វិញ្ញាសា

# គណិតវិទ្យា

# ៩

- ត្រៀមប្រឡងឆមាស
- ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ
- ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែ

រៀបរៀងដោយ សុខ ពិសិដ្ឋ

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សា

រក្សាសិទ្ធិ

# អារម្ភកថា

សួស្តី! លោកគ្រូអ្នកគ្រូ ប្អូនៗសិស្សនុសិស្ស និងប្រិយមិត្តអ្នកអានទាំងអស់ជាទីរាប់អាន ។

សៀវភៅវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ ដែលលោកគ្រូអ្នកគ្រូ ប្អូនៗសិស្សានុសិស្ស និងប្រិយមិត្តកំពុងកាន់អាននេះត្រូវបានរៀបចំឡើងដើម្បីជាជំនួយក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវផ្នែកគណិតវិទ្យា ជាពិសេសសម្រាប់ប្អូនៗសិស្សានុសិស្ស ដែលកំពុងត្រៀមប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ និង ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែ ។

ក្នុងសៀវភៅនេះរួមមាន៖

១) វិញ្ញាសាត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

២) វិញ្ញាសាប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

៣) វិញ្ញាសាប្រឡងគ្រូបឋមសិក្សា ៩+២

៤) វិញ្ញាសាប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

៥) លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់សិស្សពូកែ

ខ្ញុំសូមអភ័យទោសនូវរាល់កំហុសឆ្គងដែលកើតមានឡើងដោយអចេតនាក្តី ដោយកំហុសផ្នែក Computerក្តី ដោយការពិនិត្យមិនបានសព្វជ្រុងជ្រោយក្តី។ ខ្ញុំរង់ចាំទទួលមតិរិះគន់បែបស្ថាបនា ពីសំណាក់លោកគ្រូអ្នកគ្រូ ប្អូនៗ និង អ្នកសិក្សាទាំងអស់ដោយក្តីសោមនស្សរីករាយ ។

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី០១ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១៣

អ្នករៀបរៀង

សុខ ពិសិដ្ឋ

Tel: 016 510 532

# មាតិកា

**ឈ្មោះ** **ទំព័រ**

១. វិញ្ញាសាទី១ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ..................... ១-១២
២. វិញ្ញាសាទី២ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ................... ១៣-២១
៣. វិញ្ញាសាទី៣ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ..................២២-៣២
៤. វិញ្ញាសាទី៤ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ................... ៣៣-៤៥
៥. វិញ្ញាសាទី៥ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ .................... ៤៦-៥៦
៦. វិញ្ញាសាទី៦ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ................... ៥៧-៦៧
៧. វិញ្ញាសាទី៧ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ.....................៦៨-៧៦
៨. វិញ្ញាសាទី៨ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ................... ៧៧-៨៩
៩. វិញ្ញាសាទី៩ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ .................. ៩០-១០១
១០. វិញ្ញាសាទី១០ ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ.......... ១០២-១១២
១១. វិញ្ញាសាទី១១ ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិឆ្នាំ២០០៨ ...១១៣-១២១
១២. វិញ្ញាសាទី១២ ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិឆ្នាំ២០១១...១២២-១៣០
១៣. វិញ្ញាសាទី១៣ ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិឆ្នាំ២០១២ ..១៣១-១៣៨
១៤. វិញ្ញាសាទី១៤ ប្រឡងគ្រូបឋមសិក្សា និង មតេយ្យសិក្សា៩+២(២០០៦)១៣៩-១៤៥
១៥. វិញ្ញាសាទី១៥ ប្រឡងគ្រូបឋមសិក្សា និង មតេយ្យសិក្សា៩+២(២០១០)១៤៦-១៥៤
១៦. វិញ្ញាសាទី១៦ ប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសឆ្នាំ២០១១(ទី១).... ១៥៥-១៦៣
១៧. វិញ្ញាសាទី១៧ ប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសឆ្នាំ២០១១(ទី២)...១៦៤-១៧៣
១៨. វិញ្ញាសាទី១៨ ប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសឆ្នាំ២០១២(ទី១).... ១៧៤-១៨២
១៩. វិញ្ញាសាទី១៩ ប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសឆ្នាំ២០១២(ទី២)....១៨៣-១៩៣
២០. វិញ្ញាសាទី២០ ប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសឆ្នាំ២០១៣(ទី១)... ១៩៤-២០២
២១. វិញ្ញាសាទី២១ ប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសឆ្នាំ២០១៣(ទី២)...២០៣-២១៨
២២. លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់សិស្សពូកែ........................................ ១១៩-២៣៤

# វិញ្ញាសាទី១

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. គណនា $A=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{23+\sqrt[3]{8}}}}}$

$$B=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{8}-\sqrt{20}}+\frac{\sqrt{8}-\sqrt{20}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

$$C=(a+b)-\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

II.គេឲ្យកន្សោមពីជគណិត $A=[(x-1)-(3x-2)]^2-[(x-1)^2+(3x-2)^2]$ និង $B=2x^2-2$ ។

១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 នៃ $x$ ។

២. សម្រួលប្រភាគ $F=\frac{A}{B}$

៣. គណនាតម្លៃ $x$ កាលណា $F=\sqrt{3}$ ។

III. ១. ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយតាមក្រាភិច៖

$$\frac{3x-4}{2}-\frac{2x-5}{3}>\frac{x+8}{4}$$

២. ដោះស្រាយសមីការ $x+\frac{30(20-x)}{5}=18$ ។

IV. ក្នុងសាលារៀនមួយគេរៀបចំការប្រឡង។ បើគេដាក់សិស្ស 25 នាក់ក្នុងមួយបន្ទប់នោះនៅសល់សិស្ស 9នាក់។ គេរៀបចំឡើងវិញដោយដាក់សិស្ស 26 នាក់ក្នុងមួយបន្ទប់វិញ ពេលនោះអស់សិស្សល្មម។ តើសិស្សមានចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ? ហើយ បន្ទប់ មានចំនួនប៉ុន្មាន ?

FACEBOOK Page លោកគ្រូ Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

V. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ10ដើម និងប៊ិចក្រហម 6 ដើម។ គេចាប់យកប៊ិច 2 ដើមចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងពីរដើម ។

២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ គេមានបីចំណុច $A(3,4)$ , $B(-3,4)$ និង $C(3,0)$ ។

១. ដៅចំណុច $A$ , $B$ , $C$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$ ។

២. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $BC$ ។

៣. បន្ទាត់ $L$ កាត់តាមចំណុច $C$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $BC$ ។ កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ $L$ ។

៤. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $L$ និងបន្ទាត់ $AB$ ។

VII. លើរង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ និងកាំ $R$ ។ គេឲ្យធ្នូបីតគ្នា $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=60^o$ ។

១. ប្រាប់ប្រភេទចតុកោណ $ABCD$ ។

២. បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $B$ កាត់បន្ទាត់ $AD$ ត្រង់ $P$ ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ $PAB$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

៣. គណនា $PO$ និង $PB$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

៤. $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $OA$ ហើយ $E$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $PB$ និង $CD$ ។ គណនា $EM$ ជាអនុគមន៍ $R$ ។

៥. $H$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $EM$ និង $BO$ ។ គណនាផលធៀប $\frac{MH}{ME}$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ $PH$ កាត់អង្កត់ $ED$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $I$ ។

Facebook Page Sok Piseth

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១

I. គណនា :

$$A=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{23+\sqrt[3]{8}}}}}$$

$$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{23+2}}}}$$

$$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+5}}}$$

$$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-5}}$$

$$=\sqrt[3]{22+5}$$

$$=\sqrt[3]{27}=3$$

ដូចនេះ: $\boxed{A=3}$

$$B=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{8}-\sqrt{20}}+\frac{\sqrt{8}-\sqrt{20}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2+(\sqrt{8}-\sqrt{20})^2}{2(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})}$$

$$=\frac{\sqrt{2}^2+2\sqrt{10}+\sqrt{5}^2+\sqrt{8}^2-2\sqrt{160}+\sqrt{20}^2}{2(2-5)}$$

$$=\frac{2+2\sqrt{10}+5+8-8\sqrt{10}+20}{-6}$$

$$=\frac{35-6\sqrt{10}}{-6}=\frac{-35+6\sqrt{10}}{6}$$

ដូចនេះ: $\boxed{B=\frac{-35+6\sqrt{10}}{6}}$

$$C=(a+b)-\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Facebook Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

$$= (a+b) - \frac{\sqrt{a}^3 + \sqrt{b}^3}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$= (a+b) - \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}^2 - \sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{b}^2)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$= (a+b) - (a - \sqrt{ab} + b)$$

$$= \sqrt{ab}$$

ដូចនេះ $\boxed{C = \sqrt{ab}}$

II. ១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 នៃ $x$ ។

$$A = [(x-1)-(3x-2)]^2 - [(x-1)^2 + (3x-2)^2]$$

$$= (x-1)^2 - 2(x-1)(3x-2) + (3x-2)^2 - (x-1)^2 - (3x-2)^2$$

$$= -2(x-1)(3x-2)$$

ដូចនេះ $\boxed{A = -2(x-1)(3x-2)}$

$$B = 2x^2 - 2$$

$$= 2(x^2-1)$$

$$= 2(x-1)(x+1)$$

ដូចនេះ $\boxed{B = 2(x-1)(x+1)}$

២. សម្រួលប្រភាគ $F = \dfrac{A}{B}$

ដោយ $A = -2(x-1)(3x-2)$ និង $B = 2(x-1)(x+1)$ គេបាន

$$F = \frac{-2(x-1)(3x-2)}{2(x-1)(x+1)}$$

$$= -\frac{3x-2}{x+1} = \frac{2-3x}{x+1} \quad (x \neq 1)$$

ដូចនេះ $\boxed{F = \dfrac{2-3x}{x+1}}$

៣. គណនាតម្លៃ $x$ កាលណា $F=\sqrt{3}$

គេមាន $F=\dfrac{2-3x}{x+1}$ តែ $F=\sqrt{3}$ គេបាន :

$$\frac{2-3x}{x+1}=\sqrt{3}$$

$$2-3x=x\sqrt{3}+\sqrt{3}$$

$$2-\sqrt{3}=x\sqrt{3}+3x$$

$$(3+\sqrt{3})x=2-\sqrt{3}$$

$$x=\frac{2-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{(2-\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$

$$=\frac{6-2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+3}{9-3}=\frac{9-5\sqrt{3}}{6}$$

ដូចនេះ: $\boxed{x=\dfrac{9-5\sqrt{3}}{6}}$

III. ១. ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយតាមក្រាភិច:

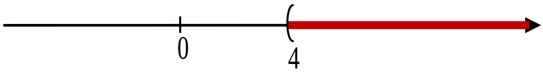
$$\frac{3x-4}{2}-\frac{2x-5}{3}>\frac{x+8}{4}$$

$$\frac{6(3x-4)-4(2x-5)}{12}>\frac{3(x+8)}{12}$$

$$18x-24-8x+20>3x+24$$

$$7x>28$$

$$x>\frac{28}{7}=4$$




ដូចនេះ: វិសមីការមានចម្លើយ $\boxed{x>4}$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page
facebook.com/TeacherSokPiseth

២. ដោះស្រាយសមីការ $x+\frac{30(20-x)}{5}=18$

$$x+\frac{30(20-x)}{5}=18$$
$$5x+30(20-x)=5\times18$$
$$5x+600-30x=90$$
$$-25x=-510$$
$$x=\frac{-510}{-25}=\frac{102}{5}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=\frac{102}{5}$

IV. រកចំនួនសិស្ស និង ចំនួនបន្ទប់

តាង $x$ ជាចំនួនបន្ទប់ និង $y$ ជាចំនួនសិស្ស $(y>x>0)$

តាមបម្រាប់គេបាន $\begin{cases} y=25x+9 & (1) \\ y=26x & (2) \end{cases}$

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $25x+9=26x \Rightarrow x=9$

តាម $(2)\Rightarrow y=26\times9=234$

ដូចនេះ សិស្សមានចំនួន 234 នាក់ ហើយបន្ទប់មាន 9 បន្ទប់

V. ក. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងពីរដើម

គេមានប៊ិចខៀវ 10 ដើម និង ប៊ិចក្រហម 6 ដើម សរុប 16 ដើម

គេបាន $P(ខខ)=\frac{10}{16}\times\frac{9}{15}=\frac{3}{8}=0.6$

ដូចនេះ $P(ខខ)=\frac{3}{8}=0.6$

ខ. រកប្របាបដែលគេចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម

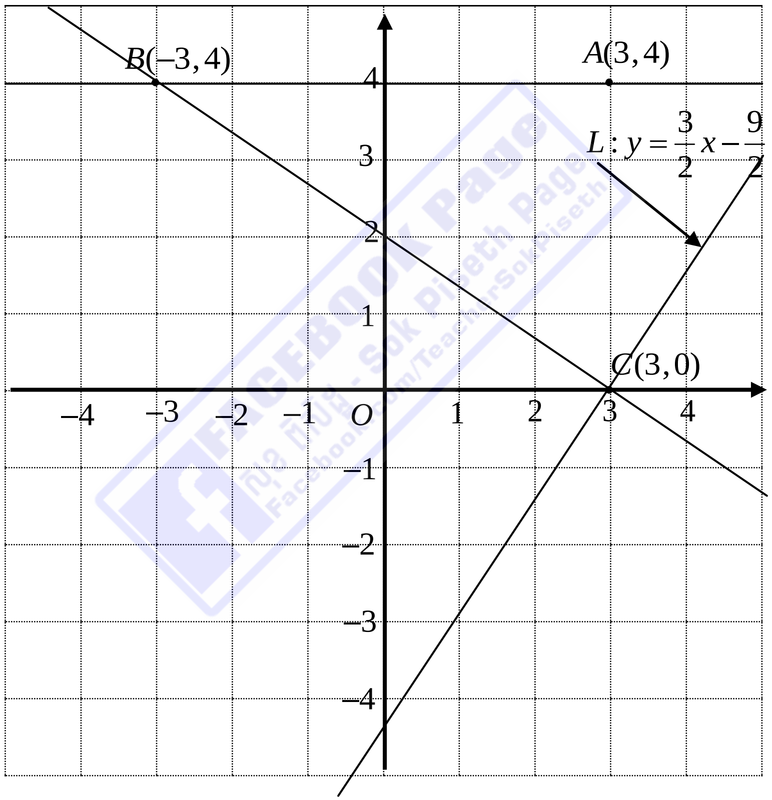
តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម

តាមប្រូបាបក្នុងវិញ្ញាសាតែមួយ គេបាន $P' = 1 - P(ខខ) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

ដូចនេះ $\boxed{P' = \frac{5}{8} = 0.625}$

VI. ក. ដៅចំណុច $A, B, C$

$A(3,4)$ , $B(-3,4)$ និង $C(3,0)$




សរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $AB$ ដែលត្រូវរក

ដោយបន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(3,4)$ និង $B(-3,4)$

គេបាន $\begin{cases} 4 = 3a + b \\ 4 = -3a + b \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 3a + b = 4 & (1) \\ -3a + b = 4 & (2) \end{cases}$

$(1)+(2)$ គេបាន $2b = 8 \Rightarrow b = 4$

តាម $(1)$ គេបាន $3a + 4 = 4 \Rightarrow a = 0$

ដូចនេះ៖ សមីការបន្ទាត់ $AB$ គឺ $\boxed{AB:\ y = 4}$

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $BC$

តាង $y = a'x + b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $BC$ ដែលត្រូវរក

ដោយបន្ទាត់ $BC$ កាត់តាមចំណុច $B(-3,4)$ និង $C(3,0)$

គេបាន $\begin{cases} 4 = -3a + b \\ 0 = 3a + b \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} -3a + b = 4 & (1) \\ 3a + b = 0 & (2) \end{cases}$

$(1)+(2)$ គេបាន $2b = 4 \Rightarrow b = 2$

តាម $(2) \Rightarrow a = -\frac{b}{3} = -\frac{2}{3}$

ដូចនេះ៖ $\boxed{BC: y = -\frac{2}{3}x + 2}$

គ. កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ $L$

តាង $y = mx + n$ ជាសមីការបន្ទាត់ $L$ ដែលត្រូវរក

ដោយ បន្ទាត់ $L$ កាត់តាមចំណុច $C(3,0)$ គេបាន $3m + n = 0$ $(1)$

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $L$ កែងនឹងបន្ទាត់ $BC: y = -\frac{2}{3}x + 2$

គេបាន $m \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$

តាម $(1) \Rightarrow n = -3m = -3\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{2}$

ដូចនេះ៖ $\boxed{L: y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

ឃ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $L$ និងបន្ទាត់ $AB$

គេមាន $L: y=\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$ និង $AB: y=4$

តាង $I(x, y)$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $L$ និង $AB$

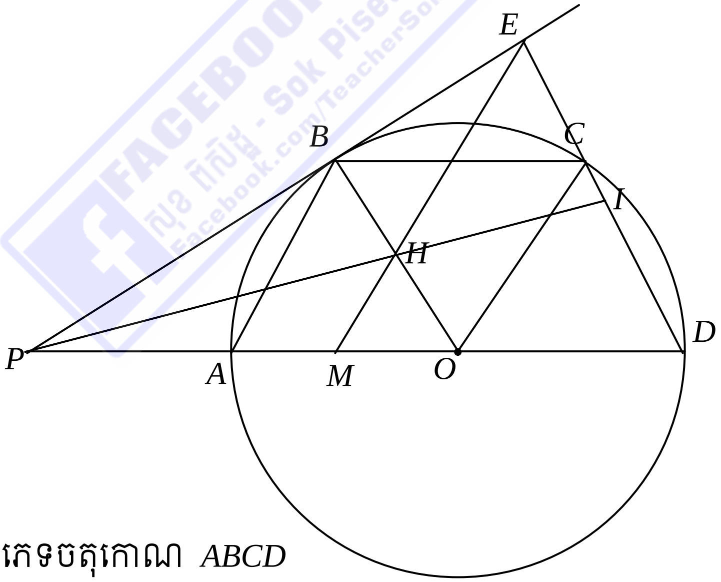
គេបាន $\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}=4$

$$\frac{3}{2}x=4+\frac{9}{2}=\frac{17}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{17}{3}$$

ដូចនេះ កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $L$ និង $AB$ គឺ $\boxed{I\left(\frac{17}{3}, 4\right)}$

VII.




FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

១. ប្រាប់ប្រភេទចតុកោណ $ABCD$

គេមាន $\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CD}=60^o+60^o+60^o=180^o$

ឬ $\overset{\frown}{AD}=180^o$ ឬ $\angle AOD=180^o$

នោះ $AD$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$

➢ ក្នុង $\Delta OAB$ មាន $OA = OB$ ( កាំរង្វង់ ) និង $\overset{\frown}{AB} = 60^o$ នោះ $\angle AOB = 60^o$

នោះ $\Delta AOB$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក $OA = OB = AB = R$ និង $\angle AOB = \angle OAB = \angle OBA = 60^o$ (1)

➢ ក្នុង $\Delta OBC$ មាន $OB = OC$ ( កាំរង្វង់ )

និង $\overset{\frown}{BC} = 60^o$ នោះ $\angle BOC = 60^o$

នោះ $\Delta OBC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក $OB = OC = BC = R$ និង $\angle BOC = \angle OBC = \angle OCB = 60^o$ (2)

➢ ក្នុង $\Delta OCD$ មាន $OC = OD$ ( កាំរង្វង់ )

និង $\overset{\frown}{CD} = 60^o$ នោះ $\angle COD = 60^o$

នោះ $\Delta COD$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក $OC = OD = CD = R$ និង $\angle COD = \angle OCD = \angle ODC = 60^o$ (3)

តាម (1) , (2) និង (3) គេបាន $AB = DC$ និង $\angle OAB = \angle ODC = 60^o$

ឬ $\angle DAB = \angle ADC$

នោះ ក្នុងចតុកោណ $ABCD$ មាន

$AB = DC$ ( សម្រាយខាងលើ )

$\angle DAB = \angle ADC$ ( សម្រាយខាងលើ )

ដូចនេះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាតុកោណញ្ញាយសមបាត

២. បង្ហាញថាត្រីកោណ $PAB$ ជាត្រីកោណសមបាត

គេមាន $\angle ABP = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{60^o}{2} = 30^o$ ( មុំពិសេស ) (*)

ហើយ $\angle APB = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{AB}\right)$ ( មុំក្រៅរង្វង់ )

$= \frac{1}{2}\left((60^o + 60^o) - 60^o\right) = 30^o$ (**)

តាម (*) និង (**) គេបាន $\angle ABP = \angle APB = 30^o$

ត្រីកោណ $PAB$ មាន $\angle ABP = \angle APB = 30^o$ (សម្រាយខាងលើ)

ដូចនេះ ត្រីកោណ $PAB$ ជាត្រីកោណសមបាត

៣. គណនា $PO$ និង $PB$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

តាមសម្រាយខាងលើ គេមាន $\Delta PAB$ ជាត្រីកោណសមបាត

នោះ $PA = AB = R$

គេបាន $PO = PA + AO = R + R = 2R$

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $PB$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $B$ នោះ $PB \perp OB$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន $PO^2 = PB^2 + OB^2$

$$(2R)^2 = PB^2 + R^2$$

$$PB^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\Rightarrow PB = \sqrt{3R^2} = R\sqrt{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{PO = 2R \ , \ PB = R\sqrt{3}}$

៤. គណនា $EM$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

គេមាន $\angle APB = 60^o$ និង $\angle ODC = 60^o$

ក្នុងត្រីកោណ $PDE$ មាន $\angle P + \angle D + \angle E = 180^o$

(ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

នោះ $\angle E = 180^o - \angle P - \angle D = 180^o - 30^o - 60^o = 90^o$

នោះ ត្រីកោណ $PDE$ ជាត្រីកោណកែង

ដោយ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $OA$ ហើយ $AP = OD = R$

នាំឱ្យ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $PD$

នោះ $EM$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ $EPD$ ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $PD$

គេបាន $EM = \dfrac{PD}{2} = \dfrac{2R + R}{2} = \dfrac{3R}{2}$

ដូចនេះ $EM = \dfrac{3R}{2}$

៥. គណនាផលធៀប $\dfrac{MH}{ME}$

$\Delta OMH$ មាន $\angle O = 60^o$ ហើយ $\angle M = \angle COD = 60^o$ ( មុំត្រូវគ្នា )

$\Rightarrow \Delta OMH$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស $\Rightarrow MH = MO = \dfrac{R}{2}$

គេបាន $\dfrac{MH}{ME} = \dfrac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} = \dfrac{1}{3}$

ដូចនេះ $\dfrac{MH}{ME} = \dfrac{1}{3}$

បង្ហាញថាបន្ទាត់ $PH$ កាត់អង្កត់ $ED$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $I$

គេមាន $EM$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ $EPD$ ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $PD$

ហើយម្យ៉ាងទៀត $\dfrac{MH}{ME} = \dfrac{1}{3}$

នោះ $H$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ $PDE$

$\Rightarrow PI$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ $PDE$ ត្រូវនឹងជ្រុង $ED$ $\Rightarrow ID = IE$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $PH$ កាត់អង្កត់ $ED$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $I$

# វិញ្ញាសាទី២

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. ១. គណនា $A=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$B=\sqrt[4]{2}(\sqrt[4]{5}-\sqrt[3]{3})-\sqrt[4]{10}(1-\sqrt[4]{1000})+\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{3}$

២. ចូរសម្រួលប្រភាគ $F=\frac{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}$

II. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $(\sqrt{28}+1)x+\sqrt{12}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

ខ. $\frac{2\sqrt{x}-3}{5}=\frac{\sqrt{x}+1}{2}$

III. ពូសុខផ្ញើលុយ 2000 000រៀលនៅធនាគា A បានអត្រាការប្រាក់ 5% ក្នុង 1ឆ្នាំ និងផ្ញើលុយ 3000 000 រៀលនៅធនាគារ B បានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុង 1ឆ្នាំ ។ តើពូសុខទទួលបានការប្រាក់សរុបប៉ុន្មានក្នុង 1 ឆ្នាំ ពីធនាគារទាំងពីរនេះ ?

IV. តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីចំនួនសិស្សនៃអនុវិទ្យាល័យមួយដែលបានទទួលជ័យលាភីសិស្សពូកែប្រចាំឆ្នាំ។

| ថ្នាក់នៃអាយុ( ឆ្នាំ ) | 10 – 12 | 12 – 14 | 14 – 16 | 16 – 18 |
|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្សបានជ័យលាភី | 3 | 4 | 6 | 3 |

១. សង់តារាងប្រេកង់កើននៃទិន្នន័យខាងលើ ។

២. គណនាម៉ូត និង រកថ្នាក់មេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងលើ ។

FACEBOOK Page Sok Piseth www.facebook.com/TeacherSokPiseth

V. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ មួយគេឲ្យបន្ទាត់ $L_1$ មានសមីការ $y=-\frac{1}{2}x+1$ និង បន្ទាត់ $L_2$ កាត់តាមចំណុច $A(2\,,1)$ ហើយស្រប នឹងបន្ទាត់ $L_1$ ។

១. រកសមីការបន្ទាត់ $L_2$ ។

២.បន្ទាត់ $L_3$ មួយទៀតកាត់តាមចំណុច $B(-1,\,0)$ ហើយកែងនឹង បន្ទាត់ $L_2$ ។ ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់ $L_3$ ។

៣. សង់បន្ទាត់ $L_1$ , $L_2$ និង $L_3$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

VI. នៅក្នុងគ្រួសារមួយឪពុកមានអាយុច្រើនជាងកូនច្បង 25ឆ្នាំ ហើយ កូនច្បងមានអាយុច្រើនជាងកូនប្អូន 5ឆ្នាំ ។

ចូររកអាយុម្នាក់ៗ ដោយដឹងថាផលបូកអាយុអ្នកទាំងបីស្មើ 65ឆ្នាំ ។

VI. រង្វង់ $O$ មួយមានអង្កត់ផ្ចិត $AB=5cm$ ។ បន្ទាត់ $L$ មួយប៉ះរង្វង់នេះ ត្រង់ $C$ ហើយដែល $AC=4cm$ ។ បន្ទាត់ $AD$ ជួបរង្វង់ម្តងទៀត ត្រង់ $D$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $L$ ត្រង់ $E$ ។ $M$ ជាចំណុចប្រសព្វ រវាងបន្ទាត់ $AC$ និង $BD$ ។ $N$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $AD$ ។

១. កំណត់ប្រភេទនៃ $\Delta ABC$ និង $\Delta ABD$ ។

គណនាបរិមាត្រនៃ $\Delta ABC$ ។

២. បង្ហាញចតុកោណ $CENO$ ជាចតុកោណកែង ។

៣. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $MAB$ និង $MDC$ ។

ទាញបញ្ជាក់ថា $MA\times MC=MB\times MD$

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី២

I. ១. គណនា

$$A=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$$

$$=\frac{\sqrt{5}^2-\sqrt{10}+\sqrt{10}+\sqrt{2}^2}{\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2}$$

$$=\frac{5+2}{5-2}=\frac{7}{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\frac{7}{3}}$

$$B=\sqrt[4]{2}(\sqrt[4]{5}-\sqrt[3]{3})-\sqrt[4]{10}(1-\sqrt[4]{1000})+\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{3}$$

$$=\sqrt[4]{10}-\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{3}-\sqrt[4]{10}+\sqrt[4]{10000}+\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{3}$$

$$=\sqrt[4]{10000}$$

$$=10$$

ដូចនេះ $\boxed{B=10}$

២. សម្រួលប្រភាគ $F$

$$F=\frac{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}$$

$$=\frac{3\sqrt{3^2\times 2}-2\sqrt{3^2\times 3}+\sqrt{3^2\times 5}}{3\sqrt{2^2\times 2}-2\sqrt{2^2\times 3}+\sqrt{2^2\times 5}}$$

$$=\frac{3\cdot 3\sqrt{2}-2\cdot 3\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{3\cdot 2\sqrt{2}-2\cdot 2\sqrt{3}+2\sqrt{5}}$$

FACEBOOK Page
ស៊ុខ ពិសិដ្ឋ Facebook Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

$$=\frac{3\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{2\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{3}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{F=\frac{3}{2}}$

II. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $(\sqrt{28}+1)x+\sqrt{12}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow (\sqrt{2^2\times 7}+1)x+\sqrt{2^2\times 3}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{7}\,x+x+2\sqrt{3}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{7}\,x=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$$=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}$$

$$=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{21}}{2\cdot 7}$$

$$=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{21}}{14}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\frac{\sqrt{14}-\sqrt{21}}{14}}$

ខ. $\frac{2\sqrt{x}-3}{5}=\frac{\sqrt{x}+1}{2}$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-6=5\sqrt{x}+5$

$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}-5\sqrt{x}=5+6$

FACEBOOK Page - Sok Pisith Facebook.com/TeacherSokPisith

$\Leftrightarrow -\sqrt{x} = 11$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = -11$

ដោយ $\sqrt{x} > 0$ គ្រប់ចំនួនពិត $x > 0$

ដូចនេះ សមីការគ្មានឫស( ក្នុងសំណុំចំនួនពិត )

*បញ្ជាក់ ៖ សម្រាប់ថ្នាក់ទី៩ យើងមិនបានសិក្សាដល់ចំនួនកុំផ្លិចទេ*

*ដូច្នេះ ចំពោះចម្លើយនេះ យើងមិនចាំបាច់ដាក់ថាក្នុងសំណុំចំនួនពិតក៏បានដែរ*

III. រកអត្រាការប្រាក់សរុបដែលពូសុខ ទទួលបានក្នុងមួយឆ្នាំ ពីធនាគារទាំងពីរ

- រកការប្រាក់ពីធនាគារ $A$

$$M_A = 2\,000\,000 \times 5\% = 2\,000\,000 \times \frac{5}{100} = 100\,000 ៛$$

- រកការប្រាក់ពីធនាគារ $B$

$$M_B = 3\,000\,000 \times 6\% = 3\,000\,000 \times \frac{6}{100} = 180\,000 ៛$$

ការប្រាក់សរុបពីធនាគារទាំងពីរ

$$M = M_A + M_B = 100\,000 + 180\,000 = 280\,000 ៛$$

ដូចនេះ ការប្រាក់សរុបពីធនាគារទាំងពីរ $A$ និង $B$ គឺ $M = 280\,000$ ៛

IV. ១. សង់តារាងប្រេកង់កើននៃទិន្នន័យខាងលើ

| ថ្នាក់អាយុ( ឆ្នាំ ) | ប្រេកង់ | ប្រេកង់កើន |
|---|---|---|
| 10 – 12 | 3 | 3 |
| 12 – 14 | 4 | 7 |
| 14 – 16 | 6 | 13 |
| 16 – 18 | 3 | 16 |
| សរុប | 16 | |

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

២. រកម៉ូត និង ថ្នាក់មេដ្យាន

+ ម៉ូត ៖ ដោយថ្នាក់ $14-16$ មានប្រេកង់ $6$ ដែលជាប្រេកង់ធំជាងគេ

នោះ ម៉ូត ត្រូវនៅក្នុងថ្នាក់ $14-16$

គេបាន $M_o=\dfrac{14+16}{2}=15$

ដូចនេះ ម៉ូតគឺ $M_o=15$

+ មេដ្យាន ៖ មេដ្យានមានទីតាំងនៅ $\dfrac{n+1}{2}=\dfrac{16+1}{2}=8.5$

តាមតារាងប្រេកង់ ក្នុងជួរប្រេកង់កើន ឃើញថា $7<8.5<13$

នោះ មេដ្យាន ត្រូវនៅក្នុងថ្នាក់ $14-16$

ដូចនេះ ថ្នាក់មេដ្យានគឺ $14-16$

V.ក. រកសមីការបន្ទាត់ $L_2$

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $L_2$ ដែលត្រូវរក

ដោយ បន្ទាត់ $L_2$ កាត់តាមចំណុច $A(2,1)$ គេបាន $1=a\cdot 2+b$

ឬ $2a+b=1$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $L_2$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $L_1$ ដែលមានសមីការ $y=-\dfrac{1}{2}x+1$

នោះ គេបាន $a=-\dfrac{1}{2}$

តាម (1) គេបាន $b=1-2a=1-2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2$

ដូចនេះ $\boxed{L_2: y=-\dfrac{1}{2}x+2}$

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $L_3$

តាង $y=a'x+b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $L_3$ ដែលត្រូវរក

ដោយ បន្ទាត់ $L_3$ កាត់តាមចំណុច $B(-1,0)$ គេបាន $0=a'\cdot(-1)+b'$

ឬ $-a'+b'=0$ (1)

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ facebook.com/TeacherSokPiseth Page

ម្យ៉ាងទៀតបន្ទាត់ $L_3$ កែងនឹងបន្ទាត់ $L_2$ ដែលមានសមីការ $L_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2$

នោះ $a' \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1 \Rightarrow a' = 2$

តាម $(1) \Rightarrow b = a = 2$

ដូចនេះ $\boxed{L_3 : y = 2x + 2}$

គ. សង់បន្ទាត់ $L_1 , L_2$ និង $L_3$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ

$L_1 : y = -\frac{1}{2}x + 1$

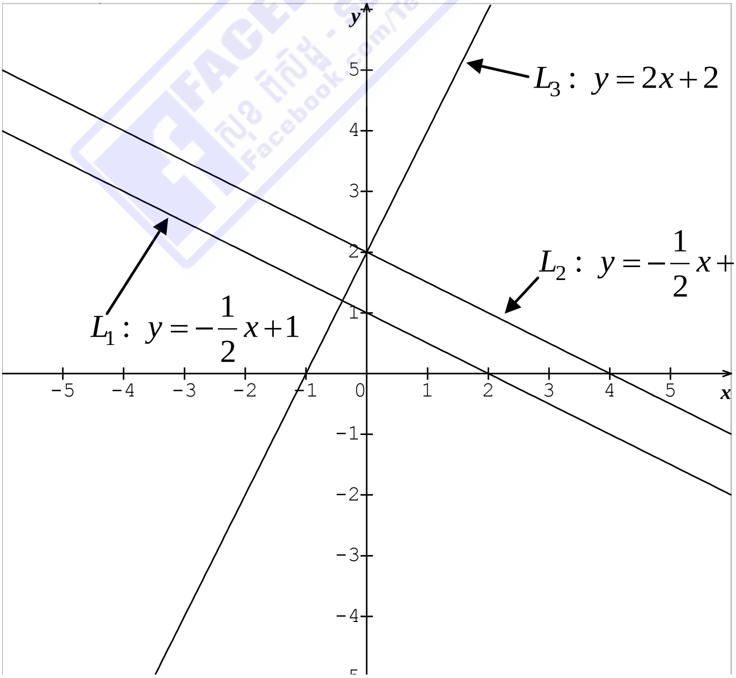
| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 1 | 0 |

$L_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2$

| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 4 |
| y | 2 | 0 |

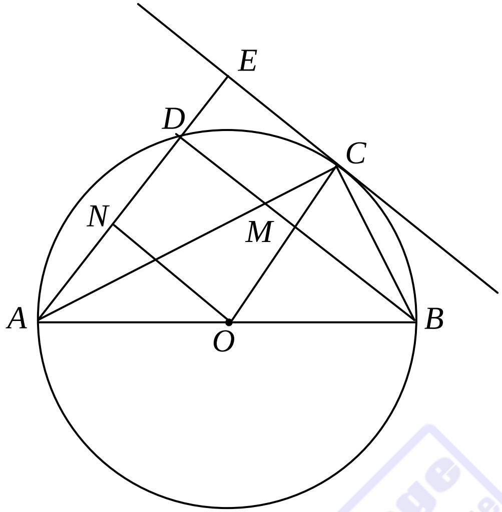
$L_3 : y = 2x + 2$

| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | -1 |
| y | 2 | 0 |




FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

VI.




ក. កំណត់ប្រភេទនៃ $\Delta ABC$ និង $\Delta ABD$

- $\Delta ABC$ មាន $\angle ACB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

  $\Rightarrow AC \perp BC$ ត្រង់ $C$

ដូចនេះ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$

- $\Delta ABD$ មាន $\angle ADB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

  $\Rightarrow AD \perp BD$ ត្រង់ $D$

ដូចនេះ $\Delta ABD$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $D$

គណនាបរិមាត្រនៃ $\Delta ABC$

គណនាប្រវែង $BC$

ក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

គេបាន $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$5^2 = 4^2 + BC^2$

$BC^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

$\Rightarrow BC = \sqrt{9} = 3$

គេបាន បរិមាត្រ $P = AB + AC + BC = 5 + 4 + 3 = 12\,cm$

ដូចនេះ បរិមាត្រនៃ $\Delta ABC$ គឺ $\boxed{P = 12\,cm}$

ខ. បង្ហាញថាចតុកោណ $CENO$ ជាចតុកោណកែង

ចតុកោណ $CENO$ មាន ៖

- $CE \perp NE$ ( សមតិកម្ម ) (1)
- $OC \perp EC$ ( បន្ទាត់ $L$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $C$ ) (2)

ម្យ៉ាងទៀត $N$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $AD$ នោះ $ON \perp NE$ (3)

តាម (1), (2) និង (3) គេបាន $CENO$ ជាចតុកោណកែង

ដូចនេះ ចតុកោណ $CENO$ ជាចតុកោណកែង

គ. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $MAB$ និង $\Delta MDC$

ត្រីកោណ $MAB$ និង $\Delta MDC$ មាន ៖

- $\angle AMB = \angle CMD$ ( មុំទល់កំពូល )
- $\angle ABM = \angle DCM$ ( មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $AD$ រួម )

ដូចនេះ $\Delta MAB \sim \Delta BDC$ តាមករណី ម.ម

ទាញបញ្ជាក់ថា $MA \times MC = MB \times MD$

គេមាន $\Delta MAB \sim \Delta BDC$

វិបាក $\left.\begin{matrix} MAB \\ \sim \\ MDC \end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MB}{MC}$

$$\Rightarrow MA \times MC = MB \times MD$$

ដូចនេះ $\boxed{MA \times MC = MB \times MD}$

# វិញ្ញាសាទី៣

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

I.ចូរគូសសញ្ញា✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវដែលមានតែមួយគត់ :

១. ត្រីកោណកែង $ABC$ កែងត្រង់ $A$ និងមាន $AI$ ជាកម្ពស់

ហើយដែល $IB = 3cm$ និង $IC = 4cm$ ។ ផ្ទៀង $AI$ មានប្រវែង:

☐ ក. $AI = 2\sqrt{2}\,cm$ ☐ ខ. $AI = 12\,cm$

☐ គ. $AI = 2\sqrt{3}\,cm$ ☐ ឃ. $AI = 3\sqrt{2}\,cm$

២. វិសមីការ $4(x - \frac{1}{4}) + 2013 \geq 2012 + 2x$ មានចម្លើយ :

☐ ក. $x \geq 0$ ☐ ខ. $x \leq 0$

☐ គ. $x \leq 2013$ ☐ ឃ. $x \geq 2013$

II. ១. គណនា៖

$$A = \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \quad \text{និង} \quad B = \frac{1}{11 + 3\sqrt{11}} + \frac{1}{11 - 3\sqrt{11}}$$

២. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ $C = \dfrac{\sqrt{a-b} + \dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1 + \dfrac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}}$

III. គេឲ្យកន្សោមពីជគណិត :

$A = x^2 - 4x + 4 + (x+3)(6-3x) + 5(x^2 - 4)$ និង

$B = 3x(4-x) + (x-4)$ ។

១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ ។

២. សម្រួលប្រភាគ $F = \dfrac{A}{B}$ រួចគណនាប្រភាគ $F$ ចំពោះ $x = 3$ ។

៣. ដោះស្រាយសមីការ $F = 10$ ។

FACEBOOK Page - Sok Pisith - facebook.com/TeacherSokPisith

IV. ក្នុងតម្រុយអតូណរមេ $(xOy)$ មួយគេមានចំណុច $A(1,-3)$ និង $B(3,-1)$ ។

១. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $AB$ ។

២. $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$ ។ ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $I$ ។

៣. កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $AB$ ។

៤. សង់បន្ទាត់ $AB$ និង $\Delta$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតែមួយ ។

V. តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីពិន្ទុគណិតវិទ្យារបស់សិស្សថ្នាក់ទី៩ នៃអនុវិទ្យាល័យមួយ:

| ពិន្ទុ | 40 – 50 | 50 – 60 | 60 – 70 | 70 – 80 | 80 – 90 | 90 – 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 8 | 20 | 18 | 30 | 17 | 7 |

១. សង់តារាងបង្ហាញពី ប្រេកង់ $f$ ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ ប្រេកង់ថយ $f_{\downarrow}$ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ $x$ និង $f \cdot x$ ។

២. គណនាម៉ូត មធ្យម និង រកថ្នាក់នៃពិន្ទុដែលជាមេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងលើ ។

VI. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីចំនួន 10 គ្រាប់ ដែលក្នុងនោះមានតែឃ្លីពណ៌ស និងឃ្លីពណ៌ក្រហម ។ គេដឹងថា ប្រូបាបដែលចង់បានឃ្លីពណ៌ស មួយគ្រាប់គឺ 60% ។

១. រកចំនួនឃ្លីពណ៌ស និង ចំនួនឃ្លីក្រហម ។

២. គេចាប់យកឃ្លីចេញពីថង់បីគ្រាប់តែម្តង ។ រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ស យ៉ាងតិចមួយគ្រាប់។

VII. គេឲ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ មានអង្កត់ផ្ចិត $AB$ ដែល $AB = 8cm$ ។ $H$ ជាចំណុចមួយនៅលើ $OA$ ដែល $OH = 2.5cm$ ។ តាម $H$ គេគូសបន្ទាត់កែងនឹងអង្កត់ $AB$ ហើយកាត់រង្វង់ត្រង់ $C$ និង $D$ ។

១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $ABC$ ។

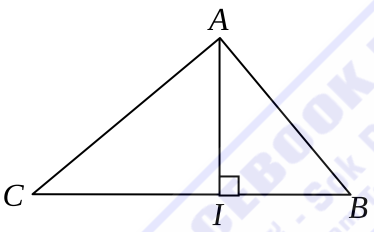
Facebook Page Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

២. គណនា $AH$ និង $BC$ ។

៣. គេគូសអង្កត់ធ្នូ $CP$ កែងនឹងជ្រុង $CD$ ត្រង់ $C$ ។ បង្ហាញថា $D, O, P$ រត់ត្រង់ជួរគ្នា ។

## ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៣

I. ១. គណនាប្រវែងជ្រុង $AI$




តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

គេបាន $AI^2 = IB \times IC = 3 \times 4 = 12$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\ cm$$

ដូចនេះ គ. ☑ $AI = 2\sqrt{3}\,cm$

២. ដោះស្រាយវិសមីការ $4\left(x - \frac{1}{4}\right) + 2013 \geq 2012 + 2x$

$$4x - 1 + 2013 \geq 2012 + 2x$$

$$4x - 2x \geq 2012 + 1 - 2013$$

$$2x \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq 0$$

ដូចនេះ ក. ☑ $x \geq 0$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

II. ១.គណនា $A=\dfrac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{3}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

$$=\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{5})+3(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$$

$$=\frac{5\sqrt{3}+5\sqrt{5}+3\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}+8\sqrt{5}}{5-3}$$

$$=\frac{2(\sqrt{3}+4\sqrt{5})}{2}$$

$$=\sqrt{3}+4\sqrt{5}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\sqrt{3}+4\sqrt{5}}$

$$B=\frac{1}{11+3\sqrt{11}}+\frac{1}{11-3\sqrt{11}}$$

$$=\frac{11-3\sqrt{11}+11+3\sqrt{11}}{(11+3\sqrt{11})(11-3\sqrt{11})}$$

$$=\frac{22}{11^2-(3\sqrt{11})^2}$$

$$=\frac{22}{121-99}=\frac{22}{22}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{B=1}$

២. សម្រួលកន្សោម $C=\dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

$$C=\frac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$$

$$=\frac{\dfrac{\sqrt{(a-b)(a+b)}+1}{\sqrt{a+b}}}{\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}+1}{\sqrt{(a-b)(a+b)}}}$$

$$=\frac{\sqrt{a^2-b^2}+1}{\sqrt{a+b}}\times\frac{\sqrt{(a-b)(a+b)}}{\sqrt{a^2-b^2}+1}$$

$$=\sqrt{a-b}$$

ដូចនេះ: $\boxed{C=\sqrt{a-b}}$

III.១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១

$$A=x^2-4x+4+(x+3)(6-3x)+5(x^2-4)$$
$$=(x-2)^2-3(x-2)(x+3)+5(x-2)(x+2)$$
$$=(x-2)\left[(x-2)-3(x+3)+5(x+2)\right]$$
$$=(x-2)(x-2-3x-9+5x+10)$$
$$=(x-2)(3x-1)$$

ដូចនេះ: $\boxed{A=(x-2)(3x-1)}$

$$B=3x(4-x)+(x-4)$$
$$=3x(4-x)-(4-x)$$
$$=(4-x)(3x-1)$$

ដូចនេះ: $\boxed{B=(4-x)(3x-1)}$

២. សម្រួលប្រភាគ $F=\dfrac{A}{B}$

ដោយ $A=(x-2)(3x-1)$ និង $B=(4-x)(3x-1)$

គេបាន $F=\dfrac{(x-2)(3x-1)}{(4-x)(3x-1)}=\dfrac{x-2}{4-x}$ , $(x\neq\dfrac{1}{3})$

ដូចនេះ: $\boxed{F=\dfrac{x-2}{4-x}}$

គណនាប្រភាគ $F$ ចំពោះ $x=3$

គេមាន $F=\dfrac{x-2}{4-x}$

ចំពោះ $x=3$ គេបាន $F=\dfrac{3-2}{4-3}=1$

ដូចនេះ: ចំពោះ $x=3$ គេបាន $\boxed{F=1}$

៣. ដោះស្រាយសមីការ $F=10$

$$F=10\Leftrightarrow\frac{x-2}{4-x}=10$$
$$\Leftrightarrow x-2=10(4-x)$$
$$\Leftrightarrow x-2=40-10x$$
$$\Leftrightarrow 11x=42$$
$$\Rightarrow x=\frac{42}{11}$$

ដូចនេះ: សមីការមានឫស $\boxed{x=\dfrac{42}{11}}$

IV. ១. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $AB$

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $AB$ ដែលត្រូវរក

ដោយបន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(1,-3)$ , $B(3,-1)$

គេបាន $\begin{cases}-3=a\cdot 1+b\\ -1=a\cdot 3+b\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a+b=-3 & (1)\\ 3a+b=-1 & (2)\end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $-2a=-2\Rightarrow a=1$

តាម $(1)\Rightarrow b=-3-1=-4$

ដូចនេះ $\boxed{AB: y=x-4}$

២. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $I$

$I(x_I\,,y_I)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$

គេបាន $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1+3}{2}=2$

$y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{-3-1}{2}=-2$

ដូចនេះ កូអរដោនេនៃចំណុច $I$ គឺ $\boxed{I(2\,,-2)}$

៣. កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ $\Delta$

បន្ទាត់ $\Delta$ ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $AB$ នោះ បន្ទាត់ $\Delta$ កែងនឹងអង្កត់ $AB$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $I$

តាង $y=a'x+b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលត្រូវរក

ដោយ $\Delta\perp AB: y=x-4$ នោះ $a'\times 1=-1\Rightarrow a'=-1$

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $\Delta$ កាត់តាមចំណុច $I(2\,,-2)$ គេបាន $-2=a'\cdot 2+b$

ឬ $-2=-1\cdot 2+b\Rightarrow b=0$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta: y=-x}$

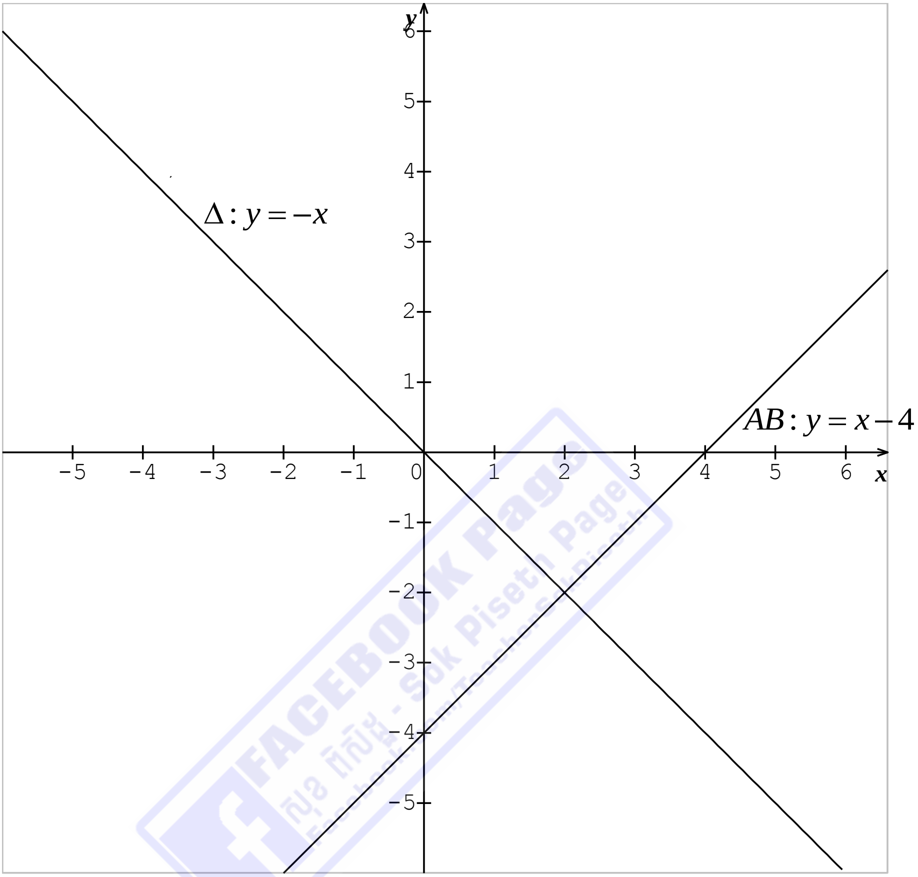
៤. សង់បន្ទាត់ $AB$ និង $\Delta$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ

$AB: y=x-4$

| x | 0 | 4 |
|---|---|---|
| y | -4 | 0 |

$\Delta: y=-x$

| x | 0 | 4 |
|---|---|---|
| y | -4 | 0 |




V. ១. សង់តារាងបង្ហាញពីប្រេកង់ $f$ ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ ប្រេកង់ថយ $f_{\downarrow}$ ផ្ចិតនៃថ្នាក់ $x$ និង $f \cdot x$

| ពិន្ទុ | ប្រេកង់ $f$ | $f^{\uparrow}$ | $f_{\downarrow}$ | ផ្ចិតនៃថ្នាក់ $x$ | $f \cdot x$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 40 – 50 | 8 | 8 | 100 | 45 | 360 |
| 50 – 60 | 20 | 28 | 92 | 55 | 1100 |
| 60 – 70 | 18 | 46 | 72 | 65 | 1170 |
| 70 – 80 | 30 | 76 | 54 | 75 | 2250 |
| 80 – 90 | 17 | 93 | 24 | 85 | 1445 |
| 90 – 100 | 7 | 100 | 7 | 95 | 665 |
| សរុប | 100 | | | | 6990 |

២. គណនាម៉ូត មធ្យម និង រកថ្នាក់ពិន្ទុដែលជាមេដ្យាន

+ ម៉ូត

តាមតារាងខាងលើឃើញថា ថ្នាក់ $70-80$ មានប្រេកង់ស្មើនឹង $30$ ដែលជាប្រេកង់ធំជាងគេ

នោះ ម៉ូតត្រូវនៅក្នុងថ្នាក់ $70-80$

គេបាន $Mo=\dfrac{70+80}{2}=75$

ដូចនេះ ម៉ូតគឺ $Mo=75$

+ មធ្យម $\bar{x}=\dfrac{\sum f\cdot x}{\sum f}=\dfrac{6990}{100}=69.90$

ដូចនេះ មធ្យមគឺ $\boxed{\bar{x}=69.90}$

+ ថ្នាក់មេដ្យាន

មេដ្យានមានទីតាំងនៅ $\dfrac{n+1}{2}=\dfrac{100+1}{2}=50.50$

តាមតារាង ក្នុងជួរប្រេកង់កើនឃើញថា $46<50.50<76$

នោះ មេដ្យានត្រូវនៅក្នុងថ្នាក់ $70-80$

ដូចនេះ ថ្នាក់ $70-80$ ជាថ្នាក់មេដ្យាន

VI. ១. រកចំនួនឃ្លីពណ៌ស និង ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហម

តាង $n$ ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ស នោះ $P(\text{ស})=\dfrac{n}{10}$

តែ $P(\text{ស})=60\%=\dfrac{60}{100}=\dfrac{6}{10}$

គេបាន $\dfrac{n}{10}=\dfrac{6}{10}\Rightarrow n=6$

គេបាន ចំនួនឃ្លីពណ៌ស មាន $6$ គ្រាប់ នោះ ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមមាន $10-6=4$ គ្រាប់

FACEBOOK Page Sok Piseth Page TeacherSokPiseth

ដូចនេះ ចំនួនឃ្លីពណ៌ស មាន 6 គ្រាប់

ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមមាន 4 គ្រាប់

២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ស យ៉ាងតិចមួយគ្រាប់

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ស យ៉ាងតិចមួយគ្រាប់

គេបាន $P' = 1 - P(\text{កកក})$

$$= 1 - \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8}$$

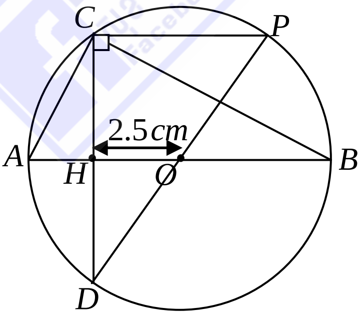
$$= 1 - \frac{1}{30}$$

$$= \frac{29}{30}$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ស យ៉ាងតិចមួយគ្រាប់គឺ

$$P' = \frac{29}{30} 0.9667$$

VII.




១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $ABC$

ត្រីកោណ $ABC$ មាន $\angle ACB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $AC \perp BC$

ដូចនេះ ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$

២. គណនា $AH$ និង $BC$

គេមាន $OA=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{8}{2}=4\,cm$ ( កាំរង្វង់ )

នោះ៖ $AH=OA-OH=4-2.5=1.5\,cm$

ដូចនេះ៖ $\boxed{AH=1.5\,cm}$

ក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែងគេបាន

$BC^2=AB\times HB$

ដោយ $AB=8cm$ និង $HB=2.5+4=6.5cm$

គេបាន $BC^2=8\times 6.5=52$

$\Rightarrow BC=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\ cm$

ដូចនេះ៖ $\boxed{BC=2\sqrt{13}\,cm}$

៣. បង្ហាញថា $D,O,P$ រត់ត្រង់ជួរគ្នា

គេមាន $C$ និង $D$ ជាចំណុចនៅលើរង្វង់ផ្ចិត $O$ ( ឬ $CD$ ជាអង្កត់ធ្នូមួយនៃរង្វង់ )

ហើយ $CP$ ជាអង្កត់ធ្នូមួយនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$

ដោយ $CP\perp CD$ នោះ៖ $\angle DCP=90^o$

$\Rightarrow \angle DCP$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់មានផ្ចិត $O$

នោះ៖ $DP$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$

ដូចនេះ៖ $D,O,P$ រត់ត្រង់ជួរគ្នា

FACEBOOK Page
Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី៤

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. គណនា $A=\frac{\sqrt{2012}}{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}+\frac{\sqrt{2013}}{\sqrt{2013}-\sqrt{2012}}$

$B=\frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}+\frac{1-\sqrt{8}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}-1}+\frac{3\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

$C=\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)+\sqrt{3}\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{5}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

II. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

ក. $\begin{cases}\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+1}{4}\\ 2x+y-z=1\end{cases}$

ខ. $\begin{cases}\frac{2}{x-2009}+\frac{3}{y-2011}=4\\ \frac{6}{x-2009}-\frac{2}{y-2011}=1\end{cases}$

២. ដោះស្រាយវិសមីការ $2(x-1)+3(x-2)\geq 4(x-3)+5(x-4)$ រួចបកស្រាយចម្លើយលើអ័ក្សចំនួន។

III. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចពណ៌ខៀវ និងប៊ិចពណ៌ក្រហមសរុបចំនួន ២០ដើម។

១. រកចំនួនប៊ិចពណ៌ខៀវ និង ចំនួនប៊ិចពណ៌ក្រហម បើប្រូបាបនៃប៊ិចក្រហមស្មើ $\frac{3}{5}$។

២. គេចាប់យកប៊ិចបីដើមចេញពីប្រអប់តែម្តងដោយចៃដន្យ។

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

ក. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ខៀវទាំងបីដើម។

ខ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ខៀវពីរដើម និង ក្រហមមួយដើម។

គ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម។

IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ គេឲ្យចំណុច $A(1,3)$ និង $B(-1,1)$ ។

១. រកសមីការបន្ទាត់ $AB$ រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$ កណ្ដាលអង្កត់ $AB$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $d$ ដែលកែងនឹងបន្ទាត់ $AB$ ហើយកាត់តាមចំណុច $C(1,-3)$ ។

៣. រកសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលកាត់តាមចំណុច $M$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $d$ ។

៤. សង់បន្ទាត់ $AB$ , $d$ និង $\Delta$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតែមួយ ។

V. ១. រក $m$ និង $n$ ដោយដឹងថាសមីការ $x^2-mx+n=0$ មានឫស $x_1=2$ និង $x_2=5$

២. កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} ax+6y=10 \\ 2x-by=5 \end{cases}$ មានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ ។

VI. ពិន្ទុធ្វើតែសលើសិស្សមួយក្រុម បានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម :

| ពិន្ទុ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 1 | 2 | 5 | 1 | $x$ |

១. រកតម្លៃ $x$ បើមេដ្យានគឺពិន្ទុ 3 ។

២. សង់តារាងប្រេកង់កើននៃទិន្នន័យខាងលើរួច រកចំនួនសិស្សបានធ្វើតែស ។ រកចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬ ស្មើ 3 ។

៣. គណនាម៉ូត និង មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងលើ ។

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ Teacher Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

VII. គេឲ្យត្រីកោណ $ABC$ មួយកែងត្រង់ $A$ និង មានកម្ពស់ $AH$ ។ គេគូសរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AH$ កាត់ជ្រុង $AB$ និង $AC$ រៀងគ្នា ត្រង់ $D$ និង $E$ ។

១. ប្រាប់ប្រភេទចតុកោណ $AEHD$ ។

២. ប្រដូច $\Delta ABC$ និង $\Delta ADE$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $AB\times AD = AC\times AE$ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $BDEC$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ។

## ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៤

I. គណនា ៖

$$A=\frac{\sqrt{2012}}{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}+\frac{\sqrt{2013}}{\sqrt{2013}-\sqrt{2012}}$$
$$=\frac{\sqrt{2012}}{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}-\frac{\sqrt{2013}}{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}$$
$$=\frac{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}$$
$$=1$$

ដូចនេះ $\boxed{A=1}$

$$B=\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})+\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})+\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$
$$=\sqrt{6}-\sqrt{10}+\sqrt{15}-\sqrt{6}+\sqrt{10}-\sqrt{15}$$
$$=0$$

ដូចនេះ $\boxed{B=0}$

$$C=\frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}+\frac{1-\sqrt{8}}{\sqrt{12}-\sqrt{3}-1}+\frac{3\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}+\frac{1-2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-\sqrt{3}-1}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

$$=\frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}+\frac{1-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

$$=\frac{2+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$$

$$=\frac{-3\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}-1}$$

$$=\frac{-3(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1}=-3$$

ដូចនេះ $\boxed{C=-3}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

II. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

ក. $\begin{cases}\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+1}{4} & (1)\\ 2x+y-z=1 & (2)\end{cases}$

តាម $(1)$ តាង $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+1}{4}=t$ នោះ $\begin{cases}x=2t-1\\ y=3t-1\\ z=4t-1\end{cases}$ $(3)$

យក $x, y, z$ នៃ $(3)$ ទៅជំនួសក្នុង $(2)$

គេបាន $2(2t-1)+(3t-1)-(4t-1)=1$

$$4t-2+3t-1-4t+1=1$$

$$3t=3\Rightarrow t=1$$

នោះ $(3)$ គេបាន $\begin{cases}x=2-1=1\\ y=3-1=2\\ z=4-1=3\end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $(x=1, y=2, z=3)$

ខ. $\begin{cases} \dfrac{2}{x-2010}+\dfrac{3}{y-2012}=4 \\ \dfrac{6}{x-2010}-\dfrac{2}{y-2012}=1 \end{cases}$

តាង $X=\dfrac{1}{x-2010}\,,Y=\dfrac{1}{y-2012}$ $,(X\neq 0\,,Y\neq 0)$

គេបានសមីការទៅជា $\begin{cases} 2X+3Y=4 \\ 6X-2Y=1 \end{cases}$

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}=-4-18=-22$$

$$D_X=\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=-8-3=-11$$

$$D_Y=\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}=2-24=-22$$

គេបាន $X=\dfrac{D_X}{D}=\dfrac{-11}{-22}=\dfrac{1}{2}$

$$Y=\frac{D_Y}{D}=\frac{-22}{-22}=1$$

តែ $X=\dfrac{1}{x-2010}\,,Y=\dfrac{1}{y-2012}$ គេបាន ៖

- $x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{x-2010}$

$\Leftrightarrow x-2010=2$

$\Rightarrow x=2+2010=2012$

- $Y=1\Leftrightarrow 1=\dfrac{1}{y-2012}$

$\Leftrightarrow y-2012=1$

$\Rightarrow y=1+2012=2013$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2012\,,y=2013)$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

២. ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយលើអ័ក្សចំនួន៖

$$2(x-1)+3(x-2)\geq 4(x-3)+5(x-4)$$

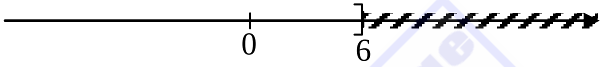
$$2x-2+3x-6\geq 4x-12+5x-20$$

$$2x+3x-4x-5x\geq -12-20+2+6$$

$$-4x\geq -24$$

$$\Rightarrow x\leq \frac{-24}{-4}=6$$

ឬ




ដូចនេះ៖ វិសមីការមានចម្លើយ $x\leq 6$

III. ១. រកចំនួនប៊ិចពណ៌ខៀវ និង ចំនួនប៊ិចពណ៌ក្រហម

គេមាន ប៊ិចពណ៌ខៀវ និង ក្រហម សរុបចំនួន 20 ដើម

តាង $n$ ជាចំនួនប៊ិចពណ៌ក្រហម

នោះ $P(\text{ក})=\frac{n}{20}$

តែ $P(\text{ក})=\frac{3}{5}$

គេបាន $\frac{n}{20}=\frac{3}{5}\Rightarrow n=\frac{3\times 20}{5}=12$

គេបាន ចំនួនប៊ិចពណ៌ក្រហមស្មើនឹង 12 ដើម នោះ ចំនួនប៊ិចពណ៌ខៀវស្មើនឹង $20-12=8$ ដើម

ដូចនេះ៖ ចំនួនប៊ិចពណ៌ខៀវមានចំនួន 8 ដើម

ចំនួនប៊ិចពណ៌ក្រហមមានចំនួន 12 ដើម

២. ក. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ខៀវទាំងបីដើម

$$P(ខខខ)=P(ខ)\times P(ខ/ខ)\times P(ខ/ខខ)$$

$$=\frac{8}{20}\times\frac{7}{19}\times\frac{6}{18}=\frac{14}{285}=0.0491$$

ដូចនេះ $\boxed{P(ខខខ)=\frac{14}{285}=0.0491}$

ខ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវពីរដើម និង ប៊ិចក្រហមមួយដើម

ប៊ិចខៀវពីរដើម និង ប៊ិចក្រហមមួយដើមគឺ (ខខក) ឬ (ខកខ) ឬ (កខខ)

គេបាន $P=P(ខខក)+P(ខកខ)+P(កខខ)$

$$=3P(ខខក)=3\times\frac{8}{20}\times\frac{7}{19}\times\frac{12}{18}=\frac{28}{95}=0.2947$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវពីរដើម និង ប៊ិចក្រហមមួយដើម

គឺ $\boxed{P=\frac{28}{95}=0.2947}$

គ. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម

គេបាន $P'=1-P(ខខខ)$

$$=1-\frac{14}{285}$$

$$=\frac{271}{285}=0.9509$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិចពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើមគឺ

$\boxed{P'=\frac{271}{285}=0.9509}$

IV.១. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $AB$

ដោយ បន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(1,3)$ និង $B(-1,1)$

គេបាន $\begin{cases}3=a+b\\1=-a+b\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a+b=3 & (1)\\-a+b=1 & (2)\end{cases}$

$(1)-(2)$ គេបាន $2a=2\Rightarrow a=1$

តាម $(1)\Rightarrow b=3-1=2$

ដូចនេះ $\boxed{AB: y=x+2}$

រកកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $M$

$M(x_M, y_M)$ ជាចំណុចនៃ $AB$

គេបាន $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1-1}{2}=0$

$y_M=\dfrac{3+1}{2}=2$

ដូចនេះ $\boxed{M(0,2)}$

២. រកសមីការបន្ទាត់ $d$

តាង $y=a'x+b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $d$ ដែលត្រូវរក

ដោយបន្ទាត់ $d$ កែងនឹងបន្ទាត់ $AB$: $y=x+2$

គេបាន $a'\times 1=-1\Rightarrow a'=-1$

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $d$ កាត់តាមចំណុច $C(1,-3)$ គេបាន $-3=a'\cdot 1+b'$

$\Rightarrow b'=-3-1\cdot(-1)=-2$

ដូចនេះ $\boxed{d: y=-x-2}$

៣. រកសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលកាត់តាមចំណុច $M$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $d$

តាង $y=a''x+b''$ ជាសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលត្រូវរក

ដោយបន្ទាត់ $\Delta$ កាត់តាមចំណុច $M(0,2)$ គេបាន $2=a''\cdot 0+b''$

$\Rightarrow b''=2$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $\Delta$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $d$ ដែលមានសមីការ $y=-x-2$

នោះគេបាន $a''=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta:\ y=-x+2}$

៤. សង់បន្ទាត់ $AB, d$ និង $\Delta$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ

$AB: y=x+2$

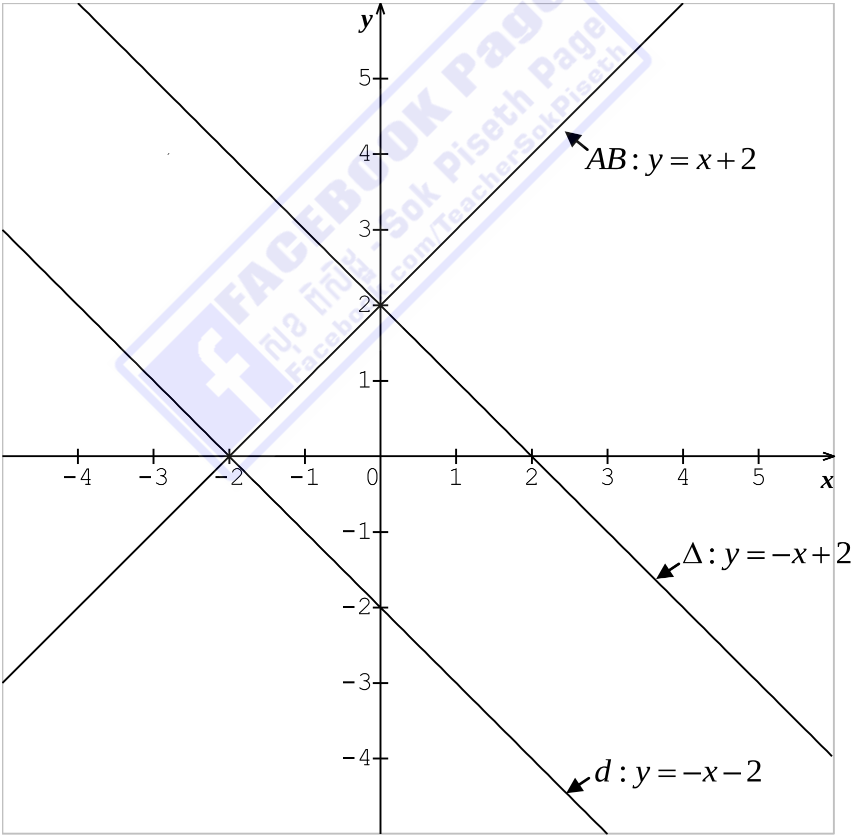
| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | -2 |
| y | 2 | 0 |

$d: y=-x-2$

| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | -2 |
| y | -2 | 0 |

$\Delta: y=-x+2$

| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 2 | 0 |



V.១. រក $m$ និង $n$

គេមាន សមីការ $x^2 - mx + n = 0$ មានឫស $x_1 = 2$ និង $x_2 = 5$ គេបាន ៖

$$\begin{cases} 2^2 - m\cdot 2 + n = 0 \\ 5^2 - m\cdot 5 + n = 0 \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} -2m + n = -4 & (1) \\ -5m + n = -25 & (2) \end{cases}$$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $3m = 21 \Rightarrow m = 7$

តាម $(1) \Rightarrow n = -4 + 2m = -4 + 2\cdot 7 = 10$

ដូចនេះ $\boxed{m = 7\,,\, n = 10}$

២. កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$

គេមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} ax + 6y = 10 \\ 2x - by = 5 \end{cases}$

ប្រព័ន្ធសមីការនេះ មានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់កាលណា $\frac{a}{2} = \frac{6}{-b} = \frac{10}{5}$

គេបាន

- $\frac{a}{2} = \frac{10}{5} \Rightarrow a = \frac{2\times 10}{5} = 4$
- $\frac{6}{-b} = \frac{10}{5} \Rightarrow b = \frac{6\times 5}{-10} = -3$

ដូចនេះ $\boxed{a = 4\,,\, b = -3}$

VI. ១. រកតម្លៃ $x$

គេមានតារាងទិន្ន័យ

| ពិន្ទុ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 1 | 2 | 5 | 1 | x |

តាមតារាងខាងលើ ពិន្ទុ 3 ជាមេដ្យាន កាលណា $1+2+5 = x \Rightarrow x = 8$

ដូចនេះ $x = 8$

**របៀបម្យ៉ាងទៀត**

ប្រេកង់សរុបគឺ $n=1+2+5+1+x=x+9$

មេដ្យានត្រូវនឹងតួទី $\frac{n+1}{2}=\frac{(x+9)+1}{2}=\frac{x+10}{2}$

ដោយ ពិន្ទុ 3មានប្រេកង់ 1 ហើយវានៅតួទី $1+2+5+1=9$

នោះគេបាន ពិន្ទុ 3 ជាមេដ្យានកាលណា

$\frac{x+10}{2}=9\Leftrightarrow x+10=18\Rightarrow x=8$

ដូចនេះ $x=8$

២. សង់តារាងប្រេកង់កើននៃទិន្នន័យខាងលើ

| ពិន្ទុ | ប្រេកង់ $(f)$ | ប្រេកង់កើន $(f^{\uparrow})$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 5 | 8 |
| 3 | 1 | 9 |
| 4 | 8 | 17 |
| សរុប | 17 | |

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

រកចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតេស្ត

តាមតារាងខាងលើ ចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតេសគឺ $1+2+5+1+8=17$

រកចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬ ស្មើ3

តាមតារាងខាងលើ ចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬ ស្មើ3 មាន $1+2+5+1=9$ នាក់

៣. គណនាម៉ូត និង មធ្យម

+ ម៉ូត ៖

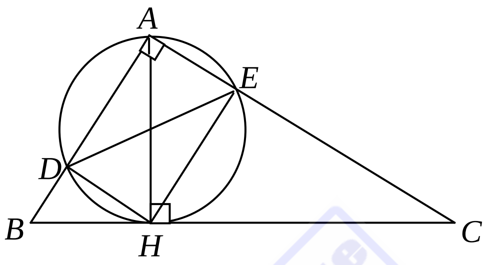
ដោយពិន្ទុ 4មានប្រេកង់ស្មើនឹង 4 ដែលជាប្រេកង់ធំជាងគេ

ដូចនេះ ម៉ូតគឺ $\boxed{Mo=4}$

+ មធ្យម $\bar{x}=\frac{(0\times1)+(1\times2)+(2\times5)+(3\times1)+(4\times8)}{1+2+5+1+8}=\frac{47}{17}=2.76$

ដូចនេះ មធ្យមគឺ $\boxed{\bar{x}=2.76}$

VII.




១. ប្រាប់ប្រភេទចតុកោណ $AEHD$

គេមាន $\angle BAC=90^o$ ( $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ )

នោះ $\angle DAE=90^o$ ( មុំរួម ) ឬ $AD\perp AE$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត គេមាន $D$ និង $E$ ជាចំណុចនៅលើរង្វង់ អង្កត់ផ្ចិត $AH$

នោះ $\angle ADH=\angle AEH=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

ឬ $AD\perp DH$ និង $AE\perp EH$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន $AEHD$ ជាចតុកោណកែង

ដូចនេះ $AEHD$ ជាចតុកោណកែង

២. ប្រដូច $\Delta ABC$ និង $\Delta ADE$

គេមាន $\angle ACB=\angle DAH$ ( មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នា កែងរៀងគ្នា ) $(i)$

$\angle AHE=\angle ADE$ ( មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $AE$ រួម ) $(ii)$

ហើយម្យ៉ាងទៀត $\angle DAH=\angle AHE$ ( មុំឆ្លាស់ក្នុង ) $(iii)$

តាម $(i),(ii)$ និង $(iii)$ គេបាន $\angle ACB=\angle ADE$

$\Delta ABC$ និង $\Delta ADE$ មាន៖

$\angle BAC = \angle DAE$ ( $\angle A$ ជាមុំរួម )

$\angle ACB = \angle ADE$ ( សម្រាយខាងលើ )

ដូចនេះ៖ $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ តាមករណីដំណូចទី១ ម.ម

ទាញបញ្ជាក់ថា $AB\times AD = AC\times AE$

គេមាន $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

វិបាក $\left.\begin{array}{c}\Delta ABC\\ \sim\\ \Delta AED\end{array}\right| \Rightarrow \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AC}{AD}$

$$\Rightarrow AB\times AD = AC\times AE$$

ដូចនេះ៖ $AB\times AD = AC\times AE$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $BDEC$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

តាមសម្រាយ ( ២ ) គេមាន $\angle ACB = \angle ADE$ នោះ៖ $\angle ECB = \angle ADE$

គេបាន $\angle BDE + \angle ECB = \angle BDE + \angle ADE = \angle BDA = 180^o$ ( មុំរាប )

ដូចនេះ៖ $BDEC$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

FACEBOOK Page Sok Piseth TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី៥

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. ១. គណនា $A=10\sqrt{48}-6\sqrt{108}+4\sqrt{12}$

$$B=\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{9}-\sqrt[4]{2}\right)+\sqrt[4]{2}\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[4]{8}\right)-\left(\sqrt{196}-\sqrt{169}\right)$$

$$C=\frac{\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{8}}{\sqrt{3}-1}-(\sqrt{6}+1)$$

II. ១. ដោះស្រាយសមីការ

$$2x+(3x+3)(x+2)-4x(x+1)=(x+1)(1-x)$$

២. ដោះស្រាយវិសមីការរួចបកស្រាយចម្លើយតាមក្រាភិច :

$$\frac{5x+4}{5}-6x+2\geq 4-\frac{x-5}{3}$$

៣. ដាក់កន្សោម $A=ab(x^2+y^2)-xy(a^2+b^2)$ ជាផលគុណកត្តា។

III. គេយកសៀវភៅ 200 ក្បាលចែកឲ្យសិស្សក្នុងថ្នាក់មួយ ។ បើគេចែកសិស្សម្នាក់ 4 ក្បាលដូចគ្នា នោះនៅសល់ សៀវភៅ 20 ក្បាល ។ បើគេចែកសិស្សប្រុសម្នាក់ 4 ក្បាល និង សិស្សស្រីម្នាក់ 5 ក្បាល នោះខ្វះសៀវភៅ 5 ក្បាល ។ រកចំនួនសិស្សប្រុស និង ចំនួនសិស្សស្រីក្នុងថ្នាក់នោះ ។

IV. ក្រូចត្លុង 20 ផ្លែដែលដាក់លក់មាន 16 ផ្លែមារស់ជាតិផ្អែម និង 4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ។អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ ។

១. រកប្រូបាបដែលគាត់ជ្រើសរើសបានក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ ។

២. រកប្រូបាបដែលគាត់ជ្រើសរើសបានក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម ។

៣. រកប្រូបាបដែលគាត់ជ្រើសរើសបាន យ៉ាងតិចក្រូច 1

មានរសជាតិផ្អែម ។

V. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ គេមានចំណុច $A(-1,1)$ , $B(5,-1)$ និង $C(2,4)$ ។

១. សង់ត្រីកោណ $ABC$ ។ រកសមីការនៃជ្រុង $AB$ ។

២.រកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$ កណ្ដាលអង្កត់ $AB$ ។
រកសមីការនៃមេដ្យាន $CM$ ។

៣. $CH$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ រកសមីការនៃកម្ពស់ $CH$ ។

VI. តារាងខាងក្រោមជាអាយុរបស់សិស្សក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ ។

| អាយុសិស្ស( ឆ្នាំ ) | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 2 | 8 | 25 | 5 |

១. រកមធ្យម ម៉ូត និង មេដ្យាននៃអាយុសិស្សក្នុងថ្នាក់រៀននោះ ។

២. សង់ក្រាបសសរតាងទិន្នន័យនេះ ។

VII. គេឲ្យត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ មួយ ។ $D$ ជាចំណុចមួយនៅលើបន្លាយនៃអង្កត់ $AB$ ខាង $A$ ។ រង្វង់ផ្ចិត $A$ កាំ $AD$ កាត់ជ្រុង $AB$ ត្រង់ $G$ និង កាត់ជ្រុង $AC$ ត្រង់ $E$ ។ បន្ទាត់ $DE$ និង បន្ទាត់ $BC$ កាត់គ្នាត្រង់ $F$ ។

១. គណនារង្វាស់មុំ $\angle GED$ ។

២. ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ $FBD$ ។

៣. ប្រដូច $\Delta BDF$ និង $\Delta GDE$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា
$BD \cdot GE = GD \cdot BF$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៥

I. គណនា $A=10\sqrt{48}-6\sqrt{108}+4\sqrt{12}$

$$=10\sqrt{4^2\times 3}-6\sqrt{6^2\times 6}+4\sqrt{2^2\times 3}$$

$$=40\sqrt{3}-36\sqrt{3}+8\sqrt{3}$$

$$=12\sqrt{3}$$

ដូចនេះ: $\boxed{A=12\sqrt{3}}$

$$B=\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9}-\sqrt[4]{2})+\sqrt[4]{2}(\sqrt[3]{3}-\sqrt[4]{8})-(\sqrt{196}-\sqrt{169})$$

$$=\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{2}+\sqrt[3]{3}\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{16}-(14-13)$$

$$=3-2-1$$

$$=0$$

ដូចនេះ: $\boxed{B=0}$

$$C=\frac{\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{8}}{\sqrt{3}-1}-(\sqrt{6}+1)$$

$$=\frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}-(\sqrt{6}-1)$$

$$=\frac{(2+2\sqrt{2})(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}-(\sqrt{6}+1)$$

$$=\frac{2\sqrt{3}+2+2\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3-1}-\sqrt{6}-1$$

$$=\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}-\sqrt{6}-1$$

$$=\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{6}-1$$

$$\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$$

ដូចនេះ: $\boxed{C=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

II. ១. ដោះស្រាយសមីការ ៖

$$2x+(3x+3)(x+2)-4x(x+1)=(x+1)(1-x)$$

$$2x+(3x^2+6x+3x+6)-4x^2-4x=1-x^2$$

$$2x+3x^2+9x+6-4x^2-4x=1-x^2$$

$$7x=-5$$

$$\Rightarrow x=-\frac{5}{7}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-\frac{5}{7}}$

២. ដោះស្រាយវិសមីការ

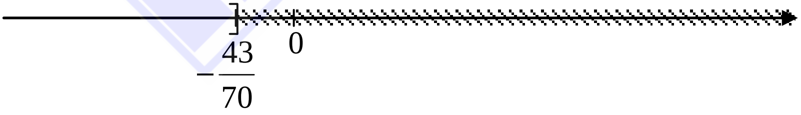
$$\frac{5x+4}{5}-6x+2\geq 4-\frac{x-5}{3}$$

$$\frac{3(5x+4)-15\cdot 6x+30}{15}\geq\frac{4\cdot 15-5(x-5)}{15}$$

$$15x+12-90x+30\geq 60-5x+25$$

$$-70x\geq 43$$

$$\Rightarrow x\leq-\frac{43}{70}$$




ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x\leq-\frac{43}{70}$

៣. ដាក់កន្សោម $A$ ជាផលគុណកត្តា

$$A=ab(x^2+y^2)-xy(a^2+b^2)$$

$$=abx^2+aby^2-xya^2-xyb^2$$

$$=(abx^2-xya^2)-(xyb^2-aby^2)$$

$$= ax(bx-ay)+by(bx-ay)$$

$$= (bx-ay)(ax+by)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=(ax+by)(bx-ay)}$

III. រកចំនួនសិស្សប្រុស និង ចំនួនសិស្សស្រី

តាង $x$ ជាចំនួនសិស្សប្រុស និង $y$ ជាចំនួនសិស្សស្រី

តាមបម្រាប់គេបាន $\begin{cases}4x+4y+20=200\\4x+5y-5=200\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}4x+4y=180 & (1)\\4x+5y=205 & (2)\end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $-y=-25 \Rightarrow y=25$

តាម $(1)$ គេបាន $4x+4\cdot 25=180$

$$4x=180-100$$

$$\Rightarrow x=\frac{100}{4}=20$$

ដូចនេះ សិស្សប្រុសមានចំនួន 20 នាក់

សិស្សស្រីមានចំនួន 25 នាក់

IV.១. រកប្រូបាបដែលគាត់ជ្រើសរើសបានក្រូចទាំង 3ផ្លែសុទ្ធតែជូរ

គេមាន ក្រូចសរុប 20 ផ្លែ ហើយក្នុងនោះ 16ផ្លែមានរស់ជាតិផ្អែម និង 4ផ្លែមានរស់ជាតិជូរ

គេបាន $P(\text{ជជជ})=\frac{4}{20}\times\frac{3}{19}\times\frac{2}{18}=\frac{1}{285}=0.0035$

ដូចនេះ $P(\text{ជជជ})=\frac{1}{285}=0.0035$

២. រកប្រូបាបដែលគាត់ជ្រើសរើសបានក្រូចទាំងបីសុទ្ធតែផ្អែម

គេបាន $P(\text{ផផផ})=\frac{16}{20}\times\frac{15}{19}\times\frac{14}{18}=\frac{28}{57}=0.4912$

ដូចនេះ $P(\text{ផផផ})=\frac{28}{57}=0.4912$

Facebook Page Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

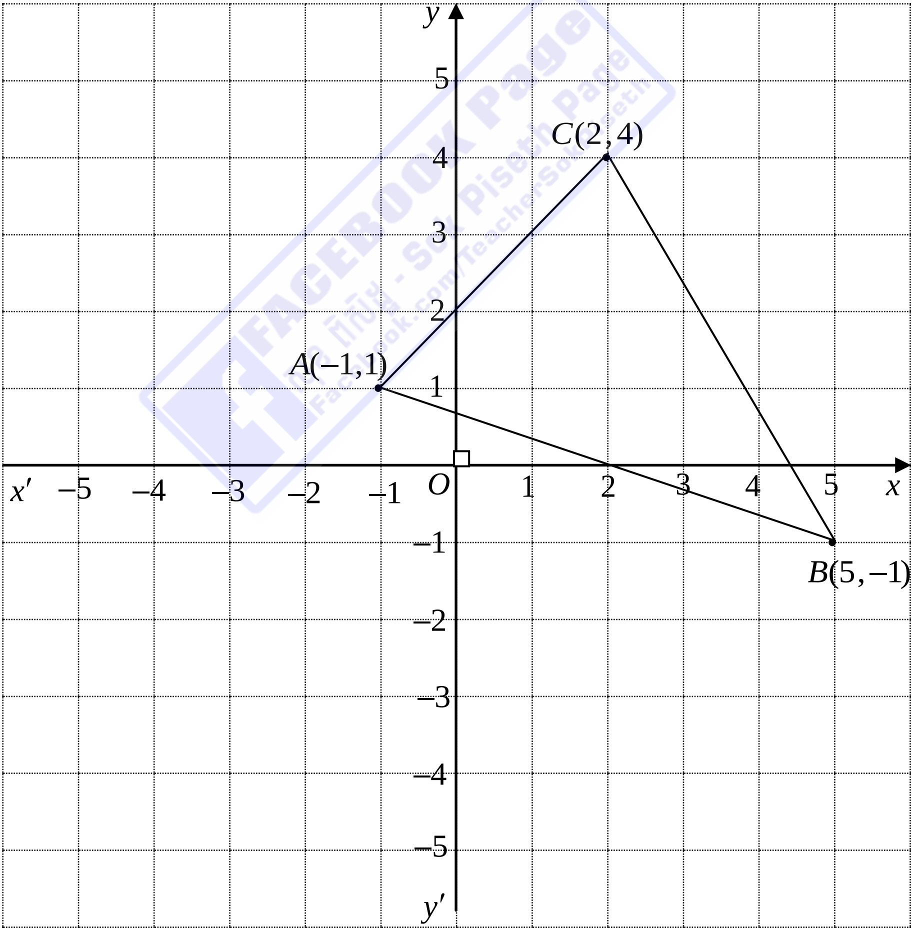
៣. រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានយ៉ាតិចក្រូចមួយមានរស់ជាតិផ្អែម

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលគាត់ជ្រើសរើសបានយ៉ាងតិចក្រូច 1 ផ្លែ មានរស់ជាតិផ្អែម

គេបាន $P' = 1 - P(\text{ជជជ}) = 1 - \frac{1}{285} = \frac{284}{285} = 0.9964$

ដូចនេះ $\boxed{P' = \frac{284}{285} = 0.9964}$

V. សង់ត្រីកោណ $ABC$



រកសមីការនៃជ្រុង $AB$

បន្ទាត់ $AB$ មានសមីការ $y=ax+b$

ដោយបន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(-1,1)$ និង $B(5,-1)$

គេបាន $\begin{cases}1=a(-1)+b\\-1=a\cdot 5+b\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}-a+b=1 & (1)\\5a+b=-1 & (2)\end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $-6a=2\Rightarrow a=-\dfrac{1}{3}$

តាម $(1)\Rightarrow b=1+a=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{AB:\ y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}}$

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$ កណ្តាល $AB$

$M(x_M\,,y_M)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$

គេបាន $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{-1+5}{2}=2$ ,

$y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{1-1}{2}=0$

ដូចនេះ $\boxed{M(2\,,0)}$

រកសមីការនៃមេដ្យាន $CM$

គេមាន $C(2,4)$ និង $M(2,0)$

ដោយ $x_C=x_M=2$ និង $y_C\neq y_M$

ដូចនេះ សមីការនៃមេដ្យាន $CM$ គឺ $x=2$

របៀបម្យ៉ាងទៀត

គេមាន $C(2,4)$ និង $M(2,0)$

គេបានសមីការ $\dfrac{y-y_M}{y_C-y_M}=\dfrac{x-x_M}{x_C-x_M}$

$\Leftrightarrow (y-y_M)((x_C-x_M)=(y_C-y_M)(x-x_M)$

$\Leftrightarrow (y-0)(2-2)=(4-0)(x-2)$

$\Leftrightarrow 0=4(x-2)$

$\Leftrightarrow x-2=0$

$\Rightarrow x=2$

ដូចនេះ សមីការនៃមេដ្យាន $CM$ គឺ $x=2$

៣. រកសមីការនៃកម្ពស់ $CH$

តាង $y=mx+n$ ជាសមីការនៃកម្ពស់ $CH$

ដោយ $CH$ កាត់តាមចំណុច $C(2,4)$ គេបាន $2m+n=4 \quad (i)$

ម្យ៉ាងទៀត $CH$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta ABC$

នោះ $CH \perp AB : y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$

គេបាន $m\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-1\Rightarrow m=3$

តាម $(1)$ គេបាន $2\times3+n=4\Rightarrow n=4-6=-2$

ដូចនេះ: $\boxed{CH:\ y=3x-2}$

VI.១. រកមធ្យម ម៉ូត និង មេដ្យាននៃអាយុសិស្ស

គេមានតារាងទិន្នន័យ ៖

| អាយុសិស្ស(ឆ្នាំ) | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 2 | 8 | 25 | 5 |

គេបាន៖

មធ្យម ៖ $\bar{x}=\dfrac{(12\times2)+(13\times8)+(14\times25)+(15\times5)}{2+8+25+5}=\dfrac{553}{40}=13.825$

ដូចនេះ $\boxed{\bar{x} = 13.825}$

ម៉ូត ៖

ដោយអាយុ 14 មានប្រេកង់ 25 ដែលជាប្រេកង់ធំជាងគេ

ដូចនេះ $Mo = 14$

មេដ្យាន ៖

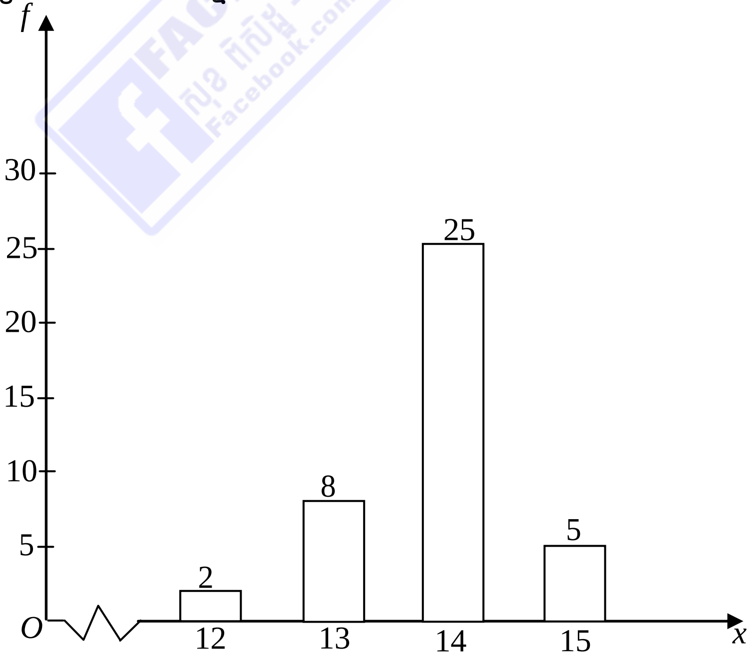
ប្រេកង់សរុបគឺ $n = 2+8+25+5 = 40$

មេដ្យានមានទីតាំងនៅតួទី $\frac{40+1}{2} = 20.5$

គេបាន $Me = \frac{14+14}{2} = 14$

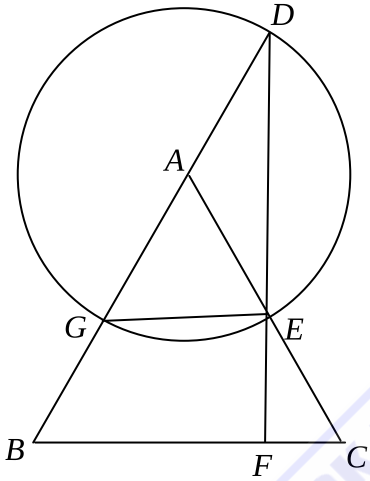
ដូចនេះ $Me = 14$

២. សង់ក្រាបសសរតាងទិន្នន័យខាងលើ




FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

VII.




១. គណនារង្វាស់មុំ $\angle GED$

គេមាន $DG$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $A$ នោះ $\angle GED = 90^o$

( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

ដូចនេះ $\boxed{\angle GED = 90^o}$

២. ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ $FBD$

គេមាន $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមង្ស នោះ $\angle BAC = \angle B = \angle C = 60^o$

នោះ $GE = \angle BAC = 60^o$ (មុំផ្ចិត និង ធ្នូស្កាត់ )

គេបាន $\angle BDF = \frac{GE}{2} = \frac{60^o}{2} = 30^o$ ( មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $GE$ )

ក្នុងត្រីកោណ $FBD$ មាន $\angle B + \angle D + \angle BFD = 180^o$

( ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ )

$$\Rightarrow \angle BFD = 180^o - \angle B - \angle D = 180^o - 60^0 - 30^o = 90^o$$

ដូចនេះ ត្រីកោណ $FBD$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

FACEBOOK Page
Facebook Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

៣. ប្រដូច $\Delta BDF$ និង $\Delta GDE$

$\Delta BDF$ និង $\Delta GDE$ មាន ៖

$\angle BDE = \angle BDF$ ( $\angle D$ ជាមុំរួម )

$\angle GED = \angle BFD = 90^o$ ( មុំកែង )

ដូចនេះ $\Delta BDF \sim \Delta GDE$ តាមករណីដំណូចទី១ (ម.ម)

ទាញបញ្ជាក់ថា $BD \cdot GE = GD \cdot BF$

គេមាន $\Delta BDF \sim \Delta GDE$

វិបាក $\left.\begin{array}{c} \Delta BDF \\ \sim \\ \Delta GDE \end{array}\right| \Rightarrow \dfrac{BD}{GD} = \dfrac{BF}{GE}$

$$\Rightarrow BD \cdot GE = GD \cdot BF$$

ដូចនេះ $\boxed{BD \cdot GE = GD \cdot BF}$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page
សុខ ពិសិដ្ឋ
facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី៦

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. ត្រីកោណ $ABC$ មួយមានជ្រុង $AB=4$ , $AC=x+1$ និង $BC=x+3$ ។
រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឲ្យត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ ។

II. ១. គណនា៖ $A=2\sqrt{98}+2\sqrt[3]{54}-\sqrt{200}-3\sqrt[3]{16}-\sqrt{32}$

$$B=\left(\frac{2-\sqrt{5}}{1-2\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{1+2\sqrt{5}}\right)$$

២. បើ $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ និង $B=1+\frac{1}{2}A$ ។

តើ $B$ លើស $A$ ប៉ុន្មាន ?

III. សួនច្បារមួយរាងចតុកោណកែងដែលមានបរិមាត្រស្មើនឹង $28m$ ។ គេដឹងថា បីដងនៃទទឹងស្មើនឹងពាក់កណ្ដាលនៃបណ្ដោយ ។

១. រកប្រវែងបណ្ដោយ និង ទទឹងនៃសួន ។

២. រកចំនួនដើមផ្កាក្នុងសួន ដោយដឹងថាផ្ទៃដី $1m^2$ មានដើមផ្កា $4$ ដើម។

IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ គេមានចំណុច $A(-1,1), B(3,2)$ និង $C(0,4)$ ។

១. ដៅចំណុច $A,B,C$ ក្នុងតម្រុយអតូណរមេតែមួយ រួចរកសមីការបន្ទាត់ $AB$ ។

២. គេគូសមេដ្យាន $CM$ នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$ ។

៣. គេគូសកម្ពស់ $CM$ នៃត្រីកោណ $ABC$ ។រកសមីការបន្ទាត់ $CH$ ។

៤. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $H$

V. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌លឿង 6គ្រាប់ និង ឃ្លីពណ៌ខៀវ 5 គ្រាប់ ។ គេលូកចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់តែម្តង ។

១. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌លឿងទាំង 3គ្រាប់ ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច ។

៣. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីលឿង 2គ្រាប់ និង ឃ្លីខៀវ 1គ្រាប់ ។

VI. គេឲ្យកន្សោមពីជគណិត $A=(x^2+2x-6)^2-(x^2-2x-2)^2$ និង $B=x^2-4$ ។

១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តា ។

២. គេឲ្យប្រភាគ $F=\dfrac{A}{B}$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឲ្យប្រភាគ $F$ មានន័យ ។

៣. ដោះស្រាយសមីការ $F=8$ ។

VII. ១. ដោះស្រាយវិសមីការ $\dfrac{x-2}{2010}+\dfrac{x-1}{2011}+\dfrac{x}{2012}+\dfrac{x+1}{2013}\geq 4$

២. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{29-x}{1984}+\dfrac{25-x}{1988}+\dfrac{21-x}{1992}+\dfrac{17-x}{1996}=-4$

VIII. រង្វង់ផ្ចិត $O$ មានអង្កត់ផ្ចិត $BC$ ដែល $BC=4cm$ ។ $A$ ជាចំណុចមួយនៅលើ រង្វង់ផ្ចិត $O$ នេះ ដែល $\angle ABC=30^o$ ។ បន្ទាត់ $AE$ ជួបជ្រុង $BC$ ត្រង់ $D$ ហើយ ជួបរង្វង់ផ្ចិត $O$ ម្តងទៀតត្រង់ $E$ ។

១. កំណត់ប្រភេទនៃ $\Delta ABC$ និង $\Delta AOC$ ។

២. គណនាប្រវែងជ្រុង $AB$ , $AC$ និង រង្វាស់មុំ $\angle AEB$ ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ACD$ និង $\Delta BED$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា

$$DA\times DE=DB\times DC$$

FACEBOOK page : Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៦

I. រកតម្លៃ $x$

គេមាន $AB=4$ , $AC=x+1$ និង $BC=x+3$

$ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ កាលណា $BC^2=AB^2+AC^2$

$$(x+3)^2=(x+1)^2+4^2$$

$$x^2+6x+9=x^2+2x+1+16$$

$$4x=8$$

$$\Rightarrow x=2$$

ដូចនេះ $\boxed{x=2}$

II. ១ គណនា ៖

$$\begin{aligned}A&=2\sqrt{98}+2\sqrt[3]{54}-\sqrt{200}-3\sqrt[3]{16}-\sqrt{32}\\&=2\sqrt{7^2\times 2}+2\sqrt[3]{3^3\times 2}-\sqrt{10^2\times 2}-3\sqrt[3]{2^3\times 2}-\sqrt{4^2\times 2}\\&=14\sqrt{2}+6\sqrt[3]{2}-10\sqrt{2}-6\sqrt[3]{2}-4\sqrt{2}\\&=0\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=0}$

$$\begin{aligned}B&=\left(\frac{2-\sqrt{5}}{1-2\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{1+2\sqrt{5}}\right)\\&=\frac{2+2\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{5^2}}{1^2-(2\sqrt{5})^2}\\&=\frac{2+\sqrt{5}-5}{1-20}\\&=\frac{-3+\sqrt{5}}{-19}\\&=\frac{3-\sqrt{5}}{19}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{B=\dfrac{3-\sqrt{5}}{19}}$

២. រកចំនួនដែល $B$ លើស $A$

គេមាន $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ ហើយ $B=1+\frac{1}{2}A$

គេបាន $B=1+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right)$

$$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$$

$$=A+\frac{1}{32}$$

ឬ $B-A=\frac{1}{32}$

ដូចនេះ $B$ លើស $A$ $\frac{1}{32}$

III. ១. រកប្រវែងបណ្តោយ និង ទទឹងនៃសួន

តាង $x$ ជាប្រវែងបណ្តោយ និង $y$ ជាប្រវែងទទឹង ( $x, y$ គិតជា $m$ )

តាមបម្រាប់ គេបាន $\begin{cases} 2(x+y)=28 \\ 3y=\frac{x}{2} \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+y=14 & (1) \\ x=6y & (2) \end{cases}$

យកតម្លៃ $x$ នៃ $(2)$ ទៅជំនួសក្នុង $(1)$ គេបាន $6y+y=17$

$$\Leftrightarrow 7y=14 \Rightarrow y=2$$

តាម $(2) \Rightarrow x=6\times 2=12$

ដូចនេះ បណ្តោយនៃសួនមានប្រវែង $12m$

ទទឹងនៃសួនមានប្រវែង $2m$

២. រកចំនួនដើមផ្កាក្នុងសួន

រកផ្ទៃក្រឡាសួនច្បារ

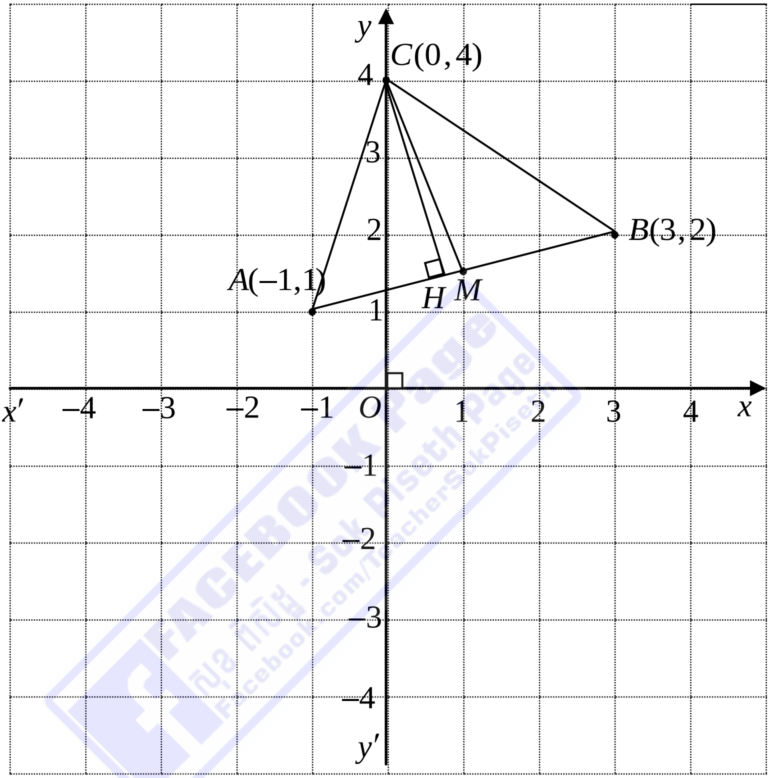
$S=$ បណ្តោយ $\times$ ទទឹង $=x\times y=12\times 2=24m^2$

ដោយដឹងថា ផ្ទៃដី $1m^2$ មានដើមផ្កា $4$ ដើម

នោះ ផ្ទៃដី $24m^2$ មានដើមផ្កាចំនួន $4\times 24=96$ ដើម

ដូចនេះ ចំនួនដើមផ្កាក្នុងសួនមាន 96 ដើម

IV. ១. ដៅចំណុច $A, B, C$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតែមួយ




រកសមីការបន្ទាត់ $AB$

បន្ទាត់ $AB$ មានសមីការ $y = ax + b$

ដោយ បន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(-1,1)$ និង $B(3,2)$ គេបាន ៖

$$\begin{cases} 1 = a(-1) + b \\ 2 = a\cdot 3 + b \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} -a + b = 1 & (1) \\ 3a + b = 2 & (2) \end{cases}$$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $-4a = -1 \Rightarrow a = \dfrac{1}{4}$

តាម $(1) \Rightarrow b = 1 + a = 1 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{AB: y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}}$

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$

$CM$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ $ABC$ នោះ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$

គេបាន $x_M=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-1+3}{2}=1$ , $y_M=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{M\left(1,\frac{3}{2}\right)}$

៣. រកសមីការបន្ទាត់ $CH$

តាង $y=mx+n$ ជាសមីការបន្ទាត់ $CH$

ដោយបន្ទាត់ $CH$ កាត់តាមចំណុច $C(0,4)$ គេបាន $4=m\cdot 0+n\Rightarrow n=4$

ម្យ៉ាងទៀត $CH$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABC$

នោះ $CH\perp AB: y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$

គេបាន $m\cdot\frac{1}{4}=-1\Rightarrow m=-4$

ដូចនេះ $\boxed{CH: y=-4x+4}$

៤. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $H$

គេមាន $CH$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABC$ នោះ $H$ ជាចំណុចប្រសព្វ

រវាងបន្ទាត់ $AB$ និងបន្ទាត់ $CH$

នោះ កូអរដោនេនៃចំណុច $H$ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x+\frac{5}{4} & (i) \\ y=-4x+4 & (ii) \end{cases}$$

ផ្ទឹម $(i)$ និង $(ii)$ គេបាន $\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}=-4x+4$

$$\frac{17}{4}x=\frac{11}{4}\Rightarrow x=\frac{11}{17}$$

តាម $(ii)$ គេបាន $y=-4\cdot\frac{11}{17}+4=\frac{24}{17}$

ដូចនេះ $\boxed{H\left(\frac{11}{17},\frac{24}{17}\right)}$

V.១. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិកាណ៍ណាចាប់បានឃ្លីពណ៌លឿងទាំង $3$ គ្រាប់

គេមាន ឃ្លីពណ៌លឿង $6$ គ្រាប់ និងឃ្លីពណ៌ខៀវ $5$ គ្រាប់ សរុប $11$ គ្រាប់

គេបាន $P(\text{លលល})=\frac{6}{11}\times\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{33}0.1212$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{លលល})=\frac{4}{33}0.1212}$

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច

តាង $P'$ ជាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច

គេបាន $P'=1-P(\text{លលល})=1-\frac{4}{33}=\frac{29}{33}=0.8788$

ដូចនេះ $\boxed{P'=\frac{29}{33}=0.8788}$

៣.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌លឿង $2$ គ្រាប់និងឃ្លីខៀវ $1$ គ្រាប់

តាង $P$ ជាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌លឿង $2$ គ្រាប់ និង ឃ្លីខៀវ $1$ គ្រាប់

ឃ្លីពណ៌លឿង $2$ គ្រាប់ និង ឃ្លីខៀវ $1$ គ្រាប់គឺ ( លលខ ) ឬ ( លខល ) ឬ ( ខលល )

$$\begin{aligned}\text{គេបាន } P&=P(\text{លលខ})+P(\text{លខល})+P(\text{ខលល})\\&=3P(\text{លលខ})\\&=3\times\frac{6}{11}\times\frac{5}{10}\times\frac{5}{9}=\frac{5}{11}=0.4545\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{P=\frac{5}{11}=0.4545}$

VI.១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តា

$$A=(x^2+2x-6)^2-(x^2-2x-2)^2$$
$$=\left[(x^2+2x-6)-(x^2-2x-2)\right]\left[(x^2+2x-6)+(x^2-2x-2)\right]$$
$$=(x^2+2x-6-x^2+2x+2)(x^2+2x-6+x^2-2x-2)$$
$$=(4x-4)(2x^2-8)$$
$$=8(x-1)(x-2)(x+2)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=8(x-1)(x-2)(x+2)}$

$$B=x^2-4=x^2-2^2=(x-2)(x+2)$$

ដូចនេះ $\boxed{B=(x-2)(x+2)}$

២. កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $F$ មានន័យ

គេមាន $F=\dfrac{A}{B}=\dfrac{8(x-1)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$

ប្រភាគ $F$ មានន័យកាលណា $(x-2)(x+2)\neq 0 \Rightarrow x\neq -2\,,\, x\neq 2$

ដូចនេះ ប្រភាគ $F$ មានន័យកាលណា $x\neq -2$ និង $x\neq 2$

៣. ដោះស្រាយសមីការ $F=8$

គេមាន $F=\dfrac{A}{B}=\dfrac{8(x-1)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}=8(x-1)$

ចំពោះ $x\neq -2$ និង $x\neq 2$

គេបាន $F=8 \Leftrightarrow 8(x-1)=8$

$\Leftrightarrow x-1=1$

$\Rightarrow x=2$

តែ $x\neq 2$

ដូចនេះ សមីការ $F=8$ គ្មានឫស

VII. ១. ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{x-2}{2010}+\frac{x-1}{2011}+\frac{x}{2012}+\frac{x+1}{2013}\geq 4$

$$\frac{x-2}{2010}+\frac{x-1}{2011}+\frac{x}{2012}+\frac{x+1}{2013}\geq 4$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x-2}{2010}-1\right)+\left(\frac{x-1}{2011}-1\right)+\left(\frac{x}{2012}-1\right)+\left(\frac{x+1}{2013}-1\right)\geq 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2012}{2010}+\frac{x-2012}{2011}+\frac{x-2012}{2012}+\frac{x-2012}{2013}\geq 0$$

$$\Leftrightarrow(x-2012)\left(\frac{1}{2010}+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}\right)\geq 0$$

ដោយ $\left(\frac{1}{2010}+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}\right)>0$

គេបាន $x-2012\geq 0\Rightarrow x\geq 2012$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x\geq 2012$

២. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{29-x}{1984}+\frac{25-x}{1988}+\frac{21-x}{1992}+\frac{17-x}{1996}=-4$

$$\frac{29-x}{1984}+\frac{25-x}{1988}+\frac{21-x}{1992}+\frac{17-x}{1996}=-4$$

$$\left(\frac{29-x}{1984}+1\right)+\left(\frac{25-x}{1988}+1\right)+\left(\frac{21-x}{1992}+1\right)+\left(\frac{17-x}{1996}+1\right)=0$$

$$\frac{2013-x}{1984}+\frac{2013-x}{1988}+\frac{2013-x}{1992}+\frac{2013-x}{1996}=0$$

$$(2013-x)\left(\frac{1}{1984}+\frac{1}{1988}+\frac{1}{1992}+\frac{1}{1996}\right)=0$$

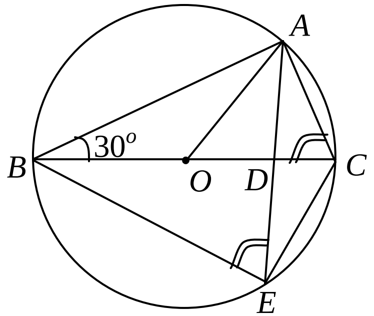
ដោយ $\left(\frac{1}{1984}+\frac{1}{1988}+\frac{1}{1992}+\frac{1}{1996}\right)\neq 0$ គេបាន

$2013-x=0\Rightarrow x=2013$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2013$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

VIII.




១. កំណត់ប្រភេទនៃត្រីកោណ $ABC$ និង $\Delta AOC$

គេមាន $BC$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ផ្ចិត $O$

នោះ $\angle BAC = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

តែ $\angle ABC = 30^o$ ( សម្មតិកម្ម )

ដូចនេះ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

វិបាក $\angle ACB = 60^o$

ត្រីកោណ $AOC$ មាន $OA = OC$ ( កាំង្វង់ )

នោះ $\Delta AOC$ ជាត្រីកោណសមបាត

តែ $\angle ACB = 60^o$ ( វិបាកខាងលើ )

នោះ $\angle ACO = \angle ACB = 60^o$ ( មុំរួម )

ដូចនេះ $\Delta AOC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក ៖ $AC = OA = OC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{4}{2} = 2\,cm$ និង

$$\angle AOC = \angle OAC = 60^o$$

២. គណនាប្រវែងជ្រុង $AB$, $AC$ និង រង្វាស់មុំ $\angle AEB$

តាមសម្រាយខាងលើ គេមាន $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

គេបាន $AB=\dfrac{BC\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}\,cm$

ហើយ $AC=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{4}{2}=2\,cm$

ម្យ៉ាងទៀត $\angle AEB=\angle ACB=60^o$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $AB$ រួម)

ដូចនេះ $AB=2\sqrt{3}\,cm$ , $AC=2\,cm$ និង $\angle AEB=60^o$

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ACD$ និង $\Delta BED$

$\Delta ACD$ និង $\Delta BED$ មាន ៖

$\angle BED=\angle ACD$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $AB$ រួម)

$\angle ADC=\angle BDE$ (មុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\Delta ACD\sim\Delta BED$ តាមករណីដំណូចទី១ (ម.ម)

ទាញបញ្ជាក់ថា $DA\times DE=DB\times DC$

គេមាន $\Delta ACD\sim\Delta BED$

វិបាក $\left.\begin{matrix}\Delta ACD\\ \sim\\ \Delta BED\end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{DA}{DB}=\dfrac{DC}{DE}$

$$\Rightarrow DA\times DE=DB\times DC$$

ដូចនេះ $DA\times DE=DB\times DC$

ចំណាំ : ➢ កម្ពស់ត្រីកោណសម័ង្សគឺ $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ ដែល $a$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស

➢ ត្រីកោណកែងដែលមុំស្រួចមានរង្វាស់ $30^o$ ឬ $60^o$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

# វិញ្ញាសាទី៧

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សុខ ពិសិដ្ឋ

I.ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវដែលមានតែមួយគត់:

១.សិស្សមួយក្រុមមានកម្ពស់រៀងគ្នា $11dm, 12dm, 15dm, 14dm, 13dm$ , $14dm, 16dm, 15dm, 16dm$ ។ រកមធ្យមនៃទិន្នន័យ :

☐ក. $\overline{x} = 12dm$ ☐ខ. $\overline{x} = 13dm$

☐គ. $\overline{x} = 14dm$ ☐ឃ. $\overline{x} = 15dm$

២. ត្រីកោណ $EFG$ មានអ៊ីប៉ូតេនុស $FG = 5$ និង $\angle EFG = 60^o$ ។ ជ្រុង $EF$ មានប្រវែង :

☐ក. $EF = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ ☐ខ. $EF = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

☐គ. $EF = \frac{5}{2}$ ☐ឃ. $EF = 5\sqrt{3}$

II. គណនា :

$$A = \frac{1006}{\sqrt{2012} + \sqrt{2013}} - \frac{1006}{\sqrt{2012} - \sqrt{2013}}$$

$$B = \sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9} - \sqrt{8}) + \sqrt{2}(\sqrt[3]{24} - \sqrt{32}) + \sqrt[3]{125}$$

III. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2 - y^2 = 13 \\ x + y = 13 \end{cases}$

២. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3x + 2m - 2013}{4} = \frac{x + m}{2}$ មាន $x$ ជាអញ្ញាត ។

IV.ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេយើងមានចំណុច $A(x,2), B(9,2)$ និង $C(3,y)$ ។

១. រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុច $A$ ដោយដឹងថា $AB = 12$ និងរកអរដោនេនៃចំណុច $C$ ដោយដឹងថា $BC = 10$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលកាត់តាមចំណុច $B(9,2)$ និង $D(3,10)$ ។

V. ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សស្រីចំនួន 17 នាក់ និងសិស្សប្រុសចំនួន 23 នាក់។ គ្រូបានហៅសិស្ស 2 នាក់ជាបន្តបន្ទាប់ដោយចៃដន្យដើម្បីឲ្យឡើងដោះស្រាយលំហាត់ប្រូបាបប្រឡងប្រណាំងគ្នា ។

១. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សស្រីទាំង 2 នាក់ ។

២. រកប្រូបាបគ្រូហៅបានសិស្សប្រុស 1 នាក់យ៉ាងតិច ។

៣. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សទាំងពីរភេទ ។

VI. នៅក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 14 សន្លឹក ។ ក្រដាសទាំងនេះមានពីរប្រភេទគឺ ក្រដាស 5000៛ និង ក្រដាស 10000៛ ។ សរុបទឹកប្រាក់ទាំងអស់មាន 100000៛ ។

ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ ។

VII. រង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ និង អង្កត់ផ្ចិត $AB$ ដែល $AB=8cm$។ $M$ ជាចំណុចមួយនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ ហើយដែល $BM=3cm$ ។ គេបន្លាយអង្កត់ $AB$ ខាង $B$ ឲ្យបាន $BE=3cm$ ។បន្ទាត់ $L$ មួយកែងនឹងបន្ទាត់ $AE$ ត្រង់ $E$ ហើយបន្ទាត់ $L$ ជួបបន្ទាត់ $AM$ ត្រង់ $N$ ។

១. គណនា $AE$ និង $AM$ ។

២.បង្ហាញថា $\Delta MAB$ និង $\Delta EAN$ ដូចគ្នា។ទាញរក $AN$ និង $EN$ ។

៣.បង្ហាញថាចតុកោណ $BENM$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលគេនឹងត្រូវបញ្ជាក់ទីតាំងផ្ចិត និងគណនាប្រវែងកាំរបស់វា ។

**ចំណាំ:** ➢ ចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់កាលណា ផលបូករង្វាស់មុំពីរឈមគ្នាស្មើនឹង $180^o$ ។

➢ ចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់កាលណា $\angle A+\angle C=\angle B+\angle D=180^o$

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៧

I.១. រកមធ្យមនៃទិន្នន័យ

គេមានទិន្នន័យ

$11dm, 12dm, 15dm, 14dm, 13dm, 14dm, 16dm, 15dm, 16dm$

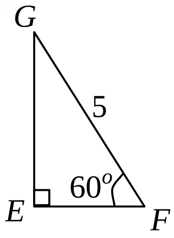
គេបាន

$$\overline{x} = \frac{11\text{dm}+12\text{dm}+15\text{dm}+14\text{dm}+13\text{dm}+14\text{dm}+16\text{dm}+15\text{dm}+16\text{dm}}{9}$$

$$= \frac{126\text{dm}}{9} = 14\text{dm}$$

ដូចនេះ ☑ ក. $\overline{x} = 14dm$

២. គណនាប្រវែងជ្រុង $EF$




ត្រីកោណកែង $EFG$ មាន $\angle EFG = 60^o$

នោះវាជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស មានកម្ពស់ $EG$

គេបាន $EF = \frac{FG}{2} = \frac{5}{2}$

ដូចនេះ ☑ ក. $EF = \frac{5}{2}$

II. គណនា ៖

$$A = \frac{1006}{\sqrt{2012}+\sqrt{2013}} - \frac{1006}{\sqrt{2012}-\sqrt{2013}}$$

$$= \frac{1006\sqrt{2012}-1006\sqrt{2013}-1006\sqrt{2012}-1006\sqrt{2013}}{(\sqrt{2012}-\sqrt{2013})(\sqrt{2012}+\sqrt{2013})}$$

$$= \frac{-2012\sqrt{2013}}{2012-2013}$$

$$= 2012\sqrt{2013}$$

ដូចនេះ $\boxed{A = 2012\sqrt{2013}}$

$$B=\sqrt[3]{3}(\sqrt[3]{9}-\sqrt{8})+\sqrt{2}(\sqrt[3]{24}-\sqrt{32})+\sqrt[3]{125}$$
$$=\sqrt[3]{27}-2\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}+2\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}-\sqrt{64}+5$$
$$=3-8+5$$
$$=0$$

ដូចនេះ $\boxed{B=0}$

III. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2-y^2=13 & (1) \\ x+y=13 & (2) \end{cases}$

តាម (2) ទាញបាន $y=13-x \quad (3)$

យកតម្លៃ $y$ ទៅជំនួសក្នុង (1) គេបាន $x^2-(13-x)^2=13$

$$x^2-(169-26x+x^2)=13$$
$$x^2-169+26x-x^2=13$$
$$26x=182$$
$$\Rightarrow x=\frac{182}{26}=7$$

តាម $(3)\Rightarrow y=13-7=6$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=7\,,\,y=6)$

២. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3x+2m-2013}{4}=\frac{x+m}{2}$

$$\frac{3x+2m-2013}{4}=\frac{x+m}{2}$$
$$\frac{3x+2m-2013}{4}=\frac{2x+2m}{4}$$
$$3x+2m-2013=2x+2m$$
$$\Rightarrow x=2013$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=2013$

IV.១. រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុច $A$

គេមាន $A(x,2)$ និង $B(9,2)$ នោះ $AB=\sqrt{(9-x)^2+(2-2)^2}=|x-9|$

តែ $AB=12$ គេបាន $|x-9|=12$

$$x-9=\pm 12$$

$$x-9=12 \text{ ឬ } x-9=-12$$

$$x=21 \quad \text{ឬ} \quad x=-3$$

ដូចនេះ អាប់ស៊ីសនៃចំណុច $A$ គឺ $x=-3$ ឬ $x=21$

រកអរដោនេនៃចំណុច $C$

គេមាន $B(9,2)$ និង $C(3,y)$

នោះ $BC=\sqrt{(3-9)^2+(y-2)^2}=\sqrt{36+(y-2)^2}$

តែ $BC=10$ គេបាន $\sqrt{36+(y-2)^2}=10$

$$36+(y-2)^2=10^2=100$$

$$(y-2)^2=100-36=64$$

$$y-2=\pm\sqrt{64}=\pm 8$$

$$y-2=-8 \quad \text{ឬ} \quad y-2=8$$

$$y=-6 \quad \text{ឬ} \quad y=10$$

ដូចនេះ អរដោនេនៃចំណុច $C$ គឺ $y=-6$ ឬ $y=10$

២. រកសមីការបន្ទាត់ $\Delta$

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $D$

ដោយ បន្ទាត់ $D$ កាត់តាមចំណុច $B(9,2)$ និង $D(3,10)$

គេបាន $\begin{cases} 2=a\cdot 9+b \\ 10=a\cdot 3+b \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 9a+b=2 & (1) \\ 3a+b=10 & (2) \end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $6a=-8 \Rightarrow a=-\dfrac{4}{3}$

FACEBOOK Page Sok Pheth facebook.com/TeacherSokPheth

តាម $(1)\Rightarrow b=2-9a=2-9\left(-\dfrac{4}{3}\right)=14$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta : y=-\dfrac{4}{3}x+14}$

V.១. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សស្រីទាំង 2 នាក់

គេមាន សិស្សស្រីចំនួន 17 នាក់ និង សិស្សប្រុសចំនួន 23 នាក់

សរុប 40 នាក់

គេបាន $P(\text{សស})=\dfrac{17}{40}\times\dfrac{16}{39}=\dfrac{34}{195}=0.1744$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{សស})=\dfrac{34}{195}=0.1744}$

២. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សប្រុស 1 នាក់យ៉ាងតិច

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សប្រុសមួយនាក់យ៉ាងតិច

គេបាន $P'=1-P(\text{សស})=1-\dfrac{34}{195}=\dfrac{161}{195}=0.8256$

ដូចនេះ $\boxed{P'=\dfrac{161}{195}=0.8256}$

៣. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សទាំងពីរភេទ

សិស្សទាំងពីរភេទគឺ ( សប ) ឬ ( បស )

តាង $P$ ជាប្រូបាបដែឡគ្រូហៅបានសិស្សទាំងពីរភេទ

គេបាប $P=P(\text{សប})+P(\text{បស})$

$$=2P(\text{សប})$$

$$=2\times\frac{17}{40}\times\frac{23}{39}$$

$$=\frac{391}{780}=0.5013$$

ដូចនេះ $\boxed{P=\dfrac{391}{780}=0.5013}$

VI. រកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយ

តាង $x$ ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទ 5000៛

$y$ ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទ 10000៛

តាមបម្រាប់គេបាន $\begin{cases} x+y=14 \\ 5000x+10000y=100000 \end{cases}$

យើងអាចសរសេរប្រព័ន្ធសមីការទៅជា $\begin{cases} x+y=14 & (1) \\ x+2y=20 & (2) \end{cases}$

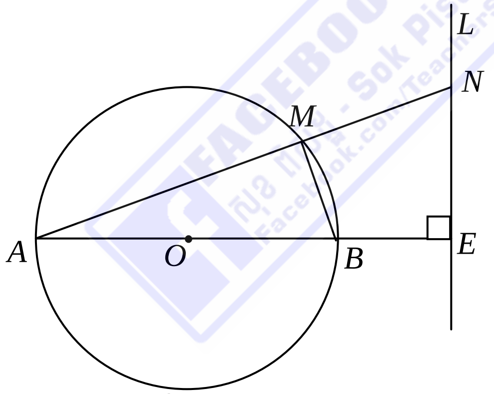
យក $(1)-(2)$ គេបាន $-y=-6 \Rightarrow y=6$

តាម $(1) \Rightarrow x=14-y=14-6=8$

ដូចនេះ ក្រដាសប្រាក់ប្រភេទ 5000៛ មានចំនួន 8 សន្លឹក

ក្រដាសប្រាក់ប្រភេទ 10000៛ មានចំនួន 6 សន្លឹក

VII.




១. គណនា $AE$ និង $AM$

គេមាន $AB=8cm$ និង $BE=BM=3cm$

គេបាន $AE=AB+BE=8cm+3cm=11cm$

ដូចនេះ $\boxed{AE=11cm}$

គេមាន $\angle ABM=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $\Delta ABM$ ជាត្រីកោណត្រង់កំពូល $M$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន $AB^2 = AM^2 + BM^2$

$$8^2 = AM^2 + 3^2$$

$$AM^2 = 8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{55}$$

ដូចនេះ $\boxed{AM = \sqrt{55}\ cm}$

២. បង្ហាញថា $\Delta MAB$ និង $\Delta EAN$ ដូចគ្នា

គេមាន $AE \perp EN$ នោះ $\angle AEN = 90^o$ ( មុំកែង )

ហើយ $\angle AMB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $\angle AMB = \angle AEN = 90^o$

⁕ $\Delta MAB$ និង $\Delta EAN$ មាន ៖

$\angle AMB = \angle AEN = 90^o$ ( សម្រាយខាងលើ )

$\angle MAB = \angle EAN$ ( $\angle A$ ជាមុំរួម )

ដូចនេះ $\Delta MAB \sim \Delta EAN$ តាមករណីដំណូចទី១ (ម.ម)

វិបាក $\left.\begin{matrix}\Delta MAB \\ \sim \\ \Delta EAN\end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{AN}{AB} = \dfrac{EN}{MB} = \dfrac{AE}{AM}$

ទាញរក $AN$ និង $EN$

តាមវិបាកខាងលើ គេមាន $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{EN}{MB} = \dfrac{AE}{AM}$

គេបាន $\dfrac{AN}{8} = \dfrac{EN}{3} = \dfrac{11}{\sqrt{55}}$

- $\dfrac{AN}{8} = \dfrac{11}{\sqrt{55}} \Rightarrow AN = \dfrac{8 \times 11}{\sqrt{55}} = \dfrac{8\sqrt{55}}{5}$

- $\dfrac{EN}{3} = \dfrac{11}{\sqrt{55}} \Rightarrow EN = \dfrac{3 \times 11}{\sqrt{55}} = \dfrac{3\sqrt{55}}{5}$

Facebook Page សុខ ពិសិដ្ឋ Facebook.com/SokPiseth

ដូចនេះ $AN = \frac{8\sqrt{55}}{5}cm \ , \ EN = \frac{3\sqrt{55}}{5}cm$

៣. បង្ហាញថាចតុកោណ $BENM$ ចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយ

គេមាន $\angle AMB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $\angle BMN = 90^o$ ( មុំជាប់បន្ថែម )

ម្យ៉ាងទៀត $\angle BEN = 90^o$ ( មុំកែង )

គេបាន $\angle BMN + \angle BEN = 90^o + 90^o = 180^o$

ដូចនេះ ចតុកោណ $BENM$ ចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយដែលមានផ្ចិត

ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $BN$ និងកាំ $r = \frac{BN}{2}$

គណនាប្រវែងកាំរបស់វា

ក្នុងត្រីកោណ $BEN$ គេបាន $BN^2 = BE^2 + EN^2$

$$= 3^2 + \left(\frac{3\sqrt{55}}{5}\right)^2$$

$$= 9 + \frac{99}{5}$$

$$= \frac{144}{5}$$

$$\Rightarrow BN = \sqrt{\frac{144}{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

នោះ $r = \frac{BN}{2} = \frac{\frac{12\sqrt{5}}{5}}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

ដូចនេះ $r = \frac{6\sqrt{5}}{5}cm$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី៨

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

I. ១. គេឱ្យ $m=3\sqrt{8}+\sqrt{5}$ និង $n=3\sqrt{8}-\sqrt{5}$ ។ ចូរគណនា :

$$\frac{mn+m^2}{m}\ ,\ \frac{m^2-n^2}{m+n}\ ,\ \frac{n^2-2mn}{n^2}$$

២. សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{\sqrt[3]{24}+\sqrt{72}-\sqrt{80}}{\sqrt{162}-\sqrt{180}+\sqrt[3]{81}}$

II. ១. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{3}(x-2)-2x\sqrt{2}=2(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2})$

២. នៅតាមវាលស្រែមួយគេឃើញមានហ្វូងក្របី និងហ្វូងកុកនៅលាយឡំគ្នា ។ បុរសម្នាក់បានរាប់ជើងសត្វទាំងពីរប្រភេទក្នុងហ្វូងឃើញមាន $132$ ជើង ។ តែគាត់រាប់ក្បាលសត្វទាំងពីរប្រភេទវិញនោះ ឃើញ $48$ ក្បាល ។ រកចំនួនសត្វនៃប្រភេទនីមួយៗ ។

III. គេឱ្យកន្សោមពីជគណិត $A=x^2-x-6$ និង $B=2x^2-10x+12$ ។

១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តា ។

២. សម្រួលប្រភាគ $E=\dfrac{A}{B}$ ។

៣. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $E$ ចំពោះ $x=\sqrt{2}$ ។

IV. ប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម $15$ គ្រាប់ និង ឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន $21$ គ្រាប់ ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយៗចំនួនពីរគ្រាប់ ដោយចៃដន្យ និងមិនដាក់ចូលវិញ ។

១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំងពីរគ្រាប់ ។

២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច ។

៣. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរពណ៌ ។

៤. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរគ្រាប់មានពណ៌ដូចគ្នា ។

V. ពិន្ទុធ្វើតែសលើសិស្សមួយក្រុមបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម :

| ពិន្ទុ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 2 | 4 | 1 | x | 3 |

១. រកតម្លៃ $x$ បើមេដ្យានគឺពិន្ទុ 5 រួចរកចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតែស ។

២. គណនា មធ្យមនៃពិន្ទុសិស្ស ។

៣.សង់តារាងប្រេកង់កើន រួចរកចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុយ៉ាងតិច6

៤. សង់ក្រាបសសរប្រេកង់កើន ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យបីចំណុច $A(2,5)$ និង $B(-1,1)$ និង $C(2,0)$ ។

១. សង់ត្រីកោណ $ABC$ ។ គណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $ABC$ រួចបង្ហាញថាត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

២. សរសេរសមីការ ជ្រុង $AB$ , $BC$ និង $AC$ ។

៣. តាង $H$ ជាចំណោលកែងនៃកំពូល $A$ លើជ្រុង $BC$ ។ ចូរសរសេរ

សមីការ កម្ពស់ $AH$ ។ គណនាប្រវែង $AH$ ។

៤. គណនាផ្ទៃក្រឡា $\Delta ABC$ រួចទាញរកចម្ងាយពីចំណុច $C$ ទៅបន្ទាត់ $AB$ ។

VII. គេមានរង្វង់ $O$ មួយមានអង្កត់ផ្ចិត $CD = 5cm$ ។ បន្ទាត់ $L$ មួយប៉ះរង្វង់នេះត្រង់ $E$ ដែល $CE = 4cm$ ។ បន្ទាត់ $CF$ ជួបរង្វង់ម្តងទៀតត្រង់ $F$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $L$ ត្រង់ $G$ ។ $M$ ជាចំណុច ប្រសព្វ

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

រវាង បន្ទាត់ $CE$ និង $DF$ ។ $N$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $CF$ ។

១. កំណត់ប្រភេទនៃ $\Delta CDE$ និង $\Delta CDF$ ។ គណនាបរិមាត្រនៃ $\Delta CDE$ ។

២. បង្ហាញថា ចតុកោណ $EGNO$ ជាចតុកោណកែង ។

៣. ប្រៀបធៀប ត្រីកោណ $MDC$ និង ត្រីកោណ $MFE$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $MC\times ME=MD\times MF$ ។

## ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៨

I. ១. គណនា $\dfrac{mn+m^2}{m}$ , $\dfrac{m^2-n^2}{m+n}$ និង $\dfrac{n^2-2mn}{n^2}$

គេមាន $m=3\sqrt{8}+\sqrt{5}$ និង $n=3\sqrt{8}-\sqrt{5}$

គេបាន $\dfrac{mn+m^2}{m}=\dfrac{m(n+m)}{m}=n+m$

$$=(3\sqrt{8}-\sqrt{5})+(3\sqrt{8}+\sqrt{5})$$

$$=6\sqrt{8}=12\sqrt{2}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\dfrac{mn+m^2}{m}=12\sqrt{2}}$

$$\frac{m^2-n^2}{m+n}=\frac{(m+n)(m-n)}{m+n}=m-n$$

$$=(3\sqrt{8}+\sqrt{5})-(3\sqrt{8}-\sqrt{5})$$

$$=2\sqrt{5}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\dfrac{m^2-n^2}{m+n}=2\sqrt{5}}$

$$\frac{n^2-2mn}{n^2}=\frac{n^2}{n^2}-\frac{2mn}{n^2}=1-\frac{2m}{n}$$

$$=1-\frac{2(3\sqrt{8}+\sqrt{5})}{3\sqrt{8}-\sqrt{5}}$$

$$=1-\frac{2(3\sqrt{8}+\sqrt{5})^2}{(3\sqrt{8}-\sqrt{5})(3\sqrt{8}+\sqrt{5})}$$

$$=1-\frac{2(72+6\sqrt{40}+5)}{72-5}$$

$$=1-\frac{2(77+12\sqrt{10})}{67}$$

$$=\frac{67-154-24\sqrt{10}}{67}$$

$$=\frac{-87-24\sqrt{10}}{67}$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{n^2-2mn}{n^2}=\frac{-87-24\sqrt{10}}{67}}$

២. សម្រួលកន្សោម $F$

$$F=\frac{\sqrt[3]{24}+\sqrt{72}-\sqrt{80}}{\sqrt{162}-\sqrt{180}+\sqrt[3]{81}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{2^3\times 3}+\sqrt{6^2\times 2}-\sqrt{4^2\times 5}}{\sqrt{9^2\times 2}-\sqrt{6^2\times 5}+\sqrt[3]{3^3\times 3}}$$

$$=\frac{2\sqrt[3]{3}+6\sqrt{2}-4\sqrt{5}}{9\sqrt{2}-6\sqrt{5}+3\sqrt[3]{3}}$$

$$=\frac{2(\sqrt[3]{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{5})}{3(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}+\sqrt[3]{3})}=\frac{2}{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{F=\frac{2}{3}}$

FACEBOOK Page Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth សុខ ពិសិដ្ឋ

II.១. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{3}(x-2)-2x\sqrt{2}=2(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2})$

$$\sqrt{3}(x-2)-2x\sqrt{2}=2(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2})$$

$$\sqrt{3}x-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}x=2\sqrt{3}x-6-2\sqrt{2}x$$

$$\sqrt{3}x-2\sqrt{2}x-2\sqrt{3}x+2\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-6$$

$$-\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-6$$

$$x=\frac{2\sqrt{3}-6}{-\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}-6}{-\sqrt{3}}=2\sqrt{3}-2$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2\sqrt{3}-2}$

២. រកចំនួនសត្វនៃប្រភេទនីមួយ

តាង $x$ ជាចំនួនកុក និង $y$ ជាចំនួនក្របី

តាមបម្រាប់ គេបាន $\begin{cases} x+y=48 & (1) \\ 2x+4y=132 & (2) \end{cases}$

តាម (1) ទាញបាន $y=48-x$ (3)

យកតម្លៃ $y$ ជំនួសក្នុង (2) គេបាន $2x+4(48-x)=132$

$$2x+192-4x=132$$

$$-2x=-60$$

$$x=30$$

យកតម្លៃ $x$ ទៅជំនួសក្នុង (3) គេបាន $y=48-30=18$

ដូចនេះ កុកមានចំនួន 30 ក្បាល និង ក្របីមានចំនួន 18 ក្បាល

III. ១. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តា

$$A=x^2-x-6$$

$$=x^2-3x+2x-6$$

$$=x(x-3)+2(x-3)$$

$$=(x-3)(x+2)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=(x-3)(x+2)}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ Facebook.com/TeacherSokPiseth

$$
\begin{aligned}
B &= 2x^2 - 10x + 12 \\
&= 2(x^2 - 5x + 6) \\
&= 2(x^2 - 2x - 3x + 6) \\
&= 2\left[x(x-2) - 3(x-2)\right] \\
&= 2(x-2)(x-3)
\end{aligned}
$$

ដូចនេះ $\boxed{B = 2(x-2)(x-3)}$

២. សម្រួលប្រភាគ $E = \dfrac{A}{B}$

ដោយ $A = (x-3)(x+2)$ និង $B = 2(x-2)(x-3)$

គេបាន $E = \dfrac{(x-3)(x+2)}{2(x-2)(x-3)} = \dfrac{x+2}{2(x-2)}$ , $(x \neq 3)$

ដូចនេះ $\boxed{E = \dfrac{x+2}{2(x-2)} \ , \ (x \neq 3)}$

៣. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $E$ ចំពោះ $x = \sqrt{2}$

គេមាន $E = \dfrac{x+2}{2(x-2)}$

ចំពោះ $x = \sqrt{2}$ គេបាន

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{\sqrt{2}+2}{2(\sqrt{2}-2)} \\
&= \frac{(\sqrt{2}+2)^2}{2(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)} \\
&= \frac{2+4\sqrt{2}+4}{2(2-4)} \\
&= \frac{2(3-2\sqrt{2})}{-4} = -\frac{3-2\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}
$$

ដូចនេះ $\boxed{E = -\dfrac{3-2\sqrt{2}}{2}}$

IV.១. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំងពីរគ្រាប់

មាន ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 15 គ្រាប់ និង ឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 21 គ្រាប់ សរុប 36 គ្រាប់

គេបាន $P(\text{កក})=\frac{15}{36}\times\frac{14}{35}=\frac{1}{6}=0.1667$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំងពីរគ្រាប់គឺ

$$\boxed{P(\text{កក})=\frac{1}{6}=0.1667}$$

២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច

គេបាន $P'=1-P(\text{កក})=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}=0.8333$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់យ៉ាងតិចគឺ

$$\boxed{P'=\frac{5}{6}=0.8333}$$

៣. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរពណ៌

តាង $P$ ជាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរពណ៌

ឃ្លីទាំងពីរពណ៌គឺ ( កខ ) ឬ ( ខក )

គេបាន $P=P(\text{កខ})+P(\text{កខ})=2P(\text{កខ})$

$$=2\times\frac{15}{36}\times\frac{21}{35}=\frac{1}{2}=0.5$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរពណ៌គឺ $\boxed{P=\frac{1}{2}=0.5}$

៤. រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរគ្រាប់មានពណ៌ដូចគ្នា

ឃ្លីទាំងពីរគ្រាប់មានពណ៌ដូចគ្នាគឺ ( កក ) ឬ ( ខខ )

facebook.com/TeacherSokPiseth

គេបាន $P(\text{ដូចគ្នា})=P(\text{កក})+P(\text{ខខ})$

$$=\frac{15}{36}\times\frac{14}{35}+\frac{21}{36}\times\frac{20}{35}$$

$$=\frac{1}{2}=0.5$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីទាំងពីរគ្រាប់មានពណ៌ដូចគ្នាគឺ

$$\boxed{P(\text{ដូចគ្នា})=\frac{1}{2}=0.5}$$

V. ១. រកតម្លៃ $x$

គេមានតារាងទិន្នន័យ

| ពិន្ទុ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស(ប្រេកង់) | 2 | 4 | 1 | $x$ | 3 |

ដោយពិន្ទុ 5មានប្រេកង់ស្មើនឹង 1 នោះ វាជាមេដ្យាន

កាលណា $2+4=x+3\Rightarrow x=3$

ដូចនេះ $\boxed{x=3}$

របៀបម្យ៉ាងទៀត

គេមានប្រេកង់សរុប $n=2+4+1+x+3=x+10$

មេដ្យានមានទីតាំងនៅតួទី $\frac{n+1}{2}=\frac{(x+10)+1}{2}=\frac{x+11}{2}$

ដោយ ពិន្ទុ 5 មានប្រេកង់ស្មើនឹង 1

នោះ មេដ្យានស្ថិតនៅតួទី $2+4+1=7$

គេបាន $\frac{x+11}{2}=7\Rightarrow x=2\cdot7-11=3$

ដូចនេះ $\boxed{x=3}$

រកចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតេស្ត

ដោយ $x=3$ នោះ ចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតែស្តគឺ

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Pisethh Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

$2+4+1+3+3=13$ នាក់

២. គណនាមធ្យមនៃពិន្ទុសិស្ស

$$\bar{x}=\frac{(3\times 2)+(4\times 4)+(5\times 1)+(6\times 3)+(7\times 3)}{13}=\frac{66}{13}=5.08$$

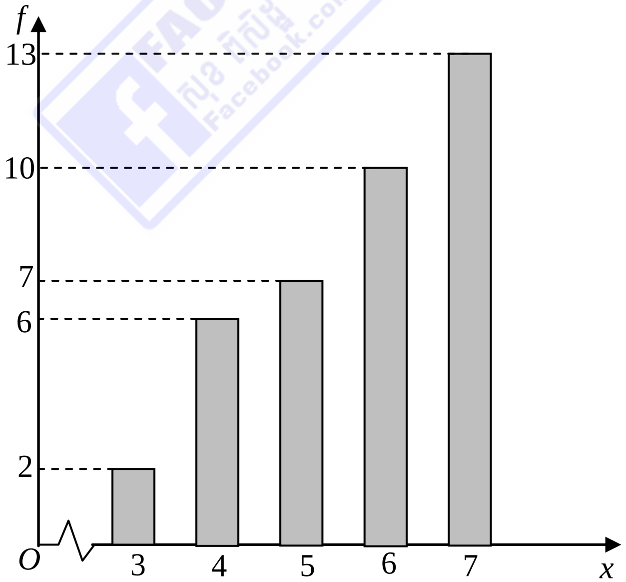
ដូចនេះ មធ្យមនៃពិន្ទុសិស្សគឺ $\boxed{\bar{x}=5.08}$

៣. សង់តារាងប្រេកង់កើន

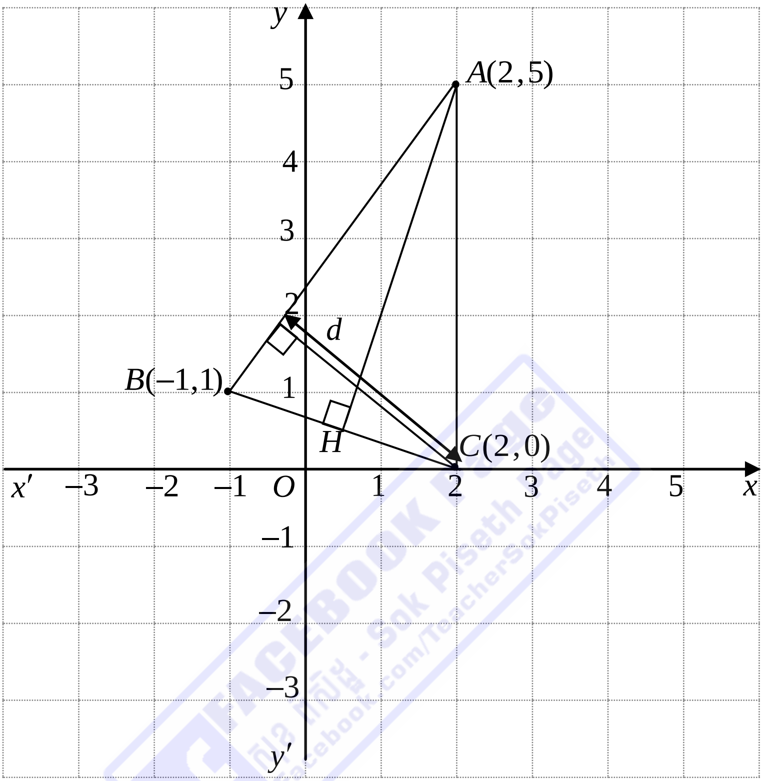
| ពិន្ទុ | ប្រេកង់ ( $f$ ) | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 2 |
| 4 | 4 | 6 |
| 5 | 1 | 7 |
| 6 | 3 | 10 |
| 7 | 3 | 13 |
| សរុប | 13 | |

ចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុយ៉ាងតិច 6 មាន $3+3=6$ នាក់

សង់ក្រាបសសរប្រេកង់កើន



VI. ១. សង់ត្រីកោណ $ABC$




FACEBOOK Page គ្រូ សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

គណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $ABC$

- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$
  $=\sqrt{(-1-2)^2+(1-5)^2}$
  $=\sqrt{9+16}$
  $=5$
- $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$
  $=\sqrt{(2+1)^2+(0-1)^2}$
  $=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$
- $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

$$=\sqrt{(2-2)^2+(0-5)^2}$$
$$=5$$

ដូចនេះ: $AB=5\,,\,BC=\sqrt{10}\,,\,AC=5$ (ឯកតាប្រវែង)

បង្ហាញថាត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត

ដោយ $AB=AC=5\neq BC=\sqrt{10}$

ដូចនេះ: ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $A$

២. សរសេរសមីការជ្រុង $AB\,,BC$ និង $AC$

រកសមីការជ្រុង $AB$

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការជ្រុង $AB$

ដោយ បន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(2,5)$ និង $B(-1,1)$

គេបាន $\begin{cases}2a+b=5 & (1)\\ -a+b=1 & (2)\end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $3a=4\Rightarrow a=\dfrac{4}{3}$

តាម $(2)\Rightarrow b=1+a=1+\dfrac{4}{3}=\dfrac{7}{3}$

ដូចនេះ: $AB: y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{7}{3}$

រកសមីការជ្រុង $BC$

តាង $y=a'x+b'$ ជាសមីការជ្រុង $BC$

ដោយ បន្ទាត់ $BC$ កាត់តាមចំណុច $B(-1,1)$ និង $C(2,0)$

គេបាន $\begin{cases}-a+b=1 & (i)\\ 2a+b=0 & (ii)\end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $-3a=1\Rightarrow a=-\dfrac{1}{3}$

តាម $(ii)\Rightarrow b=-2a=\dfrac{2}{3}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

ដូចនេះ $BC: y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

រកសមីការជ្រុង $AC$

គេមាន $x_A = x_C = 2$ ហើយ $y_A = 5 \neq y_C = 0$

ដូចនេះ $AC: x=2$

៣. រកសមីការកម្ពស់ $AH$

តាង $y=mx+n$ ជាសមីការកម្ពស់ $AH$

ដោយ បន្ទាត់ $AH$ កាត់តាមចំណុច $A(2,5)$ គេបាន $2m+n=5$ (*)

ម្យ៉ាងទៀត $AH \perp BC: y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ គេបាន

$$m\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1 \Rightarrow m=3$$

តាម $(*) \Rightarrow n=5-2\cdot 3=-1$

ដូចនេះ $AH: y=3x-1$

គណនាប្រវែង $AH$

ដោយ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $A$ នោះ $H$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង $BC$

គេបាន $HB=HC=\frac{BC}{2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណកែង $AHB$ គេបាន

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$5^2 = AH^2 + \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$$

$$25 = AH^2 + \frac{5}{2}$$

$$AH^2 = \frac{45}{2}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{\frac{45}{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{AH = \frac{3\sqrt{10}}{2}}$ ( ឯកតាប្រវែង )

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡា $\Delta ABC$

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{10} \times \frac{3\sqrt{10}}{2}}{2}$$

$$= \frac{15}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABC} = \frac{15}{2} = 7.5}$ ( ឯកតាផ្ទៃក្រឡា )

ទាញរកចម្ងាយពី ចំណុច $C$ ទៅបន្ទាត់ $AB$

តាង $d$ ជាចម្ងាយពី ចំណុច $C$ ទៅបន្ទាត់ $AB$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ABC$ គឺ

$$S_{ABC} = \frac{AB \times d}{2} = \frac{5 \times d}{2}$$

តែ $S_{ABC} = \frac{15}{2}$ ( ឯកតាប្រវែង )

គេបាន $\frac{5 \times d}{2} = \frac{15}{2} \Rightarrow d = \frac{15}{5} = 3$

ដូចនេះ ចម្ងាយពី ចំណុច $C$ ទៅបន្ទាត់ $AB$ គឺ $d = 3$ ( ឯកតាប្រវែង )

FACEBOOK Page ផ្ទាល់ខ្លួន - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី៩

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវដែលមានតែមួយគត់:

សុខ ពិសិដ្ឋ

១. បន្ទាត់ $D: y = mx + 2m + 4$ កាត់តាមគល់ $O$ នៃតម្រុយកាលណា :

☐ក. $m = -2$ ☐ខ. $m = -1$

☐គ. $m = 0$ ☐ឃ. $m = 2$

២.ត្រីកោណកែង $ABC$ មានអ៊ីប៉ូតេនុស $BC = 6cm$ និង $\angle ACB = 60^o$ ។ ជ្រុង $AB$ មានប្រវែង :

☐ក. $3cm$ ☐ខ. $3\sqrt{2}cm$

☐គ. $2\sqrt{3}cm$ ☐ឃ. $3\sqrt{3}cm$

II. គណនា ៖ $A = \dfrac{\sqrt[3]{24} \times \sqrt{72} \times \sqrt{80}}{\sqrt{162} \times \sqrt{180} \times \sqrt[3]{81}}$

$$B = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{8} - \sqrt{20})^2}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{8} - \sqrt{20})}$$

III. ១.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{4} \\ 2x - 3y - 4z = -42 \end{cases}$

២. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ មានបរិមាត្រ $62m$ ។ គណនាប្រវែងជ្រុង $AB$, $BC$ និង $AC$ ដោយដឹងថារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនោះប្រាសសមាមាត្រនឹងចំនួន $2$ , $5$ និង $3$ រៀងគ្នា ។

IV. ១. សម្រួលប្រភាគ $A = \dfrac{3x^2 - 6x}{2x^2 - 8}$ និង $B = \dfrac{9(2x+1)^2 - (4x-1)^2}{4(x^2 + 4x + 4)}$

២. គណនា $A - B$ រួចរកតម្លៃ $x$ បើ $A - B = 0$ ។

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

V. គ្រូដាក់សំណួរមេរៀន 6 តាងដោយអក្សរ $A, B, C, D, E$ និង $F$ ហើយគ្រូនឹងដកស្រង់យក 3 សំណួរដើម្បីដាក់ឱ្យសិស្សប្រឡងយកពិន្ទុ។ បើសិស្សម្នាក់បានតែ 4 សំណួរ :

១. រកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់ ។

២. រកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ ដៅចំណុច $A(1,1), B(3,5)$ និង $C(0,4)$ ។

១. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$ ។ បង្ហាញថាចំណុច $E(-1,-3)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ $AB$ ។

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $I$ កណ្តាលអង្កត់ $AB$ រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ $CI$ ។

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $CI$ និងបន្ទាត់ $AB$ កែងគ្នា រួចទាញបញ្ជាក់ថា $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

VII. $M$ ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់ $C$ ដែលមានផ្ចិត $O$ និងកាំ $R$ ។ រង្វង់ $C'$ ដែលមានផ្ចិត $M$ និងកាំ $r$ ( ដែល $r < R$ ) ជួបរង្វង់ $C$ ត្រង់ $A$ និង $B$ ។ បន្ទាត់ $OM$ ជួបរង្វង់ $C$ ត្រង់ $D$ ហើយជួបរង្វង់ $C'$ ត្រង់ $E$ និង $F$ ដែល $E$ នៅលើអង្កត់ $DM$ ។ បន្ទាត់ $\Delta$ កែងនឹងបន្ទាត់ $DM$ ត្រង់ $F$ ហើយជួបបន្ទាត់ $DA$ និង $DB$ រៀងគ្នាត្រង់ $I$ និង $J$ ។

១. គណនារង្វាស់មុំ $\angle DAM$ និង $\angle DBM$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា បន្ទាត់ $DI$ និង បន្ទាត់ $DJ$ ប៉ះនឹងរង្វង់ $C'$ ត្រង់ $A$ និង $B$ ។

២. បង្ហាញថាចតុកោណ $AMFI$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ADM$ និង $\Delta FDI$ ។

៤. ទាញបញ្ជាក់ថា $\frac{AD}{FD} = \frac{DM}{DI} = \frac{AM}{FI}$ ហើយ $AD \times DI = 2R(2R + r)$ ។

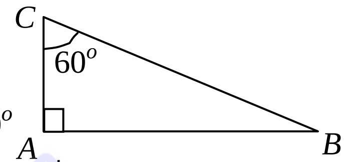
# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី៩

I. ១. រកតម្លៃ $m$

បន្ទាត់ $D: y = mx + 2m + 4$ កាត់តាមគល់ $O$ នៃតម្រុយកាលណា ៖

$2m + 4 = 0 \Rightarrow m = -2$

ដូចនេះ ☑ ក. $m = -2$




២. គណនាប្រវែងជ្រុង $AB$

ត្រីកោណ $ABC$ មាន $\angle ACB = 60^o$

ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្សដែលមានកម្ពស់ $AB$

គេបាន $AB = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2} = \dfrac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,cm$

ដូចនេះ ☑ ឃ. $AB = 3\sqrt{3}\,cm$

II. ១. សម្រួលប្រភាគ $F = \dfrac{\sqrt[3]{24} \times \sqrt{72} \times \sqrt{80}}{\sqrt{162} \times \sqrt{180} \times \sqrt[3]{81}}$

$$F = \frac{\sqrt[3]{24} \times \sqrt{72} \times \sqrt{80}}{\sqrt{162} \times \sqrt{180} \times \sqrt[3]{81}}$$

$$= \frac{2\sqrt[3]{3} \times 6\sqrt{2} \times 4\sqrt{5}}{9\sqrt{2} \times 6\sqrt{5} \times 3\sqrt[3]{3}}$$

$$= \frac{2 \times 6 \times 4}{9 \times 6 \times 3} = \frac{8}{27}$$

ដូចនេះ $\boxed{F = \dfrac{8}{27}}$

២. គណនា $A = \dfrac{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{8} - \sqrt{20})^2}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{8} - \sqrt{20})}$

$$A = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{8} - \sqrt{20})^2}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{8} - \sqrt{20})}$$

FACEBOOK Page

$$=\frac{(2+2\sqrt{10}+5)+(8-2\sqrt{160}+20)}{2(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{5})}$$

$$=\frac{(2+2\sqrt{10}+5)+(8-8\sqrt{10}+20)}{2(2-5)}$$

$$=\frac{35-6\sqrt{10}}{-6}$$

$$=\frac{6\sqrt{10}-35}{6}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\frac{6\sqrt{10}-35}{6}}$

III.១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4} & (1)\\ 2x-3y-4z=-42 & (2)\end{cases}$

តាង $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=t$ នោះ $\begin{cases}x=2t\\ y=3t\\ z=4t\end{cases}$ (3)

យក $x\,,y\,,z$ ជំនួសក្នុង (2) គេបាន $2(2t)-3(3t)-4(4t)=-42$

$4t-9t-16t=-42$

$-21t=-42$

$\Rightarrow t=2$

យកតម្លៃ $t$ ជំនួសក្នុង (3) គេបាន $\begin{cases}x=2\cdot 2=4\\ y=3\cdot 2=6\\ z=4\cdot 2=8\end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $(x=4\,,y=6\,,z=8)$

២. គណនាប្រវែងជ្រុង $AB\,,BC$ និង $AC$

តាង $x=AB\,,y=BC\,,z=AC$ ( $x\,,y\,,z$ គិតជា $m$ )

តាមបម្រាប់គេបាន $\begin{cases} x+y+z=62 & (i) \\ 2x=5y=3z & (ii) \end{cases}$

តាង $2x=5y=3z=t \Rightarrow x=\dfrac{t}{2}\,,\, y=\dfrac{t}{5}\,,\, z=\dfrac{t}{3} \quad (iii)$

យក $x\,,y\,,z$ ជំនួសក្នុង $(i)$ គេបាន $\dfrac{t}{2}+\dfrac{t}{5}+\dfrac{t}{3}=62$

$$\frac{15t+6t+10t}{30}=62$$

$$31t=62\times 30$$

$$\Rightarrow t=\frac{62\times 30}{31}=60$$

យកតម្លៃ $t=90$ ជំនួសក្នុង $(iii)$ គេបាន

$$x=\frac{60}{2}=30 \;,\; y=\frac{60}{5}=12 \;,\; z=\frac{60}{3}=20$$

ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុង $AB\,,BC$ និង $AC$ គឺ

$$\boxed{AB=30\,m \;,\; BC=12\,m \;,\; AC=20\,m}$$

IV.១. សម្រួលប្រភាគ ៖

$$A=\frac{3x^2-6x}{2x^2-8}$$

$$=\frac{3x(x-2)}{2(x^2-4)}$$

$$=\frac{3x(x-2)}{2(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{3x}{2(x+2)} \;,\; (x\neq -2)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\dfrac{3x}{2(x+2)} \;,\; (x\neq -2)}$

$$B=\frac{9(2x+1)^2-(4x-1)^2}{4(x^2+4x+4)}$$

$$=\frac{\left[3(2x+1)\right]^2-(4x-1)^2}{4(x+2)^2}$$

$$=\frac{\left[3(2x+1)-(4x-1)\right]\left[3(2x+1)+(4x-1)\right]}{4(x+2)^2}$$

$$=\frac{(6x+3-4x+1)(6x+3+4x-1)}{4(x+2)^2}$$

$$=\frac{(2x+4)(10x+2)}{4(x+2)^2}$$

$$=\frac{4(x+2)(5x+1)}{4(x+2)^2}$$

$$=\frac{5x+1}{x+2}\quad ,x\neq -2$$

ដូចនេះ: $B=\dfrac{5x+1}{x+2}\quad ,x\neq -2$

២. គណនា $A-B$

$$A-B=\frac{3x}{2(x+2)}-\frac{5x+1}{x+2}$$

$$=\frac{3x-2(5x+1)}{2(x+2)}$$

$$=\frac{3x-10x-2}{2(x+2)}$$

$$=\frac{-7x-2}{2(x+2)}$$

ដូចនេះ: $A-B=\dfrac{-7x-2}{2(x+2)}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

រកតម្លៃ $x$

$$A-B=0 \Leftrightarrow \frac{-7x-2}{2(x+2)}=0$$
$$\Leftrightarrow -7x-2=0$$
$$\Rightarrow x=-\frac{2}{7}$$

ដូចនេះ $\boxed{x=-\frac{2}{7}}$

V. ១. រកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់

តាង $P$ ជាប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់

គេមាន $6$ សំណួរ តាងដោយ $A, B, C, D, E$ និង $F$

ឧបមាថា សិស្សនោះរៀនបាន $4$ សំណួរ $A, B, C$ និង $D$

គ្រូដកស្រង់ $3$ សំណួរអាចជា៖

$$\left\{\begin{matrix} ABC, ABD, ABE, ABF, ACD, ACE, ACF, ADE, ADF, AEF, \\ BCD, BCE, BCF, BDE, BDF, BEF, CDE, CDF, CEF, DEF \end{matrix}\right\}$$

នោះ ចំនួនករណីអាចស្មើនឹង $20$ ករណី

ចំនួនករណីស្របស្មើនឹង $12$ ករណី គឺ ៖

$ABE, AB, ACE, ACF, ADE, ADF, BCE, BCF, BDE, BDF,$

$CDE, CDF$

គេបាន $P=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}=0.6$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់គឺ $\boxed{P=\frac{3}{5}=0.6}$

២. រកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច

សិស្សត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិចគឺ៖

$$\begin{Bmatrix} ABE, ABF, ACE, ACF, ADE, ADF, BCE, BCF, \\ BDE, BDF, CDE, CDF, ABC, ABD, ACD, BCD \end{Bmatrix}$$

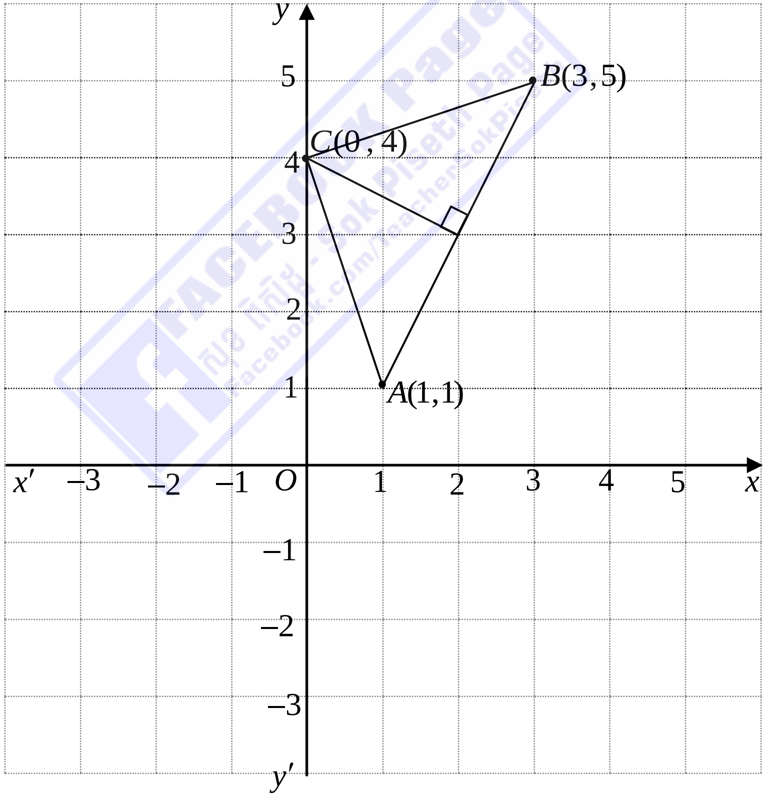
នោះចំនួនករណីស្រួលស្មើនឹង 16

ហើយចំនួនករណីអាចស្មើនឹង 20

គេបាន $P' = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0.8$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច $\boxed{P' = \frac{4}{5} = 0.8}$

VI. ដៅចំណុច $A, B, C$




១. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $AB$ ដែលត្រូវរក

ដោយ បន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(1,1)$ និង $B(3,5)$

គេបាន $\begin{cases} a+b=1 & (1) \\ 3a+b=5 & (2) \end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $-2a=-4 \Rightarrow a=2$

តាម $(1) \Rightarrow a=1-a=1-2=-1$

ដូចនេះ $\boxed{AB: y=2x-1}$

បង្ហាញថាចំណុច $E(-1,-3)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ $AB$

បើ $E(-1,-3)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ $AB$ នោះ វាផ្ទៀងផ្ទាត់នឹងបន្ទាត់

$AB: y=2x-1$

គេបាន $-3=2(-1)-1$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$-3=-3$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ ចំណុច $E(-1,-3)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ $AB$

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $I$

$I(x_I, y_I)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$

គេបាន $x_I = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2\,,\ y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{1+5}{2} = 3$

ដូចនេះ $\boxed{I(2,3)}$

សរសេរសមីការបន្ទាត់ $CI$

តាង $y=a'x+b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $CI$ ដែលត្រូវរក

ដោយ បន្ទាត់ $CI$ កាត់តាមចំណុច $C(0,4)$ និង $I(2,3)$

គេបាន $\begin{cases} 4=a'(0)+b' \\ 3=a'(2)+b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b'=4 & (1) \\ 2a'+b'=3 & (2) \end{cases}$

តាម $(2) \Rightarrow a' = \dfrac{3-b'}{2} = \dfrac{3-4}{2} = -\dfrac{1}{2}$

FACEBOOK Page Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

ដូចនេះ $CI: y = -\frac{1}{2}x + 4$

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $CI$ និង បន្ទាត់ $AB$ កែងគ្នា

គេមាន $AB: y = 2x - 1$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a = 2$

$CI: y = -\frac{1}{2}x + 4$ មានមេគណប្រាប់ទិស $a' = -\frac{1}{2}$

គេបាន $a \times a' = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

ដោយផលគុណនៃមេគុណប្រាបប់ទិសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ ស្មើនឹង $-1$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $CI$ និង បន្ទាត់ $AB$ កែងគ្នា

ទាញបញ្ជាក់ថា $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត

តាមសម្រាយខាងលើ គេបាន $CI \perp AB$

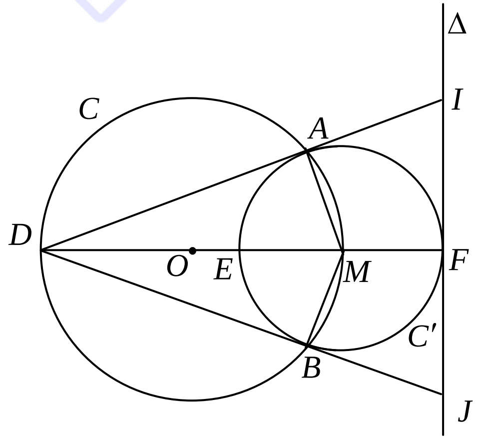
នោះ អង្កត់ $CI$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABC$

តែ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$ នោះ $IA = AB$

$\Rightarrow CI$ ក៏ជាមេដ្យាន និង ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $\Delta ABC$

ដូចនេះ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $C$

VII.



១. គណនារង្វាស់មុំ $\angle DAM$ និង $\angle DBM$

តាមសមតិកម្ម គេបាន អង្កត់ $DM$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$

គេបាន $\angle DAM = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ផ្ចិត $O$ )

$\angle DBM = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ផ្ចិត $O$ )

ដូចនេះ $\boxed{\angle DAM = 90^o \ , \ \angle DBM = 90^o}$

ទាញបញ្ជាក់ថា បន្ទាត់ $DI$ និង បន្ទាត់ $DJ$ ប៉ះរង្វង់ $C'$ ត្រង់ $A$ និង $B$

គេមាន $\angle DAM = 90^o$ នោះ $DA \perp AM$

នោះ បន្ទាត់ $DA$ ប៉ះរង្វង់ $C$ ត្រង់ $A$

តែ បន្ទាត់ $DA$ កាត់តាម $I$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $DI$ ប៉ះរង្វង់ប៉ះរង្វង់ $C$ ត្រង់ $A$

ម្យ៉ាងទៀត $\angle DDM = 90^o$ នោះ $DB \perp BM$

នោះ បន្ទាត់ $DB$ ប៉ះរង្វង់ $C$ ត្រង់ $B$

តែ បន្ទាត់ $DB$ កាត់តាម $J$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $DJ$ ប៉ះរង្វង់ប៉ះរង្វង់ $C$ ត្រង់ $B$

២. បង្ហាញថាចតុកោណ $AMFI$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ

គេមាន $\angle DAM = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $\angle MAI = 90^o$ ( មុំជាប់បន្ថែម )

ម្យ៉ាងទៀត $DF \perp \Delta$ នោះ $\angle MFI = 90^o$ ( មុំកែង )

គេបាន $\angle MAI + \angle MFI = 90^o + 90^o = 180^o$

ដូចនេះ ចតុកោណ $AMFI$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ADM$ និង $\Delta FDI$

$\Delta ADM$ និង $\Delta FDI$ មាន៖

$\angle DAM = \angle DFI = 90^o$ ( សម្រាយខាងលើ )

$\angle ADM = \angle FDI$ ( $\angle D$ ជាមុំរួម )

ដូចនេះ $\Delta ADM \sim \Delta FDI$ តាមករណីដំណូចទី១ (ម.ម)

៤. ទាញបញ្ជាក់ថា $\dfrac{AD}{FD} = \dfrac{DM}{DI} = \dfrac{AM}{FI}$

គេមាន $\Delta ADM \sim \Delta FDI$ តាមករណីដំណូចទី១ (ម.ម)

វិបាក ៖

$$\left.\begin{array}{l}\Delta ADM \\ \sim \\ \Delta FDI\end{array}\right| \Rightarrow \frac{AD}{FD} = \frac{DM}{DI} = \frac{AM}{FI}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{AD}{FD} = \dfrac{DM}{DI} = \dfrac{AM}{FI}}$

ទាញបញ្ជាក់ថា $AD \times DI = 2R(2R + r)$

គេមាន $\dfrac{AD}{FD} = \dfrac{DM}{DI} \Rightarrow AD \times DI = DM \times FD$

ដោយ $DM = 2R$ ( $DM$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ $C$ )

ហើយ $FD = DM + MF = 2R + r$ ( ព្រោះ $MF = r$ ជាកាំរង្វង់ $C'$ )

គេបាន $AD \times DI = 2R(2R + r)$

ដូចនេះ $\boxed{AD \times DI = 2R(2R + r)}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី១០

## ត្រៀមប្រឡងឆមាស និង សញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវដែលមានតែមួយគត់:

១. បន្ទាត់ $D: y=-2mx-1$ និង $y=-2x+3$ កែងគ្នាកាលណា :

☐ក. $m=-2$ ☐ខ. $m=-1$

☐គ. $m=-\frac{1}{4}$ ☐ឃ. $m=4$

២. ត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ $A$ និងមានកម្ពស់ $AH=x$ ។ បើ $HB=2$ និង $HC=8$ ចូរគណនាតម្លៃ $x$

☐ក. $x=10$ ☐ខ. $x=4$

☐គ. $x=\pm 4$ ☐ឃ. $x=16$

II. ចូរបំពេញចន្លោះក្នុងតារាងខាងក្រោមដោយគណនា ៖

$\sqrt{x^2}$ , $\sqrt[3]{x}$ , $\sqrt{x+17}$ ចំពោះ $x=8$ និង $x=-8$

| $x$ | $-8$ | $8$ |
|---|---|---|
| $\sqrt{x^2}$ | | |
| $\sqrt[3]{x}$ | | |
| $\sqrt{x+17}$ | | |

III. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេគេឱ្យចំណុច $A(-2,1)$ , $B(4,1)$ និង $C(x,4)$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានបាត $AB$ ។

IV. ១. គណនា $A=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{12}-\sqrt{28})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{12}-\sqrt{28})}$

២. សម្រួលកន្សោម $E=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

V. ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហមពីរ តាងដោយ $R_1$ , $R_2$ និង ប៊ូលសបី តាងដោយ $W_1, W_2, W_3$ ។ គេទាញយកប៊ូលពីរចេញក្នុងពេលតែមួយ។ រកប្រូបាបដែលគេទាញយកបាន ប៊ូលសមួយ និង ក្រហមមួយ ។

VI. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

១. $\frac{1}{3x-1}+\frac{9}{9x^2-3x}=\frac{7}{x}$ ២. $\frac{4}{x^2-1}+\frac{x}{x+1}=\frac{x+1}{x-1}$

VII. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ គេមានចំណុច $A(1,4), B(3,2)$ និង $C(4,5)$ ។

១. ដៅចំណុច $A$ , $B$ , $C$ រួចរកសមីការបន្ទាត់ $AB$ ។

២. $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $AB$ ។ ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $M$ ។

៣. បន្ទាត់ $\Delta$ ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $AB$ ។ ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ។

៤. គណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $ABC$ រួចប្រាប់ប្រភេទនៃ $\Delta ABC$ ។

VIII. គេមានកន្លះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ដែលមានកាំ $R$ និងអង្កត់ផ្ចិត $AB$ ។ $C$ ជាចំណុចមួយនៅលើកន្លះរង្វង់នេះដែល $BC = 60^o$ ។ $I$ ជាចំណុចមួយនៅលើអង្កត់ $BC$ ដែល $BI = \frac{R}{2}$ ។ បន្ទាត់ $AI$ កាត់កន្លះរង្វង់នេះត្រង់ $F$ ហើយបន្ទាត់ $AC$ កាត់បន្ទាត់ $BF$ ត្រង់ $K$ ។

១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $OBC$ ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta ACI$ និង $\Delta BCK$ រួចទាញវិបាក ។

៣. បង្ហាញថាចតុកោណ $CIFK$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយដែលអាចបញ្ជាក់ផ្ចិតវាបាន ។

៤. គណនាប្រវែង $AC$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១០

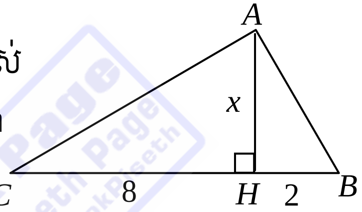
I.១. រកតម្លៃ $m$

បន្ទាត់ $D:=-2mx-1$ និង $D':y=-2x+3$ កែងគ្នាកាលណា

$$(-2m)\times(-2)=-1\Rightarrow m=-\frac{1}{4}$$

ដូចនេះ ☑ ខ. $m=-\dfrac{1}{4}$

២. គណនាតម្លៃ $x$




ក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មាន $AH$ ជាកម្ពស់

តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

គេបាន $AH^2=HB\times HC$

$$x^2=2\times 8=16$$

$\Rightarrow x=\sqrt{16}=4$ ($x>0$ ព្រោះ $AH$ ជាប្រវែងជ្រុង)

ដូចនេះ ☑ ខ. $x=4$

II.គណនា $\sqrt{x^2}$ , $\sqrt[3]{x}$ , $\sqrt{x+17}$ ចំពោះ $x=8$ និង $x=-8$

ចំពោះ $x=8$ គេបាន ៖

$$\sqrt{x^2}=\sqrt{8^2}=8$$

$$\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$$

$$\sqrt{x+17}=\sqrt{8+17}=\sqrt{25}=5$$

ចំពោះ $x=-8$ គេបាន ៖

$$\sqrt{x^2}=\sqrt{(-8)^2}=|-8|=8$$

$$\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{-8}=-\sqrt[3]{2^3}=-2$$

$$\sqrt{x+17}=\sqrt{-8+17}=\sqrt{9}=3$$

ដូចនេះ ក្នុងតារាងគឺ ៖

| $x$ | $-8$ | $8$ |
|---|---|---|
| $\sqrt{x^2}$ | $8$ | $8$ |
| $\sqrt[3]{x}$ | $-2$ | $2$ |
| $\sqrt{x+17}$ | $3$ | $5$ |

III. កំណត់តម្លៃ $x$

គេមាន $A(-2,1)$ , $B(4,1)$ និង $C(x,4)$

នោះ $AC=\sqrt{(x+2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{(x+2)^2+9}$

$BC=\sqrt{(x-4)^2+(4-1)}=\sqrt{(x-4)^2+9}$

$\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានបាត $AB$ កាលណា $AC=BC$

គេបាន $\sqrt{(x+2)^2+9}=\sqrt{(x-4)^2+9}$

$(x+2)^2+9=(x-4)^2+9$

$(x+2)^2-(x-4)^2=0$

$x^2+4x+4-x^2+8x-16=0$

$12x=12$

$\Rightarrow x=1$

ដូចនេះ $\boxed{x=1}$

IV.១. គណនា $A=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{12}-\sqrt{28})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{7})(\sqrt{12}-\sqrt{28})}$

$$A=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{12}-\sqrt{28})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{7})(\sqrt{12}-\sqrt{28})}$$

$$=\frac{(3+2\sqrt{21}+7)+(12-2\sqrt{4\times3}\times\sqrt{4\times7}+28)}{2(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{3}-\sqrt{7})}$$

$$=\frac{(3+2\sqrt{21}+7)+(12-8\sqrt{21}+28)}{2(3-7)}$$

$$=\frac{50-6\sqrt{21}}{-8}$$

$$=\frac{3\sqrt{21}-25}{4}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\frac{3\sqrt{21}-25}{4}}$

២. សម្រួលលកន្សោម $E=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

$$E=\sqrt{7-4\sqrt{3}}$$

$$=\sqrt{4-4\sqrt{3}+3}$$

$$=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$$

$$=2-\sqrt{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{E=2-\sqrt{3}}$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

V.រកប្រូបាបដែលគេទាញបានប៊ូលសមួយ និង ប៊ូលក្រហមមួយ

គេមានប៊ូលក្រហមពីរតាងដោយ $R_1$ , $R_2$ និងប៊ូលសបី តាងដោយ

$W_1$ , $W_2$ , $W_3$

នោះ ការទាញយកប៊ូលពីរអាចជា ៖

$R_1R_2, R_1W_1, R_1W_2, R_1W_3$

$R_2W_1, R_2W_2, R_2W_3$

$W_1W_2, W_1W_3$

$W_2W_3$

នោះចំនួនករណីអាចស្មើនឹង 10 ករណី

ចំនួនករណីស្របស្មើនឹង 6 ករណី គឺ៖

$R_1W_1, R_1W_2, R_1W_3, R_2W_1, R_2W_2, R_2W_3$

គេបាន $P=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}=0.6$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេទាញបានប៊ូលសមួយ និង ប៊ូលក្រហមមួយគឺ

$$\boxed{P=\frac{3}{5}=0.6}$$

VI. ដោះស្រាយសមីការ៖

១. $\dfrac{1}{3x-1}+\dfrac{9}{9x^2-3x}=\dfrac{7}{x}$ ឬ $\dfrac{1}{3x-1}+\dfrac{9}{3x(3x-1)}=\dfrac{7}{x}$

លក្ខខណ្ឌ ៖ សមីការមានឫសកាលណា $\begin{cases}3x\neq 0\\ 3x-1\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ x\neq\dfrac{1}{3}\end{cases}$

ដោយយកភាគបែងរួម $3x(3x-1)$ គេបានសមីការទៅជា៖

$$\frac{3x+9}{3x(3x-1)}=\frac{7\cdot 3(3x-1)}{3x(3x-1)}$$

$$3x+9=63x-21$$

$$-60x=-30$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=\dfrac{1}{2}}$

២. $\dfrac{4}{x^2-1}+\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{x+1}{x-1}$ ឬ $\dfrac{4}{(x-1)(x+1)}+\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{x+1}{x-1}$

សមីការមានឫសកាលណា $\begin{cases}x+1\neq 0\\ x-1\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 1\end{cases}$

ដោយយកភាគបែងរួម $(x-1)(x+1)$ គេបានសមីការទៅជា៖

$$\frac{4+x(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)}$$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

$4+x^2-x=x^2+2x+1$

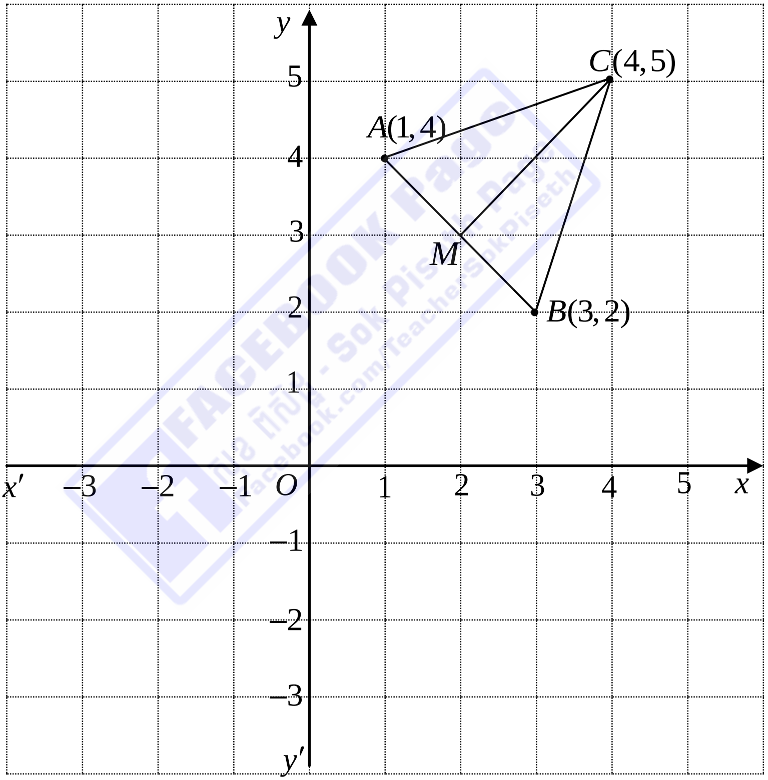
$-3x=-3$

$\Rightarrow x=-1$

តែ $x\neq 1$

ដូចនេះ សមីការគ្មានឫស

VII.១. ដៅចំណុច $A, B, C$




កំណត់សមីការបន្ទាត់ $AB$

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $AB$ ដែលត្រូវរក

ដោយបន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(1,4)$ និង $B(3,2)$

គេបាន $\begin{cases} 4a+b=1 & (1) \\ 3a+b=2 & (2) \end{cases}$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $a=-1$

តាម $(2) \Rightarrow b=2-3\cdot(-1)=5$

ដូចនេះ $\boxed{AB: y=-x+5}$

២. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $M$

$M(x_M, y_M)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $AB$ គេបាន ៖

$$x_M = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$y_M = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{4+2}{2} = 3$$

ដូចនេះ $\boxed{M(2,3)}$

៣. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $\Delta$

តាង $y=a'x+b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $\Delta$ ដែលត្រូវរក

ដោយ $\Delta$ ជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $AB$ នោះ បន្ទាត់ $\Delta$ កែងនឹងអង្កត់ $AB$ ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល $M$

នោះ $\Delta \perp AB: y=-x+5 \Rightarrow a'\times(-1)=-1 \Rightarrow a'=1$

ហើយ បន្ទាត់ $\Delta$ កាត់តាមចំណុច $M(2,3)$

គេបាន $3=1\cdot 2+b' \Rightarrow b'=1$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta: y=x+1}$

៤. គណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $ABC$

- $AB=\sqrt{(x_B-x)^2+(y_B-y_A)^2}$

  $=\sqrt{(3-1)^2+(2-4)^2}$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page - Facebook.com/TeacherSokPiseth

$=\sqrt{4+4}$

$=4\sqrt{2}$ ( ឯកតាប្រវែង )

- $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

$=\sqrt{(4-1)^2+(5-4)^2}$

$=\sqrt{9+1}$

$=\sqrt{10}$ ( ឯកតាប្រវែង )

- $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

$=\sqrt{(4-3)^2+(5-2)^2}$

$=\sqrt{1+9}$

$=\sqrt{10}$ ( ឯកតាប្រវែង )

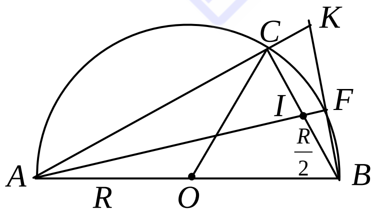
ដូចនេះ: $\boxed{AB=2\sqrt{2}\,,\,AC=BC=\sqrt{10}}$ ( ឯកតាប្រវែង )

ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ $ABC$

ត្រីកោណ $ABC$ មាន $AC=BC=\sqrt{10}\neq AB=2\sqrt{2}$

ដូចនេះ: ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $C$

VIII.




១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $OBC$

ត្រីកោណ $OBC$ មាន៖

$OB=OC$ (កាំរង្វង់)

នោះ $\Delta OBC$ ជាត្រីកោណសមបាត

តែ $BC = 60^o$ នោះ $\angle BOC = BC = 60^o$ (មុំផ្ចិត និង ធ្នូស្កាត់)

ដូចនេះ ត្រីកោណ $BOC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក $OB = OC = BC = R$ និង $\angle OBC = \angle OCB = 60^o$

២. ប្រៀបធៀប $\Delta ACI$ និង $\Delta BCK$ រួចទាញវិបាក

$\angle ACB = 90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$\Rightarrow \angle BCK = 90^o$ (មុំជាប់បន្ថែម)

នោះ $\Delta ACI$ និង $\Delta BCK$ មាន៖

$\angle ACI = \angle BCK = 90^o$ (សម្រាយខាងលើ)

$\angle CAI = \angle CBK$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $CF$ រួម)

ដូចនេះ $\Delta ACI \sim \Delta BCK$ តាមករណីដំណូចទី១ (ម.ម)

វិបាក៖ $\begin{array}{c|l} \Delta ACI & \\ \sim & \Rightarrow \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{CI}{CK} = \dfrac{AI}{BK} \\ \Delta BCK & \end{array}$ និង $\angle AIC = \angle BKC$

៣. បង្ហាញថាចតុកោណ $CIFK$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយដែលអាចបញ្ជាក់ផ្ចិតវាបាន

គេមាន $\angle AFB = 90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

នោះ $\angle IFK = 90^o$ (មុំជាប់បន្ថែម)

ហើយ $\angle ICK = \angle BCK = 90^o$ (មុំរួម)

គេបាន $\angle IFK + \angle ICK = 90^o + 90^o = 180^o$

ដោយ ចតុកោណ $CIFK$ មានផលបូកមុំពីរឈមគ្នាស្មើនឹង $180^o$

ដូចនេះ ចតុកោណ $CIFK$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ដែលមានផ្ចិតជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $IK$

Facebook Page - Sok Piseth

៤. គណនាប្រវែង $AC$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

ត្រីកោណ $ABC$ មាន $\angle ACB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះវាជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រគេបាន $AB^2 = AC^2 + BC^2$

ដោយ $AB = 2R$ ( អង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ ) និង $BC = R$

គេបាន $(2R)^2 = AC^2 + R^2$

$$AC^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\Rightarrow AC = R\sqrt{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{AC = R\sqrt{3}}$

FACEBOOK Page
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី១១

## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

## សម័យប្រឡង៖ ១៩ កញ្ញា ២០០៨

I. ចូរគូសសញ្ញា✓ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវដែលមានតែមួយគត់:

១. តើសមីការមួយណាដែលមានឬសពីរផ្សេងគ្នា ?

☐ក. $x^2-2x+1=0$ ☐ខ. $x^2+9=0$

☐គ. $5x^2+7x+1=0$ ☐ឃ. $-x^2+5x-8=0$

២. $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ ដែលមានអ៊ីប៉ូតេនុស $BC=a$ និង $\angle ACB=60^o$ ។ ជ្រុង $AB$ មានប្រវែង ៖

☐ក. $AB=\dfrac{a}{2}$ ☐ខ. $AB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

☐គ. $AB=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ ☐ឃ. $AB=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

II. គេថ្លឹងអង្ករ 7 ថង់ជាបន្តបន្ទាប់ហើយបានលទ្ធផល: $3kg$ , $5kg$ , $4kg$, $9kg$ , $10kg$ , $4kg$ និង $7kg$ ។

ចូរផ្គូផ្គងផ្នែក $A$ និង $B$ រួចសរសេរចម្លើយក្នុងផ្នែក $C$ ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ:

| $A$ | $B$ | $C$ ( ចម្លើយ ) |
|---|---|---|
| ១. ម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងលើ | ក. $5kg$ | ១. ⟶ |
| ២. មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងលើ | ខ. $7kg$ | ២. ⟶ |
| ៣. មេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងលើ | គ. $6kg$ | ៣. ⟶ |
| | ឃ. $4kg$ | |

III. ១. គណនា $A=\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{8}$ និង $B=\sqrt{12}-\sqrt{3}-1$

២. គណនា $C=\dfrac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}-(\sqrt{6}+1)$

IV. ក្នុងប្រអប់មួយមានសៀវភៅលំហាត់ធរណីមាត្រចំនួន 5 ក្បាល និង សៀវភៅលំហាត់ពីជគណិតចំនួន 7 ក្បាល។ សុភាពចាប់យកសៀវភៅ 2 ក្បាលចេញពីប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។

១. រកប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីក្បាល។

២. រកប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល។

V. ១. ចូរសង់ចំណុច $A(-1,2)$ និង $B(2,0)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ

២. រកសមីការបន្ទាត់ $AB$

៣. សង់បន្ទាត់ $D$ ដែលមានសមីការ $y=\dfrac{3}{2}x$ ក្នុងតម្រុយខាងលើ។

បង្ហាញថា បន្ទាត់ $D$ និង $AB$ កែងគ្នា ។

VI. បូណាមានអាយុច្រើនជាងចិន្តា។ ផលបូកអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើ 33 ឆ្នាំ ហើយផលដកអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើ 3 ឆ្នាំ ។
ចូររកអាយុរបស់បូណា និង អាយុរបស់ចិន្តា ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ ដែលមានជ្រុងប្រវែង $4cm$ ។ គេគូសកន្លះបន្ទាត់ $[At)$ ស្របនឹងជ្រុង $[BC]$ ។ $H$ ជាចំណោលកែងនៃ $C$ លើកន្លះបន្ទាត់ $[At)$ ។

១. គណនា $CH$ និង $AH$ ។

២. គណនា $BH$ ។

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABH$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១១

I. ១. ក. $x^2-2x+1=0$

$$(x-1)^2=0$$

$$x_1=x_2=1$$

នោះ សមីការ $x^2-2x+1=0$ មានឫសឌុប

ខ. $x^2+9=0$

$x^2=-9<0$ នោះសមីការគ្មានឫស( ក្នុងចំនួនពិត )

គ. $5x^2+7x+1=0$

$$x^2+\frac{7}{5}x+\frac{1}{5}=0$$

$$x^2+\frac{7}{5}x+\left(\frac{7}{10}\right)^2=\left(\frac{7}{10}\right)^2-\frac{1}{5}$$

$$\left(x+\frac{7}{10}\right)^2=\frac{29}{100}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-7\pm\sqrt{29}}{10}$$

នោះ សមីការ $5x^2+7x+1=0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា

ឃ. $-x^2+5x-8=0$

$$x^2-5x=-8$$

$$x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2-8$$

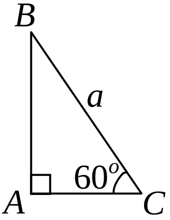
$$(x-\frac{5}{2})^2=-\frac{7}{4}<0$$

នោះ សមីការ $-x^2+5x-8=0$ គ្មានឫស( ក្នុងចំនួនពិត )

ដូចនេះ ចម្លើយត្រឹមត្រូវគឺ ☑ គ. $x^2+7x+1=0$

FACEBOOK Page
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

២. គណនាប្រវែង $AB$




ក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ កែងត្រង់ $A$ មាន $\angle ACB = 60^o$

នោះវាជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស ដែល ជ្រុង $BC = a$

និង $AB$ ជាកម្ពស់ យើងបាន $AB = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

ដូចនេះ ចម្លើយត្រឹមត្រូវគឺ ☑ ឃ. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

II.គេថ្លឹងអង្ករ 7 ថង់ជាបន្តបន្ទាប់ហើយបានលទ្ធផលៈ $3kg$ , $5kg$ , $4kg$, $9kg$ , $10kg$ , $4kg$ និង $7kg$ ។

យើងបាន ៖ ម៉ូត $Mo = 4kg$

មធ្យម $\overline{x} = \frac{3+5+4+9+10+4+7}{7} = \frac{42}{7} = 6kg$

មេដ្យាន ៖ រៀបតាមលំដាប់កើនគឺ $3kg, 4kg, 4kg,$ **5kg**$, 7kg, 9kg, 10kg$

មេដ្យាន មានទីតាំងនៅតួទី $\frac{7+1}{2} = 4$

យើងបាន មេដ្យានគឺ $Me =$ **5kg**

ដូចនេះ ចម្លើយផ្គូផ្គងគឺ

| $A$ | $B$ | $C$ ( ចម្លើយ ) |
|---|---|---|
| ១. ម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងលើ | ក. $5kg$ | ១.⟶ ឃ |
| ២. មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងលើ | ខ. $7kg$ | ២.⟶ គ |
| ៣. មេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងលើ | គ. $6kg$ | ៣.⟶ ក |
| | ឃ. $4kg$ | |

IV. យើងមាន សៀវភៅលំហាត់ពីជគណិតចំនួន 5 ក្បាល និង សៀវភៅលំហាត់ធរណីមាត្រចំនួន 7 ក្បាល សរុប 12 ក្បាល

១. រកប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីក្បាល

តាង $P(\text{ធធ})$ ជាប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីក្បាល

យើងបាន $P(\text{ធធ}) = \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$

ដូចនេះ

ប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីក្បាលគឺ

$$\boxed{P(\text{ធធ}) = \frac{5}{33} = 0.1515}$$

២. រកប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល

តាង $P'$ ជាប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល

យើងបាន $P(\text{ធធ}) + P' = 1$

$$\Rightarrow P' = 1 - P(\text{ធធ})$$

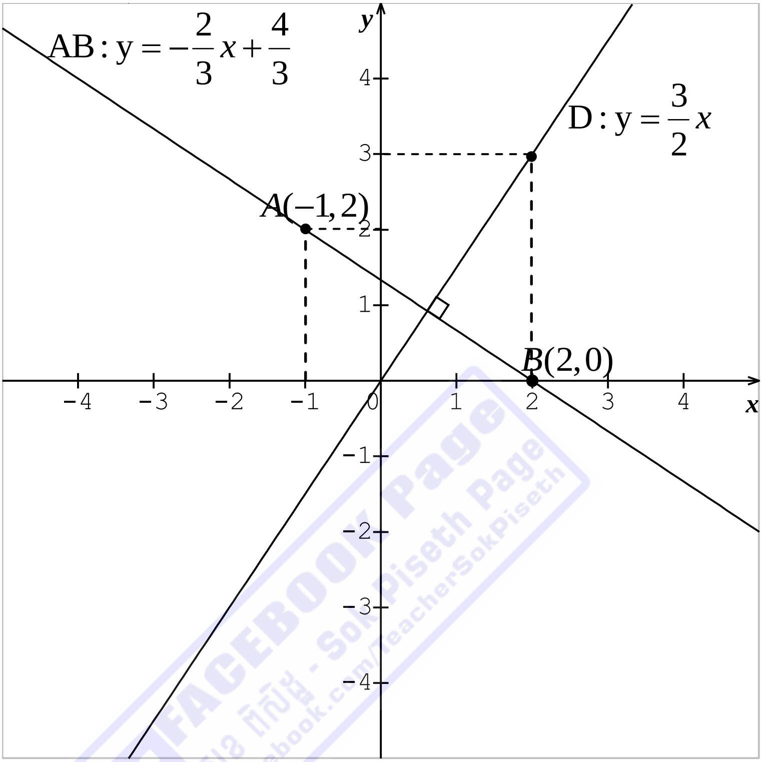
$$= 1 - \frac{5}{33}$$

$$= \frac{28}{33} = 0.8485$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសុភាពចាប់បានសៀវភៅលំហាត់ពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល គឺ $\boxed{P' = \frac{28}{33} = 0.8485}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

V. ១. សង់ចំណុច $A(-1,2)$ និង $B(2,0)$




FACEBOOK Page - Sok Piseth Page
facebook.com/TeacherSokPiseth

២. រកសមីការបន្ទាត់ $AB$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AB$ គឺ $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{0-2}{2+1}=-\frac{2}{3}$

យើងបានសមីការ $y=ax+b=-\frac{2}{3}x+b$

ដោយបន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $B2,0)$ យើងបាន $0=-\frac{2}{3}\cdot 2+b$

$$\Rightarrow b=\frac{4}{3}$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ $AB$ គឺ $\boxed{AB: y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}}$

២. សង់បន្ទាត់ $D$ ដែលមានសមីការ $y=\frac{3}{2}x$ ក្នុងតម្រុយជាមួយបន្ទាត់ខាងលើ ( ក្នុងតម្រុយជាមួយបន្ទាត់ $AB$ )

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 3 |

បង្ហាញថា បន្ទាត់ $D$ និង បន្ទាត់ $AB$ កែងគ្នា

យើងមាន បន្ទាត់ AB : $y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=-\frac{2}{3}$

បន្ទាត់ $D: y=\frac{3}{2}x$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=\frac{3}{2}$

យើងបាន $a\times a'=-\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=-1$

ដោយ ផលគុណនៃមេគុណប្រាប់ទិសបន្ទាត់ទាំងពីរស្មើនឹង $-1$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $D$ និង បន្ទាត់ $AB$ កែងគ្នា

VI. រកអាយុរបស់បូណា និង អាយុរបស់ចិន្តា

តាង $x$ ជាអាយុរបស់បូណា

$y$ ជាអាយុរបស់ចិន្តា

ដែល $x>y>0$

តាមបម្រាប់យើងបាន $\begin{cases} x+y=33 & (1) \\ x-y=3 & (2) \end{cases}$

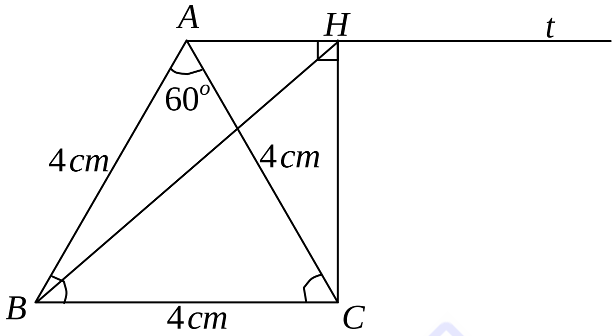
យក (1) បូក (2) យើងបាន $2x=36 \Rightarrow x=18$

តាម (1) យើងបាន $y=33-x=33-18=15$

ដូចនេះ បូណាមានអាយុ18 ឆ្នាំ

ចិន្តាមានអាយុ 15 ឆ្នាំ

VII.




១. គណនា $CH$ និង $AH$

យើងមាន កន្លះបន្ទាត់ $At$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $BC$

នោះ $\angle CAH = \angle ACB$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

ដោយ $\angle ACB = 60^o$ (មុំត្រីកោណសម័ង្ស)

យើងបាន $\angle CAH = 60^o$

នោះ ត្រីកោណកែង $AHC$ មាន $\angle CAH = 60^o$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

ដែលមានជ្រុង $AC = 4cm$ និង $CH$ ជាកម្ពស់

យើងបាន $CH = \dfrac{AC\sqrt{3}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\,cm$

និង $AH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{4}{2} = 2\,cm$

ដូចនេះ $\boxed{CH = 2\sqrt{3}\,cm \ , \ AH = 2\,cm}$

២. គណនា $BH$

ដោយ $At \parallel BC$ ហើយ $AH \perp CH$ នោះ $BC \perp CH$

នោះ ត្រីកោណ $BCH$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករយើងបាន $BH^2 = BC^2 + CH^2$

$$= 4^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$= 28$$

$$\Rightarrow BH = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}cm$$

ដូចនេះ $\boxed{BH = 2\sqrt{7}cm}$

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABH$

របៀបទី១

យើងមាន $AH \parallel BC$ និង $BC \perp CH$

នោះ $CH$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABH$

យើងបាន $S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2} AH \times CH$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}\,cm^2$$

ដូចនេះ ក្រឡានៃត្រីកោណ $ABH$ $\boxed{S_{\Delta ABH} = 2\sqrt{3}\,cm^2}$

របៀបទី២

$S_{\Delta ABH} = S_{ABCH} - S_{\Delta BCH}$

ដោយ $S_{ABCH} = \frac{(AH + BC) \times CH}{2} = \frac{(2+4) \times 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\,cm^2$

$S_{\Delta BCH} = \frac{1}{2} BC \times CH = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\,cm^2$

យើងបាន $S_{ABH} = 6\sqrt{3}\,cm^2 - 4\sqrt{3}\,cm^2 = 2\sqrt{3}\,cm^2$

ដូចនេះ ក្រឡានៃត្រីកោណ $ABH$ $\boxed{S_{\Delta ABH} = 2\sqrt{3}\,cm^2}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី១២

## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

## សម័យប្រឡង៖ ០៤ កក្កដា ២០១១

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. (១០ពិន្ទុ) ត្រីកោណ $ABC$ មួយមានជ្រុង $AB = x - 3$, $AC = x + 1$ និង $BC = x + 3$ ដែល $x > 3$ ។ រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ ។

II.(១៥ពិន្ទុ)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាភិចៈ $\begin{cases} y \geq 2 - x \\ y \leq 2 \end{cases}$

III.(១៥ពិន្ទុ) ក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 គ្រាប់ ពណ៌ខៀវ3 គ្រាប់ និង ពណ៌ខ្មៅ 5 គ្រាប់។ សិស្សពីរនាក់បានយកឃ្លីម្នាក់មួយគ្រាប់ៗ ជាបន្តបន្ទាប់ចេញពីក្នុងស្បោងដោយចៃដន្យហើយមិនដាក់ចូលវិញ។

១. រកប្រូបាបដែល «សិស្សទី១ យកបានឃ្លីក្រហម ហើយសិស្សទី២ យកបានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ»

២. រកប្រូបាបដែលសិស្សទាំងពីរនាក់យកបានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់ម្នាក់»

IV.(១៥ពិន្ទុ)ពិន្ទុធ្វើតែសលើសិស្សមួយក្រុមបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម៖

| ពិន្ទុ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 1 | 2 | 5 | 1 | $x$ |

រកតម្លៃ $x$ បើមេដ្យានគឺពិន្ទុ3 ។ រកចំនួនសិស្សបានធ្វើតែស។ រកចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើ 3 ។

V.(២០ពិន្ទុ) គេមានត្រីកោណ $EFG$ កែងត្រង់ $E$ ហើយរង្វាស់មុំ $\angle EGF = 30^o$ ។ $K$ ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង $EG$ ដែល $\angle EKF = 45^o$ និង រង្វាស់ $EK = 4cm$ ។

១. គណនារង្វាស់មុំ $\angle GFK$ ប្រវែង $EF$ និង $FG$ ។

២. គណនាផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ $EFG$ ។

VI.(២៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xOy)$ មួយគេមានចំណុច $A(1,0)$ , និង $B(3,-2)$ ។

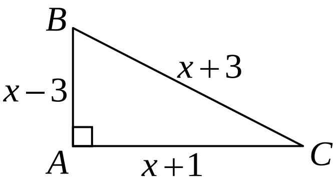
១. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $AB$ ។

២. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $D$ ដែលកែងនឹងអង្កត់ $AB$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $E$ របស់អង្កត់នោះ ។

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១២

I. រកតម្លៃ $x$




ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែង

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករយើងបាន

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$(x+3)^2 = (x-3)^2 + (x+1)^2$

$x^2 + 6x + 9 = x^2 - 6x + 9 + x^2 + 2x + 1$

$x^2 - 10x + 1 = 0$

$x^2 - 10x = -1$

$x^2 - 10x + 5^2 = 5^2 - 1$

$(x-5)^2 = 24$

$x - 5 = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$

$\Rightarrow x = 5 \pm 2\sqrt{6}$

តែ $x > 3$ នោះ $x = 5 + 2\sqrt{6}$

ដូចនេះ $\boxed{x = 5 + 2\sqrt{6}}$

FACEBOOK Page
Khmer - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាភិច $\begin{cases} y \geq 2 - x \\ y \leq 2 \end{cases}$

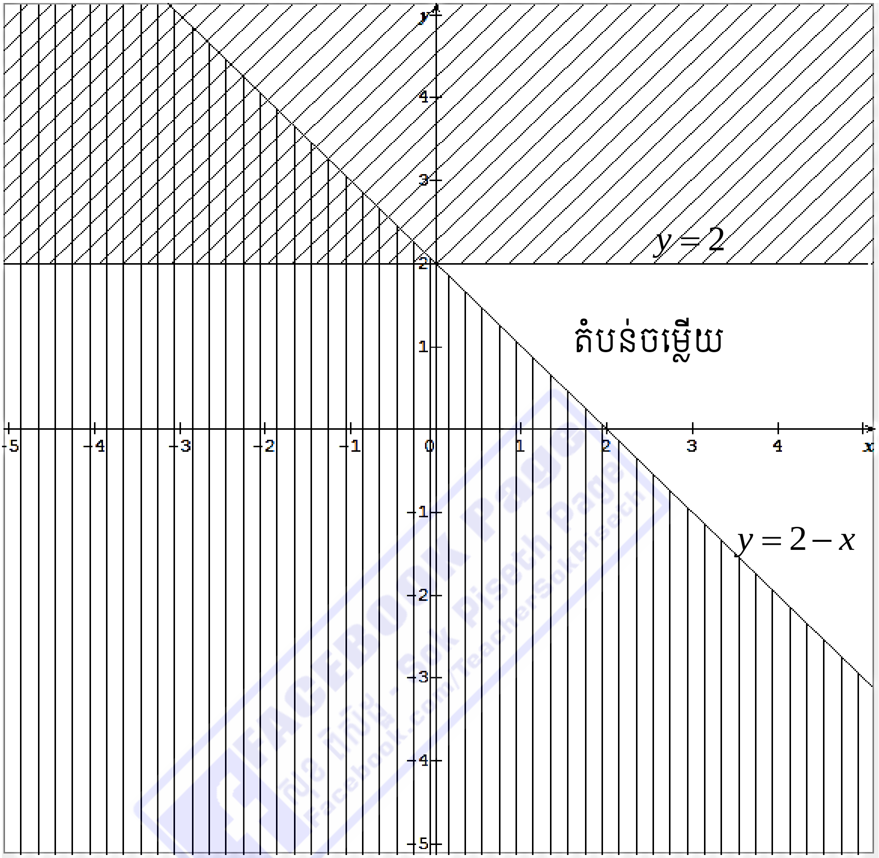
តាង $d_1 : y = 2 - x$ ជាបន្ទាត់ព្រំដែនទី១

$d_2 : y = 2$ ជាបន្ទាត់ព្រំដែនទី២

$d_1 : y = 2 - x$

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | 0 | 2 |
| $y$ | 2 | 0 |

$d_2 : y = 2$ ជាបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស




ដូចនេះ តំបន់មិនឆូតជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ

III. តាង $A$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហម

$B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវ

$C$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

ឃ្លីពណ៌ក្រហមមាន 4 គ្រាប់ ឃ្លីពណ៌ខៀវមាន 3 គ្រាប់ និង ឃ្លីពណ៌ខ្មៅមាន 5 គ្រាប់ សរុប 12 គ្រាប់

១. រកប្រូបាបដែល«សិស្សទី១ យកបានឃ្លីពណ៌ក្រហម ហើយសិស្សទី២យកបានឃ្លីពណ៌ខៀវ»

$$P(AC)=P(A)\times P(C/A)$$
$$=\frac{4}{12}\times\frac{5}{11}$$
$$=\frac{5}{33}=0.1515$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែល«សិស្សទី១ យកបានឃ្លីពណ៌ក្រហម ហើយសិស្សទី២យកបានឃ្លីពណ៌ខៀវ» គឺ $\boxed{P(AC)=\frac{5}{33}=0.1515}$

២. រកប្រូបាបដែល«សិស្សទាំងពីរនាក់យកបានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់ម្នាក់»

$$P(BB)=P(B)\times P(B/B)$$
$$=\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}$$
$$=\frac{1}{22}=0.0454$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែល«សិស្សទាំងពីរនាក់យកបានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់ម្នាក់» គឺ $\boxed{P(BB)=\frac{1}{22}=0.0454}$ \

IV. រកតម្លៃ $x$

យើងមានតារាង

| ពិន្ទុ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 1 | 2 | 5 | 1 | $x$ |

ពិន្ទុ 3 ជាមេដ្យាន កាលណា $1+2+5=x \quad \Rightarrow x=8$

ដូចនេះ $x=8$ (នាក់)

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

**របៀបម្យ៉ាងទៀត**

ប្រេកង់សរុបគឺ $n=1+2+5+1+x=9+x$

មេដ្យានត្រូវស្ថិតនៅតួទី $\frac{n+1}{2}=\frac{9+x+1}{2}=\frac{10+x}{2}$

តែពិន្ទុ3 ជាមេដ្យាន ( $Me=3$ ) ស្ថិតនៅតួទី$1+2+5+1=9$

យើងបាន $\frac{10+x}{2}=9$

$10+x=18$

$x=18-10=8$

ដូចនេះ $x=8$ ( នាក់ )

**រកចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតែស**

ដោយ $x=8$ នោះចំនួនសិស្សបានធ្វើតែសគឺ $1+2+5+1+8=17$ នាក់

**រកចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើ 3**

សិស្សបានពិន្ទុតិចជាង ឬ ស្មើ3 គឺ ពិន្ទុ 0 ឬ ពិន្ទុ1 ឬពិន្ទុ2 ឬពិន្ទុ3

យើងបាន ចំនួនសិស្សបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើ3 គឺ $1+2+5+1=9$ នាក់

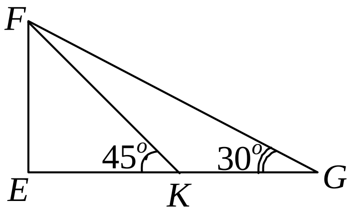
របៀបម្យ៉ាងទៀត

| ពិន្ទុ | ប្រេកង់ $f$ | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 5 | 8 |
| 3 | 1 | 9 |
| 4 | 8 | 17 |
| សរុប | 17 | |

តាមតារាងប្រេកង់កើន សិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើ3មានចំនួន9 នាក់

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

V.




១. គណនា $\angle GFK$ , $EF$ និង $FG$

យើងមាន $\angle EKF = \angle GFK + \angle KGF$ (មុំក្រៅត្រីកោណ $EFK$ )

នោះ $\angle GFK = \angle EKF - \angle KGF$

$= 45^o - 30^o$

$= 15^o$

ដូចនេះ $\boxed{\angle GFK = 15^o}$

គណនា $EF$

ក្នុងត្រីកោណកែង $EFK$ មាន $\angle EKF = 45^o$

នោះវាជាកន្លះការេដែលមាន ជ្រុង $EF = EK = 4cm$

ម្យ៉ាងទៀត ត្រីកោណកែង $EFG$ មាន $\angle EGF = 30^o$

នោះវាជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស ដែលមានជ្រុង

$FG = 2EF = 2\times 4 = 8cm$

ហើយ កម្ពស់ $EG = \dfrac{FG\sqrt{3}}{2} = \dfrac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,cm$

ដូចនេះ $\boxed{EF = 4cm \ , \ FG = 8cm}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

២. គណនាផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ $EFG$

$$S_{\Delta EFG} = \frac{1}{2} EG \times EF$$

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}\, cm^2$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{\Delta EFG} = 8\sqrt{3}\, cm^2}$

VI. ១. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$

យើងមាន $A(1,0)$ និង $B(3,-2)$

នោះ មេគុណប្រាប់ទិស $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-2-0}{3-1} = -1$

យើងបានសមីការ $y = ax + b = -x + b$

ដោយបន្ទាត់ $AB$ កាត់តាមចំណុច $A(1,0)$ យើងបាន

$0 = -1 + b \Rightarrow b = 1$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ $AB$ គឺ $\boxed{AB : y = -x + 1}$

២. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $D$

យើងមាន $E(x_E, y_E)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $AB$

នោះ $x_E = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$

$$y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0-2}{2} = -1$$

យើងបាន $E(2,-1)$

តាង $y = a'x + b'$ ជាសមីការបន្ទាត់ $D$

ដោយ បន្ទាត់ $D$ កែងនឹងបន្ទាត់ $AB : y = -x + 1$ យើងបាន $a \times a' = -1$

$$-1 \times a' = -1 \Rightarrow a' = 1$$

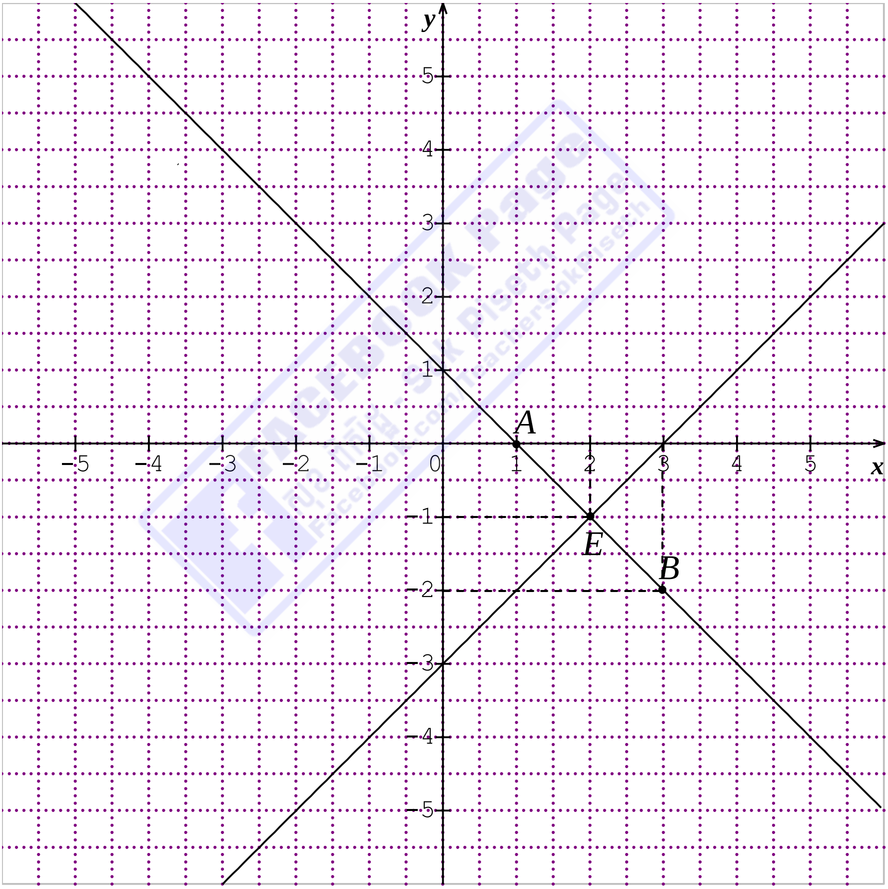
FACEBOOK Page
Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $D$ កាត់តាមចំណុច $E(2,-1)$

យើងបាន $-1=1\cdot 2+b'$

$$\Rightarrow b'=-1-2=-3$$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ $D$ គឺ $\boxed{D: y=x-3}$



# វិញ្ញាសាទី១៣

## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

## សម័យប្រឡង៖ ១៦ កក្កដា ២០១២

សុខ ពិសិដ្ឋ

I.( ៥ពិន្ទុ )ចូរគូសសញ្ញា✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវដែលមានតែមួយគត់ :

ត្រីកោណ $ABC$ មួយមាន $BAC = 90^o$ , $AB = 3, AC = a$ និង $BC = 4$ ។ រកតម្លៃ $a$ ។

☐ $a = 5$ ☐ $a = 7$ ☐ $a = \sqrt{7}$ ☐ $a = 1$

II.( ១០ពិន្ទុ )ចម្ការរាងចតុកោណកែងមានវិមាត្រ $2x+1$ និង $20$ គិតជាម៉ែត្រ។ គេដាំពោតនៅលើផ្ទៃដី $160\,m^2$ ហើយគេដាំល្ហុលើផ្នែកដីនៅសល់ដែលមានរាងជាចតុកោណកែងមានវិមាត្រ $x$ និង $5$ គិតជាម៉ែត្រ ។ រកតម្លៃ $x$ ។

III.( ១៥ពិន្ទុ )សព្វថ្ងៃនេះសុខមានអាយុ $35$ ឆ្នាំ ហើយសៅមានអាយុ $14$ ឆ្នាំ។ គេដឹងថា $t$ ឆ្នាំទៅមុខទៀតសុខនឹងមានអាយុតូចជាង $3$ ដង តែធំជាង $2$ ដងនៃអាយុរបស់សៅ ។ រកគ្រប់តម្លៃគត់វិជ្ជមាននៃ $t$ ដែលអាចមាន។

IV.(១៥ពិន្ទុ ) ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស ឃ្លីខ្មៅ និងឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំងអស់ចំនួន $24$ គ្រាប់ ។

១. គេចាប់យកឃ្លី $1$ គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ។ គេដឹងថាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីស ស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ និងប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ ។ រកចំនួនឃ្លីខ្មៅ ។

២. គេចាប់យកឃ្លីម្តង $3$ គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបដែលគេចាប់យកបានឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ដូចគ្នា ។

V.(២៥ពិន្ទុ)ចំណុច $M(-1,1)$ និង $N(3,1)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ $xOy$ មួយ ។

១. រកប្រវែង $MN$ និងកូអរដោនេចំណុចកណ្តាល $P$ នៃអង្កត់ $MN$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $d$ ដែលកាត់តាមចំណុច $P$ និង $R(2,-2)$ ។ សង់អង្កត់ $MN$ និង បន្ទាត់ $D$ ក្នុងតម្រុយ $xOy$ តែមួយ ។

VI.(៣០ពិន្ទុ) រង្វង់ផ្ចិត $O$ មួយចារឹកក្រៅត្រីកោណ $ABC$ មួយដែលមានកម្ពស់ $AH$ និង មុំក្នុងទាំងបីជាមុំស្រួច ។ $D$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $A$ ចំពោះផ្ចិត $O$ ។

១. បង្ហាញថា $ABC = ADC$ និង $ACB = ADB$ ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta HAB$ និង $\Delta CAD$ រួចហើយ $\Delta HAC$ និង $\Delta BAD$ ។

៣. បង្ហាញថា $AB \times AC = AD \times AH$ ហើយ $BAD = HAC$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៣

I. រកតម្លៃ $a$

ក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ កែងត្រង់ $A$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករគេបាន :

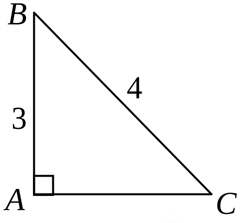
$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$4^2 = 3^2 + a^2$

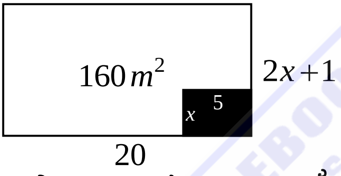
$a^2 = 16 - 9 = 7$

$\Rightarrow a = \sqrt{7}$

ដូចនេះ ☑ $a = \sqrt{7}$




II. រកតម្លៃ $x$




ដោយចម្ការាងចតុកោណកែងមានវិមាត្រ $2x+1$ និង $20$

នោះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S = \text{ប} \times \text{ទ} = 20(2x+1)$ ( គិតជា $m^2$ )

ហើយ ផ្ទៃដីដាំល្ហុ $S_1 = 5 \times x = 5x$ និង ផ្ទៃដីដាំពោត $S_2 = 160\,m^2$

គេបាន $5x + 160 = 20(2x+1)$

$5x + 160 = 40x + 20$

$-35x = -140$

$x = \dfrac{-140}{-35} = 4$

ដូចនេះ $\boxed{x = 4m}$

III. រកគ្រប់តម្លៃគត់វិជ្ជមាននៃ $t$

សព្វថ្ងៃ សុខមានអាយុ $35$ ឆ្នាំ នោះ $t$ ឆ្នាំទៀត សុខមានអាយុ $35+t$

ហើយសៅមានអាយុ $14$ ឆ្នាំ នោះ $t$ ឆ្នាំទៀត សៅមានអាយុ $14+t$

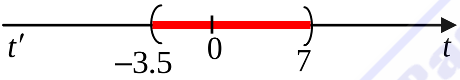
FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

តាមបម្រាប់គេបាន $\begin{cases} 35+t<3(14+t) \\ 35+t>2(14+t) \end{cases}$

$\begin{cases} 35+t<42+3t \\ 35+t>28+2t \end{cases}$

$\begin{cases} -2t<7 \\ -t>-7 \end{cases}$

$\begin{cases} t>-\frac{7}{2}=-3.5 \\ t<7 \end{cases}$




គេបាន $-3.5<t<7$

តែ $t$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $t=1,2,3,4,5,6$

ដូចនេះ $\boxed{t=1,2,3,4,5,6}$ ឬ $\boxed{t\in\{1,2,3,4,5,6\}}$

IV. ១. រកចំនួនឃ្លីខ្មៅ

តាង $n$ ជាចំនួនឃ្លីខ្មៅ នោះ $P(ខ)=\frac{x}{24}$

( ព្រោះឃ្លីសរុបមាន 24 គ្រាប់ )

តាមផលបូកប្រូបាបក្នុងវិញ្ញាសាតែមួយគេបាន :

$P(ស)+P(ខ)+P(ក)=1$

$\frac{1}{3}+\frac{x}{24}+\frac{1}{4}=1$

$\frac{8+x+6}{24}=\frac{24}{24}$

$x+14=24$

$x=10$

ដូចនេះ ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅមាន 10 គ្រាប់

២. រកប្រូបាបដែលគេចាប់យកបានឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ដូចគ្នា

គេមានឃ្លីសរុបមាន 24 គ្រាប់ នោះ :

ឃ្លីពណ៌ស មាន $\frac{1}{3}\times 24=8$ គ្រាប់

ឃ្លីពណ៌ក្រហម មាន $\frac{1}{4}\times 24=6$ គ្រាប់

ឃ្លីពណ៌ដូចគ្នាគឺ ( សសស ) ឬ ( កកក ) ឬ ( ខខខ )

គេបាន $P(\text{ដូចគ្នា})=P(\text{សសស})+P(\text{កកក})+P(\text{ខខខ})$

$$=\frac{8}{24}\times\frac{7}{23}\times\frac{6}{22}+\frac{6}{24}\times\frac{5}{23}\times\frac{4}{22}+\frac{10}{24}\times\frac{9}{23}\times\frac{8}{22}$$

$$=\frac{5}{506}+\frac{30}{506}+\frac{14}{506}$$

$$=\frac{49}{506}\approx 0.0968$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់យកបានឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ដូចគ្នាគឺ

$$\boxed{P(\text{ដូចគ្នា})=\frac{49}{506}\approx 0.0968}$$

V. ១. រកប្រវែង $MN$

គេមាន $M(-1,1)$ និង $N(3,1)$

គេបាន $MN=\sqrt{(3+1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{4^2}=4$

ដូចនេះ $\boxed{MN=4}$ ( ឯកតាប្រវែង )

រកកូអរដោនេចំណុចកណ្តាល $P$ នៃអង្កត់ $MN$

$P$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $MN$ គេបាន:

$$x_P = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$$

$$y_P = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

ដូចនេះ $\boxed{P(1,1)}$

២. រកសមីការបន្ទាត់ $d$

បន្ទាត់ $d$ មានសមីការ $y = ax + b$

ដោយបន្ទាត់ $d$ កាត់តាមចំណុច $P(1,1)$ និង $R(2,-2)$ គេបាន :

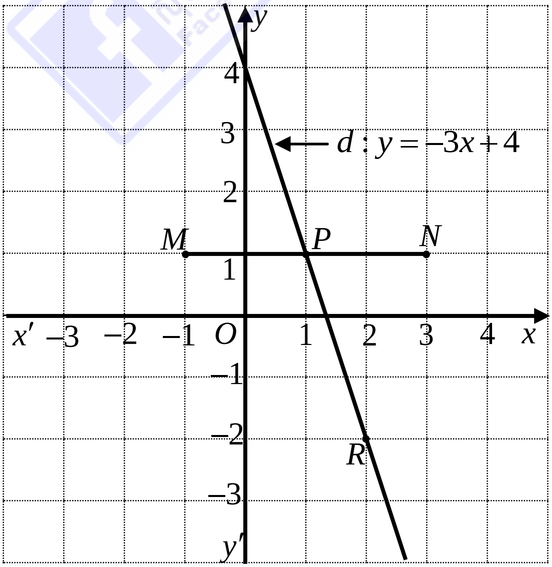
$$\begin{cases} 1 = a\cdot 1 + b \\ -2 = a\cdot 2 + b \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} a + b = 1 & (1) \\ 2a + b = -2 & (2) \end{cases}$$

$(1)-(2)$ គេបាន $-a = 3 \Rightarrow a = -3$

តាម $(1) \Rightarrow b = 1 - a = 1 + 3 = 4$

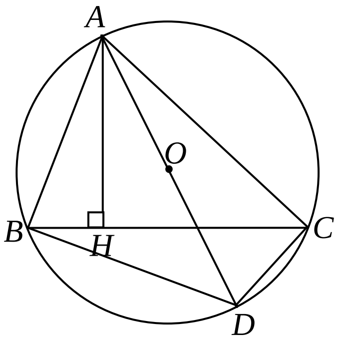
ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ $d$ គឺ $y = -3x + 4$

សង់អង្កត់ $MN$ និង បន្ទាត់ $d$




FACEBOOK Page
Sok Piseth Page
facebook.com/TeacherSokPiseth

VI.




១. បង្ហាញថា $ABC = ADC$ និង $ACB = ADB$

គេមាន $D$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $A$ ចំពោះផ្ចិត $O$

នោះ $AD$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ ( $D$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត $O$ )

គេបាន $\angle ABC$ និង $\angle ADC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $AC$ រួម

ដូចនេះ: $ABC = ADC$

ដូចគ្នាដែរ $\angle ACB$ និង $\angle ADB$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $AB$ រួម

ដូចនេះ: $ACB = ADB$

២. ប្រៀបធៀប $\Delta HAB$ និង $\Delta CAD$ រួចហើយ $\Delta HAC$ និង $\Delta BAD$ ។

គេមាន $AHB = 90^o$ ( $H$ ជាជើងកម្ពស់នៃ $\Delta ABC$ )

$ACD = 90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$\Delta HAB$ និង $\Delta CAD$ មាន :

$AHB = ACD = 90^o$ (សម្រាយខាងលើ)

$ABC = ADC$ (សម្រាយខាងលើ)

ដូចនេះ: $\Delta HAB \sim \Delta CAD$ តាមករណីដំណូចទី១ ម.ម

$\Delta HAC$ និង $\Delta BAD$ មាន :

$AHC = 90^o$ ( $H$ ជាជើងកម្ពស់នៃ $\Delta ABC$ )

$ABD = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $AHC = ABD = 90^o$

ហើយ $ACB = ADB$ ( សម្រាយខាងលើ )

ដូចនេះ **$\Delta HAC \sim \Delta BAD$ តាមករណីដំណូចទី១ ម.ម**

៣. បង្ហាញថា $AB \times AC = AD \times AH$ ហើយ $BAD = HAC$

តាមសម្រាយខាងលើ $\Delta HAC \sim \Delta BAD$

វិបាក $\left.\begin{array}{c}\Delta HAC \\ \sim \\ \Delta BAD\end{array}\right| \Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AC}{AD}$ និង $BAD = HAC$

$$\Rightarrow AB \times AC = AD \times AH$$

ដូចនេះ **$AB \times AC = AD \times AH$ ហើយ $BAD = HAC$**

# វិញ្ញាសាទី១៤

## ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងបឋមភូមិ ១២+២

## សម័យប្រឡង៖ ១៨ វិច្ឆិកា ២០០៦

សុខ ពិសិដ្ឋ

**ប្រធានៈ**

I. ពីជគណិត

១. ដាក់កន្សោម $A$ ខាងក្រោម ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ នៃ $x$

$$A = 9(2x-1)^2 - 4(x+1)^2$$

២. គេមានប្រភាគ $I = \dfrac{25x^2 - 20x + 4}{25x^2 - 4}$

ក. ចូរសម្រួលប្រភាគ $I$ ។

ខ. គណនាតម្លៃប្រភាគ $I$ ចំពោះ $x = -1$ ។

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 4x - y = -5 \\ 8x + 5y = 32 \end{cases}$

៤. កុមារបីនាក់ អំ អាំ និង អិន មានខ្មៅដៃមួយចំនួន។ គេដឹងថា បើអាំឱ្យខ្មៅដៃ 1 ដើមទៅអំ នោះអាំមានខ្មៅដៃស្មើ 2 ដងនៃខ្មៅដៃអំ ។ ប៉ុន្តែបើ អំឱ្យខ្មៅដៃ 3 ដើមទៅ អាំ វិញនោះ អាំមានខ្មៅដៃស្មើ 4 ដងនៃខ្មៅដៃអំ។

ក. តើអំ និង អាំម្នាក់ៗមានខ្មៅដៃប៉ុន្មានដើម ?

ខ. តើ អិនមានខ្មៅដៃប៉ុន្មានដើម បើគេដឹងថា វាមានខ្មៅដៃស្មើ $\dfrac{1}{4}$ នៃចំនួនខ្មៅដៃទាំងអស់ ?

Facebook Page : Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

## II. ធរណីមាត្រ

គេមានរង្វង់ $O$ ដែលមានកាំស្មើ $R$ ។ $P$ ជាចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់ $O$ ដែល $OP=3R$ ។ គេគូសអង្កត់ផ្ចិត $MN$ របស់រង្វង់ $O$ ដោយធ្វើយ៉ាងណាឱ្យ $\Delta PMN$ កែងត្រង់ $M$ ។

ក. គណនាជ្រុង និងផ្ទៃក្រឡារបស់ $\Delta PMN$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

ខ. អង្កត់ $PN$ កាត់រង្វង់ $O$ ត្រង់ $K$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ $MK$ កែងនឹងបន្ទាត់ $NP$ ។

គ. គណនាប្រវែងអង្កត់ $PK$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

FACEBOOK Page
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៤

## I. ពីជគណិត

១. ដាក់កន្សោម $A$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ នៃ $x$

$$\begin{aligned}A &= 9(2x-1)^2-4(x+1)^2\\ &= \left[3(2x-1)\right]^2-\left[2(x+1)\right]^2\\ &= \left[3(2x-1)-2(x+1)\right]\left[(3(2x-1)+2(x+1)\right]\\ &= (6x-3-2x-2)(6x-3+2x+2)\\ &= (4x-5)(8x-1)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=(4x-5)(8x-1)}$

២. គេមានប្រភាគ

ក. សម្រួលប្រភាគ $I$

$$\begin{aligned}I &= \frac{25x^2-20x+4}{25x^2-4}\\ &= \frac{(5x)^2-2\cdot 5x\cdot 2+2^2}{(5x)^2-2^2}\\ &= \frac{(5x-2)^2}{(5x-2)(5x+2)}\\ &= \frac{5x-2}{5x+2},\ (5x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \frac{2}{5})\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{I=\frac{5x-2}{5x+2}}, (5x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \frac{2}{5})$

ខ. គណនាតម្លៃប្រភាគ $I$ ចំពោះ $x=-1$

យើងមាន $I=\frac{5x-2}{5x+2}, (5x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \frac{2}{5})$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

ចំពោះ $x=-1$ យើងបាន $I=\frac{5\cdot(-1)-2}{5\cdot(-1)+2}=\frac{-7}{-3}=\frac{7}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{I=\frac{7}{3}}$ ចំពោះ $x=-1$

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}4x-y=-5 & (1)\\ 8x+5y=32 & (2)\end{cases}$

គុណ សមីការ(1) នឹង5 យើងបាន $\begin{cases}20x-5y=-25\\ 8x+5y=32\end{cases}$

$$28x=7\Rightarrow x=\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$$

តាម (2) យើងបាន $8\cdot\frac{1}{4}+5y=32$

$$5y=32-2=30$$

$$\Rightarrow y=\frac{30}{5}=6$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x=\frac{1}{4}\ ,\ y=6\right)$

៣. ក. រកចំនួនខ្មៅដៃរបស់អំ និង អាំ

តាង $x$ ជាចំនួនខ្មៅដៃរបស់អំ

$y$ ជាខ្មៅដៃរបស់អាំ

តាមបម្រាប់ បើអាំឱ្យខ្មៅដៃ 1 ដើមទៅអំ នោះអាំមានខ្មៅដៃស្មើ2ដងនៃខ្មៅដៃអំ យើងបាន សមីការ $y-1=2(x+1)\Leftrightarrow y=2x+3$ (1)

ប៉ុន្តែបើ អំឱ្យខ្មៅដៃ 3ដើមទៅ អាំ វិញនោះ អាំមានខ្មៅដៃស្មើ 4 ដងនៃខ្មៅដៃអំ យើងបាន $y+3=4(x-3)\Leftrightarrow y=4x-15$ (2)

ផ្ទឹម (1)&(2) យើងបាន $2x+3=4x-15$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

$$-2x=-18$$

$$\Rightarrow x=9$$

តាម (1) យើងបាន $y=2\cdot 9+3=21$

ដូចនេះ អំមានខ្មៅដៃចំនួន 9 ដើម

អាំមានខ្មៅដៃចំនួន 21 ដើម

គ. រកចំនួនខ្មៅដៃរបស់អិន

តាង $z$ ជាចំនួនខ្មៅដៃរបស់អិន

នោះចំនួនខ្មៅដៃទាំងអស់គឺ $x+y+z=9+21+z=30+z$

តាមបម្រាប់ អិនមានខ្មៅដៃស្មើ $\frac{1}{4}$ នៃចំនួនខ្មៅដៃទាំងអស់

យើងបានសមីការ $z=\frac{1}{4}(30+z)$

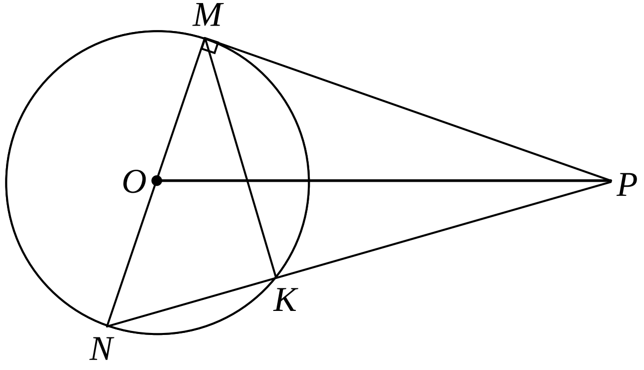
$$4z=30+z$$

$$3z=30$$

$$\Rightarrow z=10$$

ដូចនេះ អិនមានខ្មៅដៃចំនួន 10 ដើម

II. ធរណីមាត្រ



ក. គណនាជ្រុង និង ផ្ទៃក្រឡារបស់ $\Delta PMN$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

យើងមាន $MN$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ នោះ $MN=2R$

ក្នុងត្រីកោណកែង $OMP$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករយើងបាន

$$OP^2=OM^2+MP^2$$
$$(3R)^2=R^2+MP^2$$
$$MP^2=9R^2-R^2=8R^2$$
$$\Rightarrow MP=\sqrt{8R^2}=2R\sqrt{2}$$

ក្នុងត្រីកោណកែង $PMN$ កែងត្រង់ $M$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ

យើងបាន $PN^2=MN^2+MP^2$

$$=(2R)^2+(2R\sqrt{2})^2$$
$$=4R^2+8R^2$$
$$=12R^2$$
$$\Rightarrow PN=\sqrt{12R^2}=2R\sqrt{3}$$

ដូចនេះ ជ្រុង $\Delta PMN$ គឺ $MN=2R$ , $MP=2R\sqrt{2}$ , $PN=2R\sqrt{3}$

គណនាផ្ទៃក្រឡា $\Delta PMN$

$$S_{PMN}=\frac{1}{2}MN\times MP$$
$$=\frac{1}{2}2R\times 2R\sqrt{2}$$
$$=2R^2\sqrt{2}$$

ដូចនេះ គណនាផ្ទៃក្រឡា $\Delta PMN$ គឺ $S_{PMN}=2R^2\sqrt{2}$

ខ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $MK$ កែងនឹងបន្ទាត់ $NP$

តាមសមតិកម្មយើងមាន $MN$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់

នោះ $\angle MKN=90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

FACEBOOK Page facebook.com/TeacherSokPiseth

$\Rightarrow MK \perp NK$ នោះ $MK \perp NP$ ( ព្រោះ $N, K, P$ នៅលើបន្ទាត់តែមួយ )

ដូចនេះ $MK \perp NP$

គ. គណនាប្រវែងអង្កត់ $PK$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

ក្នុងត្រីកោណកែង $PMN$ មាន $MK$ ជាកម្ពស់

តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែងយើបាន

$$PM^2 = PN \times PK$$

$$(2R\sqrt{2})^2 = 2R\sqrt{3} \times PK$$

$$\Rightarrow PK = \frac{8R^2}{2R\sqrt{3}} = \frac{4R\sqrt{3}}{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{PK = \frac{4R\sqrt{3}}{3}}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី១៥

## ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមត្តេយ្យសិក្សា ៩+២

## សម័យប្រឡង៖ ១២ វិច្ឆិកា ២០១០

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. ពីជគណិត

១) គេមានកន្សោម $A=6x^3+2-4x^2$ , $B=-7x+5x^2-3$ និង $C=-x-5-3x^3$ ។

ក. គណនាកន្សោម $F$ ដែល $F=A-B+C$ ។

ខ. សម្រួលប្រភាគ $E$ ដែល $E=\dfrac{F}{x-1}$ ។ រួចគណនាតម្លៃនៃ $E$ ចំពោះ $x=3$ ។

២) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \dfrac{3}{2x+1}+\dfrac{2}{y-1}=16 \\ \dfrac{5}{2x+1}-\dfrac{3}{y-1}=-5 \end{cases}$

៣) គេសរសេរមួយចំនួន ដោយពីរលេខដែលលេខទាំងនោះ មានផលបូកស្មើ10។ បើគេត្រឡប់លេខខ្ទង់រាយមកដាក់ខ្ទង់ដប់ និងខ្ទង់ដប់មកដាក់ខ្ទង់រាយវិញនោះគេបានចំនួនថ្មីស្មើបីដងចំនួននោះដក 2 ។ ចូររកចំនួននោះ។

៤) គេឱ្យសមីការបន្ទាត់ $D: y=2x$ និង $D': y=-\dfrac{x}{2}+5$ ។

ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $D\perp D'$ ។

ខ. បន្ទាត់ $D'$ កាត់អ័ក្សអរដោនេ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $H$ និង $K$ រៀងគ្នា។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច $H$ និង $K$ ។

FACEBOOK Page
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth
Facebook.com/TeacherSokPiseth

គ. ចូរកកូអរដោនេនៃចំណុច $A$ ដែល $A$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $D$ និង $D'$ ។

ឃ. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ $D_1$ ដែលកាត់តាមចំណុច $H$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $D$ ។

II. ធរណីមាត្រ

គេមានរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ និងអង្កត់ផ្ចិត $AB$ ។ គេបន្លាយអង្កត់ផ្ចិត $AB$ ឱ្យបាន $BC = R$ ។ តាមចំណុច $C$ គេគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $M$ ។ គេភ្ជាប់អង្កត់ $MA, MO$ និង $MB$ ។

ក. បង្ហាញថាត្រីកោណ $OMB$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

ខ. រកប្រភេទនៃត្រីកោណ $AMC$ ។

គ. គណនាប្រវែងអង្កត់ $BM$ និង $AM$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ACM$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៥

I. ពីជគណិត

១. ក. គណនាកន្សោម $F$ ដែល $F=A-B+C$

យើងមាន $A=6x^3+2-4x^2$ , $B=-7x+5x^2-3$ និង

$C=-x-5-3x^3$

យើងបាន $F=A-B+C$

$$=(6x^3+2-4x^2)-(-7x+5x^2-3)+(-x-5-3x^3)$$

$$=6x^3+2-4x^2+7x-5x^2+3-x-5-3x^3$$

$$=3x^3-9x^2+6x$$

ដូចនេះ $\boxed{F=3x^3-9x^2+6x}$

ខ. សម្រួលប្រភាគ $E$

$$E=\frac{F}{x-1}=\frac{3x^3-9x^2+6x}{x-1}$$

$$=\frac{3x(x^2-3x+2)}{x-1}$$

$$=\frac{3x(x^2-2x-x+2)}{x-1}$$

$$=\frac{3x\left[x(x-2)-(x-2)\right]}{x-1}$$

$$=\frac{3x(x-2)(x-1)}{x-1}$$

$$=3x(x-2)\ ,\ x\neq 1$$

ដូចនេះ $\boxed{E=3x(x-2)}$ ( $x\neq 1$ )

FACEBOOK Page Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

គណនាតម្លៃនៃ $E$ ចំពោះ $x=3$

យើងមាន $E=3x(x-2)$

ចំពោះ $x=3$ យើងបាន $E=3\cdot 3(3-2)=9$

ដូចនេះ $\boxed{E=9}$ ចំពោះ $x=3$

២ ) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{3}{2x+1}+\dfrac{2}{y-1}=16\\[2mm] \dfrac{5}{2x+1}-\dfrac{3}{y-1}=-5\end{cases}$

តាង $X=\dfrac{1}{2x+1}$ និង $Y=\dfrac{1}{y-1}$

យើងបានសមីការទៅជា $\begin{cases}3X+2Y=16 & (1)\\ 5X-3Y=-5 & (2)\end{cases}$

គុណសមីការ $(1)$ នឹង $3$

គុណសមីការ $(2)$ នឹង $2$ យើងបាន

$$\begin{cases}9X+6Y=48\\ 10X-6Y=-10\end{cases}$$

$$------------$$

$$19X=38\Rightarrow X=2$$

តាម $(1)$ យើងបាន $Y=\dfrac{16-3\cdot 2}{2}=5$

តែ $X=\dfrac{1}{2x+1}$ និង $Y=\dfrac{1}{y-1}$ យើងបាន ៖

$$\bullet X=\frac{1}{2x+1}\Leftrightarrow 2=\frac{1}{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow 4x+2=1$$

$$\Leftrightarrow 4x=-1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

- $Y = \dfrac{1}{y-1} \Leftrightarrow 5 = \dfrac{1}{y-1}$

$$\Leftrightarrow 5y - 5 = 1$$

$$\Leftrightarrow 5y = 6$$

$$\Rightarrow y = \frac{6}{5}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\left(x = -\frac{1}{4}, y = \frac{6}{5}\right)$

៣. រកចំនួននោះ

តាង $N = \overline{ab}$ ជាចំនួននោះ ដែល $a,b$ ជាចំនួនគត់ និង $0 \le a,b \le 9$

ដោយផលបូកលេខទាំងពីរស្មើនឹង10 យើងបាន $a + b = 10 \ (i)$

ម្យ៉ាងទៀត បើគេត្រឡប់លេខខ្ទង់រាយមកដាក់ខ្ទង់ដប់ និងខ្ទង់ដប់មកដាក់ខ្ទង់រាយវិញនោះគេបានចំនួនថ្មីស្មើបីដងចំនួននោះដក 2

យើងបាន $\overline{ab} = 3\overline{ba} - 2 \ (ii)$

តាម $(i)\&(ii)$ យើងបាន $\begin{cases} a + b = 10 \\ \overline{ab} = 3\overline{ba} - 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 10 \\ 10b + a = 3(10a + b) - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 10 & (1) \\ 29a - 7b = 2 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7a + 7b = 70 \\ 29a - 7a = 2 \end{cases}$$

$$-----------$$

$$36a = 72 \Rightarrow a = 2$$

តាម (1) យើងបាន $b = 10 - 2 = 8$

យើងបាន ចំនួននោះគឺ $N = 28$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $82 = 3 \cdot 28 - 2$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួននោះគឺ 28

៤. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $D \perp D'$

យើងមាន បន្ទាត់ $D : y = 2x$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a = 2$

បន្ទាត់ $D' : y = -\frac{x}{2} + 5$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a' = -\frac{1}{2}$

នោះ $a \times a' = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

ដោយផលគុណនៃមេគុនប្រាប់ទិសបន្ទាត់ទាំងពីរស្មើនឹង $-1$

ដូចនេះ $D \perp D'$

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $H$ និង $K$

ដោយ បន្ទាត់ $D'$ កាត់អ័ក្សអរដោនេ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច $H$ និង $K$ រៀងគ្នា នោះ ៖

$H$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $D'$ និងអ័ក្ស $y'Oy$

នោះ $x_H = 0$ , $y_H = 5$ យើងបាន $H(0,5)$

$K$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $D'$ និងអ័ក្ស $x'Ox$

នោះ $y_K = 0$ និង $y_K = 2 \times 5 = 10$ យើងបាន $K(10,0)$

ដូចនេះ $\boxed{H(0,5) \ , \ K(10,0)}$

គ. រកកូអរដោនេនៃចំណុច $A$

$A$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $D : y = 2x$ និង $D' : y = -\frac{x}{2} + 5$

នោះកូអរដោនេនៃចំណុច $A$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} y = 2x & (1) \\ y = -\frac{x}{2} + 5 & (2) \end{cases}$$

ផ្ទឹម (1) និង (2) យើងបាន $2x = -\frac{x}{2} + 5$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{x}{2} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x}{2} = 5$$

$$\Rightarrow x = 2$$

តាម (1) យើងបាន $y = 2 \times 2 = 4$

ដូចនេះ $\boxed{A(2,4)}$

ឃ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $D_1$

តាង $y = ax + b$ ជាសមីការបន្ទាត់ $D_1$

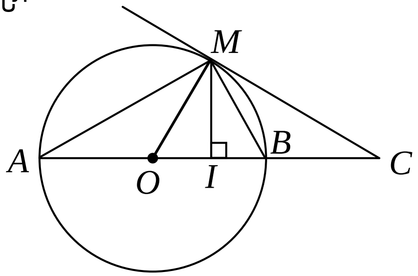
ដោយបន្ទាត់ $D_1$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $D: y = 2x$ យើងបាន $a = 2$

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $D_1$ កាត់តាមចំណុច $H(0,5)$ យើងបាន $5 = 2 \cdot 0 + b$

$$\Rightarrow b = 5$$

ដូចនេះ $\boxed{D_1 : y = 2x + 5}$

II. ធរណីមាត្រ



ក.បង្ហាញថាត្រីកោណ $OMB$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

យើងមាន $OM = OB = R$ ( កាំរង្វង់ ) $(1)$

ម្យ៉ាងទៀត បន្ទាត់ $CM$ ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $M$ នោះ $CM \perp OM$

នោះត្រីកោណ $OMC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $M$

ដោយ $BO = BC = R$ នោះ $MB$ ជាមេដ្យាននៃ $\Delta OMC$ ត្រូវនឹង

អ៊ីប៉ូតេនុស $OC$ យើងបាន $MB = OB = BC = \dfrac{OC}{2} = R \qquad (2)$

តាម $(1) \& (2)$ យើងបាន $\Delta OBM$ មាន $OM = OB = MB = R$

ដូចនេះ ត្រីកោណ $OMB$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក ៖ $\angle OMB = \angle OBM = \angle MOB$

ខ. រកប្រភេទនៃត្រីកោណ $AMC$

យើងមាន $\angle AMB = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ )

នោះ $\Delta AMB$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $M$

យើងបាន $\angle A + \angle ABM = 90^o$ ( ផលបូកមុំស្រួចក្នុងត្រីកោណកែង )

តែ $\angle ABM = 60^o$ ( វិបាកខាងលើ )

យើងបាន $\angle A + 60^o = 90^o \Rightarrow \angle A = 30^o \quad (*)$

ម្យ៉ាងទៀត ក្នុងត្រីកោណកែង $OMC$ កែងត្រង់ $M$

យើងបាន $\angle C + \angle MOC = 90^o$ ( ផលបូកមុំស្រួចក្នុងត្រីកោណកែង )

តែ $\angle MOC = 60^o$ ( វិបាកខាងលើ )

យើងបាន $\angle C + 60^o = 90^o \Rightarrow \angle C = 30^o \quad (**)$

តាម $(8) \& (**)$ យើងបាន $\angle A = \angle C = 30^o$

ក្នុងត្រីកោណ $AMC$ មាន $\angle A = \angle C = 30^o$ ( សម្រាយខាងលើ )

ដូចនេះ ត្រីកោណ $AMC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $M$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

គ. គណនាប្រវែងអង្កត់ $BM$ និង $AM$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

តាមសម្រាយខាងលើ $\Delta OBM$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

នោះ $BM = OB = R$ ( កាំរង្វង់ )

ក្នុងត្រីកោណកែង $AMB$ យើងបាន $AM^2 + BM^2 = AB^2$ ( ទ្រឹស្តីបទពីតាករ )

$$AM^2 + R^2 = (2R)^2$$

$$AM^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2 \quad \Rightarrow AM = R\sqrt{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{BM = R\,,\ AM = R\sqrt{3}}$

ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ACM$

តាង $MI$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណសមបាត $ACM$

នោះ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $AC$

យើងបាន $AI = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{2R+R}{2} = \dfrac{3R}{2}$ នោះ

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករក្នុងត្រីកោណកែង $AMI$ យើងបាន

$$AM^2 = AI^2 + MI^2$$

$$(\mathrm{R}\sqrt{3})^2 = \left(\frac{3R}{2}\right)^2 + MI^2$$

$$MI^2 = 3R^2 - \frac{9R^2}{4} = \frac{3R^2}{4}$$

$$\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

យើងបានផ្ទៃក្រឡា $\Delta ACM$ គឺ $S_{ACM} = \dfrac{1}{2} AC \times MI$

$$= \frac{1}{2} \times 3R \times \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ACM} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}}$

FACEBOOK Page

# វិញ្ញាសាទី១៦

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១១**

**វិញ្ញាសាទី១: សម្រាប់ថ្ងៃទី: ០១ - ៤ - ២០១១**

**រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០**

I.( ១៥ពិន្ទុ ) ១. គេមានបន្ទះលោហៈមួយសន្លឹកដែលមានកម្រាស់ $3mm$ ហើយមានទម្ងន់ $264kg$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះនេះគិតជា $m^2$ ដោយដឹងថាម៉ាសមាឌនៃលោហៈ $8kg/dm^3$ ។

២. គេមានចំនួនគត់គត្តា $91, 92, 93, 94, 95, 97, 98$ និង $99$ ។ ចូរដាក់ចំនួនគត់ខាងលើក្នុងការេតូចៗនៃរូបខាងស្តាំនេះ ធ្វើយ៉ាងណាឱ្យបាន: ផលបូកជួរដេកនីមួយស្មើនឹង ផលបូកជួរឈរនីមួយៗស្មើនឹងផលបូកអង្កត់ទ្រូងនីមួយៗស្មើនឹង $285$ ។ ( សម្គាល់: ចំនួននីមួយប្រើបានតែម្តង )

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |

II. ( ២០ពិន្ទុ )

១. ចូរគណនាកន្សោម $D=(234)^{0.2}+(81)^{0.25}+(4)^{0.50}-(16)^{0.75}$

២. $x_1$ និង $x_2$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2-2(m+1)x+m^2+2m=0$ ។ បង្ហាញថា $x_1-x_2$ ជាចំនួនថេរ ។

៣. ចូររកតម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}3x+7y=m\\2x+5y=20\end{cases}$ មានគូចម្លើយវិជ្ជមាន។

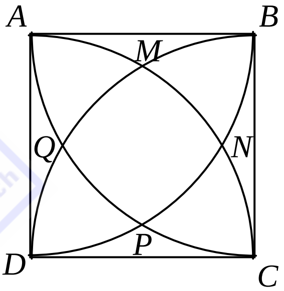
III.( ១៥ពិន្ទុ ) ក្រុមសាមគ្គីមួយមានដីស្រែពីរកន្លែងមានរាងការេដូចគ្នា ដែលមានផ្ទៃក្រឡាខុសគ្នា $75m^2$ ហើយផលបូកបរិមាត្រដីស្រែទាំងពីរកន្លែងមានរង្វាស់ស្មើ $100m$ ។ ចូរគណនាផលស្រូវតាមកន្លែងនីមួយៗ ដោយដឹងថាស្រែទាំងពីរកន្លែងទទួល ផលបាន $0.35kg/m^2$ ។

IV.( ១៥ពិន្ទុ )ចូររកគូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $(x,y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$x^2-249xy-250y^2=6033$ ។

V.( ១៥ពិន្ទុ )គេឱ្យការេ $ABCD$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើ $a$ ។ នៅក្នុងការេនេះគេសង់មួយភាគបួននៃរង្វង់ដែលកាំមានរង្វាស់ស្មើ $a$ ហើយផ្ចិតរបស់វាជាកំពូលទាំងបួនរបស់ការេ $ABCD$ ។ចូរគណនាបរិមាត្ររូបផ្កាកូលាប $AMBNCPDQA$ ដែលសង់បាននេះ។

( ដូចរូប )




VI.( ២០ពិន្ទុ )អង្កត់ទ្រូងចតុកោណព្នាយ $ABCD$ ចែកចតុកោណព្នាយជាត្រីកោណ $4$ ។ $s_1$ និង $s_2$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយជាបាតរបស់ចតុកោណព្នាយ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា $S$ នៃចតុកោណព្នាយអនុគមន៍ទៅនឹង $s_1$ និង $s_2$ ។

facebook.com/TeacherSokPiseth

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៦

១. រកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះនេះគិតជា $m^2$

របៀបទី១៖

ទម្ងន់បន្ទះលោហៈក្នុង $1m^2$

$10\times10\times0.03\times8=24kg$

គេបានផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈគឺ $S=\frac{264}{24}=11m^2$

របៀបទី២៖

បើលោហៈ $8kg$ មានមាឌ $1dm^3=0.001m^3$

បើលោហៈ $264kg$ មានមាឌ $V\,m^3$

គេបាន $\frac{8}{264}=\frac{0.001}{V}\Rightarrow V=\frac{264\times0.001}{8}=0.033m^3$

គេបានផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈគឺ $\frac{33\times10^{-3}}{3\times10^{-3}}=11m^2$

របៀបទី៣៖

រកមាឌនៃបន្ទះលោហៈ

តាមរូបមន្ត $\mu=\frac{m}{V}\Rightarrow V=\frac{m}{\mu}$

ដោយ $m=264kg$ និង $\mu=8kg/dm^3$

គេបាន $V=\frac{264}{8}=33dm^3=33\times10^{-3}m^3$

រកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះ

តាង $e$ ជាកម្រាស់នៃបន្ទះលោហៈ និង $S$ ជាក្រឡានៃបន្ទះ

គេបាន $V=S\times e\Rightarrow S=\frac{V}{e}$

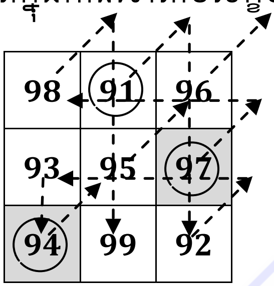
ដោយ $V=0.033m^3$ , $e=3mm=3\times10^{-3}m$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ facebook.com/TeacherSokPiseth

គេបាន $S=\dfrac{33\times10^{-3}}{3\times10^{-3}}=11m^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះនេះគឺ $S=11m^2$

២. បំពេញចំនួនគត់ក្នុងការេទៅតាមលក្ខខណ្ឌ




II.១. គណនាកន្សោម $D=(243)^{0.2}+(81)^{0.25}+(4)^{0.50}-(16)^{0.75}$

$$D=(243)^{0.2}+(81)^{0.25}+(4)^{0.50}-(16)^{0.75}$$

$$=(243)^{\frac{1}{5}}+(81)^{\frac{1}{4}}+(4)^{\frac{1}{2}}-(16)^{\frac{3}{4}}$$

$$=3^{5\cdot\frac{1}{5}}+3^{4\cdot\frac{1}{4}}+2^{2\cdot\frac{1}{2}}-2^{4\cdot\frac{3}{4}}$$

$$=3+3+2-2^3$$

$$=0$$

ដូចនេះ $\boxed{D=0}$

២. បង្ហាញថា $x_1-x_2$ ជាចំនួនថេរ

គេមានសមីការ $x^2-2(m+1)x+m^2+2m=0$

$$\Delta'=\left[-(m+1)\right]^2-1\cdot(m^2+2m)$$

$$=m^2+2m+1-m^2-2m$$

$$=1\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{1}=1$$

$$x_1=\frac{(m+1)-1}{1}=m\ ,\ x_2=\frac{(m+1)+1}{1}=m+2$$

គេបាន $x_1 - x_2 = m-(m+2) = -2$ ជាចំនួនថេរ

ដូចនេះ $x_1 - x_2$ ជាចំនួនថេរ

៣. រកតម្លៃ $m$

គេមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 3x+7y=m \\ 2x+5y=20 \end{cases}$

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 15-14 = 1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} m & 7 \\ 20 & 5 \end{vmatrix} = 5m-140$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 20 \end{vmatrix} = 60-6 = 54$$

គេបាន $x = \dfrac{D_x}{D} = \dfrac{5m-14}{1} = 5m-14$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{60-2m}{1} = 60-2m$$

នោះប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = 5m-140\,,\, y = 60-2m)$

ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយវិជ្ជមានកាលណា $\begin{cases} 5m-140 > 0 \\ 60-2m > 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 30 \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{28 < m < 30}$

III.គណនាផលបូកស្រូវតាមកន្លែងនីមួយៗ

តាង $x$ និង $y$ ជារង្វាស់ជ្រុងការេទាំងពីរ $(x > y > 0)$

គេបាន $\begin{cases} x^2 - y^2 = 75 \\ 4x+4y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x+y) = 75 \\ x+y = 25 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-y)\cdot 25 = 75 \\ x+y=25\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y=3 \quad (1) \\ x+y=25 \quad (2)\end{cases}$$

យក $(1)+(2)$ គេបាន $2x=28 \Rightarrow x=14$

តាម $(2) \Rightarrow y=25-x=25-14=11$

គេបានផលស្រូវដែលទទួលបានតាមកន្លែងនីមួយ ៖

កន្លែងទី១ ៖ $M=14^2\times 0.35=68.6kg$

កន្លែងទី២ ៖ $N=11^2\times 0.35=42.35kg$

ដូចនេះ ផលស្រូវតាមកន្លែងនីមួយៗគឺ $68.6kg$ និង $42.35kg$

IV.រកគូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $(x,y)$

គេមាន $x^2-249xy-250y^2=6033$

$$\Leftrightarrow x^2-y^2-249xy-249y^2=6033$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x+y)-249y(x+y)=6033$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x-y-249y)=6033$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x-250y)=3\times 2011$$

$$=2011\times 3$$

$$=(-2011)\cdot(-3)$$

$$=(-3)\cdot(2011)$$

គេបាន $\begin{cases}x+y=3 \quad (1) \\ x-250y=2011 \ (2)\end{cases} \quad (I)$

ឬ $\begin{cases}x+y=2011 \ (3) \\ x-250y=3 \ (4)\end{cases} \quad (II)$

ឬ $\begin{cases}x+y=-3 \quad (5) \\ x-250y=-2011 \ (6)\end{cases} \quad (III)$

ឬ $\begin{cases}x+y=-2011 \ (7) \\ x-250y=-3 \ (8)\end{cases} \quad (IV)$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $(I)$

យក $(1)-(2)$ គេបាន $251y=-2008 \Rightarrow y=\dfrac{-2008}{251}=-8$

តាម $(1) \Rightarrow x=3-y=3+8=11$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $(II)$

យក $(3)-(4)$ គេបាន $251y=2008 \Rightarrow y=\dfrac{2008}{251}=8$

តាម $(3) \Rightarrow x=2011-y=2011-8=2003$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $(III)$

យក $(5)-(6)$ គេបាន $251y=2008 \Rightarrow y=\dfrac{2008}{251}=8$

តាម $(5) \Rightarrow x=-3-y=-3-8=-11$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $(IV)$

យក $(7)-(8)$ គេបាន $251y=-2008 \Rightarrow y=\dfrac{-2008}{251}=-8$

តាម $(5) \Rightarrow x=-2011-y=-2011+8=-2003$

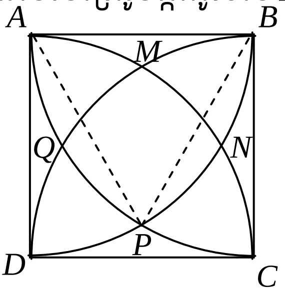
ដូចនេះ គូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $(x,y)$ គឺ

$(x=11, y=8)$ , $(x=2003, y=8)$

$(x=-11, y=8)$ , $(x=-2003, y=-8)$

FACEBOOK Page Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

V. ចូរគណនាបរិមាត្ររូបផ្កាកូលាប $AMBNCPDQA$ ដែលសង់បាននេះ



តាង $\ell$ ជាបរិមាត្រផ្កាកូឡាប

គេមាន $AB = AP = AD = AN$ ( កាំរង្វង់ផ្ចិត $A$ )

ហើយ $BA = BQ = BP = BC$ ( កាំរង្វង់ផ្ចិត $B$ )

នោះ $AB = AP = PB$

គេបាន $\Delta ABP$ ជាត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a$

វិបាក៖ $\angle PAB = \angle PBA = \angle APB = 60^o$

នោះ $\angle PAD = \angle BAD - \angle PAB = 90^o - 60^o = 30^o$

គេទាញបាន $\angle PAB = DP = 30^o$ ( មុំផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $A$ និងធ្នូស្កាត់ )

គេបាន បរិមាត្រ $\ell = 8 \cdot DP = 8 \cdot 30^o = 240^o$

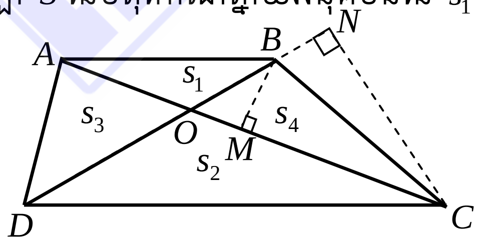
ដោយ $360^o = 2\pi a$ ( មួយជុំរង្វង់ $=$ បរិមាត្ររង្វង់កាំ $a$ )

បើ $240^o = \ell \Rightarrow \ell = \dfrac{240^o \times 2\pi a}{360^o} = \dfrac{4\pi a}{3}$

ដូចនេះ បរិមាត្ររូបផ្កាកូលាប $AMBNCPDQA$ ដែលសង់បាននេះគឺ

$$\ell = \frac{4\pi a}{3}$$

VI. រកផ្ទៃក្រឡា $S$ នៃចតុកោណព្នាយអនុគមន៍នៃ $s_1$ និង $s_2$




គេមាន $s_1$ និង $s_2$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយជាបាតរបស់ចតុកោណព្នាយ

តាង $s_3$ និង $s_4$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណពីរទៀត

នោះ $S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$

គេបាន $s_1=\frac{1}{2}AO\times BM$ និង $s_4=\frac{1}{2}OC\times BM$

នោះ $\frac{s_1}{s_4}=\frac{\frac{1}{2}AO\times BM}{\frac{1}{2}OC\times BM}=\frac{AO}{CO}$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត $s_4=\frac{1}{2}BO\times CN$ ហើយ $s_2=\frac{1}{2}DO\times CN$

នោះ $\frac{s_4}{s_2}=\frac{\frac{1}{2}BO\times CN}{\frac{1}{2}DO\times CN}=\frac{BO}{DO}$ (2)

ក្នុងត្រីកោណ $AOB$ និង $COD$ មាន៖

$\angle AOB=\angle COD$ ( មុំទល់កំពូល )

$\angle OCD=\angle OAB$ ( មុំឆ្លាស់ក្នុង )

នោះ $\Delta AOB\sim\Delta COD$ តាមករណី ម.ម

វិបាក ៖ $\frac{AO}{CO}=\frac{BO}{DO}$ (3)

តាម (1) , (2) និង (3) គេបាន $\frac{s_1}{s_4}=\frac{s_4}{s_2}$

$$\Leftrightarrow s_4^2=s_1\times s_2\Rightarrow s_4=\sqrt{s_1\times s_2}\quad(4)$$

សម្រាយដូចគ្នាដែរ ៖ $s_3=\sqrt{s_1\times s_2}$ (5)

តាម (4) និង (5) គេបាន $S=s_1+s_2+\sqrt{s_1\cdot s_2}+\sqrt{s_2\cdot s_2}$

$$=\sqrt{s_1}^2+2\sqrt{s_1}\cdot\sqrt{s_2}+\sqrt{s_2}^2$$

$$=\left(\sqrt{s_1}+\sqrt{s_2}\right)^2$$

ដូចនេះ: $\boxed{S=\left(\sqrt{s_1}+\sqrt{s_2}\right)^2}$

# វិញ្ញាសាទី១៧

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១១**

**វិញ្ញាសាទី១: សម្រាប់ថ្ងៃទី: ០៣- ៤ - ២០១១**

**រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០**

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. (២០ពិន្ទុ )

១. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាៈ $3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$ ។

២. ចូរដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x-4}{2008}+\dfrac{x-3}{2009}-\dfrac{x-2}{2010}-\dfrac{x-1}{2011}=0$

៣. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}}-\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{5}{6} \\ x-y=5 \end{cases}$

ចំពោះ $x > y > 0$ ។

II.( ១៥ពិន្ទុ )ចូររកចំនួនមួយដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ៈ $\overline{abca}$ ដោយដឹងថា $\overline{abca}=(5c+1)^2$ ។

III.( ១៥ពិន្ទុ ) គេឱ្យកន្សោម $M = x^2+y^2+2z^2+t^2$ ចំពោះ និង $t$ ជាចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមាន ។ ចូររកតម្លៃតូចបំផុតនៃ $M$ និងបណ្តាតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $x, y, z$ និង $t$ ដោយដឹងថា

$x^2-y^2+t^2=21$ និង $x^2+3y^2+4z^2=101$ ។

IV.( ១៥ពិន្ទុ ) $a$ , $b$ និង $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងរបស់ត្រីកោណ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $3(ab+bc+ac) \le (a+b+c)^2 < 4(ab+bc+ac)$ ។

V.( ១៥ពិន្ទុ ) ការេមួយជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើ $1$ឯកតាប្រវែង ។ តាមចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងការេគេគូសបន្ទាត់ចល័តមួយ ។ ចូរគណនាផលបូកការេនៃចម្ងាយពីកំពូលទាំង$4$របស់ការេទៅបន្ទាត់ចល័ត ។

VI.( ២០ពិន្ទុ )គេឱ្យត្រីកោណសមបាត $ABC$ កំពូល $A$មានផ្ទៃក្រឡាស្មើ $S$ ។ $MN$ ជាបាតមធ្យមត្រូវនឹងបាត $BC$ ហើយ $O$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃ $MN$ និងកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល $A$ ។ គេបន្លាយ $[CO)$ កាត់ $AB$ ត្រង់ $D$ និងបន្លាយ $[BO)$ កាត់ $AC$ ត្រង់ $E$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ADOE$ អនុគមន៍ទៅនឹង $S$ ។

FACEBOOK Page
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៧

I. ១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$

គេមាន $3^2 > 2^3$ (1)

ដោយ $2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} \Rightarrow 3^2 = 3^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$

ហើយ $3 = \sqrt{3}\cdot\sqrt{3} \Rightarrow 2^3 = 2^{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$

តាម (1) គេបាន $\left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} > \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$ (2)

ម្យ៉ាងទៀត $9 > 6 \Rightarrow 2^{\sqrt{9}} > 2^{\sqrt{6}}$

$\Rightarrow 2^{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} > 2^{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}} > \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}}$ (4)

តាម (3) និង (3) គេបាន $\left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} > \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}} > \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow 3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ: $\boxed{3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}}$

២. ដោះស្រាយសមីការៈ $\frac{x-4}{2008} + \frac{x-3}{2009} - \frac{x-2}{2010} - \frac{x-1}{2011} = 0$

$$\frac{x-4}{2008} + \frac{x-3}{2009} - \frac{x-2}{2010} - \frac{x-1}{2011} = 0$$

$$\left(\frac{x-4}{2008} - 1\right) + \left(\frac{x-3}{2009} - 1\right) - \left(\frac{x-2}{2010} - 1\right) - \left(\frac{x-1}{2011} - 1\right) = 0$$

$$\left(\frac{x-4-2008}{2008}\right) + \left(\frac{x-3-2009}{2009}\right) - \left(\frac{x-2-2010}{2010}\right) - \left(\frac{x-1-2011}{2011}\right) = 0$$

$$\frac{x-2012}{2008} + \frac{x-2012}{2009} - \frac{x-2012}{2010} - \frac{x-2012}{2011} = 0$$

$$(x-2012)\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\right)=0$$

$$x-2012=0\Rightarrow x=2012$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=2012}$

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{6}\\ x-y=5\end{cases}$

$$\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{6}\\ x-y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x}{y}-2+\frac{y}{x}=\frac{25}{36}\\ x-y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{97}{36}\\ x-y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=\frac{97}{36}xy\\ x-y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2xy+y^2=\frac{97}{36}xy-2xy\\ x-y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x-y)^2=\frac{25}{36}xy\\ x-y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5^2=\frac{25}{36}xy\\ x-y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}xy=36\\ x-y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\cdot(-y)=-36\\ x+(-y)=5\end{cases}$$

នោះ $x$ និង $(-y)$ ជាឫសនៃសមីការ $t^2-5t-36=0$

FACEBOOK Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

$\Delta = 25 + 4\cdot 36 = 169 = 13^2$

$t_1 = \dfrac{5-13}{2} = -4$

$t_2 = \dfrac{5+13}{2} = 9$

គេបាន $x = -4\,, -y = 9$ ឬ $x = 9\,, y = -4$

នោះ $x = -4\,, y = -9$ ឬ $x = 9\,, y = 4$

តែ $x > y > 0$ គេបាន $x = 9\,, y = 4$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $\boxed{(x = 9\,, y = 4)}$

II. រកចំនួនមួយដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់

គេមាន $\overline{abca} = (5c+1)^2$

$a\cdot 10^3 + b\cdot 10^2 + c\cdot 10 + a = 25c^2 + 10c + 1$

$1000a + 100b + 10c + a = 25c^2 + 10c + 1$

$100(10a+b) + a = 25c^2 + 1$

$(10\sqrt{10a+b})^2 + a = (5c)^2 + 1$

គេបាន $\begin{cases} 10\sqrt{10a+b} = 5c \\ a = 1 \end{cases}$

នាំឱ្យ $c = 2\sqrt{10+b}$ ឬ $c^2 = 40 + 4b$

មានន័យថា $c$ ជាការេប្រាកដ

នោះ $10+b$ ជាការេប្រាកដ $\Rightarrow 10 + b = k^2 \Rightarrow b = 6$

( ព្រោះ $0 \le b \le 9$ )

គេបាន $c = 2\sqrt{10+6} = 8$

ដូចនេះ $\boxed{\overline{abca} = 1681}$

III. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃ $M$ និងបណ្តាតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $x, y, z$ និង $t$

គេមាន $M = x^2 + y^2 + 2z^2 + t^2$

ដោយ $x^2 - y^2 + t^2 = 21$ (1) និង $x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 101$ (2)

យក $(1) + (2)$ គេបាន $2x^2 + 2y^2 + 4z^2 + t^2 = 122$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2z^2 = 61 - \frac{t^2}{2}$$

គេបាន $M = 61 - \frac{t^2}{2} + t^2 = 61 + \frac{t^2}{2}$

ដោយ $\frac{t^2}{2} \geq 0$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ $t$ $\Rightarrow 61 + \frac{t^2}{2} \geq 61 \Rightarrow M \geq 61$

នោះ $M$ មានតម្លៃតូចបំផុតកាលណា $\frac{t^2}{2} = 0 \Rightarrow t = 0$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ $M$ គឺ $M = 61$ ចំពោះ $t = 0$

រកបណ្តាតម្លៃនៃ $x, y, z$ និង $t$

បើ $t = 0$ នោះ (1) ទៅជា $x^2 - y^2 = 21$

$$\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = 3 \cdot 7$$

គេបាន $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow x = 5, y = 2$

តាម (2) គេបាន $5^2 + 3 \cdot 2^2 + 4z^2 = 101$

$$4z^2 = 101 - 25 - 12 = 64$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{\frac{64}{4}} = 4 \quad (z \geq 0)$$

ដូចនេះ $x = 5, y = 2, z = 4$ និង $t = 0$

FACEBOOK Page Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

IV. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $3(ab+bc+ac)\le(a+b+c)^2<4(ab+bc+ac)$

គេមាន $(a-b)^2\ge0 \Rightarrow a^2+b^2\ge 2ab$ (1)

$(b-c)^2\ge0 \Rightarrow b^2+c^2\ge 2bc$ (2)

$(a-c)^2\ge0 \Rightarrow a^2+c^2\ge 2ac$ (3)

បូក (1), (2) និង (3) គេបាន $2(a^2+b^2+c^2)\ge 2(ab+bc+ac)$

$a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ac$ (4)

បូកអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព (4) នឹង $2ab+2bc+2ac$ គេបាន :

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac\ge ab+bc+ac+(2ab+2bc+2ac)$

$\Rightarrow (a+b+c)^2\ge 3(ab+bc+ac)$

ឬ $3(ab+bc+ac)\le(a+b+c)^2$ (5)

ម្យ៉ាងទៀត $a$, $b$ និង $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងរបស់ត្រីកោណ

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ គេបាន :

$b+c>a \Rightarrow ab+ac>a^2$ (6)

(គុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹង $a$ )

$a+c>b \Rightarrow ab+bc>b^2$ (7)

(គុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹង $b$ )

$a+b>c \Rightarrow ac+bc>c^2$ (8)

(គុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹង $c$ )

បូក (6),(7) និង (8) គេបាន :

$2ab+2bc+2ac>a^2+b^2+c^2$ (9)

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (9) នឹង $2ab+2bc+2ac$ គេបាន

$2ab+2bc+2ac+2ab+2bc+2ac>a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$\Rightarrow 4(ab+bc+ac)>(a+b+c)^2$

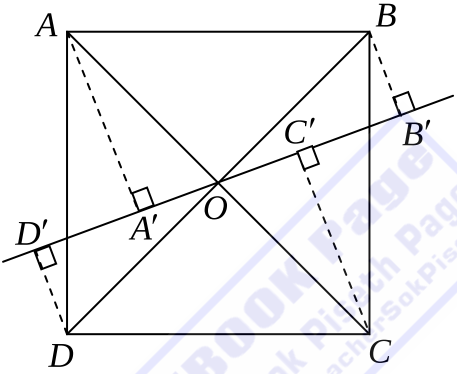
ឬ $(a+b+c)^2<4(ab+bc+ac)$ (10)

តាម (5) និង (10) គេបាន៖

$$3(ab+bc+ac)\le(a+b+c)^2<4(ab+bc+ac)$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{3(ab+bc+ac)\le(a+b+c)^2<4(ab+bc+ac)}$

V. គណនាផលបូកការេនៃចម្ងាយរវាងកំពូលទាំង 4 របស់ការេទៅបន្ទាត់ចល័ត




តាង $A, B, C$ និង $D$ ជាកំពូលទាំង 4 នៃការេ

$O$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងការេ

$A', B', C'$ និង $D'$ ជាចំណោលកែងនៃ $A, B, C$ និង លើបន្ទាត់ចល័ត

គេបាន ផលបូកការេនៃចម្ងាយពីកំពូលទាំង 4 របស់ការេទៅបន្ទាត់ចល័តគឺ $M = A'A^2 + B'B^2 + C'C^2 + D'D^2$

ត្រីកោណកែង $A'AO$ និង $C'CO$ មាន៖

$\angle A'OA = \angle C'CO$ ( មុំទល់កំពូល )

$OA = OC$ ( $O$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង )

នោះ $\Delta A'AO \cong \Delta C'CO$ តាមករណីប៉ុនគ្នា អ.ម

វិបាក៖ $A'A = C'C$

ត្រីកោណកែង $B'BO$ និង $D'DO$ មាន៖

$\angle B'OB = \angle D'DO$ (មុំទល់កំពូល)

$OB = OD$ ( $O$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង )

នោះ $\Delta B'BO \cong \Delta D'DO$ តាមករណីប៉ុនគ្នា អ.ម

វិបាក: $B'B = D'D$

នោះគេបាន $M = A'A^2 + B'B^2 + A'A^2 + B'B^2$

$$= 2(A'A^2 + B'B^2)$$

ម្យ៉ាងទៀត $\Delta A'AO \cong \Delta B'BO$ នោះ $A'O = B'B$

គេបាន $M = 2(A'A^2 + A'O^2)$

$\Delta A'AO$ កែងត្រង់ $A'$ គេបាន $A'A^2 + A'O^2 = AO^2$

នោះ $M = 2AO^2$

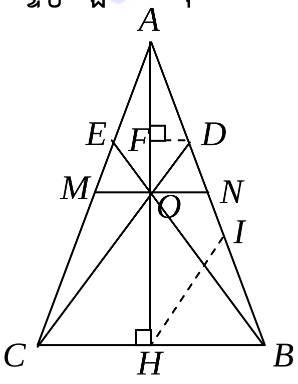
តែ $(2\cdot AO)^2 = AC^2 = (1\cdot\sqrt{2})^2 \Rightarrow AO^2 = \dfrac{1}{2}$

គេបាន $M = 2\cdot\dfrac{1}{2} = 1$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ ផលបូកការេនៃចម្ងាយពីកំពូលទាំង 4 របស់ការេទៅបន្ទាត់ចល័តគឺ $M = 1$ ឯកតាប្រវែង

FACEBOOK Page

VI. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ADOE$ អនុគមន៍ទៅនឹង $S$




តាម $H$ សង់ $HI \parallel CD$

ដោយ $HB = HC$ ( $H$ ជាជើងកម្ពស់ត្រីកោណសមបាត $ABC$ )

$\Rightarrow HI$ ជាបាតមធ្យមនៃ $\Delta BCD$ ត្រូវនឹងបាត $CD$

$\Rightarrow DI = IB \quad (1)$

ដូចគ្នាដែរ $O$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $AH$ ហើយ $OD \parallel HI$

$\Rightarrow OD$ ជាបាតមធ្យមនៃ $\Delta AHI$ ត្រូវនឹងបាត $HI$

$\Rightarrow AD = DI \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $AD = DI = IB = \dfrac{AB}{3}$

តាង $F$ ជាចំណោលកែងនៃ $D$ លើ $AH$ គេបាន

$$\Delta AFD \sim \Delta AHB \Rightarrow \frac{FD}{HB} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADOE}}{S} = \frac{2S_{ADO}}{2S_{AHB}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}FD \cdot AO}{\frac{1}{2}HB \cdot AH} = \frac{FD}{HB} \cdot \frac{AO}{AH}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow S_{ADOE} = \frac{1}{6}S$$

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ADOE} = \dfrac{1}{6}S}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី១៨

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

## សម័យប្រឡង ៖ ០២ មេសា ២០១២

## វិញ្ញាសាទី១: សម្រាប់ថ្ងៃទី: ០២ - ៤ - ២០១២

## រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

សុខ ពិសិដ្ឋ
FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page www.facebook.com/TeacherSokPiseth

I.( ១០ពិន្ទុ )គណនាផលបូក:

១. $A=\dfrac{1}{a(a+1)}+\dfrac{1}{(a+1)(a+2)}+\ldots+\dfrac{1}{(a+2011)(a+2012)}\ (a\neq 0)$

២. $B=2011(2012^9+2012^8+2012^7+\ldots+2012^2+2013+1)+1$

II.( ១០ពិន្ទុ )

១. ចូររកតម្លៃនៃឫសការេ

$$\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}}$$

២. $M$ និង $N$ ជាពីរចំនួននៃការេប្រាកដតូចជាង $100$ ។

បើ $M-N=27$ ចូរគណនាតម្លៃនៃ $\sqrt{M}+\sqrt{N}$ ។

III.( ១០ពិន្ទុ )ចូរប្រៀបធៀបពីរចំនួនខាងក្រោម:

១. $A=2013^4$ និង $B=2010\times2012\times2014\times2016$

២. $P=2^{30}+3^{30}+4^{30}$ និង $Q=3\times24^{10}$

IV.( ១០ពិន្ទុ ) ហាងលក់សម្ភារកីឡាមួយបានធ្វើកម្មវិធីលក់ពិសេសដូចតទៅ៖ រាល់អតិថិជនទី 25 ត្រូវទទួលបានរង្វាន់បាល់មួយ និងរាល់អតិថិជនទី 35 ត្រូវទទួលបានរង្វាន់អាវយឺតមួយ ។ រីឯជាអតិថិជន

ទី1 ដែលទទួលបានរង្វាន់ទាំងបាល់ និងអាវយឺត ។

១. តើមានអតិថិជនចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលបានចលទិញក្នុងហាងនេះមុនវីរៈ ?

២. ដារាជាអតិថជនដែលទទួលបានរង្វាន់មុនវីរៈ ហើយបន្ទាប់មកគឺវីរៈ ។ តើដារាជាអតិថិជនទីប៉ុន្មាន ? ហើយទទួលបានរង្វាន់អ្វី ?

V.( ១០ពិន្ទុ )ក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវទៅលើសិស្សចំនួន 8000 នាក់បានឱ្យដឹងថា សិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាមានចំនួនស្មើនឹងបីដងនៃចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងមានសិស្ស 48 នាក់ចូលចិត្តរៀនទាំងពីរមុខវិជ្ជា។ចូររកចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។

VI.( ១០ពិន្ទុ )ខួបកំណើតលើកទី $n$ របស់ដារីដ នឹងប្រព្រឹត្តទៅនៅឆ្នាំ $n^2$ នៃសតវត្សទី 21 នេះ ។

តើខួបកំណើតលើកទី 32 របស់ដារីដធ្វើនៅឆ្នាំណា ?

VII.( ២០ពិន្ទុ ) $ABCD$ ជាចតុកោណកែងមួយដែលមាន $AB = a$ និង $AD = b$ , $E$ ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើជ្រុង $CD$ ។ ត្រីកោណ $AED$ មានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $\frac{1}{5}$ នៃផ្ទៃក្រឡាចតុកោណប៉ោង $ABCE$ ។ ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ $DE$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងទៅនឹង $a$ ។

VIII.( ២០ពិន្ទុ ) $PQRS$ ជាចតុកោណប៉ោងដែលមានចំណុច $A, B, C$ និង $D$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃអង្កត់ $PQ$ , $QR$ , $RS$ និង $SP$ ហើយ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $CD$ និង $H$ ជាចំណុចមួយនៅលើអង្កត់ $AM$ ដែល $HC = BC$ ។ បង្ហាញថា $\angle BHM = 90^o$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៨

I. គណនាផលបូក៖

$$A=\frac{1}{a(a+1)}+\frac{1}{(a+1)(a+2)}+\ldots+\frac{1}{(a+2011)(a+2012)}\ (a\neq 0)$$

គេមាន $\frac{1}{a(a+1)}=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}$

$$\frac{1}{(a+1)(a+2)}=\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a+2}$$

$$\frac{1}{(a+2)(a+3)}=\frac{1}{a+2}-\frac{1}{a+3}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{1}{(a+2011)(a+2012)}=\frac{1}{a+2011}-\frac{1}{a+2012}$$

បូកអង្គ និង អង្គនៃសមភាពខាងលើគេបាន

$$A=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+2012}=\frac{2012}{a+2012}$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{A=\frac{2012}{a+2012}}$

NOTE : $\frac{1}{a\cdot b}=\frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$

$$B=2011(2012^9+2012^8+2012^7+\ldots+2012^2+2013+1)+1$$

$$=2011(2012^9+2012^8+2012^7+\ldots+2012^2+2012+1+1)+1$$

$$=2011(2012^9+2012^8+2012^7+\ldots+2012^2+2012+1)+2011+1$$

$$=(2012-1)(2012^9+2012^8+2012^7+\ldots+2012^2+2012+1)+2012$$

$$=2012^{2010}-1+2012$$

$$=2012^{2010}+2011$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{B=2012^{2010}+2011}$

Facebook Page - Sok Pisith
Facebook.com/TeacherSokPiseth

NOTE : $(a-1)(a^{n-1}+a^{n-2}+\ldots+1)=a^n-1$

II.១.រកតម្លៃនៃឫសការេ $\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}}$

តាង $x=\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}}$ $(x>0)$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ គេបាន៖

$$x^2=2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}} \quad (*)$$

តែ $\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}=x$

នោះ (*) គេបាន $x^2=2012+2011x$

ឬ $x^2-2011x-2012=0$

$(x+1)(x-2012)=0$

$x+1=0$ ឬ $x-2012=0$

នោះ $x=-1$ ឬ $x=2012$

តែ $x=-1<0$ ( មិនយក ព្រោះ $x>0$ )

នោះ គេបាន $x=2012$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}}=2012}$

២. រកតម្លៃនៃ $\sqrt{M}+\sqrt{N}$

ចំនួនការេប្រាកដតូចជាង 100 គឺ $1,4,9,16,25,36,49,64,81$

គេមាន $M-N=27\Rightarrow M=27+N \quad (i)$

យកតម្លៃនៃការេប្រាកដតូចជាង 100 ខាងលើជំនួសក្នុង $(i)$

គេបានតម្លៃ $M$ គឺ $28,31,36,43,52,63,76,91,108$

តែ $28,31,43,52,63,76,91,108$ មិនមែនជាការេប្រាកដ

ហើយមានតែ 36 ជាការេប្រាកដ នោះ $M=36$

នាំឱ្យ $N = M - 27 = 36 - 27 = 9$

គេបាន $\sqrt{M} + \sqrt{N} = \sqrt{36} + \sqrt{9} = 6 + 3 = 9$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{M} + \sqrt{N} = 9}$

III.ប្រៀបធៀបពីរចំនួន

១. $A = 2013^4$ និង $B = 2010 \times 2012 \times 2014 \times 2016$

គេបាន $B = 2010 \times 2012 \times 2014 \times 2016$

$= (2012 \times 2014) \times (2010 \times 2016)$

$= (2013 - 1)(2013 + 1)(2013 - 3)(2013 + 3)$

$= (2013^2 - 1)(2013^2 - 9)$

$= 2013^4 - 9 \cdot 2013^2 - 2013^2 + 9$

$= 2013^4 - 10 \cdot 2013^2 + 9$

ដោយ $-10 \cdot 2013^2 + 9 < 0$

$\Rightarrow 2013^4 - 10 \cdot 2013^2 + 9 < 2013^4$

ឬ $B = 2013^4 - 10 \cdot 2013^2 + 9 < A = 2013^4$

ដូចនេះ $\boxed{A > B}$

២. $P = 2^{30} + 3^{30} + 4^{30}$ និង $Q = 3 \times 24^{10}$

គេមាន $4^{30} = 2^{2 \cdot 30} = 2^{30+30} = 2^{30} \times 2^{30} = 2^{3 \cdot 10} \times 2^{2 \cdot 15} = 8^{10} \times 4^{15}$

ដោយ $8 \times 4 > 8 \times 3$ នោះ $8^{10} \times 4^{15} > 8^{10} \times 3^{15}$

ឬ $(8 \times 4)^{10} \times 4^5 > (8 \times 3)^{10} \times 3^5$

ឬ $(8 \times 4)^{10} \times 4^5 > 3^5 \times (8 \times 3)^{10} > 3 \times 24^{10}$

តែ $P = 2^{30} + 3^{30} + 4^{30} = 2^{30} + 3^{30} + (8 \times 4)^{10} \times 4^5 > (8 \times 4)^{10} \times 4^5$

ហើយ $Q = 3 \times 24^{10}$

ដូចនេះ $\boxed{P > Q}$

FACEBOOK Page Sok Pisethpage សុខ ពិសិដ្ឋ Facebook.com/TeacherSokPiseth

IV.១. រកចំនួនអតិថិជនដែលបានចូលទិញក្នុងហាងលក់សម្ភារកីឡាមុនវីរៈ

តាមបម្រាប់ ៖ រាល់អតិថិជនទី 25 ត្រូវទទួលបានរង្វាន់បាល់មួយ

និងរាល់អតិថិជនទី 35 ត្រូវទទួលបានរង្វាន់អាវយឺតមួយ

នោះ ចំនួនអតិថិជនរួមទាំងវីរៈជា $PPCM$ (ឬ ជា $LCM$ ) នៃ 25 និង 35

ដោយ $25=5\times5$ និង $35=7\times5$

គេបាន $PPCM(25,35)=5\times5\times7=175$ នាក់

អតិថិជនដែលបានចូលទិញក្នុងហាងលក់សម្ភារកីឡាមុនវីរៈមាន ចំនួន $175-1=174$ នាក់

ដូចនេះ មានអតិថិជនចំនួន 174 នាក់ដែលបានចូលទិញក្នុងហាងលក់សម្ភារកីឡាមុនវីរៈ

២. ដារាអាចជាអតិថិជនដែលជាពហុគុណនៃ 25 ឬជាពហុគុណនៃ 35 ហើយតូចជាង 175 គេបាន

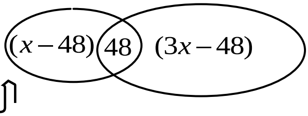
ពហុគុណនៃ 25 គឺ $25, 50, 75, 100, 125, 150$

ពហុគុណនៃ 35 គឺ $35, 70, 105, 140$

ដោយដឹងថា ដារាជាអតិថិជនដែលទទួលបានរង្វាន់មុនវីរៈ ហើយបន្ទាប់មកគឺវីរៈ

ដូចនេះ ដារាជាអតិថិជនទី 150 ហើយទទួលបានរង្វាន់បាល់មួយ

V. រកចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា




តាង $x$ ជាចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា

នោះ $3x$ ជាចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា

គេបាន សមីការ $x+3x-48=8000$

$$4x = 8048$$

$$\Rightarrow x = 2012 \quad \Rightarrow 3\times 2012 = 6036$$

ដូចនេះ  ចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យាមាន 2012 នាក់

ចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាមាន 6036 នាក់

VI. រកឆ្នាំខួបកំណើតលើកទី 32 របស់ដាវីដ

យើងដឹងថាឆ្នាំនៅក្នុងសតវត្សទី 21 ស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះ 2000 និង 2100

ដោយខួបកំណើតលើកទី $n$ របស់ដាវីដ នឹងប្រព្រឹត្តទៅនៅឆ្នាំ $n^2$ នៃ សតវត្សទី 21

នោះគេបាន $2000 < n^2 < 2100$

$$\sqrt{2000} < n < \sqrt{2100}$$

$$44.72 < n < 45.82$$

$$\Rightarrow n = 45$$

នោះមានន័យថា ខួបកំណើតលើកទី 45 របស់ដាវីដប្រព្រឹត្តទៅនៅឆ្នាំ

$n^2 = 45^2 = 2025$

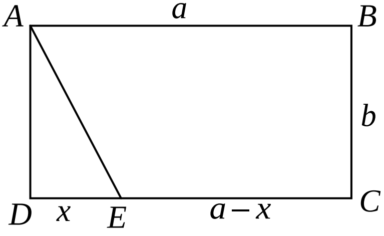
ឬ ដាវីដ មានអាយុ 45 ឆ្នាំ នៅឆ្នាំ 2025

នោះ ឆ្នាំកំណើតរបស់ដាវីដគឺ $2025 - 45 = 1980$

គេបាន ខួបកំណើតលើកទី 32 របស់ដាវីដគឺនៅឆ្នាំ $1980 + 32 = 2012$

ដូចនេះ  ខួបកំណើតលើកទី 32 របស់ដាវីដគឺធ្វើនៅឆ្នាំ 2012

VII. គណនាប្រវែងអង្កត់ $DE$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងទៅនឹង $a$




FACEBOOK Page
Piseth Page
facebook.com/TeacherSokPiseth

តាង $x$ ជាប្រវែងអង្កត់ $DE$

និង $y$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណប៉ោង $ABCE$

នោះ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $AED$ គឺ $S_{\Delta AED}=\frac{1}{5}S_{ABCE}=\frac{1}{5}y \quad (1)$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $ABCD$ គឺ $S_{ABCD}=AB\times AC=ab$

ដោយ $S_{ABCD}=S_{\Delta AED}+S_{ABCE}$

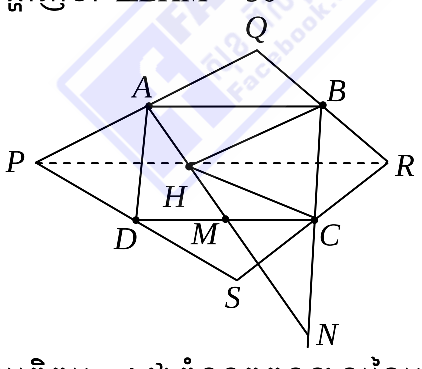
គេបាន $ab=\frac{1}{5}y+y=\frac{6}{5}y\Rightarrow y=\frac{5ab}{6}$

ម្យ៉ាងទៀត $S_{ADE}=\frac{x\cdot b}{2}=\frac{bx}{2}$

តាម $(1): S_{AED}=\frac{1}{5}y\Leftrightarrow\frac{bx}{2}=\frac{1}{5}\cdot\frac{5ab}{6}\Rightarrow x=\frac{a}{3}$

ដូចនេះ: $\boxed{DE=\frac{a}{3}}$

VIII.បង្ហាញថា $\angle BHM=90^o$




តាមសម្មតិកម្ម $A$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $PQ$

$B$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $QR$

នោះ $AB$ ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ $PQR$

នាំឱ្យ $AB\parallel PR$ និង $AB=\frac{PR}{2} \quad (1)$

FACEBOOK Page ទំព័រហ្វេសប៊ុក - Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

ដូចគ្នាដែរ $C$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $RS$

$D$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $SP$

នោះ $CD$ ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ $PBR$

នាំឱ្យ $CD \parallel PR$ និង $CD = \frac{PR}{2}$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន $AB \parallel CD$ និង $AB = CD$

នោះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម

វិបាក៖ $AD \parallel BC$ និង $AD = BC$

តាង $N$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $AM$ និងបន្ទាត់ $BC$

ក្នុងត្រីកោណ $AMD$ និង $NMC$ មាន៖

$\angle AMD = \angle NMC$ ( មុំទល់កំពូល )

$\angle MDA = \angle MCN$ ( មុំឆ្លាស់ក្នុង )

$MC = MD$ ( $M$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $CD$ )

នោះ $\Delta AMD \cong \Delta NMC$ តាមករណី ម.ជ.ម

វិបាក ៖ $AD = CN$ , $MA = MN$

តែ $AD = BC$ ( ជ្រុងប្រលេឡូក្រាម )

និង $BC = HC$ ( សមតិកម្ម )

$\Rightarrow AD = CN = BC = HC$

នោះ $C$ មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងចំណុច $N , B , H$

មានន័យថា $C$ ជាផ្ចិតនៃរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $BN$

ហើយ $H$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត $C$ អង្កត់ផ្ចិត $BN$

គេបាន $\angle BHM = 90^o$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់

ដូចនេះ: $\boxed{\angle BHM = 90^o}$

Facebook Page: TeacherSokPiseth

# វិញ្ញាសាទី១៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

## សម័យប្រឡង ៖ ០២ មេសា ២០១២

## វិញ្ញាសាទី២: សម្រាប់ថ្ងៃទី: ០៤ - ៤ - ២០១២

## រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

សុខ ពិសិដ្ឋ

I.( ១០ពិន្ទុ )១. គេឱ្យ $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$ ,, $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ ។

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ ចំពោះ $n\geq 1$ ។

II.( ១៥ពិន្ទុ )១. រកសំណុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x,y,z)$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1,\ x\leq y\leq z$

២. រកគ្រប់សំណុំចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,y\,,z)$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}3x+8y-z=27\\6x-3y+z=33\end{cases}$

III.( ១៥ពិន្ទុ )១.គេឱ្យ $x=\dfrac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}})$ គណនាកន្សោម $(x+\sqrt{1+x^2})^n$ ។

២. គេមាន $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=3$ គណនា $P=\dfrac{x^2+x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}}$

IV.( ១៥ពិន្ទុ )ដោះស្រាយសមីការ និង វិសមីការខាងក្រោម

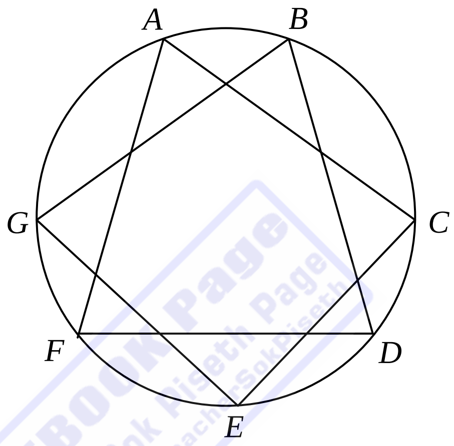
១. $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$

២. $\sqrt{\dfrac{x^3+8}{x}}>x-2$

V.(១០ពិន្ទុ) កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y=mx$ ប្រសព្វនឹង
អនុគមន៍ $y=|x-1|-|x-2|$ ត្រង់បីចំណុច ។

VI.(១០ពិន្ទុ)តាមរូបខាងក្រោម គណនាផលបូកមុំ

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$ ។




VII.(២០ពិន្ទុ) ចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ។ បង្ហាញថា
$AC\times BD=AB\times CD+AD\times BC$ ។

FACEBOOK Page Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

## ចម្លើយវិញ្ញាសាទី១៩

I.១. គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

គេមាន $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$

$$=\sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}$$

និង $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$

$$=\sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}}=\frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$$

$$xy=\sqrt{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}$$

$$=\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$$

$$=\sqrt{9-5}$$

$$=2$$

គេបាន $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}=\frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$

$$=\frac{\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{10}+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{5}+2$$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\sqrt{5}+2}$

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$

គេមាន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\frac{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}=\frac{(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$

ដោយ $\sqrt{n+1}>\sqrt{n-1}\Rightarrow\sqrt{n+1}+\sqrt{n}>\sqrt{n}+\sqrt{n-1}$

Facebook Page - Sok Pisith - facebook.com/ChenSokPisith

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} < \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n+1}-\sqrt{n} < \sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{n+1}-\sqrt{n} < \sqrt{n}-\sqrt{n-1}}$

II.១. រកសំណុំចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x,y,z)$

គេមាន $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ , $x\le y\le z$

លក្ខខណ្ឌ៖ ដោយ $x,y,z$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

និង $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ , $x\le y\le z$ នោះ $x,y,z\neq 1$

ដោយ $x\le y\le z \Rightarrow \frac{1}{z}\le\frac{1}{y}\le\frac{1}{x}$

គេបាន $1=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\le\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{3}{x}$

$1\le\frac{3}{x}\Rightarrow x\le 3$

$\Rightarrow x=2,3$ (ព្រោះ $x=1$ មិនយក)

☞ ចំពោះ $x=2$ គេបាន $\frac{1}{2}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$$

ឬ $\frac{1}{2}=\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\le\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{2}{y}$

$\Rightarrow y\le 4$

$\Rightarrow y=2,3,4$ (ព្រោះ $y=1$ មិនយក)

✵ ចំពោះ $y=2$ គេបាន $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{z}=1\Leftrightarrow\frac{1}{z}=0$

មិនបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\Rightarrow y=2$ មិនយក

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

✵ ចំពោះ $y=3$ គេបាន $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{z}=1$

$$\frac{1}{z}=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow z=6$$

✵ ចំពោះ $y=4$ គេបាន $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{z}=1$

$$\frac{1}{z}=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow z=4$$

ដូចនេះ $(y,z)=(3,6),(4,4)$ ចំពោះ $x=2$

ឬ $(x,y,z)=(2,3,6),(2,4,4)$

☞ ចំពោះ $x=3$ គេបាន $\frac{1}{3}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

ឬ $\frac{2}{3}=\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\leq\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{2}{y}$

$$\frac{2}{3}\leq\frac{2}{y}$$

$$\Rightarrow y\leq 3\Rightarrow y=2,3$$

តែ $y=2$ មិនយក (សម្រាយខាងលើ)

គេបាន $y=3$

នោះ $(y,z)=(3,3)$ ចំពោះ $x=3$ ឬ $(x,y,z)=(3,3,3)$

ដូចនេះ សរុបមកគេបាន $(x,y,z)=(2,3,6),(2,4,4)$ និង $(3,3,3)$

២. រកគ្រប់សំណុំចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x,y,z)$

គេមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}3x+8y-z=27 & (1)\\ 6x-3y+z=33 & (2)\end{cases}$

បូក (1) និង (2) គេបាន $9x+5y=60 \Rightarrow y=\dfrac{60-9x}{5}=12-\dfrac{9x}{5}$ (3)

ដោយ $x, y, z$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នោះតម្រូវឱ្យ $12-\dfrac{9x}{5}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយ $9x$ ជាពហុគុណនៃ 5

ដោយ $PGCD(5,9)=1$ នោះ $9x$ ជាពហុគុណនៃ 5 កាលណា $x$ ជាពហុគុណនៃ 5

គេបាន $x=5$ ( ព្រោះ $12-\dfrac{9x}{5}>0 \Rightarrow 0<x<\dfrac{20}{3}$ )

តាម (3) គេបាន $y=12-\dfrac{9\times 5}{5}=3$

តាម (2) គេបាន $6\cdot 5-3\cdot 3+z=33 \Rightarrow z=33-30+9=12$

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x,y,z)$ គឺ

$$(x,y,z)=(5,3,12)$$

III.១. គណនាកន្សោម $(x+\sqrt{1+x^2})^n$

គេមាន $x=\dfrac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}})$

$$\Rightarrow 1+x^2=1+\left[\frac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}})\right]^2=1+\frac{1}{4}(3^{\frac{2}{n}}-2\cdot 3^0+3^{-\frac{2}{n}})$$

$$=\frac{4+3^{\frac{2}{n}}-2+3^{-\frac{2}{n}}}{4}$$

$$=\frac{3^{\frac{2}{n}}+2+3^{-\frac{2}{n}}}{4}=\left[\frac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}+3^{-\frac{1}{n}})\right]^2$$

នោះ $x+\sqrt{1+x^2}=\dfrac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}})+\sqrt{\left[\dfrac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}+3^{-\frac{1}{n}})\right]^2}$

$$=\frac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}})+\frac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}}+3^{-\frac{1}{n}})=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3^{\frac{1}{n}}=3^{\frac{1}{n}}$$

គេបាន $(x+\sqrt{1+x^2})^n=\left(3^{\frac{1}{n}}\right)^n=3$

ដូចនេះ: $\boxed{(x+\sqrt{1+x^2})^n=3}$

IV.ដោះស្រាយសមីការ និង វិសមីការ

១. $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}\quad (*)$

ដោយ $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$

លើកអង្គទាំងពីរនៃ (8) ជាគូបគេបាន

$$(\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}})^3=(\sqrt[3]{5})^3\quad (*)$$

$$(1+\sqrt{x})+(1-\sqrt{x})+3\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}(\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}})=5$$

$$2+3\sqrt[3]{1-x}\cdot\sqrt[3]{5}=5$$

$$3\cdot\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{1-x}=3$$

$$\sqrt[3]{1-x}=\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$$

$$1-x=\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

ដូចនេះ: សមីការមានឫស $\boxed{x=\frac{4}{5}}$

២. $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}}>x-2$

វិសមីការមានចម្លើយកាលណា $\frac{x^3+8}{x}\geq 0$

FACEBOOK Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

ហើយ $\dfrac{x^3+8}{x}\geq 0$ កាលណា $\begin{cases}x^3+8\geq 0\\ x>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x^3+8\leq 0\\ x<0\end{cases}$

- $\begin{cases}x^3+8\geq 0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -2\\ x>0\end{cases}\Rightarrow x>0$
- $\begin{cases}x^3+8\leq 0\\ x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq -2\\ x<0\end{cases}\Rightarrow x\leq -2$

គេបានលក្ខខណ្ឌ $x>0$ ឬ $x\leq -2$ ឬ $x\in(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$

✵ បើ $x-2<0\Leftrightarrow x<2$ នោះវិសមីការមានចម្លើយគ្រប់ $x$ ក្នុងលក្ខខណ្ឌខាងលើ

( ព្រោះ $\dfrac{x^3+8}{x}\geq 0$ និង $x-2<0\Rightarrow\dfrac{x^3+8}{x}>x-2$ ពិត )

✵ បើ $x-2>0\Leftrightarrow x>2$

លើកអង្គទាំងពីរនៃវិសមីការខាងលើជាការេគេបាន

$$\frac{x^3+8}{x}>(x-2)^2=x^2-4x+4$$

$$x^3+8>x^3-4x^2+4x$$

$$4x^2-4x+8>0$$

$(2x-1)^2+7>0$ ពិតគ្រប់ $x$ ចំពោះលក្ខខណ្ឌខាងលើ

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x>0$ ឬ $x\leq -2$

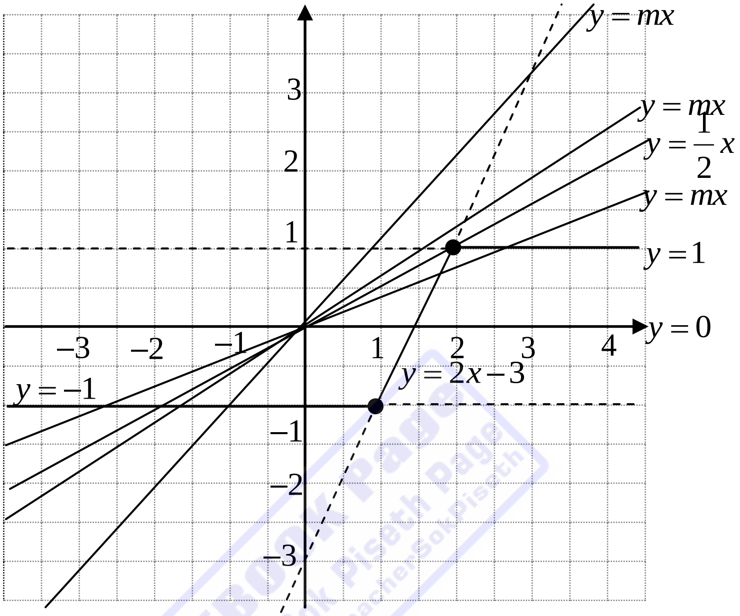
ឬ $x\in(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$

V. កំណត់តម្លៃ $m$

គេមាន បន្ទាត់ $y=mx$ និង អនុគមន៍ $y=|x-1|-|x-2|$

- $y=|x-1|-|x-2|=\begin{cases}-(x-1)+(-x-2)=-1 & \text{បើ } x\leq 1\\ (x-1)+(x-2)=2x-3 & \text{បើ } 1<x<2\\ (x-1)-(x-2)=1 & \text{បើ } x>2\end{cases}$

- $y=mx$ ជាបន្ទាត់កាត់តាមគល់នៃតម្រុយ




តាមក្រាប បន្ទាត់ $y=mx$ កាត់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=|x-1|-|x-2|$ ត្រង់បីចំណុច នោះ បន្ទាត់ $y=mx$ ត្រូវកាត់ បន្ទាត់ ៖

$y=-1$ ចំពោះ $x\le 1$

$y=2x-3$ ចំពោះ $1<x<2$ និង $y=1$ ចំពោះ $x\ge 2$

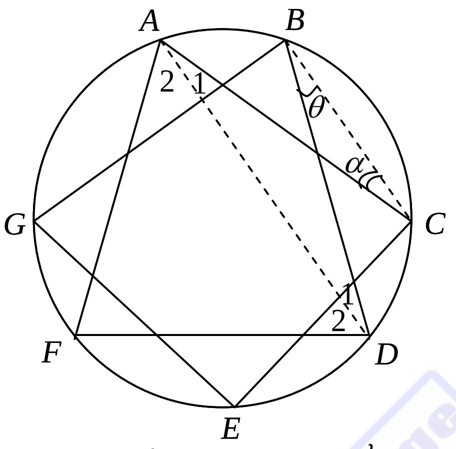
មានន័យថា បន្ទាត់ $y=mx$ ត្រូវកាត់តាមចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសធំជាង $2$ ។

❈ត្រង់ $(x=2\,,\,y=1)$ នោះ បន្ទាត់ $y=mx$ មានសមីការ $y=\frac{1}{2}x$

គឺ បន្ទាត់ $y=mx$ ត្រូវនៅចន្លោះបន្ទាត់ $y=\frac{1}{2}x$ និង បន្ទាត់ $y=0$

ដូចនេះ យើងបាន $0<m<\frac{1}{2}$

VI. គណនាផលបូកមុំ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$

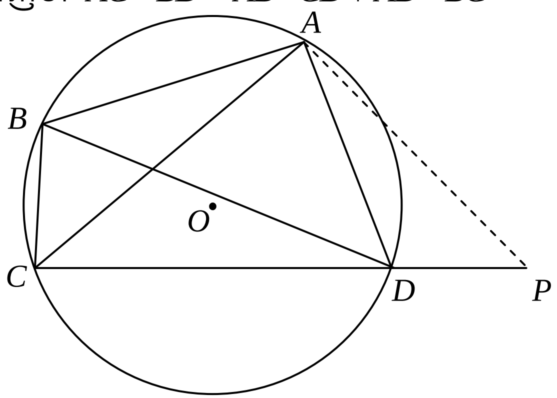



តាម $A$ និង $B$ គូសភ្ជាប់ $AD$ និង $BC$ រៀងគ្នា យើងបាន៖

$$\begin{aligned}
&\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G\\
&=\angle A_1+\angle A_2+\angle B+\angle C+\angle D_1+\angle D_2+\angle E+\angle F+\angle G\\
&=\angle A_2+\angle B+\angle C+(\angle D_1+\angle A_1)+\angle D_2+\angle E+\angle F+\angle G\\
&=\angle A_2+\angle B+\angle C+(\theta+\alpha)+\angle D_2+\angle E+\angle F+\angle G\\
&=(\angle A_2+\angle D_2+\angle F)+(\angle E+\angle G+\angle B+\alpha+\theta+\angle C)\\
&=180^o+360^o=540^o
\end{aligned}$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G=540^o}$

VII.បង្ហាញថា $AC\times BD=AB\times CD+AD\times BC$



តាម $A$ គូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់បន្ទាត់ $CD$ ត្រង់ $P$ ដើម្បីឱ្យ

$\angle BAC = \angle DAP$ (1)

- $\angle ABC + \angle ADC = 180^o$ ( ផលបូកមុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ )
- $\angle ADP + \angle ADC = 180^o$ ( ផលបូកមុំបន្ថែម )

$$\Rightarrow \angle ADP = \angle ABC \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\Delta BAC \sim \Delta DAP$ តាមករណីដំណូចទី១( ម.ម )

វិបាក៖ $\dfrac{AC}{AP} = \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DP} \Rightarrow DP = \dfrac{AD \times BC}{AB}$ (3)

ហើយក្នុង $\Delta ABD$ និង $\Delta ACP$ មាន៖

$\angle BAC = \angle DAP$ ( តាមសម្រាយ (1) )

$\dfrac{AC}{AP} = \dfrac{AB}{AD}$ ( តាមសម្រាយ តាម (3) )

នាំឱ្យ $\Delta ABD \sim \Delta ACP$ តាមករណីដំណូចទី២ ( ជ.ម.ជ )

វិបាក៖ $\dfrac{BD}{CP} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow CP = \dfrac{AC \times BD}{AB}$ (4)

ហើយ $CP = CD + DP$ (5)

តាម (2) , (4) និង (5) គេបាន $\dfrac{AC \times BD}{AB} = CD + \dfrac{AD \times BC}{AB}$

$$\Rightarrow AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC$$

ដូចនេះ: $\boxed{AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC}$

# វិញ្ញាសាទី២០

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១៣**

**វិញ្ញាសាទី២: សម្រាប់ថ្ងៃទី: ០១ - ៤ - ២០១៣**

**រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០**

សុខ ពិសិដ្ឋ

I. ( ១៥ពិន្ទុ )

១. រកតម្លៃនៃ $A=\left|\frac{1}{2012}-\frac{1}{2011}\right|+\left|\frac{1}{2013}-\frac{1}{2012}\right|-\left|\frac{1}{2013}-\frac{1}{2011}\right|$

២. រកតម្លៃនៃ $\frac{a}{b-c}$ ដោយដឹងថា: $\frac{a}{b}=2012$ និង $\frac{b}{c}=2013$

៣. រកតម្លៃនៃ $d$ ដោយដឹងថា $a+b+c+d=11$, $2a+3c=19$,

$b+4d=22$, $4a+d=14$ និង $5b+3c=5$

II. ( ១៥ពិន្ទុ )

១. ចូរប្រៀបធៀបពីរចំនួន: $A=\sqrt{19}$ និង $B=6-\sqrt{3}$

២. ចូរតំរៀបចំនួនខាងក្រោមតាមលំដាប់ពីតូចទៅធំ:

$a=2^{88}$, $b=3^{55}$, $c=5^{44}$ និង $d=7^{33}$

III. ( ១០ពិន្ទុ ) ថ្ងៃនេះជាថ្ងៃចន្ទ កណិកាមានអាយុ 2013ថ្ងៃ ។

តើកណិកាកើតនៅថ្ងៃណាមួយនៃសប្តាហ៍ ?

IV. ( ១០ពិន្ទុ ) គេឱ្យចំនួនវិជ្ជមានមួយ ដែលចំនួនគត់នោះបូកនឹង 168 បានចំនួនមួយជាការេប្រាកដ ។ បើគេយកចំនួនគត់នោះបូកនឹង 100វិញ នោះគេបានចំនួនថ្មីមួយជាការេប្រាកដមួយផ្សេងទៀត។ ចូររកចំនួនគត់នោះ ?

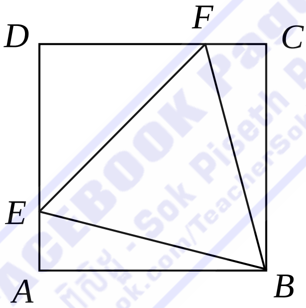
Facebook Page Sok Piseth

V. (២០ពិន្ទុ) បច្ចុប្បន្ន ម៉ុកមានអាយុស្មើនឹងពីរដងនៃអាយុម៉ៅ និងមាន អាយុលើសម៉ែន 6 ឆ្នាំ ។

តើប៉ុន្មានឆ្នាំទៀតទើបម៉ុកមានអាយុស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃផលបូកអាយុ ម៉ៅ និងម៉ែន ?

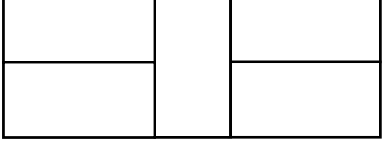
VI. (១៥ពិន្ទុ) ត្រីកោណ $BEF$ ជ្រុងមានរង្វាស់ $a$ ចារឹកក្នុងការេ $ABCD$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ 2 ឯកតាប្រវែង (ដូចរូប) ។

ចូរគណនា $a$ រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស ។




FACEBOOK Page - Sok Piseth Page
facebook.com/TeacherSokPiseth

VII. (១៥ពិន្ទុ) ចតុកោណកែងតូចៗចំនួន 5 ប៉ុនគ្នាដែលផ្ទៃក្រឡានីមួយៗមានរង្វាស់ $8cm^2$ ត្រូវបានគេដាក់តម្រៀបចូលទៅក្នុង ចតុកោណកែងធំមួយ (ដូចរូប) ។ រកបរិមាត្ររបស់ចតុកោណកែងធំ។



# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី២០

I.

១. រកតម្លៃនៃ $A=\left|\frac{1}{2012}-\frac{1}{2011}\right|+\left|\frac{1}{2013}-\frac{1}{2012}\right|-\left|\frac{1}{2013}-\frac{1}{2011}\right|$

ដោយ $\frac{1}{2012}-\frac{1}{2011}<0$ , $\frac{1}{2013}-\frac{1}{2012}<0$ , $\frac{1}{2013}-\frac{1}{2011}<0$

យើងបាន $A=-\left(\frac{1}{2012}-\frac{1}{2011}\right)-\left(\frac{1}{2013}-\frac{1}{2012}\right)+\left(\frac{1}{2013}-\frac{1}{2011}\right)$

$$=-\frac{1}{2012}+\frac{1}{2011}-\frac{1}{2013}+\frac{1}{2012}+\frac{1}{2013}-\frac{1}{2011}$$

$$=0$$

ដូចនេះ $\boxed{A=0}$

២. រកតម្លៃនៃ $\frac{a}{b-c}$

យើងមាន $\frac{b}{c}=2013\Leftrightarrow b=2013c\Leftrightarrow b-c=2012c$

និង $\frac{a}{b}=2012\Leftrightarrow a=2012b=2012\times 2013c$

យើងបាន $\frac{a}{b-c}=\frac{2012\times 2013c}{2012c}=2013$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{a}{b-c}=2013}$

របៀបម្យ៉ាងទៀត

$$\frac{a}{b-c}=\frac{a}{b\left(1-\frac{c}{b}\right)}$$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

$$=\frac{a}{b}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{b}{c}}}$$

$$=2012\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{2013}}$$

$$=2012\cdot\frac{2013}{2013}=2013$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{a}{b-c}=2013}$

៣. រកតម្លៃនៃ $d$

យើងមាន $a+b+c+d=11, 2a+3c=19$, $b+4d=22$,

$4a+d=14$ និង $5b+3c=5$

បូកសមភាពទាំងប្រាំបញ្ចូលគ្នាយើងបាន $7a+7b+7c+6d=71$

$$\Leftrightarrow 7(a+b+c+d)-d=71$$

$$\Leftrightarrow 7\cdot 11-d=71$$

$$\Rightarrow d=77-71=6$$

ដូចនេះ $\boxed{d=6}$

របៀបម្យ៉ាងទៀត

យើងមាន $2a+3c=19$, $b+4d=22$, $4a+d=14$ និង $5b+3c=5$

យើងទាញបាន $b=22-4d$ , $a=\frac{14-d}{4}$,

$$c=\frac{5-5b}{3}=\frac{5-5(22-4d)}{3}=\frac{20d-105}{3}$$

យើបាន $a+b+c+d=11$

$$\Leftrightarrow \frac{14-d}{4}+(22-4d)+\frac{20d-105}{3}+d=11$$

$$\Leftrightarrow \frac{42-3d+264-48d+80d-420+12d}{12}=11$$

$$\Leftrightarrow 41d-114=12\times 11=132$$

$$\Leftrightarrow 41d=246$$

$$\Rightarrow d=\frac{246}{41}=6$$

ដូចនេះ $\boxed{d=6}$

II. ១. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $A=\sqrt{19}$ និង $B=6-\sqrt{3}$

យើងមាន $A=\sqrt{19}>0 \Rightarrow A^2=19$ (1)

ហើយ $B=6-\sqrt{3}>0 \Rightarrow B^2=36-12\sqrt{3}+3=39-12\sqrt{3}$ (2)

យក $(1)-(2)$ យើងបាន $A^2-B^2=19-\left(39-12\sqrt{3}\right)$

$$=12\sqrt{3}-20=\sqrt{432}-\sqrt{400}.>0$$

$$\Leftrightarrow A^2>B^2$$

$$\Rightarrow A>B$$

ដូចនេះ $\boxed{A>B}$

របៀបម្យ៉ាងទៀត

ឧបមាថា $A>B$ នោះ $\sqrt{19}>6-\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{19}+\sqrt{3}>6$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{19}+\sqrt{3}\right)^2>6^2$$

$$\Leftrightarrow 19+2\sqrt{57}+3>36$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{57}>7$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{57}>\sqrt{49} \text{ (ពិត)}$$

ដូចនេះ $A > B$

២. តំរៀបចំនួនតាមលំដាប់ពីតូចទៅធំ

យើងមាន $a = 2^{88} = 2^{8\cdot 11} = 256^{11}$

$b = 3^{55} = 3^{5\cdot 11} = 243^{11}$

$c = 5^{44} = 5^{4\cdot 11} = 625^{11}$

$d = 7^{33} = 7^{3\cdot 11} = 343^{11}$

ដោយ $243 < 256 < 343 < 625 \Rightarrow 243^{11} < 256^{11} < 343^{11} < 625^{11}$

ដូចនេះ $b < a < d < c$

III.រកថ្ងៃកំណើតរបស់កណិកា

យើងដឹងថា មួយសប្តាហ៍មាន $7$ ថ្ងៃ

ហើយកណិកាមានអាយុ $2013$ ថ្ងៃ នោះមាន $\frac{2013}{7} = 287 + \frac{4}{7}$ សប្តាហ៍

ឬ $287$ សប្តាហ៍ និង $4$ ថ្ងៃ

ដោយថ្ងៃនេះ ជាថ្ងៃចន្ទ នោះកណិកាកើតនៅថ្ងៃព្រហស្បតិ៍។

ដូចនេះ កណិកាកើតនៅថ្ងៃព្រហស្បតិ៍

IV. រកចំនួនគត់នោះ

តាង $x$ ជាចំនួនគត់នោះ $(x > 0)$

យើងបាន $168 + x = m^2$ (1) និង $100 + x = n^2$ (2) ដែល $n$

ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(m > n)$

យក $(1) - (2)$ យើងបាន $m^2 - n^2 = 68$

$$\Leftrightarrow (m-n)(m+n) = 4\times 17 = 2\times 34 = 1\times 68$$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-n=4 & (1) \\ m+n=17 & (2) \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} m-n=2 & (3) \\ m+n=34 & (4) \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} m-n=1 & (5) \\ m+n=68 & (6) \end{cases}$$

★ $(1)+(2)$ យើងបាន $2m=21 \Rightarrow m=\frac{21}{2}$ មិនមែនជាចំនួនគត់

★ $(3)+(4)$ យើងបាន $2m=36 \Rightarrow m=18$

នោះ $n=34-18=16$

★ $(5)+(6)$ យើងបាន $2m=69 \Rightarrow m=\frac{69}{2}$ មិនមែនជាចំនួនគត់

នោះ $m=18\,, n=16$ យើងបាន $x=n^2-100=16^2-100=156$

( ឬ $x=m^2-168=18^2-168=156$ )

ដូចនេះ ចំនួនគត់នោះគឺ 156

V. រកចំនួនឆ្នាំដែលម៉ុកមានអាយុស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃផលបូកអាយុម៉ៅ និងម៉ែន

តាង $x$ ជាអាយុរបស់ ម៉ៅបច្ចុប្បន្ន នោះអាយុម៉ុកគឺ $2x$ និង អាយុម៉ែនគឺ $2x-6$ និង តាង $t$ ជាចំនួនឆ្នាំដែលម៉ុកមានអាយុស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃផលបូកអាយុម៉ៅ និងម៉ែន

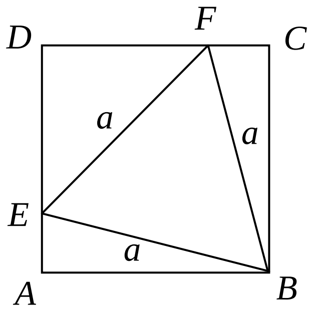
តាមបម្រាប់ យើងបាន $2x+t=\frac{2}{3}\left[(x+t)+(2x-6+t)\right]$

$$\Leftrightarrow 6x+3t=6x+4t-12$$

$$\Leftrightarrow t=12$$

ដូចនេះ រយៈពេល 12 ឆ្នាំទៀតទើបម៉ុកមានអាយុស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃផលបូកអាយុម៉ៅ និងម៉ែន

VI. គណនា $a$




ត្រីកោណកែង $ABE$ និង $CBF$ មាន

$AB = CB$ (ជ្រុងការេ $ABCD$ )

$BE = BF = a$ (ជ្រុងត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ )

នោះ $\Delta ABE \cong DCBF$ (តាមករណីដំណូច អ.ជ)

វិបាក $AE = CF$

តាង $AE = DF = x$ នោះ $DE = DF = 2 - x$ ដែល $0 < x < 2$

ក្នុងត្រីកោណកែងសងសមបាត $DEF$

យើងបាន $a^2 = (2-x)^2 + (2-x)^2 = 8 - 8x + 2x^2$ (1)

ក្នុងត្រីកោណកែង $ABE$ យើងបាន $a^2 = 2^2 + x^2 = 4 + x^2$ (2)

តាម (1) និង (2) យើងបាន $4 + x^2 = 8 - 8x + 2x^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$
$$\Delta' = 16 - 4 = 12$$
$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$
$$x_1 = 4 - 2\sqrt{3}$$
$$x_2 = 4 + 2\sqrt{3} > 2 \quad \text{(មិនយក)}$$

តាម (2) យើងបាន $a^2 = 4 + \left(4 - 2\sqrt{3}\right)^2$

$$= 4+16-16\sqrt{3}+12$$

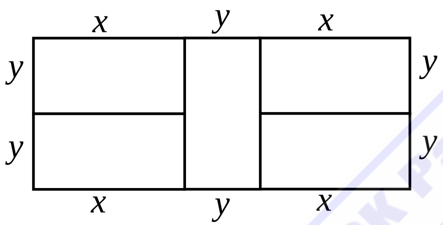
$$= 32-16\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 4(8-4\sqrt{3}) = 4(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2} = 2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

ដូចនេះ $a = 2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ ឯកតាប្រវែង

VII. រកបរិមាត្ររបស់ចតុកោណកែងធំ




តាង $x$ និង $y$ ជាបណ្តោយ និង ទទឹងនៃចតុកោណកែងតូចរៀងគ្នា

( $x, y$ គិតជា $cm$)

នោះ បណ្តោយចតុកោណធំគឺ $2x+y$ និង ទទឹងគឺ $2y$

តាមបម្រាប់យើងបាន $x \times y = 8$

នោះផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងធំគឺ $5xy = 5\times 8 = 40$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែធំ : $5xy = (2y)\times(2x+y)$

$$\Leftrightarrow x = 2y \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) យើងបាន $10y^2 = 40 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = 2\,cm$

( ព្រោះ $x > 0$ )

តាម (2) យើងបាន $x = 2\times 2 = 4\,cm$

យើងបាន បរមាត្រចតុកោណកែងធំគឺ

$$P = 2[2y+(2x+y)] = 2(3y+2x) = 2(3\cdot 2+2\cdot 4) = 28\,cm$$

ដូចនេះ បរិមាត្ររបស់ចតុកោណកែងធំគឺ $\boxed{P = 28cm}$

# វិញ្ញាសាទី២១

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ជាតិ**

**សម័យប្រឡង៖ ០១ មេសា ២០១៣**

**វិញ្ញាសាទី២: សម្រាប់ថ្ងៃទី: ០៣ - ៤ - ២០១៣**

**រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០**

សុខ ពិសិដ្ឋ

**មិនអនុញ្ញាតឱ្យបេក្ខជនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ !!!**

I. (១៥ពិន្ទុ) ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខចូរប្រៀបធៀបតម្លៃលេខខាងក្រោម ៖

១. $2\,,\ \sqrt[3]{4}\,,\ \sqrt[5]{64}$

២. $2^{30}\,,\ 3^{20}\,,\ 10^{10}$

៣. $\sqrt[3]{5}\,,\ \sqrt{3}\,,\ \sqrt[4]{8}$

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យ $2^x - 2^{-x} = 1$ ។ គណនា ៖

១. $4^x + 4^{-x}$ ២. $2^x + 2^{-x}$ ៣. $8^x - 8^{-x}$

III. (២០ពិន្ទុ)

១. ឧបមាថាចំនួនគត់ $a$ និង $b$ បំពេញលក្ខខណ្ឌ $a^2 + b^2 = 13$ និង $a^3 + b^3 = 19$ ។ រកតម្លៃ $a+b$ ។

២. រកគូចម្លើយទាំងអស់នៃ $(x, y)$ ដែលជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហើយបំពេញលក្ខខណ្ឌឱ្យសមីការ $3xy - 6x - 4y + 5 = 0$ ។

៣. រកគូចម្លើយទាំងអស់នៃ $(x, y)$ ដែលជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហើយបំពេញលក្ខខណ្ឌឱ្យសមីការ $x^2 - 2x - y^2 - 4y - 8 = 0$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) ឧបមាថា $0<a<b$ និង $a+b=1$។ តើ

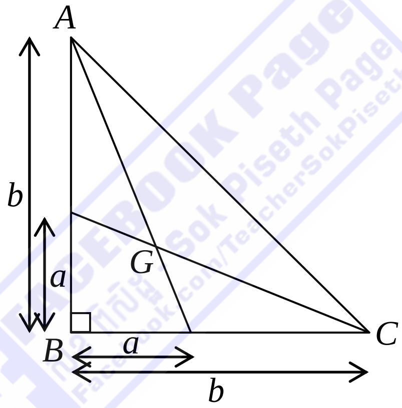
១. $\frac{1}{2}$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $2ab$

២. $2ab$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $a^2+b^2$

៣. $b$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $a^2+b^2$

៤. $a^2+b^2$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $a^3+b^3$

V. (១៥ពិន្ទុ) តាមរូបខាងក្រោម គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $AGC$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $b$ ។




VI.(១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ មានមេដ្យាន $AD$ , $BE$ និង $CF$ ។

បង្ហាញថា $AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)$ ។

# ចម្លើយវិញ្ញាសាទី២១

I. ប្រៀបធៀបតម្លៃលេខ

១. $2\,,\ \sqrt[3]{4}\,,\ \sqrt[5]{64}$

យើងមាន
- $\sqrt[5]{64}=2^{\frac{6}{5}}$
- $\sqrt[3]{4}=2^{\frac{2}{3}}$
- $2=2^{1}$

ដោយ $\frac{2}{3}<1<\frac{6}{5}\Rightarrow 2^{\frac{2}{3}}<2^{1}<2^{\frac{6}{5}}\Rightarrow \sqrt[3]{4}<2<\sqrt[5]{64}$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt[3]{4}<2<\sqrt[5]{64}}$

២. $2^{30}\,,\ 3^{20}\,,\ 10^{10}$

យើងមាន $2^{30}=2^{3\times10}=8^{10}$ និង $3^{20}=3^{2\times10}=9^{10}$

ដោយ $8<9<10\Rightarrow 8^{10}<9^{10}<10^{10}\Rightarrow 2^{30}<3^{20}<10^{10}$

ដូចនេះ: $\boxed{2^{30}<3^{20}<10^{10}}$

៣. $\sqrt[3]{5}\,,\ \sqrt{3}\,,\ \sqrt[4]{8}$

យើងមាន
- $\sqrt[3]{5}=\sqrt[12]{5^4}=\sqrt[12]{625}$
- $\sqrt{3}=\sqrt[12]{3^6}=\sqrt[12]{729}$
- $\sqrt[4]{8}=\sqrt[12]{8^3}=\sqrt[12]{512}$

ដោយ $\sqrt[12]{512}<\sqrt[12]{625}<\sqrt[12]{729}$ នោះ: $\sqrt[4]{8}<\sqrt[3]{5}<\sqrt{3}$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt[4]{8}<\sqrt[3]{5}<\sqrt{3}}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

II.

១. គណនា $4^x + 4^{-x}$

យើងមាន $2^x - 2^{-x} = 1$

$$(2^x - 2^{-x})^2 = 1^2$$

$$(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} + (2^{-x})^2 = 1$$

$$2^{2x} - 2 \cdot 2^0 + 2^{-2x} = 1$$

$$2^{2x} + 2^{-2x} = 1 + 2 = 3$$

$$4^x + 4^{-x} = 3$$

ដូចនេះ $4^x + 4^{-x} = 3$

២. គណនា $2^x + 2^{-x}$

យើមាន $(2^x + 2^{-x})^2 = 2^{2x} + 2 + 2^{-2x}$

$$= (4^x + 4^{-x}) + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$\Rightarrow 2^x + 2^{-x} = \sqrt{5}$$

ដូចនេះ $\boxed{2^x + 2^{-x} = \sqrt{5}}$

៣. គណនា $8^x - 8^{-x}$

$$8^x - 8^{-x} = (2^x)^3 - (2^{-x})^3$$

$$= (2^x - 2^{-x})(2^{2x} + 2^x \cdot 2^{-x} + 2^{-2x})$$

$$= (2^x - 2^{-x})(4^x + 4^{-x} + 1)$$

$$= 1 \cdot (3 + 1)$$

$$= 4$$

ដូចនេះ $\boxed{8^x - 8^{-x} = 4}$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

III. ១. រកតម្លៃ $a+b$

យើងមាន $a^2+b^2=13 \Leftrightarrow (a+b)^2-2ab=13$

និង $a^3+b^3=19 \Leftrightarrow (a+b)^3-3ab(a+b)=19$

តាង $x=a+b$ និង $y=ab$

យើងបាន $\begin{cases} x^2-2y=13 & (1) \\ x^3-3xy=19 & (2) \end{cases}$

តាម $(1) \Rightarrow y=\dfrac{x^2-13}{2}$

នោះ (2) យើងបាន $x^3-3x\dfrac{x^2-13}{2}=19$

$$\Leftrightarrow 2x^3-3x^3+39x=38$$

$$\Leftrightarrow x^3-39x+38=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-38)=0$$

- $x-1=0 \Rightarrow x=1$
- $x^2+x-38=0$

  $\Delta=1+152=153$

  $\Rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{153}}{2}$

តែ $a+b=x$ ហើយ $a,b$ ជាចំនួនគត់ នោះ $a+b$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ

$\Rightarrow a+b=x=\dfrac{-1\pm\sqrt{153}}{2}$ មិនយក

ដូចនេះ $\boxed{a+b=1}$

២. រកគូចម្លើយទាំងអស់នៃ $(x,y)$

យើងមានសមីការ $3xy-6x-4y+5=0$

$$\Leftrightarrow 3x(y-2)-4(y-2)-3=0$$

$\Leftrightarrow (y-2)(3x-4)=3$

ដោយ $x\,,y$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $y-2$ និង $3x-4$ ក៏ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ

យើងបាន $(y-2)(3x-4)=3=1\times3=3\times1$

$=(-1)\times(-3)=(-3)\times(-1)$

នោះ $\begin{cases} y-2=1 \\ 3x-4=3 \end{cases}$ $(\mathbf{I})$ ឬ $\begin{cases} y-2=3 \\ 3x-4=1 \end{cases}$ $(\mathbf{II})$

ឬ $\begin{cases} y-2=-1 \\ 3x-4=-3 \end{cases}$ **(III)** ឬ $\begin{cases} y-2=-3 \\ 3x-4=-1 \end{cases}$ **(IV)**

$(\mathbf{I})$ យើងបាន $y=3\,,x=\dfrac{7}{3}$ មិនយកព្រោះ មិនមែនជាចំនួនគត់

នោះ $(\mathbf{I})$ គ្មានគូចម្លើយ

$(\mathbf{II})$យើងបាន $y=5\,,x=\dfrac{5}{3}$ មិនយកព្រោះមិនមែនជាចំនួនគត់

នោះ $(\mathbf{II})$ គ្មានគូចម្លើយ

ម្យ៉ាងទៀត $y$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $y-2\geq1-2=-1$

នោះ $\begin{cases} y-2=-1 \\ 3x-4=-3 \end{cases}$ **(III)** ឬ $\begin{cases} y-2=-3 \\ 3x-4=-1 \end{cases}$ **(IV)** គ្មានគូចម្លើយ

ដូចនេះ សមីការ $3xy-6x-4y+5=0$ គ្មានគូចម្លើយ

៣. រកគូចម្លើយទាំងអស់នៃ $(x,y)$

យើងមានសមីការ $x^2-2x-y^2-4y-8=0$

$\Leftrightarrow (x^2-2x+1)-(y^2+4y+4)=5$

$\Leftrightarrow (x-1)^2-(y+2)^2=5$

$\Leftrightarrow (x-y-3)(x+y+1)=1\times5=5\times1=(-1)\times(-5)=(-5)\times(-1)$

តែ $x\,,y$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $x+y+1\geq3$

យើងបាន $\begin{cases} x-y-3=1 & (1) \\ x+y+1=5 & (2) \end{cases}$

យក $(1)+(2)$ យើងបាន $2x-2=6 \Rightarrow x=4$

តាម $(2) \Rightarrow y=5-4-1=0$

ដូចនេះ គូចម្លើយទាំងអស់នៃ $(x,y)$ គឺ $(x=4\,,\,y=0)$

IV. ប្រៀបធៀប (តើធំជាង ឬ តូចជាង)

១. $\frac{1}{2}$ និង $2ab$

យើងមាន $0<a<b$ និង $a+b=1$

ដោយ $a+b>2\sqrt{ab}$ ចំពោះគ្រប់ $0<a<b$

នោះ $(a+b)^2>4ab \Rightarrow 2ab<\frac{(a+b)^2}{2}$

តែ $a+b=1$ យើងបាន $2ab<\frac{1^2}{2}=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\frac{1}{2}$ ធំជាង $2ab$

២. $2ab$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $a^2+b^2$

យើងមាន $(a-b)^2>0$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ $a<b$

យើងបាន $a^2-2ab+b^2>0 \Rightarrow 2ab<a^2+b^2$

ដូចនេះ $2ab$ តូចជាង $a^2+b^2$

៣. $b$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $a^2+b^2$

យើងមាន $a+b=1 \Rightarrow a=1-b$

យើងបាន $a^2+b^2-b=(1-b)^2+b^2-b$

FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ Facebook.com/TeacherSokPiseth

$$=1-3b+2b^2$$

$$=2(b-1)(b-\frac{1}{2})$$

តែ $0<a<b$ និង $a+b=1$ នោះ $0<a<\frac{1}{2}<b<1$

$$\Rightarrow\ b-1<0\ \&\ b-\frac{1}{2}>0$$

$$\Rightarrow (b-1)\left(b-\frac{1}{2}\right)<0$$

យើងបាន $a^2+b^2-b<0 \Rightarrow b>a^2+b^2$

ដូចនេះ $b$ ធំជាង $a^2+b^2$

៤. $a^2+b^2$ ធំជាង ឬក៏តូចជាង $a^3+b^3$

ដោយ $0<a<\frac{1}{2}<b<1$ នោះ $a^2>a^3$ (1) និង $b^2>b^3$ (2)

បូក (1) និង (2) យើងបាន $a^2+b^2>a^3+b^3$

ដូចនេះ $a^2+b^2$ ធំជាង $a^3+b^3$

របៀបម្យ៉ាងទៀត

យើងមាន $a^2+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=1\cdot\left(a^2+b^2-ab\right)$

ដោយ $0<a<b \Rightarrow ab>0 \Rightarrow -ab<0$

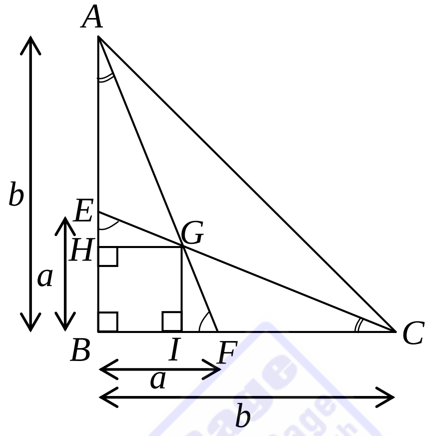
នោះ $a^2+b^2-ab<a^2+b^2$

យើងបាន $a^3+b^3=a^2+b^2-ab<a^2+b^2$

ដូចនេះ $a^2+b^2$ ធំជាង $a^3+b^3$

Facebook Page
Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

V. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $AGC$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $b$




តាង $E$ និង $F$ ជាចំណុចនៅលើជ្រុង $BA$ និង $BC$ រៀងគ្នាដែល

$BE=BF=a$

ក្នុងត្រីកោណ $BAF$ និង $BCE$ មាន

$BA=BC=b$ ( សម្មតិកម្ម )

$\angle B=90^o$ ជាមុំរួម

$BE=BF=a$ (សមតិកម្ម )

នោះ $\Delta BAF\cong\Delta BCE$ តាមករណី ជ.ម.ជ

វិបាក $AF=CE$ $\angle BAF=\angle BCE$ និង

$\angle AFB=\angle CEB \Leftrightarrow 180^o-\angle GFC=180^o-\angle GEA$

$$\Rightarrow \angle GEA=\angle GFC$$

ក្នុងត្រីកោណ $GEA$ និង $GFC$ មាន៖

$\angle GCF=\angle GAE$ (វិបាកខាងលើ)

$AE=CF=b-a$

$\angle GEA=\angle GFC$ ( សម្រាយខាងលើ )

នោះ $\Delta GAE \cong \Delta GCF$ តាមករណីដំណូច ម.ជ.ម

វិបាក $GE = GF$

តាង $H$ និង $I$ ជាចំណោលកែងនៃ $G$ លើជ្រុង $AB$ និង $BC$ រៀងគ្នា

នោះ ត្រីកោណកែង $GIF$ និង $GHE$ មាន $GE = GF$ និង

$\angle GEH = \angle GFI$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា

វិបាក ៖ $GH = GI$

តាង $GH = GI = x$

ត្រីកោណកែ ង $ABF$ មាន $GI \parallel AB$ យើងបាន $\dfrac{GI}{AB} = \dfrac{IF}{BF}$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{b} = \frac{a-x}{a}$$

$$\Rightarrow x = \frac{ab}{a+b}$$

នោះ $GH = GI = x = \dfrac{ab}{a+b}$

យើងបាន $S_{AGC} = S_{AFC} - S_{GFC}$

$$= \frac{1}{2} FC \times AB - \frac{1}{2} FC \times GH$$

$$= \frac{1}{2}(b-a)b - \frac{1}{2}(b-a) \cdot \frac{ab}{a+b}$$

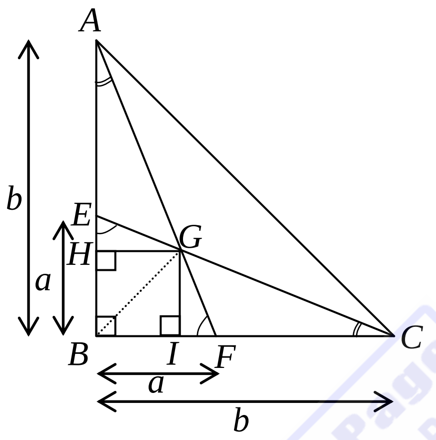
$$= \frac{1}{2} b(b-a)\left(1 - \frac{a}{a+b}\right)$$

$$= \frac{b^2(b-a)}{2(a+b)}$$

ដូចនេះ $\boxed{= \dfrac{b^2(b-a)}{2(a+b)}}$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page! www.Facebook.com/TeacherSokPiseth

របៀបម្យ៉ាងទៀត




តាង $E$ និង $F$ ជាចំណុចនៅលើជ្រុង $BA$ និង $BC$ រៀងគ្នាដែល
$BE = BF = a$
ត្រីកោណកែង $ABC$ មាន $AB = BC = b$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត
នោះ $\angle BAC = \angle BCA = 45^o$
$\Delta BAF$ និង $\Delta BEC$ មាន

$AB = BC = a$ ( សមតិកម្ម )

$\angle B = 90^o$ ជាមុំរួម

$BF = BE = a$ ( សមតិកម្ម )

នោះ $\Delta BAF \cong \Delta BEC$ តាមករណីដំណូច ជ.ម.ជ
វិបាក ៖ $AF = CE$ , $\angle BFA = \angle BEC$ និង $\angle BAF = \angle BCE$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត ត្រីកោណកែង $ABC$ មាន $AB = BC = b$
ជាត្រីកោណកែងសមបាត នោះ $\angle BAC = \angle BCA$ (2)

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

យក $(2)-(1)$ យើងបាន $\angle GAC=\angle GCA \Rightarrow \Delta AGC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $G$

វិបាក ៖ $GA=GC$ តែ $AF=CE$ នាំឱ្យ $GF=GE$

តាម $G$ គូស $GH\perp AB$ និង $GI\perp BC$

នោះ ត្រីកោណកែង $GIF$ និង $GHE$ មាន $GE=GF$ និង $\angle GEH=\angle GFI$ ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា

វិបាក ៖ $GH=GI$

តាង $GH=GI=x$

នោះ ត្រីកោណកែង $ABF$ និង មាន $GI\parallel AB$ យើងបាន

$$\frac{GI}{AB}=\frac{IF}{BF}\Leftrightarrow\frac{x}{b}=\frac{a-x}{a}\Rightarrow x=\frac{ab}{a+b}$$

យើងបាន $S_{AGC}=S_{ABC}-S_{AGB}-S_{BGC}$

$$=\frac{AB\times AC}{2}-\frac{AB\times GH}{2}-\frac{BC\times GI}{2}$$

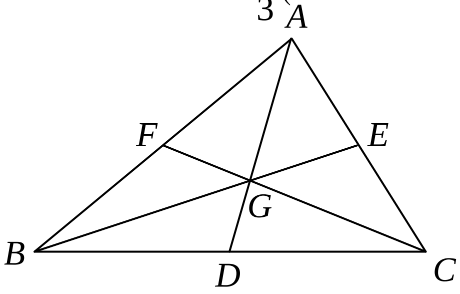
$$=\frac{b\cdot b}{2}-\frac{b\cdot\frac{ab}{a+b}}{2}-\frac{b\cdot\frac{ab}{a+b}}{2}$$

$$=\frac{b^2}{2}\left(1-\frac{2a}{a+b}\right)$$

$$=\frac{b^2}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$$

ដូចនេះ $$\boxed{S_{AGC}=\frac{b^2}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)}$$

VI. បង្ហាញថា $AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)$




យើងមាន $AD, BE$ និង $CF$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ $ABC$ នោះ

$DB=DC$ , $EA=EC$ , $FA=FB$

តាង $G$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យានទាំងបី

នោះ $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ $\Delta ABC$

យើងបាន $GA=\frac{2}{3}AD$ , $GB=\frac{2}{3}BE$ , $GC=\frac{2}{3}CF$

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណយើងបាន ៖

- ★ ក្នុងត្រីកោណ $AGB$ យើងបាន $AB<GA+GB$ (1)
- ★ ក្នុងត្រីកោណ $BGC$ យើងបាន $BC<GB+GC$ (2)
- ★ ក្នុងត្រីកោណ $AGC$ យើងបាន $CA<GA+GC$ (3)

បូក (1) , (2) និង (3) យើងបាន

$AB+BC+CA<2(GA+GB+GC)$

តែ $GA=\frac{2}{3}AD$ , $GB=\frac{2}{3}BE$ , $GF=\frac{2}{3}CF$

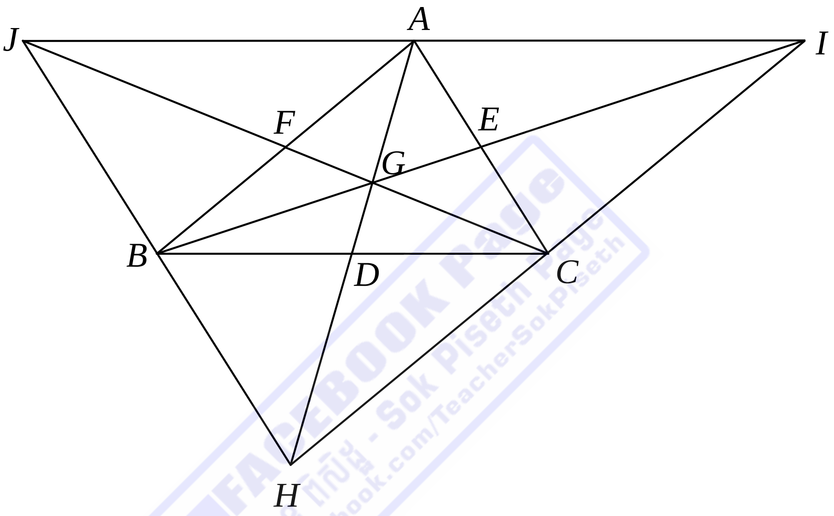
យើងបាន $AB+BC+CA<2\left(\frac{2}{3}AD+\frac{2}{3}BE+\frac{2}{3}CF\right)$

$$\Rightarrow AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)$$

ដូចនេះ $$AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)$$

☞ **បន្ថែម**

បង្ហាថា $AD+BE+CF<AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)$




FACEBOOK Page - Sok Pisetch
Facebook.com/TeacherSokPisetch

យើងមាន $AD, BE$ និង $CF$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ $ABC$ នោះ

$DB=DC$ , $EA=EC$ , $FA=FB$

តាង $G$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យានទាំងបី

នោះ $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ $\Delta ABC$

យើងបាន $GA=\frac{2}{3}AD$ , $GB=\frac{2}{3}BE$ , $GF=\frac{2}{3}CF$

☞ តាម $D$ បន្លាយជ្រុង $AD$ ខាង $D$ ឱ្យបាន $DH=AD$

នោះចតុកោណ $ABHC$ ជាប្រលេឡូក្រាម $\Rightarrow BH=AC$ , $CH=AB$

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ $ABH$ យើងបាន

$AH < AB + BH \Rightarrow 2AD < AB + AC \quad (1)$

☞ តាម $E$ បន្លាយជ្រុង $BE$ ខាង $E$ ឱ្យបាន $EI = BE$

នោះចតុកោណ $ABCI$ ជាប្រលេឡូក្រាម នោះ $AI = BC$ , $CI = AB$

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ $ABI$ យើងបាន

$BI < AB + AI \Rightarrow 2BE < AB + AC \quad (2)$

☞ តាម $F$ បន្លាយជ្រុង $CF$ ខាង $F$ ឱ្យបាន $FJ = CF$

នោះចតុកោណ $ACBJ$ ជាប្រលេឡូក្រាម

នោះ $AJ = BC$ , $BJ = AC$

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ $BCJ$ យើងបាន

$CJ < BJ + BC \Rightarrow 2CF < AC + BC \quad (3)$

បូក $(1), (2)$ និង $(3)$ យើងបាន

$2(AD + BE + CF) < 2(AB + BC + AC)$

$$\Rightarrow AD + BE + CF < AB + BC + CA \quad (*)$$

ម្យ៉ាងទៀត $GA = \frac{2}{3}AD$ , $GB = \frac{2}{3}BE$ , $GC = \frac{2}{3}CF$ នោះ ៖

- $AB < AG + GB = \frac{2}{3}(AD + BE) \quad (\text{i})$
- $BC < BG + GC = \frac{2}{3}(BE + CF) \quad (ii)$
- $CA < CG + GA = \frac{2}{3}(CF + AD) \quad (iii)$

បូក $(i), (\text{ii})$ និង $(iii)$ យើងបាន

$$AB + BC + CA < \frac{4}{3}(AD + BE + CF) \quad (**)$$

FACEBOOK Page
Sok Piseth Page
facebook.com/TeacherSokPiseth

តាម (*) និង (**) យើងបាន

$$AD+BE+CF<AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)$$

ដូចនេះ $\boxed{AD+BE+CF<AB+BC+CA<\frac{4}{3}(AD+BE+CF)}$

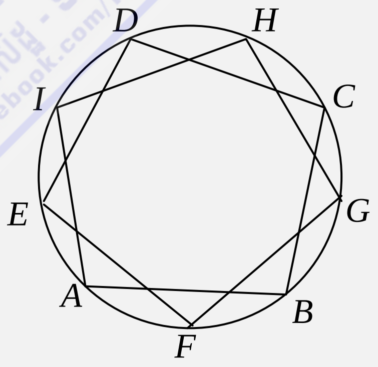
FACEBOOK Page
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth

# លំហាត់ជ្រើសរើស សម្រាប់សិស្សពូកែថ្នាក់ទី៩

លំហាត់ទី១៖គណនាផលបូកមុំផ្កាយ:

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle I$

នៃរូបខាងក្រោម:

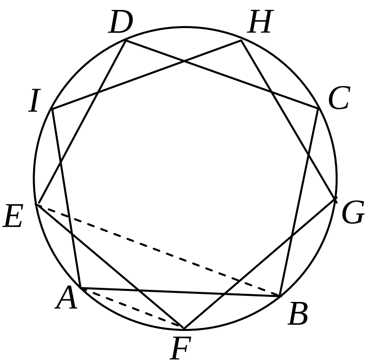



FACEBOOK Page សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth

ចម្លើយ

គណនាផលបូកមុំផ្កាយ

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle I$




គូសភ្ជាប់ $AF$ និង $BE$ គេបាន ៖

$$\angle A = \angle IAF - \angle BAF \quad , \quad \angle F = \angle AFG - \angle EFA$$

$$\angle E = \angle DEB + \angle BEF \quad , \quad \angle B = \angle CBE + \angle EBA$$

គេបាន $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I$

$$= (\angle IAF - \angle BAF) + (\angle CBE + \angle EBA) + \angle C + \angle D$$
$$+ (\angle DEB + \angle BEF) + (\angle AFG - \angle EFA) + \angle G + \angle H + \angle I$$
$$= \angle IAF + \angle AFG - (\angle BAF + \angle EFA) + \angle DEB + \angle CBE$$
$$+ (\angle BEF + \angle EBA) + \angle C + \angle D + \angle G + \angle H + \angle I$$

តែ $\angle BAF + \angle EFA = \angle BEF + \angle BEA$ គេបាន៖

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I$$
$$= \angle IAF + \angle AFG + \angle DEB + \angle CBE + \angle C + \angle D + \angle G + \angle H + \angle I$$
$$= \angle IAF + \angle AFG + \angle G + \angle H + \angle I + \angle DEB + \angle CBE + \angle C + \angle D$$

ដោយ $\angle IAF + \angle AFG + \angle G + \angle H + \angle I = 540^o$

( ផលបូកមុំក្នុងបញ្ចកោណ )

និង $\angle DEB + \angle CBE + \angle C + \angle D = 360^o$

( ផលបូកមុំក្នុងចតុកោណ )

គេបាន $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I = 540^o + 360^o = 900^o$

ដូចនេះ $\boxed{\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I = 900^o}$

លំហាត់ទី២៖ គេឱ្យ $f(x)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ ចំពោះ $a>0$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$ ។

ខ. គណនាផលបូក

$$S_{2012}=f\left(\frac{1}{2013}\right)+f\left(\frac{2}{2013}\right)+f\left(\frac{3}{2013}\right)+\cdots+f\left(\frac{2012}{2013}\right)$$

គ. គណនាផលបូក

$$S_{2013}=f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{3}{2014}\right)+\cdots+f\left(\frac{2013}{2014}\right)$$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

## ចម្លើយ

ក. គណនា $f(x)+f(y)$

គេមាន $f(x)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ ហើយ $x+y=1\Rightarrow y=1-x$

នោះ $f(y)=\dfrac{a^y}{a^y+\sqrt{a}}=\dfrac{a^{1-x}}{a^{1-x}+\sqrt{a}}$

គេបាន $f(x)+f(y)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}+\dfrac{a^{1-x}}{a^{1-x}+\sqrt{a}}$

$$=\frac{a^x\left(a^{1-x}+\sqrt{a}\right)+a^{1-x}\left(a^x+\sqrt{a}\right)}{(a^x+\sqrt{a})(a^{1-x}+\sqrt{a})}$$

$$=\frac{a+a^x\sqrt{a}+a+a^{1-x}\sqrt{a}}{a+a^x\sqrt{a}+a^{1-x}\sqrt{a}+a}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{f(x)+f(y)=1}$

ខ. គណនា

$$S=f\left(\frac{1}{2013}\right)+f\left(\frac{2}{2013}\right)+f\left(\frac{3}{2013}\right)+\cdots+f\left(\frac{2012}{2013}\right)$$

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $f(x)+f(y)=1$ ចំពោះ $x+y=1$

ហើយ $\frac{1}{2013}+\frac{2012}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{1}{2013}\right)+f\left(\frac{2012}{2013}\right)=1$

$$\frac{2}{2013}+\frac{2011}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{2}{2013}\right)+f\left(\frac{2011}{2013}\right)=1$$

$$\frac{3}{2013}+\frac{2010}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{3}{2013}\right)+f\left(\frac{2010}{2013}\right)=1$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{1006}{2013}+\frac{1007}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{1006}{2013}\right)+f\left(\frac{1007}{2013}\right)=1$$

គេបាន $S=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{1006\text{ដង}}=1006$

ដូចនេះ: $\boxed{S_{2012}=1006}$

គ. គណនាផលបូក

$$S_{2013}=f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{3}{2014}\right)+\cdots+f\left(\frac{2013}{2014}\right)$$

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $f(x)+f(y)=1$ ចំពោះ $x+y=1$

ហើយ $\frac{1}{2014}+\frac{2013}{2014}=1\Rightarrow f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2013}{2014}\right)=1$

$$\frac{2}{2014}+\frac{2012}{2014}=1\Rightarrow f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{2012}{2014}\right)=1$$

$$\frac{3}{2014}+\frac{2011}{2014}=1 \Rightarrow f\left(\frac{3}{2014}\right)+f\left(\frac{2011}{2014}\right)=1$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{1006}{2014}+\frac{1008}{2014}=1 \Rightarrow f\left(\frac{1006}{2014}\right)+f\left(\frac{1008}{2014}\right)=1$$

និង $f\left(\frac{1007}{2014}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}=\frac{1}{2}$

គេបាន $S_{2013}=\left[f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2013}{2014}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{2012}{2014}\right)\right]+\cdots$

$$+\left[f\left(\frac{1006}{2014}\right)+f\left(\frac{1008}{2014}\right)\right]+f\left(\frac{1007}{2014}\right)$$

$$S_{2013}=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{1006\text{ដង}}+\frac{1}{2}=1006+\frac{1}{2}=\frac{2013}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{2013}=\frac{2013}{2}}$

Facebook Page - Sok Pisethe - ពិសិដ្ឋ សុខ - Facebook.com/TeacherSokPiseth

ជាទូទៅ៖

គេមាន $f(x)+f(y)=1$ ចំពោះ $x+y=1$

យើងសង្កេតឃើញថា $S_{2012}=1006=\frac{2012}{2}$ , $S_{2013}=\frac{2013}{2}$

ហើយ $S_1=f\left(\frac{1007}{2014}\right)=\frac{1}{2}$ នោះយើងទាញបានជាទូទៅ:

$\boxed{S_n=\frac{n}{2}}$ ចំពោះ $S_n=f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{2}{n+1}\right)+\cdots f\left(\frac{n}{n+1}\right)$

ដែល $f(x)=\frac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ $(a>0)$ ក្នុងលក្ខខណ្ឌ $x+y=1$

លំហាត់ទី៣៖ គេឱ្យ $x^2+y^2=1$ និង $bx^2=ay^2$ ដែល $a\neq 0\,,b\neq 0$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}$ ។

## ចម្លើយ

គេមាន $bx^2=ay^2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a}=\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{x^2+y^2}{a+b}$

ដោយ $x^2+y^2=1$ នោះ $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}$

គេបាន $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow \dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}$ (1)

$\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow \dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}$ (2)

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (1) និង (2)

គេបាន $\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}+\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}$

ដូចនេះ៖ $\boxed{\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}}$

លំហាត់ទី៤៖ គេឱ្យ $\dfrac{x^4}{a}+\dfrac{y^4}{b}=\dfrac{1}{a+b}$ និង $x^2+y^2=1$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}$ ។

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

# ចម្លើយ

គេមាន $\dfrac{x^4}{a}+\dfrac{y^4}{b}=\dfrac{1}{a+b}$

$$\frac{bx^4+ay^4}{ab}=\frac{1}{a+b}$$

$$(a+b)(bx^4+ay^4)=ab$$

$$abx^4+a^2y^4+b^2x^4+aby^4=ab$$

$$(ay^2)^2+(bx^2)^2-2abx^2y^2-ab(x^4+y^4)=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2-ab\left[(x^2+y^2)^2-2x^2y^2\right]=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2-ab(1^2-2x^2y^2)=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2-ab+2abx^2y^2=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2=0$$

$$ay^2-bx^2=0$$

$$ay^2=bx^2$$

$$\frac{x^2}{a}=\frac{y^2}{b}=\frac{x^2+y^2}{a+b}=\frac{1}{a+b}$$

គេបាន $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}$ (1)

$\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}$ (2)

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (1) និង (2) គេបាន៖

$$\frac{x^{2014}}{a^{1007}}+\frac{y^{2014}}{b^{1007}}=\frac{1}{(a+b)^{1007}}+\frac{1}{(a+b)^{1007}}=\frac{2}{(a+b)^{1007}}$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}}$

FACEBOOK Page Sok Piseth facebook.com/TeacherSokPiseth

លំហាត់ទី៥៖ គេឱ្យ $ax^{2014}=by^{2014}=cz^{2014}$ និង $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$ ។

## ចម្លើយ

តាង $ax^{2014}=by^{2014}=cz^{2014}=t$

នោះ $\begin{cases} ax^{2013}=\dfrac{t}{x} \\ by^{2013}=\dfrac{t}{y} \\ cz^{2013}=\dfrac{t}{z} \end{cases}$

គេបាន $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{\frac{t}{x}+\frac{t}{y}+\frac{t}{z}}$

$$=\sqrt[2014]{t\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)}$$

$$=\sqrt[2014]{t\cdot 1}$$ (ព្រោះ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$ )

$$=1\cdot\sqrt[2014]{t}$$

$$=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\sqrt[2014]{t}$$

$$=\frac{\sqrt[2014]{t}}{x}+\frac{\sqrt[2014]{t}}{y}+\frac{\sqrt[2014]{t}}{z}$$

$$=\sqrt[2014]{\frac{ax^{2014}}{x^{2014}}}+\sqrt[2014]{\frac{by^{2014}}{y^{2014}}}+\sqrt[2014]{\frac{cz^{2014}}{z^{2014}}}$$

$=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$ ពិត

FACEBOOK Page - Sok Piseth Page - facebook.com/TeacherSokPiseth

ដូចនេះ $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$

របៀបម្យ៉ាងទៀត៖

តាង $ax^{2014}=by^{2014}=cz^{2014}=t$

នោះ $\begin{cases} ax^{2013}=\dfrac{t}{x} \\ by^{2013}=\dfrac{t}{y} \\ cz^{2013}=\dfrac{t}{z} \end{cases}$ និង $\begin{cases} a=\dfrac{t}{x^{2014}} \\ b=\dfrac{t}{y^{2014}} \\ c=\dfrac{t}{z^{2014}} \end{cases}$

គេបាន $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{\dfrac{t}{x}+\dfrac{t}{y}+\dfrac{t}{z}}$

$$=\sqrt[2014]{t\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)}$$

$$=\sqrt[2014]{t}\quad(1)$$

( ព្រោះ៖ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$ )

ហើយ $\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}=\sqrt[2014]{\dfrac{t}{x^{2014}}}+\sqrt[2014]{\dfrac{t}{y^{2014}}}+\sqrt[2014]{\dfrac{t}{z^{2014}}}$

$$=\frac{1}{x}\sqrt[2014]{t}+\frac{1}{y}\sqrt[2014]{t}+\frac{1}{z}\sqrt[2014]{t}$$

$$=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\sqrt[2014]{t}$$

$$=\sqrt[2014]{t}\quad(2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន៖

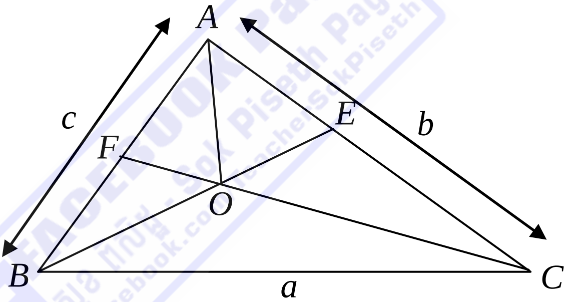
$$\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{t}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$$

FACEBOOK Page ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Facebook.com/TeacherSokPiseth

ដូចនេះ $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$

លំហាត់ទី៦ ៖គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $BC=a$ , $AC=b$ និង $AB=c$ ។ កន្លះបន្ទាត់ប៉ះ $[BE)$ និង $[CF)$ កាត់គ្នាត្រង់ $O$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $2\cdot BO\cdot CO=BE\cdot CF$ នោះត្រីកោណ $ABC$ គឺជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ។

ចម្លើយ




គេមាន $[BE)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $B$

នោះ $\frac{EA}{EC}=\frac{BA}{BC}=\frac{c}{a}$

ឬ $\frac{EA}{c}=\frac{EC}{a}=\frac{EA+EC}{c+a}=\frac{AC}{a+c}=\frac{b}{a+c}$

$\frac{EA}{c}=\frac{b}{a+c}\Rightarrow EA=\frac{bc}{a+c}$

$\frac{EC}{a}=\frac{b}{a+c}\Rightarrow EC=\frac{ab}{a+c}$

ម្យ៉ាងទៀត កន្លះបន្ទាត់ប៉ះ $[BE)$ និង $[CF)$ កាត់គ្នាត្រង់ $O$

នោះ $[AO)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $A$

ក្នុងត្រីកោណ $ABE$ មាន $[AO)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ

គេបាន $\dfrac{OE}{OB}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{bc}{a+c}}{c}=\dfrac{b}{a+c}$

ឬ $\dfrac{OE}{OB}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{bc}{a+c}}{c}=\dfrac{b}{a+c}$

$\dfrac{OE}{b}=\dfrac{OB}{a+c}=\dfrac{OE+OB}{b+a+c}=\dfrac{BE}{a+b+C}$

ឬ $\dfrac{OB}{BE}=\dfrac{a+c}{a+b+c}$ (1)

ដោយ $[CF)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle C$ គេបាន:

$\dfrac{FA}{FB}=\dfrac{CA}{CB}=\dfrac{b}{a}$ ឬ $\dfrac{FA}{b}=\dfrac{FB}{a}=\dfrac{FA+AB}{b+a}=\dfrac{AB}{a+b}=\dfrac{c}{a+b}$

$$\Rightarrow FB=\frac{ac}{a+b}$$

ម្យ៉ាងទៀត ក្នុង $\Delta BFC$ មានកន្លះបន្ទាត់ពុះ $[OB)$ គេបាន:

$\dfrac{OF}{OC}=\dfrac{BF}{BC}=\dfrac{\frac{ac}{a+b}}{a}=\dfrac{c}{a+b}$

ឬ $\dfrac{OF}{c}=\dfrac{OC}{a+b}=\dfrac{OF+OC}{c+a+b}=\dfrac{FC}{a+b+c}$

ឬ $\dfrac{OC}{FC}=\dfrac{a+b}{a+b+c}$ (2)

ដោយ $2\cdot BO\cdot CO=BE\cdot CF$

នោះ $2\cdot\dfrac{CO}{CF}\cdot\dfrac{BO}{BE}=1$

$$2\cdot\frac{a+b}{a+b+c}\cdot\frac{a+c}{a+b+c}=1$$

FACEBOOK Page - Sok Piseth Teacher - facebook.com/TeacherSokPiseth

$$2(a+b)(a+c)=(a+b+c)^2$$

$$2a^2+2ac+2ab+2bc=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$

$$\Rightarrow a^2=b^2+c^2$$

ឬ $BC^2=AC^2+AB^2 \Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$

ដូចនេះ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

លំហាត់ទី៧៖គេឱ្យ $a\,,b\,,c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $abc=1$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\dfrac{1}{1+a+ab}+\dfrac{1}{1+b+bc}+\dfrac{1}{1+c+ac}=1$

## ចម្លើយ

គេមាន $abc=1$

គេបាន $\dfrac{1}{1+a+ab}+\dfrac{1}{1+b+bc}+\dfrac{1}{1+c+ac}$

$$=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{a}{a+ab+abc}+\frac{ab}{ab+abc+ab\cdot ac}$$

$$=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{a}{1+a+ab}+\frac{ab}{1+a+ab}$$

$=\dfrac{1+a+ab}{1+a+ab}=1$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{1}{1+a+ab}+\dfrac{1}{1+b+bc}+\dfrac{1}{1+c+ac}=1}$

លំហាត់ទី៨៖ បង្ហាញថា $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$

FACEBOOK Page Sok Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

## ចម្លើយ

តាង $A=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

គេបាន $\dfrac{A}{\sqrt{2}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{4}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{4}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}+\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}$$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}+1}+\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$

$$=\frac{6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3+6+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-3}{9-3}$$

$$=1$$

$$\Rightarrow A=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}}$

**លំហាត់ទី៩៖** គណនា: $A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}$

$$B=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}}$$

$$C=\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{\cdots}}}}$$

ចម្លើយ

$$A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}\quad (A>2)$$

$$A^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}$$

$$A^2=6+A$$

$$A^2-A-6=0$$

$$(A-3)(A+2)=0$$

$\Rightarrow A=3,\quad A=-2<0$ ( មិនយក )

ដូចនេះ $\boxed{A=3}$

$$B=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}}\quad (B>2)$$

$$B^2=3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}$$

$$B^4=9\cdot 5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}}$$

$$B^4=45B$$

$B^3=45\Rightarrow B=\sqrt[3]{45}$ ( ព្រោះ $B>2$ )

ដូចនេះ $\boxed{B=\sqrt[3]{45}}$

$$C=\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{\cdots}}}}$$

$$C^2=2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{\cdots}}}$$

$$C^2=2013+2012C$$

$$C^2-2012C-2013=0$$

$$(C+1)(C-2013)=0$$

$\Rightarrow C=-1<0$ ( មិនយក ) , $C=2013$

ដូចនេះ $\boxed{C=2013}$

FACEBOOK Page Piseth Page facebook.com/TeacherSokPiseth

លំហាត់ទី១០៖

ក. កំណត់តម្លៃ $x$ និង $y$ ដើម្បីឱ្យ $x+y=120$ និង $PGCD(x\,,\,y)=40$ ។

ខ. រកតម្លៃលេខនៅខ្ទង់ $x$ និង $y$ ដើម្បីឱ្យ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង $45$ ។

## ចម្លើយ

ក. កំណត់តម្លៃ $x$ និង $y$

គេមាន $x+y=120 \quad (1)$

ដោយ $PGCD(x\,,\,y)=40$ នោះតាង $x=40a$ និង $y=40b$

ដែល $a$ និង $b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា

នោះ $(1)$ គេបាន $40a+40b=120$

ឬ $a+b=3$

នោះ $a+b=1+2$ ឬ $a+b=2+1$

$\Rightarrow a=1\,,b=2$ ឬ $a=2,b=1$

- បើ $a=1\,,b=2$ គេបាន $x=40\cdot 1=40$ និង $y=40\cdot 2=80$
- បើ $a=2,b=1$ គេបាន $x=40\cdot 2=80$ និង $y=40\cdot 1=40$

ដូចនេះ $x=40\,,\,y=80$ ឬ $x=80\,,\,y=40$

ខ. រកតម្លៃលេខនៅខ្ទង់ $x$ និង $y$ ដើម្បីឱ្យ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង $45$

ដោយ $45=5\times 9$ ដែល $(5\,,9)=1$

នោះ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង $45$ កាលណា:

$\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង $5$ ផង និង $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង $9$ ផង

FACEBOOK Page លោកគ្រូ សុខ ពិសិដ្ឋ facebook.com/TeacherSokPiseth

➢ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 5 កាលណាលេខខាងចុង $y=0$ ឬ $y=5$

☞ បើ $y=0$ គេបាន ៖

★ ចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 9 កាលណា:

$1+3+5+x+4+0$ ចែកដាច់នឹង 9

$9+4+x$ ចែកដាច់នឹង 9

$4+x$ ចែកដាច់នឹង 9

$4+x=9k \Rightarrow x=9k-4$

$k=1 \Rightarrow x=9-4=5$

(ព្រោះ $0\le x\le 9$ និង $x$ ជាចំនួនគត់)

☞ បើ $y=5$ គេបាន ៖

★ ចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 9 កាលណា:

$1+3+5+x+4+5$ ចែកដាច់នឹង 9

$18+x$ ចែកដាច់នឹង 9

$x$ ចែកដាច់នឹង 9

$x=9k$

$k=0 \Rightarrow x=9\cdot 0=0$

$k=1 \Rightarrow x=9\cdot 1=9$

ដូចនេះ លេខនៅខ្ទង់ $x$ និង $y$ គឺ $(x=5, y=0)$ , $(x=0, y=5)$ , $(x=9, y=5)$

ហើយចំនួននោះគឺ 135540 , 135045 , 135945