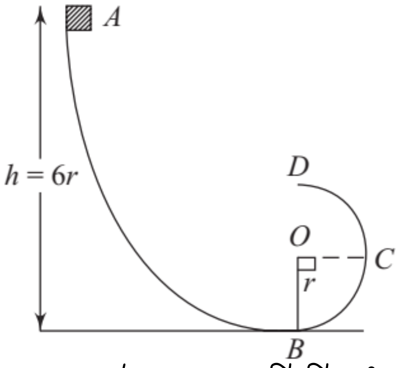
PHYSICS

2021

លំហាត់រូបវិទ្យាស្រាវជ្រាវ
សម្រាប់ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែថ្នាក់ទី១២

សំ ពីត និង ជួង ចាន់រតនៈ

1. ដុំឈើតូចមួយមានម៉ាស m ចាប់ផ្ដើមពីនៅនឹងត្រង់ចំនុច A រអិលដោយគ្មានកកិតលើផ្លូវដែកដែលផ្នែកខាងចុងជាកន្លះរង្វង់មានកាំ r។ ប្រសិនបើ $h = 6r$ ចូររកល្បឿននៃដុំឈើនៅពេលវាមកដល់ចំនុច C ដូចក្នុងរូប។ តើកម្លាំងប៉ុន្មានញូតុនបញ្ចេញលើដុំឈើដោយផ្លូវដែកពេលវានៅត្រង់ចំនុច C ? រួចចូររកកម្ពស់អប្បរមាដើម្បីឲ្យដុំឈើអាចបំពេញផ្លូវកន្លះរង្វង់។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿននៃដុំឈើនៅពេលវាមកដល់ចំនុច C

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E_M(A) = E_M(C)$$

$$\frac{1}{2}mv_A{}^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C{}^2 + mgh_C$$

$$g(h-r) = \frac{1}{2}v_C{}^2$$

$$g(6r-r) = \frac{1}{2}v_C{}^2$$

$$5gr = \frac{1}{2}v_C{}^2$$

$$v_C = \sqrt{10gr}$$

- រកកម្លាំងប្រតិកម្មកែង N រួចរកកម្ពស់ h_{min}

កម្លាំងប្រតិកម្មកែង N មាននាទីជាកម្លាំងចូលផ្ចិត

$$N = m\frac{v_C{}^2}{r} = m\frac{10gr}{r} = 10mg$$

ដើម្បីឲ្យដុំឈើអាចបំពេញផ្លូវកន្លះរង្វង់ ល្បឿនអប្បរមាត្រង់ចំនុច D ត្រូវតែ $v_{\min} = \sqrt{5gr}$

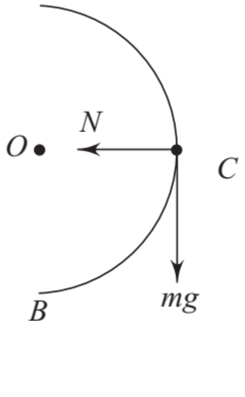
ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E_M(i) = E_M(D)$$

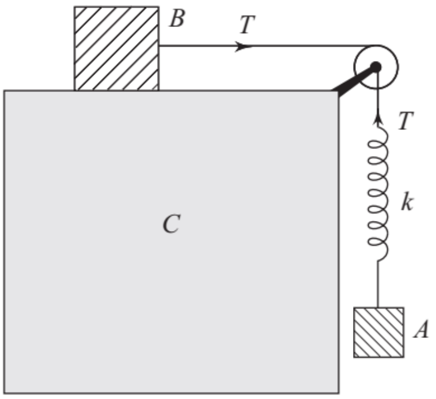
$$mgh_{\min} = \frac{1}{2}mv_{\min}{}^2$$

$$gh_{\min} = \frac{5}{2}gr$$

$$h_{\min} = \frac{5}{2}r$$



2. ដុំម៉ាសពីរ A និង B ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែ និងរ៉ឺស័រដែលមានថេរកម្រាញ k ដូចក្នុងរូប ។ ដុំ A និង B ផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរដូចគ្នា។ មេគុណកកិតរវាងដុំ C និង B គឺ μ ។ បើ m ជាម៉ាសរបស់ដុំ A ចូររកម៉ាសរបស់ដុំ B។

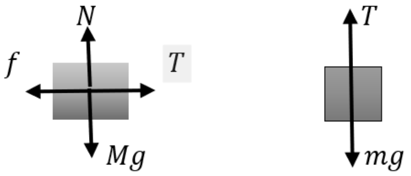


<u>ចម្លើយ</u>

- រកម៉ាសរបស់ដុំ B

  តាង M ជាម៉ាសរបស់ដុំ B

  ដោយសារដុំ A និង B ផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរដូចគ្នា នាំឲ្យសំទុះរបស់ដុំទាំងពីរស្មើសូន្យ។ តាមច្បាប់ទី២ញូតុន:



  ចំពោះដុំ B

  $\sum F_x = T - f = 0 (1)$

  $\sum F_y = N - Mg = 0 (2)$

  $N = Mg$

  តែ $f = \mu N = \mu Mg$

  (1) យើងបាន $T - \mu Mg = 0$

  $\mu Mg = T$

  $M = \frac{T}{\mu g} (3)$

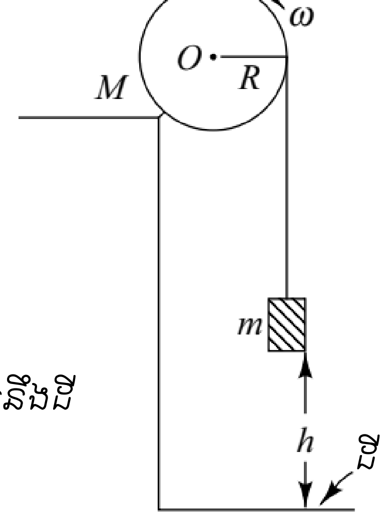
  ចំពោះដុំ A

  $\sum F_y = mg - T = 0$

  $T = mg$ ជំនួសក្នុង (3)

  យើងបាន $M = \frac{m}{\mu}$

3. ដុំមួយមានម៉ាស m ព្យួរដោយរ៉កមួយមានម៉ាស M និងមានកាំ R បន្ទាប់មកគេលែងពីនៅនឹង។ ដំបូងដុំម៉ាសស្ថិតនៅកម្ពស់ h ពីដី។ ចូររកល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសពេលវាទង្គិចនឹងដីប្រសិនបើ $M = 4m$។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសពេលវាទង្គិចនឹងដី

  ប្រព័ន្ធធ្វើចលនារំកិលផងរង្វិលផង

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចរបស់ប្រព័ន្ធ

$$E_M(i)=E_M(f)$$

$$0+mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2+0$$

$$I=\left(\frac{1}{2}MR^2\right),\omega=\left(\frac{v}{R}\right)$$

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\times\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$mgh=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{4}Mv^2$$

$$mgh=v^2\left[\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}M\right]$$

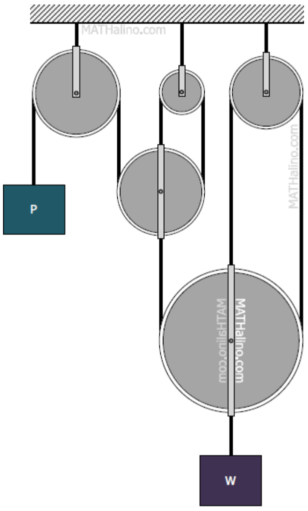
$$v^2=\frac{mgh}{\left[\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}M\right]}$$

$$v=\sqrt{\frac{mgh}{\left[\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}M\right]}}$$

បម្រាប់ $M=4m$

នោះ $v=\sqrt{\frac{2gh}{3}}$

4. ពិនិត្យប្រព័ន្ធរ៉កដូចរូប ចូរកំណត់ផលធៀបនៃទម្ងន់ $\frac{W}{P}$ ដើម្បីទប់ប្រព័ន្ធឲ្យមានលំនឹង។ កកិតលើអ័ក្សនិងម៉ាសនៃរ៉កអាចចោលបាន។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់ផលធៀប

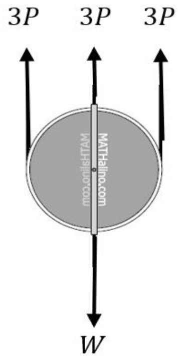
ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង

$$3P+3P+3P-W=0$$

$$9P-W=0$$

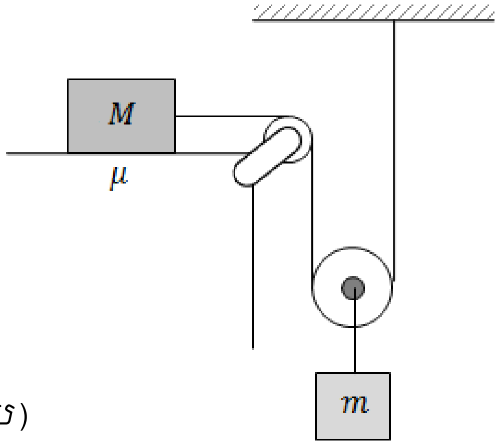
$$9P=W$$

$$9=\frac{W}{P}$$



នាំឲ្យ $\frac{W}{P}=9$

5. ចូររកសំទុះនៃប្រព័ន្ធម៉ាស ដោយសន្មតខ្សែនិងរ៉កមិនគិតម៉ាស។ មេគុណកកិតរវាងដុំ M និងផ្ទៃដេកគឺ μ ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះនៃប្រព័ន្ធម៉ាស

តាមស៊ីនេម៉ាទិច

$x_1 + 2x_2 = L$ (ប្រវែងខ្សែសរុប)

ធ្វើឌីផេរ៉ង់ស្យែលលើអង្គសងខាងចំនួនពីរដងធៀបពេល

យើងបាន $\frac{d^2x_1}{dt^2} + 2\frac{d^2x_2}{dt^2} = 0$

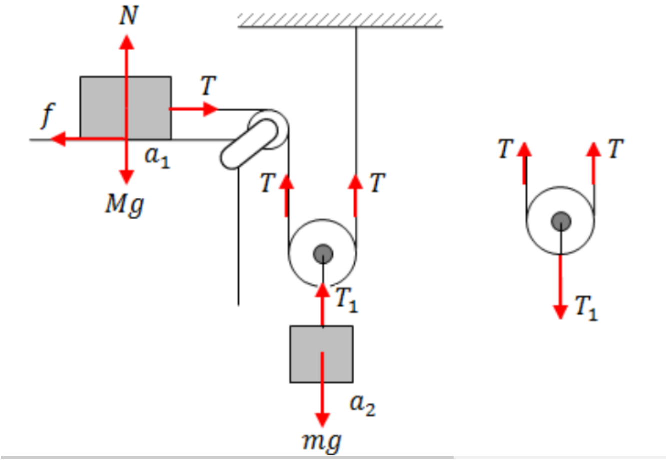
ដោយសន្មត x_1 ថយចុះជាមួយនិងពេល

នោះគេបាន $\frac{d^2x_1}{dt^2} = -a_1$

នាំឲ្យ $-a_1 + 2a_2 = 0$

$a_1 = 2a_2 \ (*)$

តាមឌីណាមិច



តាមច្បាប់ទី២ញូតុន:

ចំពោះ M

$\sum F_x = T - f = Ma_1$

$\sum F_y = N - Mg = 0 \rightarrow N = Mg$

$f = \mu N = \mu Mg$

$\Leftrightarrow T - \mu Mg = Ma_1 (1)$

ចំពោះ m

$mg - T_1 = ma_2 (2)$

ចំពោះរ៉កមិនគិតម៉ាស

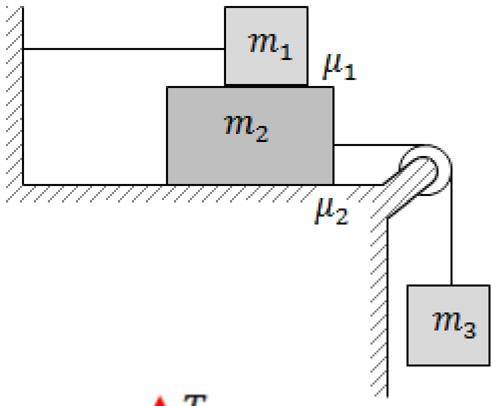
$T_1 = 2T (3)$

តាមសមីការទាំងអស់ខាងលើ យើងទាញបាន

$$a_2 = \frac{g(m - 2\mu M)}{m + 4M}$$

$$a_1 = 2\frac{g(m - 2\mu M)}{m + 4M}$$

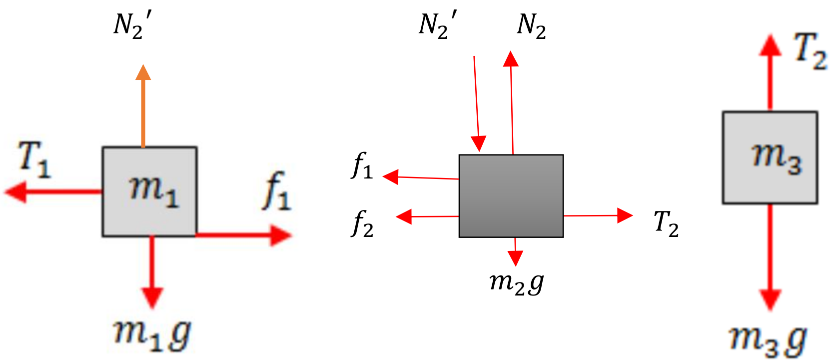
6. គេមានប្រព័ន្ធមេកានិចដូចរូប។ មេគុណកកិត រវាង m_1 និង m_2 គឺ μ_1 និងរវាង m_2 និងតុគឺ μ_2។ ចូររកសំទុះនៃ m_3 និងតំណឹងខ្សែ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះនៃ m_3 និងតំណឹងខ្សែ

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



តាមច្បាប់ទី២ញូតុន:

ចំពោះ m_1

$$\sum F_x = f_1 - T_1 = m_1 a_1$$

$$\Leftrightarrow f_1 - T_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow f_1 = T_1$$

$$\sum F_y = N'_2 - m_1 g = 0$$

$$\Leftrightarrow N'_2 = m_1 g$$

$$\Rightarrow \mu_1 m_1 g = T_1 (1)$$

ចំពោះ m_2

$$\sum F_x = T_2 - f_1 - f_2 = m_2 a_2$$

$$\Leftrightarrow T_2 - m_1 \mu_1 g - f_2 = m_2 a_2$$

$$\sum F_y = N_2 - m_2 g - N'_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow N_2 = m_2 g + m_1 g$$

$$\Rightarrow T_2 - m_1 \mu_1 g - (m_2 g + m_1 g)\mu_2 = m_2 a_2 (2)$$

ចំពោះ $m_3 , a_2 = a_3$

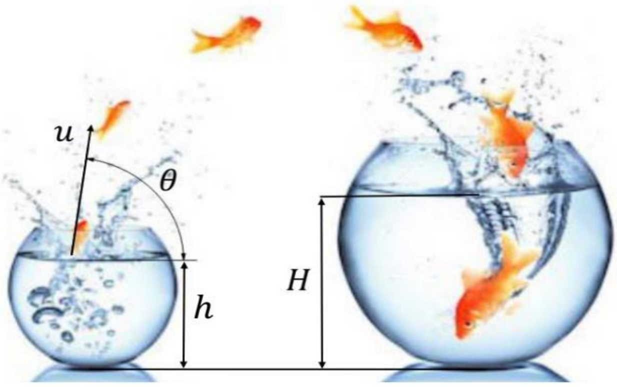
$$\sum F_y = m_3 g - T_2 = m_3 a_3$$

$$\Leftrightarrow m_3 g - T_2 = m_3 a_2 (3)$$

$$\Rightarrow\!\!> a_2 = g\left[\frac{m_3 - m_1(\mu_1 + \mu_2) - m_2\mu_2}{m_3 + m_2}\right]$$

$$T_2 = \frac{m_3 g}{m_3 + m_2}\left[m_1(\mu_1 + \mu_2) + m_2(1 + \mu_2)\right]$$

7. កូនត្រីមួយក្បាលលោតពីកែវទឹកទី១ទៅកែវទឹកទី២ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ រករយៈពេល និងចម្ងាយធ្លាក់នៅពេលដែលត្រីមកដល់ផ្ទៃទឹកនៃកែវទឹកទី២។(និពន្ធដោយ សំ ពីត)



ចម្លើយ

- រករយៈពេលនិងចម្ងាយធ្លាក់នៅពេលដែលត្រីមកដល់ផ្ទៃទឹកនៃកែវទឹកទី២

សិក្សាចលនាតាមអ័ក្ស

ox ចលនាត្រង់ស្មើ $x = u\cos\theta t (1)$

oy ចលនាទម្លាក់សេរី $y = -\frac{1}{2}gt^2 + u\sin\theta t$

$$H - h = -\frac{1}{2}gt^2 + u\sin\theta t$$

$$\frac{1}{2}gt^2 - u\sin\theta t + (H-h) = 0$$

$$\Delta = (-u\sin\theta)^2 - 4\times\frac{1}{2}g(H-h)$$

$$\Delta = u^2\sin^2\theta - 2g(H-h)$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{u^2\sin^2\theta - 2g(H-h)}$$

$$t_1 = \frac{u\sin\theta + \sqrt{u^2\sin^2\theta - 2g(H-h)}}{g}$$

$$t_1 = \frac{u\sin\theta\left(1 + \sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{u^2\sin^2\theta}}\right)}{g}$$

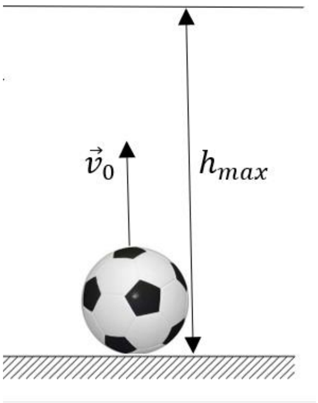
$$t_2 = \frac{u\sin\theta\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{u^2\sin^2\theta}}\right)}{g}$$

$$\sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{u^2\sin^2\theta}} \geq 0 \Rightarrow \frac{u\sin\theta\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2g(H-h)}{u^2\sin^2\theta}}\right)}{g} \leq 0$$

តាម (1)

$$x = u\cos\theta t = u\cos\theta \times \frac{u\sin\theta\left(1+\sqrt{1-\frac{2g(H-h)}{u^2\sin^2\theta}}\right)}{g} = \frac{1}{2g}u^2\sin 2\theta\left(1+\sqrt{1-\frac{2g(H-h)}{u^2\sin^2\theta}}\right)$$

8. បាល់មួយត្រូវបានគេចោលពីដីត្រង់ឡើងទៅលើ ដោយល្បឿនដើម v_0។ ដោយប្រើច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច ចូររកកម្ពស់និងរយៈពេលដែលបាល់នោះឡើងដល់ចំនុចអតិបរមា។ (និពន្ធដោយ សំ ពីត)



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្ពស់និងរយៈពេលដែលបាល់នោះឡើងដល់ចំនុចអតិបរមា ដោយប្រើច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E_M(A) = E_M(B)$$

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh_{\max}$$

$$\frac{1}{2}{v_0}^2 = gh_{\max}$$

$$\Rightarrow h_{\max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$$

សមីការពេល

$$h_{\max} = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

$$\frac{{v_0}^2}{2g} = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$$

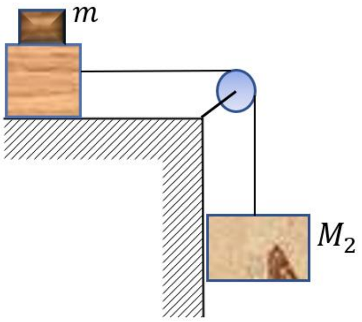
$$\frac{1}{2}gt^2 - v_0 t + \frac{{v_0}^2}{2g} = 0$$

$$\Delta = (-v_0)^2 - 4\times\frac{1}{2}g\times\frac{{v_0}^2}{2g}$$

$$\Delta = {v_0}^2 - {v_0}^2 = 0$$

$$\Rightarrow t = -\frac{-v_0}{2\times\frac{1}{2}g} = \frac{v_0}{g}$$

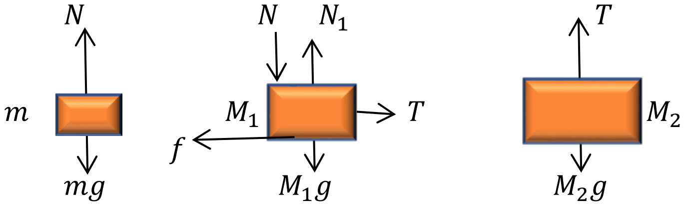
9. ដុំម៉ាសពីរ M_1 និង M_2 ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែដូចរូប។ មេគុណកកិតរវាងដុំម៉ាស M_1 និងប្លង់ដេកគឺ μ ។ ចូរកំណត់ម៉ាស m ដែលដាក់នៅខាងលើដុំម៉ាស M_1 ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធមានលំនឹង។ (និពន្ធដោយ សំ ពីត)



ចម្លើយ

- កំណត់ម៉ាស m

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



លក្ខខណ្ឌលំនឹងចំពោះ

ដុំម៉ាស m

$$\sum F_y = N - mg = 0$$

$$\Rightarrow N = mg$$

ដុំម៉ាស M_1

$$\sum F_x = T - f = 0$$

$$\sum F_y = N_1 - N - M_1 g = 0$$

$$N_1 = N + M_1 g = g(m + M_1)$$

$$\Leftrightarrow T - \mu g(m + M_1) = 0$$

$$\Rightarrow T = \mu g(m + M_1)(1)$$

ដុំម៉ាស M_2

$$\sum F_y = M_2 g - T = 0$$

$$\Leftrightarrow M_2 g - \mu g(m + M_1) = 0$$

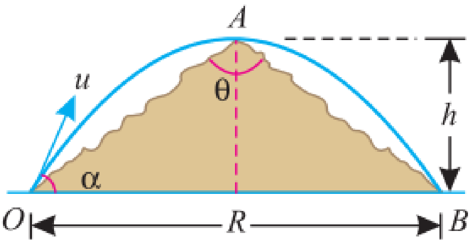
$$\Leftrightarrow g\left(M_2 - \mu m - \mu M_1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow M_2 - \mu m - \mu M_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow M_2 - \mu M_1 = \mu m$$

$$\Rightarrow m = \frac{M_2 - \mu M_1}{\mu}$$

10. អង្គធាតុមួយត្រូវបានគេចោលចេញពីជើងភ្នំដែលមានរាងជាកោនរង្វង់ជាមួយទិសឈរដូចបង្ហាញលើរូបខាងស្តាំ។ គ្រាប់បាញ់ប៉ះប្រផិតនឹងកំពូលភ្នំត្រង់ A ហើយប៉ះនឹងជើងភ្នំត្រង់ B។



ប្រសិនបើ θ ជាមុំពាក់កណ្តាលនៃកោន, h ជាកម្ពស់, u ជាល្បឿនដើមនិង α ជាមុំរបស់គ្រាប់បាញ់ធៀបនឹងទិសដេក។ ដោយ g ជា សំទុះទំនាញដី។ ចូរបង្ហាញថា:
$\tan\alpha = 2\cot\theta$ ហើយនិង $u^2 = gh\left(2+\frac{1}{2}tan^2\theta\right)$។

<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថា: $\tan\alpha = 2\cot\theta$ ហើយនិង $u^2 = gh\left(2+\frac{1}{2}tan^2\theta\right)$

  សិក្សាចលនាតាមអ័ក្ស

  ox ចលនាត្រង់ស្មើ

  $x = u\cos\alpha t \Rightarrow t = \dfrac{x}{u\cos\alpha}$

  oy ចលនាទម្លាក់សេរី

  $$y = -\frac{1}{2}gt^2 + u\sin\alpha t$$

  $$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u\cos\alpha}\right)^2 + u\sin\alpha\left(\frac{x}{u\cos\alpha}\right)$$

  $$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$$

  កម្ពស់អតិបរមា $y = h$ ត្រូវនឹង $v_y = 0$

  $$v_y{}^2 - v_{oy}{}^2 = -2gh$$

  $$0^2 - u^2\sin^2\alpha = -2gh$$

  $$\Rightarrow h = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$$

  ចម្ងាយធ្លាក់ដល់ដី $x = R$ ត្រូវនិង $y = 0$

  $$0 = -\frac{1}{2}g\frac{R^2}{u^2\cos^2\alpha} + R\tan\alpha$$

  $$\frac{1}{2}g\frac{R^2}{u^2\cos^2\alpha} = R\tan\alpha$$

  $$\frac{1}{2}g\frac{R}{u^2\cos^2\alpha} = \tan\alpha$$

  $$R = \frac{\tan\alpha \times 2u^2\cos^2\alpha}{g}$$

  $$R = \frac{u^2\sin 2\alpha}{g}$$

តាមរូប $\cot\theta = \dfrac{h}{\frac{R}{2}} = \dfrac{2h}{R} = \dfrac{2\times\dfrac{u^2\sin^2\alpha}{2g}}{\dfrac{u^2\sin 2\alpha}{g}} = \dfrac{\sin^2\alpha}{\sin 2\alpha} = \dfrac{\tan\alpha}{2}$

$\Rightarrow \tan\alpha = 2\cot\theta$

យើងមាន $\tan\alpha = 2\cot\theta$

$$\frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{2\cot\theta}$$

$$\left(\frac{1}{\tan\alpha}\right)^2 = \left(\frac{1}{2\cot\theta}\right)^2$$

$$(\cot\alpha)^2 = \left(\frac{1}{2}\tan\theta\right)^2$$

$$\cot^2\alpha = \frac{1}{4}\tan^2\theta$$

ម្យ៉ាងទៀត $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$1 + \left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

កម្ពស់អតិបរមា $h = \dfrac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{u^2}{2gh}$$

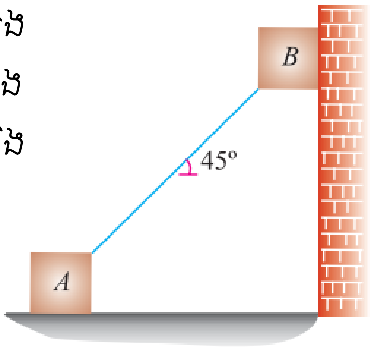
$$1 + \cot^2\alpha = \frac{u^2}{2gh}$$

$$1 + \frac{1}{4}\tan^2\theta = \frac{u^2}{2gh}$$

$$u^2 = \left(2gh + \frac{1}{2}gh\tan^2\theta\right)$$

$$\Rightarrow u^2 = gh\left(2 + \frac{1}{2}\tan^2\theta\right)$$

11. ដុំឈើពីរឯកលក្ខណ៍មានទម្ងន់ W ត្រូវបានទល់ដោយចុងសងខាងនៃរបាររទេរនៅមុំ 45° ជាមួយប្លង់ដេកដូចរូបខាងស្តាំ។ ចូររកមេគុណកកិត μ ។ សន្មតថាផ្ទៃនៃប្លង់ដេកនិងផ្ទៃនៃជញ្ជាំងមានលក្ខណៈដូចគ្នា។

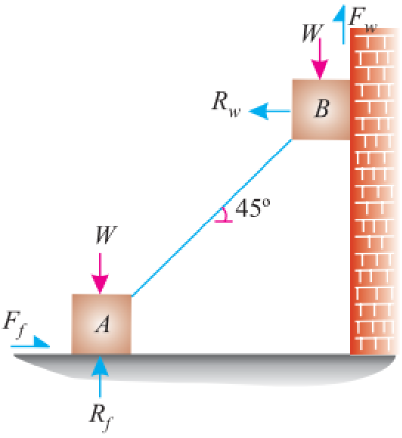


<u>ចម្លើយ</u>

- រកមេគុណកកិត μ

លក្ខខ័ណ្ឌលំនឹងក្នុងចលនារំកិល

តាមអ័ក្ស(ox)



$$\sum F_x = 0$$
$$F_f - R_w = 0$$
$$F_f = R_w$$
$$\mu R_f = R_w$$
$$R_f = \frac{R_w}{\mu} (1)$$

តាមអ័ក្ស(oy)

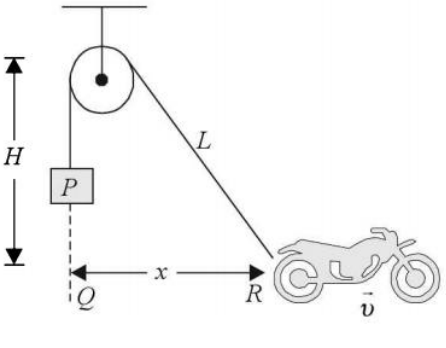
$$\sum F_y = 0$$
$$F_w - 2W + R_f = 0$$
$$\mu R_w - 2W + \frac{R_w}{\mu} = 0$$
$$R_w = \frac{2\mu W}{1+\mu^2} (2)$$

លក្ខខ័ណ្ឌលំនឹងក្នុងចលនារង្វិល(ម៉ូម៉ង់ធៀបនឹង A)

យក l ជាប្រវែងរបារ «=» $\sum \tau = 0$

$$R_w l \cos 45 + F_w l \cos 45 - Wl \cos 45 = 0$$
$$R_w + F_w - W = 0$$
$$\frac{2\mu W}{1+\mu^2} + \mu \frac{2\mu W}{1+\mu^2} - W = 0$$
$$\mu^2 + 2\mu - 1 = 0$$
$$\Delta' = 1^2 - (-1)$$
$$\Delta' = 2$$
$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{2} \Rightarrow \mu = -1 + \sqrt{2} = 0.4142$$

12. ប្រសិនបើល្បឿនរបស់ទោចក្រយានមានតម្លៃថេរ v ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសជាអនុគមន៍នៃ x ។ គេឲ្យចំនុចបញ្ចប់ P និង R ចាប់ផ្ដើមដំណាលគ្នានៅត្រង់ Q ពេល $x = 0$។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់ល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសជាអនុគមន៍នៃ x

ប្រវែងខ្សែ $L=\sqrt{H^2+x^2}$

$$L^2=H^2+x^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(L^2\right)=\frac{d}{dt}\left(H^2+x^2\right)$$

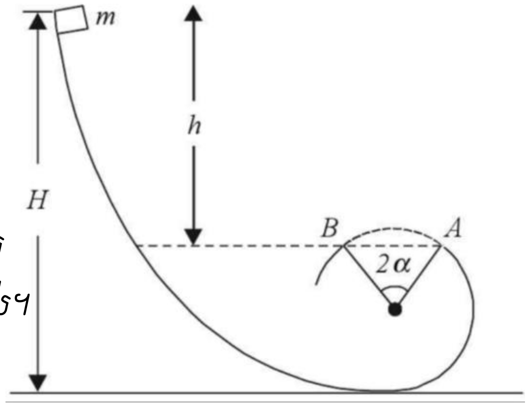
$$2L\frac{dL}{dt}=0+2x\frac{dx}{dt}$$

$$Lv_m=xv$$

$$v_m=\frac{xv}{L}=\frac{xv}{\sqrt{H^2+x^2}}$$

ដែល v_m ជាល្បឿនរបស់ដុំម៉ាស

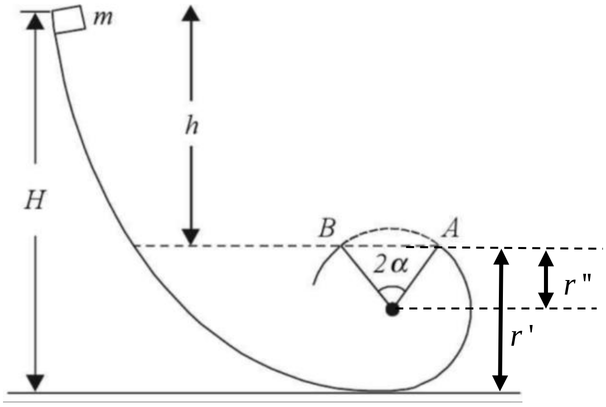
13. អង្គធាតុតូចមួយរអិលដោយគ្មានកកិតពីកម្ពស់ $H=50\text{ cm}$ រួចផ្លាស់ទីចូលក្នុងផ្លូវមានរាងជារង្វង់តាមទិសឈរនិងមានកាំ $r=20\text{ cm}$ ដែលមានប្រវែងធ្នូស្កាត់ដោយមុំ 2α ត្រូវបានគេដកចេញ។ ចូររកមុំ α ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមកដល់ចំនុច B បន្ទាប់ពីវាចាកចេញពីចំនុច A ហើយផ្លាស់ទីនៅក្នុងខ្យល់។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកមុំ α ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមកដល់ចំនុច B

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច



$$0+mgh=\frac{1}{2}mv_A^{\ 2}+0$$

$$gh=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$$

សមមូល $g(H-r')=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$

$$g\left[2.5r-(r+r'')\right]=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$$

$$g\left[2.5r-(r+r\cos\alpha)\right]=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$$

$$g\left[2.5r-r(1+\cos\alpha)\right]=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$$

$$gr\left[2.5-(1+\cos\alpha)\right]=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$$

$$gr\left(1.5-\cos\alpha\right)=\frac{1}{2}v_A^{\ 2}$$

$$v_A^{\ 2}=gr(3-2\cos\alpha)$$

អង្កត់ធ្នូ AB (ចម្ងាយធ្លាក់ចំពោះចលនាគ្រាប់បាញ់)

$$\mathrm{AB} = 2\,\mathrm{r}\sin\alpha = \frac{v_A{}^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$2\,\mathrm{r}\sin\alpha = \frac{2v_A{}^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$r = \frac{v_A{}^2\cos\alpha}{g}$$

$$r = \frac{gr(3-2\cos\alpha)\cos\alpha}{g}$$

$$1 = (3-2\cos\alpha)\cos\alpha$$

$$1 = 3\cos\alpha - 2\cos^2\alpha$$

$$2\cos^2\alpha - 3\cos\alpha + 1 = 0$$

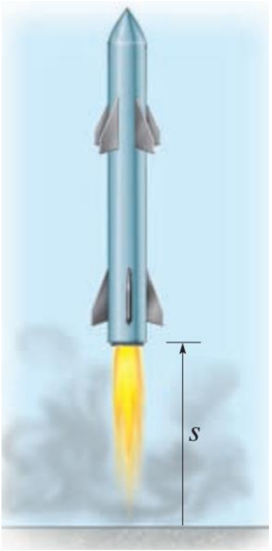
$$\bullet \cos\alpha = 1 \to \alpha = 0^\circ$$

$$\bullet \cos\alpha = \frac{1}{2} \to \alpha = 60^\circ$$

$$\alpha \neq 0^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

14. សំទុះរបស់រ៉ុកកែតដែលកំពុងផ្លាស់ទីឡើងលើឲ្យដោយ $a = (6 + 0.02s)\mathrm{m/s^2}$។ ដែល s គិតជាម៉ែត។ ចូរកំណត់រយៈពេលដែលប្រើដើម្បីឲ្យរ៉ុកកែតទៅដល់រយៈកម្ពស់ $s = 100$ m។ ខណៈដើម $v = 0$ និង $s = 0$ ពេល $t = 0$។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណាត់រយៈពេលដែលប្រើ

$$a = \frac{dv}{dt} (1)$$

$$v = \frac{ds}{dt} (2)$$

នាំឲ្យ $\frac{a}{v} = \frac{dv}{ds}$

$$ads = vdv$$

$$\int_0^s (6 + 0.02s)\,\mathrm{ds} = \int_0^v vdv$$

$$6s + 0.01s^2 = \frac{1}{2}v^2$$

$$v = \sqrt{12s + 0.02s^2}$$

តាម $(2) v = \frac{ds}{dt}$

$$ds = vdt$$

$$\int_0^{100} ds = \int_0^t \sqrt{12s + 0.02s^2}\,dt$$

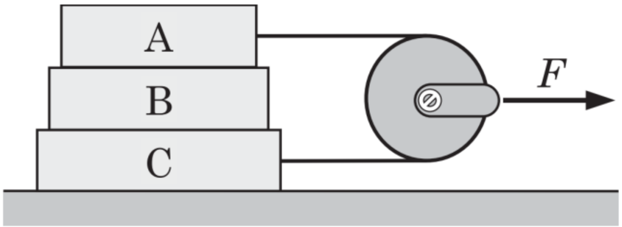
$$\int_0^{100} \frac{ds}{\sqrt{12s + 0.02s^2}} = \int_0^t dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{0.02}} \int_0^{100} \frac{\sqrt{0.02}ds}{\sqrt{12s + 0.02s^2}} = \int_0^t dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{0.02}} \ln\left[\sqrt{12s + 0.02s^2} + s\sqrt{0.02} + \frac{12}{2\sqrt{0.02}}\right]_0^{100} = t$$

$$\Rightarrow t = 5.62 \text{(seccond)}$$

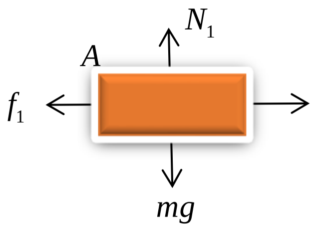
15. ក្នុងប្រព័ន្ធមេកានិចដូចបង្ហាញលើរូប។ ឡាំង B ស្ថិតនៅកណ្ដាលឡាំងពីរ A និង C ដែលត្រូវបានគេភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែស្រាលមិនយឺតហើយរុំជុំវិញចង្អូររ៉កស្រាល។ ម៉ាសរបស់ឡាំងនីមួយៗគឺ m និងមេគុណកកិតរវាងឡាំងនិងឡាំងគឺ μ ហើយនិងរវាងឡាំងនិងប្លង់ដេកអាចចោលបាន។ យក g ជាសំទុះទំនាញដី។ ប្រសិនបើ F ជាកម្លាំងដែលអនុវត្តលើរ៉កតាមទិសដេក ចូររកសំទុះរបស់ឡាំងនីមួយៗ។

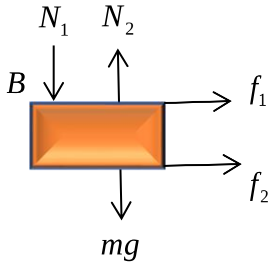


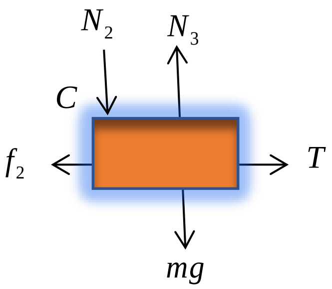
<u>ចម្លើយ</u>

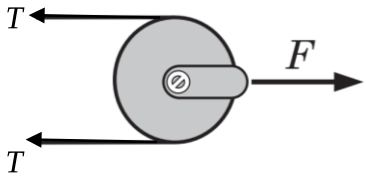
- រកសំទុះរបស់ឡាំងនីមួយៗ

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង









អនុវត្តច្បាប់ទី២ញូតុន:

ចំពោះឡាំង A

$$\sum F_x = T - f_1 = ma_A$$
$$\sum F_y = N_1 - mg = 0$$
$$\Leftrightarrow N_1 = mg$$

តែ $f_1 = \mu N_1 = \mu mg$

$$T - \mu mg = ma_A (1)$$

ចំពោះឡាំង B

$$\sum F_x = f_1 + f_2 = ma_B$$
$$\Leftrightarrow \mu mg + f_2 = ma_B$$
$$\sum F_y = N_2 - N_1 - mg = 0$$
$$\Leftrightarrow N_2 = N_1 + mg$$
$$\Leftrightarrow N_2 = mg + mg = 2mg$$

តែ $f_2 = \mu N_2 = 2\mu mg$

$$\mu mg + 2\mu mg = ma_B$$
$$3\mu mg = ma_B$$
$$\Rightarrow a_B = 3\mu g$$

ចំពោះឡាំង C

$$\sum F_x = T - f_2 = ma_C$$
$$\Leftrightarrow T - 2\mu mg = ma_C (2)$$

ម្យ៉ាងទៀត $2T = F$

$$T = \frac{F}{2}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{F}{2} - \mu mg = ma_A$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{F - 2\mu mg}{2m}$$

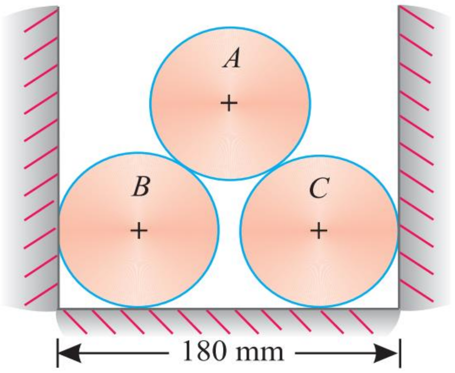
$$(2) \Leftrightarrow \frac{F}{2} - 2\mu mg = ma_C$$

$$\Rightarrow a_C = \frac{F - 4\mu mg}{2m}$$

16. បំពង់បីឯកលក្ខណ៍មានទម្ងន់ 100 N ហើយមានអង្កត់ផ្ចិត 80 mm ត្រូវបានរក្សាឱ្យមានលំនឹងដូចរូបខាងស្ដាំ។ ចូររកកម្លាំង:

① បំពង់ A អនុវត្តលើបំពង់ B។

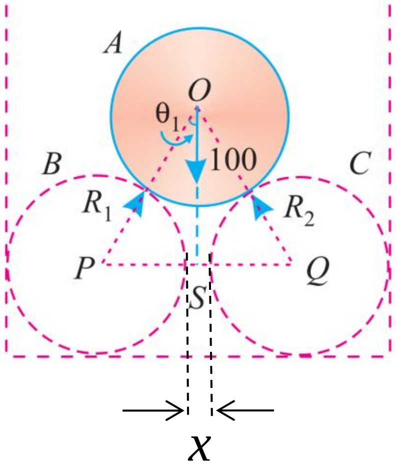
② បំពង់ B អនុវត្តលើជញ្ជាំង។

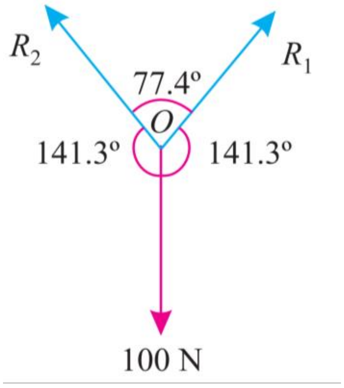


ចម្លើយ

① រកកម្លាំងដែលបំពង់ A អនុវត្តលើបំពង់ B

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង





តាមរូប

$180 \text{ mm} = 4r + x$

$180 \text{ mm} = 2D + x$

$180 \text{ mm} = 160 \text{ mm} + x$

$\rightarrow x = 20 \text{ mm}$

ប្រវែង $PQ = 2r + x$

$$PQ = D + x = 80 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$$

យើងបាន $PS = \frac{100}{2} = 50 \text{ mm}$

ក្នុងត្រីកោណកែង OPS

$$\sin \angle OPS = \frac{PS}{OP} = \frac{50}{80} = 0.625$$

$$\to \angle OPS = \arcsin(0.625) = 38.7^\circ$$

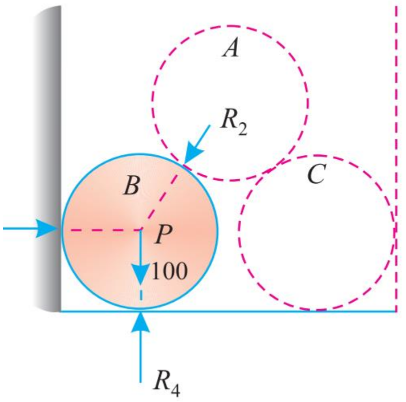
មុំដែលផ្គុំឡើងដោយវិចទ័រកម្លាំង R_1 និង R_2 គឺ $2\angle OPS = 2 \times 38.7 = 77.4^\circ$

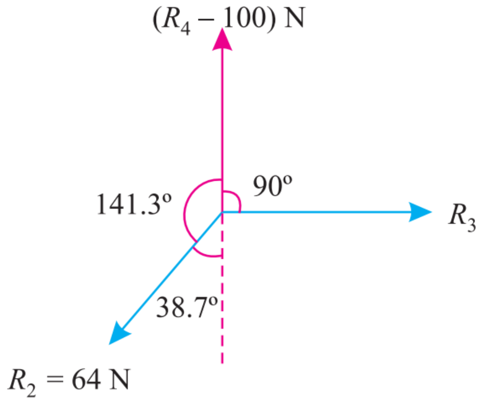
មុំដែលផ្គុំឡើងដោយវិចទ័រកម្លាំង R_1 និង 100 N ហើយនិង R_2 និង 100 N គឺ $180° - 77.4° = 141.3°$។ អនុវត្តទ្រឹស្តីបទ Lami

$$\frac{R_1}{\sin 141.3^\circ} = \frac{R_2}{\sin 141.3^\circ} = \frac{100}{\sin 77.4^\circ} \Rightarrow R_1 = 64\text{N}$$

② រកកម្លាំងដែលបំពង់ B អនុវត្តលើជញ្ជាំង

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង





ដើម្បីឲ្យយើងអាចប្រើប្រាស់សមីការ Lami (លក្ខខណ្ឌលំនឹង) យើងត្រូវការវិចទ័រកម្លាំងចំនួនបីប៉ុណ្ណោះ។ ដូចនេះយើងត្រូវរកវិចទ័រកម្លាំងផ្គួបតាមទិសឈរដែលផ្គុំឡើងដោយ R_4 និង 100 N ។ កម្លាំងនេះសម្ដែងដោយ $R_4 - 100$ N អនុវត្តទ្រឹស្តីបទ Lami

$$\frac{R_1}{\sin 141.3^\circ} = \frac{R_2}{\sin 141.3^\circ} = \frac{100}{\sin 77.4^\circ} \Rightarrow R_1 = 64$$

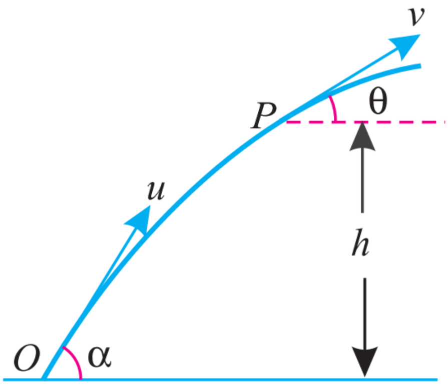
$$\frac{64}{\sin 90^\circ} = \frac{R_3}{\sin\left(180^\circ - 38.7^\circ\right)} = \frac{R_4 - 100}{\sin\left(90^\circ + 38.7^\circ\right)}$$

$$\Rightarrow R_3 = 40 \text{ N}$$

17. ពិនិត្យអង្គធាតុមួយត្រូវបានគេ
ចោលចេញពីចំនុច o ដូចរូប។
ចូរបង្ហាញថា:

$$(1)\tan\theta = \frac{\sqrt{u^2\sin^2\alpha - 2gh}}{u\cos\alpha}$$

$$(2) v = \sqrt{u^2 - 2gh}$$



ចម្លើយ

- បង្ហាញថា $(1)\tan\theta = \frac{\sqrt{u^2\sin^2\alpha - 2gh}}{u\cos\alpha}$

$(2) v = \sqrt{u^2 - 2gh}$

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល $v^2\sin^2\theta - u^2\sin^2\alpha = -2gh$

$$v^2\sin^2\theta = u^2\sin^2\alpha - 2gh$$

$$v\sin\theta = \sqrt{u^2\sin^2\alpha - 2gh}$$

ដោយចលនាតាមទិសដេកជាចលនាត្រង់ស្មើ នោះល្បឿនតាមទិស
ដេកថេរគ្រប់ខណៈ។ យើងបាន $v\cos\theta = u\cos\alpha (ii)$

ធ្វើផលធៀប $\frac{v\sin\theta}{v\cos\theta} = \frac{\sqrt{u^2\sin^2\alpha - 2gh}}{u\cos\alpha}$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sqrt{u^2\sin^2\alpha - 2gh}}{u\cos\alpha}$$

សរសេរឡើងវិញ $v^2\sin^2\theta = u^2\sin^2\alpha - 2gh$

$$v^2\sin^2\theta + u^2\cos^2\alpha = u^2\sin^2\alpha - 2gh + u^2\cos^2\alpha$$

$$v^2\sin^2\theta + v^2\cos^2\theta = u^2\sin^2\alpha - 2gh + u^2\cos^2\alpha$$

$$v^2\left(\sin^2\theta + \cos^2\theta\right) = u^2\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right) - 2gh$$

$$v^2 = u^2 - 2gh$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{u^2 - 2gh}$$

18. ល្បឿនរបស់ភាគល្អិតនៅត្រង់កម្ពស់អតិបរមាគឺ $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ដងនៃល្បឿនរបស់វានៅ
ត្រង់ពាក់កណ្ដាលកម្ពស់អតិបរមា។ ចូរបង្ហាញថាមុំដែលគេបាញ់ធៀបនឹង
ទិសដេកគឺ 60° ។

ចម្លើយ

- បង្ហាញថាមុំដែលគេបាញ់ធៀបនឹងទិសដេកគឺ 60°

តាង u ជាល្បឿនដើម

α ជាមុំដែលគេបាញ់ធៀបនឹងទិសដេក

v ជាល្បឿននៅត្រង់ពាក់កណ្ដាលកម្ពស់អតិបរមា

v_{max} ជាល្បឿននៅត្រង់កម្ពស់អតិបរមា

h_{max} ជាកម្ពស់អតិបរមា

h ជាកម្ពស់ត្រង់ពាក់កណ្ដាលកម្ពស់អតិបរមា

តាមទំនាក់ទំនង u និង v (សិក្សាត្រង់ពាក់កណ្ដាលកម្ពស់អតិបរមា)

ដោយ $$h_{\max} = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

នោះ $$h = \frac{h_{\max}}{2} = \frac{\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2g}}{2} = \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{4g}$$

យើងបាន $$v = \sqrt{u^2 - 2g\frac{u^2 \sin^2 \alpha}{4g}}$$

$$v = \sqrt{u^2 - \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2}}$$

នៅត្រង់កម្ពស់អតិបរមាល្បឿនស្រេចតាមទិសឈរស្មើសូន្យ $(v_y = 0)$

$$\vec{v} = \vec{v_x} + \vec{v_y}$$

$$\vec{v} = \vec{v_x}$$

$$v_{\max} = u\cos\alpha$$

$$\sqrt{\frac{2}{5}}v = u\cos\alpha$$

$$\sqrt{\frac{2}{5}}\sqrt{u^2 - \frac{u^2 \sin^2 \alpha}{2}} = u\cos\alpha$$

សមមូល $$\sqrt{\frac{2}{5}}\sqrt{\frac{2u^2 - u^2 \sin^2 \alpha}{2}} = u\cos\alpha$$

$$\sqrt{\frac{4u^2 - 2u^2 \sin^2 \alpha}{10}} = u\cos\alpha$$

$$\sqrt{\frac{2u^2 - u^2 \sin^2 \alpha}{5}} = u\cos\alpha$$

លើកអង្គសងខាងជាការេ $\frac{2u^2 - u^2\sin^2\alpha}{5} = u^2\cos^2\alpha$

$2u^2 - u^2\sin^2\alpha = 5u^2\cos^2\alpha$

$2 - \sin^2\alpha = 5\cos^2\alpha$

$2 - \sin^2\alpha = 5\left(1 - \sin^2\alpha\right)$

$2 - \sin^2\alpha = 5 - 5\sin^2\alpha$

$4\sin^2\alpha = 3$

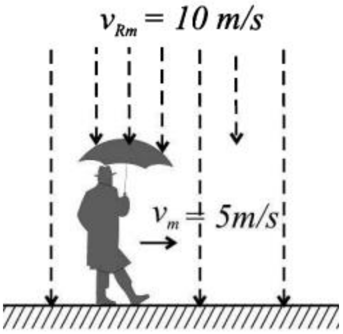
$\sin^2\alpha = \frac{3}{4}$

$\sin\alpha = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\alpha = \sin 60^\circ$

$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$

19. បុរសម្នាក់ផ្លាស់ទីជាមួយល្បឿន 5 m/s សង្កេតមើលដំណក់ទឹកភ្លៀងធ្លាក់តាមទិសឈរនៅអត្រា 10 m/s ។ ចូររកល្បឿននិងទិសដៅនៃដំណក់ទឹកភ្លៀងពេលប៉ះនឹងដី។

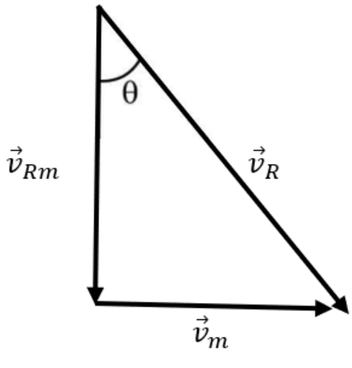


<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿននិងទិសដៅនៃដំណក់ទឹកភ្លៀងដោយអ្នកសង្កេតកំពុងផ្លាស់ទីហើយក្រឡេកមើលដំណក់ទឹកភ្លៀងធ្លាក់តាមទិសឈរ នោះល្បឿន 10 m/s ជាល្បឿនរបស់ដំណក់ទឹកភ្លៀងធៀបនិងអ្នកសង្កេត ដែលកំពុងផ្លាស់ទី។

យើងបាន $\overrightarrow{v_{Rm}} = \overrightarrow{v_R} - \overrightarrow{v_m}$

$\overrightarrow{v_R} = \overrightarrow{v_{Rm}} + \overrightarrow{v_m}$



សមមូល $v_R = \sqrt{{v_{Rm}}^2 + {v_m}^2}$

$v_R = \sqrt{10^2 + 5^2}$

$\Rightarrow v_R = 11.18\,\text{ms}^{-1}$

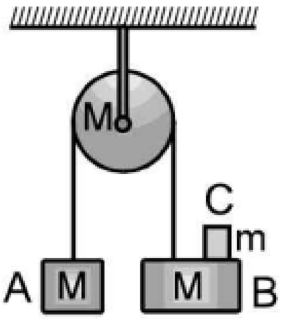
ម្យ៉ាងទៀត $\tan\theta = \frac{5}{10} \Rightarrow \theta = 26.56^\circ$

20. ពិនិត្យប្រព័ន្ធមេកានិចដូចរូប។ ដោយសន្មតកកិតលើរ៉កមិនគិតនិងខ្សែមានម៉ាសអាចចោលបាន។ ចូររក:

① សំទុះរបស់ដុំម៉ាស A។

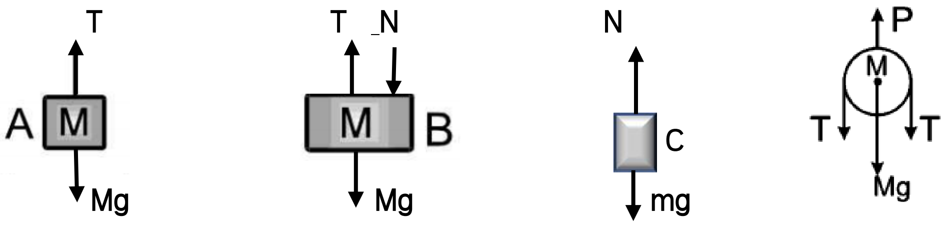
② កម្លាំងអនុវត្តដែលដុំ C មានលើដុំ B។

③ កម្លាំងអនុវត្តលើពិតាន។



<u>ចម្លើយ</u>

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



① រកសំទុះរបស់ដុំម៉ាស A

អនុវត្តច្បាប់ទី២ញូតុន:

ចំពោះដុំ A

$T - Mg = Ma (1)$

ចំពោះដុំ B

$\mathrm{Mg + N - T = Ma (2)}$

ចំពោះដុំ C

$mg - N = ma (3)$

យក $(1)+(2)+(3)$

$$\Leftrightarrow mg = a\left(2M + m\right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg}{2M + m}$$

② រកកម្លាំងអនុវត្តដែលដុំ C មានលើដុំ B

តាម (3)

$$mg - N = ma$$

$$N = mg - ma = mg - m\frac{mg}{2M + m}$$

$$N = \frac{mg\left(2M + m\right) - m^2 g}{2M + m}$$

$$N = \frac{2mMg + m^2 g - m^2 g}{2M + m}$$

$$\Rightarrow N = \frac{2mMg}{2M + m}$$

③ រកកម្លាំងអនុវត្តលើពិតាន

តាម (1)

$$T - Mg = Ma$$

$$T = Mg + Ma$$

$$T = Mg + M\frac{mg}{2M + m}$$

$$T = Mg\left(1 + \frac{m}{2M + m}\right)$$

$$T = Mg\left(\frac{2M + m + m}{2M + m}\right)$$

$$T = 2Mg\left(\frac{M + m}{2M + m}\right)$$

ចំពោះរ៉ កមានម៉ាស M និងកាំអាចចោលបាន នោះយើងសន្មតថារ៉ កមិនវិលជុំវិញអ័ក្សរបស់វាទេហើយខ្សែរូតដោយគ្មានកកិតលើចង្អូររ៉ក យើងទាញបានតំណឹងខ្សែនៅសងខាងរ៉កមានតម្លៃដូចគ្នា។

លក្ខខណ្ឌលំនឹងចំពោះរ៉ក $P - 2T - Mg = 0$

$$P = 2T + Mg$$

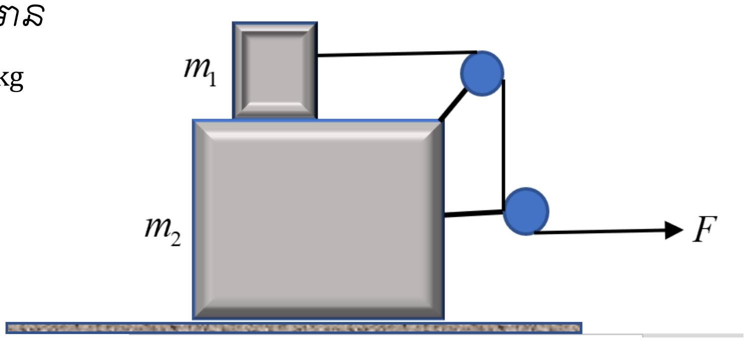
$$P = 4Mg\left(\frac{M + m}{2M + m}\right) + Mg$$

$$P = Mg\left[4\left(\frac{M + m}{2M + m}\right) + 1\right]$$

$$P = Mg\left[\frac{4M + 4m + 2M + m}{2M + m}\right]$$

$$\Rightarrow P = Mg\left(\frac{6M + 5m}{2M + m}\right)$$

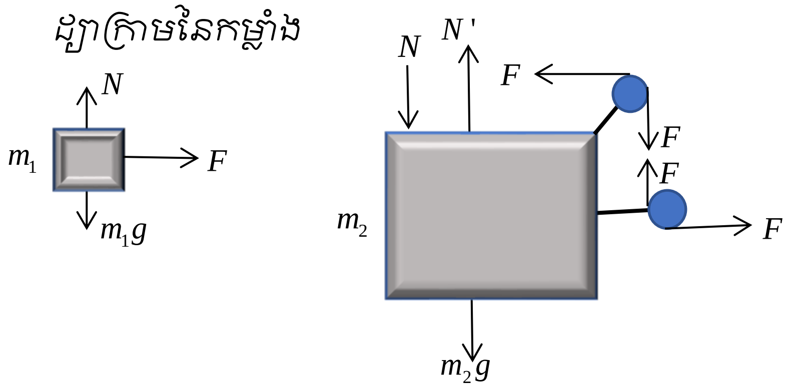
21. ក្នុងប្រព័ន្ធមេកានិចដូចរូប គ្រប់ផ្ទៃប៉ះមានកកិតអាចចោលបាន។ ម៉ាស $m_1 = 20\ \text{kg}$ និង $m_2 = 30\ \text{kg}$ ។ ប្រសិនបើ $F = 180\ \text{N}$ ចូររកសំទុះរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



ច្បាប់ទី២ញូតុន

ចំពោះ m_1

$$\sum F_x = F = m_1 a_1$$

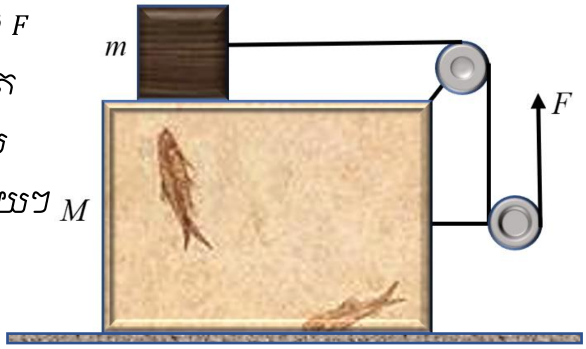
$$\Rightarrow a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{180}{20} = 9\text{ms}^{-2}$$

ចំពោះ m_2

$$\sum F_x = F - F = m_2 a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = 0$$

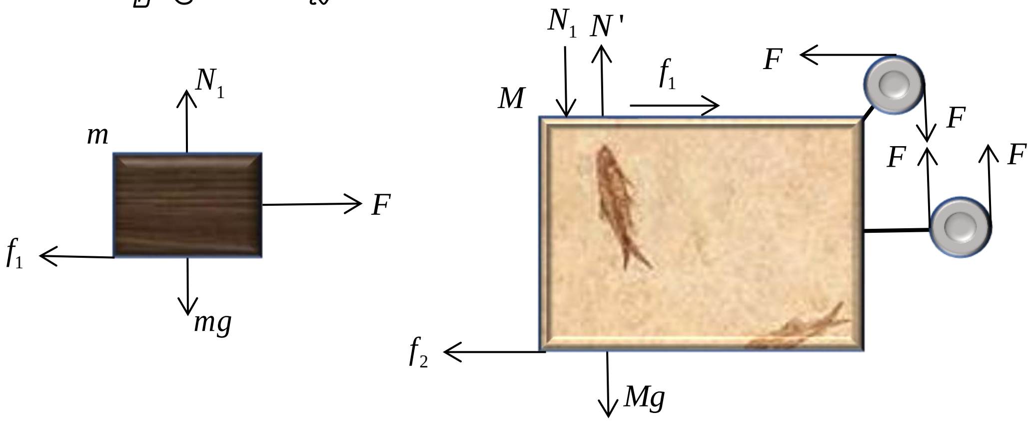
22. ពិនិត្យប្រព័ន្ធមេកានិចដូចរូប។ គេបញ្ចេញកម្លាំង F អនុវត្តលើខ្សែតាមទិសឈរដូចរូប។ មេគុណកកិតគ្រប់ផ្ទៃប៉ះគឺ μ។ សន្មតកកិតលើរ៉កនិងម៉ាសរបស់រ៉កអាចចោលបាន។ ចូររកសំទុះរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



ច្បាប់ទី២ញូតុន

ចំពោះ m

$$\sum F_x = F - f_1 = ma_1$$

$$\Leftrightarrow F - \mu mg = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{F - \mu mg}{m}$$

ចំពោះ M

$$\sum F_x = f_1 - f_2 - F = Ma_2$$

$$\Leftrightarrow \mu mg - \mu N' - F = Ma_2 (1)$$

$$\sum F_y = N' + F - N_1 - Mg = 0$$

$$\Leftrightarrow N' = N_1 + Mg - F$$

(1)

$$\mu mg - \mu\left(N_1 + Mg - F\right) - F = Ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{\mu mg - \mu\left(N_1 + Mg - F\right) - F}{M}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{\mu mg - \mu\left(mg + Mg - F\right) - F}{M}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{\mu\left(F - Mg\right) - F}{M}$$

23. ផ្កាយរណបមួយមានម៉ាស m វិលជុំវិញផែនដីដែលមានកាំ R នៅកម្ពស់ x ពីផ្ទៃដី។ ប្រសិនបើ g ជាសំទុះទំនាញដី ចូររកល្បឿនផ្ទុំប៉ះរបស់ផ្កាយរណប។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនផ្ទុំប៉ះរបស់ផ្កាយរណប

  ផ្កាយរណបរងនៅកម្លាំងចូលផ្ចិតមាននាទីជាកម្លាំងទំនាញសកល

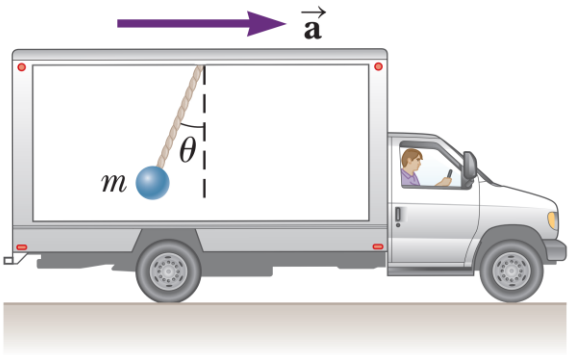
$$\frac{GM_E m}{\left(R + x\right)^2} = m\frac{v^2}{R + x}$$

$$\frac{R^2 GM_E m}{R^2\left(R + x\right)} = mv^2, g = \frac{GM_E}{R^2}$$

$$gR^2\frac{m}{R + x} = mv^2$$

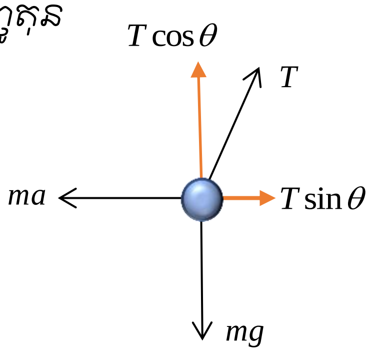
$$\Rightarrow v = R\sqrt{\frac{g}{R + x}}$$

24. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានព្យួរពីពិតាននៃរថយន្តដែលកំពុងផ្លាស់ទីដោយសំទុះ a ដូចរូប។ ចូររកមុំ θ ដែលខ្សែបង្កើតជាមួយខ្សែឈរនិងតំណឹងខ្សែ T។



ចម្លើយ

- រកមុំ θ ដែលខ្សែបង្កើតជាមួយខ្សែឈរនិងតំណឹងខ្សែ T
យកអ្នកសង្កេតនៅជាប់ប្រព័ន្ធ គាត់ឃើញដុំម៉ាសមានលំនឹងធៀបនឹងខ្លួនគាត់ ។ ច្បាប់ទីពីរញូតុន



$$\sum F_x = T\sin\theta - ma = ma_r$$

$$T\sin\theta - ma = 0, a_r = 0$$

$$T\sin\theta = ma (1)$$

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

$$T\cos\theta = mg (2)$$

យក $(1)/(2)$

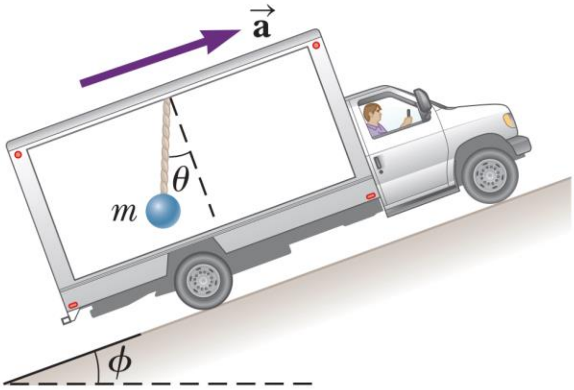
$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{ma}{mg}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{g} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{a}{g}\right)$$

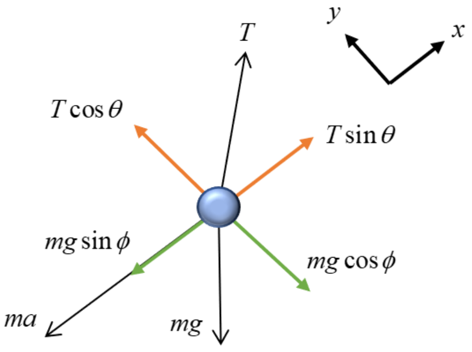
តាម (1)

$$T\sin\theta = ma \Rightarrow T = \frac{ma}{\sin\theta} = \frac{ma}{\sin\left[\arctan\left(\frac{a}{g}\right)\right]}$$

25. រថយន្តមួយផ្លាស់ទីដោយសំទុះថេរ a ឡើងចំណោតមួយមានមុំ ϕ ធៀបនឹងទិសដេកដូចរូប។ ស្វ៊ែតូចមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានព្យួរពីពិតាននៃរថយន្តដោយខ្សែស្រាល។ ប្រសិនបើប៉ោលទោលបង្កើតមុំថេរ θ ជាមួយបន្ទាត់ដែលកែងនឹងពិតាន ចូររកសំទុះ a។



<u>ចម្លើយ</u>



- រកសំទុះ a

យកអ្នកសង្កេតនៅជាប់ប្រព័ន្ធ គាត់ឃើញដុំម៉ាសមានលំនឹងធៀបនឹងខ្លួនគាត់។

ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$\sum F_x = T\sin\theta - mg\sin\phi - ma = ma_r$$

$$T\sin\theta - mg\sin\phi - ma = 0, a_r = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{T\sin\theta}{m} - g\sin\phi (1)$$

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg\cos\phi = 0$$

$$T\cos\theta = mg\cos\phi$$

$$T = \frac{mg\cos\phi}{\cos\theta}$$

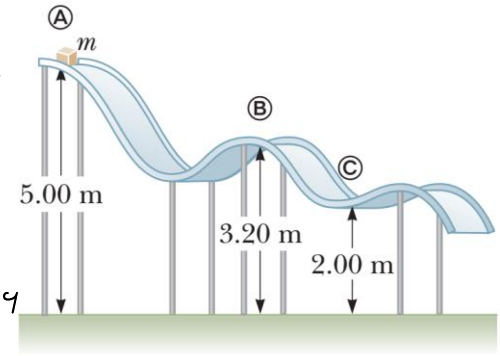
តាម (1)

$$a = \frac{\frac{mg\cos\phi}{\cos\theta}\sin\theta}{m} - g\sin\phi = g\tan\theta\cos\phi - g\sin\phi = g\left(\tan\theta\cos\phi - \sin\phi\right)$$

26. ដុំមួយមានម៉ាស $m = 5$ kg ត្រូវបានគេលែងពីចំនុច A ហើយរអិលដោយគ្មានកកិតលើផ្លូវដែកដូចរូប។ ចូរកំណត់:

① ល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសត្រង់ចំនុច B និង C។

② កម្មន្តទំនាញដីក្នុងបម្លាស់ទីពីចំនុច A មកចំនុច B ។



<u>ចម្លើយ</u>

① កំណត់ល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសត្រង់ចំនុច B និង C

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E_M(A) = E_M(B)$$

$$0 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 = g\left(h_A - h_B\right)$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2g\left(h_A - h_B\right)} = \sqrt{2\times 9.8\left(5 - 3.2\right)} = 5.94(\text{m/s})$$

សម្រាយដូចគ្នា យើងទាញបាន

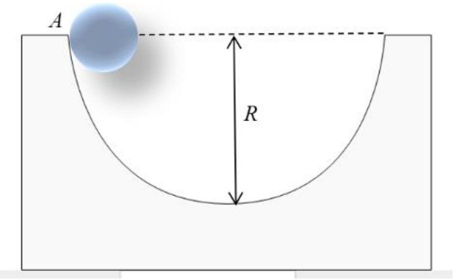
$$v_C=\sqrt{2g\left(h_A-h_C\right)}=\sqrt{2\times 9.8\left(5-2\right)}=7.67(m/s)$$

② កំណាត់កម្មន្តទំនាញដីក្នុងបម្លាស់ទីពីចំនុច A មកចំនុច B

ទ្រឹស្តីកម្មន្តនិងថាមពល

$$W_g=\Delta K=K_C-K_A=K_C=\frac{1}{2}m{v_C}^2=0.5\times 5\times\left(7.67\right)^2=147J$$

27. ស៊ីឡាំងតូចមួយមានម៉ាស m និងកាំ r ត្រូវបានគេលែងពីចំនុច A (ចំនុចរត់ត្រង់ជាមួយផ្ចិតនៃស៊ីឡាំង) ចូលទៅក្នុងកន្លះស្វ៊ែប្រហោងដែលមានកាំ R ដូចរូប។ សន្មតស៊ីឡាំងរមៀលដោយមិនរអិល។ ចូររកកម្លាំងដែលកន្លះស្វ៊ែមានអំពើលើស៊ីឡាំង ពេលស៊ីឡាំងមកដល់បាតនៃកន្លះស្វ៊ែ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្លាំងដែលកន្លះស្វ៊ែមានអំពើលើស៊ីឡាំង ពេលស៊ីឡាំងមកដល់បាតនៃកន្លះស្វ៊ែ

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$0+mg\left(R-r\right)=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mg\left(R-r\right)=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mr^2\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$g\left(R-r\right)=\frac{1}{2}v^2+\frac{1}{4}v^2$$

$$g\left(R-r\right)=\frac{3}{4}v^2\Rightarrow v^2=\frac{4}{3}g\left(R-r\right)$$

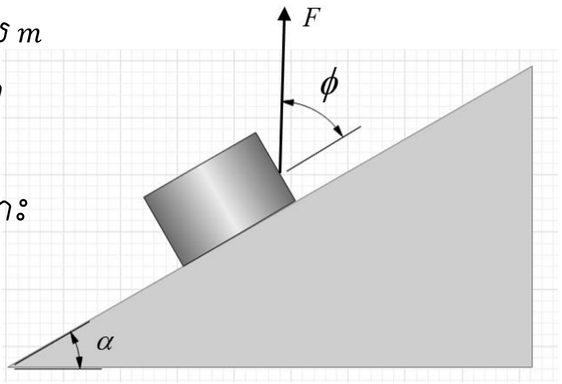
ពេលមកដល់បាតនៃកន្លះស្វ៊ែ

$$N-mg=m\frac{v^2}{R-r}$$

$$N-mg=m\frac{\frac{4}{3}g\left(R-r\right)}{R-r}=\frac{4}{3}mg$$

$$\Rightarrow N=\frac{4}{3}mg+mg=\frac{7}{3}mg$$

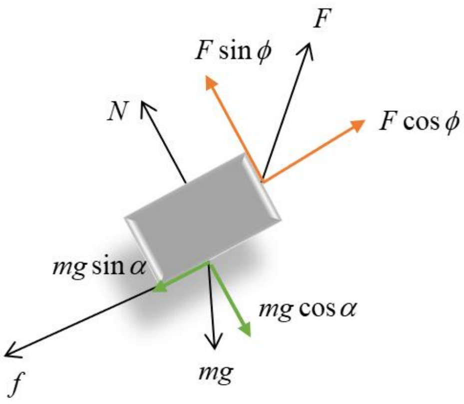
28. គេបញ្ចេញកម្លាំង F ដើម្បីរក្សាដុំមានម៉ាស m ឲ្យនៅនឹងថ្កល់លើប្លង់ទេរដូចរូប។ មេគុណកកិតរវាងដុំម៉ាសនិងប្លង់ទេរគឺ $\mu = \tan\alpha$។ ចូររកបង្ហាញថាកម្លាំងដែលគេបញ្ចេញនោះឲ្យដោយកន្សោម $F = \dfrac{2mg\sin\alpha}{\cos\phi + \sin\phi\tan\alpha}$ (និពន្ធដោយ សំ ពីត)



<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថា $F = \dfrac{2mg\sin\alpha}{\cos\phi + \sin\phi\tan\alpha}$

លក្ខខណ្ឌលំនឹង

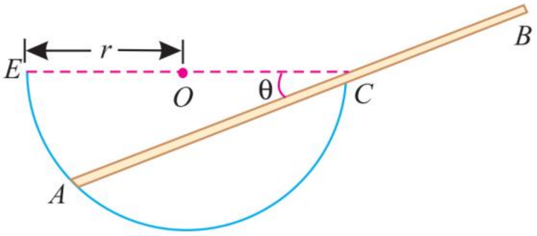


$$\sum F_x = F\cos\phi - mg\sin\alpha - f = 0 (1)$$
$$\sum F_y = N + F\sin\phi - mg\cos\alpha = 0$$
$$N = mg\cos\alpha - F\sin\phi$$
$$\rightarrow f = \mu N = \tan\alpha\left(mg\cos\alpha - F\sin\phi\right)$$

តាម (1)

$$F\cos\phi - mg\sin\alpha - f = 0$$
$$F\cos\phi - mg\sin\alpha - \tan\alpha\left(mg\cos\alpha - F\sin\phi\right) = 0$$
$$F\cos\phi - mg\sin\alpha - \tan\alpha mg\cos\alpha + F\sin\phi\tan\alpha = 0$$
$$F\cos\phi - mg\sin\alpha - mg\sin\alpha + F\sin\phi\tan\alpha = 0$$
$$F\cos\phi - 2mg\sin\alpha + F\sin\phi\tan\alpha = 0$$
$$F\left(\cos\phi + \sin\phi\tan\alpha\right) = 2mg\sin\alpha$$
$$\Rightarrow F = \frac{2mg\sin\alpha}{\cos\phi + \sin\phi\tan\alpha}$$

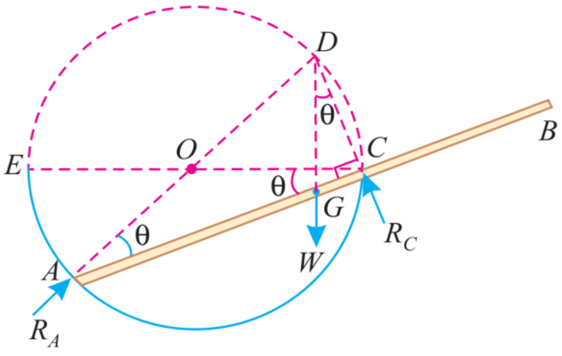
29. របារស្មើសាច់ AB ប្រវែង $3r$ ស្ថិតនៅនឹងថ្កល់លើកន្លះរង្វង់ដែលមានកាំ r ដូចរូប។សន្មតកកិតអាចចោលបាន។ ចូររកតម្លៃនៃមុំ θ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃនៃមុំ θ

តាមរូបយើងទាញបាន



$$AD = 2r$$
$$AC = AD\cos\theta = 2r\cos\theta$$
$$CD = AD\sin\theta = 2r\sin\theta$$
$$AG = GB = 1.5r$$
$$GC = AC - AG = 2r\cos\theta - 1.5r$$

ម្យ៉ាងទៀត

$$\tan\theta = \frac{GC}{CD} = \frac{2r\cos\theta - 1.5r}{2r\sin\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{2\cos\theta - 1.5}{2\sin\theta}$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2\cos\theta - 1.5}{2\sin\theta}$$

$$2\sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1.5\cos\theta$$

$$2\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) = 1.5\cos\theta$$

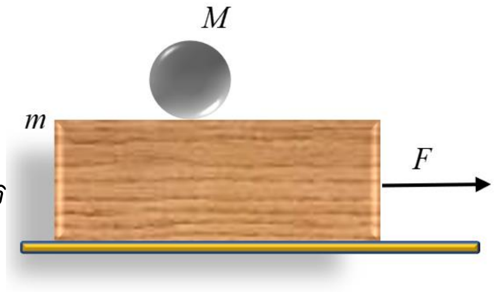
$$2\left(2\cos^2\theta - 1\right) = 1.5\cos\theta$$

$$4\cos^2\theta - 2 = 1.5\cos\theta$$

$$4\cos^2\theta - 1.5\cos\theta - 2 = 0$$

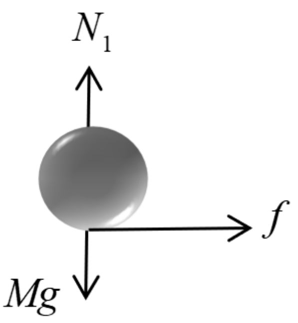
ចម្លើយនៃសមីការ $\theta = 25.8°$

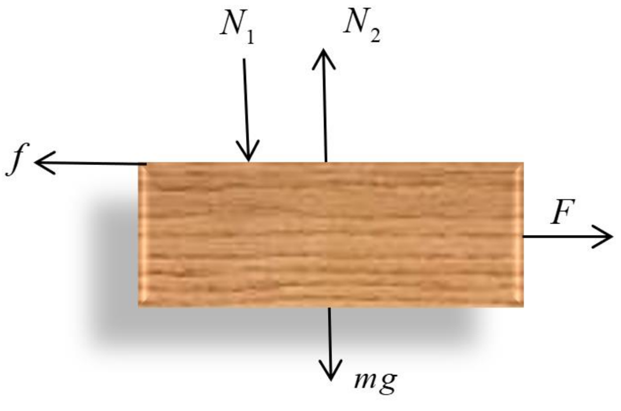
30. ចូរកំណត់កម្លាំងអតិបរមា F ដែលអនុវត្តលើដុំមានម៉ាស m តាមទិសដេក។ ស្វ៊ែលោហៈមួយមានម៉ាស M និងកាំ R រមៀលដោយមិនរអិលលើបន្ទះ។ មេគុណកកិតស្តាទិចនិងស៊ីនេទិចរវាងស្វ៊ែនិងបន្ទះគឺ μ_s និង μ_k រៀងគ្នា។ សន្មតកកិតរវាងបន្ទះដេកនិងដុំម៉ាសអាចចោលបាន។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់កម្លាំងអតិបរមា F





ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារំកិល

ចំពោះស្វ៊ែ

$$f = Ma_1$$

$$\mu_s Mg = Ma_1$$

$$a_1 = \mu_s g$$

ចំពោះដុំម៉ាស

$$F - \mu_s Mg = ma_2$$

$$a_2 = \frac{F - \mu_s Mg}{m}$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារង្វិលរបស់ស្វ៊ែ

$$fR = I\alpha$$

$$\mu_s MgR = \frac{2}{5}MR^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{5}{2}\frac{\mu_s g}{R}$$

ដើម្បីកុំឲ្យស្វ៊ែររអិល

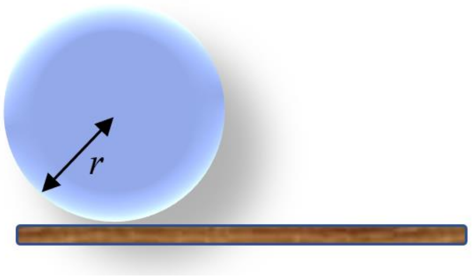
$$a_2 = a_1 + a_{rot}$$

$$\frac{F - \mu_s Mg}{m} = \mu_s g + R\alpha$$

$$\frac{F - \mu_s Mg}{m} = \mu_s g + R\frac{5}{2}\frac{\mu_s g}{R}$$

$$\Rightarrow F = \mu_s g\left(M + \frac{7}{2}m\right)$$

31. ស្វ៊ែលោហៈមួយមានកាំ r ត្រូវបានគេដាក់លើប្លង់គ្រើមដែលមានមេគុណកកិត μ ជាមួយល្បឿនមុំដើម ω_0 និងគ្មានល្បឿនដើម។ ចូររករយៈពេល, ល្បឿននិងល្បឿនមុំពេលវាឈប់រអិល។



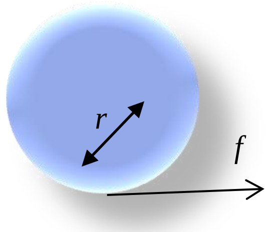
<u>ចម្លើយ</u>

- រករយៈពេលល្បឿន និងល្បឿនមុំមុនពេលវាឈប់
  - ➢ របៀបទី១

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារំកិល

$$f = ma$$

$$\mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g$$



ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិល

$$\tau = I\alpha$$

$$fr = \frac{2}{5}mr^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{5f}{2mr} = \frac{5\mu g}{2r}$$

ទំនាក់ទំនងល្បឿននិងល្បឿនមុំ

$$v = r\omega$$

$$at + v_0 = r\left(\omega_0 - \alpha t\right)$$

$$\mu g t = r\omega_0 - \frac{5\mu g}{2}t$$

$$\mu g t + \frac{5\mu g}{2}t = r\omega_0$$

$$\frac{2\mu g t + 5\mu g}{2} = r\omega_0$$

$$\frac{7\mu g t}{2} = r\omega_0$$

$$\Rightarrow t = \frac{2r\omega_0}{7\mu g}$$

ល្បឿននិងល្បឿនមុំ

$$v = at = \mu g\,\frac{2r\omega_0}{7\mu g} = \frac{2r\omega_0}{7}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{\frac{2r\omega_0}{7}}{r} = \frac{2\omega_0}{7}$$

- របៀបទី២

ស្វៃធ្វើចលនារំកិលផង រង្វិលផង

ច្បាប់រក្សាម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

$$L_i = L_f$$

$$mrv_0 + I\omega_0 = mrv + I\omega$$

$$I\omega_0 = mrv + I\omega$$

$$\frac{2}{5}mr^2\omega_0 = m\omega r^2 + \frac{2}{5}mr^2\omega$$

$$\frac{2}{5}r^2\omega_0 = \omega\left(r^2 + \frac{2}{5}r^2\right)$$

$$\frac{2}{5}r^2\omega_0 = \frac{7}{5}r^2\omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2}{7}\omega_0$$

ល្បឿន $v = r\omega = \frac{2}{7}r\omega_0$

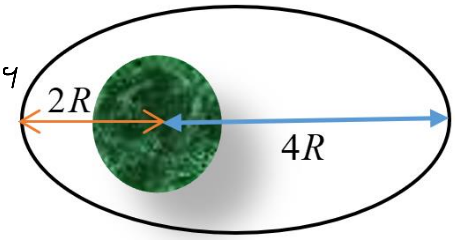
ហើយ

$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{\frac{2}{7}r\omega_0}{\mu g} = \frac{2}{7\mu g}r\omega_0$$

32. ចម្ងាយអប្បរមានិងអតិបរមានៃផ្កាយរណបពីផ្ចិតផែនដីគឺ $2R$ និង $4R$ រៀងគ្នាដែល R ជាកាំនិង M ជាម៉ាសរបស់ផែនដី។ ចូររក:

① ល្បឿនអប្បរមានិងអតិបរមារបស់ផ្កាយរណប។

② កាំកំណោងត្រង់ចំនុចមានចម្ងាយអប្បរមា។



<u>ចម្លើយ</u>

① រកល្បឿនអប្បរមានិងអតិបរមារបស់ផ្កាយរណប

ច្បាប់រក្សាម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

$$L(\min) = L(\max)$$
$$mv_1 2R = mv_2 4R$$
$$v_1 = 2v_2$$

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E(\min) = E(\max)$$
$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{2R} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GMm}{4R}$$
$$\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{GM}{2R} = \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{GM}{4R}$$
$$\frac{1}{2}(2v_2)^2 - \frac{GM}{2R} = \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{GM}{4R}$$
$$2v_2^2 - \frac{1}{2}v_2^2 = \frac{GM}{2R} - \frac{GM}{4R}$$
$$\frac{3}{2}v_2^2 = \frac{GM}{4R} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{GM}{6R}}$$

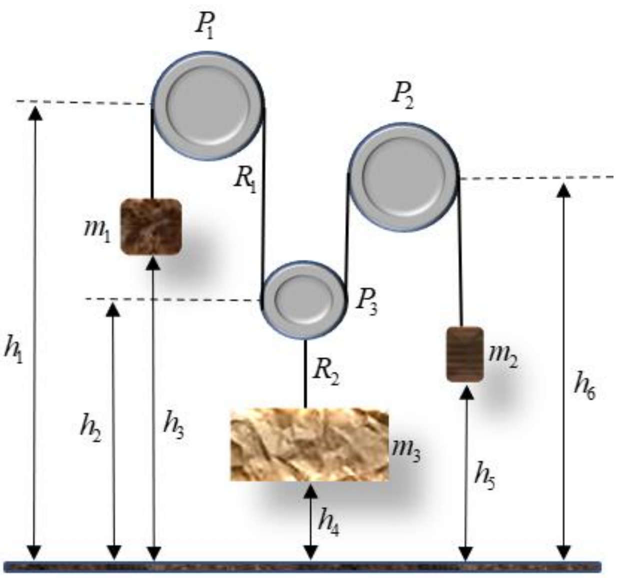
ហើយ $v_1 = 2v_2 = 2\sqrt{\frac{GM}{6R}} = \sqrt{\frac{2GM}{3R}}$

② កាំកំណោងត្រង់ចំនុចមានចម្ងាយអប្បរមា

ពេលផ្កាយរណបមកដល់ចំនុចមានចម្ងាយអប្បរមា វារងកម្លាំងទំនាញសកលមាននាទីជាកម្លាំងចូលផ្ចិត $m\frac{v_1^2}{r} = \frac{GMm}{(2R)^2}$

$$\frac{v_1^2}{r} = \frac{GM}{(2R)^2}$$
$$\frac{2GM}{3rR} = \frac{GM}{4R^2}$$
$$\frac{2}{3r} = \frac{1}{4R}$$
$$\Rightarrow r = \frac{8R}{3}$$

33. រ៉កទាំងអស់មានម៉ាសនិងកកិតអាចចោលបាន។ រ៉ក P_1 និង P_2 ជារ៉កនឹង ហើយរ៉ក P_3 អាចចល័តឡើងលើឬចុះក្រោមដោយសេរី។ ខ្សែឥតគិតម៉ាស R_1 ឆ្លងកាត់រ៉កដូចរូបហើយមានដុំម៉ាសពីរ m_1 និង m_2 ត្រូវបានគេភ្ជាប់ចុងទាំងសងខាងនៃខ្សែ។ ដុំម៉ាស m_3 ត្រូវបានព្យួរពីរ៉ក P_3 ដោយខ្សែ R_2។ ចូររកសំទុះរបស់ដុំ m_3។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះរបស់ដុំ m_3

សិក្សាតាមស៊ីនេម៉ាទិច

$$R_1 = (h_1 - h_3) + (h_1 - h_2) + (h_6 - h_2) + (h_6 - h_5) = \text{const}$$

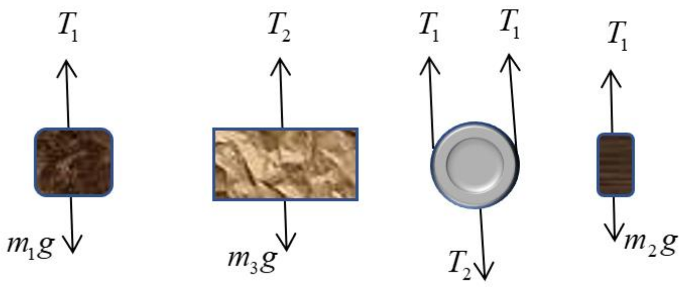
$$R_1 = (h_1 - h_3) + (h_1 + h_6 - 2h_2) + (h_6 - h_5) = \text{const}$$

$$\frac{d^2 R_1}{dt^2} = -a_1 - 2a_3 - a_2 = 0$$

$$a_1 + 2a_3 + a_2 = 0 (1)$$

សិក្សាតាមឌីណាមិច

យកទិសដៅវិជ្ជមានឡើងលើ



ចំពោះ m_1

$$T_1 - m_1 g = m_1 a_1 (2)$$

ចំពោះ m_2

$$T_1 - m_2 g = m_2 a_2 (3)$$

ចំពោះ m_3

$$T_2 - m_3 g = m_3 a_3 (4)$$

ចំពោះរ៉ក P_3

$$T_2 = 2T_1$$

យើងទាញបាន

$$a_3 = \left[\frac{4m_1 m_2 - (m_1 + m_2) m_3}{4m_1 m_2 + (m_1 + m_2) m_3} \right] g$$

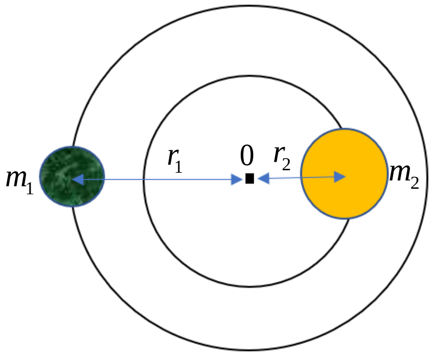
34. ភពមួយមានម៉ាស m_1 វិលជុំវិញព្រះអាទិត្យដែលមានម៉ាស m_2។ ចម្ងាយពីភពទៅព្រះអាទិត្យតាងដោយ r ។ ពិនិត្យចលនារបស់ព្រះអាទិត្យ ចូររកថាមពលសរុបនៃប្រព័ន្ធ ដោយសន្មតគន្លងរបស់ប្រព័ន្ធមានរាងជារង្វង់។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកថាមពលសរុបនៃប្រព័ន្ធ

តាមរូបយើងបាន $r = r_1 + r_2$

ភពនិងព្រះអាទិត្យវិលជុំវិញចំនុច O ដោយល្បឿនមុំស្មើគ្នា។ កម្លាំងទំនាញសកលមាននាទីជាកម្លាំងចូលផ្ចិត។



យើងបាន $m_1 r_1 \omega^2 = m_2 r_2 \omega^2 = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$

តាមសមីការខាងលើយើងទាញបាន

$$r_1 = r\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

$$r_2 = r\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$\omega^2 = \frac{G(m_1 + m_2)}{r^3}$$

ថាមពលសរុប

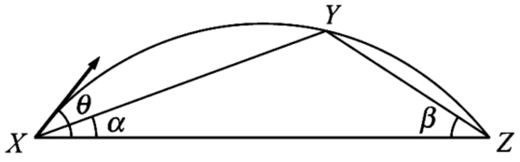
$$E_M = K + U$$

$$E_M = -\frac{G m_1 m_2}{r} + \frac{1}{2} m_1 r_1 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2 \omega^2$$

$$E_M = -\frac{G m_1 m_2}{r} + \frac{1}{2} m_1 r\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)\frac{G(m_1 + m_2)}{r^3} + \frac{1}{2} m_2 r\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)\frac{G(m_1 + m_2)}{r^3}$$

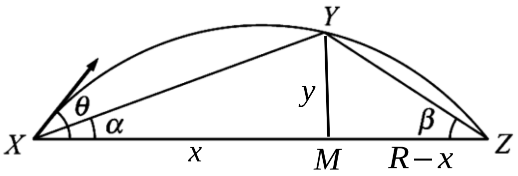
$$E_M = -\frac{G m_1 m_2}{2r}$$

35. ភាគល្អិតមួយត្រូវបានគេបាញ់ជាមួយល្បឿនដើម u បង្កើតបានមុំ θ ជាមួយទិសដេកដែលមានគន្លងប៉ះប្រផិតទៅនឹងកំពូលនៃត្រីកោណតាមទិសឈរ។ ចូររកមុំ θ ជាអនុគមន៍នៃ α និង β ។



ចម្លើយ

- រកមុំ θ ជាអនុគមន៍នៃ α និង β



សិក្សាចលនាតាមអ័ក្ស

ox ជាចលនាត្រង់ស្មើ

តាង $R = XZ$

$x = XM$

$$x = u\cos\theta t \rightarrow t = \frac{x}{u\cos\theta}$$

oy ជាចលនាទម្លាក់សេរី

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + u\sin\theta t \text{ តែ } t = \frac{x}{u\cos\theta}$$

យើងបាន

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{u\cos\theta}\right)^2 + u\sin\theta\frac{x}{u\cos\theta}$$

$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{u^2\cos^2\theta} + x\tan\theta$$

$$\frac{y}{x} = \tan\theta - -\frac{1}{2}g\frac{x}{u^2\cos^2\theta}(1)$$

រយៈពេលធ្លាក់ដល់ដី ត្រូវនឹង $y = 0$

$$0 = -\frac{1}{2}gT^2 + u\sin\theta T$$

$$T = \frac{2u\sin\theta}{g}$$

ចម្ងាយធ្លាក់ដល់ដី

$$R = u\cos\theta T = u\cos\theta\frac{2u\sin\theta}{g} = \frac{2u^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

$$R = \frac{2u^2\cos\theta\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{g}{\cos\theta}} = \frac{2u^2\cos\theta\tan\theta}{\frac{g}{\cos\theta}} = \frac{2u^2\tan\theta}{\frac{g}{\cos^2\theta}}$$

$$\frac{\tan\theta}{R} = \frac{g}{2u^2\cos^2\theta}(2)$$

យក(2)ជួសក្នុង(1) យើងបាន $\frac{y}{x}=\tan\theta-\frac{\tan\theta}{R}x$

$$\tan\alpha=\tan\theta\left(1-\frac{x}{R}\right)$$

$$\tan\theta=\frac{\tan\alpha}{\left(1-\frac{x}{R}\right)}=\frac{\tan\alpha}{\frac{R-x}{R}}=\tan\alpha\frac{R}{R-x}$$

$$\tan\theta=\tan\alpha\frac{R-x+x}{R-x}$$

$$\tan\theta=\tan\alpha\left(1+\frac{x}{R-x}\right)$$

$$\tan\theta=\tan\alpha+\frac{x\tan\alpha}{R-x}$$

$$\tan\theta=\tan\alpha+\frac{y}{R-x}$$

$$\tan\theta=\tan\alpha+\tan\beta$$

$$\Rightarrow\theta=\arctan\left(\tan\alpha+\tan\beta\right)$$

36. ចូរបង្ហាញថាខួបនៃលំយោលប៉ោលទោលដែលនៅកម្ពស់ h ពីផ្ទៃនៃផែនដីច្រាស សមាមាត្រទៅនឹង $\sqrt{R-2h}$ ដែល R ជាកាំរបស់ផែនដី។

<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថាខួបនៃលំយោលប៉ោលទោលច្រាសសមាមាត្រទៅនឹង $\sqrt{R-2h}$

ច្បាប់ទំនាញញូតុន

$$F=G\frac{M_E m}{R^2}$$

$$mg=G\frac{M_E m}{R^2}$$

$$g=\frac{M_E}{R^2}(1)$$

នៅកម្ពស់ h ពីដីនោះ $R\to R+h$

$$g'=\frac{M_E}{\left(R+h\right)^2}(2)$$

យក $(2)/(1)$

$$\frac{g'}{g}=\frac{\frac{M_E}{\left(R+h\right)^2}}{\frac{M_E}{R^2}}=\frac{R^2}{\left(R+h\right)^2}$$

$$g'=g\frac{R^2}{\left(R+h\right)^2}=\frac{g}{\frac{\left(R+h\right)^2}{R^2}}=\frac{g}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}=g\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$$

ដោយ $\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2} \approx \left(1-2\frac{h}{R}\right)$

យើងបាន

$$g' = g\left(1-2\frac{h}{R}\right)$$

ខួបនៅលើផ្ទៃដី $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}(3)$

ខួបនៅកម្ពស់ h ពីដី

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}(4)$$

យក $(4)/(3)$

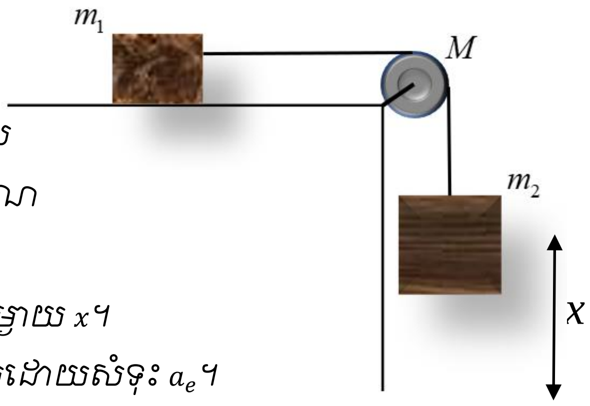
$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{g\left(1-2\frac{h}{R}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{1-2\frac{h}{R}}}$$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{\frac{R-2h}{R}}} = \sqrt{\frac{R}{R-2h}}$$

$$T' = T\sqrt{\frac{R}{R-2h}} = \frac{T\sqrt{R}}{\sqrt{R-2h}}$$

$$T' \sim T\sqrt{R}$$

$$T' \propto \sqrt{R-2h}$$



37. ស៊ីឡាំងតាន់មួយមានម៉ាស M និងអង្កត់ផ្ចិត D ឆ្លងកាត់ដោយខ្សែមិនគិតម៉ាសដែលភ្ជាប់ដុំម៉ាស m_1 និង m_2 នៅចុងសងខាងនៃខ្សែដូចរូប។ មេគុណកកិតរវាង m_1 និងតុគឺ μ ។ ចូររក:

① រយៈពេលដែលដុំ m_2 ផ្លាស់ទីចុះក្រោមបានចម្ងាយ x។

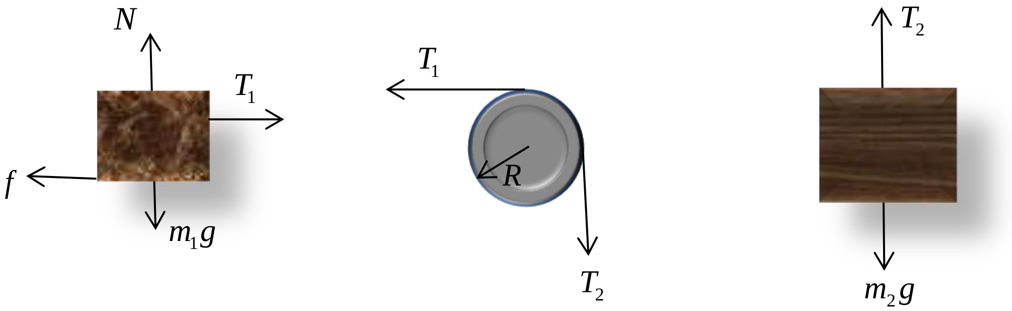
② សំនួរដដែល បើគេទាញតុឲ្យផ្លាស់ទីចុះក្រោមដោយសំទុះ a_e។

(និពន្ធដោយ សំ ពីត)

ចម្លើយ

① រករយៈពេលដែលដុំ m_2 ផ្លាស់ទីចុះក្រោមបានចម្ងាយ x

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារំកិល

ដុំ m_1

$$\sum F_x = T_1 - f = m_1 a$$

$$T_1 - \mu m_1 g = m_1 a (1)$$

ដុំ m_2

$$\sum F_y = m_2 g - T_2 = m_2 a$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a (2)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិល

រ៉ក M

$$\sum \tau = T_2 R - T_1 R = I\alpha$$

$$T_2 R - T_1 R = \frac{1}{2} M R^2 \frac{a}{R}$$

$$\frac{D}{2}(T_2 - T_1) = \frac{1}{2} M \frac{D}{2} a$$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2} Ma (3)$$

តាម (1)

$$T_1 - \mu m_1 g = m_1 a \rightarrow T_1 = m_1 a + \mu m_1 g$$

(2)

$$m_2 g - T_2 = m_2 a \rightarrow T_2 = m_2 g - m_2 a$$

យក T_1 និង T_2 ជំនួសក្នុង (3)

យើងបាន

$$m_2 g - m_2 a - m_1 a - \mu m_1 g = \frac{1}{2} Ma$$

$$g(m_2 - \mu m_1) = a\left(\frac{1}{2} M + m_1 + m_2\right)$$

$$g(m_2 - \mu m_1) = a\left(\frac{M + 2m_1 + 2m_2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{g(m_2 - \mu m_1)}{\left(\frac{M + 2m_1 + 2m_2}{2}\right)} = \frac{2g(m_2 - \mu m_1)}{M + 2(m_1 + m_2)}$$

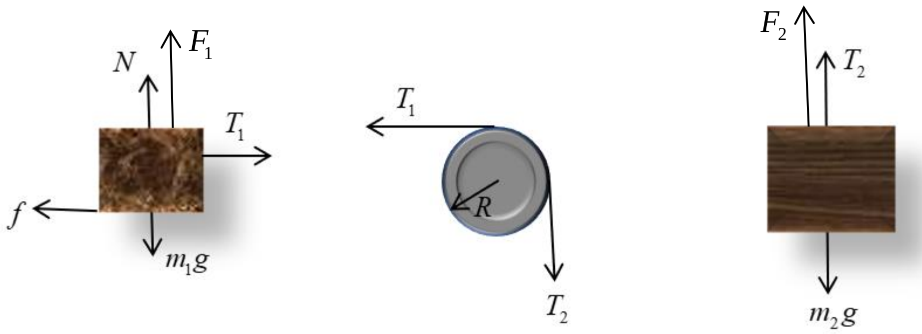
ដោយ m_2 ផ្លាស់ទីមកក្រោមដោយចលនាស្មុះស្មើ

សមីការពេល

$$x=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2x}{a}}=\sqrt{\frac{2x}{\frac{2g\left(m_2-\mu m_1\right)}{M+2\left(m_1+m_2\right)}}}=\sqrt{\frac{x\left[M+2\left(m_1+m_2\right)\right]}{g\left(m_2-\mu m_1\right)}}$$

② សំនួរដដែល បើគេទាញតុឲ្យផ្លាស់ទីដោយសំទុះ a_e

ពេលគេទាញតុឲ្យផ្លាស់ទីចុះក្រោម នោះដុំម៉ាសទាំងពីររងនៅកម្លាំងពិតផង កម្លាំងនិចលភាពផងដែលមានទិសដៅផ្ទុយពីសំទុះនាំ a_e ដូចខាងក្រោម



ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារំកិល

ដុំ m_1

$$\sum F_x = T_1 - f = m_1 a$$

$$\sum F_y = N + F_1 - m_1 g = 0$$

$$\rightarrow N = m_1 g - F_2 = m_1 g - m_1 a_e = m_1\left(g-a_e\right)$$

$$\Leftrightarrow T_1 - \mu m_1\left(g-a_e\right) = m_1 a (4)$$

ដុំ m_2

$$\sum F_y = m_2 g - T_2 - F_2 = m_2 a$$

$$m_2 g - T_2 - m_2 a_e = m_2 a (5)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិលសម្រាប់រ៉ក M

$$\sum \tau = T_2 R - T_1 R = I\alpha$$

$$T_2 R - T_1 R = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2}Ma (6)$$

តាម (4)

$$T_1 - \mu m_1\left(g - a_e\right) = m_1 a \rightarrow T_1 = m_1 a + \mu m_1\left(g - a_e\right)$$

(5)

$$m_2 g - T_2 - m_2 a_e = m_2 a \rightarrow T_2 = m_2\left(g - a_e\right) - m_2 a$$

យក T_1 និង T_2 ជំនួសក្នុង (6)

យើងបាន

$$m_2\left(g - a_e\right) - m_2 a - m_1 a - \mu m_1\left(g - a_e\right) = \frac{1}{2} M a$$

$$\left(g - a_e\right)\left(m_2 - \mu m_1\right) = a\left(\frac{1}{2} M + m_2 + m_1\right)$$

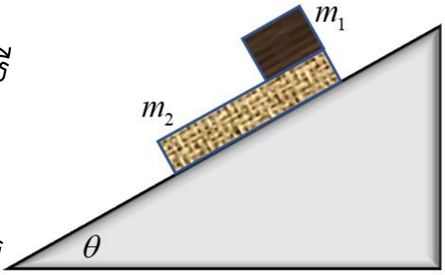
$$\left(g - a_e\right)\left(m_2 - \mu m_1\right) = a\left(\frac{M + 2m_2 + 2m_1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{\left(g - a_e\right)\left(m_2 - \mu m_1\right)}{\left(\dfrac{M + 2m_2 + 2m_1}{2}\right)} = \frac{2\left(g - a_e\right)\left(m_2 - \mu m_1\right)}{M + 2\left(m_1 + m_2\right)}$$

ដោយ m_2 ផ្លាស់ទីមកក្រោមដោយចលនាស្ទុះស្មើ

សមីការពេល

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2x}{\dfrac{2\left(g - a_e\right)\left(m_2 - \mu m_1\right)}{M + 2\left(m_1 + m_2\right)}}} = \sqrt{\frac{x\left[M + 2\left(m_1 + m_2\right)\right]}{\left(g - a_e\right)\left(m_2 - \mu m_1\right)}}$$



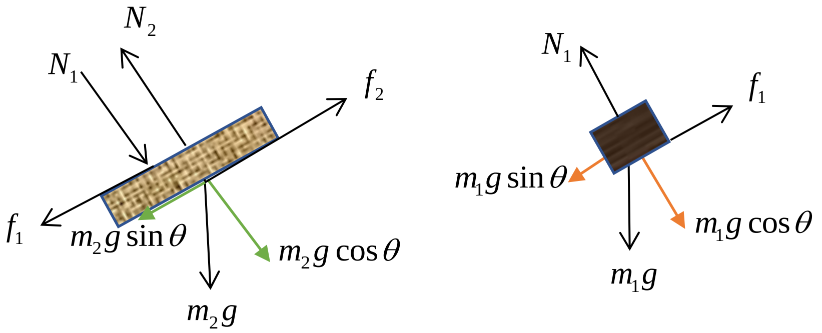
38. បន្ទះក្តារមានម៉ាស m_2 ប្រវែង l ត្រូវបានគេដាក់លើប្លង់ទេរបានមុំ θ ធៀបនឹងទិសដេក។ អង្គធាតុមួយមានម៉ាស m_1 ត្រូវបានដាក់លើបន្ទះក្តារដូចរូប។ គេលែងបន្ទះក្តារនិងអង្គធាតុឲ្យមានចលនា ដោយដឹងថាមេគុណកកិតរវាងបន្ទះក្តារនិងប្លង់ទេរគឺ μ_2 ហើយនិងរវាងបន្ទះក្តារនិងអង្គធាតុគឺ μ_1។

① រករយៈពេលដើម្បីឲ្យអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្តារ។

② ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្តារភ្លាម តើបន្ទះក្តារផ្លាស់ទីបានប្រវែងប៉ុន្មានលើប្លង់ទេរ?

<u>ចម្លើយ</u>

① រករយៈពេលដើម្បីឲ្យអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្តារ ដ្យាក្រោម



ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្តារ វាផ្លាស់ទីបានប្រវែង l ដោយសំទុះ

$a_{1/2}$ ។ សំទុះ $\vec{a}_{1/2}=\vec{a}_1-\vec{a}_2$

$$(\vec{a}_{1/2})^2=(\vec{a}_1-\vec{a}_2)^2$$

$$(\vec{a}_{1/2})^2=(\vec{a}_1)^2-2\vec{a}_1\vec{a}_2+(\vec{a}_2)^2$$

$$a^2{}_{1/2}=a^2{}_1-2a_1a_2\cos 0^\circ+a^2{}_2$$

$$a^2{}_{1/2}=a^2{}_1-2a_1a_2+a^2{}_2$$

$$a^2{}_{1/2}=(a_1-a_2)^2$$

$$a_{1/2}=a_1-a_2 \quad (1)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុន

ចំពោះ m_1

$$\sum F_x=m_1g\sin\theta-f_1=m_1a_1$$

$$m_1g\sin\theta-\mu_1m_1g\cos\theta=m_1a_1$$

$$\rightarrow a_1=g(\sin\theta-\mu_1\cos\theta)$$

ចំពោះ m_2

$$\sum F_x=f_1+m_2g\sin\theta-f_2=m_2a_2$$

$$\sum F_y=N_2-N_1-m_2g\cos\theta=0$$

$$N_2-m_1g\cos\theta-m_2g\cos\theta=0$$

$$N_2=g\cos\theta(m_1+m_2)$$

$$\Leftrightarrow f_1+m_2g\sin\theta-f_2=m_2a_2$$

$$\Leftrightarrow \mu_1m_1g\cos\theta+m_2g\sin\theta-\mu_2g\cos\theta(m_1+m_2)=m_2a_2$$

$$\Leftrightarrow g\left[\mu_1m_1\cos\theta+m_2\sin\theta-\mu_2\cos\theta(m_1+m_2)\right]=m_2a_2$$

$$\rightarrow a_2=\frac{g}{m_2}\left[\mu_1m_1\cos\theta+m_2\sin\theta-\mu_2\cos\theta(m_1+m_2)\right]$$

យើងបាន

$$a_{1/2} = a_1 - a_2 = g\left\{(\sin\theta - \mu_1\cos\theta) - \frac{1}{m_2}\left[\mu_1 m_1\cos\theta + m_2\sin\theta - \mu_2\cos\theta(m_1+m_2)\right]\right\}$$

$$a_{1/2} = g\left\{\frac{m_2\sin\theta - m_2\mu_1\cos\theta - \mu_1 m_1\cos\theta - m_2\sin\theta + \mu_2 m_1\cos\theta + \mu_2 m_2\cos\theta}{m_2}\right\}$$

$$a_{1/2} = g\cos\theta\left\{\frac{-m_2\mu_1 - \mu_1 m_1 + \mu_2 m_1 + \mu_2 m_2}{m_2}\right\}$$

$$a_{1/2} = \frac{g\cos\theta}{m_2}\left[\mu_2(m_1+m_2) - \mu_1(m_1+m_2)\right]$$

សមីការពេល

$$l = \frac{1}{2}a_{1/2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a_{1/2}}} = \sqrt{\frac{2l}{\frac{g\cos\theta}{m_2}\left[\mu_2(m_1+m_2) - \mu_1(m_1+m_2)\right]}}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2lm_2}{g\cos\theta\left[\mu_2(m_1+m_2) - \mu_1(m_1+m_2)\right]}}$$

② រកបម្លាស់ទីរបស់បន្ទះក្តារ

អង្គធាតុនិងបន្ទះក្តារគឺផ្លាស់ទីតំណាលគ្នា

$$L = \frac{1}{2}a_2t^2$$

$$L = \frac{1}{2}\frac{g}{m_2}\left[\mu_1 m_1\cos\theta + m_2\sin\theta - \mu_2\cos\theta(m_1+m_2)\right]\frac{2lm_2}{g\cos\theta\left[\mu_2(m_1+m_2) - \mu_1(m_1+m_2)\right]}$$

$$L = \frac{\left[\mu_1 m_1\cos\theta + m_2\sin\theta - \mu_2\cos\theta(m_1+m_2)\right]l}{\cos\theta\left[\mu_2(m_1+m_2) - \mu_1(m_1+m_2)\right]}$$

$$L = \frac{l\left\{\cos\theta\left[\mu_1 m_1 - \mu_2(m_1+m_2)\right] + m_2\sin\theta\right\}}{\cos\theta\left[\mu_2(m_1+m_2) - \mu_1(m_1+m_2)\right]}$$

39. ដុំពីរមានម៉ាស 1 kg និង 4 kg កំពុងផ្លាស់ទីជាមួយថាមពលស៊ីនេទិចថេរ។ ចូររកផលធៀបបរិមាណចលនាដែលអាចកើតមាន។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកផលធៀបបរិមាណចលនាដែលអាចកើតមាន

  ច្បាប់រក្សាថាមពលស៊ីនេទិច $\frac{1}{2}m_1{v_1}^2 = \frac{1}{2}m_2{v_2}^2$

$$m_1{v_1}^2 = m_2{v_2}^2$$

$$\frac{(m_1v_1)^2}{m_1} = \frac{(m_2v_2)^2}{m_2}$$

$$\left(\frac{m_1v_1}{m_2v_2}\right)^2 = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{2}$$

40. តើថាមពលមេកានិចនៃផ្កាយរណបដែលកំពុងតែវិលជុំវិញផែនដីក្នុងគន្លងមួយដែលមានកាំ R ស្មើប៉ុន្មាន?

<u>ចម្លើយ</u>

- រកថាមពលមេកានិចនៃផ្កាយរណប

  តាង M ជាម៉ាសរបស់ផែនដី

  m ជាម៉ាសរបស់

  ផ្កាយរណបរងនូវកម្លាំងទំនាញមាននាទីជាកម្លាំងចូលផ្ចិត

$$m\frac{v^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$$

$$mv^2 = G\frac{Mm}{R}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល $U = -\int F dR$

$$U = -\int_R^{\infty} G\frac{Mm}{R^2}dR$$

$$U = \int_{\infty}^{R} G\frac{Mm}{R^2}dR$$

$$U = -GMm\left[\frac{1}{R}\right]_{\infty}^{R}$$

$$U = -GMm\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right]$$

$$U = -G\frac{Mm}{R}$$

ថាមពលមេកានិច $E_M = K + U$

$$E_M = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R}$$

$$E_M = \frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} - G\frac{Mm}{R}$$

$$E_M = -G\frac{Mm}{2R}$$

41. នៅពេលភាគល្អិតមួយមានម៉ាស m វិលជុំវិញប្លង់រង្វង់មានកាំ r វាមានម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច I។ ចូររកកម្លាំងចូលផ្ចិតដែលអនុវត្តលើភាគល្អិត។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្លាំងចូលផ្ចិតដែលអនុវត្តលើភាគល្អិត

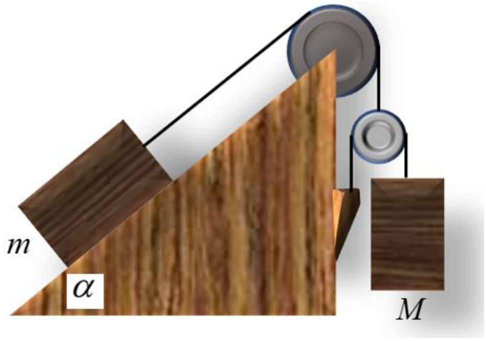
ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច $L = mvr = I$

$$\rightarrow mv = \frac{I}{r}$$

កម្លាំងចូលផ្ចិត

$$F = m\frac{v^2}{r} = \frac{(mv)^2}{mr} = \frac{\left(\frac{I}{r}\right)^2}{mr} = \frac{I^2}{mr^3}$$

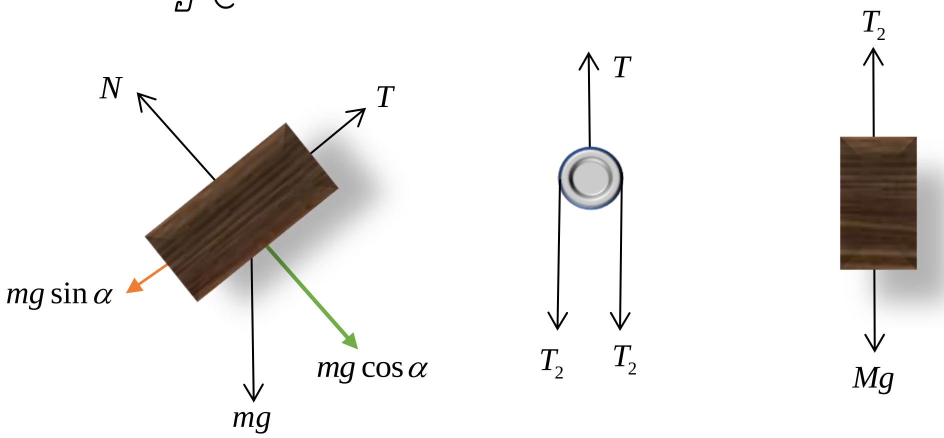
42. ចូររកសំទុះរបស់ដុំ M ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ប្រសិនបើម៉ាស $m = nM$ ហើយនិង α ជាមុំរបស់ប្លង់ទេរធៀបនឹងប្លង់ដេក។ ម៉ាសរបស់រ៉កនិងខ្សែអាចចោលបានរួមទាំងកកិតលើរ៉កផងដែរ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះរបស់ដុំ M

ដូចក្រោម



ច្បាប់ទី២ញូតុន

ចំពោះម៉ាស m

$$T - mg\sin\alpha = ma_1 (1)$$

ចំពោះម៉ាស M

$$Mg - T_2 = Ma_2 (2)$$

ចំពោះរ៉ក

$$2T_2 - T = M_{Pulley}a_{Pulley}, M_{Pulley} = 0$$

$$T = 2T_2$$

យក $2(2)+(1)$

$$2Mg - mg\sin\alpha = ma_1 + 2Ma_2$$

$$2Mg - nMg\sin\alpha = nMa_1 + 2Ma_2$$

$$2g - ng\sin\alpha = na_1 + 2a_2$$

$$na_1 = 2g - ng\sin\alpha - 2a_2$$

$$\rightarrow a_1 = \frac{2g - ng\sin\alpha - 2a_2}{n}$$

តាមស៊ីនេម៉ាទិច $a_2 = 2a_1 = 2\frac{2g - ng\sin\alpha - 2a_2}{n}$

$$na_2 = 4g - 2ng\sin\alpha - 4a_2$$

$$a_2(n-4) = 2g(2 - n\sin\alpha)$$

$$\rightarrow a_2 = \frac{2g(2 - n\sin\alpha)}{(n-4)}$$

43. អនុភាពថេរ P មួយផ្តល់ឲ្យរថយន្តមួយមានម៉ាស m ។ ល្បឿនរបស់រថយន្តកើនពី u ទៅ v ពេលរថយន្តចរបានចម្ងាយ x។ ចូររកតម្លៃនៃអនុភាព P សន្មតគ្មានកកិត។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃនៃអនុភាព P

សំទុះ $a = \frac{dv}{dt}$

ល្បឿន $v = \frac{dx}{dt}$

យក

$$\frac{a}{v} = \frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dv}{dx}$$

$$a = \frac{vdv}{dx}$$

អនុភាព $P = Fv = mav \to a = \dfrac{P}{mv}$

យើងបាន $\dfrac{vdv}{dx} = \dfrac{P}{mv}$

$$v^2 dv = \frac{Pdx}{m}$$

$$\int_u^v v^2 dv = \int_0^x \frac{P}{m} dx$$

$$\frac{1}{3}\left(v^3 - u^3\right) = \frac{P}{m}x$$

$$\Rightarrow P = \frac{m}{3x}\left(v^3 - u^3\right)$$

44. អង្គធាតុមួយស្ថិតនៅនឹងនៅខណៈដើម។ វាផ្លាស់ទីលើបន្ទាត់ត្រង់ក្រោមឥទ្ធិពលផ្តល់ឲ្យដោយអនុភាពថេរ។ ចូររកបម្លាស់ទីរបស់វាជាអនុគមន៍នៃរយៈពេល។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកបម្លាស់ទីរបស់វាជាអនុគមន៍នៃ t

អនុភាព $P = Fv$

$$P = mav$$

$$P = m\frac{vdv}{dt}$$

$$\frac{P}{m}dt = vdv$$

$$\int_0^t \frac{P}{m}dt = \int_0^v vdv$$

$$\frac{P}{m}t = \frac{1}{2}v^2$$

យើងទាញបាន $v^2 = \dfrac{2P}{m}t$

$$v = \sqrt{\frac{2P}{m}t}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2P}{m}t}$$

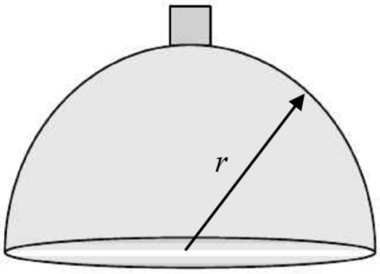
$$dx = \sqrt{\frac{2P}{m}t}dt$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \sqrt{\frac{2P}{m}t}dt$$

$$x = \sqrt{\frac{2P}{m}}\frac{t^{3/2}}{3/2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2P}{m}}t^{3/2}$$

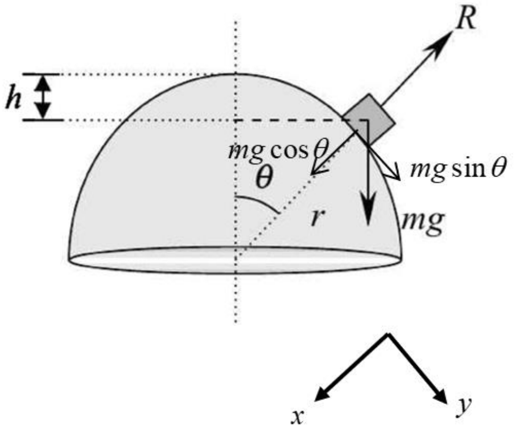
45. ដុំមួយមានម៉ាស m ស្ថិតនៅនឹងថ្កល់នៅចំនុចកំពូលនៃកន្លះស្វ៊ែ។ ប្រសិនបើដុំម៉ាសចាប់ផ្តើមរអិលនៅលើកន្លះស្វ៊ែ ចូរកំណត់ទីតាំងនៃចំនុចមួយនៅលើកន្លះស្វ៊ែត្រង់ចំនុចដែលដុំម៉ាសមិនប៉ះផ្ទៃនៃកន្លះស្វ៊ែ។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់ទីតាំងនៃចំនុចមួយនៅលើកន្លះស្វ៊ែត្រង់ចំនុចដែលដុំម៉ាសមិនប៉ះផ្ទៃនៃកន្លះស្វ៊ែ

នៅពេលដុំម៉ាសចាប់ផ្តើមរអិលនៅលើកន្លះស្វ៊ែ ដុំម៉ាសធ្វើចលនាវង់តាមទិសឈរ។



ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$gh = \frac{1}{2}v^2$$

$$v^2 = 2gh$$

ច្បាប់ទី២ញូតុន $mg\cos\theta - R = m\frac{v^2}{r}$

$$mg\cos\theta - R = m\frac{2gh}{r}$$

$$R = mg\cos\theta - m\frac{2gh}{r}$$

$$R = mg\left(\frac{r-h}{r}\right) - m\frac{2gh}{r}, \cos\theta = \frac{r-h}{r}$$

$$R = \frac{mg(r-h) - 2ghm}{r}$$

$$R = \frac{mg}{r}\left[(r-h) - 2h\right]$$

$$R = \frac{mg}{r}(r-3h)$$

ដុំម៉ាសមិនប៉ះផ្ទៃនៃកន្លះស្វ៊ែ $R = 0$

យើងបាន $0 = \frac{mg}{r}(r-3h)$

$$r - 3h = 0$$

$$r = 3h$$

$$\rightarrow h = \frac{r}{3}$$

46. ថាសស្មើសាច់មួយមានម៉ាស M និងមានកាំ R មានលំនឹងតាមទិសដេកហើយវិល ដោយសេរីតាមអ័ក្សអាប់ស៊ីសជុំវិញផ្ចិតដែលមានអ័ក្សឆ្លុះកែងនឹងប្លង់នៃថាស។ ម៉ូម៉ង់នៃកម្លាំង $\tau = a\theta + b$ ត្រូវបានអនុវត្តលើថាសដែល θ ជាមុំដែលគៀសបាន ហើយ a និង b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ចូររកល្បឿនមុំជាអនុគមន៍នៃ θ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនមុំជាអនុគមន៍នៃ θ

ម៉ូម៉ង់នៃកម្លាំង $\tau = I\alpha$

$$a\theta + b = \frac{1}{2}MR^2\frac{d\omega}{dt}$$

$$a\theta + b = \frac{1}{2}MR^2\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

$$a\theta + b = \frac{1}{2}MR^2\omega\frac{d\omega}{d\theta}$$

$$\omega d\omega = \frac{2\left(a\theta + b\right)d\theta}{MR^2}$$

បំពាក់អាំងតេក្រាល រួចធ្វើដំណោះស្រាយ

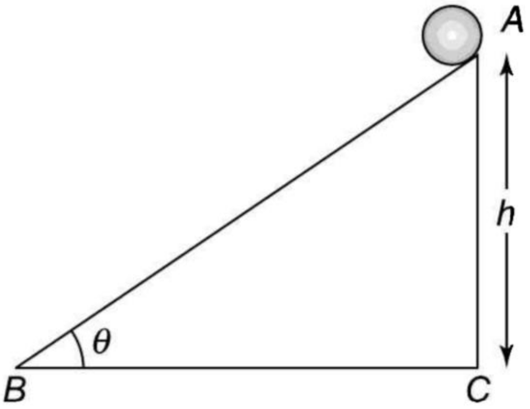
$$\int_0^\omega \omega d\omega = \int_0^\theta \frac{2\left(a\theta + b\right)d\theta}{MR^2}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2}{MR^2}\left(a\theta^2 + 2b\theta\right)}$$

47. ស៊ីឡាំងមួយមានម៉ាស M កាំ R ត្រូវបាន គេលែងពីនៅនឹងពីកំពូល A នៃប្លង់ទេរ នៅកម្ពស់ h និងមានមុំ θ ដូចរូប។ ស៊ីឡាំងរមៀលដោយមិនរអិល។ ចូររក:

① ល្បឿនដែលវាមកដល់បាតប្លង់ទេរត្រង់ចំនុច B។

② រយៈពេលដើម្បីឲ្យវាមកដល់ត្រង់ចំនុច B។



<u>ចម្លើយ</u>

① រកល្បឿនដែលវាមកដល់បាតប្លង់ទេរត្រង់ចំនុច B

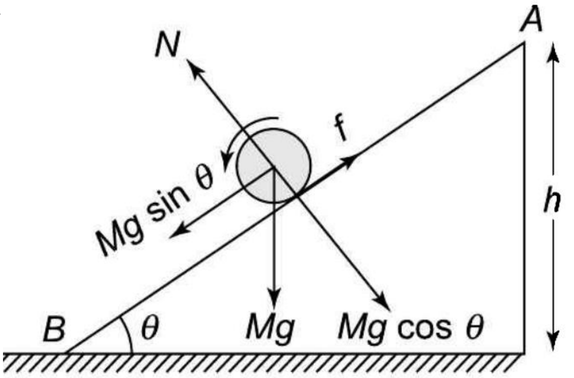
➢ របៀបទី១

រកសំទុះរបស់ស៊ីឡាំង

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារំកិល

$$Mg\sin\theta - f = Ma (1)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិល



$$\tau = I\alpha$$

$$fR = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R}$$

$$f = \frac{1}{2}Ma$$ ជួសក្នុង(1)

យើងបាន $$Mg\sin\theta - \frac{1}{2}Ma = Ma$$

$$\frac{3}{2}Ma = Mg\sin\theta$$

$$\frac{3}{2}a = g\sin\theta$$

$$a = \frac{2g\sin\theta}{3}$$

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC

$$AB = \frac{h}{\sin\theta}$$

ទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$$v^2 - 0^2 = 2a\frac{h}{\sin\theta}$$

$$v^2 = 2\frac{2g\sin\theta}{3}\frac{h}{\sin\theta}$$

$$v^2 = \frac{4}{3}gh$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$$

- របៀបទី២

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E_M(\text{A}) = E_M(\text{B})$$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{4}MR^2\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{4}v^2$$

$$gh = \frac{3}{4}v^2$$

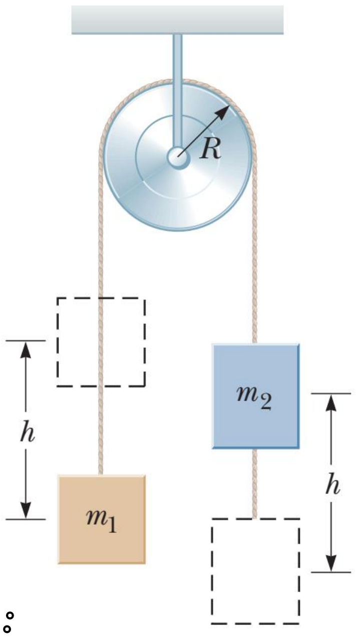
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$$

② រករយៈពេលដើម្បីឲ្យវាមកដល់ត្រង់ចំនុច B

សមីការល្បឿន

$$v-0=at \Rightarrow t=\frac{v}{a}=\frac{2\sqrt{\frac{gh}{3}}}{\frac{2g\sin\theta}{3}}=\frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{3h}{g}}$$

48. ដុំពីរមានម៉ាសខុសគ្នា m_1និង m_2 ត្រូវបានភ្ជាប់ដោយខ្សែឆ្លងកាត់រ៉កដូចរូប។ រ៉កមានកាំ R និងម៉ូម៉ង់និចលភាព I ដែលវិលជុំវិញអ័ក្សរង្វិល។ ខ្សែមិនរអិលលើចង្អូររ៉កហើយប្រព័ន្ធត្រូវបានគេលែងពីនៅស្ងៀម។ ចូររកល្បឿនរំកិលរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ បន្ទាប់ពីដុំ m_2 ផ្លាស់ទីចុះក្រោមបានប្រវែង h និងរកល្បឿនមុំរបស់រ៉កនៅខណៈនេះ។



ចម្លើយ

- រកល្បឿនរំកិលរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ និងរកល្បឿនមុំរបស់រ៉កនៅខណៈនេះ

ប្រព័ន្ធធ្វើចលនារំកិលផង រង្វិលផង

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$\frac{1}{2}\left(m_2v^2+m_1v^2+I\omega^2\right)=gh\left(m_2-m_1\right)$$

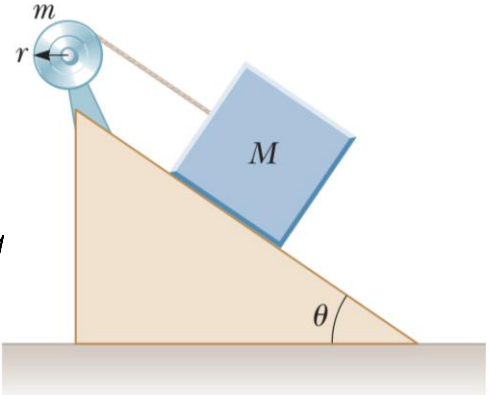
$$\frac{1}{2}\left[m_2v^2+m_1v^2+I\left(\frac{v}{R}\right)^2\right]=gh\left(m_2-m_1\right)$$

$$\frac{1}{2}\left[m_2+m_1+\frac{I}{R^2}\right]v^2=gh\left(m_2-m_1\right)$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2gh\left(m_2-m_1\right)}{m_2+m_1+\frac{I}{R^2}}}$$

ល្បឿនមុំ

$$\omega=\frac{v}{R}=\frac{\sqrt{\frac{2gh\left(m_2-m_1\right)}{m_2+m_1+\frac{I}{R^2}}}}{R}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2gh\left(m_2-m_1\right)}{m_2+m_1+\frac{I}{R^2}}}$$



49. ខ្សែមួយរុំជុំវិញរ៉កដែលមានទម្រង់ជាថាស មានម៉ាស m និងកាំ r។ ផ្នែកខាងចុងនៃខ្សែត្រូវបានគេភ្ជាប់ទៅនឹងដុំមួយមានម៉ាស M។ ដុំម៉ាសចាប់ផ្ដើមពីនៅនឹងហើយរអិលចុះក្រោមតាមប្លង់ទេរដែលបង្កើតបានមុំ θ ជាមួយទិសដេក។ មេគុណកកិតស៊ីនេទិចរវាងដុំម៉ាសនិងប្លង់ទេរគឺ μ។

① ដោយប្រើវិធីសាស្ត្រថាមពល ចូរបង្ហាញថាល្បឿនរបស់ដុំម៉ាសជាអនុគមន៍នៃទីតាំង d ចុះក្រោមតាមប្លង់ទេរគឺ

$$v=\sqrt{\frac{4Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)}{m+2M}}$$

② ចូររកទំហំនៃសំទុះរបស់ដុំម៉ាសជាអនុគមន៍ទៅនឹង μ, M, g និង θ។

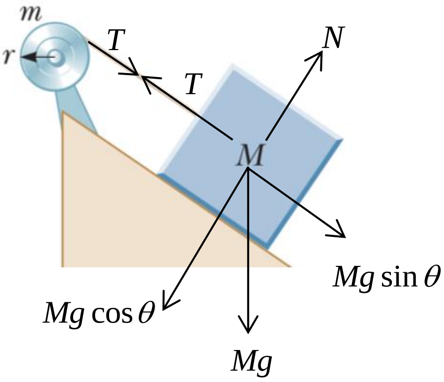
<u>ចម្លើយ</u>

① បង្ហាញថាល្បឿនរបស់ដុំម៉ាស $v=\sqrt{\frac{4Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)}{m+2M}}$

ប្រព័ន្ធធ្វើចលនារំកិលផង រង្វិលផង

កម្លាំងតំណឹងខ្សែមិនមានឥទ្ធិពលលើដុំម៉ាស M ដើម្បីបង្កើតកម្មន្តឡើយ

ទ្រឹស្តីបទ កម្មន្តនិងថាមពល



$$\sum W=\Delta K$$

$$W_{Mg}+W_f=K_f-K_i$$

$$Mgd\sin\theta-fd=\left(\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2\right)-0$$

$$Mgd\sin\theta-\mu Mg\cos\theta d=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{4}mr^2\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)=\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{4}mv^2$$

$$Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)=v^2\left(\frac{1}{2}M+\frac{1}{4}m\right)$$

$$Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)=v^2\left(\frac{2M+m}{4}\right)$$

$$4Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)=v^2\left(2M+m\right)$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{4Mgd\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)}{m+2M}}$$

② រកទំហំនៃសំទុះរបស់ដុំម៉ាសជាអនុគមន៍ទៅនឹង μ, M, g និង θ
តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$$v^2 - 0^2 = 2ad$$

$$\Rightarrow a = \frac{v^2}{2d} = \frac{\frac{4Mgd\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right)}{m+2M}}{2d} = \frac{2Mg\left(\sin\theta - \mu\cos\theta\right)}{m+2M}$$

50. ភពមួយមានម៉ាស m ផ្លាស់ទីលើគន្លងជាអេលីបជុំវិញព្រះអាទិត្យដើម្បីឲ្យចម្ងាយអតិបរមានិងអប្បរមាពីព្រះអាទិត្យគឺ r_1 និង r_2។ ចូររកម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ភពធៀបនឹងផ្ចិតនៃព្រះអាទិត្យ។ យក M ជាម៉ាសរបស់ព្រះអាទិត្យ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ភព

ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ភពមានតម្លៃថេរ

$$L_1 = L_2$$
$$P_1 r_1 = P_2 r_2$$
$$m v_1 r_1 = m v_2 r_2$$
$$v_1 r_1 = v_2 r_2$$
$$v_2 = \frac{v_1 r_1}{r_2}$$

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$E_M(1) = E_M(2)$$
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$
$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 - G\frac{Mm}{r_1} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - G\frac{Mm}{r_2}$$
$$\frac{1}{2}{v_1}^2 - G\frac{M}{r_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{v_1 r_1}{r_2}\right)^2 - G\frac{M}{r_2}$$
$$\frac{1}{2}{v_1}^2 - G\frac{M}{r_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{v_1 r_1}{r_2}\right)^2 - G\frac{M}{r_2}$$
$$\frac{1}{2}{v_1}^2 - \frac{1}{2}{v_1}^2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = GM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$
$${v_1}^2 = \frac{2GMr_2}{r_1\left(r_1 + r_2\right)}$$
$$\rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2GMr_2}{r_1\left(r_1 + r_2\right)}}$$

ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

$$L_1 = m v_1 r_1 = m\sqrt{\frac{2GMr_2 r_1}{\left(r_1 + r_2\right)}}$$

51. ភពពីរមានម៉ាសក្នុងផលធៀប $1:10$ និងផលធៀបកាំរបស់ភព $2:5$ ។

ចូររកផលធៀប: ① ដង់ស៊ីតេរបស់ភពទាំងពីរ។

② សំទុះទំនាញរបស់ភពទាំងពីរ។

<u>ចម្លើយ</u>

តាង M_1និង M_2 ជាម៉ាសរបស់ភពហើយ R_2និង R_2 ជាកាំរបស់ភព

① រកផលធៀបដង់ស៊ីតេរបស់ភពទាំងពីរ

បម្រាប់

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{1}{10},\frac{R_1}{R_2}=\frac{2}{5}$$

ដង់ស៊ីតេ $d_1=\dfrac{M_1}{V_1}=\dfrac{M_1}{\frac{4}{3}\pi R_1^{\,3}}$

$$d_2=\frac{M_2}{V_2}=\frac{M_2}{\frac{4}{3}\pi R_2^{\,3}}$$

$$\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}=\frac{\dfrac{M_1}{\frac{4}{3}\pi R_1^{\,3}}}{\dfrac{M_2}{\frac{4}{3}\pi R_2^{\,3}}}=\frac{M_1}{M_2}\left[\frac{R_2}{R_1}\right]^3=\frac{1}{10}\left[\frac{2}{5}\right]^3=\frac{25}{16}$$

② រកផលធៀបសំទុះទំនាញរបស់ភពទាំងពីរ

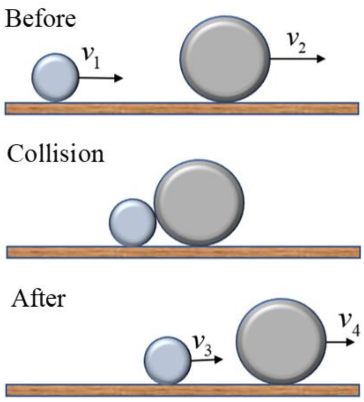
សំទុះទំនាញដី $g=\dfrac{GM}{R^2}$

$$\rightarrow g_1=\frac{GM_1}{R_1^{\,2}}$$

$$\rightarrow g_2=\frac{GM_2}{R_2^{\,2}}$$

$$\Rightarrow\frac{g_1}{g_2}=\frac{\dfrac{GM_1}{R_1^{\,2}}}{\dfrac{GM_2}{R_2^{\,2}}}=\frac{M_1}{M_2}\left[\frac{R_2}{R_1}\right]^2=\frac{1}{10}\left[\frac{5}{2}\right]^2=\frac{5}{8}$$

52. ពិនិត្យស្វ៊ែលោហៈពីរមានម៉ាស m_1 និង m_2 កំពុងផ្លាស់ទីជាមួយល្បឿនដើម v_1 និង v_2 រាងគ្នាហើយមានទិសដៅដូចគ្នាតាមបណ្ដោយអ័ក្សរអាប់ស៊ីស។ បន្ទាប់ពីទង្គិច ល្បឿនរបស់ស្វ៊ែមានម៉ាស m_1 គឺ v_3 និងល្បឿនរបស់ស្វ៊ែមានម៉ាស m_2 គឺ v_4។ រកល្បឿនរបស់ស្វ៊ែលោហៈទាំងពីរក្រោយពេលទង្គិច។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនរបស់ស្វ៊ែលោហៈទាំងពីរក្រោយពេលទង្គិច

តាមច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា

$$P_i = P_f$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_3 + m_2v_4 \quad (1)$$
$$m_1v_1 - m_1v_3 = m_2v_4 - m_2v_2$$
$$m_1(v_1 - v_3) = m_2(v_4 - v_2) \quad (2)$$

តាមច្បាប់រក្សាថាមពលស៊ីនេទិច

$$K_i = K_f$$
$$\frac{1}{2}\left(m_1v_1^2 + m_2v_2^2\right) = \frac{1}{2}\left(m_1v_3^2 + m_2v_4^2\right)$$
$$m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1v_3^2 + m_2v_4^2$$
$$m_1\left(v_1^2 - v_3^2\right) = m_2\left(v_4^2 - v_2^2\right)$$
$$m_1(v_1 + v_3)(v_1 - v_3) = m_2(v_4 + v_2)(v_4 - v_2) \quad (3)$$

យក (3) / (2)

$$\frac{m_1(v_1 + v_3)(v_1 - v_3)}{m_1(v_1 - v_3)} = \frac{m_2(v_4 + v_2)(v_4 - v_2)}{m_2(v_4 - v_2)}$$
$$v_1 + v_3 = v_4 + v_2$$
$$\rightarrow v_4 = v_1 + v_3 - v_2$$

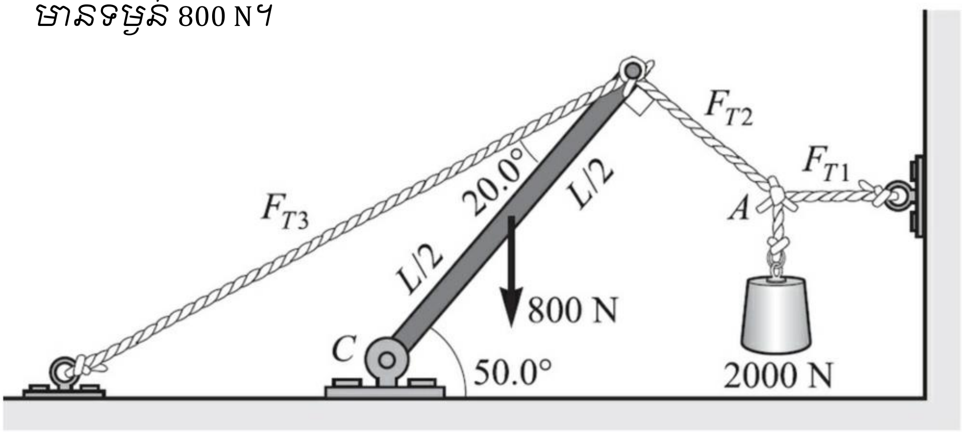
តាម(1)

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_3 + m_2v_4$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_3 + m_2(v_1 + v_3 - v_2)$$
$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_3 + m_2v_1 + m_2v_3 - m_2v_2$$
$$\Rightarrow v_3 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_2$$

ហើយ $v_4 = v_1 + v_3 - v_2$

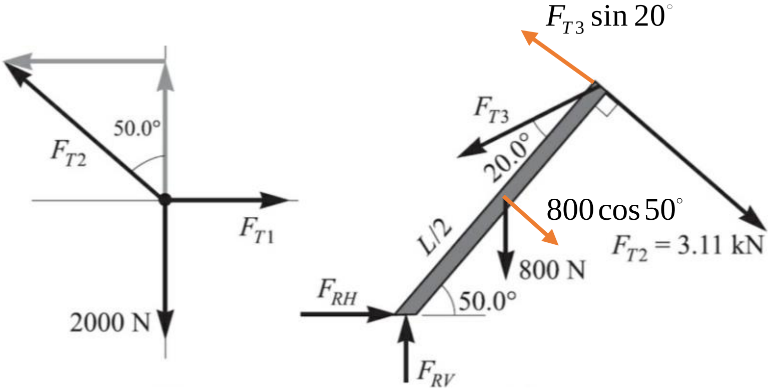
$$v_4 = v_1 + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_2 - v_2$$
$$v_4 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_1 + \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_2$$

53. ពិនិត្យរូបខាងក្រោម ចូររកកម្លាំងតំណឹងខ្សែ F_{T1}, F_{T2} និង F_{T3}។ របារគឺស្មើសាច់ហើយមានទម្ងន់ 800 N។



ចម្លើយ

- រកកម្លាំងតំណឹងខ្សែ F_{T1}, F_{T2} និង F_{T3}



លក្ខខណ្ឌលំនឹងត្រង់ចំនុច A

$$\sum F_x = F_{T1} - F_{T2}\sin 50^\circ = 0 (1)$$

$$\sum F_y = F_{T2}\cos 50^\circ - 2000 = 0$$

$$F_{T2}\cos 50^\circ = 2000 \Rightarrow F_{T2} = 3110\text{N}$$

តាម (1)

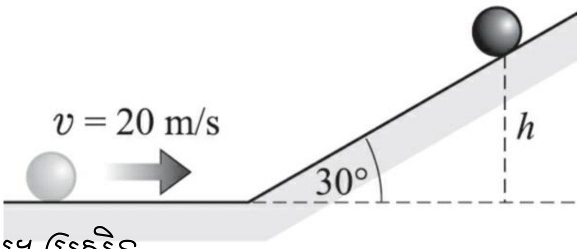
$$F_{T1} - F_{T2}\sin 50^\circ = 0$$

$$F_{T1} - 3110\sin 50^\circ = 0 \Rightarrow F_{T1} = 2380\text{N}$$

លំនឹងតាមចលនារង្វិល $F_{T3} l\sin 20^\circ - 800\frac{l}{2}\cos 50^\circ - F_{T2} l = 0$

$$F_{T3} l\sin 20^\circ - 800\frac{l}{2}\cos 50^\circ - 3110 l = 0$$

$$\Rightarrow F_{T3} = 9840\text{N}$$



54. ដូចបង្ហាញលើរូប ស្វ៊ែតាន់ស្មើសាច់មួយរមៀលលើផ្ទៃប្លង់ដេកនៅល្បឿន 20 m/s ហើយរមៀលឡើងលើប្លង់ទេរ។ ប្រសិនបើកកិតអាចចោលបាន ចូររកកម្ពស់ h ដែលស្វ៊ែឈប់។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្ពស់ h ដែលស្វ៊ែឈប់

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 0 = mgh + 0 + 0$$

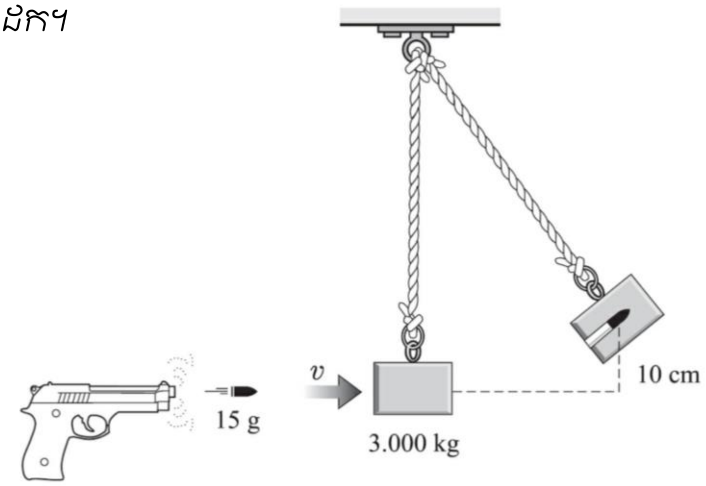
$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}mr^2\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2 = gh$$

$$\frac{7}{10}v^2 = gh$$

$$\Rightarrow h = \frac{7}{10g}v^2 = 29\text{m}$$

55. ដូចបង្ហាញក្នុងរូប គ្រាប់កាំភ្លើងមួយមានម៉ាស 15 g ត្រូវបានគេបាញ់តាមទិសដេកចូលទៅក្នុងដុំឈើមួយមានម៉ាស 3.000 kg ដែលព្យួរដោយខ្សែព្យួរមួយ។ គ្រាប់កាំភ្លើងជ្រៀតជាប់ក្នុងដុំឈើ។ ចូរគណនាល្បឿនរបស់គ្រាប់កាំភ្លើង ប្រសិនបើទង្គិចបណ្តាលឲ្យដុំឈើ(និងគ្រាប់កាំភ្លើង)យោលទៅលើបានកម្ពស់ 10 cm ពីអ័ក្សដេក។



- គណនាល្បឿនរបស់គ្រាប់កាំភ្លើង

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា

$$P_i = P_f$$
$$mv + 0 = MV$$
$$0.015v = 3.015V$$
$$v = \frac{3.015V}{0.015} \quad (1)$$

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$\frac{1}{2}MV^2 + 0 = 0 + Mgh$$
$$\frac{1}{2} \times 3.015V^2 = 3.015 \times 9.81 \times 0.1$$
$$\rightarrow V = 1.4\text{m/s}$$

តាម (1)

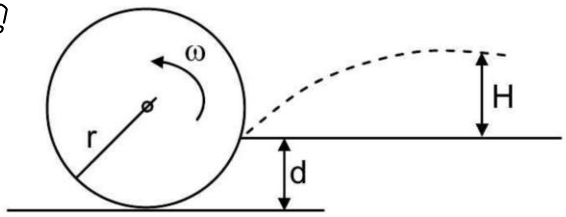
$$v = \frac{3.015V}{0.015} = \frac{3.015 \times 1.4}{0.015} = 0.28\text{km/s}$$

56. ពិនិត្យកង់រង្វិលនៃម៉ាស៊ីនមួយដូចរូបខាងស្តាំ។

① ចូររកល្បឿនរបស់ភាគល្អិតពេលវាចាកចេញពីកង់រង្វិល។

② ចូររកមុំធៀបនឹងទិសដេកពេលវាចាកចេញពីកង់រង្វិល។

③ ចូររកកម្ពស់អតិបរមា H។



<u>ចម្លើយ</u>

① រកល្បឿនរបស់ភាគល្អិតពេលវាចាកចេញពីកង់រង្វិល

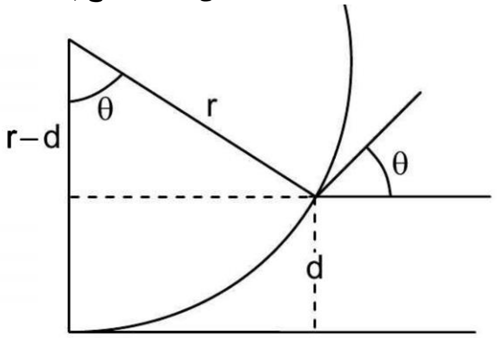
ភាគល្អិតធ្វើចលនាវង់មុនពេលវាចាកចេញពីកង់រង្វិល

ល្បឿន $v = r\omega$

② រកមុំធៀបនឹងទិសដេកពេលវាចាកចេញពីកង់រង្វិល

ពិនិត្យរូបខាងក្រោម

$$\cos\theta = \frac{r-d}{r} = 1 - \frac{d}{r}$$
$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(1 - \frac{d}{r}\right)$$



③ រកកម្ពស់អតិបរមា H

ទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$$0^2 - v^2\sin^2\theta = -2gH$$

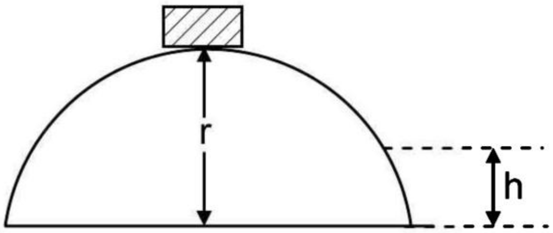
$$v^2\sin^2\theta = 2gH$$

$$r^2\omega^2\left(\sqrt{1-\cos^2\theta}\right) = 2gH$$

$$r^2\omega^2\left[\sqrt{1-\left(1-\frac{d}{r}\right)^2}\right] = 2gH$$

$$\Rightarrow H = \frac{\omega^2 d\left(2r-d\right)}{2g}$$

57. អង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស m រអិលចុះពីកំពូលនៃកន្លះស្វ៊ែមួយមានកាំ r។ ផ្ទៃនៃអង្គធាតុនិងកន្លះស្វ៊ែគឺរលោង។ ចូររកកម្ពស់ h ដែលអង្គធាតុមិនប៉ះផ្ទៃនៃកន្លះស្វ៊ែ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្ពស់ h ដែលអង្គធាតុមិនប៉ះផ្ទៃនៃកន្លះស្វ៊ែ

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$mg\left(r-h\right) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\rightarrow v^2 = 2g\left(r-h\right)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុន

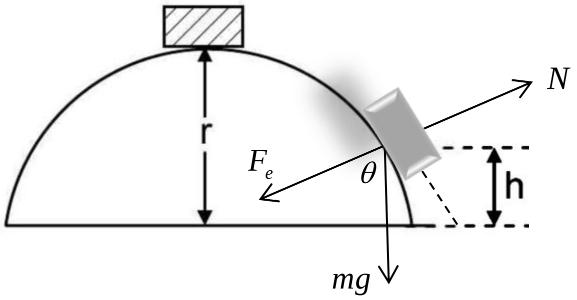
$$mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{r}$$

$$g\left(\frac{h}{r}\right) = \frac{2g\left(r-h\right)}{r}$$

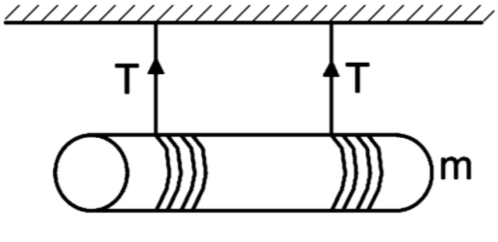
$$h = 2r - 2h$$

$$3h = 2r$$

$$\Rightarrow h = \frac{2}{3}r$$



58. ស៊ីឡាំងមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានគេព្យួរដោយខ្សែស្រាលពីរ។ ខ្សែមិនយឺតរុំជុំវិញស៊ីឡាំងដូចរូប។ ចូររកតំណឹងខ្សែនិងល្បឿនរបស់ស៊ីឡាំងពេលវាធ្លាក់ចុះបានកម្ពស់ h។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកតំណឹងខ្សែនិងល្បឿនរបស់ស៊ីឡាំងពេលវាធ្លាក់ចុះបានកម្ពស់ h

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារំកិល

$$mg - 2T = ma$$

$$\rightarrow a = \frac{mg - 2T}{m}$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិល

$$2Tr = I\alpha$$

$$2Tr = \frac{1}{2}mr^2\left(\frac{a}{r}\right)$$

$$2T = \frac{1}{2}ma$$

$$2T = \frac{1}{2}m\left(\frac{mg - 2T}{m}\right)$$

$$4T = mg - 2T$$

$$6T = mg$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg}{6}$$

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$$v^2 - 0^2 = 2ah$$

$$v^2 = 2ah = 2\times\frac{mg - 2T}{m}h = 2\times\frac{mg - 2\frac{mg}{6}}{m}h$$

$$v^2 = 2h\frac{\frac{2mg}{3}}{m} = \frac{4mgh}{3m} = \frac{4gh}{3}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4gh}{3}} = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$$

59. ប្រសិនបើ $F = 3t + 1$, $m = 4$ kg ហើយអង្គធាតុស្ថិតនៅស្ងៀមនៅខណៈដើម ត្រង់ចំណុច O ។ ចូររក:

① v ពេល $t = 2s$។

② s ពេល $t = 2s$។

<u>ចម្លើយ</u>

① រក v ពេល $t = 2s$

បម្រាប់ $m = 4kg$

$F = 3t + 1$

តាមច្បាប់ទី២ញូតុន

$$F = ma$$

$$3t + 1 = 4\frac{dv}{dt}$$

$$(3t+1)\,dt = 4dv$$

$$\int (3t+1)\,dt = \int 4dv$$

$$\frac{3}{2}t^2 + t + C_1 = 4v + C_2$$

$$\frac{3}{2}t^2 + t - 4v + C = 0$$

លក្ខខណ្ឌដើម $v = 0, t = 0$

យើងបាន $C = 0$

សមីការចុងក្រោយ

$$\frac{3}{2}t^2 + t - 4v = 0$$

ដោយ $t = 2s$

យើងបាន

$$8 - 4v = 0$$

$$v = 2\text{m/s}$$

② រក s ពេល $t = 2s$

សរសេរឡើងវិញ

$$\frac{3}{2}t^2 + t - 4v = 0$$

$$4v = \frac{3}{2}t^2 + t$$

$$4\frac{ds}{dt} = \frac{3}{2}t^2 + t$$

$$4ds = \left(\frac{3}{2}t^2 + t\right)dt$$

$$\int 4ds = \int \left(\frac{3}{2}t^2 + t\right)dt$$

$$4s + C_1 = \frac{1}{2}\left(t^3 + t^2\right) + C_2$$

$$4s - \frac{1}{2}\left(t^3 + t^2\right) + C = 0$$

លក្ខខណ្ឌដើម $s = 0, t = 0$

$$0 + 0 + C = 0$$

$$C = 0$$

សមីការចុងក្រោយ

$$4s-\frac{1}{2}\left(t^{3}+t^{2}\right)=0$$

ដោយ $t = 2\mathrm{s}$

យើងបាន $4s-6=0$

$$4s=6$$

$$s=\frac{6}{4}=1.5\mathrm{m}$$

60. ប្រសិនបើ $a = 4 + 3v$ ចូររក s ពេល $v = 2\ \mathrm{m/s}$។ គេឲ្យ $s = 0$ ពេល $v = 0$។

<u>ចម្លើយ</u>

- រក s ពេល $v = 2\ \mathrm{m/s}$

សំទុះ $a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dt}\frac{ds}{ds}=\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}$

$$a=v\frac{dv}{ds}$$

$$4+3v=v\frac{dv}{ds}$$

$$ds=\frac{vdv}{\left(4+3v\right)}$$

$$\int ds=\int\frac{vdv}{\left(4+3v\right)}$$

$$\int ds=\frac{1}{3}\int\frac{3vdv}{\left(4+3v\right)}$$

$$\int ds=\frac{1}{3}\int\frac{3v}{\left(4+3v\right)}dv$$

$$\int ds=\frac{1}{3}\int\frac{4+3v-4}{\left(4+3v\right)}dv$$

$$\int ds=\frac{1}{3}\int\left(1-\frac{4}{4+3v}\right)dv$$

$$\int ds=\frac{1}{3}\int dv-\frac{4}{9}\int\frac{3}{4+3v}dv$$

$$s+C_{1}=\frac{1}{3}v+C_{2}-\frac{4}{9}\ln\left(4+3v\right)+C_{3}$$

$$s-\frac{1}{3}v+\frac{4}{9}\ln\left(4+3v\right)+C=0$$

លក្ខខ័ណ្ឌដើម $s = 0$ ពេល $v = 0$

$$0+0+\frac{4}{9}\ln 4+C=0\rightarrow C=-\frac{4}{9}\ln 4$$

សមីការចុងក្រោយ

$$s-\frac{1}{3}v+\frac{4}{9}\ln\left(4+3v\right)-\frac{4}{9}\ln 4=0$$

ដោយ $v = 2\ \text{m/s}$

$$s - \frac{2}{3} + \frac{4}{9}\ln 10 - \frac{4}{9}\ln 4 = 0$$

$$s - \frac{2}{3} + \frac{4}{9}\ln\frac{10}{4} = 0$$

$$s = \frac{2}{3} - \frac{4}{9}\ln\frac{10}{4} = 0.2594\text{m}$$

61. ប្រសិនបើ $a = 2s + 5$ ហើយនៅខណៈដើម $v = 1\ \text{m/s}$ ពេល $s = 1\ \text{m}$។

ចូររក v ពេល $s = 2\ \text{m}$។

<u>ចម្លើយ</u>

- រក v ពេល $s = 2\ \text{m}$

  គេឲ្យ $a = 2s + 5$

  សំទុះ $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt}\frac{ds}{ds} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}$

  $$a = v\frac{dv}{ds}$$

  $$3s + 5 = v\frac{dv}{ds}$$

  $$vdv = (3s+5)ds$$

  $$\int vdv = \int (3s+5)ds$$

  $$\frac{1}{2}v^2 + C_1 = \frac{3}{2}s^2 + 5s + C_2$$

  $$\frac{1}{2}v^2 - \frac{3}{2}s^2 - 5s + C = 0$$

  លក្ខខ័ណ្ឌដើម $v = 1\ \text{m/s}$ ពេល $s = 1\ \text{m}$

  យើងបាន $\frac{1}{2} - \frac{3}{2} - 5 + C = 0 \rightarrow C = 6$

  សមីការចុងក្រោយ

  $$\frac{1}{2}v^2 - \frac{3}{2}s^2 - 5s + 6 = 0$$

  ដោយ $s = 2\ \text{m}$

  យើងបាន $\frac{1}{2}v^2 - \frac{3}{2}\times 2^2 - 5\times 2 + 6 = 0$

  $$\frac{1}{2}v^2 = 10$$

  $$v^2 = 20 \Rightarrow v = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\text{m/s}$$

62. អ្នកជិះកង់ម្នាក់(ទាំងមនុស្សនិងកង់)មានម៉ាស 80 kg ជិះកង់តាមបណ្ដោយផ្លូវដេក ដោយបញ្ចេញកម្លាំងថេរ 200 N ដើម្បីធាក់កង់ឲ្យទៅមុខ។ កម្លាំងកកិតឲ្យដោយ ទំនាក់ទំនង $(4v^2)$ N ដែល v ជាល្បឿនរបស់អ្នកជិះកង់មានខ្នាតគិតជា m/s។ គាត់ ចាប់ផ្ដើមពីនៅនឹង។ ចូររកល្បឿនរបស់អ្នកជិះកង់បន្ទាប់ពីចរបាន 20 m។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនរបស់គាត់បន្ទាប់ពីចរបាន 20 m

ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$\sum F_x = ma$$

$$200 - 4v^2 = 80\frac{dv}{dt}$$

$$50 - v^2 = 20\frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}$$

$$50 - v^2 = 20v\frac{dv}{ds}$$

$$ds = \frac{2vdv}{50 - v^2}$$

$$\int_0^{20} ds = \int_0^V \frac{2vdv}{50 - v^2}$$

$$20 = -10\ln\left(50 - V^2\right) + 10\ln 50$$

$$20 = 10\ln\frac{50}{50 - V^2}$$

$$2 = \ln\frac{50}{50 - V^2}$$

$$e^2 = \frac{50}{50 - V^2}$$

$$50 - V^2 = \frac{e^2}{50}$$

$$50 - \frac{e^2}{50} = V^2$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{50 - \frac{e^2}{50}} = 6.58\text{m}$$

63. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស 5 kg ធ្លាក់ចុះ ក្រោមអំពើនៃទំនាញដីហើយមកដល់ល្បឿនស្រេច V មានខ្នាតគិតជា m/s។ គេឲ្យកម្លាំងកកិតនៃខ្យល់គឺ $(0.04v^2)$ N ដែល v មានខ្នាតគិតជា m/s។ ចូរកំណត់ល្បឿន V និងរករយៈពេលដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមកដល់ចំនុចមួយមានល្បឿន $\frac{4V}{5}$ m/s ។

<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់ល្បឿន V និងរករយៈពេលដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមកដល់ចំនុចមួយមានល្បឿន $\frac{4V}{5}$ m/s

សន្មតពេលអង្គធាតុមកដល់ល្បឿនស្រេច V (មិនប៉ះដី) យើងមិនគិតពីចលនាបន្ទាប់របស់វាទេ(មានន័យថាវាឈប់)។ ដូចនេះសំទុះរបស់វាមានតម្លៃស្មើសូន្យ។

ច្បាប់ទី២ញូតុន $5g-0.04V^2=5a$

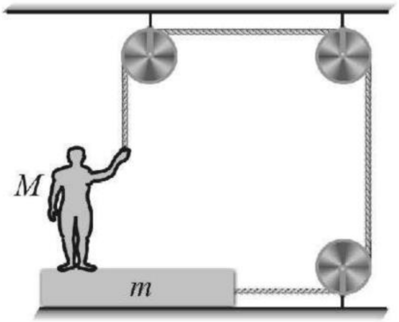
$$5g-0.04V^2=0$$
$$0.04V^2=5g$$
$$\Rightarrow V=\sqrt{\frac{5g}{0.04}}=35\text{m/s}$$

ម្យ៉ាងទៀតនៅខណៈកំពុងផ្លាស់ទីមកដល់ចំនុចមួយមានល្បឿន $\frac{4V}{5}=\frac{4\times 35}{5}=28\text{m/s}$

អនុវត្តច្បាប់ទី២ញូតុន $5g-0.04v^2=5a$

$$5g-0.04v^2=5\frac{dv}{dt}$$
$$\frac{5}{5g-0.04v^2}dv=dt$$
$$\int_0^T dt=\int_0^{28}\frac{5}{5g-0.04v^2}dv$$
$$\int_0^T dt=\int_0^{28}\frac{5}{49-0.04v^2}dv$$
$$\int_0^T dt=\int_0^{28}\frac{125}{1225-v^2}dv$$
$$\int_0^T dt=125\int_0^{28}\frac{1}{35^2-v^2}dv,\int\frac{1}{a^2-b^2}dx=\frac{1}{2ab}\ln\left(\frac{a+b}{a-b}\right)+C$$
$$[t]_0^T=\frac{125}{70}\left[\ln\left(\frac{35+v}{35-v}\right)\right]_0^{28}$$
$$\Rightarrow T=3.93\text{s}$$

64. មេគុណកកិតរវាងបន្ទះក្តារនឹងកម្រាល គឺ μ ដូចក្នុងរូប។ ចូររកកម្លាំងអតិបរមា ដែលបុរសអនុវត្តលើខ្សែដើម្បីឲ្យបន្ទះក្តារមិនរអិលលើកម្រាល។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្លាំងអតិបរមាដែលបុរសអនុវត្តលើខ្សែដើម្បីឲ្យបន្ទះក្តារមិនរអិលលើកម្រាល

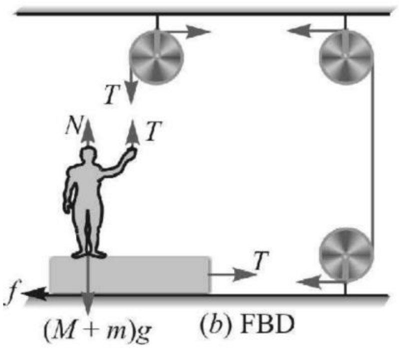
  ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះបន្ទះក្តារ

  $$\sum F_y = N + T = (M+m)g = 0$$

  $$N = (M+m)g - T$$

  ដើម្បីកុំឲ្យបន្ទះក្តាររអិលលើកម្រាល លុះត្រា $T \le f$

  ចំពោះកម្លាំងអតិបរមា យើងយក



$$T = f$$

$$T = \mu N$$

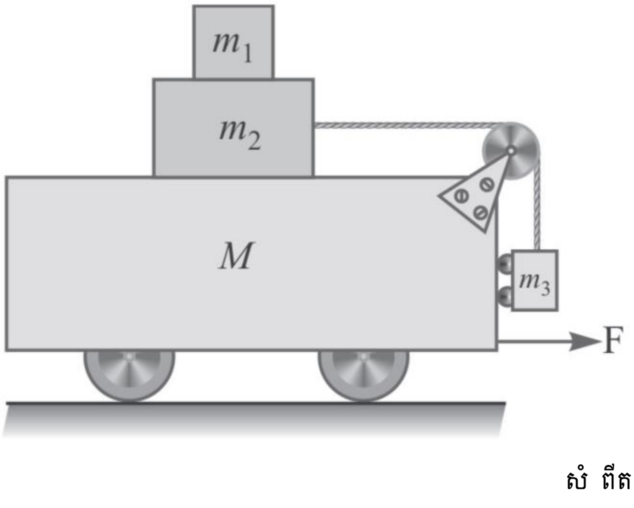
$$T = \mu\left[(M+m)g - T\right]$$

$$T = (M+m)\mu g - \mu T$$

$$T(1+\mu) = (M+m)\mu g$$

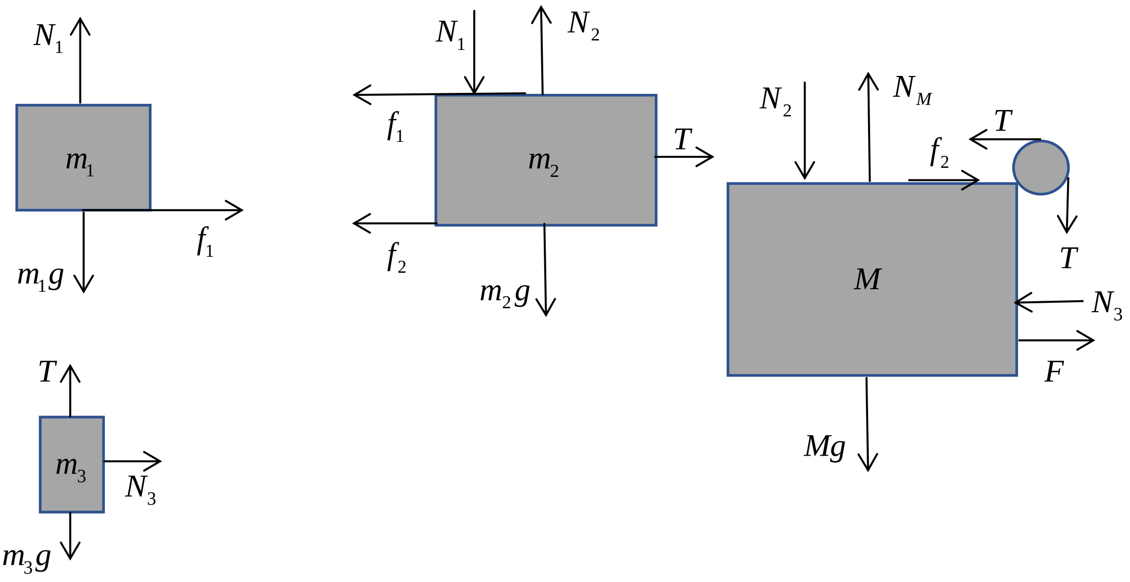
$$\Rightarrow T = \frac{(M+m)\mu g}{(1+\mu)}$$

65. ប្រព័ន្ធមេកានិចដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ មេគុណកកិតស្តាទិចរវាង m_1 និង m_2 គឺ μ_1 និងរវាង m_2 និង M គឺ μ_2។ កកិតត្រង់ផ្ទៃប៉ះផ្សេងទៀតអាចចោលបាន។ ចូររកកម្លាំងអតិបរមាតាមទិសដេក F ដែលអនុវត្តលើដុំម៉ាស M ដើម្បីឲ្យដុំម៉ាស m_2 មិនរអិលលើដុំម៉ាស M។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្លាំងអតិបរមាតាមទិសដេក F ដែលអនុវត្តលើដុំម៉ាស M ដើម្បីឲ្យដុំម៉ាស m_2 មិនរអិលលើដុំម៉ាស M
  m_2 មិនរអិលលើដុំម៉ាស M ជាមួយមេគុណកកិតស្តាទិច(មេគុណកកិតចំពោះអង្គធាតុនៅស្ងៀមលើប្លង់ណាមួយ) យើងឃើញថា m_2 មានលំនឹងធៀបនឹង M នោះ m_3 ក៏មានលំនឹងធៀបនឹង M ដែរ។



ច្បាប់ទី២ញូតុន

ចំពោះ m_1

$f_1 = m_1 a$

$\mu_1 N_1 = m_1 a$

$\mu_1 m_1 g = m_1 a$

$a = \mu_1 g (1)$

ចំពោះ m_2

$T - f_1 - f_2 = m_2 a$

$T - \mu_1 m_1 g - \mu_2 N_2 = \mu_1 m_2 g$

$T - \mu_1 m_1 g - \mu_2 (N_1 + m_2 g) = \mu_1 m_2 g$

$T - \mu_1 m_1 g - \mu_2 g (m_1 + m_2) = \mu_1 m_2 g$

$T = \mu_1 g (m_1 + m_2) + \mu_2 g (m_1 + m_2)$

$m_3 g = \mu_1 g (m_1 + m_2) + \mu_2 g (m_1 + m_2)$

$\rightarrow \mu_2 g (m_1 + m_2) = m_3 g - \mu_1 g (m_1 + m_2) (2)$

ចំពោះ m_3

$\sum F_x = N_3 = m_3 a$

$N_3 = \mu_1 m_3 g$

$\sum F_y = T - m_3 g = 0$

$T = m_3 g$

ចំពោះ M

$$F + f_2 - T - N_3 = Ma$$

$$F + \mu_2 g\left(m_1 + m_2\right) - m_3 g - m_3 a = Ma$$

$$F + \mu_2 g\left(m_1 + m_2\right) - m_3 g - \mu_1 m_3 g = \mu_1 Mg$$

$$F + m_3 g - \mu_1 g\left(m_1 + m_2\right) - m_3 g - \mu_1 m_3 g = \mu_1 Mg$$

$$F - \mu_1 g\left(m_1 + m_2\right) - \mu_1 m_3 g = \mu_1 Mg$$

$$F = \mu_1 Mg + \mu_1 g\left(m_1 + m_2\right) + \mu_1 m_3 g$$

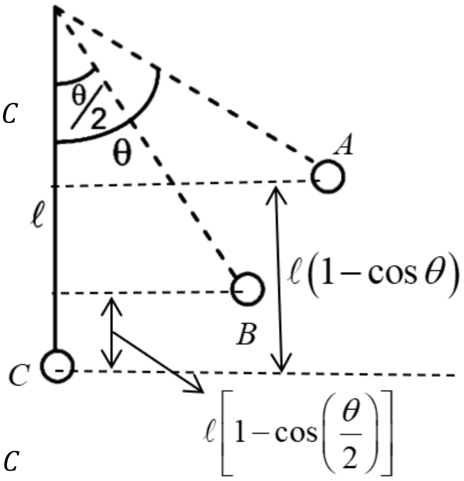
$$\Rightarrow F = \mu_1 g\left(M + m_1 + m_2 + m_3\right)$$

66. ប៉ោលទោលមួយយោលដើម្បីឲ្យបាន θ ជាមុំអតិបរមាជាមួយទិសឈរ។ ល្បឿនអតិបរមារបស់វាគឺ $\sqrt{\frac{7}{5}}$ ដងនៃល្បឿននៅត្រង់ $\frac{\theta}{2}$ ។ ចូររកមុំ θ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកមុំ θ

តាង u ជាល្បឿនត្រង់ (ត្រង់ B)



ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចរវាងចំនុច A និង C

$$0 + mg\ell\left(1-\cos\theta\right) = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{7}{5}}u\right)^2 + 0$$

$$g\ell\left(1-\cos\theta\right) = \frac{7}{10}u^2$$

$$\rightarrow u^2 = \frac{10g\ell\left(1-\cos\theta\right)}{7}$$

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចរវាងចំនុច B និង C

$$\frac{1}{2}mu^2 + mg\ell\left[1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{7}{5}}u\right)^2$$

$$\frac{10g\ell\left(1-\cos\theta\right)}{14} + g\ell\left[1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] = g\ell\left(1-\cos\theta\right)$$

$$\frac{5\left(1-\cos\theta\right)}{7} + \left[1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] = \left(1-\cos\theta\right)$$

$$1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \left(1-\cos\theta\right) - \frac{5\left(1-\cos\theta\right)}{7}$$

$$1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{7-7\cos\theta-5+5\cos\theta}{7}$$

$$1-\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{7-7\cos\theta-5+5\cos\theta}{7}$$

$$7-7\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = 7-7\cos\theta-5+5\cos\theta$$

$$-7\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = -2\cos\theta - 5$$

$$2\cos\theta - 7\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 5 = 0$$

រូបមន្តត្រីកោណមាត្រ $\cos\theta = 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1$

យើងបាន

$$2\left[2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1\right] - 7\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 5 = 0$$

$$4\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 7\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 = 0$$

តាម $\Delta = (-7)^2 - 48 = 1$

$$\to \sqrt{\Delta} = 1$$

$$\cos_1\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{7+1}{8} = 1$$

$$\cos_2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{7-1}{8} = \frac{3}{4}$$

តម្លៃ

$\cos_1\left(\frac{\theta}{2}\right) = 1 \to \frac{\theta}{2} = 0$ មិនយក

នោះចម្លើយនៃសមីការ $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{3}{4}$

សរសេរឡើងវិញ

$$\cos\theta = 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1$$

$$\cos\theta = 2\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1$$

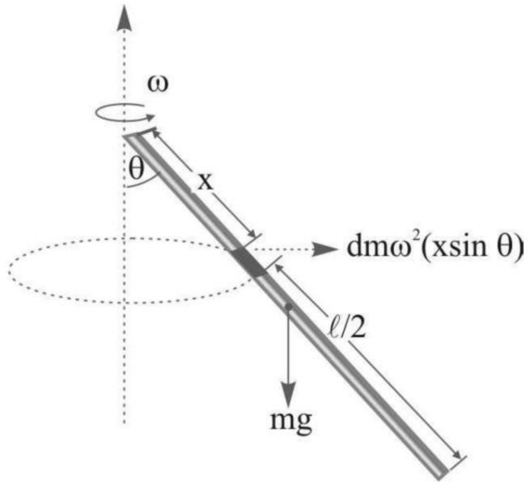
$$\cos\theta = \frac{1}{8} \Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{1}{8}\right)$$

67. របារស្តើងស្មើសាច់មួយមានប្រវែង ℓ និងម៉ាស m វិលជុំវិញអ័ក្សឈរជាមួយល្បឿនមុំថេរ ω(ផ្នែកចុងខាងលើនៃរបារត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងអ័ក្សរង្វិល)។ ចូររកមុំ θ រវាងរបារនិងអ័ក្សឈរ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកមុំ θ រវាងរបារនិងអ័ក្សឈរ

យកធាតុប្រវែង dx នៅចម្ងាយ x ពីទីតាំងដែលចុងរបារត្រូវបានភ្ជាប់នឹងអ័ក្សរង្វិល។



ធាតុម៉ាស $dm = \frac{m}{\ell}dx$

កម្លាំងចូលផ្ចិតអនុវត្តលើធាតុម៉ាស dm

$$dF = dmr\omega^2$$

$$dF = \frac{m}{\ell}r\omega^2 dx$$

$$dF = \frac{m}{\ell}\left(x\sin\theta\right)\omega^2 dx, r = x\sin\theta$$

$$dF = \frac{m}{\ell}\omega^2 \sin\theta x dx$$

ម៉ូម៉ង់នៃកម្លាំង(ម៉ូម៉ង់ផ្ចិតម៉ាស)

$$d\tau = dFx\cos\theta$$

$$d\tau = \frac{m}{\ell}\omega^2 \sin\theta x dx\left(x\cos\theta\right)$$

$$d\tau = \frac{m}{2\ell}\omega^2 x^2 \sin 2\theta dx$$

$$\tau = \frac{m}{2\ell}\omega^2 \sin 2\theta \int_0^\ell x^2 dx$$

$$\tau = \frac{m\omega^2\ell^2}{6}\sin 2\theta$$

លំនឹងក្នុងចលនារង្វិល

$$\vec{\tau}_g + \vec{\tau} = \vec{0}$$

$$\vec{\tau}_g = -\vec{\tau}$$

$$\tau_g = \tau$$

$$mg\frac{\ell}{2}\sin\theta = \frac{m\omega^2\ell^2}{6}\sin 2\theta$$

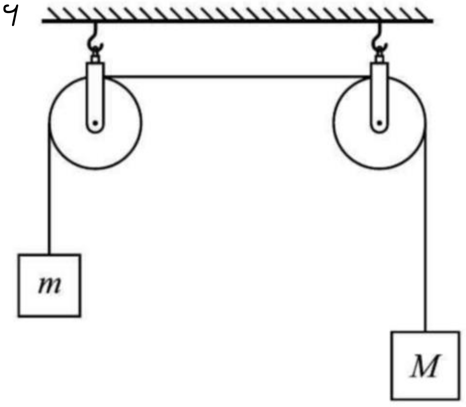
$$g\sin\theta = \frac{\omega^2\ell}{3}\sin 2\theta$$

$$g = \frac{2\omega^2\ell}{3}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{3g}{2\omega^2\ell}$$

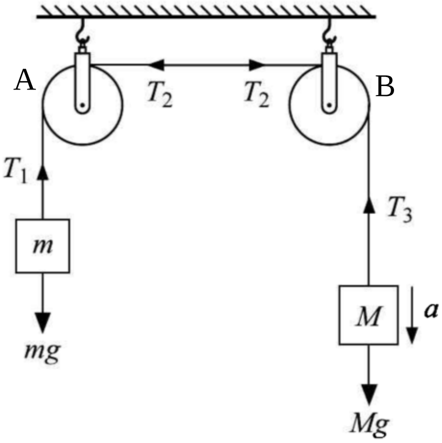
$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{3g}{2\omega^2\ell}\right)$$

68. រ៉កនីមួយៗក្នុងរូបខាងក្រោមមានកាំ r និងម៉ូម៉ង់និចលភាព I ។ ចូររកសំទុះរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសំទុះរបស់ដុំម៉ាសនីមួយៗ



ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារំកិល

ចំពោះដុំម៉ាស m

$$T_1 - mg = ma$$
$$\rightarrow T_1 = ma + mg (1)$$

ចំពោះដុំម៉ាស M

$$Mg - T_3 = Ma$$
$$\rightarrow T_3 = Mg - Ma (2)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារង្វិល

ចំពោះរ៉ក A

$$T_2 r - T_1 r = I\alpha$$
$$T_2 r - T_1 r = I\frac{a}{r}$$
$$T_2 - T_1 = I\frac{a}{r^2}$$
$$T_2 - (ma + mg) = \frac{Ia}{r^2}$$
$$\rightarrow T_2 = \frac{Ia}{r^2} + ma + mg (3)$$

ចំពោះរ៉ក B

$$T_3 r - T_2 r = I\alpha$$
$$T_3 - T_2 = \frac{Ia}{r^2}$$
$$T_3 - \left(\frac{Ia}{r^2} + ma + mg\right) = \frac{Ia}{r^2}$$
$$\rightarrow T_3 = \frac{Ia}{r^2} + \frac{Ia}{r^2} + ma + mg = \frac{2Ia}{r^2} + ma + mg \left(4\right)$$

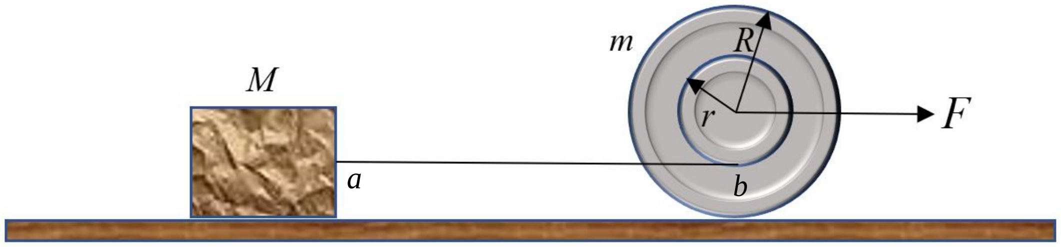
យក (4)ជួសក្នុង(2)

$$\frac{2Ia}{r^2}+ma+mg=Mg-Ma$$

$$a\left(\frac{2I}{r^2}+m+M\right)=g\left(M-m\right)$$

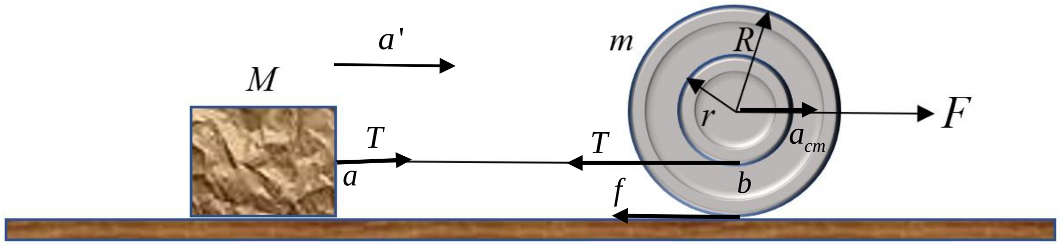
$$\Rightarrow a=\frac{g\left(M-m\right)}{\left(\frac{2I}{r^2}+m+M\right)}$$

69. ខ្នារនៃសរសៃរអំបោះមួយមានម៉ាស m និងម៉ូម៉ង់និចលភាព I ត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងដុំម៉ាស M។ ត្រង់ផ្ចិតនៃខ្នារ គេអនុវត្តនូវកម្លាំងថេរ F តាមទិសដេកដូចរូប។ ផ្ទៃនៅខាងក្រោមដុំម៉ាសគឺរលោងខណៈផ្ទៃនៅខាងក្រោមខ្នារគឺគ្រើម។ ចូរបង្ហាញថា $M=\frac{I}{r\left(R-r\right)}$ ប្រសិនបើមិនមានកម្លាំងកកិតអនុវត្តលើខ្នារទេ។ ឧបមា $M=\frac{2I}{r\left(R-r\right)}$ ចូររកកម្លាំងកកិតដែលអនុវត្តជាអនុគមន៍នៃសំទុះផ្ចិត a_{cm}របស់ខ្នារដោយមិនមានរអិលកើតឡើង។



ចម្លើយ

- បង្ហាញថា $M=\frac{I}{r\left(R-r\right)}$ រួចរកកម្លាំងកកិតដែលអនុវត្តជាអនុគមន៍នៃសំទុះផ្ចិត a_{cm}របស់ខ្នារ



ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារំកិលរបស់ខ្នារ

$$F - T - f = ma_{cm} (1)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារង្វិលរបស់ខ្នារ

$$Tr + fR = I\alpha$$

$$Tr + fR = \frac{Ia_{cm}}{R}$$

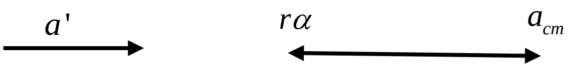
$$Tr = \frac{Ia_{cm}}{R} - fR$$

$$T = \frac{Ia_{cm}}{Rr} - \frac{fR}{r} (2)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនក្នុងចលនារំកិលរបស់ដុំម៉ាស

$$T = Ma' (3)$$

ទំនាក់ទំនងសំទុះ



$$a' = a_{cm} - a_{rot} = a_{cm} - r\alpha$$

$$a' = a_{cm} - r\frac{a_{cm}}{R}$$

$$a' = \frac{Ra_{cm} - ra_{cm}}{R} = \frac{a_{cm}}{R}(R - r)$$ ជួសក្នុង (3)

យើងបាន

$$T = M\left[\frac{a_{cm}}{R}(R - r)\right]$$

តាម (2)

$$T = \frac{Ia_{cm}}{Rr} - \frac{fR}{r}$$

$$M\left[\frac{a_{cm}}{R}(R - r)\right] = \frac{Ia_{cm}}{Rr} - \frac{fR}{r}$$

$$M\left[\frac{a_{cm}}{R}(R - r)\right] = \frac{Ia_{cm}}{Rr}, f = 0$$

$$M(R - r) = \frac{I}{r}$$

$$\Rightarrow M = \frac{I}{r(R - r)}$$

ឥឡូវយើងមាន $M = \frac{2I}{r(R - r)}$

សរសេរឡើងវិញ

$$M\left[\frac{a_{cm}}{R}(R - r)\right] = \frac{Ia_{cm}}{\mathrm{Rr}} - \frac{fR}{r}$$

យើងបាន $\dfrac{2I}{r(R-r)}\left[\dfrac{a_{cm}}{R}(R-r)\right]=\dfrac{Ia_{cm}}{Rr}-\dfrac{fR}{r}$

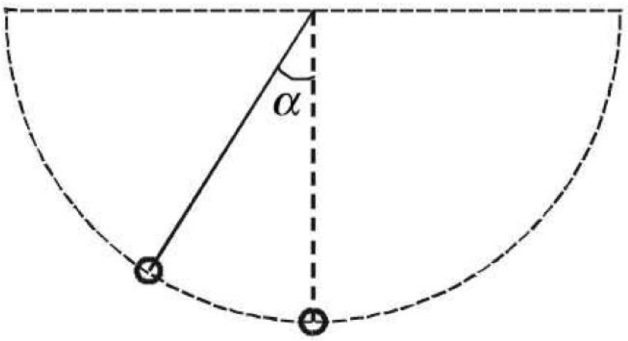
$$\frac{2Ia_{cm}}{Rr}=\frac{Ia_{cm}}{Rr}-\frac{fR}{r}$$

$$\frac{Ia_{cm}}{Rr}=-\frac{fR}{r}$$

$$\frac{Ia_{cm}}{R}=-fR$$

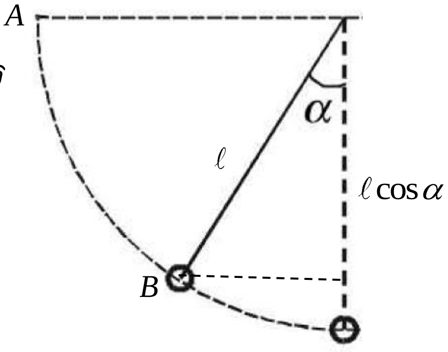
$$\Rightarrow f=-\frac{Ia_{cm}}{R^2}$$

70. ប៉ោលទោលមួយកំពុងយោលជាមួយអំព្លីទុត $\frac{\pi}{2}$ rad ។ ចូររកតម្លៃនៃមុំ α ដើម្បីឲ្យសំទុះដាច់ខាតនៃដុំម៉ាសមានទិសដៅស្របនឹងអ័ក្សដេក។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃនៃមុំ α ដើម្បីឲ្យសំទុះដាច់ខាតនៃដុំម៉ាសមានទិសដៅស្របនឹងអ័ក្សដេក



ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចរវាងចំនុច A និង B

$$0+mg\ell\cos\alpha=\frac{1}{2}mv^2+0$$

$$g\ell\cos\alpha=\frac{1}{2}v^2$$

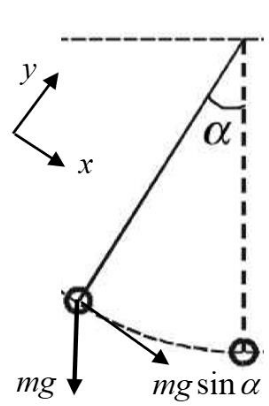
$$\rightarrow v^2=2g\ell\cos\alpha$$

សំទុះចូលផ្ចិត $a_n=\dfrac{v^2}{\ell}=\dfrac{2g\ell\cos\alpha}{\ell}=2g\cos\alpha(1)$

ច្បាប់ទី២ញូតុន

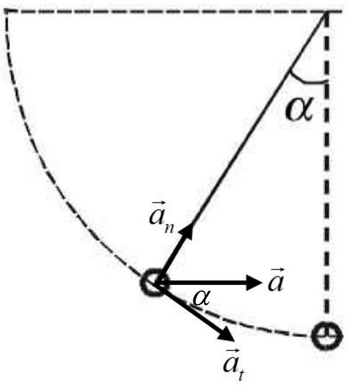
$$\sum F_x=mg\sin\alpha=ma_t$$

$$\rightarrow a_t=g\sin\alpha(2)$$



:

សំទុះដាច់ខាតនៃដុំម៉ាសមានទិសដៅស្រប
នឹងអ័ក្សដេកមានន័យថា $\vec{a} \perp \vec{g}$



យើងបាន $\tan\alpha = \frac{a_n}{a_t} = \frac{2g\cos\alpha}{g\sin\alpha}$

$$\tan\alpha = \frac{2}{\tan\alpha}$$

$$\tan^2\alpha = 2$$

$$\tan\alpha = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\left(\sqrt{2}\right)$$

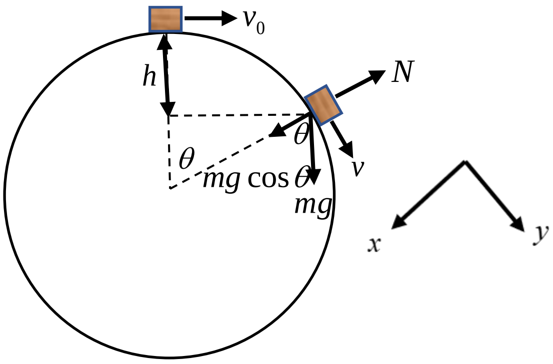
71. ដុំមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានគេលែងពីកំពូលនៃរង្វង់ផ្លូវដែកតាមទិសឈរមានកាំ r ជាមួយល្បឿនតាមទិសដេក v_0។ ចូររកមុំ θ ដែលវាចាកចេញពីផ្ទៃប៉ះនៃរង្វង់ផ្លូវដែក។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកមុំ θ ដែលវាចាកចេញពីផ្ទៃប៉ះនៃរង្វង់ផ្លូវដែក

តាមរូប $r = h + r\cos\theta$

$$\rightarrow h = r\left(1-\cos\theta\right)$$



ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2}v_0^2 + gr\left(1-\cos\theta\right) = \frac{1}{2}v^2$$

$$\rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gr\left(1-\cos\theta\right)$$

ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$mg\cos\theta - N = ma_n$$

$$mg\cos\theta = m\frac{v^2}{r}, N = 0$$

$$\cos\theta = \frac{v_0^2 + 2gr\left(1-\cos\theta\right)}{gr}$$

$$gr\cos\theta = v_0^2 + 2gr\left(1-\cos\theta\right)$$

$$gr\cos\theta = v_0^2 + 2gr - 2gr\cos\theta$$

$$3gr\cos\theta = v_0^2 + 2gr$$

$$\cos\theta = \frac{v_0^2 + 2gr}{3gr}$$

$$\cos\theta = \frac{v_0^2}{3gr} + \frac{2}{3}$$

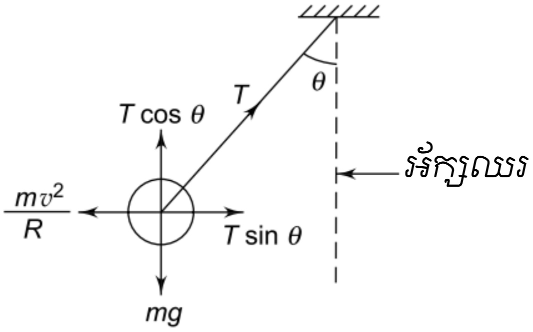
$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{v_0^2}{3gr} + \frac{2}{3}\right)$$

72. ប៉ោលទោលប្រវែង l និងមានម៉ាស m ត្រូវបានព្យួរពីពិតាននៃបន្ទប់ក្នុងរថភ្លើង ដែលកំពុងផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ v លើរង្វង់ផ្លូវកោងដែលមានកាំ R។ តំណឹងខ្សែតាងដោយ T។ ចូររកខួបនៃប៉ោលទោល។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកខួបនៃប៉ោលទោល

  យកអ្នកសង្កេតស្ថិតនៅក្នុងរថភ្លើងដែលកំពុងផ្លាស់ទីលើផ្លូវកោងដោយល្បឿនថេរ។ ចលនារបស់រថភ្លើងជាចលនាវង់ស្មើ នោះអ្នកសង្កេតឃើញដុំម៉ាសមានលំនឹងហើយរងនូវកម្លាំងនិចលភាពដើរតួរជាកម្លាំងចូលផ្ចិត (ទាញចូលទៅក្នុងផ្ចិតនៃផ្លូវកោង)។



ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$\sum F_x = F_i - T\sin\theta = ma_n, a_n = 0$$

$$\Leftrightarrow F_i - T\sin\theta = 0$$

$$\Leftrightarrow T\sin\theta = m\frac{v^2}{R}$$

$$\Leftrightarrow T^2\sin^2\theta = \left(m\frac{v^2}{R}\right)^2 \ (1)$$

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

$$\Leftrightarrow T\cos\theta = mg$$

$$\Leftrightarrow T^2\cos^2\theta = m^2g^2 (2)$$

យក $(1)+(2)$

$$T^2\sin^2\theta + T^2\cos^2\theta = \left(m\frac{v^2}{R}\right)^2 + m^2g^2$$

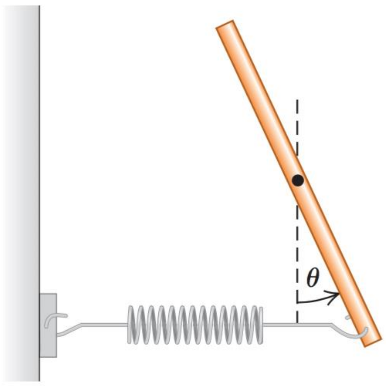
$$T^2 = \left(m\frac{v^2}{R}\right)^2 + m^2g^2$$

$$T = m\left(g^2 + \frac{v^4}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}} = mg_e$$

នាំឲ្យ $g_e = \left(g^2 + \frac{v^4}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

ខួប $T_e = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_e}} = 2\pi\left(\frac{l}{g_e}\right)^{\frac{1}{2}} = 2\pi\left[\frac{l}{\left(g^2 + \frac{v^4}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}$

73. របារស្មើសាច់មួយមានម៉ាស m ប្រវែង l ត្រូវបានគេរក្សាឲ្យមានលំនឹងត្រង់ផ្ចិតនៃរបារ។ រ៉ឺស័រមួយមានថេរកម្រាញ់ k ត្រូវបានគេភ្ជាប់ទៅនឹងរបារហើយនិងជញ្ជាំងដូចរូប។ របារត្រូវបានគេទាញឲ្យគៀសបានមុំតូច θ រួចលែងទៅវិញ។ ចូររកខួបនៃលំយោល។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកខួបនៃលំយោល

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិល

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$F \times \frac{l}{2} = I\alpha$$

$$-kx \times \frac{l}{2} = \frac{1}{12} ml^2\alpha$$

$$-k \times \frac{l}{2}\sin\theta \times \frac{l}{2} = \frac{1}{12} ml^2\alpha$$

$$-k \times \frac{l}{2}\theta \times \frac{l}{2} = \frac{1}{12} ml^2\alpha, \sin\theta = \theta$$

$$-k\theta = \frac{1}{3} m\alpha$$

$$\frac{1}{3} m\alpha + k\theta = 0$$

$$\frac{1}{3} m\frac{d^2\theta}{dt^2} + k\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3k}{m}\theta = 0$$

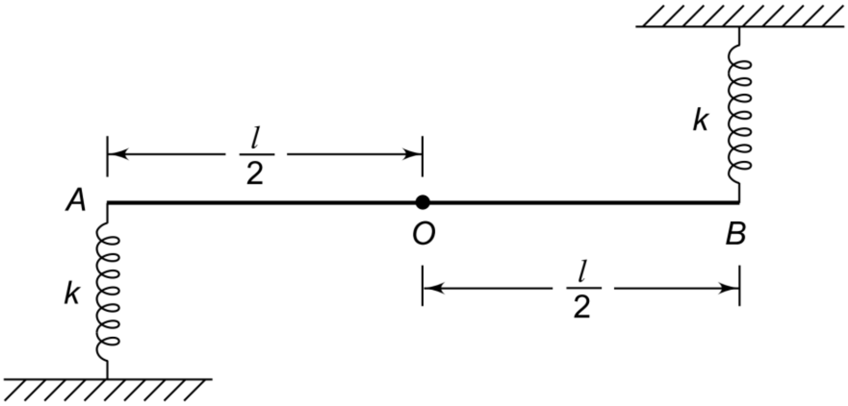
សមីការរាង $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$

$$\omega^2 = \frac{3k}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

ខួប $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{3k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$

74. ចុងសងខាងនៃរបារមានប្រវែង l និងមានម៉ាស m ត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងរ៉ឺស័រពីរឯកលក្ខណ៍ដូចរូប។ របាររអាចវិលដោយសេរីជុំវិញផ្ចិត O។ របារត្រូវបានគេសង្កត់ត្រង់ចំនុច A ឲ្យងាកបន្តិចរួចលែងទៅវិញ។ ចូររកខួបនៃលំយោល។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកខួបនៃលំយោល

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះចលនារង្វិល

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$(-kx)\frac{l}{2} + (-kx)\frac{l}{2} = \frac{1}{12}ml^2\alpha$$

$$-kxl = \frac{1}{12}ml^2\alpha$$

$$-kx = \frac{1}{12}ml\alpha$$

$$-k\frac{l}{2}\sin\theta = \frac{1}{12}ml\alpha$$

$$-k\frac{l}{2}\theta = \frac{1}{12}ml\alpha$$

$$-k\theta = \frac{1}{6}m\frac{d^2\theta}{dt}$$

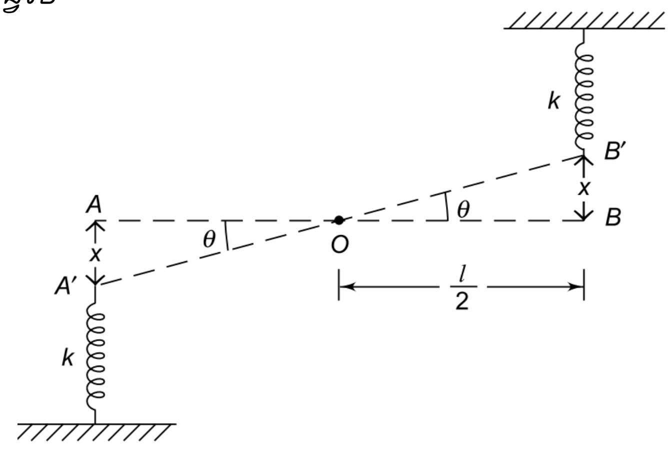
$$\frac{1}{6}m\frac{d^2\theta}{dt^2} + k\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{6k}{m}\theta = 0$$

រាង $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$

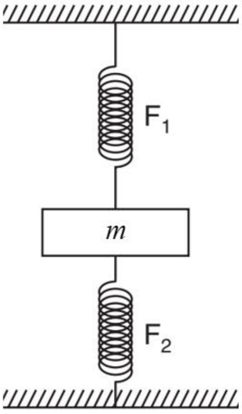
$$\omega^2 = \frac{6k}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{6k}{m}}$$



ខួប $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{6k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{6k}} = \pi\sqrt{\frac{2m}{3k}}$

75. ពិនិត្យរូបខាងស្តាំ បង្ហាញពីរ៉ឺស័រ ចំនួនពីរមានថេរកម្រាញ F_1 និង F_2 ហើយភ្ជាប់ទៅនឹងដុំម៉ាសមួយ។ ចូររកខួបនៃលំយោលប៉ោលរ៉ឺស័រ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកខួបនៃលំយោលប៉ោលរ៉ឺស័រ

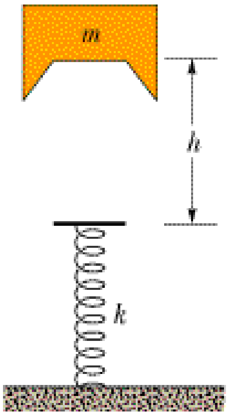
$$F_e = -F_1 x - F_2 x$$
$$F_e = -x(F_1 + F_2)$$
$$ma = -x(F_1 + F_2)$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -x(F_1 + F_2)$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + x(F_1 + F_2) = 0$$
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{(F_1 + F_2)}{m}x = 0$$

រាង $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

$$\omega^2 = \frac{(F_1 + F_2)}{m} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(F_1 + F_2)}{m}}$$

ខួប
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{(F_1 + F_2)}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{F_1 + F_2}}$$

76. ដុំមួយមានម៉ាស m ធ្លាក់ចុះត្រង់ពីកម្ពស់ h លើរ៉ឺស័រមួយមានថេរកម្រាញ k។ ចូររកប្រវែងរួញខ្លីនៃរ៉ឺស័រ។

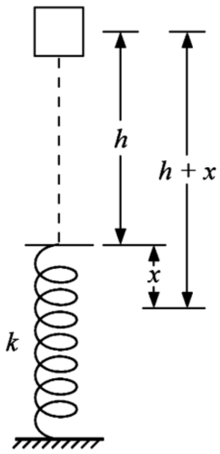


<u>ចម្លើយ</u>

- រកប្រវែងប្រវែងរួញខ្លីនៃរ៉ឺស័រ

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចនៃប្រព័ន្ធ

$$0 + mg(h + x) = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$
$$mg(h + x) = \frac{1}{2}kx^2$$
$$\frac{1}{2}kx^2 - mgx - mgh = 0$$



តាម $\Delta = (-mg)^2 - 4\times\frac{1}{2}k(-mgh)$

$$\Delta = m^2g^2 + 2kmgh = m^2g^2\left(1+\frac{2kh}{mg}\right)$$

$$\rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{m^2g^2\left(1+\frac{2kh}{mg}\right)} = mg\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}$$

ចម្លើយនៃសមីការ

$$x = \frac{mg \pm mg\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}}{k} = \frac{mg}{k}\left[1\pm\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}\right]$$

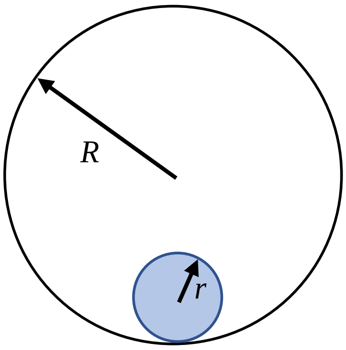
ដោយ

$$x = \frac{mg}{k}\left[1-\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}\right] \langle 0$$

នោះ

$$x = \frac{mg}{k}\left[1+\sqrt{1+\frac{2kh}{mg}}\right]$$

77. ស្វ៊ែរតាន់មួយមានកាំ r ស្ថិតនៅបាតនៃរង្វង់ផ្លូវដែក ឈរត្រង់មួយមានកាំ R។ ចូររកល្បឿនអប្បបរមា ដើម្បីឲ្យបាល់បំពេញគន្លងរង្វង់ផ្លូវដែក។ សន្មត ស្វ៊ែររមៀលដោយមិនរអិល។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនអប្បបរមាដើម្បីឲ្យបាល់បំពេញគន្លងរង្វង់ផ្លូវដែក

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចរវាងចំនុចផ្ចិតនៃបាល់និងចំនុចកំពូលនៃគន្លងផ្លូវដែក

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 + mgr = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mg(2R-r)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 2mg(R-r)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}mr^2\frac{v_0^2}{r^2} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}mr^2\frac{v^2}{r^2} + 2mg(R-r)$$

$$v_0^2 + \frac{2}{5}v_0^2 = v^2 + \frac{2}{5}v^2 + 4g(R-r)$$

$$\frac{7}{5}v_0^2 = \frac{7}{5}v^2 + 4g(R-r)(1)$$

ពេលស្វ៊ែមកដល់កំពូលនៃគន្លងរង្វង់ផ្លូវដែក

$$mg = m\frac{v^2}{r'}$$

$$g = \frac{v^2}{(R-r)}$$

$$\rightarrow v^2 = g(R-r)$$

យើងបាន

$$\frac{7}{5}{v_0}^2 = \frac{7}{5}g(R-r) + 4g(R-r)$$

$$\frac{7}{5}{v_0}^2 = \frac{27}{5}g(R-r)$$

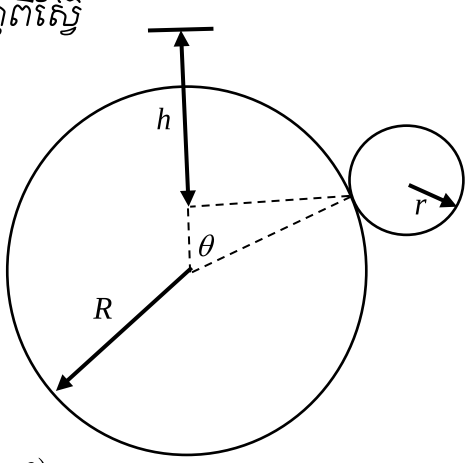
$$7{v_0}^2 = 27g(R-r)$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{27}{7}g(R-r)}$$

78. បាល់ស្វ៊ែសាច់មួយមានកាំ r រមៀលចុះក្រោមដោយមិនរអិលពីកំពូលនៃស្វ៊ែមួយមាន កាំ R។ ចូររកល្បឿនមុំរបស់បាល់នៅពេលវាធ្លាក់ចេញពីស្វ៊ែដោយសន្មតល្បឿនដើម របស់បាល់មិនគិត។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនមុំរបស់បាល់នៅពេលវាធ្លាក់ចេញពីស្វ៊ែ



ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$mg\cos\theta - N = ma_n$$

$$mg\cos\theta = m\frac{v^2}{(R+r)}$$

$$g\cos\theta = \frac{v^2}{(R+r)} \quad (1)$$

តាមរូប

$$(R+r) = h + (R+r)\cos\theta$$

$$\rightarrow h = (R+r) - (R+r)\cos\theta = (R+r)(1-\cos\theta)$$

ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 0$$

$$mg(R+r)(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}mr^2\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$g(R+r)(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2$$

$$g(R+r)(1-\cos\theta) = \frac{7}{10}v^2$$

យើងបាន $g\left(1-\cos\theta\right)=\frac{7}{10\left(R+r\right)}v^2$

$$g-g\cos\theta=\frac{7}{10\left(R+r\right)}v^2$$

$$g-\frac{v^2}{\left(R+r\right)}=\frac{7}{10\left(R+r\right)}v^2$$

$$\frac{g\left(R+r\right)-v^2}{\left(R+r\right)}=\frac{7}{10\left(R+r\right)}v^2$$

$$g\left(R+r\right)-v^2=\frac{7}{10}v^2$$

$$\frac{7}{10}v^2+v^2=g\left(R+r\right)$$

$$\frac{7v^2+10v^2}{10}=g\left(R+r\right)$$

$$\frac{17}{10}v^2=g\left(R+r\right)$$

$$v^2=\frac{10}{17}g\left(R+r\right)$$

$$\omega^2r^2=\frac{10}{17}g\left(R+r\right)$$

$$\Rightarrow\omega=r\sqrt{\frac{10}{17}g\left(R+r\right)}$$

79. អាវកាសចរម្នាក់កំពុងឈរនៅប៉ូលខាងជើងនៃភពមានកាំ R ដែលទើបរកឃើញថ្មី។ គាត់កាន់ប្រអប់មួយពេញទៅដោយសន្ទនីយដែលមានម៉ាស m និងមាឌ V ។នៅត្រង់ផ្ទៃញែកនៃសន្ទនីយ សម្ពាធគឺ P_0 ហើយនៅជម្រៅ d ពីក្រោមផ្ទៃញែកមានសម្ពាធ P ។ តាមប្រភពទិន្នន័យខាងលើ ចូរកំណត់ម៉ាសនៃភព។

<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់ម៉ាសនៃភព

បម្រែបម្រួលសម្ពាធ $P - P_0 = \rho g d$

$$P - P_0 = \frac{m}{V} g d$$

$$g = \frac{P - P_0}{\frac{m}{V} d} =$$

$$g = \frac{(P - P_0)V}{md}$$

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{(P - P_0)V}{md}$$

$$\Rightarrow M = \frac{(P - P_0)VR^2}{Gmd}$$

80. កែវស៊ីឡាំងមួយមានផ្ទៃមុខកាត់ A ត្រូវបានគេចាក់បំពេញដោយសន្ទនីយដែលមានដង់ស៊ីតេ ρ មានកម្ពស់ h ពីបាតកែវ។ កែវនេះត្រូវបានបិទដោយពីស្តុងដែលមានម៉ាសអាចចោលបាន។ ចូររកសម្ពាធនៅត្រង់បាតកែវនៅពេលគេយកដុំម៉ាស m មួយមកដាក់លើពីស្តុង។ គេយក P_0 ជាសម្ពាធនៃបរិយាកាស។

<u>ចម្លើយ</u>

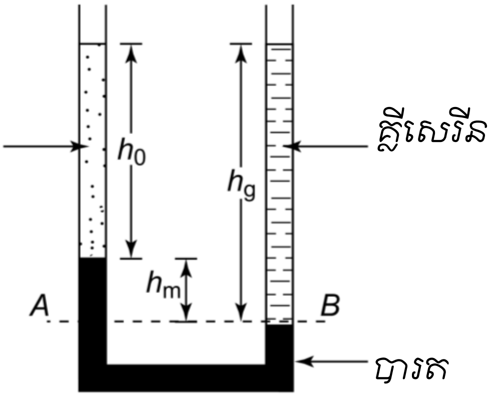
- រកសម្ពាធនៅត្រង់បាតកែវ

កម្លាំងដែលអនុវត្ត $F = (P_0 + \rho g h)A + mg$

សម្ពាធ $P = \frac{F}{A} = \frac{(P_0 + \rho g h)A + mg}{A}$

$$P = P_0 + \rho g h + \frac{mg}{A}$$

81. បំពង់កែវរាង U មួយមានបារតនៅដៃទាំងសងខាងរបស់វា។ សសរគ្លីសេរីនមានកម្ពស់ h_g ត្រូវបានចាក់បញ្ចូលទៅក្នុងដៃម្ខាងនៃ ប្រេងបំពង់។ ប្រេងត្រូវបានចាក់បញ្ចូលទៅក្នុងដៃម្ខាងទៀតនៃបំពង់រហូតផ្ទៃខាងលើនៃប្រេង និងគ្លីសេរីនរត់ត្រង់គ្នាលើបន្ទាត់ដេក។ ចូររកកម្ពស់នៃសសរប្រេង។ គេឲ្យដង់ស៊ីតេនៃបារត ρ_m ដង់ស៊ីតេនៃគ្លីសេរីន ρ_g និងដង់ស៊ីតេនៃប្រេង ρ_0។



ចម្លើយ

- រកកម្ពស់នៃសសរប្រេង

  សម្ពាធត្រង់ចំនុច A

  $$P_A = P_0 + \rho_0 g h_0 + \rho_m g h_m$$

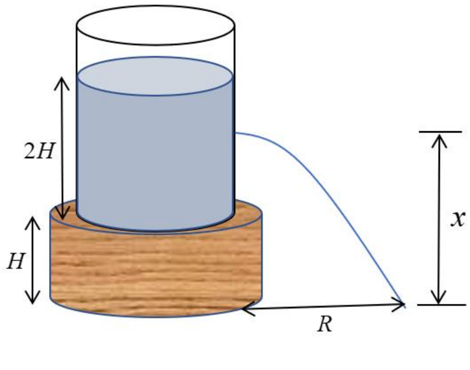
  សម្ពាធត្រង់ចំនុច B

  $$P_B = P_0 + \rho_g g h_g$$

  ដោយចំនុច A និង B រត់ត្រង់គ្នាតាមបន្ទាត់ដេក

  $$P_A = P_B$$
  $$P_0 + \rho_0 g h_0 + \rho_m g h_m = P_0 + \rho_g g h_g$$
  $$\rho_0 g h_0 + \rho_m g h_m = \rho_g g h_g$$
  $$\rho_0 h_0 + \rho_m \left(h_g - h_0\right) = \rho_g h_g$$
  $$\rho_0 h_0 + \rho_m h_g - \rho_m h_0 = \rho_g h_g$$
  $$h_0\left(\rho_0 - \rho_m\right) = h_g\left(\rho_g - \rho_m\right)$$
  $$\Rightarrow h_0 = \frac{h_g\left(\rho_g - \rho_m\right)}{\left(\rho_0 - \rho_m\right)}$$

82. អាងទឹកមួយត្រូវបានគេចាក់បំពេញឲ្យបានកម្ពស់ $2H$ ដោយសន្ទនីយហើយត្រូវបានគេដាក់នៅខាងលើកំណាត់ស៊ីឡាំងដែលមានកម្ពស់ H ពីដី។ x ជាចម្ងាយពីរន្ធតូចមកផ្ទៃដី។ ដោយប្រើប្រាស់សមីការ Bernoulli ចូរបង្ហាញថា

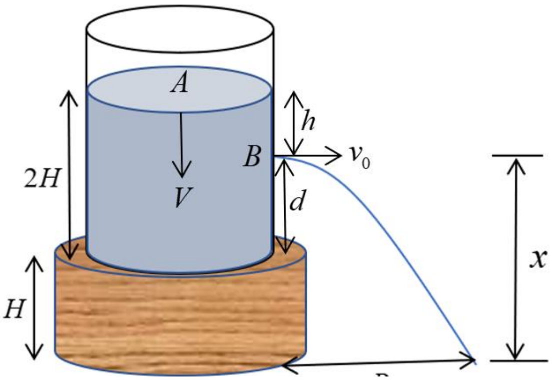


$$x = \frac{3H}{2}\left\{1 + \sqrt{\left[1 - \left(\frac{2R}{6H}\right)^2\right]}\right\}$$

(និពន្ធដោយ សំ ពីត)

<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថា $x=\frac{3H}{2}\left\{1+\sqrt{\left[1-\left(\frac{2R}{6H}\right)^2\right]}\right\}$



តាង A_A ជាផ្ទៃមុខកាត់របស់អាងទឹក

A_a ជាផ្ទៃមុខកាត់របស់រន្ធតូច

អនុវត្តសមីការ Bernoulli

$$P+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gh=\text{const}$$

$$P_A+\frac{1}{2}\rho V^2+2\rho gH=P_B+\frac{1}{2}\rho {v_0}^2+\rho gd$$

សម្ពាធ $P_A=P_B=P_0$

យើងបាន

$$P_0+\frac{1}{2}\rho V^2+2\rho gH=P_0+\frac{1}{2}\rho {v_0}^2+\rho g\left(x-H\right)$$

$$\frac{1}{2}\rho V^2+2\rho gH=\frac{1}{2}\rho {v_0}^2+\rho g\left(x-H\right)$$

សមីការស្មើ $A_A V=A_a v_0\rightarrow V=\frac{A_a v_0}{A_A}$

យើងបាន

$$\frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_a v_0}{A_A}\right)^2+2\rho gH=\frac{1}{2}\rho {v_0}^2+\rho g\left(x-H\right)$$

ហើយ $A_A\gg A_a\rightarrow A_a=0$

នោះ $2\rho gH=\frac{1}{2}\rho {v_0}^2+\rho g\left(x-H\right)$

$$2gH=\frac{1}{2}{v_0}^2+gx-gH$$

$$\frac{1}{2}{v_0}^2=3gH-gx$$

$${v_0}^2=2g\left(3H-x\right)$$

$$\rightarrow v_0=\sqrt{2g\left(3H-x\right)}$$

សិក្សាចលនារបស់គ្រាប់របាញ់ទឹក

តាមអ័ក្សដេកជាចលនាត្រង់ស្មើ

$$R=v_0\cos 0^\circ t=v_0 t$$

$$\rightarrow t=\frac{R}{v_0}$$

តាមអ័ក្សឈរជាចលនាទម្លាក់សេរី

$$x=\frac{1}{2}gt^2$$

$$x=\frac{1}{2}g\frac{R^2}{v_0^{\ 2}}$$

$$x=\frac{1}{2}g\frac{R^2}{2g\left(3H-x\right)}$$

$$x=\frac{1}{4}\frac{R^2}{\left(3H-x\right)}$$

$$-4x^2+12xH-R^2=0$$

តាម $\Delta'=36H^2-4R^2=\left(6H\right)^2-\left(2R\right)^2$

$$\rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{\left(6H\right)^2-\left(2R\right)^2}$$

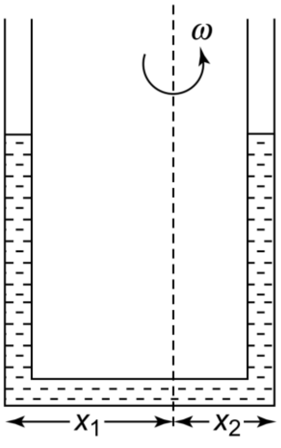
$$x=\frac{-6H\pm\sqrt{\left(6H\right)^2-\left(2R\right)^2}}{-4}=\frac{6H\pm\sqrt{\left(6H\right)^2\left[1-\left(\frac{2R}{6H}\right)^2\right]}}{4}$$

$$x=\frac{3H}{2}\left\{1\pm\sqrt{\left[1-\left(\frac{2R}{6H}\right)^2\right]}\right\}$$

ដោយ $\sqrt{\left[1-\left(\frac{2R}{6H}\right)^2\right]}\langle 0$

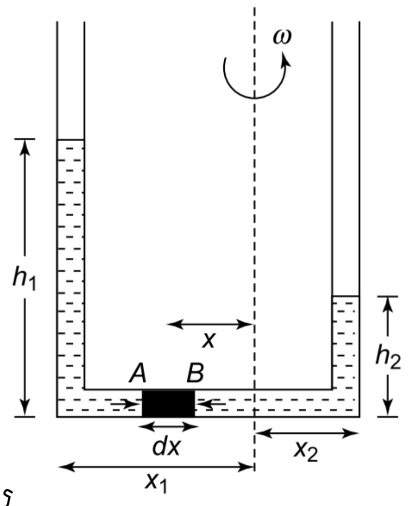
នោះ $x=\frac{3H}{2}\left\{1+\sqrt{\left[1-\left(\frac{2R}{6H}\right)^2\right]}\right\}$

83. បំពង់ U បញ្ឈរមួយត្រូវបានបញ្ចូលដោយសន្ទនីយដែលមានដង់ស៊ីតេ ρ ដូចរូប។បំពង់នេះវិលតាមអ័ក្សដេកដោយល្បឿនមុំ ω ហើយមានផលសងនីវ៉ូរវាងដៃទាំងពីររបស់បំពង់គឺ Δh។ យក g ជាសំទុះទំនាញដី ចូររកល្បឿនមុំ ω។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនមុំ ω



សន្មតធាតុនៃសន្ទនីយ AB ប្រវែង dx នៅចម្ងាយ x ពីអ័ក្សរង្វិល។ សន្ទនីយរងនូវកម្លាំងចូលផ្ចិត ធ្វើឲ្យវាខិតឡើងលើបានកម្ពស់ h_1 នៅដៃបំពង់ខាងឆ្វេង ហើយមានកម្ពស់ h_2 នៅដៃបំពង់ខាងស្ដាំ។សម្ពាធត្រង់ A គឺ $P_A = \rho g h_1$

សម្ពាធត្រង់ B គឺ $P_B = \rho g h_2$

បម្រែបម្រួលសម្ពាធ $P_A - P_B = \rho g\left(h_1 - h_2\right)$

បើ a ជាផ្ទៃមុខកាត់នៃបំពង់ នោះកម្លាំងដែលអនុវត្តលើធាតុនៃសន្ទនីយ AB គឺ $F_e = a\Delta P = a\left(P_A - P_B\right) = a\rho g\left(h_1 - h_2\right)(1)$

ធាតុម៉ាស $dm = \rho dV = \rho a dx$

កម្លាំងចូលផ្ចិត $dF_e = dm\dfrac{v^2}{x} = dm\dfrac{(x\omega)^2}{x} = dmx\omega^2 = \rho a x\omega^2 dx$

$$F_e = \int_{x_2}^{x_1} \rho a x\omega^2 dx$$

$$F_e = \frac{1}{2}\rho a\omega^2\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)(2)$$

ឲ្យ $(1) = (2)$

$$a\rho g\left(h_1 - h_2\right) = \frac{1}{2}\rho a\omega^2\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)$$

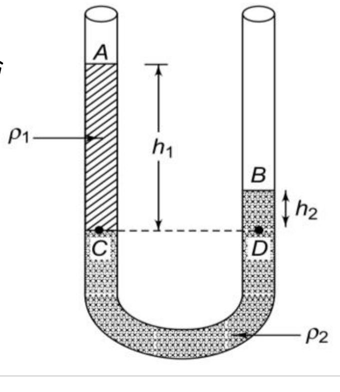
$$g\left(h_1 - h_2\right) = \frac{1}{2}\omega^2\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)$$

$$g\Delta h = \frac{1}{2}\omega^2\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)$$

$$\omega^2 = \frac{2g\Delta h}{\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\left(x_1^{\,2} - x_2^{\,2}\right)}}$$

84. បំពង់ U មួយត្រូវបានចាក់បញ្ចូលដោយអង្គធាតុរាវពីរប្រភេទដែលមិនអាចលាយចូលគ្នាបានហើយមានដង់ស៊ីតេ ρ_1 និង ρ_2 ដូចរូប។ ប្រសិនបើ P_A, P_B, P_C និង P_D ជាសម្ពាធត្រង់ចំនុច A, B, C និង D រៀងគ្នា។ ចូររកផលធៀប h_1/h_2។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកផលធៀប h_1/h_2

  សម្ពាធ $P_A = P_B = P_0$

  សម្ពាធ $P_C = P_0 + \rho_1 g h_1$

  សម្ពាធ $P_D = P_0 + \rho_2 g h_2$

  ដោយចំនុច D និង C រត់ត្រង់គ្នាលើបន្ទាត់តែមួយ

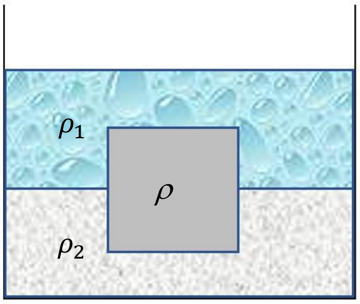
  $P_C = P_D$

  $P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$

  $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$

  $\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$

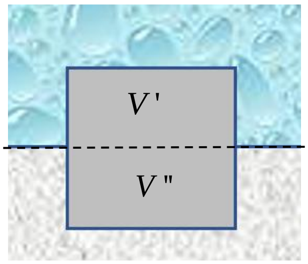
85. អង្គធាតុមួយមានដង់ស៊ីតេ ρ និងមានមាឌ V លិចចូលទៅក្នុងអង្គធាតុរាវពីរដែលមានដង់ស៊ីតេ ρ_1 និង ρ_2 ជាមួយមាឌ V_1និង V_2 ដូចរូប។ ចូររកផលធៀប V_2/V_1។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកផលធៀប V_2/V_2

  លក្ខខណ្ឌលំនឹង



  $P = F_b$

  $P = F_{b1} + F_{b2}$

  $\rho g V = \rho_1 g V' + \rho_2 g V''$

  $\rho V = \rho_1 V' + \rho_2 V''$

  $V' = V_1, V'' = V_2$

  $\rho V = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 (1)$

  ហើយ $V = V' + V''$

  $V = V_1 + V_2 (2)$

  យក (2)ជួស(1)

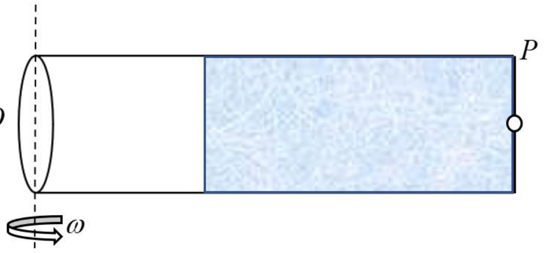
  យើងបាន $\rho(V_1 + V_2) = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$

  $\rho V_1 + \rho V_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$

  $V_1(\rho - \rho_1) = V_2(\rho_2 - \rho)$

  $\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{(\rho - \rho_1)}{(\rho_2 - \rho)}$

86. បំពង់ដាក់ផ្តេក OP មួយមានប្រវែង L មានផ្ទៃមុខកាត A គឺចំហនៅខាងមាត់បំពង់ត្រង់ O ហើយត្រូវបានគេចោះឲ្យបានរន្ធតូចនៅផ្នែកខាងចុងបំពង់ត្រង់ P។ បំពង់នេះត្រូវបានគេបញ្ចូលដោយសន្ទនីយដែលមានដង់ស៊ីតេ ρ បន្ទាប់មកគេបង្វិលបំពង់តាមទិសដេកជុំវិញចំនុច O ជាមួយល្បឿនមុំ ω។ ចូររកសម្ពាធនៃសន្ទនីយនៅខាងចុងបំពង់ត្រង់ P ខណៈប្រវែង $L/2$ នៃសន្ទនីយមកខាងឆ្វេងបំពង់។

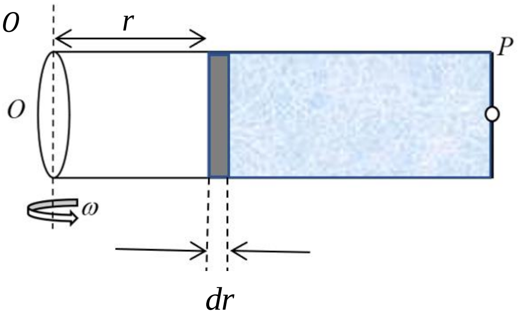


<u>ចម្លើយ</u>

- រកសម្ពាធនៃសន្ទនីយនៅខាងចុងបំពង់ត្រង់ P

  ពិនិត្យធាតុនៃសន្ទនីយ dr ប្រវែង r ពីចំនុច O

  សន្ទនីយរងនូវកម្លាំងចូលផ្ចិត



$$dF = dmr\omega^2$$

$$dF = \rho dVr\omega^2$$

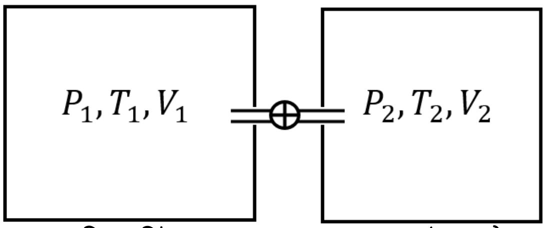
$$dF = \rho Ar\omega^2 dr$$

$$F = \rho A\omega^2 \int_{L/2}^{L} rdr$$

$$F = \frac{3}{8}\rho A\omega^2 L^2$$

សម្ពាធ $P = \frac{F}{A} = \frac{\frac{3}{8}\rho A\omega^2 L^2}{A} = \frac{3}{8}\rho\omega^2 L^2$

87. ធុងពីរមិនចម្លងកម្តៅមានចំនុះរាងគ្នា V_1 និង V_2 ផ្ទុកឧស្ម័នម៉ូណូអាតូមនិងឌីអាតូមហើយត្រូវបានតភ្ជាប់គ្នាដូចរូប។ ធុងទាំងពីរមានសម្ពាធនិងសីតុណ្ហភាពរាងគ្នាគឺ P_1, T_1 និង P_2, T_2។ ដំបូងក្បាលរ៉ូប៊ីនេត្រូវបានបិទ ចូររកសម្ពាធនិងសីតុណ្ហភាពស្រចរបស់ឧស្ម័នក្រោយពេលគេបើកក្បាលរ៉ូប៊ីនេ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសម្ពាធនិងសីតុណ្ហភាពស្រចរបស់ឧស្ម័ន

  សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ $PV = nRT$

$$n = \frac{PV}{RT}$$

$$\rightarrow n_1 = \frac{P_1V_1}{RT_1}$$

$$\rightarrow n_2 = \frac{P_2V_2}{RT_2}$$

ចំនួនម៉ូលសរុបក្រោយពេលបើកក្បាលរ៉ូប៊ីនេ

$$n = n_1 + n_2$$

$$n = \frac{P_1V_1}{RT_1} + \frac{P_2V_2}{RT_2}$$

តែ $P_fV_f = nRT_f$

$$n = \frac{P_fV_f}{RT_f}$$

យើងបាន $\frac{P_fV_f}{RT_f} = \frac{P_1V_1}{RT_1} + \frac{P_2V_2}{RT_2}$

$$\frac{P_fV_f}{T_f} = \frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\frac{P_f\left(V_1+V_2\right)}{T_f} = \frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2} \quad (1)$$

ច្បាប់រក្សាថាមពលក្នុងរបស់ឧស្ម័ន

$$U_i = U_f$$

$$\frac{3}{2}n_1RT_1 + \frac{5}{2}n_2RT_2 = \frac{3}{2}n_1RT_f + \frac{5}{2}n_2RT_f$$

$$\frac{3}{2}n_1T_1 + \frac{5}{2}n_2T_2 = \frac{3}{2}n_1T_f + \frac{5}{2}n_2T_f$$

$$\frac{3}{2}\frac{P_1V_1}{T_1}T_1 + \frac{5}{2}\frac{P_2V_2}{T_2}T_2 = \frac{3}{2}\frac{P_1V_1}{T_1}T_f + \frac{5}{2}\frac{P_2V_2}{T_2}T_f$$

$$\frac{3}{2}P_1V_1 + \frac{5}{2}P_2V_2 = T_f\left(\frac{3}{2}\frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{5}{2}\frac{P_2V_2}{T_2}\right)$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{\frac{3}{2}P_1V_1 + \frac{5}{2}P_2V_2}{\frac{3}{2}\frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{5}{2}\frac{P_2V_2}{T_2}}$$

សរសេរឡើងវិញ

$$\frac{P_f\left(V_1+V_2\right)}{T_f} = \frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow P_f = \frac{T_f}{\left(V_1+V_2\right)}\left(\frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2}\right) = \frac{\left(\frac{3}{2}P_1V_1 + \frac{5}{2}P_2V_2\right)\left(\frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{P_2V_2}{T_2}\right)}{\left(\frac{3}{2}\frac{P_1V_1}{T_1} + \frac{5}{2}\frac{P_2V_2}{T_2}\right)\left(V_1+V_2\right)}$$

88. ប្រាំម៉ូលនៃឧស្ម័នឌីអាតូម($\gamma = 1.4$)ត្រូវបានគេកម្តៅក្រោមសម្ពាធថេរ។ ប្រសិនបើ 280 J នៃថាមពលកម្តៅត្រូវបានស្រូបដោយឧស្ម័ន ចូររកបម្រែបម្រួលថាមពលក្នុង និងកម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកបម្រែបម្រួលថាមពលក្នុងនិងកម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន

$$\Delta U = nC_V \Delta T$$

$$\Delta U = nC_V \frac{C_P}{C_P}\Delta T$$

$$\Delta U = nC_P \frac{C_V}{C_P}\Delta T, \frac{1}{\gamma} = \frac{C_V}{C_P}$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{nC_P\Delta T}{\gamma} = \frac{Q}{\gamma} = \frac{280}{1.4} = 200J$$

$$Q = W + \Delta U$$

$$\Rightarrow W = Q + \Delta U = 280 - 200 = 80J$$

89. សម្ពាធ P នៃឧស្ម័នបរិសុទ្ធមួយប្រែប្រួលជាមួយមាឌ V កំណត់ដោយ $P = kV$ ដែល k ជាចំនួនថេរ។ មាឌនៃឧស្ម័ន n ម៉ូលកើនឡើងពី V ទៅ mV។ ចូររកបម្រែបម្រួលថាមពលក្នុងនិងកម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកបម្រែបម្រួលថាមពលក្នុងនិងកម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន

កម្មន្ត $W = \int PdV = \int_V^{mV} kVdV = \frac{k}{2}\left[V^2\right]_V^{mV} = \frac{kV^2}{2}\left(m^2 - 1\right)$

ច្បាប់ទី១ទែម៉ូឌីណាមិច $Q = W + \Delta U$

$$nC_P\Delta T = \frac{kV^2}{2}\left(m^2 - 1\right) + \Delta U$$

$$n\gamma C_V\Delta T = \frac{kV^2}{2}\left(m^2 - 1\right) + \Delta U$$

$$\gamma\Delta U = \frac{kV^2}{2}\left(m^2 - 1\right) + \Delta U, \Delta U = nC_V\Delta T$$

$$\Delta U\left(\gamma - 1\right) = \frac{kV^2}{2}\left(m^2 - 1\right)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{kV^2}{2\left(\gamma - 1\right)}\left(m^2 - 1\right)$$

90. សីតុណ្ហភាពនៃឧស្ម័នចំនួន n ម៉ូលកើនឡើងពី T ទៅ $3T$ ក្នុងបម្លែងដែលមានសីតុណ្ហភាពប្រែប្រួលជាមួយមាឌកំណត់ដោយ $T = kV^2$ ដែល k ជាចំនួនថេរ។ ចូររកកម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន

មាន $T = kV^2$

$$dT = 2kVdV$$

$$dV = \frac{dT}{2kV}$$

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ $PV = nRT$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

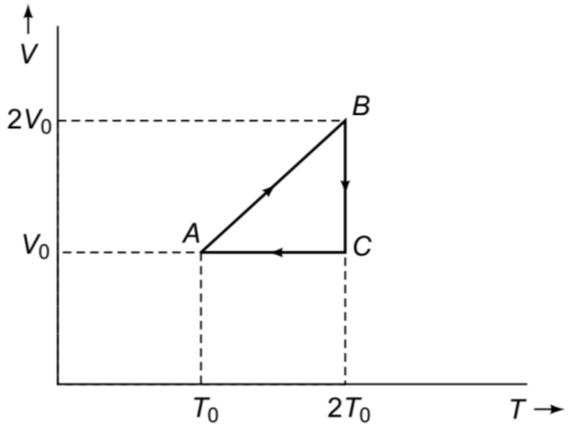
កម្មន្ត $W = \int PdV = \int_T^{3T} \frac{nRT}{V}\frac{dT}{2kV}$

$$W = \frac{nR}{2kV^2}\int_T^{3T} TdT$$

$$W = \frac{nR}{2}\int_T^{3T} dT$$

$$\Rightarrow W = \frac{nR}{2}\left[T\right]_T^{3T} = nRT$$

91. ដូចបង្ហាញក្នុងរូប បង្ហាញពីបម្លែងបិទ $ABCA$ របស់ឧស្ម័នឌីអាតូមមួយ។ ចូររកផលធៀបរវាងថាមពលកម្តៅស្រូបក្នុងបម្លែងពី A ទៅ B និងកម្មន្តដែលបានបំពេញលើឧស្ម័នក្នុងបម្លែងពី B ទៅ C ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកផលធៀប $\frac{Q_{A\to B}}{W_{B\to C}}$

ថាមពលកម្តៅ $Q_{A\to B} = nC_P\Delta T = n\frac{7R}{2}\left(2T_0 - T_0\right)$

$$Q_{A\to B} = \frac{7}{2}nRT_0$$

ក្នុងបម្លែងពី B ទៅ C ឧស្ម័នទទួលរងបំណែនអ៊ីសូទែម នោះ

$$W_{B\to C}=-nR(2T_0)\ln\left(\frac{V_0}{2V_0}\right)=-2nT_0R\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$W_{B\to C}=2nT_0R\ln 2$$

$$\Rightarrow\frac{Q_{A\to B}}{W_{B\to C}}=\frac{\frac{7}{2}nRT_0}{2nRT_0\ln 2}=\frac{7}{4\ln 2}$$

92. ប្រសិនបើផលធៀប $\frac{C_P}{C_V}=\gamma$ ចូររកបម្រែបម្រួលថាមពលក្នុងនៃម៉ាសរបស់ឧស្ម័ន នៅពេលដែលមាឌប្រែប្រួលពី V ទៅ $2V$ នៅត្រង់សម្ពាធថេរ P។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកបម្រែបម្រួលថាមពលក្នុងនៃម៉ាសរបស់ឧស្ម័ន

យើងដឹងថា $C_P-C_V=R$

$$\frac{C_P}{C_V}-1=\frac{R}{C_V}$$

$$\gamma-1=\frac{R}{C_V}$$

$$C_V=\frac{R}{\gamma-1}$$

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ $PV=nRT$

ដោយសម្ពាធមានតម្លៃថេរ យើងធ្វើបម្រែបម្រួល

$$P\Delta V=nR\Delta T$$

$$\Delta T=\frac{P\Delta V}{nR}=\frac{P(2V-V)}{nR}=\frac{PV}{nR}$$

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ

ដោយសម្ពាធមានតម្លៃថេរ យើងធ្វើបម្រែបម្រួល

$$P\Delta V=nR\Delta T$$

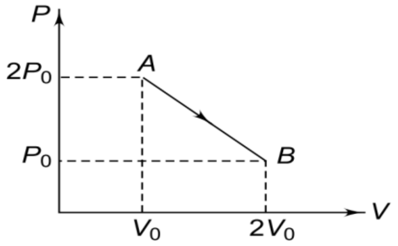
$$\Delta T=\frac{P\Delta V}{nR}=\frac{P(2V-V)}{nR}=\frac{PV}{nR}$$

បម្រែបម្រួលថាមពលក្នុង

$$\Delta U=nC_V\Delta T$$

$$\Rightarrow\Delta U=n\frac{R}{\gamma-1}\frac{PV}{nR}=\frac{PV}{\gamma-1}$$

93. ដ្យាក្រាម $P-V$ សម្រាប់ n ម៉ូលនៃឧស្ម័ន ទទួលរងបម្លែងពី A ទៅ B ដូចរូប។ចូររក សីតុណ្ហភាពអតិបរមានៃឧស្ម័នពេល កំពុងទទួលរងបំលែង។



ចម្លើយ

- រកសីតុណ្ហភាពអតិបរមានៃឧស្ម័ន

សមីការបន្ទាត់ AB កំណត់ដោយ $P = mV + c$

ត្រង់ចំនុច A

$$P_A = mV_A + c$$
$$2P_0 = mV_0 + c (1)$$

ត្រង់ចំនុច B

$$P_B = mV_B + c$$
$$P_0 = m2V_0 + c$$
$$P_0 = 2mV_0 + c (2)$$

យក (1) ដក (2)

យើងបាន

$$P_0 = -mV_0$$
$$m = -\frac{P_0}{V_0}$$

តាម (2)

$$P_0 = 2mV_0 + c$$
$$P_0 = -2P_0 + c$$
$$c = 3P_0$$

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ $PV = nRT$

$$P = \frac{nRT}{V}$$
$$T = \frac{V}{nR}\left(mV + c\right)$$
$$T = \frac{1}{nR}\left(mV^2 + cV\right)$$

សីតុណ្ហភាពអតិបរមាកាលណា

$$\frac{dT}{dV}=0$$

$$\frac{d}{dV}\left[\frac{1}{nR}\left(mV^2+cV\right)\right]=0$$

$$2mV+c=0$$

$$V=-\frac{c}{2m}=\frac{3P_0}{-2\frac{P_0}{V_0}}=-\frac{3}{2}V_0$$

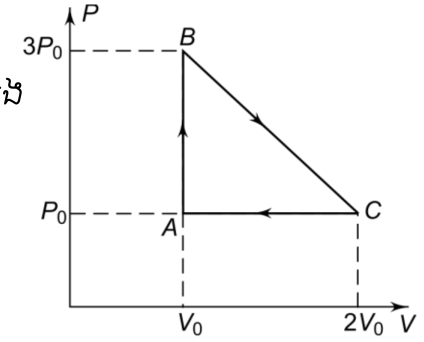
$$\Rightarrow T_{\max}=\frac{1}{nR}\left[-\frac{P_0}{V_0}\left(-\frac{3}{2}V_0\right)^2-3P_0\left(-\frac{3}{2}V_0\right)\right]=\frac{9}{4nR}P_0V_0$$

94. មួយម៉ូលនៃឧស្ម័នម៉ូណូអាតូមទទួលរងបម្លែងបិទដូចរូប។ ចូររក:

① កម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន។

② ថាមពលកម្តៅបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងពី C ទៅ A ។

③ ថាមពលកម្តៅទទួលដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងពី A ទៅ B ។



<u>ចម្លើយ</u>

① រកកម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន

កម្មន្តដែលបំពេញដោយឧស្ម័នស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណកែង ABC

$$W=S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\times AC$$

$$W=\frac{1}{2}\left(3P_0-P_0\right)\left(2V_0-V_0\right)$$

$$\Rightarrow W=P_0V_0$$

② ថាមពលកម្តៅបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងពី C ទៅ A ។

ក្នុងបម្លែងពី C ទៅ A ស្ថិតក្នុងលំនាំអ៊ីសូបារ

ថាមពលកម្តៅ $Q_{C\to A}=nC_P\Delta T$

$$Q_{C\to A}=nC_P\left(T_A-T_B\right)(1)$$

ត្រង់ចំនុច A

$$P_AV_A=nRT_A\to T_A=\frac{P_AV_A}{nR}=\frac{P_0V_0}{nR}$$

ត្រង់ចំនុច C

$$P_CV_C=nRT_C\to T_C=\frac{P_CV_C}{nR}=\frac{P_0 2V_0}{nR}=\frac{2P_0V}{nR}$$

$$T_A-T_C=\frac{P_0V_0}{nR}-\frac{2P_0V}{nR}=-\frac{P_0V_0}{nR}$$

យើងបាន $T_A - T_C = \frac{P_0V_0}{nR} - \frac{2P_0V}{nR} = -\frac{P_0V_0}{nR}$

តាម (1)

$$Q_{C\to A} = nC_P\left(T_A - T_B\right)$$

$$Q_{C\to A} = -nC_P\frac{P_0V_0}{nR}$$

ឧស្ម័នម៉ូណូអាតូម

$$C_P = \frac{5}{2}R$$

យើងទាញបាន $Q_{C\to A} = -nC_P\frac{P_0V_0}{nR} = -n\frac{5}{2}R\frac{P_0V_0}{nR} = -\frac{5}{2}P_0V$

③ រកថាមពលកម្ដៅទទួលដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងពី A ទៅ B

ក្នុងបម្លែងពី A ទៅ B ស្ថិតក្នុងលំនាំអ៊ីសូករ

$$Q_{A\to B} = nC_V\Delta T$$

$$Q_{A\to B} = nC_V\left(T_B - T_A\right)(2)$$

ត្រង់ចំនុច B

$$P_BV_B = nRT_B \to T_B = \frac{P_BV_B}{nR} = \frac{3P_0V_0}{nR}$$

យើងទាញបាន $T_B - T_A = \frac{3P_0V_0}{nR} - \frac{P_0V_0}{nR} = \frac{2P_0V_0}{nR}$

តាម (2)

$$Q_{A\to B} = nC_V\frac{2P_0V_0}{nR} = n\frac{3}{2}R\frac{2P_0V_0}{nR} = 3P_0V_0$$

95. សម្ពាធ P នៃ n ម៉ូលនៃឧស្ម័នមួយប្រែប្រួលជាមួយមាឌ V កំណត់ដោយ $P = a - bV^2$ ដែល a និង b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ចូររកសីតុណ្ហភាពអតិបរមារបស់ឧស្ម័ន។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកសីតុណ្ហភាពអតិបរមារបស់ឧស្ម័ន

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ

$$PV = nRT$$

សមមូល $\left(a - bV^2\right)V = nRT$

$$aV - bV^3 = nRT$$

$$T = \frac{aV - bV^3}{nR}$$

ដើម្បីឲ្យសីតុណ្ហភាពមានតម្លៃអតិបរមា កាលណា $\frac{dT}{dV} = 0$

យើងបាន $\frac{d}{dV}\left(\frac{aV-bV^3}{nR}\right)=0$

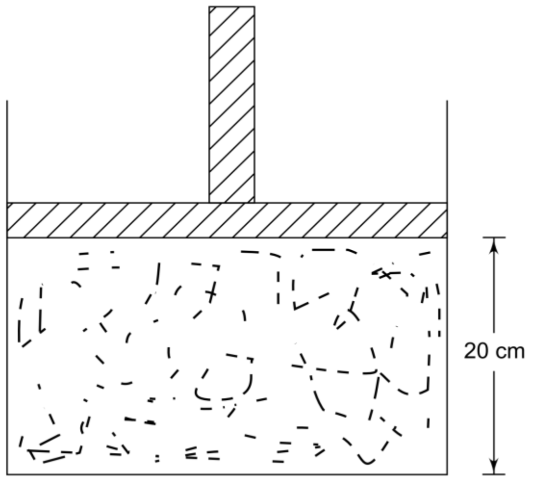
$$a-3bV^2=0$$

$$3bV^2=a$$

$$V=\sqrt{\frac{a}{3b}}$$

$$\Rightarrow T_{\max}=\frac{a\sqrt{\frac{a}{3b}}-b\left(\sqrt{\frac{a}{3b}}\right)^3}{nR}=\frac{a\sqrt{\frac{a}{3b}}-b\frac{a}{3b}\sqrt{\frac{a}{3b}}}{nR}=\frac{2a}{3nR}\sqrt{\frac{a}{3b}}$$

96. ស៊ីឡាំងមួយបិទដោយពីស្តុងហើយមានឧស្ម័នឌីអាតូមនៅសីតុណ្ហភាព $T_1 = 27°\text{C}$។ ដំបូងកម្ពស់របស់ពីស្តុងគិតពីបាតនៃស៊ីឡាំងគឺ $h_1 = 20$ cm ដូចរូប។ នៅពេលសីតុណ្ហភាពកើនដល់ $T_2 = 177°\text{C}$ កម្ពស់ថ្មីរបស់ពីស្តុងគឺ h_2។ បន្ទាប់មកប្រព័ន្ធត្រូវបានគេស្រោបដោយអ៊ីសូឡង់និងពីស្តុងត្រឡប់ទៅទីតាំងកម្ពស់ដើមវិញ។ សីតុណ្ហភាពពេលពីស្តុងមានលំនឹងគឺ T_3។ ចូររកសីតុណ្ហភាពថ្មី T_3 គេឲ្យ $(1.5)^{0.4} = 1.18$ ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកសីតុណ្ហភាពថ្មី T_3

  នៅពេលប្រព័ន្ធស្ថិតក្នុងលក្ខខណ្ឌសម្ពាធថេរ

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{Ah_1}{T_1}=\frac{Ah_2}{T_2}$$

$$\frac{h_1}{T_1}=\frac{h_2}{T_2}\rightarrow h_2=\frac{h_1T_2}{T_1}=\frac{450}{300}\times 20=30\,cm$$

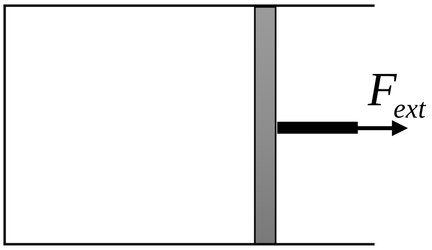
ពេលប្រព័ន្ធត្រូវបានគេស្រោបដោយអ៊ីសូឡង់ កម្ដៅមិនបានប្តូរជាមួយមជ្ឈដ្ឋានក្រៅ

$$T_2V_2^{(\gamma-1)} = T_3V_3^{(\gamma-1)}$$

$$\Rightarrow T_3 = T_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{(\gamma-1)} = T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{(\gamma-1)} = T_2\left(\frac{Ah_2}{Ah_1}\right)^{(\gamma-1)}$$

$$T_3 = T_2\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^{(\gamma-1)} = 450\left(\frac{30}{20}\right)^{(1.4-1)} = 258\,℃$$

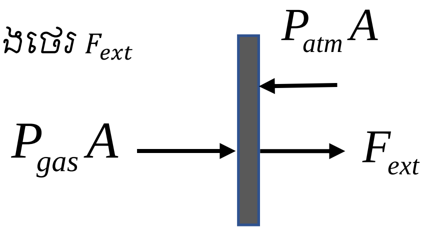
97. គេមានបំពង់ស៊ីឡាំងមួយផ្ទុកឧស្ម័ន n ម៉ូល ដូចរូប។ សីតុណ្ហភាពក្នុងបន្ទប់ពិសោធន៍គឺ T។ នៅខណៈដើមពីស្តុងស្ថិតក្នុងភាពមានលំនឹង។ គេបម្លាស់ទីពីស្តុងយឺតៗដោយកម្លាំងថេរ F_{ext} ដើម្បីឲ្យមាឌកើនបានពីរដងនៃមាឌដើម។ ចូររកកម្មន្តបំពេញដោយកម្លាំងថេរ F_{ext} ជាអនុគមន៍នៃ n, R និង T។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្មន្តបំពេញដោយកម្លាំងថេរ F_{ext}

ដ្យាក្រាមនៃកម្លាំង



សិក្សាលក្ខខណ្ឌលំនឹង

$$P_{gas}A + F_{ext} = P_{atm}A$$

$$\to F_{ext} = P_{atm}A - P_{gas}A$$

កម្មន្ត $W_{ext} = \int F_{ext}dx$

$$W_{ext} = \int\left(P_{atm}A - P_{gas}A\right)dx$$

$$W_{ext} = \int P_{atm}Adx - \int P_{gas}Adx$$

$$W_{ext} = P_{atm}A\int_0^d dx - \int_V^{2V} P_{gas}dV$$

$$W_{ext} = P_{atm}A\int_0^d dx - \int_V^{2V} \frac{nRT}{V}dV$$

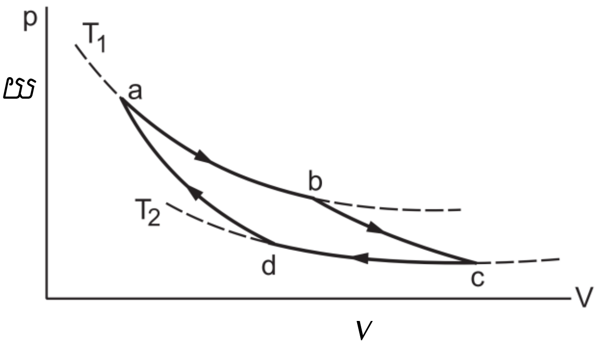
$$W_{ext} = P_{atm}Ad - nRT\ln 2$$

$$W_{ext} = P_{atm}V - nRT\ln 2$$

$$W_{ext} = nRT - nRT\ln 2$$

$$\Rightarrow W_{ext} = nRT\left(1 - \ln 2\right)$$

98. ពិនិត្យរូបខាងស្តាំ បង្ហាញពីដំណើរការនៃម៉ាស៊ីនកាកណូ។ ចូរបង្ហាញថា ទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីនឲ្យដោយ



$$e = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$$

<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថាទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីន

$$e = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$$

លំនាំអ៊ីសូទែម

$A \to B$ ប្រព័ន្ធស្រូបកម្តៅ

$$Q_H = W_1 = \int_{V_A}^{V_B} PdV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_H}{V} dV = nRT_H \left[\ln V\right]_{V_A}^{V_B} = nRT_H \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$C \to D$ ប្រព័ន្ធបញ្ចេញកម្តៅ

$$Q_C = -W_3 = -\int_{V_C}^{V_D} PdV = -\int_{V_C}^{V_D} \frac{nRT_C}{V} dV = -nRT_C \left[\ln V\right]_{V_C}^{V_D} = -nRT_C \ln \frac{V_D}{V_C} = nRT_C \ln \frac{V_C}{V_D}$$

លំនាំអាដ្យាប៉ាទិច

$B \to C$

$$T_H V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} (1)$$

$D \to A$

$$T_C V_D^{\gamma-1} = T_H V_A^{\gamma-1} (2)$$

យក $\frac{(1)}{(2)}$

$$\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{Q_C}{Q_H} = \frac{nRT_C \ln \frac{V_C}{V_D}}{nRT_H \ln \frac{V_B}{V_A}} = \frac{T_C}{T_H}$$

ទិន្នផល

$$e = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

99. កង់រថយន្តមួយត្រូវបានគេបញ្ចូលខ្យល់នៅសម្ពាធ 1.5 atm និងសីតុណ្ហភាព 27°C។ រំពេចនោះកង់រថយន្តក៏ផ្ទុះ។ ចូរគណនាសីតុណ្ហភាពស្រេចនៃខ្យល់ក្នុងកង់រថយន្ត។ សម្រាប់ខ្យល់គេឲ្យ $\gamma = 1.4$។

<u>ចម្លើយ</u>

- គណនាសីតុណ្ហភាពស្រេចនៃខ្យល់ក្នុងកង់រថយន្ត

  ដោយសារខ្យល់ក្នុងកង់រថយន្តមិនប្តូរកម្តៅជាមួយមជ្ឈដ្ឋានក្រៅ នោះវាទទួលរងបម្លែងអាដ្យាប៉ាទិចហើយពេលកង់រថយន្តផ្ទុះ សម្ពាធស្រេចស្មើនឹងសម្ពាធបរិយាកាស។

  យើងបាន $\dfrac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma}} = \dfrac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}}$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\gamma\left(\log T_2 - \log T_1\right) = \left(\gamma-1\right)\left(\log P_2 - \log P_1\right)$$

$$\left(\log T_2 - \log T_1\right) = \frac{\left(\gamma-1\right)\left(\log P_2 - \log P_1\right)}{\gamma}$$

$$\log T_2 = \frac{\left(\gamma-1\right)\left(\log P_2 - \log P_1\right)}{\gamma} + \log T_1$$

$$\log T_2 = \frac{\left(1.4-1\right)\left(\log 1 - \log 1.5\right)}{1.4} + \log 300$$

$$\log T_2 = 2.4268 \Rightarrow T_2 = 540.2\text{K}$$

100. មួយម៉ូលនៃឧស្ម័នត្រូវបានផ្ទុកនៅក្នុងស៊ីឡាំងមួយមានចំណុះ 1.5 L នៅសម្ពាធ 1.2 atm។ ស៊ីឡាំងនេះត្រូវបានគេដុតកម្តៅដើម្បីឲសីតុណ្ហភាពរបស់ឧស្ម័នកើនឡើងហើយអាស្រ័យនឹងទំនាក់ទំនង $T = \alpha V^2$ ដែល α ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាននិង V ជាមាឌរបស់ឧស្ម័ន។

① ចូររកកម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន ពេលវាកើនមាឌដល់ 9 L។

② ចូររកបរិមាណកម្តៅផ្តល់ឲឧស្ម័ន ដោយសន្មត $\gamma = 1.5$។

<u>ចម្លើយ</u>

① រកកម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន ពេលវាកើនមាឌដល់ 9 L

កម្មន្ត $W = \int PdV$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{R(\alpha V)^2}{V} dV$$

$$W = \alpha R \int_{V_1}^{V_2} VdV$$

$$W = \frac{\alpha R}{2}\left[V_2^2 - V_1^2\right]$$

$$W = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$$

មាន $T = \alpha V^2$

នោះ $T_1 = \alpha V_1^2 (1)$

$T_2 = \alpha V_2^2 (2)$

យក $(2)/(1)$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\alpha V_2^2}{\alpha V_1^2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2$$

$$\to T_2 = T_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = T_1\left(\frac{9}{1.5}\right)^2 = 36T_1$$

យើងបានកម្មន្ត $W = \frac{R}{2}(T_2 - T_1)$

$$W = \frac{R}{2}(36T_1 - T_1)$$

$$W = \frac{35}{2}RT_1$$

$$W = \frac{35}{2}P_1V_1$$

$$W = \frac{35}{2}\left(1.2\times10^5\right)\left(1.5\times10^{-3}\right) = 3150\text{J}$$

② រកបរិមាណកម្ដៅផ្ដល់ឲឧស្ម័ន ដោយសន្មត $\gamma = 1.5$

បម្រែបម្រួលថាមពលក្នុង

$$\Delta U = nC_V\Delta T$$

$$\Delta U = C_V\Delta T = \frac{R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{35T_1R}{\gamma - 1}$$

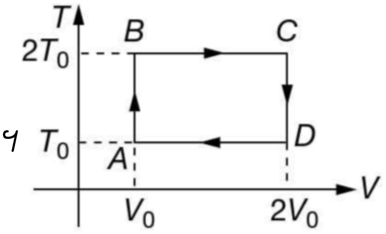
$$\Delta U = \frac{35T_1R}{1.5 - 1} = 70RT_1 = 70P_1V_1 = 12600\text{J}$$

បរិមាណថាមពល

$$Q = W + \Delta U$$

$$Q = 3150\text{J} + 12600\text{J} = 15750\text{J}$$

101. ក្រាភិច $T - V$ នៃបម្លែងបិទដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ចំនួនម៉ូលនៃឧស្ម័នតាងដោយ n។ ចូររកកម្មន្តសរុបដែលបំពេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងបិទនេះ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្មន្តសរុបដែលបំពេញដោយឧស្ម័ន

កម្មន្តសរុប $W_s = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

$$W_s = W_{BC} + W_{DA}$$

$$W_s = nR2T_0 \ln \frac{2V_0}{V_0} + nRT_0 \ln \frac{V_0}{2V_0}$$

$$W_s = 2nRT_0 \ln 2 + nRT_0 \ln \frac{1}{2}$$

$$W_s = 2nRT_0 \ln 2 - nRT_0 \ln 2$$

$$W_s = nRT_0 \ln 2$$

102. ឧស្ម័នឌីអាតូមមួយត្រូវបានគេប្រើជាសារធាតុបំពេញកម្មន្តនៅក្នុងម៉ាស៊ីនកាកណូមួយ។ មាឌឧស្ម័នកើនឡើងពី V ទៅ $32V$ ពេលវាស្ថិតក្នុងពង្រីកអាដ្យាប៉ា–ទិច។ ចូររកទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីនកាកណូ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីនកាកណូ

ក្នុងពង្រីកអាដ្យាប៉ាទិច

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

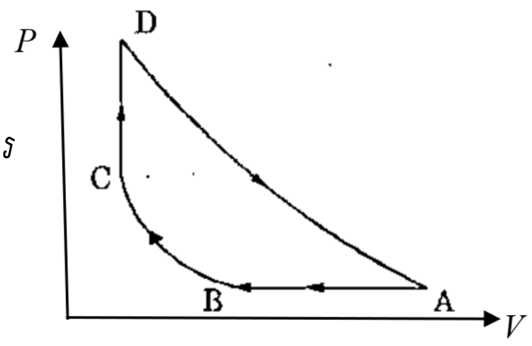
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_1 = T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_2\left(\frac{32V}{V}\right)^{\frac{7}{5}-1} = 4T_2$$

ទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីន

$$e = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{4T_2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

103. មួយម៉ូលនៃឧស្ម័នម៉ូណូអាតូមទទួលរងបម្លែងបិទដូចបង្ហាញរូបខាងស្តាំ។បម្លែង AB , BC ,CD , និង DA គឺតាមលំនាំអ៊ីសូបារ អាដ្យាបាទិច អ៊ីសូករនិងអ៊ីទែមរាងគ្នា។ គេឲ $T_A = 4T_B$ និង $V_A = (8\sqrt{2})V_D$។ ចូររកកម្មន្តនៃបម្លែងបិទនេះ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្មន្តនៃបម្លែងបិទនេះ

តាង $T_B = T_0, V_C = V_D = V_0$

តាមរូប $T_D = T_A = 4T_0$

$$V_A = 8\sqrt{2}V_0$$

ក្នុងលំនាំអ៊ីសូបារ

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}$$

$$\frac{8\sqrt{2}V_0}{4T_0} = \frac{V_B}{T_0} \rightarrow V_B = 2\sqrt{2}V_0$$

ក្នុងលំនាំអដ្យាប៉ាទិច

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_C = T_B \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = T_0 \left(\frac{2\sqrt{2}V_0}{V_0}\right)^{\frac{5}{3}-1} = \left(2\sqrt{2}\right)^{2/3} T_0 = 2T_0$$

កម្មន្តសរុប

$$W_{total} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$W_{total} = P\Delta V - \Delta U + 0 + nRT_D \ln\frac{V_A}{V_D}$$

$$W_{total} = R\left(T_B - T_A\right) - C_V\left(T_B - T_C\right) + RT_D \ln\frac{V_A}{V_D}$$

$$W_{total} = R\left(T_0 - 4T_0\right) - \frac{3}{2}R\left(T_0 - 2T_0\right) + 4RT_0 \ln\frac{8\sqrt{2}V_0}{V_0}$$

$$W_{total} = -3RT_0 + \frac{3}{2}RT_0 + 4RT_0 \ln\left(8\sqrt{2}\right)$$

$$W_{total} = 8.2RT_0$$

104. ឧស្ម័នបរិសុទ្ធពីរមានសីតុណ្ហភាពដាក់លាក់ T_1 និង T_2 ត្រូវបានគេលាយបញ្ចូលគ្នាដោយមិនមានកំហាតបង់ថាមពល។ ប្រសិនបើម៉ាសរបស់ម៉ូលេគុលគឺ m_1 និង m_2 ហើយចំនួនម៉ូលរបស់ម៉ូលេគុលនៃឧស្ម័នគឺ n_1 និង n_2 រាងគ្នា។ ចូររកសីតុណ្ហភាពស្រេចរបស់ឧស្ម័នក្រោយពេលគេលាយបញ្ចូលគ្នា។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកសីតុណ្ហភាពស្រេចរបស់ឧស្ម័នក្រោយពេលគេលាយបញ្ចូលគ្នា

  ច្បាប់រក្សាថាមពលស៊ីនេទិចសរុបនៃឧស្ម័ន

$$K_i = K_f$$
$$K_1 + K_2 = K_f$$
$$\frac{3}{2}n_1kT_1 + \frac{3}{2}n_2kT_2 = \frac{3}{2}n_skT$$
$$\frac{3}{2}n_1kT_1 + \frac{3}{2}n_2kT_2 = \frac{3}{2}(n_1 + n_2)kT$$
$$n_1T_1 + n_2T_2 = (n_1 + n_2)T$$
$$\Rightarrow T = \frac{n_1T_1 + n_2T_2}{n_1 + n_2}$$

105. ធុងពីរបិទជិតមានមាឌស្មើគ្នាហើយមានខ្យល់នៅ 105 kPa, 300 K ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយបំពង់តូចឆ្មារមួយ។ ឥឡូវប្រសិនបើធុងមួយមានសីតុណ្ហភាព 300 K ហើយធុងមួយទៀតមានសីតុណ្ហភាព 400 K ចូររកសម្ពាធក្នុងធុងនីមួយៗ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកសម្ពាធក្នុងធុងនីមួយៗ

  ដំបូងធុងទាំងពីរបិទជិត(មិនទាន់ភ្ជាប់គ្នាដោយបំពង់តូចឆ្មារទេ)មានសម្ពាធ P_0 សីតុណ្ហភាព T_0 និងមាឌ V_0 ដូចគ្នា។ បន្ទាប់មកគេភ្ជាប់ធុងទាំងពីរទៅនឹងបំពង់តូចឆ្មារមួយហើយម៉ូលេគុលខ្យល់ក្នុងធុងនីមួយៗអាចលាយចូលគ្នាបាន។ពេលគេផ្តល់សីតុណ្ហភាពទៅឲ្យធុងទាំងពីរខុសៗគ្នា នោះសម្ពាធក្នុងធុងទាំងពីរប្រែប្រួលហើយមានតម្លៃស្មើគ្នា។

  ចំនួនម៉ូលរបស់ខ្យល់នៅក្នុងធុងមិនប្រែប្រួល

$$n + n = n_1 + n_2$$
$$2n = n_1 + n_2$$
$$2\frac{P_0V_0}{RT_0} = \frac{PV_0}{RT_1} + \frac{PV_0}{RT_2}$$
$$\frac{2P_0}{T_0} = \frac{P}{T_1} + \frac{P}{T_2}$$
$$\frac{2P_0}{T_0} = P\left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}\right)$$

$$\Rightarrow P = \frac{2P_0}{T_0\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right)} = \frac{2\times105\times10^3}{300\left(\frac{1}{300}+\frac{1}{400}\right)} = 120\text{kPa}$$

106. ឧស្ម័នមួយរីកមាឌពី V_1 ទៅ V_2 នៅក្នុងស៊ីឡាំងមួយបិទដោយពីស្តុង។ បម្លែងនេះពណ៌នាដោយ $P=\frac{a}{V}+b$ ដែល a និង b ជាចំនួនថេរ។ ចូររកកម្មន្តបំពេញក្នុងបម្លែងនេះ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកកម្មន្តបំពេញក្នុងបម្លែងនេះ

ធាតុកម្មន្ត $dW = Fdx$

$$dW = PAdx$$
$$dW = PdV$$
$$W = \int PdV$$
$$W = \int\left(\frac{a}{V}+b\right)dV$$
$$W = \int_{V_1}^{V_2}\left(\frac{a}{V}+b\right)dV$$
$$W = \left[a\ln V + bV\right]_{V_1}^{V_2}$$
$$W = \left(a\ln V_2 + bV_2\right) - \left(a\ln V_1 + bV_1\right)$$
$$W = a\ln V_2 + bV_2 - a\ln V_1 - bV_1$$
$$W = a\ln\frac{V_2}{V} + b\left(V_2 - V_1\right)$$

107. ចូររកសម្ពាធស្រែចអប្បរមានៃឧស្ម័នបរិសុទ្ធក្នុងបម្លែង $T = T_0 + \alpha V^2$ ដែល T_0 និង α ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហើយ V ជាមាឌមួយម៉ូលនៃឧស្ម័ន។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកសម្ពាធស្រែចអប្បរមានៃឧស្ម័នបរិសុទ្ធ រួចគូសដ្យាក្រាម $P-V$

មាន $T = T_0 + \alpha V^2$

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ

$$PV = nRT$$
$$PV = RT$$
$$\rightarrow V = \frac{RT}{P}$$

យើងបាន $T = T_0 + \alpha\left(\frac{RT}{P}\right)^2$

$$T = T_0 + \alpha\frac{R^2T^2}{P^2}$$

$$T = \frac{T_0P^2 + \alpha R^2T^2}{P^2}$$

$$TP^2 = T_0P^2 + \alpha R^2T^2$$

$$P^2\left(T - T_0\right) = \alpha R^2T^2$$

$$P = \sqrt{\frac{\alpha R^2T^2}{T - T_0}}$$

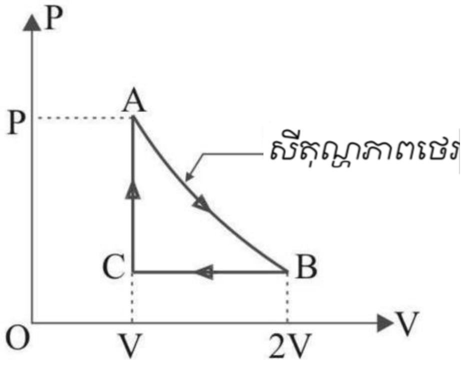
សម្ពាធអតិបរមា កាលណា $\frac{dP}{dT} = 0$

$$\frac{d}{dT}\left(\sqrt{\frac{\alpha R^2T^2}{T - T_0}}\right) = 0$$

$$\rightarrow T = 2T_0$$

យើងបាន $P_{\min} = 2R\sqrt{\alpha T_0}$

108. មួយម៉ូលនៃឧស្ម័នទទួលរងបម្លែងបិទដូចរូប។ ឧស្ម័នរីកមាឌក្រោមសីតុណ្ហភាពថេរ T ពី V ទៅ $2V$។ បន្ទាប់មកវាត្រូវបានគេបំណែនទៅរកមាឌដើមវិញក្រោមសម្ពាធថេរហើយនៅទីបញ្ចប់វាវិលមករកភាពដើមវិញដោយសារគេកម្តៅក្រោមមាឌថេរ។ ចូរគណនាកម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងបិទ។



<u>ចម្លើយ</u>

- គណនាកម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន

កម្មន្តសរុប $W_s = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$

$$W_s = nRT\ln\frac{V_B}{V_A} + P_B\left(V_C - V_B\right) + 0$$

$$W_s = RT\ln\frac{2V}{V} + P_B\left(V - 2V\right)$$

$$W_s = RT\ln 2 - P_BV (1)$$

ក្នុងបម្លែងពី A ទៅ B

$$P_AV_A = P_BV_B$$

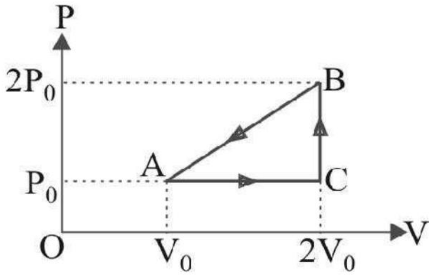
$$PV = 2P_BV$$

$$\rightarrow P_B = \frac{P}{2}$$

យើងបាន $W_s = RT\ln 2 - \frac{P}{2}V$

$$W_s = RT\ln 2 - \frac{RT}{2} = RT\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right)$$

109. មួយម៉ូលនៃឧស្ម័នម៉ូណូអាតូមទទួលរង បម្លែងពី A ទៅ B លើគន្លង ACB ដូចរូប។ សីតុណ្ហភាពដើមនៅចំនុច A គឺ T_0។ ចូរគណនាកម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែង $A \to C \to B$ ។



ចម្លើយ

- គណនាកម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែង $A \to C \to B$

សមីការ $\frac{PV}{T} = \text{const}$

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B}$$

$$\to T_B = \frac{P_B V_B T_A}{P_A V_A} = \frac{(2P_0)(2V_0)T_0}{P_0 V_0} = 4T_0$$

បម្រែបម្រួលថាមពលក្នុងពី A ទៅ C

$$\Delta U = nC_V \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}R(4T_0 - T_0)$$

$$\Delta U = \frac{9}{2}RT_0$$

កម្មន្តសរុបពី $A \to C \to B$

$$W_s = W_{AC} + W_{BC}$$

$$W_s = P\Delta V + 0$$

$$W_s = P_0(2V_0 - V_0)$$

$$W_s = P_0 V_0 = RT_0$$

កម្តៅសរុប

$$Q = W_s + \Delta U$$

$$Q = RT_0 + \frac{9}{2}RT_0 = \frac{11}{2}RT_0$$

110. ធុងមួយមានមាឌ V_0 ផ្ទុកឧស្ម័នបរិសុទ្ធនៅសម្ពាធ P_0 និងសីតុណ្ហភាព T។ ឧស្ម័នត្រូវបានគេបូមចេញមកក្រៅធុងជាបន្តបន្ទាប់នៅអត្រាមាឌថេរ $\frac{dV}{dt}=r$ ដោយរក្សាសីតុណ្ហភាពឲ្យថេរ។ សម្ពាធនៃឧស្ម័នដែលគេបូមចេញមកក្រៅស្មើនឹងសម្ពាធនៃឧស្ម័ននៅខាងក្នុងធុង។

① ចូររកសម្ពាធនៃឧស្ម័នជាអនុគមន៍នៃពេល។

② ចូររករយៈពេលដែលប្រើមុនពេលឧស្ម័នចំនួនពាក់កណ្ដាលត្រូវបានគេបូមចេញមកក្រៅ។

<u>ចម្លើយ</u>

① រកសម្ពាធនៃឧស្ម័នជាអនុគមន៍នៃពេល

ក្នុងលក្ខខ័ណ្ឌសីតុណ្ហភាពថេរ

$$PV=\text{const}$$

$$\frac{d}{dt}(PV)=0$$

$$P\frac{dV}{dt}+V\frac{dP}{dt}=0$$

$$P\frac{dV}{dt}=-V\frac{dP}{dt}$$

ដែល $\frac{dV}{dt}=r, V=V_0$ ដែលមានមាឌថេរ

យើងបាន $\frac{dP}{P}=-\frac{r}{V_0}dt$

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P}=-\int_0^t\frac{r}{V_0}dt$$

$$\left[\ln P\right]_{P_0}^{P}=-\left[\frac{rt}{V_0}\right]_0^t$$

$$\ln P-\ln P_0=-\frac{rt}{V_0}$$

$$\ln\frac{P}{P_0}=-\frac{rt}{V_0}$$

$$\frac{P}{P_0}=e^{-\frac{rt}{V_0}}$$

$$\Rightarrow P=P_0e^{-\frac{rt}{V_0}}$$

② រករយៈពេលដែលប្រើមុនពេលឧស្ម័នចំនួនពាក់កណ្តាលត្រូវបាន គេបូមចេញមកក្រៅដោយសម្ពាធឧស្ម័នដែលបូមចេញស្មើនឹង សម្ពាធឧស្ម័ននៅក្នុងធុង នោះបើគេបូមឧស្ម័នចេញអស់ពាក់កណ្តាល សម្ពាធនៃឧស្ម័នក្នុងធុងក៏ថយចុះអស់បាក់កណ្តាលដែរ

យើងបាន $\frac{P_0}{2} = P_0 e^{-\frac{rt}{V_0}}$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{rt}{V_0}}$$

$$-\frac{rt}{V_0} = \ln\frac{1}{2}$$

$$-\frac{rt}{V_0} = -\ln 2$$

$$\frac{rt}{V_0} = \ln 2$$

$$rt = V_0 \ln 2$$

$$\Rightarrow t = \frac{V_0 \ln 2}{r}$$

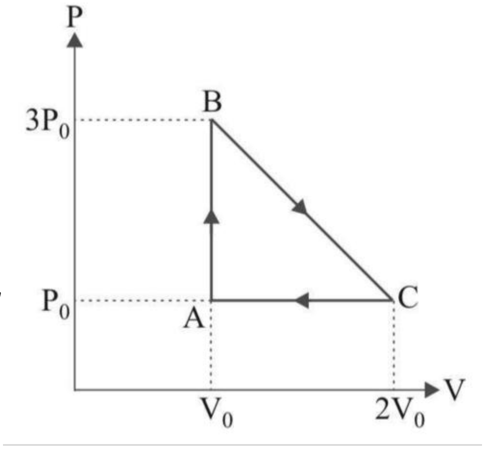
111. មួយម៉ូលនៃឧស្ម័នម៉ូណូអាតូមទទួលរង បម្លែងបិទ *ABCD* ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ចូរគណនា:

① កម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន។

② កម្តៅបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង *CA* និងកម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង *AB*។

③ កម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង*BC*។

④ សីតុណ្ហភាពអតិបរមាទទួលដោយ ឧស្ម័នក្នុងបម្លែងបិទនេះ។



<u>ចម្លើយ</u>

- គណនា

① កម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័ន

កម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័នស្មើនឹងក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ *ABC*

$$W = S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times AB$$

$$W = \frac{1}{2}\left(2V_0 - V_0\right)\left(3P_0 - P_0\right)$$

$$W = P_0 V_0$$

② កម្តៅបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង CA និងកម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង AB

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ

$$PV = nRT$$

$$PV = RT \rightarrow T = \frac{PV}{R}$$

$$\oplus T_A = \frac{P_0V_0}{R}$$

$$\oplus T_B = \frac{3P_0V_0}{R}$$

$$\oplus T_C = \frac{2P_0V_0}{R}$$

កម្តៅកម្តៅបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង CA

$$Q_{CA} = nC_P\Delta T$$

$$Q_{CA} = \frac{5R}{2}(T_A - T_C)$$

$$Q_{CA} = \frac{5R}{2}\left(\frac{P_0V_0}{R} - \frac{2P_0V_0}{R}\right)$$

$$Q_{CA} = -\frac{5}{2}P_0V_0$$

កម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លង AB

$$Q_{AB} = nC_V\Delta T$$

$$Q_{AB} = \frac{3R}{2}(T_B - T_A)$$

$$Q_{AB} = \frac{3R}{2}\left(\frac{3P_0V_0}{R} - \frac{P_0V_0}{R}\right)$$

$$Q_{AB} = 3P_0V_0$$

③ កម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័នក្នុងគន្លងBC

ច្បាប់ទី១ទែម៉ូឌីណាមិច

$$Q_{ABC} = W + \Delta U$$

$$Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = W$$

$$3P_0V_0 + Q_{BC} - \frac{5}{2}P_0V_0 = P_0V_0$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{5}{2}P_0V_0 + P_0V_0 - 3P_0V_0 = \frac{1}{2}P_0V_0$$

④ សីតុណ្ហភាពអតិបរមាទទួលដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែងបិទនេះ

យើងដឹងថា $PV = RT$ បើ T មានតម្លៃអតិបរមា នោះ P និង V ក៏មានតម្លៃអតិបរមាដែរ(P និង V ប្រែប្រួលទាំងពីរ)។ ដ្យាក្រាម $P-V$ ក្នុងបម្លែង BC យើងបានសមីការបន្ទាត់ $P = mV + b$ ។

ត្រង់ចំនុច B

$$3P_0 = mV_0 + b(1)$$

ត្រង់ចំនុច C

$$P_0 = 2mV_0 + b(2)$$

តាមសមីការ (1) និង (2) យើងទាញបាន $m = -\frac{2P_0}{V_0}, b = 5P_0$

យើងបានសមីការ $P = -\frac{2P_0}{V_0}V + 5P_0$

សរសេរឡើងវិញ

$$PV = RT$$

$$\left(-\frac{2P_0}{V_0}V + 5P_0\right)V = RT$$

$$5P_0V - \frac{2P_0}{V_0}V^2 = RT$$

$$\rightarrow T = \frac{P_0}{R}\left(5V - \frac{2V^2}{V_0}\right)$$

ដើម្បីឲ្យ T មានតម្លៃអតិបរមា កាលណា $\frac{dT}{dV} = 0$

យើងបាន $\frac{d}{dV}\left[\frac{P_0}{R}\left(5V - \frac{2V^2}{V_0}\right)\right] = 0$

$$\frac{P_0}{R}\frac{d}{dV}\left(5V - \frac{2V^2}{V_0}\right) = 0$$

$$\frac{P_0}{R}\left(5 - \frac{4V}{V_0}\right) = 0$$

$$5 - \frac{4V}{V_0} = 0$$

$$\frac{4V}{V_0} = 5$$

$$\rightarrow V = \frac{5V_0}{4}$$

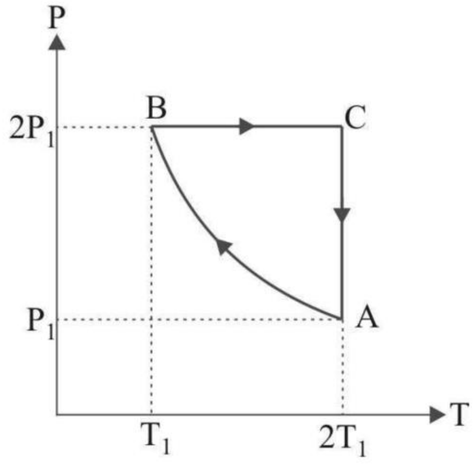
សីតុណ្ហភាពអតិបរមា

$$T_{max} = \frac{P_0}{R}\left[\frac{25V_0}{4} - \frac{2\left(\frac{5V_0}{4}\right)^2}{V_0}\right] = \frac{25P_0V_0}{8R}$$

112. ពីរម៉ូលនៃឧស្ម័នម៉ូណូអាតូមទទួលបម្លែងបិទ $ABCA$ ដូចបង្ហាញក្នុងដ្យាក្រាម $P-T$។ ក្នុងបម្លែង AB ផលគុណសម្ពាធនិងសីតុណ្ហភាពមានតម្លៃថេរ។ ប្រសិនបើ $T_1 = 300\text{ K}$ ចូរគណនា:

① កម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែង AB។

② កម្តៅស្រូបឬបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែង $B \to C, C \to A$ និង $A \to B$ ដោយឲ្យចម្លើយជាអនុគមន៍នៃថេរប៉ុលស្ម័ន R។



<u>ចម្លើយ</u>

- គណនា

① កម្មន្តបំពេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែង AB

បម្រាប់ $PT = \text{const}$

ធ្វើឌីផេរ៉ង់ស្យែលលើអង្គសងខាង

$$d(PT) = 0$$

$$PdT + TdP = 0(1)$$

សមីការភាពឧស្ម័នបរិសុទ្ធ

$$PV = nRT$$

$$PV = 2RT$$

ធ្វើឌីផេរ៉ង់ស្យែលលើអង្គសងខាង

$$PdV + VdP = 2RdT(2)$$

តាម (1)

$$\left(\frac{2RT}{V}\right)dT + TdP = 0, P = \frac{2RT}{V}$$

$$2RTdT + VTdP = 0$$

$$VTdP = -2RTdT$$

$$\to VdP = -\frac{2RTdT}{T} = -2RdT$$

តាម (2)

$$PdV + VdP = 2RdT$$

$$PdV - 2RdT = 2RdT$$

$$PdV = 4RdT$$

កម្មន្ត

$$W_{AB} = \int PdV = \int_{600}^{300} 4RdT$$

$$W_{AB} = 4R[T]_{600}^{300} = -1200R$$

② កម្តៅស្រូបឬបញ្ចេញដោយឧស្ម័នក្នុងបម្លែង $B \to C, C \to A$ និង $A \to B$ ដោយឲ្យចម្លើយជាអនុគមន៍នៃថេរបុលស្មាន់ R។

ក) ក្នុងបម្លែង $B \to C$ (សម្ពាធថេរ)

$$Q_{BC} = nC_P\Delta T = 2C_P\left(T_C - T_B\right)$$

$$Q_{BC} = 2\times\frac{5R}{2}\times\left(600-300\right) = 1500R$$

ខ) ក្នុងបម្លែង $C \to A$ (សីតុណ្ហភាពថេរ)

$$Q_{CA} = W_{CA} + \Delta U$$

$$Q_{CA} = nRT\ln\frac{P_C}{P_A} + 0$$

$$Q_{CA} = 2R\times 600\ln\frac{2P_1}{P_1} = 1200\ln 2R$$

គ) ក្នុងបម្លែង $A \to B$

$$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U$$

$$Q_{AB} = W_{AB} + nC_V\Delta T$$

$$Q_{AB} = -1200R + 2\times\frac{3}{2}R\times\left(300-600\right) = -2100R$$

113. ប្រាំម៉ូលនៃឧស្ម័នត្រូវបានគេប្រើដើម្បីដំណើរការម៉ាស៊ីនកាកណូចន្លោះសីតុណ្ហភាព 100℃ និង 30℃។ កម្មន្តបំពេញបានក្នុងមួយសិចគឺ 420 J។ ចូរគណនាផលធៀបមាឌនៃឧស្ម័ននៅចំនុចបញ្ចប់និងចាប់ផ្តើមក្នុងលំនាំពង្រីកអ៊ីសូទែម។

<u>ចម្លើយ</u>

- គណនាផលធៀបមាឌនៃឧស្ម័ននៅចំនុចបញ្ចប់និងចាប់ផ្តើមក្នុងលំនាំពង្រីកអ៊ីសូទែម

យើងដឹងថា $\frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H} = \frac{30+273}{100+273} = \frac{303}{373}$

$$\to Q_C = \frac{303}{373}Q_H$$

កម្មន្ត $W = Q_H - Q_C$

$$W = Q_H - \frac{303}{373}Q_H = \frac{373Q_H - 303Q_H}{373} = \frac{70}{373}Q_H$$

$$420 = \frac{70}{373}Q_H$$

$$\to Q_H = 2238\text{J}$$

យើងទាញបាន $Q_C = 1818\text{J}$

បើ V_1 និង V_2 ជាមាឌដើមនិងមាឌស្រេចក្នុងលំនាំអ៊ីសូទែម

កម្តៅស្រូបដោយឧស្ម័ន $Q_H = W_{iso} = nRT_H \ln\frac{V_2}{V_1}$

$$2238 = 5R\times 373\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\ln\frac{V_2}{V_1} = 0.1428$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = e^{0.1428} = 1.153$$

114. ម៉ាស៊ីនកាកណូពីរ A និង B ត្រូវបានដាក់ឲ្យដំណើរការជាសេរីនឹងគ្នា។ ម៉ាស៊ីន A ទទួលកម្តៅនៅ 800 K ហើយបញ្ចេញចោលទៅធុងផ្ទុកកម្តៅនៅសីតុណ្ហភាព T K។ ម៉ាស៊ីន B ទទួលយកកម្តៅដែលម៉ាស៊ីន A បញ្ចេញចោលហើយបញ្ចេញកម្តៅចោលទៅធុងផ្ទុកកម្តៅនៅ 300 K។ ចូររកសីតុណ្ហភាព T K ក្នុងលក្ខខ័ណ្ឌដូចខាងក្រោម:

① ម៉ាស៊ីនទាំងពីរបំពេញកម្មន្តស្មើគ្នា។

② ទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីនទាំងពីរស្មើគ្នា។

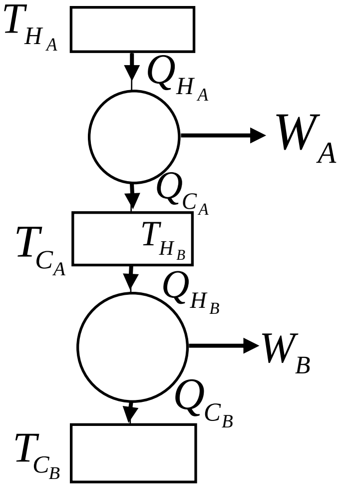
<u>ចម្លើយ</u>

- រកសីតុណ្ហភាព T K ក្នុងលក្ខខ័ណ្ឌ

① ម៉ាស៊ីនទាំងពីរបំពេញកម្មន្តស្មើគ្នា

ចំពោះម៉ាស៊ីន A

$$\frac{Q_{C_A}}{Q_{H_A}} = \frac{T_{C_A}}{T_{H_A}} = \frac{T}{800}$$



ទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីន

$$e_A = \frac{W_A}{Q_{H_A}} = 1 - \frac{T}{800}$$

$$\rightarrow W_A = Q_{H_A}\left(1 - \frac{T}{800}\right)$$

ចំពោះម៉ាស៊ីន B

$$\frac{Q_{C_B}}{Q_{H_B}} = \frac{T_{C_B}}{T_{H_B}}$$

$$\frac{Q_{C_B}}{Q_{C_A}} = \frac{T_{C_B}}{T_{C_A}} = \frac{300}{T}, Q_{H_B} = Q_{C_A}, T_{H_B} = T_{C_A}$$

ទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីន

$$e_B=\frac{W_B}{Q_{H_B}}=\frac{W_B}{Q_{C_A}}=1-\frac{300}{T}$$

$$\rightarrow W_B=Q_{C_A}\left(1-\frac{300}{T}\right)$$

លក្ខខ័ណ្ឌ $W_A=W_B$

$$Q_{H_A}\left(1-\frac{T}{800}\right)=Q_{C_A}\left(1-\frac{300}{T}\right)$$

$$\frac{\left(1-\frac{T}{800}\right)}{\left(1-\frac{300}{T}\right)}=\frac{Q_{C_A}}{Q_{H_A}}$$

$$\frac{\left(1-\frac{T}{800}\right)}{\left(1-\frac{300}{T}\right)}=\frac{T}{800}$$

$$1-\frac{T}{800}=\frac{T}{800}\left(1-\frac{300}{T}\right)$$

$$1-\frac{T}{800}=\frac{T}{800}-\frac{300}{800}$$

$$800-T=T-300$$

$$2T=1100$$

$$\Rightarrow T=550\text{K}$$

② ទិន្នផលនៃម៉ាស៊ីនទាំងពីរស្មើគ្នា

យើងបាន $e_A=e_B$

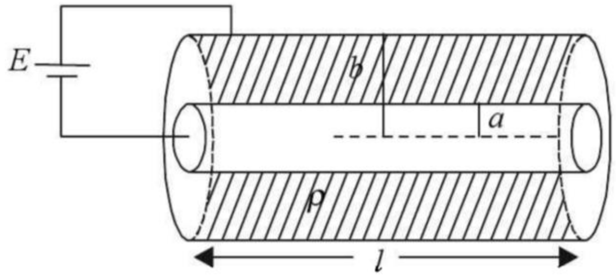
$$1-\frac{T}{800}=1-\frac{300}{T}$$

$$\frac{T}{800}=\frac{300}{T}$$

$$T^2=240000$$

$$\Rightarrow T=\sqrt{240000}=489.9\text{K}$$

115. ស៊ីឡាំងប្រហោងក្នុងមួយមានកាំខាងក្នុង a និងកាំខាងក្រៅ b ត្រូវបានបំពេញដោយរូបធាតុដែលមានរេស៊ីស្ទីវីតេ ρ។ ចូររករេស៊ីស្តង់ស៊ីតេចរន្តឆ្លងកាត់គិតជា A។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកអាំងស៊ីតេចរន្តឆ្លងកាត់គិតជា A

  ទំនាក់ទំនងដង់ស៊ីតេចរន្តនិងដែនអគ្គិសនី

$$J = \frac{1}{\rho}E_e$$

$$\frac{I}{A} = \frac{1}{\rho}\frac{dV}{dr}$$

$$\frac{I}{2\pi rL} = \frac{1}{\rho}\frac{dV}{dr}$$

$$\frac{\rho dr}{2\pi rL} = \frac{dV}{I}$$

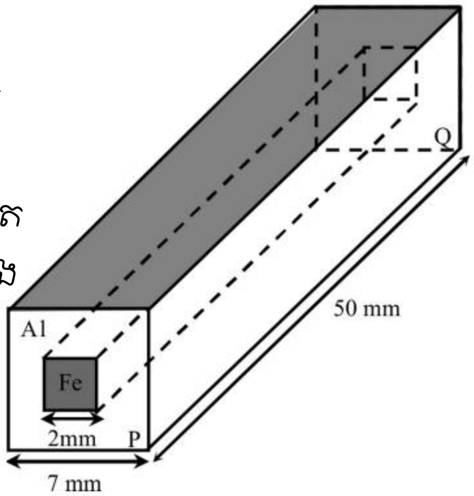
$$\frac{\rho dr}{2\pi rL} = dR$$

$$\frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \int_0^R dR$$

$$\frac{\rho}{2\pi L}\ln\left(\frac{b}{a}\right) = R$$

ច្បាប់អូម $E = RI \Rightarrow I = \frac{E}{R} = \frac{E}{\frac{\rho}{2\pi L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{2\pi LE}{\rho\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$

116. ក្នុងកំណាត់អាលុយមីញ៉ូមមួយមានផ្ទៃមុខកាត់ជាការេត្រូវបានគេខួងឲ្យបានជារន្ធដែលមានមុខកាត់ជាការេហើយត្រូវបានគេស៊កបញ្ចូលដោយលោហៈដែកដូចរូប។ រេស៊ីស្ទីវីតេនៃអាលុយមីញ៉ូមនិងដែកគឺ $2.7 \times 10^{-8}\Omega\text{m}$ និង $10^{-7}\Omega\text{m}$ រៀងគ្នា។ ចូររករេស៊ីស្តង់សមមូលនៃស៊ាំងលោហៈនេះ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រករេស៊ីស្តង់សមមូលនៃស៊ាំងលោហៈ:

  តាមរូបយើងឃើញថារេស៊ីស្តង់ R_{Al} និង R_{Fe} តជាខ្នែងនិងគ្នា

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{Al}} + \frac{1}{R_{Fe}}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_{Al} + R_{Fe}}{R_{Al}R_{Fe}}$$

$$R_{eq} = \frac{R_{Al}R_{Fe}}{R_{Al} + R_{Fe}} \quad (1)$$

ដោយ $R_{Fe}=\rho_{Fe}\dfrac{L}{A_{Fe}}$

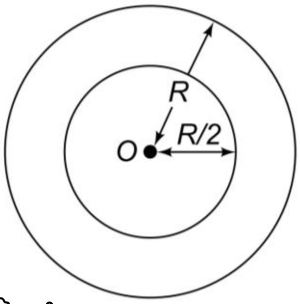
$$R_{Al}=\rho_{Al}\frac{L}{A_{Al}}=\rho_{Al}\frac{L}{A-A_{Fe}}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\left(\rho_{Al}\dfrac{L}{A-A_{Fe}}\right)\left(\rho_{Fe}\dfrac{L}{A_{Fe}}\right)}{\left(\rho_{Al}\dfrac{L}{A-A_{Fe}}\right)+\left(\rho_{Fe}\dfrac{L}{A_{Fe}}\right)}$$

$$\Rightarrow R_{eq}=\frac{\left[2.7\times10^{-8}\dfrac{50\times10^{-3}}{\left(7\times10^{-3}\right)^2-\left(2\times10^{-3}\right)^2}\right]\left[10^{-7}\dfrac{50\times10^{-3}}{\left(2\times10^{-3}\right)^2}\right]}{\left[2.7\times10^{-8}\dfrac{50\times10^{-3}}{\left(7\times10^{-3}\right)^2-\left(2\times10^{-3}\right)^2}\right]+\left[10^{-7}\dfrac{50\times10^{-3}}{\left(2\times10^{-3}\right)^2}\right]}$$

$$R_{eq}=29.29\mu\Omega$$

117. ស្វ៊ែមួយមានកាំ R ផ្ទុកអគ្គិសនី Q ជាមួយដង់ស៊ីតេបន្ទុក $\rho=kr^a$ ក្នុងមួយខ្នាតមាឌដែល k និង a ជាចំនួនថេរហើយ r ជាចម្ងាយពីចំនុចមួយទៅផ្ចិតនៃស្វ៊ែ។ ប្រសិនបើដែនអគ្គិសនីត្រង់ $r=R/2$ ស្មើនឹង $1/8$ នៃដែនអគ្គិសនីត្រង់ $r=R$ ចូររកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a

  អនុវត្តទ្រឹស្តីបទ Gauss

$$\oint Eds=\frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint Eds=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho dV$$

$$\oint Eds=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho Sdr$$

$$\oint Eds=\frac{1}{\varepsilon_0}\int kr^a\times4\pi r^2dr$$

$$\oint Eds=\frac{1}{\varepsilon_0}\int4\pi kr^{a+2}dr$$

$$ES=\frac{1}{\varepsilon_0}\int4\pi kr^{a+2}dr$$

$$E\times4\pi r^2=\frac{1}{\varepsilon_0}\int4\pi kr^{a+2}dr$$

$$Er^2=\frac{1}{\varepsilon_0}\int kr^{a+2}dr$$

ដែនអគ្គិសនីនិងកាំ $\bullet E_1, r=\dfrac{R}{2}$

$$E_1\times\left(\frac{R}{2}\right)^2=\frac{k}{\varepsilon_0}\int_0^{\frac{R}{2}} r^{a+2}dr$$

$$E_1\times\left(\frac{R}{2}\right)^2=\frac{k}{\varepsilon_0}\left[\frac{r^{a+3}}{(a+3)}\right]_0^{\frac{R}{2}}$$

$$E_1\times\left(\frac{R}{2}\right)^2=\frac{k}{\varepsilon_0(a+3)}\left(\frac{R}{2}\right)^{a+3}$$

$$E_1=\frac{k}{\varepsilon_0(a+3)}\left(\frac{R}{2}\right)^{a+1}\ (1)$$

$\bullet E_2, r=R$

$$E_2\times R^2=\frac{k}{\varepsilon_0}\int_0^{R} r^{a+2}dr$$

$$E_2\times R^2=\frac{k}{\varepsilon_0}\left[\frac{r^{a+3}}{(a+3)}\right]_0^{R}$$

$$E_2\times R^2=\frac{k}{\varepsilon_0(a+3)}(R)^{a+3}$$

$$E_2=\frac{k}{\varepsilon_0(a+3)}R^{a+1}(2)$$

$$E_1=\frac{1}{8}E_2$$

$$\frac{k}{\varepsilon_0(a+3)}\left(\frac{R}{2}\right)^{a+1}=\frac{1}{8}\frac{k}{\varepsilon_0(a+3)}R^{a+1}$$

$$\left(\frac{R}{2}\right)^{a+1}=\frac{1}{8}R^{a+1}$$

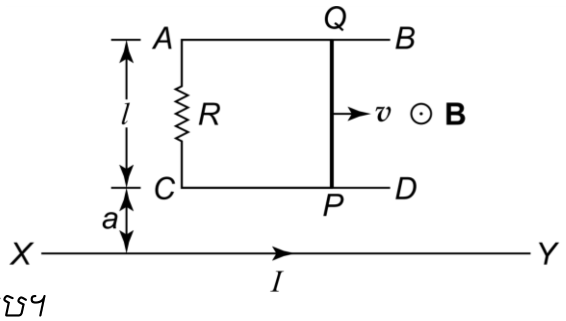
$$\left(\frac{\frac{R}{2}}{R}\right)^{a+1}=\frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{a+1}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$a+1=3$$

$$\Rightarrow a=2$$

118. *របារលោហៈ PQ មួយមានប្រវែង l រអិល ដោយល្បឿន v លើកំណាត់លោហៈពីរ AB និង CD ដែលដាក់ឲ្យស្របគ្នាហើយស្របទៅនឹងរបារខ្សែចម្លងត្រង់ XY ឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I ដូចរូប។ រេស៊ីស្តង់ R មួយត្រូវបានគេភ្ជាប់នៅចន្លោះកំណាត់លោហៈទាំងពីរដូចរូប។*



ល្បឿនរបស់របារ PQ ត្រូវបានរក្សាឲ្យមានតម្លៃថេរដោយកម្លាំងម៉ាញេទិច។

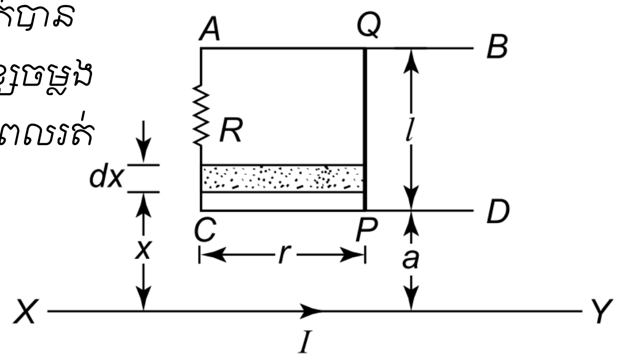
① កំណត់ទិសដៅនិងទំហំនៃចរន្តអាំងឌុីដែលឆ្លងកាត់រេស៊ីស្តង់ R។

② ចូររកកម្លាំងអេឡិចត្រូម៉ាញេទិចដែលអនុវត្តលើរបារ PQ។

<u>*ចម្លើយ*</u>

① កំណត់ទិសដៅនិងទំហំនៃចរន្តអាំងឌុីដែលឆ្លងកាត់រេស៊ីស្តង់ R

ដោយប្រើវិធានដៃស្តាំ យើងកំណត់បានចរន្តរត់ពីចំនុច P ទៅ Q ក្នុងរបារខ្សែចម្លង PQ ហើយមានទិសដៅពី A ទៅ C ពេលរត់រត់កាត់រេស៊ីស្តង់ R ។



ធាតុភ្លុចម៉ាញេទិច

$$d\phi = BdA$$

$$d\phi = Brdx$$

$$d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} rdx$$

$$\phi = \int_a^{a+l} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} rdx$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi} \int_a^{a+l} \frac{dx}{x}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ir}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l}{a}\right)$$

$$\bullet e = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$|e| = \frac{d\phi}{dt}$$

$$|e| = \frac{d}{dt}\left[\frac{\mu_0 Ir}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l}{a}\right)\right]$$

$$|e| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l}{a}\right)\frac{dr}{dt}$$

$$|e| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l}{a}\right)v$$

$$|e| = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi} \ln\left(\frac{a+l}{a}\right)$$

ច្បាប់អូម

$$|e| = Ri \Rightarrow i = \frac{|e|}{R} = \frac{\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)}{R} = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi R}\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)$$

② រកកម្លាំងអេឡិចត្រូម៉ាញេទិចដែលអនុវត្តលើរបារ PQ

កម្លាំងអេឡិចត្រូម៉ាញេទិចដែលអនុវត្តលើរបារ PQ ត្រឹមប្រវែង dx

$$dF = Bidx$$

$$dF = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\times\frac{\mu_0 Iv}{2\pi R}\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)dx$$

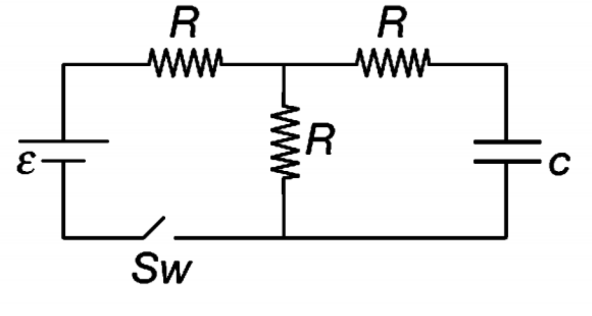
$$dF = \frac{v}{R}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)\frac{dx}{x}$$

$$F = \frac{v}{R}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)\int_a^{a+l}\frac{dx}{x}$$

$$F = \frac{v}{R}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\right)^2\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)$$

$$\Rightarrow F = \frac{v}{R}\left[\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{a+l}{a}\right)\right]^2$$

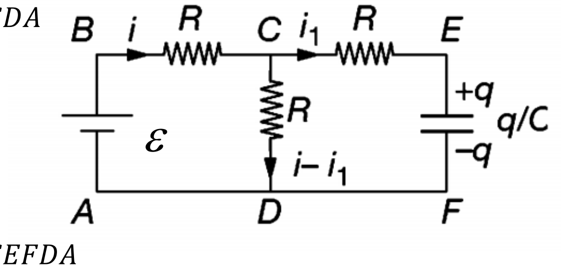
119. នៅខណៈដើម កាប៉ាស៊ីតេមិនត្រូវបានគេផ្ទុកនោះទេ។ ចូររកបន្ទុកអគ្គិសនីដែលផ្ទុកលើកាប៉ាស៊ីតេជាអនុគមន៍នៃពេល ប្រសិនបើកុងតាក់ត្រូវបានគេបិទនៅ $t = 0$។



ចម្លើយ

- រកបន្ទុកអគ្គិសនីដែលផ្ទុកលើកាប៉ាស៊ីតេជាអនុគមន៍នៃពេល

អនុវត្តច្បាប់គៀរឆូហ្វចំពោះវង់ $ABCDA$



$$-\varepsilon + Ri + R(i - i_1) = 0$$

$$-\varepsilon + Ri + Ri - Ri_1 = 0$$

$$-\varepsilon + 2Ri - Ri_1 = 0 (1)$$

អនុវត្តច្បាប់គៀរឆូហ្វចំពោះវង់ $ABCEFDA$

$$-\varepsilon + Ri + Ri_1 + \frac{q}{C} = 0 (2)$$

យក $-2(2)+(1)$

$$\varepsilon - 3Ri_1 - \frac{2q}{C} = 0$$

$$\varepsilon - 3R\frac{dq}{dt} - \frac{2q}{C} = 0$$

$$3R\frac{dq}{dt} = \frac{2q}{C} - \varepsilon$$

$$3R\frac{dq}{dt} = \frac{2q - \varepsilon C}{C}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{2q - \varepsilon C}{3RC}$$

$$\frac{dq}{2q - \varepsilon C} = \frac{dt}{3RC}$$

$$\int_0^q \frac{dq}{2q - \varepsilon C} = \int_0^t \frac{dt}{3RC}$$

តាង $U = 2q - \varepsilon C \to dU = 2dq \Rightarrow dq = \frac{dU}{2}$

$$\Leftrightarrow \int_0^q \frac{dU}{2U} = \int_0^t \frac{dt}{3RC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\ln U\right]_0^q = \frac{1}{3RC}\left[t\right]_0^t$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\ln\left(2q - \varepsilon C\right)\right]_0^q = \frac{1}{3RC}\left[t\right]_0^t$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\ln\left(2q - \varepsilon C\right) - \ln\left(-\varepsilon C\right)\right] = \frac{t}{3RC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln\frac{\left(2q - \varepsilon C\right)}{\left(-\varepsilon C\right)} = \frac{t}{3RC}$$

$$\Leftrightarrow \ln\frac{\left(2q - \varepsilon C\right)}{\left(-\varepsilon C\right)} = \frac{2t}{3RC}$$

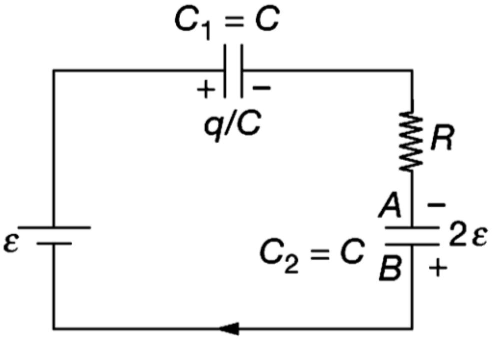
$$\Leftrightarrow \frac{\left(2q - \varepsilon C\right)}{\left(-\varepsilon C\right)} = e^{\frac{2t}{3RC}}$$

$$\Leftrightarrow 2q - \varepsilon C = -\varepsilon C e^{\frac{2t}{3RC}}$$

$$\Leftrightarrow 2q = \varepsilon C\left(1 - e^{\frac{2t}{3RC}}\right)$$

$$\Rightarrow q = \frac{\varepsilon C}{2}\left(1 - e^{\frac{2t}{3RC}}\right)$$

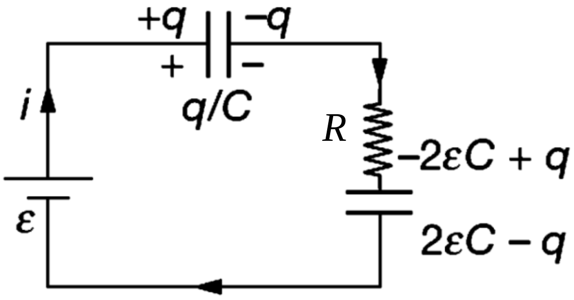
120. ដូចបង្ហាញក្នុងរូប ចូររកអាំងតង់ស៊ីតេចរន្តជាអនុគមន៍នៃពេលនិងបន្ទុកអគ្គិសនីផ្ទុកលើកាប៉ាស៊ីតេ C_1 ព្រមទាំងគូសក្រាភិចនៃបន្ទុកអគ្គិសនីដែលផ្ទុកលើកាប៉ាស៊ីតេ C_2ជាអនុគមន៍នៃពេល។



ចម្លើយ

- រកអាំងតង់ស៊ីតេចរន្តជាអនុគមន៍នៃពេលនិងគូសក្រាភិចនៃបន្ទុកអគ្គិសនីដែលផ្ទុកលើកាប៉ាស៊ីតេ C_2

អនុវត្តច្បាប់គៀរឆុហ្វ



$$-\varepsilon+\frac{q}{C}+Ri+\frac{-2\varepsilon C+q}{C}=0$$

$$-\varepsilon+\frac{q}{C}+R\frac{dq}{dt}+\frac{-2\varepsilon C+q}{C}=0$$

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{-2\varepsilon C+2q}{C}-\varepsilon=0$$

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{-2\varepsilon C+2q-\varepsilon C}{C}=0$$

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{2q-3\varepsilon C}{C}=0$$

$$R\frac{dq}{dt}=-\frac{2q-3\varepsilon C}{C}$$

$$\frac{dq}{dt}=-\frac{2q-3\varepsilon C}{RC}$$

$$\frac{dq}{2q-3\varepsilon C}=-\frac{dt}{RC}$$

តាង $U=2q-3\varepsilon C\rightarrow dU=2dq$

យើងបាន

$$dq=\frac{dU}{2}$$

$$\Leftrightarrow\int_0^q\frac{\frac{dU}{2}}{U}=-\int_0^t\frac{dt}{RC}$$

$$\Leftrightarrow\int_0^q\frac{dU}{2U}=-\int_0^t\frac{dt}{RC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\ln U\right]_0^q = \frac{1}{3RC}\left[t\right]_0^t$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\ln\left(2q-3\varepsilon C\right)\right]_0^q = -\frac{1}{RC}\left[t\right]_0^t$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[\ln\left(2q-3\varepsilon C\right)-\ln\left(-3\varepsilon C\right)\right] = -\frac{t}{RC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln\frac{\left(2q-3\varepsilon C\right)}{\left(-3\varepsilon C\right)} = -\frac{t}{RC}$$

$$\Leftrightarrow \ln\frac{\left(2q-3\varepsilon C\right)}{\left(-3\varepsilon C\right)} = -\frac{2t}{RC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(2q-3\varepsilon C\right)}{\left(-3\varepsilon C\right)} = e^{-\frac{2t}{RC}}$$

$$\Leftrightarrow 2q-3\varepsilon C = -3\varepsilon C e^{-\frac{2t}{RC}}$$

$$\Leftrightarrow 2q = 3\varepsilon C\left(1-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

$$\Rightarrow q = \frac{3\varepsilon C}{2}\left(1-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

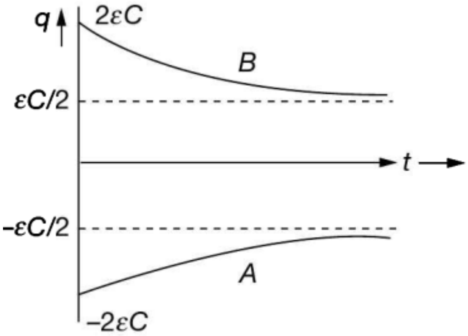
$$\Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{3}{2}\varepsilon C\left(1-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\right] = \frac{3\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

បន្ទុកផ្ទុកលើបន្ទះ A និង B

$$q_A = q-2\varepsilon C = \frac{3}{2}\varepsilon C\left(1-e^{-\frac{2t}{RC}}\right)-2\varepsilon C = -\frac{\varepsilon C}{2}\left(1+3e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

$$q_B = 2\varepsilon C-q = 2\varepsilon C-\frac{3}{2}\varepsilon C\left(1-e^{-\frac{2t}{RC}}\right) = \frac{\varepsilon C}{2}\left(1+3e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

ក្រាភិច



121. ពិនិត្យផ្ទៃស្វ៊ែមួយមានកាំ 4 m ដែលមានផ្ចិតនៅត្រង់គល់ O។ ចំនុចបន្ទុក $+q$ និង $-2q$ ត្រូវបានគេដាក់នៅត្រង់ចំនុច $A(2\text{ m},0,0)$ និង $B(8\text{ m},0,0)$រៀងគ្នា។ ចូរបង្ហាញថាគ្រប់ចំនុចទាំងអស់នៅលើផ្ទៃនៃស្វ៊ែមានប៉ូតង់ស្យែលស្មើសូន្យ។

<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថាគ្រប់ចំនុចទាំងអស់នៅលើផ្ទៃនៃស្វ៊ែមានប៉ូតង់ស្យែលស្មើសូន្យ

  តាង $P(x,y,z)$ ជាចំនុចទាំងអស់នៅលើផ្ទៃនៃស្វ៊ែ

  យើងបានសមីការ $x^2+y^2+z^2=R^2=4^2=16$

  ចម្ងាយពីបន្ទុកទៅចំនុច P

$$PA=\sqrt{(x-2)^2+y^2+z^2}$$

$$PB=\sqrt{(x-8)^2+y^2+z^2}$$

  ប៉ូតង់ស្យែលត្រង់ចំនុច P

$$V_P=V_A+V_B$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{PA}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_B}{PB}$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{PA}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{PB}$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{(x-2)^2+y^2+z^2}}-\frac{2q}{\sqrt{(x-8)^2+y^2+z^2}}\right)$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+4-4x}}-\frac{2q}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+64-16x}}\right)$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{16+4-4x}}-\frac{2q}{\sqrt{16+64-16x}}\right)$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{20-4x}}-\frac{2q}{\sqrt{80-16x}}\right)$$

$$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\sqrt{20-4x}}-\frac{q}{\sqrt{20-4x}}\right)=0$$

122. កម្លាំងអន្តរកម្មរវាងចំនុចបន្ទុកពីរ q_1 និង q_2 ដាក់នៅចម្ងាយពីគ្នា r គឺ $F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$ ដែល k ជាចំនួនថេរ។ ចូររកថាមពលប៉ូតង់ស្យែលរបស់ប្រព័ន្ធបន្ទុក។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកថាមពលប៉ូតង់ស្យែលរបស់ប្រព័ន្ធបន្ទុក

កម្លាំងរក្សា $F = -\dfrac{dU}{dr}$

$$\frac{kq_1q_2}{r^2} = -\frac{dU}{dr}$$

$$dU = -\frac{kq_1q_2}{r^2}dr$$

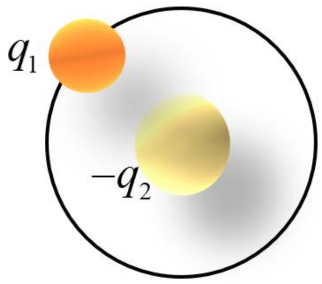
$$U = -kq_1q_2\int_0^r \frac{dr}{r^2}$$

$$U = \frac{kq_1q_2}{r}$$

123. ភាគល្អិតមួយមានម៉ាស m ផ្ទុកអគ្គិសនី q_1 កំពុងវិលជុំវិញបន្ទុកនៅស្ងៀម $-q_2$ មួយលើគន្លងជារង្វង់មានកាំ r។ ចូររកខួបនៃរង្វិលនិងល្បឿនរបស់ភាគល្អិត។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកខួបនៃរង្វិលនិងល្បឿនរបស់ភាគល្អិត



ភាគល្អិតរងនូវកម្លាំងអគ្គិសនីមាននាទីជា កម្លាំងចូលផ្ចិត $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{|-q_1q_2|}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r}$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = mv^2$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = m(r\omega)^2$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = mr^2\omega^2$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = mr^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = \frac{4\pi^2mr^2}{T^2}$$

$$\frac{1}{T^2} = \frac{q_1q_2}{16\pi^3m\varepsilon_0r^3}$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{16\pi^3m\varepsilon_0r^3}{q_1q_2}} = 4\pi r\sqrt{\frac{\pi mr\varepsilon_0}{q_1q_2}}$$

សរសេរឡើងវិញ

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} = mv^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{q_1q_2}{4\pi m\varepsilon_0}}$$

124. ប្រូតុងមួយនិងភាគល្អិត α មួយផ្លាស់ទីកែងទៅនឹងដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋាន។ ម៉ាសរបស់ភាគល្អិត α ស្មើនឹងបួនដងនៃម៉ាសរបស់ប្រូតុងហើយបន្ទុករបស់វាស្មើនឹងពីរដងនៃបន្ទុករបស់ប្រូតុង។ ចូររកផលធៀបកាំកំណោងរបស់ប្រូតុងនិងភាគល្អិត α ក្នុងលក្ខ័ណ្ឌខាងក្រោម:

① មានល្បឿនស្មើគ្នា។

② មានបរិមាណចលនាស្មើគ្នា។

③ មានថាមពលស៊ីនេទិចស្មើគ្នា។

④ ស្ទុះឆ្លងកាត់ផលសងប៉ូតង់ស្យែលដូចគ្នា។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកផលធៀបកាំកំណោងរបស់ប្រូតុងនិងភាគល្អិត α

ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$F = ma$$

$$|q|vB = m\frac{v^2}{R}$$

$$|q|B = m\frac{v}{R}$$

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

$$\rightarrow R_p = \frac{m_p v_p}{q_p B}$$

$$\rightarrow R_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha}{q_\alpha B}$$

បម្រាប់ $\frac{m_\alpha}{m_p} = 4$

$$\frac{q_\alpha}{q_p} = 2$$

ផលធៀបកាំកំណោង

$$\frac{R_p}{R_\alpha} = \frac{\frac{m_p v_p}{q_p B}}{\frac{m_\alpha v_\alpha}{q_\alpha B}} = \frac{m_p v_p}{q_p B} \times \frac{q_\alpha B}{m_\alpha v_\alpha} = \frac{m_p q_\alpha v_p}{m_\alpha q_p v_\alpha} = \frac{v_p}{2v_\alpha}$$

① មានល្បឿនស្មើគ្នា $v_p = v_\alpha$

$$\Rightarrow \frac{R_p}{R_\alpha} = \frac{1}{2}$$

② មានបរិមាណចលនាស្មើគ្នា

$$m_p v_p = m_\alpha v_\alpha$$

$$\frac{v_p}{v_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_p} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{R_p}{R_\alpha} = 2$$

③ មានថាមពលស៊ីនេទិចស្មើគ្នា

$$\frac{1}{2} m_p {v_p}^2 = \frac{1}{2} m_\alpha {v_\alpha}^2$$

$$m_p {v_p}^2 = m_\alpha {v_\alpha}^2$$

$$\left(\frac{v_p}{v_\alpha}\right)^2 = \frac{m_\alpha}{m_p}$$

$$\frac{v_p}{v_\alpha} = \sqrt{\frac{m_\alpha}{m_p}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{R_p}{R_\alpha} = 1$$

④ ស្ទុះឆ្លងកាត់ផលសងប៉ូតង់ស្យែលដូចគ្នា

$$K = qV$$

$$\bullet \frac{1}{2} m_p {v_p}^2 = q_p V$$

$$\bullet \frac{1}{2} m_\alpha {v_\alpha}^2 = q_\alpha V$$

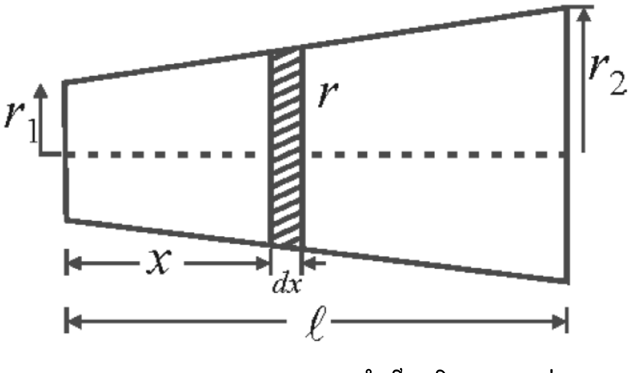
$$\frac{m_p {v_p}^2}{m_\alpha {v_\alpha}^2} = \frac{q_p}{q_\alpha}$$

$$\left(\frac{v_p}{v_\alpha}\right)^2 = \frac{m_\alpha q_p}{m_p q_\alpha}$$

$$\left(\frac{v_p}{v_\alpha}\right)^2 = 2 \rightarrow \frac{v_p}{v_\alpha} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_p}{R_\alpha} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

125. ពិនិត្យខ្សែចម្លងមួយមានប្រវែង ℓ មាន កាំ r_1 និង r_2 នៅផ្នែកខាងចុង។ ចូររក រេស៊ីស្តង់នៃខ្សែចម្លង។



<u>ចម្លើយ</u>

- រករេស៊ីស្តង់នៃខ្សែចម្លង

ធាតុនៃរេស៊ីស្តង់

$$dR = \rho\frac{dx}{A}$$

$$dR = \rho\frac{dx}{\pi r^2}$$

កាំ $r = r_1 + \left(\frac{r_2 - r_1}{\ell}\right)x$

យើងបាន

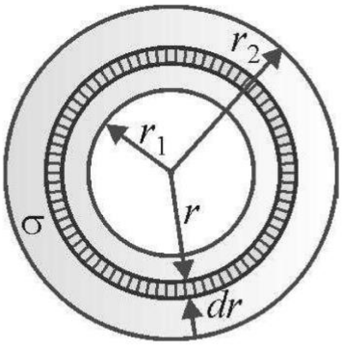
$$dR = \frac{\rho dx}{\pi\left[r_1 + \left(\frac{r_2 - r_1}{\ell}\right)x\right]^2}$$

$$\Rightarrow R = \int_0^{\ell}\frac{\rho dx}{\pi\left[r_1 + \left(\frac{r_2 - r_1}{\ell}\right)x\right]^2} = \frac{\rho\ell}{\pi r_1 r_2}$$

126. តំបន់ចន្លោះកណ្តាលស្វ៊ែពីរមានកាំ r_1 និង r_2 ត្រូវបានបំពេញដោយសារធាតុចម្លងមួយដែលមានកម្រិតចម្លង σ។ ចូររករេស៊ីស្តង់ចន្លោះស្វ៊ែទាំងពីរ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រករេស៊ីស្តង់ចន្លោះស្វ៊ែទាំងពីរ



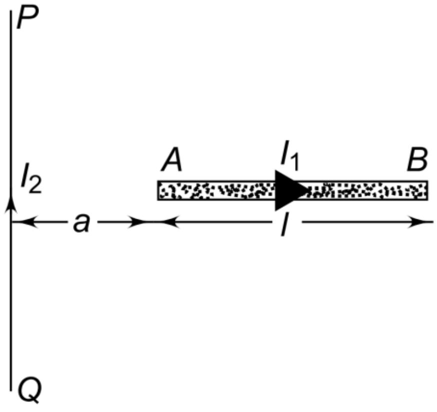
ធាតុនៃរេស៊ីស្តង់

$$dR = \rho\frac{dx}{A}$$

$$dR = \frac{1}{\sigma}\frac{dx}{4\pi r^2}$$

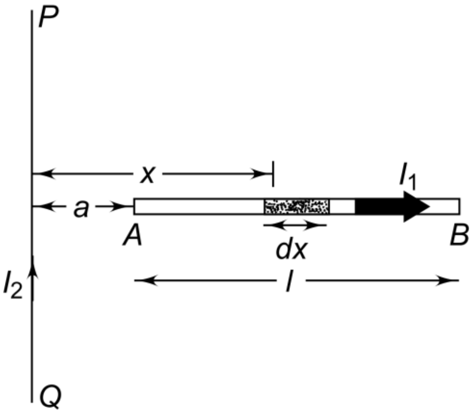
$$\Rightarrow R = \int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{\sigma}\frac{dx}{4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dx}{r^2} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi\sigma r_2 r_1}$$

127. របារស្រាល AB មួយមានប្រវែង l ឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I_1។ វាត្រូវបានគេដាក់ក្នុងដែនម៉ាញេទិចដែលបង្កើតខ្សែចម្លងត្រង់ PQ ឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I_2 ដូចរូប។ ចូររកកម្លាំងអន្តរកម្មរវាងរបារ AB និងខ្សែចម្លង PQ ។



<u>ចម្លើយ</u>

- *រកកម្លាំងអន្តរកម្មរវាងរបាររបារ AB និងខ្សែចម្លង PQ ។*
  ពិនិត្យប្រវែងតូច dx ដែលនៅចម្ងាយ x ពីខ្សែចម្លង PQ។ ដែនម៉ាញេទិចបង្កើតដោយខ្សែចម្លង PQ នៅចម្ងាយ x



$$B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x}$$

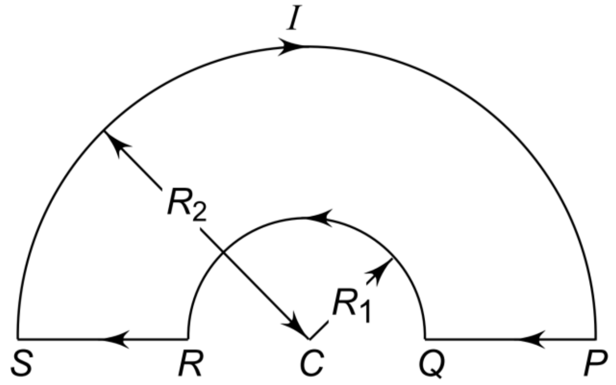
កម្លាំងអន្តរកម្ម $F = \int dF = \int BI_1 dx$

$$F = \int \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x} I_1 dx$$

$$F = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi} \int_a^{a+l} \frac{dx}{x}$$

$$F = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$$

128. *ស៊ុមខ្សែចម្លង $PQRSP$ ផ្សំឡើងដោយខ្សែចម្លងកន្លះរង្វង់ចំនួនពីរមានកាំ R_1 និង R_2 ឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I ដូចរូប។ ចូររកដែនម៉ាញេទិចផ្ចុបត្រង់ផ្ចិត C។*



<u>ចម្លើយ</u>

- *រកដែនម៉ាញេទិចផ្ចុបត្រង់ផ្ចិត C*
  ដោយចរន្តត្រង់លើខ្សែ RS និង PQ មិនបានបង្កើតដែនម៉ាញេទិចត្រង់ផ្ចិត C ទេ។

ដែនម៉ាញេទិចបង្កើតដោយចរន្តវង់លើខ្សែ QR និង SP

$$\oplus B_{QR}=\frac{\mu_0 I}{4R_1}$$

$$\oplus B_{SP}=\frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

ដែនម៉ាញេទិចផ្គួបត្រង់ផ្ចិត C

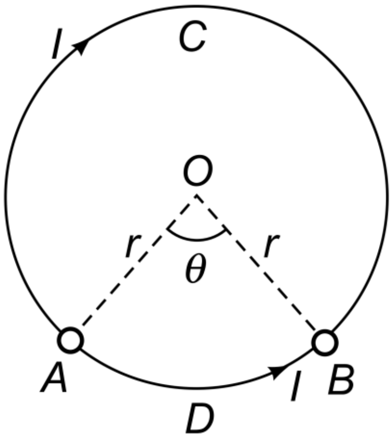
$$\vec{B}=\vec{B}_{QR}+\vec{B}_{SP}$$

$$B=B_{QR}-B_{SP}$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4R_1}-\frac{\mu_0 I}{4R_2}$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

129. ចរន្តថេរ I រត់កាត់ធ្នូរង្វង់នៃខ្សែចម្លង ACB និង ADB ដែលមានកាំ r ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ប្រសិនបើ $\theta = 60°$ ចូររកដែនម៉ាញេទិចផ្គួបត្រង់ផ្ចិត O។



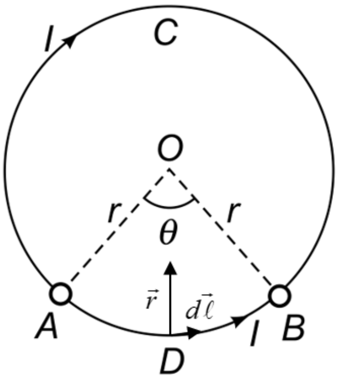
<u>ចម្លើយ</u>

- រកដែនម៉ាញេទិចផ្គួបត្រង់ផ្ចិត O

ច្បាប់ $Boit-Savart-Laplace$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left(d\vec{\ell}\times\vec{r}\right)}{r^3}$$

យើងបាន



$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell r\sin\theta}{r^3}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell\sin\theta}{r^2}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell}{r^2}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ird\theta}{r^2}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\theta}{r}$$

$$B=\int dB$$

$$B=\int_0^{\theta}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\theta}{r}$$

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\theta}{r}$$

ដែនម៉ាញេទិចបង្កើតដោយចរន្តរត់លើធ្នូ ADB

$$B_{ADB}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\theta}{r}$$

ដែនម៉ាញេទិចបង្កើតដោយចរន្តរត់លើធ្នូ ACB

$$B_{ACB}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(2\pi-\theta)}{r}$$

ដែនម៉ាញេទិចផ្ចិតត្រង់ផ្ចិត O

$$\vec{B}=\vec{B}_{ADB}+\vec{B}_{ACB}$$

យើងបាន $B=B_{ACB}-B_{ADB}$

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(2\pi-\theta)}{r}-\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\theta}{r}$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(2\pi-2\theta)$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\pi-\theta)$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{3r}$$

130. របារលោហៈមួយមានរាងជាស៊ីឡាំងនិងមានកាំ R ហើយឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I។ ល្បឿនបម្លាស់ទីរបស់អេឡិចត្រុងសេរីនៅចម្ងាយ $r(<R)$ពីអ័ក្សនៃរបារឲ្យដោយ $v=v_0\left(1+\frac{r}{R}\right)$ ដែល v_0 ជាចំនួនថេរ។ ចូររកល្បឿនបម្លាស់ទីមធ្យមរបស់អេឡិចត្រុងដែលផ្លាស់ទីក្នុងរបារលោហៈ។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនបម្លាស់ទីមធ្យមរបស់អេឡិចត្រុងដែលផ្លាស់ទីក្នុងរបារលោហៈ

ចរន្តអគ្គិសនីរត់ក្នុងរបារចម្លង

$$I=\frac{q}{t}$$

$$I=\frac{Ne}{t}$$

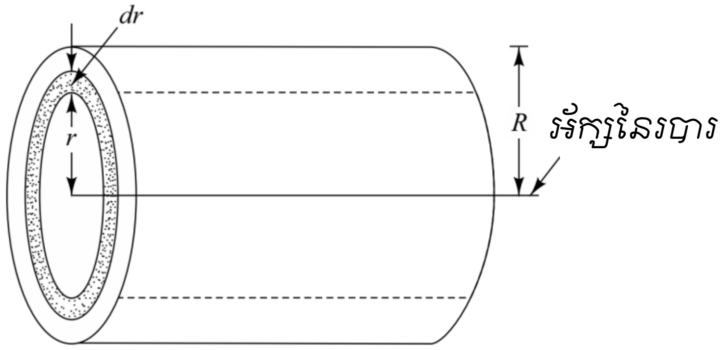
$$I=\frac{nVe}{t}$$

$$I=\frac{nALe}{t}$$

$$I=\frac{nAv_d te}{t}$$

$I=nAv_d e(1)$ ដែល v_d ជាល្បឿនរបស់អេឡិចត្រុងគិតជាមធ្យម

ពិនិត្យកម្រាស់ dr នៅចម្ងាយ r ពីអ័ក្សនៃរបារ



ធាតុចរន្ត

$$dI = ndAve$$

$$dI = envdA$$

$$dI = env_0\left(1+\frac{r}{R}\right)(2\pi rdr)$$

$$dI = \frac{2\pi env_0 Rrdr + 2\pi env_0 r^2 dr}{R}$$

$$dI = \frac{2\pi env_0}{R}\left(Rrdr + r^2 dr\right)$$

$$\to I = \int dI = \frac{2\pi env_0}{R}\int_0^R \left(Rr + r^2\right)dr$$

$$\to I = \frac{2\pi env_0}{R}\left[\frac{R^3}{2}+\frac{R^3}{3}\right]_0^R = \frac{2\pi env_0}{R}\left(\frac{R^3}{2}+\frac{R^3}{3}\right)$$

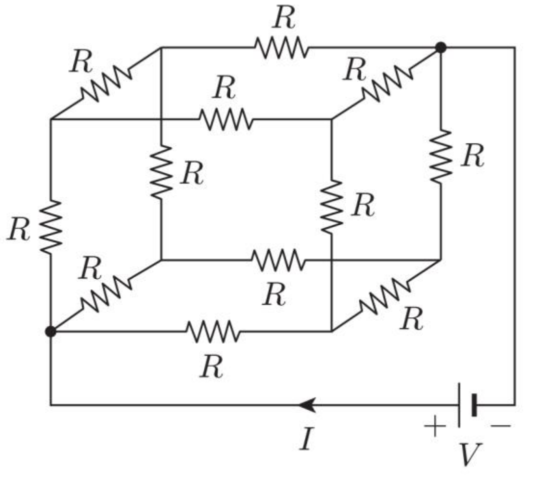
$$\to I = \frac{2\pi env_0}{R}\left(\frac{3R^3+2R^3}{6}\right) = \frac{5en\pi R^2 v_0}{3}$$

$$\to I = \frac{5enAv_0}{3} \quad (2)$$

វាង $I = nAv_d e$

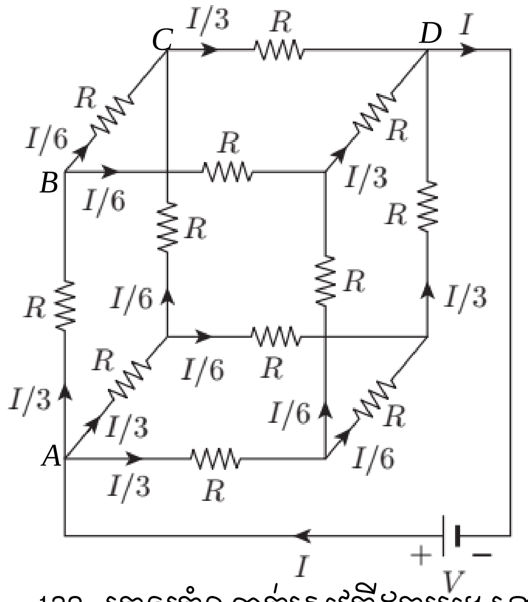
យើងបាន $v_d = \frac{5v_0}{3}$

131. រេស៊ីស្តង់ $R = 1\Omega$ ត្រូវបានគេតភ្ជាប់គ្នាជា ទម្រង់គូបដូចរូប។ ចូររករេស៊ីស្តង់សមមូល ចូររករេស៊ីស្តង់សមមូលនៃបង្គុំ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រករេស៊ីស្តង់សមមូលនៃបង្គុំ



ច្បាប់បូកតង់ស្យុងក្នុងវង់ $ABCDA$

$$V = \frac{I}{3}R + \frac{I}{6}R + \frac{I}{3}R$$

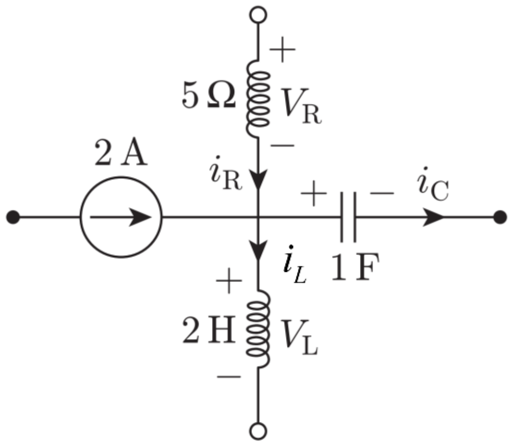
$$V = \frac{2IR + IR + 2IR}{6}$$

$$V = \frac{5IR}{6} = \frac{5I}{6}$$

$$\frac{V}{I} = \frac{5}{6}$$

$$R_{eq} = \frac{5}{6}\Omega$$

132. គេឲ្យកំណាត់សៀគ្វីដូចរូប។ នៅ $V_R = 5\text{V}, V_C = 4\sin 2t$ ចូររក V_L។



<u>ចម្លើយ</u>

- រក V_L

ច្បាប់ថ្នាំង

$$2 + i_R = i_L + i_C$$

$$2 + i_R - i_L - i_C = 0$$

$$2 + \frac{V_R}{R} - i_L - \frac{dq}{dt} = 0$$

$$2 + \frac{V_R}{R} - i_L - \frac{d(CV_C)}{dt} = 0$$

$$2 + \frac{V_R}{R} - i_L - C\frac{d(V_C)}{dt} = 0$$

$$2 + \frac{5}{5} - i_L - 1\frac{d(4\sin 2t)}{dt} = 0$$

$$3 - i_L - 8\cos 2t = 0$$

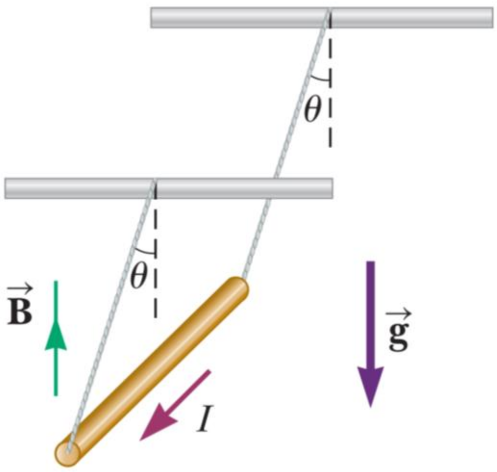
$$\rightarrow i_L = 3 - 8\cos 2t$$

តង់ស្យុង(កម្លាំងអគ្គិសនីចលករអាំងឌុី)

$$V_L = L\frac{di_L}{dt} = 2\frac{d}{dt}(3 - 8\cos 2t)$$

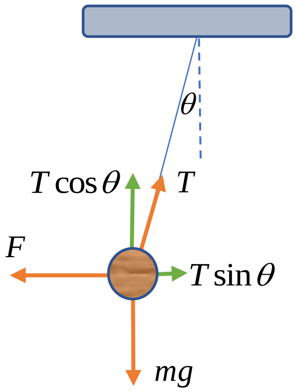
$$V_L = 32\sin 2t$$

133. របារលោហៈមួយមានម៉ាសក្នុងមួយខ្នាតប្រវែង λ ឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I ។ របារត្រូវបានគេព្យួរដោយខ្សែពីរក្នុងដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋានតាមទិសឈរដូចរូប។ ក្នុងលក្ខខ័ណ្ឌលំនឹង ខ្សែនីមួយៗបង្កើតបានមុំ θ ជាមួយទិសឈរ។ ចូរកំណត់ទំហំដែនម៉ាញេទិច។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់ទំហំដែនម៉ាញេទិច



លក្ខខ័ណ្ឌលំនឹង

$$\sum F_x = T\sin\theta - F = 0$$

$$T\sin\theta - BIL = 0$$

$$T\sin\theta = BIL (1)$$

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$

$$T\cos\theta = mg (2)$$

យក $(1)/(2)$

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{BIL}{mg}$$

$$\tan\theta = \frac{BIL}{mg}$$

$$B = \frac{mg\tan\theta}{IL}$$

ម៉ាសក្នុងមួយខ្នាតប្រវែង

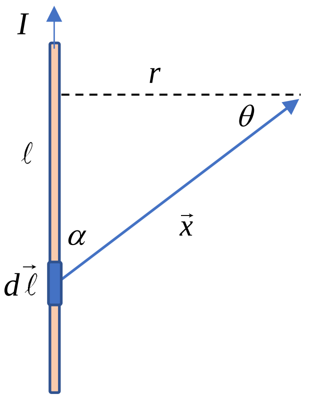
$$\lambda = \frac{m}{L}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\lambda g\tan\theta}{I}$$

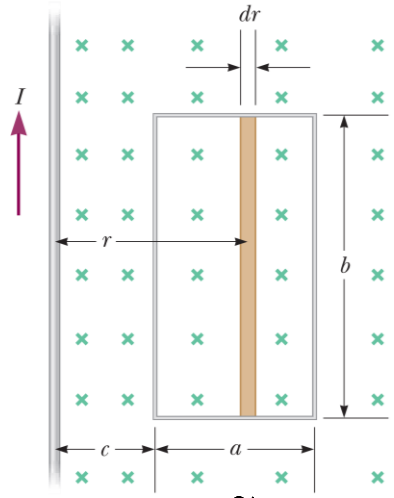
134. ស៊ុមរាងចតុកោណកែងមួយមានទទឹង a និងបណ្តោយ b ត្រូវបានដាក់នៅក្បែរខ្សែចម្លងវែងមួយដែលឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I។ ចម្ងាយរវាងខ្សែចម្លងនិងគែមនៃស៊ុមដែលជិតបំផុតគឺ c។ ខ្សែចម្លងត្រូវបានគេដាក់ឲ្យស្របទៅនឹងគែមបណ្តោយនៃស៊ុម។ ចូររកភ្លុចម៉ាញេទិចឆ្លងកាត់ស៊ុមដែលបង្កើតដោយចរន្តក្នុងខ្សែចម្លង។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកភ្លុចម៉ាញេទិចដែលបង្កើតដោយចរន្តក្នុងខ្សែចម្លង ដែនម៉ាញេទិចបង្កើតដោយចរន្តត្រង់(មើលរូបទី១)



រូបទី១



រូបទី២

ច្បាប់ $Boit-Savart-Laplace$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left(d\vec{\ell}\times\vec{x}\right)}{x^3}$$

យើងបាន

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell x\sin\alpha}{x^3}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell\sin\alpha}{x^2}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\ell\sin\alpha}{x^2}$$

ដោយ

$$\oplus x=\frac{r}{\cos\theta}$$

$$\oplus\tan\theta=\frac{r}{\ell}\rightarrow\ell=\frac{r}{\tan\theta}$$

$$\rightarrow d\ell=r\sec^2\theta d\theta$$

យើងបាន

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ir\sec^2\theta d\theta\cos\theta}{\left(\frac{r}{\cos\theta}\right)^2}$$

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\theta d\theta}{r}$$

ដែនម៉ាញេទិចសរុបបង្កើតដោយចរន្តត្រង់ក្នុងខ្សែចម្លងប្រវែង ∞ នោះ
មុំ θ ប្រែប្រួលពី $-\frac{\pi}{2}$ ទៅ $\frac{\pi}{2}$

យើងបាន

$$B = \int dB$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} 2\sin\frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

ធាតុភ្លុចម៉ាញេទិច

$$d\phi = BdA$$

$$d\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} bdr$$

ភ្លុចម៉ាញេទិចសរុប

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_C^{a+C}\frac{dr}{r}$$

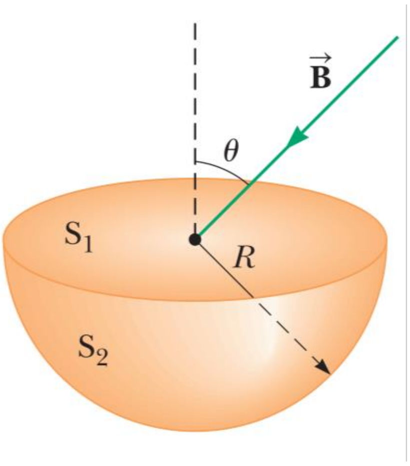
$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\left[\ln r\right]_C^{a+C}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\left[\ln(a+C) - \ln C\right]$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(\frac{a+C}{C}\right)$$

$$\phi = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(\frac{a}{C}+1\right)$$

135. ពិនិត្យកន្លះស្វ៊ែមានផ្ទៃបិទជិតដូចរូប។ កន្លះស្វ៊ែស្ថិតនៅក្នុងដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋានដែលបង្កើតបានមុំ θ ជាមួយទិសឈរ។ ចូរកំណត់ភ្លុចម៉ាញេទិចឆ្លងកាត់:① ផ្ទៃ S_1។ ② ផ្ទៃកន្លះស្វ៊ែ S_2។



ចម្លើយ

- កំណត់ភ្លុចម៉ាញេទិចឆ្លងកាត់

① ផ្ទៃ S_1

$$\phi_1 = BA\cos\left(180^\circ - \theta\right) = -B\pi R^2\cos\theta$$

② ផ្ទៃកន្លះស្វ៊ែ S_2

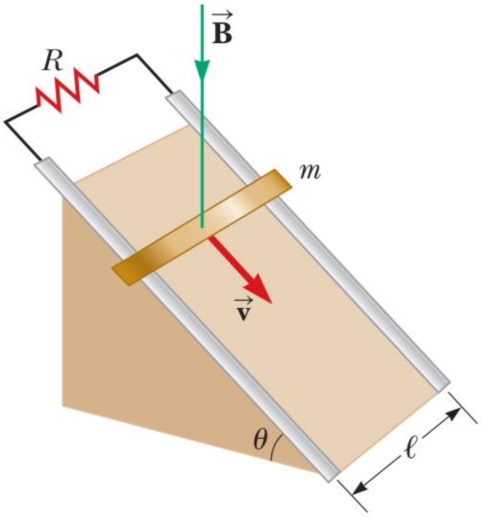
ភ្លុចម៉ាញេទិចឆ្លងកាត់ផ្ទៃបិទមានតម្លៃស្មើសូន្យ

$$\phi_1 + \phi_2 = 0$$

$$-B\pi R^2\cos\theta + \phi_2 = 0$$

$$\Rightarrow \phi_2 = B\pi R^2\cos\theta$$

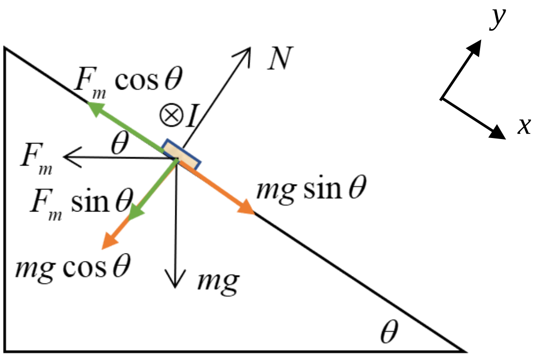
136. រូបខាងស្តាំបង្ហាញពីរបារមួយមានម៉ាស m ដែលអាចរអិលដោយគ្មានកកិតលើកំណាត់ដែកពីរដាក់ស្របគ្នានៅចម្ងាយ ℓ ហើយស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរដែលបង្កើតបានមុំ θ ធៀបនឹងដី។ រេស៊ីស្ទ័រមានរេស៊ីស្តង់ R និងដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋាន B មានទិសដៅត្រង់ចុះក្រោមកែងនឹងដី។ ចូររកល្បឿនថេរ v របស់របារដែលរអិលតាមបណ្តោយកំណាត់ដែកទាំងពីរ។



ចម្លើយ

- រកល្បឿនថេរ v របស់របារ

  ➢ របៀបទី១



កម្លាំងអគ្គិសនីចលករ

$$|\varepsilon| = B_\perp v\ell = B\cos\theta v\ell$$

ច្បាប់អូម

$$|\varepsilon| = RI \to I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{B\cos\theta v\ell}{R}$$

កម្លាំងម៉ាញេទិច

$$F_m = BI\ell = \frac{B^2 v\ell^2\cos\theta}{R}$$

ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$\sum F_x = mg\sin\theta - F_m\cos\theta = ma$$

$$mg\sin\theta - \frac{B^2\ell^2\cos\theta^2 v}{R} = 0, \left(v = \text{const} \to a = 0\right)$$

$$\frac{B^2\ell^2\cos\theta^2 v}{R} = mg\sin\theta$$

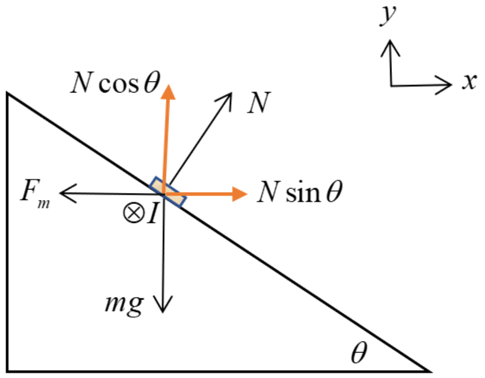
$$\Rightarrow v = \frac{mg\sin\theta R}{B^2\ell^2\cos\theta^2}$$

➢ របៀបទី២

ច្បាប់ទី២ញូតុន

របារមិនមានចលនាតាមអ័ក្ស

អាប់ស៊ីសនិងអ័ក្សអរដោនេទេ



$$\sum F_x = N\sin\theta - F_m = 0$$

$$N\sin\theta = \frac{B^2 v\ell^2 \cos\theta}{R} (1)$$

$$\sum F_y = N\cos\theta - mg = 0$$

$$N\cos\theta = mg (2)$$

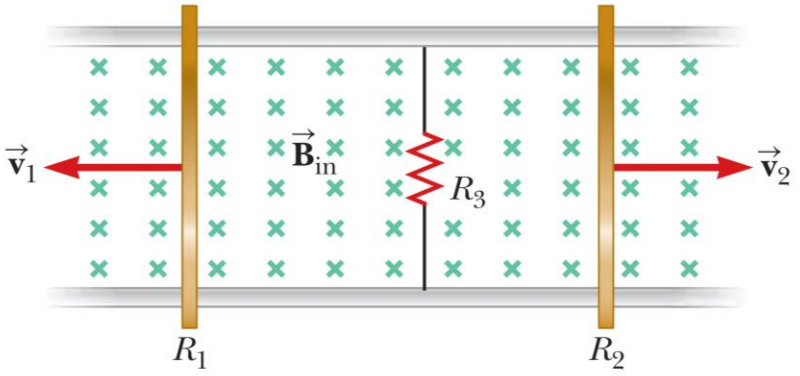
យក $(1)/(2)$

$$\frac{N\sin\theta}{N\cos\theta} = \frac{\frac{B^2 v\ell^2\cos\theta}{R}}{mg}$$

$$\frac{B^2 v\ell^2\cos\theta}{R} = \frac{mg\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow v = \frac{mg\sin\theta R}{B^2\ell^2\cos\theta^2}$$

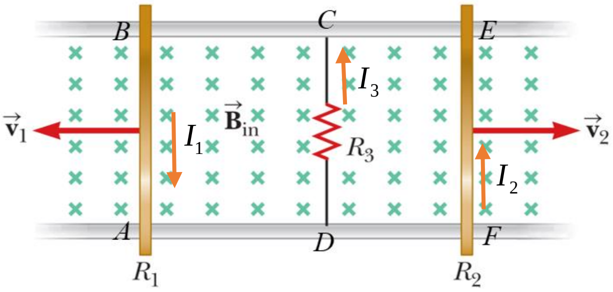
137. កំណាត់ដែកស្របគ្នាពីរ(មិនគិតរេស៊ីស្តង់ក្នុង)នៅចម្ងាយ ℓ ពីគ្នាហើយត្រូវបានគេភ្ជាប់ដោយរេស៊ីស្ទរមានរេស៊ីស្តង់ R_3។ សៀគ្វីអគ្គិសនី បិទដោយរបារលោហៈពីរដែលមានរេស៊ីស្តង់ក្នុង R_1និង R_2 កំពុងរអិលលើកំណាត់ដែកទាំងពីរដូចរូប។ របារទាំងពីរត្រូវបានគេទាញចេញពីរេស៊ីស្ទរដោយល្បឿនថេរ v_1និង v_2 រៀងគ្នា។ ដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋាន B ត្រូវបានប្រើហើយមានទិសដៅកែងនឹងប្លង់នៃកំណាត់ដែកទាំងពីរ។ ចូរគណនាអាំងតង់ស៊ីតេចរន្តអគ្គិសនីរត់កាត់រេស៊ីស្តង់ R_3។



<u>ចម្លើយ</u>

- គណនាអាំងតង់ស៊ីតេចរន្តអគ្គិសនីរត់កាត់រេស៊ីស្តង់ R_3

  អនុវត្ត KVL ចំពោះវង់ BADCB



$$-|\varepsilon_1| + R_1I_1 + R_3I_3 = 0$$
$$-Bv_1\ell + R_1I_1 + R_3I_3 = 0$$
$$R_1I_1 + R_3I_3 = Bv_1\ell (1)$$

អនុវត្ត KVL ចំពោះរង្វង់ DFECD

$$-|\varepsilon_2| + R_2I_2 - R_3I_3 = 0$$
$$-Bv_2\ell + R_2I_2 - R_3I_3 = 0$$
$$R_2I_2 - R_3I_3 = Bv_2\ell (2)$$

អនុវត្ត KCL ត្រង់ថ្នាំង D

$$I_1 = I_2 + I_3 (3)$$

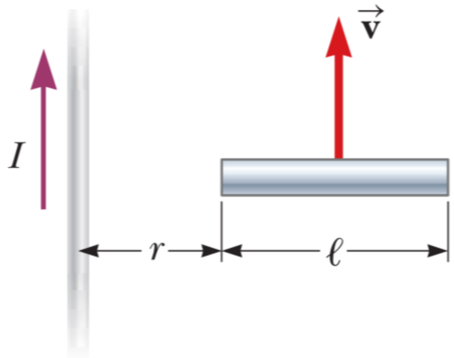
យក (3)ជួសក្នុង(1)

$$R_1(I_2 + I_3) + R_3I_3 = Bv_1\ell$$
$$R_1I_2 + R_1I_3 + R_3I_3 = Bv_1\ell$$
$$R_1I_2 + I_3(R_1 + R_3) = Bv_1\ell (4)$$

យក (2) និង (4) ចងជាប្រព័ន្ធសមីការ រួចធ្វើដំណោះស្រាយ

យើងបាន $I_3 = \dfrac{B\ell}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}(v_1R_2 - v_2R_1)$

138. របារស្មើសាច់មួយមានប្រវែង ℓ ផ្លាស់ទីវិចទ័រល្បឿន $\vec{v}$ ស្របទៅនឹងខ្សែចម្លងវែងមួយកំពុងឆ្លងកាត់ដោយចរន្ត I។ អ័ក្សនៃរបារត្រូវបានដាក់ឲ្យកែងទៅនឹងខ្សែចម្លងជាមួយនិងចម្ងាយនៅជិតបញ្ចប់ r ដូចរូប។ ចូរបង្ហាញថាទំហំនៃកម្លាំងអគ្គិសនីអូតូអាំងឌុចស្យុងក្នុងរបារគឺ $|\varepsilon| = \dfrac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\left(1 + \dfrac{\ell}{r}\right)$ ។

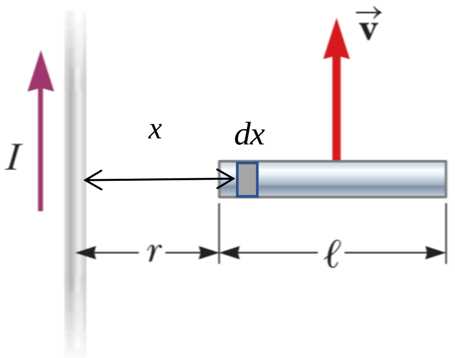


<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថាទំហំនៃកម្លាំងអគ្គិសនីអូតូអាំងឌុចស្យុងក្នុងរបារគឺ

$$|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\left(1 + \frac{\ell}{r}\right)$$

យក dx ជាធាតុប្រវែងនៃរបារនៅចម្ងាយ x ពីខ្សែចម្លង។



យើងបានធាតុកម្លាំងអគ្គិសនីអូតូអាំងឌុចស្យុងក្នុងរបារ

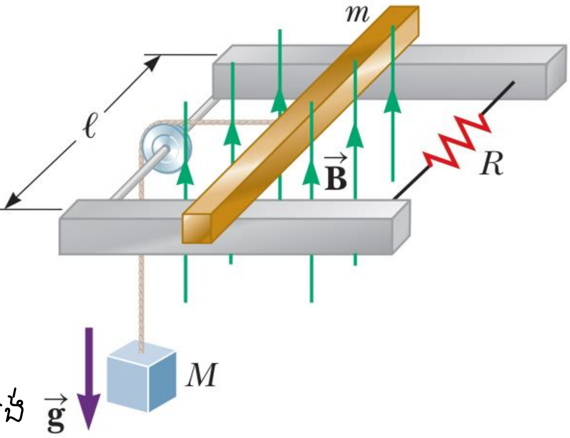
$$d\varepsilon = Bvdx$$

$$d\varepsilon = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} vdx$$

$$\Rightarrow |\varepsilon| = \int d\varepsilon = \int_r^{r+\ell} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} vdx$$

$$\Rightarrow |\varepsilon| = \frac{\mu_0 I v}{2\pi}[\ln x]_r^{r+\ell} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\left(1+\frac{\ell}{r}\right)$$

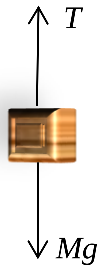
139. របារលោហៈមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានទាញតាមទិសដេកឲ្យឆ្លងកាត់កំណាត់ដែករលោងពីរនៅចម្ងាយ ℓ ពីគ្នាដោយខ្សែឆ្លងកាត់រ៉កស្រាលមួយមានកកិតអាចចោលបានហើយត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងដុំមួយមានម៉ាស M ដូចរូប។ ដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋានមានទិសដៅឡើងលើនិងមានអាំងតង់ស៊ីតេ B។ រេស៊ីស្តរមួយមានរេស៊ីស្តង់ R ត្រូវបានគេភ្ជាប់ទៅនឹងចុងទាំងពីរនៃកំណាត់ដែក។ ដោយសន្មត របារលោហៈត្រូវបានគេលែងពីនៅនឹងនៅខណៈ $t = 0$ ចូររកល្បឿនរបស់របារលោហៈជាអនុគមន៍នៃពេល។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនរបស់របារលោហៈជាអនុគមន៍នៃពេល

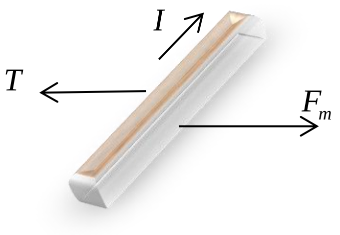
ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះដុំម៉ាស M



$$Mg - T = Ma$$

$$\rightarrow T = Mg - Ma$$

ច្បាប់ទី២ញូតុនចំពោះរបារ



$$T - F_m = ma$$

$$(Mg - Ma) - BI\ell = ma$$

$$Mg - Ma - BI\ell = ma$$

$$Mg - Ma - B\frac{|\varepsilon|}{R}\ell = ma$$

$$Mg - Ma - B\frac{Bv\ell}{R}\ell = ma$$

$$a(M+m) = Mg - \frac{B^2 v \ell^2}{R}$$

យើងបាន $a=\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2v\ell^2}{(M+m)R}$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2v\ell^2}{(M+m)R}$$

$$\frac{dv}{\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v}=dt$$

$$\int_0^v\frac{dv}{\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v}=\int_0^t dt$$

$$-\frac{1}{\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}}\ln\left(\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v\right)_0^v=t$$

$$\ln\left(\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v\right)-\ln\left(\frac{Mg}{M+m}\right)=-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t$$

$$\ln\left(\frac{\frac{Mg}{M+m}-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v}{\frac{Mg}{M+m}}\right)=-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t$$

$$1-\frac{\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v}{\frac{Mg}{M+m}}=e^{-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t}$$

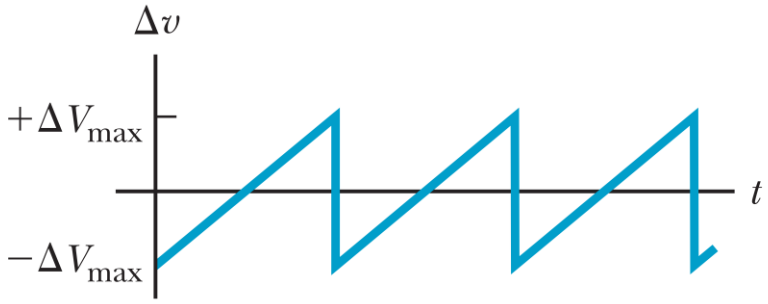
$$\frac{\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v}{\frac{Mg}{M+m}}=1-e^{-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t}$$

$$\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}v=\frac{Mg}{M+m}\left(1-e^{-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t}\right)$$

$$\frac{B^2\ell^2}{R}v=Mg\left(1-e^{-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t}\right)$$

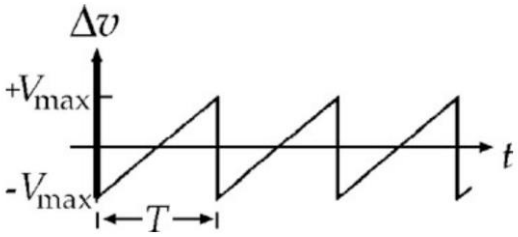
$$\Rightarrow v=\frac{MgR}{B^2\ell^2}\left(1-e^{-\frac{B^2\ell^2}{(M+m)R}t}\right)$$

140. ចូរបង្ហាញថាតម្លៃប្រសិទ្ធសម្រាប់តង់ស្យុងធ្មេញរណាដូចបង្ហាញក្នុងរូបគឺ $\frac{\Delta V_{\max}}{\sqrt{3}}$ ។



<u>ចម្លើយ</u>

- បង្ហាញថាតម្លៃប្រសិទ្ធសម្រាប់តង់ស្យុងធ្មេញរណាគឺ $\frac{\Delta V_{\max}}{\sqrt{3}}$
  ក្នុងមួយខួប T ដំបូងតង់ស្យុងកើន
  ឡើងជាសមីការបន្ទាត់ $\Delta v = at + b(0 < t < T)$
  ដែល a ជាមេគុណប្រាប់ទិសនិងមាន
  តម្លៃ $$a = \frac{\Delta V_{\max} - (-\Delta V_{\max})}{T - 0} = \frac{2\Delta V_{\max}}{T}$$



  ហើយនៅខណៈដើម $\Delta v = -\Delta V_{max}$, $t = 0$
  យើងបាន $-\Delta V_{\max} = 0 + b$
  $$\rightarrow b = -\Delta V_{\max}$$
  សមីការបន្ទាត់មានរាង $\Delta v = \frac{2\Delta V_{\max}}{T} t - \Delta V_{\max}$
  តង់ស្យុងប្រសិទ្ធ

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\left[(\Delta v)^2\right]_{avg}}$$

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (\Delta v)^2\, dt}$$

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{2\Delta V_{\max}}{T} t - \Delta V_{\max}\right)^2 dt}$$

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[\Delta V_{\max}\left(\frac{2}{T} t - 1\right)\right]^2 dt}$$

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\frac{\Delta V^2_{\max}}{T}\int_0^T \left(\frac{2}{T} t - 1\right)^2 dt}$$

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\frac{\Delta V^2_{\max}}{T}\int_0^T \left(\frac{4}{T^2} t^2 - \frac{4}{T} t + 1\right) dt}$$

$$\Delta v_{rms} = \sqrt{\frac{\Delta V^2_{\max}}{T}\left[\frac{4}{3T^2} t^3 - \frac{4}{2T} t^2 + t\right]_0^T}$$

យើងបាន $\Delta v_{rms}=\sqrt{\frac{\Delta V^2{}_{\max}}{T}\left[\frac{4}{3T^2}T^3-\frac{2}{T}T^2+T\right]}$

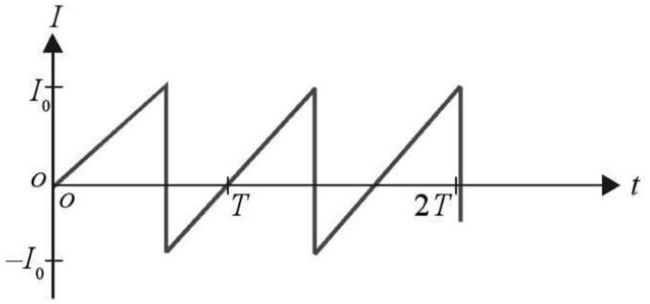
$$\Delta v_{rms}=\sqrt{\frac{\Delta V^2{}_{\max}}{T}\left[\frac{4}{3}T-2T+T\right]}$$

$$\Delta v_{rms}=\sqrt{\frac{\Delta V^2{}_{\max}}{T}\left[\frac{4T-6T+3T}{3}\right]}$$

$$\Delta v_{rms}=\sqrt{\frac{\Delta V^2{}_{\max}}{3}}$$

$$\Delta v_{rms}=\frac{\Delta V_{\max}}{\sqrt{3}}$$

141. សម្រាប់សៀគ្វីអគ្គិសនីដូចរូប ចូររកចរន្តប្រសិទ្ធ I_{rms}



<u>ចម្លើយ</u>

- រកចរន្តប្រសិទ្ធ I_{rms}

  សមីការចរន្តខណៈ: $I = mt + b$ ពេល $0 < t < T/2$

  ដែល $m=\frac{I_0-0}{T/2-0}=\frac{2I_0}{T}$

  ហើយនៅ $t = 0, I = 0$

  យើងបាន $0=0+b$

  $\rightarrow b=0$

  សមីការចរន្តមានរាង $I=\frac{2I_0}{T}t$

  ចរន្តប្រសិទ្ធ $I_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T/2}\int_0^{T/2}(I)^2\,dt}$

$$I_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T/2}\int_0^{T/2}\left(\frac{2I_0}{T}t\right)^2 dt}$$

$$I_{rms}=\sqrt{\frac{4I_0{}^2}{T^3/2}\int_0^{T/2}t^2dt}$$

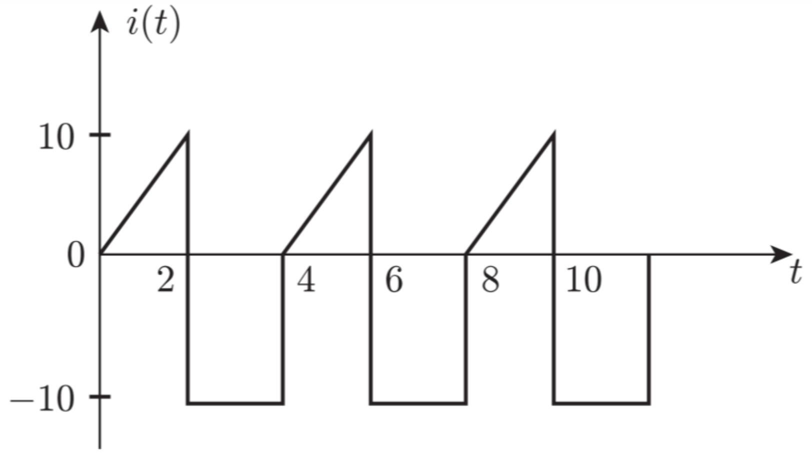
$$I_{rms}=\sqrt{\frac{4I_0{}^2}{T^3/2}\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{T/2}}$$

យើង $I_{rms} = \sqrt{\frac{8I_0^{\,2}}{T^3}\frac{T^3}{24}}$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_0^{\,2}}{3}}$$

$$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$$

142. ចូរកំណត់តម្លៃប្រសិទ្ធនៃចរន្តមានទម្រង់ជារលកដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ប្រសិនបើចរន្តឆ្លងកាត់រេស៊ីស្តរមានរេស៊ីស្តង់ 2 Ω ចូររករអនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តរ។



ចម្លើយ

- កំណត់តម្លៃប្រសិទ្ធនៃចរន្ត រួចរកអនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តរ

សមីការចរន្តខណៈ $i = mt + b$ ពេល $0 < t < 2$

ដែល

$$m = \frac{10-0}{2-0} = 5$$

នៅខណៈដើម $t = 0, i = 0$

យើងបាន $0 = 0 + b$

$$\rightarrow b = 0$$

សមីការចរន្តខណៈមានរាង $i = 5t$ ពេល $0 < t < 2$

នៅពេល $2 < t < 4$ ចរន្តមានតម្លៃថេរគឺ $i = -10$ A

យើងបានចរន្តប្រសិទ្ធក្នុងរយៈពេលមួយខួប($T = 4$)គឺ

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{4}\left[\int_0^2 (5t)^2\,dt + \int_2^4 (-10)^2\,dt\right]}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}\left[\int_0^2 25t^2 dt + \int_2^4 100dt\right]}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}\left\{\left[\frac{25}{3}t^3\right]_0^2 + \left[100t\right]_2^4\right\}}$$

យើងបាន $i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{200}{3}+200\right)} = 8.165\text{A}$

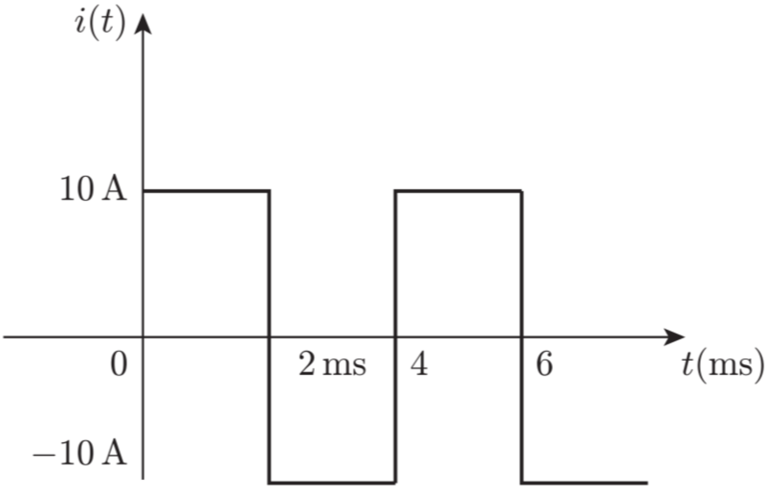
អនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្ទរ

$$P_{avg} = {i_{rms}}^2 R$$

$$P_{avg} = (8.165)^2 \times 2$$

$$P_{avg} = 133.3\text{W}$$

143. ចរន្ត $i(t)$ កំពុងឆ្លងកាត់រេស៊ីស្តង់ 10 Ω ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ចូររកអនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តង់។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកអនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តង់

  ពេល $0 < t < 2$ ms ចរន្តមានតម្លៃថេរគឺ $i = 10$ A

  ហើយពេល $2 < t < 4$ ms ចរន្តមានតម្លៃថេរគឺ $i = -10$ A

  ចរន្តប្រសិទ្ធក្នុងរយៈពេលមួយខួប ($T = 4$)

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}\left[\int_0^2 (10)^2\, dt + \int_2^4 (-10)^2\, dt\right]}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}\left\{[100t]_0^2 + [100t]_2^4\right\}}$$

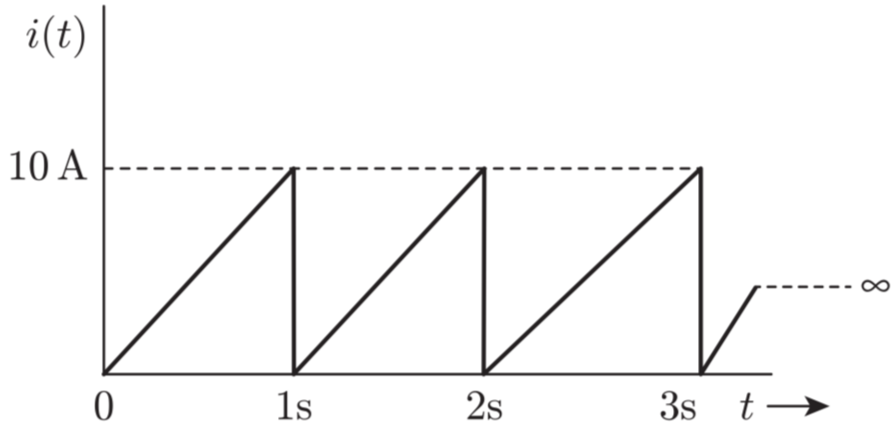
$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4}(200+200)}$$

$$i_{rms} = 10\text{A}$$

អនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តង់

$$P_{avg} = Ri_{rms}{}^2 = 10 \times 10^2 = 1000\text{W}$$

144. ចរន្តឆ្លងកាត់រេស៊ីស្តរមានរេស៊ីស្តង់ $10\ \Omega$ ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ចូររកអនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តរ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកអនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តរ

សមីការចរន្តខណៈ: $i = mt + b$ នៅពេល $0 < t < 1$

ដែល
$$m = \frac{10-0}{1-0} = 10$$

នៅខណៈដើម $t = 0, i = 0$

យើងបាន $0 = 0 + b$

$\rightarrow b = 0$

សមីការចរន្តមានរាង $i = 10t$

ចរន្តប្រសិទ្ធ

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (i)^2\, dt}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{1}\int_0^1 (10t)^2\, dt}$$

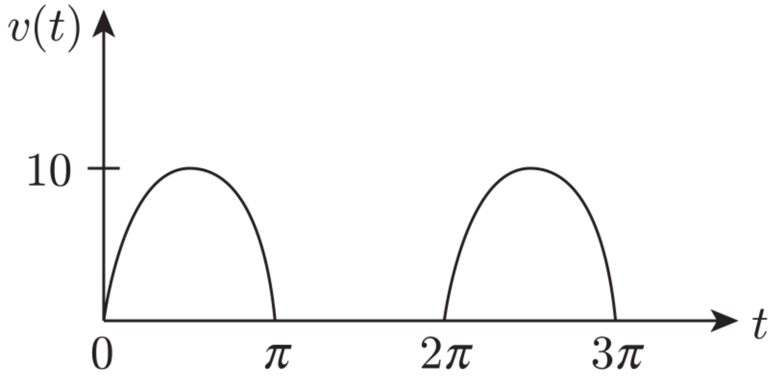
$$i_{rms} = \sqrt{\int_0^1 100t^2 dt}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{100}{3}}\text{A}$$

អនុភាពមធ្យមស៊ីដោយរេស៊ីស្តរ

$$P_{avg} = i_{rms}{}^2 R = \left(\sqrt{\frac{100}{3}}\right)^2 \times 10 = \frac{1000}{3}\text{W}$$

145. រលកដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងក្រោមគឺជារលកពាក់កណ្ដាលស៊ីនុសូអ៊ីត។ ចូររកតម្លៃប្រសិទ្ធនៃតង់ស្យុងនិងអនុភាពមធ្យមដែលបាត់បង់ក្នុងរេស៊ីស្ទ័រ 10 Ω។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃប្រសិទ្ធនៃតង់ស្យុងនិងអនុភាពមធ្យមបាត់ក្នុងរេស៊ីស្ទ័រ 10 Ω
  ខួបនៃរលកគឺ $T = 2\pi$
  សមីការតង់ស្យុងខណៈ: $v = 10\sin t$ នៅពេល $0 < t < \pi$
  ហើយមាន $v = 0$ នៅពេល $\pi < t < 2\pi$
  យើងបានតង់ស្យុងប្រសិទ្ធ

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} (10\,\text{sint})^2\, dt}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{100}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2 t dt}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{100}{2\pi}\int_0^{2\pi} \left(\frac{1-\cos 2t}{2}\right) dt}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{50}{\pi}\int_0^{2\pi} (1-\cos 2t)\, dt}$$

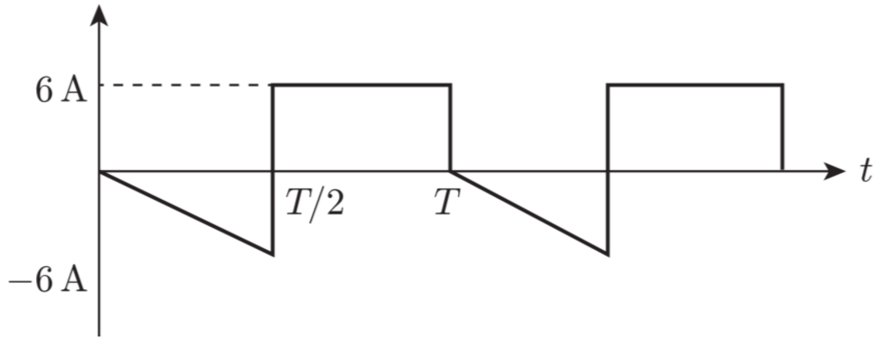
$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{50}{4\pi}\left[t - \frac{\sin 2t}{2}\right]_0^{2\pi}}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{50}{4\pi}(2\pi)}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5\text{V}$$

អនុភាពមធ្យម $P_{avg} = Ri_{rms}{}^2 = R\frac{V_{\text{rms}}{}^2}{R^2} = \frac{V_{\text{rms}}{}^2}{R} = \frac{25}{10} = 2.5\text{W}$

146. ចូររកតម្លៃប្រសិទ្ធនៃចរន្ត សម្រាប់សៀគ្វីអគ្គិសនីដូចរូប។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃប្រសិទ្ធនៃចរន្ត

សមីការចរន្តខណៈ $i = mt + b$ នៅពេល $0 < t < T/2$

ដែល

$$m = \frac{-6-0}{T/2-0} = -\frac{12}{T}$$

នៅខណៈដើម $i = 0, t = 0$

យើងបាន $0 = 0 + b$

$$\to b = 0$$

សមីការចរន្តខណៈមានរាង $i = -\frac{12}{T}t$

ហើយនៅពេល $T/2 < t < T$ ចរន្តមានតម្លៃថេរ $i = 6$ A

យើងបានចរន្តប្រសិទ្ធ

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}\left(-\frac{12}{T}t\right)^2 dt + \int_{T/2}^{T} 6^2 dt\right]}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}\frac{144}{T^2}t^2 dt + \int_{T/2}^{T} 36 dt\right]}$$

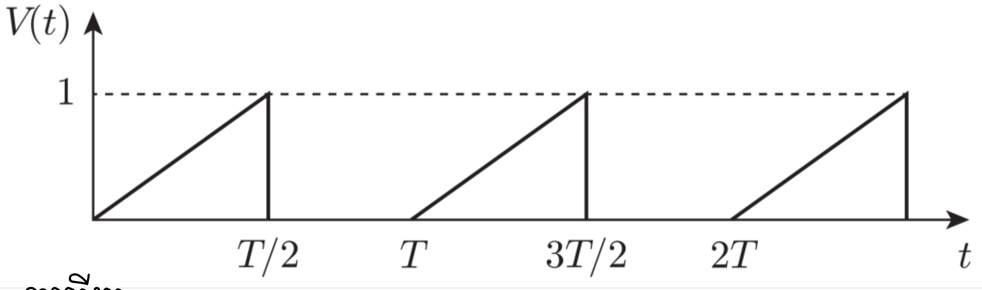
$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left\{\left[\frac{144}{3T^2}t^3\right]_0^{T/2} + \left(36t\right)_{T/2}^{T}\right\}}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left\{6T + \left(36T - 18T\right)\right\}}$$

$$i_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left\{6T + 18T\right\}}$$

$$i_{rms} = 2\sqrt{6}\text{A}$$

147. សម្រាប់រលកមានទម្រង់ជាត្រីកោណកែងដូចរូបខាងក្រោម។ ចូររកតង់ស្យុងប្រសិទ្ធ V_{rms}។



ចម្លើយ

- រកតង់ស្យុងប្រសិទ្ធ V_{rms}

សមីការតង់ស្យុងខណៈ: $v = mt + b$ នៅពេល $0 < t < T/2$

ដែល

$$m = \frac{1-0}{T/2-0} = \frac{2}{T}$$

នៅខណៈដើម $t = 0, v = 0$

យើងបាន $0 = 0 + b$

$$\to b = 0$$

សមីការតង់ស្យុងខណៈមានរាង $v = \frac{2}{T}t$

ហើយនៅពេល $T/2 < t < T$ ចរន្តមានតម្លៃ $v = 0$

តង់ស្យុងប្រសិទ្ធ

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\int_0^{T/2}\left(\frac{2}{T}t\right)^2 dt + \int_{T/2}^{T} 0^2 dt\right]}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2}\frac{4t^2}{T^2}dt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\left[\frac{4t^3}{3T^2}\right]_0^{T/2}}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\frac{4}{24}T}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{4}{24}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

148. តង់ស្យុងឆ្លាស់ V (គិតជា vol) ប្រែប្រួលជាមួយពេលឲ្យដោយកន្សោម $V = 100\sin(50\pi t)$។ ចូររកតម្លៃតង់ស្យុងប្រសិទ្ធនិងប្រេកង់របស់តង់ស្យុងឆ្លាស់។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃតង់ស្យុងប្រសិទ្ធនិងប្រេកង់

មាន $V = 100\sin(50\pi t)$

រាង $V = V_m \sin(\omega t)$

$\rightarrow V_m = 100\text{V}$

$\rightarrow \omega = 50\pi$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70.7\text{V}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50\pi}{2\pi} = 25\text{Hz}$$

149. បូប៊ីនមួយមានអាំងឌុចតង់ 0.5 H ហើយនិងរេស៊ីស្ទរមួយមានរេស៊ីស្តង់ 100 Ω ត្រូវបានគេតជាសេរីទៅនឹងប្រភព 240 V, 50 Hz។

① ចូររកចរន្តអតិបរមាក្នុងសៀគ្វី។

② ចូរកំណត់ចន្លោះពេលឃើតផាសរវាងតង់ស្យុងអតិបរមានិងចរន្តអតិបរមា។

<u>ចម្លើយ</u>

① រកចរន្តអតិបរមាក្នុងសៀគ្វី

បម្រាប់

$V_{\text{rms}} = 240\text{V}$

$f = 50\text{Hz} \rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi\text{rad/s}$

$R = 100\Omega$

$L = 0.5H$

តង់ស្យុងអតិបរមា

$$V_m = V_{\text{rms}}\sqrt{2} = 240\sqrt{2}\text{V}$$

អាំប៉េតង់

$$\text{Z}=\sqrt{{Z_R}^2 + {Z_L}^2} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$Z = \sqrt{100^2 + (50\pi)^2}$$

យើងបានចរន្តអតិបរមា

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{240\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + (50\pi)^2}} = 1.82\text{A}$$

② កំណត់ចន្លោះពេលឃើតផាសរវាងតង់ស្យុងអតិបរមានិងចរន្តអតិបរមា នៅក្នុងសៀគ្វី RL ចរន្តឃើតផាសជាងតង់ស្យុងចំនួន ϕ។ បើតង់ស្យុងខណៈមានសមីការ $v = 240\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ នោះចរន្តខណៈមានសមីការ $i = 1.82\sqrt{2}\sin(100\pi t - \phi)$ ។ តាមសំណង់ប្រេណែលដោយយកតង់ស្យុងជាអ័ក្សផាស យើងបាន

$$\tan\phi = \frac{Z_L}{Z_R} = \frac{L\omega}{R} = \frac{50\pi}{100} = 1.57$$

$$\to \phi = \arctan(1.57) = 57.5^\circ = \frac{57.5\pi}{180}\text{rad}$$

តម្លៃអតិបរមានៃតង់ស្យុង កាលណា

$$\sin(100\pi t_1) = 1$$

$$\sin(100\pi t_1) = \sin\frac{\pi}{2}$$

$$100\pi t_1 = \frac{\pi}{2} \to t_1 = \frac{1}{200}\text{s}$$

តម្លៃអតិបរមានៃចរន្ត កាលណា

$$\sin\left(100\pi t_2 - \frac{57.5\pi}{180}\right) = 1$$

$$\sin\left(100\pi t_2 - \frac{57.5\pi}{180}\right) = \sin\frac{\pi}{2}$$

$$100\pi t_2 - \frac{57.5\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$$

$$100\pi t_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{57.5\pi}{180}$$

$$100\pi t_2 = \frac{90\pi + 57.5\pi}{180}$$

$$100 t_2 = \frac{147.5}{180}$$

$$t_2 = \frac{147.5}{18000}\text{s}$$

ចន្លោះពេលឃើតផាស

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{147.5}{18000} - \frac{1}{200} = 0.0032\text{s}$$

150. កុងដង់សាទ័រមួយមានកាប៉ាស៊ីតេ 100 μF និងរេស៊ីស្តរមួយមានរេស៊ីស្តង់ 40 Ω ត្រូវបានគេតជាសេរីទៅនឹងប្រភព 110 V, 60 Hz។

① ចូររកចរន្តអតិបរមាក្នុងសៀគ្វី។

② ចូរកំណត់ចន្លោះពេលឃីតផាសរវាងតង់ស្យុងអតិបរមានិងចរន្តអតិបរមា។

<u>ចម្លើយ</u>

① រកចរន្តអតិបរមាក្នុងសៀគ្វី

បម្រាប់ $C = 100\mu\text{F} = 10^{-4}\text{F}$

$R = 40\Omega$

$V_{\text{rms}} = 110\text{V}$

$f = 60\text{Hz} \to \omega = 2\pi f = 120\pi\text{rad/s}$

តង់ស្យុងអតិបរមា

$$V_m = V_{\text{rms}}\sqrt{2} = 110\sqrt{2}\text{V}$$

ចរន្តអតិបរមា

$$I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}} = \frac{110\sqrt{2}}{\sqrt{40^2 + \frac{1}{\left(10^{-4}\times 120\pi\right)^2}}} = 3.24\text{A}$$

② កំណត់ចន្លោះពេលឃីតផាសរវាងតង់ស្យុងអតិបរមានិងចរន្តអតិបរមា

នៅក្នុងសៀគ្វី RC ចរន្តលឿនផាសជាងតង់ស្យុងចំនួន ϕ។ ដោយយកតង់ស្យុងជាអ័ក្សផាសហើយតង់ស្យុងខណៈមានសមីការ $v = 110\sqrt{2}\sin 120\pi t$ នោះចរន្តខណៈមានសមីការ $i = 3.24\sin\left(120\pi t + \phi\right)$ ដែលមាន

$$\tan\phi = \frac{Z_C}{Z_R} = \frac{\frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1}{RC\omega} = \frac{1}{40\times 10^{-4}\times 120\pi} = 0.063$$

$$\to \phi = \arctan\left(0.063\right) = 33.5^\circ = \frac{33.5^\circ\pi}{180}$$

តង់ស្យុងអតិបរមាកាលណា

$$\sin 120\pi t_1 = 1$$

$$\sin 120\pi t_1 = \sin\frac{\pi}{2}$$

$$120\pi t_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$120 t_1 = \frac{1}{2} \to t_1 = \frac{1}{240}\text{s}$$

ចរន្តអតិបរមាកាលណា

$$\sin\left(120\pi t_2+\phi\right)=1$$

$$\sin\left(120\pi t_2+\frac{33.5^\circ\pi}{180}\right)=\sin\frac{\pi}{2}$$

$$120\pi t_2+\frac{33.5\pi}{180}=\frac{\pi}{2}$$

$$120t_2+\frac{33.5}{180}=\frac{1}{2}$$

$$120t_2=\frac{1}{2}-\frac{33.5}{180}$$

$$120t_2=\frac{90-33.5}{180}$$

$$t_2=\frac{56.5}{21600}=0.0026\text{s}$$

ចន្លោះពេលឃើតផាសរវាងតង់ស្យុងអតិបរមានិងចរន្តអតិបរមា

$$\Delta t=t_1-t_2$$

$$\Delta t=0.0042-0.0026=0.0016\text{s}$$

151. ចរន្តឆ្លាស់ប្រែប្រួលជាមួយពេល t កំណត់ដោយសមីការ $i=3\sin\omega t+4\cos\omega t$ ដែល i គិតជាអំពែ។ ចូររកតម្លៃប្រសិទ្ធនៃចរន្ត។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកតម្លៃប្រសិទ្ធនៃចរន្ត

  កន្សោមអាំងតង់ស៊ីតេខណៈមានរាង $i=I_m\sin\left(\omega t+\phi\right)$

  ធ្វើដេរីវេបន្តបន្ទាប់ចំនួនពីរដង

$$\frac{di}{dt}=I_m\omega\cos\left(\omega t+\phi\right)$$

$$\frac{d^2i}{dt^2}=-I_m\omega^2\sin\left(\omega t+\phi\right)$$

$$\frac{d^2i}{dt^2}=-i\omega^2$$

$$\frac{d^2i}{dt^2}+\omega^2 i=0$$

  សមីការសម្គាល់ $\lambda^2+\omega^2=0$

$$\lambda^2=-\omega^2$$

$$\lambda=\pm\omega j$$

  រាង $\lambda=\alpha\pm\beta j$

$$\rightarrow\alpha=0$$

$$\rightarrow\beta=\omega$$

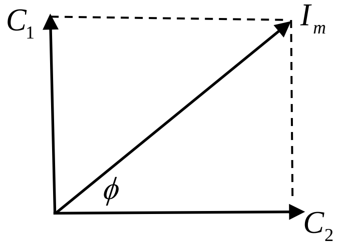
យើងបានចម្លើយនៃសមីការ

$$i = e^{\alpha t}\left(C_1 \sin \beta t + C_2 \cos \beta t\right)$$
$$i = \left(C_1 \sin \beta t + C_2 \cos \beta t\right)$$
$$i = \left(C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t\right)$$

គេឲ្យចរន្តឆ្លាស់ $i = 3\sin \omega t + 4\cos \omega t$

យើងទាញបាន $C_1 = 3\text{A}, C_2 = 4\text{A}$

សំណង់ផាស



យើងបាន

$$I_m^{\ 2} = C_1^{\ 2} + C_2^{\ 2}$$
$$I_m^{\ 2} = 3^2 + 4^2$$
$$I_m = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{A}$$

ចរន្តប្រសិទ្ធ

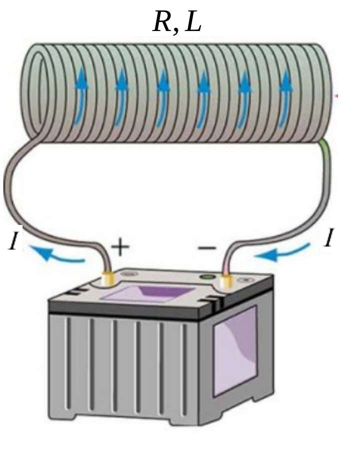
$$I_{\text{rms}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}\text{A}$$

152. សូលេណូអ៊ីតមួយមានអាំងឌុចតង់ L និងរេស៊ីស្តង់ R ត្រូវបានគេភ្ជាប់ទៅនឹងជនីតាអគ្គិសនីមួយ។ ចូររករយៈពេលដែលប្រើសម្រាប់ថាមពលម៉ាញេទិចកើនដល់ 1/4 នៃថាមពលម៉ាញេទិចអតិបរមា។

<u>ចម្លើយ</u>

- រករយៈពេលដែលប្រើសម្រាប់ថាមម៉ាញេទិចកើនដល់ 1/4 នៃថាមពលម៉ាញេទិចអតិបរមា

អនុវត្ត KVL ចំពោះវង់បិទ



$$-\varepsilon + L\frac{dI}{dt} + RI = 0$$
$$L\frac{dI}{dt} = \varepsilon - RI$$
$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon - RI}{L}$$
$$\frac{dI}{\varepsilon - RI} = \frac{dt}{L}$$
$$\int_0^I \frac{dI}{\varepsilon - RI} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

តាង $U = \varepsilon - RI \rightarrow dU = -RdI \Rightarrow dI = -\dfrac{dU}{R}$

យើងបាន

$$\int_0^I -\frac{dU}{RU} = \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$\left[-\frac{1}{R}\ln U\right]_0^I = \frac{t}{L}$$

$$\left[-\frac{1}{R}\ln(\varepsilon - RI)\right]_0^I = \frac{t}{L}$$

$$-\frac{1}{R}\left[\ln(\varepsilon - RI) - \ln\varepsilon\right] = \frac{t}{L}$$

$$\ln\left(\frac{\varepsilon - RI}{\varepsilon}\right) = -\frac{Rt}{L}$$

$$\frac{\varepsilon - RI}{\varepsilon} = e^{-Rt/L}$$

$$\varepsilon - RI = \varepsilon e^{-Rt/L}$$

$$RI = \varepsilon - \varepsilon e^{-Rt/L}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

$$I = I_m\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

អនុភាព $P = I\varepsilon$

$$P = I\left(L\frac{dI}{dt}\right) = \frac{dE}{dt}$$

$$ILdI = dE$$

$$\int_0^I ILdI = \int_0^E dE$$

$$\frac{1}{2}LI^2 = E$$

បម្រាប់ $E(t) = \dfrac{1}{4}E_{\max}$

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}LI_m{}^2\right)$$

$$I^2 = \frac{1}{4}I_m{}^2$$

$$I = \frac{I_m}{2}$$

$$I_m\left(1 - e^{-Rt/L}\right) = \frac{I_m}{2}$$

យើងបាន $1-e^{-Rt/L}=\frac{1}{2}$

$$e^{-Rt/L}=\frac{1}{2}$$

$$-\frac{Rt}{L}=-\ln 2$$

$$\frac{Rt}{L}=\ln 2$$

$$\Rightarrow t=\frac{L}{R}\ln 2$$

153. ស៊ុមខ្សែចម្លងរាងជារង្វង់មួយមានផ្ទៃ $2.5\times10^{-3}\ \mathrm{m}^2$ ត្រូវបានដាក់ឲ្យកែងទៅនឹងដែនម៉ាញេទិច $B=0.2\sin(50\pi t)$ មានខ្នាតគិតជាតេស្លា។

① ចូររកបន្ទុកអគ្គិសនីឆ្លងកាត់ផ្ទៃមុខកាត់ខ្សែចម្លងខណៈ $t=0$ និង $t=40\ \mathrm{ms}$។

② ប្រសិនបើរេស៊ីស្តង់ក្នុងនៃស៊ុមខ្សែចម្លងគឺ $10\ \Omega$ ចូររកកម្ដៅកើតឡើងក្នុងស៊ុមខ្សែចម្លងក្នុងរយៈពេលមួយខួប។

<u>ចម្លើយ</u>

① រកបន្ទុកអគ្គិសនីឆ្លងកាត់ផ្ទៃមុខកាត់ខ្សែចម្លងខណៈ $t=0$ និង $t=40\ \mathrm{ms}$

បម្រាប់ $A=2.5\times10^{-3}\ \mathrm{m}^2$, $B=0.2\sin(50\pi t)$ មានរាង $B=B_m\sin\omega t$

កម្លាំងអគ្គិសនីចលករអាំងឌី

$$\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d(BA)}{dt}$$

$$\varepsilon=-A\frac{dB}{dt}=-AB_m\omega\cos(\omega t)$$

ច្បាប់អូម $\varepsilon=Ri\rightarrow i=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{-AB_m\omega\cos(\omega t)}{R}=-i_m\cos(\omega t)$

ខួបនៃចរន្តឆ្លាស់ស៊ីនុសសូអ៊ីត

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{50\pi}=40\mathrm{ms}$$

បន្ទុកអគ្គិសនី

$$Q=\int_0^T idt=\int_0^{40\times10^{-3}}-i_m\cos(\omega t)dt$$

$$Q=\left[-\frac{i_m}{\omega}\sin(\omega t)\right]_0^{40\times10^{-3}}=0$$

② រកកម្ដៅកើតឡើងក្នុងស៊ុមខ្សែចម្លងក្នុងរយៈពេលមួយខួប

$$H=\int_0^T Ri^2tdt$$

$$H=\int_0^T Ri_m{}^2\cos^2(\omega t)tdt=\frac{\pi B_m{}^2A^2\omega}{R}=1.25\times10^{-5}\,\mathrm{J}$$

154. ពិនិត្យបន្ទុកនៅស្ងៀម Q និងបន្ទុក q មួយទៀតត្រូវបានគេដាក់នៅចម្ងាយ x_0 ពីបន្ទុក Q លើប្លង់រលោងមួយ។ បើ m ជាម៉ាសរបស់បន្ទុក q ចូររកល្បឿនរបស់វាជាអនុគមន៍នៃ x។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកល្បឿនរបស់បន្ទុក q ជាអនុគមន៍នៃ x

កម្លាំងអេឡិចត្រូស្តាទិច

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|Qq|}{x^2}$$

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{x^2}$$

ច្បាប់ទី២ញូតុន

$$F=ma$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{x^2}=ma$$

$$a=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\frac{Qq}{x^2}$$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\frac{Qq}{x^2}$$

$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\frac{Qq}{x^2}$$

$$v\frac{dv}{dx}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\frac{Qq}{x^2}$$

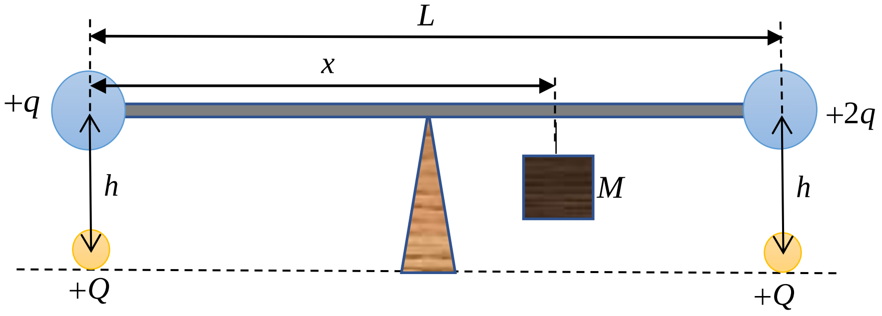
$$vdv=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\frac{Qq}{x^2}dx$$

$$\int_0^v vdv=\int_{x_0}^x\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\frac{Qq}{x^2}dx$$

$$\frac{1}{2}v^2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x}\right)$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{1}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x}\right)}$$

155. ពិនិត្យរូបខាងក្រោម របារវែងមិនចម្លងអគ្គិសនីមួយមានម៉ាសអាចចោលបាននិងមានប្រវែង L។ លើចំនុចមួយនៃរបារ គេព្យួរដុំមួយមានម៉ាស M នៅចម្ងាយ x ពីចុងរបារផ្នែកខាងឆ្វេង។ នៅចុងសងខាងនៃរបារត្រូវបានគេភ្ជាប់ស្វ៊ែតូចពីរផ្ទុកអគ្គិសនីវិជ្ជមាន q និង $2q$ រៀងគ្នា។ ស្វ៊ែពីរឯកលក្ខណ៍ផ្ទុកអគ្គិសនីវិជ្ជមាន Q ត្រូវបានគេរក្សាឲ្យនៅនឹងលើប្លង់ដីហើយមានចម្ងាយ h ពីស្វ៊ែតូចទាំងពីរដូចរូប។ នៅពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង ចូររកចម្ងាយ x និង h ។



<u>ចម្លើយ</u>

- រកចម្ងាយ x និង h ជាអនុគមន៍នៃ M

សិក្សាលក្ខខ័ណ្ឌលំនឹងក្នុងចលនារំកិល

$$\sum F = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{h^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Qq}{h^2} = Mg$$

$$4\pi\varepsilon_0 h^2 Mg = 3Qq$$

$$h^2 = \frac{3Qq}{4\pi\varepsilon_0 Mg}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3Qq}{4\pi\varepsilon_0 Mg}}$$

សិក្សាលក្ខខ័ណ្ឌលំនឹងក្នុងចលនារង្វិល

$$\sum \tau = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{h^2}\bullet\frac{L}{2} + Mg\left(x - \frac{L}{2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Qq}{h^2}\bullet\frac{L}{2}$$

$$QqL + 4\pi\varepsilon_0 h^2\left(2Mgx - MgL\right) = 2QqL$$

$$4\pi\varepsilon_0 h^2\left(2Mgx - MgL\right) = QqL$$

$$4\pi\varepsilon_0 Mgh^2\left(2x - L\right) = QqL$$

$$6x - 3L = 1$$

$$6x = 1 + 3L$$

$$x = \frac{1+3L}{6}$$

156. ចូររកបរិមាណកម្តៅកើតឡើងក្នុងរបុំខ្សែចម្លងមួយមានរេស៊ីស្តង់ R ដោយសារបន្ទុកអគ្គិសនី q ឆ្លងកាត់វា ប្រសិនបើចរន្តក្នុងរបុំខ្សែចម្លងថយចុះលីនេអ៊ែរដល់សូន្យចន្លោះពេល Δt។

<u>ចម្លើយ</u>

- រកបរិមាណកម្តៅកើតឡើងក្នុងរបុំខ្សែចម្លង

សមីការចរន្ត $i = mt + b$

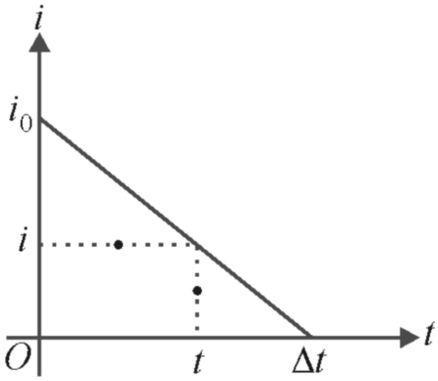
ដែល $m = \frac{0 - i_0}{\Delta t - 0} = -\frac{i_0}{\Delta t}$

នៅខណៈ $t = 0, i = i_0$

យើងបាន $i_0 = 0 + b$

$\rightarrow b = i_0$

សមីការទូទៅ $i = -\frac{i_0}{\Delta t} t + i_0$



បន្ទុកអគ្គិសនី

$$q = \int_0^{\Delta t} i dt = \int_0^{\Delta t} \left(-\frac{i_0}{\Delta t} t + i_0 \right) dt$$

$$q = \frac{1}{2} i_0 \Delta t \rightarrow i_0 = \frac{2q}{\Delta t}$$

បរិមាណកម្តៅ

$$H = \int_0^{\Delta t} i^2 R dt$$

$$H = \int_0^{\Delta t} \left(-\frac{2q}{\Delta t^2} t + \frac{2q}{\Delta t} \right) R dt$$

$$H = \frac{4q^2 R}{3\Delta t}$$

157. សៀគ្វីអគ្គិសនី R, L, C តសេរីមួយត្រូវបានភ្ជាប់ទៅប្រភពមានអំព្លីទុតនៃតង់ស្យុង V_m និងប្រេកង់មុំ ω។

① ចូរបង្ហាញថាអំព្លីទុតនៃចរន្តជាអនុគមន៍នៃ ω គឺ $I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/\omega C)^2}}$

② ចូរបង្ហាញថាអនុភាពមធ្យមបាត់បង់ក្នុងរេស៊ីស្តរគឺ $P_{av} = \frac{V_m^{\ 2} R/2}{R^2 + (L\omega - 1/\omega C)^2}$

<u>ចម្លើយ</u>

① បង្ហាញថា $I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/\omega C)^2}}$

ច្បាប់អូម

$V_m = ZI_m$

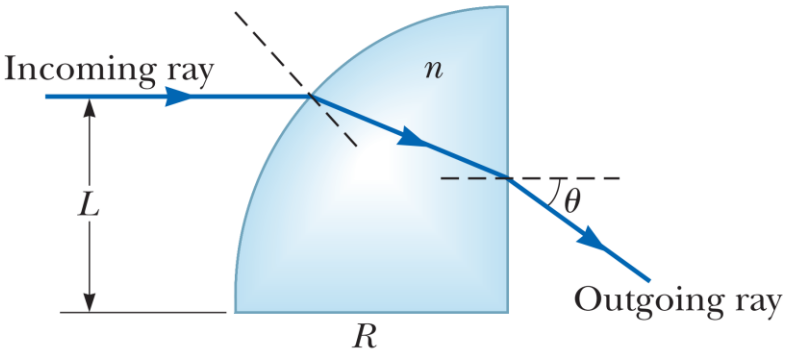
$$\Rightarrow I_m = \frac{V_m}{Z} = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/\omega C)^2}}$$

② បង្ហាញថា $P_{av}=\dfrac{V_m^{\,2}R/2}{R^2+\left(L\omega-1/\omega C\right)^2}$

អនុភាពមធ្យម

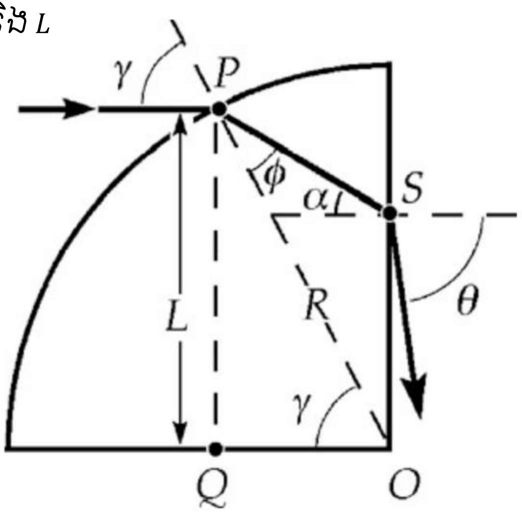
$$P_{av}=\frac{1}{2}RI_m^{\,2}=\frac{1}{2}R\left(\frac{V_m}{Z}\right)^2=\frac{V_m^{\,2}R/2}{R^2+\left(L\omega-1/\omega C\right)^2}$$

158. រូបធាតុមួយមានសន្ទស្សន៍ចំណាំងបែរ n ហ៊ុំព័ទ្ធដោយសុញ្ញាកាសនិងមានរាងជាមួយភាគបួននៃរង្វង់មានកាំ R (ដូចរូបខាងក្រោម)។ កាំពន្លឺមួយចាំងប៉ះស្របនឹងវត្ថុរូបធាតុពីខាងឆ្វេងនៅរយៈកម្ពស់ L និងមានមុំចាំងចេញក្នុងសុញ្ញាកាស θ។ ចូរកំណត់មុំ θ ជាអនុគមន៍ទៅនឹង n, R និង L។



<u>ចម្លើយ</u>

- កំណត់មុំ θ ជាអនុគមន៍ទៅនឹង n, R និង L



ក្នុងត្រីកោណកែង OPQ មាន

$$\sin\gamma=\frac{L}{R}$$

ម្យ៉ាងទៀត

$$\cos^2\gamma+\sin^2\gamma=1$$
$$\cos^2\gamma=1-\sin^2\gamma$$
$$\cos^2\gamma=1-\left(\frac{L}{R}\right)^2$$
$$\to\cos\gamma=\sqrt{1-\left(\frac{L}{R}\right)^2}=\frac{\sqrt{R^2-L^2}}{R}$$

អនុវត្តច្បាប់ snell ត្រង់ចំនុច P

$$\sin\gamma=n\sin\phi$$
$$\to\sin\phi=\frac{\sin\gamma}{n}=\frac{L}{nR}$$

ពីត្រីកោណ OPS

$$\phi+\left(\alpha+90^\circ\right)+\left(90^\circ-\gamma\right)=180^\circ$$
$$\to\alpha=\gamma-\phi$$

អនុវត្តច្បាប់ snell ត្រង់ចំនុច S

$$\sin\theta = n\sin\alpha$$

$$\sin\theta = n\sin(\gamma-\phi)$$

$$\sin\theta = n(\sin\gamma\cos\phi-\cos\gamma\sin\phi)$$

$$\sin\theta = n\left(\frac{L}{R}\bullet\frac{\sqrt{n^2R^2-L^2}}{nR}-\frac{\sqrt{R^2-L^2}}{R}\bullet\frac{L}{nR}\right)$$

$$\sin\theta = \frac{L}{R^2}\left(\sqrt{n^2R^2-L^2}-\sqrt{R^2-L^2}\right)$$

$$\Rightarrow \theta = \arcsin\left[\frac{L}{R^2}\left(\sqrt{n^2R^2-L^2}-\sqrt{R^2-L^2}\right)\right]$$

ឬម្យ៉ាងទៀត

$$\sin\theta = n\sin(\gamma-\phi)$$

$$\sin\theta = n\sin\left[\arcsin\left(\frac{L}{R}\right)-\arcsin\left(\frac{L}{nR}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \theta = \arcsin\left\{n\sin\left[\arcsin\left(\frac{L}{R}\right)-\arcsin\left(\frac{L}{nR}\right)\right]\right\}$$

ឯកសារយោង

1) Physics for JEE main 2017

2) The Pearson Giude AIEE Physic

3) (by-N-K-Bajaj-TMH)-IIT-JEE-Advanced-Comprehensive

4) [Raymond_A._Serway,_John_W._Jewett]_Physics_for_Sc(z-lib.org)

5) Engineering Mechanics (PDFDrive.com)

6) Pathfinder for Olympiad JEEPhysics by Arvind Tiwari Sachin Singh (z-lib.org)_2

7) Objective Physics for the JEE Main 2015 by Sanjeev Kumar (z-lib.org)

8) Physics Olympiad - Basic To Advanced Exercises (PDFDrive.com)

9) Problems in Physics I for IIT JEE Vol 1 IITJEE main advanced standard 12 XII Shashi Bhusan Tiwari Mc Graw Hill by Shashi Bhusan Tiwari (z-lib.org)

10) Problems in Physics II for IIT JEE Vol 2 IITJEE main advanced standard 12 XII Shashi Bhusan Tiwari Mc Graw Hill by Shashi Bhusan Tiwari (z-lib.org)