y^2$ យើងរក $a;b;c;d$ បានតាម៖ $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$

	$12 \quad 12y^2 \quad -25y$ $3 \quad -8y \rightarrow -16y$ $4 \quad -3y \rightarrow -9y$ -13 គេបាន៖ $a=3; b=-4y; c=4; d=-3y$ ដូចនេះ $12x^2-25xy+12y^2$ $=(3x-4y)(4x-3y)$	$12 \quad 12y^2 \quad -25y$ $3 \quad -8y \rightarrow -16y$ $4 \quad -3y \rightarrow -9y$ -13 គេបាន៖ $a=3; b=-4y; c=4; d=-3y$ ដូចនេះ $12x^2-25xy+12y^2$ $=(3x-4y)(4x-3y)$
១) គេឲ្យ $12x+6xy$ តើគេអាចដាក់ជាកត្តារួមបានដូចម្តេច? ២) តើរូបមន្តពន្លាតខាងក្រោមស្មើអ្វីខ្លះ? $1. a^2+2ab+b^2=\ldots$ $2. a^2-2ab+b^2=\ldots$ $3. a^2-b^2=\ldots$ ៣) គេមាន៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ តើគេអាចរកមេគុណ $a;b;c;d$ តាមរបៀបណា?	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	១)គេអាចដាក់ជាកត្តារួមបានដោយ ទាញ $6x$ ជាកត្តារួម ២) $1. a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $2. a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ $3. a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ៣)គេអាចរក $a;b;c;d$ តាម៖ $ac \quad bd \quad ad+bc$ $a \quad b \rightarrow bc$ $c \quad d \rightarrow ad$ $ad+bc$
កិច្ចការផ្ទះ៖ ប្រតិបត្តិ ១ និង ២ ទំព័រ ៧១	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៧២

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា

គ) ការដាក់កន្សោម $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា

ឃ) ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា

ង) របៀបផ្សេងៗទៀតក្នុងការដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណផលគុណកត្តានៃកន្សោមដឺក្រេទី៣
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា
  - ដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តាតាមរបៀបផ្សេងទៀត
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យះវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
ដោយប្រើរូបមន្តៈ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ ចូរដាក់ x^2-5x+4 ជាផល	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	

គុណកត្តា +តើគេអាចរក a,b,c,d តាមរបៀបណា?		ដោយ $ac=1; ad+bc=-5; bd=4$ +គេអាចរក a,b,c,d តាម៖ $ac \quad bd \quad ad+bc$ $a \quad b \to bc$ $c \quad d \to ad$ $ad+bc$ គេបាន៖ $1 \quad 4 \quad -5$ $1 \quad -4 \to -4$ $1 \quad -1 \to -1$ -5 គេបាន៖ $x^2-5x+4=(x-4)(x-1)$
ចែកសិស្សជាក្រុមដើម្បីពិភាក្សា	**ជំហានទី៣ (នាទី)** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **1.3,ការដាក់ជាផលគុណកត្តា** **គ) ការដាក់កន្សោម** $acx^2+(ad+bc)x+bd$ **ជាផលគុណកត្តា (ត)** **ប្រតិបត្តិ៖** $a. 2x^2+3x+1$ **គេមាន៖** $ac=2; ad+bc=3; bd=1$ **យើងអាចរក** a,b,c,d តាម៖ $2 \quad 1 \quad 3$ $2 \quad 1 \to 1$ $1 \quad 1 \to 2$ 3 **គេបាន៖** $a=2; b=1; c=1; d=1$ $2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)$ ដូចនេះ៖	$a. 2x^2+3x+1$ **គេមាន៖** $ac=2; ad+bc=3; bd=1$ **យើងអាចរក** a,b,c,d តាម៖ $2 \quad 1 \quad 3$ $2 \quad 1 \to 1$ $1 \quad 1 \to 2$ 3 **គេបាន៖** $a=2; b=1; c=1; d=1$ ដូចនេះ៖ $2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)$ $b. 2x^2-13x+6$

$b.2x^2-13x+6$

គេមាន៖

$ac=2; ad+bc=-13; bd=6$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$2 \quad 6 \quad -13$

$-1 \quad 6 \to -12$

$-2 \quad 1 \to -1$

-13

គេបាន៖

$a=-1; b=6; c=-2; d=1$

ដូចនេះ

$$2x^2-13x+6=(-x+6)(-2x+1)$$

$c.-3a^2+5a+2$

គេមាន៖

$ac=-3; ad+bc=5; bd=2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$-3 \quad 2 \quad 5$

$-3 \quad -1 \to -1$

$1 \quad -2 \to 6$

5

គេបាន៖

$a=-3; b=-1; c=1; d=-1$

ដូចនេះ

$$-3a^2+5a+2=(-3a-1)(a-2)$$

$D.6p^2-4pq-16q^2$

គេមាន៖

$ac=6; ad+bc=-4q; bd=-16q^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

គេមាន៖

$ac=2; ad+bc=-13; bd=6$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$2 \quad 6 \quad -13$

$-1 \quad 6 \to -12$

$-2 \quad 1 \to -1$

-13

គេបាន៖

$a=-1; b=6; c=-2; d=1$

ដូចនេះ

$$2x^2-13x+6=(-x+6)(-2x+1)$$

$c.-3a^2+5a+2$

គេមាន៖

$ac=-3; ad+bc=5; bd=2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$-3 \quad 2 \quad 5$

$-3 \quad -1 \to -1$

$1 \quad -2 \to 6$

5

គេបាន៖

$a=-3; b=-1; c=1; d=-1$

ដូចនេះ

$$-3a^2+5a+2=(-3a-1)(a-2)$$

$D.6p^2-4pq-16q^2$

គេមាន៖

$ac=6; ad+bc=-4q; bd=-16q^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$6 \quad -16q^2 \quad -4q$

$6 \quad 8q \to 8q$

$1 \quad -2q \to -12q$

$-16q^2$

គេបាន៖

$6 \qquad -16q^2 \quad -4q$

$6 \nearrow 8q \to 8q$

$1 \searrow -2q \to -12q$

$-16q^2$

គេបាន៖

$a=6; b=1; c=8q; d=-12q$

ដូចនេះ៖

$6p^2-4pq-16q^2=(6p+8q)(p-2q)$

$E.\ 8x^2-26xy+15y^2$

គេមាន៖

$ac=8; ad+bc=-26y; bd=15y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$8 \qquad 15y^2 \quad -26y$

$2 \nearrow -5 \to -20y$

$4 \searrow -3y \to -6y$

$-26y$

គេបាន៖

$a=2; b=-5; c=4; d=-3y$

ដូចនេះ៖

$8x^2-26xy+15y^2$

$=(2x-5)(4x-3y)$

$F.\ -35x^2-16xy+12y^2$

គេមាន៖

$ac=-35; ad+bc=-16y; bd=12y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$-35 \qquad 12y^2 \quad -16y$

$-5 \nearrow 2y \to -14y$

$7 \searrow -6y \to 30y$

$16y$

គេបាន៖

$a=-5; b=-2y; c=7; d=-6y$

ដូចនេះ៖

$a=6; b=1; c=8q; d=-12q$

ដូចនេះ៖

$6p^2-4pq-16q^2=(6p+8q)(p-2q)$

$E.\ 8x^2-26xy+15y^2$

គេមាន៖

$ac=8; ad+bc=-26y; bd=15y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$8 \qquad 15y^2 \quad -26y$

$2 \nearrow -5 \to -20y$

$4 \searrow -3y \to -6y$

$-26y$

គេបាន៖

$a=2; b=-5; c=4; d=-3y$

ដូចនេះ៖

$8x^2-26xy+15y^2$

$=(2x-5)(4x-3y)$

$F.\ -35x^2-16xy+12y^2$

គេមាន៖

$ac=-35; ad+bc=-16y; bd=12y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$-35 \qquad 12y^2 \quad -16y$

$-5 \nearrow 2y \to -14y$

$7 \searrow -6y \to 30y$

$16y$

គេបាន៖

$a=-5; b=-2y; c=7; d=-6y$

ដូចនេះ៖

$-35x^2-16xy+12y^2$

$=(-5x-2y)(7x-6y)$

+ចូរពន្លាត $(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

+ចូរពន្លាត

$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

Ex: ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

$1.x^3+27$

+តើ តួ $a;b$ ស្មើនឹងអ្វី?

$+2.8a^3-1$

Ex: ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

$2x^2-5xy-3y^2+3x+5y-2$

+ដោយរៀបតាមដឺក្រេលំដាប់ចុះនៃ x

+តាមរូបមន្ត៖

$acx^2+(ad+bc)x+bd$

$=(ax+b)(cx+d)$

តើ $ac;ad+bc;bd$

ស្មើនឹងអ្វី?

$-35x^2-16xy+12y^2$

$=(-5x-2y)(7x-6y)$

ឃ)ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា

+រូបមន្តផលបូក ផលដកនៃគូប

តាមពន្លាត និងលក្ខណៈឆ្លុះនៃសមភាព $A=B\Leftrightarrow B=A$

គេបាន៖

$1.a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

$2.a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

1+តួ $a=x;b=3$

គេបាន៖

$x^3+27=x^3+3^3$

$=\left(x+3\right)\left(x^2-3x+9\right)$

ដូចនេះ៖

$x^3+27=\left(x+3\right)\left(x^2-3x+9\right)$

2+តួ $a=2a;b=1$

គេបាន៖

$8a^3-1=(2a)^3-1$

$=\left(2a-1\right)\left(4a^2+2a+1\right)$

+ពន្លាត

$(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$

$=a^3+b^3$

+ពន្លាត

$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

$=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3$

$=a^3-b^3$

1+តួ $a=x;b=3$

គេបាន៖

$x^3+27=x^3+3^3$

$=\left(x+3\right)\left(x^2-3x+9\right)$

ដូចនេះ៖

$x^3+27=\left(x+3\right)\left(x^2-3x+9\right)$

2+តួ $a=2a;b=1$

គេបាន៖

$8a^3-1=(2a)^3-1$

$=\left(2a-1\right)\left(4a^2+2a+1\right)$

+តាមរូបមន្ត៖

$acx^2+(ad+bc)x+bd$

$=(ax+b)(cx+d)$

គេបាន៖

$ac=2;ad+bc=-\left(5y-3\right),$

$bd=-\left(3y^2-5y+2\right)$

$=-\left(y-1\right)\left(3y-2\right)$

$2,-\left(y-1\right)\left(3y-2\right),-\left(5y-3\right)$

$2 \quad y-1 \to y-1$

$1 \quad -\left(3y-2\right) \to -6y+4$

$-\left(5y-3\right)$

គេបាន៖

$2x^2-5xy-3y^2+3x+5y-2$

$=\left(2x+y-1\right)\left(x-3x+2\right)$

	ប្រតិបត្តិ៖ ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា $1.8a^3-27$ $2.64a^3+125$ $3.8p^3-125q^3$ $4.1000n^3-\frac{1}{8}p^3$ **ង) របៀបផ្សេងៗក្នុងការដាក់ជាផលគុណកត្តា** ប្រតិបត្តិ៖ $1.x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ +តាមរូបមន្ត៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ គេបាន៖ $ac=1;ad+bc=(3y+1),$ $bd=(2y^2-y-6)$ $=(y-2)(2y+3)$	$1.8a^3-27=(2a)^3-3^3$ $=(2a-3)(4a^2+6a+9)$ $2.64a^3+125=(4a)^3+5^3$ $=(4a+5)(16a^2-20a+25)$ $3.8p^3-125q^3=(2p)^3-(5q)^3$ $=(2p-5q)(4p^2+10pq+25q^2)$ $4.1000n^3-\frac{1}{8}p^3=(10n)^3-\left(\frac{1}{2}p\right)^3$ $=\left(10n-\frac{1}{2}p\right)\left(100n^2+5np+\frac{1}{4}p^2\right)$ ប្រតិបត្តិ៖ $1.x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ +តាមរូបមន្ត៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ គេបាន៖ $ac=1;ad+bc=(3y+1),$ $bd=(2y^2-y-6)$ $=(y-2)(2y+3)$ $1,\ (y-2)(2y+3),(3y+1)$ $1 \quad y-2 \quad \to y-2$ $1 \quad (2y+3) \to 2y+3$ $3y+1$ ដូចនេះ៖ $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ $=(x+y-2)(x+2y+3)$ $2.2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ +តាមរូបមន្ត៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$

	$1,\ (y-2)(2y+3),(3y+1)$ $1 \quad y-2 \quad \to y-2$ $1 \quad (2y+3) \to 2y+3$ $3y+1$ ដូចនេះ $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ $=(x+y-2)(x+2y+3)$ $2.2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ +តាមរូបមន្ត៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ គេបាន៖ $ac=2; ad+bc=-(3y-1),$ $bd=-(2y^2-3y+1)$ $=(y-1)(-2y+1)$ $2,\ (y-1)(-2y+1),(-3y+1)$ $2 \quad y-1 \quad \to y-1$ $1 \quad (-2y+1) \to -4y+2$ $-3y+1$ ដូចនេះ $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ $=(2x+y-1)(x-2y+1)$ **Ex: ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖** $1.x^4-13x^2+36$ +បើគេតាង $X=x^2$ គេបាន៖ $x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$ +តាម $\Delta=b^2-4ac$ គេបាន៖ $X^2-13X+36$ $=(X-9)(X-4)$ ដោយ $X=x^2$	គេបាន៖ $ac=2; ad+bc=-(3y-1),$ $bd=-(2y^2-3y+1)$ $=(y-1)(-2y+1)$ $2,\ (y-1)(-2y+1),(-3y+1)$ $2 \quad y-1 \quad \to y-1$ $1 \quad (-2y+1) \to -4y+2$ $-3y+1$ ដូចនេះ $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ $=(2x+y-1)(x-2y+1)$
+បើគេតាង $X=x^2$ តើគេបានដូចម្តេច? +ចូរដាក់ $X^2-13X+36$ ជាផលគុណកត្តា		+បើគេតាង $X=x^2$ គេបាន៖ $x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$ +តាម $\Delta=b^2-4ac$ គេបាន៖ $X^2-13X+36$ $=(X-9)(X-4)$ ដោយ $X=x^2$ គេបាន៖ $(X-9)(X-4)$ $=(x^2-9)(x^2-4)$ $=(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ **ដូនេះ** $x^4-13x^2+36=$ $(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ +គេបាន៖

+បើគេតាង $X = x^2 + x$ តើគេបានដូចម្តេច? +ចូរពន្លាត $(X+2)(X-3)-6$	គេបាន៖ $(X-9)(X-4)$ $=(x^2-9)(x^2-4)$ $=(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ **ដូនេះ** $x^4-13x^2+36=$ $(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ 2.$(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ **+**គេបាន៖ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(X-2)(X-3)-6$ +ពន្លាត $(X+2)(X-3)-6$ គេបាន៖ $(X+2)(X-3)-6$ $=X^2-3X+2X-6-6$ $=X^2-X-12$ $=(X+3)(X-4)$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$ ដូចនេះ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$	$(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(X-2)(X-3)-6$ +ពន្លាត $(X+2)(X-3)-6$ គេបាន៖ $(X+2)(X-3)-6$ $=X^2-3X+2X-6-6$ $=X^2-X-12$ $=(X+3)(X-4)$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$ ដូចនេះ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$
	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	

+តើ រូបមន្តខាងក្រោមស្មើនឹងអ្វី? $a^3-b^3=...$ $a^3+b^3=...$		$1.a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$ $2.a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$
កិច្ចការផ្ទះ ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖ $1.\left(x-y\right)^2-4\left(x-y\right)+4$ $2.\left(a+1\right)^3+\left(a-1\right)^3$ $3.x^4+x^2y^2-2y^4$	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ ៥៤-៥៧

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា

ក) ឯកធា

+សញ្ញាណឯកធា

+ឯកធាដូចគ្នា

+ដឺក្រេនៃឯកធា

ខ) ប្រមាណវិធីលើឯកធា

+វិធីបូក និងដកឯកធា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃឯកធា ឯកធាដូចគ្នា ដឺក្រេឯកធា

-ប្រាប់បានពីប្រមាណវិធីលើឯកធា

- ចំណេះធ្វើ ៖ - រកឲ្យឃើញឯកធា ឯកធាដូចគ្នា និងដឺក្រេនៃឯកធា

- ធ្វើប្រមាណវិធី បូក ដកលើឯកធាដូចគ្នា

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់ ក្រដាសកាតុងដែលមានរាងចតុកោណកែង

V. ដំណើរការបង្រៀន

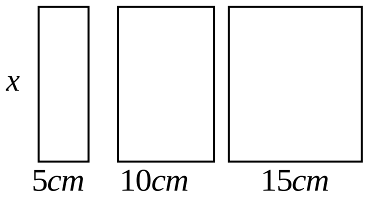
សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យៈ វត្តមាន អនាម័យ	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-ចូរឲ្យរូបមន្តបរិមាត្រការេ -ចូរសរសេរសរកន្សោម	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	-បរិមាត្រការេ= ប្រវែងជ្រុង$\times 4$ a^3 គោលគឺ a និងនិទស្សន្តគឺ 3

$a\times a\times a$ ជារាងស្វ័យគុណ ហើយបញ្ជាក់គោល និងនិទស្សន្ត? - រកមេគុណ និងអថេរនៃ កន្សោម $2x$?		-**មេគុណ** 2 **អថេរ** x
បិទក្រដាសកាតុងដែលមាន រាងជាការេ ដែលមានជ្រុង x -តើបរិមាត្រការេស្មើប៉ុន្មាន? -ចូរសង្កេតមើលកន្សោម $4x, 2, a, -3b, \sqrt{3}y, \frac{4}{5}x^2$ តើគេធ្វើប្រមាណវិធីអ្វីលើអថេរ ? តើនិទស្សន្តនិមួយៗជាចំនួន វិជ្ជមានឬ អវិជ្ជមាន? -ឲ្យសិស្សទាញនិយមន័យអំពី ឯកធា។	ជំហានទី ៣ (នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ មេរៀនទី១ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា - ឯកធា +សញ្ញាណឯកធា -បរិមាត្រនៃការេ = $\boldsymbol{4x}$ -គេធ្វើប្រមាណវិធី គុណ លើអថេរ -និទស្សនីមួយៗជាចំនួន វិជ្ជមាន ឬ 0។ **និយមន័យ:** ឯកធាគឺជាកន្សោមដែល មានប្រមាណវិធីលើអ ថេរមានតែ វិធីគុណ និង ស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្ត ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ។	-បរិមាត្រនៃការេ = $\boldsymbol{4x}$ -គេធ្វើប្រមាណវិធី គុណ លើអថេរ -និទស្សនីមួយៗជាចំនួន វិជ្ជមាន ឬ 0។ -ឯកធាគឺជាកន្សោមដែល មានប្រមាណវិធីលើអ ថេរមានតែ វិធីគុណ និង ស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្ត ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ។

<table>
<tr>
<td>-ចូររកកន្សោមដែលមិនមែនជាឯកធា។</td>
<td></td>
<td>-កន្សោមដែលមិនមែនជាឯកធា: $x^{-2}, 3y^{-2}, -\sqrt{2}ab^{-3}, ...$
-កន្សោមជាឯកធាគឺ: $\boldsymbol{m, -15, \sqrt{3}x^2y, 5xy}$ និង $\boldsymbol{\frac{-3}{7}xy^4z}$</td>
</tr>
<tr>
<td>-ចែកក្រដាសប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សតាមក្រុមពិភាក្សា។ រួចដូរក្រដាសគ្នាកែ។</td>
<td>ប្រតិបត្តិ១៖ ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមនេះតើកន្សោមណាមិនមែនជាឯកធា?
$m, -15, 2a+b, \frac{4}{x}, \sqrt{3}x^2y,$
$5xy, 5xy^{-2}, \frac{-3}{7}xy^4, \sqrt{xy}$</td>
<td>+កន្សោមដែលមិនមែនជាឯកធា:
$2a+b, \quad \frac{4}{x}, 5xy^{-2}, \sqrt{xy}$</td>
</tr>
<tr>
<td>Ex:ចូរបំពេញអថេរ និងមេគុណនៃឯកធាក្នុងតារាងខាងក្រោម:
<table>
<tr><th>ឯកធា</th><th>អថេរ</th><th>មេគុណ</th></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{2y}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{\sqrt{2}xy^2}$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{\frac{4}{5}abc^2}$</td><td></td><td></td></tr>
</table></td>
<td></td>
<td><table>
<tr><th>ឯកធា</th><th>អថេរ</th><th>មេគុណ</th></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{2y}$</td><td>$\boldsymbol{y}$</td><td>$\boldsymbol{2}$</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{\sqrt{2}xy^2}$</td><td>$\boldsymbol{x, y}$</td><td>$\boldsymbol{\sqrt{2}}$</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{\frac{4}{5}abc^2}$</td><td>$\boldsymbol{a, b, c}$</td><td>$\boldsymbol{\frac{-4}{5}}$</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>-ឯកធាដូចគ្នា</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Ex: តើឯកធា $-2bx^2y$ និងឯកធា $\frac{3}{5}bx^2y$ មានអ្វីដូចគ្នា?</td>
<td></td>
<td>-មានផ្នែកអថេរ $\boldsymbol{bx^2y}$ ដូចគ្នា</td>
</tr>
<tr>
<td>-ចូរឲ្យនិយមន័យឯកធាដូចគ្នា?</td>
<td>និយមន័យ៖ ឯកធាដូចគ្នាគឺជាឯកធាមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា។</td>
<td>-ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា។</td>
</tr>
<tr>
<td>Ex: ១-តើកន្សោម $-2xyz^3$ និង $\frac{1}{2}xyz^3$ ជាឯកធាដូចគ្នាឬទេ? ព្រោះអ្វី?</td>
<td></td>
<td>១-ជាឯកធាដូចគ្នា។ ព្រោះឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរ $\boldsymbol{xyz^3}$ ដូចគ្នា។</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>២-តើកន្សោម $3xyz$ និង xyz^3 ជាឯកធាដូចគ្នាឬទេ?</td>
<td></td>
<td>២-មិនមែនជាឯកធាដូចគ្នាទេ ព្រោះឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរមិនដូចគ្នា។</td>
</tr>
<tr>
<td>-ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ</td>
<td>ប្រតិបត្តិ៖ ចូរជ្រើសរើសឯកធាដូចគ្នាក្នុងចំណោមឯកធាខាងក្រោម៖
$\mathbf{2xy, -3x^2y, -\frac{1}{2}yx, \sqrt{5}yx^2, ay, 4ax}$</td>
<td>-ឯកធាដូចគ្នាគឺ:
$\mathbf{2xyz}$ និង $\mathbf{-\frac{1}{2}xy}$
; $\mathbf{-3x^2y}$ និង $\mathbf{\sqrt{5}yx^2}$។</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>+ដឺក្រេនៃឯកធា
និយមន័យ៖ ដឺក្រេនៃឯកធាជាផលបូក និទស្សន្តរបស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា។</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Ex:1. ឯកធា $-2x$ តើដឺក្រេប៉ុន្មាននៃអថេរ x?
2. តើឯកធា $3xy$ ប៉ុន្មាននៃអថេរ x និង y?</td>
<td></td>
<td>Ex:1
-មានដឺក្រេ 1 នៃអថេរ $\boldsymbol{x}$
Ex:2
-មានដឺក្រេ 2</td>
</tr>
<tr>
<td>-នែណាំឲ្យសិស្ស បំពេញតារាងរួចប្តូរគ្នាកែ។</td>
<td>ប្រតិបត្តិ: ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម:
<table>
<tr><th>ឯកធា</th><th>អថេរ</th><th>មេគុណ</th><th>ដឺក្រេ</th></tr>
<tr><td>$\mathbf{-10ab^2c}$
$\mathbf{-\frac{1}{2}abx^2yz^2}$
$\mathbf{\frac{1}{2}x}$
$\mathbf{-4ax^2y^3z}$
$\mathbf{10ax^2y^3z^2}$
$\mathbf{\sqrt{2}bx^5d^2}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

ខ-ប្រមាណវិធីលើឯកធា</td>
<td>
<table>
<tr><th>អថេរ</th><th>មេគុណ</th><th>ដឺក្រេ</th></tr>
<tr><td>a, b, c</td><td>$\mathbf{-10}$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>a, b, x, y, z</td><td>$\mathbf{\frac{-1}{2}}$</td><td>7</td></tr>
<tr><td>x</td><td>$\mathbf{\frac{1}{2}}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>a, x, y, z</td><td>$\mathbf{-4}$</td><td>7</td></tr>
<tr><td>a, x, y, z</td><td>$\mathbf{10}$</td><td>8</td></tr>
<tr><td>b,x,d</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>8</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

-ចែកសិស្សជាក្រុម រួចចែកក្រដាសកាតុងរាងជាចតុកោណកែងតូចៗដោយសន្មតយកប្រវែងបណ្ដោយ x cm និងទទឹង 5cm, 10cm ,15cm រៀងគ្នា។ -ចូររកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណនីមួយៗ? - បើយើងបូកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនីមួយៗ តើស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡារបស់ចតុកោណកែងដែលផ្គុំឬទេ? +ឧទាហរណ៍: ចូរគណនា ក , $4x-2x$ ខ, x^2+3x^2 តើអ្នកអាចបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នាបានដូចម្ដេច? ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ។	**+វិធីបូក និងវិធីដកឯកធា**  ជាទូទៅ: ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកឯកធាដូចគ្នា ត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកនៃផ្នែកមេគុណរួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ។ ប្រតិបត្តិ: គណនា ក) $5x+7x+x$ ខ) $x^2-10x^2+11x^2$ គ) $8x^2y^2z+13x^2y^2z-x^2y^2z$	+ក្រឡាផ្ទៃ៖ $5x,10x,15x$ -ស្មើគ្នាគឺ $5x+10x+15x=30x$ ហើយផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងដែលផ្គុំគឺ 30 x $x=30x$ ។ ក $(4-2)x=2x$ ខ $(1+3)x^2=4x^2$ ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកឯកធាដូចគ្នា ត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកនៃផ្នែកមេគុណរួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ។ ក) $(5+7+1)x=13x$ ខ) $(1-10+11)x^2=2x^2$ គ) $(8+13-1)x^2y^2z=20x^2y^2z$
១) ដូចម្ដេចដែលហៅថាឯកធា?	ជំហានទី ៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	១)ឯកធាគឺជាជាកន្សោមដែលមានប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែ វិធីគុណ និងស្វ័យគុណ

២) ដូចម្តេចដែលហៅថាឯកធាដូចគ្នា? ៣) តើយើងអាចកំណត់ដឺក្រេនៃឯកធាបានយ៉ាងដូចម្តេច? ៤) តើយើងអាចគណនាផលបូក និងផលដកឯកធាបានដូចម្តេច?		ដែលមាននិទស្សន្ត ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ។ ២) ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា។ ៣) ដឺក្រេនៃឯកធាជាផលបូកនិទស្សន្ត របស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា។ ៤) ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកឯកធាដូចគ្នា ត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកនៃផ្នែកមេគុណរួចយកលទ្ធផលទៅគុណនឹងផ្នែកអថេរ។
កិច្ចការផ្ទះ: ១) រកកន្សោមឯកធា និងមិនមែនជាឯកធាឲ្យបាននីមួយៗ ៥។	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៥៨

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា

ខ) ប្រមាណវិធីលើឯកធា

+វិធីគុណឯកធា

+វិធីចែកឯកធា

គ) ពហុធា

+សញ្ញាណពហុធា

+ដឺក្រេនៃពហុធា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃពហុធា

-ប្រាប់បានពីដឺក្រេនៃពហុធា

- ចំណេះធ្វើ ៖ - ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ និងវិធីចែកឯកធា

- កំណត់ និងបែងចែកច្បាស់លាស់អំពីកន្សោមដែលជាពហុធា និងមិនមែនពហុធា

- រកឃើញដឺក្រេនៃពហុធា

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់ ក្រដាសកាតុងដែលមានរាងចតុកោណកែង

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យៈ វត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធាថ្នាក់រាយការណ៍
១)គណនា $A+B$ និង $A-B$ ក) $A=3x^2\ \ B=-5x^2$ ខ) $A=-x^3\ \ B=10x^3$ ២)ចូរបំពេញ ក) $a^m\times a^n=......$ ខ) $\left(a^m\right)^m=....$ គ) $\left(ab\right)^n=...$ ឃ) $\frac{a^m}{a^n}=.....$	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន $a^m\times a^n=a^{m+n}$ $\left(a^m\right)^n=a^{n\times m}$ $\left(ab\right)^n=a^n\times b^n$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$	១) ក) $A+B=3x^2-5x^2=-2x^2$ $A-B=3x^2+5x^2=8x^2$ ខ) $A+B=-x^3+10x^3=9x^3$ $A-B=-x^3-10x^3=-11x^3$ ២) $a^m\times a^n=a^{m+n}$ $\left(a^m\right)^n=a^{n\times m}$ $\left(ab\right)^n=a^n\times b^n$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
Ex: ស្រះទឹកមួយមានរាងចតុកោណកែង ដែលមានបរិមាត្រ $2x$ និង $3x$ ។ ចូររកក្រឡាផ្ទៃស្រះទឹកនោះ? Ex: គណនា $a.(\frac{1}{2}x)(-3x)$ $b.(\sqrt{5}xy^2)(4xy)$	ជំហានទី៣ (នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ មេរៀនទី១ 1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា +វិធីគុណឯកធា ជាទូទៅៈ ដើម្បីគណនាផលគុណនៃឯកធា គេផ្តុំមេគុណ និងមេគុណ ផ្នែកអថេរនិងអថេរ រួចធ្វើវិធីគុណនៃមេគុណ និងវិធីគុណផ្នែកអថេរ។ ប្រតិបត្តិៈ គណនាបណ្តោយ	Ex ក្រឡាផ្ទៃនៃស្រះទឹកគឺៈ $2x\times3x=(2)(x)(3)(x)$ $=(2)(3)(x)(x)=6x^2$ $a..(\frac{1}{2}x)(-3x^2)=(\frac{1}{2})(-3)(x)(x^2)$ $=-\frac{3}{2}x^3$ $b..\left(\sqrt{5}xy^2\right)\left(4xy\right)=4\sqrt{5}x^2y^3$

ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ។	នៃស៊ីមរូបចតុមួយមានរាងចតុកោណកែង ទទឹង $3x(m)$ និងក្រឡាផ្ទៃ $15x^2(m^2)$ ។	ដោយក្រឡាផ្ទៃ $=$បណ្តោយ$\times 3x$ $\Rightarrow$ បណ្តោយ $=\frac{15x^2}{3x}=5x$
	ជាទូទៅ: ដើម្បីចែកឯកធា និងឯកធាគេត្រូវសរសេរភាគយក និងភាគបែងជាផលគុណកត្តា ហើយចែកមេគុណនឹងមេគុណ ផ្នែកអថេរ និងអថេរ។	
Ex: គណនា 1. $\frac{10ab^2}{5ab}$ 2. $\frac{7x^2yz^2}{4xyz}$		1. $\frac{10ab^2}{5ab}=\frac{5\times 2\times a\times b}{5\times a\times b}=2b$ 2. $\frac{7x^2yz^2}{4xyz}=\frac{7\times x\times x\times y\times z\times z}{4\times x\times y\times z}$ $=\frac{7xz}{4}$
ចែកសិស្សជាក្រុម រួចប្តូរគ្នាតែ។	ប្រតិបត្តិ: គណនា 1. $\frac{a^2x^2}{10ax^2}$ 2. $\frac{-\sqrt{5}x^7y^2z^3}{4x^2yz}$ 3. $\frac{32a^{10}b^5c^6}{6abc^3}$ 4. $\frac{-12m^7n^2}{15m^2n}$	1. $\frac{a^2x^2}{10ax^2}=\frac{a\times a\times x\times x}{10\times a\times x\times x}=\frac{a}{10}$ 2. $\frac{-\sqrt{5}x^7y^2z^3}{4x^2yz}=\frac{-\sqrt{5}x^5yz^2}{4}$ 3. $\frac{32a^{10}b^5c^6}{6abc^3}=\frac{16a^9b^4c^3}{3}$ 4. $\frac{-12m^7n^2}{15m^2n}=\frac{-4m^5n}{5}$
	គ ពហុធា **+សញ្ញាណពហុធា** **Ex:** សួនបន្លែមួយមានរាងចតុកោណកែងដែលផ្តុំដោយការេមានប្រវែងជ្រុង x ម៉ែត និងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ x ម៉ែត និង 4 ម៉ែត។	
តើសួនបន្លែមានក្រឡាផ្ទៃសរុបប៉ុន្មាន?		-ផ្ទៃសរុប គឺ x^2+4x ម៉ែតការេ
-ខ្នាតក្រឡាផ្ទៃគិតជាអ្វី?		-ខ្នាតផ្ទៃគិតជា ម៉ែតការេ
-តើ x^2+4x មានប៉ុន្មានតួ? តួនីមួយៗជាអ្វី? +គេបានផលបូកនៃឯកធាគឺជាពហុធា។	ជាទូទៅៈ ពហុធាជាផលបូក	-មានពីរតួ។ តួនីមួយៗជាឯកធា

Ex: ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម៖

ពហុធា	អថេរ	តួនៃពហុធា
$x-2$ $6x^3-5x+2$ $\frac{1}{5}x^2-y$ $7x^4-5x^3+x$		

នៃច្រើនឯកធាខុសគ្នាហើយឯកធានីមួយៗហៅថាតួនៃពហុធា។

*សំគាល់៖

+ឯកធាដែលមានមួយតួហៅថាឯកធា។

+ពហុធាដែលមានពីរតួហៅថាទ្វេធា។

+ពហុធាដែលមានបីតួហៅថាត្រីធា។

Ex:

$5x^2+4$ ជាទ្វេធា

$-\frac{1}{5}x^4-5x^2+1$ ជាត្រីធា

ប្រតិបត្តិ១៖

ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមនេះ តើកន្សោមណាជាពហុធារួចបញ្ជាក់តួនៃពហុធានីមួយ

$1.\ 3x^2-\frac{1}{2},\ 2.\ -\frac{1}{3x}+5x^2$

$3.\ 3x+\sqrt{5}y-2xy^2,\ 4.\ 2x^{-2}+5x$

$5.\ \frac{m^2+5}{m^2-4},\ 6.\ 2x^{-2}yz^3$

$7.\ 8x^4-2x+\frac{1}{x}$

ប្រតិបត្តិ២៖ ចូរសរសេរពហុធាដែលតំណាងឲ្យក្រឡាផ្ទៃ

ពហុធា	អថេរ	តួនៃពហុធា
$x-2$	x	$x, -2$
$6x^3-5x+2$	x	$6x^3, -5x, 2$
$\frac{1}{5}x^2-y$	x,y	$\frac{1}{5}x^2,\ -y$
$7x^4-5x^3+x$	x	$7x^4,\ -5x^3,\ x$

កន្សោមដែលជាពហុធាគឺ៖

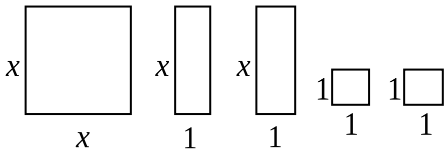
$1.\ 3x^2-\frac{1}{2}$

ដែល តួនៃពហុធាគឺ $3x^2,\ -\frac{1}{2}$

$3.\ 3x+\sqrt{5}y-2xy^2$

ដែល តួនៃពហុធាគឺ

$3x,\ \sqrt{5}y,\ -2xy^2$

	សរុបនៃផ្ទៃទាំងអស់ក្នុងរូបខាងក្រោម:  **+ដឺក្រេនៃពហុធា**	ពហុធាដែលតំណាងឲ្យក្រឡាផ្ទៃសរុបនៃផ្ទៃទាំងអស់គឺះ x^2+2x+2
Ex: ចូររកដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេនៃ $x,\ y$ ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមះ $1.7x+4$, $2.\ 2x^2-4x+2$ $3.\ -5x^2-6xy^2+1$ $4.x^4y+6x+2$ +តើយើងអាចមើលដឺក្រេនៃពហុធាបានយ៉ាងដូចម្តេច?	ជាទូទៅ: ដឺក្រេនៃពហុធាគឺជាដឺក្រេរបស់តួដែលមានដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេ។	1. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x គឺ 1 2. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x គឺ 2 3. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x និង y គឺ 3 4. ដឺក្រេខ្ពស់នៃ x និង y គឺ 5 +យើងអាចមើលដឺក្រេនៃពហុធាលើតួណាដែលមានដឺក្រេខ្ពស់។
Ex: ចូររកដឺក្រេនៃពហុធាខាងក្រោមហើយបញ្ជាក់ដំដាប់ស្វ័យគុណ ចុះរឺ កើន។ $1.-4x+2$ $2.\ 2-4x+5x^2$		1. ពហុធា $-4x+2$ ជាពហុធាដឺក្រេ 1 នៃអថេរ x រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណចុះ។ 2. $2-4x+5x^2$ ជាពហុធាមានដឺក្រេ 2 នៃអថេរ x រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណកើន។
	ប្រតិបត្តិ: 1.ពហុធា $x+2-4x^2$ មានអថេរ x ។ ចូរប្រាប់ពីដឺក្រេ និងបញ្ជាក់ពីរលំដាប់ស្វ័យគុណ កើនឬចុះ? 2. ពហុធា $t^3+3bt-2b^2t^2+b^3$ មានអថេរ t ។ ចូរប្រាប់ពីដឺក្រេ និងបញ្ជាក់ពីរលំដាប់ស្វ័យគុណកើនឬចុះ?	1. ដឺក្រេ 2 រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណកើន។ 2. ដឺក្រេ 3 រៀបតាមលំដាប់

	3. ពហុធា $\frac{1}{2}my^2-3+my+\frac{1}{3}y^4$ មានអថេរ y ។ ចូរប្រាប់ពីដឺក្រេ និងបញ្ជាក់ពីរលំដាប់ស្វ័យគុណកើនឬចុះ?	ស្វ័យគុណចុះ។ 3. ដឺក្រេ 4 រៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណកើន។
+តើយើងត្រូវធ្វើដូចម្តេចដើម្បីគុណ និងចែកពហុធា? +ធ្វើដូចម្តេចដើម្បីបានពហុធា? +តើយើងមើលដឺក្រេនៃពហុធាបានតាមរបៀបណា?	ជំហានទី ៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	
កិច្ចការផ្ទះ **គណនា** $a.(\frac{1}{2}x)(-3x^3)$ $b.(\sqrt{5}xy^2)(4x^2y^3)$ $c.\ \frac{a^3x^4}{10a^2x^2}$ $d.\ \frac{-\sqrt{5}x^8y^5z^3}{4x^2y^4z}$ $e.\ \frac{12a^{11}b^5c^4}{6abc^3}$ $f.\ \frac{-25m^6n^4}{15m^2n}$	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៦២

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.2 ប្រមាណវិធីបូក ដក និងគុណលើពហុធា

ក) ប្រមាណវិធីបូក ប្រមាណវិធីដកលើពហុធា

ខ)ប្រមាណវីធីគុណលើពហុធា

គ) រូបមន្តពន្លាត

+ពន្លាតការេទ្វេធា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃប្រមាណវិធី បូក ដក និងគុណលើពហុធា

-ប្រាប់បានពីការពន្លាតការេទ្វេធា

- ចំណេះធ្វើ ៖ - ធ្វើប្រមាណវិធីបូក និងដកលើពហុធា

- ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ ពន្លាតការេទ្វេធា

- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

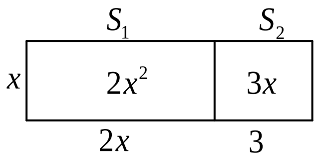
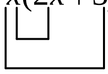
III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនត្យ: វត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
1. កំណត់ដឺក្រេ និងតួនៃពហុធាខាងក្រោម: $1. 4x^5-5x^3+10x-20$ $2. 3x^2y^5\sqrt{5}xy^5+x^3y^5$	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	1. មានដឺក្រេ 5 និងតួមាន $4x^5;-5x^3;10x;-20$ 2. មានដឺក្រេ 8 និងមានតួ $3x^2y^5;-\sqrt{5}xy^5;x^3y^5$

2. គណនា 1. $(-m^9)-(-4m^9)$ 2. $\frac{1}{2}xy^5+\frac{3}{4}xy^5$		**2.គណនា** $1.-m^9+4m^9=3m^9$ $2.\frac{1}{2}xy^5+\frac{3}{4}xy^5=\frac{5}{4}xy^5$
Ex1: គេឲ្យពហុធា $A=2x^2+4x-2$ និង $B=4x^2-3x-8$ ។គណនា $A+B$ Ex2: គេឲ្យពហុធា $M=-3x^2+x-5$ និង $N=7x^2-3x+1$ ។គណនា $M-N$ +តើដើម្បីបូក ឬដកពហុធា គេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាក្រុម រួចប្តូគ្នាកែ។	ជំហានទី៣ (៥នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ មេរៀនទី១ 1.2 ប្រមាណវិធី បូក ដក និង គុណលើពហុធា ក) ប្រមាណវិធីបូក ដក លើពហុធា ជាទូទៅ: ដើម្បីបូក ឬដក ឯកធាគេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នា។ ប្រតិបត្តិ១៖ គណនា $M+N$ និង $M-N$ ។ 1. $M=x^2-3x+5$ *and* $N=2x^2+x-2$ 2. $M=2x^2+y+10$ *and* $N=x^2-10y+20$ 3. $M=\frac{1}{2}x^2-6x+7$ *and* $N=\frac{3}{2}x^2+5x-4$ 4. $M=3x^4-4x^3+5x^2-4$ *and* $N=6x^4+x^3-7x^2-10$ ខ . ប្រមាណវិធីគុណលើ	Ex1 $A+B=$ $=2x^2+4x-2+4x^2-3x-8$ $=6x^2+x-10$ Ex2 $M-N=-10x^2+4x-6$ ដើម្បីបូកឬដកពហុធាគេត្រូវបូកឬដកឯកធាដូចគ្នា។ $1.M+N=2x^2-2x+3$ $2.M+N=3x^2-9y+30$ $3.M+N=2x^2-x+3$ $4.M+N=9x^4-3x^3-2x^2-14$

Ex1: ផ្ទាំងគំនូរមួយរាងចតុកោណកែង ដែលមានមានវិមាត្រ $2x+3$ និង x គិតជាម៉ែត គណនាក្រឡាផ្ទៃផ្ទាំងគំនូរ	ពហុធា  ដូចនេះ $S=x(2x+3)=2x^2+3x$	Ex1: តាង ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទាំងគំនូរ គេបាន: $S=x(2x+3).$ ឬ $S=S_1+S_2$ ។នោះ: $x(2x+3)=2x^2+3x$ 
Ex2: ទីធ្លានៃសាលារៀនមួយមានរាងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ។ និង គិតជាម៉ែត។ ចូររកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង? +តើរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងដូចម្តេច?	ជាទូទៅ: ដើម្បីគុណពហុធានិងពហុធាគេត្រូវយកតួនីមួយៗនៃពហុធាទីមួយទៅគុណនឹងគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចបង្រួមលទ្ធផល។	Ex:2 រូបមន្តក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែង គឺ បណ្តោយ $\times$ ទទឹង គេបាន: $(2x+1)(x+2)$ $=2x^2+4x+x+2$ $=2x^2+5x+2$
ចែកសិស្សជាក្រុម រួចប្តូរគ្នាកែ	**ប្រតិបត្តិ៖** គណនា 1. $(2ab)(-3a)(-3a^2b^2)^3$ 2. $(-x+4)(\frac{1}{2}x+3)$ 3. $(x^3+xy-4y^2)(x+y)$	1. $(2ab)(-3a^2b^2)^3$ $=(2)(-3)(a)(a^6)(b)(b^6)$ $=-6a^7b^7$ 2. $(-x+4)(\frac{1}{2}x+3)$ $=-\frac{1}{2}x^2-3x+2x+12$ $=-\frac{1}{2}x^2-x+12$ 3. $(x^3+xy-4y^2)(x+y)$ $=x^4+x^3y+x^2y-3xy^2-4y^3$

+សំគាល់៖ គេអាចគុណពហុធាតាមរបៀបមួយទៀត

Ex: គណនាផលគុណនៃពហុធា $1+x^3-6x$ និង $2x-3$ ជាដំបូងយើងត្រូវរៀបពហុធា

$$\begin{array}{l} x^3-6x+1 \\ \times)\ \ 2x-3 \\ \hline 2x^4-12x^2+2x \leftarrow (x^3-6x+1)(2x) \\ +)-3x^3+18x-3 \leftarrow (x^3-6x+1)(-3) \\ \hline 2x^4-3x^3-12x^2+20x-3 \end{array}$$

តាមលំដាប់ដឺក្រេកើន ឬចុះ

+$(a+b)^2$ ជាក្រឡាផ្ទៃនៃការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $(a+b)$ ។ចូរគូការនេះ

+តើក្រឡាផ្ទៃការេដែលមានជ្រុង $(a+b)$ ស្មើនឹងអ្វី?

Ex: ពន្លាត

1. $(x+1)^2$

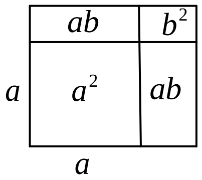
តើ តួ a ស្មើអ្វី? តួ b ស្មើអ្វី?

2, $(2x+\frac{3}{2}y)^2$

$$\begin{array}{l} x^3-6x+1 \\ \times)\ \ 2x-3 \\ \hline 2x^4-12x^2+2x \leftarrow (x^3-6x+1)(2x) \\ +)-3x^3+18x-3 \leftarrow (x^3-6x+1)(-3) \\ \hline 2x^4-3x^3-12x^2+20x-3 \end{array}$$

គ . រូបមន្តពន្លាត

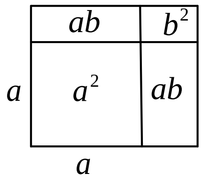
+ពន្លាតការេនៃទ្វេធា ពន្លាត $(a-b)^2$ ដែល a,b វិជ្ជមាន។



ជាទូទៅ៖

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

+ការេដែលមានផ្ទៃ $(a+b)^2$ គឺ



+ក្រឡាផ្ទៃគឺ៖

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

Ex1

+តួ a គឺ x និងតួ b គឺ 1

គេបាន: $(x+1)^2=x^2+2x+1$

Ex2

+តួ a គឺ $2x$ និងតួ b គឺ $\frac{3}{2}y$

គេបាន:

	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម $1.\ (x+5)^2;\ \ 2.\ \left(\frac{1}{2}x+3\right)^2$ $3.\ \left(\frac{4}{3}x+\frac{y}{2}\right)^2;\ \ 4.\ \left((x+1)+5\right)^2$	$\left(2x+\frac{3}{2}y\right)^2=$ $=(2x)^2+2(2x)(\frac{3}{2}y)+(\frac{3}{2}y)^2$ $=4x^2+6xy+\frac{9}{4}y^2$ $1.\ (x+5)^2=x^2+10x+25$ $2.\ \left(\frac{1}{2}x+3\right)^2=\frac{1}{4}x^2+3x+9$ $3.\ \left(\frac{4}{3}x+\frac{y}{2}\right)^2=\frac{16}{9}x^2+\frac{4}{3}xy+\frac{y^2}{4}$ $4.\ \left((x+1)+5\right)^2=$ $=(x+1)^2+10(x+1)+25$ $=x^2+2x+1+10x+10+25$ $=x^2+12x+36$
តើគេអាចបូកឬដកពហុធាបានយ៉ាងដូចម្តេច? តើគេអាចគុណពហុធានិងពហុធាបានយ៉ាងដូចម្តេច?	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	+ដើម្បីបូក ឬដកពហុធា ដើម្បីបូក ឬដកឯកធាគេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នា។ + ដើម្បីគុណពហុធានិងពហុធា គេត្រូវយកតួនីមួយៗ នៃពហុធាទីមួយ ទៅគុណនឹងគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចបង្រួមលទ្ធផល។
កិច្ចការផ្ទះ	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

1. ត្រីកោណមួយមានប្រវែងជ្រុង $2x+y,\ 3x+7y;\ 4x-y$ ។ គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណនេះ 2. គណនាផលគុណ 1. $(2x^2-4x+1)(3x-4)$ 2. $(a^2-3a+5)(a^2+4a-3)$ 3. $(-3x+x^2-1)(2+x-5x^2)$		

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៦៥

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.2 ប្រមាណវិធីបូក ដក និងគុណលើពហុធា

គ) រូបមន្តពន្លាត

+ពន្លាត $(a-b)^2$

+**ពន្លាត** $(a-b)(a+b)$

+**ពន្លាតគូបនៃទ្វេធា** $(a+b)^3$ **និង** $(a-b)^3$

+**ពន្លាត** $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

+**ពន្លាត** $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

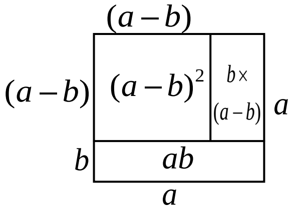
- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីការពន្លាតគូបនៃទ្វេធា
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ពន្លាត $(a-b)^2;(a-b)(a+b);(a+b+c)^2$
  - ពន្លាត $(a-b)(a^2+ab+b^2);(a+b)(a^2-ab+b^2)$
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

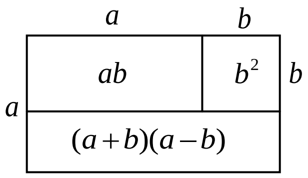
III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនត្យៈវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	
ពន្លាត៖	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	

$1.(2a+1)(a+2)$ $2.(2y+x)^2$ $3.(\frac{1}{7}ax+b)^2$		$1.(2a+1)(a+2)=$ $=2a^2+5a+2$ $2.(2y+x)^2=$ $=4y^2+4xy+x^2$ $3.(\frac{1}{7}ax+b)^2=$ $=\frac{36}{49}a^2x^2+\frac{12}{7}abx+b^2$
+ចូរពិនិត្យរូបខាងក្រោម:  +តើក្រឡាផ្ទៃការេដែលមានជ្រុង a ស្មើនឹងអ្វី? Ex: ពន្លាត $1.(x-1)^2$ $2.(\frac{1}{2}x-y)^2$ ណែនាំឲ្យសិស្សធ្វើការជាក្រុម រួចប្តូរគ្នាកែ។	**ជំហានទី៣ (នាទី)** មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **+ពន្លាត** $(a-b)^2;\ a,b>0\ ,a>b$ ជាទូទៅ: $(a-b)^2=(a-b)(a-b)$ $=a^2-ab-ab+b^2$ $=a^2-2ab+b^2$ ប្រតិបត្តិ៖ ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖ $1.(x-7)^2$ $2.(\frac{3}{2}x-4y)^2$ $3.(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})^2$	+ក្រឡាផ្ទៃការេ គឺ តាមរូបគេបាន: $a^2=(a-b)^2+b(a-b)+ab$ $=(a-b)^2+ab-b^2+ab$ $=(a-b)^2+2ab-b^2$ $\Rightarrow(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ Ex: $1.(x-1)^2=x^2-2x+1$ $2.(\frac{1}{2}x-y)^2=\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$ $1.(x-7)^2=x^2-14x+49$ $2.(\frac{3}{2}x-4y)^2=\frac{3}{4}x^2+24xy+16y^2$ $3.(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})^2=\frac{16}{25}x^2+\frac{4}{5}xy+\frac{y^2}{4}$

+ពនិត្យរូប 	**+ពន្លា** $(a+b)(a-b); a,b>0; a>b$	
+តាមរូបតើ $(a-b)(a+b)$ ស្មើនឹងអ្វី?	ជាទូទៅ៖ $\forall a,b\in IR$ គេបាន $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$	+តាមរូបគេបាន $(a-b)(a+b)$ $=a(a+b)-ab-b^2$ $=a^2+\cancel{ab}-\cancel{ab}-b^2$ $=a^2-b^2$
Ex: ពន្លាត $1.(x-3)(x+3)$ $2.(\frac{1}{3}x+4y)(\frac{1}{3}x-4y)$		Ex: $1.(x-3)(x+3)=x^2-9$ $2.(\frac{1}{3}x+4y)(\frac{1}{3}x-4y)=\frac{1}{9}x^2-16y^2$
ណែនាំឲ្យសិស្សរៀងៗខ្លួន រួចប្តូរគ្នាកែ។	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោមខាង ក្រោម: $1.(x-5)(x+5)$ $2.(10x+\frac{1}{2}y)(10x-\frac{1}{2}y)$ $3.(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})(\frac{4}{5}x+\frac{y}{2})$	ប្រតិបិត្តិ: $1.(x-5)(x+5)=x^2-25$ $2.(10x+\frac{1}{2}y)(10x-\frac{1}{2}y)$ $=100x^2-\frac{1}{4}y^2$ $3.(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2})(\frac{4}{5}x+\frac{y}{2})$ $=\frac{16}{25}x^2-\frac{y^2}{4}$
+តើគេអាសរសេ $(a+b+c)^2=((a+b)+c)^2$ បានដែលឬទេ? +តើ $((a+b)+c)^2$ មានរាងដូច $(a+b)^2$ ដែរឬទេ?	+ពន្លាត $(a+b+c)^2$	+គេអាចសរសេរបាន +មានរាងដូចគ្នា គេបាន: $((a+b)+c)^2=$ $=(a+b)^2+2(a+b)c+c^2$ $=a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$ $=a^2+b^2+c^2+2ab+2cb+2ac$

Ex: ពន្លាត $(x+y+5)^2$? ឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាក្រុម	ជាទូទៅ: $(a+b+c)^2 =$ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$	Ex: $(x+y+5)^2 =$ $x^2+y^2+25+2xy+10x+10y$
	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម: $1.(3+a+2b)^2$ $2.(x^2+y+z^2)^2$ $3.(\frac{1}{2}x^2+3y+\frac{3}{4}z)^2$	ប្រតិបត្តិ $1.(3+a+2b)^2 =$ $=9+a^2+4b^2+6a$ $+12b+4ab$ $2.(x^2+y+z^2)^2 =$ $=x^4+y^2+z^4+2x^2y$ $+2x^2z+2yz^2$ $3.(\frac{1}{2}x^2+3y+\frac{3}{4}z)^2 =$ $=\frac{1}{4}x^4+9y^2+\frac{9}{16}z^2+$ $3x^2y+\frac{3}{4}x^2z+\frac{9}{2}yz$
+តើគេអាចសរសេរ $(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2$ បានដែរឬទេ?	**+ពន្លាតគូបនៃទ្វេធា** ពន្លាត $(a+b)^3$	+គេអាចសរសេរបាន គេបាន: $(a+b)^3=(a+b)(a+b)^2$ $=(a+b)(a^2+2ab+b^2)$ $=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$ $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Ex: ពន្លាត $(x+2)^3$?	ដូចនេះ: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	Ex: $(x+2)^3 =$ $=x^3+3(x^2)(2)+3(x)(4)+8$ $=x^3+6x^2+12x+8$
	ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោម $1.(x+5)^3$; $2.(x+3y)^3$ $3.(2x+5y)^3$; $4.(\frac{1}{2}x^2+y)^3$	ប្រតិបត្តិ៖

ចែកសិស្សជាបួនក្រុម។ រួចឡើងសរសេរចម្លើយលើក្តាខៀន។		1. $(x+5)^3 =$ $= x^3+3(x^2)(5)+3(x)(25)$ $+125$ $= x^3+15x^2+75x+125$ 2. $(x+3y)^3 =$ $= x^3+3x^2(3y)+3x(3y)^2$ $+27y^3$ $= x^3+9x^2y+27xy^2+27y^3$ 3. $(2x+5y)^3 =$ $= 8x^3+3(4x^2)(5y)$ $+3(2x)(25y^2)+125y^3$ $= 8x^3+60x^2y+150xy^2+125y^3$ 4. $(\frac{1}{2}x^2+y)^3 =$ $= \frac{1}{8}x^6+3(\frac{1}{2}x^2)^2y+3(\frac{1}{2}x^2)y^2$ $+y^3$ $= \frac{1}{8}x^6+\frac{3}{4}x^4y+\frac{3}{2}x^2y^2+y^3$
+តើគេអាចសរសេរ $(a-b)^3=(a-b)(a-b)^2$ បានដែរឬទេ?	+ពន្លាត $(a-b)^3$	+គេអាចសរសេរបាន គេបាន: $(a-b)^3=(a-b)(a-b)^2$ $=(a-b)(a^2-2ab+b^2)$ $=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3$ $=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
Ex: ពន្លាត $(x-1)^3$	ដូចនេះ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	**Ex:** $(x-1)^3=x^3-3x^2+3x-1$
ចែកសិស្សជាក្រុមពិភាក្សារួចប្តូរចម្លើគ្នាកែ។ គ្រូបិទចម្លើលើក្តាខៀន។	ប្រតិបត្តិ:ពន្លាតកន្សោម 1. $(x-5)^3$ 2. $(2x-3y)^3$ 3. $(\frac{1}{2}x^2-y)^3$ 4. $(ab-3cd)^3$	ប្រតិបត្តិ:

		$1.(x-5)^3=$ $=x^3-15x^2+75x-125$ $2.(2x-3y)^3=$ $=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$ $3.(\frac{1}{2}x^2-y)^3=$ $=\frac{1}{8}x^6-\frac{3}{4}x^4y+\frac{3}{2}x^2y^2-y^3$ $4.(ab-3cd)^3=$ $=a^3b^3-9a^2b^2+27abc^2d^2$ $-27c^3d^3$
+ចូរគណនាផលគុណ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	**+ពន្លាត** $(a-b)(a^2+ab+b^2)$	គណនាផលគុណ: $(a-b)(a^2+ab+b^2)=$ $=a^3+a^2\cancel{b}+a\cancel{b}^2-a^2\cancel{b}-a\cancel{b}^2-b^3$ $=a^3-b^3$
Ex: ពន្លាត $(x-1)(x^2+x+1)$ +តើវាមានទម្រង់ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ដែរឬទេ?	ដូចនេះ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$	**Ex:** $+(x-1)(x^2+x+1)$ មានទម្រង់ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ គេបាន: $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1^3=x^3-1$
ឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូរួចប្តូរចម្លើយគ្នាកែ។	ប្រតិបត្តិ:ពន្លាតកន្សោម $1.(x-3)(x^2+3x+3)$ $2.(2x-1)(4x^2+2x+1)$ $3.(\sqrt{2}x-3y)\left(2x^2+3\sqrt{2}x+9y^2\right)$ $4.(\frac{1}{2}x-a)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}ax+a^2\right)$	ប្រតិបត្តិ: $1.(x-3)(x^2+3x+3)=$ $=x^3-27$ $2.(2x-1)(4x^2+2x+1)=$ $=8x^3-1$ $3.(\sqrt{2}x-3y)\left(2x^2+3\sqrt{2}x+9y^2\right)$ $=2\sqrt{2}x^3-27y^3$ $4.(\frac{1}{2}x-a)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}ax+a^2\right)=$ $=\frac{1}{8}x^3-a^3$
+ចូរគណនាផលគុណ $(a+b)(a^2-ab+b^2)$	**+ពន្លាត**	

Ex: ពន្លាត $(x+1)(x^2-x+1)$ +តើ $(x+1)(x^2-x+1)$ មានរាងដូច $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ដែរឬទេ? ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាក្រុមរួចប្តូរចម្លើយគ្នាកែ។	$(a+b)(a^2-ab+b^2)$ ដូចនេះ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ ប្រតិបត្តិ: ពន្លាតកន្សោម $1.(x+2)(x^2-2x+4)$ $2.(3x+5)(9x^2-15x+25)$ $3.\left(\frac{1}{4}x+4y\right)\left(\frac{1}{16}x^2-xy+16y^2\right)$	+គណនាផលគុណ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=$ $=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$ $=a^3+b^3$ **Ex:** $(x+1)(x^2-x+1)$ មានរាងដូចនឹង $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ គេបាន: $(x+1)(x^2-x+1)=$ $x^3+1^3=x^3+1$ ប្រតិបត្តិ: $1.(x+2)(x^2-2x+4)=$ $=x^3+8$ $2.(3x+5)(9x^2-15x+25)$ $=27x^3+125$ $3.\left(\frac{1}{4}x+4y\right)\left(\frac{1}{16}x^2-xy+16y^2\right)$ $=\frac{1}{64}x^3+64y^3$
+តើយើងអាចពន្លាត $(a+b)^2$ បានដូចម្តេច? +តើយើងអាចពន្លាត $(a-b)^2$ បានដូចម្តេច? +តើយើងអាចពន្លាត $(a+b)^3$ បានដូចម្តេច? +តើយើងអាចពន្លាត $(a-b)^3$ បានដូចម្តេច?	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	+គេបាន: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ +គេបាន: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ +គេបាន: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ +គេបាន: $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2+b^3$

កិច្ចការផ្ទះ គណនាកន្សោម 1. $(x-6)(x+x)$ 2. $\left(10x+\frac{1}{2}y\right)\left(10x-\frac{1}{2}y\right)$ 3. $\left(2ab+c\right)^3$ 4. $\left(x-4\right)\left(x^2+4x+16\right)$ 5. $\left(x+3\right)\left(x^2-3x+9\right)$	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០

ជំពូក ២ ពហុធា

មេរៀនទី ១ ពហុធា

ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......

សៀវភៅសិស្សទំព័រ៦៩

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា

ក) ការដាក់ជាកត្តារួម

ខ) ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ ជាផលគុណកត្តា

គ) ការដាក់កន្សោម $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណផលគុណកត្តា
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ដាក់ជាកត្តារួម
  - ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តា
  - ប្រើរូបមន្តដាក់ជាផលគុណកត្តា
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ៖វត្តមាន ស្តាប់ផ្ទាប់	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
+ប្រាប់ពីរូបមន្តការេទ្វេធាដូចខាងក្រោម: $(a+b)^2;(a-b)^2;(a+b)(a-b)$ +តើតកន្សោម $2x+xy-5xz$ តើតួនីមួយៗមានអញ្ញាតអ្វីដូច	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

គ្នា? +កន្សោម $(x+1)y-(x+1)(y+2)$ មានអ្វីដូចគ្នា?		+មានអញ្ញាត x ដូចគ្នា +មានកន្សោម $(x+1)$ ដូចគ្នា
Ex: គេឲ្យ $x+2xy$ +តើនកន្សោមនេះមានអ្វីដូចគ្នា? +តើគេអាចសរសេរ$(1+2y)x$ បានឬទេ? +គេបាន x ជាកត្តារួម Ex: គេឲ្យកន្សោមតើកន្សោម $x(3x-1)-2(3x-1)$ នេះមានអ្វីដូចគ្នា? ចែកសិស្សជាក្រុម រួចប្តូរចម្លើយកែ។ ណែនាំឲ្យសិស្សពិភាក្សាជាមួយដៃគូ រួចប្តូរចម្លើគ្នាកែ។	ជំហានទី៣ (នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ 1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា ក) ការដាក់ជាកត្តារួម ប្រតិបត្តិ១៖ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា $1.7kp^2-21p^2$ $2.2p^2q-3pqr$ $3.26x^4y^2+40x^3y^4$ $4.x^2yz-xy^2z+xyz^2$ ប្រតិបត្តិ២ ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា $1.6x(x-4)-3(4-x)$ $2.6x-3xy-2+y$ $3.5x+10xy+4+8y$ $4.2x(y-1)-4x^2(1-y)y$	Ex: កន្សោមនេះមាន x ដូចគ្នា +គេអាចសរសេរ $x+2xy=(1+2y)x$ Ex: កន្សោម $x(3x-1)-2(3x-1)$ មានដូចគ្នា $(3x-1)$ ប្រតិបត្តិ១៖ $1.7kp^2-21p^2$ $=7p^2(kk-3)$ $2.2p^2q-3pqr$ $=pq(2p-3r)$ $3.26x^4y^2+40x^3y^4$ $=2x^3y^2(13x+20y^2)$ $4.x^2yz-xy^2z+xyz^2$ $=xyz(x-y+z)$ ប្រតិបត្តិ២៖

Ex: ដាក់ជាផលគុណកត្តាចំពោះកត្តាខាងក្រោម: $1.x^2+6x+9$ +តើកន្សោមនេះមានទម្រង់អ្វី? $2.m^2-20m+100$ +តើកន្សោមនេះមានទម្រង់អ្វី? $3.4p^2q^2-9t^2$ +តើកន្សោមនេះមានទម្រង់អ្វី?	$1.6x(x-4)-3(4-x)$ $=6x(x-4)+3(x-4)$ $=(x-4)(6x+3)$ $2.6x-3xy-2+y$ $=3x(2-y)-(2-y)$ $=(2-y)(3x-1)$ $3.5x+10xy+4+8y$ $=5x(1+2y)+4(1+2y)$ $=(1+2y)(5x+4)$ $4.2x(y-1)-4x^2(1-y)y$ $=2x(y-1)+4x^2(y-1)y$ $=(y-1)(2x+4x^{2)}$ **ខ) ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ ជាផលគុណកត្តា តាមរូបមន្តពន្លាត និងលក្ខណៈឆ្លុះនៃសមភាព** $A=B\Leftrightarrow B=A$ គេបាន៖ $1.a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $2.a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ $3.a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$1.6x(x-4)-3(4-x)$ $=6x(x-4)+3(x-4)$ $=(x-4)(6x+3)$ $2.6x-3xy-2+y$ $=3x(2-y)-(2-y)$ $=(2-y)(3x-1)$ $3.5x+10xy+4+8y$ $=5x(1+2y)+4(1+2y)$ $=(1+2y)(5x+4)$ $4.2x(y-1)-4x^2(1-y)y$ $=2x(y-1)+4x^2(y-1)y$ $=(y-1)(2x+4x^{2)}$ +1, កន្សោមនេះមានទម្រង់ $a^2+2ab+b^2$ គេបាន: $x^2+6x+9=x^2+2(x)(3)+3^2$ $=(x+3)^2$ +2, កន្សោមនេះមានទម្រង់ $a^2-2ab+b^2$ គេបាន៖ $2.m^2-20m+100$ $=m^2-2(m)(10)+10^2$ $=(m-10)^2$ +3, កន្សោមនេះមានទម្រង់ a^2-b^2 គេបាន៖

ណែនាំសិស្សឲ្យពិភាក្សាជាក្រុមៗរួចឡើងកែលើក្តាខៀន	ប្រតិបត្តិ៖ ដាក់កន្សោមខាងជាផលគុណកត្តា $1.\ x^2+10x+25$ $2.\ a^2b^2+4abc+4c^2$ $3.\ y^2-16y+64$ $4.\ 4m^2-20mn+25n^2$ $5.\ 144a^2b^2-169c^2$	$4p^2q^2-9t^2=(2pq)^2-(3t)^2$ $=(2qp-3t)(2qp+3t)$ ប្រតិបត្តិ៖ $1.\ x^2+10x+25$ $=(x+5)^2$ $2.\ a^2b^2+4abc+4c^2$ $=(ab+2c)^2$ $3.\ y^2-16y+64$ $=(y-8)^2$ $4.\ 4m^2-20mn+25n^2$ $=(2m-5n)^2$ $5.\ 144a^2b^2-169c^2$ $=(12ab-13c)^2$
	Ex: ដាក់កន្សោម $x^2+(a+b)x+ab$ ជាផលគុណកត្តា $x^2+(a+b)x+ab$ $=x^2+ax+bx+ab$ $=(x+a)x+(x+a)b$ $=(x+a)(x+b)$ ដូចនេះ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$	$x^2+(a+b)x+ab$ $=x^2+ax+bx+ab$ $=(x+a)x+(x+a)b$ $=(x+a)(x+b)$ ដូចនេះ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
	គ) ការដាក់កន្សោម $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា គេអាចសរសេរ៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=acx^2+adx+bcx+bd$ $=ax(cx+d)+b(cx+d)$ $=(ax+b)(cx+d)$ ដូចនេះគេបានរូបមន្ត: $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ **Ex: ដាក់ជាកត្តានូវកន្សោម**	

+តាមរូបមន្ត តើ $ac;ad+bc;bd$ ស្មើនឹងអ្វី? +តើមេគុណ $ac;ad+bc;bd$ ស្មើនឹងអ្វី? +តើយើងអាចរក $a;b;c;d$ តាមរបៀបណា?	**ខាងក្រោមដោយប្រើរូបមន្ត** $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ 1. $6x^2-13x-15$ +យើងអាចរក $a;b;c;d$ តាមរបៀបខាងក្រោម: $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$ គេបាន: $\begin{array}{ccc} 6 & -15 & -13 \\ \hline 6 & 5 & \to 5 \\ 1 & -3 & \to -18 \\ \hline & & 5-18=-13 \end{array}$ គេបាន: $a=6;\ b=5; c=1; d=-3$ **ដូចនេះ** $6x^2-13x-15=(6x+5)(x-3)$ 2. $12x^2-25xy+12y^2$ យើងរក $a;b;c;d$ បានតាម៖ $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$	1. $6x^2-13x-15$ + $ac=6; ad+bc=-13; bd=-15$ +យើងអាចរក $a;b;c;d$ តាមរបៀបខាងក្រោម: $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$ គេបាន: $\begin{array}{ccc} 6 & -15 & -13 \\ \hline 6 & 5 & \to 5 \\ 1 & -3 & \to -18 \\ \hline & & 5-18=-13 \end{array}$ គេបាន: $a=6;\ b=5; c=1; d=-3$ **ដូចនេះ** $6x^2-13x-15=(6x+5)(x-3)$ 2, $ac=12; ad+bc=-25; bd=12y^2$ យើងរក $a;b;c;d$ បានតាម៖ $\begin{array}{ccc} ac & bd & ad+bc \\ \hline a & b & \to bc \\ c & d & \to ad \\ \hline & & ad+bc \end{array}$

	$12 \quad 12y^2 \quad -25y$ $3 \quad -8y \to -16y$ $4 \quad -3y \to -9y$ -13 គេបាន៖ $a=3; b=-4y; c=4; d=-3y$ ដូចនេះ $12x^2-25xy+12y^2$ $=(3x-4y)(4x-3y)$	$12 \quad 12y^2 \quad -25y$ $3 \quad -8y \to -16y$ $4 \quad -3y \to -9y$ -13 គេបាន៖ $a=3; b=-4y; c=4; d=-3y$ ដូចនេះ $12x^2-25xy+12y^2$ $=(3x-4y)(4x-3y)$
១) គេឲ្យ $12x+6xy$ តើគេអាចដាក់ជាកត្តារួមបានដូចម្តេច? ២) តើរូបមន្តពន្លាតខាងក្រោមស្មើអ្វីខ្លះ? $1.a^2+2ab+b^2=...$ $2.a^2-2ab+b^2=...$ $3.a^2-b^2=...$ ៣) គេមាន៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ តើគេអាចរកមេគុណ $a;b;c;d$ តាមរបៀបណា?	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	១)គេអាចដាក់ជាកត្តារួមបានដោយ ទាញ $6x$ ជាកត្តារួម ២) $1.a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $2.a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ $3.a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ៣)គេអាចរក $a;b;c;d$ តាម៖ $ac \quad bd \quad ad+bc$ $a \quad b \to bc$ $c \quad d \to ad$ $ad+bc$
កិច្ចការផ្ទះ៖ ប្រតិបត្តិ ១ និង ២ ទំព័រ ៧១	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០
ជំពូក ២ ពហុធា
មេរៀនទី ១ ពហុធា
ថ្ងៃទី...... ខែ......ឆ្នាំ......
សៀវភៅសិស្សទំព័រ៧២

I. ចំណងជើងមេរៀន ៖ ពហុធា

ចំណងជើងរង ៖ 1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា

គ) ការដាក់កន្សោម $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា

ឃ) ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា

ង) របៀបផ្សេងៗទៀតក្នុងការដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តា

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀនចប់សិស្សអាច

- ចំណេះដឹង ៖ -ប្រាប់បានពីសញ្ញាណផលគុណកត្តានៃកន្សោមដឺក្រេទី៣
- ចំណេះធ្វើ ៖ - ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា
  - ដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តាតាមរបៀបផ្សេងទៀត
- ឥរិយាបថ ៖ សិស្សសហការគ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់

III. រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី

IV. សម្ភារឧបទេស ៖ កម្រងលំហាត់

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យះវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	ជំហានទី១ (៥នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
ដោយប្រើរូបមន្តះ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ ចូរដាក់ x^2-5x+4 ជាផល	ជំហានទី២ (៥នាទី) រំលឹកមេរៀន	

គុណកត្តា +តើគេអាចរក a,b,c,d តាមរបៀបណា?		ដោយ $ac=1; ad+bc=-5; bd=4$ +គេអាចរក a,b,c,d តាម៖ $ac \quad bd \quad ad+bc$ $a \quad b \to bc$ $c \quad d \to ad$ $ad+bc$ គេបាន៖ $1 \quad 4 \quad -5$ $1 \quad -4 \to -4$ $1 \quad -1 \to -1$ -5 គេបាន៖ $x^2-5x+4=(x-4)(x-1)$
ចែកសិស្សជាក្រុមដើម្បីពិភាក្សា	**ជំហានទី៣ (នាទី)** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **1.3,ការដាក់ជាផលគុណកត្តា** **គ) ការដាក់កន្សោម** $acx^2+(ad+bc)x+bd$ **ជាផលគុណកត្តា (ត)** **ប្រតិបត្តិ៖** $a.2x^2+3x+1$ **គេមាន៖** $ac=2; ad+bc=3; bd=1$ **យើងអាចរក** a,b,c,d តាម៖ $2 \quad 1 \quad 3$ $2 \quad 1 \to 1$ $1 \quad 1 \to 2$ 3 **គេបាន៖** $a=2; b=1; c=1; d=1$ $2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)$ ដូចនេះ៖	$a.2x^2+3x+1$ **គេមាន៖** $ac=2; ad+bc=3; bd=1$ **យើងអាចរក** a,b,c,d តាម៖ $2 \quad 1 \quad 3$ $2 \quad 1 \to 1$ $1 \quad 1 \to 2$ 3 **គេបាន៖** $a=2; b=1; c=1; d=1$ ដូចនេះ៖ $2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)$ $b.2x^2-13x+6$

$b.\ 2x^2-13x+6$

គេមាន៖

$ac=2; ad+bc=-13;\ bd=6$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$$\begin{array}{lll} 2 & 6 & -13 \\ \hline -1 & 6 \to & -12 \\ -2 & 1 \to & -1 \\ \hline & & -13 \end{array}$$

គេបាន៖

$a=-1; b=6; c=-2; d=1$

ដូចនេះ

$2x^2-13x+6=(-x+6)(-2x+1)$

$c.\ -3a^2+5a+2$

គេមាន៖

$ac=-3; ad+bc=5;\ bd=2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$$\begin{array}{lll} -3 & 2 & 5 \\ \hline -3 & -1 \to & -1 \\ 1 & -2 \to & 6 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

គេបាន៖

$a=-3; b=-1; c=1; d=-1$

ដូចនេះ

$-3a^2+5a+2=(-3a-1)(a-2)$

$D.\ 6p^2-4pq-16q^2$

គេមាន៖

$ac=6; ad+bc=-4q;\ bd=-16q^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

គេមាន៖

$ac=2; ad+bc=-13;\ bd=6$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$$\begin{array}{lll} 2 & 6 & -13 \\ \hline -1 & 6 \to & -12 \\ -2 & 1 \to & -1 \\ \hline & & -13 \end{array}$$

គេបាន៖

$a=-1; b=6; c=-2; d=1$

ដូចនេះ

$2x^2-13x+6=(-x+6)(-2x+1)$

$c.\ -3a^2+5a+2$

គេមាន៖

$ac=-3; ad+bc=5;\ bd=2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$$\begin{array}{lll} -3 & 2 & 5 \\ \hline -3 & -1 \to & -1 \\ 1 & -2 \to & 6 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

គេបាន៖

$a=-3; b=-1; c=1; d=-1$

ដូចនេះ

$-3a^2+5a+2=(-3a-1)(a-2)$

$D.\ 6p^2-4pq-16q^2$

គេមាន៖

$ac=6; ad+bc=-4q;\ bd=-16q^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$$\begin{array}{lll} 6 & -16q^2 & -4q \\ \hline 6 & 8q \to & 8q \\ 1 & -2q \to & -12q \\ \hline & & -16q^2 \end{array}$$

គេបាន៖

$6 \qquad -16q^2 \quad -4q$

$6 \quad 8q \to 8q$

$1 \quad -2q \to -12q$

$-16q^2$

គេបាន៖

$a=6; b=1; c=8q; d=-12q$

ដូចនេះ

$6p^2-4pq-16q^2=(6p+8q)(p-2q)$

$E.\ 8x^2-26xy+15y^2$

គេមាន៖

$ac=8; ad+bc=-26y; bd=15y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$8 \qquad 15y^2 \quad -26y$

$2 \quad -5 \to -20y$

$4 \quad -3y \to -6y$

$-26y$

គេបាន៖

$a=2; b=-5; c=4; d=-3y$

ដូចនេះ

$8x^2-26xy+15y^2$

$=(2x-5)(4x-3y)$

$F.\ -35x^2-16xy+12y^2$

គេមាន៖

$ac=-35; ad+bc=-16y; bd=12y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$-35 \qquad 12y^2 \quad -16y$

$-5 \quad 2y \to -14y$

$7 \quad -6y \to 30y$

$16y$

គេបាន៖

$a=-5; b=-2y; c=7; d=-6y$

ដូចនេះ

$a=6; b=1; c=8q; d=-12q$

ដូចនេះ

$6p^2-4pq-16q^2=(6p+8q)(p-2q)$

$E.\ 8x^2-26xy+15y^2$

គេមាន៖

$ac=8; ad+bc=-26y; bd=15y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$8 \qquad 15y^2 \quad -26y$

$2 \quad -5 \to -20y$

$4 \quad -3y \to -6y$

$-26y$

គេបាន៖

$a=2; b=-5; c=4; d=-3y$

ដូចនេះ

$8x^2-26xy+15y^2$

$=(2x-5)(4x-3y)$

$F.\ -35x^2-16xy+12y^2$

គេមាន៖

$ac=-35; ad+bc=-16y; bd=12y^2$

យើងអាចរក a,b,c,d

តាម៖

$-35 \qquad 12y^2 \quad -16y$

$-5 \quad 2y \to -14y$

$7 \quad -6y \to 30y$

$16y$

គេបាន៖

$a=-5; b=-2y; c=7; d=-6y$

ដូចនេះ

$-35x^2-16xy+12y^2$

$=(-5x-2y)(7x-6y)$

+ចូរពន្លាត $(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

+ចូរពន្លាត
$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$

Ex: ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖
$1.x^3+27$
+តើ តួ $a;b$ ស្មើនឹងអ្វី?

$+2.8a^3-1$

Ex: ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា
$2x^2-5xy-3y^2+3x+5y-2$
+ដោយរៀបតាមដឺក្រេលំដាប់ចុះនៃ x
+តាមរូបមន្ត៖
$acx^2+(ad+bc)x+bd$
$=(ax+b)(cx+d)$
តើ $ac; ad+bc; bd$
ស្មើនឹងអ្វី?

$-35x^2-16xy+12y^2$
$=(-5x-2y)(7x-6y)$

ឃ)ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា
+រូបមន្តផលបូក ផលដកនៃគូប

តាមពន្លាត និងលក្ខណៈឆ្លុះនៃសមភាព $A=B \Leftrightarrow B=A$
គេបាន៖
$1.a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$
$2.a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$

1+តួ $a=x;b=3$
គេបាន៖
$x^3+27=x^3+3^3$
$=(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$
ដូចនេះ
$x^3+27=(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$
2+តួ $a=2a;b=1$
គេបាន៖
$8a^3-1=(2a)^3-1$
$=(2a-1)\left(4a^2+2a+1\right)$

+ពន្លាត
$(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$
$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$
$=a^3+b^3$

+ពន្លាត
$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$
$=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3$
$=a^3-b^3$
1+តួ $a=x;b=3$
គេបាន៖
$x^3+27=x^3+3^3$
$=(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$
ដូចនេះ
$x^3+27=(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$
2+តួ $a=2a;b=1$
គេបាន៖
$8a^3-1=(2a)^3-1$
$=(2a-1)\left(4a^2+2a+1\right)$

+តាមរូបមន្ត៖
$acx^2+(ad+bc)x+bd$
$=(ax+b)(cx+d)$
គេបាន៖
$ac=2; ad+bc=-(5y-3),$
$bd=-\left(3y^2-5y+2\right)$
$=-(y-1)(3y-2)$
$2, -(y-1)(3y-2), -(5y-3)$
$2 \quad y-1 \rightarrow y-1$
$1 \quad -(3y-2) \rightarrow -6y+4$
$-(5y-3)$

គេបាន៖
$2x^2-5xy-3y^2+3x+5y-2$
$=(2x+y-1)(x-3x+2)$

ប្រតិបត្តិ៖
ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

$1.8a^3-27$

$2.64a^3+125$

$3.8p^3-125q^3$

$4.1000n^3-\frac{1}{8}p^3$

$1.8a^3-27=(2a)^3-3^3$

$=(2a-3)(4a^2+6a+9)$

$2.64a^3+125=(4a)^3+5^3$

$=(4a+5)(16a^2-20a+25)$

$3.8p^3-125q^3=(2p)^3-(5q)^3$

$=(2p-5q)(4p^2+10pq+25q^2)$

$4.1000n^3-\frac{1}{8}p^3=(10n)^3-\left(\frac{1}{2}p\right)^3$

$=\left(10n-\frac{1}{2}p\right)\left(100n^2+5np+\frac{1}{4}p^2\right)$

ង) របៀបផ្សេងៗក្នុងការដាក់ជាផលគុណកត្តា

ប្រតិបត្តិ៖

$1.x^2+3xy+2y^2+x-y-6$

+តាមរូបមន្ត៖

$acx^2+(ad+bc)x+bd$

$=(ax+b)(cx+d)$

គេបាន៖

$ac=1; ad+bc=(3y+1),$

$bd=(2y^2-y-6)$

$=(y-2)(2y+3)$

ប្រតិបត្តិ៖

$1.x^2+3xy+2y^2+x-y-6$

+តាមរូបមន្ត៖

$acx^2+(ad+bc)x+bd$

$=(ax+b)(cx+d)$

គេបាន៖

$ac=1; ad+bc=(3y+1),$

$bd=(2y^2-y-6)$

$=(y-2)(2y+3)$

$1,\ (y-2)(2y+3),(3y+1)$

$1 \quad y-2 \quad \to y-2$

$1 \quad (2y+3) \to 2y+3$

$3y+1$

ដូចនេះ

$x^2+3xy+2y^2+x-y-6$

$=(x+y-2)(x+2y+3)$

$2.2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$

+បើគេតាង $X=x^2$ តើគេបានដូចម្តេច? +ចូរដាក់ $X^2-13X+36$ ជាផលគុណកត្តា	$1,\ (y-2)(2y+3),(3y+1)$ $1 \quad y-2 \quad \to y-2$ $1 \quad (2y+3) \to 2y+3$ $3y+1$ ដូចនេះ $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ $=(x+y-2)(x+2y+3)$ $2.2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ +តាមរូបមន្ត៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ គេបាន៖ $ac=2;ad+bc=-(3y-1),$ $bd=-(2y^2-3y+1)$ $=(y-1)(-2y+1)$ $2,\ (y-1)(-2y+1),(-3y+1)$ $2 \quad y-1 \quad \to y-1$ $1 \quad (-2y+1) \to -4y+2$ $-3y+1$ ដូចនេះ $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ $=(2x+y-1)(x-2y+1)$ **Ex: ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖** $1.x^4-13x^2+36$ +បើគេតាង $X=x^2$ គេបាន៖ $x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$ +តាម $\Delta=b^2-4ac$ គេបាន៖ $X^2-13X+36$ $=(X-9)(X-4)$ ដោយ $X=x^2$	+តាមរូបមន្ត៖ $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$ គេបាន៖ $ac=2;ad+bc=-(3y-1),$ $bd=-(2y^2-3y+1)$ $=(y-1)(-2y+1)$ $2,\ (y-1)(-2y+1),(-3y+1)$ $2 \quad y-1 \quad \to y-1$ $1 \quad (-2y+1) \to -4y+2$ $-3y+1$ ដូចនេះ $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ $=(2x+y-1)(x-2y+1)$ +បើគេតាង $X=x^2$ គេបាន៖ $x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$ +តាម $\Delta=b^2-4ac$ គេបាន៖ $X^2-13X+36$ $=(X-9)(X-4)$ ដោយ $X=x^2$ គេបាន៖ $(X-9)(X-4)$ $=(x^2-9)(x^2-4)$ $=(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ **ដូនេះ** $x^4-13x^2+36=$ $(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$

+បើគេតាង $X=x^2+x$ តើគេបានដូចម្តេច? +ចូរពន្លាត $(X+2)(X-3)-6$	គេបាន៖ $(X-9)(X-4)$ $=(x^2-9)(x^2-4)$ $=(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ **ដូនេះ** $x^4-13x^2+36=$ $(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ $2.(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ +គេបាន៖ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(X-2)(X-3)-6$ +ពន្លាត $(X+2)(X-3)-6$ គេបាន៖ $(X+2)(X-3)-6$ $=X^2-3X+2X-6-6$ $=X^2-X-12$ $=(X+3)(X-4)$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$ ដូចនេះ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$	+គេបាន៖ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(X-2)(X-3)-6$ +ពន្លាត $(X+2)(X-3)-6$ គេបាន៖ $(X+2)(X-3)-6$ $=X^2-3X+2X-6-6$ $=X^2-X-12$ $=(X+3)(X-4)$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$ ដូចនេះ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ $=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$
+តើ រូបមន្តខាងក្រោមស្មើនឹង	ជំហានទី៤ (៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ	

អ្វី? $a^3-b^3=\ldots$ $a^3+b^3=\ldots$		$1.\ a^3-b^3=(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)$ $2.\ a^3+b^3=(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)$
កិច្ចការផ្ទះ ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖ $1.\ (x-y)^2-4(x-y)+4$ $2.(a+1)^3+(a-1)^3$ $3.\ x^4+x^2y^2-2y^4$	ជំហានទី៥ (៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី 10

I.ចំណងជើងមេរៀន: ប្រមាណវិធីចែកពហុធា (តចប់)

ចំណងជើង: 2.3 ប្រមាណវិធីលើប្រភាគសនិទាន

ក. សំរួលកន្សោមប្រភាគ

ខ. ប្រមាណវិធីបូកនិងប្រមាណវិធីដកនៃកន្សោមប្រភាគ

គ. ប្រមាណវិធីគុណនិងប្រមាណវិធីចែក

II វត្ថុបំណង ក្រោយពីរៀនចប់សិស្ស

+ចំណេះដឹង: -សិស្សចេះសំរួលកន្សោមប្រភាគ

-សិស្សចេះប្រមាណវិធីរវាងកន្សោមប្រភាគពីរឺច្រើន

-សិស្សចេះធ្វើប្រមាណវិធីកន្សោមប្រភាគ

+ចំណេះធ្វើ: -សិស្សចេះធ្វើប្រមាណវិធីបូក ដក គុណ ចែកកន្សោមប្រភាគនិងចេះដោះស្រាយ

លំហាត់ពីប្រមាណវិធីនៃកន្សោមប្រភាគ

+ឥរិយាបថ: -មានទំនាក់ទំនងល្អរវាងសិស្សនិងសិស្ស

-មានទំនាក់ទំនងល្អរវាងគ្រូនិងសិស្ស

III រយះពេល: 2h

IVសម្ភារឧបទេស:

-ក្រដាសលំហាត់ប្រតិបត្តិអោយសិស្សតាមក្រុមដោះស្រាយ

V ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ វិន័យ អនាម័យ	ជំហានទី1	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍អំពីអវត្តមាន
-គ្រូវដាក់លំហាត់: រកតួចែករួមធំបំផុតនិងពហុគុណរួមតូចបំផុត នៃ $3xy^4$, $4x^3y$, $6x^5y^2$	**ជំហានទី2**	-សិស្សឡើងបកស្រាយ $3xy^4= 3\times x\times y^4$ $4x^3y= 2\times2\times x^3\times y$ $6x^5y^2=2\times3\times x^5\times y^2$

		-តួចែករួមធំបំផុតគឺ x y -ពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $12x^5y^4$
-ត្រូវដាក់ចំណងជើងមេរៀន -អោយកន្សោមដែលមានទំរង់ $\frac{A}{B}$ ហើយសន្មត A និង B ជាពហុធា និងបញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សថាទំរង់ បែបនេះជាប្រភាគសនិទាន -លើកន្សោមប្រភាគពីរ $\frac{A}{B}$ និង $\frac{A'}{B'}$ $(B\neq0, B'\neq0)$ -អោយសិស្សរកសមភាពដែលធ្វើអោយ $\frac{A}{B}=\frac{A'}{B'}$ -អោយជាទូទៅ -ត្រូវប្រាប់សិស្សអោយតម្លៃភាគ បែងខុសពីសូន្យទើបមានន័យ។	<u>ប្រមាណវិធីចែកពហុធា</u> 2.3 <u>ប្រមាណវិធីលើប្រភាគសនិទាន</u> ក. <u>សំរួលកន្សោមប្រភាគ</u> -កន្សោមដែលមានទម្រង់ $\frac{A}{B}$ $(B\neq0)$ ហៅថាប្រភាគសនិទានហើយ A គឺជាតំណាងចែកនិង B ជាតួចែក -កន្សោមដែលមានទំរង់ $\frac{A}{B}$ និង $\frac{A'}{B'}$ $(B\neq0, B'\neq0)$ សមមូលគ្នាកាលណា $\frac{A}{B}=\frac{A'}{B'} \Leftrightarrow AB'=A'B$ +ជាទូទៅ $\frac{A\times C}{B\times C}=\frac{A}{B}$ $(B\neq0, C\neq0)$	-សិស្សកត់ចំណងជើង -សិស្សសង្កេតមើលកត់ត្រា -សិស្សបង្ហាញសមភាព $\frac{A}{B}$ និង $\frac{A'}{B'}$ $(B\neq0, B'\neq0)$
-អោយសិស្សសំរួលកន្សោម -ដាក់ចំណងជើង	សំរួលកន្សោម $A=\frac{2x^2-x-1}{x^3-1}$ $B=\frac{x^2-1}{x^3+1}$ ខ. <u>ប្រមាណវិធីបូកនិងប្រមាណ</u>	$A=\frac{2x^2-x-1}{x^3-1}$ $=\frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)}$ $=\frac{2x+1}{x^2+x+1}$ $B=\frac{x^2-1}{x^3+1}=\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}$ $=\frac{x-1}{x^2-x+1}$

-អោយសិស្សធ្វើប្រមាណវិធីបូក និងប្រមាណវិធីដកកន្សោមប្រភាគ $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}, \frac{1}{5}-\frac{2}{5}$ -អោយសិស្សទាញជាទូទៅ: -សិស្សទាញវិធាន	<u>វិធីដកកន្សោមប្រភាគ</u> -ប្រមាណវិធីបូកនិងប្រមាណវិធី ដកកន្សោមប្រភាគ $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ និង $\frac{1}{5}-\frac{1}{5}$ <u>ជាទូទៅ</u>: <u>វិធាន</u>:	$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}=\frac{-1}{5}$ ជាទូទៅ $\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}$ និង $\frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}$ (c≠ 0) <u>វិធាន</u>: 1. តម្រូវប្រភាគនិមួយៗអោយមានភាគបែងរួម 2. ធ្វើប្រមាណវិធីបូករឺដកតែភាគយក រក្សាភាគបែងរួម 3. សម្រួលលទ្ធផល។
-ត្រូវដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុម	គណនា $\frac{x+8}{x^2+x-8}-\frac{x+4}{x^2+3x+2}$	គណនា $\frac{x+8}{x^2+x-8}-\frac{x+4}{x^2+3x+2}$ $=\frac{x+8}{(x+2)(x-1)}-\frac{x+4}{(x+2)(x+1)}$ $=\frac{(x+8)(x-1)-(x+4)(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+1)}$ $=\frac{x^2+9x+8-x^2-3x+4}{(x+2)(x-1)(x+1)}$ $=\frac{6x+12}{x+2)(x-1)(x+1)}$ $=\frac{6(x+2)}{(x+2)(x-1)(x+1)}$ $=\frac{6}{(x-1)(x+1)}$
-គ្រូដាក់ចំណងជើងមេរៀន -អោយសិស្សធ្វើប្រមាណវិធីគុណនិងចែកនៃកន្សោមពិជគណិត -អោយសិស្សទាញលក្ខណៈទូទៅ: -អោយសិស្សរកវិធានដើម្បី	គ. <u>ប្រមាណវិធីគុណនិងប្រមាណវិធីចែក</u> ប្រមាណវិធីគុណនិងចែកនៃកន្សោមពិជគណិត $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$ និង $\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}$ <u>ជាទូទៅ</u>:	$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{1\times4}{2\times3}=\frac{4}{6}$ $=\frac{2}{3}$ <u>ជាទូទៅ</u>: $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A\times C}{B\times D}$ $\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{A\times D}{B\times C}$ $(B\neq 0, C\neq 0)$ <u>វិធាន</u>: 1. ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងនៃកន្សោមប្រភាគទាំងអស់ជាផលគុណកត្តា

គណនាផលគុណនិងផលចែកនៃកន្សោមប្រភាគ -ដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុម -ដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្ស -ដាក់ប្រតិបត្តិអោយសិស្សពិភាក្សា	<u>វិធាន</u>: ឧទាហរណ៍: គណនាកន្សោមប្រភាគ $\frac{x^2-2x-3}{x^2-4} \div \frac{x^2+4+3}{x^2+4x+4}$ គណនាកន្សោមប្រភាគ $\frac{x^2-49}{x^2-2x} \times \frac{x+2}{x-7}$ គណនាកន្សោមប្រភាគ ក. $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4} \div \frac{x^2-8}{2x+4}$ ខ. $\frac{2a-1}{a^2-2a+1} \times \frac{a^2-3a+2}{4a^2-1}$	2. សម្រួលកន្សោមប្រភាគនិមួយៗ 3. ធ្វើប្រមាណវិធីគុណរឺចែកតាមរូបមន្តខាងលើ។ $\frac{x^2-2x-3}{x^2-4} \div \frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+4}$ $=\frac{x^2-2x-3}{x^2-4} \times \frac{x^2+4x+4}{x^2-4x+3}$ $=\frac{(x-3)(x+1)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x+2)^2}{(x-3)(x-1)}$ $=\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)}$ $\frac{x^2-49}{x^2-2x} \times \frac{x+2}{x-2}$ $=\frac{(x-7)(x+7)}{x(x-2)} \times \frac{x+2}{(x-7)}$ $=\frac{x+7}{x} = 1+\frac{7}{x}$ -សិស្សកត់ត្រាប្រតិបត្តិ -ពិភាក្សានិងឡើងបកស្រាយ
-ដាក់លំហាត់អោយសិស្សសំរួលកន្សោមនិងបំលែងវាទៅជាកន្សោមប្រភាគដែលមិនអាចសម្រួលបាន	<u>ជំហានទី4</u> : -1/សំរួលកន្សោម និង បំលែវាទៅកន្សោមប្រភាគដែមិនអាចសម្រួលបាន ក. $\frac{3a^2b^3c}{9ab^4c^3}$ ខ. $\frac{a^3-a^2-2a}{a^3-4a}$ 2/ គណនាកន្សោម ក. $\frac{2a-1}{a^2-2a+1} \times \frac{a^2-3a+2}{4a^2-1}$	-សិស្សឡើងដោះស្រាយ

	ខ. $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} \div \frac{x^3-8}{2x+4}$	
-ត្រូវដាក់កិច្ចការអោយសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ ទំព័រ 87 លំហាត់លេខ 3	ជំហានទី5: (បណ្តាំផ្ញើរ) ទំព័រ 87 លំហាត់លេខ 3	-សិស្សកត់ត្រាទំព័រលំហាត់ -ស្តាប់ការណែនាំរបស់គ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី 10

I ចំណងជើងមេរៀន: ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

ចំណងជើង: 2.1 ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

2.2: តួចែករួមធំបំផុត និង ពហុគុណរួមតូចបំផុត

II.វត្ថុបំណង: ក្រោយពីរៀនចប់សិស្សអាច

+ចំណេះដឹង: -សិស្សចេះធ្វើប្រមាណវិធីចែកពហុធា

-សិស្សចេះរកឃើញតួចែករួមធំបំផុតនិងពហុគុណរួមតូចបំផុត

+ចំណេះធ្វើ: -សិស្សចេះសរសេរពីតួចែកតំណាងចែកផលចែកនិងសំណល់

-សិស្សចេះទាញសន្និដ្ឋានជាទូទៅ

+ឥរិយាបថ: -មានទំទាក់ទំនងល្អរវាងសិស្សនិងសិស្ស

-មានទំនាក់ទំនងល្អរវាងសិស្សនិងគ្រូ

III រយះពេល: 2h

IV សម្ភារៈឧបទេស

-ក្រដាសលំហាត់ប្រតិបត្តិអោយសិស្សតាមក្រុមដោះស្រាយ

-ក្រដាសសំរាប់អោយសិស្សឡើងបំពេញអំពីវិធានគណនាតួចែករួមធំបំផុតនិងពហុគុណរួមតូចបំផុត

V.ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់	ជំហានទី1 (លំនឹងថ្នាក់) 3mn	-ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-ដាក់លំហាត់អោយសិស្សឡើងដោះស្រាយ គេអោយកន្សោម A = x^2+5x+6 និងកន្សោម B = x^2-9 ក/ ដាក់កន្សោម A និង B ជា	ជំហានទី2 (7mn) គេអោយ A = x^2+5x+6 B = x^2-9 ក/ ដាក់កន្សោម A និង B ជាផល	-សិស្សឡើងដោះស្រាយ ក. A = x^2+5x+6 $= x^2+3x+2x+6$ $= x(x+3)+2(x+3)$ $= (x+3)(x+2)$

<table>
<tr>
<td>ផលគុណកត្តា។

ខ/ ចូរសំរួលកន្សោម A និង B</td>
<td>គុណកត្តា។

ខ/ ចូរសំរួលកន្សោម A និង B</td>
<td>B: x^2-9
$=x^2-3^2=(x-3)(x+3)$
ខ.
$\frac{A}{B}=\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}$
$=\frac{(x+3)(x+2)}{(x-3)(x+3}$
$=\frac{x+2}{x-3},(x\neq 3)$</td>
</tr>
<tr>
<td>-ដាក់ចំណងជើងមេរៀន
ដាក់ឧទាហរណ៍ដើម្បីបង្ហាញសិស្សអំពីវិធីចែកពហុធា។
សួរសិស្សតួណាតំណាងចែកតួចែកផលចែកនិងសំណល់។
អោយសិស្សទាញសន្និដ្ឋទូទៅ:</td>
<td><u>ជំហានទី3</u>
<u>ជំពូកទី2</u>: <u>ពហុធា</u>
<u>មេរៀនទី 2</u>: <u>ប្រមាណវិធីចែកពហុធា</u>
2.1 <u>ប្រមាណវិធីចែកពហុធា</u>
ឧទាហរណ៍: បើគេមានកន្សោម
A: $6x^2+5x-4$ និង
B: $2x-1$ ។ ចូរគណនា A÷B
-របៀបទី1:
$6x^2+5x-4$ \| $2x-1$
$-\ \underline{6x^2-3x}$ \| $3x+4$
$8x-4$
$-\ \underline{8x-4}$
0
-របៀបថ្មី
$\overline{3x+4}$
$2x-1)6x^2+5x-4$
$6x^2-3x\leftarrow(2x-1)\times 3x$
$8x-4$
$\underline{8x-4}\leftarrow(2x-1)\times 4$
0
ដូចនេះ A÷B = Q រឺ A = B× Q
$6x^2+5x-4=(3x-1)(3x+)$
+<u>ជាទូទៅ</u></td>
<td>-សិស្សកត់ត្រា
-សិស្សឆ្លើយនឹងសំនួរគ្រូ
$6x^2+5x-4$ ជាតំណាងចែក
$2x-1$ ជាទតួចែក
$3x+4$ ជាផលចែក

+ជាទូទៅ:
បើគេអោយកន្សោមពីរA និង B រួចមានកន្សោមQ មួយដែល A = B ×Q នោះគេថា A ចែកដាច់និង B។
B ជាតួ ចែក Q ជាផលចែកនិង A ជាតំណាងចែក រឺជាផលគុណនៃ B និង Q។
គេកំណត់សេសេរ A÷B = Q ។</td>
</tr>
</table>

-ចែកសិស្សជាក្រុមដាក់ប្រតិបត្តិអោយបង្ហាញ -ប្រាប់សិស្សដើម្បីងាយស្រួលចែកពហុធាគេត្រូវរៀបដឺក្រេខ្ពស់ទៅទាប។ -ដាក់ឧទាហរណ៍បង្ហាញពីរបៀបចែកពហុធាមានច្រើនតួ និងបញ្ជាក់ពីលទ្ធផល ធ្វើប្រមាណវិធីចែក $(2x^3-3x^2-x+4)\div(2x^2+2x-3)$ -អោយសិស្សទាញសន្និដ្ឋានទូទៅ:	+ប្រតិបត្តិធ្វើប្រមាណវិធីខាងក្រោម: a/ $(x^2+6x-55)\div(x-5)$ b/ $(6y^4-10y^2+y^3+6+7y)\div(2y+3)$ ធ្វើប្រមាណវិធីចែក $(2x^2-3x^2-x+4)\div(2x^2+2x-3)$ $x-\frac{5}{2}$ $2x^2+2x-3)2x^3-3x^2-x+4$ $2x^3+2x-3x$ $-5x+2x+4$ $-5x^2-5x+\frac{15}{2}$ $7x-\frac{7}{2}$ តាងQ = $x-\frac{5}{2}$ ជាផលចែក R = $7x-\frac{7}{2}$ ជាសំណល់នៃវិធីចែក គេបាន$2x^3-3x^2-x+4=(2x^2+2x-3)(x-\frac{5}{2})+(7x-\frac{7}{2})$ រឺ A = B×Q+R	-សិស្សតាមក្រុមកត់ត្រាប្រតិបត្តិហើយឡើងបង្ហាញ។ +ជាទូទៅ: គេមានកន្សោមពីរ A និង B ដែលមានអថេរដូចគ្នាហើយមានដឺក្រេ m និង n រៀងគ្នា។ បើ m ≥ n គេអាចរកកន្សោមពិជគណិត Q និង R ដែល A = B×Q+R។ ដឺក្រេនៃ R តូចជាងដឺក្រេនៃ B។ Q ជាផលចែក R ជាសំណល ក្នុងវិធីចែក។ ផលចែក Q មានដឺក្រេ m−n។ បើ R = 0 នោះគេថា A ចែកដាច់និង B ។
-គ្រូចែកសិស្សជាក្រុមរួចដាក់ប្រតិបត្តិ -ដាក់ចំណងជើង -គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ បង្ហាញពីរបៀបរកតួចែករួមធំបំផុត និង	+ <u>ជាទូទៅ</u> -ធ្វើប្រមាណវិធីចែក a/ $(a^4+7a-1)\div(a^2+2)$ b/ $(x^4-25x+8x-3)\div(x^2-3x+1)$ 2.2 <u>តួចែករួមតូចបំផុត និង ពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃពហុធា</u> ឧទាហរណ៍គេមានឯកធា 75 x^3y^3 និង $45x^2y^5$ សរសេរ $75x^3y^4=3\times5^2\times x^3\times y^4$	-សិស្សតាមក្រុមកត់ត្រារួចធ្វើការដោះស្រាយរកចំលើយ -<u>សិស្សកត់ត្រា</u> -សិស្សសង្កេតឧទាហរណ៍

ពហុគុណរួមតូចបំផុតអោយសិស្សសង្កេតនិងជ្រើសរើសកត្តារួម កត្តាមិនរួម កត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេនិងធំជាងគេ។ -អោយសិស្សសង្កេតកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ គឺ ជាតួចែករួមធំបំផុត -និទស្សន្តធំជាងគេគឺពហុគុណរួមតូចបំផុត។ -អោយសិស្សទាញសន្និដ្ឋាន:	$45x^2y^5 = 3^2 \times 5 \times x^2 \times y^2$ គេសង្កេតឃើញថាឯកធាទាំងពីនេះមាន $3 \times 5 \times x^2 \times y^4$ ជាកត្តារួមដែលក្នុងនេះកត្តានិមួយៗមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ។ គេថាកន្សោម$3 \times 5 \times x^2 \times y^4 = 15x^2y^4$ តួចែករួមធំបំផុតនៃ $75x^3y^4$ និង $45x^2y^5$ ។ ម៉្យាងទៀតកន្សោម $3^2 \times 5^2 \times x^3 \times y^5 = 225x^3y^5$ ហៅថាពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃ $75x^3y^4$ និង $45x^2y^5$ ។ +<u>ជាទូទៅ</u>: -វិធាន: +ដើម្បីគណនាតួចែករួមធំបំផុត A និង B 1. ដាក់ A និង B ជាផលគុណកត្តា 2. ជ្រើសរើសកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ 3. តួចែករួមធំបំផុតជាផលគុណនៃកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេទាំងនោះ។ +ដើម្បីគណនាពហុគុណរួមតូចបំផុត A & B	<u>ជាទូទៅ</u>: -តួចែករួមធំបំផុតនៃកន្សោម A និង B គឺជាផលគុណកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ។ -ពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃកន្សោម A និង B គឺជាផលគុណកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តធំជាងគេនិងកត្តាមិនរួមទាំងអស់។ -វិធាន: +ដើម្បីគណនាតួចែករួមធំបំផុត A និង B 1. ដាក់ A និង B ជាផលគុណកត្តា 2. ជ្រើសរើសកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ 3. តួចែករួមធំបំផុតជាផលគុណនៃកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេទាំងនោះ។ +ដើម្បីគណនាពហុគុណរួមតូចបំផុត A & B

	1. ដាក់ A និង B ជាផលគុណកត្តា 2. ជ្រើសរើសយកកត្តាមិនរួម ដោយយកនិទស្សន្តធំជាងគេ។ 3. ពហុគុណរួមតូចបំផុតជាផលគុណនៃកត្តាទាំងនោះ	1. ដាក់ A និង B ជាផលគុណកត្តា 2. ជ្រើសរើសយកកត្តាមិនរួម ដោយយកនិទស្សន្តធំជាងគេ។ 3. ពហុគុណរួមតូចបំផុតជាផលគុណនៃកត្តាទាំងនោះ
-គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ពីរបៀបមួយទៀតអោយសិស្សសង្កេត		-សិស្សសង្កេតនិងកត់ត្រា
-គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្សធ្វើជាដៃគូរ	ឧទាហរណ៍: រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃកន្សោម $x^2(x-1)$ និង $x(x-1)(x+1)$ គេអាចដោះស្រាយតាមវិធីម៉្យាងទៀត: $x^2 \quad (x-1)$ | $x \quad (x-1)$ | $(x+1)$ $x(x-1)$ | តួចែករួមតូចបំផុត $x^2(x-1) \times (x+1)$ ពហុគុណរួមតូចបំផុត ដូចនេះ តួចែករួមធំបំផុត $x(x-1)$ ពហុគុណរួមតូចបំផុត $x^2(x-1)(x+1)$ ឧទាហរណ៍: រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃ x^2+3x+2 និង $2x^2+x-1$	គេបាន x^2+3x+2 $=x^2+2x+x+2$ $=x(x+2)+(x+2)$ និង $2x^2+x-1$ $=2x^2-x+2-1$ $=(x+1)(2x-1)$ $(x+1)(x+2)$ $(x+1)(x-1)$ $x+1$ $(x+1)(x+2)(2x-1)$ គេបាន $(x+1)$ ជាតួចែករួមធំបំផុត $(x+1)(x+2)(2x-1)$ ជាពហុគុណរួមតូចបំផុត

-គ្រូដាក់ប្រតិបត្តិអោយសិស្សធ្វើ	<u>ជំហានទី4</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង) 1/ ធ្វើប្រមាណវិធីចែក $(3x^2+5x-2)\div(2x+1)$ 2/ រកតួចែករួមធំបំផុតនិងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃ $25x^3y^2$, $30x^6y^3$ និង $15x^2y^4$	-សិស្សកត់ត្រា -សិស្សឡើងដោះស្រាយ
-ដាក់លំហាត់សៀវភៅសិស្ស ទំព័រ 87 លំហាត់លេខ 1 និង លេខ 2	<u>ជំហានទី5</u> (កិច្ចការផ្ទះ) លំហាត់ទំព័រ 87 លំហាត់លេខ 1 & 2	-កត់ត្រាលំហាត់ -ស្តាប់ការណែនាំ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..............ខែ............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី១ **សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត**

១.១ ចំនួនកុំផ្លិច

ក.ឯកតានិមិត្ត

ខ.ឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន

គ. និយមន័យចំនួនកុំផ្លិច

ឃ. ប្រមាណវិធីបូក ដកចំនួនកុំផ្លិច

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - កំណត់បានពីសញ្ញាណនៃឯកតានិមិត្ត
  - ប្រាប់បានពីរបៀបរកឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន
  - កំណត់បានពីសញ្ញាណនៃចំនួនកុំផ្លិច
  - ប្រាប់បានពីរបៀបគណនាផលបូក ដកចំនួនកុំផ្លិច។
- ចំណេះធ្វើ៖
  - សរសេរឫសការេនៃចំនួន $-a$ ជាទម្រង់ $i\sqrt{a}$
  - គណនាឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន
  - សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ស្តង់ដា រួចកំណត់ផ្នែកពិត និងផ្នែកនិមិត្ត
  - គណនាផលបូក និងផលដកចំនួនកុំផ្លិច។
- ឥរិយាបថ៖ មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

- រូបភាព $i^2=-1$ និងរូបអ្នកប្រាជ្ញរកឃើញសញ្ញាណ $i^2=-1$ (Bombelli ,Euler)
- កម្រងលំហាត់សម្រាប់សិស្សធ្វើតាមក្រុម

IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង (ម៉ោងទី១)

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
.ពិនិត្យអនាម័យ អវត្តមាន និងសណ្តាប់ធ្នាប់	រដ្ឋបាលថ្នាក់	.ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>.បើ $x^2=a, a\ge 0$ តើ $x=?$
.គណនា x បើ $x^2=4$
.គណនា x បើ $x^2=3$</td><td>រំលឹកមេរៀន</td><td>.$x^2=a, a\ge 0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{a}$
.$x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$
.$x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><td>.ដោះស្រាយសមីការ $x^2+2=0$
.តើមានតម្លៃណាផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការនេះឬទេ?
.ដើម្បីដោះស្រាយសមីការនេះគេបានបង្កើតចំនួនមួយតាងដោយ i ដែល $i^2=-1$។
.ឲ្យសិស្សដោះស្រាយសមីការ $x^2+2=0$

.រកតម្លៃ x ដែល $x^2=-9$

.រកតម្លៃ x ដែល $x^3+8x=0$

.ដើម្បីគណនាឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?</td><td>មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ
<u>សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត</u>
១.១<u>ចំនួនកុំផ្លិច</u>
ក.<u>ឯកតានិមិត្ត</u>
ឯកតានិមិត្តតាងដោយ i ដែល $i^2=-1$

ខ.<u>ឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន</u>
បើ $a>0, x^2=-a$ នោះគេបាន $x=i\sqrt{a}, x=-i\sqrt{a}$
<u>ឧទាហរណ៍</u>គណនា
$\sqrt{-3},\sqrt{-9},\sqrt{-\frac{1}{25}}$

គ.<u>និយមន័យចំនួនកុំផ្លិច</u>
បើ a,b ជាចំនួនពិត នោះ ចំនួនកុំផ្លិច មានទម្រង់ $z=a+ib$</td><td>.គេបាន $x^2=-2$
.គ្មានទេ

. $x^2+2=0$
$x^2=-2=2(-1)$
$x^2=2i^2 \Rightarrow x=\pm i\sqrt{2}$
.$x^2=-9=9i^2$
$\Rightarrow x=\pm 3i$
.$x^3+8x=0$
$x(x^2+8)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+8=0 \end{array}\right.$
ចំពោះ $x^2+8=0$
$x^2=-8=8i^2$
$\Rightarrow x=\pm i2\sqrt{2}$

.គេត្រូវជំនួស (-1) ដោយ i^2
.$\sqrt{-3}=\sqrt{3i^2}=i\sqrt{3}$
.$\sqrt{-9}=\sqrt{9i^2}=3i$
.$\sqrt{-\frac{1}{25}}=\sqrt{\frac{1}{25}i^2}=\frac{1}{5}i$

.$1+2i, 6-3i, -\frac{1}{2}i, 5$</td></tr>
</table>

.យើងមាន a,b ជាចំនួនពិត ចំនួនមានទម្រង់ $z=a+ib$ ហៅថាចំនួនកុំផ្លិច។ .ចូររកឧទាហរណ៍ចំនួនកុំផ្លិច .បើ $a=0,b\neq 0$ តើ $z=a+ib=?$.ចំនួនដូចនេះហៅថាចំនួន និមិត្តសុទ្ធ .បើ $a\neq 0,b=0$ តើ $z=a+ib=?$ ជាចំនួនដូចម្តេច? .បើ $a=0,b=0$ តើ $z=a+ib=?$.ចូរសរសេរទំនាក់ទំនងរវាងសំ ណុំ $\mathbb{R}$ និង $\mathbb{C}$ ដោយប្រើសញ្ញា $\subset$?	.a ហៅថាផ្នែកពិត .b ហៅថាផ្នែកនិមិត្ត .i ហៅថាឯកតានិមិត្ត សំណុំចំនួនកុំផ្លិចតាងដោយ $\mathbb{C}$ **សម្គាល់** .បើ $a=0,b\neq 0$ នោះ $z=a+ib=ib$ ជាចំនួននិមិត្តសុទ្ធ .បើ $a\neq 0,b=0$ នោះ $z=a+ib=a$ ជាចំនួនពិត .បើ $a=0,b=0$ នោះ $z=a+ib=0$	.$z=a+ib=ib$.$z=a+ib=a$ ជាចំនួនពិត .$z=a+ib=0$.$\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$
	<u>ឧទាហរណ៍</u>បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមជា ចំនួនកុំផ្លិច រួចកំណត់ផ្នែកពិត និងផ្នែកនិមិត្ត ក. $3-\sqrt{-25}$ ខ. $-4+\sqrt{-2}$	ក. $3-5i$ ខ. $-4+i\sqrt{2}$
.គេមាន $z=a+ib$ និង $z'=c+id$ ចូរប្រាប់ផ្នែកពិត និងផ្នែកនិមិត្ត .តើក្នុងករណីណាដែល $z=z'$.បើ $z=a+ib=0$ គេអាចទាញ បានដូចម្តេច?	▪ <u>**ចំនួនកុំផ្លិចស្មើគ្នា**</u> គេមាន $z=a+ib$ និង $z'=c+id$ បើ $z=z'$ គេបាន $\begin{cases}a=c\\b=d\end{cases}$ <u>សម្គាល់</u>បើ $z=a+ib=0$ គេបាន $a=b=0$	.$z=a+ib$ មាន a ជាផ្នែកពិត និង b ជាផ្នែកនិមិត្ត .$z'=c+id$ មាន c ជាផ្នែកពិត និង d ជាផ្នែកនិមិត្ត .បើ $z=z'\Leftrightarrow a=c,b=d$.គេបាន $a=b=0$
.ដាក់ឧទាហរណ៍ .ចូរបំបាត់វង់ក្រចក	ឃ. <u>***ប្រមាណវិធីលើចំនួនកុំផ្លិច***</u> ▪ <u>**វិធីបូក ដកចំនួនកុំផ្លិច**</u> ជាទូទៅ $\cdot(a+ib)+(c+id)=(a+c)+i(b+d)$ $\cdot(a+ib)-(c+id)=(a-c)+i(b-d)$ <u>ឧទាហរណ៍</u>គណនា $(2+3i)+(5+2i)$	$.(2+3i)+(5+2i)=2+3i+5+2i$ $=(2+5)+i(3+2)$ $=7+5i$

.ចូរផ្តុំផ្នែកពិត និងផ្នែកពិត ហើយ ផ្នែកនិមិត្តនិងផ្នែកនិមិត្ត .តាមរយៈឧទាហរណ៍ដើម្បីផលបូកចំនួនកុំផ្លិចគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? .ចូរលុបវង់ក្រចក .ចូរផ្តុំផ្នែកពិត និងផ្នែកពិត ហើយ ផ្នែកនិមិត្តនិងផ្នែកនិមិត្ត .តាមរយៈឧទាហរណ៍ដើម្បីផលបូកចំនួនកុំផ្លិចគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	<u>ឧទាហរណ៍</u>គណនា $(5+2i)-(2+i)$ <u>ប្រតិបត្តិ</u> គណនា ក. $(2+7i)+(4-3i)$ ខ. $(-6+5i)-(-1-2i)$ គ. $15i-\left(3+25i+\sqrt{-81}\right)$	.គេបូកផ្នែកពិតតាមផ្នែកពិត ហើយផ្នែកនិមិត្តតាមផ្នែកនិមិត្ត $.=5+3i-2-i$ $.(5-2)+i(3-1)=3+2i$.គេដកផ្នែកពិតតាមផ្នែកពិត ហើយផ្នែកនិមិត្តតាមផ្នែកនិមិត្ត ក. $6-4i$ ខ. $-5+7i$ គ. $-3-i$
.តើ $i^2=?$.តើ $\sqrt{-a}=?\, if\, a>0$.បើ $x^2=-a, a>0$ នោះ $x=?$.តើ $x+iy$ ហៅថាចំនួនអ្វី? .បើ $a+ib=x+iy$ គេអាចទាញបានដូចម្តេច? $.(a+ib)\pm(c+id)=?$	**៣ ដំណើរការបណ្តុះដឹង**	$.i^2=-1$.បើ $a>0\Rightarrow\sqrt{-a}=i\sqrt{a}$ $.\ x=\pm i\sqrt{a}$ $.\ x+iy$ ជាចំនួនកុំផ្លិច $.\begin{cases}a=x\\b=y\end{cases}$ $.=(a\pm c)+i(b\pm d)$
	កិច្ចការផ្ទះ រកចំនួនពិត x និង y បើគេដឹងថា ក. $\left(5-\sqrt{-4}\right)-(x+iy)=6$ ខ. $(6+5i)(x+iy)=38-9i$	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី.............ខែ...........ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី១ **សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត** (ត)

❖ ផលគុណចំនួនកុំផ្លិច

❖ ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់

❖ ផលចែកចំនួនកុំផ្លិច

១.២ សមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត

ក. និយមន័យ

ខ. ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២

❖ ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាមផលគុណកត្តា

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - កំណត់បានរបៀបគណនាផលគុណ និងផលចែកចំនួនកុំផ្លិច
  - ប្រាប់បានពីចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្លិច
  - ប្រាប់បានពីសញ្ញាណសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត រួចកំណត់មេគុណ និងអញ្ញាត។
  - កំណត់បានពីវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ តាមផលគុណកត្តា
- ចំណេះធ្វើ៖
  - គណនាផលគុណនៃចំនួនកុំផ្លិច
  - រកចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្លិចមួយ
  - គណនាផលចែកចំនួនកុំផ្លិចដោយប្រើចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់
  - ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាមផលគុណ $A\times B=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A=0\\B=0\end{array}\right.$
- ឥរិយាបថ៖ មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង (ម៉ោងទី២)

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
.ពិនិត្យ អនាម័យ អវត្តមាន និង	រដ្ឋបាលថ្នាក់	.ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍

សណ្តាប់ធ្នាប់		
.តើចំនួនកុំផ្លិចមានទម្រង់ស្តង់ដាដូចម្តេច? .ចូរប្រាប់ផ្នែកពិត និងផ្នែកនិមិត្តនៃចំនួនកុំផ្លិចនេះ? .គេមាន $z_1 = a+ib$ និង $z_2 = c+id$ ។បើ $z_1 = z_2$ តើគេអាចទាញបានដូចម្តេច? .ដាក់កន្សោម $acx^2 + (ad+bc)x + bd$ ជាផលគុណកត្តា	**រំលឹកមេរៀន**	.មានទម្រង់ $z = a+ib$ .a ជាផ្នែកពិត,b ជាផ្នែកនិមិត្ត .$z_1 = z_2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=c \\ b=d \end{array}\right.$.$ac\ bd\ ad+bc$ $a\ b\ bc$ ⟶ $c\ d\ ad$ ⟶ $ad+bc$ គេបាន $acx^2+(ad+bc)x+bd$ $=(ax+b)(cx+d)$
.គណនាផលគុណ $(a+ib)(c+id)$ ដូចវិធីគុណទ្វេធាដែរដោយប្រើ $i^2=-1$.ឲ្យសិស្សគុណពន្លាត $(2-i)(4+3i)$.ឲ្យសិស្សគុណពន្លាតពីរកត្តាដំបូងរួចគុណជាមួយកត្តាបន្ទាប់ .គ្រូបង្ហាញពីចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្លិចមួយ .គណនាផលគុណ	**មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** *សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត (ត)* ❖ **វិធីគុណចំនួនកុំផ្លិច** $(a+ib)(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc)$ **ឧទាហរណ៍** គណនា ក. $(2-i)(4+3i)$ ខ. $2i(3-i)(1+2i)$ ❖ **ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់** .គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z=a+ib$ ។ ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ z គឺ $\overline{z}=a-ib$.ផលគុណចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់	.$=ac+adi+bci+bdi^2$ $=(ac-bd)+i(ad+bc)$.$(2-i)(4+3i)$ $=8+6i-4i-3i^2$ $=11+2i$.$2i(3-i)(1+2i)$ $=(6i-4i^2)(1+2i)$ $=(4+6i)(1+2i)$ $=(4-12)+i(6+8)$ $=-8+14i$.$(a+ib)(a-ib)$ $=a^2-abi+abi-(bi)^2$

$(a+ib)(a-ib)$	$z\bullet\bar{z}=(a+ib)(a-ib)=a^2+b^2$	$=a^2+b^2$
.ឲ្យតំណាងសិស្សបួននាក់ឡើងដោះស្រាយ	<u>ឧទាហរណ៍</u> រកចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្លិចខាងក្រោម រួចគុណចំនួន កុំផ្លិចនោះ និងចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់វា ក. $z=7+2i$ ខ. $u=4-3i$ គ. $w=-2$ ឃ. $v=5i$	ក. $\bar{z}=7-2i$ និង $z\cdot\bar{z}=7^2+(-2)^2=53$ ខ.$\bar{u}=4+3i$ និង $u\cdot\bar{u}=(4-3i)(4+3i)$ $=4^2+3^2=25$ គ.ដោយ $w=-2=-2+0i$ $\Rightarrow\bar{w}=-2-0i=-2$ និង $w\cdot\bar{w}=(-2)^2=4$ ឃ.ដោយ $v=5i=0+5i$ $\Rightarrow\bar{v}=0-5i=-5i$ និង $v\cdot\bar{v}=5^2=25$
.យើងយក $\alpha=a+ib$ តើ $\beta=?$.គណនា $\alpha+\beta$.គណនា $\alpha\beta$	<u>ប្រតិបត្តិ</u> គេមាន β ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្លិច α ។បង្ហាញថា $\alpha+\beta$ និង $\alpha\beta$ ជាចំនួនពិត។	.យក $\alpha=a+ib$ នោះ $\beta=a-ib$.$\alpha+\beta=(a+ib)+(a-ib)$ $\alpha+\beta=2a$ ជាចំនួនពិត .$\alpha\beta=(a+ib)(a-ib)$ $\alpha\beta=a^2+b^2$ ជាចំនួនពិត
.ដើម្បីឲ្យភាគបែងជាចំនួនពិត តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	❖ <u>**វិធីចែកចំនួនកុំផ្លិច**</u> <u>ឧទាហរណ៍</u>គណនា ក.$\dfrac{2+3i}{4-2i}$	.យកភាគបែងគុណនឹងកន្សោមឆ្លាស់នៃភាគបែង .$\dfrac{2+3i}{4-2i}=\dfrac{(2+3i)(4+2i)}{(4-2i)(4+2i)}$ $=\dfrac{8+4i+12i+6i^2}{4^2+2^2}=\dfrac{2+16i}{20}$ $=\dfrac{1}{10}+\dfrac{4}{5}i$
.ឲ្យសិស្សដោះស្រាយតាមលំនាំគំរូខាងលើ	ខ. $\dfrac{3-4i}{2i}$ <u>**ជាទូទៅ**</u>ដើម្បីរកផលចែក	ខ.$\dfrac{3-4i}{2i}=\dfrac{(3-4i)(-2i)}{2i(-2i)}$ $=\dfrac{-6i+8i^2}{4}=-2-\dfrac{3}{2}i$.គេត្រូវគុណភាគយក និងភាគបែងជាមួយនឹងកន្សោមឆ្លា

.ដើម្បីរកផលចែកចំនួនកុំផ្លិចនឹងចំនួនកុំផ្លិចគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	$\frac{a+ib}{c+id}$ គេត្រូវគុណភាគយក និងភាគបែងជាមួយនឹងកន្សោមឆ្លាស់ $c-id$ នៃភាគបែងគេបាន $\frac{a+ib}{c+id}=\frac{(a+ib)(c-id)}{(c+id)(c-id)}$ $=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$	ស់នៃភាគបែង
.ឲ្យសិស្សសរសេរ $\frac{3+i}{1+i}+\frac{m-i}{1-i}$ ជាទម្រង់ស្តង់ដា	**អនុវត្ត** តាង m ជាចំនួនពិត។កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ $\frac{3+i}{1+i}+\frac{m-i}{1-i}$ ជាចំនួនពិត	.$\frac{3+i}{1+i}+\frac{m-i}{1-i}$ $=\frac{(3+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}+\frac{(m-i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$ $=\frac{4-2i}{2}+\frac{m+mi-i+1}{2}$ $=\frac{m+5}{2}+\frac{m-3}{2}i$
.ដើម្បីឲ្យចំនួន $\frac{3+i}{1+i}+\frac{m-i}{1-i}$ ក្លាយជាចំនួនពិតលុះត្រាតែដូចម្តេច?		.លុះត្រាតែ $\frac{m-3}{2}=0$ $\Rightarrow m-3=0$ ឬ $m=3$
.តើកន្សោម ax^2+bx+c ហៅថាកន្សោមអ្វី?	១.២ *សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត* ក. **និយមន័យ**	.កន្សោមដឺក្រេទី២
.បើយើងឲ្យ $ax^2+bx+c=0$ តើគេហៅថាអ្វី? .តើចំនួនពិត a,b,c ហៅថាអ្វី?	សមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត x មានរាង $ax^2+bx+c=0$ ដែលមានមេគុណ a,b,c ជាចំនួនពិត ហើយ $a\neq 0$	.សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត .a ជាមេគុណនៃ x^2 ,b ជាមេគុណនៃ x ,c ជាមេគុណនៃ x^0
.គេមានសមីការ $x^2+x-2=0$ ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការចំពោះ $x=1,x=2$.បើ $x=1$ ធ្វើឲ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x=1$ ជាឫសនៃសមីការ .បើមិនធ្វើឲ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ គេថា $x=2$ មិនជាឫសនៃសមីការ .តើឫសនៃសមីការគឺជាអ្វី?	.ឫសនៃសមីការគឺជាតម្លៃនៃអញ្ញាត x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ខ. *ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២*	.$x^2+x-2=0$ ចំពោះ $x=1$ គេបាន $1^2+1-2=0$ $0=0$ (ពិត) .ចំពោះ $x=2$ គេបាន $2^2+2-2=0$ $4=0$ (មិនពិត) .គឺជាតម្លៃនៃអញ្ញាត x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

	❖ ដោះស្រាយសមីការតាមផលគុណកត្តា បើ $A\times B=0\Rightarrow A=0$ ឬ $B=0$	
.បើ $A\times B=0$ តើគេអាចទាញបាន ដូចម្ដេច?	**ឧទាហរណ៍១**ដោះស្រាយសមីការ $x^2-4x=0$	.$A=0$ ឬ $B=0$
.ដោយអង្គទី២ស្មើ០ ចូរដាក់អង្គទី១ ជាផលគុណកត្តា		.$x^2-4x=0$ $x(x-4)=0$.$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$ ដូចនេះ ឬសនៃសមីការគឺ $x=0,4$
.ដោយប្រើរូបមន្តផលគុណកត្តា តើគេទាញបានដូចម្ដេច?	**ឧទាហរណ៍២**ដោះស្រាយសមីការ $x^2-2x=8$	.$x^2-2x-8=0$ $x^2+(2-4)x+2(-4)=0$ $(x+2)(x-4)=0$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-4=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\end{array}\right.$ ដូចនេះ $x=-2,4$
.ចូរបម្លែងសមីការនេះឲ្យអង្គទី២ស្មើ០ .ចូរដាក់អង្គទី១ជាផលគុណកត្តា រួចរកតម្លៃ x	**ប្រតិបត្តិ**ដោះស្រាយសមីការ ក. $x^2-2x=35$ ខ. $(3x-1)^2-25x^2=0$ គ. $(x-4)(x+1)=-4$	ក. $x^2-2x-35=0$ $(x-7)(x+5)=0$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x=-5\end{array}\right.$ ដូច្នេះ $x=7,-5$ ជាឬសសមីការ
.ពន្យល់ពីវិធីដោះស្រាយ រួចឲ្យសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយ		ខ. $(3x-1-5x)(3x-1+5x)=0$ $(-2x-1)(8x-1)=0$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\x=\frac{1}{8}\end{array}\right.$ ដូចនេះ $x=-\frac{1}{2},\frac{1}{8}$ គ. $x^2+x-4x-4=-4$ $x^2-3x=0$ $x(x-3)=0$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$ ដូចនេះ $x=3,0$

.ដើម្បីគណនាផលចែករវាងចំនួន កុំផ្លិចនិងចំនួនកុំផ្លិច តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? .ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ តាមផលគុណកត្តា តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	**៣ ជ្រើសចំណោះដឹង**	.គេយកភាគយក និងភាគបែងគុណនឹងកន្សោមឆ្លាស់នៃភាគបែង .អង្គទី២ត្រូវតែស្មើសូន្យ .ដាក់អង្គទី១ជាផលគុណកត្តា .ប្រើរូបមន្ត $A\times B=0\Rightarrow A=0, B=0$
ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**កិច្ចការផ្ទះ** **<u>លំហាត់</u>** ១). ដោះស្រាយសមីការ $9x^2+12=3+12x+5x^2$ ២). គណនា $\frac{2}{1+i}$	កត់ត្រាប្រធានលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..............ខែ............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី១ **សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត** (ត)

❖ ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាមលក្ខណៈឬសការេ

❖ ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ដោយបំពេញជាការេទ្វេធា

១.៣ រូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត

ក. ដោះស្រាយសមីការតាមរូបមន្ត

ខ. ដោះស្រាយសមីការតាមឌីសគ្រីមីណង់

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - កំណត់បានពីវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ តាមលក្ខណៈឬសការេ
  - ប្រាប់ពីរបៀបដាក់កន្សោម x^2+bx ជាការេទ្វេធា
  - កំណត់បានពីវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ដោយបំពេញជាការេទ្វេធា
  - កំណត់បានពីរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២
  - កំណត់បានពីរូបមន្តឌីសគ្រីមីណង់ $(\Delta$ ឬ $\Delta')$
  - កំណត់ឬសនៃសមីការតាមសញ្ញារបស់ Δ (ឬ Δ')
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ដោយប្រើលក្ខណៈឬសការេ
  - ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាមវិធីបំពេញជាការេទ្វេធា
  - ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ដោយប្រើរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២
  - ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាមឌីសគ្រីមីណង់ Δ (ឬ Δ')
- ឥរិយាបថ៖

  មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

ផ្ទាំងក្រដាសសរសេររូបមន្តឌីសគ្រីមីណង់

IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង (ម៉ោងទី៣)

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
	រដ្ឋបាលថ្នាក់	

ពិនិត្យ អនាម័យ អវត្តមាន និង សណ្តាប់ធ្នាប់		ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
.បើ $x^2=a, a>0 \Rightarrow x=?$.រក x បើ $x^2=9$.តើ $a^2+2ab+b^2=?$.តើ $a^2-2ab+b^2=?$.ចូរដាក់កន្សោម x^2+6x+9 ជាផលគុណកត្តា	**រំលឹកមេរៀន**	.$x^2=a, a>0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{a}$.$x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$.$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$.$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.$=x^2+2\times 3x+3^2=(x+3)^2$
.ណែនាំសិស្សពីរបៀបដោះស្រាយសមីការតាមលក្ខណៈឬសការេ .តើសមីការ $x^2+9=0$ ចូរទម្រង់ $x^2=b$ ឬទេ? .តើសមីការ $(x-2)^2=10$ ចូរទម្រង់ $x^2=b$ ឬទេ? .ឲ្យសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុម .ដើម្បីដោះស្រាយសមីការនេះ	**មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** ***<u>សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត</u>*** ❖ <u>ដោះស្រាយសមីការតាមលក្ខណៈឬសការេ</u> .សរសេរសមីការជាទម្រង់ $x^2=b, b$ ជាចំនួនពិត .ប្រើលក្ខណៈឬសការេ $x^2=b \Rightarrow x=\pm\sqrt{b}$ <u>ឧទាហរណ៍</u> ដោះស្រាយសមីការ ក. $x^2+9=0$ ខ. $(x-2)^2=10$ <u>ប្រតិបត្តិ</u> ដោះស្រាយសមីការ ក. $x^2-6x+9=16$ ខ. $2(3x-5)^2+32=0$ គ. $3(5x+4)^2-81=0$ ❖ ***<u>ដោះស្រាយសមីការដោយបំពេញជាការេទ្វេធា</u>*** <u>ឧទាហរណ៍១</u> ដោះស្រាយសមីការ	.សង្កេត ក. $x^2+9=0$ ឬ $x^2=-9$ $x=\pm\sqrt{-9}=\pm 3i$ ខ. ចូរទម្រង់ $x^2=b$.$(x-2)^2=10$ $\Rightarrow x-2=\pm\sqrt{10} \Rightarrow x=2\pm\sqrt{10}$ ក. $x=-1, 7$ ខ. $x=\dfrac{5\pm 4i}{3}$ គ. $x=\dfrac{-4\pm 3\sqrt{3}}{5}$.$x^2+6x=7$

ដោយបំពេញជាការេទ្វេធាគេត្រូវ x^2+6x សរសេរជាការេទ្វេធា .សរសេរអង្គទី១ជាការេទ្វេធា (ដោយមេគុណ $a=1$ គេត្រូវបន្ថែម ការេពាក់កណ្ដាលនៃមេគុណ x)	$x^2+6x=7$	$x^2+6x+\left(\frac{6}{2}\right)^2=7+\left(\frac{6}{2}\right)^2$ $(x+3)^2=16$ $x+3=\pm 4$.$x+3=4\Rightarrow x=1$.$x+3=-4\Rightarrow x=-7$ ដូចនេះ $x=1,-7$
.ចូរសរសេរអង្គទី១នៃសមីការនេះជារាង x^2+bx .ដាក់អង្គទី១ជាផលគុណកត្តា .ចូររកតម្លៃ x	<u>ឧទាហរណ៍២</u> ដោះស្រាយសមីការ $3x^2-5x-4=0$	.$3x^2-5x=4$ $x^2-\frac{5}{3}x=\frac{4}{3}$ (ចែកអង្គទាំងពីរនិង3) $x^2-\frac{5}{3}x+\left(\frac{\frac{5}{3}}{2}\right)^2=4+\left(\frac{\frac{5}{3}}{2}\right)^2$ $\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{73}{36}$ $\Rightarrow x-\frac{5}{6}=\pm\frac{\sqrt{73}}{6}$ $\Rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{73}}{6}$
.ដើម្បីដាក់ x^2+bx ជាការេទ្វេធាតើគេត្រូវធ្វើដូចម្ដេច?	<u>សម្គាល់</u> ដើម្បីបំពេញជាការេចំពោះកន្សោម x^2+bx គេបូកនិង $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ ដែលជាការេពាក់កណ្ដាលមេគុណ x	.គេបូកនឹង $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ ដែលជាការេពាក់កណ្ដាលមេគុណ x
.ដាក់ប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សពិភាក្សា	<u>ប្រតិបត្តិ</u> ដោះស្រាយសមីការ ក. $2x^2-x-2=0$ ខ. $x(2x+3)=6$	ក. $x=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$ ខ. $x=-\frac{3}{4}\pm\frac{\sqrt{57}}{4}$
.តើសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតមានរាងដូចម្ដេច? .ដើម្បីឲ្យមេគុណ x^2 ស្មើ1 តើគេត្រូវធ្វើដូចម្ដេច?	**១.៣ <u>រូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២</u>** **ក.<u>ដោះស្រាយសមីការតាមរូបមន្ត</u>** ដោះស្រាយ សមីការ $ax^2+bx+c=0$ ចែកអង្គទាំងពីរនឹង a $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$	.មានរាង $ax^2+bx+c=0$.ចែកអង្គទាំងពីរនឹង a

.តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីដាក់អង្គទី១ជាការេទ្វេធា? .ណែនាំសិស្សឲ្យទាញរកតម្លៃ x	$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ គេបាន $x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ $\Rightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ដូចនេះ **រូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២គឺ** $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	.បូកបន្ថែម $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ លើអង្គទាំងពីរ
.តើរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២មានរូបមន្តដូចម្តេច? .តើមេគុណ $a=?b=?c=?$.ណែនាំសិស្សឲ្យជំនួសចូលរូបមន្ត	**<u>ឧទាហរណ៍១</u>** ដោះស្រាយសមីការ $9x^2-12x+4=0$ តាមរូបមន្ត	.តាមរូបមន្ត $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.ដោយ $a=9,b=-12,c=4$ គេបាន $x=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times9\times4}}{2\times9}$ ដូចនេះ $x=\frac{2}{3}$ ជាឫសសមីការ
.ឲ្យតំណាងសិស្សម្នាក់ឡើងដោះស្រាយ	**<u>ឧទាហរណ៍២</u>** ដោះស្រាយសមីការ $-3x^2+5x-1=0$ តាមរូបមន្ត	តាមរូបមន្ត $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ដោយ $a=-3,b=5,c=-1$ គេបាន $x=\frac{-5\pm\sqrt{25-12}}{-6}$ ដូចនេះ $x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$ ជាឫស
.សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫស $x=?$.បើយើងតាង $\Delta=b^2-4ac$.បើ $\Delta>0$ តើសមីការមានឫសដូចម្តេច? .បើ $\Delta=0$ តើសមីការមានឫសដូចម្តេច?	**ខ.<u>ដោះស្រាយសមីការតាមឌីសគ្រីមីណង់</u>** សមីការ $ax^2+bx+c=0$, $a\neq0$ ឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=b^2-4ac$.បើ $\Delta>0$ នោះសមីការមានឫសជាចំនួនពិតពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a},x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	.មានឫស $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.សមីការមានឫសជាចំនួនពិតពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.សមីការមានឫស $x=\frac{-b\pm\sqrt{0}}{2a}$ នោះ $x=-\frac{b}{2a}$.មានឫស $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$,$\Delta<0$

.បើ $\Delta<0$ តើសមីការមានឫសដូចម្តេច?	.បើ $\Delta=0$ សមីការមានឫសឌុប គឺ $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.បើ $\Delta<0$ សមីការមានឫសជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នាគឺ $x_1=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}, x_2=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$	ឬ $x=\frac{-b\pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$
.តើ $\Delta=?\ if\ b'=\frac{b}{2}$.បញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សថា $\frac{\Delta}{4}=\Delta'$.បើ $\Delta'>0$ តើសមីការមានឫសដូចម្តេច? .បើ $\Delta'=0$ តើសមីការមានឫសដូចម្តេច? .បើ $\Delta'<0$ តើសមីការមានឫសដូចម្តេច?	**សម្គាល់** បើ b ជាចំនួនគូគេតាង $b'=\frac{b}{2}$ គេបាន $\frac{\Delta}{4}=\Delta'=b'^2-ac$.បើ $\Delta'>0$ សមីការមានឫស $x_1=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}, x_2=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$.បើ $\Delta'=0$ សមីការមានឫស $x_1=x_2=-\frac{b'}{a}$.បើ $\Delta'<0$ សមីការមានឫស $x_1=\frac{-b'+i\sqrt{-\Delta'}}{a}, x_2=\frac{-b'-i\sqrt{-\Delta'}}{a}$	.$\Delta=(2b')^2-4ac$ $=4(b'^2-ac)\Rightarrow\frac{\Delta}{4}=b'^2-ac$.$x=\frac{-2b'\pm\sqrt{4\Delta'}}{2a}=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}$.$x=\frac{-b'\pm\sqrt{0}}{a}=-\frac{b'}{a}$.មានឫស $x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}, \Delta'<0$ $x=\frac{-b'\pm i\sqrt{-\Delta'}}{a}$
.ចំពោះសមីការនេះ តើ $\Delta=?$.$\Delta>0$ សមីការមានឫសដូចម្តេច? .តើ $b=?$ ជាចំនួនដូចម្តេច? .តើ $\Delta'=?$.ដោយ $\Delta'<0$ សមីការមានឫសដូចម្តេច? .តើសមីការនេះដោះស្រាយតាម Δ ឬ Δ' .ដោយ $\Delta'=0$ សមីការមានឫសដូចម្តេច?	**ឧទាហរណ៍** ដោះស្រាយសមីការ ក. $4x^2+3x-2=0$ ខ. $3x^2+2x+1=0$ គ. $16x^2-40x+25=0$	.$\Delta=3^2-4\times4(-2)=41>0$ គេបាន $x=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{8}$.$b=2$ ជាចំនួនគូ .$\Delta'=1-3\times1=-2<0$ គេបាន $x=\frac{-1\pm i\sqrt{2}}{3}$.$\Delta'=(-20)^2-16\times25=0$ គេបាន $x_1=x_2=-\frac{b'}{a}=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$
ឲ្យសិស្សបីនាក់ឡើងដោះស្រាយសមីការ $x^2-10x+21=0$	**៣ ជ្រើសចំណោះដឹង**	.វិធីបំពេញជាការេទ្វេធា

តាមវិធីបំពេញជាការេទ្វេធា, តាមរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២និង តាមឌីសគ្រីមីណង់រៀងគ្នា។		$x^2-10x=-21$ $x^2-10x+5^2=-21+5^2$ $(x-5)^2=4$ $\Rightarrow x-5=\pm 2$ ដូចនេះ $x=3,7$.តាមរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី២ $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ គេបាន $x=\dfrac{10\pm\sqrt{(-10)^2-4\times 21}}{2}$ $x=7,3$.តាមឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta'=25-21=4$ $x_1=\dfrac{5+2}{1}=7, x_2=\dfrac{5-2}{1}=3$
ដាក់លំហាត់	**កិច្ចការផ្ទះ** ដោះស្រាយសមីការតាមបីរបៀប ផ្សេងគ្នា $\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+1=0$	កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី.............ខែ...........ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី១ **សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត** (ត)

❖ អនុវត្ត

១.៤ ទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណ

ក. គណនាផលបូក និងផលគុណឫស

ខ. អនុវត្តចំពោះផលបូក និងផលគុណឫស

❖ មុធាគណនាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី២ងាយ

❖ ដោយស្គាល់ឫសមួយគេអាចគណនាឫសមួយទៀត

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - កំណត់ចំនួនឫសសមីការតាមតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត
  - កំណត់បានពីទំនាក់ទំនងឫស និងមេគុណ(ផលបូក និងផលគុណឫស)
  - កំណត់បានពីទ្រឹស្តីបទវ្យែត
- ចំណេះធ្វើ៖
  - រកតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែតដែលធ្វើឲ្យសមីការមានឫសឌុប
  - រកផលបូក និងផលគុណឫសនៃសមីការដឺក្រេទី២ តាមលេខមេគុណនៃសមីការ
- ឥរិយាបថ៖

  មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង (ម៉ោងទី៤)

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ អនាម័យ អវត្តមាន និង សណ្តាប់ធ្នាប់	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
	រំលឹកមេរៀន	

.ចូរនិយាយពីរបៀបដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាម ឌីសគ្រីមីណង់		.សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មាន $\Delta=b^2-4ac$.បើ $\Delta>0$ សមីការមានឫសជាចំនួនពិតពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.បើ $\Delta=0$ សមីការមានឫសឌុប គឺ $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.បើ $\Delta<0$ សមីការមានឫសជាចំនួនកុំផ្លិចពីរឆ្លាស់គ្នាគឺ $x_1=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}, x_2=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$
.ឲ្យសិស្សយកតម្លៃ m ដែលគេឲ្យម្តងមួយៗជំនួសចូលក្នុងសមីការ រួចដោះស្រាយ	**មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** **<u>សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត</u>** ❖ **<u>អនុវត្ត</u>** ១. ដោះស្រាយសមីការ $x^2+(m-8)x+m=0$ ទៅតាមតម្លៃ m ។ចំពោះ $m=0$ $m=2, m=4$ និង $m=8$	.ចំពោះ $m=0$ គេបាន $x^2+(0-8)x+0=0$ $x^2-8x=0$ $x(x-8)=0\Rightarrow x=0, x=8$.ចំពោះ $m=2$ គេបាន $x^2+(2-8)x+2=0$ $x^2-6x+2=0$ $(x-3)^2=7\Rightarrow x-3=\pm\sqrt{7}$ $\Rightarrow x=3\pm\sqrt{7}$.ចំពោះ $m=4$ គេបាន $x^2-4x+4=0$ $\Delta'=4-4=0$ $\Rightarrow x_1=x_2=2$.ចំពោះ $m=8$ គេបាន $x^2+8=0$ ឬ $x^2=-8$ $\Rightarrow x=\pm 2i\sqrt{2}$

.សមីការដឺក្រេទី២មានឫសឌុបនៅពេលណា? .តើ $\Delta=?$.រកឫសឌុបនៃសមីការនេះ .រកតម្លៃឫសឌុបចំពោះតម្លៃ m ដែលរកឃើញ .សិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយ	២. រកតម្លៃ k ដែលធ្វើឲ្យសមីការ $x^2-kx+9=0$ មានឫសឌុប។ រួចគណនាឫសឌុបនោះ។ ប្រតិបត្តិ រកតម្លៃដែលនាំឲ្យសមីការ $(m-2)x^2+(3m-6)x+2m-3=0$ មានឫសឌុប រួចគណនាឫសឌុបនោះ	.នៅពេល $\Delta=0$ $.\Delta=k^2-4\times9=k^2-36$ សមីការមានឫសឌុប $\Leftrightarrow\Delta=0$ $k^2-36=0\Rightarrow k=\pm6$.ឫសឌុប $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{k}{2}$.ចំពោះ $x=6$ $x_1=x_2=\dfrac{k}{2}=\dfrac{6}{2}=3$.ចំពោះ $x=-6$ $x_1=x_2=\dfrac{k}{2}=\dfrac{-6}{2}=-3$ ល.ខ $m-2\neq0\Rightarrow m\neq2$ $.\Delta=m^2-8m+12$ ដោយ $\Delta=0$ គេបាន $m^2-8m+12=0$ មាន $\delta'=16-12=4$ $m_1=\dfrac{4+2}{1}=6$ $m_2=\dfrac{4-2}{1}=2$ មិនយក .គណនាឫសឌុប $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{3m-6}{2(m-2)}$ ដោយ $m=6$ $x_1=x_2=-\dfrac{3\times6-6}{2(6-2)}=-\dfrac{3}{2}$ $.\alpha=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a},\beta=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $.\alpha+\beta=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}+\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $=-\dfrac{b}{a}$ $.\alpha\beta=\left(\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$ $=\dfrac{c}{a}$

	១.៥ ទំនាក់ទំនងរវាងឫសនិងមេគុណ ក.គណនាផលបូក និងផលគុណឫស	
.សមីការ $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$ បើ α និង β ជាឫសនៃសមីការ តើ $\alpha=?, \beta=?$.គណនា $\alpha+\beta=?$.គណនា $\alpha\beta=?$	សមីការ $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$ មានឫសពីរ α និង β គេបាន .ផលបូកឫស $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$.ផលគុណឫស $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$	
.តើផលគុណឫស និងផលបូកឫស នៃសមីការមានរូបមន្តដូចម្តេច?	ឧទាហរណ៍១ គណនាផលបូក និង ផលគុណឫសនៃសមីការ $x^2-13x+42=0$	$.S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ដោយ $a=1, b=-13, c=42$ $\Rightarrow S=\alpha+\beta=13$ $.P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=42$
.រក $\alpha+\beta$ និង $\alpha\beta$	ឧទាហរណ៍២ គេតាង α,β ជាឫសនៃសមីការ $2x^2-3x-4=0$ ចូររកតម្លៃនៃកន្សោម ក. $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ ខ. $\alpha^2+\beta^2$ គ. $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$	.សមីការ $2x^2-3x-4=0$ មាន $\alpha+\beta=\frac{3}{2}, \alpha\beta=-2$ ក. $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=\frac{\frac{3}{2}}{-2}=-\frac{3}{4}$ ខ. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ $=\left(\frac{3}{2}\right)^2-2(-2)=-\frac{7}{4}$ គ. $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)$ $=-2\left(\frac{3}{2}\right)=-3$
.ណែនាំសិស្សឲ្យបំបែកកន្សោម និមួយៗឲ្យជាប់ទាក់ទងតែ ផលបូក និងផលគុណឫស	ខ.អនុវត្តផលបូក និងផលគុណឫស ❖ មុធាគណនា ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយសមីការ $x^2-5x+6=0$ $2+3 \quad 2\times 3$	

	គេបាន $x=2.x=3$ ជាឬសនៃសមីការ ជាទូទៅ សមីការមានទម្រង់ $x^2 - Sx + P = 0$ $\alpha+\beta$ $\alpha\times\beta$	
.តើសមីការនេះមានមេគុណ $a=?$	គេបាន α,β ជាឬសនៃសមីការ	
.ណែនាំសិស្សឲ្យបំបែកមេគុណ b នៃ x ជាផលបូក និងមេគុណ c ជាផលគុណ	❖ ដោយស្គាល់ឫសមួយគេអាចទាញឫសមួយទៀត សមីការ $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$	$.a=1$ $.b=5=2+3$ $c=6=(2)(3)$
.គេថា $x=-2.x=-3$ ជាឬសនៃសមីការ .បើ $S=\alpha+\beta, P=\alpha\beta$.តើគេអាចនិយាយបានដូចម្តេចចំពោះ α,β ?	.បើ $a+b+c=0$ គេបាន $x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$.បើ $a-b+c=0$ ឬ $b=a+c$ គេបាន $x_1=-1, x_2=-\frac{c}{a}$	$.\alpha,\beta$ ជាឬសនៃសមីការ
.សមីការ $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$.បើ $x_1=1$ ជាឬសសមីការ។ តើមេគុណសមីការមានទំនាក់ទំនងដូចម្តេច? .តើឬសទី២ស្មើប៉ុន្មាន?	ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយសមីការ ១. $2x^2+7x-9=0$	.បើ $x_1=1$ គេបាន $a+b+c=0$ $.x_1x_2=\frac{c}{a}\Rightarrow x_2=\frac{c}{a}$
.ចុះបើ $x_1=-1$ ជាឬសសមីការ។ តើមេគុណសមីការមានទំនាក់ទំនងដូចម្តេច? .តើឬសទី២ស្មើប៉ុន្មាន?	២. $5x^2-3x-8=0$	.បើ $x_1=-1$ គេបាន $a-b+c=0$ $.x_1x_2=\frac{c}{a}\Rightarrow x_2=-\frac{c}{a}$
.តើមេគុណនៃសមីការនេះមានទំនាក់ទំនង់ដូចម្តេច?		$.a+b+c=2+7-9=0$ គេបាន $x_1=1, x_2=\frac{c}{a}=-\frac{9}{2}$
.តើមេគុណនៃសមីការនេះមានទំនាក់ទំនង់ដូចម្តេច?		$.a-b+c=5+3-8=0$ គេបាន $x_1=-1, x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{8}{5}$

. $x=-1$ ជាឫសនៃសមីការ មានន័យដូចម្តេច? . $x=-1$ ជាឫសនៃសមីការតើ $x_2=?$	<u>ប្រតិបត្តិ</u> គេមានសមីការ $-x^2+x+a=0$ ។ កំណត់តម្លៃ a ដោយដឹងថា $x=-1$ ជាឫសនៃសមីការ។ រកឫសមួយទៀតនៃសមីការ	.តម្លៃ $x=-1$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $-(-1)^2-1+a=0$ $\Rightarrow a=2$.ដោយ $x=-1$ ជាឫសនៃសមីការ គេបាន $x_2=-\frac{c}{a}=a=2$
.តើផលបូក និងផលគុណ ឫសនៃសមីការមានរូបមន្ត ដូចម្តេច? .បើ $a+b+c=0$ សមីការមានឫសដូចម្តេច? .បើ $b=a+c$ សមីការមានឫស ដូចម្តេច? .សមីការមានទម្រង់ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ តើមានឫសស្មើប៉ុន្មាន?	**៣ ពង្រឹងចំណេះដឹង**	.ផលបូកឫស $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$.ផលគុណឫស $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$. $x_1=1, x_2=\frac{c}{a}$. $x_1=-1, x_2=-\frac{c}{a}$.មានឫស α,β
ដាក់លំហាត់	**កិច្ចការផ្ទះ** <u>លំហាត់</u> កំណត់តម្លៃ k ដែលនាំឲ្យសមីការ $4x^2-2kx+k+3=0$ មានឫសឌុប រួចគណនាឫសឌុបនេះ	កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី............ខែ.............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី១ **សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត** (តចប់)

គ.ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តា

ឃ.បង្កើតសមីការដឺក្រេទី២ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណឫស

១.៥អនុវត្តន៍សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

II. វត្ថុបំណង:

+ចំណេះដឹង:

- ប្រាប់បានពីរបៀបដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តាដោយស្គាល់ ឫសទាំងពីរ។
- កំណត់បានពីទម្រង់ទូទៅសមីការដឺក្រេទី២ដែលត្រូវបង្កើតកាលណាគេស្គាល់ឫសទាំងពីរ។

+ចំណេះធ្វើ:

- ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តាតាមឫសនៃសមីការ
- បង្កើតសមីការដឺក្រេទី២ដោយស្គាល់ឫសទាំងពីរ
- ដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី២ដោយប្រើវិធីផ្សេងៗ។

+ឥរិយាបថ:សិស្សមានការសហការគ្នាបានល្អ។

II. រយៈពេល ២ម៉ោង(ម៉ោងទី៥)

IV. សម្ភារឧបទេស:

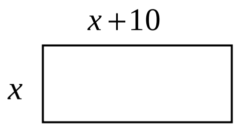
V. ដំណើកនាំមេរៀន:

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និងអវត្តមាន	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	-ប្រធានឫអនុប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-ផលបូកឫសនៃសមីការមានរូបមន្តដូចម្តេច? -ផលគុណឫសនៃសមីការ មានរូបមន្តដូចម្តេច? -រកឫសនៃសមីការ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ សមីការនេះសមមូលនឹង $(x-\alpha)(x-\beta)=0$	**រំលឹកមេរៀន**	$.\ s=x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ $.\ p=x_1x_2=\frac{c}{a}$ -មានឫស $x_1=\alpha, x_2=\beta$

	មេរៀនថ្មី *សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត* គ.ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តា *ជាទូទៅ:បើសមីការ	
-សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មាន α,β ជាឫស។ -ចូរដាក់ a ជាកត្តា -តើ $\frac{b}{a}=.......,\frac{c}{a}=......?$	$ax^2+bx+c=0,a\neq 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា α និង β នោះកន្សោម $\boxed{ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)}$	$.ax^2+bx+c=0$ $=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})=0$ $.\frac{b}{a}=-S=-(\alpha+\beta)$ $\frac{c}{a}=P=\alpha\beta$ គេបាន $a\left[x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\right]=0$ $.a(x-\alpha)(x-\beta)=0$
-ដាក់ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ ជាផលគុណកត្តា -បើ $\alpha=\beta$ នោះសមីការមានឫសឌុបតើទំនាក់ទំនងខាងលើសរសេរបានដូចម្ដេច? -ដើម្បីដាក់កន្សោមដឺក្រេទី២ជាផលគុណកត្តាយើងត្រូវស្គាល់អ្វីខ្លះ? -តើមេគុណ $a=.....?$ឫស $\alpha=.......,\beta=......?$ -ដាក់កន្សោម $2x^2+x-21$ ជាផលគុណកត្តា -ដោះស្រាយសមីការ $9x^2-12x+4=0$ ។	*សម្គាល់:សមីការដឺក្រេទី២ដែលមានឫសឌុប $\alpha=\beta$ គេបាន $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)^2$ **ឧទាហរណ៍:**ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា1) $2x^2+x-21$	ax^2+bx+c $=a(x-\alpha)(x-\beta)$ $=a(x-\alpha)(x-\alpha)=a(x-\alpha)^2$ -ស្គាល់មេគុណ a និងឫស α,β .មេគុណ $a=2$ $\Delta=1^2-4(2)(-21)=169$ $\alpha=\frac{-1+13}{4}=3,\beta=\frac{-1-13}{4}.$ $=-\frac{7}{2}$ $2x^2+x-21$ $=2(x-3)(x+\frac{7}{2})$ $=(x-3)(2x+7)$
-ដាក់កន្សោម $9x^2-12x+4$ ជាផលគុណកត្តា។ -ដោះស្រាយសមីការ	2) $9x^2-12x+4=0$	$.9x^2-12x+4=0$ មាន $\Delta'=36-36=0$

$2x^2+3x+2=0$ -ដាក់កន្សោម $2x^2+3x+2$ ជាផលគុណកត្តា។ .សមីការដឺក្រេទី២មានឫស α និង β មានរាងដូចម្តេច? .តើយើងអាចសរសេរទម្រង់ផ្សេងពីនេះបានឬទេ? .តើ $\alpha+\beta=?$, $\alpha\beta=?$.តើសមីការដែលត្រូវរកមានរាងដូចម្តេច? -តើ $S=......, P=......?$ -រក $\alpha+\beta=.....,\alpha\beta=.....?$.ដើម្បីរកសមីការដែលមាន ឫស α^2 និង β^2 តើយើងត្រូវ ស្គាល់អ្វីខ្លះ? .$\alpha^2+\beta^2=?,\alpha^2\beta^2=?$ សរសេរឲ្យជាប់ផលបូក និងផលគុណឫស។	3) $2x^2+3x+2=0$ ឃ.<u>**បង្កើតសមីការដឺក្រេទី២ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណឫស:**</u> សមីការដឺក្រេទី២ដែលមាន α និង β ជាឫសហើយ $\alpha+\beta=S$ និង $\alpha\beta=P$ មានរាង $\boxed{x^2-Sx+P=0}$ <u>**ឧទាហរណ៍១**</u>៖រកសមីការដឺក្រេទី២មានឫស $\alpha=3+2\sqrt{2}$ និង $\beta=3-2\sqrt{2}$ <u>**ឧទាហរណ៍២**</u>៖គេមានសមីការ $x^2-3x+4=0$ ដែល α និង β ជាឫស។រកសមីការ ដែលមានឫស α^2 និង β^2	$\alpha=\beta=-\frac{b'}{a}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ គេបាន $9x^2-12x+4=9\left(x-\frac{2}{3}\right)^2$.$2x^2+3x+2=0$ មាន $\Delta=9-16=-7<0$ $\alpha=\frac{-3+i\sqrt{7}}{4},\beta=\frac{-3-i\sqrt{7}}{4}$. $2x^2+3x+2$ $=2(x-\frac{-3+i\sqrt{7}}{4})(x-\frac{-3-i\sqrt{7}}{4})$ .. $=\frac{1}{8}(2x+3-i\sqrt{7})(4x+3+i\sqrt{7})$.មានរាង $(x-\alpha)(x-\beta)=0$.បានគឺ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$.$\alpha+\beta=S,\alpha\beta=P$ គេបាន $x^2-Sx+P=0$.មានរាង $x^2-Sx+P=0$.$S=\alpha+\beta=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}$ $\Rightarrow S=6$.$P=\alpha\beta=\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)$ $\Rightarrow P=1$ គេបានសមីការដែលត្រូវរក គឺ $x^2-6x+1=0$.សមីការ $x^2-3x+4=0$ មាន $\alpha+\beta=3,\alpha\beta=4$ -ផលបូកនិងផលគុណឫស $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ $=3^2-2\times4=1$ $\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=4^2=16$ -ដូចនេះសមីការដែលត្រូវ រកគឺ

-តើសមីការដែលត្រូវរកមានទម្រង់ដូចម្តេច? -បើយើងតាង x_1, x_2 ជាពីរចំនួននោះ។តើ x_1, x_2 មានទំនាក់ទំនងដូចម្តេច? -តើ x_1, x_2 ជាឫសនៃ សមីការអ្វី? -ដោះស្រាយសមីការ $x^2 - 20x + 51 = 0$ ។	 **<u>អនុវត្តន៏:</u>**រកពីរចំនួនដោយស្គាល់ផលបូកស្មើ20 និង ផលគុណស្មើ51។	$x^2 - Sx + P = 0$ $x^2 - x + 16 = 0$. $\begin{cases} x_1 + x_2 = 20 \\ x_1 x_2 = 51 \end{cases}$.គេបាន x_1, x_2 ជាឫសនៃសមីការ $x^2 - 20x + 51 = 0$ $\Delta' = 100 - 51 = 49$. $x_1 = \frac{10+7}{1} = 17$ $x_2 = \frac{10-7}{1} = 3$
	១.៥<u>អនុវត្តន៏សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត:</u>	ដូចនេះ ពីរចំនួននោះគឺ17 និង3។
.ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតគេត្រូវធ្វើដូចម្តេចខ្លះ? -ក្នុងការដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតដូចគ្នានឹងវិធានដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី១ដែរ។ -តាង x ជាចំនួនមួយ។ តើចំនួនមួយទៀតគឺជាអ្វី? -តើគេអាចសរសេរសមីការបានដូចម្តេច? -ដោះស្រាយសមីការ $x^2 + 8x - 128 = 0$	 **<u>ឧទាហរណ៍១</u>**៖គេមានពីរចំនួនដែលមានផលដកស្មើ8និងផលគុណចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង128។	.១)ជ្រើសរើសអញ្ញាត ២)សរសេរសមីការ ៣)ដោះស្រាយសមីការ ៤)ពិភាក្សាគឺផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ . $x + 8$ ជាចំនួនមួយទៀត $x(x+8) = 128$ $x^2 + 8x - 128 = 0$. $\Delta' = 16 + 128 = 144$ $x_1 = \frac{-4+12}{1} = 8$ $x_2 = \frac{-4-12}{1} = -16$ -ចំពោះ $x = 8$ នោះ $x + 8 = 16$ -ចំពោះ $x = -16$ នោះ $x + 8 = -8$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ .ចំពោះ(8,16)គេបាន $x(x-8) = 8 \times 16 = 128$ ពិត .ចំពោះ(-16,-8)គេបាន

-អោយសិស្សយកចម្លើយរកឃើញទៅផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការដើម។ -តាង x ជាទទឹងនោះបណ្តោយស្មើប៉ុន្មាន? -ក្រឡាផ្ទៃនៃចម្ការនេះមានរូបមន្តដូចម្តេច? -តើ $S=....$? -ដោះស្រាយសមីការ $x^2+10x-1200=0$ -បើទទឹង $x=30$ នោះបណ្តោយស្មើប៉ុន្មាន? -តើប្រវែងរបងគឺអ្វី? -អោយសិស្សផ្ទៀងផ្ទាត់។	<u>ឧទាហរណ៍២</u>៖ចម្ការមួយមានរាងចតុកោណកែងមានបណ្តោយលើសទទឹង10m។គេចង់សង់របងព័ទ្ធជុំវិញចម្ការនោះ។រកប្រវែងរបងបើចម្ការនោះមានផ្ទៃក្រឡា1200m^2។	$x(x+8)=-16\times(-8)=128$ ពិត ដូចនេះពីរចំនួននោះគឺ(8,16)ឬ(-16,-8)។  .x ជាទទឹងនោះបណ្តោយគឺ $x+10$.$S=$ ប$\times$ទ $=(x+10)x$.ដោយ $S=1200$ គេបាន $1200=x^2+10x$ $x^2+10x-1200=0$ $x_1=-40$ មិនយក $x_2=30$ គេបានបណ្តោយ គឺ $x+10=30+10=40m$ -គឺជាបរិមាត្រនៃចម្ការ $P=(x+x+10)\times 2$ $=(30+40)\times 2=140m$ -ផ្ទៀងផ្ទាត់ $30\times 40=1200m^2$ ពិតដូចនេះប្រវែងរបងគឺ $140m$ ។
-បើ α និង β ជាឫសនៃសមីការ $x^2+bx+c=0$ តើសមីការដឺក្រេទី២មានរាងដូចម្តេច? -បើ α និង β ជាឫសនៃ សមីការ $ax^2+bx+c=0$ តើកន្សោមសរសេរជាផលគុណកត្តាដូចម្តេច? -ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី២តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	<u>**ពង្រឹងពុទ្ធិ**</u>	.$(x-\alpha)(x-\beta)=0$ ឬ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$.$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$ -គេត្រូវ ១)ជ្រើសរើសអញ្ញាត ២)សរសេរសមីការ ៣)ដោះស្រាយសមីការ ៤)ផ្ទៀងផ្ទាត់
ដាក់កិច្ចការនៅផ្ទះ	<u>**បណ្តាំផ្ញើ**</u> <u>លំហាត់</u>:ផលគុណនៃពីរចំនួនគត់សេសតគ្នាស្មើនឹងផលបូកពីរចំនួននោះដក1។រកចំនួនទាំងពីរនោះ។	កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី.............ខែ...........ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី២ **ប្រព័ន្ធសមីការ និងសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់**

២.១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ មានបីអញ្ញាត

២.២ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីកការដឺក្រេទី២

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - កំណត់សញ្ញាណប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ មានបីអញ្ញាត និងរបៀបដោះស្រាយ
  - កំណត់សញ្ញាណប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីកការដឺក្រេទី២ និងរបៀបដោះស្រាយ
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ មានបីអញ្ញាត ដោយប្រើវិធីបំបាត់អញ្ញាតដោយបូក និងដោយជំនួស។
  - ដោះស្រាយ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីកការដឺក្រេទី២ ដោយប្រើវិធីបំបាត់អញ្ញាត ដោយបូក និងដោយជំនួស។
  - អនុវត្តក្នុងចំណោទ
- ឥរិយាបថ៖

  មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង(ម៉ោងទី១)

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
• ពិនិត្យអនាម័យ អវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	• ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-តើប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មាន២អញ្ញាតមានរាងដូចម្តេច?	**រំលឹកមេរៀន**	- $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

-ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបំបាត់ដោយបូក $\begin{cases}2x+4y=-6(1)\\ x-2y=-5(2)\end{cases}$		- $\begin{cases}2x+4y=-6\\ x-2y=-5\end{cases}$ យក $(2)\times(-2)+(1)$ គេបាន $8y=4\Rightarrow y=\frac{1}{2}$ យក $y=\frac{1}{2}$ ជំនួស (2) គេបាន $x=-5$ ដូចនេះ $(x=-5, y=\frac{1}{2})$
-ក្នុងទូមួយមានដាក់សៀវភៅគណិតវិទ្យាចំនួន x ក្បាល សៀវភៅរូបវិទ្យាចំនួន y ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរចំនួន z ក្បាលហើយចំនួនសៀវភៅសរុប 25 ក្បាល។ -ចូរសរសេរសមីការនេះ? -តើសមីការនេះមានដឺក្រេទីប៉ុន្មាន?មានប៉ុន្មានអញ្ញាត? -សមីការមានទម្រង់ដូចនេះហៅថាសមីការដឺក្រេទី១មានបីអញ្ញាត។ សមីការទម្រង់ដូចនេះចំនួនបីផ្គុំគ្នាបង្កើតបានអ្វី? -ដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានបីអញ្ញាតគេត្រូវ៖ *.ជំហានទី១* បំបាត់អញ្ញាតណាមួយនៃអញ្ញាតទាំងបីដើម្បីបានប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានពីរអញ្ញាត *.ជំហានទី២* ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មាន២អញ្ញាត *.ជំហានទី៣* រកតម្លៃអញ្ញាតដែល	**មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** ***ប្រព័ន្ធសមីការ និង សមីការដឺក្រេ លំដាប់ខ្ពស់*** ២.១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ មានបីអញ្ញាត មានទម្រង់៖ $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1\\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2\\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3\end{cases}$ **ឧទាហរណ៍១** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x+y+z=13 & (1)\\ x+2y-z=7 & (2)\\ 3x-y+z=23 & (3)\end{cases}$	- $x+y+z=25$ -មានដឺក្រេទី១មានបីអញ្ញាត -ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានបីអញ្ញាត -បំបាត់អញ្ញាត z យក $(1)+(2) and (2)+(3)$ គេបាន $\begin{cases}2x+3y=20 & (4)\\ 4x+y=30 & (5)\end{cases}$ យក $(4)\times(-2)+(5)$ គេបាន $-5y=-10\Rightarrow y=2$ យក $y=2$ ជំនួស (4) គេបាន $x=7$.យក $x=2, y=7$ ជំនួស (1) គេបាន $z=4$ ដូចនេះ $(x=7, y=2, z=4)$

បានបំបាត់ -តើយើងត្រូវបំបាត់អញ្ញាតណាមួយ ដែលងាយជាងគេ? -ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានពីរអញ្ញាត -ដាក់ប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុម -ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និង សមីការដឺក្រេទី២ ផ្គុំដោយ សមីការដឺក្រេទី១និងសមីការដឺក្រេទី២។វិធីដោះស្រាយ គេប្រើវិធីបំបាត់អញ្ញាតដោយជំនួស -មាន $x+y=11$ ជាផលបូកឬស $xy=30$ ជាផលគុណឬស។ តើគេអាចនិយាយបានដូចម្តេចចំពោះ x និង y ?	**ឧទាហរណ៍២** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x-y-5z=3 & (1)\\ 5x-y+14z=-1 & (2)\\ 7x-2y+9z=-5 & (3)\end{cases}$ **ប្រតិបត្តិ** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $A=\begin{cases}4x+y-3z=11\\ 2x-3y+2z=9\\ x+y+z=-3\end{cases}$ $B=\begin{cases}3x+y-2z=2\\ -6x-2y+4z=-2\\ 9x+3y-6z=6\end{cases}$ ២.២ **ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១ និងសមីការដឺក្រេទី២** **ឧទាហរណ៍១** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}y=x-1\\ x^2+y^2=13\end{cases}$ **ឧទាហរណ៍២** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x+y=11\\ xy=30\end{cases}$ **អនុវត្ត** ដីចម្ការមួយរាងចតុកោណកែងមានផ្ទៃក្រឡា $4284m^2$	-បំបាត់អញ្ញាត y យក $(2)-(1) and (1)\times(-2)+(3)$ គេបាន $\begin{cases}3x+9z=-14 & (4)\\ 3x+9z=-11 & (5)\end{cases}$ -យក $(4)-(5)$ គេបាន $0=-3$ (មិនពិត) ដូចនេះសំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការគឺ $\varnothing$ - $A=(2,-3,-2)$ - $B=\varnothing$ -ស្តាប់ -យក (1) ជំនួស (2) គេបាន $x^2+(x-1)^2=13$ $x^2-x-6=0$ $\Delta=25$ $\Rightarrow x=3,-2$ បើ $x=3\Rightarrow y=3-1=2$ បើ $x=-2\Rightarrow y=-2-1=-3$ ដូចនេះចម្លើយគឺ $(3,2) or (-2,-3)$ - x,y ជាឬសនៃសមីការ $t^2-St+P=0$ $t^2-11t+30=0$ $\Delta=1$ $\Rightarrow t_1=x=6, t_2=y=5$ ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការគឺ $(6,5)$ ឬ (5,6) ។

-តាង x, y ជាវិមាត្រចតុកោណកែង ដែល $x \succ y \succ o$ ។តើគេអាចសរសេរ ប្រព័ន្ធសមីការបានដូចម្ដេច? -តើគេអាចនិយាយបានដូចម្ដេច ចំពោះ x និង y ?	ហើយមានបរិមាត្រប្រវែង $270m$ ។គណនាវិមាត្រចម្ការនោះ។	$\begin{cases} xy = 4284 \\ 2(x+y) = 270 \end{cases}$ $or \begin{cases} xy = 4284 \\ x+y = 135 \end{cases}$ -គេបាន x, y ជាឫសសមីការ $t^2 - 135t + 4284 = 0$ $\Delta = 33^2$ $\Rightarrow x = 51, y = 84$ ឬ $x = 84, y = 51$ ដោយ $x \succ y$ ដូចនេះ $x = 84, y = 51$
ឲ្យសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយ	**ពង្រឹងចំណេះដឹង** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y - x = -1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2y + 2z = 9 \\ -x + 3y = -4 \\ 2x - 5y + z = 10 \end{cases}$	$y - x = -1 \Rightarrow y = x - 1$ យក $y = x - 1$ ជំនួស (2) $x^2 + (x-1)^2 = 25$ $x^2 - x - 12 = 0$ $x^2 - (4-3)x + 4(-3) = 0$ $\Rightarrow x = 4, -3$ បើ $x = -3 \Rightarrow y = -3 - 1 = -4$ បើ $x = 4 \Rightarrow y = 4 - 1 = 3$ ដូចនេះចម្លើយនៃប្រព័ន្ធគឺ $(-3, -4)$ ឬ $(4, 3)$
ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សយកទៅធ្វើនៅផ្ទះ	**កិច្ចការផ្ទះ** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការទី2ដែលនៅសល់	កត់ត្រាប្រធានលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី.............ខែ...........ឆ្នាំ២០១២
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី២ **ប្រព័ន្ធសមីការ និងសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់**

២.៣ សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយ

២.៤ ទ្រឹស្តីបទសំណល់ និងទ្រឹស្តីបទផលគុណកត្តា

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - បង្ហាញសញ្ញាណសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់
  - កំណត់បានទ្រឹស្តីសំណល់ និង ទ្រឹស្តីបទកត្តា
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣ និងសមីការដឺក្រេទី4 ងាយៗ ដោយប្រើវិធីដាក់ជាផលគុណកត្តា
  - រកតម្លៃពហុធាតាមតម្លៃ x ដែលឲ្យ
  - រកសំណល់និងកត្តានៃវិធីចែកពហុធា នឹងទ្វេធាដឺក្រេទី១
  - ស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទសំណល់ និងទ្រឹស្តីបទកត្តា
- ឥរិយាបថ ៖ មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង (ម៉ោងទី២)

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
.ពិនិត្យអនាម័យ អវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	.ប្រធានឬអនុប្រធានថ្នាក់ ឡើងរាយការណ៍
-តើ $a^3-b^3=?$ -ដាក់កន្សោម $A=x^3-8$ ជាផលគុណកត្តា? -បើ $x^2=a\Rightarrow x=?$ -រកតម្លៃ x បើ $x^2=1, x^2=-1$	**រំលឹកមេរៀន**	- $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ - $A=x^3-2^3$ $=(x-2)(x^2+2x+4)$ - $x^2=a\Rightarrow x=\pm\sqrt{a}$ - $x^2=1\Rightarrow x=\pm1$

		- $x^2=-1\Rightarrow x=\pm i$
-សមីការដែលមានដឺក្រេធំជាង២ គេហៅថាសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់។ ដូចជាសមីការដឺក្រេទី3 សមីការដឺក្រេទី4....... -ណែនាំសិស្សឲ្យសរសេរសមីការដែលអង្គទី២ ស្មើ ០។ -តើអង្គទី១ចូលរូបមន្តអ្វី? -ចូរដាក់អង្គទី១ជាផលគុណកត្តា? -តើសមីការនេះចូលរូបមន្តអ្វី? -ចូរដោះស្រាយសមីការ $(x-1)(x^2+x+1)=0$ -ចូរសរសេរសមីការដែលអង្គទី២ ស្មើ0 ។ -បើតាង $t=x^2$ តើសមីការអាចសរសេរបានដូចម្តេច? -តើអង្គទី១ចូលរូបមន្តអ្វី? -ចូរដាក់អង្គទី១ជាផលគុណកត្តា? -តើសមីការនេះចូលរូបមន្តអ្វី? -ចូរដោះស្រាយសមីការ $(t-1)(t+1)=0$ -ណែនាំសិស្សយកតម្លៃ t ដែលរកឃើញជំនួសរកតម្លៃ x ដែលជាឬសនៃសមីការ	**មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** ***ប្រព័ន្ធសមីការ និងសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់*** ២.៣ **សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយ** **ឧទាហរណ៍** ដោះស្រាយសមីការ $x^3=1$ **ឧទាហរណ៍** ដោះស្រាយសមីការ $x^4=1$	. $x^3-1=0$. $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ - $(x-1)(x^2+x+1)=0$ - $A\times B=0\Rightarrow A=0 or B=0$ - $\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x^2+x+1=0\end{array}\right.$. $x-1=0\Rightarrow x=1$. $x^2+x+1=0$ $\Delta=-3$ $\Rightarrow x=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$ ឬសនៃសមីការគឺ $x=1,\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$ - $x^4-1=0$ - $t^2-1=0$ - $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ - $(t-1)(t+1)=0$ - $A\times B=0\Rightarrow A=0 or B=0$ - $\left[\begin{array}{l}t-1=0\\t+1=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$

		.ចំពោះ $t=1$ នោះ $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$.ចំពោះ $t=-1$ នោះ $x^2=-1$ $\Rightarrow x=\pm i$
-តាមរយៈឧទាហរណ៍ទាំង២ខាងលើដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់គេដោះស្រាយតាមវិធីណា?		.ដាក់ជាផលគុណកត្តា
-ចូរបំលែងសមីការនេះជាសមីការដឺក្រេទី២។ -ចូរដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ $t^2-2t-8=0$ ។ -ណែនាំសិស្សឲ្យយកតម្លៃ t ដែលរកឃើញជំនួសរកតម្លៃ x ដែលជាឫសនៃសមីការ	<u>**ចំណាំ**</u> គេដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយៗបានដោយការដាក់ជាផលគុណកត្តា។ <u>**ឧទាហរណ៍**</u> ដោះស្រាយសមីការ $x^4-2x^2-8=0$ ។	-តាង $t=x^2$ គេបាន $t^2-2t-8=0$ $\Delta=9$ $\Rightarrow t=4,-2$.ចំពោះ $t=4$ នោះ $x^2=4$ $\Rightarrow x=\pm 2$.ចំពោះ $t=-2$ នោះ $x^2=-2$ $\Rightarrow x=\pm i\sqrt{2}$ ដូចនេះ ឫសនៃសមីការគឺ $x=\{2,-2,-i\sqrt{2},i\sqrt{2}\}$
-ដើម្បីដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $ax^4+bx^2+c=0$ តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	<u>*សម្គាល់*</u> សមីការ $ax^4+bx^2+c=0, a\neq 0$ ហៅថាសមីការប៊ីការេ។	
-ឲ្យសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយ	<u>*របៀបដោះស្រាយ*</u> .តាង $t=x^2$.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ $at^2+bt+c=0$.រកឫសសមីការតាមទំនាក់ទំនង $t=x^2$	-តាង $t=x^2$.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ $at^2+bt+c=0$.រកឫសសមីការតាមទំនាក់ទំនង $t=x^2$
.ឲ្យសិស្សឡើងគណនា	<u>**ប្រតិបត្តិ**</u> ដោះស្រាយសមីការ	

	$a).x^3-9x=0$	$a).x=\{0,3,-3\}$
	$b).3x^4-2x^2=0$	$b).x=\left\{0,\sqrt{\frac{2}{3}},-\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}$
-គណនាផលចែក	$c).x^3-5x^2-4x+20=0$	
$f(x)=x^3-5x+6$ នឹង $x-2$		$c).x=\{-2,2,5\}$
	២.៤ <u>ទ្រឹស្តីបទសំណល់</u>	
-តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្តេច	<u>និងទ្រឹស្តីបទផលគុណកត្តា</u>	
ចំពោះសំណល់វិធីចែក?	<u>ឧទាហរណ៍</u> គេឲ្យពហុធា	
-បើ R ជាសំណល់ក្នុងការចែក	$f(x)=x^3-5x+6$ ។	
កន្សោមពហុធា $f(x)$ នឹង $x-\alpha$	ចូរគណនា $f(2), f(-3).f(i)$	$f(2)=2^3-5(2)+6=4$
តើ $R=?$	**ទ្រឹស្តីបទសំណល់**	$f(-3)=(-3)^3-5(-3)+6=-6$
-បើ $q(x)$ ជាផលចែករវាង $f(x)$	បើ R ជាសំណល់ក្នុងការចែក	$f(i)=i^3-3i+6=6-6i$
នឹង $x-\alpha$ ហើយ R	កន្សោមពហុធា $f(x)$ នឹង $x-\alpha$	
ជាសំណល់តើ $f(x)=?$	នោះគេបានសំណល់ $R=f(\alpha)$	$(x^3-5x+6)\div(x-2)$
-តើ $f(\alpha)=?$	<u>*ស្រាយបញ្ជាក់*</u>	$=x^2+2x-1+\frac{4}{x-2}$
-តើ $\alpha=?$	បើ $q(x)$ ជាផលចែករវាង $f(x)$ នឹង	ឬ $f(x)=(x-2)(x^2+2x-1)+4$
-តើសំណល់ $R=?$	$x-\alpha$ ហើយ R ជាសំណល់	- $f(2)=4$
	គេបាន $f(x)=(x-\alpha)q(x)+R$	- $R=f(\alpha)$
	នោះ $f(\alpha)=(\alpha-\alpha)q(\alpha)+R$	
	ដូចនេះ $f(\alpha)=R$	
	<u>ឧទាហរណ៍</u> ចូររកសំណល់នៃ	- $f(x)=(x-\alpha)q(x)+R$
	$f(x)=x^3+3x+4$ ចែកនឹង $x+3$	
	ទ្រឹស្តីបទកត្តា	
	$f(x)$ ជាពហុធា។បើ α	- $f(\alpha)=(\alpha-\alpha)q(\alpha)+R=R$
-មាន $f(x)=(x-\alpha)q(x)+R$	ជាចម្លើយនៃសមីការ $f(x)=0$	- $x+3=0\Rightarrow x=-3$
បើ $R=0$ តើគេអាចនិយាយបាន	នោះ $x-\alpha$ ជាកត្តារបស់ $f(x)$ ។	នោះ $\alpha=-3$
ដូចម្តេចចំពោះ $x-\alpha$?	<u>*ស្រាយបញ្ជាក់*</u>	- $R=f(-3)=-32$
	មាន $f(x)=(x-\alpha)q(x)+R$	
	$f(\alpha)=(\alpha-\alpha)q(\alpha)+R=R$	
-គណនា $f(\alpha)$	ដោយ $f(\alpha)=0\Rightarrow R=0$	
-ដោយ α ជាឫសនៃ $f(x)=0$	ដូចនេះ $f(x)=(x-\alpha)q(x)$	
តើ $f(\alpha)=?$	មានន័យថា $f(x)$ ចែកដាច់នឹង	. $x-\alpha$ ជាតួចែកនៃ $f(x)$
-តើ $R=?$	$x-\alpha$	ឬជាកត្តាមួយនៃ $f(x)$

-តាមសមភាព $f(x)=(x-\alpha)q(x)$ ។តើ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-\alpha$ ឬទេ? -យើងដឹងថា $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-\alpha$ បើ $f(\alpha)=0$ ។តើ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $ax+b$ នៅពេលណា?	**សម្គាល់** ពហុធា $f(x)$ អាចចែកដាច់នឹងទ្វេធាដឺក្រេទី១ $ax+b$ ប្រសិនបើ $f(-\frac{b}{a})=0$ ។	- $f(\alpha)=(\alpha-\alpha)q(\alpha)+R=R$ - $f(\alpha)=0$ -គេបាន $R=0$ - $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-\alpha$ មានន័យថា $x-\alpha$ ជាកត្តារបស់ $f(x)$ - $f(-\frac{b}{a})=0$
-តាង $f(x)=x^3-3x^2+4x+p$ តើ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-2$ នៅពេលណា?	<u>ឧទាហរណ៍</u> រកតម្លៃ p ដែលនាំឲ្យពហុធា x^3-3x^2+4x+p ចែកដាច់នឹង $x-2$	- $f(2)=0$ $2^3-3\times2^2+4\times2+p=o$ $4+p=0\Rightarrow p=-4$
-នៅពេលដែល $f(x)$ ចែកនឹងកន្សោមដឺក្រេទី១តើសំណល់មានទម្រង់ដូចម្តេច? -នៅពេលដែល $f(x)$ ចែកនឹងកន្សោមដឺក្រេទី2តើសំណល់មានទម្រង់ដូចម្តេច? -បើ $q(x)$ ជាផលចែករវាង $f(x)$ នឹង $(x-2)(x-3)$ តើ $f(x)$=? -គណនា $f(2)$ -តាមស.កតើ $f(2)=?$ -គណនា $f(3)$ -តាមសម្មតិកម្មតើ $f(3)=?$ -ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2a+b=5\\3a+b=9\end{cases}$	<u>ប្រតិបត្តិ</u> ពហុធា $f(x)$ ចែកនឹង $x-2$ មានសំណល់ 5 និងនៅពេលដែល $f(x)$ ចែកនឹង $x-3$ មានសំណល់ 9 ។ ចូររកសំណល់របស់ពហុធា $f(x)$ ចែកនឹង $(x-2)(x-3)$	-ជាចំនួនពិតគឺ $R=k$ -មានទម្រង់ជាកន្សោមដឺក្រេទី១ គឺ $R=ax+b$ - $f(x)=(x-2)(x-3)q(x)+ax+b$ - $f(2)=2a+b$ តែ $f(2)=5\Rightarrow 2a+b=5$ - $f(3)=3a+b$ តែ $f(3)=9\Rightarrow 3a+b=9$ គេបាន

		$\begin{cases}2a+b=5\\3a+b=9\end{cases}\Rightarrow a=4, b=-3$ ដូចនេះ សំណល់ $R=4x-3$
-តើគេអាចដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយៗតាមរបៀបណា? -ដើម្បីដោះស្រាយសមីការប៊ីការេ $ax^4+bx^2+c=0$ តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? -តើទ្រឹស្តីសំណល់គេចែងថាដូចម្តេច? -តើទ្រឹស្តីបទកត្តាគេចែងថាដូចម្តេច?	**<u>៧.រំលឹកចំណេះដឹង</u>**	-តាមផលគុណកត្តា .តាង $t=x^2$.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ .រកឬសសមីការតាមទំនាក់ទំនង $t=x^2$ -បើ R ជាសំណល់ក្នុងការចែកកន្សោមពហុធា $f(x)$ នឹង $x-\alpha$ នោះគេបានសំណល់ $R=f(\alpha)$ _ $f(x)$ ជាពហុធា។បើ α ជាចម្លើយនៃសមីការ $f(x)=0$ នោះ $x-\alpha$ ជាកត្តារបស់ $f(x)$ ។
ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សយកទៅធ្វើនៅផ្ទះ	**<u>កិច្ចការផ្ទះ</u>** លំហាត់ ១. ដោះស្រាយសមីការ $a. 6x^4-19x^2+10=0$ $b. x^3+3x^2-4x-12=0$ ២.រកតម្លៃ k បើកន្សោម $x^2+(k-1)x+k^2-16$ ចែកដាច់នឹង $x-3$ ។	កត់ត្រាប្រធានលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..............ខែ............ឆ្នាំ២០១២
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យា

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី២ (តចប់) ប្រព័ន្ធសមីការ និងសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់

២.៥ ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា

❖ អនុវត្តន៍សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - o កំណត់បានពីរបៀបដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា
- ចំណេះធ្វើ៖
  - o ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា
  - o អនុវត្តន៍សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ក្នុងការដោះស្រាយចំណោទសមីការ។
- ឥរិយាបថ៖ មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖

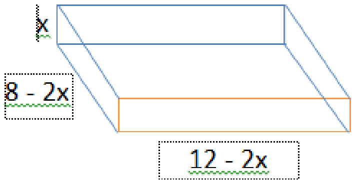
IV. រយៈពេល ២ ម៉ោង (ម៉ោងទី៣)

V. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ អនាម័យ អវត្តមាន និងសណ្តាប់ធ្នាប់	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
បើពហុធា $f(x)$ មាន α មួយដែល $f(\alpha)=0$ តើអ្វីជាកត្តាមួយនៃ $f(x)$?	**រំលឹកមេរៀន**	គឺ $x-\alpha$
	មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ ***ប្រព័ន្ធសមីការនិងសមីការ ដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់*** ២.៥ ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់	

-តាង $f(x)=x^3+x^2-8x-12$ ។ ក្នុងចំណោមតម្លៃ $\pm1,\pm2,\mp3,\pm4,\pm6,\pm12$ តើតម្លៃណាដែលធ្វើឲ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ -តើ $f(x)$ ចែកដាច់នឹងប៉ុន្មាន? -ដាក់ $f(x)$ ជាផលគុណកត្តា -ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$ -តាង $f(x)=x^4+x^3-6x^2+x+3$ តើតម្លៃ x ណាដែលធ្វើឲ្យ $f(x)=0$? -ដាក់ $f(x)$ ជាផលគុណកត្តា -តាង $g(x)=x^3+2x^2-4x-3$ ចូររកឫសងាយនៃ $g(x)$ -ដាក់ $g(x)$ ជាផលគុណកត្តា -សរុបមកតើ $f(x)=?$ -ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$	<u>ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា</u> <u>ឧទាហរណ៍១</u> ដោះស្រាយសមីការ $x^3+x^2-8x-12=0$ ។ <u>ឧទាហរណ៍២</u> ដោះស្រាយសមីការ $x^4+x^3-6x^2+x+3=0$ ។	-គឺ $f(-2)=0$ - $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x+2$ - $f(x)=(x+2)(x^2-x-6)$ $=(x+2)(x+2)(x-3)$ $=(x+2)^2(x-3)$ ដោយ $f(x)=0$ នោះ $(x+2)^2(x-3)=0$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\x-3=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$ ដូចនេះ ឫសនៃសមីការគឺ $x=-2,3$ -គឺ $f(1)=0$. $f(x)=(x-1)(x^3+2x^2-4x-3)$. $g(-3)=0$ - $g(x)=(x+3)(x^2-x-1)$ គេបាន $f(x)=(x-1)(x+3)(x^2-x-1)$ ដោយ $f(x)=0$ នោះ $(x-1)(x+3)(x^2-x-1)=0$. $x-1=0\Rightarrow x=1$. $x+3=0\Rightarrow x=-3$. $x^2-x-1=0$ នោះ $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ ដូចនេះ $x=1,-3,\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.តាង $f(x)=x^4+x^3-x^2+x-2$

.តាង $f(x)=x^4+x^3-x^2+x-2$ ចូររកឬសងាយនៃសមីការនេះ -ដាក់ $f(x)$ ជាផលគុណកត្តា -ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$ -ដោយ $1+2i$ ជាឬសនៃសមីការ។តើយើងអាចធ្វើបានដូចម្តេច? -ចំនួនកុំផ្លិចមួយស្មើ 0 តើគេអាច ទាញបានដូចម្តេច? -ឲ្យសិស្សដោះស្រាយប្រព័ន្ធ សមីការ $\begin{cases}b+1+a=0\\2a-18=0\end{cases}$ -ណែនាំសិស្សឲ្យយកតម្លៃ a និង b ជំនួសក្នុងសមីការ រួចដោះស្រាយ សមីការនោះ	<u>ឧទាហរណ៍៣</u> ដោះស្រាយសមីការ $x^4+x^3-x^2+x-2=0$ ។ *<u>អនុវត្តសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់</u>* <u>ឧទាហរណ៍១</u> គេមាន សមីការ $x^3-4x^2+ax+b=0$ ។ ចូររកតម្លៃa និងbដោយស្គាល់ ឬសមួយគឺ1+2i រួចដោះស្រាយសមីការតាមតម្លៃ a និង b ។ <u>ឧទាហរណ៍២</u> គេធ្វើប្រអប់មួយពីក្រដាសកាតុង	ដោយ $f(1)=0$ $f(x)=(x-1)\left(x^3+2x^2+x+2\right)$ តាង $g(x)=x^3+2x^2+x+2$ ដោយ $g(-2)=0$ គេបាន $g(x)=(x+2)\left(x^2+1\right)$ នោះគេបាន $f(x)=(x-1)(x+2)\left(x^2+1\right)$ ដោយ $f(x)=0$ គេបាន $(x-1)(x+2)\left(x^2+1\right)=0$ $.\ x-1=0\Rightarrow x=1$ $.\ x+2=0\Rightarrow x=-2$ $.\ x^2+1=0\Rightarrow x=\pm i$ ដូចនេះ $x=1.-2,i,-i$ -ជំនួសក្នុងសមីការ $(1+2i)^3+4(1+2i)^2+a(1+2i)+b=0$ $(b+1+a)+(2a-18)i=0$.ផ្នែកពិតស្មើ0និងផ្នែកនិមិត្តស្មើ0 គេបាន $\begin{cases}b+1+a=0\\2a-18=0\end{cases}$ $\Rightarrow a=9,b=-10$ ដូចនេះ $a=9,b=-10$ - $x^3-4x^2+9x-10=0$ តាង $f(x)=x^3-4x^2+9x-10$ ដោយ $f(2)=0$ គេបាន $f(x)=(x-2)(x^2-2x+5)$ ដោយ $f(x)=0$ នោះ $(x-2)(x^2-2x+5)=0$ $.\ x-2=0\Rightarrow x=2$ $.\ x^2-2x+5=0$ $\Delta'=-4\Rightarrow x=1\pm 2i$ ដូចនេះ $x=2,1\pm 2i$

-ឲ្យសិស្សអានប្រធានចំណោទ តើបំរាប់នៃចំណោទមានអ្វីខ្លះ? -តើមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែង មាន រូបមន្តដូចម្តេច? -តើបាតនៃប្រលេពីប៉ែតកែង មាន រាងជាអ្វី? -តើផ្ទៃក្រឡាបាត $S_b=?$ -តើកម្ពស់ប្រលេពីប៉ែតកែង $h=?$ -តើមាឌប្រលេពីប៉ែតកែង $V=?$ -តាមសម្មតិកម្មតើ $V=?$ -ចូរដោះស្រាយសមីការ $x(12-2x)(8-2x)=64$ -តើ x តម្លៃណាដែលត្រូវល.ខ	រឹងរាងចតុកោណកែងដែលមាន បណ្តោយ12cmនិងទទឹង8cm (ដូចរូប)។គេកាត់ការេ4ដែលមាន ជ្រុងចេញពីបួនកាច់ជ្រុងរបស់ ក្រដាសនោះរួចបត់តាមបណ្តោយ និងទទឹងតាមចំនុចនិមួយៗ(ដូចរូប) ធ្វើជាប្រអប់មួយដែលមានរាងប្រ លេពីប៉ែតកែង។ ចូររកតម្លៃបើមាឌនៃប្រអប់នេះស្មើ និង64cm³។ 	-ក្រដាសកាតុងរាងចតុកោណកែង ដែលមានប $=12cm$ ទ $=8cm$ គេចង់ធ្វើប្រអប់រាងប្រលេពីប៉ែត កែង ដែលមានមាឌ $64cm^3$ -មានរូបមន្ត $V=S_b\times h$ -មានរាងចតុកោណកែងដែលមាន បណ្តោយ $=12-2x$ និង ទទឹង $8-2x$ - $S_b=(12-2x)(8-2x)\ cm^2$ - $h=x\ cm$ - $V=x(12-2x)(8-2x)\ cm^3$ - $V=64cm^3$ $\Rightarrow x(12-2x)(8-2x)=64$ $x^3-10x^2+24x-16=0$ $(x-2)(x^2-8x+8)=0$. $x-2=0\Rightarrow x=2$. $x^2-8x+8=0$ $\Delta'=8\Rightarrow x=4\pm2\sqrt{2}$ ល.ខនៃចំណោទ $0\prec x\prec 4$ ដូចនេះ $x=2cm$ ឬ $x=4-2\sqrt{2}cm$
ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេ លំដាប់ខ្ពស់ តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា?	**<u>ពង្រឹងចំណេះដឹង</u>**	.រកចំនួនមួយមកជំនួសតម្លៃ x ដែលធ្វើឲ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ (រកឬសងាយ) .អនុវត្តទ្រឹស្តីបទកត្តា .ដោះស្រាយសមីការដោយប្រើ $A\times B=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A=0\\B=0\end{array}\right.$

ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**កិច្ចការផ្ទះ** លំហាត់ ដោះស្រាយសមីការ $x^4-3x^3-3x^2+11x-6=0$	សិស្សកត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី...........ខែ............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀនៈ

មេរៀនទី៣ **វិសមីការ**

៣.១ វិសមភាព

ក.សញ្ញាណវិសមភាព

ខ.លក្ខណៈវិសមភាព

៣.២ វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ក.សញ្ញាណវិសមីការ

ខ.ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

II. វត្ថុបំណងៈ

- ចំណេះដឹងៈ
  - ប្រាប់ពីសញ្ញាណវិសមភាព បង្ហាញលក្ខណៈវិសមភាព។
  - ប្រាប់បានពីសញ្ញាណវិសមីការរបៀបដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រទី១មានមួយអញ្ញាត។
- ចំណេះធ្វើៈ
  - ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រទី១មានមួយអញ្ញាត។
  - បកស្រាយចម្លើយវិសមីការនៅលើអ័ក្សចំនួន។
- ឥរិយាបថៈ សិស្សមានស្មារតីដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន។

III. រយៈពេលៈ២ម៉ោង(ម៉ោងទី១)

IV. សម្ភារឧបទេសៈ

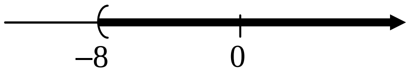
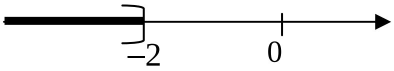
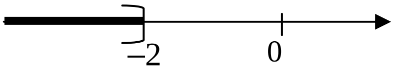
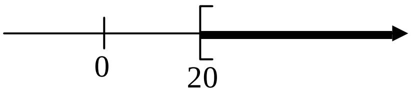
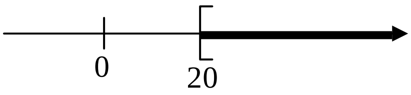
ផ្ទាំងក្រដាសសរសេរប្រតិបត្តិ។

V. ដំណើរការបង្រៀនៈ

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និងវិន័យ	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-ចូរប្រៀបធៀបចំនួនខាងក្រោមដោយបំពេញសញ្ញា $<$; $>$ឬ $=$ $-15+6\ \square\ 0$ $28+(-12)\square-13+35$ $-3-3\square-9-3$	**រំលឹកមេរៀន**	-ឡើងបំពេញ $-15+6\boxed{<}0$ $28+(-12)\boxed{<}-13+35$ $-3-3\boxed{>}-9-3$

	មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **វិសមីការ** **៣.១វិសមីការ** **ក.សញ្ញាណវិសមីការ**	
-ដើម្បីប្រៀបធៀបចំនួនពីរដែលមិនស្មើគ្នាតើគេប្រើសញ្ញាអ្វីខ្លះ? -អោយសិស្សបំពេញសញ្ញា $<$; $>$;$\leq$; $\geq$ក្នុងប្រអប់ $5\square-2;-3\square7\ ;4\square4$		. $<$; $>$;$\leq$; $\geq$ -សិស្សបំពេញ $5\boxed{>}-2;-3\boxed{<}7\ ;4\boxed{\geq}4$
.តើសំណោរទាំងនេះហៅថាអ្វី? .ចំពោះវិសមភាព $a<b$ តើអង្គទី១គឺអ្វី?ហើយអង្គទី២គឺអ្វី?	-ចំពោះវិសមភាព $a<b$ .a ហៅថាអង្គទី១ .b ហៅថាអង្គទី២	-ហៅថាវិសមភាព -អង្គទី១គឺ a -អង្គទី២គឺ b
-តើវិសមភាព $a<b$ និង $c<d$ មានទិសដៅដូចម្តេច? -តើវិសមភាព $a<b$ និង $c>d$ មានទិសដៅដូចម្តេច?	-វិសមភាព $a<b$ និង $c<d$ ជាវិសមភាពមានទិសដៅដូចគ្នា។ -វិសមភាព $a<b$ និង $c>d$ ជា វិសមភាពមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា។ **ខ .លក្ខណៈវិសមតាព**	-មានទិសដៅដូចគ្នា -មានទិសដៅផ្ទុយគ្នា
-យកវិសមភាព$5>2$រួចបូកអង្គទាំងពីរនឹងចំនួនវិជ្ជមាន3តើគេទទួលបានវិសមភាពថ្មីមានទិសដៅដូចម្តេច?ដកនឹងចំនួនវិជ្ជមាន3?គុណនឹងចំនួនវិជ្ជមាន3?គុណនឹងចំនួនអវិជ្ជមាន 3?ចែកនឹងចំនួនវិជ្ជមាន 3?ចែកនឹងចំនួនអវិជ្ជមាន 3? -អោយសិស្សទាញករណីជាទូទៅ	**ជាទូទៅ:** ចំពោះ $a;b$ និង c ជាចំនួនពិតៈ .បើ $a<b$ នោះគេបាន • $a+c<b+c$ • $a-c<b-c$ • $a.c<b.c$ បើ $c>0$ • $a.c>b.c$ បើ $c<0$ • $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ បើ $c>0$ • $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ បើ $c<0$	-គេបាន$8>5$មានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម។ -គេបាន $2>-1$មានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម។ -គេបាន$15>6$ មានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម។ -គេបាន $-15<-6$មានទិសដៅផ្ទុយពីវិសមភាពដើម។ -គេបាន$\frac{5}{3}>\frac{2}{3}$មានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម។ -គេបាន$-\frac{5}{3}<-\frac{2}{3}$មានទិសដៅផ្ទុយពីវិសមភាពដើម។ .បើ $a<b$ នោះគេបាន • $a+c<b+c$ • $a-c<b-c$ • $a.c<b.c$ បើ $c>0$

		• $a.c > b.c$ បើ $c < 0$ • $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ បើ $c > 0$ • $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ បើ $c < 0$
-ដាក់លំហាត់ប្រតិបត្តិ	<u>ប្រតិបត្តិ</u>៖ចូរបំពេញសញ្ញា $<$ ឬ $>$ ក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម ក. $-4 < -1$ នោះគេបាន $-4+2 \square -1+2$ ខ. $2 > -3$ នោះគេបាន $2-3 \square -1-3$ គ. $-5 < 4$ នោះគេបាន $-5(-2) \square 4(-2)$ ឃ. $2 > -6$ នោះគេបាន $\frac{2}{4} \square \frac{-6}{4}$	-សិស្សគិតរួចឡើងបំពេញ ក. $-4 < -1$ នោះគេបាន $-4+2 \boxed{<} -1+2$ ខ. $2 > -3$ នោះគេបាន $2-3 \boxed{>} -1-3$ គ. $-5 < 4$ នោះគេបាន $-5(-2) \boxed{>} 4(-2)$ ឃ. $2 > -6$ នោះគេបាន $\frac{2}{4} \boxed{>} \frac{-6}{4}$
	៣.២<u>វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយ អញ្ញាត</u> **ក.<u>សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយ អញ្ញាត</u>**	
-តើសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតរាង ដូចម្ដេច? -បើយើងជំនួសសញ្ញា=ដោយសញ្ញា> គេបានដូចម្ដេច? ហៅថាអ្វី? -តម្លៃអញ្ញាតដែលធ្វើអោយវិសមីការពិតហៅថាអ្វី? -តើការដោះស្រាយវិសមីការមានន័យដូចម្ដេច?	.មានទម្រង់ $Ax+B>0$ ដែល $A;B$ ជាចំនួនពិត។ .ឬសនៃវិសមីការគឺជាគ្រប់តម្លៃនៃអញ្ញាតដែលធ្វើអោយវិសមីការពិត។ -ដោះស្រាយវិសមីការគឺរកសំណុំឬសនៃវិសមីការ។ **ខ.<u>ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយ អញ្ញាត</u>**	-មានរាង $Ax+B=0$ -គេបាន $Ax+B>0$ ហៅថាវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត -ហៅថាឬសនៃវិសមីការ .គឺរកតម្លៃអញ្ញាតដែលធ្វើអោយវិសមីការពិត។
-ដាក់ឧទាហរណ៍ទី១ -ណែនាំសិស្សអោយបំលែងវិសមីការអោយអង្គទី១ ជាប់អញ្ញាតអង្គទី២មិនជាប់រួចទាញរកតម្លៃ x ។	<u>ឧទាហរណ៍១</u>ដោះស្រាយវិសមីការ $15+2x > -1$ $2x > -1-15$ ឬ $2x > -16$ នោះ $x > \frac{-16}{2} = -8$ ដូចនេះវិសមីការ មានសំណុំចម្លើយ $x \in (-8,+\infty)$	-អនុវត្តន៍ $2x > -1-15$ ឬ $2x > -16$ នោះ $x > \frac{-16}{2} = -8$ ដូចនេះវិសមីការ មានសំណុំ

-ណែនាំសិស្សពីរបៀបសរសេរចម្លើយនិងបកស្រាយលើអ័ក្ស។	បកស្រាយលើអ័ក្ស 	ចម្លើយ $x\in(-8,+\infty)$
-ដាក់ឧទាហរណ៍ទី២ .ណែនាំសិស្សអោយបំបាត់វង់ក្រចករួចបំលែងអង្គទី១អោយជាប់អញ្ញាតអង្គទី២មិនជាប់។	**-ឧទាហរណ៍២**ដោះស្រាយវិសមីការ $5(x-3)-7x\geq 4(x-3)+9$ $15x-15-7x\geq 4x-12+9$ $-2x-15\geq 4x-3$ $-2x-4x\geq -3+15$ $-6x\geq 12$ នោះ $x\leq \frac{12}{-6}=-2$ ដូចនេះ $x\in(-\infty;-2]$ ។	-អនុវត្តន៍ $5(x-3)-7x\geq 4(x-3)+9$ $15x-15-7x\geq 4x-12+9$ $-2x-15\geq 4x-3$ $-2x-4x\geq -3+15$ $-6x\geq 12$ នោះ $x\leq \frac{12}{-6}=-2$ ដូចនេះ $x\in(-\infty;-2]$ ។
-ណែនាំសិស្សអោយបកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន	បកស្រាយលើអ័ក្ស 	បកស្រាយលើអ័ក្ស 
-ដាក់លំហាត់ប្រតិបត្តិអោយសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុមរួចគ្រូដើរសម្របសម្រួល។	<u>ប្រតិបត្តិ</u>៖ចូរដោះស្រាយវិសមីកាខាងក្រោមរួចបកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន $3x-4<7x+20$ $\frac{x-2}{3}\geq 6$ <u>ចម្លើយ</u> $3x-4<7x+20$ $3x-7x<20+4$ $-4x<24$ $x>\frac{24}{-4}=-6$ $x\in(-6;+\infty)$ $\frac{x-2}{3}\geq 6 \Leftrightarrow x-2\geq 18$ $x\geq 18+2=20,\ x\in[20,+\infty)$ 	-ពិភាក្សាតាមក្រុមដោយយកចិត្តទុកដាក់ <u>ចម្លើយ</u> $3x-4<7x+20$ $3x-7x<20+4$ $-4x<24$ $x>\frac{24}{-4}=-6$ $x\in(-6;+\infty)$ $\frac{x-2}{3}\geq 6$ $x-2\geq 18$ $x\geq 18+2=20$ $x\in[20,+\infty)$ 

-អោយសិស្សនិយាយពីលក្ខណៈវិសមភាពឡើងវិញ	៣ ដ្រីដចំណោះដឹង	.បើ $a<b$ នោះគេបាន • $a+c<b+c$ • $a-c<b-c$ • $a.c<b.c$ បើ $c>0$ • $a.c>b.c$ បើ $c<0$ • $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ បើ $c>0$ • $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ បើ $c<0$
-ដាក់លំហាត់នៅផ្ទះ	**បណ្តាំផ្ញើ** ចូរដោះស្រាយវិសមីការ រួច បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន $6x-2x-4+7x>3x-4+7x$	-កត់ត្រា។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី............ខែ.............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា៖គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន៖

មេរៀនទី៣(ត) **វិសមីការ**

គ.សញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី១

ឃ.ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី១

៣.៣ ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ក.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង៖
  - ប្រាប់បានពីទម្រង់ទូទៅនៃទ្វេធាដឺក្រេទី១និងសញ្ញារបស់វា។
  - ប្រាប់បានពីសញ្ញាណនៃប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត។
- ចំណេះធ្វើ៖
  - សិក្សាសញ្ញាទ្វេធា
  - ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាទ្វេធា
  - ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត
- ឥរិយាបថ៖ សិស្សមានស្មារតីដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន។

III. រយៈពេល៖ ២ម៉ោង (ម៉ោងទី២)

IV. សម្ភារឧបទេស៖

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និងវិន័យ	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-តើវិសមីការដឺក្រេទី១មានរាងដូចម្តេច? -ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម $9x+4<7-3x$ $3x-2(8x-9)<3-(2x+7)$.	**រំលឹកមេរៀន**	-មានរាង $Ax+B>0$ -ដោះស្រាយវិសមីការ . $9x+4<7-13x$ $9x+13x<7-4$ $22x<3\Rightarrow x<\frac{3}{22}$

		ដូចនេះ៖ $x\in\left(-\infty,\dfrac{3}{22}\right)$ $3x-2(8x-9)<3-(2x+7)$ $3x-16x+18<3-2x-7$ $-11x<-22\Rightarrow x>2$ ដូចនេះ៖ $x\in(2,+\infty)$
-គេមាន $f(x)=3x-9$ ។ ចូរប្រាប់ពីចំនួនតួ អថេរនិង ដឺក្រេ។ -កន្សោមរបៀបនេះហៅថាអ្វី? -ជាទូទៅទ្វេធាដឺក្រេទី១មានរាងដូចម្តេច? -ចំពោះទ្វេធា $f(x)=3x-9$ ចូរគណនា $f(-1); f(3), f(4)$ ។ -តើទ្វេធាមួយមានតម្លៃដូចម្តេច? -សិក្សាសញ្ញានៃទ្វេធា $f(x)=3x-9$ -ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$ -បើ $x>3$ តើ $f(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច? -បើ $x<3$ តើ $f(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច? -ណែនាំសិស្សអោយបង្កើតតារាងសញ្ញា។ -អោយសិស្សដោះស្រាយសមីការ $g(x)=0$	<u>មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ</u> ***<u>វិសមីការ</u>***(ត) គ.<u>**សញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី១**</u> <u>**-ជាទូទៅ**</u>៖ ទ្វេធាដឺក្រេទី១មាន រាង $f(x)=ax+b$ ដែល $a\neq 0$ ។ <u>**ឧទាហរណ៍១**</u>សិក្សាសញ្ញានៃទ្វេធា $f(x)=3x-9$ $f(x)=0\Leftrightarrow 3x-9=0$ $3x=9\Leftrightarrow x=3$ -គេបានតារាងសញ្ញា $f(x)$ x : $-\infty$ … 3 … $+\infty$ $f(x)$: $-$ 0 $+$ ដូចនេះ៖ $f(x)\geq 0, x\in[3,+\infty)$ $f(x)<0, x\in(-\infty,3)$ <u>**ឧទាហរណ៍ទី២**</u> សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)=-3x+1$.ឲ្យ $g(x)=0$	-មាន២តួ អថេរ x ដឺក្រេ១។ -ហៅថាទ្វេធាដឺក្រេទី១។ -មានរាង $f(x)=ax+b$ ដែល $a\neq 0$ $f(x)=3x-9$ $f(-1)=3(-1)-9=-12<0$ $f(3)=3.3-9=0$ $f(4=)3.4-9=3>0$ -មានតម្លៃវិជ្ជមាន អវិជ្ជមានស្មើ0ទៅតាមតម្លៃអថេរ x ។ . $f(x)=3x-9$.ឲ្យ $f(x)=0\Rightarrow 3x-9=0$ $\Rightarrow x=3$ -បើ $x>3$ $\Leftrightarrow 3x>9$ $\Leftrightarrow 3x-9>0$ -នោះ $f(x)>0$ -បើ $x<3$ $\Leftrightarrow 3x<9$ $\Leftrightarrow 3x-9<0$ នោះ $f(x)<0$ ។ . $g(x)=0\Rightarrow -3x+1=0$.នោះ $x=\dfrac{1}{3}$

-បើ $x>\frac{1}{3}$ តើ $g(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច?

-បើ $x<\frac{1}{3}$ តើ $g(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច?

.ណែនាំសិស្សសង្កេតតារាងសញ្ញា

-តាមរយៈឧទាហរណ៍ទាំងពីរខាងលើតើសញ្ញាទ្វេធាអាស្រ័យលើអ្វី?

-តើធំជាងឬសទ្វេធាមានសញ្ញាដូចម្តេច?ហើយចុះបើតូចជាងឬសវិញ?

-ដើម្បីសិក្សាសញ្ញារបស់ទ្វេធាគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?

-ដាក់ប្រតិបត្តិអោយ សិស្សធ្វើ។

តារាងសញ្ញាទ្វេធានៃ $g(x)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

ដូចនេះ៖

$g(x)\ge 0, x\in\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]$

$g(x)<0, x\in\left(\frac{-1}{3},+\infty\right)$

ជាទូទៅ៖

គេកំណត់សញ្ញារបស់ទ្វេធាទៅតាមសញ្ញារបស់ a នៃទ្វេធា

$f(x)=ax+b, a\neq 0$

តារាងសញ្ញានៃ $f(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)=ax+b$	សញ្ញាផ្ទុយ a	0	សញ្ញាដូច a

ប្រតិបត្តិ

សិក្សាសញ្ញានៃទ្វេធា

$f(x)=-\frac{1}{2}x+3$

ចម្លើយ

សិក្សាសញ្ញានៃទ្វេធា

$f(x)=-\frac{1}{2}x+3$

$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x+3=0$

$x=6$

តារាងសញ្ញានៃ $f(x)$

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

ដូចនេះ៖

$f(x)\ge 0; x\in(-\infty,6]$

$f(x)<0, x\in(6,+\infty)$

ខ.ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី១

$g(x)=-3x+1$

$.g(x)=0\Leftrightarrow -3x+1=0$

$-3x=-1\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$

$x>\frac{1}{3}\Leftrightarrow -3x<-1$

$-3x+1<0\Rightarrow g(x)<0$

$x<\frac{1}{3}\Leftrightarrow -3x>-1$

$-3x+1>0\Rightarrow g(x)>0$

.សិស្សពិនិត្យ

-អាស្រ័យនឹងសញ្ញាមេគុណរបស់ x ដែលតាងទូទៅគឺ a

.ធំជាងឬសមានសញ្ញាដូច a ហើយតូចជាងឬសមានសញ្ញាផ្ទុយពី a ។

-គេត្រូវអោយទ្វេធាស្មើ0 ហើយបង្កើតតារាងសញ្ញា ធំជាងឬសសញ្ញាដូច a តូចជាងសញ្ញាផ្ទុយពី a ។

ចម្លើយ

សិក្សាសញ្ញានៃទ្វេធា

$f(x)=-\frac{1}{2}x+3$

$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x+3=0$

$x=6$

តារាងសញ្ញានៃ $f(x)$

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

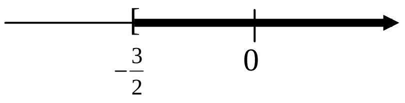
ដូចនេះ៖

$f(x)\ge 0; x\in(-\infty,6]$

$f(x)<0, x\in(6,+\infty)$

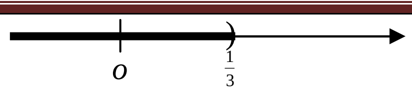
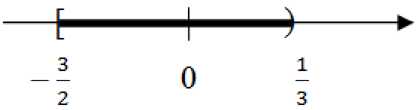
-សិស្សឡើងធ្វើ

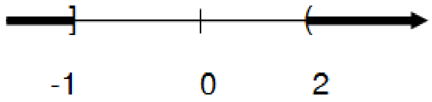
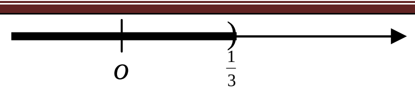
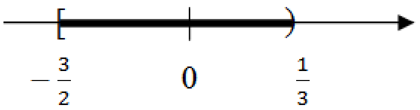
ក. $-3x-6>0$

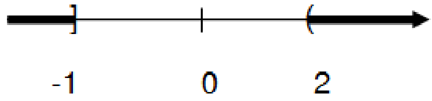
.ដាក់ឧទាហរណ៍ .ណែនាំសិស្សអោយសិក្សាសញ្ញាទ្វេធា $f(x)=-3x-6$.ដោយ $f(x)>0$ តើតម្លៃ x យកពីណាដល់ណា? .ណែនាំសិស្សអោយធ្វើដូចខាងលើដែរ។ .ដោយ $f(x)\le 0$ តើតម្លៃ x យកពីណាដល់ណា?	**ឧទាហរណ៍:** ដោះស្រាយ វិសមីការ ក. $-3x-6>0$ $f(x)=-3x-6=0$ $\Leftrightarrow x=-2$ តារាងសញ្ញា x: $-\infty$ -2 $+\infty$ $f(x)$: $+$ 0 $-$ ដោយ $f(x)>0$ គេបាន $x\in(-\infty,-2)$ ។ ខ. $-\frac{5}{4}+4x\le 0$ $f(x)=-\frac{5}{4}+4x=0\Leftrightarrow x=\frac{5}{16}$ តារាងសញ្ញាទ្វេធា x: $-\infty$ $\frac{5}{16}$ $+\infty$ $f(x)$: $-$ 0 $+$ ដោយ $f(x)\le 0$ គេបាន $x\in\left(-\infty,\frac{5}{16}\right]$ ។	$f(x)=-3x-6=0$ $\Leftrightarrow x=-2$ តារាងសញ្ញា x: $-\infty$ -2 $+\infty$ $f(x)$: $+$ 0 $-$ ដោយ $f(x)>0$ គេបាន $x\in(-\infty,-2)$ ខ. $-\frac{5}{4}+4x\le 0$ $f(x)=-\frac{5}{4}+4x=0\Leftrightarrow x=\frac{5}{16}$ តារាងសញ្ញាទ្វេធា x: $-\infty$ $\frac{5}{16}$ $+\infty$ $f(x)$: $-$ 0 $+$ ដោយ $f(x)\le 0$ គេបាន $x\in\left(-\infty,\frac{5}{16}\right]$ ។
.ផ្តល់ឧទាហរណ៍វិសមីការ១ គឺ $2x+3\ge 0,\ 3x-1<0$ បើភ្ជាប់វិសមីការទាំងពីរដោយឈ្នាប់នឹងបានបែបនេះ $\begin{cases}2x+3\ge 0\\3x-1<0\end{cases}$ តើគេហៅថាអ្វី? .ណែនាំសិស្សអោយ ដោះស្រាយវិសមីការនីមួយៗ -អោយសិស្សតាងចម្លើយនីមួយៗលើបន្ទាត់ចំនួន។	**៣.៣ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត** **ក.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ វិសមីការដឺក្រេទី១** **ឧទាហរណ៍:** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ វិសមីការ $\begin{cases}2x+3\ge 0 & (1)\\3x-1<0 & (2)\end{cases}$ $2x+3\ge 0\Leftrightarrow x\ge -\frac{3}{2}$ $3x-1<0\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$ -ចំពោះ $x\ge -\frac{3}{2}$  -ចំពោះ $x<\frac{1}{3}$	.សង្កេត -ហៅថាប្រព័ន្ធវិសមីការ។ . $2x+3\ge 0\Leftrightarrow x\ge -\frac{3}{2}$. $3x-1<0\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$ -ចំពោះ $x\ge -\frac{3}{2}$ -ចំពោះ $x<\frac{1}{3}$

<table>
<tr>
<td>

-ដាក់ប្រតិបត្តិ

-តើប្រព័ន្ធសមីការមាន
ចម្លើយឬទេ?</td>
<td>
$-(1)\cap(2)$

ដូចនេះចម្លើយនៃប្រព័ន្ធគឺ:
$x\in\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{3}\right)$ ។
<u>ប្រតិបត្តិ:</u>
ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ
$\begin{cases}3x-5>2x-3(1)\\-2x+7\geq 9(2)\end{cases}$

$(1)3x-5>2x-3$
$3x-2x>-3+5$
$x>2$
$(2)-2x+7\geq 9(2)$
$-2x\geq 9-7=2$
$x\leq -1$

-ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មាន ចម្លើយទេ។
ដូចនេះ $x\in\varnothing$ ។</td>
<td>
$-(1)\cap(2)$

ដូចនេះចម្លើយនៃប្រព័ន្ធគឺ:
$x\in\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{3}\right)$ ។

(1). $3x-5>2x-3$
$3x-2x>-3+5$
$\Rightarrow x>2$
(2). $-2x+7\geq 9(2)$
$-2x\geq 9-7$
$\Rightarrow x\leq -1$

-ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មាន ចម្លើយទេ។
ដូចនេះ $x\in\varnothing$ ។</td>
</tr>
<tr>
<td>-តើទ្វេធាដឺក្រេទី១មានរាង
ដូចម្តេច?
-ដើម្បីរកឬសទ្វេធាគេត្រូវធ្វើ
ដូចម្តេច?
-ចូរប្រាប់ពីសញ្ញារបស់ ទ្វេធា។

-តើចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមី ការ
គឺជាអ្វី?</td>
<td><u>៣ ពង្រឹងចំណេះដឹង</u></td>
<td>- $f(x)=ax+b, a\neq 0$
-ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=0$ ។

-ធំជាងឫសមានសញ្ញាដូច a
តូចជាងឫសផ្ទុយពី a ។
-គឺជាប្រសព្វរវាងចម្លើយ
នៃវិសមីការនិមួយៗ។</td>
</tr>
<tr>
<td>-ដាក់កិច្ចការអោយសិស្ស
ធ្វើនៅផ្ទះ។</td>
<td><u>បណ្តាំផ្ញើ</u>
<u>លំហាត់</u></td>
<td>-កត់ត្រា</td>
</tr>
</table>

	១.ដោះស្រាយវិសមីការ $3x-3>x+7$ ២.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} x-3>-3x+2(1) \\ \dfrac{5-3x}{2}<3-x(2) \end{cases}$	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី............ខែ............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា៖គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី៣ (ត) **វិសមីការ**

ខ.ដោះស្រាយវិសមីការដែលមានតម្លៃដាច់ខាត

៣.៤ វិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

ក.សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី២

ខ.ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី២

-ករណី $\Delta > 0$

II. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹង៖
  - ប្រាប់បានពីរបៀបដោះស្រាយវិសមីការដែលមានតម្លៃដាច់ខាត។
  - ប្រាប់បានពីសញ្ញាវិសមីការដឺក្រេទី២។
  - កំណត់សញ្ញារបស់ត្រីធាដឺក្រេទី២ក្នុងករណី $\Delta > 0$។
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ដោះស្រាយវិសមីការដែលមានតម្លៃដាច់ខាត។
  - ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រទី២តាមសញ្ញាត្រីធាក្នុងករណី $\Delta > 0$។
- ឥរិយាបថ៖ សិស្សមានស្មារតីដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន។

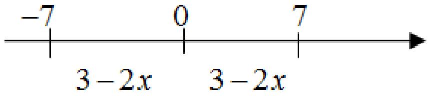
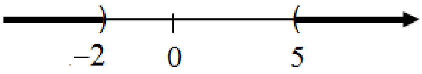
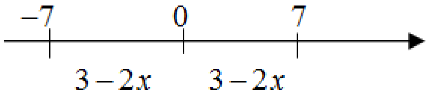
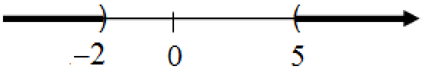
III. រយៈពេល៖ ២ម៉ោង(ម៉ោងទី៣)

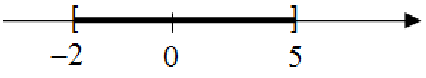
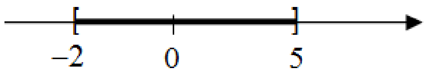
IV. សម្ភារឧបទេស៖

ផ្ទាំងក្រដាសសរសេរលំហាត់ប្រតិបត្តិ។

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និងវិន័យ	<u>រដ្ឋបាលថ្នាក់</u>	-ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-តើ $\|a\|$ ជាអ្វី? -បើ $a < 0$ នោះ $\|a\| = ...?$	<u>រំលឹកមេរៀន</u>	-ជាចម្ងាយ a ឯកតាពីគល់០ នៅលើអ័ក្សចំនួន។ -បើ $a < 0$ នោះ $\|a\| = -a$

-បើ $a>0$ នោះ $\|a\|=\ldots?$ -រកតម្លៃ x ដែល (1) $\|x\|=4$ (2) $\|x-2\|=4$		-បើ $a>0$ នោះ $\|a\|=a$ (1) $\|x\|=4\Leftrightarrow x=\pm4$ (2) $\|x-2\|=4\Leftrightarrow x-2=\pm4$ $\Leftrightarrow x=\left[\begin{array}{l}6\\-2\end{array}\right.$
-ដាក់ឧទាហរណ៍១ -តើកន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលមានប៉ុន្មានឯកតាពីគល់អ័ក្ស? -ណែនាំសិស្សអោយគូសអ័ក្សចំនួន។ -តើ 7 ឯកតាពីគល់អ័ក្សមានប៉ុន្មាន?នៅត្រង់ចំណុចណាខ្លះ? -គ្រូប្រាប់ដូច្នេះគេត្រូវដោះស្រាយសមីការពីរគឺ $3-2x=-7$ ឬ $3-2x=7$ -ដាក់ឧទាហរណ៍២ -តើកន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលធំជាងប៉ុន្មានឯកតាពីគល់អ័ក្ស? - ដូច្នេះគេត្រូវដោះស្រាយវិសមីការណាខ្លះ?	**<u>មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ</u>** *<u>វិសមីការ</u>*(ត) <u>ខ.ដោះស្រាយវិសមីការដែលមានតម្លៃដាច់ខាត</u> <u>ឧទាហរណ៍១</u>ដោះស្រាយសមីការ $\|3-2x\|=7$ កន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលមាន 7 ឯកតា ពីគល់អ័ក្ស  ដូច្នេះគេត្រូវ ដោះស្រាយសមីការពីរគឺ $3-2x=-7$ ឬ $3-2x=7$ $3-2x=-7\Leftrightarrow x=5$ ឬ $3-2x=7\Leftrightarrow x=-2$ សំណុំចម្លើយសមីការគឺ $x\in\{-2;5\}$ <u>ឧទាហរណ៍២</u>ដោះស្រាយវិសមីការ $\|3-2x\|>7$ កន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលធំជាង 7 ឯកតាពីគល់ អ័ក្ស។ ដូច្នេះគេត្រូវដោះស្រាយវិសមីការពីរ $3-2x>7$ ឬ $3-2x<-7$ $3-2x>7\Leftrightarrow x<-2$ ឬ $3-2x<-7\Leftrightarrow x>5$ សំណុំចម្លើយ $x\in\,]-\infty,-2[\cup]5,+\infty[$ 	-ដោះស្រាយសមីការ $\|3-2x\|=7$ -តាង 7 ឯកតាពីគល់អ័ក្ស  -មានពីរគឺត្រង់ 7 និង -7 ។ -ដោះស្រាយសមីការ $3-2x=-7\Leftrightarrow x=5$ ឬ $3-2x=7\Leftrightarrow x=-2$ សំណុំចម្លើយសមីការគឺ $x\in\{-2;5\}$ -ធំជាង 7 ឯកតាពីគល់អ័ក្ស។ -វិសមីការពីរ $3-2x>7$ ឬ $3-2x<-7$ ។ $3-2x>7\Leftrightarrow x<-2$ ឬ $3-2x<-7\Leftrightarrow x>5$ សំណុំចម្លើយ $x\in\,]-\infty,-2[\cup]5,+\infty[$ 

-អោយសិស្សបកស្រាយចម្លើយលើអ័ក្សចំនួនផង។ -ដាក់ឧទាហរណ៍៣ -តើកន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលតូចជាងឬស្មើប៉ុន្មានឯកតាពីគល់អ័ក្ស? - ដូច្នេះគេត្រូវដោះស្រាយវិសមីការណាខ្លះ? -ជាទូទៅ: $C>0$.បើ $\|Ax+B\|=C$ មានន័យដូចម្តេច? .បើ $\|Ax+B\|<C$ មានន័យដូចម្តេច? .បើ $\|Ax+B\|>C$ មានន័យដូចម្តេច? .សិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយលំហាត់ ក្រោមការណែនាំរបស់គ្រូ។ -តើសមីការដឺក្រេទី២មានរាងដូចម្តេច? -បើយើងជំនួសសញ្ញា=ដោយ	<u>**ឧទាហរណ៍៣**</u> ដោះស្រាយវិសមីការ $\|3-2x\|\le 7$ -កន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលតូចជាងឬស្មើ 7 ឯកតាពីគល់អ័ក្ស។ ដូច្នេះគេត្រូវដោះស្រាយវិសមីការពីរ $3-2x\le 7$ និង $3-2x\ge -7$ ។ $3-2x\le 7 \Leftrightarrow x\ge -2$ និង $3-2x\ge -7 \Leftrightarrow x\le 5$ សំណុំចម្លើយគឺ $x\in[-2,5]$ ។  <u>**-ជាទូទៅ:**</u> $C>0$ គេបាន . $\|Ax+B\|=C$ មានន័យថា $Ax+B=C$ ឬ $Ax+B=-C$. $\|Ax+B\|<C$ មានន័យថា $Ax+B<C$ និង $Ax+B>-C$. $\|Ax+B\|>C$ មានន័យថា $Ax+B>C$ ឬ $Ax+B<-C$ <u>**ប្រតិបត្តិ:**</u> ដោះស្រាយវិសមីការ $\|2x-1\|\ge 5$ $\Leftrightarrow 2x-1\ge 5$ ឬ $2x-1\le -5$ $2x\ge 6 \Leftrightarrow x\ge 3$ ឬ $2x\le -4 \Leftrightarrow x\le -2$ ដូចនេះ: $x\in(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$ <u>**៤.វិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត**</u> <u>**ក.សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី២**</u> វិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយ	-តូចជាងឬស្មើ 7 ឯកតាពីគល់អ័ក្ស -វិសមីការពីរ $3-2x\le 7$ និង $3-2x\ge -7$ ។ $3-2x\le 7 \Leftrightarrow x\ge -2$ និង $3-2x\ge -7 \Leftrightarrow x\le 5$ សំណុំចម្លើយគឺ $x\in[-2,5]$ ។  - $Ax+B=C$ ឬ $Ax+B=-C$ - $Ax+B<C$ និង $Ax+B>-C$ - $Ax+B>C$ ឬ $Ax+B<-C$ -ដោះស្រាយវិសមីការ $\|2x-1\|\ge 5$ $\Leftrightarrow 2x-1\ge 5$ ឬ $2x-1\le -5$ $2x\ge 6 \Leftrightarrow x\ge 3$ ឬ $2x\le -4 \Leftrightarrow x\le -2$ ដូច្នេះ $x\in(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$.មានរាង $ax^2+bx+c=0; a\ne 0$ -គេបាន

សញ្ញាវិសមភាព ($<;>;\le;\ge$) តើគេបានដូចម្តេច? -តើសំណេរទាំងនេះហៅថាអ្វី?	អញ្ញាតមានរាង: $ax^2+bx+c>0$ ឬ $ax^2+bx+c<0; a\neq 0$	$ax^2+bx+c<0$ $ax^2+bx+c>0$ $ax^2+bx+c\le 0$ $ax^2+bx+c\ge 0$ -ហៅថាវិសមីការដឺក្រេទី២
-តើអង្គទី១នៃវិសមីការដឺក្រេទី២ជាអ្វី? -$\Delta>0$ ត្រីធាមានឬសដូចម្តេច? -ចូរដាក់ $f(x)$ ជាផលគុណកត្តា?	ខ.<u>ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២តាមសញ្ញាត្រីធា</u> ត្រីធាដឺក្រេទី២មានរាង $f(x)=ax^2+bx+c=0; a\neq 0$. -ករណី $\Delta>0$ ត្រីធាមានឬស $x_1;x_2$ គេបាន $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$	-ជាត្រីធាដឺក្រេទី២ -មានឬសពីរផ្សេងគ្នាគឺ x_1,x_2 $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$
-ណែនាំសិស្សអោយ តាង $f(x)=x^2-3x+2$ -តើ $f(x)$ ហៅថាអ្វី?មានមេគុណ a ស្មើប៉ុន្មាន?ជាចំនួនដូចម្តេច? -ដាក់កន្សោមនេះជាផលគុណកត្តា -តើសញ្ញារបស់ $f(x)$ បានមកពីណា -ដើម្បីសិក្សាសញ្ញា $f(x)$ គេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? -ណែនាំសិស្សអោយបង្កើតតារាង សញ្ញាសរុបមួយ។ -តើតំបន់ណាជាចម្លើយនៃវិសមីការ $f(x)\ge 0$?	<u>ឧទាហរណ៍</u>1ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2-3x+2\ge 0$ (តារាងសញ្ញា ខាងក្រោម) ដោយ $f(x)\ge 0$ គេបាន $x\in(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$	.តាង $f(x)=x^2-3x+2$ -ហៅថា ត្រីធាដឺក្រេទី២ មានមេគុណ $a=1>0$ -មាន $\Delta=9-8=1$ គេបាន $x_1=1, x_2=2$ $f(x)=(x-1)(x-2)$ -បានមកពីសញ្ញារបស់ $(x-1)$ គុណនឹងសញ្ញារបស់ $(x-2)$ ។ -សិក្សាសញ្ញា $(x-1)$ និង $(x-2)$ $x-1=0\Rightarrow x=1$ $x-2=0\Rightarrow x=2$.$x\in(-\infty,1]\cup[2,+\infty)$
-ណែនាំសិស្សអោយតាង $g(x)=-2x^2-3x+5$ តើ a ស្មើប៉ុន្មានជាចំនួនដូចម្តេច? -ដាក់ $g(x)$ ជាផលគុណកត្តា។ -សិក្សាសញ្ញារបស់ $g(x)$ ។	<u>ឧទាហរណ៍២</u>ដោះស្រាយវិសមីការ $-2x^2-3x+5<0$	-តាង $g(x)=-2x^2-3x+5$ $a=-2<0$ $\Delta=3^2-4(-2)5=49$ $x_1=1, x_2=-\frac{5}{2}$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x-1$		−	0	+		+	
$x-2$		−		−	0	+	
$f(x)$		+	0	−	0	+	

-តើតំបន់ណាជាចម្លើយនៃវិសមីការ $g(x)<0$?

-តាមរយៈឧទាហរណ៍ទាំងពីរខាងលើបើ $f(x)=ax^2+bx+c;a\neq 0$ មានឫសពីរ α និង β តើ $f(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច?

-ដើម្បីដោះស្រាយប្រតិបត្តិ (1) បាន តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?

-តើត្រីធា $f(x)=x^2+px+q$ មានឫសស្មើប៉ុន្មាន?

-អោយសិស្សគណនា

$f(-3); f(2)$

* ***ជាទូទៅ:*** ត្រីធាដឺក្រេទី២ $f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$ មានឫសពីរ α និង β (យក $\alpha<\beta$) គេបានតារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	α		β		$+\infty$
$f(x)$	សញ្ញាដូច a		សញ្ញាផ្ទុយ a		សញ្ញាដូច a	

__ប្រតិបត្តិ:__ ដោះស្រាយវិសមីការ

$(1)\quad -3x^2-3x\le 2x^2-2$

(2) ចូររកតម្លៃ p និង q បើចម្លើយនៃវិសមីកា $x^2+px+q>0$ គឺ $x<-3, 2<x$

គេបាន $g(x)=-2(x-1)\left(x+\frac{5}{2}\right)$

$-2x+2=0\Rightarrow x=1$

$x+\frac{5}{2}=0\Rightarrow x=-\frac{5}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		1		$+\infty$
$x-1$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+\frac{5}{2}$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដោយ $g(x)<0$ គេបាន

$x\in\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)\cup(1,+\infty)$

-ក្រៅឫសសញ្ញាដូច a និងចន្លោះឫសផ្ទុយពី a

-សរសេរវិសមីការជាទម្រង់ទូទៅ

$(1)\quad -3x^2-3x\le 2x^2-2$

$\Leftrightarrow -5x^2-3x+2\le 0$

$x_1=-1, x_2=\frac{2}{5}$

$x\in(-\infty,-1]\cup\left[\frac{2}{5},+\infty\right)$

-មានឫស $x=-3, x=2$

-ចំពោះ $x=-3$ គេបាន

$9-3p+q=0$

$3p-q=9 \quad (1)$

-ចំពោះ $x=2$ គេបាន

$4+2p+q=0$

$2p+q=-4 \quad (2)$

$\begin{cases}3p-q=9 & (1)\\ 2p+q=-4 & (2)\end{cases}$

$\Rightarrow p=1, q=-6$

. $\|Ax+B\|=C$ មានន័យដូចម្តេច? . $\|Ax+B\|<C$ មានន័យដូចម្តេច? . $\|Ax+B\|>C$ មានន័យដូចម្តេច? .ចូរនិយាយពីសញ្ញាត្រីធាក្នុងករណី $\Delta>0$ ។	**<u>ពង្រឹងចំណេះដឹង</u>**	-មានន័យថា $Ax+B=C$ ឬ $Ax+B=-C$ ។ -មានន័យថា $Ax+B<C$ និង $Ax+B>-C$ -មានន័យថា $Ax+B>C$ ឬ $Ax+B<-C$ -ក្រៅឬសសញ្ញាដូច a និងចន្លោះឬសផ្ទុយពី a
.ដាក់លំហាត់	**<u>បណ្តាំផ្ញើ</u>** <u>លំហាត់</u>៖ ចូរដោះស្រាយវិសមីការ (1). $\|2x-3\|<4$ (2). $(x+1)(x+5)\le 0$ (3). $4x(4-x)\ge 15$	.កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី............ខែ............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា៖គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី៣ (ត) **វិសមីការ**

ខ.ដោះស្រាយសមីការតាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី២

-ករណី $\Delta = 0$

-ករណី $\Delta < 0$

II. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹង៖
  - ➢ ប្រាប់បានពីសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី២ក្នុងករណី $\Delta = 0$ និង $\Delta < 0$
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ➢ ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២តាមសញ្ញាត្រីធាក្នុងករណី $\Delta = 0$ និង $\Delta < 0$
- ឥរិយាបថ៖ សិស្សមានស្មារតីដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រុងប្រយ័ត្ន។

III. រយៈពេល៖២ម៉ោង(ម៉ោងទី៤)

IV. សម្ភារឧបទេស៖

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ អវត្តមាន	រដ្ឋបាលថ្នាក់	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-ករណី $\Delta > 0$ តើត្រីធាមានសញ្ញាដូចម្តេច? -ចំពោះត្រីធា $f(x) = ax^2 + bx + c$ បើ $\Delta = 0$ តើត្រីធាមានឬសដូចម្តេច?តើគេអាចដាក់ជាផលគុណកត្តាបានដូចម្តេច? -ករណី $\Delta < 0$ តើត្រីធាមានឬសដូចម្តេច?	រំលឹកមេរៀន	-ក្រៅចន្លោះឬសត្រីធាមានសញ្ញាដូច a ក្នុងចន្លោះឬសមានសញ្ញាផ្ទុយពី a ។ -ត្រីធាមានឬសឌុប $\alpha = \beta = -\dfrac{b}{2a}$. $f(x) = a(x + \dfrac{b}{2a})^2$.ត្រីធាគ្មានឬស។

មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ

វិសមីការ(ត)

- **ករណី** $\Delta=0$

ឧទាហរណ៍១ ដោះស្រាយវិសមីការ

$$x^2-2x+1>0$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

ដោយ $f(x)>0$

ដូចនេះ: $x\in\mathbb{R}-\{1\}$

ឧទាហរណ៍២ ដោះស្រាយវិសមីការ

$$-x^2+16x-64\ge 0$$

* ***ជាទូទៅ:***

ចំពោះត្រីធា $f(x)=ax^2+bx+c$

មាន $a\neq 0$ និង $\Delta=0$

ត្រីធាមានឫស $x=-\dfrac{b}{2a}$

តារាងសញ្ញានៃ $f(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	សញ្ញាដូច a	0	សញ្ញាដូច a

ប្រតិបត្តិ:ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម

(1). $4x^2-4x+1\le 0$ (2). $-9x^2+12x-4\le 0$

- **ករណី**$\Delta<0$

គេមាន

$f(x)=ax^2+bx+c$

-អោយសិស្សរកឫសនៃត្រីធា $f(x)=x^2-2x+1$

-ដោយប្រើលទ្ធផលនេះចូរ ដាក់ $f(x)$ ជាផលគុណកត្តា។

-ណែនាំសិស្សអោយបង្កើតតារាងសញ្ញា។

. រកឫសនៃត្រីធា $g(x)=-x^2+16x-64$

.ដាក់ $g(x)$ ជាផលគុណកត្តា។

.ណែនាំសិស្សអោយបង្កើតតារាងសញ្ញា។

-តាមរយៈឧទាហរណ៍ទាំងពីរខាងលើចំពោះត្រីធា $f(x)=ax^2+bx+c$ មាន $\Delta=0$ តើត្រីធាមានសញ្ញាដូចម្តេច?

-ដាក់ប្រតិបត្តិអោយសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយក្រោមការសម្របសម្រួលរបស់គ្រូ។

-ដាក់ a ជាកត្តាតើគេបានដូចម្តេច?

-ដើម្បីអោយ $x^2+\dfrac{b}{a}x$ ជាការេ

. $f(x)=x^2-2x+1$ មាន $\Delta'=0$

$$\Rightarrow x_1=x_2=-\frac{b'}{a}=1$$

. $f(x)=(x-1)^2>0$

-$\forall x\neq 1;(x-1)\ge 0$

$g(x)=-x^2+16x-64$

.$\Delta'=0$

$x_1=x_2=-\dfrac{b'}{a}=8$

គេបាន $g(x)=-(x-8)^2<0$

$\forall x\neq 8$ ព្រោះ $(x-8)^2\ge 0$

x	$+\infty$	8	$-\infty$
$g(x)$	$-$	0	$-$

ដោយ $g(x)\ge 0$ ដូចនេះ $x=8$

-ត្រីធា $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a ជានិច្ចលើកលែងតែ $x\neq -\dfrac{b}{2a}$

(1) $x=0$

(2) $x\in(-\infty;+\infty)$

. $f(x)=a(x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a})$

.បន្ថែមការេពាក់កណ្តាលនៃមេគុណ x គឺ $\dfrac{b^2}{4a^2}$.

ទ្វេធាតើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? -តើ $-\frac{\Delta}{4a^2}$ មានសញ្ញាដូចម្តេច បើ $\Delta<0$? -តើ $f(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច? -រកឫសនៃត្រីធា $f(x)=2x^2+5x+7$ -តើ a ស្មើប៉ុន្មាន? -តើត្រីធា $f(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច? -រកឫសនៃត្រីធា $g(x)=x^2+x+1$ -តើ a ស្មើប៉ុន្មាន? -តើត្រីធា $g(x)$ មានសញ្ញាដូចម្តេច? -សិស្សពិភាក្សាជាដៃគូក្រោមការសម្របសម្រួល របស់គ្រូ។	$=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})$ $=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a})$ $=a\left[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ $=a\left[(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$ ដោយ $(x+\frac{b}{2a})^2\geq 0$ $-\frac{\Delta}{4a^2}>0$ ព្រោះ$\Delta<0$ នោះ f(x) មានសញ្ញាដូច a ជានិច្ច ។ **ឧទាហរណ៍១** ដោះស្រាយវិសមីការ $2x^2+5x+7>0$ **ឧទាហរណ៍២** ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2+x+1\leq 0$ **ប្រតិបត្តិ:**ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម 1) $-2x^2+4x-3\geq 0$ 2) $5x<x^2+9$	$(x+\frac{b}{2a})^2\geq 0$ $-\frac{\Delta}{4a^2}>0$ .f(x) មានសញ្ញាដូច a .$\Delta=25-56=-31<0$.ដោយ $a=2>0$ ដូចនេះ $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.$\Delta=1-4=-3<0$.ដោ a > 0នោះ $g(x)>0\forall x\in IR$ តែ $g(x)\leq 0$ ដូចនេះ $x\in\phi$ ។ 1) $x\in\phi$ 2) $x\in\mathbb{R}$
-ចំពោះត្រីធា $f(x)=ax^2+bx+c$ មាន $\Delta=0$ តើត្រីធាមានសញ្ញាដូចម្តេច? -បើ $\Delta<0$ តើត្រីធាមានសញ្ញាដូចម្តេច?	**៣ ដឹងចំណេះដឹង**	-បើ $\Delta=0$ នោ $f(x)=ax^2+bx+c$ មានសញ្ញាដូច a លើកលែងតែ $x=-\frac{b}{2a}$ -បើ $\Delta<0$ នោះ $f(x)=ax^2+bx+c$ មានសញ្ញាដូចជានិច្ច
.ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**កិច្ចការផ្ទះ**	.កត់ត្រា

	<u>លំហាត់</u> ដោះស្រាយវិសមីការ (1) $x^2+4x+5\le 0$ (2) $x^2+9\ge 0$	

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី............ខែ...........ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី៣ (គ) **វិសមីការ**

គ.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

ឃ.អនុវត្តន៍

- វិសមីការដឺក្រេទី៣
- វិសមីការជាកន្សោមប្រភាគ

II. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹងៈ

  -ប្រាប់បានពីប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតនិងវិធីដោះស្រាយ។

  -ប្រាប់បានពីវិសមីការដឺក្រេទី៣និងវិធីដោះស្រាយ។

  -ប្រាប់បានពីវិសមីការជាកន្សោមប្រភាគនិងវិធីដោះស្រាយ។
- ចំណេះធ្វើៈ

  -ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២តាមសញ្ញាត្រីធា។

  -ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី៣តាមវិធីងាយៗ។

  -ដោះស្រាយវិសមីការជាកន្សោមប្រភាគ។
- ឥរិយាបថៈមានស្មារតីដោះស្រាយលំហាត់យ៉ាងប្រុងប្រយ័ត្ន។

III. រយៈពេលៈ២ម៉ោង(ម៉ោងទី៥)

IV. សម្ភារឧបទេសៈ

V. ដំណើរការបង្រៀនៈ

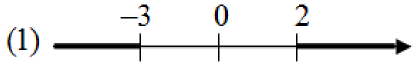
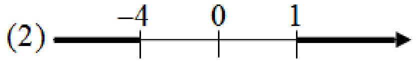
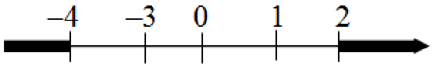
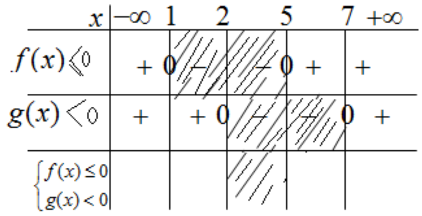
សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យនិងអវត្តមាន	**លំនឹងថ្នាក់**	-ប្រធានឬ អនុប្រធានថ្នាក់ ឡើងរាយការណ៍
-ចូរនិយាយពីសញ្ញារបស់ត្រីធាក្នុងករណី $\Delta>0, \Delta=0$ និង $\Delta<0$ ។	**រំលឹកមេរៀន**	-ករណី $\Delta>0$ ត្រីធាមាន ឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ α និង β .ក្រៅរឹសត្រីធាមានសញ្ញាដូច a .ចន្លោះរឹសត្រីធាមានសញ្ញាផ្ទុយពី a ។

<table>
<tr><td></td><td></td><td>-ករណី $\Delta=0$ ត្រីធាមានឬសឌុប $\alpha=\beta=-\frac{b}{2a}$ ។ត្រីធា មានសញ្ញាដូច a លើកលែងតែ $x=-\frac{b}{2a}$ ។
-ករណី $\Delta<0$
ត្រីធាគ្មានឬស។ត្រីធាមានសញ្ញាដូច a ជានិច្ច។</td></tr>
<tr><td>-តើវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតមាន រាងដូចម្តេច?
-យើងយកវិសមីការទាំងពីរ នេះចងជាប្រព័ន្ធតើបង្កើតបានជាអ្វី?

-តើចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការគឺជាអ្វី?

-ណែនាំសិស្សអោយសិក្សាសញ្ញានៃត្រីធានៅអង្គទី១នៃវិសមីការទាំងពីរ។</td><td><u>មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ</u>
<u>វិសមីការ</u>
(ត)គ.<u>ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត</u>
-ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២មាន រាង
$\begin{cases} a_1x^2+b_1x+c_1>0 \\ a_2x^2+b_2x+c_2>0 \end{cases}$
-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការគឺជាប្រសព្វរវាងចម្លើយនៃវិសមីការទាំងពីរ។
<u>ឧទាហរណ៍១</u>.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} x^2+x-6>0 & (1) \\ x^2+3x-4\ge 0 & (2) \end{cases}$</td><td>-មានរាង $a_1x^2+b_1x+c_1>0$
ឬ $a_2x^2+b_2x+c_2>0$
. $\begin{cases} a_1x^2+b_1x+c_1>0 \\ a_2x^2+b_2x+c_2>0 \end{cases}$
ហៅថាប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២។
-គឺជាប្រសព្វរវាងចម្លើយនៃវិសមីការទាំងពីរ។

(1). $x^2+x-6>0$
$f(x)=x^2+x-6$
គាង $\Delta=1+24=25$
$x_1=-3, x_2=2$
តារាងសញ្ញា
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)>0$</td><td>+</td><td>−</td><td>+</td><td></td></tr></table>$x\in(-\infty,3)\cup(2,+\infty)$
(2). $x^2+3x-4\ge 0$
គាង $g(x)=x^2+3x-4$
ដោយ $a+b+c=1+3-4=0$
$\Rightarrow x_1=1, x_2=-4$
តារាងសញ្ញានៃg(x)
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-4</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)\ge 0$</td><td>+</td><td>−</td><td>+</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

-អោយសិស្សបកស្រាយចម្លើយនៃវិសមីការនិមួយៗលើបន្ទាត់ចំនួនរួចទាញរកចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ។ -ណែនាំសិស្សអោយគូសជិតផ្នែក យកជាចម្លើយនៃវិសមីការទាំងពីរហើយយកផ្នែកដែលគូសជិតព្រមគ្នាទាំងពីរជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធ។		គេបាន $x\in(-\infty,-4]\cup[1,+\infty)$   $(1)\cap(2)$  ដូចនេះ $x\in(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$
.ណែនាំសិស្សឲ្យរកឫសនៃត្រីធានិមួយៗរួចសិក្សាសញ្ញានៅក្នុងតារាងតែមួយ។	<u>**ឧទាហរណ៍២**</u>.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}x^2-6x+5\le 0\\x^2-9x+14<0\end{cases}$	-តាង $f(x)=x^2-6x+5$ មានឫស $x_1=1, x_2=5$ -តាង $g(x)=x^2-9x+14$ មានឫស $x_1=2, x_2=7$ តារាងសញ្ញា  ដូចនេះ $x\in(2,5]$
-អោយសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយលំហាត់ប្រតិបត្តិក្រោមការសម្របសម្រួលរបស់គ្រូ។	<u>***ប្រតិបត្តិ***</u>:ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម $\begin{cases}-x^2+3x+4\ge 0\\(2x^2+3)(x^2-3x)>0\end{cases}$ **ឃ.*<u>អនុវត្តន៍វិសមីការ</u>*** ▪ <u>វិសមីការដឺក្រេទី៣</u> <u>**ឧទាហរណ៍**</u>:ដោះស្រាយវិសមីការ	
-ណែនាំសិស្សអោយដាក់កន្សោម $f(x)=x^3-2x^2-8x$ ជាផលគុណកត្តា។	$x^3-2x^2-8x\le 0$	តាង $f(x)=x^3-2x^2-8x$ $=x(x^2-2x-8)$ $=x(x+2)(x-4)$ ឲ្យ $f(x)=0$

-អោយសិស្សសិក្សាសញ្ញានៃ $f(x)$ ។

-ណែនាំសិស្សអោយកំណត់តំបន់ចម្លើយរបស់វិសមីការ។

-តើ $f(x)=\dfrac{x^2+3x-4}{x^2-9}$ មានន័យនៅពេលណា?

-ដើម្បីបានសញ្ញា $f(x)$ តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?

-ណែនាំសិស្សអោយសិក្សាសញ្ញារបស់ភាគយកនិងភាគបែង

-ណែនាំសិស្សអោយចែកសញ្ញារបស់ភាគយកនិង ភាគបែងដើម្បីបានសញ្ញា $f(x)$ ។

-តើតំបន់ណាខ្លះជាចម្លើយរបស់វិសមីការ?

-អោយសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយជាដៃគូក្រោមការសម្របសម្រួលរបស់គ្រូ។

- **វិសមីការជាកន្សោមប្រភាគ**

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយវិសមីការ

$$\frac{x^2+3x-4}{x^2-9}>0$$

ប្រតិបត្តិ:

ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

$x^3+x^2-8x-12<0$

គេបាន $x(x+2)(x-4)=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=4 \end{array}\right.$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)\le 0$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ: $x\in(-\infty,-2]\cup[0,4]$

$+\ f(x)$ មានន័យកាលណា

$x^2-9\neq 0$

$x\neq\{-3,3\}$

+ត្រូវយកសញ្ញារបស់ភាគយកចែកនឹងសញ្ញារបស់ភាគបែង។

+ចំពោះ: $x^2+3x-4=0$

មានឬស $x_1=1, x_2=-4$

+ចំពោះ: $x^2-9=0$

មានឬស $x_1=3, x_2=-3$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-4		-3		1		3		$+\infty$
x^2+3x-4		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-9		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)>0$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

ដូចនេះ: $x\in(-\infty,-4)\cup(-3,1)\cup(3,+\infty)$

+ចម្លើយ $x\in(-\infty,-2)\cup(-2\ ,\ 3)$

៣ ពង្រឹងចំណេះដឹង

.គេត្រូវ:

.ដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? .ដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី៣ងាយៗតើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច? -ដើម្បីដោះស្រាយវិមីការមានទម្រង់ $\frac{f(x)}{g(x)}>0$ តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?		ក.ដោះស្រាយវិសមីការនី១ៗ ខ.ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធគឺជាប្រសព្វនៃចម្លើយរបស់វិសមីការនី១ៗ -គេត្រូវ: ក.ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី៣ជាផលគុណកត្តា ខ.សិក្សាសញ្ញារបស់កត្តានី១ៗ គ.ផលគុណរបស់កត្តានី១ៗគឺជាសញ្ញារបស់កន្សោមដឺក្រេទី៣ ឃ.កំណត់តំបន់ចម្លើយ -គេត្រូវ: ក.ដាក់លក្ខខណ្ឌអោយភាគបែងខុសពីសូន្យ ខ.សិក្សាសញ្ញារបស់ភាគយកនិងភាគបែង គ.ចែកសញ្ញាភាគយកនឹងភាគបែង .កំណត់តំបន់ចម្លើយ
.ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**បណ្តាំផ្ញើ** លំហាត់ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម: (1). $(x+2)(x-1)(x-5)\le 0$ (2). $\frac{x^2-x+1}{-6x^2-x+15}\ge 0$	.កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..............ខែ............ឆ្នាំ២០១...
- មុខវិជ្ជា គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី៣ **ទិសមីការ** (**តចប់**)

- ❖ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យសមីការមានឬសជាចំនួនពិតវិជ្ជមានផ្សេងគ្នា
- ❖ សិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឬសនៃសមីការដឺក្រេទី២

៣.៥ ការបង្ហាញវិសមភាព

II. វត្ថុបំណង៖

- ចំណេះដឹង
  - o កំណត់ករណីដែលធ្វើឲ្យសមីការដឺក្រេទី២ មានឬសជាចំនួនពិតវិជ្ជមានផ្សេងគ្នា
  - o កំណត់អត្ថិភាពនិងសញ្ញាឬសនៃសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតតាមតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត m
  - o ប្រាប់បានពីមធ្យមនព្វន្ត និងមធ្យមធរណីមាត្រ។
- ចំណេះធ្វើ
  - o រកតម្លៃប៉ារ៉ាតម៉ែត្រ m ដើម្បីឲ្យសមីការដឺក្រេទី២ មានឬសជាចំនួនពិតវិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នា
  - o សិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឬសនៃសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាតតាមតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត m
  - o បង្ហាញពីបញ្ញត្តិ និងសម្រាយបញ្ជាក់មធ្យមនព្វន្ត និងមធ្យមធរណីមាត្រ។
- ឥរិយាបថ៖ មានទំនាក់ទំនងល្អ រវាងសិស្ស និងសិស្ស សិស្ស និងគ្រូ។

III. សម្ភារឧបទេស៖ ផ្ទាំងក្រដាសសរសេរពីររបៀបសិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឬសនៃសមីការ

IV. រយៈពេល៖ ២ ម៉ោង(ម៉ោងទី៦)

V. ដំណើរការបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារ	សកម្មភាពសិស្ស
• ពិនិត្យអនាម័យ អវត្តមានសណ្តាប់ធ្នាប់	**រដ្ឋបាលថ្នាក់**	• ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
-តើសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតមានរាងដូចម្តេច? តើ $\Delta=?,S=?,P=?$ - តើនៅពេលណាដែលសមីការដឺក្រេទី២មានឬសជាចំនួនពិតពីរ ផ្សេងគ្នា?	**រំលឹកមេរៀន**	-មានរាង $ax^2+bx+c=0,(a\neq 0)$ -$\Delta=b^2-4ac$.$S=x_1+x_2=-b/a$.$P=x_1x_2=c/a$ -$\Delta\succ 0$ (ឬ$\Delta'\succ 0$)
	មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ	

-សមីការមានឬសពីរផ្សេងគ្នានៅពេលណា?

-បើឬស x_1, x_2 វិជ្ជមានទាំងពីរ តើ S និង P មានសញ្ញាដូចម្តេច?

-តើសមីការដឺក្រេទី២មានឬសជាចំនួនពិតវិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នា?

-តើមេគុណ $a=?, b=?, c=?$

-តើ $\Delta'=?, P=?, S=?$

-ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} m^2+3m+2 \succ 0 \\ -3m-2 \succ 0 \\ -2m \succ 0 \end{cases}$$

-តើសមីការ (I) នេះជាសមីការអ្វី?

-តើមេគុណ $a=?, b=?, c=?$

-បើ $a=0$ តើ $m=?$ សមីការ (I) ក្លាយជាសមីការអ្វី?មានឬសស្មើប៉ុន្មាន?

-បើករណី $a \neq 0$ តើ $m \neq ?$

-ចំពោះសមីការ (I) ចូររក Δ' រួចសិក្សាសញ្ញារបស់ Δ'

វិសមីការ (តចប់)

❖ <u>កំណត់តម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ</u> m

ឧទាហរណ៍ គេឲ្យសមីការ

$x^2+2mx-3m-2=0$

កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យសមីការមានឬសជាចំនួនពិតវិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នា។

<u>សិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញាឬសនៃសមីការ</u>

<u>ឧទាហរណ៍</u>សិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឬសនៃសមីការ

$mx^2-2(2m-3)x+2m-1=0$

(I) ទៅតាមតម្លៃ m

➢ ករណី $a=0$

រកឬសនៃសមីការដឺក្រេទី១

➢ ករណី $a \neq 0$

គេសិក្សាលើ Δ, P, S

- សិក្សាសញ្ញារបស់ Δ'

-$\Delta \succ 0$

-$S \succ 0, P \succ 0$

-$(x_2 \succ x_1 \succ 0) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \succ 0 \\ P \succ 0 \\ S \succ 0 \end{cases}$

-មាន $a=1, b=2m, c=-3m-2$

-$\Delta'=m^2+3m+2$

$P=-3m-2, S=-2m$

-$m^2+3m+2=0$

មានឬស $m_1=-1, m_2=-2$

-$-3m-2=0 \Rightarrow m=-\frac{2}{3}$

- $-2m=0 \Rightarrow m=0$

m	$-\infty$ … -2	-2 … -1	-1 … $-\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$ … 0	0 … $+\infty$
$m^2+3m+2 \succ 0$	+	0 -	0 +	+	+
$-3m-2 \succ 0$	+	+	+	0 -	-
$-2m \succ 0$	+	+	+	+	0 -

ដូចនេះ $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, -\frac{2}{3})$

-សមីការដឺក្រេទី២មានអញ្ញាត x ហើយ m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត

-$a=m, b=-2(2m-3), c=2m-1$

-$m=0$ នោះសមីការ (I) ជាសមីការដឺក្រេទី១មានរាង

$6x-1=0$

$\Rightarrow x=\frac{1}{6}$

-$\Delta'=2m^2-11m+9$

ឲ្យ $\Delta'=0 \Rightarrow 2m^2-11m+9=0$

មានឬស $m_1=1, m_2=\frac{9}{2}$

តារាងសញ្ញានៃ Δ'

m	$-\infty$		1		$9/2$		$+\infty$
Δ'		+	0	−	0	+	

-តើផលគុណឫស $P=?$

-ចូរសិក្សាសញ្ញារបស់ P

- សិក្សាសញ្ញារបស់ P

- $p=x_1x_2={}^{c}\!/_{a}=\dfrac{2m-1}{m}$

. $2m-1=0\Rightarrow m=\dfrac{1}{2}$

. $m=0$

តារាងសញ្ញានៃ p

m	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2m-1$		−		−	0	+	
m		−	0	+		+	
p		+	‖	−	0	+	

-តើផលបូកឫស $S=?$

ចូរសិក្សាសញ្ញារបស់ S ។

-ណែនាំសិស្សឲ្យបង្កើតតារាងអត្ថិភាពនិងសញ្ញាឫស

-ណែនាំសិស្សឲ្យសិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញាឫសទៅតាមសញ្ញា របស់ Δ', P, S

- សិក្សាសញ្ញារបស់ S

- $S=x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{2(2m-3)}{m}$

. $2m-3=0\Rightarrow m=\dfrac{3}{2}$

. $m=0$

តារាងសញ្ញានៃ S

m	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2m-3$		−		−	0	+	
m		−	0	+		+	
S		+	‖	−	0	+	

តារាងអត្ថិភាពនិងសញ្ញាឫស

m	Δ'	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫស
$+\infty$				
	+	+	+	$0<x_1<x_2$
$9/2$	0			$x_1=x_2=\frac{4}{3}$
	−	+	+	សមីការមានឫស
$\frac{3}{2}$		0	0	ជាចំនួនកុំផ្លិច
	−	+	−	
1	0			$x_1=x_2=-1$
	+	+	−	$x_1<x_2<0$
$\frac{1}{2}$		0		$x_1=0$ និង $x_2=-8$
	+	−	−	$x_1<0<x_2$
0				សមីការដឺក្រេទីមួយមានឫស $x=\frac{1}{2}$
$-\infty$	+	+	+	$0<x_1<x_2$

-បើ $a>b\Rightarrow a-b=?$

-ដើម្បីបង្ហាញថា $a^2+b^2\geq ab$ ពិត តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?

-ចូរសរសេរ a^2+b^2+ab ជាការេទ្វេធាឬជាផលបូកការេទ្វេធា

៣.៨ ***ការបង្ហាញវិសមភាព***

<u>ឧទាហរណ៍</u>ចូរបង្ហាញវិសមភាព $a^2+b^2\geq ab$ ។

-$a>b\Rightarrow a-b>0$

-គេត្រូវបង្ហាញថា $a^2+b^2-ab\geq 0$

-បន្ថែមការេពាក់កណ្តាលមេគុណនៃ a

$$a^2-ba+(\frac{b}{2})^2-(\frac{b}{a})^2+b^2\geq 0$$

$$(a-\frac{b}{2})^2+\frac{3}{4}b^2\geq 0$$

.តើ $\left(a-\frac{b}{2}\right)^2, \frac{3}{4}b^2$ ជាចំនួនដូចម្តេច?		ដោយ $\left(a-\frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$ គេបាន $(a-\frac{b}{2})^2+\frac{3}{4}b^2 \geq 0$ ពិត នោះ $a^2+b^2-ab \geq 0$ ពិត ដូចនេះ $a^2+b^2 \geq ab$
.គ្រូបង្ហាញពីបញ្ញត្តិ មធ្យមនព្វន្ត និងមធ្យមធរណីមាត្រ	<u>**មធ្យមនព្វន្ត និងមធ្យម ធរណីមាត្រ**</u> .ចំពោះ $a \geq 0, b \geq 0$ គេបាន $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ $\frac{a+b}{2}$ ហៅថាមធ្យមនព្វន្ត $\sqrt{ab}$ ហៅថាមធ្យមធរណីមាត្រ .សមភាពពិតលុះត្រាតែ $a=b$ <u>*សម្រាយបញ្ជាក់*</u>	
.បើ $a>0, b>0$ ចំពោះ $a>b$ តើគេអាចសរសេរបានដូចម្តេចចំពោះការរេនៃអង្គទាំងពីរ? .ចុះចំពោះវិសមភាពនេះវិញ? .ដើម្បីបង្ហាញថា $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq \left(\sqrt{ab}\right)^2$ តើគេត្រូវធ្វើដូចម្តេច?	មាន $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ដោយ $a \geq 0, b \geq 0$ គេបាន $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq \left(\sqrt{ab}\right)^2$ យក $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{ab}\right)^2$ $=\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-ab$ $=\frac{a^2-2ab+b^2}{4}$ $=\frac{(a-b)^2}{4}$ ដោយ $\frac{(a-b)^2}{4} \geq 0$ គេបាន $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq \left(\sqrt{ab}\right)^2$ ដូចនេះ $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$	$.a>b \Leftrightarrow a^2>b^2$.មាន $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ដោយ $a \geq 0, b \geq 0$ គេបាន $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq \left(\sqrt{ab}\right)^2$ យក $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{ab}\right)^2$ $=\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-ab$ $=\frac{a^2-2ab+b^2}{4}$ $=\frac{(a-b)^2}{4}$ ដោយ $\frac{(a-b)^2}{4} \geq 0$ គេបាន $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq \left(\sqrt{ab}\right)^2$
.ដាក់ប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សពិភាក្សាដោះស្រាយជាដៃគូ	<u>***ប្រតិបត្តិ***</u> ចូរបង្ហាញវិសមភាពខាងក្រោម ក. $5x^2-4xy+6y^2 \geq 0$ ខ. $\sqrt{x}+\sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$ ចំពោះ $x>0, y>0$	ក. ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 5 គេបាន $x^2-\frac{4}{5}xy+6y^2 \geq 0$ $x^2-\frac{4}{5}xy+\left(\frac{2}{5}y\right)^2-\left(\frac{2}{5}y\right)^2+6y^2 \geq 0$

		$\left(x-\frac{2}{5}y\right)^2+\frac{146}{25}y^2\geq 0$ ពិត ដូចនេះ: $5x^2-4xy+6y^2\geq 0$ ខ. $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2\leq\left(\sqrt{2(x+y)}\right)^2$ យក $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-\left(\sqrt{2(x+y)}\right)^2$ $=x+2\sqrt{xy}+y-2(x+y)$ $=-x+2\sqrt{xy}-y$ $=-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\leq 0$ $\Rightarrow\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2\leq\left(\sqrt{2(x+y)}\right)^2$ ដូចនេះ: $\sqrt{x}+\sqrt{y}\leq\sqrt{2(x+y)}$
.ដើម្បីសិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសនៃសមីការទៅតាមតម្លៃ m តើគេត្រូវធ្វើដូចម្ដេច?	**ពង្រឹងចំណេះដឹង**	.សិក្សាលើពីរករណី៖ -ករណី $a=0$ គេត្រូវរកឫសនៃទ្វេធា -ករណី $a\neq 0$ គេត្រូវសិក្សាសញ្ញារបស់ Δ, P, S $+\Delta>0, P>0, S>0: 0<\alpha<\beta$ $+\Delta>0, P>0, S<0: \alpha<\beta<0$ $+\Delta>0, P<0: \alpha<0<\beta$ $+\Delta>0, P=0: \alpha=0, \beta=-\frac{b}{a}$ $+\Delta>0, S=0: \alpha=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ $+\Delta=0: \alpha=\beta=-\frac{b}{2a}$ $+\Delta<0$: សមីការមានឫសជាចំនួនកុំផ្លិច
ដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**កិច្ចការផ្ទះ** ចូរសិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសនៃសមីការ $x^2-2mx+m+2=0$ ទៅតាមតម្លៃ m ។	កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- **មុខវិជ្ជា   គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០**
- **ជំពូកទី ៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់**
- **មេរៀនទី ១   កូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់**
- **រយៈពេលបង្រៀន   ២ ម៉ោង (១00 នាទី)**

I. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

-ចំណេះដឹង : សិស្សប្រាប់បានពីកូអរដោនេនៃចំនុចនៅលើបន្ទាត់ចំនួន ចម្ងាយរវាងពីរចំនុចទៅបន្ទាត់ចំនួននិងកូអរដោនេនៃចំនុចនៃចំនុចមួយដែលចែកអង្កត់[AB]ខាងក្នុងផលធៀប$m{:}n$តាមរយៈមេរៀន ។

-បំណិន : សិស្សបកស្រាយបានក្នុងការដៅចំនុចនៅលើបន្ទាត់ចំនួន គណនាចម្ងាយពីចំនុចមួយទៅចំនុចមួយទៀតនៅលើបន្ទាត់ចំនួននិងរកចំនុចដែលចែកអង្កត់[AB] ខាងក្នុងផលធៀប$m{:}n$ត្រឹមត្រូវតាមរយៈមេរៀន ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

II. ខ្លឹមសារនៃមេរៀន

1. **កូអរដោនេនៃចំនុចនៅលើបន្ទាត់**

ក) បន្ទាត់នៃចំនួនពិត

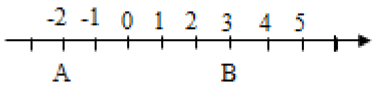
ខ) ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

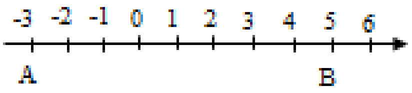
គ) ចំណុចចែកខាងក្នុង

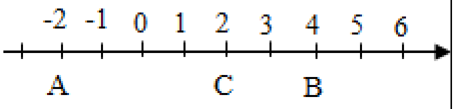
III. សម្ភារឧបទេស

- សៀវភៅគ្រូ និង សៀវភៅ សិស្ស ទំព័រទី ១៥៦ ដល់ ១៥៩ ។
- បន្ទាត់ក្រិត

IV. ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ។	**ជំហានទី១** (រដ្ឋបាលថ្នាក់) -គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ វិន័យ និង សណ្តាប់ធ្នាប់។	-តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-អោយសិស្សដៅចំណុច A(-2) និង B(3) នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត	**ជំហានទី២** (រំលឹកមេរៀនចាស់)	- សិស្សដៅ 

	<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនថ្មី) **មេរៀនទី.១** **<u>កូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់</u>** 1.**កូអរដោនេនៃចំនុចនៅលើបន្ទាត់** **ក**) <u>បន្ទាត់នៃចំនួនពិត</u>	
- តើចំណុចAនិងចំណុចB ស្ថិតនៅចម្ងាយប៉ុន្មានពីខាងណា នៃគល់ O ?	<u>ឧទាហរណ៍:</u> ចល័ត A ស្ថិតនៅចម្ងាយ 2 ឯកតា ខាងស្តាំគល់ O ហើយB ស្ថិតនៅ ចម្ងាយ 3 ឯកតាខាងឆ្វេងគល់ O នៃបន្ទាត់នៃចំនួនពិតមួយ។ ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃចំនុច A និង B ។	-ចំណុច A ស្ថិតនៅចម្ងាយ 2 ឯកតា ខាងស្តាំគល់ O ។ ចំណុច B ស្ថិតនៅចម្ងាយ 3 ឯកតា ខាងឆ្វេងគល់ O ។ - សិស្សស្តាប់សង្កេតហើយកត់ត្រា
- គេថាចំណុច Aមានកូអរ ដោនេ 2 កំណត់សរសេរA(2) ។ គេថាចំណុចB មានកូអរដោនេ -3 កំណត់សរសេរ B(-3) ។		
- គ្រូណែនាំអោយសិស្ស ទាញជាទូទៅ	**<u>ជាទូទៅ</u>** - គ្រប់ចំនុច M បន្ទាត់មានចំនួនពិតxមួយគត់ជាកូអរដោនេ នៃចំណុច M កំណត់សរសេរ M(x) ។	- គ្រប់ចំនុច M នៃបន្ទាត់មានចំនួនពិតxមួយគត់ជាកូអរដោនេ នៃចំណុម M កំណត់សរសេរ M(x) ។
- តើចំណុច Aនិង B មាន កូអរដោនេប៉ុន្មាន? -ណែនាំអោយសិស្ស គណនាប្រវែង AB - គ្រូណែនាំអោយសិស្ស ទាញជាទូទៅ	**ខ**) ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច <u>ឧទាហរណ៍:</u> ផ្លូវត្រង់មួយតាងដោយបន្ទាត់ចំនួន ពិតដែលមានគល់ O ។  - ជាទូទៅ	-A(-3) និង B(5) - AB= $\|5-(-3)\|$ $=\|8\|=8$ - សិស្សទាញជាទូទៅ ចម្ងាយរវាងពីចំនុច$A(a)$ និង $B(b)$ កំណត់ដោយ $AB=\|b-a\|=\|a-b\|$

- អោយសិស្សដៅចំណុច នោះ	ចម្ងាយរវាងពីចំនុច$A(a)$ និង $B(b)$ កំណត់ដោយ $AB=\lvert b-a\rvert=\lvert a-b\rvert$ <u>លំហាត់គំរូ</u> និង $C(2)$ ។ ក)ដៅចំណុច$A(-2)$, $B(4)$និង $C(2)$ ខ)កំណត់ចម្ងាយ OA , AB , BC	- សិស្សដៅ 
- កំណត់ចម្ងាយ OA , AB,BC	ឃ) ចំណុចចែកខាងក្នុង <u>ឧទាហរណ៍1:</u>	- OA= $\lvert 0-(-2)\rvert=\lvert 2\rvert=2$ $AB=\lvert 4-(-2)\rvert=\lvert 6\rvert=6$ BC= $\lvert 2-4\rvert=\lvert 2\rvert=2$
- កំណត់ចម្ងាយ AP , PB	គេអោយចំណុច $A(2)$, $B(11)$ និង$P(4)$នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយដែលមានគល់ O ។ គណនាផលធៀបចម្ងាយ $AP:PB$។	- កំណត់ចម្ងាយ AP , PB AP= $\lvert 4-2\rvert=\lvert 2\rvert=2$ PB= $\lvert 11-4\rvert=\lvert 7\rvert=7$ $AP:PB=2:7$
- គេថា P ចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $2:7$ -ណែនាំអោយសិស្សទាញជាទូទៅ	-គេអោយចំនុច Pនៅលើអង្កត់AB។ បើចំនុច P ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP:PB=m:n$ចំពោះ $m>0$ $n>0$នោះគេថាចំនុច Pចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$។ <u>ឧទាហរណ៍2:</u> គេអោយចំណុច $A(a)$, $B(b)$ ។ បង្ហាញថាកូអរដោនេ xនៃចំនុច P	- សិស្សស្តាប់ - សិស្ស ជាទូទៅ គេអោយចំនុច Pនៅលើអង្កត់AB។ បើចំនុច P ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP:PB=m:n$ ចំពោះ $m>0$ $n>0$នោះគេថាចំនុច Pចែកអង្កត់AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$។
- កំណត់ចម្ងាយ AP , PB +ករណី a<b នោះa<x<b	ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$ដែល$x=\frac{mb+na}{m+n}$	- កំណត់ចម្ងាយ AP , PB +ករណី a<b នោះa<x<b AP= x-a

+ករណី a>b នោះa>x>b	**ទ្រឹស្តីបទ** A(a)និងB(b)ជាពីរចំនុច បើចំនុច P(x) ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប m: nនោះ $x=\frac{mb+na}{m+n}$	PB= b-x (x-a): (b-x)=m:n នោះ $x=\frac{mb+na}{m+n}$ +ករណី a>b នោះa>x>b AP= x-a PB= b-x (a-x): (x-b)=m:n នោះ $x=\frac{mb+na}{m+n}$
-គេអោយចំណុច $A(-6)$,$B(5)$និង$P(p)$នៃបន្ទាត់ចំនួនពិត មួយដែលមានគល់O ។ កំណត់តម្លៃ p>0 ដើម្បីអោយចំនុចPចែកអង្កត់AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប9: 2។	**ជំហានទី៤** (១៣នាទី) (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	- កំណត់តម្លៃ p $\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=9:2$ $(\mathrm{p}+6):(5-\mathrm{p})=9:2$ $2(\mathrm{p}+6)=9(5-\mathrm{p})$ $2\mathrm{p}+12=45-9\mathrm{p}$ $11\mathrm{p}=33$ $\mathrm{p}=3$
-គ្រូអោយសិស្សមើល មេរៀនបន្ត	**ជំហានទី៥** (2នាទី) (បណ្តាំផ្ញើ)	-សិស្សធ្វើតាមការនៃរបស់គ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- **មុខវិជ្ជា** **គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០**
- **ជំពូកទី ៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់**
- **មេរៀនទី ១** **កូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់**
- **រយៈពេលបង្រៀន** **២ ម៉ោង (១00 នាទី)**

I. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

-ចំណេះដឹង:សិស្សប្រាប់បានពីកូអរដោនេនៃចំនុចដែលចែកអង្កត់$[AB]$ខាងក្រៅផលធៀប$m:n$ និងប្រាប់បានពីកូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់តាមរយៈមេរៀនបានត្រឹមត្រូវ ។

-បំណិន : សិស្សបកស្រាយបានកូអរដោនេនៃចំនុចដែលចែកអង្កត់$[AB]$ខាងក្រៅផលធៀប$m:n$និងគណនាបានចំងាយរវាងពីរចំនុចក្នុងប្លង់កូអរដោនេបានត្រឹមត្រូវ ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

II. ខ្លឹមសារនៃមេរៀន

1. **កូអរដោនេនៃចំនុចនៅលើបន្ទាត់**

ឃ) ចំណុចចែកខាងក្នុង

2. **កូអរដោនេនៃចំនុចនៅក្នុងប្លង់**

ក)តម្រុយកូអរដោនេ

ខ)ចម្ងាយរវាងពីរចំនុចនៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ

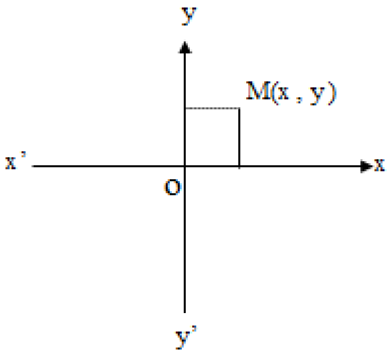
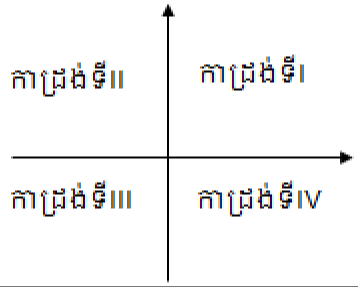
III. សម្ភារឧបទេស

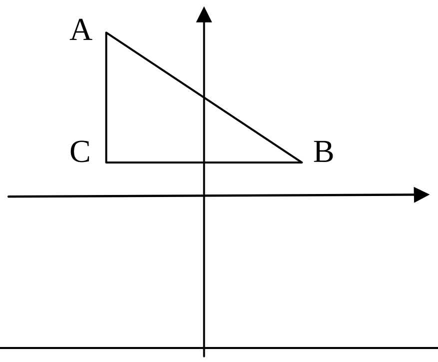
- សៀវភៅគ្រូ និង សៀវភៅ សិស្ស ។
- បន្ទាត់ក្រិត

IV. ដំណើរការនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមានអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ។	**ជំហានទី១** (រដ្ឋបាលថ្នាក់) -គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ វិន័យ និង សណ្តាប់ធ្នាប់។	-តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-អោយសិស្សដៅចំណុច A(-2) , B(3) និង C(5) នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត ។	**ជំហានទី២** (រំលឹកមេរៀនចាស់)	- សិស្សដៅ

-គណនា AB , AC , BC		-គណនា AB , AC , BC $AB = \|3-(-2)\| = 5$ $AC = \|5-(-2)\| = 7$ $BC = \|5-3\| = 2$
- កំណត់ចម្ងាយ AQ , QB - គេថា Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $6:2>1$ ហើយ Q នៅខាងស្តាំ AB - កំណត់ចម្ងាយ AQ , QB - គេថា Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $2:6<1$ ហើយ Q នៅខាងឆ្វេង AB - ណែនាំសិស្សអោយទាញជាទូទៅ	**ជំហានទី៣** (មេរៀនថ្មី) **មេរៀនទី.១** **កូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់** 1.**កូអរដោនេនៃចំនុចនៅលើបន្ទាត់** **ឃ**)ចំណុចចែកខាងក្នុង ឧទាហរណ៍១: គេអោយចំណុច $A(-2)$, $B(2)$ និង $Q(4)$ នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយដែលមានគល់ O ។ គណនាផលធៀបចម្ងាយ $AQ:QB$ ។ ឧទាហរណ៍2: គេអោយចំណុច $A(-1)$, $B(3)$ និង $Q(-3)$ នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយដែលមានគល់ O ។ គណនាផលធៀបចម្ងាយ $AQ:QB$ ។ -គេអោយចំនុច Qនៅលើអង្កត់AB។ បើចំនុច Q ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AQ:QB = m:n$ ចំពោះ $m>0$ $n>0$ នោះគេថាចំនុច Qចែកអង្កត់ AB	- កំណត់ចម្ងាយ AQ , QB AQ= $\|4-(-2)\| = \|6\| = 6$ QB= $\|2-4\| = \|-2\| = 2$ $AQ:QB = 6:2 = 3$ - សិស្សស្តាប់ហើយកត់ត្រា - កំណត់ចម្ងាយ AQ , QB AQ= $\|-3-(-1)\| = 2$ QB= $\|3-(-3)\| = \|6\| = 6$ $AQ:QB = 2:6$ - សិស្សស្តាប់ហើយកត់ត្រា -គេអោយចំនុច Qនៅលើអង្កត់AB។ បើចំនុច Q ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AQ:QB = m:n$ ចំពោះ $m>0$ $n>0$ នោះគេថា

- កំណត់ចម្ងាយ AP , PB +ឧបមាm>n ករណីa<b នោះ:a<b<x + ឧបមាn>m ករណី a>b នោះ: x<a<b -គូសរូបតម្រុយកូអរដោនេ ណែនាំអោយសិស្សសង្កេត -គ្រូប្រាប់សិស្ស +x′oxហៅថាអ័ក្សអាប់ស៊ីស ជាបន្ទាត់ដេក +y′oyហៅថាអ័ក្សអរដោនេ ជាបន្ទាត់ឈរ + oហៅថាគល់តម្រុយ +អ័ក្សដេកនិង អ័ក្សឈរប្រគ្នាត្រង់ចំនុចoហៅថាប្លង់កូអរដោនេ ហើយកូអរដោនេត្រូវបានគេប្រើឡើងបង្ហាញទីតាំងនៃចំនុច ។ +គ្រប់ចំនុច M នៅក្នុងប្លង់	ខាងក្រៅតាមផលធៀប m: n។ <u>ឧទាហរណ៍3:</u> គេអោយចំណុច A(a) , B(b) ។ បង្ហាញថាកូអរដោនេ x នៃចំនុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប m: nនោះ: $x = \frac{mb-na}{m-n}$ **<u>ទ្រឹស្តីបទ</u>** A(a)និងB(b)ជាពីរចំនុច បើចំនុច Q(x) ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាម ផលធៀប m: nនោះ: $x = \frac{mb-na}{m-n}$ 2. **<u>កូអរដោនេនៃចំនុចនៅក្នុងប្លង់</u>** **ក**)<u>តម្រុយកូអរដោនេ</u>  	ចំនុច Qចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀបm: n។ - កំណត់ចម្ងាយ AP , PB +ឧបមាm>n ករណីa<b នោះ:a<b<x AQ= x-a QB= x-b (x-a): (x-b)=m:n នោះ: $x = \frac{mb-na}{m-n}$ + ឧបមាn>m ករណី a>b នោះ: x<a<b AQ= a-x , QB= b-x (a-x): (b-x)=m:n នោះ: $x = \frac{mb-na}{m-n}$ -សិស្សសង្កេត -សិស្សស្តាប់ហើយកត់ត្រា

កូអរដោនេគេកំណត់ សរសេរ M(x , y) -គូសរូបតម្រុយកូអរដោនេ ណែនាំអោយសិស្សសង្កេត -អោយសិស្សរក AC , BC -រក AB	**ខ**)<u>ចម្ងាយរវាងពីរចំនុចនៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ</u>  	-សិស្សសង្កេត - សិស្សរក AC , BC $AC = \|x_2 - x_1\|$ $BC = \|y_2 - y_1\|$ -សិស្សរក $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
-រកចម្ងាយរវាងពីរចំនុច ដូចខាងក្រោម ក) A(0 , 4) , B (-3 , 0) ខ) C(2 , -1) , D (-1 , 0) គ) E(1 , 4) , F (2 , 4)	<u>**ជំហានទី៤**</u> (១០នាទី) (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	- សិស្សរក $AB = \sqrt{(-3-0)^2 + (0-4)^2}$ $AB = 5$ $CD = \sqrt{(-1-2)^2 + (0+1)^2}$ $CD = \sqrt{10}$ $EF = \sqrt{(2-1)^2 + (4-4)^2}$ $EF = 1$
-រកចម្ងាយរវាងពីរចំនុចដូច ខាងក្រោម ក) A(3 , 4) , B (3 , 0) ខ) C(5 , -1) , D (-1 , 3)	<u>**ជំហានទី៥**</u> (៥នាទី) (បណ្តាំផ្ញើ)	-សិស្សធ្វើតាមការនែរបស់គ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- **មុខវិជ្ជា** **គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០**
- **ជំពូកទី ៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់**
- **មេរៀនទី ១** **កូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់** (តចប់)
- **រយៈពេលបង្រៀន** **២ ម៉ោង** (**១00 នាទី**)

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

-ចំណេះដឹង:សិស្សប្រាប់បានពីកូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់ដែលចែកអង្កត់$[AB]$ ខាងក្នុង និងខាងក្រៅផលធៀប$m:n$តាមរយៈមេរៀនបានត្រឹមត្រូវ ។

-បំណិន :សិស្សបកស្រាយបានកូកូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់ដែលចែកអង្កត់$[AB]$ខាងក្នុង និងខាងក្រៅផលធៀប$m:n$តាមរយៈមេរៀនបានត្រឹមត្រូវ ។

-ឥរិយាបថ :សិស្សចេះយកចំណេះដឹងទៅទៅអនុវត្តក្នុងជិវភាពជាក់ស្តែង ។

II.ខ្លឹមសារនៃមេរៀន

2. **កូអរដោនេនៃចំនុចនៅក្នុងប្លង់**

គ)កូអរដោនេចំនុចចែកក្នុង

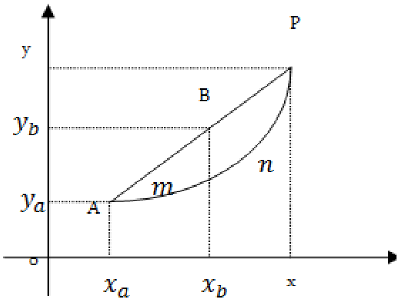
ឃ)កូអរដោនេចំនុចចែកក្រៅ

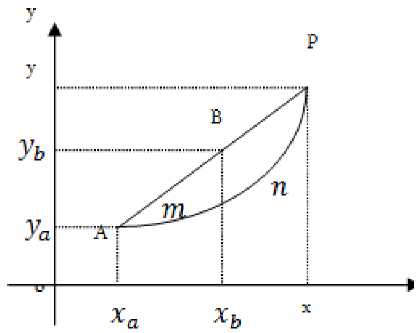
III.សម្ភារឧបទេស

- សៀវភៅគ្រូ និង សៀវភៅ សិស្ស ។
- ផ្ទាំងរូបភាពមេរៀន

IV.ដំណើរនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ។	**ជំហានទី១** (រដ្ឋបាលថ្នាក់) -គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ វិន័យ និង សណ្តាប់ធ្នាប់។	-តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-រកចម្ងាយរវាងពីរចំនុច ដូចខាងក្រោម ក) A(3 , 4) , B (3 , 0)	**ជំហានទី២** (រំលឹកមេរៀនចាស់)	- សិស្សរក $AB = \sqrt{(3-3)^2 + (0-4)^2}$ $AB = 4$

ខ) C(5 , -1) , D (-1 , 3)		$CD=\sqrt{(-1-5)^2+(3+1)^2}$ $CD=2\sqrt{13}$
- ដាក់ឧទាហរណ៍ទី១ - អោយសិស្សរកអាប់ស៊ីសរបស់ចំនុច P - អោយសិស្សរកអរដោនេរបស់ចំនុច P -ណែនាំសិស្សទាញជាទូទៅ - ដាក់លម្ហាត់គម្រូណែនាំអោយសិស្សធ្វើ គេអោយ A(1 , 3) និង B(2 ,-1) ។ រកកូអរដោនេ	**ជំហានទី៣**(មេរៀនថ្មី) **មេរៀនទី.១** **កូអរដោនេនៃចំនុចក្នុងប្លង់** 2. **កូអរដោនេនៃចំនុចនៅក្នុងប្លង់** **គ)កូអរដោនេចំនុចចែកក្នុង** ឧទាហរណ៍១: បង្ហាញថាបើ P(x , y)ចែកអង្កត់AB ខាងក្នុងតាមផលធៀបm: nដែលចំនុច$A(x_a,y_b)$, $B(x_b,y_b)$ នោះ:$P(\frac{mx_b+nx_a}{m+n},\frac{my_b+ny_a}{m+n})$ ។  **ទ្រឹស្តីបទ** បើP(x , y)ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀបm: nដែលចំនុច$A(x_a,y_b)$, $B(x_b,y_b)$ នោះ:$P(\frac{mx_b+nx_a}{m+n},\frac{my_b+ny_a}{m+n})$ លំហាត់គម្រូ គេអោយ A(1 , 3) និងB(2 ,-1) រកកូអរដោនេនៃចំនុច P	- សិស្សរកត់ត្រា - $x=\frac{mx_b+nx_a}{m+n}$ - $y=\frac{my_b+ny_a}{m+n}$ - បើP(x , y)ចែកអង្កត់AB ខាងក្នុងតាមផលធៀបm: nដែលចំនុច$A(x_a,y_b)$, $B(x_b,y_b)$ នោះ:$P(\frac{mx_b+nx_a}{m+n},\frac{my_b+ny_a}{m+n})$ ។ - $x=\frac{mx_b+nx_a}{m+n}$ $=\frac{2\times2+3\times1}{2+3}$ $=\frac{7}{5}$

នៃចំនុច P ចែកអង្កត់ABខាងក្នុងតាមផល ធៀប 2: 3 - ដាក់ឧទាហរណ៍ទី២ - អោយសិស្សរកអាប់ស៊ីសរបស់ចំនុច Q - អោយសិស្សរកអរដោនេរបស់ចំនុច Q -ណែនាំសិស្សទាញជាទូទៅ - ដាក់លម្ហាត់គម្រូណែនាំអោយសិស្សធ្វើ ។ គេអោយ A(-1 , 3) និង B(0 ,-1) ។ រកកូអរដោនេ នៃចំនុច Q ចែកអង្កត់ABខាងក្នុងតាមផល ធៀប 3: 5	ចែកអង្កត់ABខាងក្នុងតាម ផលធៀប 2: 3 **ឃ)<u>កូអរដោនេចំនុចចែកក្រៅ</u>** <u>ឧទាហរណ៍២:</u> បង្ហាញថាបើ Q(x , y) ចែកអង្កត់AB ខាងក្រៅតាម ផលធៀបm: nដែលចំនុច $A(x_a, y_b), B(x_b, y_b)$ នោះ: $Q(\frac{mx_b - nx_a}{m-n}, \frac{my_b - ny_a}{m-n})$ ។  **<u>ទ្រឹស្តីបទ</u>** បើQ(x , y)ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀបm: nដែ លចំនុច$A(x_a, y_b)$, $B(x_b, y_b)$ នោះ:$Q(\frac{mx_b - nx_a}{m-n}, \frac{my_b - ny_a}{m-n})$ <u>លំហាត់គម្រូ</u> គេអោយ A(-1 , 3) និង B(0 ,-1) ។ រកកូអរដោនេនៃចំនុចQចែកអង្គ	$y = \frac{my_b + ny_a}{m+n}$ $y = \frac{2(-1) + 3 \times 1}{2+3}$ $= \frac{1}{5}$ $P(\frac{7}{5}, \frac{1}{5})$ - សិស្សកត់ត្រា - $x = \frac{mx_b - nx_a}{m-n}$ - $y = \frac{my_b - ny_a}{m-n}$ - បើ Q(x , y)ចែកអង្កត់AB ខាងក្នុងតាមផលធៀបm: nដែ លចំនុច$A(x_a, y_b)$, $B(x_b, y_b)$ នោះ:$Q(\frac{mx_b - nx_a}{m-n}, \frac{my_b - ny_a}{m-n})$ ។ - $x = \frac{3\times0 - 5\times(-1)}{3-5}$ $= \frac{5}{-2}$ $= -\frac{5}{2}$ $y = \frac{3(-1) - 5 \times 3}{3-5}$ $y = \frac{-18}{-2}$ $= 9$ $Q(-\frac{5}{2}, 9)$

	ត់ABខាងក្នុងតាមផលធៀប 2: 3	
-គេអោយ A(2 ,-1) និង B(4 , 0) ។ រកកូអរដោនេនៃចំនុច P ចែកអង្កត់ABខាងក្នុងតាមផលធៀប 1: 3	**<u>ជំហានទី៤</u>** (១០នាទី) (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	- $x=\frac{mx_b+nx_a}{m+n}$ $=\frac{1\times4+3\times2}{1+3}$ $=\frac{5}{2}$ $y=\frac{my_b+ny_a}{m+n}$ $y=\frac{1\times0+3\times(-1)}{1+3}$ $=-\frac{3}{4}$ $P\,(\frac{5}{2},-\frac{3}{4})$
-គេអោយ A(4 , 3)និង B(0 ,-5) ។រកកូអរដោនេនៃចំនុចQចែកអង្កត់ABខាងក្នុងតាមផលធៀប 2: 3	**<u>ជំហានទី៥</u>** (៥នាទី) (បណ្តាំផ្ញើ)	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់ទុកធ្វើនៅផ្ទះតាមបណ្តាំរបស់គ្រូ ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..........ខែ............ឆ្នាំ២០១២
- មុខវិជ្ជា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
- រយៈពេល៖ ២ម៉ោង

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក៨ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

មេរៀនទី២ សមីការបន្ទាត់

២.១ និយមន័យ

ក. សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំនុចមួយនិងស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស

ខ. បន្ទាត់ស្រប

គ. បន្ទាត់កែង

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀននេះរួចសិស្សអាច៖

- ចំណេះដឹង៖
  - សរសេររូបមន្តសមីការបន្ទាត់ដោយស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិសនិងចំណុចកាត់តាម
  - រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដោយដឹងថា វាស្រប-កែងទៅនឹងបន្ទាត់មួយទៀត
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ដោះស្រាយលំហាត់រកសមីការបន្ទាត់តាមលក្ខខណ្ឌកែងនិងស្របបានត្រឹមត្រូវ
- ឥរិយាបទ
  - សិស្សចេះសហការណ៍គ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងចេះធ្វើស្វ័យសិក្សារួមគ្នា

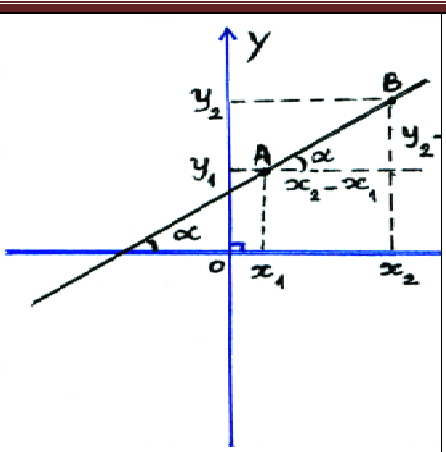
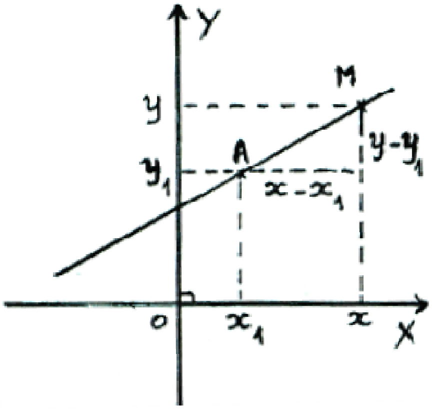
III. សម្ភារៈឧបទេស

បន្ទាត់ក្រិត និង បន្ទាត់កែង

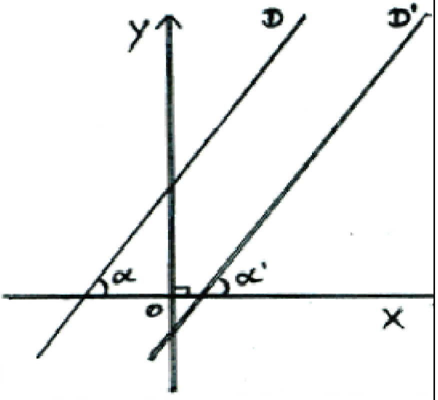
VI ដំណើរការបង្រៀន:

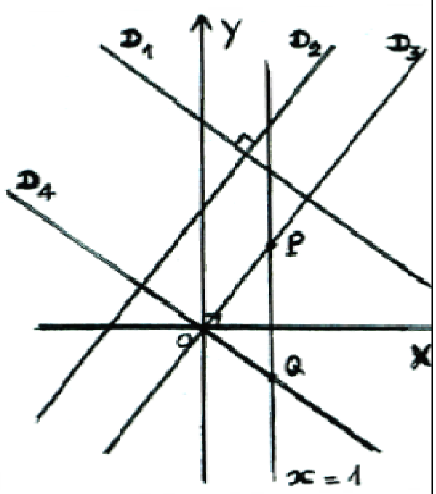
សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ វត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍

.អោយសិស្សបិទសៀវភៅ .តាមមួយចំណុច គេអាចគូសបន្ទាត់បានប៉ុន្មាន? .តាមពីរចំណុច គេអាចគូសបន្ទាត់បានប៉ុន្មាន? .នៅលើបន្ទាត់មួយ គេមានពីរចំណុច $A(a)$ & $B(b)$ ។ តើ $AB=?$	**ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)**	.បិទសៀវភៅ .បានច្រើនរាប់មិនអស់ .បានតែមួយគត់ . $AB=\|a-b\|$
⁕គ្រូឲ្យនិយមសមីការបន្ទាត់ដល់សិស្សរួចបញ្ជាក់ថា a ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ហើយ b ជាអរដោនេចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់និងអ័ក្សអរដោនេ ⁕គ្រូសួរតើ 2 ជាអ្វីនៃបន្ទាត់ $y=2x+3$? ⁕ចុះចំណែក 3 វិញ? ⁕គ្រូបញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សថា មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ គឺជា $\tan$ នៃមុំផ្គុំដោយបន្ទាត់និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។	**ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ)** <u>មេរៀនទី២</u> <u>**សមីការបន្ទាត់**</u> ២.១ <u>និយមន័យ</u> សមីការបន្ទាត់ ជាសមីការដែលមានរាងទូទៅ $y=ax+b$ ដែល a ហៅថាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ ហើយ b ជាអរដោនេចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់និងអ័ក្សអរដោនេ។ <u>**ឧទាហរណ៍**</u>៖ បន្ទាត់ $y=2x+3$ មាន2 ជាមេគុណប្រាប់ទិសហើយ 3 ជាអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងអ័ក្សអរដោនេ។ <u>**សម្គាល់៖**</u> បើបន្ទាត់ L កាត់តាម ពីរចំណុច $A(x_1,y_1)$ & $B(x_2,y_2)$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ L គឺ $m=\tan\alpha=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ដែល α ជាមុំផ្គុំដោយបន្ទាត់និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។	⁕សិស្សសង្កេត ⁕ 2 ជាមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់ $y=2x+3$ ⁕ 3 ជាអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងអ័ក្សអរដោនេ។ ⁕សិស្សសង្កេត

		
❋យើងដឹងហើយថា មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ គឺជា tan នៃមុំផ្គុំដោយបន្ទាត់ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ ដូចនេះ យើងត្រូវតាងចំណុច $M(x,y)$ នៃប្លង់មួយដែល L កាត់តាមហើយខុសពី $A(x_1-y_1)$។ ❋តើតាមពីរចំណុចនេះ មេគុណប្រាប់ទិស m នៃបន្ទាត់ L ស្មើប៉ុន្មាន? រួចទាញរក y	ក. <u>សមីការបន្ទាត់ កាត់តាមចំណុចមួយ និងស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស</u> បន្ទាត់ L មានមេគុណប្រាប់ទិស m ហើយកាត់តាមចំណុច $A(x_1,y_1)$។  គ្រប់ចំណុច $M(x,y)$ នៃបន្ទាត់ L ផ្សេងពីចំណុច $A(x_1,y_1)$។ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ L គឺ ៖ $m=\frac{y-y_1}{x-x_1}$ $y=m(x-x_1)+y_1$	❋សិស្សសង្កេត ❋មេណប្រាប់ទិស m នៃបន្ទាត់ L គឺ៖ $m=\frac{y-y_1}{x-x_1}$ $y=m(x-x_1)+y_1$
❋ឲ្យសិស្សទាញសន្និដ្ឋាន ជាទូទៅ ❋ដាក់ឧទាហរណ៍ រួចសួរតើ	**ជាទូទៅ** បន្ទាត់កាត់តាមចំនុច (x_1,y_1) និងមានមេគុណប្រាប់ទិស m គឺ $y=m(x-x_1)+y_1$។	❋បន្ទាត់កាត់តាមចំនុច (x_1,y_1) និងមានមេគុណប្រាប់ទិស m គឺ $y=m(x-x_1)+y_1$។ ❋ស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស និងចំណុចកាត់តាម

តាមបម្រាប់ គេស្គាល់អ្វីខ្លះ? ⁕តើយើងត្រូវប្រើរូបមន្តណា? ⁕តើ $x_1=?, y_1=?\& m=?$ រួច រកសមីការបន្ទាត់?	**<u>ឧទាហរណ៍១៖</u>** កំណត់សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(0,2)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស 3។	⁕រូបមន្ត $y=m(x-x_1)-y_1$ ⁕ $x_1=0, y_1=2\& m=3$ $\Rightarrow y=3(x-0)+2$ $\Rightarrow y=3x+2$ ⁕ $m=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}$ $\Rightarrow m=\frac{2-3}{-1+2}=-1$
⁕តើមេគុណ ប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុចមានរូបមន្តដូចម្តេច?រួចគណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ L ⁕តើសមីការបន្ទាត់កាត់តាមមួយចំណុចហើយស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស មានរូបមន្តដូចម្តេច? រួចគណនាសមីការបន្ទាត់ L ។	**<u>ឧទាហរណ៍២៖</u>** សរសេរសមីការបន្ទាត់ L កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2,3)$ និង $B(-1,2)$ ។ **<u>សម្គាល់៖</u>** ១. គេអាចសរសេរ ទម្រង់ទូទៅនៃបន្ទាត់ទៅជារាង៖ $ax+by+c=0$ ២. សមីការបន្ទាត់ កាត់តាមពីរចំណុច $(x_1,y_1)\&(x_2,y_2)$ គឺ៖ $y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$ ។	⁕រូបមន្ត $y=m(x-x_1)+y_1$ សមីការនៃបន្ទាត់ L គឺ៖ $L: y=-1(x+2)+3$ $L: y=-x+1$
⁕គូសបន្ទាត់ពីរស្របគ្នា រួចសួរតើបន្ទាត់ទាំងពីរ មានចំណុច រួមឬទេ?តើវាមានលក្ខណៈដូចម្តេច?	ខ. <u>បន្ទាត់ស្រប</u> បន្ទាត់ពីរស្របគ្នា កាលណាបន្ទាត់ទាំងពីរស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ ហើយគ្មានចំណុចរួម។	⁕បន្ទាត់ទាំងពីរ គ្មានចំណុចរួមទេ បន្ទាត់ទាំងពីរជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។

		
	គេមានបន្ទាត់ $D: y = mx + n$ ស្របនឹង $D^{'}: y = m'x + n'$ ហើយបិតក្នុងប្លង់កូអរដោនេ។	
	យក α និង α' ជាមុំផ្គុំរៀងគ្នារវាងបន្ទាត់ $D \& D'$ ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស	
❋តាមរូប បើបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា តើមុំ α ស្មើនឹងមុំ α' ឬទេ? ព្រោះអ្វី?	គេបាន $\alpha = \alpha'$ (មុំត្រូវគ្នា)	❋មុំ $\alpha = \alpha'$ ជាមុំត្រូវគ្នា
❋បើ $\alpha = \alpha'$ តើ $\tan\alpha$ ស្មើនឹង $\tan\alpha'$ ឬទេ?	$\Rightarrow \tan\alpha = \tan\alpha'$ តែ $\tan\alpha = m \& \tan\alpha' = m'$	❋ $\tan\alpha = \tan\alpha'$
❋តើ $\tan\alpha \& \tan\alpha'$ ជាអ្វីនៃបន្ទាត់ $D \& D'$?	$\Rightarrow m = m'$	❋មេគុណប្រាប់ទិសនៃ $D \& D'$
❋គេទាញបានដូចម្តេច?	**ជាទូទៅ** បន្ទាត់ $D: y = mx + n$ ស្របនិងបន្ទាត់ $D': y = m'x + n'$ លុះត្រាតែ $m = m'$ ឬ $D // D' \Leftrightarrow m = m'$	❋គេបាន $m = m'$
❋ជាទូទៅបន្ទាត់ពីរស្របគ្នាកាលណាវាមានលក្ខណៈដូចម្តេច? រួចធ្វើការសន្និដ្ឋាន		❋កាលណាវាមាន មេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា
❋ដាក់ឧទាហរណ៍រួចសួរបើយើងតាង D' ជាបន្ទាត់កាត់តាម $(2,3)$ និង $(4,-2)$ តើយើងអាចរក មេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាបានឬទេ? បើបាន	<u>**ឧទាហរណ៍៖**</u> បន្ទាត់ D កាត់គល់ O ហើយស្របទៅនឹង បន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច $(2,3)$ និង $(4,-2)$ ។ រកសមីការនៃបន្ទាត់ D ។	❋បាន តាមរូបមន្ត $m' = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ <u>**រកសមីការបន្ទាត់**</u> D តាង D' ជាបន្ទាត់កាត់តាមចំនុច

តាមរូបមន្តណា?រួចគណនា ⎈បើ $D//D'$ នោះ $m=m'$ ឬទេ? រួចទាញរក m ហើយសរសេរសមីការបន្ទាត់ D		$(2,3)$ និង $(4,-2)$ ។ នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃ D' គឺ $m'=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-3}{4-2}=-\frac{5}{2}$ តែ $D//D'\Leftrightarrow m=m'=-\frac{5}{2}$ ដូចនេះសមីការនៃបន្ទាត់ $D:y=-\frac{5}{2}x$ ។
⎈គូសបន្ទាត់ $D_1\perp D_2$ បន្ទាប់មកតាមគល់អ័ក្សគូសបន្ទាត់ពីរគឺ $D_3\,\&\,D_4$ កែងរៀងគ្នាទៅនឹងបន្ទាត់ $D_1\,\&\,D_2$ ។ រួចសួរតើបន្ទាត់ $D_3\,\&\,D_4$ មានលក្ខណៈដូចម្តេចនឹងគ្នា? ⎈បន្ទាត់ $D_3\,\&\,D_4$ កាត់តាមគល់អ័ក្សហើយ ស្របរៀងគ្នា $D_2\,\&\,D_1$ ។ ចូររកសមីការបន្ទាត់ $D_3\,\&\,D_4$? ⎈បើ $P\,\&\,Q$ ជាចំណុចប្រសព្វរៀងគ្នារវាងបន្ទាត់ $x=1$ ជាមួយ $D_3\,\&\,D_4$ ។ ចូររកកូអរដោនេនៃចំណុច $P\,\&\,Q$? ⎈ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទ ពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណកែង OPQ ។ គេទាញបាន ទំនាក់ទំនងដូចម្តេច? ⎈តើ $PQ^2,OP^2\,\&\,OQ^2=?$ រួចគណនា mm'?	គ. <u>បន្ទាត់កែង</u>  គេមានបន្ទាត់ $D_1:y=m'x+n'$ កែងនឹង $D_2:y=mx+n$ ហើយបិតក្នុងប្លង់កូអរដោនេ។ តាមគល់អ័ក្សគូសបន្ទាត់ពីរគឺ $D_3\,\&\,D_4$ កែងរៀងគ្នាទៅនឹងបន្ទាត់ $D_1\,\&\,D_2$ ។ គេបាន៖ $D_3\perp D_4$ យក $P\,\&\,Q$ ជាចំណុចប្រសព្វរៀងគ្នា រវាងបន្ទាត់ $x=1$ ជាមួយ $D_3\,\&\,D_4$ ។ OP កែងទៅនឹង OQ លុះត្រាតែ	⎈បន្ទាត់ $D_3\perp D_4$ ⎈សមីការបន្ទាត់ទាំងពីរគឺ៖ $D_3=mx$ $D_4=m'x$ ⎈ $P(1,m)\,\&\,Q(1,m')$ ⎈ $PQ^2=OP^2+OQ^2$ ⎈ $OP^2=1^2+m^2,OQ^2=1^2+m'^2$ និង $PQ^2=(m-m')^2$ គេបាន

	$PQ^2 = OP^2 + OQ^2 \quad (1)$ ដោយចំណុច $P(1,m)$ & $Q(1,m')$ សមីការ (1) អាចសរសេរជា៖ $(m-m')^2 = (1^2+m^2)+(1^2+m'^2)$ $m^2+m'^2-2mm' = 2+m^2+m'^2$ $-2mm' = 2$ $mm' = -1$	$(m-m')^2 = 1^2+m^2+1^2+m'^2$ $m^2+m'^2-2mm' = 2+m^2+m'^2$ $-2mm' = 2$ $mm' = -1$
❋ឲ្យសិស្សសន្និដ្ឋាន ចំពោះលក្ខខណ្ឌ ដែលបន្ទាត់ពីរកែងគ្នា។	**ជាទូទៅ៖** បន្ទាត់ $D: y = mx+n$ កែងនឹងបន្ទាត់ $D': y = m'x+n'$ លុះត្រាតែ $mm' = -1$ ឬ $D \perp D' \Leftrightarrow mm' = -1$ ។	❋បន្ទាត់ពីរកែងគ្នា កាលណាផលគុណ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរកែងគ្នា។ ❋បាន តាមរូបមន្ត $m' = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
❋ដាក់ឧទាហរណ៍រួចសួរបើយើងតាង D' ជាបន្ទាត់កាត់តាម $B(3,-2)$ និង $C(-4,1)$ តើយើងអាចរក មេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាបានឬទេ? បើបានតាមរូបមន្តណា?រួចគណនា ❋បើ $D \perp D'$ នោះ $mm' = ?$ រួចទាញរក m ហើយសរសេរសមីការបន្ទាត់ D ។	<u>ឧទាហរណ៍៖</u> បន្ទាត់ D កាត់តាមចំណុច $A(1,2)$ ហើយកែងនឹង D' កាត់តាមចំនុចពីរគឺ $B(3,-2)$ និង $C(-4,1)$ ។ រកសមីការនៃបន្ទាត់ D ។	<u>**រកសមីការបន្ទាត់**</u> D បន្ទាត់ D' កាត់តាម $B(3,-2)$ និង $C(-4,1)$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ D' គឺ៖ $m' = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1+2}{-4-3} = -\frac{3}{7}$ ដោយ $D \perp D' \Leftrightarrow mm' = -1$ $m' = -\frac{3}{7} \Rightarrow -\frac{3}{7}m = -1$ $\Rightarrow m = \frac{7}{3}$ សមីការនៃបន្ទាត់ D គឺ៖ $y = m(x-x_1)+y_1$ $y = \frac{7}{3}(x-1)+2$ $y = \frac{7}{3}x - \frac{1}{3}$

<table>
<tr><td></td><td>ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)</td><td></td></tr>
<tr><td>ប្រតិបត្តិ៖
១) សរសេរសមីការ នៃបន្ទាត់ D ដែល កាត់តាម $A(2,3)$ និង $B(4,-1)$ ។

២) សរសេរសមីការ នៃបន្ទាត់ D ដែល កាត់តាម $A(-2,1)$ ហើយ ស្របនឹង បន្ទាត់ D' ដែលកាត់ តាម $B(4,-1)$ និង $C(2,0)$ ។</td><td></td><td>.
១) សរសេរសមីការ នៃបន្ទាត់ D តាមរូបមន្ត
$D: y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_2$
$D: y=\frac{-1-3}{4-2}(x-2)+3$
$D: y=-2(x-2)+3$
$D: y=-2x+7$
ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ D គឺ៖
$D: y=-2x+7$
២) សរសេរសមីការ នៃបន្ទាត់ D
មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ D'
$m'=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
$m'=\frac{0-(-1)}{2-4}=-\frac{1}{2}$
ដោយ $D//D' \Leftrightarrow mm'=-1$
តែ $m'=-\frac{1}{2} \Rightarrow m\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$
$\Rightarrow m=2$
សមីការនៃបន្ទាត់ D គឺ៖
$D: y=m(x-x_1)+y_1$
$D: y=2(x+2)-1$
$D: y=2x+3$
ដូចនេះ សមីការនៃបន្ទាត់ D គឺ៖
$D: y=2x+3$</td></tr>
<tr><td></td><td>ជំហានទី៥(កិច្ចការផ្ទះ)</td><td></td></tr>
<tr><td>❋កត់លេខលំហាត់ ទី១ ទី២ ទី៣ ទី៤ ទី៥ និងទី៦ ក្នុងសៀវភៅសិស្ស ទំព័រទី១៩១ រួចណែនាំឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ</td><td></td><td>❋សិស្សកត់ត្រាលេខទំព័រ និងលេខលំហាត់ ទុកក្នុងសៀវភៅ</td></tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..........ខែ............ឆ្នាំ២០១២
- មុខវិជ្ជា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
- រយៈពេល៖ ២ម៉ោង

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក៨ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

មេរៀនទី២ សមីការបន្ទាត់ (ត)

២.២ ចម្ងាយរវាងចំណុចនិងបន្ទាត់

២.៣ ការប្រើកូអរដោនេដើម្បីបង្ហាញលក្ខណៈនៃរូប

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀននេះរួចសិស្សអាច៖

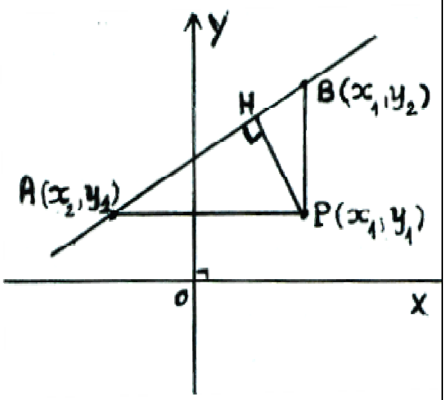
- ចំណេះដឹង៖
  - សរសេររូបមន្តចម្ងាយរវាងចំណុចនិងបន្ទាត់
- ចំណេះធ្វើ៖
  - គណនាចម្ងាយរវាងចំណុចនិងបន្ទាត់
  - បង្ហាញលក្ខណៈរូបដោយប្រើកូអរដោនេនៃចំណុច
- ឥរិយាបទ
  - សិស្សចេះសហការណ៍គ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងចេះធ្វើស្វ័យសិក្សារួមគ្នា

III. សម្ភារៈឧបទេស

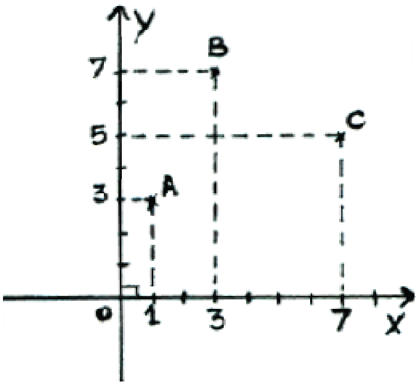
បន្ទាត់ក្រិត និង បន្ទាត់កែង

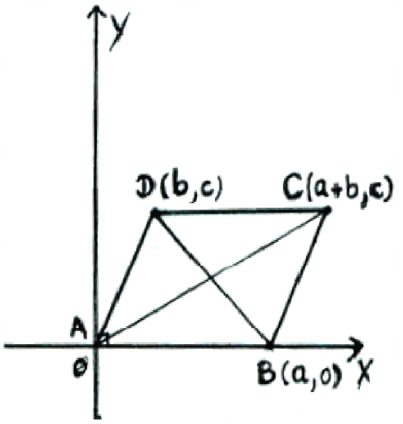
VI ដំណើរការមេរៀន:

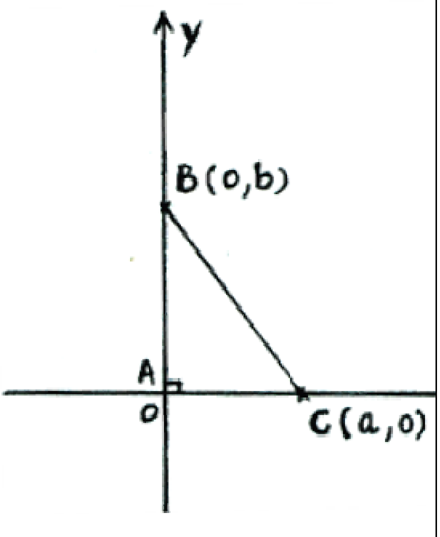
សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ វត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
❋បើចំណុច $A(x_1, y_1)$ ឋិតនៅលើ $D: ax+by+c=0$ ។ នោះគេ	ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)	❋គឺ $ax_1+by_1+c=0$

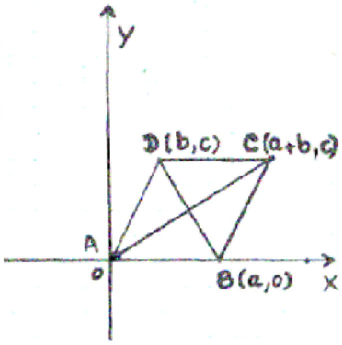
អាចសរសេរបានដូចម្ដេច? ⁕គេមានពីរចំណុច $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ ។តើ $AB=?$ ⁕គេមាន $D:y=mx+n$ និង $D':y=m'x+n'$ ។ កំណត់ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យ $D//D'\&D\perp D'$ ។		⁕ $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ⁕ដើម្បីឲ្យ $D//D'\Leftrightarrow m=m'$ $D\perp D'\Leftrightarrow mm'=-1$
⁕សង់បន្ទាត់ $L:ax+by+c=0$ និងចំណុច $P(x_1,y_1)$ ក្នុងប្លង់កូអរដោនេ។ តាមចំនុច $A(x_2,y_1)$ និង $B(x_1,y_2)$ នៃបន្ទាត់ L យើងគូសបន្ទាត់ពីរ ដែលស្របរៀងគ្នានឹង អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេ ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $P(x_1,y_1)$ ។ ហើយ H ជាចំណោលកែងនៃ P លើបន្ទាត់ L រួចសួរ តើ $PH.AB=AP.PB$ ឬទេ? ព្រោះអ្វី? រួចទាញរក PH^2 ⁕តើ $AP^2,PB^2\ \&\ AB^2$ ស្មើប៉ុន្មាន? PH^2 ទៅជាដូចម្ដេច? ⁕បើ $A(x_2,y_1)$ និង $B(x_1,y_2)$ នៅលើបន្ទាត់ $L:ax+by+c=0$ នោះគេទាញបានដូចម្ដេច? ⁕បើតាង $ax_1+by_1+c=k\ \ (1)$	**ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ)** **មេរៀនទី២ សមីការបន្ទាត់ (ត)** **២.២ ចម្ងាយរវាងចំណុចនិងបន្ទាត់** គេមានបន្ទាត់ L មួយ មានសមីការ $L:ax+by+c=0$ ចំណុច $P(x_1,y_1)$ មួយ ដូចរូបខាងក្រោម៖  តាមចំណុច $A(x_2,y_1)$ និង $B(x_1,y_2)$ នៃបន្ទាត់ L គេគូសបន្ទាត់ពីរ ដែលស្របរៀងគ្នានឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេ ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $P(x_1,y_1)$ ។ តាង $ax_1+by_1+c=k\ \ (1)$ $A\&B$ ឋិតលើ L គេបាន	⁕ $PH.AB=AP.PB$ ព្រោះ៖ $S_{\Delta ABP}=AB.PH=AP.PB$ $PH=\frac{AP.PB}{AB}\Rightarrow PH^2=\frac{AP^2.PB^2}{AB^2}$ $PA^2=(x_1-x_2)^2,PB^2=(y_1-y_2)^2$ $\&AB^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$ $PH^2=\frac{(x_1-x_2)^2(y_1-y_2)^2}{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}(*)$ ⁕គេបាន $ax_2+by_1+c=0\ \ (2)$ $ax_1+by_2+c=0\ \ (3)$ តែ $ax_1+by_1+c=k\ \ (1)$ ⁕គេបាន

តើ $(1)-(2)=?(1)-(3)=?$ ❋ទាញរក x_1-x_2 & y_1-y_2 រួចជួសក្នុង $(*)$ ហើយគណនា PH ❋ឲ្យសិស្ស ទាញជារូបមន្តទូទៅ ដើម្បីគណនា ចម្ងាយពីចំណុចទៅបន្ទាត់។ ❋ដាក់ឧទាហរណ៍ ឲ្យសិស្សគណនាចម្ងាយពីចំណុច $(3,\sqrt{2})$ ទៅបន្ទាត់មួយ មានសមីការ $\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y=2$ ។ រួចសួរ តើបន្ទាត់	$ax_2+by_1+c=0 \quad (2)$ $ax_1+by_2+c=0 \quad (3)$ $(1)-(2):a(x_1-x_2)=k$ $(1)-(3):b(y_1-y_2)=k$ $\Rightarrow x_1-x_2=\frac{k}{a}$ & $y_1-y_2=\frac{k}{b}$ $\Delta\perp PAB$ មានកម្ពស់ PH នោះ $PH\times AB=PA\times PB$ $\Rightarrow PH=\frac{PA\times PB}{AB}$ $\Rightarrow PH^2=\frac{PA^2\times PB^2}{AB^2}$ $PA^2=(x_1-x_2)^2, PB^2=(y_1-y_2)^2$ $\& AB^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$ គេបាន៖ $PH^2=\frac{PA^2\times PB^2}{AB^2}$ $=\frac{(x_1-x_2)^2(y_1-y_2)^2}{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ $=\frac{\frac{k^2}{a^2}\frac{k^2}{b^2}}{\frac{k^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}}=\frac{k^2}{a^2+b^2}$ $\Rightarrow PH=\frac{\|k\|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\|ax_1+by_1+c\|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ **ជាទូទៅ៖** ចម្ងាយ d រវាងចំណុច (x_1,y_1) ទៅបន្ទាត់ $ax+by+c=0$ គឺ៖ $d=\frac{\|ax_1+by_1+c\|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ។ **<u>ឧទាហរណ៍៖</u>** រកចម្ងាយ d ពីចំនុច	$(1)-(2):a(x_1-x_2)=k$ $(1)-(3):b(y_1-y_2)=k$ ❋គេបាន $(*)$ ទៅជា៖ $PH^2=\frac{PA^2\times PB^2}{AB^2}$ $=\frac{(x_1-x_2)^2(y_1-y_2)^2}{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ $=\frac{\frac{k^2}{a^2}\frac{k^2}{b^2}}{\frac{k^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}}=\frac{k^2}{a^2+b^2}$ $\Rightarrow PH=\frac{\|k\|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\|ax_1+by_1+c\|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ❋ចម្ងាយ d រវាងចំណុច (x_1,y_1) ទៅបន្ទាត់ $ax+by+c=0$ គឺ៖ $d=\frac{\|ax_1+by_1+c\|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ។ ❋នៅទេ $\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y=2$ $\Rightarrow\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y-2=0$

ដែលគេអោយ ចូលទម្រង់ $ax+by+c=0$ ឬនៅ?ចូរបម្លែង? ❋តើយើងគណនា ចម្ងាយពីចំណុចទៅបន្ទាត់ ដោយប្រើរូបមន្តណា?ចូរគណនា	$(3,\sqrt{2})$ ទៅបន្ទាត់មួយ មានសមីការ $\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y=2$ ។	❋<u>គណនាចម្ងាយ</u> d តាមរូបមន្ត $d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $d=\frac{\left\lvert\frac{1}{2}\times3+\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\right\rvert}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\sqrt{2}^2}}$ $d=\frac{\left\lvert\frac{3}{2}\right\rvert}{\sqrt{\frac{9}{4}}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}}=1$
❋ដាក់ឧទាហរណ៍ ឲ្យសិស្សដៅចំណុច $A(1.3), B(3,7)$ និង $C(7,5)$ នៅក្នុងតំរុយកូអរដោនេ។ តាមរូបភាពតើបន្ទាត់ណា គួរតែកែងគ្នា? ❋បន្ទាប់មក ឲ្យសិស្សគណនាមេគុណប្រាប់ទិស នៃបន្ទាត់ $AB\&BC$ ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់។	២.៣ <u>ការប្រើកូអរដោនេ ដើម្បីបង្ហាញលក្ខណៈនៃរូប</u> **<u>ឧទាហរណ៍១៖</u>** គេឲ្យចំនុច $A(1,3)$ $B(3,7)\&C(7,5)$ នៅក្នុងតំរុយកូអរដោនេ។ បង្ហាញថា ΔABC ជាត្រីកោណកែង។	❋តាមរូបភាព បន្ទាត់ដែលគួរតែកែងគ្នាគឺ $AB\&BC$ ❋បង្ហាញថា ΔABC ជាត្រីកោណកែង  មេគុណប្រាប់ទិស m នៃបន្ទាត់ AB គឺ $m=\frac{7-5}{3-7}=-\frac{1}{2}$

⁕ឲ្យសិស្សសន្និដ្ឋាន ចំពោះត្រីកោណ ABC ។ ⁕ដូចម្តេចដែលហៅថា ប្រលេឡូក្រាម? ⁕ចំណុចដែលឋិតលើ អ័ក្សអាប់ស៊ីសមានអរដោនេស្មើប៉ុន្មាន? ⁕បន្ទាប់មក សង់រូបប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ក្នុងប្លង់កូអរដោនេ ដោយ ដាក់កំពូល A ត្រួតលើគល់ O ហើយ B នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ បើ $A(0,0), B(a,0)$ និង $D(b,c)$ នោះ C មានកូអរដោនេប៉ុន្មាន? ⁕បើយើងតាង $I\ \&\ J$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $AC\ \&\ BC$ នោះ	**<u>ឧទាហរណ៍២៖</u>** បង្ហាញថាអង្កត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលរួម។	មេគុណប្រាប់ទិស m' នៃបន្ទាត់ BC គឺ $m'=\frac{5-7}{7-3}=2$ $\Rightarrow mm'=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 2=-1$ $\Rightarrow AB\perp BC$ ដូចនេះ ΔABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B ។ ⁕ប្រលេឡូក្រាម ជាចតុកោណដែលមានជ្រុងឈមគ្នា ស្របរៀងគ្នា។ ⁕មានអរដោនេស្មើសូន្យ។ ⁕នោះ $C(a+b,c)$ ។  ដាក់កំពូល A ត្រួតលើគល់ O ហើយ B នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស គេបាន៖ $A(0,0), B(a,0), D(b,c)$ និង $C(a+b,c)$ ។ តាង I ចំណុចកណ្តាលនៃ AC

$I\ \&\ J$ មានកូអរដោនេប៉ុន្មាន? ⁕ឲ្យសិស្សពិនិត្យ កូអរដោនេនៃចំណុច $I\ \&\ J$ រួចសន្និដ្ឋាន ⁕ដាក់ឧទាហរណ៍ បង្ហាញថា មេដ្យានដែលគូសចេញ ពីកំពូលនៃមុំកែងស្មើពាក់ កណ្តាលអ៊ីប៉ូតេនុស។ រួចសួរ ដូចម្តេចហៅថាមេដ្យាន? ⁕បើដាក់ កំពូល A ត្រួតលើគល់ O ហើយ $B\&C$ រៀងគ្នាលើអ័ក្សអរដោនេនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។	**<u>ឧទាហរណ៍៣៖</u>** បង្ហាញថាមេដ្យានដែលគូសចេញ ពីកំពូលនៃមុំកែងស្មើពាក់កណ្តាលអ៊ីប៉ូតេនុស។	$\Rightarrow I\left(\frac{a+b}{2},\frac{c}{2}\right)$ (1) តាង J ចំណុចកណ្តាលនៃ BD $\Rightarrow J\left(\frac{a+b}{2},\frac{c}{2}\right)$ (2) តាម $(1)\&(2)$ គេបាន៖ $I\ \&\ J$ ជាចំណុចត្រួតលើគ្នា ដូចនេះ អង្កត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាមកាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលរួម។ ⁕មេដ្យានគឺជា អង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូល ទៅចំណុចកណ្តាលជ្រុងដែលឈម នឹងកំពូលនោះ។ បង្ហាញថា មេដ្យានដែលគូសចេញពីកំពូល នៃមុំកែងស្មើនឹងពាក់កណ្តាលអ៊ីប៉ូតេនុស។  គេដាក់កំពូល A ត្រួតលើគល់ O ហើយ $B\&C$ រៀងគ្នាលើអ័ក្សអរដោនេនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ គេបាន៖

តើ $A,B\&C$ មានកូអរដោនេប៉ុន្មាន? ⁕បើ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC តើ I មានកូអរដោនេប៉ុន្មាន? រួចគណនាប្រវែង $AI\&BC$? រួចសន្និដ្ឋាន។		$A(0,0);B(0,b)\&C(a,0)$ តាង I ចំណុចកណ្តាលនៃ BC $\Rightarrow I\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$ $\Rightarrow AI=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ $\Rightarrow AI=\frac{BC}{2}\ ;BC=\sqrt{a^2+b^2}$ ដូចនេះ មេដ្យានដែលគូសចេញពីកំពូលមុំកែង ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលអ៊ីប៉ូតេនុស។
ប្រតិបត្តិ៖ ១)គណនា ចម្ងាយពីចំណុច $A(1,2)$ ទៅបន្ទាត់ មានសមីការ $L:-3x+4y-10=0$ ។ ២)បង្ហាញថា អង្កត់ទ្រូងចតុកោណស្មើកែងគ្នា។	ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)	១)គណនាចម្ងាយ d គេមាន៖ ចំណុច $A(1,2)$ និង បន្ទាត់ $L:-3x+4y-10=0$ ។ តាមរូបមន្ត $d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $\Rightarrow d=\frac{\lvert -3(1)+4(2)-10\rvert}{\sqrt{(-3)^2+4^2}}=\frac{\lvert -5\rvert}{\sqrt{25}}$ $\Rightarrow d=5$ ២)បង្ហាញថា អង្កត់ទ្រូងចតុកោណស្មើកែងគ្នា។ 

		គេដាក់ A ត្រួតលើគល់ O ហើយនៅ B លើអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ គេបាន៖ $A(0,0), B(a,0), D(b,c)$ និង $C(a+b,c)$ ។ បន្ទាត់ (AC) មានមេគុណប្រាប់ទិស៖ $m=\frac{c}{a+b}$ បន្ទាត់ (BD) មានមេគុណប្រាប់ទិស៖ $m'=\frac{-c}{a-b}$ $\Rightarrow mm'=\frac{c}{a+b}\left(-\frac{c}{a-b}\right)$ $\Rightarrow mm'=-\frac{c^2}{a^2-b^2}\ (*)$ ដោយ $ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ $\Rightarrow AB=AD \Rightarrow AB^2=AD^2$ $\Rightarrow a^2=c^2-b^2 \Rightarrow c^2=a^2-b^2$ $(*): mm'=-\frac{c^2}{a^2-b^2}=-\frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$ $\Rightarrow mm'=-1 \Rightarrow (AB)\perp(BD)$ ដូចនេះ អង្កត់ទ្រូងចតុកោណស្មើកែងគ្នា។
❋កត់លេខលំហាត់ ទី៧ និងទី៨ ក្នុងសៀវភៅសិស្ស ទំព័រទី១៧៩ រួចណែនាំឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**ជំហានទី៥(កិច្ចការផ្ទះ)**	❋សិស្សកត់ត្រា លេខលំហាត់ និងលេខទំព័រ ទុកក្នុងសៀវភៅ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..........ខែ............ឆ្នាំ២០១២
- មុខវិជ្ជា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
- រយៈពេល៖ ២ម៉ោង

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

មេរៀនទី២ សមីការបន្ទាត់ (តចប់)

២.៣ សមីការនៃសំណុំចំណុច

ក. និយមន័យ

ខ. សមីការនៃសំណុំចំណុច

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀននេះរួចសិស្សអាច៖

- ➢ ចំណេះដឹង៖
  - ឲ្យនិយមន័យនៃសំណុំចំណុច
- ➢ ចំណេះធ្វើ៖
  - សរសេរសមីការនៃសំណុំចំណុចតាមលក្ខខណ្ឌដែលឲ្យ
- ➢ ឥរិយាបទ
  - សិស្សចេះសហការណ៍គ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងចេះធ្វើស្វ័យសិក្សារួមគ្នា

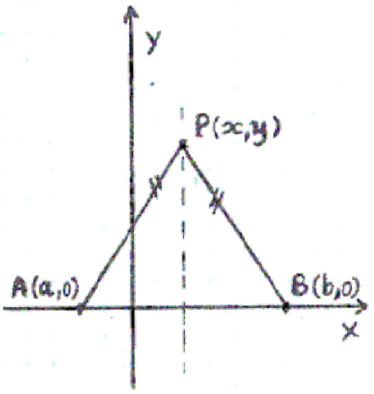
III. សម្ភារៈឧបទេស

បន្ទាត់ក្រិត បន្ទាត់កែង និងដៃកឈាន

VI ដំណើរការនៃមេរៀន:

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ សណ្ដាប់ធ្នាប់ វត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
❋បើគេមាន ពីរចំណុច $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ នោះប្រវែង	ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)	❋ប្រវែង AB គឺ៖

$AB=?$ ⁕ចុចពីរបីចំណុច ជាខ្សែត្រង់រូចស្វរ បើយើងគូសភ្ជាប់ចំណុចទាំងអស់តើវាមានរាងជាអ្វី? ⁕ដូចម្តេចហៅថាបន្ទាត់?		$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ⁕វាមានរាងជាបន្ទាត់ ⁕បន្ទាត់គឺជា សំណុំចំណុចជាច្រើនរត់ត្រង់គ្នា។
⁕សំណុំចំណុច ដែលមានចម្ងាយស្មើគ្នាទៅជ្រុងទាំងពីរ នៃមុំមួយហៅថាអ្វីនៃមុំនោះ? ⁕ដូចម្តេចដែល ហៅថាសំណុំចំណុច? ⁕សំណុំនៃចំណុច ដែលមានចម្ងាយថេរទៅនឹងចំណុចនឹងមួយជាអ្វី? ⁕បើយើងដាក់ចំណុច $A\&B$ នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ តើ $A\&B$ មានអរដោនេស្មើប៉ុន្មាន? ⁕តើគេអាច តាង $A(a,o)\&B(b,0)$ បានឬទេ? ⁕តាមបម្រាប់ចំណុច P មានចម្ងាយ ស្មើទៅចំណុច $A\&B$ មានន័យដូច ម្តេច?	ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) **<u>មេរៀនទី២</u> <u>សមីការបន្ទាត់</u>** (**តចប់**) ២.៣ <u>សមីការនៃសំណុំចំណុច</u> ក.<u>និយមន័យ</u>៖ សំណុំចំណុចដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌមួយ គឺជារូបធរណីមាត្រផ្គុំ ដោយចំណុចទាំងអស់ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌនោះ។ **<u>ឧទាហរណ៍១</u>**៖ សំណុំចំណុចនៃចំណុច ដែលមានចម្ងាយថេរ r ពីចំណុចនឹង o មួយ គឺជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត o កាំ r ។ **<u>ឧទាហរណ៍២</u>**៖ រកសំណុំចំណុច P ដែលមានចម្ងាយស្មើ ពីចំណុចនឹងពីរ $A\&B$ ។	⁕ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំនោះ ⁕សំណុំចំណុច ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌមួយ គឺជារូបធរណីមាត្រផ្គុំដោយចំណុចទាំងអស់ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌនោះ។ ⁕ជារង្វង់ដែលមានចំណុចនឹងនោះជាផ្ចិត។ ⁕មានអរដោនេស្មើសូន្យ ⁕បាន ⁕មានន័យថា $PA=PB$ ⁕បើ $PA=PB\Rightarrow PA^2=PB^2$

⁕បើ $PA=PB\Rightarrow PA^2=?$ ⁕តាង $P(x,y)$ ជាចំណុចមួយនៃប្លង់ តើ $PA^2=?PB^2=?$ រួចឲ្យសិស្សគណនានិងសន្និដ្ឋាន	 យក $A(a,o)\&B(b,0)$ ជាចំណុចបិតលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ តាង $P(x,y)$ ជាចំណុចមួយនៃប្លង់ តាមបម្រាប់៖ $PA=PB\Rightarrow PA^2=PB^2$ $\Rightarrow(x-a)^2+y^2=(x-b)^2-y^2$ $\Rightarrow -2ax+a^2=-2bx+b^2$ $\Rightarrow x=\dfrac{b^2-a^2}{2(b-a)}=\dfrac{a+b}{2}$ នោះ សំណុំចំណុច P គឺជាបន្ទាត់មានសមីការ $x=\dfrac{a+b}{2}$ ដែលកាត់ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB ។	⁕គេបាន $PA^2=(x-a)^2+y^2$ $PB^2=(x-b)^2+y^2$
⁕បើយើងតាង $P(x,y)$ តើប្រវែង $AP^2=?\&BP^2=?$ រួចជំនួសក្នុងបម្រាប់ហើយគណនា ⁕បញ្ជាក់ប្រាប់ថា $y=2x+3$ ហៅថាសមីការ សំណុំចំណុចនៃចំណុច P ។	ដូចនេះ សំណុំចំណុច P គឺជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ។ ខ. <u>**សមីការនៃសំណុំចំណុច**</u> <u>ឧទាហរណ៍</u>៖ គេឲ្យ ចំណុចពីរ $A(2,0)$ និង $B(0,1)$ ។ រកសំណុំនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់៖ $AP^2-BP^2=1$។ <u>**ចម្លើយ**</u> <u>**រកសំណុំនៃចំណុច**</u> P	⁕គឺ $AP^2=(x-2)^2+y^2$ និង $BP^2=x^2+(y-1)^2$ គេបាន $\left[(x-2)^2+y^2\right]-\left[x^2+(y-1)^2\right]=1$ $x^2-4x+4+y^2-x^2-y^2+2y-1=1$ $-2x+y+1=0$

	តាង (x,y) ជាកូអរដោនេនៃ P តាមសម្មតិកម្ម៖ $AP^2-BP^2=1$ $\left[(x-2)^2+y^2\right]-\left[x^2+(y-1)^2\right]=1$ $x^2-4x+4+y^2-x^2-y^2+2y-1=1$ $-2x+y+1=0$ $\Rightarrow y=2x-1$ ជាសមីការ សំណុំចំណុចនៃចំណុច P ។	
❋គេឲ្យ ចំណុចពីរ $A(2,0)$ និង $B(-2,0)$ ។ រកសំណុំនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ៖ $AP^2-BP^2=16$ ។	**ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)**	❋**<u>រកសំណុំនៃចំណុច</u>** P តាង $P(x,y)$ តាមបម្រាប់ $AP^2-BP^2=16$ $\left[(x-2)^2+y^2\right]-\left[(x+2)^2+y^2\right]=16$ $x^2-4x+4+y^2-x^2-4x-4-y^2=16$ $-8x=16$ $x=-2$ ដូចនេះ សំណុំចំណុច នៃចំណុច P គឺ បន្ទាត់ $x=-2$ ។
❋កត់លេខលំហាត់ ទី៩ និងទី១០ ក្នុងសៀវភៅសិស្ស ទំព័រទី១៧៩ រួចណែនាំឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**ជំហានទី៥(កិច្ចការផ្ទះ)**	❋សិស្សកត់លេខលំហាត់ និងលេខទំព័រទុកក្នុងសៀវភៅ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- **មុខវិជ្ជា** **គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០**
- **ជំពូកទី ៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់**
- **មេរៀនទី ៣** **សមីការរង្វង់**
- **រយៈពេលបង្រៀន** **២ ម៉ោង** (**១០០ នាទី**)

I. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

-ចំណេះដឹង : សិស្សប្រាប់បានពីសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈមេរៀន ។ មើលចំណុចរវាងបន្ទាត់ និង រង្វង់ ព្រមទាំងទីតាំងបន្ទាត់និងរង្វង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈមេរៀន ។

-បំណិន : សិស្សបកស្រាយបានពីសមីការស្តង់ដានិង សមីការទូទៅនៃរង្វង់ ផ្ចិត កាំនៃរង្វង់ មើលចំណុចរវាងបន្ទាត់ និង រង្វង់ ព្រមទាំងទីតាំងបន្ទាត់និងរង្វង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈមេរៀន ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

II. ខ្លឹមសារនៃមេរៀន

1. **សមីការរង្វង់**

ក) សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់

ខ) សមីការទូទៅនៃរង្វង់

2. **រង្វង់ និង បន្ទាត់**

ក) ចំនុចប្រសព្វនៃរង្វង់និង បន្ទាត់

III. សម្ភារឧបទេស

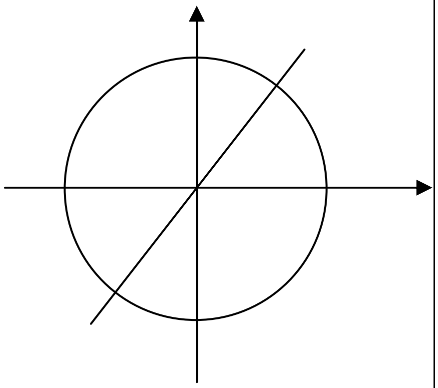
- សៀវភៅគ្រូ និង សៀវភៅ សិស្ស ទំព័រទី ១៨០ ដល់ ១៨៣ ។
- ក្រដាសគូសរង្វង់និងបន្ទាត់

IV. ដំណើរការមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមានអនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ។	**ជំហានទី១** (២នាទី) (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	-តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-អោយសិស្សដាក់កន្ស្រោម	**ជំហានទី២**(**៨នាទី**) (រំលឹកមេរៀនចាស់)	- សិស្សធ្វើ

ខាងដែលមានអង្គទីមួយជាការេទ្វេធា ក) $x^2-4x+3=0$ ខ) $y^2-10y+10=9$		ក) $x^2-4x+3=0$ $x^2-4x+4=1$ $(x-2)^2=1$ ខ) $y^2-10y+10=9$ $y^2-10y+25=24$ $(y-5)^2=24$
-អោយសិស្សដាក់កន្សោមខាងដែលមានអង្គទីមួយជាការេទ្វេធា ក) $x^2-2x+3=5$ ខ) $y^2-8y+10=0$ - អោយសិស្សយក (1)+(2) - គ្រូប្រាប់សិស្សថាសមីការនេះហៅថាសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិត (1 , 4) និងមានកាំស្មើនឹង 3 ។ - ណែនាំអោយសិស្សទាញជាទូទៅ -អោយសិស្សជំនួសសមីការបើ $a=0, b=0$ -សមីការនេះជាសមីការមានផ្ចិតនៅគល់ O ។	**ជំហានទី៣** (៧៥នាទី) **មេរៀនទី.៣** **សមីការរង្វង់** 1. **សមីការរង្វង់** **ក**) សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ **ជាទូទៅ** -សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(a,b)$ និងកាំrគឺ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	- សិស្សធ្វើ ក) $x^2-2x+3=5$ $x^2-2x+1=3$ $(x-1)^2=3(1)$ ខ) $y^2-8y+10=0$ $y^2-8y+16=6$ $(y-4)^2=6(2)$ -$(x-1)^2+(y-4)^2=9$ $(x-1)^2+(y-4)^2=3^2$ - សិស្សស្តាប់ហើយកត់ត្រា - សិស្សទាញជាទូទៅ សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមាន ផ្ចិត $I(a,b)$ និងកាំrគឺ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ -$x^2+y^2=r^2$ -សិស្សស្តាប់ហើយកត់ត្រា

- អោយសិស្សពន្លាត សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់គឺ$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ - គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ណែនាំអោយសិស្សធ្វើ - គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ទី៣ - គ្រូអោយសិស្សតាង P(x , y) - គ្រូអោយសិស្សគណនា AP = 3PBដោយលើកជាការេអង្គទាំងពីរ - តើសំណុំចំនុច P គឺជាអ្វី? - គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍ណែនាំអោយសិស្សដោះស្រាយ - តើបន្ទាត់កាត់រង្វង់ប៉ុន្មាន	**២**) សមីការទូទៅនៃរង្វង់ សមីការទូទៅនៃរង្វង់: $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ **ឧទាហរណ៍១** កំណត់ផ្ចិតនិងកាំរង្វង់ដែលមានសមីការទូទៅ :$x^2+y^2+4x-2y-4=0$ **ឧទាហរណ៍២** ចូរសមីការទូទៅនៃសមីការស្តង់ដាខាងក្រោម :$(x-3)^2+(y+2)^2=25$ **ឧទាហរណ៍3** គេអោយចំនុចនឹងពីរ A(-3 , 0) និង B(1 , 0)។ រកសំណុំចំនុចនៃ P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP:PB=3:1$។ 3.2 រង្វង់និងបន្ទាត់ ក)ចំនុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់និងរង្វង់	- សិស្សពន្លាត $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ $x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2=r^2$ $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ - សិស្សធ្វើ $x^2+y^2+4x-2y-4=0$ $(x+2)^2+(y-1)^2-9=0$ $(x+2)^2+(y-1)^2=9=3^2$ ផ្ចិត $I(-2,1)$ និងកាំរង្វង់$r=3$ $(x-3)^2+(y+2)^2=25$ $x^2+y^2-9x+4y+9+4=25$ $x^2+y^2-9x+4y-12=0$ - សិស្សកត់ត្រា - សិស្សតាង - សិស្សគណនា $AP=3PB$ $AP^2=9PB^2$ $(x+3)^2+y^2=9(x-1)^2+9y^2$ $x^2+y^2+6x+9=9x^2-18x+9+9y^2$ $8x^2-24x+8y^2=0$ $x^2-3x+y^2=0$ $(x-3/2)^2+y^2=(3/2)^2$ - ជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត (3/2 , 0) ហើយកាំ 3/2 ។ - សិស្សដោះស្រាយ $x^2+x^2=8$ $2x^2=8$ $y=x=\pm 2$

<table>
<tr><td>ចំនុច?
- តើបន្ទាត់កាត់រង្វង់មាន 2 ចំនុចរហូតរី ?
- គ្រូណែនាំអោយសិស្សរកកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងរង្វង់</td><td>ឧទាហរណ៏
រកកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់$y = x$និងរង្វង់ $x^2 + y^2 = 8$ ។

កូអរដោនេចំនុចប្រសព្វរវាងរង្វង់ $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (1)

និង បន្ទាត់ $y = mx + n$ (2)
គឺ$(x-a)^2 + (mx + n - b)^2 = r^2(3)$
យក Δជាឌីគ្រីមីណង់នៃ (3)
ក) បើ $\Delta > 0$មានចំនុចប្រសព្វពីរ
ខ) បើ $\Delta = 0$មានចំនុចប្រសព្វមួយ
គ) បើ $\Delta < 0$គ្មានចំនុចប្រសព្វ</td><td>- 2 ចំនុច

- អត់ទេ អាចមាន2 ចំនុច មួយចំនុច និងគ្មានចំនុចប្រសព្វ ។
- សិស្សរក</td></tr>
<tr><td>-រកតម្លៃ m ដើម្បីអោយបន្ទាត់កាត់រង្វង់តាមពីរចំនុច$\begin{cases} y = mx - 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$</td><td><u>ជំហានទី៤</u> (១៣នាទី)
(ពង្រឹងចំណេះដឹង)</td><td>-សិស្សធ្វើ
$\begin{cases} y = mx - 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$
$x^2 + (mx - 2)^2 = 1$
$(1 + m^2)x^2 - 4mx + 3 = 0$</td></tr>
</table>

		$\Delta = 16m^2 - 12(1+m^2)$ ដើម្បីអោយចំនុចប្រសព្វពីរកាល ណា $\Delta > 0$ $16m^2 - 12(1+m^2) > 0$ $m^2 > 3$ $m < -\sqrt{3}$; $m > \sqrt{3}$
-គ្រូអោយសិស្សមើលមេរៀនបន្ត	**<u>ជំហានទី៥</u>** (**២នាទី**) (កិច្ចការផ្ទះ)	-សិស្សស្តាប់តាមដំបូន្មានគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- **មុខវិជ្ជា** **គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១០**
- **ជំពូកទី ៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់**
- **មេរៀនទី ៣** **សមីការរង្វង់**
- **រយៈពេលបង្រៀន** **២ ម៉ោង** (**១០០ នាទី**)

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

-ចំណេះដឹង : សិស្សប្រាប់បានពីសមីការបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈមេរៀន ។

-បំណិន : សិស្សបកស្រាយបានពីសមីការបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈមេរៀន ។

-ឥរិយាបថ : សិស្សមានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

II.ខ្លឹមសារនៃមេរៀន

2. **រង្វង់ និង បន្ទាត់**

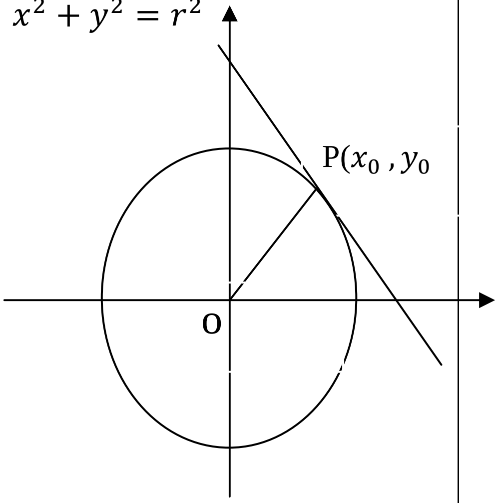
ខ) បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

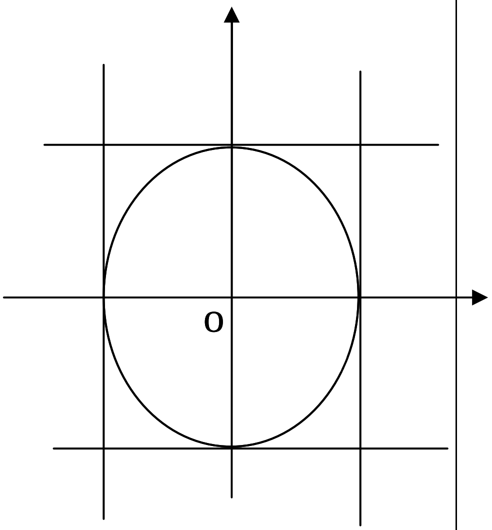
III.សម្ភារឧបទេស

-ផ្ទាំងរូបភាពក្រដាសគូស បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

IV.ដំណើរការមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ។	**ជំហានទី១** (២នាទី) (រដ្ឋបាលថ្នាក់) -គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ វិន័យ និង សណ្តាប់ធ្នាប់។	-តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃ បន្ទាត់ $(L_1): y = 2x + 3$ បន្ទាត់ $(L_2): y = -\frac{1}{2}x + 3$ -យក aa' -តើបន្ទាត់ទាំងពីរយ៉ាងដូចម្តេច ?	**ជំហានទី២**(**៨នាទី**) (រំលឹកមេរៀនចាស់)	- $(L_1): a = 2$ $(L_2): a' = -\frac{1}{2}$ -យក $aa' = -1$ -កែងគ្នា

-ពន្យល់ពីលក្ខណៈបន្ទាត់ ប៉ះដល់សិស្ស -ណែនាំសិស្សអោយសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់កាត់តាមចំនុច P$(x_0\,,y_0)$	**ជំហានទី៣** (៧៥នាទី) **មេរៀនទី.៣** **សមីការរង្វង់** 2. **រង្វង់ និង បន្ទាត់** **ខ**) បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ -បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់គឺជាបន្ទាត់ដែលកែងទៅនឹងកាំរង្វង់ត្រង់ចុងនៃកាំដែលហៅថាចំនុចប៉ះ ។ -យក P$(x_0\,,y_0)$ នៅលើរង្វង់ $x^2+y^2=r^2$  + ករណី $x_0y_0\neq 0$ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់OP គឺ $\frac{y_0}{x_0}$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ P គឺ $-\frac{x_0}{y_0}$ ។ យក $T(x\,,y\,)\in$បន្ទាត់ប៉ះ ។ ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P គឺ :	- សិស្សស្តាប់និងកត់ត្រា - សិស្សធ្វើតាមការណែនាំ

	$y - y_0 = -\frac{x_0}{y_0}(x - x_0)$ $x_0 x + y_0 y = x_0^2 + y_0^2 = r^2$ (1) +ករណី $x_0 y_0 \neq 0$ នោះ $x_0 = 0$ ឬ $y_0 = 0$ គេបានចំនុចP ស្ថិតនៅលើអ័ក្សកូអរដោនេ  	
- ណែនាំសិស្សអោយទាញជាទូទៅ	-ចំនុច$P(r, 0)$ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $x = r$ -ចំនុច$P(-r, 0)$ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $x = -r$ -ចំនុច$P(0, r)$ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $y = r$ -ចំនុច$P(0, -r)$ សមីការបន្ទាត់ប៉ះ $y = -r$ +សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់$x^2 + y^2 = r^2$ត្រង់ចំនុច(x_0, y_0) គឺ $x_0 x + y_0 y = r^2$ ។	- សិស្សទាញជាទូទៅ: សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់$x^2 + y^2 = r^2$ ត្រង់ចំនុច(x_0, y_0) គឺ $x_0 x + y_0 y = r^2$
- ដាក់លំហាត់ណែនាំអោយសិស្សធ្វើ	លំហាត់ ក)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2 + y^2 = 3$ត្រង់ (2 , 3) ។ ខ)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2 + y^2 = 16$ត្រង់ (0 , 4) ។	- សិស្សធ្វើ ក)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2 + y^2 = 3$ត្រង់ (2 , 3) គឺ $2x + 3y = 3$ ខ)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

		$x^2+y^2=16$ត្រង់ (0 , 4) គឺ $y=4$
- លំហាត់ ក)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=9$ត្រង់ (-1 , 4) ខ)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=16$ត្រង់ (-2 , 0)	**<u>ជំហានទី៤</u>** (**១៣នាទី**) (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	-សិស្សធ្វើ ក)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=9$ត្រង់ (-1 , 4) គឺ $-x+4y=9$ ខ)រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=16$ត្រង់ (-2 , 0) គឺ $x=-2$
-គ្រូអោយសិស្សមើលមេរៀនបន្ត	**<u>ជំហានទី៥</u>** (**២នាទី**)	-សិស្សស្តាប់តាមដំបូន្មានគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- ថ្ងៃទី..........ខែ............ឆ្នាំ២០១២
- មុខវិជ្ជា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០
- រយៈពេល៖ ២ម៉ោង

I. ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូក៤ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

មេរៀនទី៤ ដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប

៤.១ ដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប

៤.២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន

ក្រោយពីរៀនមេរៀននេះរួចសិស្សអាច៖

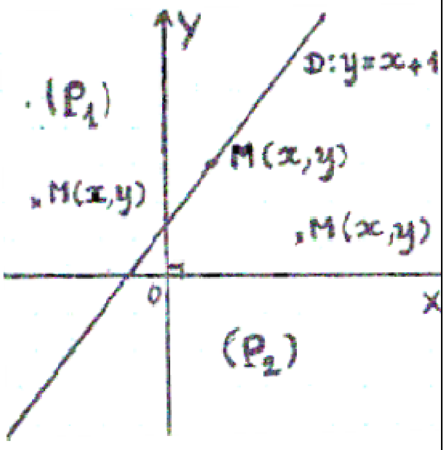
- ចំណេះដឹង៖
  - ស្គាល់កន្លះប្លង់ដែលនៅលើព្រំដែនបន្ទាត់និងក្រោមព្រំដែនបន្ទាត់
  - ស្គាល់ផ្ទៃកដែលនៅក្នុងរង្វង់និងផ្ទៃកនៅខាងក្រៅរង្វង់
- ចំណេះធ្វើ៖
  - ដោះស្រាយវិសមីការនិងប្រព័ន្ធវិសមីការ
- ឥរិយាបទ
  - សិស្សចេះសហការណ៍គ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងចេះធ្វើស្វ័យសិក្សារួមគ្នា

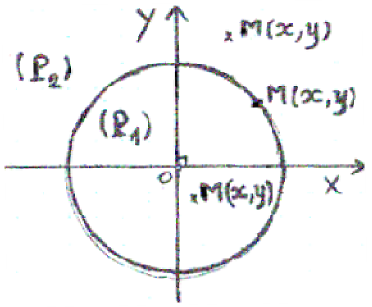
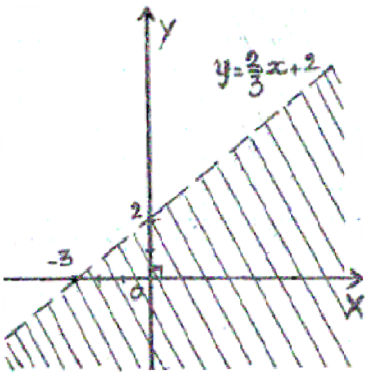
III. សម្ភារៈឧបទេស

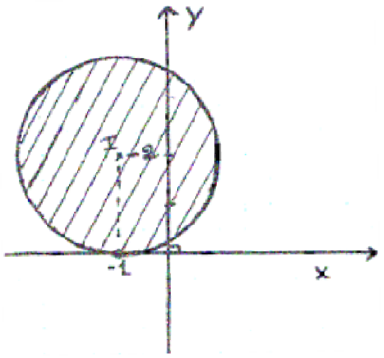
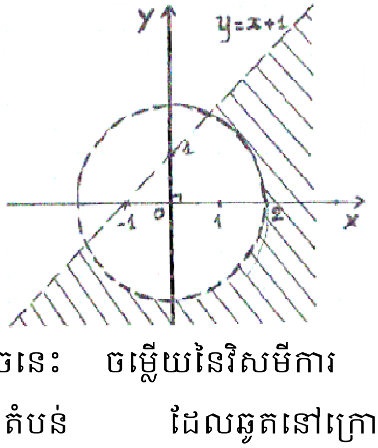
បន្ទាត់ក្រិត បន្ទាត់កែង និងដៃកឈាន

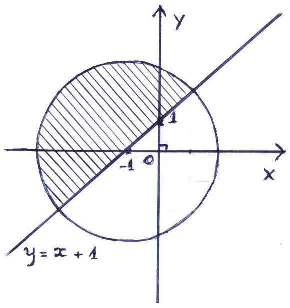
VI ដំណើរការនាំមេរៀន:

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
.គ្រូតពិនិត្យ អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ វត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	.ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
⁕តាមពីរចំណុច គេអាចគូសបន្ទាត់បានប៉ុន្មាន?	ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)	⁕បានតែមួយគត់

⁕សមីការ $x^2+2x-4y+y^2=4$ មានរាងជាអ្វីក្នុងប្លង់កូអរដោនេ? ⁕ចុះដើម្បីសង់រង្វង់មួយបាន គេត្រូវស្គាល់អ្វីខ្លះ?		⁕មានរាងជារង្វង់។ ⁕គេត្រូវស្គាល់ផ្ចិតនិងកាំ
⁕សង់បន្ទាត់ $D: y=x+1$ ក្នុងប្លង់កូអដោនេ រួចសួរតើបន្ទាត់នេះ ចែកប្លង់កូអរដោនេជាប៉ុន្មានផ្នែក ? អ្វីខ្លះ? ⁕បើយើងធ្វើការប្រៀបធៀប អរដោនេនៃគ្រប់ចំណុច ដែលឋិតក្នុង (P_1) ធំជាងឬតូចជាង គ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅលើបន្ទាត់ D? ⁕ចុះចំពោះ គ្រប់ចំណុចដែលឋិតក្នុង (P_2) និងគ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅលើបន្ទាត់ D វិញ? ⁕សង់រង្វង់ផ្ចិត O កាំ $r=2$ រួចសួរតើរង្វង់នេះចែកប្លង់កូអរដោនេជាប៉ុន្មានផ្នែក?អ្វីខ្លះ? ⁕បើយើងធ្វើការប្រៀបធៀប អរដោនេនៃគ្រប់ចំណុចដែលឋិតក្នុង (P_1) ធំជាងឬតូចជាង គ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅលើរង្វង់?	ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) __មេរៀនទី៤__ __**ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប**__ ៤.១ __ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប__ ក. គេមានបន្ទាត់ $D: y=x+1$ ដូចរូប  បន្ទាត់ D ចែកប្លង់ កូអរដោនេជាពីរកន្លះប្លង់ $P_1 \& P_2$ ហើយ D ជាព្រំដែននៃកន្លះប្លង់ទាំងពីរនោះ។ -គ្រប់ $M(x,y)$ នៃ D នោះ $y=x+1$ -គ្រប់ $M(x,y)$ នៃ P_1 នោះ $y>x+1$ -គ្រប់ $M(x,y)$ នៃ P_2 នោះ $y<x+1$ ខ. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O កាំ $r=2$ មានសមីការ $x^2+y^2=4$ មួយដូចរូប	⁕បានពីរផ្នែក គឺផ្នែកខាងលើបន្ទាត់ D តាងដោយ (P_1) និងផ្នែកខាងក្រោមបន្ទាត់ D តាងដោយ (P_2) ។ ⁕គ្រប់ចំណុចឋិតក្នុង (P_1) មានអរដោនេធំជាង ⁕គ្រប់ចំណុចឋិតក្នុង (P_2) មានអរដោនេតូចជាង ⁕ចែកជាពីរផ្នែក គឺផ្នែកខាងក្នុងរង្វង់ (P_1) និងផ្នែកខាងក្រៅរង្វង់ (P_2) ⁕គ្រប់ចំណុចឋិតក្នុង (P_1) មានអរដោនេតូចជាង

⁕ចុះចំពោះ គ្រប់ចំណុចដែលបិតក្នុង (P_2) និងគ្រប់ចំណុចដែលបិតនៅលើរង្វង់វិញ?	 រង្វង់នេះចែកប្លង់កូអរដោនេ ជាពីរផ្នែកគឺផ្នែកខាងក្នុងរង្វង់ P_1 និងផ្នែកខាងក្រៅរង្វង់ P_2 ។ -គ្រប់ $M(x,y)$ នៃរង្វង់នោះ $x^2+y^2=4$ -គ្រប់ $M(x,y)$ នៃ P_1 នោះ $x^2+y^2<4$ -គ្រប់ $M(x,y)$ នៃ P_2 នោះ $x^2+y^2>4$ **របៀបដោះស្រាយវិសមីការ តាមក្រាប** **១. សង់ក្រាបតាងសមីការ** **២. តាមក្រាប កំណត់ចម្លើយនៃវិសមីការ** <u>ឧទាហរណ៍១៖</u>	⁕គ្រប់ចំណុចបិតក្នុង (P_2) មានអរដោនេធំជាង
⁕ដាក់ឧទាហរណ៍១ ដោះស្រាយវិសមីការ៖ $2x-3y+6>0$ តាមក្រាប។តើបន្ទាត់ដែលឲ្យចូលរាង $y=ax+b$ ឬនៅ? ចូរបម្លែង ⁕ចូរសង់បន្ទាត់ $y=\frac{2}{3}x+2$ រួចមើលវិសមីការដើម គេចង់បានផ្នែកខាងលើបន្ទាត់ ឬខាងក្រោមបន្ទាត់? គូសឆូតផ្នែកដែលគេចង់បានរួចប្រាប់សិស្សពីរបៀបឆ្លើយ	ដោះស្រាយវិសមីការ៖ $2x-3y+6>0$ តាមក្រាប។	⁕<u>ដោះស្រាយវិសមីការ</u> គេមាន៖ $2x-3y+6>0$ $\Rightarrow y<\frac{2}{3}x+2$ សង់បន្ទាត់៖ $y=\frac{2}{3}x+2$  ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការ គឺជាតំបន់ដែលឆូត នៅក្រោមបន្ទាត់ព្រំដែន។
⁕ដាក់ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយ	<u>ឧទាហរណ៍២៖</u> ដោះស្រាយ	⁕<u>ដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប</u> គេមាន៖ $x^2+y^2+2x-4y+1\le 0$

វិសមីការ $x^2+y^2+2x-4y+1\le 0$ តាមក្រាបរួច តើសមីការរង្វង់នេះចូលទម្រង់ស្តង់ដាឬនៅ? ចូរបម្លែង	វិសមីការ ៖ $x^2+y^2+2x-4y+1\le 0$ តាមក្រាប។	$(x^2+2x+1)+(y^2-4y+4)-4\le 0$ $(x+1)^2+(y-2)^2\le 4$ សង់រង្វង់៖ $(x+1)^2+(y-2)^2=4$
⁕ចូរសង់រង្វង់ $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ រួចមើលទៅវិសមីការដើម តើគេចង់បានផ្នែកខាងក្នុងរង្វង់ ឬផ្នែកខាងក្រៅរង្វង់? ឲ្យសិស្សឆូតផ្នែកដែលគេចង់បាន រួចសរសេរចម្លើយ។	**សម្គាល់**៖ គំនូសដាច់ៗ មានន័យថាចម្លើយវិសមីការ មិនបិតលើគំនូសនោះទេ។ ៤.២ <u>ដំណោះស្រាយ ប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប</u>	 ដូចនេះ ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺគ្រប់ចំណុចនៅលើរង្វង់ និងផ្នែកខាងក្នុងរង្វង់។
⁕ដាក់ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ៖ $\begin{cases}x^2+y^2>4\\ y<x+1\end{cases}$ តាមក្រាប រួចឲ្យសិស្សសង់បន្ទាត់ $y=x+1$ និងរង្វង់ $x^2+y^2=4$ រួចឲ្យសិស្សមើលវិសមីការបន្ទាត់ តើគេចង់បានផ្នែកខាងលើបន្ទាត់ឬក្រោមបន្ទាត់?ឆូតប៊ិចពិណខៀវ ដូចគ្នាដែរចំពោះរង្វង់តើគេចង់បានផ្នែកខាងក្នុងរង្វង់ឬខាងក្រៅរង្វង់? ឆូតប៊ិចពិណក្រហម រួចប្រាប់សិស្សកន្លែងដែលមានស្នាមឆូតប៊ិចទាំងពីរពិណជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធ។	របៀបដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប៖ ១. សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ២.តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយនៃវិសមីការនីមួយៗ ៣.យកចម្លើយរួមជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ <u>ឧទាហរណ៍</u>៖ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ៖ $\begin{cases}x^2+y^2>4\\ y<x+1\end{cases}$ តាមក្រាប	⁕<u>ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ</u> គេមាន៖ $\begin{cases}x^2+y^2>4\\ y<x+1\end{cases}$ សង់បន្ទាត់៖ $y=x+1$ សង់រង្វង់៖ $x^2+y^2=4$  ដូចនេះ ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺជាតំបន់ ដែលឆូតនៅក្រោមបន្ទាត់ព្រំដែននិងក្រៅរង្វង់។

ប្រតិបត្តិ៖ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}(x-1)^2+y^2\le 9\\ y\le x+1\end{cases}$ តាមក្រាប។	**ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)**	. ❈<u>ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ</u> គេមាន៖ $\begin{cases}(x-1)^2+y^2\le 9\\ y\le x+1\end{cases}$ សង់បន្ទាត់៖ $y=x-1$ សង់រង្វង់៖ $(x-1)^2+y^2=9$  ដូចនេះ ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺជាតំបន់ ដែលឆូតនៅលើបន្ទាត់ព្រំដែននិងក្នុងរង្វង់។
❈កត់លេខលំហាត់ ទី១ ទី២ និង ទី៣ ក្នុងសៀវភៅសិស្ស ទំព័រទី១៩១ រួចណែនាំឲ្យសិស្សធ្វើនៅផ្ទះ	**ជំហានទី៥(កិច្ចការផ្ទះ)**	❈សិស្សកត់ត្រា លេខលំហាត់ និងលេខទំព័រទុកក្នុងសៀវភៅ

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទីៈ១០
ជំពូកទី៥ៈអនុគមន៍
មេរៀនទី១ៈអនុគមន៍និងក្រាបអនុគមន៍

រយៈពេលៈ២ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

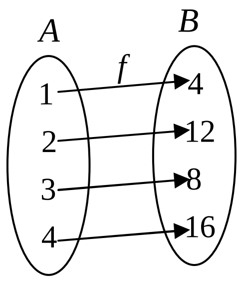
- ចំណេះដឹងៈ កំណត់បានពីសញ្ញាណនៃអនុគមន៍,ដែនកំណត់និងសំណុំរូបភាពតាមរយៈឧទាហរណ៍បានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ។
- ចំណេះធ្វើៈ គណនាពីដែនកំណត់និងសំណុំរូបភាពតាមរយៈលំហាត់ប្រតិបត្តិបានត្រឹមត្រូវ។
- ឥរិយាបថៈ មានស្មារតីសាមគ្គីក្នុងការសិក្សា ។

II. សម្ភារឧបទេសៈ

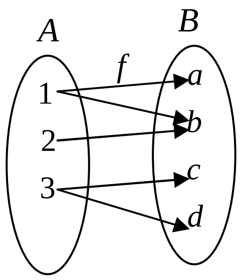
- សៀវភៅសិស្សទំព័រៈ 194 – 197
- សៀវភៅគ្រូទំព័រៈ 194 – 197

III. សកម្មភាពរៀននិងបង្រៀនៈ

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សម្មភាពសិស្ស
ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)		
គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ-អវត្តមាន		ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀនចាស់)		
គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $y=2x+1$ ចំពោះ $x=0; x=1; x=2$ កាលណាយើងឲ្យតម្លៃ x ឃើញតម្លៃ y យ៉ាងដូចម្តេច?		$y=2x+1$ • $x=0 \Rightarrow y=1$ • $x=1 \Rightarrow y=3$ • $x=2 \Rightarrow y=5$ តម្លៃលេខទាក់ទងគ្នា
ជំហានទី៣(មេរៀនថ្មី)		
គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍។ គ្រូប្រាប់ពីទំ-ទំមួយក្លាយជាអនុគមន៍។គ្រូបកស្រាយដោយប្រើដ្យាក្រាមព្រួញ។	**ជំពូកទី៥ៈ អនុគមន៍** **មេរៀនទី១** **អនុគមន៍និងក្រាបនៃអនុគមន៍** **I.សញ្ញាណនៃអនុគមន៍ៈ** **ឧ:** បើការេមួយមានជ្រុងប្រវែង x ។ លើ y ជាប្រវែងបរិមាត្រនៃ	តាមសមីការ $y=4x$ នោះ •$x=1 \Rightarrow y=4\times1=4$ •$x=2 \Rightarrow y=4\times2=8$ •$x=3 \Rightarrow y=4\times3=12$ •$x=4 \Rightarrow y=4\times4=16$ សិស្សបំពេញក្នុងតារាងដូចខាងៈ



គ្រូប្រាប់ពីទំ-ទំដែលមិនមែនជាអនុគមន៍ពី $A \to B$ ។



គ្រូទាញនិយមន័យ អនុគមន៍។

គ្រូប្រាប់សមីការតាងអនុគមន៍

$y = 2x - 5$

$y = \sqrt{x^2 + x}$

$A = \pi R^2$

គ្រូប្រាប់សមីការមិនតាងអនុគមន៍។

$y^2 = x + 2$

$|y| = 3 + 4x^2$

ឧទាហរណ៍៖

រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម។

១. $y = 3x + 1$

២. $y = \frac{3}{x+2}$

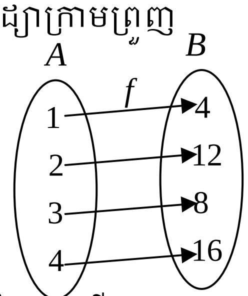
៣. $y = \sqrt{x-2}$

ការនោះគេបាន $y = 4x$ ដែលជាទំ-ទំ $x \& y$ ។

បើគេឲ្យតម្លៃ $x = 1; 2; 3; 4...$ នោះគេបាន៖

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

គេអាចយកតម្លៃទៅបកស្រាយលើដ្យាក្រាមព្រួញ



ទំ-ទំខាងលើនេះជាអនុគមន៍។

- **និយមន័យ៖**

A និង B ជាសំណុំមិនទទេ។នោះទំ-ទំ f ពី A ទៅ B ភ្ជាប់ធាតុនីមួយៗនៃ A ទៅនឹងធាតុតែមួយគត់នៃ B នោះ ទំ-ទំ f ហៅថាអនុគមន៍ពី $A \to B$ ។

គេកំណត់:

$f : A \to B$

$x \mapsto y = f(x)$

- A:សំណុំដើម ,x ជាធាតុដើម
- B:សំណុំចុងឬសំណុំរូបភាព

y ជារូបភាពនៃ x តាម f ដែល $y = f(x)$ ហៅថាអថេរអាស្រ័យ

II.ដែនកំណត់និងសំណុំរូបភាព៖

ឧទាហរណ៍: $y = \frac{x+2}{x}$ ជាអនុ-កំណត់គ្រប់តម្លៃ x ឬទេ?

ចំពោះ $x = 0$ អនុគមន៍ខាងលើគ្មានន័យទេ។

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

- និយមន័យ៖

A និង B ជាសំណុំមិនទទេ។ នោះទំ-ទំ f ពី A ទៅ B ភ្ជាប់ធាតុនីមួយៗនៃ A ទៅនឹងធាតុតែមួយគត់នៃ B នោះ ទំ-ទំ f ហៅថាអនុគមន៍ពី $A \to B$ ។

គេកំណត់:

$f : A \to B$

$x \mapsto y = f(x)$

- A:សំណុំដើម ,x ជាធាតុដើម
- B:សំណុំចុងឬសំណុំរូបភាព

y ជារូបភាពនៃ x តាម f ដែល $y = f(x)$ ហៅថាអថេរអាស្រ័យ

$y = \frac{x+2}{x}$ គ្មានន័យចំពោះ $x = 0$ ព្រោះ $x = 0$ គេមិនអាចរក y បាន គេថាវាមានដែនកំណត់ D:

$D = \Re - \{0\}$ ។

- ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍គឺជាតម្លៃនៃអថេរ x ដែលនាំឲ្យអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានន័យ។

ឧទាហរណ៍៖

រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម។

	គេថា $y=\frac{x+2}{x}$ មានដែនកំណត់តាងដោយ D ដែល $D=\Re-\{0\}$ ។ ១. ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ D គឺសំណុំអថេរ x ដែលបណ្តាលឲ្យអនុគមន៍ $y=f(x)$ មានន័យឬមានតម្លៃ។ ២. សំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ f តាងដោយគឺសំណុំតម្លៃ $y=f(x)$ ចំពោះគ្រប់ x នៅលើដែនកំណត់។ **ឧប្រតិបត្តិ៖** ១.តើទំនាក់ទំនងខាងក្រោមតាងអនុគមន៍ឬទេ? ក. $y=(x-4)^2$ ខ. $x=(y+1)^2$ ២.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍: ក. $y=-x+3$ ខ. $y=\frac{1}{x^2-4}$ **ចម្លើយ៖** ១.(ក)តាងអនុគមន៍ y នៃ x .(ខ)មិនតាងអនុគមន៍ y នៃ x ២. (ក). $D=\Re$ (ខ). $D=\Re-\{\pm1\}$	១. $D=\Re$ ឬ $D=(-\infty;+\infty)$ ។ ២. $x+2\neq0$ $x\neq-2$ គេបានដែនកំណត់៖ $D=\Re-\{-2\}$ ឬ $D=(-\infty;2)\cap(2;+\infty)$ ៣. $x-2\geq0$ $x\geq2$ គេបានដែនកំណត់៖ $D=[2;+\infty)$ ។ ឧប្រតិបត្តិ៖ ១.តើទំនាក់ទំនងខាងក្រោមតាងអនុគមន៍ឬទេ? ក.តាងអនុគមន៍ y នៃ x ។ ខ. មិនតាងអនុគមន៍ y នៃ x ទេ។ ២. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍: ក. $D=\Re$ ខ. $x^2-1=0$ $x\neq\pm1$ គេបានដែនកំណត់ $D=\Re-\{\pm1\}$ ។
ជំហានទី៤(ពង្រឹងចំណេះដឹង)		
១.ឲ្យនិយមន័យអនុគមន៍? ២.ឲ្យនិយមន័យដែនកំណត់នៃអនុគមន៍?តាងដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ដោយអ	១. ២.គេតាងដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ដោយ D ។ ៣.រូបភាពនៃអនុគមន៍គឺតម្លៃ	

ក្សរអ្វី? ៣.ដូចម្តេចហៅថារូបភាពនៃអនុគមន៍?	លេខនៃអនុគមន៍។	
ជំហានទី៥(បណ្តាំផ្ញើ)		
បើកសៀវភៅទំព័រ 203 លំហាត់លេខ 2;4 ។	កិច្ចការផ្ទះ	សិស្សកត់លំហាត់។

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទីៈ១០
ជំពូកទី៥ៈអនុគមន៍
មេរៀនទី១ៈអនុគមន៍និងក្រាបអនុគមន៍

រយៈពេលៈ២ម៉ោង

I.វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹងៈកំណត់បានពីអនុគមន៍កើននិងចុះនិងនិងរបៀបសង់ក្រាបដឺក្រេទី២បានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ។
- ចំណេះធ្វើៈបង្ហាញអនុគមន៍កើននិងចុះតាមរយៈរូបមន្តបានត្រឹមត្រូវ។និងសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍បានត្រឹមត្រូវ។
- ឥរិយាបថៈ មានស្មារតីសាមគ្គីក្នុងការសិក្សា ។

II.សម្ភារឧបទេសៈ

- សៀវភៅសិស្សទំព័រៈ $198-200$
- សៀវភៅគ្រូទំព័រៈ $198-200$

III.សកម្មភាពរៀននិងបង្រៀនៈ

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សម្ភាពសិស្ស
ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)		
គ្រូតពិនិត្យអនាម័យ-អវត្តមាន		ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀនចាស់)		
គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=x-1$។ គណនា តម្លៃ $f(x)$ ចំពោះ $x=1;2$ តើគេសម្គាល់អនុគមន៍ មួយកើនឬចុះបានយ៉ាង ដូចម្តេច?		$f(x)=x-1$ $f(0)=0\,;f(2)=1$ សិស្សឆ្លើយ។
ជំហានទី៣(មេរៀនថ្មី)		
គ្រូឲ្យតម្លៃ $x_1=2\,\&\,x_2=1$ ចូរគណនា $f(x_1)\,\&\,f(x_2)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ រួចធ្វើផលធៀប $\frac{\Delta f}{\Delta x}$	**មេរៀនទី១** **អនុគមន៍និងក្រាបនៃអនុគមន៍** **III.អនុគមន៍កើនអនុគមន៍ចុះៈ** គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ បើ $2>1\Rightarrow f(2)=3>f(1)=1$	គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ បើ $2>1\Rightarrow f(2)=3>f(1)=1$ បើ $0<3\Rightarrow f(0)=-1<f(3)=5$ គេធ្វើផលធៀប

ប្រៀបធៀបនឹងចំនួន 0 ។
ដូចគ្នាដែរចំពោះ អនុគមន៍ $f(x)=-x+2$ ។
ណែនាំសិស្សទាញទូទៅ៖
គ្រូឲ្យសិស្សបំពេញលេខក្នុងតារាង

x	-2	-1	0	1	2
y	?	?	?	?	?

គ្រូប្រាប់សិស្សថាសំណុំចំណុចទាំងអស់នៃអនុ-បង្កើតបានក្រាបនៃអនុ-។

បើ

$0<3\Rightarrow f(0)=-1<f(3)=5$

គេធ្វើផលធៀប

$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(2)-f(1)}{(2-1)}=2>0$ គេថា

អនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ កើន ។

- $f(x)=-x+2$

បើ $2>1\Rightarrow f(2)=0<f(1)=1$

$1<4\Rightarrow f(1)=1>f(4)=-2$

គេធ្វើផលធៀប

$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(1)-f(2)}{(1-2)}=-\frac{1}{2}<0$

គេថា

អនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ ចុះ ។

ដែល៖ Δx :បម្រែបម្រួលអថេរ

Δf :បម្រែបម្រួលអនុគមន៍

• ជាទូទៅ៖

f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $[a;b]$

-បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x}>0$ នោះ f កើនលើចន្លោះ $[a;b]$ ។

-បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ នោះ f ចុះលើចន្លោះ $[a;b]$ ។

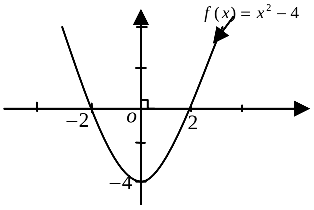
IV.ក្រាបនៃអនុគមន៍៖

ឧ:គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=x^2-4$

គណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍

x	-2	-1	0	1	2
y	0	-3	-4	-3	0

សង់ក្រាបនៃអនុគ មន៍៖



$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(2)-f(1)}{(2-1)}=2>0$ គេថា

អនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ កើន ។

- $f(x)=-x+2$

បើ $2>1\Rightarrow f(2)=0<f(1)=1$

$1<4\Rightarrow f(1)=1>f(4)=-2$

គេធ្វើផលធៀប

$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(1)-f(2)}{(1-2)}=-\frac{1}{2}<0$ គេថា

អនុគមន៍ $f(x)=2x-1$ ចុះ ។

ដែល៖ Δx :បម្រែបម្រួលអថេរ

Δf :បម្រែបម្រួលអនុគមន៍

សិស្សឆ្លើយ៖

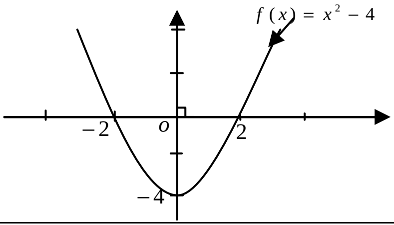
បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x}>0$ នោះ f កើនលើចន្លោះ $[a;b]$ ។

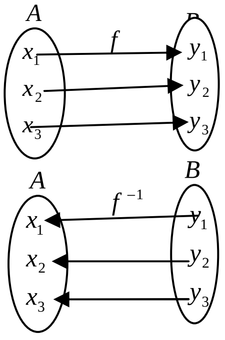
-បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ នោះ f ចុះលើចន្លោះ $[a;b]$ ។

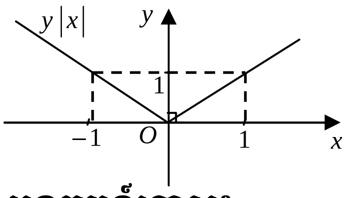
គណនាតម្លៃលេខនៃអនុគមន៍

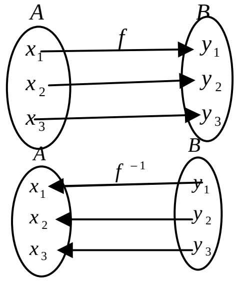
x	-2	-1	0	1	2
y	0	-3	-4	-3	0

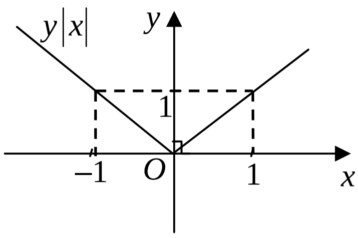
សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍៖

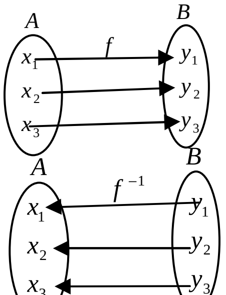


<table>
<tr>
<td>


ធាតុនៃសំណុំ A ទៅសំណុំ B ហើយធាតុនៃ B ទៅ A វិញនោះគេថាទំ-ទំពី B ទៅ A បង្កើតបានជាអនុគមន៍ច្រាស។
គ្រូទាញរកទូទៅ បង្ហាញក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស។
គ្រូប្រាប់ពីរបៀបធ្វើដូចខាងក្រោម៖
• គេជំនួស $f(x)$ ដោយ y
• ទាញរក x
</td>
<td>
ជាទូទៅ៖ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ គឺជាសំណុំចំណុច $(x;y)$ ដែល x នីមួយៗនៅក្នុងដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ហើយ $y=f(x)$ ។ក្រាប f ជាសំណុំ
$\{(x;y)/y=f(x);x\in D\}$ ។
$y=|x|$ មាន $D=\Re$
ចំពោះគ្រប់ $\forall x\in\Re$ នោះ
$y=|x|\geq 0$ នាំឲ្យ $I=\{y/y\geq 0\}$
ចំពោះ $x\geq 0\Rightarrow y=x$
$x<0\Rightarrow y=-x$


V.អនុគមន៍ច្រាស៖


(2) ជាអនុគមន៍ច្រាស
ជាទូទៅ៖បើ f ជាអនុគមន៍មួយទល់នឹងមួយ៖
១. f មានអនុគមន៍ច្រាស f^{-1}
២. b ជារូបភាពនៃ a តាម f សមមូលនឹង a ជារូបនៃ b តាម f^{-1} មានន័យថា៖
$f(a)=b\Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$ ។
</td>
<td>
សិស្សទាញអត្ថន័យនៃសំណុំចំណុចដែលបង្កើតក្រាបនៃអនុគមន៍មួយ។
សិស្សគូសក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=|x|$ ដូចខាងក្រោម៖


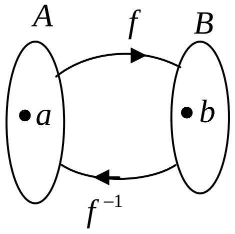
សិស្សកត់ត្រា៖


ជាទូទៅ៖បើ f ជាអនុគមន៍មួយទល់នឹងមួយ៖
១. f មានអនុគមន៍ច្រាស f^{-1}
</td>
</tr>
</table>

• ប្តូរ $x \leftrightarrow y$
• ទាញរក y បើតាងអនុគមន៍នៃ x គេថា
មានអនុគមន៍ច្រាស។
ទើបគេប្តូរពី y ទៅ $f^{-1}(x)$ វិញ។
គ្រូណែនាំសិស្សទាញវិធាន។

គ្រូដាក់ប្រតិបត្តិ៖
១.សិក្សាភាពកើនឬចុះនៃអនុគមន៍ $f(x)=3x-5$ ។
២.គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\frac{1}{x}$, $x>0$
ក.គណនា $f(x)$ ចំពោះ $x\in\{1;2;3\}$
ខ.តើអនុគមន៍ $f(x)=\frac{1}{x}$

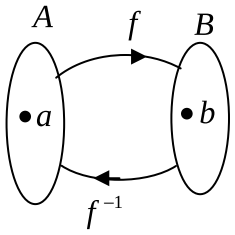
ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស



ឧ:រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍
$f(x)=3x+1$
គេជំនួស $f(x)$ ដោយ y
$y=3x+1$ ទាញរក $x=\frac{y-1}{3}$
ប្តូរ $x\leftrightarrow y$ គេបាន $y=\frac{x-1}{3}$
ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$ គេបាន
$f^{-1}(x)=\frac{x-1}{3}$ ហៅថាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=3x+1$

•**វិធាន៖**ដើម្បីរកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍គេត្រូវ៖
Θ ទាញរក x រួចប្តូរ $x\leftrightarrow y$
Θ ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$
Θ បើសមីការថ្មីមិនតាង y ជាអនុកមន៍ x ទេនោះ f គ្មានអនុគមន៍ច្រាសទេ។
ចម្លើយ
១.សិក្សាភាពកើនឬចុះនៃអនុគមន៍
$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{(3x_2-5)-(3x_1-5)}{x_2-x_1}$

២.b ជារូបភាពនៃ a តាម f សមមូលនឹង a ជារូបនៃ b តាម f^{-1} មានន័យថា៖
$f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$ ។
ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស



ឧ:រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍
$f(x)=3x+1$
គេជំនួស $f(x)$ ដោយ y
$y=3x+1$ ទាញរក $x=\frac{y-1}{3}$
ប្តូរ $x\leftrightarrow y$ គេបាន $y=\frac{x-1}{3}$
ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$ គេបាន
$f^{-1}(x)=\frac{x-1}{3}$ ហៅថាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=3x+1$

•**វិធាន៖**ដើម្បីរកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍គេត្រូវ៖
Θ ទាញរក x រួចប្តូរ $x\leftrightarrow y$
Θ ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$
Θ បើសមីការថ្មីមិនតាង y ជាអនុកមន៍ x ទេនោះ f គ្មានអនុគមន៍ច្រាសទេ។
ចម្លើយ
១.សិក្សាភាពកើនឬចុះនៃអនុគមន៍
$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{(3x_2-5)-(3x_1-5)}{x_2-x_1}$

កើនឬចុះ?

គ.សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

$f(x)=\frac{1}{x}$ ។

៣.រកអនុគមន៍ច្រាសនៃ

អនុគមន៍ $f(x)=-2x+4$

១.គេសម្គាល់អនុគមន៍

មួយកើនឬចុះយ៉ាង ដូចម្តេច?

២.តើគេអាចថាគ្រប់

អនុគមន៍សុទ្ធតែមាន

អនុគមន៍ច្រាសឬទេ?

៣.ចូរប្រាប់ពីរបៀបរកអនុគមន៍

ច្រាសនៃ អនុគមន៍ មួ។

$=\frac{3(x_2-x_1)}{(x_2-x_1)}=3>0$

ដូចនេះ $f(x)=3x-5$

ជាអនុគមន៍កើន។

២. $f(x)=\frac{1}{x}$

ក.គណនាតម្លៃ $f(x)$

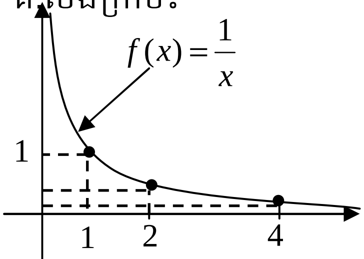
x	1	2	4
y	1	1/2	1/4

ខ.ដោយ $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{\left(\frac{1}{x_2}\right)-\left(\frac{1}{x_1}\right)}{x_2-x_1}$

$\frac{-\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}}{x_2-x_1}=-\frac{1}{x_1x_2}<0$

ព្រោះ $x>0\Rightarrow x_1x_2>0$ ។

គ.សង់ក្រាបៈ



៣.អនុគមន៍ច្រាសនៃ

$f(x)=-2x+4$ គឺ $y=-2x+4$

$x=\frac{4-y}{2}$ ប្តូរ $x\leftrightarrow y:y=\frac{4-x}{2}$

$f^{-1}(x)=\frac{4-x}{2}$ ។

ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)

$=\frac{3(x_2-x_1)}{(x_2-x_1)}=3>0$

ដូចនេះ $f(x)=3x-5$

ជាអនុគមន៍កើន។

២. $f(x)=\frac{1}{x}$

ក.គណនាតម្លៃ $f(x)$

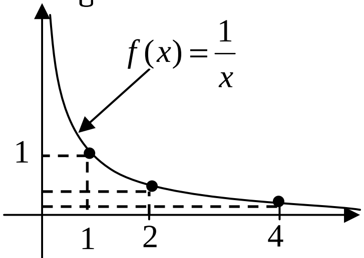
x	1	2	4
y	1	1/2	1/4

ខ.ដោយ $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{\left(\frac{1}{x_2}\right)-\left(\frac{1}{x_1}\right)}{x_2-x_1}$

$\frac{-\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}}{x_2-x_1}=-\frac{1}{x_1x_2}<0$

ព្រោះ $x>0\Rightarrow x_1x_2>0$ ។

គ.សង់ក្រាបៈ



៣.អនុគមន៍ច្រាសនៃ

$f(x)=-2x+4$ គឺ $y=-2x+4$

$x=\frac{4-y}{2}$ នាំឲ្យ $x=\frac{4-y}{2}$

$y=\frac{4-x}{2}$ គេថា $f^{-1}(x)=\frac{4-x}{2}$ ។

១. $\frac{\Delta f}{\Delta x}>0$ ជាអនុគមន៍កើននិង

$\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ ជាអនុគមន៍ចុះ។

២.មិនទូទៅទេ។

៣.• **វិធានៈ**ដើម្បីរកអនុគមន៍

ច្រាសនៃអនុគមន៍គេត្រូវៈ

Θ ទាញរក x រួចប្តូរ $x\leftrightarrow y$

		Θ ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$ Θ បើសមីការថ្មីមិនតាង y ជាអនុគមន៍ x ទេនោះ f គ្មានអនុគមន៍ច្រាសទេ។
លំហាត់ទំព័រ 203 លេខ 6,7	ជំហានទី៥(បណ្តាំផ្ញើ)	កត់ត្រាលំហាត់ទំព័រ203លេខ6,7

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូក ៥៖ អនុគមន៍ និង ក្រាបនៃអនុគមន៍

មេរៀនទី២ អនុគមន៍ដឺក្រេទី ២ និង ក្រាប

រយៈពេល ២ ម៉ោង

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន: សិស្សអាច

-ចំណេះដឹង : -បង្ហាញពី អនុគមន៍ $y=ax^2$ និងក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=a(x-p)^2$ បានតាមរយៈ ឧទាហរណ៍ បានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ

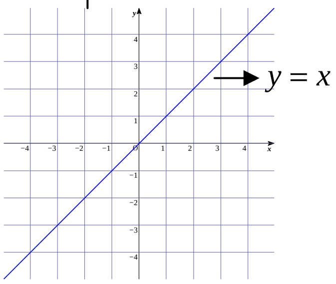
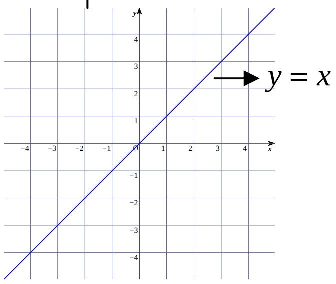
-បំណិន :-គូសក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=ax^2$ និងក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=a(x-p)^2$ បានយ៉ាង ត្រឹមត្រូវតាមរយៈលំហាត់ប្រតិបត្តិ

-ឥរិយាបថ :-សាមគ្គីភាពរវាងសិស្ស និង សិស្ស សិស្ស និង គ្រូ

II.សម្ភារៈឧទេស

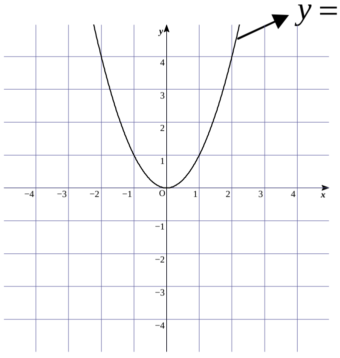
បន្ទាត់ ប៉ារ៉ាបូល

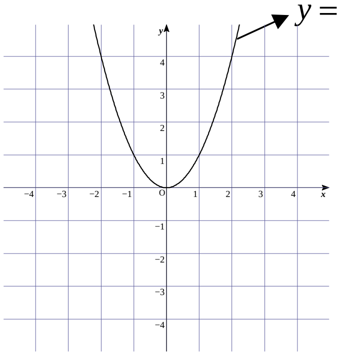
IV.ដំណើរនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	<u>ជំហានទី១</u> (រដ្ឋបាលថ្នាក់) (៣នាទី)	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-សង់បន្ទាត់ $y=x$	<u>ជំហានទី២</u> (រំលឹកមេរៀន) (៧នាទី) បន្ទាត់ $y=x$ x: 0, 1 ; y: 0, 1  	បន្ទាត់ $y=x$ x: 0, 1 ; y: 0, 1 

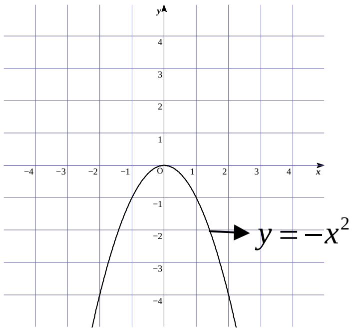
<table>
<tr>
<td>សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ មិនខុសពីសង់បន្ទាត់ គឺយើងត្រូវអោយតារាងតម្លៃលេខដូចគ្នា</td>
<td></td>
<td>សិស្សស្តាប់</td>
</tr>
<tr>
<td>-សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$

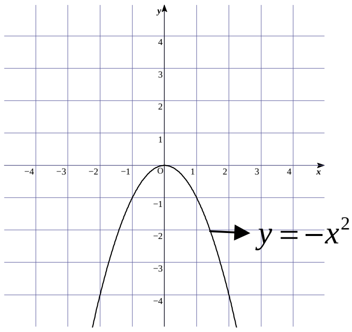
-គ្រូពន្យល់
-ចំណុច $O(o,o)$ ស្ថិតនៅទាបជាងគេ ហៅថាកំពូល អ័ក្ស $y'y$ ហៅថាអ័ក្សឆ្លុះ
-ក្រាបនៃអនុគមន៍ហៅថាប៉ារ៉ាបូល

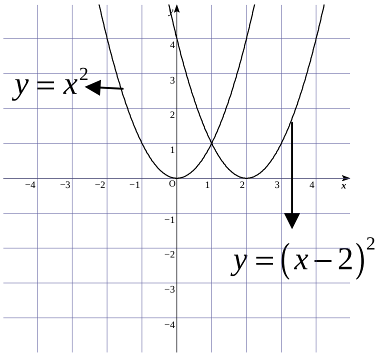
ឧទាហរណ៍២ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=-x^2$</td>
<td><u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនថ្មី)
មេរៀនទី២អនុគមន៍ដឺក្រេទី២និង ក្រាប
២.១.អនុគមន៍ $y=ax^2$
ឧទាហរណ៍៖សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$
តារាងតម្លៃ
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr></table>


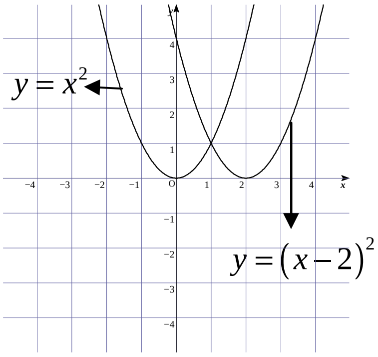
-ចំណុច $O(o,o)$ ស្ថិតនៅទាបជាងគេ ហៅថាកំពូល អ័ក្ស $y'y$ ហៅថាអ័ក្សឆ្លុះ
-ក្រាបនៃអនុគមន៍ហៅថាប៉ារ៉ាបូល
-ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផតឡើងលើ
ឧទាហរណ៍២ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=-x^2$
តារាងតម្លៃ
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-4</td><td>-1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-4</td></tr></table></td>
<td>ឧទាហរណ៍៖សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$
តារាងតម្លៃ
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr></table>


-ចំណុច $O(o,o)$ ស្ថិតនៅទាបជាងគេ ហៅថាកំពូល អ័ក្ស $y'y$ ហៅថាអ័ក្សឆ្លុះ
-ក្រាបនៃអនុគមន៍ហៅថាប៉ារ៉ាបូល
-ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផតឡើងលើ
ឧទាហរណ៍២ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=-x^2$
តារាងតម្លៃ
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-4</td><td>-1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-4</td></tr></table></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>-គ្រូពន្យល់</td>
<td>


-ចំណុច $O(o\,,o)$ ស្ថិតនៅខ្ពស់ជាងគេ ហៅថាកំពូលប៉ារ៉ាបូល
-អ័ក្ស $(y'y)$ ជាអ័ក្សឆ្លុះ
-ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផតចុះក្រោម
ជាទូទៅ $y=ax^2$
-បើ $a>0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត ឡើងលើ
-បើ $a<0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត ចុះក្រោម
</td>
<td>


-ចំណុច $O(o\,,o)$ ស្ថិតនៅខ្ពស់ជាងគេ ហៅថាកំពូលប៉ារ៉ាបូល
-អ័ក្ស $(y'y)$ ជាអ័ក្សឆ្លុះ
-ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផតចុះក្រោម
ជាទូទៅ $y=ax^2$
-បើ $a>0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត ឡើងលើ
-បើ $a<0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត ចុះក្រោម
</td>
</tr>
<tr>
<td>-សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ និង រូចសន្និដ្ឋាន</td>
<td>
២.២.អនុគមន៍ $y=a(x-p)^2$
តារាងតម្លៃ $y=x^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>
តារាងតម្លៃ $y=(x-2)^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>


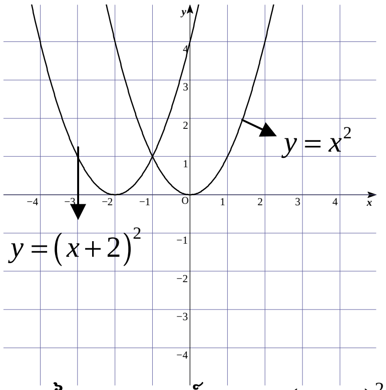
</td>
<td>
តារាងតម្លៃ $y=x^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>
តារាងតម្លៃ $y=(x-2)^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>


</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>-សង្កេតលើក្រាប $y=(x-2)^2$

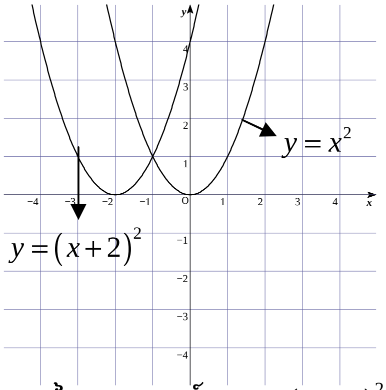
ឧទាហរណ៍ ៖សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ និង $y=(x+2)^2$

សង្កេតលើក្រាប</td>
<td>តាមក្រាបយើងសង្កេតឃើញថា ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=(x-2)^2$ បានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ ចំនួន 2ឯកតាស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

តារាងតម្លៃ $y=x^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>
តារាងតម្លៃ $y=(x+2)^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>


ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=(x+2)^2$ បានពីការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ ចំនួន -2 ឯកតាស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ជាទូទៅ៖ក្រាប $y=a(x-p)^2$ ជារូបកិលនៃក្រាប $y=ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្ស អាប់ ស៊ីស
-បើ $p>0$ រំកិលទៅស្តាំ
-បើ $p<0$ រំកិលទៅឆ្វេង</td>
<td>តាមក្រាបយើងសង្កេតឃើញថា ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=(x-2)^2$ បានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ ចំនួន 2ឯកតាស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

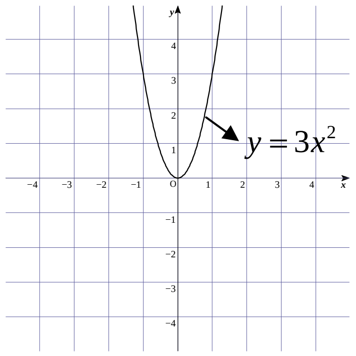
តារាងតម្លៃ $y=x^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>
តារាងតម្លៃ $y=(x+2)^2$
<table>
<tr><td>x</td><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>y</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table>


ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=(x+2)^2$ បានពីការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ ចំនួន -2 ឯកតាស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

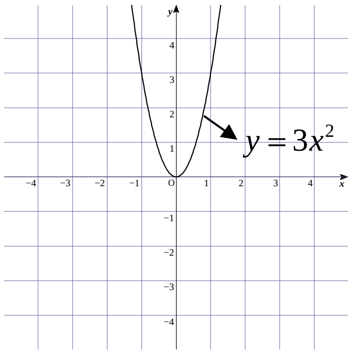
ជាទូទៅ៖ក្រាប $y=a(x-p)^2$ ជារូបកិលនៃក្រាប $y=ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្ស អាប់ ស៊ីស
-បើ $p>0$ រំកិលទៅស្តាំ
-បើ $p<0$ រំកិលទៅឆ្វេង</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>-សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=3x^2$</td>
<td><u>ជំហានទី៤</u>
(ពង្រឹងចំណេះដឹង)
សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=3x^2$
តារាងតម្លៃ

x | –2 –1 0 1 2
y | 6 3 0 3 6


</td>
<td>សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=3x^2$
តារាងតម្លៃ

x | –2 –1 0 1 2
y | 6 3 0 3 6


</td>
</tr>
<tr>
<td>លំហាត់ លេខ១ ទំព័រ ២១៨</td>
<td><u>ជំហានទី៥</u>
(កិច្ចការផ្ទះ)(៥នាទី)
បណ្តាំផ្ញើ</td>
<td>-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូក ៥៖ អនុគមន៍ និង ក្រាបនៃអនុគមន៍

មេរៀនទី២ អនុគមន៍ដឺក្រេទី ២ និង ក្រាប

រយៈពេល ២ ម៉ោង

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀនៈ សិស្សអាច

-ចំណេះដឹង : -បង្ហាញពីក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=a(x-p)^2+q$ និងតម្លៃបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទីពីរ បាន ត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍

-បំណិន :-សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=a(x-p)^2+q$ និងតម្លៃបរមា តាមរយៈលំហាត់ប្រតិបត្តិ

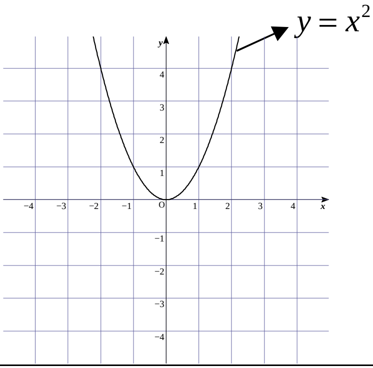
-ឥរិយាបថ :-ពិភាក្សាគ្នាសង់ខ្សែកោង

II.សម្ភារៈឧទេស

បន្ទាត់ ប៉ារ៉ាបូល

IV.ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	<u>ជំហានទី១</u> (រដ្ឋបាលថ្នាក់) (៣នាទី)	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=ax^2$ $a>0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត យ៉ាងដូចម្តេច? $a<0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត យ៉ាងដូចម្តេច? សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$	<u>ជំហានទី២</u> (រំលឹកមេរៀន) (៧នាទី)	$a>0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត ឡើងលើ $a<0$ ប៉ារ៉ាបូលបែភាពផត ឡើងចុះក្រោម តារាងតម្លៃ អនុគមន៍ $y=x^2$ តារាងតម្លៃ x: -2, -1, 0, 1, 2 y: 4, 1, 0, 1, 4



<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនថ្មី)

មេរៀនទី២អនុគមន៍ដឺក្រេទី២និង ក្រាប

២.៣.អនុគមន៍ $y = a(x-p)^2 + q$

ឧទាហរណ៍៖ សង់ក្រាបនៃអនុគមន $y = x^2$ និង $y = (x-2)^2 + 1$រួចសន្និដ្ឋាន

អនុគមន៍ $y = x^2$

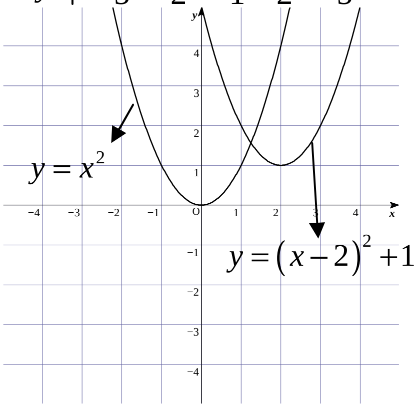
តារាងតម្លៃ

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

អនុ. $y = (x-2)^2 + 1$

តារាងតម្លៃ

x	0	1	2	3	4
y	5	2	1	2	5



ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = (x-2)^2 + 1$បានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = x^2$ ចំនួន 2ឯកតា ស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 1ឯកតាស្របនិង អ័ក្សអរដោនេ។

អនុគមន៍ $y = x^2$

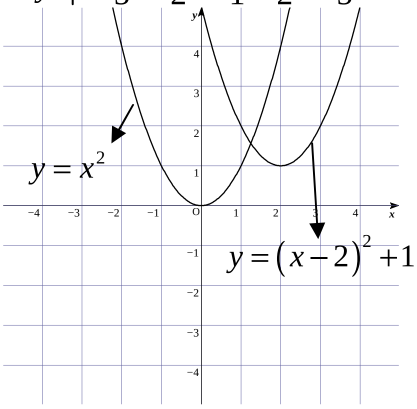
តារាងតម្លៃ

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

អនុ. $y = (x-2)^2 + 1$

តារាងតម្លៃ

x	0	1	2	3	4
y	5	2	1	2	5



ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = (x-2)^2 + 1$បានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = x^2$ ចំនួន 2ឯកតា ស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 1ឯកតាស្របនិង អ័ក្សអរដោនេ។

ចូរទាញលក្ខណៈទូទៅ	**ជាទូទៅ** -ក្រាបនៃអនុ. $y=a(x-p)^2+q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=ax^2$ ស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន p ឯកតាហើយស្រប និងអ័ក្សអរដោនេចំនួន q ឯកតា ។ -ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p,q) និង -អ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x=p$	**ជាទូទៅ** -ក្រាបនៃអនុ. $y=a(x-p)^2+q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=ax^2$ ស្របនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន p ឯកតាហើយស្រប និងអ័ក្សអរដោនេចំនួន q ឯកតា ។ -ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p,q) និង -អ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x=p$
ផ្តល់លក្ខណៈទូទៅ	**ជាទូទៅ** $y=ax^2+bx+c$ $=a\left[x+\frac{b}{2a}\right]^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$ $=a(x-p)^2+q$ ដែល $p=-\frac{b}{2a}$, $q=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ក្រាបនៃអនុ. $y=ax^2+bx+c$ ជាប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ និង អ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x=-\frac{b}{2a}$	**ជាទូទៅ** $y=ax^2+bx+c$ $=a\left[x+\frac{b}{2a}\right]^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$ $=a(x-p)^2+q$ ដែល $p=-\frac{b}{2a}$, $q=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ក្រាបនៃអនុ. $y=ax^2+bx+c$ ជាប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ និង អ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x=-\frac{b}{2a}$
ឧ១. រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=x^2-2x+3$	**២.៨.តម្លៃបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី២** ឧ១. រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=x^2-2x+3$ អនុ. $y=x^2-2x+3$ $=x^2-2x+1+2$ $=(x-1)^2+2$ ដោយ $(x-1)^2\geq 0$ នាំអោយ $(x-1)^2+2\geq 2$	ឧ១. រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=x^2-2x+3$ អនុ. $y=x^2-2x+3$ $=x^2-2x+1+2$ $=(x-1)^2+2$ ដោយ $(x-1)^2\geq 0$ នាំអោយ $(x-1)^2+2\geq 2$

ឧ២.រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=-2x^2+4x+1$ ចូរទាញលក្ខណៈទូទៅ	នោះអនុ.មានអប្បបរមា ស្មើ 2 កាលណា $x=1$ តែគ្មានអតិបរមាទេ ឧ២.រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=-2x^2+4x+1$ អន. $y=-2x^2+4x+1$ $=-2(x-1)^2+3$ អនុ.មានអតិបរមា ស្មើ 3កាលណា $x=1$ **ជាទូទៅះអនុ.** $y=ax^2+bx+c$ មានតម្លៃបរមា $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ត្រង់ $x=-\frac{b}{2a}$ -បើ $a>0$ នោះប៉ារ៉ាបូលមានអប្ប -បើ $a<0$ នោះប៉ារ៉ាបូលមានអតិ	នោះអនុ.មានអប្បបរមា ស្មើ 2 កាលណា $x=1$ តែគ្មានអតិបរមាទេ ឧ២.រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=-2x^2+4x+1$ អន. $y=-2x^2+4x+1$ $=-2(x-1)^2+3$ អនុ.មានអតិបរមា ស្មើ 3កាលណា $x=1$ **ជាទូទៅះអនុ.** $y=ax^2+bx+c$ មានតម្លៃបរមា $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ត្រង់ $x=-\frac{b}{2a}$ -បើ $a>0$ នោះប៉ារ៉ាបូលមានអប្ប -បើ $a<0$ នោះប៉ារ៉ាបូលមានអតិ
រកបរមានៃអនុគមន៍ $y=x^2-4x-3$	<u>ជំហានទី៤</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	$y=x^2-4x-3$ $=x^2-4x+4-4-3$ $=(x-2)^2-7$ អនុ.មានអប្បបរមា $y=-7$ ត្រង់ $x=2$
លំហាត់ លេខ៦ ទំព័រ ២១៩	<u>ជំហានទី៥</u> (កិច្ចការផ្ទះ)(៥នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	-សិស្សរកត់ត្រាលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន

មុខវិជ្ជា៖គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី៥៖អនុគមន៍និងក្រាបអនុគមន៍

មេរៀនទី២៖អនុគមន៍ដឺក្រេទី២និងក្រាបរបស់វា

រយៈពេល៖២ម៉

Iវត្ថុបំណងមេរៀន

-ចំណេះដឹង ៖ ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី2 តាមក្រាប តាមរយៈឧទាហរណ៍បានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ។

-ចំណេះធ្វើ ៖ ចេះពីដំណោះស្រាយសមីការនិងវិសមីការដឺក្រេទី2តាមរយៈលំហាត់ប្រតិបត្តិបាន យ៉ាងត្រឹមត្រូវ។

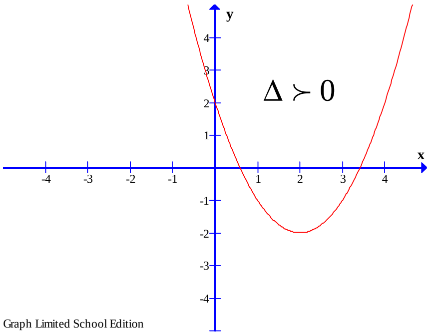
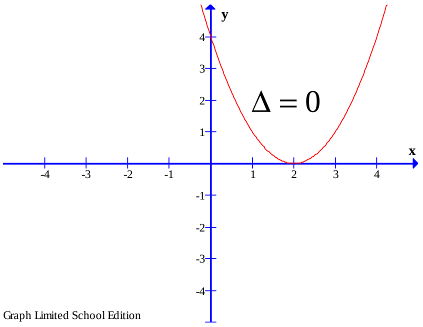
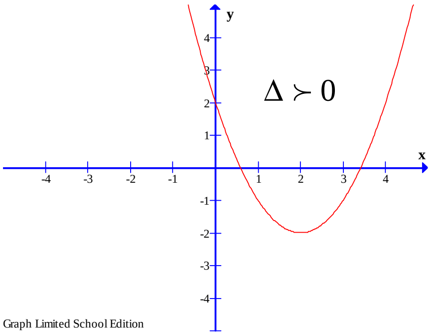
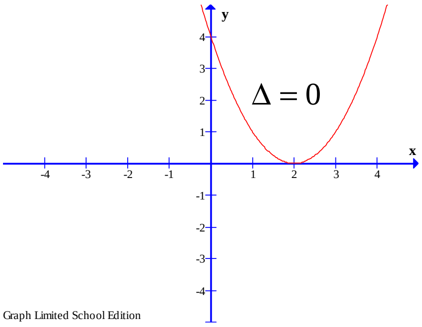
-ឥរិយាបថ ៖ មានបំរុងប្រយ័ត្នប្រកបដោយស្មារតីសាមគ្គីខ្ពស់។

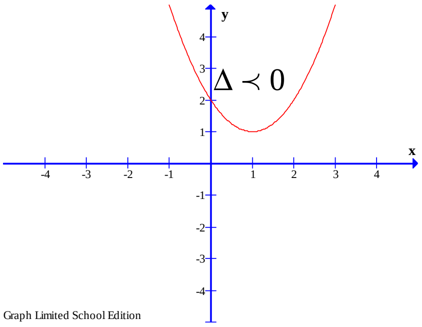
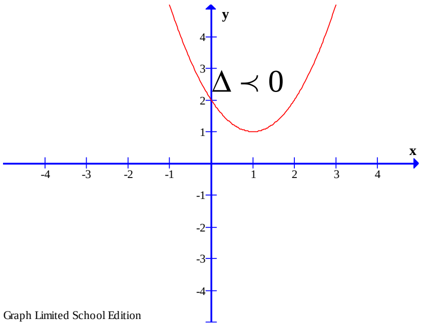
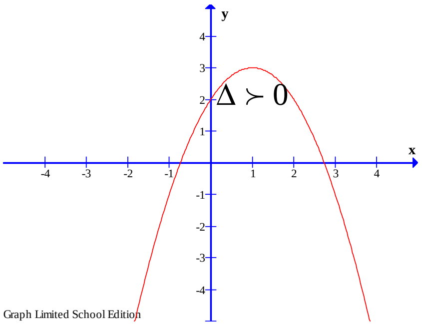
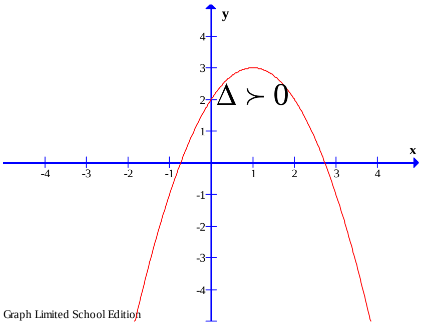
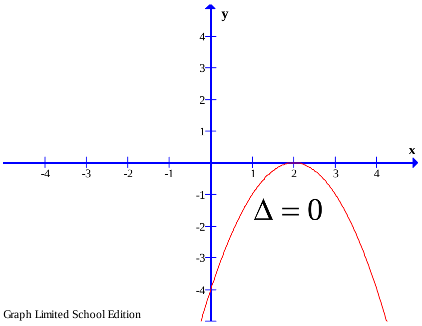
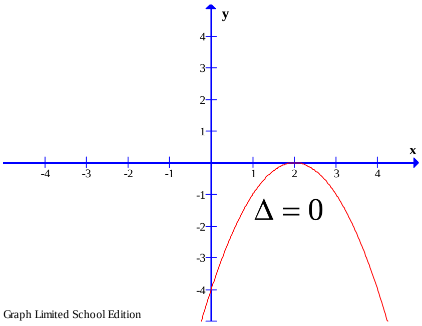
IIសម្ភារឧបទេស

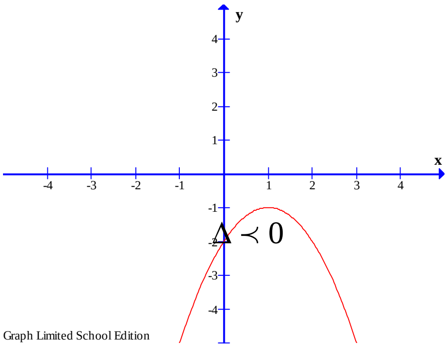
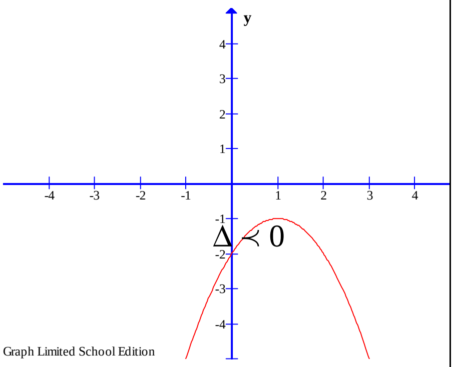
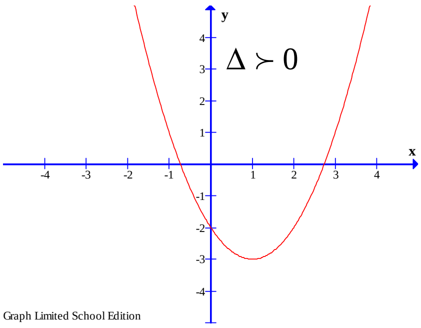
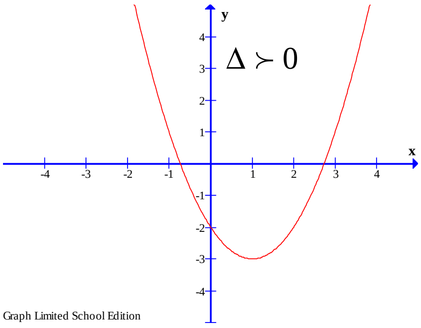
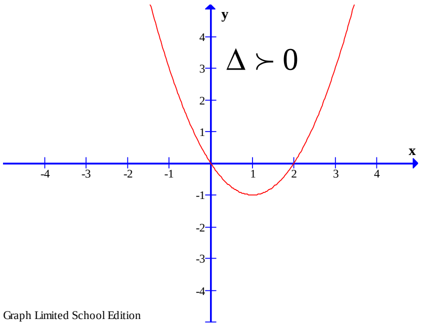
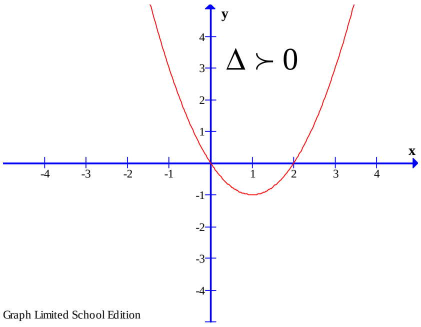
- បន្ទាត់ ប៉ារ៉ាបូល

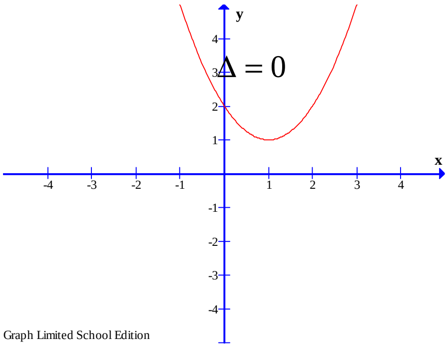
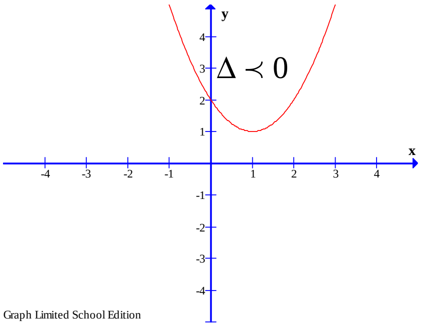
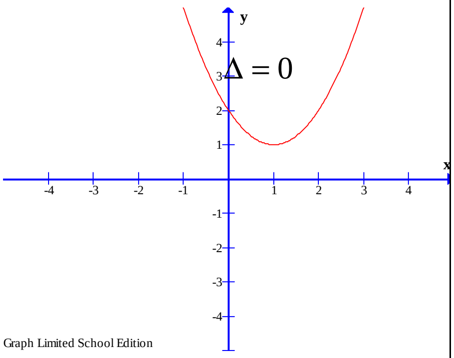
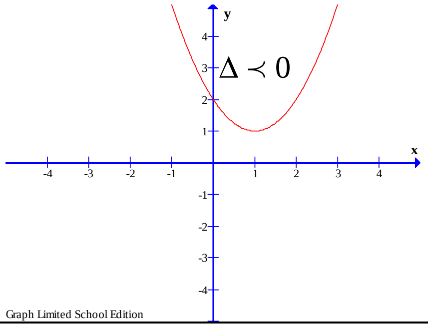
IIIដំណើកនាំមេរៀន

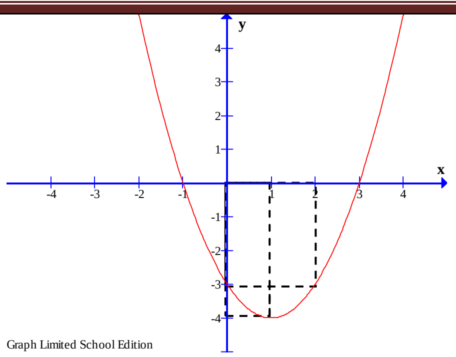
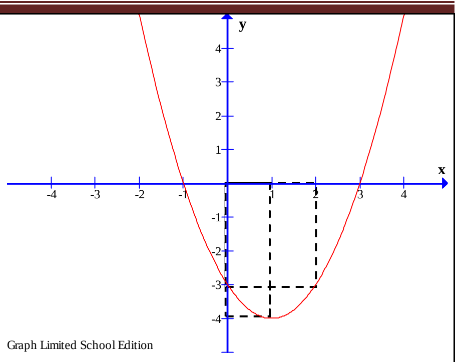
សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ វិន័យ សណ្តាប់ធ្នាប់។	**ជំហានទី១ លំនឹងថ្នាក់**	-ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-នុគមន៍ $y=ax^2+bx+c; a\succ 0$ មានអតិបរមាស្មើប៉ុន្មាន?	**ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀនចាស់**	-អនុគមន៍ $y=ax^2+bx+c; a\succ 0$ មានអតិបរមា $y=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ ត្រង់ $x=-\dfrac{b}{2a}$
	ជំហាទី៣ មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **មេរៀនទី២ អនុគមន៍ដឺក្រេទី2 និង ក្រាបរបស់វា** 2.5 ដំណោះស្រាយសមីការនិងវិសមីការដឺក្រេទី2តាមក្រាប	

-គ្រូពន្យល់ពីអនុគមន៍ដឺក្រេទី2 -ណែនាំសិស្សឲ្យសង្កេតលើមេគុណ a និង Δ ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម	ក/ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី2តាមក្រាប -អនុគមន៍ដឺក្រេទី: $y=ax^2+bx+c;(1)$ មាន $\Delta=b^2-4ac$ មានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ +ចំពោះ $a\succ 0;\Delta\succ 0$ ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា។សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា $x_1;x_2$  +ចំពោះ $a\succ 0;\Delta=0$ ប៉ារ៉ាបូលប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់មួយចំណុចគឺ $\left(-\frac{b}{2a};0\right)$ សមីការ (1) មានឫសឌុប $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$  +ចំពោះ $a\succ 0;\Delta\prec 0$ ប៉ារ៉ាបូលមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស។	-អនុគមន៍ដឺក្រេទី: $y=ax^2+bx+c;(1)$ មាន $\Delta=b^2-4ac$ មានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ +ចំពោះ $a\succ 0;\Delta\succ 0$ ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា។សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា $x_1;x_2$  +ចំពោះ $a\succ 0;\Delta=0$ ប៉ារ៉ាបូលប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់មួយចំណុចគឺ $\left(-\frac{b}{2a};0\right)$ សមីការ (1) មានឫសឌុប $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$  +ចំពោះ $a\succ 0;\Delta\prec 0$ ប៉ារ៉ាបូលមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស។

<table>
<tr><td></td><td>សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួនពិត។

</td><td>សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួនពិត។

</td></tr>
<tr><td>-ពន្យល់បន្ថែមពេល
$y = ax^2 + bx + c$ មាន $a \prec 0$</td><td>+ចំពោះ $a \prec 0;\Delta \succ 0$ ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា។សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា $x_1;x_2$

</td><td>+ចំពោះ $a \prec 0;\Delta \succ 0$ ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា។សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា $x_1;x_2$

</td></tr>
<tr><td>-ពិនិត្យ $\Delta = 0$</td><td>+ចំពោះ $a \prec 0;\Delta = 0$ ប៉ារ៉ាបូលប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់មួយចំណុចគឺ $\left(-\frac{b}{2a};0\right)$
សមីការ (1) មានឫសឌុប $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

</td><td>+ចំពោះ $a \prec 0;\Delta = 0$ ប៉ារ៉ាបូលប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់មួយចំណុចគឺ $\left(-\frac{b}{2a};0\right)$
សមីការ (1) មានឫសឌុប $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

</td></tr>
<tr><td></td><td>+ចំពោះ $a \prec 0;\Delta \prec 0$ ប៉ារ៉ាបូលមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស។
សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួន</td><td>+ចំពោះ $a \prec 0;\Delta \prec 0$ ប៉ារ៉ាបូលមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស។
សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួន</td></tr>
</table>

-ពិនិត្យ $\Delta \prec 0$	ពិត។ 	ពិត។ 
	ខ/ដំណោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី2តាមក្រាប សំណុំវិសមីការដឺក្រេទី2៖ $y = ax^2 + bx + c; a \succ 0$ គឺជាសំណុំតម្លៃ x ដែល $y \succ 0$ នៅលើក្រាប $x \prec \alpha; x \succ \beta$ ($\alpha;\beta$ ជាឫស $ax^2 + bx + c$)	ខ/ដំណោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី2តាមក្រាប សំណុំវិសមីការដឺក្រេទី2៖ $y = ax^2 + bx + c; a \succ 0$ គឺជាសំណុំតម្លៃ x ដែល $y \succ 0$ នៅលើក្រាប $x \prec \alpha; x \succ \beta$ ($\alpha;\beta$ ជាឫស $ax^2 + bx + c$)
-ឲ្យសិស្សពិនិត្យចំពោះវិសមីការករណី $\Delta \succ 0$	 $+\Delta \succ 0; \alpha \prec x \prec \beta$ សំណុំឫសវិសមីការក្រោមអ័ក្ស $(x'x)$	 $+\Delta \succ 0; \alpha \prec x \prec \beta$ សំណុំឫសវិសមីការក្រោមអ័ក្ស $(x'x)$
-ពិនិត្យមួយទៀត	 $+\Delta = 0$ សំណុំឫសនៃសមីការ	 $+\Delta = 0$ សំណុំឫសនៃសមីការ

<table>
<tr>
<td></td>
<td>$ax^2+bx+c\succ 0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់លើកលែងតែ α ហើយ $ax^2+bx+c\prec 0$ គ្មានឫសទេ

$+\Delta\prec 0$ សំណុំឫសនៃសមីការ $ax^2+bx+c\succ 0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់ហើយ $ax^2+bx+c\prec 0$ គ្មានឫសទេ
</td>
<td>$ax^2+bx+c\succ 0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់លើកលែងតែ α ហើយ $ax^2+bx+c\prec 0$ គ្មានឫសទេ

$+\Delta\prec 0$ សំណុំឫសនៃសមីការ $ax^2+bx+c\succ 0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់ហើយ $ax^2+bx+c\prec 0$ គ្មានឫសទេ
</td>
</tr>
<tr>
<td>-ដាក់ប្រតិបត្តិ</td>
<td>**ជំហានទី៤ ពង្រឹងចំណេះដឹង**
ដោះស្រាយវិសមីការ
$y=x^2-2x-3\prec 0$ តាមក្រាប
ដោយ $\Delta=(-2)^2-4(1)(-3)$
$\Delta=16$
$x_1=3;x_2=-1$
តារាងតម្លៃលេខ $y=x^2-2x-3$
x | -1 0 1 2 3
y | 0 -3 -4 -3 0</td>
<td>ដោះស្រាយវិសមីការ
$y=x^2-2x-3\prec 0$ តាមក្រាប
ដោយ $\Delta=(-2)^2-4(1)(-3)$
$\Delta=16$
$x_1=3;x_2=-1$
តារាងតម្លៃលេខ $y=x^2-2x-3$
x | -1 0 1 2 3
y | 0 -3 -4 -3 0</td>
</tr>
</table>

		
-ឲ្យសិស្សធ្វើលំហាត់ ១;៣នៅទំព័រទី២១៨	ជំហានទី៥បណ្តាំផ្ញើ	-ធ្វើតាមបណ្តាំផ្ញើ

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទីៈ១០
ជំពូកទី៥ៈអនុគមន៍
មេរៀនទី៣ៈអនុគមន៍សនិទាននិងអនុគមន៍អសនិទាន

រយៈពេលៈ២ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹងៈ កំណត់បានពីសញ្ញាណនៃអនុគមន៍សនិទាននិងភាពកើនឬភាពចុះនៃអនុគមន៍តាមរយៈឧទាហរណ៍បានយ៉ាងត្រឹមត្រូវ។
- ចំណេះធ្វើៈ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$ បានត្រឹមត្រូវ។
- ឥរិយាបថៈ មានស្មារតីសាមគ្គីក្នុងការសិក្សា ។

II. សម្ភារឧបទេសៈ

- សៀវភៅសិស្សទំព័រៈ $220-223$
- សៀវភៅគ្រូទំព័រៈ $220-223$
- ប្រដាប់គូសអ៊ីពែបូល
- ផ្ទាំងក្រដាសមានគូសអ៊ីពែបូល។

III. ខ្លឹមសារមេរៀនៈ

៣.១អនុគមន៍សនិទាននិងក្រាបៈ

ក.ក្រាបនៃ $y=\frac{a}{x}$

ខ.ក្រាបនៃ $y=\frac{a}{x-p}+q$

IV. សកម្មភាពរៀននិងបង្រៀនៈ

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ជំហានទី១(**រដ្ឋបាលថ្នាក់**)		
គ្រូតពិនិត្យអនាម័យនិងផ្សេងៗ..		ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍...។
ជំហានទី២(**រំលឹកមេរៀន**)		
រកអនុគមន៍ពហុធាដឺក្រេទី1និង 2នៃមួយអថេរ។ រកផលចែកពហុធា $x+1$&$-x+5$ ដូចម្តេចហៅថាប្រភាគសនិទាន?		អនុគមន៍ពហុធានៃដឺក្រេទី1&2 $y=2x-3$ $y=-x^2+2x-1$ $\frac{x+1}{-x+5}$ ។ ប្រភាគសនិទានមានរាង $y=\frac{f(x)}{g(x)}$

ជំហានទី៣(មេរៀនថ្មី)		
៚-គ្រូប្រាប់ថា $y=\frac{4}{x};y=\frac{3x+4}{x-2}$ ហៅថាអនុគមន៍សនិទាន។ ៚អនុគមន៍សនិទានមាន លក្ខខណ្ឌយ៉ាងដូចម្តេច ទើបមានន័យ?	**ជំ៥៖អនុគមន៍** **មេរៀនទី៣៖** **អនុគមន៍សនិទាននិងអសនិទាន** **៣.១អនុគមន៍សនិទាន និងក្រាប៖** ៚-អនុគមន៍ $y=\frac{4}{x};y=\frac{3x+4}{x-2}$ ដែលមាន ភាគយកនិងភាគបែង ជាពហុធានៃ x ហៅថា**អនុគមន៍សនិទាន**នៃអថេរ x។ ៚-ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ សនិទានជាសំណុំតម្លៃអថេរដែល ឲ្យ**ភាគបែងខុសពីសូន្យ**។ **ឧទាហរណ៍៖** -អនុគមន៍ $y=\frac{4}{x}$ មានដែនកំណត់ $D=\{x/x\neq 0\}$។ អនុគមន៍ $y=\frac{3x+4}{x-2}$ មានដែនកំណត់ $D=\{x/x\neq 2\}$។	៚-លុះត្រាភាគបែងខុសពីសូន្យ
៚-រកដែនកំណត់ខាងក្រោម៖ $y=\frac{x-1}{3-x},y=\frac{3x+4}{x+4}$	៚-**ប្រតិបត្តិ៖**រកដែនកំណត់នៃ អនុគមន៍ខាងក្រោម៖ $y=\frac{x-1}{3-x},y=\frac{3x+4}{x+4}$ ៚-**ចម្លើយ៖** $D=\{x/x\neq 3\}$ $D=\{x/x\neq -4\}$។ **ក. ក្រាបនៃ** $y=\frac{a}{x}$ ៚-សង់ក្រាបតាង $y=\frac{1}{x}$ ។វាមាន ដែនកំណត់ $x\neq 0$ ។ តារាងតម្លៃលេខ	៚-ចម្លើយ៖ $y=\frac{x-1}{3-x}$ មានន័យកាលណា $x\neq 3$ ជាដែនកំណត់។ $y=\frac{3x+4}{x+4}$ មានន័យកាលណា $x\neq -4$ ជាដែនកំណត់។

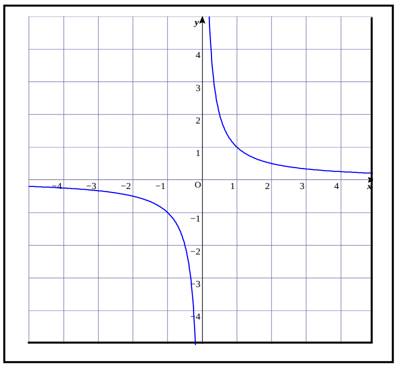
x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបាន ក្រាបដូចខាងស្តាំ។

ណែនាំសិស្សរកភាពភាពចុះនិងកើននៃ អនុគមន៍ $y=\frac{1}{x}$ ។

៙-អ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងអ័ក្សអរដោនេហៅថាអាស៊ីមតូតនៃក្រាប $y=\frac{1}{x}$ ។

៙-ទាញទូទៅ ចំពោះ $y=\frac{1}{x}$ ។



សិក្សាភាពកើននិងចុះ

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}}{x_2-x_1}$$

$$=-\frac{1}{x_2x_1}$$

៙-ចំពោះ $\forall x / x_1<x_2<0$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ ត្រូវគ្នានឹងក្រាបចុះកាន់តែទាប។

៙- ចំពោះ $\forall x / 0<x_1<x_2$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ ត្រូវគ្នានឹងក្រាបចុះកាន់តែទាប។នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះចំពោះ $x<0 \,\&\, x>0$ ។

៙-**ទូទៅ៖**

ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$ កំណត់លើ $\{x / x\neq 0)$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $y=\frac{a}{x}$ មានអត្រាកំណើន $\frac{\Delta f}{\Delta x}=-\frac{a}{x_1x_2}$ ។

សិស្សគូសក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{1}{x}$ ។

សិក្សាភាពកើននិងចុះ

$$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}}{x_2-x_1}$$

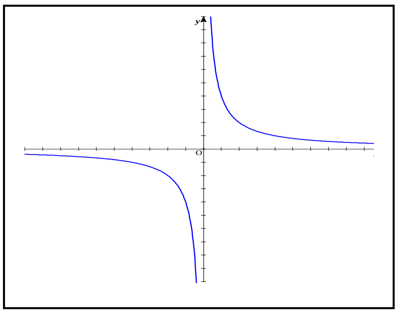
$$=-\frac{1}{x_2x_1}$$

៙-ចំពោះ $\forall x / x_1<x_2<0$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ ត្រូវគ្នានឹងក្រាបចុះកាន់តែទាប។

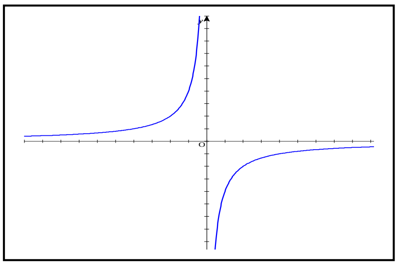
៙- ចំពោះ $\forall x / 0<x_1<x_2$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ ត្រូវគ្នានឹងក្រាបចុះកាន់តែទាប។នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះចំពោះ $x<0 \,\&\, x>0$ ។

៙គ្រូគូសក្រាបតាងអនុគមន៍ចុះ និងកើនឲ្យសិស្សមើល។

ក្រាបតាងអនុគមន៍ចុះ:



ក្រាបនៃអនុគមន៍កើន



១.បើ $a>0, x_1<x_2<0$ ឬ $0<x_1<x_2$

$\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ គេថា $y=\frac{a}{x}$ ជាអនុគមន៍ចុះ

២.បើ $a<0$ $x_1<x_2<0$, $0<x_1<x_2$

$\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ គេថា $y=\frac{a}{x}$ ជាអនុគមន៍កើន

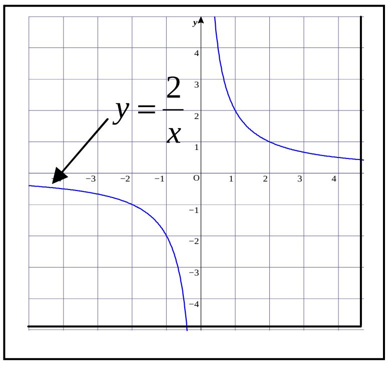
៙-ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$ ដែល $a\neq 0$ ហៅថា«**អ៊ីពែបូល**»ដែលមានអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងអ័ក្សអដោនេជា**អាស៊ីមតូត**។

ប្រតិបត្តិ1៖ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

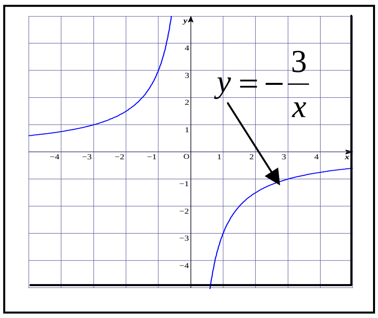
ក. $y=\frac{2}{x}$, ខ. $y=-\frac{3}{x}$

ចម្លើយ៖

ក. $y=\frac{2}{x}$



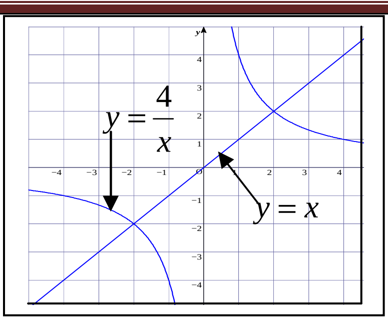
ខ. $y=-\frac{3}{x}$



ប្រតិបត្តិ2៖សង់ក្រាបអនុគមន៍

ចម្លើយ

$y=\frac{4}{x}$ ហើយរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងនិងបន្ទាត់ $y=x$ ។



ខ.ក្រាបនៃ $y=\frac{a}{x-p}+q$

ឧទាហរណ៍1៖សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{4}{x}$ និង $y=\frac{4}{x-2}-1$ រួចទាញសន្និដ្ឋានពីក្រាប។

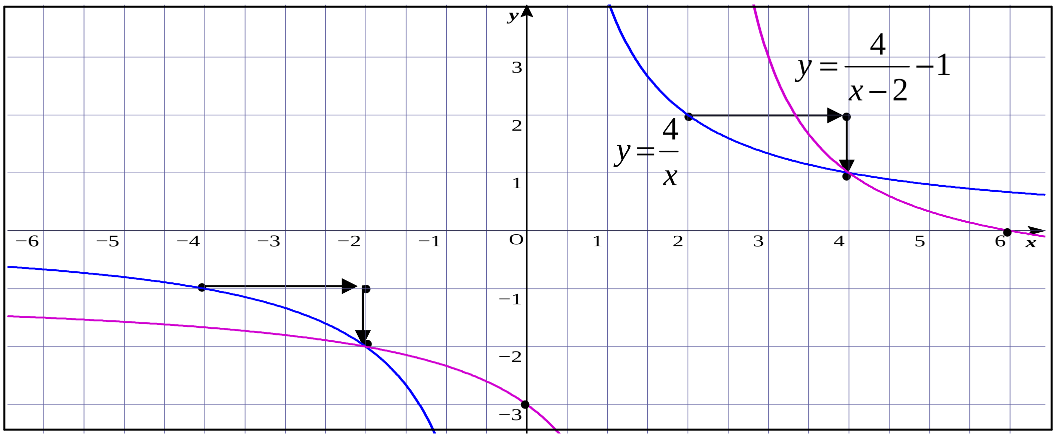
$y=\frac{4}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x/x\neq 0\}$

x	-5	-3	-1	1	3	5
y	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{4}{3}$	-4	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$

$y=\frac{4}{x-2}-1$ មានដែនកំណត់ $\{x/x\neq 2\}$ ។ តារាងតម្លៃលេខ

x	-6	-2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	6	10
y	$-\frac{3}{2}$	-2	-9	7	0	$-\frac{1}{2}$

សិស្សបំពេញលេខក្នុងតារាងទាំងពីរ។



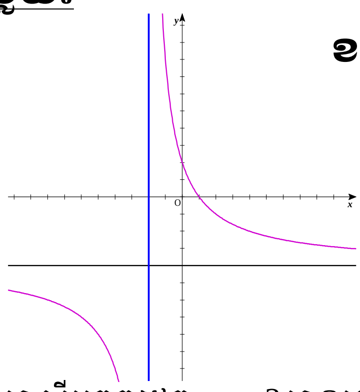
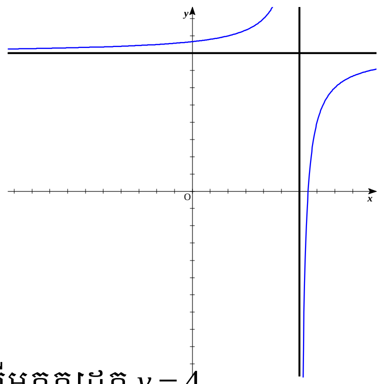
តាមក្រាបខាងលើ គេអាចសន្និដ្ឋានបានថា ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\frac{4}{x-2}-1$ បានដោយរំកិលក្រាប $y=\frac{4}{x}$ ចំនួន 2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង -1 ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ ។

សួ- គ្រូឲ្យសិស្សទាញសន្និដ្ឋានលើសំណង់រូបភាពក្រាបទី 2 ។

ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\frac{4}{x-2}-1$ បានដោយរំកិលក្រាប $y=\frac{4}{x}$

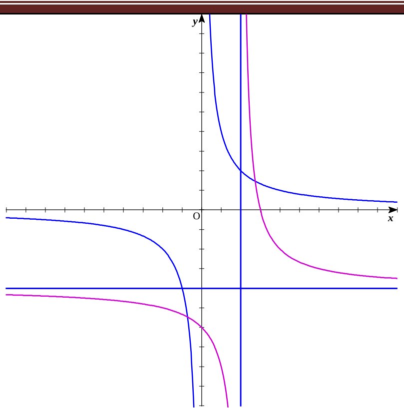
		ចំនួន 2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង -1ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ

-ទូទៅ៖ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\dfrac{a}{x-p}+q$ គឺជាអ៊ីពែបូលដែលបានមកដោយរំកិលក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\dfrac{a}{x}$ ចំនួន P ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិង q ឯកតាស្របនិងអ័ក្សអដោនេ ។
អ៊ីពែបូលនេះមានអាស៊ីមតូតឈរ $x=p$ និងអាស៊ីមតូតដេក $y=q$ ។

- **ប្រតិបត្តិ៖**សង់ក្រាបនិងកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាង ក្រោម៖ ក. $y=\dfrac{3}{x+1}-2$ ខ. $y=-\dfrac{1}{x-3}+4$	**ចម្លើយ៖** **ក.**  **ខ.**  មានអាស៊ីមតូតដេក $y=-2$ មានអាស៊ីមតូតដេក $y=4$ អាស៊ីមតូតឈរ $x=-1$ ។ $x=3$អាស៊ីមតូតឈរ $x=-1$ ។	
គ្រូណែនាំបម្លែង $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ឲ្យទៅរាង $y=\dfrac{a}{x-p}+q$ មានន័យ ថាធ្វើប្រមាណវិធីចែកពហុធា។	**គ.ក្រាបនៃ** $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ចំពោះរាង $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ គេត្រូវបម្លែងឲ្យចូលរាង $y=\dfrac{a}{x-p}+q$ ទើបសង់បាន។	សិស្សស្តាប់ការណែនាំគ្រូ។

ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)

-ដូចម្តេចដែលហៅថាដែនកំណត់នៃអនុគមន៍សនិទាន? -រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ 1. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, 2. $y=\dfrac{3-x}{-x^2+1}$ -សង់ក្រាបតាង $y=\dfrac{1}{x-1}-2$ ដោយប្រើក្រាបតាង $y=\dfrac{1}{x}$ ។		-វាជាតម្លៃនៃអថេរដែលនាំឲ្យអនុគមន៍មានន័យ។ **-<u>ចម្លើយ</u>** 1. $D=\{x/x\neq 1\}$ 2. $D=\{x/x\neq \pm 1\}$ ។

		
ជំហានទី៥(**បណ្តាំផ្ញើ**)		
លំហាត់៖ កណាត់សមីការអាស៊ីមតូតនិងសង់ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=-\frac{1}{x-2}+3$ ។		**លំហាត់៖** កណាត់សមីការអាស៊ីមតូតនិង សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=-\frac{1}{x-2}+3$ ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

* មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា
* រយៈពេល : ២ ម៉ោង
* ជំពូកទី ៥ : អនុគមន៍
* មេរៀនទី ៣ : អនុគមន៍សនិទាន និងអសនិទាន

I. វត្ថុបំណងមេរៀន

- ចំណេះដឹង : សិស្សមានសមត្ថភាពធ្វើការស្រាយបញ្ជាក់បានពីអនុគមន៍អសនិទានងាយ និងសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ច្រាស ។
- ចំណេះធ្វើ : សិស្សធ្វើការគណនាបានពីអនុគមន៍អសនិទាន និងសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ច្រាស ។
- ឥរិយាបទ : មានស្មារតីទទួលខុសត្រូវលើការធ្វើលំហាត់មានទំនាក់ទំនងល្អ មានទំនុកចិត្តលើការសិក្សា ។

II. ខ្លឹមសារមេរៀន

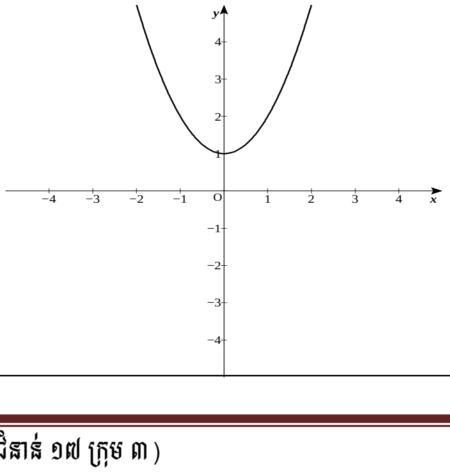
៣.២ អនុគមន៍អសនិទានងាយ និងក្រាប

៣.៣ អនុគមន៍ច្រាស និងក្រាប

III. សម្ភារៈបង្រៀន

- ក្រដាសផ្ទាំងសរ និងបន្ទាត់ក្រិត

IV. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូត្រួតពិនិត្យ អនាម័យអវត្តមាន សណ្តាប់ធ្នាប់ វិន័យ របៀបរៀបរយស្លៀកពាក់ក្នុងថ្នាក់។	**ជំហានទី ១** (រដ្ឋបាល)	-តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-សង់ក្រាបសមីការដឺក្រេទី ២ $y = x^2 + 1$	**ជំហានទី ២** (រំលឹកមេរៀន) 	-តារាងតំលៃលេខ $\begin{array}{c\|cccc} x & 0 & 1 & 2 & -1 \\ \hline y & 1 & 2 & 5 & 2 \end{array}$

-គេឲ្យ $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ គណនា $f(0)$, $f(1)$, $f(-1)$, $f(-2)$		$f(0)=\sqrt{0^2+1}=1$ $f(1)=\sqrt{1^2+1}=\sqrt{2}$ $f(-1)=\sqrt{(-1)^2+1}=\sqrt{2}$ $f(-2)=\sqrt{(-2)^2+1}=\sqrt{5}$
-គ្រូសរសេរឧទាហរណ៍លើក្តាខៀន $y=\sqrt{x}$, $y=3\sqrt{2-x}$ ប្រាប់សិស្សថាកន្សោមដែលមានអថេរ x ក្នុងរ៉ាឌីកាល់គេហៅថាអនុគមន៍អសនិទាននៃអថេរ x -ឲ្យសិស្សផ្តល់និយមន័យដល់អនុគមន៍អសនិទាន ។ **ឧទាហរណ៍:** $f(x)=\sqrt{x-1}$ គណនា $f(1), f(2), f(-1)$ **ឧទាហរណ៍:**រកដែនកំណត់ $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\sqrt{x+5}$ -ប្រាប់សិស្សថាដើម្បីរកដែនកំណត់នេះគេឲ្យកន្សោមអថេរ x ក្នុងរ៉ាឌីកាល់ធំជាងឬស្មើសូន្យ	**ជំហានទី ៣** (មេរៀនថ្មី) មេរៀនទី៣ **អនុគមន៍សនិទាន និងអសនិទាន** **២.៣ អនុគមន៍អសនិទាននិងក្រាប** **និយមន័យ:** អនុគមន៍អសនិទានជាអនុគមន៍ដែលមានកន្សោមអថេរ x ក្នុងរ៉ាឌីកាល់ -គណនា $f(1), f(2), f(-1)$ $f(1)=\sqrt{1-1}=0$ $f(2)=\sqrt{2-1}=1$ $f(-2)=\sqrt{-2-1}=\sqrt{-3}$ គ្មានន័យ -រកដែនកំណត់ • $f(x)=\sqrt{x}$ មានន័យលុះត្រាតែ $\{x \mid x\geq 0\}$ • $f(x)=\sqrt{x+5}$ មានន័យលុះត្រាតែ $\{x \mid x\geq -5\}$ **សំគាល់:** -អនុ. $y=\sqrt{f(x)}$ មានន័យលុះត្រាតែ $f(x)\geq 0$ -អនុ. $y=\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$	**និយមន័យ:** អនុគមន៍អសនិទានជាអនុគមន៍ដែលមានកន្សោមអថេរ x ក្នុងរ៉ាឌីកាល់ -គណនា $f(1), f(2), f(-1)$ $f(1)=\sqrt{1-1}=0$ $f(2)=\sqrt{2-1}=1$ $f(-2)=\sqrt{-2-1}=\sqrt{-3}$ គ្មានន័យ -រកដែនកំណត់ • $f(x)=\sqrt{x}$ មានន័យលុះត្រាតែ $\{x \mid x\geq 0\}$ • $f(x)=\sqrt{x+5}$ មានន័យលុះត្រាតែ $\{x \mid x\geq -5\}$ **សំគាល់:** -អនុ. $y=\sqrt{f(x)}$ មានន័យលុះត្រាតែ $f(x)\geq 0$ -អនុ. $y=\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$

ប្រតិបត្តិ:រកដែនកំណត់

ក. $f(x)=\sqrt{x-3}$

ខ. $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{1-x}}$

បិទផ្ទាំងលំហាត់:

សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍អសនិទាន $f(x)=\sqrt{x}$

ឧទាហរណ៍:

សង់ក្រាបនៃអនុគម

ច្រាស $y=\sqrt{x}$

មានន័យលុះត្រាតែ $f(x)>0$

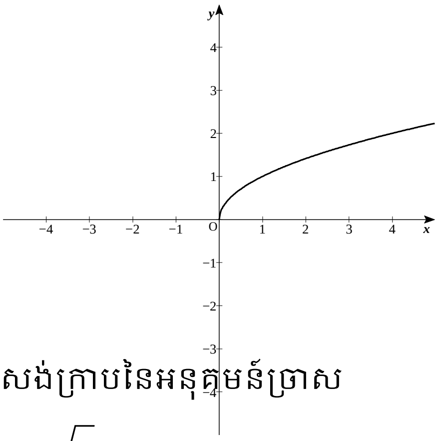
ប្រតិបត្តិ:រកដែនកំណត់

ក. $f(x)=\sqrt{x-3}$

ខ. $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{1-x}}$

ក.សង់ក្រាបនៃ $y=\sqrt{ax}$

x	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
y	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3



សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស

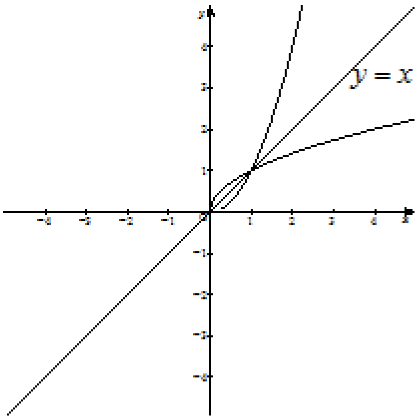
$y=\sqrt{x}$

ប្តូរ $x\leftrightarrow y$ យើងបាន

$x=\sqrt{y}\Rightarrow x^2=y$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	1	2
y	0	1	4



មានន័យលុះត្រាតែ $f(x)>0$

រកដែនកំណត់

ក. $f(x)=\sqrt{x-3}$

មានន័យលុះត្រាតែ

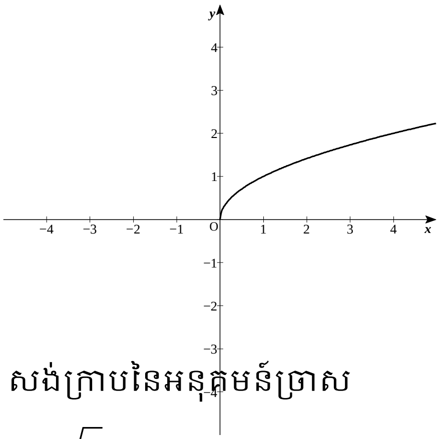
$x-3\geq 0\Rightarrow x\geq 3$

ខ. $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{1-x}}$

មានន័យលុះត្រាតែ

$1-x>0\Rightarrow x<1$

x	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
y	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3



សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស

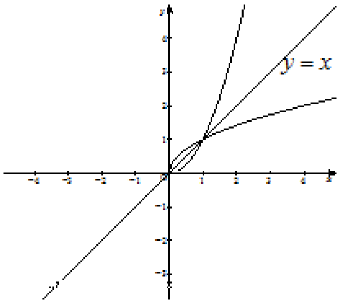
$y=\sqrt{x}$

ប្តូរ $x\leftrightarrow y$ យើងបាន

$x=\sqrt{y}\Rightarrow x^2=y$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	1	2
y	0	1	4



ជាទូទៅ:ក្រាបតាងអនុគមន៍

សង់ក្រាបនៃអនុ ច្រាស $y=-\sqrt{x}$

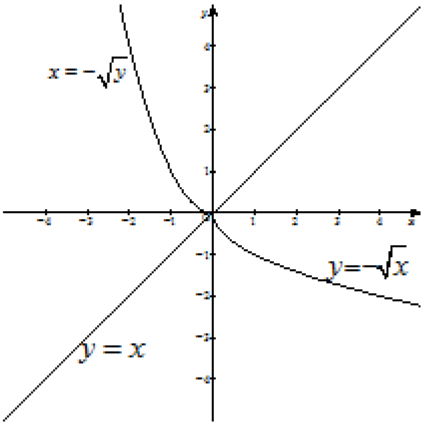
-ពន្យល់ពីអនុ.អសនិទានដែលតាងនៅលើក្រាប ។

ជាទូទៅ:ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{x}$ គឺជារូបភាពឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលតាង $y=x^2$ តាមបំលែងឆ្លុះធៀបទៅនិងបន្ទាត់ $y=x$

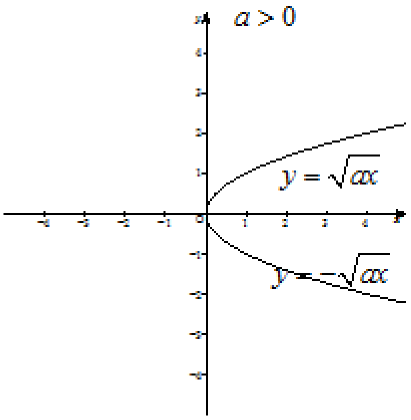
.ក្រាបនៃអនុ ច្រាសប្តូរ $x \leftrightarrow y$ យើងបាន $x=-\sqrt{y}$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	−1	−2
y	0	1	4



ជាទូទៅ:ក្រាបនៃអនុគមន៍អសនិទាន $y=\sqrt{ax}$ យកតាមសញ្ញារបស់ a



៣.៣ អនុ.ច្រាសនិងក្រាប

រកក្រាបនៃអនុ.ច្រាស $y=x^2+1$

គេមាន $y=x^2+1$ប្តូរពី $x \leftrightarrow y$

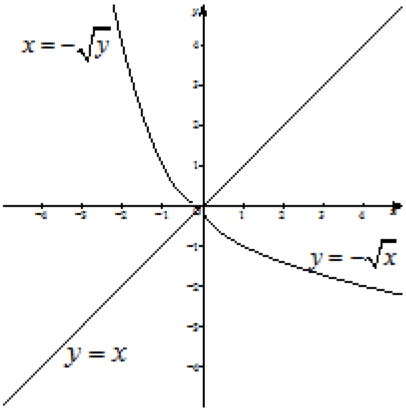
នោះ $x=y^2+1 \Rightarrow y=\sqrt{x-1}$

$y=\sqrt{x}$ គឺជារូបភាពឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលតាង $y=x^2$ តាមបំលែងឆ្លុះធៀបទៅនិងបន្ទាត់ $y=x$

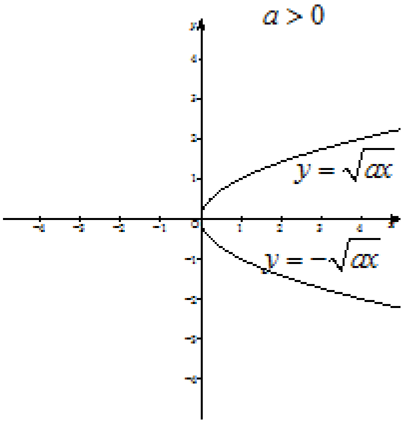
.ក្រាបនៃអនុ ច្រាសប្តូរ $x \leftrightarrow y$ យើងបាន $x=-\sqrt{y}$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	−1	−2
y	0	1	4

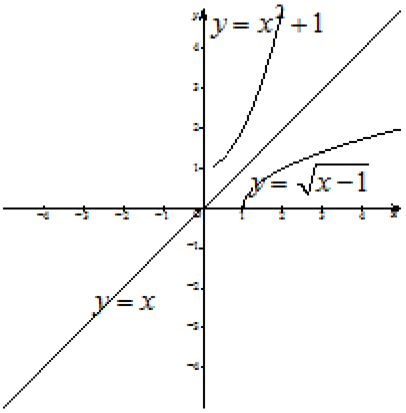
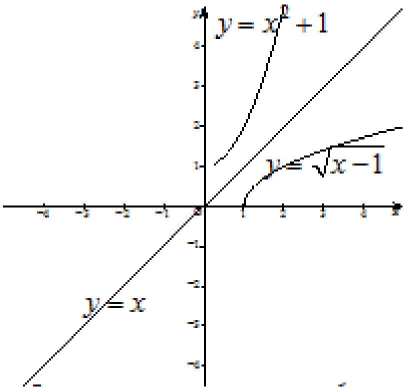


ជាទូទៅ:ក្រាបនៃអនុគមន៍អសនិទាន $y=\sqrt{ax}$ យកតាមសញ្ញារបស់ a



រកក្រាបនៃអនុ.ច្រាស $y=x^2+1$

គេមាន $y=x^2+1$ប្តូរពី $x \leftrightarrow y$

-សរសេរឧទាហរណ៍លើក្ដា ខៀន រកក្រាបនៃអនុ.ច្រាស $y=x^2+1$	 **សន្និដ្ឋាន:** ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ និង ក្រាបអនុគមន៍ច្រាស $y=g(x)$ របស់ថ f ឆ្លុះគ្នា ធៀបនិងបន្ទាត់ $y=x$ ។	នោះ $x=y^2+1 \Rightarrow y=\sqrt{x-1}$  **សន្និដ្ឋាន:** ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=f(x)$ និង ក្រាបអនុគមន៍ច្រាស $y=g(x)$ របស់ថ f ឆ្លុះគ្នា ធៀបនិងបន្ទាត់ $y=x$ ។
គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{5x-1}$ គណនា $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ រកអនុគមន៍ច្រាស $y=\frac{5}{x}+1$	**ជំហានទី៤**(ពង្រឹងពុទ្ធិ)	$f(1)=\sqrt{5\times1-1}=2$ $f(2)=\sqrt{5\times2-1}=3$ $f(3)=\sqrt{5\times3-1}=\sqrt{14}$ ប្ដូរ $x \leftrightarrow y$ យើងបាន $x=\frac{5}{y}+1 \Rightarrow y=\frac{5}{x-1}$ ដូចនេះអនុគមន៍ច្រាស់ $f(x)=\frac{5}{x-1}$
ពេលត្រលប់ទៅផ្ទះវិញត្រូវធ្វើ ទំព័រ២៣២ ត្រង់លំហាត់ទី ៦	**ជំហានទី៥**(បណ្ដាំផ្ញើ)	ស្ដាប់និងកត់ត្រា ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី៦, មេរៀនទី ០១ ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

១.១.តង់សង់

១.២. ស៊ីនុស កូស៊ីនុស

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន: សិស្សអាច

-ចំណេះដឹង : -ប្រាប់បានពីរូបមន្តត្រីកោណមាត្រនៃមុំ $\frac{\pi}{2}+\theta$ តាមរយៈការពិភាក្សានិងចោទឆ្លើយ

- ប្រាប់ពីដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ត្រីមាត្របានត្រឹមត្រូ

-បំណិន :-គណនាបានលឿននិងត្រឹមត្រូវនូវលំហាត់ត្រីកោណមាត្រដែលទាក់ទងនិងមុំ $\frac{\pi}{2}+\theta$ តាមរយៈការគិតរៀងខ្លួនឬពិភាក្សាក្រុម

-ឥរិយាបថ :-ចូលរួមសកម្មភាពដោះស្រាយលំហាត់និងយកពេលទំនេដោះស្រាយលំហាត់

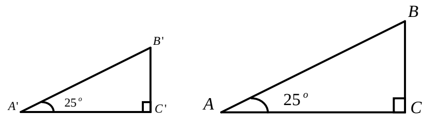
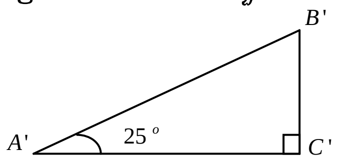
II.រយៈពេលបង្រៀន: ៩០ នាទី

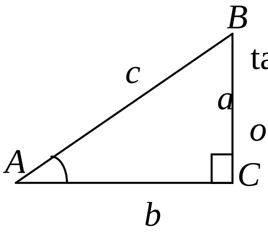
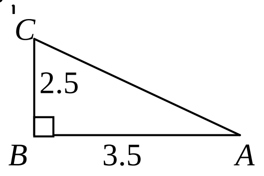
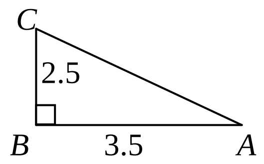
III.សម្ភារ:ឧទេស

-ផ្ទាំងរង្វង់ត្រីកោណមាត្រដែលបង្ហាញពីមុំដែលមានផលសងស្មើ $\frac{\pi}{2}$

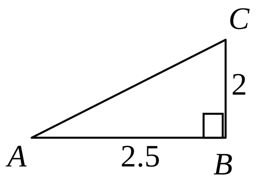
IV.ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	*ជំហានទី១* (រដ្ឋបាលថ្នាក់) (៣នាទី)	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-ដូចម្តេចដែលហៅថា ត្រីកោណ ដូចគ្នា? -ត្រីកោណដូចគ្នាមានប៉ុន្មានករណី?	*ជំហានទី២* (រំលឹកមេរៀន) (៧នាទី)	- ត្រីកោណដូចគ្នាគឺជាត្រីកោណ ដែលមាន • មុំទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា • ជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា -មានបីករណីគឺ មម, មជម, ជជជ

-បើគេមាន ΔABC ដូចនិង $\Delta A'B'C'$ គេទាញបានផលធៀប $\frac{BC}{AC}=?$		$\frac{BC}{AC}=\frac{B'C'}{A'C'}$
-តើគេអាចវាស់កំពស់ដងទង់ជាតិដោយប្រើរ៉ាប់ទ័រយ៉ាងដូចម្តេច?ចូរសង្កេតលើមេរៀន -ឆ្លងតាមការអង្កេត ចូរសង់ត្រីកោណ $A'B'C'$ កែងត្រង់ C' ដែល $A'C'=5cm$, $B'\hat{A}'C'=25^o$ រួចប្រើបន្ទាត់ក្រិតវាស់ជ្រុង $B'C'$ -តើគេអាចស្គាល់ជ្រុង $B'C'$ ទេ? -គេមានត្រីកោណ  -តើត្រីកោណទាំងពីរដូចគ្នាតាម ករណីទីប៉ុន្មាន? -តាមផលធៀបដំណូច $\frac{BC}{AC}=?$ -នោះ $BC=?$	<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនថ្មី) **ជំពូកទី៦៖ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ** **មេរៀនទី១៖ ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ** **១.១.តង់សង់**	សិស្សធ្វើការអង្កេតសៀវភៅសិស្សទំព័រ២(ភាគ២) គូសត្រីកោណ $A'B'C'$ រួចវាស់  -អាចស្គាល់ -ដូចគ្នាតាមករណីទី១៖មម - $\frac{BC}{AC}=\frac{B'C'}{A'C'}$

-ដោយ $AC, B'C', A'C'$ ស្គាល់ តើអាចទាញរក BC បានទេ? - $\frac{BC}{AC}$ ជាផលធៀបជ្រុងឈម និងជ្រុងជាប់នៃមុំណា? -ផលធៀបនេះហៅថា តង់សង់នៃមុំ A គេសរសេរ $\tan A$		- $BC = AC \times \frac{B'C'}{A'C'}$ -ឃើញ -នៃមុំ A
	និយមន័យ ក្នុងត្រីកោណកែងមួយបើ A ជារង្វាស់មុំស្រួចមួយនោះ តង់សង់នៃមុំ A គឺជាផល ធៀបរង្វាស់ជ្រុងឈមមុំ A និងរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំ A  $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$ $or: a = b\tan A$	
ប្រតិបត្តិ គណនា $\tan A$ នៃរូបខាងក្រោម រួចប្រើរ៉ាប៉ទ័រវាស់ ក្រុមទី១៖ 		ក្រុមទី១  $\tan A = \frac{2.5}{3.5} = 0.714$ $A = 35.5^o \ or \ A = 35^o30'$

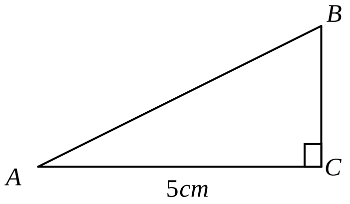
ក្រុមទី២



គេមានត្រីកោណABCកែងត្រង់ C

បើ $\tan A = 0.75$ និង $AC = 5cm$

គណនា $\frac{BC}{AB}$, $\frac{AC}{AB}$



-ដោយ $\tan A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = ?$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ

$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = ?$

គេបាន $\frac{BC}{AB} = ?$

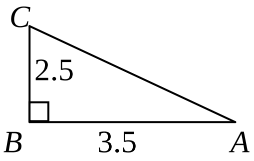
និង $\frac{AC}{AB} = ?$

$\frac{BC}{AB}$ ហៅថាស៊ីនុសនៃមុំ A

$\frac{AC}{AB}$ ហៅថាកូស៊ីនុសនៃ B

អនុវត្តន៍

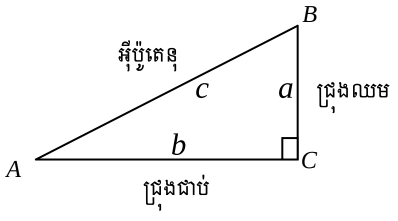
គណនា $\sin A$, $\cos A$ នៃរូបខាងក្រោម



១.២.ស៊ីនុស និង កូស៊ីនុស

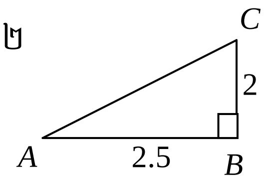
និយមន័យ៖ក្នុងត្រីកែងមួយបើ A ជាមុំ ស្រួចមួយនោះ

- ស៊ីនុសនៃAគឺជាផលធៀប ជ្រុង ឈមលើអ៊ីប៉ូតេនុស
- កូស៊ីនុសនៃAជាផលធៀប ជ្រុង ជាប់លើអ៊ីប៉ូតេនុស



$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$

ក្រុម២



$\tan A = \frac{2}{2.5} = 0.8$

$A = 38.66^o \ or \ A = 38^o39'36''$

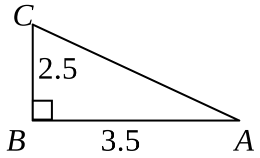
$\tan A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \ \tan A$

$= 5 \times (0.75) = 3.75$

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + (3.7}$

$= 6.25$

$\frac{BC}{AB} = \frac{3.75}{6.25} = 0.6$

		$AC^2 = BC^2 + AB^2$ $\Rightarrow AC = \sqrt{(2.5)^2 + (3.5)^2}$ $= \sqrt{6.25 + 12.25}$ $= \sqrt{18.5} = 4.3$ $\sin A = \frac{2.5}{4.3} = 0.58$ $\cos A = \frac{3.5}{4.3} = 0.81$
- គណនា $\frac{\cot\frac{3\pi}{4}}{\sin\frac{3\pi}{2}}$? -តើអនុគមន៍ស៊ីន និង កូស៊ីនុស មានដែនកំណត់ $D = ?$ - តើ $\tan x$ មាន $D = ?$ - តើ $\cot x$ មាន $D = ?$	<u>ជំហានទី៤</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	 $\frac{\cot\frac{3\pi}{4}}{\sin\frac{3\pi}{2}} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\pi\right)}$ $= \frac{-\tan\frac{\pi}{4}}{\cos\pi} = \frac{-1}{-1} = 1$ $D = IR$ $D = IR - \{\frac{\pi}{2} + k\pi\},\ k \in Z$ $D = IR - \{k\pi\},\ k \in Z$
លំហាត់ ១. ធ្វើលំហាត់ប្រតិបត្តិ ទំព័រទី៧៨ ប្រតិបត្តិ ១,២ ២. តើអនុគមន៍មានខួបដូចម្តេច?	<u>ជំហានទី៥</u> (កិច្ចការផ្ទះ)(៥នាទី)	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី៦, មេរៀនទី ០១ ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

១.៣.តម្លៃផលធៀបត្រកោណមាត្រ

១.៤. ទំនាក់ទំនងរវាងផលធៀបត្រកោណមាត្រ

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន: សិស្សអាច

-ចំណេះដឹង : -រៀបរាប់បានពីតម្លៃផលធៀបនៃមុំ 30° , 45° , 60°

-រៀបរាប់បានពីទំនាក់ទំនាក់ទំនងផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

-បំណិន :-ស្គាល់តម្លៃផលធៀបមួយទាញរកផលធៀបផ្សេងទៀតបានរហ័ស

-ឥរិយាបថ :-ដោះស្រាយបញ្ហាក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ

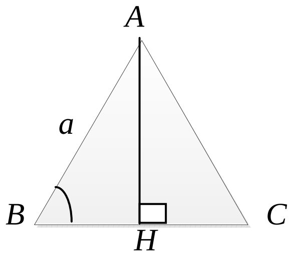
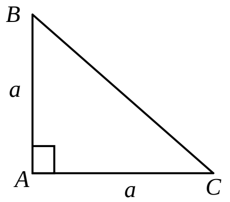
II.រយៈពេលបង្រៀន: ៩០ នាទី

III.សម្ភារៈឧទេស

-

IV.ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	ជំហានទី១ (រដ្ឋបាលថ្នាក់) (៣នាទី)	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-ត្រីកោណABCជាត្រីកោណសម័ង្សមានរង្វាស់ជ្រុង a -តើមុំAមានរង្វាស់ប៉ុន្មានដឺក្រេ? -[AH]ជាកំពស់ តើ AH=? -ABCជាត្រីកោណកែងត្រង់A តើ $\sin B = ?$	ជំហានទី២ (រំលឹកមេរៀន) (៧នាទី)	-មុំAមានរង្វាស់ ៦០ ដឺក្រេ - $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ - $\sin B = \frac{AC}{BC}$
	ជំហានទី៣ (មេរៀនថ្មី) **១.៣.តម្លៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ** **ក.ត្រីកោណសម័ង្ស**	

AHជាកំពស់ត្រីកោណសម័ង្ស ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង a តាមនិយមន័យផលធៀបត្រីកោណ មាត្រ ទាញរក $\tan 60^o = ?$ $\sin 60^o = ?$ $\cos 60^0 = ?$ $\tan 30^o = ?$ $\sin 30^o = ?$ $\cos 30^0 = ?$	 $\tan 60^o = \sqrt{3}, \quad \sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60^0 = \frac{1}{2} \quad , \tan 30^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sin 30^o = \frac{1}{2} \quad , \cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 60^o = \frac{AH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$ $\sin 60^o = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60^0 = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$ $\tan 30^o = \frac{BH}{AH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sin 30^o = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$ $\cos 30^0 = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
គេមានត្រីកោណកែងសមបាទ ABC ដូចរូប - គណនា BC - តើ មុំ B និង មុំ C មានរង្វាស់ប៉ុន្មាន ដឺក្រេ ? - គណនា $\sin 45^0 \ , \ \cos 45^0 \ , \ \tan 45^0$	**ខ. ត្រីកោណកែងសមបាត**  $\sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan 45^0 = 1$	$BC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$ $B = C = 45^0$ $\sin 45^0 = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45^0 = \frac{AC}{BC} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan 45^0 = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a} = 1$

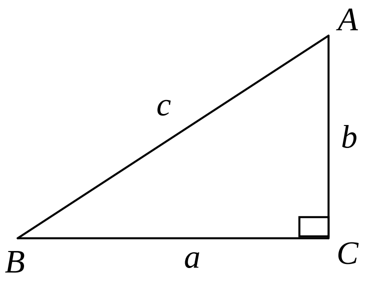
ដោយយោងទៅលើ បំពេញតារាងតម្លៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំពិសេសខាងក្រោម ៖

រង្វាស់មុំ / អនុគមន៍	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			
$\cot\alpha$			

ប្រើតារាងផលធៀបត្រីកោណមាត្រគណនារង្វាស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC តាមករណីខាងក្រោម

$1/\ AC=3\ ,\ B=22^o$

$2/\ AC=3.4\ ,\ A=26^0$



ត្រីកោណABCកែងត្រង់ C ដូចរូបខាង ក្រោម

$\tan A=?$

$\sin A=\dfrac{a}{c}\Rightarrow a=?$

$\cos A=\dfrac{b}{c}\Rightarrow b=?$

រង្វាស់មុំ / អនុគមន៍	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

១.៤.ទំនាក់ទំនងរវាងផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

ក. ទំនាក់ទំនងរវាង

$\tan\ ,\ \sin\ \ ,\ \cos$

$$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$$

រង្វាស់មុំ / អនុគមន៍	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\tan 22^o=\frac{AC}{BC}\Rightarrow BB=\frac{AC}{\tan 22^o}$$
$$=\frac{3}{0.4040}=7.42$$
$$\sin 22^o=\frac{AC}{AB}\Rightarrow AB=\frac{AC}{\sin 22^o}$$
$$=\frac{3}{0.3746}=8$$

$\tan A=\dfrac{a}{b}$

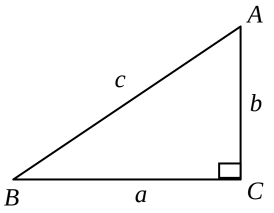
$a=c\ \sin A$

$b=c\ \cos B$

$$\tan A=\frac{c\sin A}{c\cos A}=\frac{\sin A}{\cos A}$$

<table>
<tr>
<td>
បង្ហាញថា $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

ចែកអង្គទាំងពីរនៃ (1) និង
$\cos^2 A$, $\cos^2 A\neq 0$

បើ មុំ A និង B ជាមុំបំពេញគ្នា
នោះ៖
$A+B=90^o \Rightarrow A=90^o-B$
$B=90^o-A$


$\sin A=?$
$\cos A=?$
$\sin B=?$
$\cos B=?$
</td>
<td>
ខ.ទំនាក់ទំនងរវាង $\sin$, $\cos$

$\sin^2 A+\cos^2 A=1 \quad (1)$

$1+\tan^2 A=\dfrac{1}{\cos^2 A}$
គ. ផលធៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំបំពេញ

$\sin(90^0-A)=\cos A$
$\cos(90^0-A)=\sin A$
$\tan(90^0-A)=\dfrac{1}{\tan A}$
</td>
<td>
$c^2=a^2+b^2$
$c^2=(c\sin A)^2+(c\cos A)^2$
$c^2=c^2\sin^2 A+c^2\cos^2 A$
$c^2=c^2(\sin^2 A+\cos^2 A)$
$\Rightarrow \sin^2 A+\cos^2 A=\dfrac{c^2}{c^2}=1$

$\dfrac{\sin^2 A}{\cos^2 A}+\dfrac{\cos^2 A}{\cos^2 A}=\dfrac{1}{\cos^2 A}$
$\tan^2 A+1=\dfrac{1}{\cos^2 A}$

$\sin A=\dfrac{a}{c}$
$\cos A=\dfrac{b}{c}$
$\sin B=\dfrac{b}{c}$
$\cos B=\dfrac{a}{c}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
- គណនា
$A=\sin 30^0+\cos 60^0+\tan 45^0$
</td>
<td>
<u>*ជំហានទី៥*</u>
(ពង្រឹងចំណេះដឹង)
</td>
<td>
$A=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+1=2$
តាមទំនាក់ទំនង
</td>
</tr>
</table>

-ក្នុងត្រីកោណកែង ABC បើស្គាល់ $\sin A=\frac{4}{7}$ គណនា $\cos A$, $\tan A$		$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ $\Rightarrow \cos A=\pm\sqrt{1-\sin^2 A}$ $=\pm\sqrt{1-\left(\frac{4}{7}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{16}{49}}=\pm\frac{\sqrt{33}}{7}$ តែ $\sin A=-\frac{\sqrt{33}}{7}$ មិនយកព្រោះ មុំ A ជាមុំស្រួច $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{\frac{4}{7}}{\frac{\sqrt{33}}{7}}=\frac{4\sqrt{33}}{33}$
លំហាត់ ១. ក្នុងត្រីកោណកែងABC បើស្គាល់ $\sin A=\frac{5}{8}$ គណនា $\cos A$, $\tan A$	<u>ជំហានទី៥</u> (កិច្ចការផ្ទះ)(៥នាទី)	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី៦, មេរៀនទី ០១ ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

១.៥.ការពន្លាតនៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

ក.គណនាផលធៀបត្រីកោណមាត្រដោយប្រើកូអរដោនេ

ខ.រង្វង់ត្រីកោណមាត្រ

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន: សិស្សអាច

-ចំណេះដឹង : -ប្រាប់បានពីសញ្ញាផលធៀបត្រីកោណមាត្រចំពោះមុំទាល

-រៀបរាប់បានពីរង្វង់ត្រីកោណមាត្រ

-បំណិន :-កំណត់រង្វាស់ $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ ចំពោះមុំទាល

-ឥរិយាបថ :-ពិភាក្សាបំពេញតារាងតម្លៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

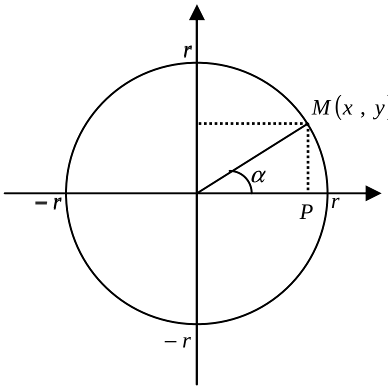
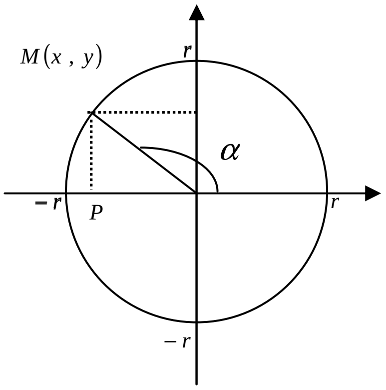
II.រយៈពេលបង្រៀន: ៩០ នាទី

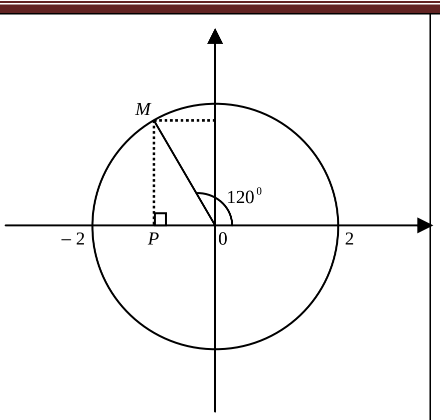
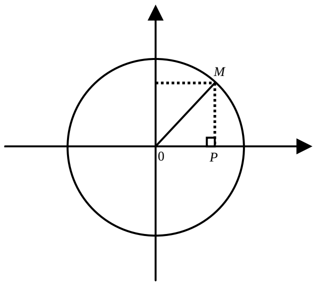
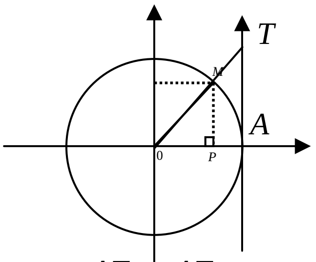
III.សម្ភារៈឧទេស

-

IV.ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	*ជំហានទី១* (រដ្ឋបាលថ្នាក់) (៣នាទី)	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
ក្នុងត្រីកោណកែងABC បើស្គាល់ $\sin A=\frac{5}{8}$ គណនា $\cos A$, $\tan A$ ហើយមុំ Aជាមុំស្រួច	*ជំហានទី២* (រំលឹកមេរៀន) (៧នាទី)	តាមទំនាក់ទំនង $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\cos^2 A=1-\sin^2 A=1-\left(\frac{5}{8}\right)^2$ $=1-\frac{25}{64}=\frac{64-25}{64}=\frac{39}{64}$ $\Rightarrow \cos A=\pm\frac{\sqrt{39}}{8}$ ដោយមុំ Aជាមុំស្រួចនោះ នោះ $\cos A=\frac{\sqrt{39}}{8}$

		$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{\frac{5}{8}}{\frac{\sqrt{39}}{8}}=\dfrac{5\sqrt{39}}{39}$ ដូចនេះ $\cos A=\dfrac{\sqrt{39}}{8}$, $\tan A=\dfrac{5\sqrt{39}}{8}$
នៅក្នុងតម្រុយអរត្វូណរមេ គេគូស រង្វង់ផ្ចិត O កាំ r ។ $M(x\ ,\ y)$ ជាចំនុចមួយនៅលើរង្វង់ ។OM កំណត់ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីសបានមុំ α -ករណី α ជាមុំស្រួច តើ $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha=?$	ជំហានទី៣ (មេរៀនថ្មី) **១.៥.ការពន្លាតនៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ** ក.គណនាផលធៀបត្រីកោណមាត្រដោយ ប្រើកូអរដោនេ  $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha>0$, $\tan\alpha>$	$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$, $\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$, $\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$ $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha>0$, $\tan\alpha>0$
-ករណី α ជាមុំទាល តើ $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ មានសញ្ញាដូចម្ដេច?	 $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha<0$, $\tan\alpha<$	$\sin\alpha>0$, $\cos\alpha<0$, $\tan\alpha<0$

Ex:បើ $\alpha = 120^0$, $r = 2$ បង្ហាញថា M មានកូអរដោនេ $\left(-1\ ,\ \sqrt{3}\right)$ គណនាផលធៀបនៃមុំ 120^0	 	$M\left(OP\ ,\ PM\right)$ $OP = OM\cos 60^0 = 2\times\frac{1}{2} = 1$ $PM = OM\sin 60^0 = 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ដោយ P នៅខាងឆ្វេងនោះ $OP = -1$ ដូចនេះ $M\left(-1\ ,\ \sqrt{3}\right)$ $\cos 120^0 = \frac{x}{r} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$ $\sin 120^0 = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\tan 120^0 = \frac{y}{x} = -\sqrt{3}$
រង្វង់ត្រីកោណមាត្រជារង្វង់ដែលមាន ផ្ចិតនៅគល់តម្រុយនិងមានកាំប្រវែង មួយឯកតា	**ខ.រង្វង់ត្រីកោណមាត្រ**  កូអរដោនេចំនុច Mគឺ $(\cos\alpha\ ,\ \sin\alpha)$ តម្លៃតង់សង់ក្នុងរង្វង់ត្រីកោណ មាត្រ	
គូសបន្ទាត់ ALប៉ះរង្វង់ត្រង់ $A(1\ ,0)$ -បើ $0^0 < \alpha < 90^0$ នោះOMកាត់ AL ត្រង់ T $\tan\alpha = ?$ -ចំពោះ $90^0 < \alpha < 180^0$ ដូចគ្នា	សំគាល់ - អ័ក្ស $x'x$ ហៅថាអ័ក្សកូស៊ីនុស - អ័ក្ស $y'y$ ហៅថាអ័ក្សស៊ីនុស -អ័ក្ស AT ហៅថាអ័ក្សតង់សង់	 $\tan\alpha = \frac{AT}{OA} = \frac{AT}{1} = AT$

<table>
<tr>
<td>បំពេញតារាងផលធៀបត្រីកោណ មាត្រនៃមុំ
0^0 , 30^0 ,45^0 , 60^0 , 90^0 , 120°
135^0 , 150^0 , 180^0</td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><th>រង្វាស់មុំ \ អនុ</th><th>0^0</th><th>30^0</th><th>45^0</th><th>60^0</th><th>90^0</th><th>120^0</th><th>135^0</th><th>150^0</th><th>180^0</th></tr>
<tr><td>$\sin\alpha$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\cos\alpha$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\tan\alpha$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\cot\alpha$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>ចូរប្រាប់សញ្ញានៃតម្លៃផលធៀប
ត្រីកោណមាត្រក្នុងករណី
α ជាមុំស្រួច , α ជាមុំទាល</td>
<td><u>ជំហានទី៤</u>
(ពង្រឹងចំណេះដឹង)</td>
<td>+ករណី α ជាមុំស្រួច
$\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha > 0$, $\tan\alpha > 0$
+ករណី α ជាមុំទាល
$\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, $\tan\alpha < 0$</td>
</tr>
<tr>
<td>លំហាត់ ៖បើ
$\alpha = 150^0$, $r = 2$ ។
បង្ហាញថា
M មានកូអរដោនេ $\left(-\sqrt{3}\ , 1\right)$
និងគណនាផលធៀបត្រីកោណ មាត្រនៃមុំ 150^0</td>
<td><u>ជំហានទី៥</u>
(កិច្ចការផ្ទះ)(៥នាទី)</td>
<td>-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១០

ជំពូកទី៦, មេរៀនទី ០១ ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

១.៥.ការពន្លាតនៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

គ. ផលធៀបត្រីកោណមាត្រនៃ $180^0-\alpha$

I.វត្ថុបំណងនៃមេរៀន: សិស្សអាច

-ចំណេះដឹង : -ប្រាប់បានពីសញ្ញាផលធៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំបន្ថែមគ្នា

-បំណិន :-គណនាតម្លៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំទាលបានរហ័ស

-ឥរិយាបថ :-ពិភាក្សារកចម្លើយនៃលំហាត់ដែលទាក់ទងនិងមុំទាល

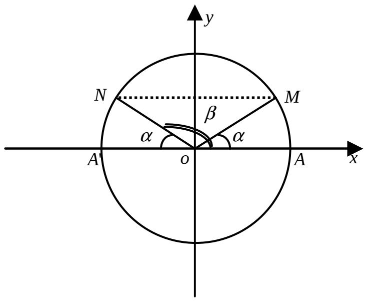
II.រយៈពេលបង្រៀន: ៥០ នាទី

III.សម្ភារៈឧទេស

-

IV.ដំណើកនាំមេរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-គ្រូពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	ជំហានទី១ (រដ្ឋបាលថ្នាក់) (៣នាទី)	តំណាងសិស្សឡើងរាយការណ៍
-រកតម្លៃមុំបំពេញ β បើគេដឹងថា $\alpha=42^0$ ហើយ β ជាមុំបន្ថែម -នៅលើតម្រុយអរតូណរមេ គេមាន $A(1\,,3)$ ដៅចំនុច B ឆ្លុះ A ធៀបនិង អ័ក្ស $y'y$	ជំហានទី២ (រំលឹកមេរៀន) (៧នាទី)	-$\alpha+\beta=180^0 \Rightarrow \beta=138^0$ $B(-1\,,3)$
បើ α និង β ជាមុំបន្ថែមគ្នា នោះ	ជំហានទី៣ (មេរៀនថ្មី) ១.៥.ការពន្លាតនៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ គ.ផលធៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំ	

$\alpha+\beta=180^0 \Rightarrow \beta=?$ $\angle AOM=\alpha$ $\angle AOM'=\beta=180^0-\alpha$ គេបាន $\angle A'OM'=\alpha$ ដូចរូប M និង M'ឆ្លុះគ្នាធៀបនិងអ័ក្ស $y'y$ បើ $M(x\,,\,y)$នោះ $M(-x\,,\,y)$	$180^0-\alpha$ 	$\beta=180^0-\alpha$
$\cos\alpha=?\,,\,\sin\alpha=?\,,\,\tan\alpha=?$		$\cos\alpha=x\,,\,\sin\alpha=y\,,\,\tan\beta=\frac{y}{x}$
$\cos\beta=?\,,\,\sin\beta=?\,,\,\tan\beta=?$	$\cos\beta=\cos(180^0-\alpha)=-\cos\alpha$ $\sin\beta=\sin(180^0-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan\beta=\tan(180^0-\alpha)=-\tan\alpha$	$\cos\beta=-x\,,\,\sin\beta=y\,,\,\tan\beta=-\frac{y}{x}$
	គ. អនុវត្តន៍	
Ex:គណនា $\cos125^0$ $\sin125^0$		$\cos125^0=\cos(180^0-55^0)=-\cos5$ $\sin125^0=\sin(180^0-55^0)=\sin55^0$
Ex1: គេអោយ $\cos\alpha=-\frac{3}{4}\,,\,0<\alpha<180^0$ គណនា $\sin\alpha$, $\tan\alpha$		តាមទំនាក់ទំនង $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ នាំអោយ $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$ $\sin^2\alpha=1-\left(-\frac{3}{4}\right)^2=1-\frac{9}{16}$ $=\frac{16-9}{16}=\frac{7}{16}$ $\Rightarrow\sin\alpha=\pm\frac{\sqrt{7}}{4}$ តែ $0<\alpha<180^0$ នាំអោយ $\sin\alpha>0$ នោះ $\sin\alpha=\frac{\sqrt{7}}{4}$ $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}}=-\frac{\sqrt{7}}{3}$

Ex: $\tan\alpha=-\sqrt{2}$ ដែល $0^0<\alpha<180^0$ ។គណនា $\sin\alpha,\cos\alpha$	$\sin\alpha=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan\alpha=-\frac{\sqrt{7}}{3}$ $\sin\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$	តាមទំនាក់ទំនង $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ គេបាន $\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\left(-\sqrt{2}\right)^2=3$ នាំអោយ $\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ ដោយ $0^0<\alpha<180^0$ នោះ $\cos\alpha<0$ នាំអោយ $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ តាមទំនាក់ទំនង $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ នាំអោយ $\sin\alpha=\tan\alpha\cos\alpha$ $\sin\alpha=\left(-\sqrt{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{\sqrt{6}}{3}$
រករង្វាស់មុំ α ដែល $0^0<\alpha<180^0$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់ $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$	<u>ជំហានទី៤</u> (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	តាមទំនាក់ទំនង $\sin^2\alpha+\cos^2=1$ $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ $\Rightarrow\cos\alpha=\pm\frac{1}{2}$ នាំអោយ $M\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right),M'\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ មុំ α ដែលត្រូវរកគឺ 60^0 , 120^0
រករង្វាស់មុំ α ដែល $0^0<\alpha<180^0$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់ $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{2}$	<u>ជំហានទី៥</u> (កិច្ចការផ្ទះ)(៥នាទី)	-សិស្សកត់ត្រាលំហាត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទីៈ១០
ជំពូកទី៦ៈផលធៀបត្រីកោណមាត្រ
មេរៀនទី២ៈការអនុវត្តន៍ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

រយៈពេលៈ២ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹងៈស្គាល់និងយល់ពីរបៀបស្រាយទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសបានត្រឹមត្រូវ។
- ចំណេះធ្វើៈគណនារករង្វាស់ធ្នូ,កាំរង្វង់,មុំស្កាត់ធ្នូនេះ,ជ្រុងនៃត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់តាមរយៈទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសបានត្រឹមត្រូវ។
- ឥរិយាបថៈមានស្មារតីសហការសាមគ្គីក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

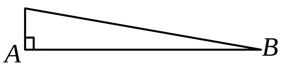
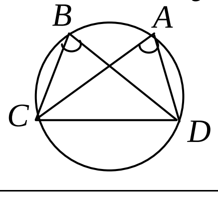
II. សម្ភារឧបទេសៈ

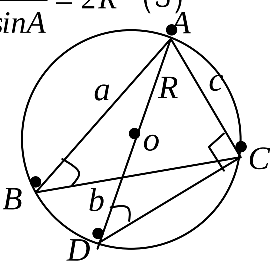
- សៀវភៅសិស្សទំព័រៈ
- សៀវភៅគ្រូទំព័រៈ
- ផ្ទាំងក្រដាសនៃទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសមួយផ្ទាំង,បន្ទាត់,ដែកឈាន។

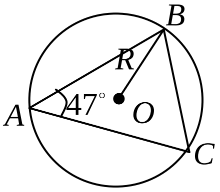
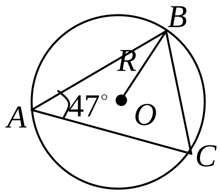
III. ខ្លឹមសារមេរៀនៈ

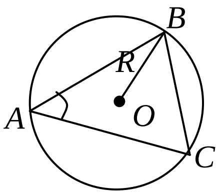
២.១ ទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស

IV. សកម្មភាពរៀននិងបង្រៀនៈ

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)		
គ្រូត្រួតពីនិត្យអនាម័យ,វិន័យ អវត្តមាន។		ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍។
ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)		
គេមានត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ។  តើ $sinB=?$, $cosB=?$, $tanB=?$ គេមានត្រីកោណនិងរង្វង់ដូចរូប 		$sinB=\dfrac{AC}{BC}$ $cosB=\dfrac{AB}{BC}$ $tanB=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{sinB}{cosB}$ មុំដែលប៉ុនគ្នាគឺ $\angle A=\angle B$ ព្រោះស្កាត់ធ្នូរួម CD។

តើមានមុំណាខ្លះប៉ុនគ្នា?ព្រោះអ្វី?		
ជំហានទី៣(មេរៀនថ្មី)		
គ្រូឲ្យសិស្សគូសរង្វង់មួយរួចគូសត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់នោះ ដោយយក ΔABC ,រង្វង់មានកាំ R , $AB=a, AC=c, BC=b$. គ្រូឲ្យសិស្សគូសបន្ថែម ΔDBC ចារឹកកន្លះរង្វង់នេះ។ -តើ ΔDBC ជាត្រីកោណអ្វី? -គ្រូណែនាំស្រាយទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសចំពោះត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ $\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R$ តើក្នុង $\Delta BDC \& \Delta ABC$ មានមុំណាប៉ុនគ្នា?ព្រោះអ្វី? គេបាន $SinA=SinD=?$ តែ $BC=?, DC=?$ គេបាន $\frac{b}{SinA}=?$ គ្រូឲ្យសិស្សស្រាយរក $\frac{a}{SinC};\frac{c}{SinB}$ ដោយគូសរូបថ្មី -តើ $\angle B=\angle D$? គេបាន $SinD=SinB=?$ -គ្រូឲ្យសិស្សទាញសន្និដ្ឋានចំពោះ៖ $\frac{a}{SinC}=2R$ -គ្រូណែនាំសិស្សទាញទូទៅ៖ -គ្រូដាក់លំហាត់ឧទាហរណ៍៖ គេមានរង្វង់ផ្ចិត O កាំ	**ជំ.៦៖ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ មេរៀនទី២** **ការអនុវត្តន៍ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ** **២.១ទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស៖** គេមានត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានកាំ R ។ គេដឹងថា $AB=a, BC=b, AC=c$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់មានកាំ R នោះគេបាន៖ $\frac{a}{sinc}=\frac{b}{sinA}=\frac{c}{sinB}=2R$? ក្នុង $\Delta BDC \& \Delta ABC$ មាន៖ $\angle D=\angle A$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូ BC រួម) គេបាន $sinA=sinD=\frac{BC}{DC}$ ដោយ $BC=b, DC=2R$ នោះ៖ $sinA=sinD=\frac{b}{2R}$ ឬក៏ $\frac{b}{sinA}=2R$ (១)  គេមាន $\Delta DCA \& \Delta ABC$ មាន $\angle D=\angle B$ (ស្កាត់ធ្នូរួម AC) គេបាន $sinB=sinD=\frac{AC}{AD}$ ដោយ $AC=c, AD=2R$	-សិស្សឡើងគូសរូប។ -ជាត្រីកោណកែង។ -សិស្សពិភាក្សា។ -$\angle D=\angle A$ (មុំស្កាត់ធ្នូ BC រួម)។ -$SinA=SinD=\frac{BC}{DC}$ -$BC=b; DC=2R$ គេបាន៖ $\frac{b}{SinA}=2R$ -ស្មើគ្នា។ -$SinD=SinB=\frac{AC}{AD}$ -$\frac{a}{SinC}=2R$ -សិស្សសហការជាមួយគ្រូ។ **-ចម្លើយ៖** គណនាអង្កត់ធ្នូស្កាត់មុំនេះតាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស៖ $\frac{BC}{SinA}=2R$

$R=3cm$ និងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់នេះ: $A=47^\circ$ ។ គណនាប្រវែងជ្រុងស្កាត់ធ្នូនៃមុំនេះ? គ្រូគូសរូបឲ្យសិស្សមើលនៅលើក្តាខៀនដូចខាងក្រោម  	គេបាន: $sinB=sinD=\frac{c}{2R}$ ឬក៏ $\frac{c}{sinB}=2R$ (២) តាម(១)និង(២)គេបាន: $\frac{a}{sinC}=2R$ (៣) **ជាទូទៅ:** បើត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់ជ្រុង $AB=c$ ឈម $\angle C$ $BC=a$ ឈម $\angle A$ $AC=b$ ឈម $\angle B$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R **តាមទ្រឹស្តីស៊ីនុសគេបាន:** $\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R$ **ឧ:** គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $R=3cm$ ។ A ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់នេះហើយ $A=47^\circ$ ។គណនាប្រវែងជ្រុងដែលស្កាត់ធ្នូនៃមុំនេះ **ចម្លើយ:** គណនាអង្កត់ធ្នូស្កាត់មុំនេះ តាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស $\frac{BC}{sinA}=2R$ $\Rightarrow BC=2RsinA$ ដោយ $R=3cm, A=47^\circ$ $\Rightarrow BC=2\times3\times sin47^\circ=4.39cm$ ដូចនេះ $BC=4.39cm$	ដោយ $R=3cm$, $\hat{A}=47^\circ$ $\Rightarrow BC=2R\cdot SinA$ $=2\times3\times Sin47^\circ$ $=4.39cm$ 
ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)		
គ្រូដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើ		សិស្សពិភាក្សារួចធ្វើ:

តាមក្រុម ក.ត្រីកោណ ABC មានមុំ $A=75^\circ, C=60^\circ$ និងរង្វាស់ជ្រុង $b=6cm$ ។គណនារង្វាស់ a និងកាំ R ? ខ.បើ $A=135^\circ, a=4\sqrt{2}, b=4$ គណនារង្វាស់មុំ B និងកាំ R ។ 		ចម្លើយៈ ក. គណនារង្វាស់មុំ B និងកាំ R តាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសៈ $\frac{b}{SinB}=2R$ $\Rightarrow R=\frac{b}{SinB\cdot 2}$ ដោយ $b=6cm$ $B=180^\circ-(A+C)=45^\circ$ គេបាន $R=\frac{6}{2Sin45^\circ}=\frac{6}{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $=3\sqrt{2}cm$ ខ. គណនារង្វាស់មុំ B និងកាំ R តាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសៈ $\frac{a}{SinA}=2R$ $\Rightarrow R=\frac{a}{SinA}=\frac{4\sqrt{2}}{2Sin135^\circ}$ $=\frac{4\sqrt{2}}{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=4cm$ រកមុំ B ៖ $SinB=\frac{b}{2R}=\frac{b}{2R}=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow B=30^\circ$
ជំហានទី៥(បណ្ដាំផ្ញើ)		
ទៅផ្ទះវិញធ្វើលំហាត់ទំព័ 28 លេខ 2		សិស្ស ធ្វើលំហាត់ទំព័រ 28 លេខ 2 នៅផ្ទះ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជា៖គណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី៖១០
ជំពូកទី៦៖ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ
មេរៀនទី២៖ការអនុវត្តន៍ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

រយៈពេល៖២ម៉ោង

V. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹង៖ ស្គាល់និងយល់ពីរបៀបស្រាយទ្រឹស្តីបទកូសស៊ីនុសបានត្រឹមត្រូវ។
- ចំណេះធ្វើ៖
  ចេះស្រាយទ្រឹស្តីបទកូសស៊ីនុសប្រើប្រាស់ទ្រឹស្តីបទនេះក្នុងការគណនារកមុំឬរង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍។
- ឥរិយាបថ៖ មានស្មារតីសហការសាមគ្គីក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

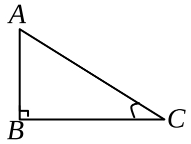
VI. សម្ភារឧបទេស៖

- សៀវភៅសិស្សទំព័រ៖
- សៀវភៅគ្រូទំព័រ៖
- ផ្ទាំងក្រដាសនៃទ្រឹស្តីបទកូសស៊ីនុសមួយផ្ទាំង,បន្ទាត់,ដៃកឈាន។

VII. ខ្លឹមសារមេរៀន៖

២.២ ទ្រឹស្តីបទកូសស៊ីនុស

VIII. សកម្មភាពរៀននិងបង្រៀន៖

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
	ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	
គ្រូត្រួតពីនិត្យអនាម័យ,វិន័យ អវត្តមាន។		ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍។
	ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)	
-នៅក្នុងត្រីកោណកែងត្រង់ B $AC^2 = ?$ $CosC = \frac{BC}{AC}$ $\Rightarrow AB = \ ?$ 		$AC^2 = AB^2 + BC^2$ $BC = AC \times CosC$

ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំសប្តាហ៍)

-

គ្រូឲ្យសិស្សគូសត្រីកោណសាមញ្ញ ABC និងកម្ពស់ AH រួចប្រាប់ពីវត្ថុបំណងនៃមេរៀនដើម្បីស្រាយទ្រឹស្តីបទនេះ។

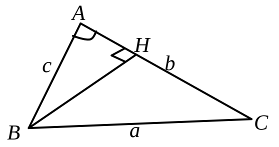
គ្រូបញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សថាឲ្យស្រាយបង្ហាញ

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$

ដោយគូសកម្ពស់ចេញពីកំពូល B រួចសួរ៖

$SinA = ? \Rightarrow BH\,?$

$CosA = ? \Rightarrow AH = ?$



គ្រូប្រាប់សិស្សថា

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$

ដោយគូសកម្ពស់ចេញពីកំពូល B **រួចសួរ៖**

$SinA = ? \Rightarrow BH = ?$

$CosA = ? \Rightarrow AH = ?$

តើ $Sin^2A + Cos^2A = ?$

គ្រូគូសកម្ពស់ចេញពីកំពូល A រួចឲ្យសិស្សឡើងស្រាយ៖

មេរៀនទី២៖

ការអនុវត្តផលធៀបត្រីកោណមាត្រ (ត)

២.២ទ្រឹស្តីបទកូសស៊ីនុស៖

គេមានត្រីកោណ ABC មួយ

$AB = c, AC = b, BC = a$

ឈមរៀងគ្នានៃមុំ C, B, A ។

ស្រាយថា:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2abCosA$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$

<u>សម្រាយបញ្ជាក់</u>

-ស្រាយថា៖

$a^2 = b^2 + c^2 - 2abC0sA$

គេមាន $a^2 = BH^2 + HC^2$

ដោយ $BH = BA \times SinA$

$AB = c$ នោះ៖

$BH = c \times SinA$

$HC = AC - AH, (AH = c.CosA)$

$AC = b \Rightarrow HC = b - cCosA$

គេបាន:

$a^2 = (cSinA)^2 + (b - cCosA)^2$

$a^2 = c^2Sin^2A + b^2 - 2bcCosA$
$\quad + c^2Cos^2A$

$a^2 = b^2 + c^2(Sin^2A + Cos^2A)$
$\quad - 2bcCosA$

ដូចនេះ:

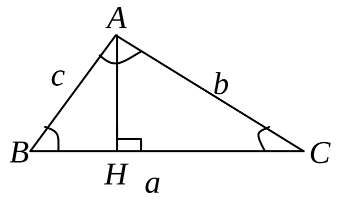
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$$

-ស្រាយថា៖

$b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB\,?$

គេមាន៖ $b^2 = AH^2 + HC^2$

$AH = AB.SinB = c.SinB$



សិស្សឆ្លើយ

$SinA = \frac{BH}{AB}$

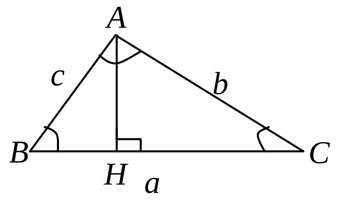
$\Rightarrow BH = BA \times SinA$

$CosA = \frac{AH}{AB}$

$\Rightarrow AH = AB \times CosA$

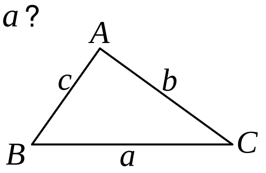
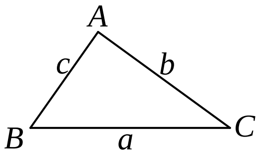
$\Rightarrow AH = c \times CosA$

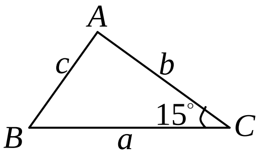
$Sin^2A + Cos^2A = 1$



-ស្រាយថា៖

$b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB\,?$

គ្រូប្រាប់សិស្សឲ្យទាញសន្និដ្ឋានចំពោះ៖ $c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$ គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍៖ ក្នុងត្រីកោណ ABC មួយមាន $b = 8, c = 5, A = 60^\circ$ ។គណនាជ្រុង a ?  ឲ្យសិស្សឡើងគណនា	$HC = BC - BH$ $HC = a - BH$ ក៏ប៉ុន្តែ $BH = ABCosB = cCosB$ គេបាន $b^2 = (cCosB)^2 + (a - cCosB)^2$ $= c^2Cos^2B + a^2 - 2acCosB + c^2Cos$ $= a^2 + c^2(Sin^2B + Cos^2B) - 2acCos$ ដូចនេះ $b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB$ ស្រាតដូចគ្នាដែរចំពោះ $c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$ **ជាទូទៅ៖** ក្នុងត្រីកោណ ABC មួយតាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $a^2 = b^2 + c^2 - 2abCosA$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$ ឧទាហរណ៍៖ ក្នុងត្រីកោណ ABC មួយមាន $b = 8, c = 5, A = 60^\circ$ គណនាជ្រុង a ?  **ចម្លើយ៖** គណនា a តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$ $\Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bcCosA}$ $a = \sqrt{8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5Cos60^\circ}$ $= 7$	គេមាន៖ $b^2 = AH^2 + HC^2$ $AH = AB.SinB = c.SinB$ $HC = BC - BH$ $HC = a - BH$ ក៏ប៉ុន្តែ $BH = ABCosB = cCosB$ គេបាន $b^2 = (cCosB)^2 + (a - cCosB)^2$ $= c^2Cos^2B + a^2 - 2acCosB + c^2Cos$ $= a^2 + c^2(Sin^2B + Cos^2B) - 2acCos$ ដូចនេះ $b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB$ ស្រាតដូចគ្នាដែរចំពោះ $c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$ **ជាទូទៅ៖** ក្នុងត្រីកោណ ABC មួយតាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $a^2 = b^2 + c^2 - 2abCosA$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2acCosB$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2abCosC$ **ចម្លើយ៖** គណនា a តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bcCosA$ $\Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bcCosA}$ ដោយ $b = 8, c = 5, A = 60^\circ$

		$a=\sqrt{8^2+5^2-2\cdot 8\cdot 5Cos60^\circ}$ $=7$
ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)		
គ្រូដាក់លំហាត់ឲ្យសិស្សធ្វើតាមក្រុម៖	ប្រតិបត្តិ៖ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន $a=\sqrt{6}, c=2, B=15^\circ$ គណនារង្វាស់ជ្រុងនិងមុំផ្សេងទៀត? 	**ចម្លើយ៖** គណនារង្វាស់ជ្រុងនិងមុំផ្សេងទៀត៖ តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $b^2=a^2+c^2-2acCosB$ ដោយ $a=\sqrt{6}, c=2, B=15^\circ$ $\Rightarrow b=\sqrt{10-8\sqrt{2}Cos15^\circ}=2.29$ ដូចនេះ $b=2.29$ ។ រកមុំផ្សេងទៀត៖ តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $a^2=b^2+c^2-2bcCosA$ $\Rightarrow CosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $=\frac{(2.29)^2+2^2-\sqrt{6}^2}{2\times 2.29\times 2}$ នាំឲ្យមុំ $A=69.51^\circ$ គណនាមុំ C $A+B+C=180^\circ$ ដោយ $69.15^\circ+15^\circ+C=180^\circ$ $\Rightarrow C=95.49^\circ$
ជំហានទី៥(បណ្ដាំផ្ញើ)		
លំហាត់ ទំព័រ28 លេខ1/.		លំហាត់ ទំព័រ28 លេខ1/.

កិច្ចតែងការបង្រៀន
មុខវិជ្ជាៈគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទីៈ១០
ជំពូកទី៦ៈផលធៀបត្រីកោណមាត្រ
មេរៀនទី២ៈការអនុវត្តន៍ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

រយៈពេលៈ២ម៉ោង

IX. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹងៈស្គាល់ពីរូបមន្តក្រលាផ្ទៃត្រីកោណបានច្បាស់លាស់ត្រឹមត្រូវ។
- ចំណេះធ្វើៈកំណត់រូបមន្តក្រលាផ្ទៃត្រីកោណនិងរបៀបនៃការរកក្រលាផ្ទៃត្រីកោណបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍។
- ឥរិយាបថៈមានស្មារតីសហការសាមគ្គីក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ ។

X. សម្ភារឧបទេសៈ

- សៀវភៅសិស្សទំព័រៈ
- សៀវភៅគ្រូទំព័រៈ
- ផ្ទាំងក្រដាសរូបត្រីកោណមួយផ្ទាំង,បន្ទាត់,ដៃកឈាន។

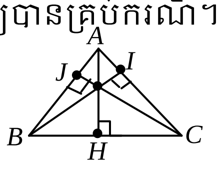
XI. ខ្លឹមសារមេរៀនៈ

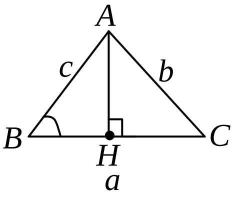
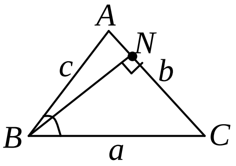
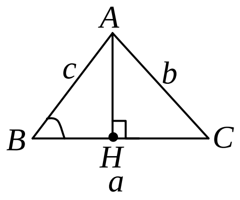
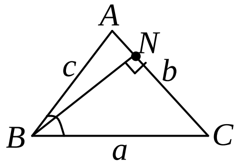
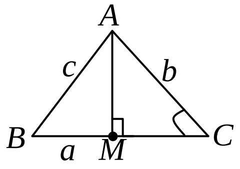
២.៣ក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ

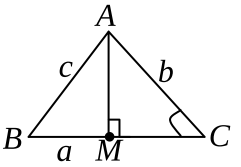
ក.ការគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណដោយស្គាល់មុំពីរអមមុំមួយ។

ខ.ការគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណដោយស្គាល់ជ្រុងទាំងបី ។

XII. សកម្មភាពរៀននិងបង្រៀនៈ

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ជំហានទី១(រដ្ឋបាលថ្នាក់)		
គ្រូតពិនិត្យអនាម័យនិងអវត្តមាន...។		ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍។
ជំហានទី២(រំលឹកមេរៀន)		
គ្រូរូបត្រីកោណដូចលើក្តារខៀនខាងក្រោមៈ ឲ្យសិស្សសរសេររូមមន្តក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណឲ្យបានគ្រប់ករណី។  ចំពោះក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណនេះ បើ		សិស្សឆ្លើយ $S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AH$ $=\frac{1}{2}AB\cdot CJ$ $=\frac{1}{2}AC\cdot BI$

មិនស្គាល់កំពស់ តើគេអាចរកបានដែរឬទេ?		សិស្សឆ្លើយ
ជំហានទី៣(មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ)		
✍-គ្រូដាក់កិច្ចការឲ្យសិស្សស្រាយរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ។ ✍-ឧទាហរណ៍៖ គេមានត្រីកោណ ABC មួយមានកំពស់ $[AH],[BN],[CK]$ រៀងគ្នានៃជ្រុង $[BC],[AC],[AB]$ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃ ត្រីកោណ ABC ។ ✍-គ្រូគូសរូបត្រីកោណពីរមានរង្វាស់ជ្រុង $BC=a, AC=b, AB=c$ ។ ✍-គ្រូសួរចំពោះរូបទី $(1),(2)\&(3)$ នូវរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។ ✍-តើ $AH=?, BN=?\& AM=?$ គ្រូឲ្យសិស្សមើលលំនាំរូបមន្តពីរខាងលើដើម្បីទាញរកក្រឡាផ្ទៃ S_{ABC}	**ជំពូកទី៦** **មេរៀនទី២** **អនុវត្តផលធៀបត្រីកោណមាត្រ(តចប់)** **ក.ការគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណដោយស្គាល់ជ្រុងពីរអមមុំមួយ៖** ✍-គេមានត្រីកោណ ABC មួយមានកំពស់ $[AH],[BN],[CK]$ រៀងគ្នានៃ ជ្រុង $[BC],[AC],[AB]$ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃ ត្រីកោណ ABC ។  (1)  (2) ចំពោះរូបទី(1)គេបាន៖ $S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\times AH$ $=\frac{1}{2}\times a\times c\times SinB$ ចំពោះរូបទី(2)គេបាន៖ $S_{ABC}=\frac{1}{2}BN\times AC$ $=\frac{1}{2}\times b\times c\times SinA$ ស្រាយដូចគ្នាដែរ៖	✍-គូសរូបត្រីកោណទាំងបីប្រភេទដូចខាងក្រោម៖  (1)  (2)  (3) **សម្រាយបញ្ជាក់៖** ចំពោះរូបទី(1)គេបាន៖ $S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\times AH$ $=\frac{1}{2}\times a\times c\times SinB$ ចំពោះរូបទី(2)គេបាន៖ $S_{ABC}=\frac{1}{2}BN\times AC$ $=\frac{1}{2}\times b\times c\times SinA$ ស្រាយដូចគ្នាដែរ៖

ដែលត្រូវនឹងជ្រុង $a,b \& \angle C$ ។	$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times CM$ $=\frac{1}{2}\times a\times b\times SinC$	$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\times CM$ $=\frac{1}{2}\times a\times b\times SinC$
៙-ណែនាំទាញទ្រឹស្តីបទ(ស៊ីនុស)	 (3) ***ទ្រឹស្តីបទ៖** ក្នុងត្រីកោណ ABC .បើ S ជាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC នោះ៖ $S_{ABC}=\frac{1}{2}abSinC$ $=\frac{1}{2}acSinB$ $=\frac{1}{2}bcSinA$	
៙-គ្រូឲ្យទាញរកតម្លៃផលធៀប $\frac{abc}{2S_{ABC}}$ ។	**នាំឲ្យ៖** $\boxed{\frac{abc}{2S_{ABC}}=\frac{a}{SinA}=\frac{b}{SinB}=\frac{c}{SinC}}$	**៙-សិស្សឆ្លើយ៖** $\frac{abc}{2S_{ABC}}=\frac{a}{SinA}=\frac{b}{SinB}=\frac{c}{SinC}$
៙- **ឧទាហរណ៍៖**គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ S_{ABC} ដោយ $a=5,b=4,C=30^\circ$ ។	**ឧទាហរណ៍៖**គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ S_{ABC} ដោយ $a=5,b=4,C=30^\circ$ ។ **<u>ចម្លើយ៖</u>** គណនា $S_{ABC}=?$ តាមរូបមន្ត $S_{ABC}=\frac{1}{2}abSinC$ ដោយ $a=5,b=4,C=30^\circ$ $S_{ABC}=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times Sin30^\circ$ $=5$ ដូចនេះ $S_{ABC}=5$ ឯកតាផ្ទៃ។	**<u>ចម្លើយ៖</u>** គណនា $S_{ABC}=?$ តាមរូបមន្ត $S_{ABC}=\frac{1}{2}abSinC$ ដោយ $a=5,b=4,C=30^\circ$ $S_{ABC}=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times Sin30^\circ$ $=5$ ដូចនេះ $S_{ABC}=5$ ឯកតាផ្ទៃ។
៙- គេមានត្រីកោណ ABC ដោយស្គាល់ $AB=c,AC=b,BC=a$ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ជាអនុគមន៍នៃ a,b,c ?	**ខ.<u>គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណដោយស្គាល់ជ្រុងទាំងបី(ហេរ៉ុង)</u>** *គេមានត្រីកោណ ABC មួយដោយស្គាល់ $AB=c,AC=b,BC=a$	

	គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ជាអនុគមន៍នៃ a,b,c ? **ចម្លើយ៖** គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ជាអនុគមន៍នៃ a,b,c ៖ តាមរូបមន្ត $S_{ABC}=\frac{1}{2}bcSinA$	
៙-តើ $Sin^2A+Cos^2A=?$ $\Rightarrow SinA=?$ ៙-តើ $a^2-b^2=?$ ៙-តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស $CosA=?$	ដោយ $Sin^2A+Coc^2A=1$ $\Rightarrow SinA=\sqrt{1-Cos^2A}\quad or$ $SinA=\sqrt{(1-CosA)(1+CosA)}$ គេបាន៖ $S_{ABC}=\frac{1}{2}bc\sqrt{(1-CosA)(1+CosA)}$ តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $a^2=b^2+c^2-2bcCosA$ $\Rightarrow CosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $S_{ABC}=\frac{bc}{2}\sqrt{\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)}\times$ $\sqrt{\left(1-\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)}$ $S_{ABC}=\frac{bc}{2}\sqrt{\frac{(2bc+b^2+c^2)}{4bc}}\times$ $\sqrt{\frac{(2bc+b^2+c^2)}{4bc}}$ $=\frac{1}{4}\sqrt{[(b+c)^2-a^2][a-(b-c)^2]}$	៙-តើ $Sin^2A+Cos^2A=?$ $\Rightarrow SinA=\sqrt{1-Cos^2A}$ ៙-សិស្សឆ្លើយ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ៙-តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស៖ $CosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ ។
៙-តាមកន្លះបរិមាត្រតាងដោយអ្វី? និងមានរូបមន្តយ៉ាងដូចម្តេច?	$\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}$ ជា Pកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABCគេបាន៖ $P=\frac{a+b+c}{2}$	៙-កន្លះបរិមាត្រ $p=\frac{a+b+c}{2}$ ៙-សិស្សស្តាប់ការពន្យល់ណែនាំរបស់គ្រូ។

៙-គ្រូឲ្យសិស្សទាញរូបមន្តហេរ៉ុង។ ៙-**ប្រតិបត្តិ៖** គេមានត្រីកោណ ABC មួយដែល $a=4cm, b=6cm, c=3cm$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។	គេបាន $a+b=2P-c$ $a+c=2P-b$ $b+c=2P-a$ ឬ $a+b-c=2(P-c)$ $a+c-b=2(P-b)$ $b+c-a=2(P-a)$ គេបាន៖ $S_{ABC}=\frac{1}{4}\sqrt{16P(P-a)(P-b)(P-c)}$ $=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ **ដូចនេះ** $S_{ABC}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ **(ហៅថារូបមន្តហេរ៉ុង)**។ ***ជាទូទៅ៖** ក្នុងត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់ជ្រុង a,b,c មានកន្លះបរិមាត្រ $P=\frac{a+b+c}{2}$ នោះផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណរកតាមរូបមន្តហេរ៉ុង $S_{ABC}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ ៙-**ប្រតិបត្តិ៖** គេមានត្រីកោណ ABC មួយដែល $a=4cm, b=6cm, c=3cm$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។ ៙- **ចម្លើយ៖** គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ S_{ABC} តាមរូបមន្តហេរ៉ុង $S_{ABC}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ ។ ដោយ $P=\frac{4+6+3}{2}=6.5cm$ $\Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{6.5(6.5-4)(6.5-6)(6.5-3)}$ $\Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{113.75}=10.66cm^2$ ។	៙-សិស្សទាញបានរូបមន្ត $S_{ABC}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(-c)}$ ៙-***ជាទូទៅ៖** ក្នុងត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់ជ្រុង a,b,c មានកន្លះបរិមាត្រ $P=\frac{a+b+c}{2}$ នោះផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណរកតាមរូបមន្តហេរ៉ុង $S_{ABC}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ ។ ៙- **ចម្លើយ៖** គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ S_{ABC} តាមរូបមន្តហេរ៉ុង $S_{ABC}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ ។ ដោយ $P=\frac{4+6+3}{2}=6.5cm$ $\Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{6.5(6.5-4)(6.5-6)(6.5-3)}$ $\Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{113.75}=10.66cm^2$ ។

ជំហានទី៤(ពង្រឹងពុទ្ធិ)		
✍-បើគេស្គាល់មុំ α មួយអមដោយជ្រុងពីរ $a \& b$ នៃត្រីកោណមួយ។ តើគេអាចរកផ្ទៃក្រឡាតាមរូបមន្តយ៉ាងដូចម្តេច? **✍-តើគេអាចរកក្រឡាផ្ទៃ S_{ABC} តាមរូបមន្តអ្វី កាលណាគេស្គាល់រង្វាស់ជ្រុងបី a,b,c ?**		**✍-តាម៖** $S_{ABC}=\frac{1}{2}abSin\alpha$ **✍-តាមរូបមន្តហេរ៉ុង** $S_{ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
ជំហានទី៥(បណ្តាំផ្ញើ)		
✍-ធ្វើលំហាត់លេខ10 ទំព័រទី 29 ។ ✍-ចូរប្អូនៗខំរៀននៅផ្ទះពេលទំនេរ		✍-ធ្វើលំហាត់លេខ10 ទំព័រទី 29

កិច្ចតែងការបង្រៀន

ជំពូក៧ ស្ថិតិ

I. ចំណងជើងមេរៀន

មេរៀនទី១បំណែងចែកប្រេកង់និងការតាងក្រាប

១.១ អថេរបរិមាណនិងអថេរគុណភាព

១.២ បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យមិនប្រមូលផ្តុំជាថ្នាក់ និងការតាងក្រាប

ក.តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ខ.ការតាងក្រាប

II. **វត្ថុបំណងនៃមេរៀន** ក្រោយពីរៀនចប់សិស្សអាច

ចំណេះដឹង ៖

- ប្រាប់បានពីសំណុំសាកល សំណុំសំណាក អថេរ
- ញែកអថេរបរិមាណនិងអថេរគុណភាព
- ប្រមូលទិន្នន័យដាក់ក្នុងតារាងប្រេកង់

ចំណេះធ្វើ ៖

- បង្កើតនិងសង់តារាងប្រេកង់និងគណនាប្រេកង់សរុបប្រេកង់ធៀបជាភាគរយ
- បកស្រាយទិន្នន័យតាមក្រាប

ឥរិយាបថ ៖

- ផ្សារភ្ជាប់ទៅនឹងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃរបស់សិស្សម្នាក់ៗ

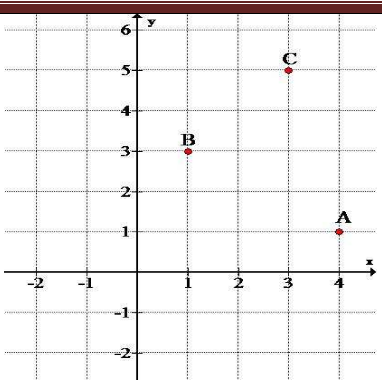
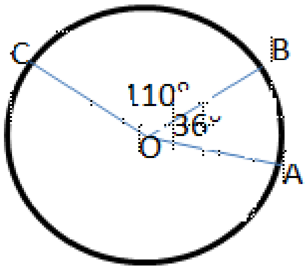
III. **រយៈពេល** ៖ ២ម៉ោង ថ្ងៃទី..........ខែ..............ឆ្នាំ............

IV. **សម្ភារៈឧបទេស** ៖

- ផ្ទាំងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់
- ប៉ាណ្ដុលំហាត់

V. ដំណើរការនៃការបង្រៀន

<u>សកម្មភាពគ្រូ</u>	<u>ខ្លឹមសារមេរៀន</u>	<u>សកម្មភាពសិស្ស</u>
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមាន	<u>ជំហានទី១(២នាទី)</u> រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍

• ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ចូរសង់ចំណុចA(4,1) $B(1,3)$និង$C(3,5)$ • ក្នុងរង្វង់មួយចូរសង់មុំផ្ចិត $\angle AOB = 36°$និង • $\angle BOC = 110°$	ជំហាន២(១០នាទី) (រំលឹកមេរៀនចាស់)	 
-តើប្អូនៗមានអាយុប៉ុន្មាន? កម្ពស់?ចូលចិត្តរៀនភាសាអ្វី? -ព័ត៌មានទាំងអស់នេះហៅថា**ទិន្នន័យ** -បញ្ហានីមួយៗដែលទាក់ទងនឹងខ្លួនប្អូនផ្ទាល់នេះហៅថា **អថេរ** តាងអថេរដោយអក្សរ -បើXជាអាយុប្អូនៗ ។តើXមានតម្លៃស្មើប៉ុន្មានខ្លះ? -បើYជាកម្ពស់របស់ប្អូនៗ តើYមានតម្លៃស្មើប៉ុន្មានខ្លះ? -បើZជាចំណង់ចំណូលចិត្តរៀនភាសារបស់ប្អូនៗ តើZស្មើអ្វីខ្លះ?	**ជំហាន៣**(៦០នាទី)មេរៀនថ្មី **មេរៀនទី១** **បំណែងចែកប្រេកង់និងការតាងក្រាប** **១.១.អថេរបរិមាណនិងអថេរគុណនាម**	ក)15ឆ្នាំកម្ពស់1.60mភាសា ចិន ខ)14ឆ្នាំកម្ពស់1.70mភាសា ខ្មែរ គ)17ឆ្នាំកម្ពស់1.65mភាសាអង់គ្លេស .... **-ទិន្នន័យ????** **-អថេរ?????** x=15 ;x=1;x=17………… y=1.6cm;y=1.7cm;y=1.65cm… -Z=ចិន;Z=ខ្មែរ ....

-ចំពោះអថេរXឬYមានតម្លៃលេខពិតប្រាកដ -អថេរបែបនេះហៅថា **អថេរបរិមាណ** -ចំណែកឯអថេរZគ្មានតម្លៃជាលេខអថេរបែបនេះហៅថា**អថេរគុណភាព** -ដូចម្ដេចហៅថា ៖ **អថេរបរិមាណ ?** **អថេរគុណភាព ?** -ដូចម្ដេចហៅថា **ទិន្នន័យ?** -តើហេតុអ្វីទើបគ្រូមិនយកទិន្នន័យនេះឲ្យអស់ពីសិស្សទាំងអស់គ្នា? -សំណុំសិស្សទាំងអស់ដែលច្រើននេះហៅថា**សំណុំសកល**ចំណែកឯសំណុំសិស្សដែលគ្រូសួរ២ឬ៣នាក់នេះហៅថា **សំណុំសំណាក** -តើសំណុំ**សំណុំសកល**ជាសំណុំដែលមានធាតុតិចឬច្រើន? -ចុះ**សំណុំសំណាក**មានធាតុតិចឬច្រើន? -ដូចម្ដេចហៅថាសំណុំសកល? -តើធាតុទាំងអស់របស់សំនុំសំណាកមាននៅក្នុងសំណុំសកលឬទេ? -តើសំណុំសំណាកជាសំណុំ	-អថេរបរិមាណ:ជាអថេរដែលមានតម្លៃជាលេខ។ -អថេរគុណភាព:ជាអថេរដែលមិនមានតម្លៃជាលេខ។ -សំណុំសកលជាសំណុំដែលមានធាតុច្រើនជាងគេ។ -សំណុំសំណាកជាសំណុំរង	-**អថេរបរិមាណ** ជាអថេរដែលមានតម្លៃជាលេខ -**អថេរគុណភាព** ជាអថេរដែលគ្មានតម្លៃជាលេខ -**ទិន្នន័យ** ជាព័ត៌មានដែលទទួលបានមកជា លេខឬអក្សរ -ព្រោះសិស្សទាំងអស់ច្រើនពេក -ច្រើន -តិច -សំណុំសកលជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុច្រើនជាងគេ -មាន -សំណុំសំណាកជាសំណុំរងនៃ

ដូចម្តេច?

-តើថ្ងៃនេះប្អូនៗយកសៀវភៅមកប៉ុន្មានក្បាល?

-ទិន្នន័យទាំងអស់នេះមានលេខអ្វីខ្លះ?

-តើវាជាអថេរបរិមាណឬគុណភាព?

-តើអថេរបរិមាណ0មានចំនួនប៉ុន្មានដង?

1មានចំនួនប៉ុន្មានដង?

2មានចំនួនប៉ុន្មានដង?

3មានចំនួនប៉ុន្មានដង?

4មានចំនួនប៉ុន្មានដង?

5មានចំនួនប៉ុន្មានដង?

តើ1ដង 9ដង 14ដង 12ដង 10ដង 4ដងតាងឲ្យអ្វីនៃអថេរបរិមាណ01 2 3 4 5 ?

-យើងយកអថេរបរិមាណ និងប្រេកង់ទាំងនេះដាក់ក្នុងតារាងមួយ ហៅថា**តារាងបំណែងចែកប្រេកង់**

-តើចំនួនសិស្សទាំងអស់មានប៉ុន្មាននាក់?

ល្អណាស់!៥០នេះហៅថាប្រេកង់សរុបតាងដោយ:

$$N = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = \sum_{i=1}^{6} f_i$$

នៃសំណុំសកល។

១.២.<u>បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់និងការតាងក្រាប:</u>

ក.<u>តារាងបំណែងចែកប្រេកង់:</u>

ខាងក្រោមជាតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃចំនួនសៀវភៅសិស្ស៖

X_iចំនួនសៀវភៅសិស្ស

f_iចំនួនសិស្សឬប្រេកង់

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	1	9	14	12	10	4

1+9+14+12+10+4=50ហៅថាប្រេកង់សរុបតាងដោយ៖

$$N = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = \sum_{i=1}^{6} f_i$$

ខ.ការតាងក្រាប:

+ក្រាបសរសរ

ចំណុចត្រូវសង់គឺ(x_i ,f_i)

$$f_i\,\% = \frac{f_i}{N} \times 100$$

សំណុំសកល

3 4 4 2 1 0 1 4 3 2 2 5 1 2 3 4 2
1 2 2 3 1 5 1 1 5 3 2 3 1 3 3 4 2
43 2 3 1 4 2 3 4 2 2 4 5 2 4 3

-មានលេខ: 0 1 2 3 4 5

-អថេរបរិមាណ

-0មានចំនួន1ដង

-1មានចំនួន9ដង

-2 មានចំនួន14ដង

-3 មានចំនួន12ដង

-4 មានចំនួន10ដង

- 5មានចំនួន4ដង

តាងឲ្យប្រេកង់នៃអថេរបរិមាណ
0 1 2 3 4 5

មាន៥០នាក់

ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម

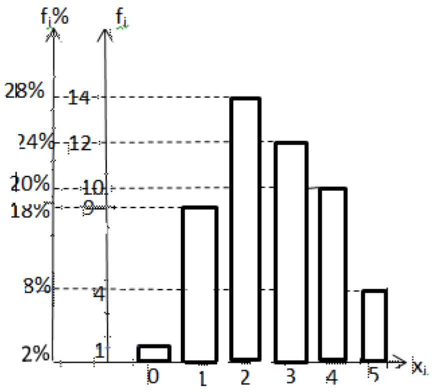
x_i	f_i	f_i %
0	1	
1	9	
2	14	
3	12	
4	10	
5	4	

ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម

x_i	f_i	មុំផ្ចិត
0	1	
1	9	
2	14	
3	12	
4	10	
5	4	

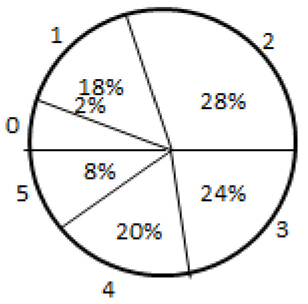
ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោមរួចសង់ក្រាប ៖

ភាសាx_i	ចំនួនសិស្សf_i	f_i%	មុំផ្ចិត
បារាំង	4		
ចិន	10		
ខ្មែរ	20		
អង់គ្លេស	16		



+ក្រាបផ្ចិត:

$$\text{មុំផ្ចិត} = \frac{360° \times f_i}{N}$$

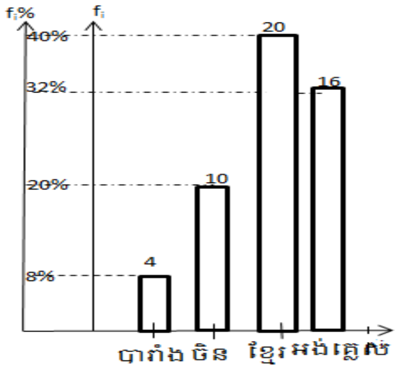


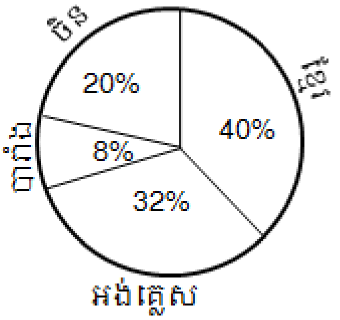
-សិស្សពិភាក្សាគ្នាធ្វើ:

x_i	f_i	f_i %
0	1	2%
1	9	18%
2	14	28%
3	12	24%
4	10	20%
5	4	8%

x_i	f_i	មុំផ្ចិត
0	1	7.2°
1	9	64.8°
2	14	100.8°
3	12	86.4°
4	10	72°
5	4	28.8°

ភាសាx_i	ចំនួនសិស្សf_i	f_i%	មុំផ្ចិត
បារាំង	4	8%	28.8°
ចិន	10	20%	72°
ខ្មែរ	20	40%	144°
អង់គ្លេស	16	32%	115.2°





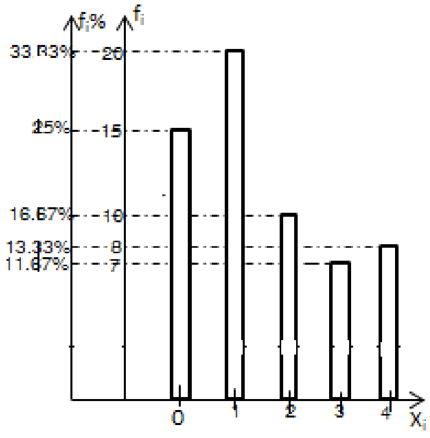
-ដូចម្តេចហៅថាអថេរបរិមាណ អថេរគុណភាព?

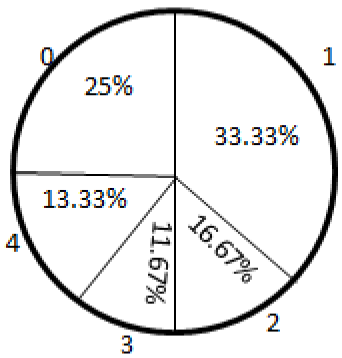
-អ្នកជំនាញការក្នុងរោងចក្រមួយចុះត្រួតពិនិត្យគុណភាពអាវដែលបានផលិតដើម្បីស្រង់ចំនួនអាវដែលបានដេរខូចប្រចាំថ្ងៃនីមួយៗ។គេពិនិត្យឃើញថាការដេរក្នុងមួយថ្ងៃគ្មានខូចអាវសោះមានចំនួន១៥ថ្ងៃ ដេរក្នុងមួយថ្ងៃខូចអាវ១មានចំនួន២០ថ្ងៃខូចអាវ២មានចំនួន១០ថ្ងៃខូចអាវ៣មានចំនួន៧ថ្ងៃនិងខូចអាវ៤មានចំនួន៨ថ្ងៃ
ក.ចូរប្រាប់ឈ្មោះសំណុំសកល អថេរ ប្រភេទអថេរ និងប្រេកង់សររុប
ខ.សង់តារាងប្រេកង់ប្រេកង់ធៀបជាភាគរយ មុំផ្ចិតត្រូវនឹងប្រេកង់រួចបកស្រាយដោយប្រើក្រាប។

ជំហានទី៤(១៥នាទី)
ពង្រឹងចំណេះដឹងថ្មី

-អថេរបរិមាណជាអថេរដែលមានតម្លៃជាលេខ
អថេរគុណភាពជាអថេរដែលគ្មានតម្លៃជាលេខ។
ក.សំណុំសកលគឺសំណុំអាវ
 អថេរគឺចំនួនអាវក្នុងមួយថ្ងៃ
ប្រភេទអថេរគឺអថេរបរិមាណ
ប្រេកង់សរុបគឺN=60ថ្ងៃ
ខ.តារាងប្រេកង់
ប្រេកង់ធៀបជាភាគរយ មុំផ្ចិត

[illegible]	f_i	$f_i\%$	មុំផ្ចិត
0	15	25	90°
1	20	33.33	120°
2	10	16.67	60°
3	7	11.67	42°
4	8	13.33	48°
សរុប	60	100	360°



		
កិច្ចការនៅផ្ទះ: ទំព័រ៩៨លំហាត់លេខ១និង លេខ២បើកបរត្រូវពាក់មួកសុវត្ថិភាព	ជំហានទី៥(៣នាទី) បណ្តាំផ្ញើ	សិស្សកត់លេខទំព័រនិងលេខលំហាត់ទុក

កិច្ចតែងការបង្រៀន

គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០

បង្រៀនថ្ងៃទី..............ខែ.....................ឆ្នាំ២០១...

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. **ចំណងជើងមេរៀន**

ជំពូក៧ ស្ថិតិ

មេរៀនទី១ បំណែងចែកប្រេកង់និងការតាងក្រាប

១.៣.បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់និងការតាងក្រាប

ក.ការរៀបចំថ្នាក់

ខ.ការតាងក្រាប

II. **វត្ថុបំណង:** ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ

- **ចំណេះដឹង:** ប្រាប់បានពីរបៀបប្រមូលទិន្នន័យជាថ្នាក់ រកប្រវែងចន្លោះនៃថ្នាក់និង
- **ចំណេះធ្វើ:** រកប្រវែងចន្លោះថ្នាក់ ចេះសង់ក្រាប
- **ឥរិយាបថ:** សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់ ដោយមានភាពទទួលខុសត្រូវខ្ពស់

III. **សម្ភារៈឧបទេសៈ** ផ្ទាំងទិន្នន័យនិងក្រាប

IV. **រយៈពេលៈ** ៩០នាទី

V. **ដំណើរការបង្រៀននិងរៀនៈ**

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់ និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់ រាយការណ៍
ខាងក្រោមជាក្រាបប្រេកង់នៃអាយុសិស្ស១ក្រុម	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	

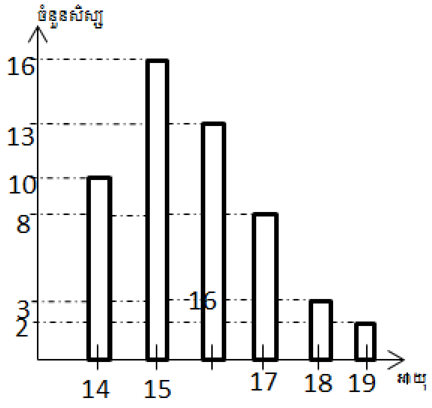
 ក.តើក្រុមនេះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់? ខ.តើសិស្សអាយុ១៧ឆ្នាំមានប៉ុន្មាននាក់? គ.តើអាយុមួយណាមានសិស្សច្រើនជាងគេ? ឃ.សង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់		ក.ក្រុមនេះមានសិស្ស៥២នាក់ ខ.សិស្សអាយុ១៧ឆ្នាំមាន៨នាក់ គ.សិស្សភាគច្រើនមានអាយុ ១៥ឆ្នាំ ឃ.តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ x_i: 14, 15, 16, 17, 18, 19 f_i: 10, 16, 13, 8, 3, 2 X_iជាអាយុសិស្ស f_iជាចំនួនសិស្ស
ខាងក្រោមជាម៉ាស់សិស្ស៥២នាក់គិតជាKg 44,50,48,47,46,39,37,42,41, 60 58,40,37,38,47,44,40,50,51,41 40,57,38,40,44,42,46, 56,55,39 45,40,44,57,60,42,39,51,50,36 53,52,47,40,39,41,43,63,44,45, 63,41 យើងចែកទិន្នន័យជា៧ថ្នាក់ តើ $\frac{\text{តម្លៃធំបំផុត}-\text{តម្លៃតូចបំផុត}}{\text{ចំនួនថ្នាក់}}=?$ 4ជាប្រវែងចន្លោះថ្នាក់ ថ្នាក់ទី1គឺ36-40(បញ្ចាក់គោល)	ជំហានទី៣(៦០នាទី) មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ **១.៣.បំណែងចែកប្រេកង់នៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់និងការតាងក្រាប** **ក.ការរៀបចំថ្នាក់** ចំនួនថ្នាក់តាងដោយK ប្រវែងចន្លោះថ្នាក់តាងដោយ iដែល $i\geq\frac{\text{តម្លៃធំបំផុត}-\text{តម្លៃតូចបំផុត}}{K}$ ហើយ$K\leq\sqrt{N}$; $i\in N$	$=3.85\approx 4$

Table inside the third column of the first row:

x_i	14	15	16	17	18	19
f_i	10	16	13	8	3	2

ដែល$36 \leq m < 40$

ថ្នាក់ទី2គឺ40-44……………

-តើថ្នាក់ទី1មានប្រេកង់ប៉ុន្មាន?

ដើម្បីងាយស្រួលរកប្រេកង់គ្រូបង្ហាញពីរបៀបរកមែកនិងស្លឹករួចឲ្យសិស្សបំពេញតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

ម៉ាស $C_{i-1}.c_i$	36-40	40-44	44-48	48-52	52-56	56-60	60-64
f_i							

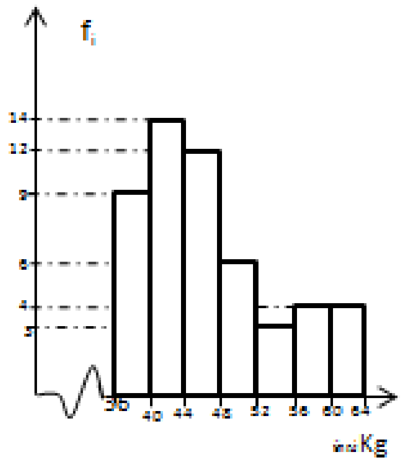
-ថ្នាក់ទី1មានប្រេកង់៩

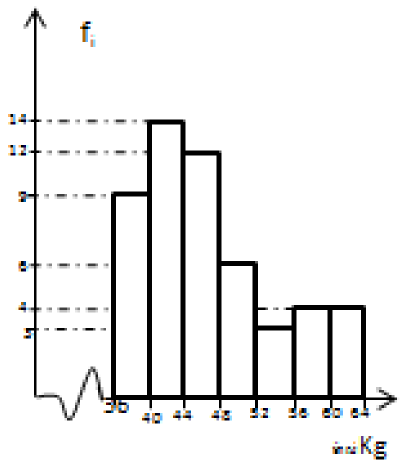
មែក	ស្លឹក

ម៉ាស$C_{i-1}.c_i$	36-40	40-44	44-48	48-52	52-56	56-60	60-64
f_i	9	14	12	6	3	4	4

ខ.សង់អ៊ីស្តូក្រាម

តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់យើងសង់អ៊ីស្តូក្រាម





ខាងក្រោមជារយៈពេលចេញពីផ្ទះមកសាលារបស់សិស្ស៥០នាក់(គិតជានាទី)

15 11 22 5 32 16 20 18 12 8

18 28 12 19 5 23 17 6 21 30 7

14 25 16 25 24 20 18 24 15

29 17 34 12 8 24 9 10 8 18 20

19 15 13 7 22 19 17 25 34

ក.ចូររៀបទិន្នន័យក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលមាន៦ថ្នាក់

ខ.តើសិស្សភាគច្រើនប្រើពេលប៉ុន្មានដើម្បីធ្វើដំណើរពីផ្ទះទៅសាលា?

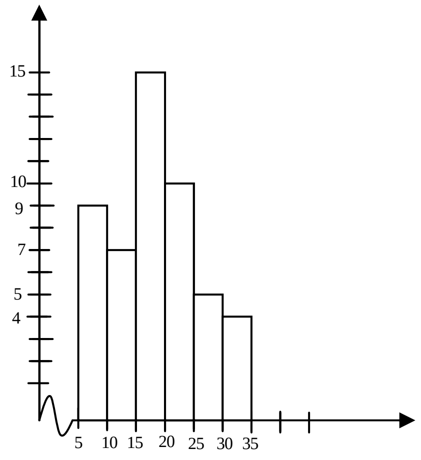
មែក	ស្លឹក
0	585678987
1	51682829746857208
	95397
2	208315540494025
3	2044

$$i \geq \frac{34-5}{6} = 4.83 \approx 5$$

ក.

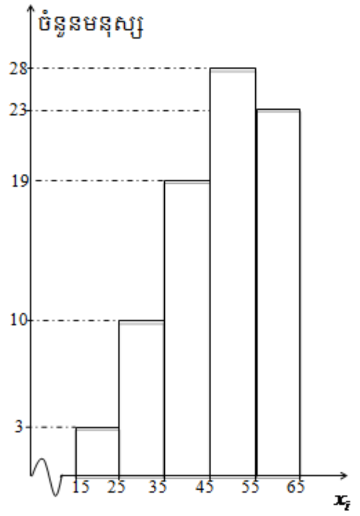
រយៈពេល	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
ប្រេកង់	9	7	15	10	5	4

ខ.សិស្សភាគច្រើនប្រើពេលពី១៥ទៅ២០នាទីដើម្បីធ្វើដំណើរពី

គ.សង់អ៊ីស្តូក្រាម		ផ្ទះទៅសាលា គ.អ៊ីស្តូក្រាម 
ទិន្នន័យខាងក្រោមជាអាយុរបស់បុគ្គលិកកម្មករនៅក្នុងរោងចក្រមួយ(គិតជាឆ្នាំ) 45 15 25 28 52 31 34 49 37 48 40 43 60 26 64 32 60 27 63 20 56 16 46 51 62 63 45 47 55 47 38 50 30 57 33 55 35 29 54 62 53 53 37 48 50 56 42 39 52 36 41 38 50 61 52 60 50 58 35 55 36 51 49 44 56 43 57 49 58 35 56 59 41 59 46 50 44 55 46 39 45 54 47 ក.បុគ្គលិកកម្មករមានអាយុពីប៉ុន្មានឆ្នាំដល់ប៉ុន្មានឆ្នាំ? ខ.ក្នុងរោងចក្រមានមនុស្សប៉ុន្មាននាក់? គ.ចូរបង្កើតតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដែលមាន៥ថ្នាក់ ឃ.តើអ្នកដែលមានអាយុពី25ឆ្នាំដល់35មានប៉ុន្មាននាក់?	ជំហានទី៤(១៥នាទី) ពង្រឹងចំណេះដឹងថ្មី	ក.បុគ្គលិកកម្មករមានអាយុពី15ឆ្នាំដល់64ឆ្នាំ ខ.ក្នុងរោងចក្រមានមនុស្ស83នាក់ គ.ដោយ$\frac{64-15}{5}=9.8\approx 10$ ដូច្នេះប្រវែងចន្លោះថ្នាក់គឺ$i=10$ យើងបានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់

<table>
<tr>
<td>ង.ចូរបកស្រាយទិន្នន័យជាអ៊ីស្តូក្រាម?</td>
<td></td>
<td>

x_i	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
f_i	3	10	19	28	23

X_i:អាយុគិតជាឆ្នាំ
f_i:ចំនួនមនុស្ស
ឃ.អ្នកដែលមានអាយុពី25ឆ្នាំដល់35មាន10នាក់
ង.អ៊ីស្តូក្រាម


</td>
</tr>
<tr>
<td>បើកបរត្រូវប្រកាន់ស្តាំ
គោរពច្បាប់ចរាចរ
ធ្វើលំហាត់លេខ២ទំព័រ៤៨</td>
<td>ជំហានទី៥(៣នាទី)បណ្តាំផ្ញើ</td>
<td>សិស្សកត់លេខលំហាត់និងលេខទំព័រទុកធ្វើនៅផ្ទះ</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន

បង្រៀនថ្ងៃទី.............ខែ................ឆ្នាំ២០១.......

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. **ចំណងជើងមេរៀន:**

ជំពូកទី៧ ស្ថិតិ

មេរៀនទី១ បំណែងចែកប្រេកង់និងការតាងក្រាប

១.៤.បំណែងចែកប្រេកង់កើន ប្រេកង់ថយ

ក.ប្រេកង់កើន ប្រេកង់ថយ

ខ.ការតាងក្រាប

II. **វត្ថុបំណងនៃមេរៀន:**ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ

ចំណេះដឹង:ប្រាប់បានពីរបៀបរកប្រេកង់កើននិងប្រេកង់ថយ

ចំណេះធ្វើ: គណនាប្រេកង់កើននិងថយ សង់ពហុកោណប្រេកង់កើននិងថយ

ឥរិយាបថ: សហការគ្នាដោះស្រាយលំហាត់ដោយមានភាពទទួលខុសត្រូវខ្ពស់

III. **សម្ភារៈឧបទេស:** ផ្ទាំងតារាងប្រេកង់កើននិងថយ

IV. **រយៈពេល:**៩០នាទី

V. **ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន:**

<table>
<tr><th>សកម្មភាពគ្រូ</th><th>ខ្លឹមសារមេរៀន</th><th>សកម្មភាពសិស្ស</th></tr>
<tr><td>ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស</td><td>ជំហានទី១(២នាទី)
រដ្ឋបាលថ្នាក់</td><td>ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍</td></tr>
<tr><td>ចូរបំពេញតារាងចំនួនសៀវភៅដែលសិស្សបានអាន

x_i	f_i	f_i%
0	1	
1	8	
2	14	
3	12	
4	10	

</td><td>ជំហានទី២(១០នាទី)រំលឹកមេរៀនចាស់</td><td>

x_i	f_i	f_i%
0	1	2.22%
1	8	17.78%
2	14	31.11%
3	12	26.67%
4	10	22.22%

</td></tr>
</table>

ជំហានទី៣(៦០នាទី)

មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ

ខាងក្រោមជាតារាងបំណែងចែកប្រេកង់មានអថេរជាចំនួនសៀវភៅដែលសិស្សបានអាន

X_i	0	1	2	3	4	5
f_i	1	9	14	12	10	4

1.4.បំណែងចែកប្រេកង់កើន-ប្រេកង់ថយ:

ក.ប្រេកង់កើន.ប្រេកង់ថយ

-តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលបានអានសៀវភៅ៖

- ៣ក្បាល?
- យ៉ាងច្រើន៣ក្បាល?
- យ៉ាងតិច៣ក្បាល

-មានសិស្ស12នាក់ដែលបានអានសៀវភៅ3ក្បាល
-មានសិស្ស36នាក់ដែលបានអានសៀវភៅយ៉ាងច្រើន3ក្បាល
-មានសិស្ស26នាក់ដែលបានអានសៀវភៅយ៉ាងតិច3ក្បាល

ល្អ!ពាក្យយ៉ាងច្រើនឬតិចជាងជាសញ្ញាណរបស់ប្រេកង់កើនតាងដោយF_iឯពាក្យថាយ៉ាងតិចឬច្រើនជាងជាសញ្ញាណរបស់ប្រេកង់ថយតាងដោយG_i

ណែនាំឲ្យសិស្សបំពេញតារាងខាងក្រោម ៖

x_i	f_i	F_i	G_i
0	1		
1	9		
2	14		
3	12		
4	10		
5	4		

x_i	f_i	F_i	G_i
0	1	1	50
1	9	10	49
2	14	24	40
3	12	36	26
4	10	46	14
5	4	50	4

ឲ្យសិស្សធ្វើការសន្និដ្ឋានលើពាក្យប្រេកង់កើននិងប្រេកង់ថយ

ប្រេកង់កើនជាប្រេកង់បានមកដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។

ប្រេកង់កើនជាប្រេកង់បានមកដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។
ប្រេកង់ថយជាប្រេកង់ដែលបាន

-ចូរបំពេញតារាងប្រេកង់កើន និងថយនៃទិន្នន័យខាងក្រោម

រយៈពេលគិតជានាទី	f_i	F_i	G_i
5-10	9		
10-15	7		
15-20	15		
20-25	10		
25-30	5		
30-35	4		

ចូរបំពេញតារាង

រយៈពេលគិតជានាទី	f_i	ផ្ចិតនៃថ្នាក់
5-10	9	
10-15	7	
15-20	15	
20-25	10	
25-30	5	
30-35	4	

ភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាលនៃថ្នាក់នីមួយៗបានខ្សែកាច់មួយហៅថាពហុកោណប្រេកង់។

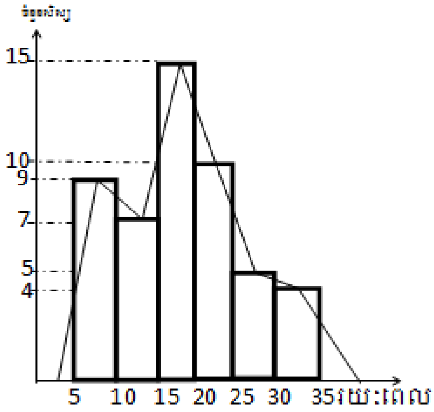
ដូចម្តេចហៅពហុកោណប្រេកង់?

ប្រេកង់ថយជាប្រេកង់ដែលបានមកដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីក្រោមឡើងលើ។

សម្គាល់ ៖ចំពោះអថេរគុណភាពគេ មិនអាចកំណត់ប្រេកង់កើនឬប្រេកង់ថយបានទេ

ខ.ការតាងក្រាប:

ពហុកោណប្រេកង់:

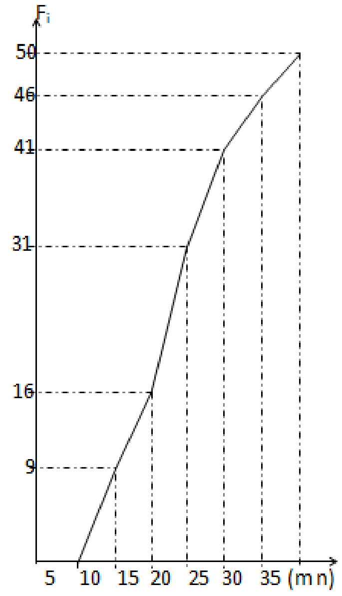
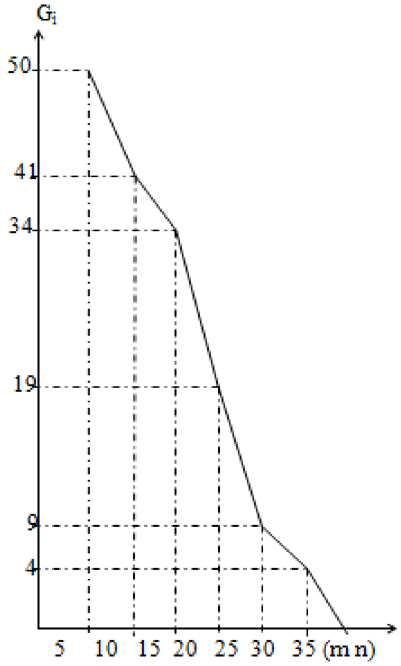


មកដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីក្រោមឡើងលើ។

រយៈពេលគិតជានាទី	f_i	F_i	G_i
5-10	9	9	50
10-15	7	16	41
15-20	15	31	34
20-25	10	41	19
25-30	5	46	9
30-35	4	50	4

រយៈពេលគិតជានាទី	f_i	ផ្ចិតនៃថ្នាក់
5-10	9	7.5
10-15	7	12.5
15-20	15	17.5
20-25	10	22.5
25-30	5	27.5
30-35	4	32.5

ពហុកោណប្រេកង់គឺជាខ្សែកាច់ដែលភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាលនៃថ្នាក់នីមួយៗ

ពហុកោណប្រេកង់កើនក៏ដូចជាពហុកោណប្រេកង់ដែរចំណុចចាប់ផ្តើមមានកូអរដោនេ(គោលក្រោមថ្នាក់ទី1;0)និងចំណុចផ្សេងទៀតមានកូអរដោនេ(គោលលើ;F_i) ចូរសង់ពហុកោណប្រេកង់កើននៃទិន្នន័យខាងលើ? សង់ពហុកោណប្រេកង់ថយត្រូវសង់ចំណុចគឺ(គោលក្រោម;G_i)និងចំណុចចុងក្រោយគេគឺ(គោលលើនៃថ្នាក់ចុងក្រោយ;0) ចូរសង់ពហុកោណប្រេកង់ថយនៃទិន្នន័យខាងលើ? ធ្វើលំហាត់ប្រតិបត្តិតាមក្រុមតារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីប្រាក់	ពហុកោណប្រេកង់គឺជាខ្សែកាច់ដែលភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាលនៃថ្នាក់ជាអាប់ស៊ីសនិងអរដោនេជាប្រេកង់ **ពហុកោណប្រេកង់កើន:** ចំណុចទី១គឺ (គោលក្រោមថ្នាក់ទី1;0) ចំណុចបន្ទាប់គឺ(គោលលើ;F_i) **ពហុកោណប្រេកង់ថយ:** ចំណុចត្រូវសង់គឺ(គោលក្រោម;G_i)និងចំណុចចុងក្រោយគឺ(គោលលើនៃថ្នាក់ចុងក្រោយ;0)	 

បៀវត្សរបស់បុគ្គលិកក្នុងស្ថាប័នមួយ(គិតជាម៉ឺនរៀល)

បៀវត្ស	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
ចំនួនបុគ្គលិក	12	18	15	10	5

ក.តើបុគ្គលិកទាំងអស់មានប៉ុន្មាននាក់?

ខ.កំណត់ចំនួនបុគ្គលិកដែលមានប្រាក់បៀវត្សពី35ម៉ឺនរៀលទៅ45ម៉ឺនរៀលមានប៉ុន្មាននាក់ត្រូវនឹងប៉ុន្មានភាគរយ?

គ.កំណត់ចំនួនបុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ខែតិចជាង45ម៉ឺនហើយមានប៉ុន្មានភាគរយ?

ឃ.កំណត់ចំនួនបុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ខែយ៉ាងតិច35ម៉ឺនហើយមានប៉ុន្មានភាគរយ?

ង.សង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀប

ប្រេកង់ធៀបកើន

ប្រេកង់ធៀបថយ

ច.សង់អ៊ីស្តូក្រាមពហុកោណប្រេកង់ ពហុកោណប្រេកង់កើន

ក.បុគ្គលិកទាំងអស់មាន60នាក់

ខ.ចំនួនបុគ្គលិកដែលមានប្រាក់បៀវត្សពី35ម៉ឺនរៀលទៅ45ម៉ឺនរៀលមាន15នាក់ត្រូវនឹង25%

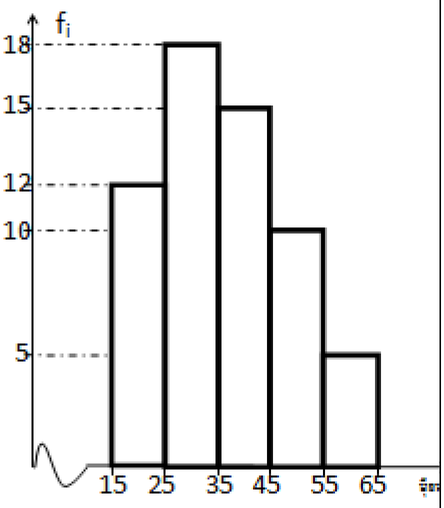
គ.ចំនួនបុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ខែតិចជាង45ម៉ឺនមាន45នាក់ត្រូវនឹង75%

ឃ.ចំនួនបុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ខែយ៉ាងតិច35ម៉ឺនមាន30នាក់ត្រូវនឹង50%

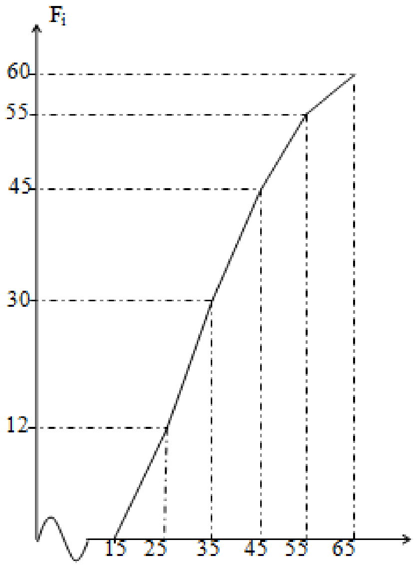
ង.តារាង

បៀវត្ស	f_i	F_i	G_i	f_i%	F_i%	G_i%
15-25	12	12	60	20	20	100
25-35	18	30	48	30	50	80
35-45	15	45	30	25	75	50
45-55	10	55	15	16.67	91.67	25
55-65	5	60	5	8.33	100	8.33
សរុប	60			100		

ច.អ៊ីស្តូក្រាម.ពហុកោណប្រេកង់



ពហុកោណប្រេកង់កើន



ជំហានទី៤(១៥នាទី)

ពង្រឹងពុទ្ធិ

-តើធ្វើដូចម្តេចដើម្បីរកប្រេកង់កើននិងថយ?

-ដើម្បីរកប្រេកង់កើនគេត្រូវបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម។

-ដើម្បីរកប្រេកង់ថយគេត្រូវបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីក្រោមឡើងលើ។

-ទិន្នន័យជាពិន្ទុសិស្សមួយក្រុម

ពិន្ទុ	1-4	4-7	7-10
ចំនួនសិស្ស	3	8	4

ក.តើក្រុមនេះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់?

ខ.ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើននិងថយ

គ.តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលបានពិន្ទុយ៉ាងច្រើន7?

ឃ.តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលបានពិន្ទុយ៉ាងតិច7?

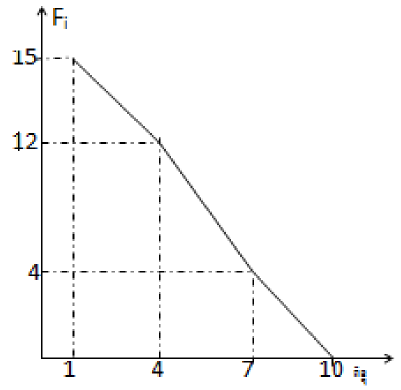
ង.ចូរសង់ពហុកោណប្រេកង់

ក.ក្រុមនេះមានសិស្ស១៥នាក់

ខ.តារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើននិងថយ

ពិន្ទុ	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន	ប្រេកង់ថយ
1-4	3	3	15
4-7	8	11	12
7-10	4	15	4

គ.មានសិស្ស11នាក់ដែលបានពិន្ទុយ៉ាងច្រើន7

ថយ?		ឃ.មានសិស្ស12នាក់ដែលបានពិន្ទុយ៉ាងតិច7 ង.ពហុកោណប្រេកង់ថយ 
លំហាត់លេខ៥និង៦ទំព័រ៨៩	**ជំហានទី៨(៣នាទី)** **បណ្តាំផ្ញើ**	សិស្សកត់លេខទំព័រនិងលេខលំហាត់ទុកធ្វើនៅផ្ទះ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

បង្រៀនថ្ងៃទី............ខែ...............ឆ្នាំ២០១.......

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. **ចំណងជើងមេរៀន:**

ជំពូកទី៧ ស្ថិតិ

មេរៀនទី២ រង្វាស់ទីតាំង

២.១.មធ្យម

ក.មធ្យមនៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់

ខ.មធ្យមនៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់

២.២.ម៉ូត

II. **វត្ថុបំណងនៃមេរៀន:** ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាច ៖

- ចំណេះដឹង:ប្រាប់បានពីរបៀបគណនាមធ្យមនិងម៉ូត
- ចំណេះធ្វើ:ចេះគណនាមធ្យមនិងម៉ូត
- ឥរិយាបថ:ចេះយកមេរៀននេះទៅអនុវត្តក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ

III. **សម្ភារ:** ខ្នបទេស ៖ តារាងទិន្នន័យ

IV. **រយ:ពេល** ៖ ៩០នាទី

V. **ដំណើរការបង្រៀននិងរៀន:**

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	ប្រធានថ្នាក់រាយការណ៍
ពិន្ទុទាំង៧មុខវិជ្ជារបស់សុខគឺ 14;9;16;15;18;12;10 ចូរកំណត់ពិន្ទុមធ្យមរបស់សុខ ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	ពិន្ទុជាមធ្យមរបស់សុខគឺ $\frac{14+9+16+15+18+12+10}{7}$ $=13.43$

អាយុ	ប្រេកង់	ផ្ចិត
20-30	60	
30-40	40	
40-50	15	

អាយុ	ប្រេកង់	ផ្ចិត
20-30	60	25
30-40	40	35
40-50	15	45

ជំហានទី៣(៦០នាទី)

មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ

២.១.មធ្យម

ក.មធ្យមនៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់ ៖

ចែកប័ណ្ណតារាងពិន្ទុតេស្ត គណិតវិទ្យា45នាក់ឲ្យសិស្សរាប់ចំនួនដងដែលកើតឡើងលើពិន្ទុនីមួយៗ

15 29 32 43 46 47 48 52 52

53 54 60 60 61 63 64 64 66

66 69 72 72 72 73 75 75 76

79 79 80 80 81 81 81 81 83

83 87 87 89 90 91 91 93 94

- តើពិន្ទុណាមានប្រេកង់ធំជាងគេ?
- តម្លៃអថេរដែលមានពិន្ទុធំជាងគេនេះហៅថា**ម៉ូត** តាងដោយM_o
- តើជាមធ្យមសិស្សក្នុងក្រុមនេះបានពិន្ទុប៉ុន្មាន?

- ពិន្ទុមានប្រេកង់ធំជាងគេគឺ81
- ជាមធ្យមសិស្សក្នុងក្រុមនេះបានពិន្ទុ

$$\frac{15+29+32+\ldots+91+91+93+94}{45}$$

$=68.64$

- តើមធ្យមនៃ $x_1, x_2, x_3, \ldots x_{n-1}, x_n$ គឺប៉ុន្មាន?
- ខាងក្រោមជាតារាងបំណែងចែកពិន្ទុគណិតវិទ្យារបស់សិស្សមួយក្រុម ៖

ពិន្ទុ	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
f_i	1	2	1	7	6	7	13	8

ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម៖

ពិន្ទុ	f_i	ផ្ចិតx_i	$x_i f_i$
15-25	1		
25-35	2		
35-45	1		
45-55	7		
55-65	6		
65-75	7		
75-85	13		
85-95	8		
$\sum f_i = ?$		$\sum x_i f_i = ?$	

- តើ$\frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = ?$
- 68.44នេះហៅថាមធ្យមនៃពិន្ទុគណិតវិទ្យាតាងដោយ$\bar{x}$
- តើមធ្យមនៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់$\bar{x} = ?$

តារាងទិន្នន័យនេះជាល្បឿនរថយន្តចំនួន40គ្រឿងដែលបានឆ្លងកាត់តំបន់ប៉ូលិសត្រួតពិនិត្យ(ល្បឿនគិតជាKm/h)

បើទិន្នន័យមានអថេរ X_iនិងមានប្រេកង់សរុបNនោះមធ្យមគឺ$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{N}$

ខ.មធ្យមនៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់

បើទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់មានប្រេកង់f_iនិងx_iជាផ្ចិតនៃថ្នាក់ហើយnជាចំនួនថ្នាក់នោះ៖

មធ្យម$\bar{x}$គឺ

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \cdots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$$

ឬ$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

២.២.ម៉ូត

ម៉ូតជាតម្លៃរបស់អថេរដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ។តាងម៉ូតដោយM_o

- មធ្យមនៃ $x_1, x_2, x_3, \ldots x_{n-1}, x_n$ គឺ $\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

ពិន្ទុ	f_i	ផ្ចិតx_i	$x_i f_i$
15-25	1	20	20
25-35	2	30	60
35-45	1	40	40
45-55	7	50	350
55-65	6	60	360
65-75	7	70	490
75-85	13	80	1040
85-95	8	90	720
$\sum f_i = 45$		$\sum x_i f_i = 3080$	

- $\frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \frac{3080}{45} = 68.44$
- $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i}$ដែល$x$ជាផ្ចិតនិង$f_i$ជាប្រេកង់នៃថ្នាក់

105 ,63,85,93,95,92,100 101

98,109, 90,80, 82,86 0,76,72

63, 67,90,91,95 97,89,85,70

102,90,9, 89 84, 77, 65 ,118

117, 105, 95 , 90, 91, 89

ក.គណនាមធ្យមនៃទិន្នន័យនេះ

ខ.ចូរផ្ដុំទិន្នន័យនេះជា8ថ្នាក់ ដោយយកតម្លៃគោលក្រោម 62.5រួចគណនាមធ្យម

គ.ចូរបង្ហាញថា

$(x_1 - \bar{x})f_1 + \cdots + (x_n - \bar{x})f_n = 0$

ដោយប្រើមធ្យមនិងទិន្នន័យក្នុងសំណួរខ.

គេមានៈ

ប្រភេទអង្ករ	នាងម៉ិញ	នាងខុន	ផ្កាខ្ញី	ផ្កាម្លិះ	ដំកម្លិះ	ក្លោកពង្ស
ទម្ងន់(តោន)	3	4	7	3	2	5

តើអង្ករមួយណាមានប្រេកង់ធំជាងគេ?

- ប្រភេទផ្កាខ្ញីជាម៉ូត គេសរសេរM_o = ផ្កាខ្ញី
- ចូររកម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោមៈ

ប្រាក់ខែ(ម៉ឺនៀ)	15-18	18-21	21-24	24-27	27-30
ចំនួនកម្មករ	1	6	4	6	3

ក.$\bar{x} = \frac{63\times2+65+67+70\times2+72+76}{40} + \frac{77+80\times2+81+82+84+85\times2}{40} + \frac{86+89\times3+90\times3+91\times2+92+93}{40} + \frac{95\times3+97+98+100+101+102}{40} + \frac{105\times2+109+117+118}{40} = 88.17$

ខ.$i \geq \frac{118-63}{8} = 6.87 \approx 7$

ល្បឿន	f_i	ផ្ចិតx_i	x_if_i
62.5-69.5	4	66	264
69.5-76.5	4	73	292
76.5-83.5	5	80	400
83.5-90.5	10	87	870
90.5-97.5	8	94	752
97.5-104.5	4	101	404
104.5-111.5	3	108	324
111.5-118.5	2	115	230
$\sum f_i = 40$		$\sum x_if_i = 3536$	

$$\bar{x} = \frac{3536}{40} = 88.4$$

គ.$(x_1 - \bar{x})f_1 + \cdots + (x_n - \bar{x})f_n$

=(66-88.4).4+...+(115-88.4).2

=0

អង្ករមួយមានប្រេកង់ធំជាងគេគឺផ្កាខ្ញី

- ថ្នាក់មានប្រេកង់ធំជាងគេគឺ18-21និង24-27នោះ ម៉ូតគឺ$M_o = \frac{18+21}{2}$និង$M_o = \frac{24+27}{2}$

- រកមធ្យមនៃទិន្នន័យមានអថេរx_iនិងប្រេកង់f_i
- រកមធ្យមនៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់មានx_iជាផ្ចិតនិងប្រេកង់f_i
- តារាងបំណែងចែកប្រេកង់នេះជាអាយុរបស់អ្នករស់នៅក្នុងសហគមន៍មួយ(គិតជាឆ្នាំ)

អាយុ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
ប្រេកង់	12	23	17	6	1	1

ក.រកមធ្យមនៃអាយុ

ខ.រកម៉ូតនៃអាយុ

ជំហានទី៤(១៥នាទី)

ពង្រឹងចំណេះដឹង

- មធ្យមនៃទិន្នន័យមានអថេរx_iនិងប្រេកង់f_iគឺ

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

- មធ្យមនៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់មានx_iជាផ្ចិតនិងប្រេកង់f_i

គឺ$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

អាយុ	f_i	ផ្ចិតx_i	$x_i f_i$
10-20	12	15	180
20-30	23	25	575
30-40	17	35	595
40-50	6	45	270
50-60	1	55	55
60-70	1	65	65
$\sum f_i = 60$		$\sum x_i f_i = 1740$	

ក.មធ្យមនៃអាយុគឺ

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1740}{60} = 29\text{ឆ្នាំ}$$

ខ.ម៉ូតនៃអាយុគឺ$M_o = 25$ឆ្នាំ

កិច្ចការនៅផ្ទះ

លំហាត់ទី២ទំព័រ៥៨

ជំហានទី៥(៣នាទី)

បណ្តាំផ្ញើ

សិស្សកត់

កិច្ចតែងការបង្រៀន

បង្រៀនថ្ងៃទី............ខែ............ឆ្នាំ២០១.......

វិធីសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I. ចំណងជើងមេរៀន៖

ជំពូកទី៧ ស្ថិតិ

មេរៀនទី២ រង្វាស់ទីតាំង

២.៣.មេដ្យាន

ក.មេដ្យានទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់

ខ.មេដ្យានទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់

II. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន ៖ ក្រោយរៀនមេរៀននេះចប់សិស្សអាចៈ

- ចំណេះដឹងៈ ប្រាប់បានពីរបៀបគណនាតម្លៃនៃមេដ្យាន
- ចំណេះធ្វើៈ ចេះគណនាមេដ្យាន
- ឥរិយាបថៈ យកទៅអនុវត្តក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ

III. សម្ភារៈឧបទេស៖ តារាងទិន្នន័យ តេស្តគណិតវិទ្យាដែលរៀបរយរួចស្រេច

IV. រយៈពេល ៖ ៩០នាទី

V. ដំណើការបង្រៀននិងរៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអនាម័យ សម្លៀកបំពាក់និងអវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១(២នាទី) រដ្ឋបាលថ្នាក់	តំណាងសិស្សរាយការណ៍
o អ្វីទៅជាប្រេកង់សរុប? o ក្នុងចរណីមាត្រអ្វីជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ?	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀនចាស់	o ប្រេកង់សរុបជាចំនួននៃតម្លៃអថេរទាំងអស់ក្នុងទិន្នន័យមួយ។ o មេដ្យាននៃត្រីកោណជាអង្កត់គូសចេញពីកំពូលទៅចំ

		ណុចកណ្តាលនៃជ្រុងឈម
មេដ្យានក្នុងពីជគណិតក៏ជាមេដ្យានក្នុងធរណីមាត្រដែរគ្រាន់តែវាជាតម្លៃកណ្តាលនៃទិន្នន័យដែលរៀបតាមលំដាប់ហើយគេតាងមេដ្យានដោយM_e ពិន្ទុនៃតេស្តគណិតវិទ្យា 15 29 32 43 46 49 52 តើមេដ្យាននៃពិន្ទុនេះគឺប៉ុន្មាន? គេមានទិន្នន័យខាងក្រោម ៖ 52 53 54 55 56 58 58 59 59 59 60 65 ក.តើទិន្នន័យនេះរៀបរយហើយឬនៅ? ខ.តើទិន្នន័យនេះមានប្រេកង់សរុបប៉ុន្មាន? គ.តើតួណានៅកណ្តាលគេ? ឃ.តើមធ្យមនៃតម្លៃតួទី៦និងតួទី៧គឺប៉ុន្មាន?	ជំហានទី៣(៦០នាទី) មេរៀនថ្មី ២.៣.មេដ្យាន ក.មេដ្យាននៃទិន្នន័យមិនផ្តុំជាថ្នាក់	មេដ្យាននៃពិន្ទុនេះគឺ$M_e = 43$ ក.រៀបរយ ខ.ប្រេកង់សរុបមាន១២ គ.តួនៅកណ្តាលគេគឺតួទី៦និងតួទី៧ ឃ.មធ្យមតម្លៃនៃតួទី៦និងតួទី៧គឺ$\frac{58+58}{2} = 58$

ង.រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះ

ណែនាំឲ្យសិស្សទាញវិធានមេដ្យាន

o គេមានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃតេស្តគណិតវិទ្យា

ពិន្ទុ C_{i-1}-C_i	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
f_i	7	6	7	13	8

រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះ

o ចូរបំពេញតារាង

ពិន្ទុC_{i-1}-C_i	f_i	F_i
45-55	7	
55-65	6	
65-75	7	
75-85	13	
85-95	8	

o តើ50%នៃទិន្នន័យ=?

o ចូរពិនិត្យប្រេកង់កើន តើ20.5ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ណា

75-85ហៅថាថ្នាក់មេដ្យានមានន័យថា$75<M_e<85$

ជាទូទៅ:

មេដ្យាននៃទិន្នន័យរៀបរយមិនផ្តុំជាថ្នាក់មានប្រេកង់សរុបnគឺ

- $M_e = x_{\frac{n+1}{2}}$(បើnជាចំនួនសេស)
- $M_e = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$

(បើnជាចំនួនគូ)

ខ.មេដ្យាននៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់

nជាប្រេកង់សរុបនៃទិន្នន័យ

C_{i-1}ជាគោលក្រោមនៃថ្នាក់មេដ្យាន។

C_iជាគោលលើនៃថ្នាក់មេដ្យាន។

F_iជាប្រេកង់កើនត្រូវនឹងថ្នាក់មេដ្យាន។

F_{i-1}ជាប្រេកង់កើនមុនថ្នាក់មេដ្យាន។

រូបមន្តមេដ្យាននៃទិន្នន័យផ្តុំជាថ្នាក់គឺ

$$M_e = C_{i-1} + \frac{C_i - C_{i-1}}{F_i - F_{i-1}}(\frac{n}{2} - F_{i-1})$$

សម្គាល់៖

-ករណីប្រេកង់កើនក្នុង ថ្នាក់ណាមួយស្មើនឹងពាក់កណ្តាលប្រេកង់សរុបនោះ ថ្នាក់មេដ្យានជាថ្នាក់ធំបន្ទាប់

ង.មេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះគឺ

$M_e = 58$

វិធាន:

មេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់សរុបnគឺជាតម្លៃនៃតួដែលត្រូវនឹងពាក់កណ្តាលនៃប្រេកង់សរុប

o បំពេញតារាង

ពិន្ទុC_{i-1}-C_i	f_i	F_i
45-55	7	7
55-65	6	13
65-75	7	20
75-85	13	33
85-95	8	41

o 50%នៃទិន្នន័យ=20.5

o 20.5ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់75-85

ហើយ 20<20.5<33 យើងបាន$\frac{M_e-75}{20.5-20}=\frac{85-75}{33-20}$ ទាញបានM_e=? តើ75ជាអ្វី?តាងដោយអ្វី? o តើ85ជាអ្វី?តាងដោយអ្វី? o ចុះ33;20;20.5? o តើយើងអាចទាញបានរូបមន្តដូចម្តេច? o ខាងក្រោមជាតារាងបំណែងចែកប្រេកង់អាយុ (គិតឆ្នាំ)របស់អ្នករស់នៅក្នុងសហគមន៍មួយ អាយុ: 10-20, 20-30, 30-40, 40-50, 50-60, 60-70 f_i: 12, 23, 17, 6, 1, 1 រកមេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះ o ចូរបំពេញប្រេកង់កើនរួចគណនាមេដ្យាននៃទិន្នន័	ពីថ្នាក់នេះ។ -អថេរគុណភាពមិនអាចគណនាមេដ្យានបានទេ	$M_e=75+\frac{85-75}{33-20}(20.5-20)$ 75ជាគោលក្រោមតាងដោយC_{i-1} 85ជាគោលលើតាងដោយ C_i o 33ជាប្រេកង់កើនក្នុងថ្នាក់មេដ្យានតាងដោយF_i o 20ប្រេកង់កើនមុនថ្នាក់មេដ្យានតាងដោយF_{i-1} o 20.5ជាពាក់កណ្តាលប្រេកង់សរុបតាងដោយ$\frac{n}{2}$ o យើងទាញបានរូបមន្ត $M_e=C_{i-1}+\frac{C_i-C_{i-1}}{F_i-F_{i-1}}(\frac{n}{2}-F_{i-1})$ o តារាងប្រេកង់កើន (see table below) $\frac{1}{2}\sum f_i=30$ នោះថ្នាក់មេដ្យានគឺ 20-30 តាមរូបមន្ត $M_e=C_{i-1}+\frac{C_i-C_{i-1}}{F_i-F_{i-1}}(\frac{n}{2}-F_{i-1})$

អាយុ	f_i	F_i
10-20	12	12
20-30	23	35
30-40	17	52
40-50	6	58
50-60	1	59
60-70	1	60

យខាងក្រោម

ថ្នាក់ទិន្នន័យ	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន
5-10	3	
10-15	7	
15-20	6	
20-25	4	

បញ្ជាក់ប្រាប់សិស្សករណីពាក់កណ្ដាលប្រេកង់សរុបស្មើនឹងប្រេកង់កើននៃថ្នាក់ណាមួយនោះមេដ្យានត្រូវស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ធំបន្ទាប់។

$$M_e = 20 + \frac{30-20}{35-12}(30-12)$$

$$M_e = 20 + 7.83 = 27.83$$

- បំពេញតារាង

ថ្នាក់ទិន្នន័យ	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន
5-10	3	3
10-15	7	10
15-20	6	16
20-25	4	20

$$\frac{1}{2}\sum f_i = \frac{1}{2}\times 20 = 10$$

នោះមេដ្យានស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 15-20យើងបាន

$$M_e = 15 + \frac{20-15}{16-10}(10-10)$$

M_e =15

- ដើម្បីគណនាមេដ្យានត្រូវធ្វើដូចម្ដេច?

- ទិន្នន័យខាងក្រោមបង្ហាញពីចំនួនបងប្អូនបង្កើត

ចំនួនបងប្អូន	0	1	2	3	4
ប្រេកង់	5	10	17	6	2

រកមេដ្យាន

- ខាងក្រោមជារយៈពេលដែលសិស្សអង្គុយរៀនដោយខ្លួនឯងក្នុងមួយអាទិត្យ(គិតជាម៉ោង)

ជំហានទី៤(១៥នាទី) ពង្រឹងពុទ្ធិ

- ដើម្បីគណនាមេដ្យានត្រូវដឹងថាទិន្នន័យជាអថេរដាច់ឬជាប់មានលំដាប់ពីតូចទៅធំនិងប្រេកង់សរុបn

អថេរដាច់៖

បើnគូនោះ$M_e = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}}+x_{\frac{n}{2}+1}\right)$

បើnសេសនោះ$M_e = x_{\frac{n+1}{2}}$

អថេរជាប់៖

$$M_e = C_{i-1} + \frac{C_i - C_{i-1}}{F_i - F_{i-1}}\left(\frac{n}{2} - F_{i-1}\right)$$

- រកមេដ្យាន

$$\sum f_i = 40$$

$$M_e = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}}+x_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

$M_e = \frac{1}{2}(2+2)=2$នាក់

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><td>រយៈពេល</td><td>0-4</td><td>4-8</td><td>8-12</td><td>12-16</td><td>16-20</td><td>20-24</td></tr>
<tr><td>ចំនួនសិស្ស</td><td>1</td><td>2</td><td>18</td><td>35</td><td>11</td><td>3</td></tr>
</table>
គណនាមេដ្យាននៃទិន្នន័យនេះ
</td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>រយៈពេល</td><td>f_i</td><td>Fi</td></tr>
<tr><td>0-4</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4-8</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>8-12</td><td>18</td><td>21</td></tr>
<tr><td>12-16</td><td>35</td><td>56</td></tr>
<tr><td>16-20</td><td>11</td><td>67</td></tr>
<tr><td>20-24</td><td>3</td><td>70</td></tr>
</table>
$$\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$$
$$21 < 35 < 56$$
$$12 < M_e < 16$$
$$\frac{M_e - 12}{35 - 21} = \frac{16 - 12}{56 - 21}$$
$$M_e = 12 + \frac{4 \times 14}{35} = 13.6$$ម៉
</td>
</tr>
<tr>
<td>ធ្វើលំហាត់ទី៤ទំព័រ៥៨និងលំហាត់ទី១និង៣ទំព័រ៥៩</td>
<td>ជំហានទី៥(៣នាទី)
បណ្តាំផ្ញើ</td>
<td>សិស្សកត់លេខលំហាត់និងលេខទំព័រទុក</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា
- ថ្នាក់ទី ៖ ១០
- ជំពូកទី៨ ៖ ចម្លាស់ និងបន្សំ
- មេរៀនទី១ ៖ ចម្លាស់
- រយៈពេល ៖ ០២ម៉ោង

I. **វត្ថុបំណង**

- ចំណេះដឹង: យល់ច្បាស់ពីគោលការណ៍ផលបូក និងគោលការណ៍ផលគុណបាន ត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍ក្នុងមេរៀន។
- ចំណេះធ្វើ: រាប់ចំនួនលទ្ធផលដែលកើតក្នុងវិញ្ញាសាមួយ និងរាប់ចំនួនលទ្ធផល ដែលកើតមានបន្តបន្ទាប់គ្នាព្រមទាំងចេះសង់ដ្យាក្រាមដើមឈើបាន ត្រឹមត្រូវ។
- ឥរិយាបថ: មានស្មារតីសហការគ្នា និងពិភាក្សាគ្នាដោះស្រាយលំហាត់។

II. **ខ្លឹមសាមេរៀន**

1/.គោលការណ៍រាប់

ក. គោលការណ៍ផលបូក

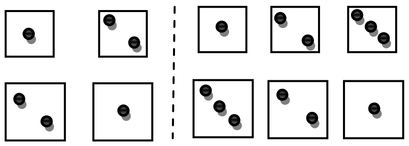
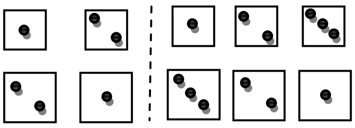
ខ. គោលការណ៍ផលគុណ

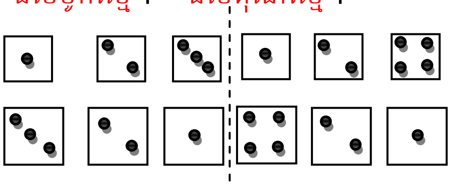
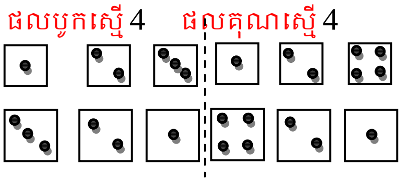
III. **សម្ភារៈឧបទេស**

- គ្រាប់ឡុកឡាក់២គ្រាប់ មួយតូច មួយធំ
- កាត់ក្រដាសរាងជាអាវចំនួន៤ មានពណ៌ខុសគ្នា (ស , លឿង , ក្រហម, ស្វាយ) និងកាត់រាងជាខោចំនួន៣ មានពណ៌ខុសគ្នា (ស , ខៀវ , ខ្មៅ)

IV. **ដំណើកនាំមេរៀន:** (រយៈពេល០២ម៉ោង)

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និងអវត្តមាន។	**ជំហានទី១** (លំនឹងថ្នាក់)	-តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-បើគេសរសេរ និង (a,b) តើសំណោរនីមួយៗសំគាល់អ្វី?	**ជំហានទី២** (រំលឹកមេរៀនចាស់)	-$\{a,b\}$ ជាសំណុំដែលមានធាតុតែពីរគឺ a និង b ឯ (a,b) ជាគូមានលំដាប់ដែល a ជាធាតុទី១ និង

		b ជាធាតុទី២។
-ដាក់ឧទាហរណ៍ទី១ឲ្យសិស្សសង្កេត។ -ប្រាប់សិស្សថាមុខលើនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរហៅថាលទ្ធផល -បង្ហាញគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់មិនប៉ុនគ្នាតើគ្រាប់ឡុកឡាក់នីមួយៗមុខប៉ុន្មាន?មុខនីមួយៗមានលេខប៉ុន្មានខ្លះ? -ឲ្យសិស្សពិនិត្យលើឧទាហរណ៍វិញដោយណែនាំសិស្សគូរបតាងគ្រាប់ ឡុកឡាក់ទាំងពីររួចរាប់ លទ្ធផលដើម្បីបានផលបូកស្មើ3ឬ4 ។ -តើលទ្ធផលមានផលបូកស្មើ3មាន ប៉ុន្មានរបៀប?និងផលបូកស្មើ 4 មានប៉ុន្មានរបៀប? -តើលទ្ធផលទាំងអស់មានប៉ុន្មានរបៀប? ហើយមានលទ្ធផលណាមួយដូចគ្នាឬទេ? -បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានផលបូកស្មើ3និងតាង B	**<u>ជំហានទី៣</u>** (មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) <u>ជំពូកទី៨</u> ចម្លាស់ និងបន្សំ <u>មេរៀន</u>ទី១ ចម្លាស់ 1. <u>គោលការណ៍រាប់</u> ក. <u>គោលការណ៍ផលបូក</u> -គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ មួយធំមួយតូច។ តើគេបានលទ្ធ ប៉ុន្មានរបៀបបើចំនួន នៅមុខលើនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរមានផលបូកស្មើនឹង3ឬ4 ? ផលបូលស្មើ3 ផលបូកស្មើ 4  -លទ្ធផលនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរមានផលបូកស្មើ3មានគូលំដាប់ $(1,2)$ និង $(2,1)$ ។ -លទ្ធផលនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរមានផលបូកស្មើ 4 មានគូលំដាប់ $(1,3)$, $(2,2)$ និង $(3,1)$ ។ -គេឃើញថាលទ្ធផលទាំងអស់ក្នុងករណីទាំងពីរគ្មានលទ្ធផលណាមួយដូចគ្នាទេ។គេបានចំនួនលទ្ធផលទាំងអស់គឺ: $2+3=5$របៀប។ -បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរបានផលបូលស្មើ3	-សិស្សសង្កេត។ -សិស្សស្តាប់។ -មានមុខ 6 ហើយមុខនីមួយៗមានដៅលេខ 1, 2, 3, 4, 5 និង 6 ។ -សិស្សគូរបធ្វើតាមការណែនាំ៖ ផលបូកស្មើ3 ផលបូកស្មើ 4  -ផលបូកស្មើ3មាន 2 របៀបនិងផលបូលស្មើ 4 មានចំនួន3របៀប។ -មាន 5 របៀបហើយគ្មានលទ្ធផលណាដូចគ្នាទេ។ -បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរបានផលបូលស្មើ3

ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានផលបូកស្មើ 4 នោះគេបាន $n(A)$ ស្មើប៉ុន្មាន?ហើយ $n(B)$ ស្មើប៉ុន្មាន?	នោះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $n(A)=2$ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរបានផលបូកស្មើ 4 នោះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $n(B)=3$ ។	នោះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $n(A)=2$ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរ បានផលបូកស្មើ 4 នោះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $n(B)=3$ ។
-ប្រាប់សិស្សថាព្រឹត្តិការណ៍ដែលលទ្ធផលជាគូចំនួនមានផលបូកស្មើ 3 ឬ 4 ហៅថាព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B ដែលកំណត់សរសេរ: $A\cup B$ ។ -តើគេបាន $n(A\cup B)=?$	-ព្រឹត្តិការណ៍ដែលលទ្ធផលជាគូចំនួនមានផលបូកស្មើ 3 ឬ 4 ហៅថាព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B ដែលកំណត់សរសេរ: $A\cup B$ ។	-សិស្សស្តាប់។ - $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$ $=2+3=5$ របៀប។
-ឲ្យសិស្សសង្កេតឧទាហរណ៍ទី២រួចគូសរូបតាងឡុកឡាក់ទាំងពីរដែលមានផលបូកស្មើ 4 ឬផលគុណស្មើ 4	-ឧទាហរណ៍ទី២៖ធ្វើពីសោធន៍ដូចឧទាហរណ៍ទី១បើគេចង់ដឹងថាលទ្ធផលមានប៉ុន្មានរបៀបបើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរមានផលបូកស្មើ 4 ឬផលគុណស្មើ 4 ? ផលបូកស្មើ 4 ផលគុណស្មើ 4 	ផលបូកស្មើ 4 ផលគុណស្មើ 4 
-តើលទ្ធផលនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរមានផលបូកស្មើ 4 មានប៉ុន្មានរបៀប?និងលទ្ធផលដែលមានផលគុណស្មើនឹង 4 មានប៉ុន្មាន របៀប? -តើមានគូលទ្ធផលណាដូចគ្នាឬទេ? -ប្រាប់សិស្សថាគូ $(2,2)$ ជាលទ្ធផលរួមនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរ។	-លទ្ធផលមានផលបូកស្មើ 4 គឺគូមានលំដាប់ $(1,3),(2,2),(3,1)$ -លទ្ធផលមានផលគុណស្មើនឹង 4 គឺគូមានលំដាប់ $(1,4),(2,2),(4,1)$ -ដោយមានលទ្ធផលរួមគ្នាមួយគឺគូ $(2,2)$ នោះចំនួនលទ្ធផលដែលមានផលបូកស្មើ 4 ឬផលគុណស្មើ 4 គឺ: $3+3-1=5$ របៀប។ -ដូចនេះបើ A ជាព្រឹត្តិការណ៍មាន	-ផលបូកស្មើ 4 មាន 3 របៀបនិងផលគុណស្មើ 4 មានចំនួន 3 របៀប -មានគឺ $(2,2)$ ។ -សិស្សស្តាប់។

បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរបានផលបូកស្មើ 4 នោះចំនួនលទ្ធផល នៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $n(A)=3$ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរបានផលគុណស្មើ 4 នោះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $n(B)=3$ ។ នោះគូ $(2,2)$ ជាលទ្ធផលរួមនៃ A និង B គេកំណត់សរសេរ $A\cap B$ ។ -តើ $n(A\cap B)=?$ -ចូរសរសេរចំនួនលទ្ធផលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B ? -ឲ្យសិស្សទាញជាទូទៅ	ផលបូកស្មើ 4 និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មានផលគុណស្មើ 4 គេបាន $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ **<u>ជាទូទៅ</u>** គេមានព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ដែល $n(A)$ ជាចំនួនលទ្ធផលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A ហើយ $n(B)$ ជាចំនួនលទ្ធផលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ B ។ -បើ A និង B គ្មានលទ្ធផលរួមនោះ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$ ។ -បើ A និង B មានលទ្ធផលរួមគ្នានោះ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$	 -$n(A\cap B)=1$ ។ -$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ -សិស្សទាញជាទូទៅ។
-យកក្រដាសដែលកាត់ជារាងខោ 3 ពណ៌(ស ខ្មៅ ខៀវ) និងកាត់រាងជាអាវចំនួន 4 ដែលមាន 4 ពណ៌គឺ: (ស លឿង ក្រហម ស្វាយ) -បើគេយកអាវមួយមកផ្គុំជាមួយខោទាំង 3 ពណ៌តើគេអាចស្លៀកបានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា? -ចុះបើគេមានអាវដល់ទៅ 4 ពណ៌ខុសគ្នាទៅផ្គុំជាមួយខោ 3 ដដែល។ តើគេអាចស្លៀកពាក់បានប៉ុន្មានរ	ខ/.<u>គោលការណ៍ផលគុណ</u> ឧទាហរណ៍: គេមានអាវ 4 និងខោ 3 ផ្សេងៗគ្នា។តើគេអាចស្លៀកពាក់បានប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នាបើគេចាប់យកអាវ 1 និងខោ 1 ដោយចៃដន្យក្នុងចំណោមអាវ 4 និងខោ 3 នេះមកប្រើ។ -បើគេយកអាវមួយមកផ្គុំជាមួយខោទាំង 3 នោះគេស្លៀកបាន 3 របៀបខុសគ្នាគឺ: (ស ,ខ) (ស , ខ) និង(ស , ខ្ម) -មានន័យថាបើគេមានអាវដល់ទៅ	-ធ្វើតាមការណែនាំរបស់គ្រូ។ -គេស្លៀកបាន 3 របៀបខុសគ្នាគឺ: (ស ,ខ) (ស , ខ) និង(ស , ខ្ម) -គេអាចស្លៀកពាក់បាន $3\times4=12$ របៀប ។

របៀប? -បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានអាវ1និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានខោ1នោះ $n(A)=?n(B)=?$ -ការចាប់យកអាវ1ក្នុងចំណោមអាវ 4 និងចាប់យកខោ1ក្នុងចំណោមខោ3គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើង ហើយព្រឹត្តិការណ៍ កើតឡើងបន្ទាប់ -ដូចនេះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើងបន្ទាប់អាចសរសេរដូចម្តេច?	4 ពណ៌ខុសគ្នាទៅផ្គុំជាមួយខោ3 ដដែលនោះគេអាចស្លៀកពាក់បាន $3\times4=12$ របៀប ខុសគ្នា។ -បើគេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានអាវ1 ក្នុងចំណោមអាវ 4 និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានខោ1 ក្នុងចំណោមខោ3នោះគេបាន: $n(A)=4$, $n(B)=3$ ។ -ដូចនេះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើងបន្ទាប់គឺ $n(A)\times n(B)=4\times3=12$ របៀប	-$n(A)=4$, $n(B)=3$ ។ -សិស្សស្តាប់ ។ -ដូចនេះចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើងបន្ទាប់គឺ $n(A)\times n(B)=4\times3=12$ របៀប -សិស្សទាញជាទូទៅ
-ឲ្យសិស្សទាញជាទូទៅ	-ជាទូទៅ:បើគេមានព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើង m របៀប ហើយព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើង n របៀប នោះចំនួនលទ្ធផលដែលព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើងហើយ B កើតឡើងបន្ទាប់ស្មើនឹង $m\times n$ ។	-ជាទូទៅ:បើគេមានព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើង m របៀប ហើយព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើង n របៀប នោះចំនួនលទ្ធផលដែលព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើងហើយ B កើតឡើងបន្ទាប់ស្មើនឹង $m\times n$
-ដាក់ប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សធ្វើ: ១. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ មួយស និងមួយទៀតក្រហម។រកចំនួនលទ្ធផលដែលកើតឡើងកាលណាលទ្ធផលមានផលបូកស្មើនឹង 5ឬ6 ។ ២. កំណត់ចំនួនស្លាកលេខដើម្បីសម្គាល់វត្ថុតាមប្រភេទដោយប្រើតួអក្សរមួយពី A ដល់ H សរសេរពីមុខលេខដែលប្រើលេខពី1ដល់15 ។	ប្រតិបត្តិ: ១. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ មួយស និងមួយទៀតក្រហម។រកចំនួនលទ្ធផលដែលកើតឡើងកាលណាលទ្ធផលមានផលបូកស្មើនឹង 5ឬ6 ។ ២. កំណត់ចំនួនស្លាកលេខដើម្បីសម្គាល់វត្ថុតាមប្រភេទដោយប្រើតួអក្សរមួយពី A ដល់ H សរសេរពីមុខលេខដែលប្រើលេខពី1ដល់15 ។	-សិស្សឡើងធ្វើ: ១/. គូលំដាប់មានផលបូកស្មើ5គឺ: $(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)$ និង គូលំដាប់មានផលបូកស្មើ6 គឺ: $(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)$ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍មានផលបូកស្មើ5និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មានផលបូកស្មើ6 នោះគេបាន: $n(A\cup B)=4+5=9$ របៀប។

		២/. កំណត់ចំនួនស្លាកលេខ: តាង $n(A)$ ជាចំនួនអក្សរពី A ដល់ H នោះ $n(A)=8$ និង $n(B)$ ជាចំនួនលេខពីលេខ 1ដល់15 នោះ $n(B)=15$ ដូចនេះតាមគោលការណ៍ផលគុណគេបានចំនួនស្លាកលេខគឺ $n(A)\times n(B)=8\times 15=120$ ស្លាកលេខ។
-តើ $n(A\cup B)=?$ -តើចំនួនលទ្ធផលនៃព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើងនិង B កើតឡើងបន្ទាប់ស្មើអ្វី?	**ជំហានទី៤** (ពង្រឹងចំនេះដឹង)	-$n(A\cup B)=n(A)\times n(B)-n(A\cap B)$ -ស្មើនឹង $n(A)\times n(B)$ ។
-ធ្វើលំហាត់លេខ1និងលេខ 2 ទំព័រទី 75 នៅផ្ទះ។	**ជំហានទី៥** -លំហាត់លេខ1និងលេខ 2 ទំព័រទី 75 នៅផ្ទះ។	-សិស្សកត់ត្រាលេខលំហាត់និងលេខទំព័រទុកធ្វើនៅផ្ទះ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា
- ថ្នាក់ទី ៖ ១០
- ជំពូកទី៨ ៖ ចម្លាស់ និងបន្សំ
- មេរៀនទី១ ៖ ចម្លាស់
- រយៈពេល ៖ ០១ម៉ោង

I. **<u>វត្ថុបំណង</u>**

- ចំណេះដឹង: កំណត់សញ្ញាណចម្លាស់ n ធាតុតាមរយៈឧទាហរណ៍បានត្រឹមត្រូវ ។
- ចំណេះធ្វើ: គណនាចំនួនចម្លាស់នៃ n ធាតុនិងចេះសង់ដ្យាក្រាមដើមឈើបានត្រឹមត្រូវ ។
- ឥរិយាបថ: មានស្មារតីប្រុងប្រយ័ត្នខ្ពស់ក្នុងការគិតលើលំហាត់ ។

II. **<u>ខ្លឹមសារមេរៀន</u>**

2/.ចម្លាស់

ក. ចម្លាស់នៃ n ធាតុ

III. **<u>សម្ភារៈឧបទេស</u>**

- កាត់ក្រដាសកាតុងរាងជាការេតូចៗមានចុះលេខ ។

IV. **<u>ដំណើរការនាំមេរៀន:</u>** (រយៈពេល០១ម៉ោង)

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និងអវត្តមាន។	**<u>ជំហានទី១</u>** (លំនឹងថ្នាក់)	-តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-តាមគោលការណ៍ផលគុណបើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរកើតឡើងបន្តបន្ទាប់ តើចំនួនលទ្ធផលមានប៉ុន្មានបែប?	**<u>ជំហានទី២</u>** (រំលឹកមេរៀនចាស់)	-គឺ: $n(A)\times n(B)$ ដែល $n(A)$ ជាចំនួនលទ្ធផលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A និង $n(B)$ ជាចំនួនលទ្ធផលកើតក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ B ។
	<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) <u>ជំពូកទី៨</u> ចម្លាស់ និងបន្សំ	

<table>
<tr><td></td><td>មេរៀនទី១ ចម្លាស់ (ត)
2.ចម្លាស់
ក. ចម្លាស់នៃ n ធាតុ</td><td></td></tr>
<tr><td>-ដាក់ឧទាហរណ៍ទី១ឲ្យសិស្សសង្កេត។</td><td>-គេមានប័ណ្ណ 4 សន្លឹកចុះលេខ 6,7,8 និង 9 ។បើគេយកប័ណ្ណនីមួយៗមកតម្រៀបជាជួរមានលំដាប់នោះគេបានលទ្ធផលផ្សេងៗគ្នាដែលជាចំនួនមាន 4 លេខ។ចូរកំណត់ចំនួននៃចំនួនមាន 4 លេខដែលបង្កើតបាន។</td><td>-សិស្សសង្កេត។</td></tr>
<tr><td>-យកប័ណ្ណ 4 សន្លឹកចុះលេខ 6,7,8 និង 9 ដែលបានរៀបចំទុកឲ្យសិស្សពិភាក្សា។
-តំបូងឲ្យសិស្សគូការេជាប់គ្នា 4 តាមជួរដេក។</td><td>-ដើម្បីបានលទ្ធផលក្នុងការរៀបលេខទាំង 4 នេះគេត្រូវគិតថាគេយកប័ណ្ណនីមួយៗមករៀបក្នុងការេជាប់ៗគ្នា 4 ខាងក្រោម:</td><td>-សិស្សផ្តុំគ្នាដើម្បីពិភាក្សា។
-សិស្សធ្វើតាមការណែនាំ។</td></tr>
<tr><td>-តំបូងគេយប័ណ្ណមួយក្នុងចំណោម 4 មកដាក់ក្នុងការេទី1។តើការដាក់ប័ណ្ណក្នុងការេទី1នេះមានប៉ុន្មានជម្រើស?</td><td><table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>-ក្នុងការេទី1គេមាន 4 ជម្រើស។
ឧបមាថាយកបានលេខ8មកដាក់ក្នុងការេទី1។</td><td>-មាន 4 ជម្រើស។</td></tr>
<tr><td>-ឧបមាថាយកបានលេខ8មកដាក់ការេទី1។ គេត្រូវរើសយកបណ្ណ័ 3 ដែលនៅសល់មកដាក់ក្នុងការេទី 2 ទៀត។សម្រាប់ការេទី 2 គេបានប៉ុន្មានជម្រើស?</td><td><table><tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>-គេនៅសល់ការេ 3 ទៀតសម្រាប់ 3 លេខ។មានន័យថាការេទី 2 គេមាន 3ជម្រើស។ឧបមាថាយកបានលេខ 6 ដាក់ក្នុងការេទី 2 ៖</td><td>-ក្នុងការេទី 2 គេមាន 3ជម្រើស។</td></tr>
<tr><td>-ឧបមាថាយកបានលេខ 6 មកដាក់ការេទី 2 ។ គេត្រូវរើសយកបណ្ណ័ 2 ដែលនៅសល់មកដាក់ក្នុងការេទី 3 ទៀត។សម្រាប់ការេទី 3 គេបានប៉ុន្មានជម្រើស?</td><td><table><tr><td>8</td><td>6</td><td></td><td></td></tr></table>-គេនៅសល់ការេ 2 ទៀត។មានន័យថាការេទី 3 គេមាន 2 ជម្រើស
ឧបមាថាយកបានលេខ 9 ដាក់ក្នុងការេទី 3 ៖</td><td>-ក្នុងការេទី 3 គេមាន 2 ជម្រើស។</td></tr>
<tr><td>-ឧបមាថាយកបានលេខ9មកដាក់ការេទី 3 ។តើសម្រាប់ការេទី 4 មានតែប៉ុន្មានជម្រើស?គឺលេខប៉ុន្មាន?</td><td><table><tr><td>8</td><td>6</td><td>9</td><td></td></tr></table>-គេនៅសល់តែ1ការេសម្រាប់1</td><td>-មានតែមួយជម្រើសគឺលេខ 7 ។</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>-ដូចនេះតាមគោលការណ៍ផលគុណចំនួននៃចំនួនមាន 4 លេខ ដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់មាន ប៉ុន្មាន?

-ប្រាប់សិស្សថា:ការតម្រៀបប័ណ្ណ 4 សន្លឹកផ្សេងគ្នាតាម 4 កន្លែង ផ្សេងគ្នាហើយគិតលំដាប់នេះហៅ ថាចម្លាស់ 4 នៃធាតុ។ចំនួន ចម្លាស់ នៃ 4 ធាតុគឺ $4\times3\times2\times1$ ឬ គេសរសេរដោយខ្លីគឺ: 4!(4!អានថា 4 ហ្វាក់តូរ្យែល) ដែល $4!=4\times3\times2\times1$ ។
-ឲ្យសស្សទាញជាទូទៅ

-ដាក់ប្រតិបត្តិ១ ឲ្យសិស្សធ្វើ។
គេរៀបសៀវភៅ10 ក្បាលខុសគ្នា ដាក់ជាជួរលើថតទូមួយ។
ក. តើការតម្រៀបនេះមានប៉ុន្មាន របៀបខុសគ្នា?
ខ/ បើគេកំណត់ឲ្យសៀវភៅ 3 ក្បាលនៅជាប់គ្នាជានិច្ច តើការតម្រៀបនេះមានប៉ុន្មាន របៀប?</td>
<td>លេខមានន័យថាយើងមានតែ1 ជម្រើសគឺលេខ 7 គេបាន:
<table><tr><td>8</td><td>6</td><td>9</td><td>7</td></tr></table>-ដូចនេះតាមគោលការណ៍ផល គុណចំនួននៃចំនួនមាន 4 លេខ ដែលអាចកើតមានឡើងទាំងអស់ មាន $4\times3\times2\times1=24$ របៀប។
-ការតម្រៀបប័ណ្ណ 4 សន្លឹកផ្សេងគ្នាតាម 4 កន្លែងផ្សេងគ្នាហើយគិត លំដាប់នេះហៅថាចម្លាស់ 4 នៃ ធាតុ។ចំនួនចម្លាស់នៃ 4 ធាតុគឺ $4\times3\times2\times1$ ឬគេសរសេរដោយខ្លី គឺ: 4! ។
(4!អានថា 4 ហ្វាក់តូរ្យែល)ដែល $4!=4\times3\times2\times1$ ។
-ជាទូទៅ: ចម្លាស់នៃ n ធាតុគឺជា តម្រៀបមានលំដាប់នៃ n វត្ថុខុសៗគ្នាជាជួរដេក $(n\in N)$ ។ ចំនួនចម្លាស់នៃ n ធាតុស្មើនឹង $n!$ ។
4!អានថា 4 ហ្វាក់តូរ្យែលដែល:
$n!=n(n-1)(n-2)\times...\times3\times2\times1$

-ប្រតិបត្តិ១
គេរៀបសៀវភៅ10 ក្បាលខុសគ្នា ដាក់ជាជួរលើថតទូមួយ។
ក. តើការតម្រៀបនេះមានប៉ុន្មាន របៀបខុសគ្នា?
ខ/ បើគេកំណត់ឲ្យសៀវភៅ 3 ក្បាលនៅជាប់គ្នាជានិច្ច តើការតម្រៀបនេះមានប៉ុន្មាន របៀប?</td>
<td>-មាន $4\times3\times2\times1=24$ របៀប។

-សិស្សស្តាប់ ។

--ជាទូទៅ: ចម្លាស់នៃ n ធាតុគឺជាតម្រៀបមានលំដាប់នៃ n វត្ថុខុសៗគ្នាជាជួរដេក $(n\in N)$ ។ ចំនួនចម្លាស់នៃ n ធាតុស្មើនឹង $n!$ ។
4!អានថា 4 ហ្វាក់តូរ្យែលដែល:
$n!=n(n-1)(n-2)\times...\times3\times2\times1$

-សិស្សឡើងធ្វើ:
ក/ ដោយសៀវភៅមាន10 ក្បាល ដូចនេះចំនួនរបៀបដែលអាច រៀបបានគឺជាចម្លាស់នៃ10 ធាតុ ចំនួនចម្លាស់នោះគឺ: 10! ។
ខ/ សៀវភៅ3ក្បាលនៅជាប់គ្នា គឺជាចម្លាស់នៃ3ធាតុគឺ 3!។យើង ចាត់ទុកសៀវភៅនៅជាប់គ្នាទាំង3 គឺជាធាតុតែ1គេបានចំនួនរបៀប ទាំងអស់គឺ $3!\times8!$ ។</td>
</tr>
</table>

-ចម្លាស់នៃ n ធាតុគឺជាអ្វី? -ចំនួនចម្លាស់នៃ n ធាតុស្មើនឹងអ្វី?	**ជំហានទី៤**	-ចម្លាស់នៃ n ធាតុគឺជាតម្រៀបមានលំដាប់នៃ n វត្ថុខុសៗជាជួរដេក ($n \in N$)។ -ស្មើនឹង $n!$ ។
-ឲ្យសិស្សធ្វើប្រតិបត្តិទី២ទំព័រទី៦៨	**ជំហានទី៥** -ប្រតិបត្តិទី២ទំព័រទី៦៨	-សិស្សធ្វើតាមការណែនាំ ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា
- ថ្នាក់ទី ៖ ១០
- ជំពូកទី៨ ៖ ចម្លាស់ និងបន្សំ
- មេរៀនទី១ ៖ ចម្លាស់
- រយៈពេល ៖ ០២ម៉ោង

I. **វត្ថុបំណង**

- ចំណេះដឹង: កំណត់សញ្ញាណចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុបានត្រឹមត្រូវ ។
- ចំណេះធ្វើ: គណនាចណ្ឌនចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុបានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍ក្នុងមេរៀន។
- ឥរិយាបថ: មានស្មារតីសហការណ៍គ្នាក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងចិត្តចង់រៀនមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា ។

II. **ខ្លឹមសារមេរៀន**

2/.ចម្លាស់

ខ/. ចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ

III. **សម្ភារៈឧបទេស**

- ក្រដាសកាតុងតូចៗចំនួន 6 មានចុះលេខ $0,1,3,5,7,9$ ។

IV. **ដំណើកនាំមេរៀន:** (រយៈពេល០២ម៉ោង)

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និងអវត្តមាន។	**ជំហានទី១** (លំនឹងថ្នាក់)	-តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-បើគេស្គាល់ 3 លេខ: $5,7,9$ តើគេអាចបង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ខុសគ្នាដោយប្រើលេខទាំង 3 ខ្ទង់នេះបានប៉ុន្មានរបៀប?	**ជំហានទី២** (រលឹកមេរៀនចាស់)	-ចំនួនដែលមានលេខ 3 ខ្ទង់ខុសៗគ្នាដែលលេខនីមួយៗយកពី 3 លេខ: $5,7,9$ ជាចម្លាស់ 3 ធាតុ ចំនួនចម្លាស់គឺ: $3!=3\times2=6$ របៀប។
	ជំហានទី៣ (មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ)	

	<u>ជំពូកទី៨</u> ចម្លាស់ និងបន្សំ <u>មេរៀន</u>ទី១ ចម្លាស់ (ត) 2/.**<u>ចម្លាស់</u>** **ខ/. <u>ចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ</u>**	
-ដាក់ឧទាហរណ៍ឲ្យសិស្សសង្កេត និងធ្វើការណែនាំ ។ -យកកាតុងទាំង6លេខមកប្រើតាមក្រុម។សួរសិស្សថាតើចំនួនលេខក្នុងលេខកូដនិងចំនួនលេខយកមកប្រើស្មើគ្នាឬទេ?	-ឧទាហរណ៍: គេបង្កើតលេខកូដមាន4ខ្ទង់ខុសៗគ្នាដើម្បីធ្វើប័ណ្ណពិសេសដោយប្រើ6លេខគឺ: $0,1,3,5,7,9$ ។ តើគេបង្កើតលេខកូដបានប៉ុន្មានប័ណ្ណ?	-សិស្សសង្កេត និងធ្វើការណែនាំរបស់គ្រូ ។ -មិនស្មើគ្នាទេ គឺក្នុងលេខកូដមាន 4ខ្ទង់ និងលេខយកមកប្រើមាន6លេខ។
-ប្រាប់សិស្សថាការបង្កើតលេខនេះគឺជាការតម្រៀប4លេខខុសគ្នាមានលំដាប់ដែលលេខនីមួយៗយក ចេញពី6លេខខុសគ្នា។	-លេខកូដដែលអាចបង្កើតឡើងគឺជាការតម្រៀប4លេខខុសគ្នាមានលំដាប់ដែលលេខនីមួយៗយកចេញពី6លេខខុសគ្នា។	-សិស្សស្តាប់ ។
-បើគេជ្រើសរើសយក1លេខមកសរសេរនៅខ្ទង់ទី1 តើគេមានប៉ុន្មានជម្រើស? -ក្រោយពីយកមួយលេខសរសេរក្នុងខ្ទង់ទី1ហើយតើគេមានប៉ុន្មានជម្រើសសម្រាប់ខ្ទង់ទី2? -ក្រោយពីសរសេរលេខក្នុងខ្ទង់ទី1 និងទី 2រួចតើមានប៉ុន្មានជម្រើសសម្រាប់ខ្ទង់ទី3 ? -តើសម្រាប់1លេខចុងក្រោយនេះគេមានប៉ុន្មានជម្រើស?	-ដោយលេខកូដត្រូវបង្កើតមាន4ខ្ទង់ហើយលេខត្រូវប្រើសម្រាប់បង្កើតលេខកូដមាន6លេខគេបាន: -ខ្ទង់ទី1មាន6ជម្រើស -ខ្ទង់ទី2មាន5ជម្រើស -ខ្ទង់ទី3មាន4ជម្រើស -ខ្ទង់ទី4មាន3ជម្រើស តាមគោលការណ៍ផលគុណគេបានចំនួនលេខកូដទាំងអស់គឺ: $6\times5\times4\times3=360$ របៀប ។	-គេមាន6ជម្រើស ។ -គេមាន5ជម្រើស ។ -គេមាន 4ជម្រើស ។ -គេមាន3ជម្រើស ។
-ដូចនេះតាមគោលការណ៍ផលគុណតើចំនួនលទ្ធផលទាំងអស់មានប៉ុន្មានរបៀប? -ប្រាប់សិស្សថាចំនួនចម្លាស់នៃ4ធាតុយកពី6	-ចំនួនចម្លាស់នៃ4ធាតុយកពី6ធាតុគេកំណត់សរសេរ $P(6,4)=6\times5\times4\times3$ គេអាចសរសេរ:	-តាមគោលការណ៍ផលគុណគេបានចំនួរបៀបគឺ: $6\times5\times4\times3=360$ របៀប ។ -សិស្សស្តាប់ដោយយកចិត្តទុកដាក់

ធាតុគេកំណត់សរសេរ $P(6,4)=6\times5\times4\times3$ គេអាចសរសេរ: $P(6,4)=\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1}$ $=\dfrac{6!}{2!}=\dfrac{6!}{(6-4)!}$ -បើចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ គេអាចសរសេរបានដូចម្តេច?	$P(6,4)=\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1}$ $=\dfrac{6!}{2!}=\dfrac{6!}{(6-4)!}$	-គេសរសេរ: $P(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!}$
-ឲ្យសិស្សទាញជាទូទៅ -ដាក់ឧទាហរណ៍ទី២ -ណែនាំសិស្សឲ្យធ្វើលំហាត់ឧទាហរណ៍ទី២។	ជាទូទៅ ចម្លាស់នៃ r យកពី n ធាតុ គឺជាតម្រៀបមានសំដាប់នៃ r ធាតុខុសៗគ្នាដែលធាតុនីមួយៗយកចេញពី n ធាតុខុសៗគ្នា។ $(n\in N, r\in N, r\le n)$ ។ចំនួនចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺ: $P(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ ឬ $P(n,r)=n(n-1)(n-2)...(n-r+1)$ ។ **សម្គាល់:** បើ $r=n$ នោះជាចម្លាស់នៃ n ធាតុ គេបាន $P(n,n)=n!$ និង $0!=1$ ។ -ឧទាហរណ៍២ ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 7 គ្រាប់ដែលមានពណ៌ខុសៗគ្នា(ស ក្រហម ខៀវ លឿង ខ្មៅ បៃតង ត្រួយចេក) គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់ រួចកត់ត្រាពណ៌ទុកចំនួន 3 ដងបន្តបន្ទាប់ដោយមិនដាក់ចូលថង់វិញ។ ក/.តើការយកឃ្លីចេញពីថង់តាមរបៀបនេះ បានលទ្ធផលប៉ុន្មាន? ខ/. រកចំនួនលទ្ធផលដែលឃ្លីយកចេញលើកទី 2 ជាឃ្លីពណ៌ក្រហម	-សិស្សទាញជាទូទៅ ចម្លាស់នៃ r យកពី n ធាតុគឺជាតម្រៀបមានសំដាប់នៃ r ធាតុខុសៗគ្នាដែលធាតុនីមួយៗយកចេញពី n ធាតុខុសៗគ្នា។ $(n\in N, r\in N, r\le n)$ ។ ចំនួនចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺ: $P(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ ឬ $P(n,r)=n(n-1)(n-2)...(n-r+1)$ -ចម្លើយ ក ./តម្រៀបបែនេះជាចម្លាស់នៃ 3 ធាតុយកពី 7 ធាតុចំនួនលទ្ធផលគឺ $P(7,3)=7\times6\times5=210$ ខ/.ដោយការចាប់យកឃ្លីលើកទី 2 បានពណ៌ក្រហមគេបាន: ការចាប់យកលើកទី1មាន 7 ជម្រើស ការចាប់លើទី 2 មាន1 មួយជម្រើសគឺក្រហម និងលើកទី 3 មាន 5

-ដាក់ប្រតិបត្តិឲ្យសិស្សធ្វើ -ប្រតិបត្តិ គេចង់បង្កើតគណៈកម្មការសិស្ស មានគ្នា 4 នាក់ម្នាក់ជាប្រធាន ម្នាក់ជាអនុប្រធាន ម្នាក់ជាលេខា និង ម្នាក់ទៀតជាសមាជិកដើម្បីជួយការងារសាលារៀន។សមាភាព គណៈកម្មការទាំងនេះត្រូវរើសក្នុង ចំណោមសិស្ស10 នាក់។ ក/.កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការដែលបង្កើតបាន? ខ/.កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការ ដែលមានសុខជាលេខា?	-ប្រតិបត្តិ គេចង់បង្កើតគណៈកម្មការសិស្ស មានគ្នា 4 នាក់ម្នាក់ជាប្រធាន ម្នាក់ជាអនុប្រធាន ម្នាក់ជាលេខា និង ម្នាក់ទៀតជាសមាជិកដើម្បីជួយការងារសាលារៀន។សមាភាព គណៈកម្មការទាំងនេះត្រូវរើសក្នុង ចំណោមសិស្ស10 នាក់។ ក/.កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការ ដែល បង្កើតបាន? ខ/. ណាត់ចំនួនគណៈកម្មការដែល មានសុខជាលេខា?	ជម្រើស។ដូចនេះចំនួនលទ្ធផលគឺ: $7\times1\times5=35$ របៀប។ -ចម្លើយ: ក/. កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការ ដោយគណៈកម្មការត្រូវរើសមាន 4 នាក់រើសចេញពីចំណោមសិស្ស 10 នាក់ ជាចម្លាស់ 4 ធាតុ ជ្រើសចេញពី10 ធាតុ។ចំនួន ចម្លាស់នេះគឺ: $P(10,4)=\frac{10!}{(10-4)!}=\frac{10!}{6!}$ $=10\times9\times8\times7=5040$ របៀប ខ/. កំណត់ចំនួនគណៈកម្មការ មានសុខជាលេខា ការជ្រើសរើសយកប្រធានមាន 10 ជម្រើស អនុប្រធានមាន 9 ជម្រើស លេខាមានតែ1ជម្រើស គឺសុខ និងសមាជិកមាន 7 ជម្រើស ដូចនេះចំនួរបៀបគឺ $10\times9\times1\times7=630$ របៀប ។
-ដូចម្តេចដែលហៅថាចម្លាស់ r ធាតុយកចេញ n ធាតុ? -ចំនួនចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុស្មើអ្វី?	ជំហានទី៤	-គឺជាតម្រៀបមានលំដាប់នៃ r ធាតុខុសៗគ្នាដែលធាតុនីមួយៗ យកចេញពី n ធាតុខុសៗគ្នា។ -គឺ $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$

-ធ្វើលំហាត់ប្រតិបត្តិទី 2 ទំព័រទី 68 និងលំហាត់លេខ 3 ទំព័រទី 75 ។	<u>ជំហានទី៥</u> -លំហាត់ប្រតិបត្តិទី 2 ទំព័រទី 68 និងលំហាត់លេខ 3 ទំព័រទី 75 ។	-សិស្សកត់ត្រាលេខលំហាត់ និងលេខទំព័រទុក។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា
- ថ្នាក់ទី ៖ ១០
- ជំពូកទី៨ ៖ ចម្លាស់ និងបន្សំ
- មេរៀនទី១ ៖ ចម្លាស់
- រយៈពេល ៖ ០២ម៉ោង

I. **<u>វត្ថុបំណង</u>**

- ចំណេះដឹង: កំណត់សញ្ញាណចម្លាស់ច្រំដែល និងចម្លាស់វង់បានត្រឹមត្រូវ ។
- ចំណេះធ្វើ: រាប់ចំនួនចម្លាស់ច្រំដែល និងគណនាចំនួនចម្លាស់វង់បានត្រឹមត្រូវតាមរយៈឧទាហរណ៍ក្នុងមេរៀន។
- ឥរិយាបថ: មានគំនិតច្នៃប្រឌិតខ្ពស់ក្នុងការវិភាគលើលំហាត់ចម្លាស់ ។

II. **<u>ខ្លឹមសារមេរៀន</u>**

2/.ចម្លាស់

គ/. ចម្លាស់ច្រំដែល

ឃ/. ចម្លាស់វង់

III. **<u>សម្ភារៈឧបទេស</u>**

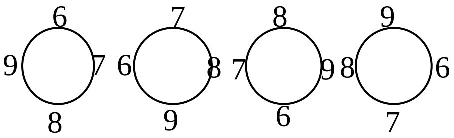
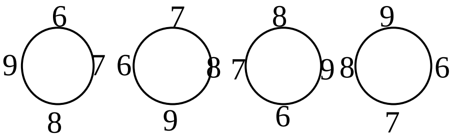
- គ្រាប់ឡុកឡាក់ និងកាតុងតូចៗចុះលេខ 6,7,8,9 ។

IV. **<u>ដំណើកនាំមេរៀន:</u>** (រយៈពេល០២ម៉ោង)

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
-ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យ និងអវត្តមាន។	**<u>ជំហានទី១</u>** (លំនឹងថ្នាក់)	-តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
-គេមានខ្មៅដៃ5ដើមមានពណ៌ខុសៗគ្នា។គេយកខ្មៅដៃ3ដើមយកមកតម្រៀបឲ្យឆ្លាស់ពណ៌គ្នា។ តើគេអាចរៀបបានប៉ុន្មានរបៀប?	**<u>ជំហានទី២</u>** (រលឹកមេរៀនចាស់)	-គឺជាចម្លាស់នៃ3ធាតុខុសគ្នាយកចេញពី5ធាតុ។ចំនួនតម្រៀបគឺ: $P(5,3)=\dfrac{5!}{(5-1)!}=5\times4\times3=60$

	ជំហានទី៣ (មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) ជំពូកទី៨ ចម្លាស់ និងបន្សំ មេរៀនទី១ ចម្លាស់ (តចប់) 2.ចម្លាស់ គ/. ចម្លាស់ច្រំដែល	
-ណែនាំសិស្សសង្កេតឧទាហរណ៍១ រួចសួរសិស្សឲ្យរកភាពខុសគ្នារវាងចំនួននីមួយៗដែលថាលេខកូដក្នុងចំនួននេះ និងលេខកូដក្នុងឧទាហរណ៍១ផ្នែក(ខ)។	-ឧទាហរណ៍១៖ការបង្កើតលេខកូដសម្រាប់ប័ណ្ណពិសេសក្នុងឧទាហរណ៍ផ្នែក(ខ)។បើលេខកូដនោះអាចមានលេខដដែលៗកើតឡើងតើគេអាចសរសេរប័ណ្ណបានប៉ុន្មានរបៀប?	-ចំនួនរបៀបក្នុងឧទាហរណ៍នេះអាចមានលេខដូចគ្នា ឯឧទាហរណ៍ផ្នែល(ខ)លេខកូដខុសៗគ្នាទាំង 4 ខ្ទង់។
-ប្រាប់សិស្សថាការបង្កើតលេខកូដនេះគឺជាតម្រៀប 4 លេខដែលលេខទាំង 4 ខ្ទង់នេះអាចមានលេខដូចគ្នា 2 លេខឬ 3 លេខឬ 4 ឬខុសគ្នាទាំង 4 លេខ។	-ប្រាប់សិស្សថាការបង្កើតលេខកូដនេះគឺជាតម្រៀប 4 លេខដែលលេខទាំង 4 ខ្ទង់នេះអាចមានលេខដូចគ្នា 2 លេខឬ 3 លេខឬ 4 ឬខុសគ្នាទាំង 4 លេខ។	-សិស្សស្តាប់ ។
-តើគេមានលេខចំនួនប៉ុន្មានដើម្បីរើសយកមួយមកសរសេរខ្ទង់ទី1? -ចុះខ្ទង់ទី 2 មានប៉ុន្មានលេខសម្រាប់ជ្រើស? ព្រោះអ្វី? -ដូចគ្នាដែរក្នុងខ្ទង់ទី 3 និងខ្ទង់ទី 4 មានប៉ុន្មានលេខដើម្បីជ្រើសរើស? -តើការបង្កើតលេខកូដនេះមានប៉ុន្មានព្រឹត្តិការណ៍កើតឡើង?តើព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗមានប៉ុន្មានរបៀប?	-លេខកូដអាចមានលេខដដែលគឺជាតម្រៀប 4 លេខតាមលំដាប់ដែលលេខនីមួយៗយកចេញពី 6 លេខហើយលេខដែលយកទៅប្រើមុនក៏អាចប្រើខ្ទង់បន្ទាប់ទៀតដែរ។ មានន័យថាខ្ទង់ទី1មាន 6 ជម្រើសនោះលេខសម្រាប់ខ្ទង់បន្ទាប់ក៏មាន 6 ជម្រើសដែរ។	-គេមាន 6 លេខសម្រាប់ជ្រើស។ -គេមាន 6 លេខដែរ ព្រោះលេខប្រើខ្ទង់ទី1រួចអាចប្រើក្នុងខ្ទង់ទី 2 ទៀត -មាន 6 លេខសម្រាប់ជ្រើសរើស។ -មាន 4 ព្រឹត្តិការណ៍ ហើយព្រឹត្តិ. នីមួយៗមាន 6 របៀប។ -ចំនួនលទ្ធផលទាំងអស់គឺ: $6\times6\times6\times6=6^4$ ។
-តាមគោលការណ៍ផលគុណគេបានចំនួនលទ្ធផលទាំងអស់ស្មើប៉ុន្មាន?	-តាមគោលការណ៍ផលគុណគេបានចំនួនប័ណ្ណទាំងអស់គឺ: $6\times6\times6\times6=6^4$ ។	-សិស្សស្តាប់ ។
-ប្រាប់សិស្សថាការតម្រៀបលេខជាជួរមានលំដាប់អាចមានលេខដដែ		

លកើតឡើងហើយលេខនីមួយៗយកចេញពី 6 លេខហៅថាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 4 ធាតុយកពី 6 ធាតុ។	-ដូចនេះចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺ n^r ។	
-ចុះបើចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ តើចំនួនចម្លាស់នេះស្មើប៉ុន្មាន? -ឲ្យសិស្សសន្និដ្ឋានទូទៅ	-ជាទូទៅ ចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺជាតម្រៀបមានលំដាប់នៃ r ធាតុដែលធាតុនីមួយៗអាចជាធាតុដដែលយកចេញពី n ធាតុខុសគ្នា។ ចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុស្មើនឹង n^r ។	-ចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺ n^r ។ -សិស្សទាញជាទូទៅ ចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺជាតម្រៀបមានលំដាប់នៃ r ធាតុដែលធាតុនីមួយៗអាចជាធាតុដដែលយកចេញពី n ធាតុខុសគ្នា។ ចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុស្មើនឹង n^r ។
-ដាក់ឧទាហរណ៍ទី២ឲ្យសិស្សធ្វើ:	-***ឧទាហរណ៍ទី២ៈ*** គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួន 2 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។រកចចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងទាំងអស់។	-លទ្ធផលនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចំនួន 2 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នានេះគឺជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 2 ធាតុយកពី 6 ធាតុ។ចំនួនចម្លាស់នេះគឺ: $6^2 = 36$
	ឃ/. **<u>ចម្លាស់វង់</u>** ឧទាហរណ៍១ៈ គេតម្រៀបប័ណ្ណ 4 សន្លឹកចុះលេខ 6,7,8,9 ដាក់ជារង្វង់។ តើគេបានលទ្ធផលចំនួនប៉ុន្មានបែប?	
-ណែនាំឲ្យសិស្សសង្កេតឧទាហរណ៍១។	-ចម្លាស់នៃ 4 គឺ: $24! = 24$ របៀប 6789 7896 8967 9678 6798 7986 8679 9867 6879 7968 8796 9687 6897 7689 8976 9768 6978 7869 8697 9786 6987 7698 8769 9876	-សិស្សសង្កេត និងធ្វើតាមការណែនាំរបស់គ្រូ។
-បើគេយកប័ណ្ណទាំង 4 នេះមកតម្រៀបជាជួរតាមលំដាប់មុខក្រោយតើការតម្រៀបបែបនេះហៅថាចម្លាស់ប៉ុន្មានធាតុ?មានប៉ុន្មានបែបខុសគ្នា?	-បើយើងយកក្រុម: 6789 7896 8967 9678 មកតម្រៀបជារង្វង់។	-ជាចម្លាស់នៃ 4 ធាតុ ហើយចំនួនតម្រៀបគឺ: $4! = 24$ របៀប។
-ឲ្យសិស្សសរសេរចម្លាស់ទាំង 24 របៀបនេះដាក់ក្នុងសៀវភៅ។		-ធ្វើតាមការណែនាំ។

-គ្រូលើកយកតម្រៀបមួយក្រុមខាងក្រោមដើម្បីឲ្យសិស្សធ្វើសកម្មភាពតាមក្រុម: 6789 7896 8967 9678 ឲ្យសិស្សរៀបជារង្វង់។ -តើការតម្រៀបជារង្វង់ទាំង 4 លេខរបស់ជួរដេកនេះមានការផ្លាស់ប្តូរលេខលំដាប់លេខរៀងឬទេ? មានប៉ុន្មានរបៀប? -តើចម្លាស់រង្វង់នៃ 4 ធាតុកំណត់បានដូចម្តេច? ដូចនេះចំនួនចម្លាស់រង្វង់នៃ n ធាតុកំណត់បានដូចម្តេច ?	 -គេសង្កេតឃើញថាក្នុងក្រុម 6789 7896 8967 9678 ជារបៀបតែមួយរបៀបបើដាក់ជារង្វង់ព្រោះ 6 ជិត 7 7 ជិត 8 8 ជិត 9 9 ជិត 6 មិនប្តូរលំដាប់។ដោយចំនួនទាំងអស់មាន 6 ក្រុម នោះចម្លាស់នៃ 4 ធាតុមាន 6 របៀប។ ដូចនេះ ចំនួនចម្លាស់រង្វង់នៃ 4 ធាតុតិចជាង 4 ដង ។ គេកំណត់បាន ចំនួនចម្លាស់រង្វង់នៃ 4 ធាតុគឺ $\frac{4!}{4}$ ។ **ដូចនេះ:**ចំនួនចម្លាស់រង្វង់នៃ n កំណត់បានរូបមន្ត $\frac{n!}{n}=(n-1)!$	 -សិស្សយកតាតុងចុះលេខទាំង 4 មកតម្រៀបជារង្វង់តាមលំដាប់របស់ជួរដេក 6789 រួចកត់ត្រាទុក។ -មិនបានប្តូរផ្លាស់ទេ ព្រោះ 6 ជិត 7 7 ជិត 8 8 ជិត 9 9 ជិត 6 -ចម្លាស់រង្វង់នៃ 4 ធាតុកំណត់បាន $\frac{4!}{4}$ ចំនួនចម្លាស់រង្វង់នៃ n ធាតុកំណត់បានរូបមន្ត $\frac{n!}{n}=(n-1)!$ របៀប។

-ឧទាហរណ៍២៖ គ្រួសារមួយមានមនុស្សចាស់ 4 នាក់និងក្មេង 2 នាក់ អង្គុយហូបបាយជុំតុមូលមួយ ។ ក.តើការអង្គុយនេះមានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា ។ ខ. បើក្មេង 2 នាក់អង្គុយជិតគ្នាជានិច្ចតើការអង្គុយនេះមានប៉ុន្មានរបៀប ?	ជំហានទី ៤ (ពង្រឹងពុទ្ធិ) -ឧទាហរណ៍២៖ គ្រួសារមួយមានមនុស្សចាស់ 4 នាក់ និងក្មេង 2 នាក់ អង្គុយហូបបាយជុំតុមូលមួយ ។ ក.តើការអង្គុយនេះមានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា ។ ខ. បើក្មេង 2 នាក់អង្គុយជិតគ្នាជានិច្ចតើការអង្គុយនេះមានប៉ុន្មានរបៀប ?	-ក. របៀបអង្គុយរបស់មនុស្ស 6 នាក់នេះជាចម្លាស់រង់ នៃ 6 ធាតុ ចំនួនចម្លាស់រង់នៃ 6 ធាតុគឺ $\frac{6!}{6}=5!=5\times4\times3\times2\times1=120$ ខ.បើក្មេង 2 នាក់អង្គុយជិតគ្នា នោះយើងគិតថាក្មេង 2 នាក់នេះអង្គុយរួមគ្នាមួយកន្លែងដូចនេះ ជាចម្លាស់រង់ 5 ធាតុប៉ុន្តែរបៀបដែលក្មេងទាំងពីរអង្គុយជិតគ្នាមានពីររបៀបផ្សេងគ្នា(ឆ្វេងស្តាំ)។គេបានចំនួនចំម្លាស់រង់ដែលក្មេងពីរនាក់អង្គុយជាប់គ្នាគឺ: $2!(5-1)!=2\times4!=48$ របៀប។
-ដាក់លំហាត់: សិស្សមួយក្រុមមានស្រី 2 នាក់ប្រុស 6 នាក់អង្គុយជុំវិញតុមូលធ្វើការងារជាក្រុម។តើសិស្សអាចអង្គុយបានប៉ុន្មានរបៀប បើសិស្សស្រី 2 នាក់អង្គុយទល់មុខគ្នា ។	ជំហានទី៥ (បណ្តាំផ្ញើរ)	-កត់លំហាត់ទុកធ្វើនៅផ្ទះ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន
គណិតវិទ្យាថ្នាក់ ទី១០
បង្រៀនថ្ងៃទី.....ខែ.......ឆ្នាំ២០....
វិធីបង្រៀនសាស្ត្របង្រៀន គោលវិធីសិស្សមជ្ឈមណ្ឌល

I ចំណងជើងមេរៀន

ជំពូកទី៨ ចម្លាស់និង បន្សំ

មេរៀនទី២ បន្សំ

២.១ បន្សំ

ក. បន្សំ r ធាតុយកពី n ធាតុ

ខ. លក្ខណះនៃបន្សំ

គ. ចម្លាស់បែងចែកបាន

II វត្ថុបំណង: *ក្រោយរនមេរៀនចប់សិស្សអាច*

- ចំណេះដឹង: *ប្រាប់បានពីភាពខុសគ្នារវាងចម្លាស់និង បន្សំ ប្រាប់បានពីរូបមន្ត នៃការរកចំនួននៃបន្សំប្រាប់បានពីរូបមន្តនៃការរកចំនួនចម្លាស់បែងចែក បាន*
- ចំណេះធ្វើ: *ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើរូបមន្តបន្សំដោះស្រាយលំហាត់ ដោយប្រើរូបមន្តចម្លាស់បែងចែកបាន*
- ឥរិយាបថ: *អនុវត្តក្នុងជីវភាពរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ*

III រយះពេល: 2h

IV សម្ភារ:ឧទ្ទេស: *ផ្ទាំងរូបភាពនិង កម្រងលំហាត់*

V ដំណើរការបង្រៀន:

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យ វត្តមាន វិន័យនិង អនាម័យ	ជំហានទី១(២នាទី) (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	*តំណាងថ្នាក់រាយការណ៍*
តើចំនួនចម្លាស់នៃ r ធាតុ យក ពី n ធាតុ	ជំហានទី២(១០នាទី) រំលឹកមេរៀន	*ចំនួនចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ មានរូបមន្ត:*

មានរូបមន្តដូចម្តេច? • តើចម្លាស់គិតលំដាប់ដែរឬទេ? • ចូរគណនា p(6,4)។		$p(n,r)=n(n-1)\cdots(n-r+1)$ $=\frac{n!}{(n-r)!}$ • ចម្លាស់គិតលំដាប់ ។ • $p(6,4)=\frac{6!}{(6-4)!}=\frac{6!}{2!}$ $=\frac{6\times5\times4\times3\times2!}{2!}$ $=6\times5\times4\times3=360$
-តើការចាប់ដៃរវាងAនិងB ដូចគ្នានឹងការចាប់ដៃរវាងB និង A ដែរឬទេ? -តើការចាប់ដៃសំដែងការគួរសមនេះគិតពី ដាប់ដែរ ឬទេ?	**ជំហានទី៣(៦០នាទី)** **មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ** មេរៀនទី២ **បន្សំ** ២.១ បន្សំ ក. បន្សំនៃ rធាតុយកពី n ធាតុ ឧទាហរណ៍: ក្នុងក្រុមមួយមានក្មេង ៤នាក់ឈ្មោះ A, B, C និងD។ បើក្មេងពីរនាក់ចាប់ដៃ សំដែងការគួរសមនិងគ្នាតើការចាប់ដៃនេះមានប៉ុន្មានរបៀប? •បើគេអោយក្មេងពីរនាក់ចាប់ដៃសំដែងការគួរសមនឹងគ្នានោះគេឃើញរបៀបនៃការ ចាប់ដៃនេះមានតែមួយរបៀប ព្រោះថា Aចាប់ដៃ B	•ការចាប់ដៃរវាងAនិង B ដូចគ្នានឹងការចាប់ដៃរវាង B នឹងA។ -ការចាប់ដៃសំដែងការគួរសមនេះមិនគិតពីលំដាប់ទេ។

ក៏ដូចជា Bចាប់ដៃរបស់ A ដែរមានន័យថាការចាប់ដៃនេះ គ្មានលំដាប់ មុនក្រោយ ឆ្វេងស្តាំទេ។ហើយ ការចាប់ដៃរបៀបនេះ ហៅថា បន្សំនៃ 2 ធាតុ យកពី 4 ធាតុ។ គេកំណត់សរសេរ: C(4,2)។ ដែល

$$C(4,2)=\frac{P(4,2)}{2!}$$
$$=\frac{4!}{(4-2)!2!}$$
$$=\frac{4!}{2!2!}$$
$$=\frac{4\times 3}{2}=6$$

ចម្លាស់ (គិតលំដាប់)	បន្សំ (មិនគិតលំដាប់)
AB BA AC CA AD DA BC CB BD DB CD DC	AB AC AD BC BD CD
=12របៀប	=6 របៀប

ជាទូទៅ: បន្សំនៃ rធាតុយកពី

-តើការរៀបសៀវភៅសម្រាប់ខ្ចីរបស់សុក តពីលំដាប់ដែរឬទេ? -ដូច្នេះតើវាជាបន្សំឬជាចម្លាស់? -តើវាជាបន្សំប៉ុន្មាន ធាតុយកក្នុងប៉ុន្មានធាតុ?	n គឺជាការយកព្រមគ្នាម្តង r ធាតុ ចេញពី n ធាតុខុសៗគ្នា ដោយមិនគិតពីលំដាប់នៃការយកចេញ។ $(r \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, r \le n)$ ចំនួនបន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺ: $C(n,r)=\frac{P(n,r)}{r!}=\frac{n!}{(n-r)!r!}$ ប្រត្តិបត្តិ: ក្នុងទូនៃបណ្ណាល័យមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4ក្បាលខុសៗគ្នា និងរូបវិទ្យា 2 ក្បាលខុសៗគ្នាដែរ។ កត្រូវការអានសៀវភៅទាំងអស់ នែ្តអាចខ្ចីសៀវភៅម្តងបានតែ 3 ក្បាលក្នុងចំណោមសៀវភៅនៅក្នុង ទូនោះ។ ក. សុកអាចរៀបសៀវភៅ 3 ក្បាលសម្រាប់ខ្ចីបានប៉ុន្មានរបៀប? ខ. សុកចង់បានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 2 ក្បាល និងរូបវិទ្យា 1 ក្បាលតើសុកអាចធ្វើការរៀបសៀវភៅនេះបាន ប៉ុន្មានរបៀប?	-ការរៀបសៀវភៅ សម្រាប់ខ្ចីរបស់សុកមិនគិតពីលំដាប់ទេ។ -វាជាបន្សំ។ -វាជាបន្សំ 3 ធាតុយក ក្នុង 6 ធាតុ។ គេបាន: $C(6,3)=\frac{6!}{(6-3)!3!}=\frac{6!}{3!3!}$ $=\frac{6\times5\times4}{3\times2}=20$

• ចំពោះសំនួរ(ខ)

ក. បើគេចង់បានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 2 ក្បាលតើគេបានវាជាបន្សំប៉ុន្មានធាតុយកក្នុងប៉ុន្មានធាតុ?

ខ. បើគេចង់បានសៀវភៅរូបវិទ្យា 1 ក្បាលតើគេបានវាជាបន្សំប៉ុន្មានធាតុយកក្នុងប៉ុន្មានធាតុ?

-ចំពោះសំនួរដែលគេចង់បានសៀវភៅគណិត ២ក្បាលនិងសៀវភៅរូប ១ក្បាល តើគេទាញបានដូចម្តេច?

-តើ c(n,r)មានរូបមន្តដូចម្តេច?

-ចូរគណនា:

$\cdot c(n,n-r)$

$\cdot c(n,n)$

$\cdot c(n,0)$

$\cdot c(n,1)$

ចម្លើយ:

ក.ចំនួនធាតុនៃបន្សំ

$$C(6,3)=\frac{6!}{(6-3)!3!}=\frac{6!}{3!3!}$$

$$=\frac{6\times5\times4}{3\times2}=20$$

ខ.ចំនួនធាតុនៃបន្សំ

$$c(4,2)\times c(2,1)=\frac{4!}{(4-2)!2!}\times\frac{2!}{(2-1)!1!}$$

$$=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{2!}{1!1!}$$

$$=\frac{4\times3}{2}\times2=12$$

$$c(4,2)\times c(2,1)=\frac{4!}{(4-2)!2!}\times\frac{2!}{(2-1)!1!}$$

$$=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{2!}{1!1!}$$

$$=\frac{4\times3}{2}\times2=12$$

-បើគេចង់បានសៀវភៅគណិត វិទ្យា 2 ក្បាលគេបានវាជា បន្សំ 2 ធាតុយកក្នុង 4 ធាតុគឺ: c(4,2)។

-បើគេចង់បានសៀវភៅរូបវិទ្យា 1ក្បាលគេ បានវាជាបន្សំ 1ធាតុ យកក្នុង 2 ធាតុ។ គឺ c(2,1)។

-ចំពោះសំនួរដែលគេចង់បានសៀវភៅគណិត ២ក្បាលនិងសៀវភៅរូប ១ក្បាល តើគេទាញបានវាជាបន្សំ c(4,2)និង c(2,1) ឬ

$$c(4,2)\times c(2,1)=\frac{4!}{(4-2)!2!}\times\frac{2!}{(2-1)!1!}$$

$$=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{2!}{1!1!}$$

$$=\frac{4\times3}{2}\times2=12$$

$$c(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!r!}$$

ប្រតិបត្តិ:តើគេអាចចម្លាស់តួអក្សរនៃពាក្យ MATHEMATICបានប៉ុន្មានរបៀប? -តើចំនួនអក្សរទាំង អស់មានប៉ុន្មានតួ ខ្លះ?	ខ. លក្ខណះនៃបន្សំ $c(n,n-r)=c(n,r)$ $c(n,n)=1$ $c(n,0)=1$ $c(n,1)=n$ ប្រត្តិបត្តិ: ចូរបង្ហាញថា $C(3,0)+C(3,1)+C(3,2)+C(3,3)=2^3$ គ. **ចម្លាស់អាចបែងចែកបាន ជាទូទៅ:** ចម្លាស់ n វត្ថុ ដែលនៅក្នុងមានវត្ថុប្រភេទទី១ប្រភេទទី២...ប្រភេទទីkហើយវត្ថុប្រភេទនីមួយៗមានចំនួនរៀងគ្នា $r_1,r_2,..........,r_k$ $(r_1+r_2+.......+r_k=n)$ ហៅថាចម្លាស់បែងចែកបាន ចំនួនចម្លាស់បែងចែកបានគឺ: $\frac{n!}{r_1!\,r_2!.....r_k!}$ $=\frac{10!}{2!2!1!2!1!1!1!}=10\times9\times7\times6\times5\times4\times3\times2$	$\bullet c(n,n-r)=\frac{n!}{(n-n+r)!(n-r)!}$ $=\frac{n!}{(n-r)!r!}=c(n,r)$ $\bullet c(n,n)=\frac{n!}{(n-n)!n!}=1$ $\bullet c(n,0)=\frac{n!}{(n-0)!0!}=\frac{n!}{n!}=1$ $\bullet c(n,1)=\frac{n!}{(n-1)!1!}=n$ $C(3,0)+C(3,1)+C(3,2)+C(3,3)$ $=1+3+3+1=8=2^3$ $M=2,A=2,T=2,$ $H=1,E=1,I=1,C=1$ ដូច្នេះគេបាន: $=\frac{10!}{2!2!1!2!1!1!1!}$ $=10\times9\times7\times6\times5\times4\times3\times2$

-ចំនួនបន្សំនៃ r ធាតុ យកពី n ធាតុ មាន រូបមន្តដូចម្ដេច? -តើបន្សំគិតលំដាប់ ដែរឬទេ?	**ជំហានទី៤** (ពង្រឹងពុទ្ធ)	- $C(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ -បន្សំមិនគិតលំដាប់ ទេ។
• កុំភ្លេចធ្វើកិច្ចការផ្ទះទាំងអស់គ្នា។	**ជំហានទី៥**(បណ្ដាំផ្ញើរ) **ចូរគណនា:** $C(7,3),C(12,3),C(5,1)$	• សិស្សកត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- មុខវិជ្ជា ៖ គណិតវិទ្យា
- ថ្នាក់ទី ៖ ១០
- ជំពូកទី៨ ៖ ចម្លាស់ និងបន្សំ
- មេរៀនទី១ ៖ បន្សំ
- រយៈពេល ៖ ០២ម៉ោង

I. **វត្ថុបំណង**

- ចំណេះដឹង: ស្គាល់ពីលក្ខណៈនៃទ្វេធា មេគុណនៃទ្វេធាតាមរយៈឧទាហរណ៍។
- ចំណេះធ្វើ: ពន្លាតទ្វេធា រកមេគុណនៃទ្វេធាតាមត្រីកោណប៉ាស្កាល់ រកមេគុណទ្វេធាតាមរយៈបន្សំ និងរកមេគុណទ្វេធាក្នុងការពន្លាត $(a+b)^n$ ។
- ឥរិយាបថ: មានគំនិតច្នៃប្រឌិតខ្ពស់ក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ និងមានបំនិនប្រសព្វក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃ។

II. **ខ្លឹមសាមេរៀន**

2.2/.ទ្រឹស្តីបទទ្វេធា

ក. ពន្លាតទ្វេធានៃ $(1+a)^n$

ខ. ទ្រឹស្តីបទទ្វេធា

III. **សម្ភារៈឧបទេស**

- តារាងមេគុណទ្វេធា
- សៀវភៅសិស្សទំព័រទី ៨១ដល់ ៨៥

IV. **ដំណើកនាំមេរៀន:** (រយៈពេល០២ម៉ោង)

សកម្មភាពគ្រូ	*ខ្លឹមសារមេរៀន*	*សកម្មភាពសិស្ស*
+ពិនិត្យសណ្តាប់ធ្នាប់ថ្នាក់ អនាម័យ និងអវត្តមានសិស្ស។	<u>ជំហានទី១</u> (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	+ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍។
+ពន្លាតកន្សោម $(a+b)^2$,$(a+b)^3$ ។	<u>ជំហានទី២</u> (រំលឹកមេរៀនចាស់)	$+(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ $=a^2+2ab+b^2$ $(a+b)^3=(a+b)^2(a+b)$ $=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

+ចុះបើ $(a+b)^{25}=?$	<u>ជំហានទី៣</u> (មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ) <u>ជំពូកទី៨</u> ចម្លាស់ និងបន្សំ <u>មេរៀនទី២</u> **<u>បន្សំ</u>** (ត) 2.2/ <u>ទ្រឹស្តីបទទ្វេធា</u> ក/.<u>ការពន្លាតទ្វេធា</u> $(1+a)^n$	
+ចូរពន្លាតកន្សោម $(1+a)^0,(1+a)^1$ $(1+a)^2,(1+a)^3$ និង $(1+a)^4$ ។	+គេមាន: ~ $(1+a)^0=1$ ~ $(1+a)^1=1+a$ ~ $(1+a)^2=1+2a+a^2$ ~ $(1+a)^3=(1+a)^2(1+a)$ $=(1+2a+a^2)(1+a)$ $=1+3a+3a^2+a^3$ ~ $(1+a)^4=(1+a)^3(1+a)$ $=(1+3a+3a^2+a^3)(1+a)$ $=1+4a+6a^2+4a^3+a^4$	+សិស្សឡើងពន្លាត: ~ $(1+a)^0=1$ ~ $(1+a)^1=1+a$ ~ $(1+a)^2=1+2a+a^2$ ~ $(1+a)^3=(1+a)^2(1+a)$ $=(1+2a+a^2)(1+a)$ $=1+3a+3a^2+a^3$ ~ $(1+a)^4=(1+a)^3(1+a)$ $=(1+3a+3a^2+a^3)(1+a)$ $=1+4a+6a^2+4a^3+a^4$
+ឲ្យសិស្សសរសេរឡើងវិញនូវលទ្ធផលនៃការពន្លាត និងចំនួនតួចំពោះ $n=0,n=1,n=2,n=3,n=4$	$n=0$: 1 1 តួ $n=1$: $1+a$ 2 តួ $n=2$: $1+2a+a^2$ 3 តួ $n=3$: $1+3a+3a^2+a^3$ 4 តួ $n=4$: $1+4a+6a^2+4a^3+a^4$ 5 តួ	+សិស្សឡើងសរសេរ: $n=0$: 1 1 តួ $n=1$: $1+a$ 2 តួ $n=2$: $1+2a+a^2$ 3 តួ $n=3$: $1+3a+3a^2+a^3$ 4 តួ $n=4$: $1+4a+6a^2+4a^3+a^4$ 5 តួ
+បើស្វ័យគុណនៃពហុធាស្មើនឹង n តើការពន្លាតមានប៉ុន្មានតួ? +គេសង្កេតឃើញយ៉ាងណាចំពោះនិទស្សន្តនៃ a ?	+មានន័យថាបើស្វ័យគុណនៃពហុធាស្មើនឹង n នោះលទ្ធផលការពន្លាតមាន $(n+1)$ តួ ។	+លទ្ធផលការពន្លាតមាន $(n+1)$ តួ +និទស្សន្តនៃ a កើនពី 0 ទៅ n ។
+ចូរសន្និដ្ឋានពីលទ្ធផលនៃការពន្លាតទ្វេធា $(1+a)^n$?	+លទ្ធផលនៃការពន្លាត $(1+a)^n$ ជាផលបូកនៃ $(n+1)$ ឯកធាមានអថេរ a ដែលនិទស្សន្តនៃ a កើនពី 0 ទៅ n ។	+លទ្ធផលនៃការពន្លាត $(1+a)^n$ ជាផលបូកនៃ $(n+1)$ ឯកធាមានអថេរ a ដែលនិទស្សន្តនៃ a កើនពី 0 ទៅ n ។

+ប្រាប់សិស្សថាមេគុណរបស់ឯកធានីមួយៗដែលជាតួនៃការពន្លាតទ្វេធានេះហៅថាមេគុណទ្វេធា។ +ចូរសរសេរមេគុណទ្វេធាបន្តបន្ទាប់បានពីការពន្លាត $(1+a)^n$ ចំពោះ $n=0, n=1, n=2, n=3, n=4$ +តើមេគុណទ្វេធាដែលបាននេះមានរាងដូចអ្វី? +ប្រាប់សិស្ស: មេគុណទ្វេធាបន្តបន្ទាប់នេះមានរាងជាត្រីកោណហៅថាត្រីកោណប៉ាស់ស្កាល់។មេគុណទ្វេធានៃចុងសងខាងស្មើ1ជានិច្ច ហើយចំនួនក្នុងត្រីកោណតាមជួរដេកនីមួយៗបានពីការបូក 2 ចំនួនជាប់គ្នារបស់ជួរដេកនោះ។ +ឲ្យសិស្សសង្កេតមើលការពន្លាត $(1+a)^4$ មេគុណនីមួយៗមានលក្ខណ:យ៉ាងណា? $(1+a)^4=(1+a)(1+a)(1+a)(1+a)$ $=1+4a+6a^2+4a^3+a^4$ គេបាន៖ ~1 ជាចំនួនបន្សំនៃ 0 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,0)=1$ ។ ~4 ជាចំនួនបន្សំនៃ 1 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,1)=4$ ។ ~6 ជាចំនួនបន្សំនៃ 2 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,2)=6$ ។ ~4 ជាចំនួនបន្សំនៃ 3 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,3)=4$ ។ ~1 ជាចំនួនបន្សំនៃ 4 ធាតុរបស់ a	+ មេគុណរបស់ឯកធានីមួយៗដែលជាតួនៃការពន្លាតទ្វេធានេះហៅថាមេគុណទ្វេធា។ +មេគុណទ្វេធាបន្តបន្ទាប់នៃ $(1+a)^n$ ចំពោះ $n=0, n=1, n=2, n=3, n=4$ $n=0:$ 1 $n=1:$ 1 1 $n=2:$ 1 2 1 $n=3:$ 1 3 3 1 $n=4:$ 1 4 6 4 1 +មេគុណទ្វេធាបន្តបន្ទាប់នេះមានរាងជាត្រីកោណហៅថាត្រីកោណប៉ាស់ស្កាល់។មេគុណទ្វេធានៃចុងសងខាងស្មើ1ជានិច្ច ហើយចំនួនក្នុងត្រីកោណតាមជួរដេកនីមួយៗបានពីការបូក 2 ចំនួនជាប់គ្នារបស់ជួរដេកនោះ។ +ការពន្លាត $(1+a)^4$ មេគុនីមួយៗមានលក្ខណ:យ៉ាងណា? $(1+a)^4=(1+a)(1+a)(1+a)(1+a)$ $=1+4a+6a^2+4a^3+a^4$ គេបាន៖ ~1 ជាចំនួនបន្សំនៃ 0 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,0)=1$ ។ ~4 ជាចំនួនបន្សំនៃ 1 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,1)=4$ ។ ~6 ជាចំនួនបន្សំនៃ 2 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,2)=6$ ។ ~4 ជាចំនួនបន្សំនៃ 3 ធាតុរបស់ a ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,3)=4$ ។ ~1 ជាចំនួនបន្សំនៃ 4 ធាតុរបស់ a	+សិស្សស្តាប់។ +សិស្សឡើងសរសេរ៖ $n=0:$ 1 $n=1:$ 1 1 $n=2:$ 1 2 1 $n=3:$ 1 3 3 1 $n=4:$ 1 4 6 4 1 +រាងដូចត្រីកោណ។ +សិស្សស្តាប់។ +សង្កេត និងតាមដានលើការពន្យល់របស់គ្រូ ។

ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,4)=1$ ។ +ចូរសរសេររាងទូទៅរបស់ត្រីកោណប៉ាស្កាល់ចំពោះ $n=1,n=2,n=3,n=4$ ។	ក្នុង 4 កត្តា: $C(4,4)=1$ ។ +ដោយប្រើបន្ទំ $C(n,r)$ គេបានត្រីកោណប៉ាស្កាល់៖ $C(1,0)\ C(1,1)$ $C(2,0)\ C(2,1)\ C(2,2)$ $C(3,0)\ C(3,1)\ C(3,2)\ C(3,3)$ $C(4,0)\ C(4,1)\ C(4,2)\ C(4,3)\ C(4,4)$	+សិស្សឡើងសរសេរ: $C(1,0)\ C(1,1)$ $C(2,0)\ C(2,1)\ C(2,2)$ $C(3,0)\ C(3,1)\ C(3,2)\ C(3,3)$ $C(4,0)\ C(4,1)\ C(4,2)\ C(4,3)\ C(4,4)$
+ឲ្យសិស្សទាញជាទូទៅ ។	+ជាទូទៅ៖ ក្នុងការពន្លាតទ្វេធានៃ $(1+a)^n$ ដែល $n\in IN$ គេបាន៖ $(1+a)^n=C(n,0)1+C(n,1)a+C(n,2)a^2$ $+...+C(n,r)a^r+...+C(n,n)a^n$	+សិស្សទាញជាទូទៅ៖ ក្នុងការពន្លាតទ្វេធានៃ $(1+a)^n$ ដែល $n\in IN$ គេបាន៖ $(1+a)^n=C(n,0)1+C(n,1)a+C(n,2)a^2$ $+...+C(n,r)a^r+...+C(n,n)a^n$
+ឧទាហរណ៍៖ ដោយប្រើរូបមន្តពន្លាតនៃ $(1+a)^n$ ចូរពន្លាតទ្វេធានៃ $(1+2x)^5$ ។	+ឧទាហរណ៍៖ $(1+2x)^5=C(5,0)(1)^5(2x)^0+C(5,1)(1)^4(2x)^1$ $+C(5,2)(1)^3(2x)^2+C(5,3)(1)^2(2x)^3$ $+C(5,4)(1)^1(2x)^4+C(5,5)(1)^0(2x)^5$ $(1+2x)^5=1+5(2x)+10(2x)^2+10(2x)^3$ $+5(2x)^4+(2x)^5$ $(1+2x)^5=1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$	$(1+2x)^5=C(5,0)(1)^5(2x)^0+C(5,1)(1)^4(2x)^1$ $+C(5,2)(1)^3(2x)^2+C(5,3)(1)^2(2x)^3$ $+C(5,4)(1)^1(2x)^4+C(5,5)(1)^0(2x)^5$ $(1+2x)^5=1+5(2x)+10(2x)^2+10(2x)^3$ $+5(2x)^4+(2x)^5$ $(1+2x)^5=1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$
+ចំពោះទ្វេធានៃ $(a+b)^n$ គេអាចសរសេរ៖ $\left[a\left(1+\frac{b}{a}\right)\right]^n=a^n\left(1+\frac{b}{a}\right)^n$ ឲ្យសិស្សពន្លាតដោយប្រើរូបមន្ត $(1+a)^n$ ។	ខ/. <u>ទ្រឹស្តីបទទ្វេធា</u> $\left[a\left(1+\frac{b}{a}\right)\right]^n=a^n\left(1+\frac{b}{a}\right)^n$ $=a^n[1+C(n,1)\left(\frac{b}{a}\right)+C(n,2)\left(\frac{b}{a}\right)^2$ $+...+C(n,n)\left(\frac{b}{a}\right)^n]$ $(a+b)^n=C(n,0)a^n+C(n,1)a^{n-1}b$ $+C(n,2)a^{n-2}b^2+...+b^n$ ជាទូទៅ: បើ $n\in\mathbb{N}$ នោះ៖	+សិស្សឡើងពន្លាត $\left[a\left(1+\frac{b}{a}\right)\right]^n=a^n\left(1+\frac{b}{a}\right)^n$ $=a^n[1+C(n,1)\left(\frac{b}{a}\right)+C(n,2)\left(\frac{b}{a}\right)^2$ $+...+C(n,n)\left(\frac{b}{a}\right)^n]$ $(a+b)^n=C(n,0)a^n+C(n,1)a^{n-1}b$ $+C(n,2)a^{n-2}b^2+...+b^n$

+ឧទាហរណ៍:ពន្លាតកន្សោម$(2+3x)^3$	$(a+b)^n=C(n,0)a^n+C(n,1)a^{n-1}b$ $+C(n,2)a^{n-2}b^2+...+C(n,n)b^n$ ☞**សំគាល់:**ក្នុងការពន្លាតទ្វេធានៃ $(a+b)^n$ មេគុណនៃ $a^{n-k}b^k$ គឺ $C(n,k)$ ។ •$(2+3x)^3=2^3+C(3,1)2^2(3x)$ $+C(3,2)2(3x)^2+C(3,3)(3x)^3$ $=8+3(4)(3x)+3(2)(3x)^2+(3x)^3$ $=8+36x+54x^2+27x^3$	•$(2+3x)^3=2^3+C(3,1)2^2(3x)$ $+C(3,2)2(3x)^2+C(3,3)(3x)^3$ $=8+3(4)(3x)+3(2)(3x)^2+(3x)^3$ $=8+36x+54x^2+27x^3$
+ប្រតិបត្តិ:សរសេរបួនតួដំបូងតាមស្វ័យគុណកើននៃ y $(2+3y)^6$	<u>ជំហានទី៤</u> (ពង្រឹងពុទ្ធិ) +ប្រតិបត្តិ:សរសេរបួនតួដំបូងតាមស្វ័យគុណកើននៃ x $(2+3y)^6$	+សិស្សឡើងធ្វើ: $(2+3y)^6=2^6+C(6,1)2^5(3y)$ $+C(6,2)2^4(3y)^2+C(6,3)2^3(3y)^3+...$ $=64+576y+2160y^2+4320y^3+...$
+ពេលប្អូនត្រឡប់ទៅផ្ទះវិញធ្វើលំហាត់ទី 6 និងទី8 ទំព័រទី87 ។	<u>ជំហានទី៥</u> (បណ្តាំផ្ញើ)	+កត់ត្រាលេខលំហាត់ និងលេខទំព័រទុក។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

+ គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី 10
+ ជំពូកទី 9 "វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់ "
+ មេរៀនទី 1 "វ៉ិចទ័រ និងប្រមាណវិធីលើវ៉ិចទ័រ "
+ រយៈពេល 2 ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

- ចំណេះដឹង : សិស្សស្គាល់វ៉ិទ័រ និងអត្ថន័យនៃវ៉ិចទ័រ
- ចំណេះធ្វើ : សិស្សកំណត់ វ៉ិចទ័រ វ៉ិចទ័រស្មើគ្នា ផ្ទុយគ្នា និងវ៉ិចទ័រសូន្យ
- ឥរិយាបទ : សិស្សគូសវ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់បានត្រឹមត្រូវ

II. ខ្លឹមសារមេរៀន

១.១. អត្ថន័យនៃវ៉ិចទ័រ

ក. វ៉ិចទ័រស្មើគ្នា

ខ. វ៉ិចទ័រផ្ទុយគ្នា

គ. វ៉ិចទ័រសូន្យ

១.២. ប្រមាណវិធីបូក និងដកលើវ៉ិចទ័រ

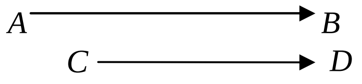
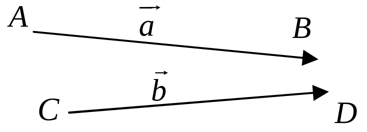
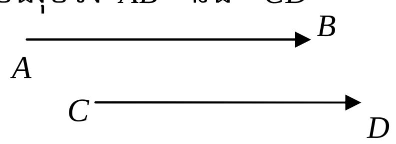
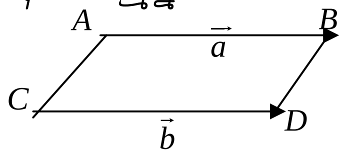
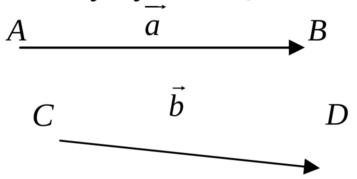
ក. ប្រមាណវិធីបូក

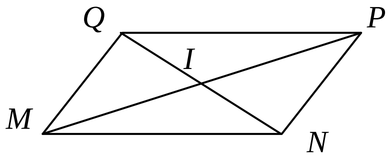
III. សំភារៈបង្រៀន

- បន្ទាត់ក្រិត
- ផ្ទាំងរូបភាពនៃវ៉ិចទ័រ

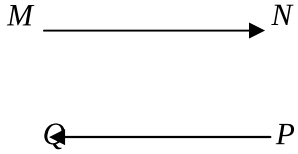
IV. ដំណើរការបង្រៀន

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
- គ្រូតពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ និង វិន័យ	**ជំហានទី ១**(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	- តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
កសិករម្នាក់ធ្វើដំណើរពីរភូមិ A ទៅភូមិ B មានចំងាយ $145km$ ហើយបន្តទៅភូមិ C មានចំងាយ $189km$ មានទិសដៅស្របគ្នា ។ គណនាចម្ងាយពី A ទៅ B ។	**ជំហានទី ២**(រំលឹកមេរៀនចាស់)	រកចម្ងាយពីរភូមិ A ទៅ B A $145km$ B $189km$ C គេបាន $AC = AB + BC$ $AC = 145 + 189 = 334km$

–និយមន័យវ៉ិចទ័រ	**ជំហានទី ៣**(មេរៀនថ្មី) មេរៀនទី ១ **វ៉ិចទ័រនិងប្រមាណវិធីលើវ៉ិចទ័រ** **១.១.<u>អត្ថន័យនៃវ៉ិចទ័រ</u>** វ៉ិចទ័រ ជាអង្កត់មានទិសដៅ ដែលមិនគិតពីទីតាំង ។ វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ មានចំណុច A ជាគល់ និង B ជាចំណុចចុង ។ 	– វ៉ិចទ័រ អង្កត់មានទិសដៅដែលមិនគិតពីទីតាំង។
Ex: សង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{CD}$ ។ ដែល AB // CD	គេបាន $\overrightarrow{AB}$ និង$\overrightarrow{CD}$ មានទិសដៅដូចគ្នា ។ គេមាន $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$	
សំគាល់ គេអាចប្រើអក្សតែមួយសម្រាប់សំគាល់ឈ្មោះវ៉ិចទ័រគឺ $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$		–សង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{CD}$ 
Ex: ក្នុងប្រលេឡូក្រាប $ABCD$ វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{CD}$ មានទិសដៅដូចគ្នានិងប្រវែងស្មើគ្នា	ក. វ៉ិចទ័រស្មើគ្នា  តាមលក្ខណៈប្រលេឡូក្រាម គេបាន $AB=CD$, $AC=BD$ ដូចនេះ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$, $\vec{a}=\vec{b}$ **និយមន័យ:**វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា លុះត្រាតែ – វាមានទិសដៅដូចគ្នា –វាមានប្រវែងស្មើគ្នា	–គេមាន រូបដូចខាងក្រោម  គេបាន $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$
ឧទាហរណ៍: ចូររៀបរាប់ឈ្មោះវ៉ិចទ័រដែលស្មើគ្នាក្នុងរូបខាងក្រោ	- វ៉ិចទ័រស្មើគ្នាមាន $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP}$ $\overrightarrow{NI}=\overrightarrow{IQ}$, $\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{IP}$	–តាមលក្ខណៈប្រលេឡូក្រាម $AB=CD$, $AC=BD$ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$, $\vec{a}=\vec{b}$ វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា លុះត្រាតែមានទិស



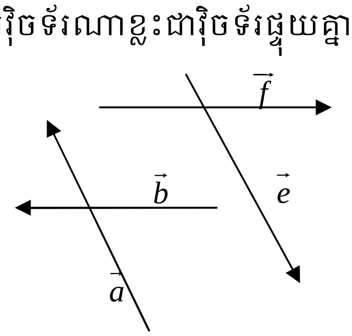
គេមានវ៉ិចទ័រពីរមានប្រវែងស្មើគ្នា



គេមាន $MN = PQ$

នាំឱ្យ $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{PQ}$

ឧទាហរណ៍: ក្នុងរូបខាងក្រោម តើវ៉ិចទ័រណាខ្លះជាវ៉ិចទ័រផ្ទុយគ្នា



ខ.វ៉ិចទ័រផ្ទុយគ្នា

ជាទូទៅ: វ៉ិចទ័រពីរផ្ទុយគ្នា លុះត្រាតែ

–វាមានប្រវែងស្មើគ្នា

– វាមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា

សំគាល់: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

- វ៉ិចទ័រផ្ទុយគ្នាគឺ $\vec f$ និង $\vec b$ ហើយ $\vec a$ និង $\vec e$

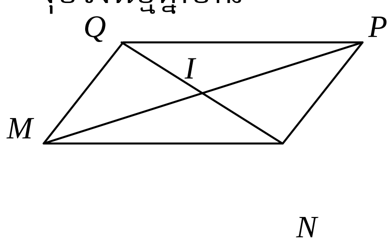
គ. វ៉ិចទ័រសូន្យ

$\vec a$ ជាវ៉ិចទ័រសូន្យ លុះត្រាតែ $|\vec a| = 0$ ។ កំណត់សរសេរ $\vec 0$ ។

$\vec a$ ជាវ៉ិចទ័រសូន្យ លុះត្រាតែ $|\vec a| = 0$ ។ កំណត់សរសេរ $\vec 0$ ។

ដៅដូចគ្នា និង ប្រវែងស្មើគ្នា ។

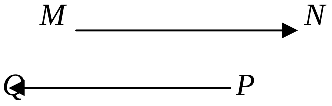
- វ៉ិចទ័រស្មើគ្នាមាន



$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$

$\overrightarrow{NI} = \overrightarrow{IQ}$, $\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{IP}$

- គេមានវ៉ិចទ័រពីរមានប្រវែងស្មើគ្នា



គេមាន $MN = PQ$

នាំឱ្យ $\overrightarrow{MN} = -\overrightarrow{PQ}$

ជាទូទៅ: វ៉ិចទ័រពីរផ្ទុយគ្នា លុះត្រាតែ –វាមានប្រវែងស្មើគ្នា

– វាមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា

សំគាល់: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

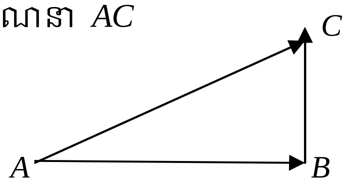
- វ៉ិចទ័រផ្ទុយគ្នាគឺ $\vec f$ និង $\vec b$ ហើយ $\vec a$ និង $\vec e$

ឧទាហរណ៍: $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$, $\overrightarrow{BB}=\vec{0}$

គេមានត្រីកោណកែង ABC មួយ

$AB=4cm$, $BC=3cm$ ។

គណនា AC



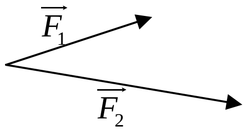
គេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

តាម A គេសង់វ៉ិចទ័រ

$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ។

សង់បំពេញឱ្យបានប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយ ។

ឧទាហរណ៍: សង់វ៉ិចទ័រផ្គួប $\vec{F}$ នៃ $\vec{F_1}$ និង $\vec{F_2}$



១.២.ប្រមាណវិធីបូក និងដកវ៉ិចទ័រ

ក. ប្រមាណវិធីបូកវ៉ិចទ័រ

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ

$AC^2=AB^2+BC^2$

$AC=\sqrt{3^2+4^2}=5cm$

គេអាចសរសេរជាវ៉ិចទ័រ

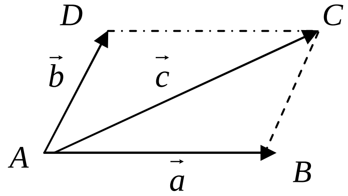
$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

ដូចនេះ $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BC}|>|\overrightarrow{AC}|$

ជាទូទៅ: បើគេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{BC}$ នោះផលបូករវាងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{BC}$ គឺ $\overrightarrow{AC}$ ។ដែលគេកំណត់សរសេរ

$AC^2=AB^2+BC^2$

- **ច្បាប់ប្រលេឡូក្រាមវិធីបូក**



គេបាន $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$

(ព្រោះ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$) ។

គេបាន $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ ឬ

$\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ ។

សង់វ៉ិចទ័រផ្គួប $\vec{F}$ នៃ $\vec{F_1}$ និង $\vec{F_2}$

$\vec{a}$ ជាវ៉ិចទ័រសូន្យ លុះត្រាតែ $|\vec{a}|=0$ ។ កំណត់សរសេរ $\vec{0}$ ។

គណនា AC

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ

$AC^2=AB^2+BC^2$

$AC=\sqrt{3^2+4^2}=5cm$

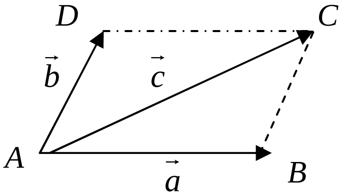
គេអាចសរសេរជាវ៉ិចទ័រ

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

ដូចនេះ $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BC}|>|\overrightarrow{AC}|$

ជាទូទៅ: បើគេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{BC}$ នោះផលបូករវាងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{BC}$ គឺ $\overrightarrow{AC}$ ។ដែលគេកំណត់សរសេរ

$AC^2=AB^2+BC^2$



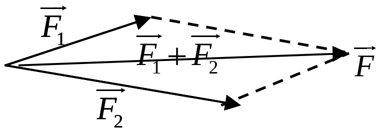
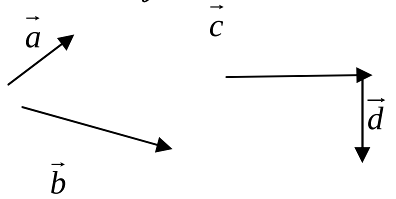
គេមានប្រលេឡូក្រាម $ABCD$

គេបាន $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$

(ព្រោះ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$) ។

គេបាន $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ ឬ

$\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ ។

		សង់វ៉ិចទ័រផ្លូប $\overrightarrow{F}$ នៃ $\overrightarrow{F_1}$ និង $\overrightarrow{F_2}$ 
– ចូរកំណត់និយមន័យ វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា និង វ៉ិចទ័រពីរផ្ទុយគ្នា ។	**ជំហានទី៤**(ពង្រឹងពុទ្ធិ)	–វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នាជាវ៉ិចទ័រដែលមានទិសដៅដូចគ្នានិងប្រវែងស្មើគ្នា ។ –វ៉ិចទ័រពីរផ្ទុយគ្នាជាវ៉ិចទ័រដែលមានប្រវែងស្មើគ្នានិងទិសដៅផ្ទុយគ្នា ។
កំណត់ផលបូក $\vec{a}+\vec{b}\ ,\vec{c}+\vec{d}$ 	**ជំហានទី ៥**(បណ្តាំផ្ញើរ)	–កត់ត្រា

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ១០
- ជំពូកទី ៩ : វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់
- មេរៀនទី ១ : វ៉ិចទ័រ និង ប្រមាណវិធីវ៉ិចទ័រ
- រយៈពេល ២ ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

– ចំណេះដឹង : សិស្សស្គាល់វិទ័រកំលាំងផ្គួប

– ចំណេះធ្វើ : សិស្សគណនាវិធីបូក និងវិធីដកវ៉ិចទ័រតាមច្បាប់ប្រលេឡូក្រាម

– ឥរិយាបទ : សិស្សសង់វ៉ិចទ័រកំលាំងផ្គួបបានត្រឹមត្រូវ

II. ខ្លឹមសារមេរៀន

១.២. ប្រមាណវិធីបូក និងដកនៃវ៉ិចទ័រ (ត)

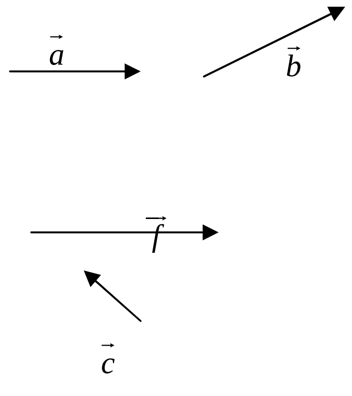
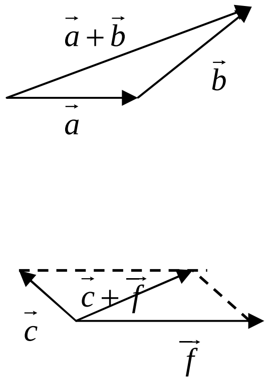
១.៣. ប្រមាណគុណវ៉ិចទ័រ និងមួយចំនួនពិត

ក. ប្រមាណគុណវ៉ិចទ័រ និងមួយចំនួនពិត

ខ. វ៉ិចទ័រកូលីនេអ៊ែ

III. សម្ភារៈ

– បន្ទាត់ក្រិត និង ផ្ទាំងរូបភាព

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអវត្តមាន វិន័យ និង សណ្តាប់ធ្នាប់ក្នុងថ្នាក់រៀន	**ជំហានទី ១** (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
– សង់កំលាំងផ្គួបនៃវ៉ិចទ័រ  	**ជំហានទី ២** (រំលឹកមេរៀន)	– សង់កំលាំងផ្គួបនៃវ៉ិចទ័រ 

ជំហានទី ៣ (មេរៀនប្រចាំថ្ងៃ)

វិចទ័រនិងប្រមាណវិធីវិចទ័រ

១.២.ប្រមាណវិធីបូក និងដក (ត)

សំរាយបញ្ជាក់លក្ខណៈផ្តុំ និង លក្ខណៈត្រឡប់

លក្ខណៈនៃប្រមាណវិធីវិចទ័រ

1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ លក្ខណៈត្រឡប់

2. $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ លក្ខណៈផ្តុំ

3. $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$, $\vec{a}+(\overrightarrow{-a})=\vec{0}$

សំគាល់: $\vec{c}+(\vec{a}+\vec{b})$ អាចសរសេរ $\vec{c}+\vec{a}+\vec{b}$ ដោយលប់វង់ក្រចក។

កត់សំរាយបញ្ជាក់

1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ លក្ខណៈត្រឡប់

2. $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ លក្ខណៈផ្តុំ

3. $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$, $\vec{a}+(\overrightarrow{-a})=\vec{0}$

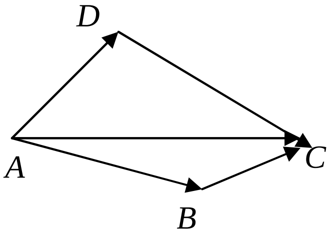
សំគាល់: $\vec{c}+(\vec{a}+\vec{b})$ អាចសរសេរ $\vec{c}+\vec{a}+\vec{b}$ ដោយលប់វង់ក្រចក។

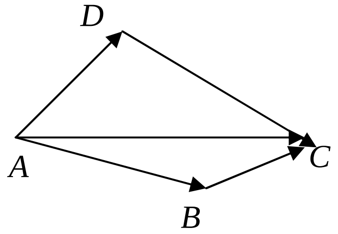
ឧទាហរណ៍:

គេឱ្យបួនចំណុចផ្សេងគ្នា A,B,C,D

ប្រៀបធៀបផលបូក $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ & $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$

- ប្រៀបបបធៀប $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ & $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$





គេបាន $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (1)

$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}$ (2)

តាម (1) និង (2)

ដូចនេះ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$

ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}$

គេអាចសរសេរ

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\left(-\overrightarrow{AB}\right)$

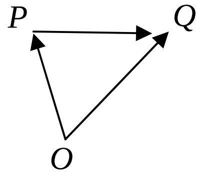
គេថា $\overrightarrow{BC}$ ជាផលដករវាង $\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{AB}$ ។

២. ប្រមាណវិធីដកវិចទ័រ

ជាទូទៅ:

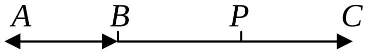
$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{0P}$

ចំពោះគ្រប់ចំណុច O នៃប្លង់ ។



ឧទាហរណ៍: គេមាន ត្រីកោណ ABC មួយ។ រកផលដកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$ ។

គេមានអ័ក្សចំនួនពិតតាងដោយវ៉ិចទ័រ



គេបាន $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$

និង $\overrightarrow{PA}=-2\overrightarrow{PC}$

ឧទាហរណ៍: គេឱ្យវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ ចូរសង់វ៉ិទ័រ

ក. $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$

ខ. $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ។

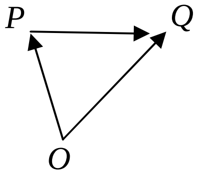
គេមានអ័ក្សចំនួនពិត

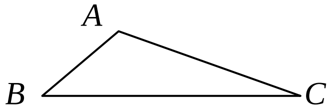
គេបាន $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}$

និង $\overrightarrow{PA}=-2\overrightarrow{PC}$

កំណត់និយមន័យកូលីនេអ៊ែ ។

ស្រាយបញ្ជាក់លក្ខណ:គ្រឹះ:





$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}$

១.៣.វិធីគុណវ៉ិចទ័រនិងចំនួនពិត

ក. គុណវ៉ិចទ័រនិងចំនួនពិត

ជាទូទៅ: វ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង m កំណត់ដោយ $m\vec{a}$:

– បើ $\vec{a}$ មិនស្មើនឹង $\vec{0}$ នោះ:

បើ $m>0$ នោះ $m\vec{a}$ មានទិសដៅដូច $\vec{a}$ មានប្រវែង $|m|\vec{a}$ ។

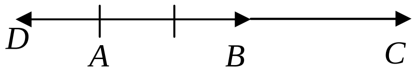
1) បើ $m<0$ នោះ $m\vec{a}$ មានទិសដៅផ្ទុយ $\vec{a}$ មានប្រវែង $|m|\vec{a}$ ។

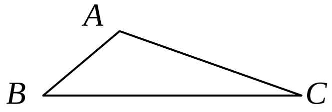
2) បើ $m=0$ នោះ: $m\vec{a}$ ជា $\vec{0}$

– បើ $\vec{a}$ ស្មើនឹង $\vec{0}$ នោះ: $m\vec{a}$ ជាវ៉ិចទ័រ $\vec{0}$ ។

– សង់វ៉ិចទ័រ ក. $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$

ខ. $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$





$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}$

១.៣.វិធីគុណវ៉ិចទ័រនិងចំនួនពិត

ក. គុណវ៉ិចទ័រនិងចំនួនពិត

ជាទូទៅ: វ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង m កំណត់ដោយ $m\vec{a}$:

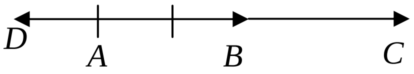
– បើ $\vec{a}$ មិនស្មើនឹង $\vec{0}$ នោះ:

បើ $m>0$ នោះ $m\vec{a}$ មានទិសដៅដូច $\vec{a}$ មានប្រវែង $|m|\vec{a}$

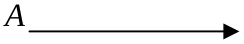
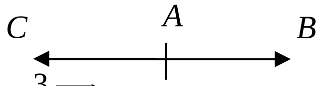
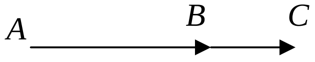
3) បើ $m<0$ នោះ $m\vec{a}$ មានទិសដៅផ្ទុយ $\vec{a}$ មានប្រវែង $|m|\vec{a}$

4) បើ $m=0$ នោះ: $m\vec{a}$ ជា $\vec{0}$

– បើ $\vec{a}$ ស្មើនឹង $\vec{0}$ នោះ: $m\vec{a}$ ជាវ៉ិចទ័រ $\vec{0}$ ។



និយមន័យ: វ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាវ៉ិចទ័រកូលីនេអ៊ែ កាលណា $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅដូចគ្នា ឬទិសដៅផ្ទុយគេកំណត់សរសេរដោយ

ឧទាហរណ៍: គណនា ក. $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{a}$ ខ. $3(\vec{u}+2\vec{v})-3(\vec{u}-4\vec{v})$	ខ. វ៉ិចទ័រកូលីនេអ៊ែ **និយមន័យ:** វ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជា វ៉ិចទ័រកូលីនេអ៊ែ កាលណា $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅដូចគ្នា ឬទិសដៅផ្ទុយ គេកំណត់សរសេរដោយ $\vec{a} /\!/ \vec{b}$ ។ **លក្ខណ:គ្រឹះ** – $(mn)\vec{a}=m(n\vec{a})$ លក្ខណ:ផ្តុំ $-(m+n)=m\vec{a}+n\vec{a}$ ល. បំបែក $-m(\vec{a}+\vec{b})=m\vec{a}+m\vec{b}$ ល. បំបែក – គណនា ក. $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{a}$ ខ. $3(\vec{u}+2\vec{v})-3(\vec{u}-4\vec{v})$	$\vec{a} /\!/ \vec{b}$ ។ **លក្ខណ:គ្រឹះ** – $(mn)\vec{a}=m(n\vec{a})$ លក្ខណ:ផ្តុំ $-(m+n)=m\vec{a}+n\vec{a}$ ល. បំបែក $-m(\vec{a}+\vec{b})=m\vec{a}+m\vec{b}$ ល. បំបែក – គណនា ក. $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{a}=2\vec{a}+4\vec{b}$ ខ. $3(\vec{u}+2\vec{v})-3(\vec{u}-4\vec{v})$ $=3\vec{u}+6\vec{v}-3\vec{u}+12\vec{v}=18\vec{v}$
– សង់វ៉ិចទ័រខាងក្រោម គេឱ្យ  ក. $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}$ ខ. $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ – គណនាកន្សោម ក. $\frac{3}{2}\vec{a}+4\vec{b}-3\vec{b}+\vec{a}$ ខ. $4\left(\frac{1}{2}\vec{u}-3\vec{v}\right)-\frac{2}{5}(5\vec{u}+\vec{v})$	**ជំហានទី ៤** (ពង្រឹងចំណេះដឹង)	– សង់វ៉ិចទ័រ ក. $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}$  ខ. $\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$  – គណនា ក. $\frac{3}{2}\vec{a}+4\vec{b}-3\vec{b}+\vec{a}=\frac{5}{2}\vec{a}+\vec{b}$ ខ. $4\left(\frac{1}{2}\vec{u}-3\vec{v}\right)-\frac{2}{5}(5\vec{u}+\vec{v})$

		$= 2\vec{u} - 12\vec{v} - 2\vec{u} - \frac{2}{5}\vec{v} = -\frac{62}{5}\vec{v}$
ពេលទៅផ្ទះវិញប្អូនមើលលំហាត់ (1) ទំព័រ ១១៣ ។	**ជំហានទី ៥** (បណ្តាំផ្ញើ)	ស្តាប់តាមគ្រូ

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ១០
- ជំពូកទី ៩ : វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់
- មេរៀនទី ១ : វ៉ិចទ័រ និង ប្រមាណវិធីវ៉ិចទ័រ
- រយៈពេល ២ ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

– ចំណេះដឹង : សិស្សស្គាល់ពីវ៉ិចទ័រឯកតា

– ចំណេះធ្វើ : សិស្សគណនាវ៉ិចទ័រដោយប្រើកូអរដោនេ

– ឥរិយាបទ : សិស្សសង់វ៉ិចទ័រក្នុងតម្រុយ (xoy) បានត្រឹមត្រូវ

II. ខ្លឹមសារមេរៀន

១.៣. ប្រមាណវិធីគុណវ៉ិចទ័រ និងចំនួនពិត

គ. វ៉ិចទ័រឯកតា

១.៤. កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់

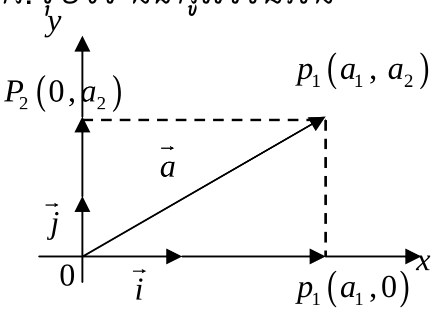
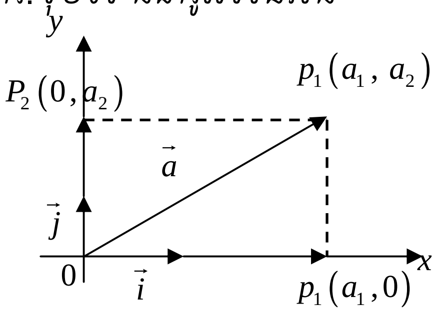
ក. វ៉ិចទ័រ និងកូអរដោនេ

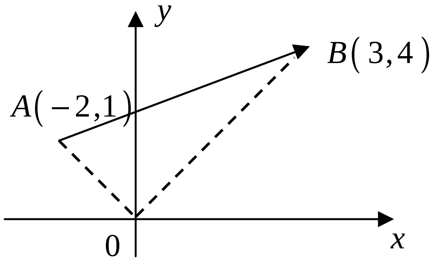
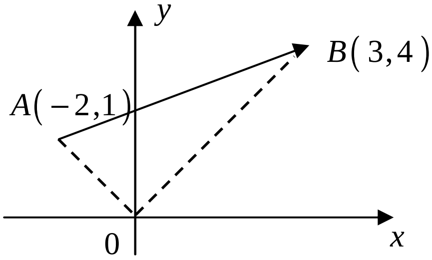
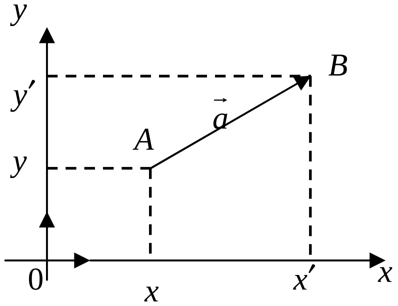
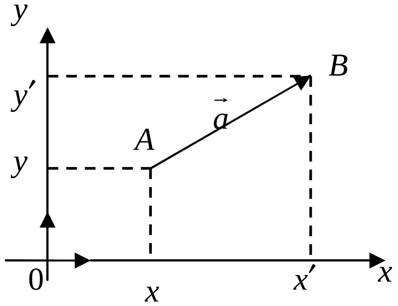
ខ. កូអរដោនេនៃចំណុច

III. សម្ភារៈ

– បន្ទាត់ក្រិត និងផ្ទាំងរូបភាព

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
– ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ និងសណ្តាប់ធ្នាប់ក្នុងថ្នាក់រៀន	**ជំហានទី ១**(រដ្ឋបាលថ្នាក់)	– តំណាងសិស្សក្នុងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍ ។
– គណនាកន្សោម ក. $3\vec{u}-\frac{1}{2}\vec{v}$ ខ. $7\left(\vec{a}+3\vec{c}-\vec{b}\right)+2\left(\vec{a}-7\vec{b}\right)$	**ជំហានទី ២** (រំលឹកមេរៀន) **ជំហានទី៣** (មេរៀនថ្មី) **១.៣. ប្រមាណវិធីគុណវ៉ិចទ័រ**	– គណនាកន្សោម ក. $3\vec{u}-\frac{1}{2}\vec{u}\ =\frac{5}{2}\vec{u}$ ខ. $7\left(\vec{a}+3\vec{c}-\vec{b}\right)+2\left(\vec{a}-7\vec{b}\right)$ $=7\vec{a}+21\vec{c}-7\vec{b}+2\vec{a}-14\vec{b}$ $=9\vec{a}-21\vec{b}-21\vec{c}$

-ឱ្យសិស្សមើលវ៉ិចទ័រ ឯកតា រួចស្រាយបញ្ជាក់ – សង់រូបនៅក្នុងប្លង់ កូអរដោនេ ដែលមាន $\vec{i}$ & $\vec{j}$ វ៉ិចទ័រឯកតា ហើយយក P មួយនៅក្នុងកូអរដោនេ ដែល $\vec{a}=\overrightarrow{OP}$ ។	គ. វ៉ិចទ័រឯកតា **និយមន័យ:** វ៉ិចទ័រឯកតាជាវ៉ិចទ័រដែលមាន ប្រវែងស្មើនឹង 1 ។ – បង្ហាញថា $\vec{i}=\frac{\vec{a}}{\lvert\vec{a}\rvert}=\frac{1}{\lvert\vec{a}\rvert}\vec{a}$ ជា វ៉ិចទ័រឯកតា ដែលមានទីសដៅ ដូច $\vec{a}$ ។ **១.៤.កូអរដោនេវ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់** ក. វ៉ិចទ័រ និងកូអរដោនេ  តាង p_1 និង p_2 ជាចំណោលកែង នៃ p លើអាប់ស៊ីស និងអរដោនេ តាមច្បាប់ប្រលេឡូក្រាម គេបាន: $\vec{a}=\overrightarrow{op}=\overrightarrow{op_1}+\overrightarrow{op_2}$ គេកំណត់សរសេរ: $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ - a_1 ហៅថាកូអរដោនេទី1 នៃ $\vec{a}$ – a_2 ហៅថាកូអរដោនេទី2 នៃ $\vec{a}$ ដូចនេះគេអាចសរសេរ $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ ឬ $\vec{a}=(a_1,a_2)$ **ជាទូទៅ** ប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ គឺ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$ តាង p_1 និង p_2 ជាចំណោលកែង នៃ p លើអាប់ស៊ីស និងអរដោនេ តាមច្បាប់ប្រលេឡូក្រាម គេបាន: $\vec{a}=\overrightarrow{op}=\overrightarrow{op_1}+\overrightarrow{op_2}$ ដោយ $op_1(a_1,0)\&op_2(0,a_2)$	**និយមន័យ:** វ៉ិចទ័រឯកតាជាវ៉ិចទ័រដែលមាន ប្រវែងស្មើនឹង 1 ។ – បង្ហាញថា $\vec{i}=\frac{\vec{a}}{\lvert\vec{a}\rvert}=\frac{1}{\lvert\vec{a}\rvert}\vec{a}$ ជា វ៉ិចទ័រឯកតា ដែលមានទីសដៅ ដូច $\vec{a}$ ។ **១.៤.កូអរដោនេវ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់** ក. វ៉ិចទ័រ និងកូអរដោនេ  តាង p_1 និង p_2 ជាចំណោលកែង នៃ p លើអាប់ស៊ីស និងអរដោនេ តាមច្បាប់ប្រលេឡូក្រាម គេបាន: $\vec{a}=\overrightarrow{op}=\overrightarrow{op_1}+\overrightarrow{op_2}$ គេកំណត់សរសេរ: $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ - a_1 ហៅថាកូអរដោនេទី1 នៃ $\vec{a}$ – a_2 ហៅថាកូអរដោនេទី2 នៃ $\vec{a}$ ដូចនេះគេអាចសរសេរ $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ ឬ $\vec{a}=(a_1,a_2)$ **ជាទូទៅ** ប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ គឺ $\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$ តាង p_1 និង p_2 ជាចំណោលកែង នៃ p លើអាប់ស៊ីស និងអរដោនេ តាមច្បាប់ប្រលេឡូក្រាម គេបាន: $\vec{a}=\overrightarrow{op}=\overrightarrow{op_1}+\overrightarrow{op_2}$ ដោយ $op_1(a_1,0)\&op_2(0,a_2)$

	តាមពីតាគរគេបាន $\left\|\vec{a}\right\|^2 = \left\|\overrightarrow{op_1}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{op_2}\right\|^2$ $\Rightarrow \left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{(0-a_1)^2 + (a_2-0)^2}$ $= \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ ដូចនេះ $\left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$	តាមពីតាគរគេបាន $\left\|\vec{a}\right\|^2 = \left\|\overrightarrow{op_1}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{op_2}\right\|^2$ $\Rightarrow \left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{(0-a_1)^2 + (a_2-0)^2}$ $= \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ ដូចនេះ $\left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$
ឧទាហរណ៍: គេមានចំណុច $A(-2,1)$ និង $B(3,4)$ ។ ក. គណនាកូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{AB}$ ខ. គណនាប្រវែង $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$	 ក. $\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} + 3\vec{j} = (5,3)$ ខ. $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{34}$	 ក. គណនាកូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{AB}$ តាមផលបូកវ៉ិចទ័រ គេបាន: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$ $= (2\vec{i} - \vec{j}) + (3\vec{i} + 4\vec{j})$ $= 5\vec{i} + 3\vec{j}$ ដូចនេះ $\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} + 3\vec{j} = (5,3)$ ខ. គណនាប្រវែង $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{34}$
គេអោយ $A(x,y) \& B(x',y')$ ដែល $x \in a_1 \& y \in a_2$ ក្នុងប្លង់កូអរដោនេ។	*ខ. កូអរដោនេ នៃវ៉ិចទ័រ*  តាមរូបខាងលើ គេបាន: $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ដោយ $\vec{a} = (a_1, a_2)$ នោះ	 តាមរូបខាងលើ

ឧទាហរណ៍: គេឱ្យ $A(2,3)$ & $B(-1,2)$ គណនា $\overrightarrow{AB}$	$a_1 = x'-x \quad , a_2 = y'-y$ – គណនា $\overrightarrow{AB}$ គេបាន $\overrightarrow{AB}=(-1-2,2-3)=(-3,-1)$ ដូចនេះ $\overrightarrow{AB}=(-3,-1)$	គេបាន: $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ ដោយ $\vec{a}=(a_1,a_2)$ នោះ $a_1 = x'-x \quad , a_2 = y'-y$ – គណនា $\overrightarrow{AB}$ គេបាន $\overrightarrow{AB}=(-1-2,2-3)=(-3,-1)$ ដូចនេះ $\overrightarrow{AB}=(-3,-1)$
-គេឱ្យចំណុច $A(3,4)$ និង $B(-4,1)$ ។ គណនា $\overrightarrow{AB}$ និង $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ ។	**ជំហានទី ៤** (ពង្រឹងពុទ្ធិ)	– គណនា $\overrightarrow{AB}$ និង $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ $\overrightarrow{AB}=(-4-3,1-4)$ $=(-7,-3)$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=\sqrt{(-7)^2+(-3)^2}$ $=\sqrt{58}$
– គេឱ្យ $A(1,1)$, $B(2,-2)$ និង $C(-3,5)$ ។ ក. ដៅចំណុច A,B,C ខ. សរសេរ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{i}$ និង $\vec{j}$ គ. គណនាប្រវែង AB, AC	**ជំហានទី ៥** (បណ្តាំផ្ញើ)	– កត់ត្រា និងស្តាប់ ។

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ១០
  - ជំពូកទី ៩ : វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់
  - មេរៀនទី ១ : វ៉ិចទ័រ និង ប្រមាណវិធីវ៉ិចទ័រ
  - រយៈពេល ២ ម៉ោង

I. វត្ថុបំណង

– ចំណេះដឹង : សិស្សស្គាល់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ និងផលគុណស្កាលែ

– ចំណេះធ្វើ : សិស្សគណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ និងគណនាផលគុណស្កាលែ

– ឥរិយាបទ : សិស្សសង់វ៉ិចទ័រក្នុងតម្រុយ (xoy) បានត្រឹមត្រូវ

II. ខ្លឹមសារមេរៀន

១.៤. កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់

គ. ការគណនាដោយប្រើវ៉ិចទ័រដោយប្រើកូអដោនេ

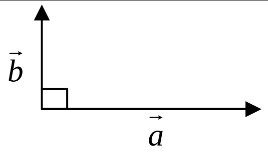
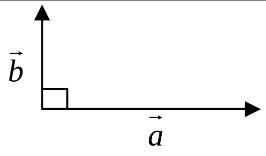
១.៥.ផលគុណស្កាលែ

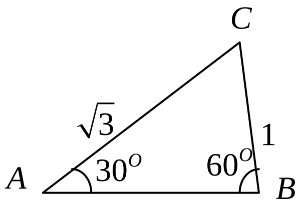
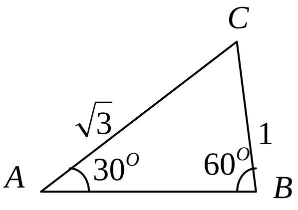
III. សម្ភារៈ

– បន្ទាត់ក្រិត និងផ្ទាំងរូបភាព

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
– ពិនិត្យអវត្តមាន អនាម័យ សណ្តាប់ធ្នាប់ក្នុងថ្នាក់រៀន	**ជំហានទី ១** (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	– ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
គេឱ្យចំណុច $A(1,2),B(-3,0),C(0,3)$ គណនា $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រឯកតា $\vec{i}$ និង $\vec{j}$ ។ បង្ហាញពីផលបូក $\vec{a}+\vec{b}$ ដោយប្រើកូអរដោនេ បើ $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ និង $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}$	**ជំហានទី ២** (រំលឹកមេរៀន) **ជំហានទី ៣** (មេរៀនថ្មី) **១.៤.កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់** *គ.ការគណនាវ៉ិចទ័រប្រើកូអរដោនេ* $\vec{a}=(a_1,a_2)$ នោះ $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$	គណនា $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AB}=(-3-1)\vec{i}+(0-2)\vec{j}$ $=-4\vec{i}-2\vec{j}$ $\overrightarrow{AC}=(0-1)\vec{i}+(3-2)\vec{j}$ $=-\vec{i}+\vec{j}$ – យើងដឹងថា $\vec{a}=(a_1,a_2)$ នោះ $\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ $\vec{b}=(b_1,b_2)$ នោះ $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}$

	$\vec{b}=(b_1,b_2)$ នោះ $\vec{b}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}$ គេបាន: $\vec{a}+\vec{b}=(a_1\vec{i}+a_2\vec{j})+(b_1\vec{i}+b_2\vec{j})$ ដូចនេះ $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1)\vec{i}+(a_2+b_2)\vec{j}$	គេបាន: $\vec{a}+\vec{b}=(a_1\vec{i}+a_2\vec{j})+(b_1\vec{i}+b_2\vec{j})$ $=(a_1\vec{i}+b_1\vec{i})+(a_2\vec{j}+b_2\vec{j})$ $=(a_1+b_1)\vec{i}+(a_2+b_2)\vec{j}$ $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1)\vec{i}+(a_2+b_2)\vec{j}$
ឧទាហរណ៍:រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u},\vec{v}$ បើ $\vec{a}=(2,-3),\vec{b}=(-12,2)$ $\vec{c}=(5,0)$ ក. $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}$ ខ. $\vec{v}=3(\vec{a}+\vec{b})-2(\vec{b}-\vec{c})$	**គណនាវ៉ិចទ័រដោយប្រើកូអរដោនេ** $(a_1,a_2)+(b_1,b_2)=(a_1+b_1,a_2+b_2)$ $(a_1,a_2)-(b_1,b_2)=(a_1-b_1,a_2-b_2)$ $m(a_1,a_2)=(ma_1,ma_2)$ ឧទាហរណ៍:រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u},\vec{v}$ បើ $\vec{a}=(2,-3),\vec{b}=(-12,2)$ $\vec{c}=(5,0)$ ក. $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}$ ខ. $\vec{v}=3(\vec{a}+\vec{b})-2(\vec{b}-\vec{c})$	– គណនា $\vec{u},\vec{v}$ ក. $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}$ $=(3,-3)+2(-12,2)-3(5,0)$ $=(3,-3)+(-24,4)-(15,0)$ $=(3-24,-3+4)-(15,0)$ $=(-21,1)-(15,0)$ $=(-37,1)$ ដូចនេះ $\vec{u}=(-37,1)$ ខ. $\vec{v}=3(\vec{a}+\vec{b})-2(\vec{b}-\vec{c})$ $=3(2-12,-3+2)-2(-12-5,2-($ $=3(-10,-1)-2(-17,2)$ $=(-30,-3)-(-34,4)$ $=(-30+34,-3-4)$ $=(-4,-7)$
កំណត់និយមន័យផលគុណស្កាលែ	**១.៥. ផលគុណស្កាលែ** -បើ $\theta=0^o$ លុះត្រាតែ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅដូចគ្នា ។ -បើ $\theta=180^o$ លុះត្រាតែ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅផ្ទុយគ្នា ។ បើ $\theta=90^o$ លុះត្រាតែ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$	ដូចនេះ $\vec{v}=(-4,-7)$ -បើ $\theta=0^o$ លុះត្រាតែ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅដូចគ្នា ។ -បើ $\theta=180^o$ លុះត្រាតែ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មាន ▪ បើ $\theta=90^o$ លុះត្រាតែ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ កែងគ្នា ។

ឧទាហរណ៍:គេឱ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $\lvert\vec{a}\rvert=3, \lvert\vec{b}\rvert=2$ និងមុំ $\theta=30^o$ គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}$ សង់វ៉ិចទ័រពីរកែងគ្នា ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណ កែងត្រង់កំពូល C	 កែងគ្នា ដូចនេះ θ ជាមុំដែលផ្គុំឡើងដោយ វ៉ិចទ័រពី ។ **ជាទូទៅ:** ផលគុណស្កាលែ បើ θ ជាមុំដែលកើតឡើងដោយវ៉ិចទ័រ ពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ នោះគេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ – គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}$ តាមរូបមន្ត: $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times3\cos30^o$ $=2\times3\cos30^o$ $=2\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ **សំគាល់:** បើ $\vec{a}=\vec{b}$ នោះ $\theta=0^o$ ដូចនេះ $\cos0^o=1$ គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{a}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{a}\rvert\cos0^o=\lvert\vec{a}\rvert^2$ ❒ ផលគុណស្កាលែនៃពីរវ៉ិចទ័រកែងគ្នា **ជាទូទៅ:** $\vec{a}\perp\vec{b}$ លុះត្រាតែ $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ – បើគេមានវ៉ិចទ័រពី $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ កែងគ្នា នោះ $\vec{a}\perp\vec{b}$ គេបាន $\cos\theta=0$ ។ គេបាន $\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}$ ដូចនេះ $\vec{i}\cdot\vec{j}=0$	 **ជាទូទៅ:** ផលគុណស្កាលែ បើ θ ជាមុំដែលកើតឡើងដោយវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ នោះគេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ – គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}$ តាមរូបមន្ត: $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times3\cos30^o$ $=2\times3\cos30^o$ $=2\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ **សំគាល់:** បើ $\vec{a}=\vec{b}$ នោះ $\theta=0^o$ ដូចនេះ $\cos0^o=1$ គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{a}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{a}\rvert\cos0^o=\lvert\vec{a}\rvert^2$ – បើគេមានវ៉ិចទ័រពី $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ កែងគ្នា នោះ $\vec{a}\perp\vec{b}$ គេបាន $\cos\theta=0$ ។ គេបាន $\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}$ ដូចនេះ $\vec{i}\cdot\vec{j}=0$

<table>
<tr>
<td>
គណនាផលគុណស្កលែ
ក. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ខ. $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$
គ. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ ឃ. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}$</td>
<td>ជំហានទី ៤ (ពង្រឹងពុទ្ធិ)</td>
<td>
ក. គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$
តាមរូបមន្ត
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos 30^o$
$=\sqrt{3}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$
គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$
តាមរូបមន្ត
$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\left|\overrightarrow{CA}\right|\left|\overrightarrow{CB}\right|\cos 90^o$
ដូចនេះ $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0$</td>
</tr>
<tr>
<td>ពេលទៅផ្ទះវិញលំហាត់
(គ) និង (ឃ) នៅខាងលើ ។</td>
<td>ជំហានទី ៥ (កិច្ចការផ្ទះ)</td>
<td>ស្តាប់ និងធ្វើតាម</td>
</tr>
</table>

កិច្ចតែងការបង្រៀន

- គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ១០
- ជំពូកទី ៩ : វ៉ិចទ័រក្នុងប្លង់
- មេរៀនទី ១ : វ៉ិចទ័រ និង ប្រមាណវិធីវ៉ិចទ័រ
- រយៈពេល ២ ម៉ោង

$I.$ **វត្ថុបំណង**

– ចំណេះដឹង : សិស្សស្គាល់ផលគុណស្កាលែតាមកូអរដោនេ
– ចំណេះធ្វើ : សិស្សគណនាផលគុណស្កាលែតាមកូអរដោនេ
– ឥរិយាបទ : សិស្សមានបម្រុងប្រយ័ត្នក្នុងការគណនា ។

$II.$ **ខ្លឹមសារមេរៀន**

❒ ការគណនាផលគុណស្កាលែ តាមកូអរដោនេ

$III.$ **សម្ភារៈឧបទេស**

បន្ទាត់ក្រិត និងក្រដាសផ្ទាំងធំ

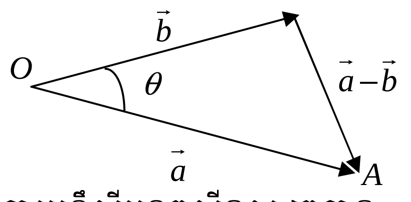
$IV.$ **ដំណើកនាំមេរៀន**

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
ពិនិត្យអវត្តមានសណ្តាប់ធ្នាប់ អនាម័យក្នុងថ្នាក់រៀន	**ជំហានទី១** (រដ្ឋបាលថ្នាក់)	តំណាងថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
គេឱ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $\lvert\vec{a}\rvert=3, \lvert\vec{b}\rvert=2$ និងមុំ $\theta=30^o$ គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្ត(*)	**ជំហានទី២** (រំលឹកមេរៀន) **ជំហានទី៣** (មេរៀនថ្មី) មេរៀនទី១ វ៉ិចទ័រនិងប្រមាណវិធីលើវ៉ិចទ័រ **❒ គណនាផលគុណកូអរដោនេ តាមផលគុណស្កាលែ** **ជាទូទៅ**	– គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}$ តាមរូបមន្ត: $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times3\ \cos30^o$ $=2\times3\cos30^o$ $=2\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ ជាទូទៅ

គេមានកូអរដោនេ

$\vec{a}=(a_1,a_2)$ និង $\vec{b}=(b_1,b_2)$ និង

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}\ ,\overrightarrow{OB}=\vec{b}$



តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស គេបាន

$BA^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cos\theta$

$2OA\cdot OB\cos\theta=OA^2+OB^2-BA^2$

ដោយ

$OA^2=\left|\vec{a}\right|^2=a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}$

$OB^2=\left|\vec{b}\right|^2=b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}$

$BA^2=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)$

ដូចនេះនាំឲ្យបាន

$2\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta=2(a_1b_1+a_2b_2)$

ដូចនេះយើងបានរូបមន្ត

$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$

ឧទាហរណ៍:កំណត់មុំរវាងពីរ

វ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(4,2)\&\vec{b}=(1,3)$

ស្រាយបញ្ជាក់លក្ខណ:

បើ $\vec{a}=(a_1,a_2)$ និង $\vec{b}=(b_1,b_2)$

គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2 \quad (*)$

ករណីពិសេស

$\vec{a}\perp\vec{b}$ លុះត្រាតែ $a_1b_1+a_2b_2=0$

បើតាង θ

ជាមុំដែលកើតឡើងដោយ

$\vec{a}=(a_1,a_2)$ និង $\vec{b}=(b_1,b_2)$

នោះ
$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|}$$
$$=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}}\sqrt{b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}}}$$

កំណត់មុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ

គេបាន

$$\cos\theta=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}}\sqrt{b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}}}$$
$$=\frac{4\times3+2\times3}{\sqrt{4^2+2^3}\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

បើ $\vec{a}=(a_1,a_2)$ និង $\vec{b}=(b_1,b_2)$

គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2 \quad (*)$

ករណីពិសេស

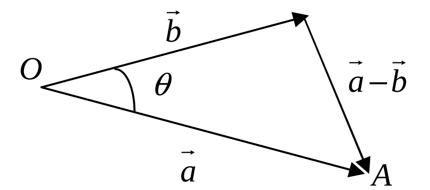
$\vec{a}\perp\vec{b}$ លុះត្រាតែ $a_1b_1+a_2b_2=0$

ស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្ត$(*)$

គេមានកូអរដោនេ

$\vec{a}=(a_1,a_2)$ និង $\vec{b}=(b_1,b_2)$ និង

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}\ ,\overrightarrow{OB}=\vec{b}$



តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស គេបាន

$BA^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cos\theta$

$2OA\cdot OB\cos\theta=OA^2+OB^2-BA^2$

ដោយ

$OA^2=\left|\vec{a}\right|^2=a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}$

$OB^2=\left|\vec{b}\right|^2=b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}$

$BA^2=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)$

ដូចនេះនាំឲ្យបាន

$2\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta=2(a_1b_1+a_2b_2)$

ដូចនេះយើងបានរូបមន្ត

$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$

កំណត់មុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ

គេបាន

$$\cos\theta=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}}\sqrt{b_1^{\ 2}+b_2^{\ 2}}}$$
$$=\frac{4\times3+2\times3}{\sqrt{4^2+2^3}\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$(1),(2),(3),(4)$ ឧទាហរណ៍: រកតម្លៃនៃ $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert$ បើ $\lvert\vec{a}\rvert=2$, $\lvert\vec{b}\rvert=3, \vec{a}\cdot\vec{b}=4$ ពន្យល់ពីរបៀបដោះស្រាយលំហាត់ ឧទាហរណ៍: គណនា ក. $\lvert\vec{a}+3\vec{b}\rvert$ ខ. $\lvert 2\vec{a}-3\vec{c}\rvert$ រកមុំ θ ដែលផ្គុំឡើងដោយវ៉ិចទ័រ $\vec{a}\&\vec{b}$ ក. $\vec{a}=(-3,0)$, $\vec{b}=(-1,\sqrt{3})$ ខ. $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(3,-6)$	**លក្ខណៈ:** ចំពោះគ្រប់វ៉ិចទ័រ $\vec{a},\vec{b}\&\vec{c}$ 1. $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ 2. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{b}$ 3. $(m\vec{a})\cdot\vec{b}=m(\vec{a}\cdot\vec{b})$ 4. $\vec{a}\cdot(m\vec{b})=m(\vec{a}\cdot\vec{b})$ ឧទាហរណ៍: រកតម្លៃនៃ $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert$ បើ $\lvert\vec{a}\rvert=2$, $\lvert\vec{b}\rvert=3, \vec{a}\cdot\vec{b}=4$ $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert^2=(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$ $=\vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})+2\vec{b}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$ $=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot 2\vec{b}+\vec{a}\cdot 2\vec{b}+4\vec{b}^2$ $=\lvert\vec{a}\rvert^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\lvert\vec{b}\rvert^2$ $=2^2+4\times 4+4\times 3^2=56$ ដូចនេះ $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$ តាមសម្រាយនេះគេអាចទាញ $\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert^2=\lvert\vec{a}\rvert^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\lvert\vec{b}\rvert^2$ $\lvert\vec{a}-\vec{b}\rvert^2=\lvert\vec{a}\rvert^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\lvert\vec{b}\rvert^2$ ក. $\lvert\vec{a}+3\vec{b}\rvert=\lvert\vec{a}\rvert^2+6\vec{a}\cdot\vec{b}+9\lvert\vec{b}\rvert^2$ ខ. $\lvert 2\vec{a}-3\vec{c}\rvert=4\lvert\vec{a}\rvert^2-12\vec{a}\cdot\vec{c}+9\lvert\vec{c}\rvert^2$ **ជំហានទី៤** (ពង្រឹងពុទ្ធ)	**លក្ខណៈ:** ចំពោះគ្រប់វ៉ិចទ័រ $\vec{a},\vec{b}\&\vec{c}$ 1. $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ 2. $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{b}$ 3. $(m\vec{a})\cdot\vec{b}=m(\vec{a}\cdot\vec{b})$ 4. $\vec{a}\cdot(m\vec{b})=m(\vec{a}\cdot\vec{b})$ $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert^2=(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$ $=\vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})+2\vec{b}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$ $=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot 2\vec{b}+\vec{a}\cdot 2\vec{b}+4\vec{b}^2$ $=\lvert\vec{a}\rvert^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\lvert\vec{b}\rvert^2$ $=2^2+4\times 4+4\times 3^2=56$ ដូចនេះ $\lvert\vec{a}+2\vec{b}\rvert=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$ តាមសម្រាយនេះគេអាចទាញ $\lvert\vec{a}+\vec{b}\rvert^2=\lvert\vec{a}\rvert^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\lvert\vec{b}\rvert^2$ $\lvert\vec{a}-\vec{b}\rvert^2=\lvert\vec{a}\rvert^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\lvert\vec{b}\rvert^2$ -គណនា ក. $\lvert\vec{a}+3\vec{b}\rvert=\lvert\vec{a}\rvert^2+6\vec{a}\cdot\vec{b}+9\lvert\vec{b}\rvert^2$ ខ. $\lvert 2\vec{a}-3\vec{c}\rvert=4\lvert\vec{a}\rvert^2-12\vec{a}\cdot\vec{c}+9\lvert\vec{c}\rvert^2$ រកមុំ θ ដែលផ្គុំដោយ $\vec{a}\&\vec{b}$ ក. $\vec{a}=(-3,0)$, $\vec{b}=(-1,\sqrt{3})$

		$\cos\theta = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$ $= \frac{(-3)(-1) + 0\times(\sqrt{3})}{\sqrt{(-3)^2 + 0}\sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2}}$ $\cos\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^0$ ខ. $\vec{a} = (2,1)$, $\vec{b} = (3,-6)$ $\cos\theta = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$ $= \frac{(2)(3) + 1\times(-6)}{\sqrt{(2)^2 + 1}\sqrt{(3)^2 + (-6)^2}}$ $\cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = 90^0$
ពេលប្អូនទៅផ្ទះវិញធ្វើលំហាត់ប្រតិបត្តិទំព័រ (109) & (111)	**ជំហានទី៥** (បណ្តាំផ្ញើ)	ស្តាប់និងកត់ត្រា

ជំពូកទី៩ វិុចទ័រក្នុងលំហរ

មេរៀនទី១ ការអនុវត្តន៍វិុចទ័រ

- ❖ កិច្ចតែងការបង្រៀន ថ្នាក់ទី ១០
- ❖ ជំពូកទី ៩ វិុចទ័រក្នុងលំហរ
- ❖ មេរៀនទី២ ការនុវត្តន៍វិុចទ័រ ម៉ោងទី ៧ និង ៨

I. **វត្ថុបំណងនៃមេរៀន** ក្រោយពីរៀនមេរៀនម៉ោងនេះចប់សិស្សមាន:

- ❖ ចំណេះដឹង: សិស្សបង្ហាញបានថា វិុចទ័រអាចអនុវត្តន៍លើរូបធរណីមាត្របាន
- ❖ ចំណេះធ្វើ: សិស្សអាចគណនាលំហាត់បាន លើអនុវត្តន៍លើរូបធរណីមាត្របាន
- ❖ ឥរិយាបថ:ចេះសាមគ្គីគ្នា សហការគ្នា ដោយរីករាយក្នុងការទទួលយកចំណេះដឹង

II. **ខ្លឹមសារមេរៀន:**

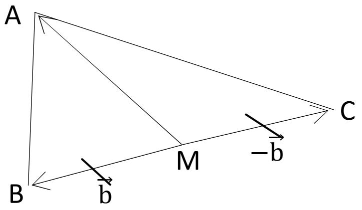
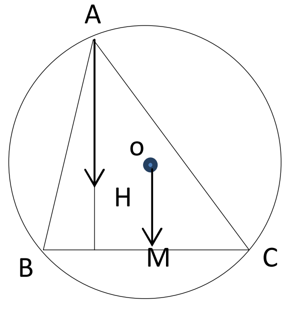
2.4 ការអនុវត្តន៍វិុចទ័រលើរូបធរណីមាត្រ

III. **សម្ភារៈឧបទេស**

ផ្ទាំងក្រដាសឧទាហរណ៍ និង ផ្ទាំងក្រដាសរូបភាព

IV. **ដំណើកនាំមេរៀន** រយៈពេល៥០នាទី +៥០នាទី

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
• គ្រូតពនិត្យអនាម័យ វិន័យ សណ្តាប់ធ្នាប់អវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១ លំនឹងថ្នាក់ ៣នាទី	• ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
• តើ$(a+b)^2=?$ $(a-b)^2=?$ • បើA($\vec{a}$)និង B($\vec{b}$) នោះ$\overrightarrow{AB}$=? • បើ $\vec{a}$កែង $\vec{b}$ លុះត្រាតែយ៉ាងដូម្តេច? • តើ $\vec{a}^2$ ហៅថាអ្វី?ស្មើប៉ុន្មាន?	ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀនចាស់ ៥-៨នាទី	• $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ • $\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$ • $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ ហៅថាការេស្កាលែ$\vec{a}^2=\|\vec{a}\|^2$
• គ្រូបិតឧទាហរណ៍ទី១រួចអោយសិស្សអាន២នាក់ • តើ $\overrightarrow{BA}$=? និង $\overrightarrow{CA}$=? • តើ$\|\overrightarrow{BA}\|$=?	ជំហានទី៣ មេរៀនថ្មី ៣០នាទី+៣០នាទី 2.4ការអនុវត្តន៍លើរូបធរណីមាត្រ	• សិស្សអាន • $\overrightarrow{BA}=\vec{a}-\vec{b}$$\overrightarrow{CA}=\vec{a}-\vec{c}$ • $\|\overrightarrow{BA}\|=\|\vec{a}-\vec{b}\|$

• តើ $AB^2=BA^2=\overrightarrow{BA}^2=$? • ចុះ $AC^2=CA^2=\overrightarrow{CA}^2=$? • យក $(1)+(2)$ យើងបានអ្វី? • ដោយ $\vec{c}=-\vec{b}$ នោះ $\|\vec{c}\|=\|\vec{b}\|$ តើយើងបានអ្វី? • គ្រូបិតឧទាហរណ៍ទី២រួចអោយសិស្សអាន២នាក់ • ដោយ A($\vec{a}$) និង H($\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$) នោះ $\overrightarrow{AH}=$? • ដោយMកណ្ដាល$[BC]$នោះ $\overrightarrow{OM}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$ នោះ $\vec{b}+\vec{c}=$? • តាម(1)និង(2)យើងបានដូចម្ដេច? • ដោយ $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OM}$ នោះ $(AH)\,//\,(OM)$ រឺទេ? • ដោយMកណ្ដាល$[BC]$នោះ$[OM]$កែង$[BC]$រឺទេ? • នោះ$[AH]$ត្រូវយ៉ាងម៉េចនិង$[BC]$? • ដូច្នេះកំពស់ត្រូវនឹងកំពូលAកាត់តាមHរឺទេ?	ឧទាហរណ៍១: តាងM ជាចំនុចកណ្ដាលអង្កត់ AB នៃត្រីកោណABC។បង្ហាញថា $AB^2+AC^2=2(AM^2+BM^2)$  យើងមាន A($\vec{a}$); B($\vec{b}$) និងC($\vec{c}$) នោះ • $AB^2=BA^2=\overrightarrow{BA}^2=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$ $=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$ $=\|\vec{a}\|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\|\vec{b}\|^2$ (1) $AC^2=CA^2=\overrightarrow{CA}^2=\|\vec{a}\|^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+\|\vec{c}\|^2$ (2) យក(1)+(2)យើងបាន $AB^2+AC^2=2\|\vec{a}\|^2+\|\vec{b}\|^2+\|\vec{c}\|^2$ ដោយ $\vec{c}=-C$ នោះ $\|\vec{c}\|=\|\vec{b}\|$ ដូចនេះ $AB^2+AC^2=2\|\vec{a}\|^2+2\|\vec{b}\|^2$ $=2AM^2+2BM^2$ $=2(AM^2+BM^2)$ ឧទាហរណ៍២:យក O ជាផ្ចិតរង្វង់ចរឹកក្រៅត្រីកោណABCហើយ$\vec{a}$;$\vec{b}$;$\vec{c}$ជាវិចទ័រទីតាំងនៃកំពូលទាំងបី យកHជាចំនុចដែលជាផលបូកវិចទ័រទីតាំង$\vec{a}$+$\vec{b}$+$\vec{c}$។បង្ហាញថា 1. បើMជាចំនុចកណ្ដាលអង្កត់BC នោះ $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OM}$ 2. បង្ហាញថាកំពស់ទាំងបីនៃΔABCប្រសព្វគ្នាត្រង់H  	• $AB^2=BA^2=\overrightarrow{BA}^2=(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$ $=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$ $=\|\vec{a}\|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\|\vec{b}\|^2$ (1) • $AC^2=CA^2=\overrightarrow{CA}^2=\|\vec{a}\|^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+\|\vec{c}\|^2$ (2) • យើងបាន $AB^2+AC^2=2\|\vec{a}\|^2+\|\vec{b}\|^2+\|\vec{c}\|^2$ • $AB^2+AC^2=2\|\vec{a}\|^2+2\|\vec{b}\|^2$ $=2AM^2+2BM^2$ $=2(AM^2+BM^2)$ • $\overrightarrow{AH}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$ (1) • $\vec{b}+\vec{c}=2\overrightarrow{OM}$ (2) • $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OM}$ • ស្រប • កែង • [AH]ត្រូវកែង[BC] • កំពស់ត្រូវនឹងកំពូលAត្រូវកាត់តាមH

- សម្រាយដូចគ្នាចំពោះកំពូលB និង Cកំពស់ទាំងពីត្រូវកាត់តាមHដូច្នេះ?
- គ្រូដាក់ប្រត្តិបត្តិអោយសិស្សពិភាក្សាជាក្រុម
- គ្រូណែនាំសិស្សអោយធ្វើតាមឧទាហរណ៍១និងDជាចំនុចចែកជ្រុង$[BC]$ខាងក្នុងក្រោមផលធៀបm:n នោះ$\vec{c}=-\frac{n}{m}\vec{b}$
- គ្រូអោយសិស្សធ្វើការកែលម្អរដើម្បីរកចម្លើយល្អនិងត្រឹមត្រូវ

1. ស្រាយថា$\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OM}$

យើងមាន A$(\vec{a})$ និង H$(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$នោះ$\overrightarrow{AH}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}(1)$

ដោយដោយMកណ្តាលBCនោះ $\overrightarrow{OM}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$នោះ$\vec{b}+\vec{c}=2\overrightarrow{OM}(2)$

តាម(1)និង(2)យើងបាន $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OM}$

2. ស្រាយថាកំពស់ទាំងបីនៃ ΔABCប្រសព្វគ្នាត្រង់H

ដោយ$\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{OM}$នោះ$(AH)\,/\!/\,(OM)$

ដោយMកណ្តាល$[BC]$នោះ$[OM]$កែង$[BC]$

នាំអោយ $[AH]$ត្រូវកែង$[BC]$

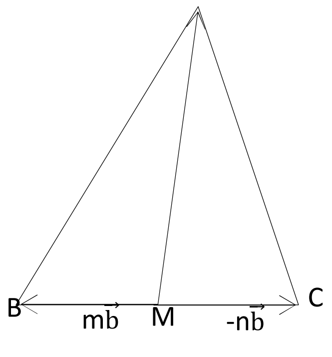
ដូច្នេះកំពស់ត្រូវនឹងកំពូលAកាត់តាមH សម្រាយដូចគ្នាចំពោះកំពូលB និង Cកំពស់ទាំងពីត្រូវកាត់តាមHដូច្នេះយើងបានកំពស់ទាំងបីនៃΔABCប្រសព្វគ្នាត្រង់H

<u>ប្រត្តិបត្តិទី១:</u>

តាងDជាចំនុចចែកជ្រុង$[BC]$ខាងក្នុងនៃត្រីកោណABCក្រោមផលធៀបm:n ដោយប្រើវ៉ិចទ័រ

ស្រាយថា

$nAB^2+mAC^2=nBD^2+mCD^2+(n+m)AD^2$



<u>សម្រាយ</u>

- ដូច្នេះយើងបានកំពស់ទាំងបីនៃΔABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់H

- សិស្សពិភាក្សារួចឡាយការណ៍

យើងមាន

$nAB^2=n\overline{AB}^2=n(\vec{b}-\vec{a})\cdot(\vec{b}-\vec{a})$

$=n\vec{a}^2-2n\vec{a}\cdot\vec{b}+n\vec{b}^2$

$=n|\vec{a}|^2-2n\vec{a}\cdot\vec{b}+n|\vec{b}|^2(1)$

$nAB^2=mAC^2=m(\vec{c}-\vec{a})\cdot(\vec{c}-\vec{a})$

$=nm^2-2m\vec{a}\cdot\vec{b}+m\vec{a}^2$

$=m|\vec{a}|^2-2m\vec{a}\cdot\vec{c}+m|\vec{c}|^2(2)$

បូក$(1)+(2)$យើងបាន

$nAB^2+mAC^2=n|\vec{b}|^2+m|\vec{c}|^2(m+n)|\vec{a}|^2-2\vec{a}(n\vec{b}+m\vec{c})$

Dជាចំនុចចែកជ្រុង$[BC]$ខាងក្នុងក្រោមផលធៀបm:n នោះ$\vec{c}=-\frac{n}{m}\vec{b}$

នាំអោយ$(n\vec{b}+m\vec{c})=\vec{0}$

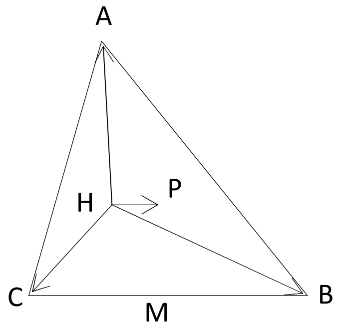
យើងបាន

$nAB^2+mAC^2=n|\vec{b}|^2+m|\vec{c}|^2(m+n)|\vec{a}|^2$

ដូច្នេះ

$nAB^2+mAC^2=nBD^2+mCD^2+(n+m)AD^2$

• គ្រូបិតផ្ទាំងឧទាហរណ៍ទី៣រួចអោយសិស្សអាន២នាក់ • យើងមាន$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$បើធ្វើអោយអង្គទី២ស្មើសូន្យតើយើងបានដូចម្តេច? • សម្រាយដូចគ្នាចំពោះ$\overrightarrow{OB}$និង$\overrightarrow{OA}$? ដូច្នេះតើចំនុច O ជាអ្វី?	យើងមាន $nAB^2 = n\overrightarrow{AB}^2 = n(\vec{b} - \vec{a})\cdot(\vec{b}-\vec{a})$ $=n\vec{a}^2 - 2n\vec{a}\cdot\vec{b} + n\vec{b}^2$ $= n\lvert\vec{a}\rvert^2 - 2n\vec{a}\cdot\vec{b} + n\lvert\vec{b}\rvert^2 (1)$ $nAB^2 = mAC^2 = m(\vec{c} - \vec{a})\cdot(\vec{c}-\vec{a})$ $=nm^2 - 2m\vec{a}\cdot\vec{b} + m\vec{a}^2$ $=m\lvert\vec{a}\rvert^2 - 2m\vec{a}\cdot\vec{c} + m\lvert\vec{c}\rvert^2(2)$ បូក$(1)+(2)$យើងបាន $nAB^2 + mAC^2 = n\lvert\vec{b}\rvert^2 + m\lvert\vec{c}\rvert^2(m+n)\lvert\vec{a}\rvert^2 - 2\vec{a}(n\vec{b}+m\vec{c})$ Dជាចំនុចចែកជ្រុង[BC]ខាងក្នុងក្រោម ផលធៀបm:n នោះ$\vec{c} = -\frac{n}{m}\vec{b}$ នាំអោយ$(n\vec{b}+m\vec{c}) = \vec{0}$ យើងបាន $nAB^2 + mAC^2 = n\lvert\vec{b}\rvert^2 + m\lvert\vec{c}\rvert^2(m+n)\lvert\vec{a}\rvert^2$ ដូច្នេះ $nAB^2 + mAC^2 = nBD^2 + mCD^2 + (n+m)AD^2$ ឧទាហរណ៍ទី៣:គេមានΔABC និងចនុចOជាចំនុចនៅក្នុងប្លង់ត្រីកោណដែលបំពេញលក្ខខ័ណ្ឌ$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$។តើចំនុច O ជាអ្វី? ចម្លើយ $\overrightarrow{OC}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}) = \vec{0}$ឬ$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}=\vec{0}$នោះ$\overrightarrow{OC}$កែង$\overrightarrow{AB}$ សម្រាយដូចគ្នាចំពោះ$\overrightarrow{OB}$និង$\overrightarrow{OA}$ គេបាន $\overrightarrow{OB}$កែង$\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{OA}$កែង$\overrightarrow{BC}$ ដូច្នេះចំនុច O ជាអត្តសង់	• សិស្សអាន២នាក់ • $\overrightarrow{OC}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}) = \vec{0}$ឬ$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}=\vec{0}$នោះ$\overrightarrow{OC}$កែង$\overrightarrow{AB}$ • $\overrightarrow{OB}$កែង$\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{OA}$កែង$\overrightarrow{BC}$ ដូច្នេះចំនុច O ជាអត្តសង់
• គ្រូបិតផ្ទាំងប្រត្តិបត្តិទី២ រួចណែនាំអោយសិស្សពិភាក្សាជាក្រុម • ចំពោះសំនួរ ក យើងរក្សាទុក$\overrightarrow{HA}$	ជំហានទី៤ ពង្រឹងចំណេះដឹង ៥នាទី-៨នាទី ប្រត្តិបត្តិ: គេមានHជាអត្តសង់នៃΔABCហើយP ជាចំនុចដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC})$ស្រាយថា	សិស្សពិភាក្សារួចឡាយការណ៍ ក.ស្រាយថា$\overrightarrow{HA} = 2\overrightarrow{HP}$ យើងមាន $\overrightarrow{HP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC})$ នោះ:$2\overrightarrow{HP} = \overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}$ $\overrightarrow{HP}-\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HP}-\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA}$ $\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{HA}$ $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{HA}$

<table>
<tr>
<td></td>
<td>ក·បើM ជាចំនុចកណ្ដាលជ្រុង BC
នោះ$\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{HP}$
ខ·Pជាផ្ចិតរង្វង់ចរឹកក្រៅΔABC


ក·ស្រាយថា$\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{HP}$
យើងមាន $\overrightarrow{HP}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC})$
នោះ$2\overrightarrow{HP}=\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}$
$\overrightarrow{HP}-\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HP}-\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA}$
$\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{HA}$
$\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{HA}$
ដោយM ជាចំនុចកណ្ដាលជ្រុង
BCនោះ$\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}=\vec{0}$
ដូច្នេះ$\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{MP}$

ខ·Pជាផ្ចិតរង្វង់ចរឹកក្រៅΔABC
ដោយ$\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{MP}$នោះ$\overrightarrow{HA}$ស្របនឹង$\overrightarrow{MP}$
តែ$\overrightarrow{HA}$កែង$\overrightarrow{BC}$នោះ$\overrightarrow{MP}$កែង$\overrightarrow{BC}$
នាំអោយΔBPCជាត្រីកោណសមបាទ
នោះPC=PB
ស្រាយដូចគ្នាបើNមួយជាចំនុចកណ្ដាលជ្រុងACនោះPC=PA
ដូច្នេះPជាផ្ចិតរង្វង់ចរឹកក្រៅΔABC</td>
<td>ដោយM ជាចំនុចកណ្ដាលជ្រុង
BCនោះ$\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}=\vec{0}$
ដូច្នេះ$\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{MP}$

ខ·Pជាផ្ចិតរង្វង់ចរឹកក្រៅΔABC
ដោយ$\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{MP}$នោះ$\overrightarrow{HA}$ស្របនឹង$\overrightarrow{MP}$
តែ$\overrightarrow{HA}$កែង$\overrightarrow{BC}$នោះ$\overrightarrow{MP}$កែង$\overrightarrow{BC}$
នាំអោយΔBPCជាត្រីកោណសមបាទ
នោះPC=PB
ស្រាយដូចគ្នាបើNមួយជាចំនុចកណ្ដាលជ្រុងACនោះPC=PA
ដូច្នេះPជាផ្ចិតរង្វង់ចរឹកក្រៅΔABC</td>
</tr>
<tr>
<td>• ពេលទៅផ្ទះវិញខំរៀននិងធ្វើលំហាត់នៅទំព័រទី១៣២;១៣៣ លេខ ៥ និង លេខ ៨</td>
<td><u>ជំហានទី៥</u>
<u>បណ្ដាំផ្ញើរ</u>
<u>៣នាទី</u></td>
<td>• សិស្សស្ដាប់និងកត់ត្រា</td>
</tr>
</table>

ជំពូកទី៩ វិុចទ័រក្នុងលំហរ

មេរៀនទី១ ការអនុវត្តន៍វិុចទ័រ

- ❖ កិច្ចតែងការបង្រៀន ថ្នាក់ទី ១០
- ❖ ជំពូកទី ៩ វិុចទ័រក្នុងលំហរ
- ❖ មេរៀនទី ២ ការអនុវត្តន៍វិុចទ័រ ម៉ោងទី ៩ និង ១០

I. <u>វត្ថុបំណងនៃមេរៀន</u> ក្រោយពីរៀនមេរៀនម៉ោងនេះចប់សិស្សមាន

❖ <u>ចំណេះដឹង:</u> សិស្សប្រាប់បានអំពីវិចទ័រកម្លាំង វិចទ័រល្បឿន វិចទ័រកម្លាំងផ្គួប និង វិចទ័រល្បឿនផ្គួប

❖ <u>ចំណេះធ្វើ:</u>សិស្សកំណត់បានអំពីវិចទ័រកម្លាំង វិចទ័រល្បឿន វិចទ័រកម្លាំងផ្គួប និង វិចទ័រល្បឿនផ្គួប និងគណនាបានកម្លាំង កម្លាំងផ្គួប ល្បឿន ល្បឿនផ្គួប

❖ <u>ឥរិយាបថ:</u>សិស្សយកវិចទ័រកម្លាំង វិចទ័រល្បឿន វិចទ័រកម្លាំងផ្គួប និង វិចទ័រល្បឿនផ្គួបទៅអនុវត្តន៍នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅ

II. <u>ខ្លឹមសារមេរៀន</u>

2.5 <u>កម្លាំង ល្បឿន និង វិចទ័រកម្លាំង</u>

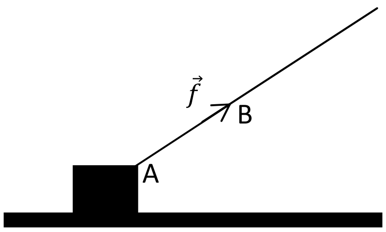
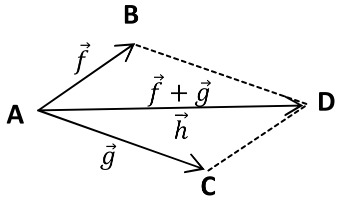
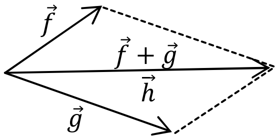
ក.<u>វិចទ័រកម្លាំង</u>

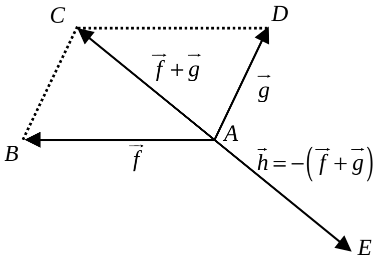
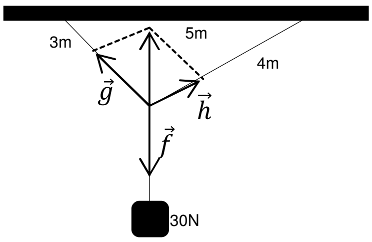
ខ.<u>វិចទ័រល្បឿន</u>

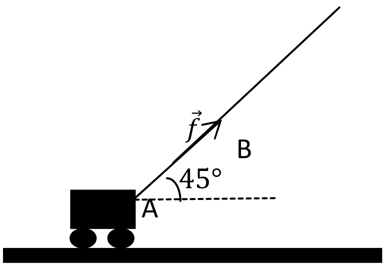
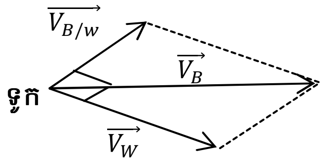
III. <u>សម្ភារៈឧបទេស</u>ផ្ទាំងឧទាហរណ៍ ផ្ទាំងប្រត្តិបត្តិ និង ផ្ទាំងរូបភាព

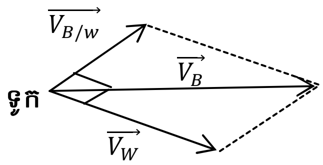
IV. <u>ដំណើកនាំមេរៀន</u> រយះពេល ៣០នាទី+៣០នាទី

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសារមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
•គ្រូតពនិត្យអនាម័យ វិន័យ សណ្តាប់ធ្នាប់អវត្តមានសិស្ស	<u>ជំហានទី១</u> <u>លំនឹងថ្នាក់</u> <u>៣នាទី</u>	• ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
• តើយើងអាចធ្វើផលបូកវិចទ័រដែលមានគល់រួមតាមវិធានណា? • ចំពោះវិុចទ័រ$\overrightarrow{AB}$ មានលក្ខណៈអ្វីខ្លះ? • បើវិចទ័រពីផ្ទុយគ្នាតើផលបូកវាស្មើប៉ុន្មាន?	<u>ជំហានទី២</u> <u>រំលឹកមេរៀនចាស់</u> <u>៥-៨នាទី</u>	• តាមវិធានប្រលេឡូក្រាម • ចំពោះវិុចទ័រ$\overrightarrow{AB}$ មាន៖ ▪ ចំនុចចាប់ ▪ ទិស ▪ ទិសដៅ ▪ ម៉ូឌុល • ផលបូកវាស្មើសូន្យ • ការេនៃរង្វាស់ជ្រុងមួយស្មើផលបូក

• តើប្អូនណាអាចសូត្រទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុសបាន?		ការេជ្រុងពីរទៀតដកពីរដងផលគុណជ្រុងពីរនេះនឹងកូស៊ីនុសនៃមុំដែលផ្គុំដោយជ្រុងទាំងពីរ
• គ្រូបិតផ្ទាំងរូបភាព • បើយើងទាញវត្ថុនេះដូចរូបហើយ $\vec{F}$ សម្គាល់វ៉ិចទ័រកម្លាំងតើទិសដៅដូចទិសដៅនៃអ្វី? • ទំហំនៃវ៉ិចទ័រសមាមាត្រនិងទំហំអ្វី? • ដូចនេះវ៉ិចទ័រកម្លាំងជាអ្វី? • បើ $\vec{f}$ និង $\vec{g}$ ដូចរូប(គ្រូគូររូប)តើយើងអាចធ្វើផលបូកវាតាមវិធីណា?(អោយសិស្សឡើងគូរ) • បើវ៉ិចទ័រកម្លាំងច្រើនមានអំពើរលើចំនុចវត្ថុមួយនោះផលបូកកម្លាំងស្មើសូន្យតើវត្ថុមានចលនាឬទេ? • គ្រូបិតផ្ទាំងឧទាហរណ៍ • ណែនាំសិស្សសង់វ៉ិចទ័រផលបូក$(\vec{f}+\vec{g})$ • ដោយ$(\vec{f}+\vec{g}+\vec{h})=\vec{0}$នោះ:$\vec{h}$ =?រូចអោយសិស្សឡើងសង់បន្ត	ជំហានទី៣ មេរៀនថ្មី ៣០នាទី+៣០នាទី 2.5កម្លាំង ល្បឿន និង វ៉ិចទ័រកម្លាំង ក.វ៉ិចទ័រកម្លាំង  *វ៉ិចទ័រកម្លាំងជាវ៉ិចទ័រដែលទិសដៅជាទិសដៅនៃកម្លាំង និង ទំហំនៃវ៉ិចទ័រសមាមាត្រនិងទំហំកម្លាំង ។ *យើងអាចផ្គួបវ៉ិចទ័រកម្លាំងពីរមានចំនុចចាប់រួមតាមវិធានប្រលេឡូក្រាម  ➢ សម្គាល់ :បើវ៉ិចទ័រកម្លាំងច្រើនមានអំពើរលើចំនុចវត្ថុមួយនោះផលបូកកម្លាំងស្មើសូន្យនោះវត្ថុនៅនឹង។ ឧទាហរណ៍:គេមានវ៉ិចទ័រកម្លាំងបី $\vec{f};\vec{g};\vec{h}$មានចំនុចចាប់រួម។ចំនុចនេះមានលំនឹងស្មើគ្នា។ ចូរសង់វ៉ិចទ័រកម្លាំង$\vec{h}$ ដោយស្គាល់$\vec{f}$និង$\vec{g}$	• វ៉ិចទ័រកម្លាំងមានទិសដៅដូចទិសដៅកម្លាំង • សមាមាត្រនិងទំហំកម្លាំង • វ៉ិចទ័រកម្លាំងជាវ៉ិចទ័រដែលទិសដៅជាទិសដៅនៃកម្លាំង និង ទំហំនៃវ៉ិចទ័រសមាមាត្រនិងទំហំកម្លាំង ។ • តាមវិធានប្រលេឡូក្រាម  • គ្មានចលនាគឺវានៅនឹង

	 	• សិស្សឡើងសង់ • $\vec h = -(\vec f+\vec g)$ • រូប
• គ្រូបិតផ្ទាំងប្រត្តិបត្តិទី១ • ដោយវត្ថុមានទំងន់30Nជាកម្លាំងមានទិសដៅយ៉ាងដូចម្តេច? • ដោយវត្ថុមានលំនឹងស្មើគ្នានោះ កម្លាំងកមានចំនុចចាប់ត្រង់A ស្មើកម្លាំងប្រត្តិកម្មចំពោះខ្សែ3m និងកម្លាំងកមានចំនុចចាប់ត្រង់B ស្មើកម្លាំងប្រត្តិកម្មចំពោះខ្សែ5m គឺ$\vec g$និង$\vec h$នោះ:$(\vec g+\vec h)$ =? • ចូរគណនាCosϕនិង Sinϕ • ចូរគណនាកម្លាំង$\vec g$និង$\vec h$	ប្រត្តិបត្តិទី១:គេព្យួរវត្ថុដែលមានទម្ងន់30Nត្រង់ចំនុចCដែលចងភ្ជាប់ចុងសងនឹងចំនុចពីរA និង B  ដោយវត្ថុមានលំនឹងស្មើគ្នានោះ $(\vec g+\vec h) = -\vec f$ • នាំអោយកម្លាំងនៃ$\vec g$គឺ$\|\vec g\| = \|\vec f\|\cdot$Cos$\phi$ $=30\cdot\frac{4}{5}=24$N កម្លាំងនៃ$\vec h$គឺ$\|\vec h\| = \|\vec f\|\cdot$Sin$\phi$ $=30\cdot\frac{3}{5}=18$N	• មានទិសដៅចុះក្រោម • $(\vec g+\vec h) = -\vec f$ • ក្នុងត្រីកោណកែងABC Cos$\phi = \frac{4}{5}$ Sin$\phi=\frac{3}{5}$ • កម្លាំងនៃ$\vec g$គឺ$\|\vec g\| = \|\vec f\|\cdot$Cos$\phi$ $=30\cdot\frac{4}{5}=24$N កម្លាំងនៃ$\vec h$គឺ$\|\vec h\| = \|\vec f\|\cdot$Sin$\phi$ $=30\cdot\frac{3}{5}=18$N
• គ្រូបិតផ្ទាំងប្រត្តិបត្តិទី២ • តើកម្មន្តជាអ្វី?W=? • គ្រូបិទផ្ទាំងរូបភាពរួចអោយសិស្សពិភាក្សាតាមក្រុមដោយសួរនិងពន្យល់	ប្រត្តិបត្តិទី២:ដើម្បីទាញរទេះមួយបាន10mបុរសម្នាក់ត្រូវប្រើកម្លាំង$\vec f$ដែលមានអាំងតង់ស៊ីតេ$\|\vec f\| = 350N$ក្រោមមុំ45° ក·រកកម្មន្តដែលបង្កើតដោយកម្លាំងនេះ ខ·រកអាំងតង់ស៊ីតេនៃកម្លាំងដែលបង្កើតកម្មន្តកាលណាគេរុញរទេះតាមទិសនៃបំលាស់ទី	• កម្មន្តជាផលគុណកម្លាំងដែលមានទិសដៅដូចបំលាស់ទីនិងទិសដៅបំលាស់ទីW=F.d • សិស្សពិភាក្សារួចឡើងរាយការណ៍ ក·គណនាកម្មន្ត យើងមាន $W = F_1.d$ ដោយ$F_1 = F.Cos45° = 350.\frac{\sqrt{2}}{2}$ $=175\sqrt{2}$N នោះ:$W = 175\sqrt{2}.10 = 1750\sqrt{2}\,j$

• គ្រូអោយសិស្សកែលម្អរដើម្បីរកចម្លើយដែលល្អ • តាមនិយមន័យវ៉ិចទ័រកម្លាំងបើចល័តមួយផ្លាស់ទីល្បឿនជាវ៉ិចទ័រល្បឿននៅខណៈនោះ តើវ៉ិចទ័រល្បឿនជាអ្វី? • គ្រូបិតផ្ទាំងឧទាហរណ៍ • តាងB ជាទូក និង W ជាទឹកនោះល្បឿនពិតប្រាកដរបស់ទូក V_Bល្បឿនទឹក$V_w =$?និងល្បឿនទឹកកែងទូក$V_{B/w}$ =? • ដោយវ៉ិចទ័រពិតប្រាកដរបស់ទូកគឺជាវ៉ិចទ័រល្បឿនផ្គួបរវាងល្បឿនទឹកនិងល្បឿនទឹកកែងទូក$\overrightarrow{V_B}$ =? • ទិសបំលាស់ទីទូកគឺជាមុំα នៃtanα ចូររកទិសបំលាស់ទី?	 ខ.វ៉ិចទ័រល្បឿន *វ៉ិចទ័រល្បឿនជាវ៉ិចទ័រដែលមានទិសដៅដូចបំលាស់ទីហើយទំហំវ៉ិចទ័រសមាមាត្រល្បឿននៅខណៈនោះ។ ឧទាហរណ៍:ដូចរូបទឹកមួយហូរដោយល្បឿន$3m/s$ទៅទិសកើត។ហើយមានទូកមួយបើកបរដោយល្បឿន$4m/s$ទៅទិសជើង។ចូររកល្បឿនពិតប្រាកដរបស់ទូកនិងទិសរបស់ទូក  យើងមាន $V_w = 3m/s$និង$V_{B/w} = 4m/s$$\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_W} + \overrightarrow{V_{B/w}}$ នោះ:$V_B{}^2 = V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2 V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2} V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2}$ $V_B = \sqrt{3^2+4^2} = 5m/s$tanα=$\frac{4}{3}$នោះ $\alpha = 53.1°$	ខ·គណនាអាំងតង់ស៊ីតេនៃកម្លាំងដែលបង្កើតកម្មន្ត ដោយ $F_2 = \frac{W}{d}$ តែ$W = 1750j$ និង$d = 10m$ នោះ $F_2 = \frac{1750\sqrt{2}}{10} = 175\sqrt{2}N$ • សិស្សឡើងកែលម្អរ •វ៉ិចទ័រល្បឿនជាវ៉ិចទ័រដែលមានទិសដៅដូចបំលាស់ទីហើយទំហំវ៉ិចទ័រសមាមាត្រល្បឿននៅខណៈនោះ។ • $V_w = 3m/s$និង $V_{B/w} = 4m/s$ • $\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_W} + \overrightarrow{V_{B/w}}$ នោះ:$V_B{}^2 = V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2 V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2}$ $V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2} V_B = \sqrt{3^2+4^2}$ $= 5m/s$ • tanα=$\frac{4}{3}$នោះ $\alpha = 53.1°$
• តើវ៉ិចទ័រកម្លាំងជាអ្វី? • តើវ៉ិចទ័រល្បឿនជាអ្វី?	ជំហានទី៤ ពង្រឹងចំណេះដឹង ៥នាទី-៨នាទី	• វ៉ិចទ័រកម្លាំងជាវ៉ិចទ័រដែលទិសដៅជាទិសដៅនៃកម្លាំង និង ទំហំនៃវ៉ិចទ័រសមាមាត្រនិងទំហំកម្លាំង

• គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្សដោះស្រាយដោយពិភាក្សាតាមក្រុម	ឧទាហរណ៍:ទឹកស្ទឹងមួយហូរដោយល្បឿន$2m/s$ពីលិចទៅកើត និងអ្នកចែវទូកម្នាក់ចែវដោយល្បឿន$2m/s$កែងទិសចរន្តទឹក។ កំណត់ល្បឿនទូកពិតនិងទិសដៅទូក?  តាងB ជាទូក និង W ជាទឹកនោះល្បឿនពិតប្រាកដរបស់ទូកV_Bល្បឿនទឹកV_wនិងល្បឿនទឹកកែងទូក$V_{B/w}$ យើងមាន $V_w = 2m/s$និង$V_{B/w} = 2m/s$ $\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_W} + \overrightarrow{V_{B/w}}$ នោះ$V_B{}^2 = V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2 V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2}$ $V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2}$ $V_B = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}m/s$ $\tan\alpha = \frac{2}{2} = 1$នោះ $\alpha = 45°$	។ • សិស្សពិភាក្សារួចរាយការណ៍ តាងB ជាទូក និង W ជាទឹកនោះល្បឿនពិតប្រាកដរបស់ទូកV_Bល្បឿនទឹកV_wនិងល្បឿនទឹកកែងទូក$V_{B/w}$ • យើងមាន $V_w = 2m/s$និង$V_{B/w} = 2m/s$ • $\overrightarrow{V_B} = \overrightarrow{V_W} + \overrightarrow{V_{B/w}}$ នោះ$V_B{}^2 = V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2 V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2}$ $V_B = \sqrt{V_B{}^2 + V_{B/w}{}^2}$ $V_B = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}m/s$ $\tan\alpha = \frac{2}{2} = 1$នោះ $\alpha = 45°$
• ពេលទៅផ្ទះវិញខំរៀននិងធ្វើលំហាត់នៅទំព័រទី១៣២;១៣៣ លេខ ៥ និង លេខ ៨	ជំហានទី៥ បណ្តាំផ្ញើរ ៣នាទី	• សិស្សស្តាប់និងកត់ត្រា

ជំពូកទី៩ វិុចទ័រក្នុងលំហរ

មេរៀនទី១ ការអនុវត្តន៍វិុចទ័រ

- ❖ កិច្ចតែងការបង្រៀន ថ្នាក់ទី ១០
- ❖ ជំពូកទី ៩ វិុចទ័រក្នុងលំហរ
- ❖ មេរៀនទី ២ ការអនុវត្តន៍វិុចទ័រ ម៉ោងទី ៦ និង ៧

I. វត្ថុបំណងនៃមេរៀន: ក្រោយពីរៀនមេរៀនម៉ោងនេះចប់សិស្សមាន:

- ❖ ចំណេះដឹង:ប្រាប់បានអំពីចម្ងាយរវាងចំនុចនិងបន្ទាត់ សមីការវិុចទ័ររង្វង់ និង សមីការរង្វង់
- ❖ ចំណេះធ្វើ:កំណត់បានចម្ងាយរវាងចំនុចនិងបន្ទាត់ សមីការវិុចទ័ររង្វង់ និង សមីការរង្វង់
- ❖ ឥរិយាបថ:សិស្សយកចម្ងាយរវាងចំនុចនិងបន្ទាត់ សមីការរង្វង់ ទៅអនុវត្តន៍ក្នុងជីវភាពរស់ប្រចាំថ្ងៃរបស់ពួកគេ

II. ខ្លឹមសារមេរៀន

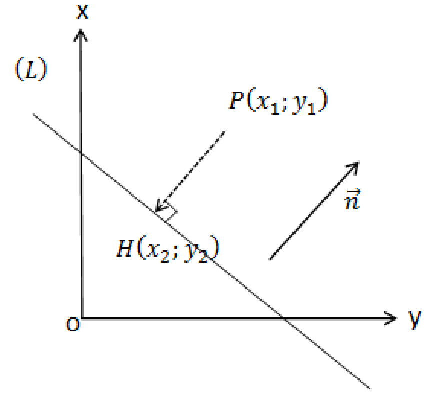
គ.ចម្ងាយរវាងចំនុច និង បន្ទាត់

2.3 រង្វង់ និង វិុចទ័រ

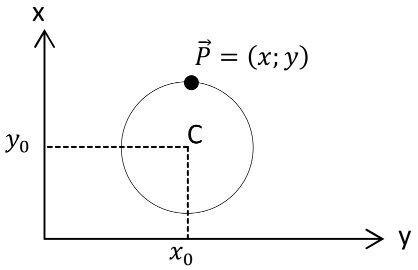
III. សម្ភារៈឧបទេស: ផ្ទាំងរូបភាព ផ្ទាំងក្រដាសជាទូទៅ ផ្ទាំងឧទាហរណ៍ និង ប្រត្តិបត្តិ

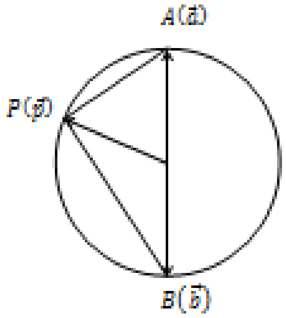
IV. ដំណើកនាំមេរៀន: រយៈពេល ៥០នាទី និង ៥០នាទី

សកម្មភាពគ្រូ	ខ្លឹមសាមេរៀន	សកម្មភាពសិស្ស
•គ្រូតពនិត្យអនាម័យ វិន័យ សណ្តាប់ធ្នាប់អវត្តមានសិស្ស	ជំហានទី១ លំនឹងថ្នាក់ ៣នាទី	• ប្រធានថ្នាក់ឡើងរាយការណ៍
• តើសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំនុច$(x_0; y_0)$មានវិុចទ័រនរម៉ាល់$\vec{n} = (a; b)$មានរាងទូទៅយ៉ាងដូចម្តេច? • ឧទាហរណ៍ រកសមីការបន្ទាត់Lដែលកាត់តាមចំនុចP$(1; 2)$មានវិុចទ័រនរម៉ាល់$\vec{n} = (1; 4)$ • បើគេមានសមីការបន្ទាត់$ax + by +$	ជំហានទី២ រំលឹកមេរៀនចាស់ ៥-៨នាទី	• មានរាង $b(y - y_0) + a(x - x_0) = 0$ • រកសមីការបន្ទាត់Lដែលកាត់តាមចំនុចP$(1; 2)$មានវិុចទ័រនរម៉ាល់$\vec{n} = (1; 4)$គឺ $b(y - y_0) + a(x - x_0) = 0$ $(y - 2) + 4(x - 1) = 0$ $y = -4x + 6$ • $\vec{n} = (a; b)$

$c=0$ តើវាមានវិចទ័រណម៉ាល់ $\vec{n}=?$		
• បើតាង d ជាចម្ងាយពី P ទៅបន្ទាត់ (L) បើយើងយក $H(x_2;y_2)$ ជាចំណោលកែងនៃ P លើ (L) នោះ $d=?$ • ហើយ $\overrightarrow{PH}$ យ៉ាងម៉េចនិង $\vec{n}$? • នោះមុំផ្គុំរវាង $\overrightarrow{PH}$ និង $\vec{n}$ ស្មើប៉ុន្មាន? • ហើយ $\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}=?$ • តើ $\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert=?$ • នោះ $d=?$ • តើ $\lvert\vec{n}\rvert=?$ និង $\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert=?$ នាំអោយយើងបាន $d=?$ • ដោយH នៅលើ (L) នោះ $ax_2+by_2+c=0$ រឺ $c=-(ax_2+by_2)$ នោះយើងបានអ្វី? • គ្រូបិតផ្ទាំងឧទាហរណ៍និងប្រត្តិបត្តិអោយសិស្សពិភាក្សាក្រុម	ជំហានទី៣ មេរៀនថ្មី ៣០នាទី+៣០នាទី គ.ចម្ងាយរវាងចំនុច និង បន្ទាត់ យើងមាន $(L): ax+by+c=0$ និង ចំនុច $P(x_1;y_1)$ មិនឋិតនៅលើ (L) ។ តាង d ជាចម្ងាយពី P ទៅបន្ទាត់ (L) បើយើងយក $H(x_2;y_2)$ ជាចំណោលកែងនៃ P លើ (L)  • យើងបាន $\overrightarrow{PH}//\vec{n}$ • នោះមុំផ្គុំរវាង $\overrightarrow{PH}$ និង $\vec{n}$ នាំអោយ $\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}=\mp\lvert\overrightarrow{PH}\rvert.\lvert\vec{n}\rvert$ $\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert=\lvert\overrightarrow{PH}\rvert.\lvert\vec{n}\rvert=d.\lvert\vec{n}\rvert$ $d=\frac{\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{n}\rvert}$ • តែ $\lvert\vec{n}\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$ និង $\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert=$ $\lvert a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)\rvert$ $=\lvert ax_1+by_1-(ax_2+by_2)\rvert$ ដោយH នៅលើ (L) នោះ $ax_2+by_2+c=0$ រឺ $c=-(ax_2+by_2)$ នោះយើងបាន $d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ឧទាហរណ៍:រកចម្ងាយពីចំនុច $(1;2)$ ទៅបន្ទាត់ $(L): 2x-y+1=0$ ប្រត្តិបត្តិ:រកចម្ងាយពីចំនុច $(2;-5)$ ទៅបន្ទាត់ $(L): -4x+3y+7=0$	• $d=\lvert\overrightarrow{PH}\rvert$ • $\overrightarrow{PH}//\vec{n}$ • ស្មើ0 រឺ 180° • $\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}=\mp\lvert\overrightarrow{PH}\rvert.\lvert\vec{n}\rvert$ • $\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert=\lvert\overrightarrow{PH}\rvert.\lvert\vec{n}\rvert=d.\lvert\vec{n}\rvert$ • $d=\frac{\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{n}\rvert}$ • $\lvert\vec{n}\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$ និង $\lvert\overrightarrow{PH}\cdot\vec{n}\rvert=$ $\lvert a(x_1-x_2)+b(y_1-y_2)\rvert$ $=\lvert ax_1+by_1-(ax_2+by_2)\rvert$ • យើងបាន $d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ • សិស្សពិភាក្សារួចរាយការណ៍ ឧទាហរណ៍:ចម្ងាយពីចំនុច $(1;2)$ ទៅបន្ទាត់ $(L): 2x-y+1=0$ គឺ $d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$

	ចម្លើយ ចម្ងាយពីចំនុច$(1;2)$ទៅបន្ទាត់ $(L): 2x-y+1=0$ គឺ $d=\frac{\lvert ax_1+\mathrm{b}y_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $d=\frac{\lvert 2\cdot 1-2+1\rvert}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ប្រត្តិបត្តិ:ចម្ងាយពីចំនុច$(2;-5)$ទៅបន្ទាត់$(L): -4x+3y+7=0$ $d=\frac{\lvert ax_1+\mathrm{b}y_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $d=\frac{\lvert -4\cdot 2-3\cdot 5+7\rvert}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{16}{5}$	$d=\frac{\lvert 2\cdot 1-2+1\rvert}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ប្រត្តិបត្តិ:ចម្ងាយពីចំនុច$(2;-5)$ទៅបន្ទាត់$(L): -4x+3y+7=0$ $d=\frac{\lvert ax_1+\mathrm{b}y_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ $d=\frac{\lvert -4\cdot 2-3\cdot 5+7\rvert}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{16}{5}$
• បើចំនុចPជាចំនុចចល័តនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត$C(\vec{c})$និង កាំ rនោះ$\lvert\overrightarrow{CP}\rvert$ =? • ដោយ$P(\vec{p})$និង $C(\vec{c})$នោះគេបានអ្វី? • លើកអង្គទាំងពីជាការេគេបានអ្វី? • ដោយ$\vec{P}=(x;y)$និង $\vec{c}=(x_0;y_0)$ នោះយើងបានអ្វី? • គ្រូបិទផ្ទាំងជាទូទៅ • គ្រូបិតផ្ទាំងឧទាហរណ៍អោយសិស្សគណនា	2.3 <u>រង្វង់ និង វិចទ័រ</u> បើចំនុចPជាចំនុចចល័តនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត$C(\vec{c})$និង កាំ r • នោះ$\lvert\overrightarrow{CP}\rvert=r$នាំអោយ$\lvert\vec{p}-\vec{c}\rvert=r$ ជាសមីការវិចទ័រនៃរង្វង់ បើយើងលើកអង្គទាំងពីជាការេនោះ $\lvert\overrightarrow{CP}\rvert^2=r^2$ តាង$\vec{P}=(x;y)$និង $\vec{c}=(x_0;y_0)$ នោះ$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}^2=r^2$ រឺ $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ ហៅថាសមីការរង្វង់	• បើចំនុចPជាចំនុចចល័តនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត$C(\vec{c})$និង កាំ rនោះ$\lvert\overrightarrow{CP}\rvert=r$ • $\lvert\vec{p}-\vec{c}\rvert=r$ • $\lvert\vec{p}-\vec{c}\rvert^2=\mathrm{r}^2$ • យើងបាន នោះ: $\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}^2=r^2$ រឺ $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$
• ដូច្នេះសមីការរង្វង់មានផ្ចិតO$(0;0)$ និង កាំrមានសមីការដូចម្តេច? • គ្រូបិផ្ទាំងប្រត្តិបត្តិ១ អោយសិស្សពិភាក្សាដោយប្រើសំនួរ	<u>ជាទូទៅ</u>:សមីការរង្វង់មានផ្ចិត$\vec{c}=(x_0;y_0)$ និងកាំrគឺៈ $\begin{cases}\lvert\vec{p}-\vec{c}\rvert=r\\(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2\end{cases}$	• សិស្សឡើងគណនា ដោយសមីការរង្វង់មានរាង $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ ហើយ ផ្ចិតO$(0;0)$ និង កាំr=5



បំផុស • តើត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ជាត្រីកោណអ្វី? • វ៉ិចទ័រពីរកែងគ្នាកាលណាយ៉ាងម៉េច?	ឧទាហរណ៍:សរសេរសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិតO$(0;0)$ និង កាំr=5 ចម្លើយ:ដោយសមីការរង្វង់មានរាង $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ ហើយផ្ចិតO$(0;0)$ និង កាំr=5 នោះ $(x-0)^2+(y-0)^2=5^2$ ដូច្នេះ$x^2+y^2=25$ • ជាទូទៅ:សមីការរង្វង់មានផ្ចិតO$(0;0)$ និង កាំrមានសមីការ$x^2+y^2=r^2$ ប្រត្តិបត្តិ១:បង្ហាញថាសមីការវ៉ិចទ័ររង្វង់ដែលមាន$A(\vec{a})$និង $B(\vec{b})$ជាចំនុចចុងសងខាងអង្កត់ផ្ចិត $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$ដែល $P(\vec{p})$ជាចំនុចចល័តលើរង្វង់។  ចម្លើយ ដោយ$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$ និង $A(\vec{a})$;$B(\vec{b})$និង $P(\vec{p})$យើងបាន $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$ នោះΔABPជាត្រីកោណកែងត្រង់P ដូច្នេះ Pជាចំនុចចល័តលើរង្វង់	នោះ $(x-0)^2+(y-0)^2=5^2$ ដូច្នេះ$x^2+y^2=25$ • សមីការរង្វង់មានផ្ចិតO$(0;0)$ និង កាំrមានសមីការ$x^2+y^2=r^2$ • ត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ជាត្រីកោណកែង • វ៉ិចទ័រពីរកែងគ្នាកាលណាផលគុណស្កាលែវាស្មើសូន្យ • សិស្សពិភាក្សារួចរាយការណ៍ ដោយ$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$ និង $A(\vec{a})$;$B(\vec{b})$និង $P(\vec{p})$យើងបាន $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$ នោះΔABPជាត្រីកោណកែងត្រង់P ដូច្នេះ Pជាចំនុចចល័តលើរង្វង់
• តើចម្ងាយពីចំនុច$M(x_0;y_0)$ទៅបន្ទាត់$(L): ax+by+c=0$មានចម្ងាយស្មើអ្វី?	ជំហានទី៤ ពង្រឹងចំណេះដឹង ៥នាទី-៨នាទី	• ចម្ងាយពីចំនុច$M(x_0;y_0)$ទៅបន្ទាត់$(L): ax+by+c=0$មានចម្ងាយ $d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$

• តើសមីការរង្វង់មានផ្ចិត $\vec{c}$=$(x_0; y_0)$និង កាំ rមានសមីការដូចម្ដេច? • គ្រូដាក់ឧទាហរណ៍អោយសិស្សដោះស្រាយ	ឧទាហរណ៍១រកចម្ងាយពីចំនុច$(0;4)$ ទៅបន្ទាត់$(L): 3x-4y+1=0$ ឧទាហរណ៍២សរសេរសមីការង្វង់ដែលមានផ្ចិតH$(-1;0)$និង កាំr=2	សមីការរង្វង់មានផ្ចិត$\vec{c}$=$(x_0; y_0)$ និងកាំrគឺ៖ $\begin{cases} \lvert\vec{p}-\vec{c}\rvert = r \\ (x-x_0)^2+(y-y_0)^2 = r^2 \end{cases}$ ឧទាហរណ៍១រចម្ងាយពីចំនុច$(0;4)$ទៅបន្ទាត់$(L): x-y+1=0$គឺ $d=\frac{\lvert 3\cdot 0-4\cdot 4+1\rvert}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{17}{5}$ • ឧទាហរណ៍២សរសេរសមីការង្វង់ដែលមានផ្ចិតH$(-1;0)$និង កាំr=2 គឺ $(x+1)^2+(y-0)^2=2^2$ រឺ$(x+1)^2+y^2=4$
• ពេលទៅផ្ទះវិញខំរៀននិងធ្វើលំហាត់នៅទំព័រទី១៣២;១៣៣ លេខ ៥ និង លេខ ៨	ជំហានទី៥ បណ្ដាំផ្ញើរ ៣នាទី	• សិស្សស្ដាប់និងកត់ត្រា