ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

# គណិតវិទ្យា




## ថ្នាក់ទី ៩

អាន. គិត. យល់

នៅក្នុងសៀវភៅនេះរួមមាន :

- សន្ទេបរូបមន្ត និងទ្រឹស្តីបទ
- កំណែគ្រប់លំហាត់ប្រតិបត្តិ
- កំណែលំហាត់តាមមេរៀន
- តេស្តគណិតវិទ្យាកម្រិតអន្តរជាតិ
- វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងឌីសប្លូម
- វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងសិស្សពូកែ
- លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ
- ការបន្ថែមជូនពិសេសនិងល្អៗ ...


រៀបរៀងដោយយុវនិស្សិត : ប្រើស ដារ៉ា
គ្រូបង្រៀនឯកទេស គណិតវិទ្យា នៃវិទ្យាល័យ ហ៊ុន សែន ក្រោលគោ
Tel: 011 50 70 65 / 0977 65 70 50. E-mail : dara_st04@yahoo.com


សុខភាព ➡ ចំណេះដឹង ➡ ជោគជ័យ ➡ សុភមង្គល


ឆ្នាំពុម្ពលើកទី១ : ១២/១២/១២




# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. យល់




## នៅក្នុងសៀវភៅនេះរួមមាន :

- សន្ទេបរូបមន្ត និងទ្រឹស្តីបទ
- កំណែត្រប់លំហាត់ប្រតិបត្តិ
- កំណែលំហាត់តាមមេរៀន
- តេស្តគណិតវិទ្យាកម្រិតអន្តរជាតិ
- វិញ្ញាសាឆ្លាប់ចេញប្រឡងឌីសម្លឹម
- វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងសិស្សពូកែ
- លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ
- ការបន្ថែមជូនពិសេសនិងល្អៗ ...



## គណៈកម្មការចូលរួមដើម្បីផលិតសៀវភៅនេះរួមមាន:

| | | |
|---|---|---|
| **I.** | **រៀបចំផែនការ និងគម្រោងដោយ** : | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |
| **II.** | **ស្រាវជ្រាវឯកសារដោយ** : | លោក អាន សុខគន្ធា |
| | | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |
| **III.** | **និពន្ធ និងរៀបរៀងដោយ** : | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |
| **IV.** | **រចនាទំព័រ និងក្រមដោយ** : | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |
| **V.** | **ទាយអត្ថបទដោយ** : | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |
| **VI.** | **បញ្ចូលរូបភាព និងគូសរូបដោយ** : | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |
| **VII.** | **ត្រួតពិនិត្យដោយ** : | លោក អាន សុខគន្ធា |
| | | កញ្ញា ផល ស្រីជា |
| | | លោក ប្រើស ដាវ៉ា |

បានបោះពុម្ពលើកទី១ នៅថ្ងៃទី ១២ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០១២ ដើម្បីអ្នកសិក្សាទូទៅ ជាពិសេស គឺសម្រាប់គ្រូ និងសិស្ស ដែលបង្រៀន និងរៀននៅថ្នាក់ទី៩ ។

ផ្តល់សិទ្ធិថតចម្លងសម្រាប់តែការសិក្សាប៉ុណ្ណោះ

រក្សាសិទ្ធិ © ដោយយុវនិស្សិត ប្រើស ដាវ៉ា

បោះពុម្ពលើកទី១ ចំនួន ២០ ក្បាល ដោយរោងពុម្ព ស៊ី.យូ (C.U)

**ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០១២**

## <u>អារម្ភកថា</u>

សួស្តី លោកគ្រូអ្នកគ្រូ ប្អូនៗសិស្សានុសិស្ស និងមិត្តអ្នកសិក្សាទូទៅគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ជាទីគោរពស្រឡាញ់រាប់អាន។ មនុស្សម្នាក់ៗដែលបានកើតមកហើយ តែងតែចង់បាននូវសុភមង្គលទៅតាមមហិចតារបស់គេរៀងៗខ្លួន ហើយដើម្បីទទួលបានសុភមង្គល លុះត្រាតែគេមានភាពជោគជ័យក្នុងដំណើរជីវិតរបស់គេ។ យ៉ាងណាមិញ ខ្ញុំក៏មិនខុសប្លែកពីនាក់ទាំងនោះដែរ គឺខ្ញុំចង់បានដំណើរជីវិតជោគជ័យទៅថ្ងៃអនាគត។ សព្វថ្ងៃនេះខ្ញុំជាគ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាម្នាក់ ដូចនេះខ្ញុំបានខិតខំស្រាវជ្រាវ និងសរសេរមេរៀនដែលទាក់ទងនឹងគណិតវិទ្យាជាច្រើន ជាក់ស្តែងដូចជាសៀវភៅ ដែលអ្នកកំពុងកាន់អានក្នុងដៃនេះ គឺជាគម្រោងធំទី៤ ហើយសៀវភៅនេះមានឈ្មោះថា " **គណិតវិទ្យា អាន. គិត. យល់ ថ្នាក់ទី៩** " ។ ចរិតលក្ខណៈនៃសៀវភៅនេះ គឺប្រមូលផ្តុំមេរៀន លំហាត់ វិញ្ញាសា និងចំណុចផ្សេងៗដែលទាក់ទងនឹងគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ ។

ទោះបីជាខ្ញុំបានត្រួតពិនិត្យមុនពេលបោះពុម្ព និងបានបោះពុម្ពសាកល្បងដើម្បីត្រួតពិនិត្យយ៉ាងយកចិត្តទុកដាក់យ៉ាងណាក៏ដោយក៏មិនអាចធ្វើឱ្យសៀវភៅនេះមានភាពល្អឥតខ្ចោះបានឡើយ ដូចនេះខ្ញុំជឿជាក់ថាវានឹងមានកំហុស នេះគឺដោយសារចំណេះដឹងនៅមានកម្រិត ទាំងផ្នែកបច្ចេកទេសគរុកោសល្យ អក្ខរាវិរុទ្ធ រចនាបថ និងបច្ចេកទេសកុំព្យូទ័រ ឬរឿងរាវបច្ចេកទេសផ្សេងៗទៀត។ តែខ្ញុំ គិតថាកំហុសនោះ គឺតិចតួចប៉ុណ្ណោះបើធៀបនឹងទំហំសៀវភៅនេះ។ ទោះបីជាមានកំហុសឆ្គងយ៉ាងដូចម្តេចក៏ដោយ សូមមិត្តអ្នកអានមេត្តាអធ្យាស្រ័យ អភ័យទោស ដល់ខ្ញុំផង ហើយខ្ញុំសូមរងចាំ ការរិះគន់យ៉ាងវែកឆាយ ពីសំណាក់មិត្តអ្នកអានគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានទាំងអស់ ដើម្បីឱ្យការបោះពុម្ព សៀវភៅនេះលើកក្រោយ កាន់តែប្រសើរជាងមុន។

ខ្ញុំដែលជាអ្នករៀបរៀងសង្ឃឹមថា លោកអ្នកមិត្តអ្នកអាននឹងប្រើប្រាស់សៀវភៅនេះ ធ្វើជាឯកសារជំនួយក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា មិនមែនប្រើប្រាស់សៀវភៅនេះ ដើម្បីបើកចមួងពេលប្រឡងឡើយ។ សូមមិត្តអ្នកអានប្រឹងប្រែងបន្តទៀត ដើម្បីធ្វើឱ្យគណិតវិទ្យាកម្ពុជាមានភាពរីកចម្រើន ដោយសារសម្បូរអ្នកមានចំណេះដឹងផ្នែកគណិតវិទ្យា។

សូមមិត្តអ្នកអាន មានសុខភាពល្អ សុវត្ថិភាពគ្រប់ពេល ហើយរៀនសូត្របានពូកែ និងទទួលបានជោគជ័យក្នុងដំណើរជីវិត ។

ស្វាយរៀង. ថ្ងៃទី ១២ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០១២

យុវនិស្សិត ឯកទេសគណិតវិទ្យា

*ប្រ៊ីស ដាវ៉ា*

# <u>សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ</u>

សូមអរគុណជូនដល់លោកកឪពុក ជា ចំរើន និងអ្នកម្តាយ ពេជ្រ សោភ័ណ្ឌ ដែលលោកទាំងពីរបានផ្តល់កំណើតដល់កូន ហើយបីបាច់ថែរក្សាចិញ្ចឹមកូន ជួយឱ្យកូនបានសិក្សារហូតបានក្លាយជាគ្រូបង្រៀនម្នាក់។ សូមជូនពរលោកទាំងពីរមានព្រះជន្មយឺនយូរ ប្រកបដោយសុខភាពល្អ ដើម្បីជួយផ្តល់ភាពកក់ក្តៅដល់កូនចៅជំនាន់ក្រោយ។ អរគុណដល់បងប្អូនប្រុសស្រីទាំង ៤ នាក់ ដែលបានជួយផ្គត់ផ្គង់ និងជ្រោមជ្រែងការរៀនសូត្ររបស់ខ្ញុំ ទាំងថវិការ និងសម្ភារៈ ជាពិសេសគឺកុំព្យូទ័រ ធ្វើឱ្យខ្ញុំអាចពង្រឹង និងពង្រីកចំណេះដឹងផ្នែកវិទ្យាសាស្ត្របានប្រសើរជាងមុន។ ជូនពរដល់ដល់បងប្អូនទាំង ៤ មានសុខភាពល្អ និងប្រកបរបរកាក់កបកើនចំណូល។

សូមអរគុណដល់លោកគ្រូ គង់ ណារិន សព្វថ្ងៃជានាយកនៃ អនុវិទ្យាល័យ គោកព្រីង ដែលលោកគ្រូ បានខិតខំប្រឹងប្រែងមិនស្តាយកម្លាំងក្នុងការបង្ហាត់បង្រៀនខ្ញុំ ក៏ដូចជាសិស្សដទៃទៀតនៅក្នុងថ្នាក់។ ខ្ញុំគិតថា ចំណេះដឹងគណិតវិទ្យាកម្រិតបឋមភូមិរបស់ខ្ញុំជាច្រើន បានដោយសារការប្រឹងប្រែង និងព្យាយាមស្តាប់ការបង្ហាត់បង្រៀនរបស់លោកគ្រូ។ ដូចនេះខ្ញុំសូមទទួលស្គាល់គុណដ៏ធំធេងនេះ ដែលខ្ញុំមិនអាចបំភ្លេចបានទៅថ្ងៃអនាគត។ សូមជូនពរដល់លោកគ្រូ និងក្រុមគ្រួសារ សូមមានសុខភាពល្អ និងសុវត្ថិភាពគ្រប់ពេលវេលា ។

សូមអរព្រះគុណដល់ព្រះតេជគុណ ភីម សុភណ្ឌ ជាគ្រូចៅអធិការវត្តព្រៃរំដួល ដែលព្រះអង្គបានអនុញ្ញាតិឱ្យខ្ញុំព្រះករុណា ស្នាក់អាស្រ័យនៅក្នុងវត្ត និងប្រើប្រាស់អគ្គិសនី ក្នុងការរៀបចំមេរៀន ព្រមទាំងបានជួយផ្គត់ផ្គង់ខាងភស្តុភាឬសម្ភារៈផ្សេងៗ។ សូមប្រគេនពរដល់ព្រះតេជគុណមានព្រះជន្មយឺនយូរ។

សូមអរគុណដល់អ្នកគ្រូ Niko ជាអ្នកស្ម័គ្រចិត្តជនជាតិជប៉ុន ដែលអ្នកគ្រូបានផ្តល់កម្លាំងចិត្ត និងលើកទឹកចិត្តដល់រូបខ្ញុំក្នុងការប្រកបរបរជាគ្រូបង្រៀន និងជួយឧបត្ថមដល់រូបខ្ញុំនូវថវិកាមួយចំនួនធំ។ សូមជូនពរអ្នកគ្រូមានសុខភាពល្អជាពិសេសនេះពេលអ្នកគ្រូធ្វើដំណើរមាតុភូមិនិវត្តន៍ទៅកាន់ប្រទេសជប៉ុនវិញ សូមមានសុវត្ថិភាពខ្ពស់បំផុត។

សូមអរគុណ ដល់មជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគ ក៏ដូចជាអនុវិទ្យាល័យអនុវត្ត ដែលបានផ្តល់ជា ទីកន្លែង និងអគ្គិសនី ដើម្បីរៀបចំមេរៀន។ សូមអរគុណដល់អ្នកគ្រូ វណ្ណី ផល្លា ជាគ្រូឧទេសគណិតវិទ្យា , អ្នកគ្រូ ជា សុគន្ធារី ជាគ្រូគំរូគណិតវិទ្យា ។ អរគុណដល់ គរុសិស្សថ្នាក់ឯកទេស គណិតវិទ្យា-រូបវិទ្យា រួមជំនាន់ទី២១ មាន :

| | | |
|---|---|---|
| ១. លោក អាន សុខគន្ធា | ២. កញ្ញា ផល ស្រីធា | ៣. កញ្ញា ឆាយ សុគន្ធាមុំ |
| ៤. កញ្ញា ផាត់ សុវណ្ណារី | ៥. កញ្ញា សុិន សុគន្ធា | ៦. លោក សុខា កុសល្យ |
| ៧. លោក ឯម សុខសុវណ្ណ | ៨. កញ្ញា គង់ រ័ត្នធី | ៩. លោក កុន អិត |
| ១០ លោក យន់ ម៉ារ៉ូ | ១១ លោក អុល អេន | ១២ លោក គីម ផាន់ណា |
| ១៣ កញ្ញា វ៉ាន់ ចន្ថា | ១៤ កញ្ញា ស្លឹក យ៉ាត | ១៥. កញ្ញា ស៊ីម ស៊ីណាត |
| ១៦ លោក ពូក សុខសាន្ត | ១៧. លោក តេង សារី | ១៨ លោក ជឹម សារ៉ាត់ |
| ១៩ លោក រាជ វុត្ថា | ២០. លោក វិន លីណា | ២១ លោក មាស ភារម្យ |
| ២២ កញ្ញា យ៉ោក បុប្ផ | ២៣ លោក ហួន សុិញ | ២៤ គរុសិស្ស ប្រើស ដារ៉ា ។ |

# *បទពិសោធន៍ នៃការសិក្សា គណិតវិទ្យា*

ជាការពិតការសិក្សាគណិតវិទ្យា វាពុំមែនជាការងាយស្រួលនោះទេ ជាពិសេសគឺការសិក្សាដើម្បីឱ្យក្លាយខ្លួនជាសិស្សពូកែតែម្តង។ វាទាមទារឱ្យយើងមានការតស៊ូ ព្យាយាម អំណត់ អត់ធ្មត់ ជាច្រើនទាំងកាយ និងចិត្ត តែពុំមែនមានន័យថាយើងមិនអាចធ្វើបាននោះទេ។ ពេលសិក្សាយើងត្រូវចែកឱ្យដាច់ថា "***តើយើងរៀនយកចេះ ឬរៀនយកជាប់ ?***" ។ កាលណាយើងចង់ក្លាយខ្លួនទៅជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា យើងត្រូវរៀនយកចេះ គឺមានន័យថាយើងត្រូវយល់ឱ្យច្បាស់ អំពីមេរៀនរូបមន្ត ឬលំហាត់ដែលយើងបានរៀនរួច មិនមែនរៀនបន្ទំបង្កប់ខ្លួនឯងនោះទេ។ ការរៀនបន្ទំខ្លួនឯង នឹងធ្វើឱ្យយើង ក្លាយទៅជាមនុស្សស្ងាក់ស្ងើរ រហូតដល់មានពេលខ្លះ មិនហ៊ានថាខ្លួនឯងខុស ឬត្រូវ ក៏មាន។ សកម្មភាពបែបនេះ នឹងធ្វើឱ្យយើងទទួលបានបរាជ័យក្នុងការសិក្សា នាំឱ្យយើងមានអនាគតមិនល្អ។

ក្នុងនាមជាអ្នកធ្លាប់ឆ្លងកាត់ការសិក្សា ហើយក៏ធ្លាប់ទទួលបានទាំងបរាជ័យ និងជោគជ័យ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកគណិតវិទ្យា ខ្ញុំសូមបង្ហាញអំពីបទពិសោធន៍បរាជ័យរបស់ខ្ញុំដូចតទៅ :

-មិនយល់ពីរបៀបនៃការប្រឡង ឬរបៀបនៃការសរសេរវិញ្ញាសា។

-មិនបានពង្រឹងសមត្ថភាពខ្លួនឯង លើលំហាត់នីមួយៗឱ្យបានច្បាស់លាស់ (មើលងាយលំហាត់)។

-ចាំតែទទួលការបង្ហាត់បង្រៀនពីគ្រូ មិនបានស្វ័យសិក្សា មិនបានធ្វើការស្រាវជ្រាវលើលំហាត់ផ្សេងៗ។

-មានមោទនភាពជ្រុលលើខ្លួនឯង ...។

សកម្មភាពទាំងអស់ខាងលើនេះហើយ ដែលធ្វើឱ្យខ្ញុំទទួលបានបរាជ័យក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា ។

សូមកុំបោះបង់ចោលការតាំងចិត្ត នៅពេលដែលយើងចាប់ផ្តើមដំបូង ហើយយើងជួបលំហាត់សិស្សពូកែសុទ្ធតែលំបាកនោះវាជារឿងធម្មតាទេ ព្រោះយើងមិនទាន់មានបទពិសោធន៍គ្រាប់គ្រាន់ដើម្បីដោះស្រាយវា។ យើងត្រូវគិតក្នុងចិត្តថា "***លំហាត់ដែលធ្វើចេញ គឺជាលំហាត់ដែលធ្លាប់ជួប***" ។ ឃ្លានេះគឺចង់មានន័យថា សិស្សពូកែគណិតវិទ្យាស្ទើរតែទាំងអស់សុទ្ធតែជាអ្នកមានបទពិសោធន៍ធ្លាប់ជួបលំហាត់ច្រើន ដូចនេះធ្វើឱ្យគេអាចដឹងអំពីវិធី ល្បិច ឬបច្ចេកទេសដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ទាំងនោះ ។ កាលណាយើងដោះស្រាយលំហាត់សិស្សពូកែបានកាន់តែច្រើន នោះធ្វើឱ្យយើងដឹងពីវិធីដោះស្រាយកាន់តែច្រើនដែរ។ ដើម្បីក្លាយខ្លួនទៅជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា អ្នកមិនត្រូវមានគំនិតដូចខាងក្រោម :

-គេរៀនចេះមកពីគេជាកូនអ្នកមាន មានលុយរៀនគួ ឬជួលគ្រូបង្រៀន ។

-លំហាត់គេជួបល្អៗ ទាញចេញពីអ៊ីនធឺរណេត រីឯយើងគ្មានលទ្ធភាពដូចគេ ។

-គេជាមនុស្សមានដុងតាំងពីកំណើត ។

-សុខភាពគេល្អ ...។

សូមកុំមានគំនិតបែបនេះ វាគ្មានប្រយោជន៍អ្វីសម្រាប់យើងទេ ក្រៅពីធ្វើឱ្យយើងតូចចិត្តលើខ្លួនឯង។

ចាប់ពីពេលនេះតទៅយើងត្រូវខំរៀនសូត្របន្ថែមទៀត ត្រូវស្រាវជ្រាវ ដោះស្រាយលំហាត់ឱ្យបានច្រើន ចៀសវាងការខ្ជិល។ ***បិសាចខ្ជិលខ្ជាចការធ្វើការងារជាទម្លាប់ណាស់*** ដូចនេះសូមកុំឱ្យបិសាចខ្ជិលចូលខ្លួនរបស់យើង គឺយើងត្រូវមានផែនការរៀនសូត្រឱ្យបានច្បាស់លាស់ ហើយអនុវត្តការរៀនសូត្រទាំងនោះឱ្យក្លាយទៅជាទម្លាប់។

ជាចុងក្រោយសូមជូនពរដល់មិត្តអ្នកអានទាំងអស់ មានសុខភាពល្អ ដើម្បីរៀនសូត្រក្លាយទៅជាមនុស្សមានសមត្ថភាពនិងទទួលបានជោគជ័យ ដើម្បីអភិវឌ្ឍប្រទេសជាតិយើងឱ្យមានភាពរីកចម្រើន។

# ជីវប្រវត្តិសង្ខេបរបស់អ្នករៀបរៀង

១. ខ្ញុំឈ្មោះ **ប្រឿស ដារ៉ា** ជាអក្សរឡាតាំង PROEUS DARA ភេទ ប្រុស ជនជាតិ ខ្មែរ សញ្ជាតិ ខ្មែរ ។

២. ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត ៖ 04 កុម្ភៈ 1988 (តាមពិត 24 មីនា 1989 )។

៣. ទីកន្លែងកំណើត ៖ ភូមិ ធ្លក ឃុំ ក្រោលគោ ស្រុក ស្វាយជ្រំ ខេត្តស្វាយរៀង ។

៤. ឪពុកឈ្មោះ ជា ចំរើន មុខរបរ នគរបាលជាតិកម្ពុជា នៅប៉ុស្តិ៍រដ្ឋបាលនគរបាលក្រោលគោ។

៥. ម្តាយឈ្មោះ ពេជ្រ សោភ័ណ្ឌ មុខរបរ លក់ដូរ នៅផ្សារក្រោលគោ។

៦. មានបងប្អូនបង្កើត 5 នាក់ ស្រី 2 នាក់ ហើយរូបខ្ញុំជាកូនទី 4 ។

៧. លេខអត្តសញ្ញាណប័ណ្ណសញ្ជាតិខ្មែរ ៖ 090 250 667 ។

៨. លេខទូរស័ព្ទផ្ទាល់ខ្លួន ៖ 011 50 70 65 / 0977 65 70 50 ។

៩. អាសយដ្ឋានអ៊ីមែល ៖ E-mail : dara_st04@yahoo.com ។

១០. អាសយដ្ឋានបច្ចុប្បន្ន ៖ ភូមិ ធ្លក ឃុំ ក្រោលគោ ស្រុក ស្វាយជ្រំ ខេត្តស្វាយរៀង ។

១១. អតីតជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា ប្រចាំខេត្តស្វាយរៀង ឆ្នាំ 2009 ។

១២. គោលបំណងអនាគត ៖ អ្នកគ្រប់គ្រងមានសមត្ថភាព ឬ គ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាពេញសមត្ថភាព ។

១៣. សព្វថ្ងៃជាគ្រូបង្រៀន បម្រើការនៅ វិទ្យាល័យ ហ៊ុន សែន ក្រោលគោ ។

១៤. ផែនការរៀនបន្ត ៖ មហាវិទ្យាល័យគណិតវិទ្យា មហាវិទ្យាល័យព័ត៌មានវិទ្យា និងវគ្គជំនាញផ្សេងៗ ។

១៥. អំពីការសិក្សា ៖ ឆ្នាំ 1997-2003 ៖ សិស្សរៀននៅសាលាបឋមសិក្សា ក្រោលគោ

ឆ្នាំ 2003-2009 ៖ សិស្សរៀននៅ វិទ្យាល័យ ហ៊ុន សែន ស្វាយជ្រំ

(មួយរយៈពេលខ្លី) ៖ និស្សិតថ្នាក់មហាវិទ្យាល័យព័ត៌មានវិទ្យា នៅភូមិន្ទភ្នំពេញ (RUPP)

ឆ្នាំ 2009-2011 ៖ គរុសិស្សនៅ មជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគ ខេត្តព្រៃវែង

ឆ្នាំ 2011-បច្ចុប្បន្ន ៖ និស្សិតថ្នាក់បន្តបរិញ្ញាបត្រ នៅសាលកវិទ្យាល័យ ខេមរៈ (KU)

# បញ្ជីអត្ថបទ

## ផ្នែកទី I : សង្ខេបរូបមន្តនិងឥទ្ធិស្តីបទ


1. ចំនួនអសនិទាន .....001
2. សមាមាត្រ .....002
3. កន្សោមពីជគណិត .....003
4. សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....004
5. វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....005
6. បំណែងចែកប្រែកង់ .....006
7. មធ្យមស្ថិតិ .....007
8. ប្រូបាប .....008
9. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច .....008
10. សមីការនៃបន្ទាត់ .....008
11. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានពីរអញ្ញាត .....009
12. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ .....009
13. រង្វង់ និងបន្ទាត់ .....010
14. លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់ .....011
15. ទ្រឹស្តីបទតាលែស .....013
16. ត្រីកោណដូចគ្នា .....014
17. ពហុកោណ .....016
18. សូលីត .....017


## ផ្នែកទី II : កំណែក្រម៉ង់ហាត់ប្រតិបត្តិ

### ផ្នែក ប្រធានលំហាត់ប្រតិបត្តិ


1. ចំនួនអសនិទាន .....018
2. សមាមាត្រ .....019
3. កន្សោមពីជគណិត .....020
4. សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....021
5. វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....022
6. បំណែងចែកប្រែកង់ .....023
7. មធ្យមស្ថិតិ .....024
8. ប្រូបាប .....025
9. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច .....026
10. សមីការនៃបន្ទាត់ .....027
11. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានពីរអញ្ញាត .....028
12. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ .....029
13. រង្វង់ និងបន្ទាត់ .....030
14. លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់ .....031
15. ទ្រឹស្តីបទតាលែស .....033
16. ត្រីកោណដូចគ្នា .....034
17. ពហុកោណ .....035
18. សូលីត .....036


### ផ្នែក កំណែលំហាត់ប្រតិបត្តិ


1. ចំនួនអសនិទាន .....037
2. សមាមាត្រ .....039
3. កន្សោមពីជគណិត .....040
4. សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....042
5. វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត.....044
6. បំណែងចែកប្រែកង់ .....046
7. មធ្យមស្ថិតិ .....048
8. ប្រូបាប .....050
9. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច .....051
10. សមីការនៃបន្ទាត់ .....052
11. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានពីរអញ្ញាត .....055
12. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ .....057
13. រង្វង់ និងបន្ទាត់ .....058
14. លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់ .....060
15. ទ្រឹស្តីបទតាលែស .....062
16. ត្រីកោណដូចគ្នា .....063
17. ពហុកោណ .....065
18. សូលីត .....066

## ផ្នែកទី III : កំណែលំហាត់តាមមេរៀន


1. ចំនួនអសនិទាន .....068
2. សមាមាត្រ .....082
3. កន្សោមពីជគណិត .....085
4. សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....097
5. វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត .....106
6. បំណែងចែកប្រែកង់ .....115
7. មធ្យមស្ថិតិ .....122
8. ប្រូបាប .....129
9. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច .....137
10. សមីការនៃបន្ទាត់ ..... 149
11. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានពីរអញ្ញាត ..... 162
12. ទ្រីស្តីបទពីតាគ័រ ..... 176
13. រង្វង់ និងបន្ទាត់ ..... 181
14. លក្ខណៈម៉ុំនៃរង្វង់ ..... 189
15. ទ្រីស្តីបទតាលែស ..... 196
16. ត្រីកោណដូចគ្នា ..... 203
17. ពហុកោណ ..... 217
18. សូលីត ..... 225


## ផ្នែកទី IV : តេស្តកណិតវិទ្យាកម្រិតអន្តរជាតិ


➢ផ្នែកលំហាត់ជាភាសាអន្តរជាតិ និងការបកប្រែ ....238
➢ផ្នែកចម្លើយនៃលំហាត់ដែលបានបកប្រែ..... 309


## ផ្នែកទី V : វិញ្ញាសាជាប់ប្រឡងឌីសប្លូម


1. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨១ .....352
2. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨២ .....356
3. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៣ .....360
4. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៤ .....362
5. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៥ .....366
6. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៦ .....370
7. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៧ .....374
8. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៨ .....378
9. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៨៩ .....382
10. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩0 .....386
11. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩១ .....390
12. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩២ .....394
13. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៣ ..... 398
14. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៤ ..... 400
15. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៥ (លើកទី១) ..... 404
16. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៥ (លើកទី២) ..... 408
17. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៦ (លើកទី១) ..... 412
18. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៦ (លើកទី២) ..... 416
19. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៧ (លើកទី១)..... 420
20. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៧ (លើកទី២) ..... 420
21. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៨ (លើកទី១)..... 422
22. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៨ (លើកទី២) ..... 424
23. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៩ (លើកទី១) ..... 428
24. ឌីសប្លូមឆ្នាំ ១៩៩៩ (លើកទី២)..... 432

25. ឱសបួមឆ្នាំ ២000 .....436
26. ឱសបួមឆ្នាំ ២00១ .....440
27. ឱសបួមឆ្នាំ ២00២ .....444
28. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៣ .....448
29. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៤ .....454
30. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៥ .....458
31. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៦ .....462
32. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៧ ..... 466
33. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៨ ..... 470
34. ឱសបួមឆ្នាំ ២00៩ ..... 474
35. ឱសបួមឆ្នាំ ២0១0 ..... 478
36. ឱសបួមឆ្នាំ ២0១១ ..... 482
37. ឱសបួមឆ្នាំ ២0១២ ..... 486

## ផ្នែកទី VI : វិញ្ញាសាជាប់ប្រឡងសិស្សពូកែខ្ចាត់ខ្ចាយទេស

1. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៦ (លើកទី១) .....490
2. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៦ (លើកទី២).....491
3. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៧ (លើកទី១) .....492
4. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៧ (លើកទី២) .....493
5. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៨ (លើកទី១).....494
6. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៨ (លើកទី២).....495
7. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៩ (លើកទី១).....496
8. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៨៩ (លើកទី២).....497
9. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩0 (លើកទី១).....498
10. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩0 (លើកទី២).....499
11. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩១ (លើកទី១) .....500
12. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩១ (លើកទី២) .....501
13. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩២ (លើកទី១).....502
14. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩២ (លើកទី២).....503
15. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៣ (លើកទី១).....504
16. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៣ (លើកទី២).....505
17. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៤ (លើកទី១).....506
18. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៤ (លើកទី២).....507
19. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៥ (លើកទី១)..... 508
20. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៥ (លើកទី២)..... 509
21. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៦ (លើកទី១)..... 510
22. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៦ (លើកទី២)..... 511
23. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៧ (លើកទី១)..... 512
24. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៧ (លើកទី២)..... 513
25. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៨ (លើកទី១)..... 514
26. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៨ (លើកទី២)..... 515
27. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៩ (លើកទី១)..... 516
28. សិស្សពូឆ្នាំ ១៩៩៩ (លើកទី២)..... 517
29. សិស្សពូឆ្នាំ ២000 (លើកទី១)..... 518
30. សិស្សពូឆ្នាំ ២000 (លើកទី២)..... 519
31. សិស្សពូឆ្នាំ ២00១ (លើកទី១)..... 520
32. សិស្សពូឆ្នាំ ២00១ (លើកទី២)..... 521
33. សិស្សពូឆ្នាំ ២00២ (លើកទី១)..... 522
34. សិស្សពូឆ្នាំ ២00២ (លើកទី២)..... 523
35. សិស្សពូឆ្នាំ ២00៣ (លើកទី១)..... 524
36. សិស្សពូឆ្នាំ ២00៣ (លើកទី២)..... 525

37. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៤ (លើកទី១).....526
38. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៤ (លើកទី២).....527
39. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៥ (លើកទី១).....528
40. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៥ (លើកទី២).....529
41. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៦ (លើកទី១).....530
42. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៦ (លើកទី២).....531
43. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៧ (លើកទី១).....532
44. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៧ (លើកទី២).....533
45. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៨ (លើកទី១).....534
46. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៨ (លើកទី២).....535
47. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៩ (លើកទី១)..... 536
48. សិស្សពូឆ្នាំ ២០០៩ (លើកទី២)..... 537
49. សិស្សពូឆ្នាំ ២០១០ (លើកទី១)..... 538
50. សិស្សពូឆ្នាំ ២០១០ (លើកទី២)..... 539
51. សិស្សពូឆ្នាំ ២០១១ (លើកទី១)..... 540
52. សិស្សពូឆ្នាំ ២០១១ (លើកទី២)..... 541
53. សិស្សពូឆ្នាំ ២០១២ (លើកទី១)..... 542
54. សិស្សពូឆ្នាំ ២០១២ (លើកទី២)..... 544
55. វិញ្ញាសាស្នើប្រឡងសិស្សពូកែ..... 545
56. វិញ្ញាសាធ្លាប់ប្រឡងសិស្សពូកែតាមខេត្ត..... 625

## ផ្នែកទី VII : លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ

1. ផ្នែកប្រធានលំហាត់ល្អៗ .....645
2. ផ្នែកចម្លើយនៃលំហាត់ល្អៗ ..... 669

## ផ្នែកទី VIII : ការបន្ថែមជូនពិសេសនិងល្អៗ...

1. កម្សាន្តគណិតវិទ្យា .....781
2. ចម្លើយនៃកម្សាន្តគណិតវិទ្យា .....787
3. បរិមាត្រ ផ្ទៃក្រឡា និងមាឌរូបធរណីមាត្រ .....793
4. តារាងស្វ័យគុណ និងឫសទី n ..... 796
5. តារាងតម្លៃផលធៀបត្រីកោណមាត្រ ..... 798
6. ខ្នាតនៃរង្វាស់រង្វាល់ផ្សេងៗ ..... 799



# គណិតវិទ្យា
## អាន. គិត. យល់

# សូមស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# សន្ទេបរូបមន្ត និងទ្រឹស្តីបទគណិតវិទ្យា

### ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ ការសង្ខេបរូបមន្ត និងទ្រឹស្តីបទ គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ អាចនិយាយបានថាជាផ្នែកសំខាន់នៃមេរៀននីមួយៗ ។ ចំណុចនៃមេរៀននីមួយៗត្រូវបានរៀបតាមលំដាប់លំដោយ ទៅតាមចំណុចនៃមេរៀននីមួយៗ ។

ផ្នែកសង្ខបមេរៀន និងទ្រឹស្តីបទនេះ វាជួយសម្រួលដល់មិត្តអ្នកអានបាន នៅពេលដែលមិត្តអ្នកអានភ្លេច ឬស្រពេចស្រពិលរូបមន្ត ឬទ្រឹស្តីបទផ្សេងៗ ដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ៩ ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាគួរសម ។

*សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...*

# មេរៀនទី១ ចំនួនអសនិទាន

### ១. ឫសការ៉េ

ចំពោះ $x^2 = a$ :

-បើ $a > 0$ នោះ $x = \pm\sqrt{a}$

-បើ $a = 0$ នោះ $x = 0$

-បើ $a < 0$ នោះ គ្មានតម្លៃ $x$ ជាចំនួនពិតទេ។

### ២. ឫសគូប

បើ $x^3 = a$ នោះ $x = \sqrt[3]{a}$ ដែលចំនួន $a$ អាចជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬ ចំនួនអវិជ្ជមាន ឬ សូន្យ ។

📢 *សម្គាល់*: $x = \sqrt[3]{a}$ ដែលមាន:

- $\sqrt[3]{}$ ជារ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ស្មើនឹង 3
- $a$ ហៅថា រ៉ាឌីកង់ ។

### ៣. ប្រមាណវិធីលើរ៉ាឌីកាល់

### ៣.១ វិធីគុណ

ផលគុណនៃរ៉ាឌីកាល់ ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នាគឺស្មើនឹងរ៉ាឌីកាល់នៃផលគុណ។

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ដែល $a \geq 0$ និង $b \geq 0$
- $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \times b}$ ដែល $a, b$ អាចជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬអវិជ្ជមាន ឬសូន្យ ។

### ៣.២ វិធីចែករ៉ាឌីកាល់

ផលចែកនៃរ៉ាឌីកាល់ ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នាគឺស្មើនឹងរ៉ាឌីកាល់នៃផលចែក។

- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ដែល $a \geq 0$ និង $b > 0$
- $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ ដែលភាគបែង $b \neq 0$ ។

### ៣.៣ ការបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

ដើម្បីបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់គេត្រូវបម្លែងរ៉ាឌីកង់ជាស្វ័យគុណ ឱ្យមានទិទស្សន្តស្មើសន្ទស្សន៍នៃរ៉ាឌីកាល់។

### ៣.៤ ការបញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់

ដើម្បីបញ្ចូលមួយចំនួនទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់ គេត្រូវលើកចំនួននោះជាស្វ័យគុណដោយឱ្យសន្ទស្សន៍នៃស្វ័យគុណស្មើនឹងសន្ទស្សន៍នៃរ៉ាឌីកាល់។

### ៣.៥ វិធីបូកដកនៃរ៉ាឌីកាល់

ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកនៃរ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នា គេត្រូវបំប្លែងរ៉ាឌីកង់ឱ្យដូចគ្នា រួចគេបូក ឬដកតែលេខមេគុណ ដោយរក្សារ៉ាឌីកាល់ទុកដដែល។

📢 *សម្គាល់* : បើរ៉ាឌីកាល់ខុសគ្នា (សន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់ខុសគ្នា ឬរ៉ាឌីកង់មិនដូចគ្នា) គេរក្សាកន្សោមឱ្យនៅដដែល។

### ៣.៦ បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

**ជាទូទៅ:** គេមិនទុកឱ្យចំនួនមានរ៉ាឌីកាល់នៅភាគបែងទេ ព្រោះគេមានការលំបាក ដើម្បីស្គាល់មេគុណនៃចំនួននោះ។

ចំពោះកន្សោមប្រភាគដែលមានភាគបែងជាប់រ៉ាឌីកាល់:

-បើមានមួយតួ: គេគុណភាគយក និងភាគនឹងភាគបែង។

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a \ , \ \sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{b^2} = b$$

-បើមានពីរតួ: គេគុណភាគយក និងភាគនឹងកន្សោមឆ្លាស់នៃភាគបែង ។

$$\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right) = a - b$$

-បើមានបីតួ: គេគុណភាគយក និងភាគនឹងកន្សោមបំពេញ នៃភាគបែង ។

$$\left(\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}\right) = a \pm b$$

# មេរៀនទី២ សមាមាត្រ

## ១. ចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ

ក្នុងសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ នោះគេទាញបាន $ad=bc$

ខាងក្រោមជាខ្នាតអន្តរជាតិមួយចំនួនដែលអ្នកគួរចងចាំ!

1 mile (ម៉ាយ) = 1.609 km

1 inch (អ៊ិញ) = 2.54 cm

1 feet (ហ្វីត) = 0.3048 m

1 lb (ផោន) = 0.453 kg

## ២. ចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយ

ភាគរយនៃ $a$ ធៀបនឹង $b$ ត្រូវជា $\frac{a}{b}\times 100\%$ ។

## ៣. ចំណោទនៃភាគរយកើនឬ ថយ

-បើគេបង្កើនពី $a$ ទៅ $b$ នោះភាគរយនៃកំណើនគឺ:

$\frac{b-a}{a}\times 100\%$ ។

-បើគេបន្ថយពី $b$ មក $a$ នោះភាគរយនៃតំហយគឺ:

$\frac{b-a}{b}\times 100\%$ ។

## ៤. ការប្រាក់

**ជាទូទៅ:** បើ $P_o$ ជាប្រាក់ដើម , $r$ ជាអត្រាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ , ហើយ $t$ ជារយៈពេលនៃការដាក់ប្រាក់ដើម្បីយកកម្រៃ នោះយើងបាន:

-ប្រាក់ឆ្នាំទី១ $P_1=P_o+rP_o=P_o(1+r)$

-ប្រាក់ឆ្នាំទី២ $P_2=P_1+rP_1=P_1(1+r)=P_o(1+r)^2$

-ប្រាក់ឆ្នាំទី៣ $P_3=P_2+rP_2=P_2(1+r)=P_o(1+r)^3$

.....

- ប្រាក់ឆ្នាំទី $t$ $P_t=P_o(1+r)^t$

# មេរៀនទី៣ កន្សោមពីជគណិត

## ១. ផលគុណនៃកន្សោមពីជគណិត

ដើម្បីពន្លាតផលគុណនៃពីរកត្តា យើងយកគ្រប់តួនៃកត្តាទី១ គុណឱ្យគ្រប់តួនៃកត្តាទី២ រួចបង្រួមលទ្ធផល។

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

📣 *សម្គាល់*: គេអាចគណនាផលគុណកត្តាដោយប្រើរូបមន្ត

1. $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
2. $(a-b)(a-b)=a^2-2ab+b^2$
3. $(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2$
4. $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
5. $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

## ២. ការដាក់កន្សោមពីជគណិតជាផលគុណកត្តា

ការដាក់ជាផលគុណកត្តា ជាវិធីច្រាសនៃការពន្លាតកន្សោម យើងមានវិធីជាច្រើនក្នុងការដាក់ជាផលគុណកត្តា រួមមាន:

### ២.១ ដាក់ជាកត្តារួម

គេប្រើរូបមន្ត $ka\pm kb=k(a\pm b)$ , $k$ ជាកត្តារួម។

### ២.២ ប្រើរូបមន្តសំខាន់ៗ

រូបមន្ត
1. $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
2. $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)$
3. $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)$

### ២.៣ វិធីគុណខ្វែង

ដាក់ $A=x^2+(a+b)x+ab$ ជាផលគុណនៃកត្តាដោយប្រើវិធីគុណខ្វែង:

$$\begin{array}{r} x^2 \left\{\begin{array}{cc} x & a \\ x & b \end{array}\right\} ab \\ \hline ax+bx=(a+b)x \end{array}$$

ដូចនេះ $A=(x+a)(x+b)$ ។

### ២.៤ វិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ

យើងត្រូវបំពេញឱ្យកន្សោមទៅជាការេនៃទ្វេធា:

ដាក់កន្សោម $A=x^2-2x-8$ ជាផលគុណកត្តាដោយប្រើវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ៖

យើងមាន
$$\begin{aligned} A&=x^2-2x-8\\ &=(x^2-2x+1)-1-8\\ &=(x-1)^2-9\\ &=(x-1-3)(x-1+3)\\ &=(x-4)(x+2) \end{aligned}$$

ដូចនេះ $A=x^2-2x-8=(x-4)(x+2)$ ។

## ៣ ប្រមាណវិធីលើកន្សោមសនិទាន

### ៣.១ វិធីបូក និងវិធីដក

ដើម្បីបូក ឬដកកន្សោមសនិទានយើងត្រូវ :

-ដាក់ភាគយក និងភាគបែងជាផលគុណកត្តា

-សម្រួលប្រភាគនីមួយបើអាច (កុំភ្លេចឱ្យលក្ខខណ្ឌ)

-តម្រូវភាគបែងរួម

-បូកឬដកតែភាគយក ដោយរក្សាភាគបែងរួម

-សម្រួលលទ្ធផលបើអាច ។

### ៣.២ វិធីគុណ និងវិធីចែក

ដើម្បីគុណ ឬចែកកន្សោមសនិទានយើងត្រូវ :

-ដាក់ភាគយក និងភាគបែងជាផលគុណនៃកត្តា

-ចំពោះវិធីគុណ គេគុណភាគយកនឹងភាគយក ហើយគុណភាគបែងនឹងភាគបែង ។

-ចំពោះវិធីចែក គេគុណប្រភាគតំណាងចែកនឹងចម្រាស នៃប្រភាគតួចែក រួចសម្រួលលទ្ធផលបើអាច ។

# មេរៀនទី៤ សមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

## ១. សមីការដឺក្រេទី១ មានមួយអញ្ញាត

យើងអាចដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី១ មានមួយអញ្ញាត ដោយប្រើលក្ខណៈសមភាពដូចខាងក្រោម :

-បើ $a=b$ នោះ $a+c=b+c$

-បើ $a=b$ នោះ $a-c=b-c$

-បើ $a=b$ នោះ $a\times c=b\times c$

-បើ $a=b$ នោះ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ , $c\neq 0$

**សម្គាល់** : ក្នុងពេលប្រតិបត្តិដោះស្រាយសមីការគេលើកតួដែលមានអញ្ញាតមកអង្គម្ខាង និងតួដែលគ្មានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងទៀត តួណាប្តូរអង្គត្រូវប្តូរសញ្ញា រួចធ្វើប្រមាណវិធី។

## ២. សមីការដែលមានភាគបែងជាលេខ

ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតដែលមានភាគបែងជាលេខ គេត្រូវ :

-តម្រូវភាគបែងរួមនៃអង្គទាំងពីររបស់សមីការរួចលុបភាគបែងរួមនោះចោល

-លើកតួដែលមានអញ្ញាតមកអង្គម្ខាង និងតួដែលគ្មានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងទៀត ហើយតួណាប្តូរអង្គ ត្រូវប្តូរសញ្ញាតួនោះ រួចធ្វើប្រមាណវិធី ។

## ៣. សមីការដែលអង្គទី១ជាផលគុណនៃកត្តា

ពិនិត្យតារាងផលគុណនៃកត្តាស្មើសូន្យខាងក្រោម :

| A | B | A×B |
|---|---|---|
| 4 | 0 | 0 |
| 0 | 4 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

តាមតារាងផលគុណនៃកត្តា A×B ស្មើនឹងសូន្យលុះត្រាតែ A = 0 ឬ B = 0 ។ គេអាចអនុវត្តលក្ខណៈនេះដើម្បីដោះស្រាយសមីការមានផលគុណកត្តាស្មើសូន្យ។

## ៤. សមីការដែលអង្គទី១ជាសមីការដឺក្រេទី២

ដើម្បីដោះស្រាយសមីការមានមួយអញ្ញាត ដែលអង្គទី១មានអញ្ញាតជាដឺក្រេទី២ គេត្រូវសរសេរអង្គទី១ជាផលគុណកត្តានៃដឺក្រេទី១ ។

## ៥. ចំណោទសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី1 មានមួយអញ្ញាត អ្នកត្រូវធ្វើតាមជំហានដូចខាងក្រោម :

-សម្មតិកម្ម : ( អ្វីៗដែលគេឱ្យ ឬគេប្រាប់)

-សំណូរ : ( អ្វីដែលគេ ចង់ឱ្យយើងរក)

-តាងអញ្ញាត :( ជ្រើសរើសអញ្ញាតតាងអ្វីដែលគេសួរ)

-គំនិតបន្ថែម : ( បើចំណេះដឹង ដើម្បីភ្ជាប់ទំនាក់ទំនងរវាងអ្វីដែលគេប្រាប់ និងអ្វីដែលគេសួរ ...)

-សមីការ :( សរសេរសមីការតាមទំនាក់ទំនងខាងលើ)

-ដោះស្រាយសមីការ : ( រកឫសនៃសមីការ)

-ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ : ( ពិនិត្យឡើងវិញ)

# មេរៀនទី៥ វិសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

## ១. លក្ខណៈនៃវិសមភាព

### ១.១ វិធីបូក ឬដកចំនួនដូចគ្នា

បើគេបូក ឬដកចំនួនតែមួយលើអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព នោះគេបានវិសមភាពថ្មីដែលមានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម ។

-បើ $a>b$ នោះ $a+c>b+c$

-បើ $a>b$ នោះ $a-c>b-c$

### ១.២ វិធីគុណ ឬចែកចំនួនវិជ្ជមានដូចគ្នា

បើគេគុណ ឬចែកចំនួន ***វិជ្ជមាន*** តែមួយលើអង្គទាំងពីរនៃ វិសមភាព នោះគេបានវិសមភាពថ្មីដែលមានទិសដៅ ***ដូច*** វិសមភាពដើម ។

-ចំពោះ $c>0$ បើ $a>b$ នោះ $a\times c>b\times c$

-ចំពោះ $c>0$ បើ $a>b$ នោះ $a\div c>b\div c$

### ១.៣ វិធីគុណ ឬចែកចំនួនអវិជ្ជមានដូចគ្នា

បើគេគុណ ឬចែកចំនួន ***អវិជ្ជមាន*** តែមួយលើអង្គទាំងពីរនៃ វិសមភាព នោះគេបានវិសមភាពថ្មីដែលមានទិសដៅ ***ផ្ទុយ*** ពីវិសមភាពដើម ។

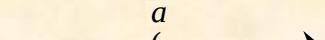
-ចំពោះ $c<0$ បើ $a>b$ នោះ $a\times c<b\times c$

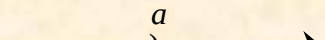
-ចំពោះ $c<0$ បើ $a>b$ នោះ $a\div c<b\div c$

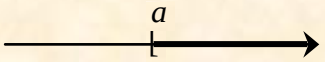
## ២. វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

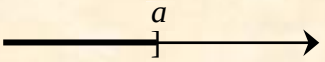
### ២.១ វិសមីការ និងចម្លើយ

ខាងក្រោមជារបៀបបកស្រាយចម្លើយលើក្រាប :

-ករណី $x>a$ : 


-ករណី $x<a$ : 


-ករណី $x\geq a$ : 


- ករណី $x\leq a$ : 


***សម្គាល់*** : យើងប្រើវង់ក្រចកបែររកចម្លើយបើវិសមីការធំជាង ឬតូចជាងដាច់ខាត គឺមានសញ្ញា $>,<$ មានន័យថា $a$ មិនមែនជាចម្លើយ ។ បើវិសមមីការធំជាង ឬស្មើ ឬ តូចជាងឬស្មើ យើងប្រើ ឃ្មាបជំនួសវិញ។

### ២.២ របៀបដោះស្រាយវិសមីការ

យើងដោះស្រាយវិសមីការ ដោយប្រើលក្ខណៈវិសមភាព

## ៣. ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត យើងត្រូវដោះស្រាយវិសមីការនីមួយៗ រួចយកចម្លើយនៃវិសមីការទាំងនោះប្រសព្វគ្នា ។

## ៤. ចំណោទវិសមីការ

យើងដោះស្រាយចំណោទវិសមីការ ដូចនឹងដោះស្រាយចំណោទវិសមីការដែរ។

# មេរៀនទី៦ បំណែងចែកប្រែកង់

## ១. ការប្រមូលផ្តុំទិន្នន័យជាប្រែកង់

ជាធម្មតា នៅពេលដែលគេប្រមូលបានទិន្នន័យផ្សេងៗ គេតែងតែជួបប្រទះថាទិន្នន័យខ្លះតូច ខ្លះធំ ខ្លះតិច ខ្លះច្រើន ហើយស្ថិតនៅក្នុងភាពរាយប៉ាយពីគ្នា ដែលជាមូលហេតុពិបាកក្នុងការសិក្សាទិន្នន័យទាំងនោះ ។

ដូចនេះ គេត្រូវផ្តុំទិន្នន័យទាំងនោះ ទៅតាមចំនួនដងរបស់វា ហើយការធ្វើបែបនេះ ហៅថាការប្រមូលផ្តុំទិន្នន័យជាប្រែកង់ ។ លើសពីនេះទៀត គេក៏អាចប្រៀបធៀបប្រែកង់ ទៅនឹងប្រែកង់សរុប ដើម្បីគិតជាភាគរយហៅថាប្រែកង់ធៀប ។

> ប្រែកង់ធៀបនៃតម្លៃមួយជាផលធៀបរវាងប្រែកង់នៃតម្លៃនោះ និងប្រែកង់សរុប ។

## ២. ការផ្តុំទិន្នន័យជាប្រែកង់កើន និងចុះ

### ២.១. ប្រែកង់កើន

> ប្រែកង់កើន ជាប្រែកង់ដែលបានដោយ បូកប្រែកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម ។

### ២.២. ប្រែកង់ថយ

> ប្រែកង់ថយ ជាប្រែកង់ដែលបានដោយ ដកប្រែកង់សរុបជាមួយប្រែកង់បន្តបន្ទាប់ ពីលើចុះក្រោម ។

📢 *សម្គាល់* : តេតាង :

| | |
|---|---|
| -ប្រែកង់ ដោយ $f$ | -ប្រែកង់ធៀប ដោយ $f\%$ |
| -ប្រែកង់កើន ដោយ $f^{\uparrow}$ | -ប្រែកង់កើនធៀប ដោយ $f^{\uparrow}\%$ |
| -ប្រែកង់ថយ ដោយ $f^{\downarrow}$ | -ប្រែកង់ថយធៀបដោយ $f^{\downarrow}\%$ |

## ៣. ការផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់

ចំពោះទិន្នន័យខ្លះ គេមានការលំបាកក្នុងការប្រមូលផ្តុំវាទៅតាមប្រែកង់ ដោយសារទិន្នន័យនីមួយៗពុំមានចំនួនដងច្រើន។ ម្យ៉ាងវិញទៀតទិន្នន័យខ្លះមានគម្លាតគ្នាឆ្ងាយពេករវាងប្រភេទទិន្នន័យដែលតូចជាងគេ និងទិន្នន័យដែលធំជាងគេ ។ ដូចនេះ ដើម្បីឱ្យងាយស្រួល គេបង្កើតការផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់ ។

ក្របសសរនៅជាប់ៗគ្នា ហៅថា **អ៊ីស្តូក្រាម** ។

នៅពេលខ្លះ គេប្រើតម្លៃកណ្តាលនៃថ្នាក់ មកតាងឱ្យតម្លៃនៃថ្នាក់ ដែលតម្លៃកណ្តាលនេះ ហៅថា ផ្ទឹតនៃថ្នាក់ វាជាមធ្យមនៃចុងថ្នាក់ទាំងពីរ ។

ម្យ៉ាងវិញទៀត បើគេភ្ជាប់ផ្ទឹតថ្នាក់បន្តបន្ទាប់នោះគេ បានខ្សែកាច់ ហៅថា ក្របនៃពហុកោណ ។

# មេរៀនទី៧ មធ្យមស្ថិតិ

## ១. មធ្យម

**ជាទូទៅ:** មធ្យមកំណត់ដោយរូបមន្ត:

$$\overline{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\ldots+x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\ldots+f_n}$$

## ២. មេដ្យាន

មេដ្យាន ជាតម្លៃតួដែលស្ថិតនៅ កណ្តាលគេ នៃទិន្នន័យបន្ទាប់ពីបានរៀបតាមលំដាប់។

បើទិន្នន័យមួយមាន $n$ តួ មេដ្យាននៃទិន្នន័យមួយដែលបានរៀបតាមលំដាប់មានទីតាំងឋិតនៅតួទី $\frac{n+1}{2}$

- បើ $n$ ជាចំនួនសេស មេដ្យានជាតម្លៃនៃតួកណ្តាល
- បើ $n$ ជាចំនួនគូ មេដ្យានជាមធ្យមនៃតម្លៃពីរកណ្តាល

📣 *សម្គាល់*: គេតាងមេដ្យានដោយ $m_e$ ។

## ៣. ម៉ូត

នៅក្នុងទិន្នន័យមួយ ម៉ូតជាតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ។

## ៤. ការកំណត់ចម្យមស្ថិតិតាមតារាងប្រេកង់កើន

- **ចំពោះទិន្នន័យដាច់:** (ប្រមូលផ្តុំជាប្រេកង់)

- ម៉ូត ជាតម្លៃតួនៃទិន្នន័យ ដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ។
- គេកំណត់មធ្យមដោយប្រើរូបមន្ត:

$$\overline{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\ldots+x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\ldots+f_n}$$ ។

- គេកំណត់មេដ្យាន ជាតម្លៃតួនៃទិន្នន័យដែលត្រូវនឹង ពាក់កណ្តាលនៃប្រេកង់សរុប។

- **ចំពោះទិន្នន័យជាប់:** (ប្រមូលផ្តុំជាថ្នាក់)

- ម៉ូត ជាតម្លៃនៃផ្ចិតថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ហើយថ្នាក់ម៉ូត ជាថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ។
(ឧ. ផ្ចិតថ្នាក់ $50-60$ គឺស្មើនឹង $\frac{50+60}{2}=55$)
- គេកំណត់មធ្យមដោយប្រើរូបមន្ត:

$$\overline{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+\ldots+x_nf_n}{f_1+f_2+f_3+\ldots+f_n}$$ ។

- ថ្នាក់នៃមេដ្យាន ជាថ្នាក់មានប្រេកង់ ដែលត្រូវនឹង ពាក់កណ្តាលនៃប្រេកង់សរុប ដោយមើលប្រេកង់កើន។
(បើគេចង់រកតម្លៃមេដ្យានឱ្យកាន់តែជាក់លាក់ទៅទៀត គេអាចធ្វើអាំងទែប៉ូឡាស្យុង(ថ្នាក់ទី៩ចាស់)។)

# មេរៀនទី៨ ប្រូបាប

### ១. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ ជាផលធៀបរវាងចំនួនករណីស្រប ជាមួយចំនួនករណីអាច។

$$P=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}$$

### ២. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ

បើ $P'$ ជាប្រូបាបបំពេញនៃ $P$ នោះ $P+P'=1$ ។

# មេរៀនទី៩ ចម្ងាយរវាងពីចំណុច

### ១. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

ចម្ងាយរវាងពីចំណុច $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ កំណត់ដោយ: $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ។

### ២. កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល

កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ កំណត់ដោយ: $M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ ។

# មេរៀនទី១០ សមីការនៃបន្ទាត់

### ១. ការសង់បន្ទាត់

#### ១.១ ការសង់បន្ទាត់តាមតារាងតម្លៃលេខ

ផលធៀបនៃ បម្រែបម្រួល $y$ ជាមួយបម្រែបម្រួល $x$ គឺជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់។

- បន្ទាត់មានសមីការ $y=ax+b$ ដែល $a$ ជាមេគុណប្រាប់ទិស។
- មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់តាក់តាមពីរចំណុច $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ កំណត់ដោយ $a$ ដែល $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ។

#### ១.២ ការសង់បន្ទាត់តាមពីរចំណុច

ជាទូទៅ:

- បន្ទាត់មានសមីការ $y=ax+b$ កាត់អ័ក្ស $y'y$ និង $x'x$
- បន្ទាត់មានសមីការ $y=ax$ កាត់តាមគល់សូន្យ ។

ជាទូទៅ:

- $x=h$ ជាបន្ទាត់ឈរ (បន្ទាត់ស្របអ័ក្ស $oy$ ហើយកាត់អ័ក្ស $ox$ ត្រង់ $x=h$) ។
- $y=k$ ជាបន្ទាត់ដេក (បន្ទាត់ស្របអ័ក្ស $ox$ ហើយកាត់អ័ក្ស $oy$ ត្រង់ $y=k$) ។

### ២ សមីការនៃបន្ទាត់

**លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់ស្រប និងលក្ខណ្ឌនៃបន្ទាត់កែង**

គេមានពីរបន្ទាត់ $d_1:y=ax+b$ និង $d_2:y=a'x+b'$

- បើ $d_1//d_2$ លុះត្រាតែ $a=a'$ ។
- បើ $d_1\perp d_2$ លុះត្រាតែ $a\times a'=-1$ ។

# មេរៀនទី១១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

### ១. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច

បើយើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y = ax + b & (1) \\ y = a'x + b' & (2) \end{cases}$

នោះយើងរកគូចម្លើយតាមក្រាភិច ដោយសង់បន្ទាត់ $(1)$ និង $(2)$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ រួចធ្វើចំណោលកែងនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ មកលើអ័ក្សទាំងពីរ។

📢 *សម្គាល់*: មានលក្ខណៈបីចំពោះបន្ទាត់ទាំងពីរ:

-បើបន្ទាត់ប្រសព្វគ្នា នោះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយមួយគត់

-បើបន្ទាត់ស្របគ្នា នោះ ប្រព័ន្ធគ្មានគូចម្លើយទេ

-បើបន្ទាត់ត្រួតលើគ្នា នោះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ ។

### ២. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស

ក្នុងប្រព័ន្ធសមីការមានពីរអញ្ញាត គេអាចគណនាតម្លៃនៃអញ្ញាតណាមួយ ក្នុងសមីការ $(1)$ រួចយកទៅជំនួសក្នុងសមីការទី $(2)$ ធ្វើយ៉ាងនេះគេនឹងបានសមីការមួយ ដែលមានតែមួយអញ្ញាត។

### ៣. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបូក

គេអាចគុណមួយចំនួនពិតមិនសូន្យ ទៅលើសមីការនីមួយៗដើម្បីឱ្យមេគុណនៃអញ្ញាតណាមួយផ្ទុយគ្នា រួចបូកសមីការទាំងពីរ គេនឹងសល់សមីការដែលមានមួយអញ្ញាត។

### ៤. ចំណោទនៃប្រព័ន្ធសមីការ

ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី1 មានពីរអញ្ញាត អ្នកត្រូវធ្វើតាមជំហានដូចខាងក្រោម :

-សម្មតិកម្ម : ( អ្វីៗដែលគេឱ្យ ឬគេប្រាប់)

-សំណូរ : ( អ្វីដែលគេ ចង់ឱ្យយើងរក)

-តាងអញ្ញាត :( ជ្រើសរើសអញ្ញាតតាងអ្វីដែលគេសួរ)

-គំនិតបន្ថែម : ( បើចំណោះដឹង ដើម្បីភ្ជាប់ទំនាក់ទំនងរវាងអ្វីដែលគេប្រាប់ និងអ្វីដែលគេសួរ ...)

-ប្រព័ន្ធសមីការ :( សរសេរប្រព័ន្ធសមីការ)

-ដោះស្រាយ ប្រព័ន្ធសមីការ : ( រកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ)

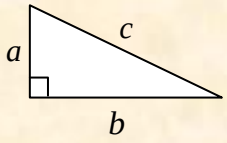
-ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ : ( ពិនិត្យឡើងវិញ)

# មេរៀនទី១២ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

### ១. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

ក្នុងត្រីកោណកែង ការេនៃអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង។

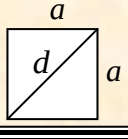
$c^2 = a^2 + b^2$



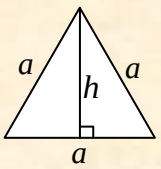

### ២. អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

ដោយអនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រគេអាចគណនាបាន:

-អង្កត់ទ្រូងការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a$ គឺ: $d = a\sqrt{2}$

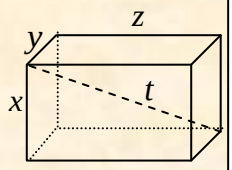



-កម្ពស់នៃត្រីកោណសមមាំដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a$ គឺ: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$




-អង្កត់ទ្រូងប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានរង្វាស់ទ្រនុង $x$ , $y$ , $z$ គឺ:

$t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$



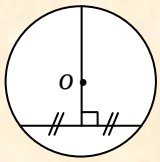
# ❀ មេរៀនទី១៣ រង្វង់និងបន្លាត់ ❀

## ១. លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ

### ១.១ បន្លាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ

**ជាទូទៅ:**

- បន្លាត់ដែលគូសចេញពីផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយកែងនឹងអង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ។
- បន្លាត់ដែលកែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ ត្រូវកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ ។




### ១.២ អង្កត់ធ្នូស្មើគ្នា

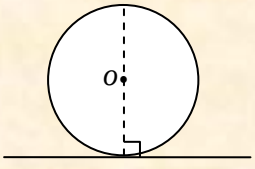
**ជាទូទៅ:** អង្កត់ធ្នូពីរមានប្រវែងស្មើគ្នានៅក្នុងរង្វង់មួយត្រូវមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់នោះ។

ច្រាសមកវិញ: អង្កត់ធ្នូក្នុងរង្វង់មួយដែលមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់ ជាអង្កត់ធ្នូប៉ុនគ្នា ។



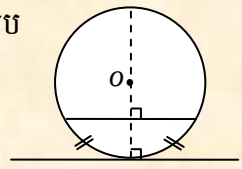

## ២. បន្លាត់ប៉ះ

**ជាទូទៅ:** បន្លាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រូវកែងទៅនឹងកាំ ឬអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ត្រង់ចំណុចប៉ះ។

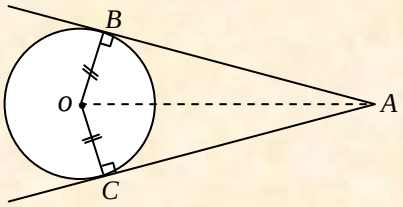



## ៣. លក្ខណៈនៃបន្លាត់ប៉ះ

**ជាទូទៅ:** បើបន្លាត់ប៉ះរង្វង់ស្របទៅនឹងអង្កត់ធ្នូមួយ នោះចំណុចប៉ះចែកធ្នូសន្ធឹងជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា។




**ជាទូទៅ:** បើបន្លាត់ពីរគូសចេញពីចំណុចរួម $A$ មួយនៅក្រៅរង្វង់នេះ ត្រង់ចំណុច $B$ និង $C$ គេបាន:




១. បន្លាត់ប៉ះនៃរង្វង់កែងទៅនឹងកាំត្រង់ចំណុចប៉ះ $\angle OBA = \angle OCA = 90^o$ ។

២. បន្លាត់ប៉ះពីរទៅនឹងរង្វង់ដែលគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់មានប្រវែងស្មើគ្នា $AB = AC$ ។

៣. បន្លាត់ដែលគូសចេញពីចំណុចក្រៅរង្វង់ មុំឈមទៅនឹងផ្ចិតនៃរង្វង់ ជាកន្លះបន្លាត់ពុះនៃមុំឈមដែលផ្គុំដោយបន្លាត់ប៉ះទាំងពីរ និងមុំដែលផ្គុំដោយកាំនៃរង្វង់

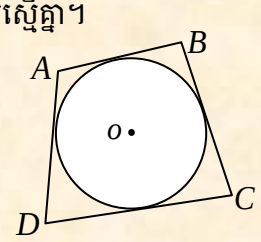
ក. $\angle OAB = \angle OAC$

ខ. $\angle COA = \angle BOA$ ។

## ៤. អនុភត្តន៍លក្ខណៈជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

**ជាទូទៅ:** ក្នុងចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ផលបូករង្វាស់ជ្រុងឈម មានរង្វាស់ស្មើគ្នា។

$AB + CD = BC + AD$




## ៥. ទីតាំងរង្វង់

ទីតាំងនៃរង្វង់ពីរមាន ៥ ករណីដូចខាងក្រោម:

១. រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

២. រង្វង់មានចំណុចរួមមួយ

៣. រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច

៤. រង្វង់មានចំណុចរួមមួយ រង្វង់ទាំងពីរជារង្វង់ប៉ះក្នុង

៥. រង្វង់គ្មានចំណុចរួម រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ។

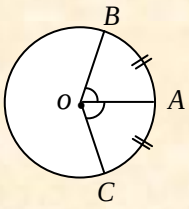
# មេរៀនទី១៤ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

## ១. មុំផ្ចិត

**ជាទូទៅ:** ក្នុងរង្វង់មួយធ្នូពីរប៉ុនគ្នា ស្មាត់ដោយមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា ហើយច្រាសមកវិញ កាលណាមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា នោះធ្នូស្មាត់ទាំងពីរក៏ប៉ុនគ្នាដែរ។

-បើ $AB = AC$ នោះ $\angle AOB = \angle AOC$

-បើ $\angle AOB = \angle AOC$ នោះ $AB = AC$

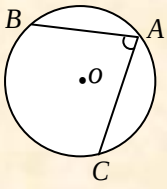



## ២. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់

### ២.១ និយមន័យ

**និយមន័យ:** មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ជាមុំដែលមាន កំពូលស្ថិតនៅលើរង្វង់ ហើយជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ជាអង្កត់ធ្នូ។

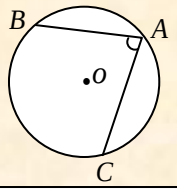
-មាន $\angle BAC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់




### ២.២ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់និងធ្នូ

**ជាទូទៅ:** គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះរង្វាស់ធ្នូដែលស្មាត់មុំនោះ។

-គេបាន $\angle BAC = \frac{BC}{2}$

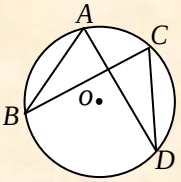



### ២.៣ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្មាត់ធ្នូតែមួយ

**ជាទូទៅ:** គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយដែលមានធ្នូស្មាត់រួម ជាមុំដែលមានរង្វាស់ស្មើគ្នា។

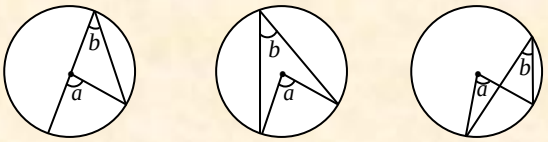
-គេបាន $\angle A = \angle C$

$\angle B = \angle D$




### ២.៤ មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់

**ជាទូទៅ:** មុំផ្ចិតនៃរង្វង់មួយ មានរង្វាស់ស្មើនឹងពីរដងនៃមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ដែលស្មាត់ដោយធ្នូតែមួយ។



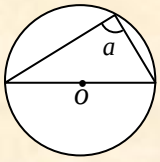

-បើមាន $a$ ជាមុំផ្ចិត និង $b$ ជាមុំចារឹកស្មាត់ធ្នូរួម

នោះយើងបាន $a = 2b$ ឬ $b = \frac{a}{2}$ ។

## ៣. មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់

**ជាទូទៅ:** គ្រប់មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ជាមុំកែង។

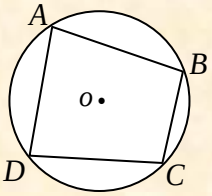
$a = 90^o$ ។




## ៤. មុំឈរនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

### ៤.១ និយមន័យ

ចតុកោណដែលមានកំពូលទាំងបួនស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ហៅថាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណ។

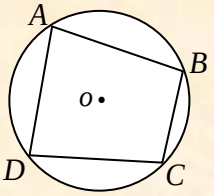



### ៤.២ លក្ខណៈមុំឈរ

មុំឈរក្នុងចតុកោណចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់មួយជាមុំបន្តែមគ្នា។

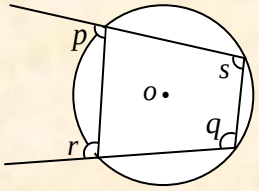
$\angle A + \angle C = 180^o$

$\angle b + \angle d = 180^o$



### ៥ មុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំឈរមរាចារឹកក្នុងចតុកោណនោះ $p=q, r=s$ ។



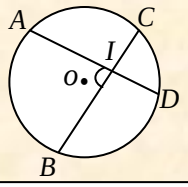

### ៥ មុំដែលមានកំពូលមិននៅលើរង្វង់

### ៦.១ មុំក្នុងរង្វង់

មុំក្នុងរង្វង់ជាមុំដែលមានកំពូលនៅក្នុងរង្វង់។

មុំក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹង កន្លះផលបូករង្វាស់ធ្នូស្កាត់ដោយជ្រុងនៃមុំ។

គេបាន $\angle I = \dfrac{AB+CD}{2}$

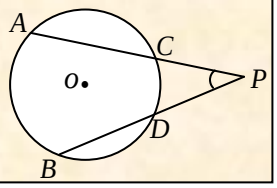



### ៦.២ មុំក្រៅរង្វង់

មុំក្រៅរង្វង់ជាមុំដែលមានកំពូលនៅក្រៅរង្វង់។

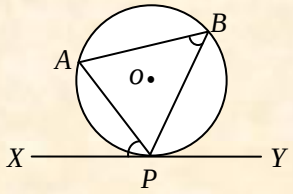
មុំក្រៅរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹង កន្លះផលដករង្វាស់ធ្នូស្កាត់ដោយជ្រុងនៃមុំ។

គេបាន $\angle P = \dfrac{AB-CD}{2}$




### ៧. មុំផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ

**ជាទូទៅ:** មុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូគូសចេញពីចំណុចមួយនៅលើរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ដែលមានអង្កត់ធ្នូនៅក្នុងនោះ។




-តាមរូបខាងលើ យើងបាន $\angle XPA = \angle PBA$

# មេរៀនទី១៥ ទ្រឹស្តីបទតាឡេស

## ១. បន្ទាត់ស្របនិងខ្នាត់

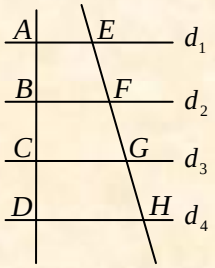
**ជាទូទៅ:** បើបន្ទាត់ស្របកំណត់នៅលើខ្នាត់មួយបានអង្កត់ប៉ុនគ្នា នោះវាកំណត់នៅលើខ្នាត់ផ្សេងទៀតក៏បានអង្កត់ប៉ុនគ្នាដែរ ។

-បើ $(d_1)//(d_2)//(d_3)//(d_4)$

និង $AB=BC=CD$

នោះយើងបាន:

$EF=FG=GH$



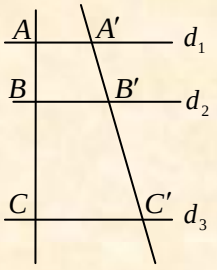

## ២. ទ្រឹស្តីបទតាឡេស

បើបន្ទាត់ច្រើនស្របគ្នានៅលើខ្នាត់ពីរកំណត់បានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា។

-បើ $(d_1)//(d_2)//(d_3)$

គេបាន $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$

ឬ $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$



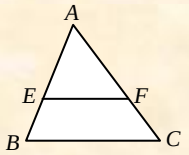

## ៣. អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណនិងចតុកោណ

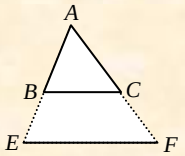
### ៣.១ អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណ

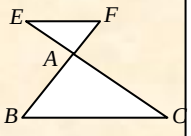
**ជាទូទៅ:** $EF$ ជាបន្ទាត់កាត់ជ្រុងពីរនៃត្រីកោណ $ABC$

បើ $EF//BC$ នោះ $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ ។

**ច្រាសមកវិញ:** បើ $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ នោះ $EF//BC$ ។



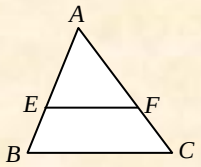




**ជាទូទៅ:** បើបន្ទាត់ស្របទៅនឹងជ្រុងមួយនៃត្រីកោណ ដុំជាមួយជ្រុងពីរទៀត បានត្រីកោណថ្មីមួយ ដែលត្រីកោណទាំងពីរនោះមានជ្រុងសមាមាត្រគ្នា។

-បើ $(BC)//(EF)$ គេបាន:

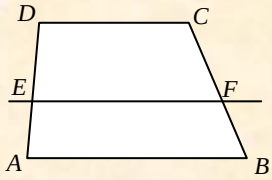
$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$

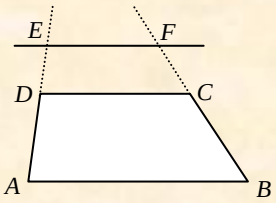



### ៣.១ អនុវត្តន៍ក្នុងចតុកោណញាយ

**ជាទូទៅ:** បើបន្ទាត់មួយស្របទៅនឹងបាតនៃចតុកោណញាយកាត់ជ្រុងមិនស្រប ឬបន្លាយនៃជ្រុមិនស្រប កំណត់បានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា។

**ច្រាសមកវិញ:** បើបន្ទាត់មួយកាត់ជ្រុងមិនស្រប ឬបន្លាយនៃជ្រុងមិនស្របនៃចតុកោណញាយមួយ កំណត់បានអង្កត់សមាមាត្របន្ទាត់នោះត្រូវស្របនឹងបាតទាំងពីរ។



# មេរៀនទី១៦ ត្រីកោណដូចគ្នា

## ១. ត្រីកោណដូចគ្នា

### ១.១ សញ្ញាណ

**និយមន័យ:** ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នាកាលណាវាមាន: -មុំទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា

-ជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា

-ផលធៀបសមាមាត្រ ហៅថា ផលធៀបដំណូច

**ចំណាំ:**

- គេកំណត់ត្រីកោណពីរដូចគ្នាដោយសញ្ញា $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ .
- បើ $ABC$ និង $A'B'C'$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា តាមផលធៀបដំណូចគេសរសេរផលធៀបសមាមាត្រនៃជ្រុងទាំងបីដោយរៀបកំពូលទៅតាមលំដាប់នៃមុំប៉ុនគ្នា។

$$\sim \left| \frac{\Delta A'B'C'}{\Delta ABC} \right. \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$$

### ១.២ ករណីដំណូច

ដើម្បីឱ្យត្រីកោណពីរដូចគ្នាគេគ្រាន់តែរកឱ្យឃើញមុំខ្លះៗប៉ុនគ្នា ឬជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នាតាមករណីដូចខាងក្រោម:

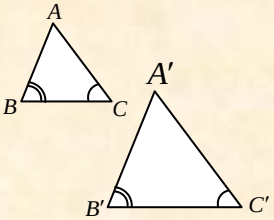
**ក. ករណីដំណូចទី 1 (ម.ម)**

ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា។

-បើ $\angle B = \angle B'$

$\angle C = \angle C'$

នោះ $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$




**ខ. ករណីដំណូចទី 2 (ជ.ម.ជ)**

ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានមុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរសមាមាត្ររៀងគ្នា។

-បើមាន $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ និង $\angle A = \angle A'$

នោះ $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ ។

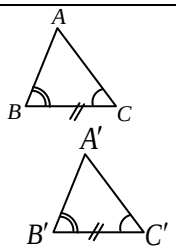
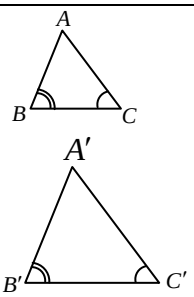
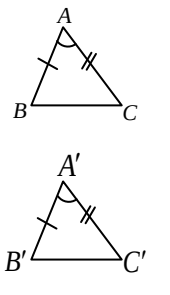
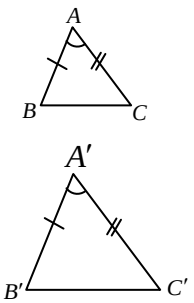
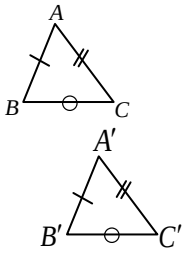
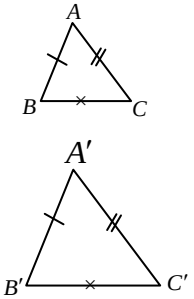
**គ. ករណីដំណូចទី 2 (ជ.ជ.ជ)**

ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា។

-បើ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

នោះ $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ ។

**ចំណាំ:** ខាងក្រោមជាតារាងប្រៀបធៀបករណីប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ និងករណីដំណូចនៃត្រីកោណ:

| **លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា** | | **លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរដូចគ្នា** | |
|---|---|---|---|
| លក្ខណៈ: | ករណី | ករណី | លក្ខណៈ: |
|  $\angle B = \angle B'$ $BC = B'C'$ $\angle C = \angle C'$ | ទី1 ម.ជ.ម | ទី1 ម.ម |  $\angle B = \angle B'$ $\angle C = \angle C'$ |
|  | ទី2 ជ.ម.ជ | ទី2 ជ.ម.ជ |  |
|  $AB = A'B'$ $AC = A'C'$ $BC = B'C'$ | ទី3 ជ.ជ.ជ | ទី3 ជ.ជ.ជ |  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ |

## ៣. ទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណកែង

### ទ្រឹស្តីបទ

- ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់ជ្រុងមួយនៃមុំកែង ជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និងចំណោលកែងរបស់វាលើអ៊ីប៉ូតេនុស។

  $AC^2 = BC \times HC$ ឬ $AB^2 = BC \times HB$

- ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់កម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុសជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអង្កត់ដែលវាកំណត់បានលើអ៊ីប៉ូតេនុស ។

  $HA^2 = HB \times HC$

- ក្នុងត្រីកោណកែង ផលគុណរវាងជ្រុងមុំកែងទាំងពីរស្មើនឹងផលគុណរវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និងកម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស។

  $AB \times AC = BC \times AH$

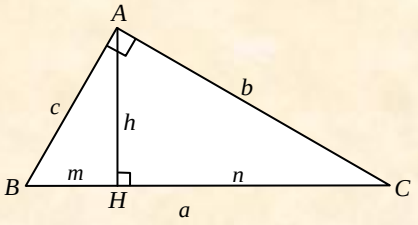
- ក្នុងត្រីកោណកែង ការេអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងជាប់មុំកែង។

  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

- ក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកចម្រាសការេនៃជ្រុងមុំកែងស្មើនឹងចម្រាសការេនៃកម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស។

  $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AH^2}$

### តារាងសង្ខេបរូបមន្ត

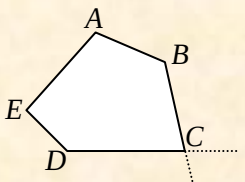



| | | |
|---|---|---|
| ១. | $AC^2 = BC \times HC$ | ឬ $b^2 = an$ |
| | $AB^2 = BC \times HB$ | ឬ $c^2 = am$ |
| ២. | $HA^2 = HB \times HC$ | ឬ $h^2 = mn$ |
| ៣. | $AB \times AC = BC \times AH$ | ឬ $bc = ah$ |
| ៤. | $BC^2 = AB^2 + AC^2$ | ឬ $a^2 = b^2 + c^2$ |
| ៥. | $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AH^2}$ | ឬ $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h^2}$ |

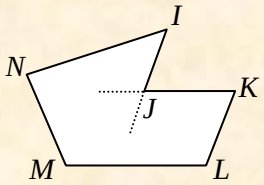
# ❁ មេរៀនទី១៧ ពហុកោណ ❁

## ១. និយមន័យ

**និយមន័យ:** ពហុកោណជាផ្នែកមួយនៃប្លង់ ដែលខណ្ឌដោយខ្សែកាច់បិទជិត។




*ពហុកោណប៉ោង*




*ពហុកោណផត*

យើងសិក្សាតែពហុកោណប៉ោង។

គេឱ្យឈ្មោះពហុកោណទៅតាមចំនួនជ្រុងរបស់វា។

-បើជ្រុង 3 ហៅថា ត្រីកោណ

-បើជ្រុង 4 ហៅថា ចតុកោណ

-បើជ្រុង 5 ហៅថា បញ្ចកោណ

-បើជ្រុង 6 ហៅថា ឆកោណ

-បើជ្រុង 7 ហៅថា សត្តកោណ

-បើជ្រុង 8 ហៅថា អដ្ឋកោណ

-បើជ្រុង 9 ហៅថា នព្វកោណ

-បើជ្រុង 10 ហៅថា ទស្សកោណ

-បើជ្រុង 12 ហៅថា ទ្វេទស្សកោណ

-.....

## ២. ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ

**ជាទូទៅ:** ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណមួយដែលមាន $n$ ជ្រុងស្មើនឹង $(n-2)\times 180^o$ ។

## ២. ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ

**ជាទូទៅ:** ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃគ្រប់ពហុកោណប៉ោង មានរង្វាស់ស្មើនឹង $360^o$ ។

*សម្គាល់:* ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនេះ មិនអាស្រ័យនឹងចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណទេ ។

## ៤. រង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត

**ជាទូទៅ:**

- ពហុកោណនិយ័ត ជាពហុកោណដែលមុំមានរង្វាស់ស្មើៗគ្នា ហើយជ្រុងទាំងអស់ប៉ុនៗគ្នា ។
- មុំក្នុងមួយ នៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន $n$ ជ្រុង មានរង្វាស់ស្មើនឹង $\dfrac{(n-2)\times 180^o}{n}$ ។

# មេរៀនទី១៨ សូលីត

## ១. ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

### ១.១ ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃសូលីត

**ក. ពីរ៉ាមីតនិយ័ត**

**ជាទូទៅ:** ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត ស្មើនឹងផលគុណរវាងកន្លះបរិមាត្របាត និងអាប៉ូតែម។

$$S_L = \frac{1}{2} \times p \times a$$

( $p$: បរិមាត្រពហុកោណនិយ័ត , $a$: អាប៉ូតែម)

**ខ. កោណ**

**ជាទូទៅ:** - ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណគឺ:

$S_L = \pi Ra$ ( $R$ កាំបាត , $a$ ជនេត្រ)

- ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណគឺ:

$S_T = \pi Ra + \pi R^2 = \pi R(a+R)$

**គ. ស្វ៊ែ ឬប៊ូល**

**ជាទូទៅ:** - ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃស្វ៊ែគឺ:

$S = 4\pi R^2$ ( $R$ ជាកាំនៃស្វ៊ែ)

### ១.២ មាឌនៃសូលីត

**ក. ពីរ៉ាមីត**

-មាឌពីរ៉ាមីត $V = \frac{1}{3} S_B h$

មាន $S_B$ ជាផ្ទៃក្រឡាបាត និង $h$ ជាកម្ពស់ពីរ៉ាមីត។

**ខ. កោណ**

-មាឌកោណ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

មាន $R$ ជាកាំនៃថាសបាត និង $h$ ជាកម្ពស់នៃកោណ។

**គ. ស្វ៊ែ ឬប៊ូល**

-មាឌស្វ៊ែ ឬប៊ូល $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

មាន $R$ ជាកាំនៃស្វ៊ែ ។

## ២. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

### ២.១ ផលធៀបផ្ទៃក្រឡា

**ជាទូទៅ:** កាលណារូបពីរដូចគ្នា ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡា ស្មើនឹងការេនៃផលធៀបរវាងធាតុត្រូវគ្នាពីរ។

### ២.២ ផលធៀបមាឌ

**ជាទូទៅ:** កាលណារូបពីរដូចគ្នា ផលធៀបរវាងមាឌ ស្មើនឹងគូបនៃផលធៀបរវាងធាតុត្រូវគ្នាពីរ។




# គណិតវិទ្យា
## អាន. គិត. យល់



# ស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# កំណែលំហាត់ប្រតិបត្តិ

### ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ ពីការកែគ្រប់លំហាត់ប្រតិបត្តិនៃគ្រប់មេរៀន ដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅពុម្ពថ្នាក់ទី៩ របស់ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បោះពុម្ពលើកទី១ ឆ្នាំ ២០១១ ។ លក្ខណៈពិសេសនៅក្នុងផ្នែកនេះ គឺមានទាំងចម្លើយលំហាត់ប្រតិបត្តិ និងមានទាំងប្រធានលំហាត់ ដូចនេះលោកអ្នកអាចបើកមើលប្រធានលំហាត់ នៅក្នុងសៀវភៅនេះ ដោយផ្គូផ្គងលេខទំព័ររបស់លំហាត់នោះ ជាមួយលេខទំព័រដែលមានភ្ជាប់ពីខាងមុខ នៃកំណែលំហាត់ប្រតិបត្តិនីមួយៗ។ រាល់ដំណោះស្រាយនៃលំហាត់ តែងតែធ្វើការបកស្រាយឱ្យស្របទៅនឹងវត្ថុបំណងនៃមេរៀនត្រង់ចំណុចនោះ ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាសមរម្យ ។

*សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...*

# មេរៀនទី១ ចំនួនអសនិទាន

-ទំព័រទី 03 : រកឫសការេនៃចំនួន $0.04$ , $0.01$ , $5$ , $-1$ , $\frac{25}{36}$ , $0.1$ ។

-ទំព័រទី 05 : រកឫសគូបនៃចំនួន $0.008$ , $-0.001$ , $0.08$ , $-0.4$ ។

-ទំព័រទី 06 : គណនា $\sqrt{10}\times\sqrt{0.1}$ , $\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{0.1}$ ។

-ទំព័រទី 07 : គណនាផលចែក ក. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$ ខ. $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{0.2}}$ គ. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{1\,000}}$ ឃ. $\frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{0.1}}$ ។

-ទំព័រទី 08 : បញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ ក. $\sqrt{\frac{2}{8}}$ ខ. $\sqrt[3]{\frac{81}{3}}$ គ. $\sqrt{12}$ ឃ. $\sqrt[3]{81}$ ង. $\sqrt{50}$ ច. $\sqrt{\frac{2}{25}}$ ។

-ទំព័រទី 09 : បញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់ ក. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ខ. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ គ. $5\sqrt{\frac{2}{25}}$ ឃ. $\frac{2}{11}\sqrt[3]{\frac{121}{7}}$ ។

-ទំព័រទី 11 : សម្រួល $5\sqrt{50}-8\sqrt{32}$ , $\sqrt{48x}-\sqrt{27x}$ , $\sqrt{5P}+3\sqrt{45P^3}$ $(P>0)$ ,
$\sqrt{12x+12}+\sqrt{27x+27}$ , $\sqrt{72a}-3\sqrt{98a}$ ។

-ទំព័រទី 12 : $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ , $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{18}}$ , $\frac{3}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}}$ , $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}$ ។

# មេរៀនទី២ សមាមាត្រ

-ទំព័រទី 19 : ពីភពព្រះចន្ទមកភពផែនដីមានចម្ងាយប្រមាណ 240 000 *mile* ។ បើគេប្រើវិទ្យុទាក់ទងដែលមានល្បឿន 186 000 *mile* ក្នុងមួយនាទីដើម្បីទាក់ទងគ្នា តើគេត្រូវប្រើពេលអស់ប៉ុន្មាន ទើបទទួលសញ្ញាពីភពព្រះចន្ទ។

-ទំព័រទី 21 : ក្រុមហ៊ុនអចលនវត្ថុលក់ដីឱ្យគេ ដោយទទួលប្រាក់មកក្រៃ 1 800 $ ត្រូវជា 3% នៃថ្លៃដី។ តើដីដែលត្រូវលក់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

-ទំព័រទី 23 : ក. ប្រេងសាំងពីមុនលក់ 1 លីត្រថ្លៃ 4 800 រ ឥឡូវនេះលក់ថ្លៃតែ 4 200 រ។ តើប្រេងសាំងចុះថ្លៃអស់ប៉ុន្មានភាគរយ ?

ខ. ឆ្នាំទៅសាលារៀនមួយទទួលសិស្សបានតែ 800 នាក់។ ប៉ុន្តែឆ្នាំនេះការទទួលសិស្សបានកើនឡើង 10%។ រកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំនេះ។

-ទំព័រទី 25 : ពូសុខយកប្រាក់ 500 000 រ ទៅដាក់យកការប្រាក់ ពីរឆ្នាំក្រោយមកគេបានប្រាក់សរុប 605 000 រ។ រកអត្រានៃការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

# ❧ មេរៀនទី៣ កន្សោមពីជគណិត ❧

-ទំព័រទី 30 : ចូរគណនា

$A=2(x-2)(-x^2-x+3)-(-2x-1)(x-2)^2$

$B=(x-1)^2(x+2)-x(x+1)^2$ ។

-ទំព័រទី 31 : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាកត្តារួម

$A=6x^2(x+1)-2x(x+1)$

$B=3(x-1)(x+2)+(x^2-x)(x+2)$ ។

-ទំព័រទី 33 : ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុនៃកត្តា

$A=x^2(x-1)+4x(x-1)+4x-4$

$B=(3x-6)(4x^2-1)-(2x-4)(4x^2+4x+1)$ ។

-ទំព័រទី 34 : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$x^2-4x-5$ , $x^2+2x-15$ , $x^2-11x+30$

$x^2-2x-8$ , $x^2+5x-14$ , $2x^2+5x+3$ ។

-ទំព័រទី 35 : ចូរដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តា $x^2+6x-7$ , $x^2-5x+6$ ។

-ទំព័រទី 36 : ចូរគណនា $1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x-1}$ , $\frac{x^2-x}{x^2+x}+\frac{3x+2}{x+1}-\frac{2x^2-x}{x(x+1)}$ ។

-ទំព័រទី 37 : ចូរគណនា $A=\frac{x^2}{x^2-25}\div\frac{x^2+b}{x^2-20x+25}$ , $B=\frac{a-2}{a^2b}\times\frac{a^3-a^2}{a(a-2)-(a-2)}$ ។

# ❀ មេរៀនទី៤ សមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត ❀

-ទំព័រទី 43 : ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $6(x-2)=3(x-8)$

ខ. $3x+5=3(x+2)$

គ. $6x-4=2+6(x-1)$ ។

-ទំព័រទី 44 : ចូរដោះស្រាយសមីការ $\frac{3x}{4}+9=\frac{x}{2}+15$ , $\frac{x+7}{6}+\frac{2x-8}{2}=-4$ ។

-ទំព័រទី 45 : ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម។

$x^2+2x-4x-8=0$ , $(2x-1)^2-(x+3)^2=0$ , $3x^2+9x=0$ , $2x^2+3x-5=0$ ។

-ទំព័រទី 47 : ក. ម៉ារីមានអាយុ 8 ឆ្នាំច្រើនជាងអាយុបូណា។ ផលបូកអាយុរបស់ម៉ារីនិងបូណាស្មើនឹង 38 ឆ្នាំ។ ចូររកអាយុរបស់បូណា ។

ខ. ថែម 7 លើពីរដងនៃមួយចំនួនស្មើនឹងបន្ថយ 27 ពីបីដងនៃចំនួននោះ។ ចូររកចំនួននោះ ។

# មេរៀនទី៥ វិសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

-ទំព័រទី 52 : $a$ និង $b$ ជាចំនួនមិនសូន្យ ហើយវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $a>b$ គេបាន $a^2>b^2$ ។

-ទំព័រទី 55 : ចូរដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{x}{4}+2>7$ , $2(x+3)>5x+5$ , $0.37x+0.17>3.5$ ។

-ទំព័រទី 56 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ ក. $\begin{cases}2x-7\le 6x+5\\4x-11\le 4+x\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\le\frac{4x-3}{12}\\2x-1>\frac{3x-4}{2}\end{cases}$ ។

-ទំព័រទី 58 : ក. គេឱ្យចតុកោណកែងមួយមានវិមាត្រ $5m$ និង $x$ គិតជា $m$ ។ តើ $x$ ត្រូវយកតម្លៃណាខ្លះ ដើម្បីឱ្យចតុកោណកែងនេះ មានបរិមាត្រធំជាង $18m$ និងមានផ្ទៃក្រឡាតូចជាង $50m^2$ ។

ខ. ផលបូកនៃបីចំនួនគត់តគ្នាតូចជាង 1918 តែធំជាង 1914 ។ ចូររកចំនួនគត់ទាំងបីនោះ ។

# ✍ មេរៀនទី៦ បំណែងចែកប្រេកង់ ✍

-ទំព័រទី 64 : ខាងក្រោមនេះជាទិន្នន័យនៃចំនួនថ្ងៃ ដែលបុគ្គលិកមិនបានមកបំពេញការងារក្នុងរយៈពេល 20 ថ្ងៃ។

1 2 0 0 1 2 2 1 0 0

4 0 1 1 3 2 1 3 0 1

ចូរសង់ក្រាបសសរ។

-ទំព័រទី 67 : បើ $x$ ជាចំនួនកូន ហើយ $f$ ជាចំនួនគ្រួសារ ចូរសង់តារាងប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយតាមទិន្នន័យខាងក្រោម។

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 4 | 16 | 18 | 6 | 6 |

ក. រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន 2 នាក់យ៉ាងច្រើន ។

ខ. រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន 2 នាក់យ៉ាងតិច។

-ទំព័រទី 71 : ខាងក្រោមនេះជាស្ថិតិនៃម៉ាសសិស្ស 200 នាក់ (គិតជា $kg$ ) នៅវិទ្យាល័យមួយ។

| ម៉ាស | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |
|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 35 | 45 | 55 | 65 |

ក. សង់តារាងប្រេកង់កើន និងធ្លិតនៃថ្នាក់ ។

ខ. សង់ពហុកោណប្រេកង់កើន ។

គ. តើមានចំនួនសិស្សប៉ុន្មាននាក់ ដែកមានម៉ាសក្រោម 50 kg ?

# ★ មេរៀនទី៧ មធ្យមស្ថិតិ ★

-ទំព័រទី 77 : ចូរគណនាមធ្យមនៃតារាងទិន្នន័យខាងក្រោម។

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3 | 6 | 5 | 2 | 2 |

-ទំព័រទី 78 : ចូររកមេដ្យានៃប្រាក់បៀវត្សរ៍ (ឯកតាគិតជា ពាន់រៀល)។

| ប្រាក់បៀវត្សរ៍ | 200 | 300 | 350 | 700 | 840 | 950 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 6 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |

-ទំព័រទី 79 : ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត នៃទិន្នន័យខាងក្រោម។

10 8 13 12 7 ។

-ទំព័រទី 82 : ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត នៃទិន្នន័យ

| ថ្នាក់ | 21-28 | 28-35 | 35-42 | 42-49 | 49-56 | 56-63 | 63-70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 3 | 7 | 12 | 15 | 12 | 7 | 3 |

# មេរៀនទី៨ ប្រូបាប

-ទំព័រទី 89 : ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងឃ្លីពណ៌ស 2 ។

១. បើគេឱ្យឈ្មោះ **ក** ចាប់យកឃ្លីមួយពីថង់ ចូររកប្រូបាបដែលឈ្មោះ **ក** ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។

២. ឧបមាថាឈ្មោះ **ក** ចាប់បានឃ្លីខ្មៅ ដោយមិនដាក់ឃ្លីនោះចូលថង់វិញ ដោយឱ្យឈ្មោះ **ខ** បន្តចាប់យកឃ្លីមួយចេញពីថង់។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។

-ទំព័រទី 90 : ក្រុមហ៊ុនមួយមានបុគ្គលិកចំនួន 250 នាក់។ គេដឹងថាអ្នកដែលធ្វើដំណើរដោយរថយន្តផ្ទាល់ខ្លួនមានចំនួន 50 នាក់។ រកប្រូបាបដែលធ្វើដំណើរដោមធ្យោបាយដ៏ទៃទៀត ។

-ទំព័រទី 92 : គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយពីរដង។

១. ចូររកប្រូបាបដែលចេញលេខដូចគ្នា ។

២. ចូររកប្រូបាបដែលផលបូកគ្រាប់ទាំងពីរស្មើនឹង 10 ។

# 📖 មេរៀនទី៩ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច 📖

-ទំព័រទី 99 : ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

ក. $A(0\,,0)$ និង $B(8\,,-15)$ ខ. $A(-2\,,6)$ និង $B(3\,,-6)$

គ. $A(-3\,,-5)$ និង $B(-1\,,-8)$ ឃ. $A(5\,,3)$ និង $B(11\,,11)$ ។

# ☺ មេរៀនទី១០ សមីការបន្ទាត់ ☺

-ទំព័រទី 108 : ១. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=-\frac{x}{2}$ ។

២. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\,,1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-\frac{1}{3}$ ។

៣. ចូរគណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2\,,0)$ និង $B(-1\,,4)$ ។

-ទំព័រទី 110 : ចូរសង់បន្ទាត់ $y=\frac{-x+4}{2}$ , $y=2$ និង $x=4$ ក្នុងប្លង់តែមួយ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ដែលខណ្ឌដោយបន្ទាត់ទាំងបី ។

-ទំព័រទី 111 : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(-2\,,7)$ , $(-2\,,7)$ ។

-ទំព័រទី 113 : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុចមួយ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់មួយទៀត។

ក. កាត់តាមចំណុច $(0\,,0)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y=3x-1$ ។

ខ. កាត់តាមចំណុច $(6\,,3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x-3y=9$ ។

-ទំព័រទី 115 : ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀត។

ក. កាត់តាម $A(2\,,-1)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $2y-x-1=0$ ។

ខ. កាត់តាម $A\left(\frac{-1}{2}\,,0\right)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y=2x$ ។

-ទំព័រទី 117 : នៅម៉ោង 12 ថ្ងៃត្រង់កម្តៅមានសីតុណ្ហភាព $40^o$ ។ សីតុណ្ហភាពនេះនឹងថយចុះវិញក្នុងអត្រា $2^o$ ក្នុងមួយម៉ោង ។ តើនៅម៉ោងប៉ុន្មានទើបសីតុណ្ហភាពស្មើនឹង $26^o$ ។

# ❧ មេរៀនទី១១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី1មានពីរអញ្ញាត ❧

-ទំព័រទី 123 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាប $\begin{cases}4x+3y=4\\3x+y=-2\end{cases}$ ។

-ទំព័រទី 125 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ក. $\begin{cases}y+6=3x & (1)\\9x-2y=3 & (2)\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}3x-4y=8 & (1)\\4x+y=17 & (2)\end{cases}$ ។

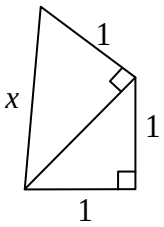
-ទំព័រទី 128 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ក. $\begin{cases}4x-3y=9\\-3x+5y=7\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}7x+3(y-3)=5(x+y)\\7(x-1)-6y=5(x-y)\end{cases}$ ។

-ទំព័រទី 131 : ក. ផលបូកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 50 ផលដកនៃ 3 ដងចំនួនទី 1 និង 2 ដងនៃចំនួនទី 2 ស្មើនឹង 60 ។ ចូររកចំនួនទាំងពីរនោះ ។

ខ. សួនរាងចតុកោណកែងមួយ មានបរិមាត្រស្មើនឹង $158m$ ។ គេដឹងថាបណ្តោយលើសទទឹង $5m$ ចូររកទទឹងនិងបណ្តោយនៃចតុកោណកែង ។

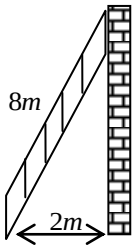
# ✍ មេរៀនទី១២ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ✍

-ទំព័រទី 138 : ចូរគណនារង្វាស់ $x$ គិតជា cm នៃរូបខាងស្តាំ ។



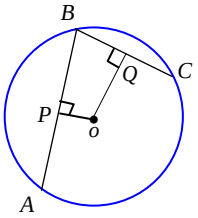

-ទំព័រទី 139 : ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេពីប៉ែតកែង ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើរៀងគ្នា 2 , 2 , 1 គិតជា $m$ ។

-ទំព័រទី 140 : គេយកជណ្តើរមួយដែលមានប្រវែង $8m$ ទៅផ្អែកនឹងជញ្ជាំងមួយ។
បើជើងជណ្តើរឃ្លាតពីជញ្ជាំង $2m$ ចូររក កម្ពស់នៃជញ្ជាំងនោះ ។

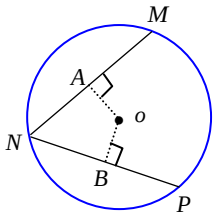


# មេរៀនទី១៣ រង្វង់និងបន្លាត់

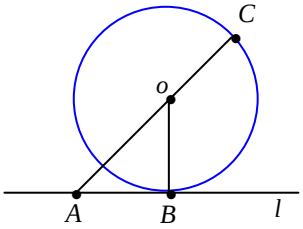
-ទំព័រទី 145 : គេមាន $O$ ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ និង $AB=25\ cm$ និង $BQ=6.5\ cm$ ដូចរូបខាងស្តាំនេះ។ ចូរគណនាប្រវែង $AP$ និង $BC$ ។




-ទំព័រទី 147 : នៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេមាន $O$ ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយ $OA=OB=5.5cm$ និង $MN=9cm$ ។ ចូររកប្រវែង $NP$ ។

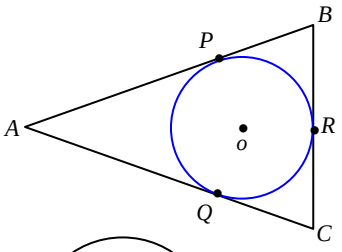



-ទំព័រទី 148 : គេមានរង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត $O$ និងកាំស្មើនឹង $2cm$ ។ $A$ ជាចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់។ ពីចំណុច $A$ គេគូសបន្លាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច $B$ និងបន្លាត់មួយទៀតកាត់តាមផ្ចិត $O$ និងកាត់រង្វង់ត្រង់ $C$ ។ បើគេដឹងថា $AB=OB$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ $AC$ ។

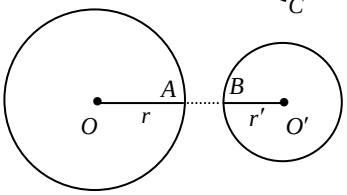



-ទំព័រទី 150 : $ST$ និង $RT$ ជាបន្លាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ ដែល $ST=RT=20\ cm$ ។ បើ $TQO$ ជាបន្លាត់ត្រង់មួយដែល $TQ=10\ cm$ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ $OQ$ ។

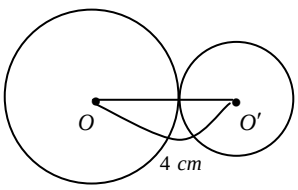
-ទំព័រទី 152 : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ ABC ជាត្រីកោណសមបាត ដែលមានកំពូល $A$ ។ ចូរស្រាយថា $BR=RC$ ។

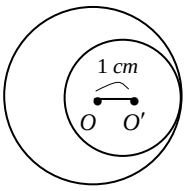



-ទំព័រទី 153 : គេឱ្យរង្វង់ពីរមានកាំរៀងគ្នា $r=5cm$ , $r'=3cm$ ។ $OO'$ កាត់រង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ ចូរគណនាប្រវែង $AB$ ។



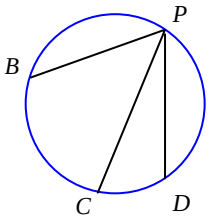

-ទំព័រទី 155 : គេមានរង្វង់ពីរ មានទំហំខុសគ្នាដែលមានផ្ចិត $O$ និង $O'$ ។ រង្វង់ទាំងពីរនេះមានបន្លាត់ប៉ះរួមមួយ ដែលមានចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង $4cm$ និងមានចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង $1cm$ ដូចរូបខាងក្រោម។ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ទាំងពីរ។



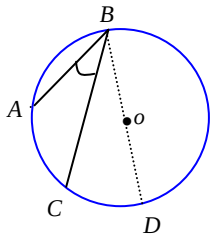
# មេរៀនទី១៤ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

-ទំព័រទី 160 : គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ និង $B$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃធ្នូ $AC$ ។ ចូរបង្ហាញថា $\angle AOB = \angle COB$ ។

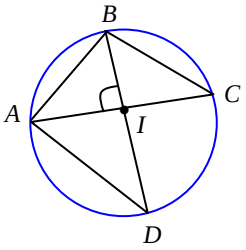



-ទំព័រទី 161: តាមរូបខាងស្តាំនេះ តើមានមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ប៉ុន្មាន ?

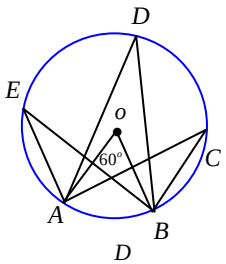
-ទំព័រទី 162: គេមាន $\angle ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ដែលមានចំណុច $O$ ឋិតនៅក្រៅត្រីកោណ $ABC$ ។ ដោយប្រើលក្ខណៈនៃឧទាហរណ៍ទី១ ចូរបង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}AC$ (រូបខាងស្តាំ)។



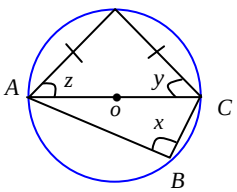

-ទំព័រទី 164: ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ អង្កត់ធ្នូ $AC$ ប្រសព្វនឹង $BD$ ត្រង់ $I$ ។ គេឱ្យ $\angle ACB = 34^o$ និង $\angle CAD = 45^o$ ។ ចូរគណនា $\angle AIB$ ។



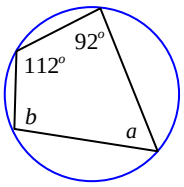

-ទំព័រទី 167: រង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ ដែល $\angle AOB = 60^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle ACB$ , $\angle ADB$ និង $\angle AEB$ (រូចខាងស្តាំ)។




-ទំព័រទី 169 : តាមរូបខាងស្តាំនេះគេមានរង្វង់ ដែលមានផ្ចិត $O$ និងអង្កត់ផ្ចិត $AC$ ហើយ $AD = DC$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $x$ , $y$ , $z$ ។

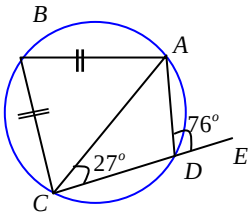



-ទំព័រទី 171: តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $a$ និង $b$ ។

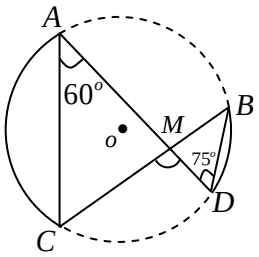



-ទំព័រទី 173: គេមានចតុកោណ ABCD ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AB = BC$ ។ គេបន្លាយ $CD$ ដល់ $E$ ដែលមាន $\angle ACE = 27^o$ និង $\angle ADE = 76^o$ ។ ចូរគណនា

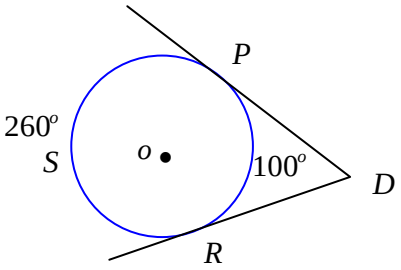
ក. $\angle ACB$ ខ. $\angle BAD$ ។



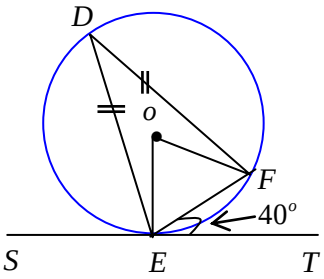
-ទំព័រទី 174: គេមាន $\angle CMD$ ជាមុំក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $O$ ដូចរូបខាងស្តាំ។
គេដឹងថា $\angle CAD = 60^o$ និង $\angle ADB = 75^o$ ។
ចូរគណនា $\angle CMD$ ។




-ទំព័រទី 175: ចូរគណនា $\angle D$ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ ។



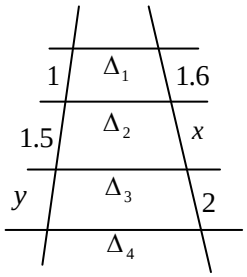

-ទំព័រទី 178: គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $O$ និង $SET$ ជាបន្ទាត់ប៉ះ
នៃរង្វង់ត្រង់ $E$ ។ គេឱ្យអង្កត់ $DE = DF$ និង
$\angle FET = 40^o$ ។ ចូរគណនា:
ក. $\angle EOF$
ខ. $\angle DES$ ។



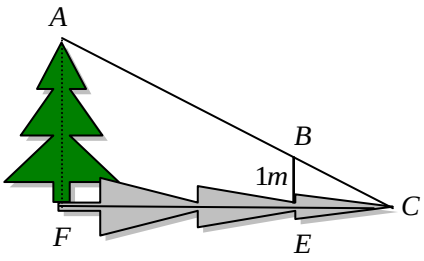
# ❋ មេរៀនទី១៥ ទ្រឹស្តីបទតាឡេស ❋

-ទំព័រទី 182 : $P$ ជាចំណុចមួយនៃអង្កត់ $AB$ ។ ចូរសង់ $P$ ដើម្បីឱ្យបាន $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{5}$ ។

-ទំព័រទី 184 : គេមាន $\Delta_1$ , $\Delta_2$ , $\Delta_3$ , $\Delta_4$ ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា។
ចូរគណនាតម្លៃ $x$ និង $y$ ។

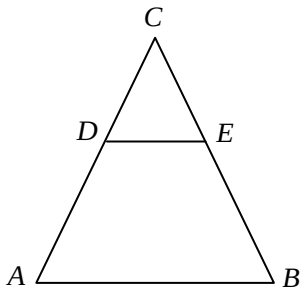



-ទំព័រទី 186 : គ្រូនាំសិស្សចេញមកខាងក្រៅថ្នាក់ដើម្បីអនុវត្តវាស់កម្ពស់ដើមឈើមួយដើម ដែលឋិតនៅក្នុងទីធ្លាសាលា។ ដោយឱ្យសិស្សម្នាក់យកបង្គោលមួយដើមដែលមានប្រវែង $1m$ មកដាក់ក្នុងម្លប់ដើមឈើនោះ ហើយរំកិលឱ្យ ស្រមោលនៃចុងបង្គោល និងស្រមំលនៃចុងឈើត្រួតស៊ីគ្នា។
ចូររកកម្ពស់នៃដើមឈើ ។




-ទំព័រទី 188 : ក្នុងត្រីកោណ ABC គេមាន $(DE)//(AB)$ ។ ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម។

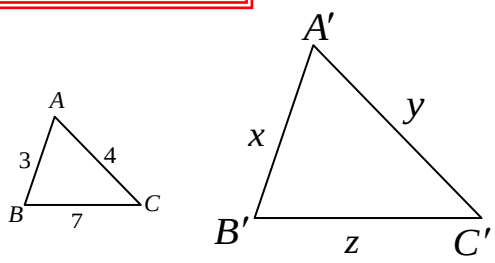
| | $AD$ | $DC$ | $BE$ | $EC$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ក. | 3 | 2 | 6 | … | | |
| ខ. | 7 | 3 | … | 5 | | |
| គ. | 2 | … | 3 | 4 | | |
| | $AD$ | $DC$ | $AC$ | $BE$ | $EC$ | $BC$ |
| ឃ. | … | 8 | 20 | … | … | 15 |
| ង. | 12 | … | 30 | 9 | … | … |



# មេរៀនទី១៦ ត្រីកោណដូចគ្នា

-ទំព័រទី 193 : ត្រីកោណ $ABC$ និងត្រីកោណ $A'B'C'$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា ដែលមានផលធៀបដំណូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ ។

ចូរគណនា $x$ , $y$ , $z$ ។

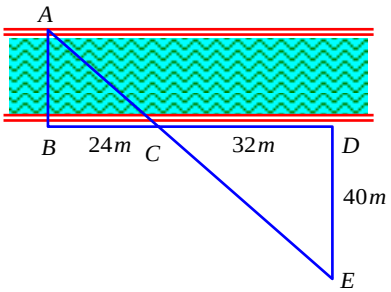



-ទំព័រទី 195 : គេមានត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $PMN$ ដែល $\angle A=80^o$, $\angle B=54^o$, $\angle P=54^o$ និង $\angle M=46^o$ ។

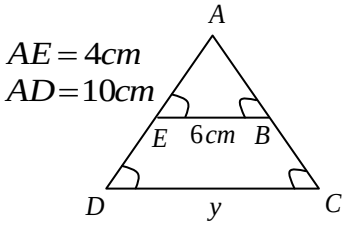
ក. ចូរបង្ហាញថា ត្រីកោណ $ABC$ ដូចត្រីកោណ $PMN$ ។

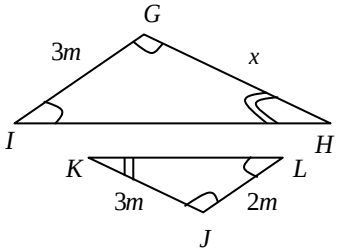
ខ. ចូរទាញរកផលធៀបដំណូច ។

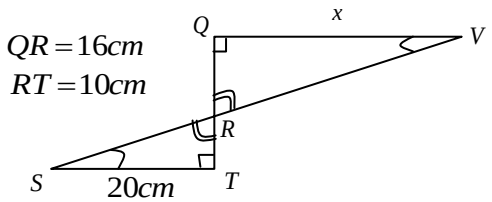
-ទំព័រទី 197 : ចូរគណនាប្រវែងនៃទទឹងទន្លេ AB តាមរូបខាងស្តាំ ដោយត្រីកោណ $CBA$ ដូចត្រីកោណ $CDE$ ។

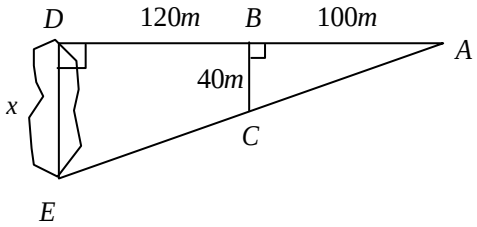



-ទំព័រទី 200 : រកតម្លៃ $x$ និង $y$ ។

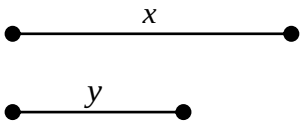



-ទំព័រទី 207 : គេឱ្យអង្កត់ពីរ ដែលមានប្រវែង $x$ និង $y$ ។ ចូរគណនាប្រវែង $z$ មួយដែល $z=\sqrt{x^2-y^2}$ និងសង់រូបនោះឡើងវិញ ដែល $x$ , $y$ និង $z$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ។

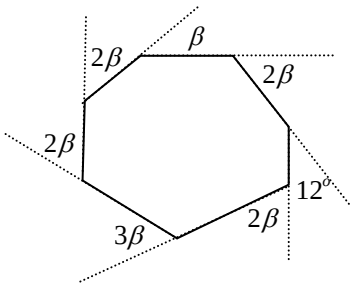


# មេរៀនទី១៧ ពហុកោណ

-ទំព័រទី 214 : គេមាន 8 ចំណុចដែលមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ និងមិនត្រួតស៊ីគ្នា។ ចូរភ្ជាប់ចំណុចទាំងនោះព្រមទាំងប្រាប់ចំនួនជ្រុង និងអង្កត់ទ្រូង ។

-ទំព័រទី 217 : ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណ ដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $2\ 700^o$ , $3\ 420^o$ ។

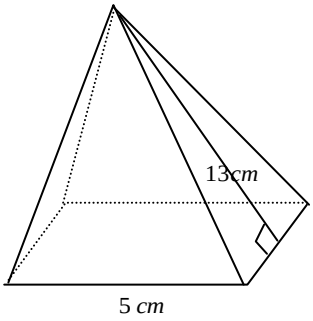
-ទំព័រទី 219 : ចូរគណនាតម្លៃ $\beta$ ក្នុងពហុកោណខាងក្រោម ។



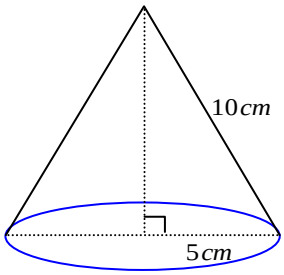

-ទំព័រទី 220 : ហេតុអ្វីបានជាចតុកោណកែង និងចតុកោណស្មើ មិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត? ចូរបញ្ជាក់?

# ♪ មេរៀនទី១៨ សូលីត ♪

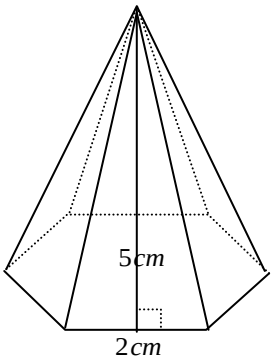
-ទំព័រទី 226 : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់តាមរូបខាងក្រោម។




រូប (a)



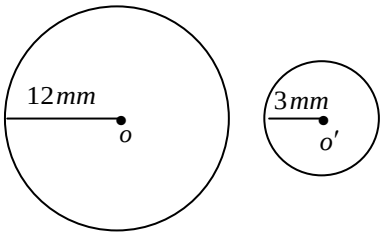

រូប (b)



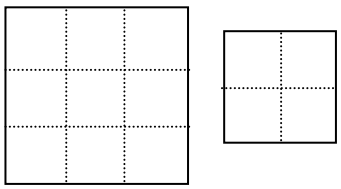

រូប (c)

-ទំព័រទី 228 : កោណមួយមានកម្ពស់ $28cm$ និងកាំនៃថាសបាតមានប្រវែង $13cm$ ។ ចូរគណនាមាឌកោណគិតជា $dm^3$ ។

-ទំព័រទី 231 : ចូរសរសេរផលធៀបបរិមាត្រ និងផលធៀបផ្ទៃក្រឡានៃរូបដូចគ្នាខាងក្រោម។

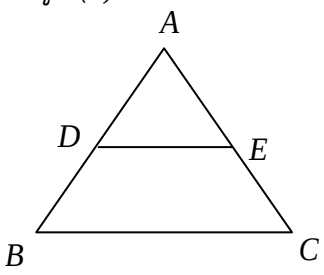



រូប (a)



រូប (b)

-ទំព័រទី 232 : គេឱ្យ $(DE)//(BC)$ , $AD=3cm$ , $AB=5cm$ ។
ដោយដឹងថាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ADE=6\ cm^2$ ។
ក. ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABC$ ។
ខ. ចូរកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $DECB$ ។



# មេរៀនទី១ ចំនួនអសនិទាន

**-ខ្ទំព័រទី3 :** រកឫសការ៉េនៃចំនួន :

ក. ឫសការ៉េនៃ $0.04$ :

ដោយ $0.04=(0.2)^2$

នាំឱ្យ $\sqrt{0.04}=0.2$

ដូចនេះ ឫសការ៉េនៃ $0.04$ គឺ $0.2$ ។

ខ. ឫសការ៉េនៃ $0.01$ :

ដោយ $0.01=(0.1)^2$

នាំឱ្យ $\sqrt{0.01}=0.1$

ដូចនេះ ឫសការ៉េនៃ $0.01$ គឺ $0.1$ ។

គ. ឫសការ៉េនៃ $5$ :

គ្មានចំនួនសនិទានណាដែលការ៉េរបស់វាស្មើនឹង $5$ ទេ

នាំឱ្យ ឫសការ៉េរបស់វាជាចំនួនអសនិទាន

ដូចនេះ $\sqrt{5}$ ជាឫសការ៉េនៃ $5$ ។

ឃ. ឫសការ៉េនៃ $-1$ :

គ្មានចំនួនសនិទានណា ឬអសនិទានណា ដែលការ៉េរបស់វាអវិជ្ជមានទេ នាំឱ្យវាគ្មានឫសការ៉េទេ

ដូចនេះ ចំនួន $-1$ គ្មានឫសការ៉េជាចំនួនពិតទេ ។

ង. ឫសការ៉េនៃ $\frac{25}{36}$ :

ដោយ $\frac{25}{36}=\left(\frac{5}{6}\right)^2$

នាំឱ្យ $\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$

ដូចនេះ ឫសការ៉េនៃ $\frac{25}{36}$ គឺ $\frac{5}{6}$ ។

ច. ឫសការ៉េនៃ $0.1$ :

គ្មានចំនួនសនិទានណា ដែលការ៉េរបស់វាស្មើនឹង $0.1$ ទេ

នាំឱ្យ ឫសការ៉េរបស់វាជាចំនួនអសនិទាន

ដូចនេះ $\sqrt{0.1}$ ជាឫសការ៉េនៃ $0.1$ ។

**-ខ្ទំព័រទី5 :** រកឫសគូបនៃចំនួន :

ក. ឫសគូបនៃ $0.008$ :

ដោយ $(0.2)^3=0.008$

នាំឱ្យ $\sqrt[3]{0.008}=0.2$

ដូចនេះ ឫសគូបនៃ $0.008$ គឺ $0.2$ ។

ខ. ឫសគូបនៃ $-0.001$ :

ដោយ $(-0.1)^3=-0.001$

នាំឱ្យ $\sqrt[3]{-0.00}=-0.1$

ដូចនេះ ឫសគូបនៃ $-0.001$ គឺ $-0.1$ ។

គ. ឫសគូបនៃ $0.08$ :

គ្មានចំនួនសនិទានណា ដែលគូបរបស់វាស្មើនឹង $0.08$ ទេ

ដូចនេះ ឫសគូបនៃ $0.08$ គឺ $\sqrt[3]{0.08}$ ។

ឃ. ឫសគូបនៃ $-0.4$

គ្មានចំនួនសនិទានណា ដែលគូបរបស់វាស្មើនឹង $-0.4$ ទេ

ដូចនេះ ឫសគូបនៃ $-0.4$ គឺ $\sqrt[3]{-0.4}=-\sqrt[3]{0.4}$ ។

**-ខ្ទំព័រទី6 :** គណនាផលគុណ

ក. $\sqrt{10}\times\sqrt{0.1}=\sqrt{10\times0.1}=\sqrt{1}=$ $\boxed{1}$

ខ. $\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{0.1}=\sqrt[3]{10\times0.1}=\sqrt[3]{1}=$ $\boxed{1}$

**-ខ្ទំព័រទី7 :** គណនាផលចែក

ក. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}=\sqrt{\frac{7}{28}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

ខ. $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{0.2}}=\sqrt[3]{\frac{5}{0.2}}=$ $\boxed{\sqrt[3]{25}}$

គ. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{1\,000}}=\sqrt{\frac{10}{1\,000}}=\sqrt{\frac{1}{100}}=\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2}=$ $\boxed{\frac{1}{10}}$

ឃ. $\frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{0.1}}=\sqrt[3]{\frac{100}{0.1}}=\sqrt[3]{1\,000}=\sqrt[3]{(10)^3}=$ $\boxed{10}$

**-ខ្ទំព័រទី8 :** បញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

ក. $\sqrt{\frac{2}{8}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\boxed{\frac{1}{2}}$

ខ. $\sqrt[3]{\frac{81}{3}}=\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{3^3}=\boxed{3}$

គ. $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=\boxed{2\sqrt{3}}$

ឃ. $\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{27\times3}=\sqrt[3]{3^3\times3}=\boxed{3\sqrt[3]{3}}$

ង. $\sqrt{50}=\sqrt{25\times2}=\sqrt{5^2\times2}=\boxed{5\sqrt{2}}$

ច. $\sqrt{\frac{2}{25}}=\sqrt{\frac{1}{25}\times2}=\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2\times2}=\frac{1}{5}\sqrt{2}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{5}}$ ។

**-ខ្ទំព័រទី9 :** បញ្ចេលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់

ក. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}=\boxed{\sqrt[3]{\frac{1}{3}}}$ ( ប្រហែលប្រធានគឺ $3\sqrt{\frac{1}{3}}$ មិនមែន $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ )

ខ. $\frac{1}{3}\sqrt{3}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}\times\sqrt{3}=\sqrt{\frac{1}{9}\times3}=\boxed{\sqrt{\frac{1}{3}}}$

គ. $5\sqrt[3]{\frac{2}{25}}=\sqrt[3]{5^3}\times\sqrt[3]{\frac{2}{25}}=\sqrt[3]{125\times\frac{2}{25}}=\sqrt[3]{5\times2}=\boxed{\sqrt[3]{10}}$

ឃ. $\frac{2}{11}\sqrt[3]{\frac{121}{7}}=\sqrt[3]{\left(\frac{2}{11}\right)^3}\times\sqrt[3]{\frac{121}{7}}=\sqrt[3]{\frac{8}{121\times11}\times\frac{121}{7}}=\boxed{\sqrt[3]{\frac{8}{77}}}$

**-ខ្ទំព័រទី11 :** សម្រួល

$5\sqrt{50}-8\sqrt{32}=5\sqrt{25\times2}-8\sqrt{16\times2}$
$=25\sqrt{2}-32\sqrt{2}=\boxed{-7\sqrt{2}}$

$\sqrt{48x}-\sqrt{27x}=\sqrt{16\times3x}-\sqrt{9\times3x}$
$=4\sqrt{3x}-3\sqrt{3x}=\boxed{\sqrt{3x}}$

$\sqrt{5P}+3\sqrt{45P^3}=\sqrt{5P}+3\sqrt{9P^2\times5P}\quad,P>0$
$=\sqrt{5P}+9P\sqrt{5P}=\boxed{(1+9P)\sqrt{5P}}$

$\sqrt{12x+12}+\sqrt{27x+27}=\sqrt{4(3x+3)}+\sqrt{9(3x+3)}$
$=2\sqrt{3x+3}+3\sqrt{3x+3}$
$=\boxed{5\sqrt{3x+3}}$

$\sqrt{72a}-3\sqrt{98a}=\sqrt{36\times2a}-3\sqrt{49\times2a}$
$=6\sqrt{2a}-21\sqrt{2a}=\boxed{-15\sqrt{2a}}$

**-ខ្ទំព័រទី12 :** សម្រួល

$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$
$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2}$
$=\boxed{\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}}$

$\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{18}}=\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$
$=\frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}$
$=\frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)^2}{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2}$
$=\frac{18+12\sqrt{6}+12}{12-18}$
$=\frac{30+12\sqrt{6}}{-6}$
$=\boxed{-5-2\sqrt{6}}$

( ព្រោះរូបមន្ត $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ និង

$(a+b)(b+a)=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ។

$\frac{3}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}}=\frac{3\left(\sqrt[3]{5^2}+\sqrt[3]{5\times4}+\sqrt[3]{4^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}\right)\left(\sqrt[3]{5^2}+\sqrt[3]{5\times4}+\sqrt[3]{4^2}\right)}$
$=\frac{3\left(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{16}\right)}{\left(\sqrt[3]{5}\right)^3-\left(\sqrt[3]{4}\right)^3}$
$=\boxed{3\sqrt[3]{25}+3\sqrt[3]{20}+6\sqrt[3]{2}}$

( ព្រោះរូបមន្ត $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ )

$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}=\frac{\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{4^2}-\sqrt[3]{4\times2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{4^2}-\sqrt[3]{4\times2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}$
$=\frac{\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{4}\right)}{\left(\sqrt[3]{4}\right)^3+\left(\sqrt[3]{2}\right)^3}$
$=\frac{\sqrt[3]{3}\left(2\sqrt[3]{2}-2+\sqrt[3]{4}\right)}{4+2}$
$=\boxed{\frac{2\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{12}}{6}}$

# មេរៀនទី២ សមាមាត្រ

**-ខ្ញុំពីរទី19 :** រករយៈពេលដែលទទួលបានសញ្ញាពីភពព្រះចន្ទ

តាង $t$ ជារយៈពេលដែលទទួលសញ្ញាពីភពព្រះចន្ទ

តាមបម្រាប់ យើងបាន :

-ចម្ងាយ $186\,000\ mile$ ប្រើរយៈពេល $1\ s$

- ចម្ងាយ $240\,000\ mile$ ប្រើរយៈពេល $t\ (s)$

នាំឱ្យ $\dfrac{186\ 000}{240\ 000}=\dfrac{1}{t}$

$$\Rightarrow\ t=\frac{240\ 000}{186\ 000}\approx 1.29\ \ s$$

ដូចនេះ ដើម្បីទទួលសញ្ញាពីភពព្រះចន្ទគេត្រូវប្រើពេល $t\approx 1.29s\approx 1.3s$ ។

**-ខ្ញុំពីរទី21 :** គណនាតម្លៃដីដែលត្រូវលក់

តាង $x$ ជាតម្លៃដីដែលត្រូវលក់ (គិតជា \$)

តាមបម្រាប់ ប្រាក់កម្រៃ 1800\$ ត្រូវជា 3% នៃថ្លៃដី

នាំឱ្យ $1800\$=3\%\times x$

$$\frac{3}{100}x=1\,800$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{1\,800\times 100}{3}$$

$$=60\ 000\ \$$$

ដូចនេះ តម្លៃដីដែលត្រូវលក់គឺ $60\,000\$$ ។

**-ខ្ញុំពីរទី23 :** ក. គណនាភាគរយនៃប្រេងសាំងបានចុះថ្លៃ

បម្រាប់ : គេបញ្ចុះតម្លៃប្រេងសាំងពី 4 800 រ៉ៀល មក 4 200 រ៉ៀល

នាំឱ្យ ភាគរយនៃតំបាយគឺ $\dfrac{4800-4200}{4800}\times 100\%$

$$=0.125\times 100\%$$

$$=12.5\%$$

ដូចនេះ ឥឡូវប្រេងសាំងបានបញ្ចុះតម្លៃ 12.5% ។

ខ. រកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំនេះ

តាង $n$ ជាចំនួនសិស្សសរុបបន្ទាប់ពីបានកើនឡើង

បម្រាប់ : ចំនួនសិស្សមាន 800 នាក់ ហើយកើនឡើង 10%

នាំឱ្យ ភាគរយនៃកំណើនគឺ

$$\frac{n-800}{800}\times 100\%=10\%$$

$$\frac{n-800}{8}=10$$

$$n-800=80$$

$$n=880$$

ដូចនេះ ចំនួនសិស្សឆ្នាំនេះគឺមាន 880 នាក់ ។

**-ខ្ញុំពីរទី25 :** រកអត្រាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ

ដោយប្រើរូបមន្ត $P=P_o(1+r)^t$

បម្រាប់ : ប្រាក់ដើម $P_o=500\ \ 000$ រ៉ៀល

ប្រាក់សរុប $P=605\,000$ រ៉ៀល

រយៈពេល $t=2$ ឆ្នាំ

យើងបាន $605\ \ 000=500\ \ 000(1+r)^2$

$$(1+r)^2=\frac{605\,000}{500\,000}$$

$$(1+r)^2=1.21$$

$$1+r=\sqrt{1.21}\ \ ,\ r>0$$

$$1+r=1.1$$

$$r=0.1$$

$$r=10\%$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $500\ \ 000(1+0.1)^2$

$$=500\ \ 000(1.1)^2$$

$$=500\ \ 000\times 1.21$$

$$=605\,000\quad \text{ពិត}$$

ដូចនេះ អត្រាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំគឺ $r=10\%$ ។

# មេរៀនទី៣ កន្សោមពីជគណិត

**-ខ្ទាវីខ្ទី30 :** គណនា

$$\begin{aligned}A&=2(x-2)(-x^2-x+3)-(-2x-1)(x-2)^2\\&=(x-2)\left[2(-x^2-x+3)-(-2x-1)(x-2)\right]\\&=(x-2)\left[(-2x^2-2x+6)+(2x+1)(x-2)\right]\\&=(x-2)\left[-2x^2-2x+6+2x^2-4x+x-2\right]\\&=(x-2)(-5x+4)\\&=-5x^2+4x+10x-8\\&=\boxed{-5x^2+14x-8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=(x-1)^2(x+2)-x(x+1)^2\\&=(x^2-2x+1)(x+2)-x(x^2+2x+1)\\&=x^3+2x^2-2x^2-4x+x+2-x^3-2x^2-x\\&=\boxed{-2x^2-4x+2}\end{aligned}$$

**-ខ្ទាវីខ្ទី31 :** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តារួម

$$\begin{aligned}A&=6x^2(x+1)-2x(x+1)\\&=(x+1)(6x^2-2x)\\&=\boxed{2x(x+1)(3x-1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=3(x-1)(x+2)+(x^2-x)(x+2)\\&=3(x-1)(x+2)+x(x-1)(x+2)\\&=\boxed{(x-1)(x+2)(3+x)}\end{aligned}$$

**-ខ្ទាវីខ្ទី33 :** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$$\begin{aligned}A&=x^2(x-1)+4x(x-1)+4x-4\\&=x^2(x-1)+4x(x-1)+4(x-1)\\&=(x-1)(x^2+4x+4)\\&=(x-1)(x+2)^2\\&=\boxed{(x-1)(x+2)(x+2)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=(3x-6)(4x^2-1)-(2x-4)(4x^2+4x+1)\\&=3(x-2)(2x-1)(2x+1)-2(x-2)(2x+1)^2\\&=(x-2)(2x+1)\left[3(2x-1)-2(2x+1)\right]\\&=(x-2)(2x+1)(6x-3-4x-2)\\&=\boxed{(x-2)(2x+1)(2x-5)}\end{aligned}$$

**-ខ្ទាវីខ្ទី34 :** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

-ចំពោះ $x^2-4x-5$ តាមតារាងផលគុណខ្វែង

$$\begin{array}{c|cc} & x & -5\\ \hline x & x & -5x\\ 1 & x & -5\end{array}$$

ដោយ $x-5x=-4x$

ដូចនេះ $\boxed{x^2-4x-5=(x-5)(x+1)}$ ។

-ចំពោះ $x^2+2x-15$ តាមតារាងផលគុណខ្វែង

$$\begin{array}{c|cc} & x & -3\\ \hline x & x & -3x\\ 5 & x & -3\end{array}$$

ដោយ $5x-3x=2x$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+2x-15=(x-3)(x+5)}$ ។

-ចំពោះ $x^2-11x+30$ តាមតារាងផលគុណខ្វែង

$$\begin{array}{c|cc} & x & -6\\ \hline x & x & -6x\\ -5 & x & -5\end{array}$$

ដោយ $-5x-6x=-11x$

ដូចនេះ $\boxed{x^2-11x+30=(x-6)(x-5)}$ ។

-ចំពោះ $x^2-2x-8$ តាមតារាងផលគុណខ្វែង

$$\begin{array}{c|cc} & x & -4\\ \hline x & x & -4x\\ 2 & x & -4\end{array}$$

ដោយ $2x-4x=-2x$

ដូចនេះ $\boxed{x^2-2x-8=(x-4)(x+2)}$ ។

-ចំពោះ $x^2+5x-14$ តាមតារាងផលគុណខ្វែង

$$\begin{array}{c|cc} & x & -2\\ \hline x & x & -2x\\ 7 & x & -2\end{array}$$

ដោយ $7x-2x=5x$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+5x-14=(x-2)(x+7)}$ ។

-ចំពោះ $2x^2+5x+3$ តាមតារាងផលគុណខ្វែង

$$\begin{array}{c|cc} & x & 1\\ \hline 2x & 2x & 2x\\ 3 & 3x & 3\end{array}$$

ដោយ $3x+2x=5x$

ដូចនេះ $\boxed{2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)}$ ។

**-ខ្ញុំព័រទី35 :** ដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តា

$$x^2+6x-7=x^2+6x+9-9-7$$
$$=(x+3)^2-16$$
$$=(x+3-4)(x+3+4)$$
$$=\boxed{(x-1)(x+7)}$$

ព្រោះ $16=4^2$ និង $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ ។

$$x^2-5x+6=x^2-5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}+6$$
$$=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$$
$$=\left(x-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)$$
$$=\boxed{(x-3)(x-2)}$$

**-ខ្ញុំព័រទី36 :** គណនា

$1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x-1}$ មានភាគបែងរួមគឺ $x(x-1)$

$$=\frac{x(x-1)-(x-1)+2x}{x(x-1)}$$
$$=\frac{x^2-x-x+1+2x}{x(x-1)}$$
$$=\boxed{\frac{x^2+1}{x(x-1)}}$$

$\frac{x^2-x}{x^2+x}+\frac{3x+2}{x+1}-\frac{2x^2-x}{x(x+1)}$ ភាគបែងរួម $x(x+1)$

$$=\frac{x^2-x+x(3x+2)-(2x^2-x)}{x(x+1)}$$
$$=\frac{x^2-x+3x^2+2x-2x^2+x}{x(x+1)}$$
$$=\frac{2x^2+2x}{x(x+1)}$$
$$=\frac{2x(x+1)}{x(x+1)}\ ,\ \begin{bmatrix}x\neq 0\\ x+1\neq 0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x\neq 0\\ x\neq -1\end{bmatrix}$$
$$=\boxed{2}$$

**-ខ្ញុំព័រទី37 :** គណនា

$$A=\frac{x^2}{x^2-25}\div\frac{x^2+b}{x^2-20x+25}$$
$$=\frac{x^2}{(x-5)(x+5)}\times\frac{x^2-20x+25}{x^2+b}$$
$$=\frac{x^2(x^2-20x+25)}{(x-5)(x+5)(x^2+b)}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=\frac{x^2(x^2-20x+25)}{(x-5)(x+5)(x^2+b)}}$

$$B=\frac{a-2}{a^2b}\times\frac{a^3-a^2}{a(a-2)-(a-2)}$$
$$=\frac{(a-2)}{a^2b}\times\frac{a^2(a-1)}{(a-2)(a-1)}$$
$$=\frac{1}{b}$$

ដែលកត្តាសម្រួល $\begin{bmatrix}a-2\neq 0\\ a^2\neq 0\\ a-1\neq 0\end{bmatrix}$ ឬ $\begin{bmatrix}a\neq 2\\ a\neq 0\\ a\neq 1\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } B=\frac{1}{b}}$ ។

# ❀ មេរៀនទី៤ សមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត ❀

**-ម៉ាត្រូទី43 :** ដោះស្រាយសមីការ

ក. $6(x-2)=3(x-8)$

$2(x-2)=(x-8)$

$2x-4=x-8$

$2x-x=-8+4$

$x=-4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-4}$ ។

ខ. $3x+5=3(x+2)$

$3x+5=3x+6$

$3x-3x=6-5$

$0x=1$

គ្មានតម្លៃ $x$ ណាដែលធ្វើឱ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫស}}$ ។

គ. $6x-4=2+6(x-1)$

$6x-4=2+6x-6$

$6x-4=6x-4$

$6x-6x=-4+4$

$0x=0$

មានតម្លៃនៃ $x$ ច្រើនរាប់មិនអស់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់}}$ ។

**-ម៉ាត្រូទី44 :** ដោះស្រាយសមីការ

-ចំពោះ $\frac{3x}{4}+9=\frac{x}{2}+15$ (មានភាគបែងរួមគឺ 4)

$3x+36=2x+60$

$3x-2x=60-36$

$x=24$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=24}$ ។

-ចំពោះ $\frac{x+7}{6}+\frac{2x-8}{2}=-4$ (មានភាគបែងរួមគឺ 6)

$x+7+3(2x-8)=-24$

$x+7+6x-24=-24$

$7x=-7$

$x=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-1}$ ។

**-ម៉ាត្រូទី45 :** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

$x^2+2x-4x-8=0$

$x(x+2)-4(x+2)=0$

$(x+2)(x-4)=0$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x+2=0 \\ x-4=0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x=-2 \\ x=4 \end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-2 \text{ , } x=4}$ ។

$(2x-1)^2-(x+3)^2=0$

$(2x-1-x-3)(2x-1+x+3)=0$

$(x-4)(3x+2)=0$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-4=0 \\ 3x+2=0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x=4 \\ x=-2/3 \end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=4 \text{ , } x=-2/3}$ ។

$3x^2+9x=0$

$3x(x+3)=0$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x+3=0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x=0 \\ x=-3 \end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=0 \text{ , } x=-3}$ ។

$2x^2+3x-5=0$

$2x^2-2x+5x-5=0$

$2x(x-1)+5(x-1)=0$

$(x-1)(2x+5)=0$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-1=0 \\ 2x+5=0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x=1 \\ x=-5/2 \end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=1 \text{ , } x=-5/2}$ ។

**-ចំពោះមើ 47 :**

**ក.** រកអាយុរបស់បូណា

តាង $x$ ជាអាយុរបស់បូណា (គិតជាឆ្នាំ)

នាំឱ្យ អាយុរបស់ ម៉ារី គឺ $x+8$ (គិតជាឆ្នាំ)

បម្រាប់ : ផលបូកអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើនឹង 38 ឆ្នាំ

យើងបាន : $x+(x+8)=38$

$$2x+8=38$$

$$2x=30$$

$$x=15$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $15+(15+8)=38$

$38=38$ ពិត

ដូចនេះ | អាយុរបស់បូណាគឺ $x=15$ ឆ្នាំ | ។

**ខ.** រកចំនួននោះ

តាង $x$ ជាចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន នោះយើងសរសេរបានសមីការគឺ :

$$2x+7=3x-27$$

$$3x-2x=7+27$$

$$x=34$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $2\cdot 34+7=3\cdot 34-27$

$75=75$ ពិត

ដូចនេះ | ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ 34 | ។

# មេរៀនទី៥ វិសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

**-ម៉ាត្រូវទី52 :**

ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $a>b$ គេបាន $a^2>b^2$

ដោយ $a$ និង $b$ ជាចំនួនវិជ្ជមានមិនសូន្យ នាំឱ្យ $a>0\,,\,b>0$

ចំពោះ $a>b \Rightarrow a^2>ab$ $(i)$ (គុណនឹង $a$)

ហើយ $a>b \Rightarrow ab>b^2$ $(ii)$ (គុណនឹង $b$)

តាម $(i)$ និង $(ii)$ យើងបាន :

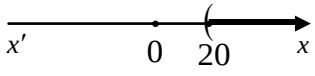
$$a^2>ab>b^2 \quad \text{នាំឱ្យ} \quad a^2>b^2$$

ដូចនេះ បើ $a>b$ នោះគេបាន $a^2>b^2$ ជាប្រាកដ ។

**-ម៉ាត្រូវទី55 :** ដោះស្រាយវិសមីការ

-ចំពោះ $\frac{x}{4}+2>7$ ចម្លើយជាក្រាបគឺ

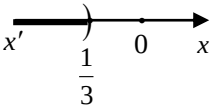
$$\frac{x}{4}>5$$
$$x>20$$




ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x>20$ ។

-ចំពោះ $2(x+3)>5x+5$ ចម្លើយជាក្រាបគឺ

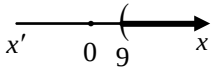
$$2x+6>5x+5$$
$$6-5>5x-2x$$
$$1>3x$$
$$x<\frac{1}{3}$$




ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x<1/3$ ។

-ចំពោះ $0.37x+0.17>3.5$ ចម្លើយជាក្រាបគឺ

$$0.37x>3.33$$
$$x>\frac{3.33}{0.37}$$
$$x>9$$




ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x>9$ ។

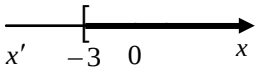
**-ម៉ាត្រូវទី56 :** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ

ក. $\begin{cases}2x-7\le 6x+5 & (1)\\ 4x-11\le 4+x & (2)\end{cases}$

ចំពោះវិសមីការទី $(1)$ : យើងបាន

$$2x-7\le 6x+5$$
$$2x-6x\le 5+7$$
$$-4x\le 12$$
$$x\ge -3$$

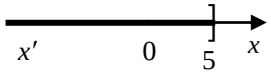
ចម្លើយជាក្រាបគឺ



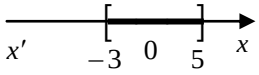

ចំពោះវិសមីការទី $(2)$ : យើងបាន

$$4x-11\le 4+x$$
$$4x-x\le 4+11$$
$$3x\le 15$$
$$x\le 5$$

ចម្លើយជាក្រាបគឺ




ចម្លើយរួមជាប្រសព្វនៃចម្លើយទាំងពីរគឺ :



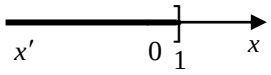

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $-3\le x\le 5$ ។

ខ. $\begin{cases}\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\le\frac{4x-3}{12} & (i)\\ 2x-1>\frac{3x-4}{2} & (ii)\end{cases}$

ចំពោះវិសមីការទី $(i)$ : យើងបាន

$$\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\le\frac{4x-3}{12}$$
$$9x-8\le 4x-3$$
$$9x-4x\le -3+8$$
$$5x\le 5$$
$$x\le 1$$

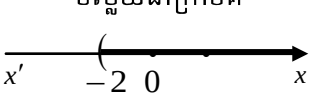
ចម្លើយជាក្រាបគឺ



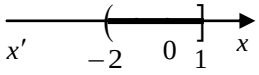

ចំពោះវិសមីការទី $(ii)$ : យើងបាន

$$2x-1>\frac{3x-4}{2}$$
$$4x-2>3x-4$$
$$4x-3x>-4+2$$
$$x>-2$$

ចម្លើយជាក្រាបគឺ




ចម្លើយរួមជាប្រសព្វនៃចម្លើយទាំងពីរគឺ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $-2<x\le 1$ ។

**-<u>ចំពោះមើ 58</u> : ក.** រកតម្លៃ $x$ ដែលត្រូវយក

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងចងបានប្រព័ន្ធវិសមីការ :

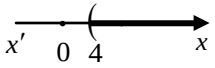
$$\begin{cases} 2(x+5)>18 \\ 5x<50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+10>18 \\ 5x<50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x>8 \\ 5x<50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>4 \quad (1) \\ x<10 \quad (2) \end{cases}$$

នាំឱ្យ ចម្លើយរួមគឺ $4<x<10$

យើងអាចបកស្រាយ ចម្លើយជាក្រាប តាមវិសមីការនីមួយៗ

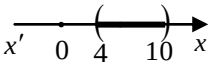
ចំពោះវិសមីការ $(1)$ : $x>4$




ចំពោះវិសមីការ $(2)$ : $x<10$




ចម្លើយរួមជាប្រសព្វនៃចម្លើយនៃវិសមីការ $(1)$ & $(2)$ គឺ




ផ្ទៀងផ្ទាត់ ឱ្យ $x=5$ យើងបាន

$$\begin{cases} 2(5+5)>18 \\ 5\cdot 5<50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20>18 \text{ ពិត} \\ 25<50 \text{ ពិត} \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយគឺ } 4<x<10}$ ។

**ខ.** រកចំនួនគត់ទាំងបីនោះ

តាង $x$ ជាចំនួនគត់ទី 1

នាំឱ្យ $x+1$ ជាចំនួនគត់ទី 2 និង $x+2$ ជាចំនួនគត់ទី 3

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន ប្រព័ន្ធវិសមីការ:

$$\begin{cases} x+(x+1)+(x+2)<1918 \\ x+(x+1)+(x+2)>1914 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3<1918 \\ 3x+3>1914 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x<1915 \\ 3x>1911 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x<1915 \\ 3x>1911 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x<638.33 \\ x>637 \end{cases}$$

ចំនួនគត់ដែលនៅចន្លោះ $637<x<638.33$ មានតែមួយគត់គឺ $x=638$

នាំឱ្យ ចំនួនទី២គឺ $x+1=639$ , ចំនួនទី៣ $x+2=640$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ :

$$\begin{cases} 638+639+640<1918 \\ 638+639+640>1914 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1917<1918 \text{ ពិត} \\ 1917>1914 \text{ ពិត} \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ចំនួនគត់តគ្នាទាំងបីដែលត្រូវរកគឺ} \\ 638\ ,\ 639\ ,\ 640\end{array}}$ ។

# មេរៀនទី៦ បំណែងចែកប្រេកង់

**-ខ្ទំព័រទី64 :** សង់ក្រាបសសរ :

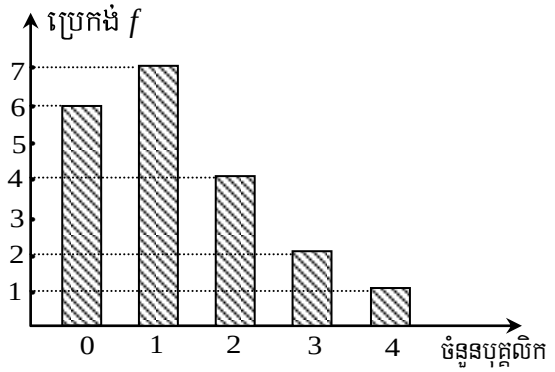
យើងមានទិន្នន័យចំនួនថ្ងៃដែលបុគ្គលិកមិនបានបំពេញការងារក្នុងរយៈពេញ 20 ថ្ងៃ ដូចខាងក្រោម :

1 2 0 0 1 2 2 1 0 0
4 0 1 1 3 2 1 3 0 1

យើងបានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងក្រោម :

| ចំនួនបុគ្គលិក | ប្រេកង់ $f$ | ប្រេកង់ធៀប $f\%$ |
|---|---|---|
| 0 | 6 | 30 |
| 1 | 7 | 35 |
| 2 | 4 | 20 |
| 3 | 2 | 10 |
| 4 | 1 | 5 |
| សរុប | 20 | 100 |

តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ យើងសង់បានក្រាបសសរ :




**-ខ្ទំព័រទី67 :** សង់តារាងប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយ

យើងមានទិន្នន័យ ដែល $x$ ជាចំនួនកូន និង $f$ ជាចំនួនគ្រួសារ

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 4 | 16 | 18 | 6 | 6 |

យើងសង់បានតារាងប្រេកង់កើន :

| ចំនួនកូន $x$ | ចំនួនគ្រួសារ $f$ | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ | ប្រេកង់ធៀប $f\%$ | ប្រេកង់ធៀបកើន $f^{\uparrow}\%$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| 1 | 16 | 20 | 32 | 40 |
| 2 | 18 | 38 | 36 | 76 |
| 3 | 6 | 44 | 12 | 88 |
| 4 | 6 | 50 | 12 | 100 |

យើងសង់បានតារាងប្រេកង់ថយ :

| ចំនួនកូន $x$ | ចំនួនគ្រួសារ $f$ | ប្រេកង់ថយ $f^{\downarrow}$ | ប្រេកង់ធៀប $f\%$ | ប្រេកង់ធៀបថយ $f^{\downarrow}\%$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 4 | 50 | 8 | 100 |
| 1 | 16 | 46 | 32 | 92 |
| 2 | 18 | 30 | 36 | 60 |
| 3 | 6 | 12 | 12 | 24 |
| 4 | 6 | 6 | 12 | 12 |

**ក.** រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន ២នាក់យ៉ាងច្រើន

តាមតារាងប្រេកង់កើន ចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន ២នាក់យ៉ាងច្រើនគឺមាន 38 គ្រួសារ ។

**ខ.** រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន ២នាក់យ៉ាងតិច

តាមតារាងប្រេកង់ថយ ចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន ២នាក់យ៉ាងតិចគឺមាន 30 គ្រួសារ ។

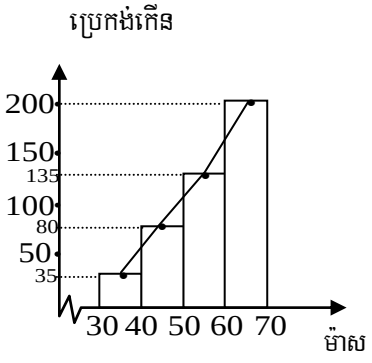
**-ខ្ទំព័រទី71 :** ស្ថិតិម៉ាសសិស្ស ២០០នាក់នៃវិទ្យាល័យមួយ

| ម៉ាស $kg$ | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 |
|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 35 | 45 | 55 | 65 |

ក. សង់តារាងប្រេកង់កើន និងផ្ទៃតថ្នាក់

| ថ្នាក់នៃម៉ាស | ប្រេកង់ | ប្រេកង់កើន | ផ្ទៃតថ្នាក់ |
|---|---|---|---|
| 30-40 | 35 | 35 | 35 |
| 40-50 | 45 | 80 | 45 |
| 50-60 | 55 | 135 | 55 |
| 60-70 | 65 | 200 | 65 |

ខ. សង់ពហុកោណប្រេកង់កើន



គ. រកចំនួនសិស្ស ដែលមានម៉ាសក្រោម $50kg$

តាមតារាងប្រែកង់កើន ចំនួនសិស្សដែលមានម៉ាសក្រោម $50kg$ មានចំនួន $35+45=80$ នាក់ ។

ដូចនេះ

| |
|---|
| ចំនួនសិស្សដែលមានម៉ាសក្រោម $50kg$ មាន ចំនួន $80$ នាក់ |

។

# ✯ មេរៀនទី៧ មធ្យមស្ថិតិ ✯

**-ចំ.ពីរទី77 :** គណនាមធ្យមនៃតារាងទិន្នន័យខាងក្រោម :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3 | 6 | 5 | 2 | 2 |

គណនាមធ្យម

តាមរូបមន្ត : $\bar{x}=\dfrac{x_1f_1+x_2f_2+...+x_nf_n}{f_1+f_2+...+f_n}$ , $f=y$

តាមតារាងទិន្នន័យខាងលើគឺ :

$$\bar{x}=\frac{0\cdot3+1\cdot6+2\cdot5+3\cdot2+4\cdot2}{3+6+5+2+2}$$

$$=\frac{0+6+10+6+8}{18}=\frac{30}{18}\approx1.67$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មធ្យមនៃទិន្នន័យគឺ } \bar{x}\approx1.67}$ ។

**-ចំ.ពីរទី78 :** រកមេដ្យានៃប្រាក់ប្បៀវត្សន៍( គិតជាពាន់រៀល)

| ប្រាក់ប្បៀវត្សន៍ | 200 | 300 | 350 | 700 | 840 | 950 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 6 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 |

យើងសង់បានតារាងប្រេកង់ដូចខាងក្រោម :

| ប្រាក់ប្បៀវត្សន៍ $x$ | ប្រេកង់ $f$ | ប្រេកង់កើន | $xf$ |
|---|---|---|---|
| 200 | 6 | 6 | 1200 |
| 300 | 2 | 8 | 600 |
| 350 | 2 | 10 | 700 |
| 700 | 1 | 11 | 700 |
| 840 | 1 | 12 | 840 |
| 950 | 1 | 13 | 950 |
| សរុប | 13 | | 4990 |

ដោយទិន្នន័យមានចំនួនតួសរុប $n=13$ ជាចំនួនសេស

នាំឱ្យ ទីតាំងនៃ $m_e$ គឺតួ $=\dfrac{13+1}{2}=\dfrac{14}{2}=7$

តាមតារាងប្រេកង់ តួទី7 ត្រូវនឹងទឹកប្រាក់ 300 ពាន់រៀល

ដូចនេះ $\boxed{\text{មេដ្យាននៃប្រាក់ប្បៀវត្សន៍គឺ } m_e=300 \text{ ពាន់រៀល}}$ ។

**-ចំ.ពីរទី79 :** រកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត នៃទិន្នន័យ

យើងមានទិន្នន័យ : 10 8 13 12 7

-រកមធ្យម $\bar{x}$ :

តាមទិន្នន័យ $\bar{x}=\dfrac{10+8+13+12+7}{5}=\dfrac{50}{5}=10$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រកបានមធ្យមគឺ } \bar{x}=10}$ ។

-រកមេដ្យាន $m_e$ :

យើងរៀបទិន្នន័យតាមលំដាប់ 7 8 10 12 13

ទិន្នន័យមានចំនួនតួសរុបគឺ $n=5$

នាំឱ្យ ទីតាំងនៃមេដ្យានគឺតួ $=\dfrac{5+1}{2}=3$

តាមទិន្នន័យរៀបតាមលំដាប់រួច តួទី3 ត្រូវនឹងលេខ 10

ដូចនេះ $\boxed{\text{រកបានមេដ្យានគឺ } m_e=10}$ ។

-រកម៉ូត $m_o$ :

ដោយម៉ូត ជាតម្លៃដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ ។

តែទិន្នន័យខាងលើមានប្រេកង់ស្មើ1 ដូចគ្នាទាំងអស់

ដូចនេះ $\boxed{\text{ទិន្នន័យនេះគ្មានម៉ូតទេ}}$ ។

**-ចំ.ពីរទី82 :** គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យ :

| ថ្នាក់ | 21-28 | 28-35 | 35-42 | 42-49 | 49-56 | 56-63 | 63-70 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រេកង់ | 3 | 7 | 12 | 15 | 12 | 7 | 3 |

តាមតារាងទិន្នន័យ យើងសង់បានតារាងប្រេកង់កើន :

| ថ្នាក់ | ប្រេកង់ $f$ | ផ្ចិតថ្នាក់ $x$ | $xf$ | ប្រេ.កើន |
|---|---|---|---|---|
| 21-28 | 3 | 24.5 | 73.5 | 3 |
| 28-35 | 7 | 31.5 | 220.5 | 10 |
| 35-42 | 12 | 38.5 | 462 | 22 |
| 42-49 | 15 | 45.5 | 682.5 | 37 |
| 49-56 | 12 | 52.5 | 630 | 49 |
| 56-63 | 7 | 59.5 | 416.5 | 56 |
| 63-70 | 3 | 66.5 | 199.5 | 59 |
| សរុប | 59 | | 2684.5 | |

-គណនាមធ្យម $\bar{x}$ :

យើងបាន $\bar{x}=\dfrac{2684.5}{59}=45.5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានមធ្យម } \bar{x}=45.5}$ ។

-គណនាមេដ្យាន $m_e$ :

មេដ្យាន ជាតម្លៃនៃតួទី $\dfrac{59}{2}=29.5$

តាមតារាងប្រេកង់កើនតួទី 30 ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 42-49

យើងគណនាមេដ្យានតាមអាំងទែប៉ូឡាស្យុង

នាំឱ្យ $m_e = 42 + \frac{(49-42)(29.5-22)}{37-22} = 45.5$

ដូចនេះ | គណនាបានមេដ្យាន $m_e = 45.5$ | ។

-គណនាម៉ូត $m_o$ :

ម៉ូត ជាតម្លៃផ្ទិតថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ

ថ្នាក់ 42-49 មានប្រេកង់ 15 ច្រើនជាងគេ ហើយមាន

ផ្ទិតថ្នាក់ស្មើ 45.5

ដូចនេះ | គណនាបាន $\bar{x} = m_e = m_o = 45.5$ | ។

# មេរៀនទី៨ ប្រូបាប

**-ម៉ាត្រូទី89 :** ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងឃ្លីពណ៌ស 2

1. រកប្រូបាបដែលឈ្មោះ **ក** ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

-ឃ្លីសរុបមាន 6 នាំឱ្យ ករណីអាច $=6$

-ឃ្លីពណ៌ខ្មៅមាន 4 នាំឱ្យ ករណីស្រប $=4$

តាមរូបមន្ត $P=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}$

$P(\text{ ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ })=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\approx 66.67\%$

ដូចនេះ ប្រូបាប **ក** ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $P\approx 66.67\%$ ។

2. រកប្រូបាបដែលឈ្មោះ **ខ** ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

ដោយឈ្មោះ **ក** ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅហើយមិនដាក់ចូលថង់វិញ នាំឱ្យប៉ះពាល់ដល់ការចាប់លើកក្រោយរបស់អ្នក **ខ**

-ឃ្លីទាំងអស់សល់តែ 5 នាំឱ្យ ករណីអាច $=5$

-ឃ្លីពណ៌ខ្មៅសល់តែ 3 នាំឱ្យ ករណីស្រប $=3$

$P(\text{ ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ })=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{3}{5}=60\%$

ដូចនេះ ប្រូបាប **ខ** ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $P=0.6$ ។

**-ម៉ាត្រូទី90 :** រកប្រូបាបដែលធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយដទៃ

តាង $P$ ជាប្រូបាបអ្នកធ្វើដំណើរដោយរថយន្តផ្ទាល់ខ្លួន

-ក្រុមហ៊ុនមានបុគ្គលិក 250នាក់ នាំឱ្យ ករណីអាច $=250$

-អ្នកជិះរថយន្តផ្ទាល់ខ្លួន 50នាក់ នាំឱ្យ ករណីស្រប $=50$

នាំឱ្យ $P=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{50}{250}=\frac{1}{5}=20\%$

តាង $P'$ ជាប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយដទៃ

ដែល $P'$ ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នាជាមួយព្រឹត្តិការណ៍ $P$

នាំឱ្យ $P'=1-P=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}=80\%$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយដទៃដែលមិនជិះរថយន្តផ្ទាល់ខ្លួនគឺ $P'=80\%$ ។

**-ម៉ាត្រូទី92 :**

**1.** រកប្រូបាបដែលចេញលេខដូចគ្នា

-គ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ 6 នោះគេអាចផ្គូបគូលទ្ធផលរបស់វាបាន ទាំងអស់ចំនួន $6\times 6=36$ របៀប

នាំឱ្យ ករណីអាច $=36$

-គូដែលមានលេខដូចគ្នាអាចជា $(1,1)(2,2)(3,3)(4,4)$ $(5,5)$ និង $(6,6)$ មាន 6ករណី

នាំឱ្យ ករណីស្រប $=6$

ដូចនេះ $P(\text{ លេខដូចគ្នា })=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

**2.** រកប្រូបាបដែលផលបូកគ្រាប់ទាំងពីរស្មើនឹង 10

គូនៃគ្រាប់ទាំងពីរមានផលបូកស្មើ 10 អាចជា $(4,6)$, $(5,5),(6,4)$ មានបីករណី

នាំឱ្យ ករណីស្រប $=3$

ដូចនេះ $P(\text{ ផលបូកស្មើ10 })=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ ។

# មេរៀនទី៩ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

**-ខ្ចីព័រទី99 :** គណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

យើងអាចគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច ដោយប្រើរូបមន្ត :

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

ក. $A(0\,,\,0)\ \&\ B(8\,,\,-15)$

នាំឱ្យ $AB=\sqrt{(8-0)^2+(-15-0)^2}$

$=\sqrt{64+225}=\sqrt{289}$

$=17$ ឯកតាប្រវែង ។

ដូចនេះ | គណនាបាន $AB=17$ ឯកតាប្រវែង | ។

ខ. $A(-2\,,\,6)\ \&\ B(3\,,\,-6)$

នាំឱ្យ $AB=\sqrt{(3+2)^2+(-6-6)^2}$

$=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}$

$=13$ ឯកតាប្រវែង ។

ដូចនេះ | គណនាបាន $AB=13$ ឯកតាប្រវែង | ។

គ. $A(-3\,,\,-5)\ \&\ B(-1\,,\,-8)$

នាំឱ្យ $AB=\sqrt{(-1+3)^2+(-8+5)^2}$

$=\sqrt{4+9}$

$=\sqrt{13}$ ឯកតាប្រវែង ។

ដូចនេះ | គណនាបាន $AB=\sqrt{13}$ ឯកតាប្រវែង | ។

ឃ. $A(5\,,\,3)\ \&\ B(11\,,\,11)$

នាំឱ្យ $AB=\sqrt{(11-5)^2+(11-3)^2}$

$=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}$

$=10$ ឯកតាប្រវែង ។

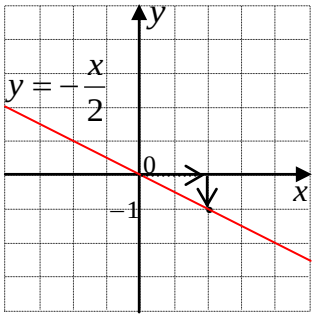
ដូចនេះ | គណនាបាន $AB=10$ ឯកតាប្រវែង | ។

# ☺ មេរៀនទី១០ សមីការបន្ទាត់ ☺

**-ខ្ចីវគីទី108 :** 1. សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=-\frac{x}{2}$

ចំពោះ $x=0$ នាំឱ្យ $y=-\frac{0}{2}=0$ ដែរ ជាបន្ទាត់កាត់គល់អ័ក្ស ។ បន្ទាត់នេះមានមេគុណប្រាប់ទិស $a=-\frac{1}{2}$ មានន័យថា បើ $x$ កើនពីរឯកតា នោះ $y$ ថយចុះមួយឯកតា។

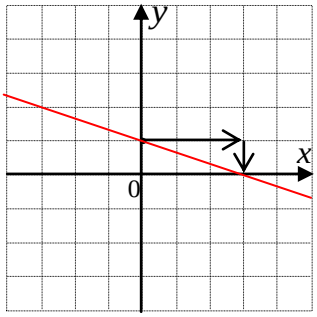
យើងសង់បន្ទាត់បាន ដូចខាងក្រោម :




2. សង់បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(0\,,1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{1}{3}$

យើងបានបន្ទាត់កាត់តាម $A(0\,,1)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\frac{1}{3}$ មានន័យថា បើ $x$ កើនបីឯកតា នោះ $y$ ថយចុះមួយឯកតា។

យើងសង់បន្ទាត់បាន ដូចខាងក្រោម :




3. គណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2\,,0)$ និង $B(-1\,,4)$

នាំឱ្យបន្ទាត់មានមេគុណប្រាប់ទិស

$a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{4-0}{-1-(-2)}=\frac{4}{1}=4$ ។

**-ខ្ចីវគីទី110 :** សង់បន្ទាត់ទាំងបីក្នុងប្លង់តែមួយ

-ចំពោះបន្ទាត់ $y=\frac{-x+4}{2}$ ឬ $y=-\frac{1}{2}x+2$

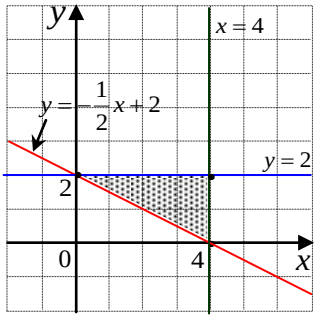
តារាងតម្លៃលេខនៃ $y=-\frac{1}{2}x+2$ គឺ

| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 0 |

-ចំពោះបន្ទាត់ $y=2$ ជាបន្ទាត់ដេក កាត់អ័ក្ស $(y'y)$ ត្រង់ 2

-ចំពោះបន្ទាត់ $x=4$ ជាបន្ទាត់ឈរ កាត់អ័ក្ស $(x'x)$ ត្រង់ 4

សង់បន្ទាត់ទាំងបីក្នុងប្លង់តែមួយដូចខាងក្រោម :




គណនាក្រឡាផ្ទៃខណ្ឌដោយបន្ទាត់ទាំងបីនេះ

បន្ទាត់ទាំងបីធ្វើបានជាត្រីកោណកែងដែលមាន បាតស្មើ 4 ឯកតាប្រវែង និងកម្ពស់ស្មើ 2 ឯកតាប្រវែង

នាំឱ្យ ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណកែង $S=\frac{4\times 2}{2}=4$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយបន្ទាត់ទាំងបីគឺ $S=4$ ឯកតាផ្ទៃ ។

**-ខ្ចីវគីទី111 :** រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច

( ប្រតិបត្តិនេះរៀបចំមិនបានល្អ : គេឱ្យរកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច តែពេលឱ្យចំណុច មានតែមួយចំណុចទៅវិញ គឺ $(-2\,,7)$ ដូចគ្នា)

គេអាចសង់បន្ទាត់ច្រើនរាប់មិនអស់កាត់តាមមួយចំណុច

ដូចនេះ មិនអាចកំណត់បានសមីការបន្ទាត់កាត់ $(-2\,,7)$ ។

**-ខ្ចីវគីទី113 :** រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមមួយចំណុច ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់មួយផ្សេងទៀត

ក. កាត់តាម $(0\,,0)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y=3x-1$

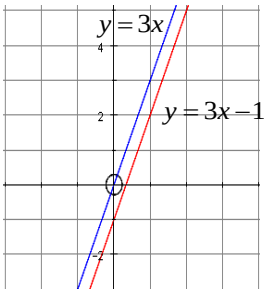
តាង $M(x\,,y)$ នៅលើបន្ទាត់ត្រូវរកកាត់តាម $A(0\,,0)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y=3x-1$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = 3$

$\frac{y-0}{x-0} = 3$ នាំឱ្យ $y = 3x$

ដូចនេះ $\boxed{y = 3x \text{ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក}}$ ។

ការសង់បន្ទាត់ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់




ខ. កាត់តាម $(6\ ,\ 3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x - 3y = 3$

តាង $M(x\ ,\ y)$ នៅលើបន្ទាត់ត្រូវរកកាត់តាម $B(6\ ,\ 3)$

ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x - 3y = 3$ ឬបន្ទាត់ $y = \frac{1}{3}x - 1$

នោះមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

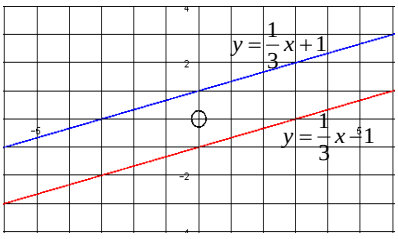
យើងបាន $\frac{y_M - y_B}{x_M - x_B} = \frac{1}{3}$

$\frac{y-3}{x-6} = \frac{1}{3}$

$y - 3 = \frac{1}{3}(x-6)$ នាំឱ្យ $y = \frac{1}{3}x + 1$

ដូចនេះ $\boxed{y = \frac{1}{3}x + 1 \text{ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរក}}$ ។

ការសង់បន្ទាត់ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់




***-ម៉ាត្រូវ115 :*** រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមមួយចំណុច ហើយកែងទៅនឹងបន្ទាត់មួយផ្សេងទៀត

ក. តាត់តាម $A(2\ ,\ -1)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $2y - x - 1 = 0$

តាង $M(x\ ,\ y)$ នៅលើបន្ទាត់ត្រូវរកកាត់តាម $A(2\ ,\ -1)$

ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $2y - x - 1 = 0$ ឬ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

នាំឱ្យ ផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-1$

យើងបាន $\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} \times \frac{1}{2} = -1$

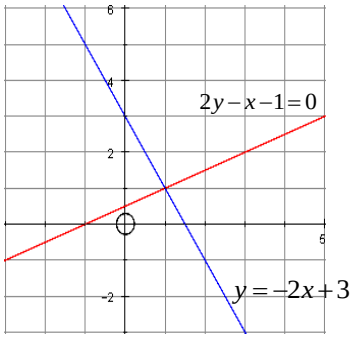
$\frac{y-(-1)}{x-2} \times \frac{1}{2} = -1$

$y + 1 = -2(x-2)$

$y = -2x + 3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកគឺ } y = -2x + 3}$ ។

ការសង់ក្រាបដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់




ខ. តាត់តាម $A\left(\frac{-1}{2}\ ,\ 0\right)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 2x$

តាង $M(x\ ,\ y)$ នៅលើបន្ទាត់ត្រូវរកកាត់តាម $A\left(\frac{-1}{2}\ ,\ 0\right)$

ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 2x$ នាំឱ្យផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-1$

យើងបាន $\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} \times 2 = -1$

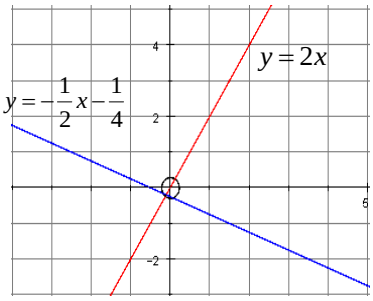
$\frac{y-0}{x-\left(\frac{-1}{2}\right)} \times 2 = -1$

$2y = -x - \frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកគឺ } y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}}$ ។

ការសង់ក្រាបដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់



**-ចំពោះ 117 :** រកពេលវេលាដែលសីតុណ្ហភាពស្មើនឹង $26^o$

តាងអ័ក្ស $(x'x)$ ជាពេលវេលាដែលត្រូវកើនឡើង និងអ័ក្ស $(y'y)$ ជាសីតុណ្ហភាពដែលនឹងត្រូវថយចុះ

ដោយសីតុណ្ហភាពថយចុះក្នុងអត្រា $2^o / h$ មានន័យថា បើពេលកើន $1h$ នោះ សីតុណ្ហភាពថយចុះ $2^o$

យើងបានបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(12, 40)$ មានមេគុណប្រាប់ស្មើនឹង $-2$ ។ បើ $M(x, y)$ ជាចំណុចមួយនៅលើបន្ទាត់នេះ នោះយើងបានបម្រែបម្រួលមេគុណប្រាប់ទិសគឺ :

$$\frac{y-40}{x-12} = -2 \quad \Leftrightarrow \quad y-40 = -2x+24$$

$$\Rightarrow \quad y = -2x+64$$

ចំពោះសីតុណ្ហភាព $y = 26^o$

យើងបាន $26 = -2x+64$

$2x = 38$

$x = 19$ $(\text{ជាពេល})$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សីតុណ្ហភាព } 26^o \text{ ត្រូវនឹងម៉ោង } 19=7 \text{ យប់}}$ ។

# ❧ មេរៀនទី១១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី1មានពីរអញ្ញាត ❧

**-ម៉ាត្រូវទី123 :** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាប

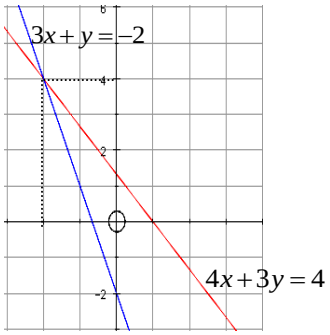
យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 4x+3y=4 & (i) \\ 3x+y=-2 & (ii) \end{cases}$

យើងសង់បន្ទាត់ $(i)$ & $(ii)$ នៅក្នុងប្លង់តែមួយ

-តារាងតម្លៃលេខនៃ $4x+3y=4$ គឺ $\begin{array}{c|c|c} x & 1 & -2 \\ \hline y & 0 & 4 \end{array}$

-តារាងតម្លៃលេខនៃ $3x+y=-2$ គឺ $\begin{array}{c|c|c} x & -1 & 0 \\ \hline y & 1 & -2 \end{array}$

សង់ក្រាបទាំងពីរនៅក្នុងប្លង់តែមួយ យើងបាន :




តាមតារាងបន្ទាត់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $(-2\ ,\ 4)$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=-2\ ,\ y=4$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី125 :** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} y+6=3x & (1) \\ 9x-2y=3 & (2) \end{cases}$

-យើងដោះស្រាយតាមវិធីជំនួស

តាម $(1)$ : $y+6=3x \Rightarrow y=3x-6 \quad (3)$

យក $(3)$ ជួសចូលទៅក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$(2)$ : $9x-2(3x-6)=3$

$9x-6x+12=3$

$3x=-9$

$x=-3$

យក $x=-3$ ជំនួសចូលក្នុង $(3)$

$(3)$ : $y=3\cdot(-3)-6=-15$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 \\ -15 \end{pmatrix}$ ។

ខ. $\begin{cases} 3x-4y=8 & (i) \\ 4x+y=17 & (ii) \end{cases}$

-យើងដោះស្រាយដោយប្រើវិធីជំនួស

តាម $(ii)$ : $4x+y=17 \Rightarrow y=17-4x \quad (iii)$

យក $(iii)$ ជំនួសចូលក្នុង $(i)$ យើងបាន :

$(i)$ : $3x-4(17-4x)=8$

$3x-68+16x=8$

$19x=76$

$x=4$

យក $x=4$ ជំនួសចូលក្នុង $(iii)$ យើងបាន :

$(iii)$ : $y=17-4\cdot 4=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x\ ,\ y)=(4\ ,\ 1)$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី128 :** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} 4x-3y=9 & (1) \\ -3x+5y=7 & (2) \end{cases}$

យើងដោះស្រាយដោយប្រើវិធីបូកបំបាត់ នោះយើងបាន

$\begin{cases} 4x-3y=9 & \times 3 \\ -3x+5y=7 & \times 4 \end{cases}$

$+\begin{cases} 12x-9y=27 \\ -12x+20y=28 \end{cases}$

$11y=55 \Rightarrow y=5$

ចំពោះ $y=5$ យកជំនួសក្នុង $(1)$ យើងបាន :

$(1)$ : $4x-3\cdot 5=9$

$4x=24$

$x=6$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=6\ ,\ y=5$ ។

ខ. $\begin{cases} 7x+3(y-3)=5(x+y) & (1) \\ 7(x-1)-6y=5(x-y) & (2) \end{cases}$

យើងបាន $\begin{cases} 7x+3y-9=5x+5y \\ 7x-7-6y=5x-5y \end{cases}$

$$-\begin{cases}7x+3y-9=5x+5y\\7x-7-6y=5x-5y\end{cases}$$
$$9y-2=10y$$
$$y=-2$$

យក $y=-2$ ជំនួសក្នុង $(1)$ យើងបាន

$(1):\ 7x+3(-2-3)=5(x-2)$
$$7x-15=5x-10$$
$$2x=5$$
$$x=5/2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=5/2\ ,\ y=-2}$ ។

***-ឧទាហរណ៍ទី131 :*** ក. រកចំនួនទាំងពីរនោះ

តាង $x$ ជាចំនួនទី1 និង $y$ ជាចំនួនទី2

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងចងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases}x+y=50 & (1)\\3x-2y=60 & (2)\end{cases}$ យើងដោះស្រាយតាមវិធីបូកបំបាត់

$$\begin{cases}x+y=50\\3x-2y=60\end{cases}\ \Big|\times 2$$
$$\begin{cases}2x+2y=100\\3x-2y=60\end{cases}$$
$$5x=160$$
$$x=32$$

យក $x=32$ ចំនួនក្នុង $(1)$ ដើម្បីរក $y$ យើងបាន :

$(1):\ 32+y=50\ \Rightarrow\ y=18$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនទាំងពីរនោះគឺ ចំនួនទី1=32 និងចំនួនទី2=18}}$ ។

ខ. រកប្រវែងទទឹង និងបណ្តោយនៃចតុកោណកែង

តាង $x$ ជាទទឹង និង $y$ ជាបណ្តោយ $0<x\le y$ ខ្នាតម៉ែត

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងចងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases}2(x+y)=158\\y-x=5\end{cases}$ ដោះស្រាយដោយបូកបំបាត់

$$+\begin{cases}x+y=79\\y-x=5\end{cases}$$
$$2y=84\ \Rightarrow\ y=42$$

ចំពោះ $y=42\ \Rightarrow\ x=42-5=37$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណកែងមាន ទទឹង}=37m\ ,\text{បណ្តោយ}=42m}$ ។

# ✍ មេរៀនទី១២ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ✍

**-<u>ចំពោះខ្ទីទី 138</u> :** គណនារង្វាស់ $x$ គិតជា $cm$ នៃរូប

តាង $y(cm)$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណកែង $(i)$

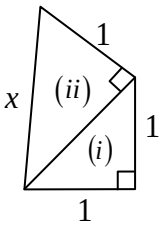
-ក្នុង $\Delta \perp (i)$: តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$y^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

-ក្នុង $\Delta \perp (ii)$: តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$x^2 = y^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$

$\Rightarrow x = \sqrt{3}\ cm$




ដូចនេះ $\boxed{\text{រង្វាស់គណនាបានគឺ } x = \sqrt{3}\ cm}$ ។

**-<u>ចំពោះខ្ទីទី 139</u> :** គណនារង្វាស់អង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេពីប៉ែតកែង

តាង $y$ ជាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងដែលត្រូវរក គិតជា $m$

ចំពោះ $\Delta \perp ABC$ : ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

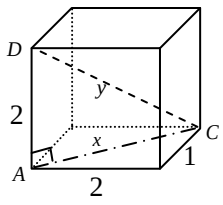
$x^2 = 2^2 + 1^2 = 5$

ចំពោះ $\Delta \perp ACD$ :

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$y^2 = x^2 + 2^2 = 5 + 4 = 9$

នាំឱ្យ $y = \sqrt{9} = 3\ m$




ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែងអង្កត់ត្រូវគណនាបានគឺ } 3\ m}$ ។

**-<u>ចំពោះខ្ទីទី 140</u> :** រកកម្ពស់ជញ្ជាំងនោះ

តាង $h$ ជាកម្ពស់ជញ្ជាំង គិតជា $m$

ដោយជណ្តើរ ជញ្ជាំង និងផ្ទៃរាបផ្តុំគ្នាបានជាត្រីកោណកែង

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

យើងបាន

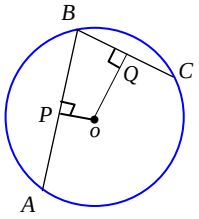
$8^2 = h^2 + 2^2 \quad \Leftrightarrow \quad h^2 = 64 - 4$

$\Rightarrow \quad h = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}\ m$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កម្ពស់ជណ្តើរគឺ } h = 2\sqrt{15}\ m \approx 7.75\ m}$ ។

# មេរៀនទី១៣ ទ្វេន៍និងបន្ទាត់

**-ម៉ាត្រាទី 145 :** គណនាប្រវែង $AP$ និង $BC$




តេឱ្យ $AB=25\ cm$

$BQ=6.5\ cm$

ដូចរូបខាងស្តាំ

-ដោយ $AB\perp OP$ ត្រង់ $P$ នាំឱ្យ $P$ កណ្តាល $AB$

នោះ $AP=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{25\ cm}{2}=12.5\ cm$

-ដោយ $BC\perp OQ$ ត្រង់ $Q$ នាំឱ្យ$Q$ កណ្តាល $BC$

នោះ $BC=2BQ=2\times 6.5\ cm=13\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $AP=12.5\ cm$ និង $BC=13\ cm$ ។

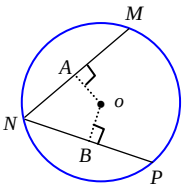
**-ម៉ាត្រាទី 147 :** រកប្រវែង $NP$

$OA$ ជាចម្ងាយពីផ្ចិត $O$ ទៅអង្កត់ $MN$

$OB$ ជាចម្ងាយពីផ្ចិត $O$ ទៅអង្កត់ $NP$

ដោយ $OA=OB=5.5\ cm$

នាំឱ្យ $MN=NP=9\ cm$ ។



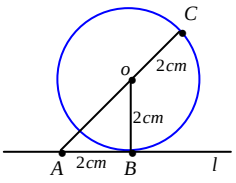

ដូចនេះ រកបានប្រវែង $NP=9\ cm$ ។

**-ម៉ាត្រាទី 148 :** គណនារង្វាស់ $AC$

យើងមានរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $2\ cm$

$A$ ជាចំណុចនៅក្រៅរង្វង់

$B$ ជាចំណុចប៉ះរង្វង់




$AB=OB=OC=2\ cm$ (ព្រោះ $OB$ ជាកាំរង្វង់)

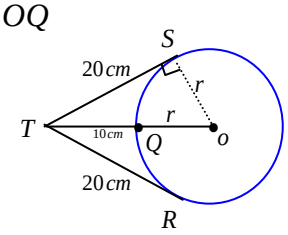
ក្នុង $\Delta\perp ABO$ មាន $OA$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុស តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$OA=\sqrt{AB^2+OB^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\ cm$

នាំឱ្យ $AC=OA+OC=2\sqrt{2}+2\approx 4.83\ cm$

ដូចនេះ ប្រវែងគណនាបានគឺ $AC\approx 4.83\ cm$ ។

**-ម៉ាត្រាទី 150 :** គណនាកាំនៃរង្វង់ $OQ$




យើងមាន $ST=RT=20\ cm$

ហើយ $TQ=10\ cm$

តាងកាំរង្វង់ $OS=OQ=r$

ក្នុងត្រីកោណកែង $TSO$ មាន $OT$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុស

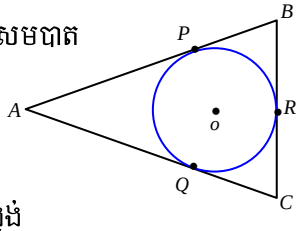
តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ យើងបាន :

$$OT^2=OS^2+ST^2$$
$$(OQ+TQ)^2=OS^2+ST^2$$
$$(r+10)^2=r^2+20^2$$
$$r^2+20r+100=r^2+400$$
$$20r=300$$
$$r=15$$

ដូចនេះ កាំរង្វង់គណនាបានគឺ $OQ=r=15\ cm$ ។

**-ម៉ាត្រាទី 152 :** ស្រាយបំភ្លឺថា $BR=RC$

យើងមាន $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត




នាំឱ្យ $AB=AC$

តាមទ្រឹស្តីបទបន្ទាត់ប៉ះដែល

គូសចេញពីចំណុចរួមនៅក្រៅរង្វង់

យើងបាន $AP=AQ$ , $BP=BR$ , $CQ=CR$

ចំពោះ $AB=AC$ នោះ $AP+BP=AQ+CQ$

ដោយ $AP=AQ$ យើងបាន $BP=CQ$

តាមទំនាក់ទំនង $\left.\begin{matrix}BP=BR\\BP=CQ\\CQ=CR\end{matrix}\right|\Rightarrow BR=CR$ ។

ដូចនេះ យើងបំភ្លឺបានថា $BR=RC$ ។

**-ម៉ាត្រាទី 153 :** គណនាប្រវែង $AB$ (គិតជា $cm$)

យើងមាន $r=5\ cm$ , $r'=3\ cm$

យើងគណនាប្រវែង $AB$ តាមករណីដូចខាងក្រោម :

-ករណីរង្វង់គ្មានចំណុចរួម

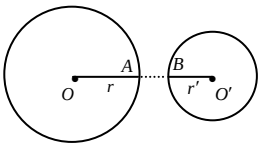
យើងបាន :

$OO' = AB + r + r'$

$\Rightarrow AB = OO' - r - r'$

$= OO' - 5 - 3$

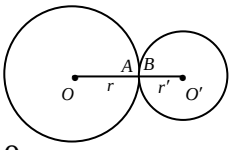
$= OO' - 8$




-ករណីរង្វង់ប៉ះគ្នាខាងក្រៅ

នាំឱ្យ $A$ ត្រួតលើ $B$

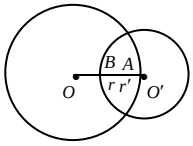
នោះ $OO' = r + r'$ និង $AB = 0$




-ករណីរង្វង់កាត់គ្នាបានពីរចំណុច

យើងបាន $AB < 2r'$

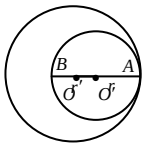
ឬ $AB < 6\ cm$




-ករណីរង្វង់ប៉ះគ្នាខាងក្នុង

យើងបាន $AB = 2r'$

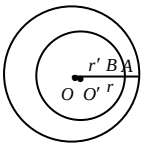
ឬ $AB = 6\ cm$




-ករណីរង្វង់គ្មានចំណុចរួមនៅក្នុងគ្នា

យើងបាន $AB < r - r'$

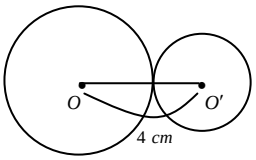
ឬ $AB = 2\ cm$ ។




***-ម៉ាវ៉ាអ៊ី 155 :*** គណនាកាំនៃរង្វង់ទាំងពីរ

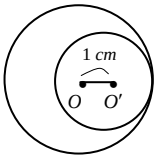
តាង $R$ ជាកាំរង្វង់ធំ និង $r$ ជាកាំរង្វង់តូច

-ចំពោះចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើ $4\ cm$




ករណីនេះ យើងបាន $R + r = 4 \quad (1)$

-ចំពោះចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើ $1\ cm$




ករណីនេះ យើងបាន $R - r = 1 \quad (2)$

តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$$+\begin{cases} R + r = 4 \\ R - r = 1 \end{cases}$$

$$2R = 5$$

$$R = 2.5\ cm$$

ចំពោះ $R = 2.5$

នោះ $r = 4 - R = 4 - 2.5 = 1.5\ cm$

ដូចនេះ

| |
|---|
| គណនាបាន កាំរង្វង់ទាំងពីរគឺ |
| $2.5\ cm$ , $1.5\ cm$ |

។

# មេរៀនទី១៤ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

**-ម៉ាត្រូវទី160 :** បង្ហាញថា $\angle AOB=\angle COB$

យើងមាន រង្វង់ផ្ចិត $o$ និង

$B$ ជាចំណុចកណ្តាលធ្នូ $AC$

មុំផ្ចិត $\angle AOB$ មានធ្នូស្មាត់ $AB$

មុំផ្ចិត $\angle COB$ មានធ្នូស្មាត់ $BC$

ដោយ $B$ ជាចំណុចកណ្តាលធ្នូ $AC$

នាំឱ្យ ធ្នូ $AB=$ ធ្នូ $BC$

យើងបាន មុំផ្ចិត $\angle AOB=\angle COB$ ដែរ

( មុំផ្ចិតដែលមានធ្នូស្មាត់ស្មើគ្នា វាជាមុំប៉ុនគ្នា)

ដូចនេះ យើងបង្ហាញបានថា $\angle AOB=\angle COB$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី161 :** រកចំនួនមុំចារឹកក្នុងរង្វង់

តាមរយៈរូបខាងស្តាំ មុំចារឹកក្នុងរង្វង់

មានចំនួនបីមុំ រួមមាន :

$\angle BPC$ , $\angle BPD$ , $\angle CPD$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី162 :** បង្ហាញថា $\angle ABC=\frac{1}{2}AC$

យើងមាន $\angle ABC$ ជាមុំចារឹក

ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $o$ ។

តាមលក្ខណៈនៃឧទាហរណ៍1

យើងបង្ហាញបានថា :

មុំ $\angle ABD=\frac{1}{2}AD$ និង មុំ $\angle CBD=\frac{1}{2}CD$

ដោយដកអង្គ និងអង្គយើងបាន

$$-\begin{cases}\angle ABD=\frac{1}{2}AD\\ \angle CBD=\frac{1}{2}CD\end{cases}$$

$$\angle ABC=\frac{1}{2}AC$$

ដូចនេះ យើងបង្ហាញបានថា $\angle ABC=\frac{1}{2}AC$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី164 :** គណនា $\angle AIB$

យើងមានមុំ $\angle ACB=34^o$ និង

$\angle CAD=45^o$ ។

ក្នុងត្រីកោណ $ADI$ មាន :

$\angle CAD+\angle ADB=\angle AIB$ ( ផលបូកមុំក្នុង2ស្មើមុំក្រៅ1)

តែ $\angle ACB=\angle ADB=34^o$ ( មានធ្នូស្មាត់រួម $AB$ )

នាំឱ្យ $\angle CAD+\angle ACB=\angle AIB$

$45^o+34^o=\angle AIB$

$79^o=\angle AIB$

ដូចនេះ គណនាបាន $\angle AIB=79^o$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី167 :** គណនា $\angle ACB$ , $\angle ADB$ , $\angle AEB$

យើងមាន $\angle AOB=60^o$ នាំឱ្យ

$$\angle ACB=\angle ADB=\angle AEB=\frac{\angle AOB}{2}=\frac{60^o}{2}=30^o$$

( មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ និងមុំផ្ចិតមានធ្នូស្មាត់រួម $AB$ )

ដូចនេះ $\angle ACB=\angle ADB=\angle AEB=30^o$ ។

**-ម៉ាត្រូវទី169 :** គណនារង្វាស់មុំ $x$ , $y$ , $z$

ក្នុងត្រីកោណ $ADC$ មាន:

-ជ្រុង $AD=DC$ ( សម្មតិកម្ម)

-មុំ $\angle ADC=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AC$ )

នាំឱ្យ $\Delta ADC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាតត្រង់កំពូល $D$

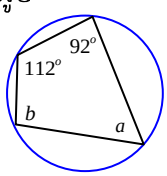
វិបាក មុំបាត $x=y=45^o$

ក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មាន :

-មុំ $\angle ABC=x=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AC$ )

ដូចនេះ គណនាបាន $x=90^o$ , $y=z=45^o$ ។

**-ចំរើនទី 171 :** គណនារង្វាស់មុំ $a$ និង $b$ តាមរូប



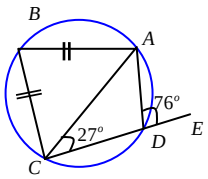

ឃើញថាចតុកោណនេះជាចតុកោណ
ចារឹកក្នុងរង្វង់ នោះផលបូកមុំឈមស្មើ $180^o$

នាំឱ្យ $a+112^o=180^o \Rightarrow a=68^o$

$b+92^o=180^o \Rightarrow b=88^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } a=68^o \text{ និង } b=88^o}$ ។

**-ចំរើនទី 173 :** គណនារង្វាស់មុំ




យើងមាន ចតុកោណ $ABCD$
ចារឹកក្នុងរង្វង់ , $AB=BC$ និងមុំ
$\angle ACE=27^o$ , $\angle ADE=76^o$

**ក.** គណនារង្វាស់មុំ $\angle ACB$

$\angle ABC+\angle ADC=180^o$ (មុំឈមចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$\angle ADE+\angle ADC=180^o$ (មុំបន្ថែមគ្នា)

នាំឱ្យ $\angle ABC=\angle ADE=76^o$

ក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មាន $AB=BC$ ជាត្រីកោណសមបាត

នោះមុំបាត $\angle ACB=\dfrac{180^o-\angle ABC}{2}$

$=\dfrac{180^o-76^o}{2}=52^o$

ព្រោះ ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ $180^o$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle ACB=52^o}$ ។

**ខ.** គណនារង្វាស់មុំ $\angle BAD$

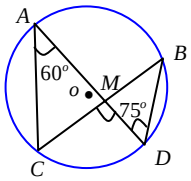
ដោយមុំ $\angle BCD=\angle ACE+\angle ACB=27^o+52^o=79^o$

ហើយ $\angle BCD+\angle BAD=180^o$ (មុំឈមចតុ.ចារឹកក្នុងរង្វង់)

នាំឱ្យ $\angle BAD=180^o-\angle BCD=180^o-79^o=101^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle BAD=101^o}$ ។

**-ចំរើនទី 174 :** គណនារង្វាស់មុំ $\angle CMD$



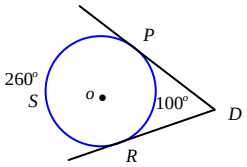

យើងមាន $\angle CAD=60^o$ និងមុំ
$\angle ADB=75^o$
មុំ $\angle CAD$ មានធ្នូស្មាត់ $CD$
នាំឱ្យ $CD=2\times\angle CAD=2\times60^o=120^o$
មុំ $\angle ADB$ មានធ្នូស្មាត់ $AB$
នាំឱ្យ $AB=2\times\angle ADB=2\times75^o=150^o$

យើងបាន $\angle CMD=\dfrac{1}{2}\left(AB+CD\right)$ (មុំក្នុងរង្វង់)

$=\dfrac{1}{2}\left(150^o+120^o\right)=135^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle CMD=135^o}$ ។

**-ចំរើនទី 175 :** គណនារង្វាស់មុំ $\angle D$ នៃរូបខាងក្រោម :




មុំ $\angle PDR$ ជាមុំក្រៅរង្វង់

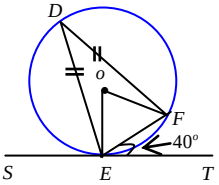
នាំឱ្យ $\angle PDR=\dfrac{1}{2}\left(PSR-PR\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(260^o-100^o\right)$

$=80^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រង្វាស់មុំគណនាបានគឺ } \angle D=80^o}$ ។

**-ចំរើនទី 178 :** គណនារង្វាស់មុំ




យើងមាន $DE=DF$ និងមុំ
$\angle FET=40^o$

ក. គណនាមុំ $\angle EOF$

មុំ $\angle EOF$ ជាមុំផ្ចិតមានធ្នូស្មាត់ $EF$

នាំឱ្យ $\angle EOF=EF$

ដោយមុំ $\angle FET$ ជាមុំចារឹកពិសេសមានធ្នូស្មាត់ $EF$

នោះ $EF=2\times\angle FET=2\times40^o=80^o$

យើងបាន $\angle EOF=EF=80^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រង្វាស់មុំគណនាបានគឺ } \angle EOF=80^o}$ ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle DES$

ក្នុងត្រីកោណ $EDS$ មាន $DE=DF$

នាំឱ្យ ត្រីកោណ $EDS$ ជាត្រីកោណសមបាត ដែលមាន

មុំ $\angle EDF=\angle FET=40^o$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $EF$ )

និងមុំបាត $\angle DEF=\dfrac{1}{2}\left(180^o-40^o\right)=70^o$

ដោយ $DE=DF$ នោះ $DE=DF$ (អង្កត់ធ្នូប៉ុនគ្នាធ្នូស្មើគ្នា)

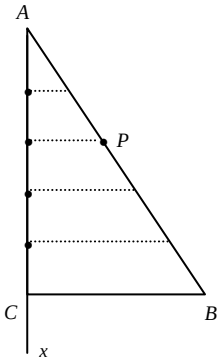
ហើយ $\left.\begin{matrix}\angle DEF=\dfrac{DF}{2}\\ \angle DES=\dfrac{DE}{2}\end{matrix}\right|\Rightarrow \angle DES=\angle DEF=70^o$

ព្រោះ $\angle DES$ ជាមុំចារឹកពិសេសមានធ្នូស្មាត់ $DE$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle DES=70^o}$ ។

# ❋ មេរៀនទី១៥ ទ្រឹស្តីបទតាឡេស ❋

**-ម៉ាត្រាទី182 :** សង់ចំណុច $P$ សង់អង្កត់ $AB$ រួចសង់កន្លះបន្ទាត់$[Ax)$ ។ ក្រិតកន្លះបន្ទាត់ $[Ax)$ ឱ្យបាន $AC=5$ ឯកតាប្រវែង។ ភ្ជាប់ពី $C$ ទៅ $B$ ហើយគូសបន្ទាត់កាត់ចំណុចឯកតាផ្សេងៗឱ្យស្របនឹង $CB$ ។



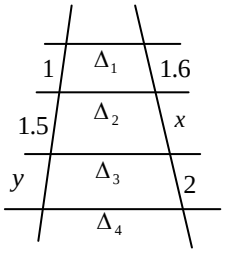

ប្រសព្វនៃបន្ទាត់ឯកតាទី2 និងអង្កត់ $AB$ ជា ចំណុច $P$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងបាន } \frac{AP}{AB}=\frac{2}{5}}$ ។

**-ម៉ាត្រាទី184 :** គណនាតម្លៃនៃ $x$ និង $y$

យើងមាន $\Delta_1$ , $\Delta_2$ , $\Delta_3$ , $\Delta_4$ ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា នោះយើងបានអង្កត់សមាមាត្រគ្នាគឺ :

$$\frac{1}{1.6}=\frac{1.5}{x}=\frac{y}{2}$$




-ចំពោះ $\frac{1}{1.6}=\frac{1.5}{x}$

នាំឱ្យ $x=1.5\times1.6=2.4$

-ចំពោះ $\frac{1}{1.6}=\frac{y}{2}$

នាំឱ្យ $y=\frac{2}{1.6}=1.25$

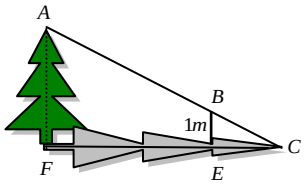
ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃគណនាបានគឺ } x=2.4\ ,\ y=1.25}$ ។

**-ម៉ាត្រាទី186 :** គណនាកម្ពស់នៃដើមឈើ

តាមទ្រឹស្តីបទតាឡេសចំពោះត្រីកោណ យើងបានអង្កត់សមាមាត្រ

$$\frac{AF}{BE}=\frac{CF}{CE}$$

$$AF=\frac{BE\cdot CF}{CE} \text{ ឬ } AF=\frac{CF}{CE}$$

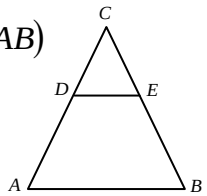



ដែល $CF$ ជាប្រវែងស្រមោលដើមឈើ និង $CE$ ជាប្រវែងពីបង្គោលទៅចុងស្រមោល ។

**-ម៉ាត្រាទី188 :** បំពេញតារាងខាងក្រោម :

ក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មាន $(DE)\parallel(AB)$ យើងបាន ផលធ្យៀបសមាមាត្រ

$$\frac{AD}{BE}=\frac{DC}{EC} \text{ ឬ } \frac{AC}{DC}=\frac{BC}{EC}$$



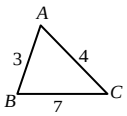

យើងបំពេញតារាងដោយប្រើសមាមាត្រខាងលើ យើងបាន :

| | $AD$ | $DC$ | $BE$ | $EC$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ក. | 3 | 2 | 6 | 4 | | |
| ខ. | 7 | 3 | $\frac{35}{3}$ | 5 | | |
| គ. | 2 | $\frac{8}{3}$ | 3 | 4 | | |
| | $AD$ | $DC$ | $AC$ | $BE$ | $EC$ | $BC$ |
| ឃ. | 12 | 8 | 20 | 9 | 6 | 15 |
| ង. | 12 | 18 | 30 | 9 | $\frac{27}{2}$ | $\frac{45}{2}$ |

# មេរៀនទី១៦ ត្រីកោណដូចគ្នា

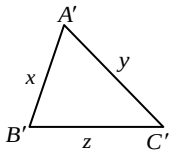
**-ចំពោះទី 193 :** គណនា $x$ , $y$ , $z$

យើងមាន $ABC$ ដូចនឹងត្រីកោណ $A'B'C'$ មានផលធ្យើប ដំណូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$




យើងបាន សមាមាត្រផលធ្យើប

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{1}{4}$$




នាំឱ្យ

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{3}{x}=\frac{1}{4}\Rightarrow x=12$$

$$\frac{AC}{A'C'}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{4}{y}=\frac{1}{4}\Rightarrow y=16$$

$$\frac{BC}{B'C'}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{7}{z}=\frac{1}{4}\Rightarrow z=28$$

ដូចនេះ គណនាបាន $x=12$ , $y=16$ , $z=28$ ។

**-ចំពោះទី 195 :** ក. បង្ហាញថា $\Delta ABC$ ដូច $\Delta PMN$

ត្រីកោណ $ABC$ មាន $\angle A=80^o$ , $\angle B=54^o$

នាំឱ្យមុំ $\angle C=180^o-(\angle A+\angle B)$

$$=180^o-(80^o+54^o)=46^o$$

ដោយត្រីកោណ $ABC$ និងត្រីកោណ $MNP$ មាន

-មុំ $\angle C=\angle M=46^o$

-មុំ $\angle B=\angle P=54^o$

ដូចនេះ $\Delta ABC\sim\Delta NPM$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

**ខ.** ទាញរកផលធ្យើបដំណូច

ដោយ $\Delta ABC\sim\Delta NPM$ នោះយើងទាញបាន :

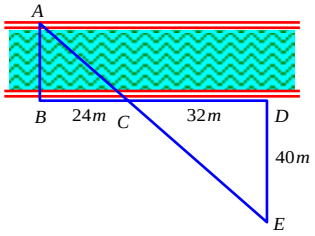
$$\sim\left|\frac{\Delta ABC}{\Delta NPM}\right|\Rightarrow\frac{AB}{NP}=\frac{AC}{NM}=\frac{BC}{PM}$$

ដូចនេះ យើងបានផលធ្យើបដំណូច $\frac{AB}{NP}=\frac{AC}{NM}=\frac{BC}{PM}$ ។

**-ចំពោះទី 197 :** គណនាប្រវែងនៃទទឹងទន្លេ $AB$

ដោយបម្រាប់ប្រធាន

$$\sim\left|\frac{\Delta CBA}{\Delta CDE}\right|\Rightarrow$$




$$\frac{AB}{ED}=\frac{CB}{CD}$$

ឬ $\frac{AB}{40m}=\frac{24m}{32m}$

នោះ $AB=\frac{24m\times40m}{32m}=30m$

ដូចនេះ ប្រវែងទទឹងទន្លេគណនាបានគឺ $AB=30m$ ។

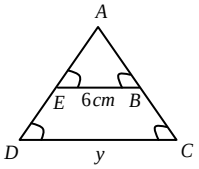
**-ចំពោះទី 200 :** គណនាតម្លៃ $x$ និង $y$

-តាមរូប $\Delta AEB\sim\Delta ADC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

ដោយ $\sim\left|\frac{\Delta AEB}{\Delta ADC}\right|\Rightarrow\frac{BE}{CD}=\frac{AE}{AD}$

$$\frac{6}{y}=\frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow y=\frac{6\times10}{4}=15\ cm$$




$AE=4cm$

$AD=10cm$

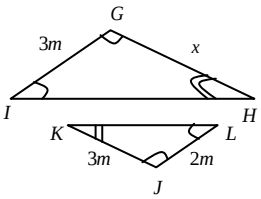
ដូចនេះ គណនាបាន $y=15\ cm$ ។

-តាមរូប $\Delta GIH\sim\Delta JLK$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

ដោយ $\sim\left|\frac{\Delta GIH}{\Delta JLK}\right|\Rightarrow\frac{GH}{JK}=\frac{GI}{JL}$

$$\frac{x}{3}=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{3\times3}{2}=\frac{9}{2}\ m$$




ដូចនេះ គណនាបាន $x=4.5\ m$ ។

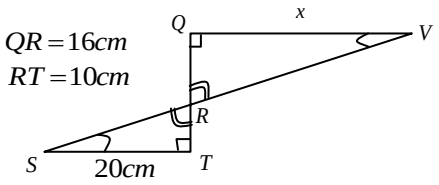
-តាមរូប $\Delta RQV \sim \Delta RTS$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

ដោយ $\sim \left.\begin{matrix}\Delta RQV \\ \Delta RTS\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{QV}{TS}=\frac{QR}{TR}$ សូមកែ $ST$ ពី $20m \to 20cm$

$$\frac{x}{20}=\frac{16}{10}$$

$$\Rightarrow \quad x=\frac{16\times 20}{10}=32\ m$$

ដូចនេះ គណនាបាន $x=32\ m$ ។



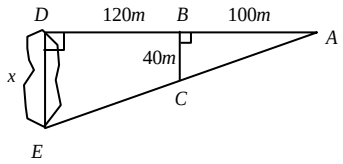

-តាមរូប $\Delta DAE \sim \Delta BAC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

ដោយ $\sim \left.\begin{matrix}\Delta DAE \\ \Delta BAC\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{DE}{BC}=\frac{DA}{BA}$

$$\frac{x}{40}=\frac{220}{100}$$

$$\Rightarrow \quad x=\frac{220\times 40}{100}=88\ m$$

ដូចនេះ គណនាបាន $x=88\ m$ ។




**-<u>ឥព្វាវី 207</u> :** គណនា $z$ និងសង់រូបឡើងវិញ

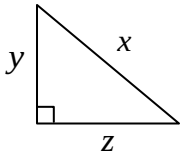
ចំពោះ $z=\sqrt{x^2-y^2}$

នាំឱ្យ $z^2=x^2-y^2$ ឬ $x^2=y^2+z^2$ $(1)$

តាមទំនាក់ទំនង $(1)$ បញ្ជាក់ថា ត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $x, y, z$ ជាត្រីកោណកែង ហើយមាន $x$ ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស និង $y, z$ ជាជ្រុងជាប់មុំកែង ។

ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុង $z<x$ , $y<x$ ។

សង់រូប :

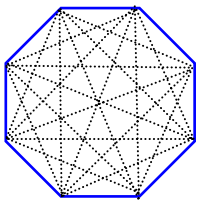



$z=\sqrt{x^2-y^2}$

# មេរៀនទី១៧ ពហុកោណ

**-ខ្ទំព័រទី214 :** ភ្ជាប់ចំណុចទាំង8 ប្រាប់ចំនួនជ្រុង និងអង្កត់ទ្រូង

យើងមាន 8 ចំណុច យើងភ្ជាប់បានរូបដូចខាងក្រោម :



ពហុកោណនេះមាន 8 ជ្រុង និងមានអង្កត់ទ្រូងចំនួន 20 ។

**-ខ្ទំព័រទី217 :** រកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណ

-ចំពោះ ពហុកោណដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើនឹង $2\ 700^o$

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនោះ

តាមរូបមន្ត $180^o(n-2)=2\ 700^o$

$$n-2=15$$
$$n=17$$

ដូចនេះ ពហុកោណនេះមានចំនួនជ្រុង $n=17$ ។

-ចំពោះ ពហុកោណដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើនឹង $3\ 420^o$

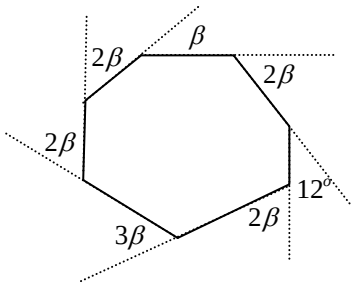
បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនោះ

តាមរូបមន្ត $180^o(n-2)=3\ 420^o$

$$n-2=19$$
$$n=21$$

ដូចនេះ ពហុកោណនេះមានចំនួនជ្រុង $n=21$ ។

**-ខ្ទំព័រទី219 :** គណនា $\beta$ នៃពហុកោណខាងក្រោម :




យើងបាន

$$2\beta+2\beta+\beta+2\beta+12^o+2\beta+3\beta=360^o$$
$$12\beta+12^o=360^o$$
$$\beta=\frac{348^o}{12}$$
$$\beta=29^o$$

ដូចនេះ យើងគណនាបានមុំ $\beta=29^o$ ។

**-ខ្ទំព័រទី220 :** បញ្ជាក់

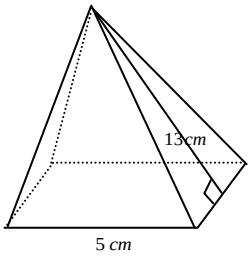
-បានជាចតុកោណកែង មិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត ព្រោះថាមុំទាំងបួនរបស់វាប៉ុនៗគ្នាក៏ពិតមែន ក៏ប៉ុន្តែ ជ្រុងរបស់វាវិញប៉ុនគ្នាតែពីរៗ មិនមែនប៉ុនគ្នាទាំងអស់ទេ ។

-បានជាចតុកោណស្មើ មិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត ព្រោះថាជ្រុងទាំងបួនរបស់វាប៉ុនៗគ្នាក៏ពិតមែន ក៏ប៉ុន្តែ មុំរបស់វាវិញមិនមែនស្មើគ្នាទាំងអស់ទេ គឺស្មើគ្នាពីរៗប៉ុណ្ណោះ ។

# ♪ មេរៀនទី១៨ សូលីត ♪

**-ចំពោះ228 :** គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

-ចំពោះរូប (a) :




ផ្ទៃក្រឡាខាង

$S_L = \frac{1}{2}pa$

$= \frac{1}{2}(5\times 4)\cdot 13$

$= \boxed{130cm^2}$

ផ្ទៃក្រឡាបាត $S_B = 5\times 5 = 25cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_T = S_L + S_B$

$= 130cm^2 + 25\ cm^2$

$= \boxed{155\ cm^2}$

-ចំពោះរូប (b) :

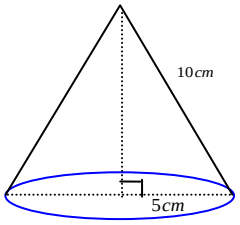
ផ្ទៃក្រឡាខាង

$\boxed{\text{សូមកែកាំបាតពី } 5m \to 5cm}$

$S_L = \pi Ra$

$= 3.14\times 5\times 10$

$= \boxed{157cm^2}$




ផ្ទៃក្រឡាបាត

$S_B = \pi R^2$

$= 3.14\times 5^2$

$= 78.5\ cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_T = S_L + S_B$

$= 157cm^2 + 78.5\ cm^2$

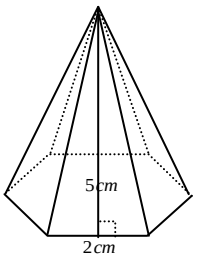
$= \boxed{235.5\ cm^2}$

-ចំពោះរូប (c) :

ផ្ទៃក្រឡាខាង

$S_L = \frac{1}{2}pa$

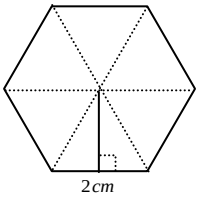
$= \frac{1}{2}(2\times 6)\times 5 = \boxed{30cm^2}$




ផ្ទៃក្រឡាបាត

$S_B = 6\left[\frac{1}{2}\cdot 2\left(\sqrt{2^2-1^1}\right)\right]$

$= 6\sqrt{3}\ cm^2$




ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S_T = S_L + S_B$

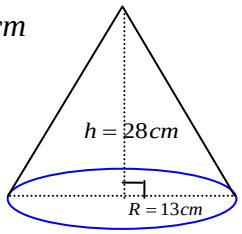
$= 30cm^2 + 6\sqrt{3}\ cm^2$

$\approx \boxed{40.39\ cm^2}$

**-ចំពោះ228 :** គណនាមាឌកោណគិតជា $dm^3$

កោណនេះមាន កម្ពស់ $h = 28cm$

កាំថាសបាតមានប្រវែង $R = 13\ cm$




តាមរូបមន្តមាឌកោណ

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ យើងបាន

$V = \frac{1}{3}\times 3.14\times 13^2\times 28$

$\approx 4952.83\ cm^3$

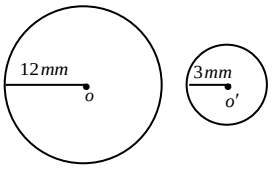
ដោយ $1000\ cm^3 = 1dm^3$

នាំឱ្យ $4952.83\ cm^3 \approx 5dm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មាឌរបស់កោណគឺ } V \approx 5dm^3}$ ។

**-ចំពោះ231 :** សរសេរផលធ្យៀបបរិមាត្រ និងផលធ្យៀបផ្ទៃក្រឡា

-ចំពោះរូប (a) :




ផលធ្យៀបបរិមាត្រ

បើ $P$ ជាបរិមាត្ររូបធំ

$P'$ ជាបរិមាត្ររូបតូច

យើងបាន $\frac{P}{P'} = \frac{12\ mm}{3\ m} = 4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលធ្យៀបបរិមាត្រគឺ } \frac{P}{P'} = 4}$ ។

ផលធ្យៀបផ្ទៃក្រឡា

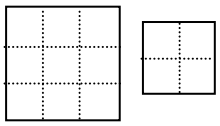
បើ $S$ ជាផ្ទៃក្រឡារូបធំ

$S'$ ជាផ្ទៃក្រឡារូបតូច

យើងបាន $\frac{S}{S'} = \left(\frac{12\ mm}{3\ mm}\right)^2 = 4^2 = 16$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលធ្យៀបផ្ទៃក្រឡាគឺ } \frac{S}{S'} = 16}$ ។

-ចំពោះរូប (b) :



ផលធ្យៀបបរិមាត្រ

បើ $P$ ជាបរិមាត្ររូបធំ

$P'$ ជាបរិមាត្ររូបតូច

យើងបាន $\frac{P}{P'}=\frac{3}{2}$

ដូចនេះ ផលធ្យៀបបរិមាត្រគឺ $\frac{P}{P'}=\frac{3}{2}$ ។

ផលធ្យៀបផ្ទៃក្រឡា

បើ $S$ ជាផ្ទៃក្រឡារូបធំ

$S'$ ជាផ្ទៃក្រឡារូបតូច

យើងបាន $\frac{S}{S'}=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

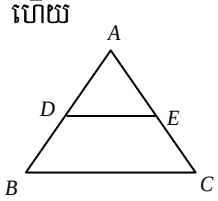
ដូចនេះ ផលធ្យៀបផ្ទៃក្រឡាគឺ $\frac{S}{S'}=\frac{9}{4}$ ។

**សម្គាល់ :** គេអាចប្រើផលធ្យៀបរូបតូចលើរូបធំក៏បាន ។

***-ម៉ាត់រ៉ាម៉ី 232 :*** យើងមាន $(DE)\|(BC)$ ហើយ

$AD=3\,cm$ , $AB=5cm$

និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ADE=6cm^2$




**ក.** រកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ABC$

តាង $S$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABC$

$S'$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ADE$

នាំឱ្យយើងបានផលធ្យៀបគឺ :

$$\frac{S}{S'}=\left(\frac{AB}{AD}\right)^2 \text{ សមមូល } \frac{S}{6}=\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow S=\frac{25\times 6}{9}=\frac{50}{3}\,cm^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ABC$ គឺ $S=\frac{50}{3}\,cm^2$ ។

**ខ.** រកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $DECB$

ផ្ទៃចតុកោណ $DECB=S_{\Delta ABC}-S_{\Delta ADE}$

$$=S-S'$$

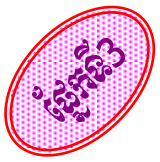
$$=\frac{50}{3}-6=\frac{50-18}{3}$$

$$=\frac{32}{3}cm^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $DECB$ គឺ $\frac{32}{3}cm^2$ ។



# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. យល់



# សូមស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# កំណែលំហាត់តាមមេរៀន

### ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ ដំណោះស្រាយលំហាត់តាមមេរៀននីមួយៗ ដែលមាននៅក្នុងស្បៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ៩ របស់ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា បោះពុម្ពលើកទី ១ ឆ្នាំ ២០១១ ។ នៅក្នុងផ្នែកនេះមានបង្ហាញទាំងចម្លើយ និងទាំងប្រធានលំហាត់ ទៅតាមមេរៀននីមួយៗក្នុងស្បៀវភៅរបស់ក្រសួង។ ទោះបីជាខ្ញុំ បានឃើញស្បៀវភៅកំណែគណិតវិទ្យា ដែលដាក់លក់ នៅលើទីផ្សារជាច្រើនហើយក៏ដោយ ក៏ខ្ញុំនៅតែបន្តបង្កើតផ្នែកនេះឡើង ដើម្បីបំពេញលក្ខណៈរបស់ស្បៀវភៅនេះ ឱ្យកាន់ តែសម្បូរបែប សាកសមជាស្បៀវភៅគណិតវិទ្យាសម្រាប់គ្រូ និងសិស្សថ្នាក់ទី ៩ ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងស្បៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាសមគួរ ។

សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...

# មេរៀនទី១ ចំនួនអសនិទ្ធាន

1. ចូរគណនា

ក. $\sqrt{9}$ ខ. $\sqrt{16}$ គ. $\sqrt{36}$ ឃ. $-\sqrt{64}$ ង. $-\sqrt{100}$ ច. $\sqrt{121}$ ឆ. $-\sqrt{144}$ ជ. $\sqrt{625}$

ឈ. $\sqrt[3]{8}$ ញ. $\sqrt[3]{-8}$ ដ. $-\sqrt[3]{27}$ ឋ. $-\sqrt[3]{64}$ ឌ. $\sqrt[3]{125}$ ឍ. $\sqrt[3]{216}$ ណ. $\sqrt[3]{100}$ ។

2. ចូរគណនា

ក. $\sqrt{\frac{9}{16}}$ ខ. $\sqrt{\frac{49}{9}}$ គ. $-\sqrt{\frac{81}{4}}$ ឃ. $\sqrt{\frac{169}{49}}$ ង. $\sqrt{\frac{196}{25}}$ ច. $-\sqrt{\frac{400}{225}}$

ឆ. $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ ជ. $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$ ឈ. $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$ ញ. $\sqrt[3]{\frac{512}{343}}$ ដ. $\sqrt[3]{-\frac{216}{1000}}$ ។

3. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់

ក. $\sqrt{16^3}$ ខ. $-\sqrt[3]{36^2}$ គ. $\sqrt{64^3}$ ឃ. $\left(\sqrt[3]{-8}\right)^3$ ង. $\sqrt[3]{-27^3}$ ច. $\sqrt[3]{1^5}$

ឆ. $\sqrt[3]{8^2}$ ជ. $\sqrt[3]{64^2}$ ឈ. $\sqrt[3]{(-27)^2}$ ។

4. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់

ក. $\sqrt{y^2}$ ខ. $\sqrt{x^4}$ គ. $\sqrt{x^2y^4}$ ឃ. $-\sqrt{y^6}$

ង. $\sqrt{\frac{16}{x^2}}$ ច. $\sqrt{\frac{100}{n^4}}$ ឆ. $\sqrt[3]{8x^3}$ ជ. $-\sqrt{64m^3}$ ។

5. ចូរសម្រួលកន្សោម

ក. $\sqrt{(2x)^2}$ ខ. $\sqrt[3]{(-5y)^3}$ គ. $\sqrt{(4-a)^2}$ ឃ. $\sqrt[3]{(x+3)^3}$

ង. $\sqrt{16b^2+24b+9}$ ច. $\sqrt{9x^2-30x+25}$ ឆ. $\sqrt{4m^2-20mn+25n^2}$ ជ. $\sqrt{49x^2-112xy+64y^2}$ ។

6. ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីលកាល់

ក. $\sqrt{18}$ ខ. $-\sqrt{48}$ គ. $\sqrt{75}$ ឃ. $\sqrt{\frac{30}{49}}$ ង. $\sqrt{\frac{10}{121}}$ ច. $\sqrt[3]{40}$

ឆ. $\sqrt[3]{54}$ ជ. $-\sqrt[3]{128}$ ឈ. $\sqrt[3]{192}$ ញ. $\sqrt[3]{\frac{3m}{8n^3}}$ ដ. $\sqrt[3]{16x^5}$ ។

7. ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីលកាល់

ក. $\sqrt{36a^2b^3}$ ខ. $\sqrt{27a^4b^3}$ គ. $\sqrt{72x^5y^2}$ ឃ. $-\sqrt{112a^3b^4}$ ង. $\sqrt{80m^4n^3}$

ច. $\sqrt{64x^2y^3}$ ឆ. $\sqrt[3]{16m^3n^3}$ ជ. $\sqrt[3]{-54x^4b^3}$ ឈ. $-\sqrt[3]{128a^5y^3}$ ញ. $\sqrt[3]{24p^3q^5}$ ។

8. ចូរបញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់ $x$, $y$, $m$, $n$ និង $p$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន។

ក. $5\sqrt{6}$ ខ. $2m\sqrt{m}$ គ. $\frac{\sqrt{23}}{y^3}$ ឃ. $2\sqrt[3]{5}$ ង. $2x\sqrt[3]{4}$ ច. $\frac{\sqrt[3]{3m}}{2n}$ ។

9. ចូរគណនា

ក. $3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$ ខ. $5\sqrt{2}-3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

គ. $3\sqrt{15}-4\sqrt{3}-3\sqrt{15}+6\sqrt{3}$ ឃ. $4\sqrt{3}-2\sqrt{17}+3\sqrt{17}-3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

ង. $2\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{3}$ ច. $8\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{3}$ ។

10. ចូរគណនា

ក. $\frac{2}{3}\sqrt{27}-\frac{3}{4}\sqrt{48}$ ខ. $\frac{1}{4}\sqrt{288}-\frac{1}{6}\sqrt{72}$ គ. $\frac{3}{5}\sqrt{75}-\frac{2}{3}\sqrt{27}$

ឃ. $5\sqrt[3]{128}-3\sqrt[3]{250}$ ង. $3\sqrt[3]{81}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{192}$ ច. $4\sqrt[3]{54}-3\sqrt[3]{128}$ ។

11. ចូរគណនា

ក. $2\sqrt{8}-3\sqrt{98}-2\sqrt{200}$ ខ. $-3\sqrt{50}-\sqrt{32}+5\sqrt{200}$

គ. $3\sqrt{175}-2\sqrt{28}+3\sqrt{63}-112$ ឃ. $\sqrt{108}-2\sqrt{27}-\sqrt{40}-5\sqrt{160}$

ង. $2\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{128}$ ច. $3\sqrt[3]{81}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{128}-3\sqrt[3]{192}+4\sqrt[3]{54}$

ឆ. $4\sqrt[3]{54}-6\sqrt[3]{81}-4\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{24}$ ជ. $-2\sqrt[3]{40}-3\sqrt[3]{135}+5\sqrt[3]{320}+8\sqrt[3]{5}$ ។

12. ចូរគណនា

ក. $-2\left(2\sqrt{12}-\sqrt{18}\right)-5\left(3\sqrt{32}-\sqrt{27}\right)$ ខ. $3\left(3\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}\right)+4\left(\sqrt[3]{320}-\sqrt[3]{40}\right)$

គ. $\frac{2\sqrt{27}}{3}-3\sqrt{48}+\frac{4\sqrt{50}}{5}-\frac{4\sqrt{18}}{3}$ ឃ. $\frac{2}{3}\sqrt[3]{81}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{24}+\frac{2\sqrt[3]{135}}{3}-\frac{3\sqrt[3]{40}}{2}$ ។

13. ចូរគណនាកន្សោមខាងក្រោម $a, b, x, y$ និង $z$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

$A=-3\sqrt{32x}+6\sqrt{8x}$ $B=2\sqrt{125x^2z}+8x\sqrt{80z}$

$C=7a\sqrt{b^3}+b\sqrt{4a^2b}-\sqrt{4b}$ $D=8b\sqrt{49b}-7\sqrt{9b^3}+a\sqrt{4a}+\sqrt{a^3}$

$E=3xy\sqrt{x^2y}-2\sqrt{x^4y^3}$ $F=-3a\sqrt{a^3b^5}-2b\sqrt{a^5b^3}+5\sqrt{a^3b^3}$

$G=8a\sqrt[3]{54a}+6\sqrt[3]{16a^4}$ $H=3\sqrt[3]{x^4y}-6x\sqrt[3]{xy^4}+2\sqrt[3]{x^4y^4}$ ។

14. ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A$ ចំពោះ $a=5$ , $b=3$

$A=\sqrt{ab}-\sqrt{ab^3}-\sqrt{9a^3b^3}-\sqrt{a^3b}$ ។

15. ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=\sqrt{4a}+a\sqrt{a^2b}+\sqrt{b^2a}+b\sqrt{9b}$ ចំពោះ $a=3$ , $b=2$ ។

16. ចូរគណនា

ក. $\left(2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}\right)$ ខ. $\left(4\sqrt{6}\right)\left(-2\sqrt{5}\right)$ គ. $\left(3\sqrt{5}\right)\left(5\sqrt{3}\right)$

ឃ. $\left(6\sqrt{2}\right)\left(-12\sqrt{3}\right)$ ង. $\left(3\sqrt{8}\right)\left(-3\sqrt{48}\right)$ ច. $\left(-3\sqrt{75}\right)\left(-2\sqrt{48}\right)$

ឆ. $\left(2\sqrt[3]{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}\right)$ ជ. $\left(3\sqrt[3]{2}\right)\left(5\sqrt[3]{15}\right)$ ឈ. $\left(6\sqrt[3]{8}\right)\left(-3\sqrt[3]{2}\right)$ ។

17. ចូរគណនា

ក. $3\sqrt{5}\left(2\sqrt{18}-3\sqrt{48}\right)$ ខ. $-3\sqrt{3}\left(3\sqrt{6}-3\sqrt{2}\right)$ គ. $\frac{1}{2}\sqrt{3}\left(2\sqrt{48}-3\sqrt{32}\right)$

ឃ. $\frac{3}{2}\sqrt{2}\left(2\sqrt{18}-3\sqrt{48}\right)$ ង. $-4\sqrt[3]{3}\left(2\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{5}\right)$ ច. $2\sqrt[3]{5}\left(3\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{2}\right)$

ឆ. $3\sqrt[3]{3}\left(3\sqrt[3]{8}-2\sqrt[3]{18}\right)$ ជ. $-3\sqrt[3]{5}\left(4\sqrt[3]{20}-2\sqrt[3]{45}\right)$ ។

18. ចូរគណនា

ក. $\left(2\sqrt{3}-8\right)\left(9+2\sqrt{5}\right)$ ខ. $\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{50}-2\sqrt{80}\right)$

គ. $\left(\sqrt{50}-\sqrt{75}\right)\left(\sqrt{32}-\sqrt{48}\right)$ ឃ. $\left(\sqrt{125}-\sqrt{75}\right)\left(\sqrt{80}-\sqrt{48}\right)$

ង. $\left(3\sqrt[3]{18}+3\sqrt[3]{27}\right)\left(2\sqrt[3]{8}-2\sqrt[3]{12}\right)$ ច. $\left(\sqrt[3]{80}-2\sqrt[3]{27}\right)\left(-3\sqrt[3]{20}-3\sqrt[3]{12}\right)$ ។

19. គេឱ្យ $a=3\sqrt{5}-2\sqrt{10}$ , $b=5\sqrt{7}+2\sqrt{10}$ , $c=\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}$ និង $d=3\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{8}$ ។

ចូរគណនា ក. $-3ab$ ខ. $a^2+b^2$ គ. $a^2-2b^2$ ឃ. $b^2-2ab$ ង. $\frac{1}{2}cd$ ច. $c^2-b^2$ ឆ. $c^2+2cd$ ។

20. ចូរគណនា

ក. $\frac{\sqrt{33}}{11}$ ខ. $\frac{-\sqrt{48}}{\sqrt{27}}$ គ. $2\sqrt{75}\div\sqrt{15}$ ឃ. $\frac{2\sqrt{84}}{-\sqrt{12}}$ ង. $\frac{5\sqrt{25}}{\sqrt{75}}\div\sqrt{5}$

ច. $\frac{12\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}}$ ឆ. $\frac{5\sqrt[3]{100}}{25\sqrt[3]{5}}$ ជ. $\left(\frac{\sqrt[3]{72}}{2\sqrt[3]{8}}\right)\sqrt[3]{2}$ ឈ. $\frac{6\sqrt[3]{7}}{3\sqrt[3]{6}}\div\frac{4\sqrt[3]{21}}{2\sqrt[3]{3}}$ ។

21. ចូរសម្រួលកន្សោម

$A=\sqrt{\frac{b^2}{b^2-14b+49}}$ $B=\sqrt{\frac{49x^2-56x+16}{36x^2}}$ $C=\sqrt{\frac{a^2+16ab+64b^2}{a^2+10ab+25b^2}}$ $D=\sqrt{\frac{25b^2+10ab+a^2}{16b^2+24ab+9a^2}}$ ។

22. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

ក. $\frac{3}{\sqrt{10}}$ ខ. $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{33}}$ គ. $\frac{6}{\sqrt{48}}$ ឃ. $\frac{8}{\sqrt{27}}$ ង. $\frac{9\sqrt{4}}{\sqrt{18}}$ ច. $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{72}}$

ឆ. $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{10}}$ ជ. $\frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{30}}$ ឈ. $\frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{20}}$ ញ. $\sqrt[3]{\frac{7m}{36n}}$ ដ. $\sqrt[3]{\frac{11p}{49q}}$ ប. $\sqrt[3]{\frac{3}{4y^2}}$ ។

23. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

ក. $\frac{36-\sqrt{6}}{\sqrt{8}}$ ខ. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$ គ. $\frac{8}{2\sqrt{75}-3\sqrt{50}}$ ឃ. $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{80}-\sqrt{45}}$

ង. $\frac{9-\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{32}}$ ច. $\frac{5\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}{8\sqrt[3]{13}}$ ឆ. $\frac{2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{9}}$ ជ. $\frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}}$ ។

24. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង ដែលអថេរជាចំនួនវិជ្ជមាន

ក. $\frac{3}{\sqrt{x}}$ ខ. $\frac{3a}{\sqrt{8ab}}$ គ. $\frac{3\sqrt{x}}{5\sqrt{2x^3y}}$ ឃ. $\frac{8a}{\sqrt[3]{25ab}}$ ង. $\frac{27\sqrt[3]{m}}{7\sqrt[3]{m^2n}}$

ច. $\frac{15}{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}$ ឆ. $\frac{7\sqrt{2x}}{2\sqrt{x}+\sqrt{3y}}$ ជ. $\frac{\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{12n}}$ ឈ. $\frac{7\sqrt[3]{7x}}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{y}}$ ។

25. គេឱ្យត្រីកោណកែងមួយមានវិមាត្រ $a$, $b$ និង $c$ ដែល $c$ ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស។ ចូរគណនាជ្រុងមួយនៃត្រីកោណកែងនេះ បើដឹងថា ៖

ក. $a=3\ ,\ b=4$ ខ. $a=5\ ,\ b=12$ គ. $a=6\ ,\ b=8$

ឃ. $c=21\ ,\ b=10$ ង. $b=30\ ,\ c=50$ ។

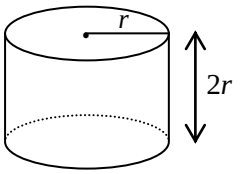
26. គេឱ្យ $m=3\sqrt{8}+\sqrt{5}$ និង $n=3\sqrt{8}-\sqrt{5}$ ។

ចូរគណនា ក. $\dfrac{mn+m^2}{m}$ ខ. $\dfrac{m^2-n^2}{m+n}$ គ. $\dfrac{n^2-2mn}{n^2}$ ។

27. ចូរប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$ ។

28. ចូរសម្រួលកន្សោម $A=\sqrt{22-\sqrt{288}}$ ។

29. ចូរគណនាកាំ $r$ នៃស៊ីឡាំង បើមាឌវាមានរង្វាស់ $628000\ \text{cm}^3$ ។
គេឱ្យ $\pi=3.14$ ។




30. ក. ចូរបង្ហាញថា $2^{17}+2^{17}=2^{18}$ ។
ខ. ចូរកំណត់ $x$ ដែល $2^x\cdot 2^{x+3}=8^5$ ។

# មេរៀនទី១ ចំនួនអសនិទាន

1. ចូរគណនា :

ក. $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=\boxed{3}$

ខ. $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=\boxed{4}$

គ. $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=\boxed{6}$

ឃ. $-\sqrt{64}=-\sqrt{8^2}=\boxed{-8}$

ង. $-\sqrt{100}=-\sqrt{10^2}=\boxed{-10}$

ច. $\sqrt{121}=\sqrt{11^2}=\boxed{11}$

ឆ. $-\sqrt{144}=-\sqrt{12^2}=\boxed{-12}$

ជ. $\sqrt{625}=\sqrt{25^2}=\boxed{25}$

ឈ. $\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=\boxed{2}$

ញ. $\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=\boxed{-2}$

ដ. $-\sqrt[3]{27}=-\sqrt[3]{3^3}=\boxed{-3}$

ឋ. $-\sqrt[3]{64}=-\sqrt[3]{4^3}=\boxed{-4}$

ឌ. $\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=\boxed{5}$

ឍ. $\sqrt[3]{216}=\sqrt[3]{6^3}=\boxed{6}$

ណ. $\sqrt[3]{100}$ មិនអាចបញ្ចេញបាន តែបើ $\sqrt[3]{1000}=10$

2. ចូរគណនា :

ក. $\sqrt{\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{3^2}{4^2}}=\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\boxed{\frac{3}{4}}$

ខ. $\sqrt{\frac{49}{9}}=\sqrt{\frac{7^2}{3^2}}=\sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^2}=\boxed{\frac{7}{3}}$

គ. $-\sqrt{\frac{81}{4}}=-\sqrt{\frac{9^2}{2^2}}=-\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\boxed{-\frac{9}{2}}$

ឃ. $\sqrt{\frac{169}{49}}=\sqrt{\frac{13^2}{7^2}}=\sqrt{\left(\frac{13}{7}\right)^2}=\boxed{\frac{13}{7}}$

ង. $\sqrt{\frac{196}{25}}=\sqrt{\frac{14^2}{5^2}}=\sqrt{\left(\frac{14}{5}\right)^2}=\boxed{\frac{14}{5}}$

ច. $-\sqrt{\frac{400}{225}}=-\sqrt{\frac{20^2}{15^2}}=-\sqrt{\left(\frac{20}{15}\right)^2}=-\frac{20}{15}=\boxed{-\frac{4}{3}}$

ឆ. $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=\sqrt[3]{\frac{1^3}{2^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\boxed{\frac{1}{2}}$

ជ. $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}=-\sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}=\boxed{-\frac{2}{3}}$

ឈ. $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}=\sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3}=\boxed{\frac{4}{5}}$

ញ. $\sqrt[3]{\frac{512}{343}}=\sqrt[3]{\frac{8^3}{7^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{8}{7}\right)^3}=\boxed{\frac{8}{7}}$

ដ. $\sqrt[3]{-\frac{216}{1000}}=\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}=\sqrt[3]{\left(-\frac{3}{5}\right)^3}=\boxed{-\frac{3}{5}}$ ។

3. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់ :

ក. $\sqrt{16^3}=\sqrt{\left(4^2\right)^3}=\sqrt{\left(4^3\right)^2}=4^3=\boxed{64}$

ខ. $-\sqrt[3]{36^2}=-\sqrt[3]{\left(6^2\right)^2}=-\sqrt[3]{6^4}=-\sqrt[3]{6^3\cdot 6}=\boxed{-6\sqrt[3]{6}}$

គ. $\sqrt{64^3}=\sqrt{\left(8^2\right)^3}=\sqrt{\left(8^3\right)^2}=8^3=\boxed{512}$

ឃ. $\left(\sqrt[3]{-8}\right)^3=\sqrt[3]{(-8)^3}=\boxed{-8}$

ង. $\sqrt[3]{-27^3}=\sqrt[3]{(-27)^3}=\boxed{-27}$

ច. $\sqrt[3]{1^5}=\sqrt[3]{1}=\boxed{1}$

ឆ. $\sqrt[3]{8^2}=\sqrt[3]{\left(2^3\right)^2}=\sqrt[3]{\left(2^2\right)^3}=2^2=\boxed{4}$

ជ. $\sqrt[3]{64^2}=\sqrt[3]{\left(4^3\right)^2}=\sqrt[3]{\left(4^2\right)^3}=4^2=\boxed{16}$

ឈ. $\sqrt[3]{(-27)^2}=\sqrt[3]{27^2}=\sqrt[3]{\left(3^3\right)^2}=\sqrt[3]{\left(3^2\right)^3}=3^2=\boxed{9}$

4. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់ :

ក. $\sqrt{y^2} = \boxed{|y|}$

ខ. $\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = \boxed{x^2}$

គ. $\sqrt{x^2y^4} = \sqrt{(xy^2)^2} = |xy^2| = \boxed{|x|\cdot y^2}$

ឃ. $-\sqrt{y^6} = -\sqrt{(y^3)^2} = \boxed{-|y^3|}$

ង. $\sqrt{\frac{16}{x^2}} = \sqrt{\left(\frac{4}{x}\right)^2} = \left|\frac{4}{x}\right| = \boxed{\frac{4}{|x|}}$

ច. $\sqrt{\frac{100}{n^4}} = \sqrt{\left(\frac{10}{n^2}\right)^2} = \boxed{\frac{10}{n^2}}$

ឆ. $\sqrt[3]{8x^3} = \sqrt[3]{(2x)^3} = \boxed{2x}$

ជ. $-\sqrt{64m^3} = -\sqrt{(8m)^2\cdot m} = \boxed{-8|m|\sqrt{m}}$

5. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់ :

ក. $\sqrt{(2x)^2} = |2x| = \boxed{2|x|}$

ខ. $\sqrt[3]{(-5y)^3} = \boxed{-5y}$

គ. $\sqrt{(4-a)^2} = \boxed{|4-a|}$

ឃ. $\sqrt[3]{(x+3)^3} = \boxed{x+3}$

ង. $\sqrt{16b^2+24b+9} = \sqrt{(4b+3)^2} = \boxed{4b+3}$

ច. $\sqrt{9x^2-30x+25} = \sqrt{(3x-5)^2} = \boxed{|3x-5|}$

ឆ. $\sqrt{4m^2-20mn+25n^2} = \sqrt{(2m-5n)^2} = \boxed{|2m-5n|}$

ជ. $\sqrt{49x^2-112xy+64y^2} = \sqrt{(7x-8y)^2} = \boxed{|7x-8y|}$

6. ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ :

ក. $\sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{3^2\times2} = \boxed{3\sqrt{2}}$

ខ. $-\sqrt{48} = -\sqrt{16\times3} = -\sqrt{4^2\times3} = \boxed{-4\sqrt{3}}$

គ. $\sqrt{75} = \sqrt{25\times3} = \sqrt{5^2\times3} = \boxed{5\sqrt{3}}$

ឃ. $\sqrt{\frac{30}{49}} = \sqrt{\frac{1}{49}\times30} = \sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2\times30} = \boxed{\frac{1}{7}\sqrt{30}}$

ង. $\sqrt{\frac{10}{121}} = \sqrt{\frac{1}{121}\times10} = \sqrt{\left(\frac{1}{11}\right)^2\times10} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{11}}$

ច. $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{8\times5} = \sqrt[3]{2^3\times5} = \boxed{2\sqrt[3]{5}}$

ឆ. $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27\times2} = \sqrt[3]{3^3\times2} = \boxed{3\sqrt[3]{2}}$

ជ. $-\sqrt[3]{128} = -\sqrt[3]{64\times2} = -\sqrt[3]{4^3\times2} = \boxed{-4\sqrt[3]{2}}$

ឈ. $\sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{64\times3} = \sqrt[3]{4^3\times3} = \boxed{4\sqrt[3]{3}}$

ញ. $\sqrt[3]{\frac{3m}{8n^3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8n^3}\times3m} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2n}\right)^3\times3m} = \boxed{\frac{\sqrt[3]{3m}}{2n}}$

ដ. $\sqrt[3]{16x^5} = \sqrt[3]{8x^3\times2x^2} = \sqrt[3]{(2x)^3\times2x^2} = \boxed{2x\sqrt[3]{2x^2}}$

7. ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ :

ក. $\sqrt{36a^2b^3} = \sqrt{6^2a^2b^2\cdot b} = \boxed{6|ab|\sqrt{b}}$

ខ. $\sqrt{27a^4b^3} = \sqrt{3^2(a^2)^2b^2\cdot3b} = \boxed{3a^2|b|\sqrt{3b}}$

គ. $\sqrt{72x^5y^2} = \sqrt{6^2(x^2)^2y^2\cdot2x} = \boxed{6x^2|y|\sqrt{2x}}$

ឃ. $-\sqrt{112a^3b^4} = -\sqrt{16a^2(b^2)^2\cdot7a} = \boxed{-4|a|b^2\sqrt{7a}}$

ង. $\sqrt{80m^4n^3} = \sqrt{16(m^2)^2n^2\cdot5n} = \boxed{4m^2|n|\sqrt{5n}}$

ច. $\sqrt{64x^2y^3} = \sqrt{8^2x^2y^2\cdot y} = \boxed{8|xy|\sqrt{y}}$

ឆ. $\sqrt[3]{16m^3n^3} = \sqrt[3]{2^3m^3n^3\cdot2} = \boxed{2mn\sqrt[3]{2}}$

ជ. $\sqrt[3]{-54x^4b^3} = -\sqrt[3]{3^3x^3b^3\cdot2x} = \boxed{-3bx\sqrt[3]{2x}}$

ឈ. $-\sqrt[3]{128a^5y^3} = -\sqrt[3]{4^3a^3y^3\cdot2a^2} = \boxed{-4ay\sqrt[3]{2a^2}}$

ញ. $\sqrt[3]{24p^3q^5} = \sqrt[3]{2^3p^3q^3\cdot3q^2} = \boxed{2pq\sqrt[3]{3q^2}}$

8. ចូរបញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់ :

ក. $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2\times6} = \sqrt{25\times6} = \boxed{\sqrt{150}}$

ខ. $2m\sqrt{m} = \sqrt{(2m)^2\times m} = \sqrt{4m^2\times m} = \boxed{\sqrt{4m^3}}$

គ. $\frac{\sqrt{23}}{y^3} = \sqrt{\frac{23}{(y^3)^2}} = \boxed{\sqrt{\frac{23}{y^6}}}$

ឃ. $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3\times5} = \sqrt[3]{8\times5} = \boxed{\sqrt[3]{40}}$

ង. $2x\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{(2x)^3\times 4}=\sqrt[3]{8x^3\times 4}=\boxed{\sqrt[3]{32x^3}}$

ច. $\dfrac{\sqrt[3]{3m}}{2n}=\sqrt[3]{\dfrac{3m}{(2n)^3}}=\boxed{\sqrt[3]{\dfrac{3m}{8n^3}}}$

9. ចូរគណនា :

ក. $3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=(3-4+5-3)\sqrt{2}$

$=\boxed{\sqrt{2}}$

ខ. $5\sqrt{2}-3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

$=5\sqrt{2}-6\sqrt{2}-3\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

$=(5-6)\sqrt{2}+(-3+5)\sqrt{3}$

$=\boxed{-\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$

គ. $3\sqrt{15}-4\sqrt{3}-3\sqrt{15}+6\sqrt{3}$

$=3\sqrt{15}-3\sqrt{15}-4\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$=(3-3)\sqrt{15}+(-4+6)\sqrt{3}$

$=\boxed{2\sqrt{3}}$

ឃ. $4\sqrt{3}-2\sqrt{17}+3\sqrt{17}-3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}-2\sqrt{3}-2\sqrt{17}+3\sqrt{17}$

$=(4-3-2)\sqrt{3}+(-2+3)\sqrt{17}$

$=\boxed{-\sqrt{3}+\sqrt{17}}$

ង. $2\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{3}$

$=2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{3}-8\sqrt[3]{3}$

$=(2+1)\sqrt[3]{2}+(3-8)\sqrt[3]{3}$

$=\boxed{3\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{3}}$

ច. $8\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{3}$

$=8\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{3}-3\sqrt[3]{3}$

$=(8-5)\sqrt[3]{2}+(2-3)\sqrt[3]{3}$

$=\boxed{3\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}$

10. ចូរគណនា :

ក. $\dfrac{2}{3}\sqrt{27}-\dfrac{3}{4}\sqrt{48}=\dfrac{2}{3}\sqrt{3^2\times 3}-\dfrac{3}{4}\sqrt{4^2\times 3}$

$=\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{3}-\dfrac{3}{4}\times 4\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\boxed{-\sqrt{3}}$

ខ. $\dfrac{1}{4}\sqrt{288}-\dfrac{1}{6}\sqrt{72}=\dfrac{1}{4}\sqrt{12^2\times 2}-\dfrac{1}{6}\sqrt{6^2\times 2}$

$=\dfrac{1}{4}\times 12\sqrt{2}-\dfrac{1}{6}\times 6\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=\boxed{2\sqrt{2}}$

គ. $\dfrac{3}{5}\sqrt{75}-\dfrac{2}{3}\sqrt{27}=\dfrac{3}{5}\sqrt{5^2\times 3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{3^2\times 3}$

$=\dfrac{3}{5}\times 5\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\boxed{\sqrt{3}}$

ឃ. $5\sqrt[3]{128}-3\sqrt[3]{250}=5\sqrt[3]{4^3\times 2}-3\sqrt[3]{5^3\times 2}$

$=5\times 4\sqrt[3]{2}-3\times 5\sqrt[3]{2}$

$=20\sqrt[3]{2}-15\sqrt[3]{2}=\boxed{5\sqrt[3]{2}}$

ង. $3\sqrt[3]{81}-\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{192}=3\sqrt[3]{3^3\times 3}-\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{4^3\times 3}$

$=3\times 3\sqrt[3]{3}-\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt[3]{3}$

$=9\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{3}=\boxed{7\sqrt[3]{3}}$

ច. $4\sqrt[3]{54}-3\sqrt[3]{128}=4\sqrt[3]{3^3\times 2}-3\sqrt[3]{4^3\times 2}$

$=4\times 3\sqrt[3]{2}-3\times 4\sqrt[3]{2}$

$=12\sqrt[3]{2}-12\sqrt[3]{2}=\boxed{0}$

11. ចូរគណនា :

ក. $2\sqrt{8}-3\sqrt{98}-2\sqrt{200}$

$=2\sqrt{2^2\times 2}-3\sqrt{7^2\times 2}-2\sqrt{10^2\times 2}$

$=4\sqrt{2}-21\sqrt{2}-20\sqrt{2}$

$=(4-21-20)\sqrt{2}=\boxed{-37\sqrt{2}}$

ខ. $-3\sqrt{50}-\sqrt{32}+5\sqrt{200}$

$=-3\sqrt{5^2\times 2}-\sqrt{4^2\times 2}+5\sqrt{10^2\times 2}$

$=-15\sqrt{2}-4\sqrt{2}+50\sqrt{2}$

$=(-15-4+50)\sqrt{2}=\boxed{31\sqrt{2}}$

គ. $3\sqrt{175}-2\sqrt{28}+3\sqrt{63}-112$

$=3\sqrt{5^2\times 7}-2\sqrt{2^2\times 7}+3\sqrt{3^2\times 7}-\sqrt{4^2\times 7}$

$=15\sqrt{7}-4\sqrt{7}+9\sqrt{7}-4\sqrt{7}$

$=(15-4+9-4)\sqrt{7}=\boxed{16\sqrt{7}}$

ឃ. $\sqrt{108}-2\sqrt{27}-\sqrt{40}-5\sqrt{160}$

$=\sqrt{6^2\times3}-2\sqrt{3^2\times3}-\sqrt{2^2\times10}-5\sqrt{4^2\times10}$

$=6\sqrt{3}-6\sqrt{3}-2\sqrt{10}-20\sqrt{10}$

$=(6-6)\sqrt{3}+(-2-20)\sqrt{10}=\boxed{-22\sqrt{10}}$

ង. $2\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{128}$

$=2\sqrt[3]{2^3\times2}+3\sqrt[3]{3^3\times2}-2\sqrt[3]{4^3\times2}$

$=4\sqrt[3]{2}+9\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{2}$

$=(4+9-8)\sqrt[3]{2}=\boxed{5\sqrt[3]{2}}$

ច. $3\sqrt[3]{81}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{128}-3\sqrt[3]{192}+4\sqrt[3]{54}$

$=3\sqrt[3]{3^3\times3}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{4^3\times2}-3\sqrt[3]{4^3\times3}+4\sqrt[3]{3^3\times2}$

$=9\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{2}-12\sqrt[3]{3}+12\sqrt[3]{2}$

$=(9-12)\sqrt[3]{3}+(2+12)\sqrt[3]{2}$

$=\boxed{-3\sqrt[3]{3}+14\sqrt[3]{2}}$

ឆ. $4\sqrt[3]{54}-6\sqrt[3]{81}-4\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{24}$

$=4\sqrt[3]{3^3\times2}-6\sqrt[3]{3^3\times3}-4\sqrt[3]{2^3\times2}+3\sqrt[3]{2^3\times3}$

$=12\sqrt[3]{2}-18\sqrt[3]{3}-8\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{3}$

$=(12-8)\sqrt[3]{2}+(-18+6)\sqrt[3]{3}$

$=\boxed{4\sqrt[3]{2}-12\sqrt[3]{3}}$

ជ. $-2\sqrt[3]{40}-3\sqrt[3]{135}+5\sqrt[3]{320}+8\sqrt[3]{5}$

$=-2\sqrt[3]{2^3\times5}-3\sqrt[3]{3^3\times5}+5\sqrt[3]{4^3\times5}+8\sqrt[3]{5}$

$=-4\sqrt[3]{5}-9\sqrt[3]{5}+20\sqrt[3]{5}+8\sqrt[3]{5}$

$=(-4-9+20+8)\sqrt[3]{5}=\boxed{15\sqrt[3]{5}}$

12. ចូរគណនា :

ក. $-2\left(2\sqrt{12}-\sqrt{18}\right)-5\left(3\sqrt{32}-\sqrt{27}\right)$

$=-2\left(2\sqrt{2^2\times3}-\sqrt{3^2\times2}\right)-5\left(3\sqrt{4^2\times2}-\sqrt{3^2\times3}\right)$

$=-2\left(4\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)-5\left(12\sqrt{2}-3\sqrt{3}\right)$

$=-8\sqrt{3}+6\sqrt{2}-60\sqrt{2}+15\sqrt{3}$

$=(-8+15)\sqrt{3}+(6-60)\sqrt{2}$

$=\boxed{7\sqrt{3}-54\sqrt{2}}$

ខ. $3\left(3\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}\right)+4\left(\sqrt[3]{320}-\sqrt[3]{40}\right)$

$=3\left(3\sqrt[3]{8\cdot5}-\sqrt[3]{27\cdot5}\right)+4\left(\sqrt[3]{64\cdot5}-\sqrt[3]{8\cdot5}\right)$

$=3\left(6\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}\right)+4\left(4\sqrt[3]{5}-2\sqrt[3]{5}\right)$

$=3\left(3\sqrt[3]{5}\right)+4\left(2\sqrt[3]{5}\right)$

$=9\sqrt[3]{5}+8\sqrt[3]{5}=\boxed{17\sqrt[3]{5}}$

គ. $\frac{2\sqrt{27}}{3}-3\sqrt{48}+\frac{4\sqrt{50}}{5}-\frac{4\sqrt{18}}{3}$

$=\frac{2\sqrt{3^2\cdot3}}{3}-3\sqrt{4^2\cdot3}+\frac{4\sqrt{5^2\cdot2}}{5}-\frac{4\sqrt{3^2\cdot2}}{3}$

$=2\sqrt{3}-12\sqrt{3}+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

$=(2-12)\sqrt{3}+(4-4)\sqrt{2}$

$=\boxed{-10\sqrt{3}}$

ឃ. $\frac{2}{3}\sqrt[3]{81}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{24}+\frac{2\sqrt[3]{135}}{3}-\frac{3\sqrt[3]{40}}{2}$

$=\frac{2}{3}\sqrt[3]{3^3\cdot3}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{2^2\cdot3}+\frac{2\sqrt[3]{3^3\cdot5}}{3}-\frac{3\sqrt[3]{2^3\cdot5}}{2}$

$=2\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}$

$=(2-1)\sqrt[3]{3}+(2-3)\sqrt[3]{5}$

$=\boxed{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{5}}$

13. ចូរគណនាកន្សោមខាងក្រោម :

$A=-3\sqrt{32x}+6\sqrt{8x}$

$=-3\sqrt{4^2\cdot2x}+6\sqrt{2^2\cdot2x}$

$=-12\sqrt{2x}+12\sqrt{2x}$

$=\boxed{0}$

$B=2\sqrt{125x^2z}+8x\sqrt{80z}$

$=2\sqrt{5^2x^2\cdot5z}+8x\sqrt{4^2\cdot5z}$

$=10x\sqrt{5z}+32x\sqrt{5z}$

$=(10+32)x\sqrt{5z}=\boxed{42x\sqrt{5z}}$

$C=7a\sqrt{b^3}+b\sqrt{4a^2b}-\sqrt{4b}$

$=7a\sqrt{b^2\cdot b}+b\sqrt{2^2a^2\cdot b}-\sqrt{2^2\cdot b}$

$=7ab\sqrt{b}+2ab\sqrt{b}-2\sqrt{b}$

$=(7ab+2ab-2)\sqrt{b}$

$=\boxed{(9ab-2)\sqrt{b}}$

$$D=8b\sqrt{49b}-7\sqrt{9b^3}+a\sqrt{4a}+\sqrt{a^3}$$
$$=8b\sqrt{7^2\cdot b}-7\sqrt{3^2b^2\cdot b}+a\sqrt{2^2\cdot a}+\sqrt{a^2\cdot a}$$
$$=56b\sqrt{b}-21b\sqrt{b}+2a\sqrt{a}+a\sqrt{a}$$
$$=(56-21)b\sqrt{b}+(2+1)a\sqrt{a}$$
$$=\boxed{35b\sqrt{b}+3a\sqrt{a}}$$

$$E=3xy\sqrt{x^2y}-2\sqrt{x^4y^3}$$
$$=3xy\sqrt{x^2\cdot y}-2\sqrt{x^4y^2\cdot y}$$
$$=3x^2y\sqrt{y}-2x^2y\sqrt{y}$$
$$=(3-2)x^2y\sqrt{y}=\boxed{x^2y\sqrt{y}}$$

$$F=-3a\sqrt{a^3b^5}-2b\sqrt{a^5b^3}+5\sqrt{a^3b^3}$$
$$=-3a\sqrt{a^2b^4\cdot ab}-2b\sqrt{a^4b^2\cdot ab}+5\sqrt{a^2b^2\cdot ab}$$
$$=-3a^2b^2\sqrt{ab}-2a^2b^2\sqrt{ab}+5ab\sqrt{ab}$$
$$=(-3-2)a^2b^2\sqrt{ab}+5ab\sqrt{ab}$$
$$=\boxed{-5a^2b^2\sqrt{ab}+5ab\sqrt{ab}}$$

$$G=8a\sqrt[3]{54a}+6\sqrt[3]{16a^4}$$
$$=8a\sqrt[3]{3^3\cdot 2a}+6\sqrt[3]{2^3a^3\cdot 2a}$$
$$=24a\sqrt[3]{2a}+12a\sqrt[3]{2a}$$
$$=(24+12)a\sqrt[3]{2a}=\boxed{36a\sqrt[3]{2a}}$$

$$H=3\sqrt[3]{x^4y}-6x\sqrt[3]{xy^4}+2\sqrt[3]{x^4y^4}$$
$$=3\sqrt[3]{x^3\cdot xy}-6x\sqrt[3]{y^3\cdot xy}+2\sqrt[3]{x^3y^3\cdot xy}$$
$$=3x\sqrt[3]{xy}-6xy\sqrt[3]{xy}+2xy\sqrt[3]{xy}$$
$$=3x\sqrt[3]{xy}+(-6+2)xy\sqrt[3]{xy}$$
$$=\boxed{3x\sqrt[3]{xy}-4xy\sqrt[3]{xy}}$$

14. ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A$ :

$$A=\sqrt{ab}-\sqrt{ab^3}-\sqrt{9a^3b^3}-\sqrt{a^3b}$$
$$=\sqrt{ab}-b\sqrt{ab}-3ab\sqrt{ab}-a\sqrt{ab}$$
$$=(1-b-3ab-a)\sqrt{ab}$$

ចំពោះ $a=5$ , $b=3$ នោះយើងបាន :

$$A=(1-3-3\cdot 5\cdot 3-5)\sqrt{5\cdot 3}=-52\sqrt{15}\quad .$$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{A=-52\sqrt{15}}$ ។

15. ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A$ :

$$A=\sqrt{4a}+a\sqrt{a^2b}+\sqrt{b^2a}+b\sqrt{9b}$$
$$=2\sqrt{a}+a^2\sqrt{b}+|b|\sqrt{a}+3b\sqrt{b}$$
$$=(2+|b|)\sqrt{a}+(a^2+3b)\sqrt{b}$$

ចំពោះ $a=3$ , $b=2$ នោះយើងបាន :

$$A=(2+|2|)\sqrt{3}+(3^2+3\cdot 2)\sqrt{2}$$
$$=4\sqrt{3}+15\sqrt{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=4\sqrt{3}+15\sqrt{2}}$ ។

16. ចូរគណនា :

ក. $(2\sqrt{3})(3\sqrt{2})=(2\cdot 3)\sqrt{3\cdot 2}=\boxed{6\sqrt{6}}$

ខ. $(4\sqrt{6})(-2\sqrt{5})=[4\cdot(-2)]\sqrt{6\cdot 5}=\boxed{-8\sqrt{30}}$

គ. $(3\sqrt{5})(5\sqrt{3})=(3\cdot 5)\sqrt{5\cdot 3}=\boxed{15\sqrt{15}}$

ឃ. $(6\sqrt{2})(-12\sqrt{3})=[6\cdot(-12)]\sqrt{2\cdot 3}=\boxed{-72\sqrt{6}}$

ង. $(3\sqrt{8})(-3\sqrt{48})=(6\sqrt{2})(-12\sqrt{3})=\boxed{-72\sqrt{6}}$

ច. $(-3\sqrt{75})(-2\sqrt{48})=(-15\sqrt{3})(-8\sqrt{3})=\boxed{360}$

ឆ. $(2\sqrt[3]{3})\left(-\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}\right)=\left[2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\sqrt[3]{3\times 2}=\boxed{-\sqrt[3]{6}}$

ជ. $(3\sqrt[3]{2})(5\sqrt[3]{15})=(3\cdot 5)\sqrt[3]{2\times 15}=\boxed{15\sqrt[3]{30}}$

ឈ. $(6\sqrt[3]{8})(-3\sqrt[3]{2})=(12)(-3\sqrt[3]{2})=\boxed{-36\sqrt[3]{2}}$

17. ចូរគណនា :

ក. $3\sqrt{5}(2\sqrt{18}-3\sqrt{48})=3\sqrt{5}(6\sqrt{2}-12\sqrt{3})$
$=\boxed{18\sqrt{10}-36\sqrt{15}}\quad .$

ខ. $-3\sqrt{3}(3\sqrt{6}-3\sqrt{2})=-9\sqrt{18}+9\sqrt{6}$
$=\boxed{-27\sqrt{2}+9\sqrt{6}}\quad .$

គ. $\frac{1}{2}\sqrt{3}(2\sqrt{48}-3\sqrt{32})=\frac{\sqrt{3}}{2}(8\sqrt{3}-12\sqrt{2})$
$=\boxed{12-6\sqrt{6}}\quad .$

ឃ. $\frac{3}{2}\sqrt{2}\left(2\sqrt{18}-3\sqrt{48}\right)=3\sqrt{36}-\frac{9}{2}\sqrt{16\cdot 6}$

$=\boxed{18-18\sqrt{6}}$ .

ង. $-4\sqrt[3]{3}\left(2\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{5}\right)=\boxed{-8\sqrt[3]{18}+8\sqrt[3]{15}}$

ច. $2\sqrt[3]{5}\left(3\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{2}\right)=\boxed{6\sqrt[3]{15}-10\sqrt[3]{10}}$

ឆ. $3\sqrt[3]{3}\left(3\sqrt[3]{8}-2\sqrt[3]{18}\right)=3\sqrt[3]{3}\left(6-2\sqrt[3]{9\cdot 2}\right)$

$=\boxed{18\sqrt[3]{3}-18\sqrt[3]{2}}$ .

ជ. $-3\sqrt[3]{5}\left(4\sqrt[3]{20}-2\sqrt[3]{45}\right)=\boxed{-12\sqrt[3]{100}+6\sqrt[3]{225}}$

18. ចូរគណនា :

ក. $\left(2\sqrt{3}-8\right)\left(9+2\sqrt{5}\right)$

$=\boxed{18\sqrt{3}+4\sqrt{15}-72-16\sqrt{5}}$ .

ខ. $\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)\left(\sqrt{50}-2\sqrt{80}\right)$

$=\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)\left(5\sqrt{2}-8\sqrt{5}\right)$

$=15\sqrt{10}-24\sqrt{25}-10\sqrt{20}+16\sqrt{50}$

$=\boxed{15\sqrt{10}-120-20\sqrt{5}+80\sqrt{2}}$

គ. $\left(\sqrt{50}-\sqrt{75}\right)\left(\sqrt{32}-\sqrt{48}\right)$

$=\left(5\sqrt{2}-5\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{2}-4\sqrt{3}\right)$

$=20\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$

$=20\left(2-2\sqrt{6}+3\right)$

$=\boxed{100-40\sqrt{6}}$

ឃ. $\left(\sqrt{125}-\sqrt{75}\right)\left(\sqrt{80}-\sqrt{48}\right)$

$=\left(5\sqrt{5}-5\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right)$

$=20\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

$=20\left(5-2\sqrt{15}+3\right)$

$=\boxed{160-40\sqrt{15}}$

ង. $\left(3\sqrt[3]{18}+3\sqrt[3]{27}\right)\left(2\sqrt[3]{8}-2\sqrt[3]{12}\right)$

$=\left(3\sqrt[3]{18}+9\right)\left(4-2\sqrt[3]{12}\right)$

$=12\sqrt[3]{18}-6\sqrt[3]{18\cdot 12}+36-18\sqrt[3]{12}$

$=12\sqrt[3]{18}-36+36-18\sqrt[3]{12}$

$=\boxed{12\sqrt[3]{18}-18\sqrt[3]{12}}$

ច. $\left(\sqrt[3]{80}-2\sqrt[3]{27}\right)\left(-3\sqrt[3]{20}-3\sqrt[3]{12}\right)$

$=\left(2\sqrt[3]{10}-6\right)\left(-3\sqrt[3]{20}-3\sqrt[3]{12}\right)$

$=-6\sqrt[3]{200}-6\sqrt[3]{120}+18\sqrt[3]{20}+18\sqrt[3]{12}$

$=\boxed{-12\sqrt[3]{25}-12\sqrt[3]{15}+18\sqrt[3]{20}+18\sqrt[3]{12}}$

19. យើងមាន $a=3\sqrt{5}-2\sqrt{10}$ , $b=5\sqrt{7}+2\sqrt{10}$

$c=\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}$ និង $d=3\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{8}$ ចូរគណនា :

ក. $-3ab=-3\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)$

$=-3\left(15\sqrt{35}+6\sqrt{50}-10\sqrt{70}-4\sqrt{100}\right)$

$=\boxed{-45\sqrt{35}-90\sqrt{2}+30\sqrt{70}+120}$

ខ. $a^2+b^2=\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)^2+\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)^2$

$=\left(45-12\sqrt{50}+40\right)+\left(175+20\sqrt{70}+40\right)$

$=\boxed{300-60\sqrt{2}+20\sqrt{70}}$

គ. $a^2-2b^2=\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)^2-2\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)^2$

$=\left(45-12\sqrt{50}+40\right)-2\left(175+20\sqrt{70}+40\right)$

$=85-12\sqrt{50}-350-40\sqrt{70}-40$

$=\boxed{-305-60\sqrt{2}-40\sqrt{70}}$

ឃ. $b^2-2ab$

$=\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)^2-2\left(3\sqrt{5}-2\sqrt{10}\right)\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)$

$=175+20\sqrt{70}+40$

$-2\left(15\sqrt{35}+6\sqrt{50}-10\sqrt{70}-4\sqrt{100}\right)$

$=215+20\sqrt{70}-30\sqrt{35}-60\sqrt{2}+20\sqrt{70}+80$

$=\boxed{295+40\sqrt{70}-30\sqrt{35}-60\sqrt{2}}$

ង. $\frac{1}{2}cd=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}\right)\left(3\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{8}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{18}-3\right)\left(3\sqrt[3]{6}+2\right)$

$=\frac{1}{2}\left(3\sqrt[3]{108}+2\sqrt[3]{18}-9\sqrt[3]{6}-6\right)$

$=\boxed{\frac{9\sqrt[3]{4}}{2}+\sqrt[3]{18}-\frac{9\sqrt[3]{6}}{2}-3}$

ច. $c^2-b^2=\left(\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}\right)^2-\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)^2$

$=\left(\sqrt[3]{18}-3\right)^2-\left(5\sqrt{7}+2\sqrt{10}\right)^2$

$=\sqrt[3]{324}-6\sqrt[3]{18}+9-\left(175+20\sqrt{70}+40\right)$

$=\boxed{\sqrt[3]{324}-6\sqrt[3]{18}-20\sqrt{70}-206}$

ឆ. $c^2+2cd$

$=\left(\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}\right)^2+2\left(\sqrt[3]{18}-\sqrt[3]{27}\right)\left(3\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{8}\right)$

$=\left(\sqrt[3]{18}-3\right)^2+2\left(\sqrt[3]{18}-3\right)\left(3\sqrt[3]{6}+2\right)$

$=\sqrt[3]{324}-6\sqrt[3]{18}+9+2\left(3\sqrt[3]{108}+2\sqrt[3]{18}-9\sqrt[3]{6}-6\right)$

$=3\sqrt[3]{12}-6\sqrt[3]{18}+9+18\sqrt[3]{4}+4\sqrt[3]{18}-18\sqrt[3]{6}-12$

$=\boxed{3\sqrt[3]{12}-2\sqrt[3]{18}+18\sqrt[3]{4}-18\sqrt[3]{6}-3}$

20. ចូរគណនា :

ក. $\frac{\sqrt{33}}{11}=\boxed{\frac{\sqrt{33}}{11}}$ ( អាចជា $\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}=\sqrt{\frac{33}{11}}=\sqrt{3}$ )

ខ. $\frac{-\sqrt{48}}{\sqrt{27}}=-\sqrt{\frac{48}{27}}=-\sqrt{\frac{16}{9}}=\boxed{-\frac{4}{3}}$

គ. $2\sqrt{75}\div\sqrt{15}=\frac{2\sqrt{75}}{\sqrt{15}}=2\sqrt{\frac{75}{15}}=\boxed{2\sqrt{5}}$

ឃ. $\frac{2\sqrt{84}}{-\sqrt{12}}=-2\sqrt{\frac{84}{12}}=\boxed{-2\sqrt{7}}$

ង. $\frac{5\sqrt{25}}{\sqrt{75}}\div\sqrt{5}=5\sqrt{\frac{25}{75}}\times\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{5}{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{15}}{3}}$

ច. $\frac{12\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}}=12\sqrt[3]{\frac{6}{2}}=\boxed{12\sqrt[3]{3}}$

ឆ. $\frac{5\sqrt[3]{100}}{25\sqrt[3]{5}}=\frac{1}{5}\sqrt[3]{\frac{100}{5}}=\boxed{\frac{1}{5}\sqrt[3]{20}}$

ជ. $\left(\frac{\sqrt[3]{72}}{2\sqrt[3]{8}}\right)\sqrt[3]{2}=\frac{\sqrt[3]{2^3\cdot9\times2}}{2\times2}=\frac{2\sqrt[3]{18}}{4}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{18}}{2}}$

ឈ. $\frac{6\sqrt[3]{7}}{3\sqrt[3]{6}}\div\frac{4\sqrt[3]{21}}{2\sqrt[3]{3}}=2\sqrt[3]{\frac{7}{6}}\times\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{3}{21}}=\sqrt[3]{\frac{1}{6}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{36}}{6}}$

21. ចូរសម្រួលកន្សោម :

$A=\sqrt{\frac{b^2}{b^2-14b+49}}=\sqrt{\left(\frac{b}{b-7}\right)^2}=\boxed{\left|\frac{b}{b-7}\right|}$

$B=\sqrt{\frac{49x^2-56x+16}{36x^2}}=\sqrt{\left(\frac{7x-4}{6x}\right)^2}=\boxed{\left|\frac{7x-4}{6x}\right|}$

$C=\sqrt{\frac{a^2+16ab+64b^2}{a^2+10ab+25b^2}}=\sqrt{\left(\frac{a+8b}{a+5b}\right)^2}=\boxed{\left|\frac{a+8b}{a+5b}\right|}$

$D=\sqrt{\frac{25b^2+10ab+a^2}{16b^2+24ab+9a^2}}=\sqrt{\left(\frac{5b+a}{4b+3a}\right)^2}=\boxed{\left|\frac{5b+a}{4b+3a}\right|}$

22. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង :

ក. $\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{10^2}}=\boxed{\frac{3\sqrt{10}}{10}}$

ខ. $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{33}}=3\sqrt{\frac{3}{33}}=\frac{3}{\sqrt{11}}=\frac{3\sqrt{11}}{\sqrt{11^2}}=\boxed{\frac{3\sqrt{11}}{11}}$

គ. $\frac{6}{\sqrt{48}}=\frac{6}{\sqrt{4^2\cdot3}}=\frac{6}{4\sqrt{3}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3^2}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

ឃ. $\frac{8}{\sqrt{27}}=\frac{8}{\sqrt{3^2\cdot3}}=\frac{8}{3\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3\sqrt{3^2}}=\boxed{\frac{8\sqrt{3}}{9}}$

ង. $\frac{9\sqrt{4}}{\sqrt{18}}=\frac{9\cdot2}{\sqrt{3^2\cdot2}}=\frac{18}{3\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}=\boxed{3\sqrt{2}}$

ច. $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{72}}=\frac{5\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{72}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{144}}=\boxed{\frac{5\sqrt{10}}{12}}$

ឆ. $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{10}}=\frac{\sqrt[3]{9}\times\sqrt[3]{10^2}}{\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{10^2}}=\frac{\sqrt[3]{900}}{\sqrt[3]{10^3}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{900}}{10}}$

ជ. $\frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{30}}=2\sqrt[3]{\frac{3}{30}}=\frac{2}{\sqrt[3]{10}}=\frac{2\sqrt[3]{10^2}}{\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{10^2}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{100}}{5}}$

ឈ. $\frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{20}}=\sqrt[3]{\frac{18}{20}}=\sqrt[3]{\frac{9}{10}}=\sqrt[3]{\frac{9}{10}}\times\sqrt[3]{\frac{10^2}{10^2}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{900}}{10}}$

ញ. $\sqrt[3]{\frac{7m}{36n}}=\sqrt[3]{\frac{7m}{36n}}\times\sqrt[3]{\frac{6n^2}{6n^2}}=\sqrt[3]{\frac{42mn^2}{6^3n^3}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{42mn^2}}{6n}}$

ដ. $\sqrt[3]{\frac{11p}{49q}}=\sqrt[3]{\frac{11p}{49q}}\times\sqrt[3]{\frac{7q^2}{7q^2}}=\sqrt[3]{\frac{77pq^2}{7^3q^3}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{77pq^2}}{7q}}$

ប. $\sqrt[3]{\frac{3}{4y^2}}=\sqrt[3]{\frac{3}{4y^2}}\times\sqrt[3]{\frac{2y}{2y}}=\sqrt[3]{\frac{6y}{2^3y^3}}=\boxed{\frac{\sqrt[3]{6y}}{2y}}$

23. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង :

ក. $\frac{36-\sqrt{6}}{\sqrt{8}}=\frac{\left(36-\sqrt{6}\right)\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}=\frac{36\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{4}$

$=\boxed{\frac{18\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}}$

ខ. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5}}{3\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}+5}{3\sqrt{100}}$

$=\boxed{\frac{\sqrt{15}+5}{30}}$

គ. $\frac{8}{2\sqrt{75}-3\sqrt{50}}=\frac{8}{10\sqrt{3}-15\sqrt{2}}$

$=\frac{8\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{5\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}$

$=\frac{8\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{5(12-18)}=\frac{8\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{-30}$

$=\boxed{-\frac{4\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)}{15}}$

ឃ. $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{80}-\sqrt{45}}=\frac{2\sqrt{3}}{8\sqrt{5}-3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\boxed{\frac{2\sqrt{15}}{25}}$

ង. $\frac{9-\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{32}}=\frac{9-\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{32}}\times\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}=\frac{9\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{6}}{2\sqrt[3]{64}}$

$=\boxed{\frac{9\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{6}}{8}}$

ច. $\frac{5\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}{8\sqrt[3]{13}}=\frac{5\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}{8\sqrt[3]{13}}\times\frac{\sqrt[3]{13^2}}{\sqrt[3]{13^2}}$

$=\frac{5\sqrt[3]{4\times13^2}+\sqrt[3]{3\times13^2}}{8\sqrt[3]{13^3}}$

$=\boxed{\frac{5\sqrt[3]{676}+\sqrt[3]{507}}{104}}$

ឆ. $\frac{2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{9}}=\frac{2\sqrt[3]{6}\left(6^2+6\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{9^2}\right)}{\left(6-\sqrt[3]{9}\right)\left(6^2+6\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{9^2}\right)}$

$=\frac{72\sqrt[3]{6}+12\sqrt[3]{54}+2\sqrt[3]{486}}{216-9}$

$=\frac{72\sqrt[3]{6}+36\sqrt[3]{2}+6\sqrt[3]{18}}{207}$

$=\boxed{\frac{24\sqrt[3]{6}+12\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}}{69}}$

ជ. $\frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}}$

$=\frac{2\sqrt[3]{2}\left(\sqrt[3]{16^2}+\sqrt[3]{16\cdot12}+\sqrt[3]{12^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}\right)\left(\sqrt[3]{16^2}+\sqrt[3]{16\cdot12}+\sqrt[3]{12^2}\right)}$

$=\frac{2\sqrt[3]{2}\left(\sqrt[3]{256}+\sqrt[3]{192}+\sqrt[3]{144}\right)}{16-12}$

$=\frac{\sqrt[3]{512}+\sqrt[3]{384}+\sqrt[3]{288}}{2}$

$=\frac{\sqrt[3]{8^3}+\sqrt[3]{4^3\cdot6}+\sqrt[3]{2^3\cdot36}}{2}$

$=\frac{8+4\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{36}}{2}=\boxed{4+2\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{36}}$

24. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង ដែលអថេរជាចំនួនវិជ្ជមាន

ក. $\frac{3}{\sqrt{x}}=\frac{3\times\sqrt{x}}{\sqrt{x}\times\sqrt{x}}=\boxed{\frac{3\sqrt{x}}{x}}$

ខ. $\frac{3a}{\sqrt{8ab}}=\frac{3a\times\sqrt{2ab}}{\sqrt{8ab}\times\sqrt{2ab}}=\frac{3a\sqrt{2ab}}{4ab}=\boxed{\frac{3\sqrt{2ab}}{4b}}$

គ. $\frac{3\sqrt{x}}{5\sqrt{2x^3y}}=\frac{3}{5\sqrt{2x^2y}}=\frac{3}{5x\sqrt{2y}}\times\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{2y}}=\boxed{\frac{3\sqrt{2y}}{10xy}}$

ឃ. $\frac{8a}{\sqrt[3]{25ab}}=\frac{8a}{\sqrt[3]{25ab}}\times\frac{\sqrt[3]{5a^2b^2}}{\sqrt[3]{5a^2b^2}}$

$=\frac{8a\sqrt[3]{5a^2b^2}}{5ab}=\boxed{\frac{8\sqrt[3]{5a^2b^2}}{5b}}$

ង. $\frac{27\sqrt[3]{m}}{7\sqrt[3]{m^2n}}=\frac{27\sqrt[3]{m}}{7\sqrt[3]{m^2n}}\times\frac{\sqrt[3]{mn^2}}{\sqrt[3]{mn^2}}=\boxed{\frac{27\sqrt[3]{m^2n^2}}{7mn}}$

ច. $\frac{15}{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}=\frac{15\left(\sqrt{2a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{2a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{2a}+\sqrt{b}\right)}$

$=\boxed{\frac{15\sqrt{2a}+15\sqrt{b}}{2a-b}}$

ឆ. $\frac{7\sqrt{2x}}{2\sqrt{x}+\sqrt{3y}}=\frac{7\sqrt{2x}\left(2\sqrt{x}-\sqrt{3y}\right)}{\left(2\sqrt{x}+\sqrt{3y}\right)\left(2\sqrt{x}-\sqrt{3y}\right)}$

$=\boxed{\frac{14\sqrt{2}x-7\sqrt{6xy}}{4x+3y}}$

ជ. $\dfrac{\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{12n}}$

$=\dfrac{\sqrt[3]{11}\left(\sqrt[3]{(2m)^2}+\sqrt[3]{2m\cdot 12n}+\sqrt[3]{(12n)^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{12n}\right)\left(\sqrt[3]{(2m)^2}+\sqrt[3]{2m\cdot 12n}+\sqrt[3]{(12n)^2}\right)}$

$=\dfrac{\sqrt[3]{11}\left(\sqrt[3]{4m^2}+\sqrt[3]{24mn}+\sqrt[3]{144n^2}\right)}{2m-12n}$

$=\dfrac{\sqrt[3]{11}\left(\sqrt[3]{4m^2}+2\sqrt[3]{3mn}+2\sqrt[3]{18n^2}\right)}{2m-12n}$

$=\boxed{\dfrac{\sqrt[3]{44m^2}+2\sqrt[3]{33mn}+2\sqrt[3]{198n^2}}{2m-12n}}$

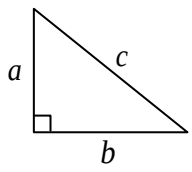
ឈ. $\dfrac{7\sqrt[3]{7x}}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{y}}$

$=\dfrac{7\sqrt[3]{7x}\left(\sqrt[3]{x^4}-2\sqrt[3]{x^2y}+4\sqrt[3]{y^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{y}\right)\left(\sqrt[3]{x^4}-2\sqrt[3]{x^2y}+4\sqrt[3]{y^2}\right)}$

$=\dfrac{7\sqrt[3]{7x^5}-14\sqrt[3]{7x^3y}+28\sqrt[3]{7xy^2}}{x^2+8y}$

$=\boxed{\dfrac{7x\sqrt[3]{7x^2}-14x\sqrt[3]{7y}+28\sqrt[3]{7xy^2}}{x^2+8y}}$

25. យើងមាន $a$ , $b$ , $c$ ជាវិមាត្រនៃត្រីកោណកែង ដែល $c$ ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស ។ គណនាជ្រុងមួយ :




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$a^2+b^2=c^2$ .

ដែល $a>0$ , $b>0$ , $c>0$

ក. $a=3$ , $b=4$ រក $c$ :

យើងបាន $c^2=a^2+b^2$

$c^2=3^2+4^2$ ឬ $c^2=25$

នាំឱ្យ $\boxed{c=\sqrt{25}=5 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

ខ. $a=5$ , $b=12$ រក $c$ :

យើងបាន $c^2=a^2+b^2=5^2+12^2=169$

នាំឱ្យ $\boxed{c=\sqrt{169}=13 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

គ. $a=6$ , $b=8$ រក $c$ :

យើងបាន $c^2=a^2+b^2=6^2+8^2=100$

នាំឱ្យ $\boxed{c=\sqrt{100}=10 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

ឃ. $c=21$ , $b=10$ រក $a$ :

ដោយ $c^2=a^2+b^2$ នាំឱ្យ $a^2=c^2-b^2$

ឬ $a^2=26^2-10^2=576$

ដូចនេះ $\boxed{a=\sqrt{576}=24 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

ង. $b=30$ , $c=50$ រក $a$ :

ដោយ $c^2=a^2+b^2$ នាំឱ្យ $a^2=c^2-b^2$

ឬ $a^2=50^2-30^2=1600$

ដូចនេះ $\boxed{a=\sqrt{1600}=40 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

26. យើងមាន $m=3\sqrt{8}+\sqrt{5}$ និង $n=3\sqrt{8}-\sqrt{5}$ :

ក. គណនា $\dfrac{mn+m^2}{m}$ :

$\dfrac{mn+m^2}{m}=\dfrac{m(n+m)}{m}=m+n$

$=3\sqrt{8}+\sqrt{5}+3\sqrt{8}-\sqrt{5}=\boxed{6\sqrt{8}}$

ខ. គណនា $\dfrac{m^2-n^2}{m+n}$ :

$\dfrac{m^2-n^2}{m+n}=\dfrac{(m-n)(m+n)}{(m+n)}=m-n$

$=\left(3\sqrt{8}+\sqrt{5}\right)-\left(3\sqrt{8}-\sqrt{5}\right)=\boxed{2\sqrt{5}}$

គ. $\dfrac{n^2-2mn}{n^2}=1-\dfrac{2m}{n}=1-2\cdot\dfrac{3\sqrt{8}+\sqrt{5}}{3\sqrt{8}-\sqrt{5}}$

$=1-2\cdot\dfrac{\left(3\sqrt{8}+\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{8}+\sqrt{5}\right)}{\left(3\sqrt{8}-\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{8}+\sqrt{5}\right)}$

$=1-2\cdot\dfrac{72+6\sqrt{40}+5}{72-5}$

$=\dfrac{67-2\left(77+12\sqrt{10}\right)}{67}$

$=\boxed{\dfrac{-87-24\sqrt{10}}{67}}$

27. ចូរប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$ :

តាង $A=\sqrt{2}$ លើកអង្គទាំងពីរជាស្វ័យគុណ 6

$$A^6=\sqrt{2}^6=\sqrt{\left(2^3\right)^2}=2^3=8$$ .

តាង $B=\sqrt[3]{3}$ លើកអង្គទាំងពីរជាស្វ័យគុណ 6

$$B^6=\sqrt[3]{3}^6=\sqrt[3]{\left(3^2\right)^3}=3^2=9$$

ដោយ $9>8$ នាំឱ្យ $B^6>A^6$ នោះ $B>A$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធៀបបាន } \sqrt[3]{3}>\sqrt{2}}$ ។

28. សម្រួលកន្សោម :

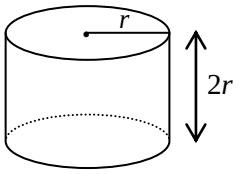
$$\begin{aligned}A&=\sqrt{22-\sqrt{288}}\\&=\sqrt{22-\sqrt{144\cdot 2}}\\&=\sqrt{22-12\sqrt{2}}\\&=\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2-2\cdot 3\sqrt{2}\cdot 2+2^2}\\&=\sqrt{\left(3\sqrt{2}-2\right)^2}\\&=3\sqrt{2}-2\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលកន្សោមបាន } A=3\sqrt{2}-2}$ ។

29. គណនាកាំនៃស៊ីឡាំង :

ស៊ីឡាំងមានមាឌ តាងដោយ $V=628\ 000\ \text{cm}^3$

តាមរូបមន្ត




$V=\pi r^2h$

តែ $h=2r$

នាំឱ្យ $V=\pi r^2\cdot 2r=2\pi r^3$

ចំពោះ $V=2\pi r^3$ ទាញបាន $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

ដោយ $V=628\ 000\ \text{cm}^3$ និង $\pi=3.14$

យើងបាន $r=\sqrt[3]{\dfrac{628\,000\text{cm}^3}{2\times 3.14}}=\sqrt[3]{100000}\,\text{cm}^3$

ឬ $r=\sqrt[3]{1000\cdot 100}\ \text{cm}^3=10\sqrt[3]{100}\ \text{cm}^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែងកាំស៊ីឡាំងគឺ } r=10\sqrt[3]{100}\ \text{cm}^3}$ ។

30. ក. បង្ហាញថា $2^{17}+2^{17}=2^{18}$ :

យើងពិនិត្យ $2^{17}+2^{17}=2^{17}(1+1)$

$$\begin{aligned}&=2^{17}\cdot 2\\&=2^{17+1}\\&=2^{18}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{2^{17}+2^{17}=2^{18} \text{ ត្រូវបានបង្ហាញរួចរាល់}}$ ។

ខ. កំណត់តម្លៃនៃ $x$ ដែល $2^x\cdot 2^{x+3}=8^5$ :

យើងមាន $2^x\cdot 2^{x+3}=8^5$

$$2^{x+(x+3)}=\left(2^3\right)^5$$

$$2^{2x+3}=2^{15}$$

ដោយសមីការមានគោល 2 ដូចគ្នា នោះយើងបាន

$$2x+3=15$$

$$2x=12$$

$$x=6$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កំណត់តម្លៃបាន } x=6}$ ។

# មេរៀនទី២ សមាមាត្រ

1. គណនា $n$ ដែល ៖
   ក. 30% នៃ $n$ ស្មើនឹង 48
   ខ. 25% នៃ 28 ស្មើនឹង $n$
   គ. 17 ជា $n$% នៃ 85
   ឃ. $n$% នៃ 150 ស្មើនឹង 20
   ង. $n$ ស្មើនឹង 30% នៃ 400 ។
2. តេស្តមួយមាន 20 សំណួរ នារីធ្វើត្រូវបាន 17 សំណួរ។ រកភាគរយនៃសំណួរដែលនារីធ្វើត្រូវ ។
3. អាវមួយធ្លាប់លក់ថ្លៃ 25 000 រៀល ហើយឥឡូវលក់ថ្លៃ 20 000 រៀល។ ចូររកភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះតម្លៃ ។
4. សាលារៀន $A$ មានសិស្ស 2 400 នាក់ ហើយសាលារៀន $B$ មានសិស្ស 3 000 នាក់។ ចូររកភាគរយនៃសិស្សសាលារៀន $A$ ធៀបនឹងសាលារៀន $B$ ។
5. វណ្ណាចង់ទិញកង់មួយថ្លៃ 350 000 រៀល ឥឡូវគាត់សន្សំបាន 60% នៃថ្លៃកង់រួចហើយ ។ តើគាត់នៅខ្វះប្រាក់ប៉ុន្មានទៀត ទើបទិញកង់នោះបាន។
6. សុខ សន្សំបានប្រាក់ 60$ ដែលត្រូវជា 80% នៃថ្លៃម៉ាស៊ីនថតរូប។ តើម៉ាស៊ីនថតរូបនោះថ្លៃប៉ុន្មាន?
7. ឆ្នាំនេះសាលារៀនទទួលសិស្សបាន 4 200 នាក់ ទូរលេខនេះកើនជាងឆ្នាំមុន 20% ។ ចូររកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់ ។
8. ទំនិញមួយបានលក់បញ្ចុះតម្លៃ 16% ដោយលក់ក្នុងតម្លៃ 4 200 រៀល រកតម្លៃមុនបញ្ចុះតម្លៃ ។
9. មីងសំបានខ្ចីប្រាក់ពីធនាគារ 1 លានរៀល ដែលមានអត្រាការប្រាក់ 12% ។ គាត់យកប្រាក់ 600 000 រៀល ទៅរកស៊ីចំណេញបាន 180 000 រៀល ហើយប្រាក់ដែលនៅសល់ 400 000 រៀល យកទៅបន្តចងការឱ្យគេ ក្នុងអត្រា 14% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ នៅពេលដំណាច់ឆ្នាំ តើមីងសំចំណេញឬខាត ?
10. នៅឆ្នាំនេះគេផ្តល់អាហារូបករណ៍ឱ្យសិស្សចំនួន 8% នៃសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិដើម្បីបន្តសិក្សានៅមហាវិទ្យាល័យ។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលបានទទួលអាហារូបករណ៍ បើការប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិជាប់ត្រឹមតែ 70% ក្នុងចំណោមបេក្ខជន 80 000 នាក់។

# មេរៀនទី២ សមាមាត្រ

1. គណនា $n$ ដែល :

ក. 30% នៃ $n$ ស្មើនឹង 48 :

យើងបាន $30\% \times n = 48$

ឬ $\frac{30}{100} \times n = 48$

នាំឱ្យ $n = \frac{48 \times 100}{30}$ នោះ $n = 160$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } n = 160}$ ។

ខ. 25% នៃ 28 ស្មើនឹង $n$ :

យើងបាន $25\% \times 28 = n$

នោះ $n = \frac{25}{100} \times 28$ ឬ $n = \frac{1}{4} \times 28 = 7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } n = 7}$ ។

គ. 17 ជា $n\%$ នៃ 85 :

យើងបាន $n\% \times 85 = 17$

នោះ $\frac{n}{100} \times 85 = 17$

នាំឱ្យ $n = \frac{17 \times 100}{85}$ នោះ $n = 20$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } n = 20}$ ។

ឃ. $n\%$ នៃ 150 ស្មើនឹង 20 :

យើងបាន $n\% \times 150 = 20$

នោះ $\frac{n}{100} \times 150 = 20$

នាំឱ្យ $n = \frac{20 \times 100}{150}$ នោះ $n = \frac{200}{15} = \frac{40}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } n = \frac{40}{3}}$ ។

ង. $n$ ស្មើនឹង 30% នៃ 400 :

យើងបាន $n = \frac{30}{100} \times 400$ នោះ $n = 120$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } n = 120}$ ។

2. រកភាគរយនៃសំណួរដែលធ្វើត្រូវ :

សំណួរមានចំនួន 20 ហើយធ្វើត្រូវបានចំនួន 17

-សំណួរធ្វើត្រូវ ធៀបនឹងសំណួរទាំងអស់

តាងដោយប្រភាគ $\frac{17}{20}$

-ភាគរយនៃសំណួរធ្វើត្រូវ ធៀបនឹងសំណួរទាំងអស់

តាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{n}{100} = \frac{17}{20}$ នោះ $n = \frac{17 \times 100}{20} = 85$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ភាគរយនៃសំណួរដែលធ្វើត្រូវគឺ } 85\%}$ ។

3. រកភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះតម្លៃ :

អាវមួយពីមុនលក់ថ្លៃ 25 000 រៀល ហើយឥឡូវ

លក់ថ្លៃ 20 000 រៀល

នាំឱ្យ ភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះតម្លៃគឺ :

$$\frac{25000 - 20000}{25000} \times 100\% = 20\%$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះតម្លៃគឺ } 20\%}$ ។

4. រកភាគរយនៃសិស្សសាលា A ធៀបនឹងសាលា B

សាលា A មានសិស្ស 2400 នាក់ និងសាលា B មាន

សិស្ស 3000 នាក់ នាំឱ្យ ភាគរយនៃសិស្សសាលា A

ធៀបនឹងសាលា B គឺ : $\frac{2400}{3000} \times 100\% = 80\%$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ភាគរយរកបានគឺ } 80\%}$ ។

5. រកចំនួនប្រាក់ដែលខ្ញុះដើម្បីទិញកង់

កង់មានតម្លៃ 350 000 រៀល ហើយវណ្ណាគាត់សន្សំបាន 60% នៃថ្លៃកង់រួចហើយ

នាំឱ្យ គាត់នៅខ្វះប្រាក់ចំនួន 40% នៃថ្លៃកង់ទៀត

យើងបាន ចំនួនប្រាក់ខ្វះគឺ

$40\% \times 350\,000 = 140\,000$ រៀល

ដូចនេះ **ចំនួនប្រាក់នៅខ្វះគឺ 140 000 រៀល** ។

6. រកតម្លៃរបស់ម៉ាស៊ីនថត :

សុខ សន្សំបាន 60$ ត្រូវនឹង 80% នៃថ្លៃម៉ាស៊ីនថត

នាំឱ្យ ប្រាក់ $x$ \$ ត្រូវនឹង 100% នៃថ្លៃម៉ាស៊ីនថត

យើងបាន សមមាត្រ $\frac{60}{x}=\frac{80}{100}$

ទាញបាន $x=\frac{60\times100}{80}=75\$$

ដូចនេះ **ម៉ាស៊ីនថតមានតម្លៃ 75$** ។

7. រកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់ :

តាង $x$ ជាចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់ (ដែល $x>0$)

-ឆ្នាំនេះសាលាមានសិស្សចំនួន 4200 នាក់ កើនជាងឆ្នាំមុនចំនួន 20%

តាមរយៈភាគរយនៃកំណើន យើងបាន

$$\frac{4200-x}{x}\times100\%=20\%$$
$$\frac{4200-x}{x}=\frac{20}{100}$$
$$\frac{4200-x}{x}=0.2$$
$$4200-x=0.2x$$
$$1.2x=4200$$
$$x=\frac{4200}{1.2}$$
$$x=3500$$

ដូចនេះ **ចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់គឺ 3500 នាក់** ។

8. រកតម្លៃមុនបញ្ចុះតម្លៃ :

តាង $x$ ជាតម្លៃមុនបញ្ចុះតម្លៃ

គេលក់ក្នុងតម្លៃ 4200 រៀល ក្រោយពីបញ្ចុះតម្លៃ16%

យើងបាន $\frac{x-4200}{x}\times100\%=16\%$

$$\frac{x-4200}{x}=0.16$$
$$x-4200=0.16x$$
$$0.84x=4200$$
$$x=5000$$

ដូចនេះ **តម្លៃពីមុនគឺ 5000 រៀល** ។

9. រកភាពចំណេញ ឬខាតរបស់មីងសំ :

-ប្រាក់ចំណាយរបស់មីងសំ បង់ឱ្យធនាគារ

មីងសំ ខ្ចីប្រាក់ 1 លានពីធនាគារមានការប្រាក់ 12%

នាំឱ្យ ប្រាក់ចំណាយ $=\frac{12}{100}\times1000000=120000$ រ

-ប្រាក់ចំណូលរបស់មីងសំ

ប្រាក់ 600 000 រ ចំណេញ 180 000 រ និងប្រាក់ 400000 ចំណេញបាន 14% ដែលត្រូវនឹង

$$\frac{14}{100}\times400000=56000 \text{ រ}$$

នាំឱ្យ ប្រាក់ចំណូល$=180000+56000=236000$ រ

-ប្រាក់ចំណេញ = ប្រាក់ចំណូល – ប្រាក់ចំណាយ

$=236000-120000=116000$ រ

ដូចនេះ **នៅដំណាច់ឆ្នាំមីងសំចំណេញ 116000រៀល**

10. រកចំនួនសិស្សដែលទទួលបានអាហារូបករណ៍

-សិស្សប្រឡងជាប់មាន 70% នៃសិស្ស 80000 នាក់

សិស្សប្រឡងជាប់$=70\%\times80000=56000$ នាក់

-សិស្សទទួលអា.មាន 8% នៃចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់

សិស្សទទួលអា.$=8\%\times56000=4480$ នាក់

ដូចនេះ **សិស្សទទួលអា.មានចំនួន 4480 នាក់** ។

# មេរៀនទី៣ កន្សោមពីជគណិត

1. ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

$A=(x+4)(x^2-4x+1)$ $B=(x+3)(x^2+4x-3)$ $C=(a-b)(a^2-2ab-3b^2)$

$D=(x+2)(x^2-5x-1)$ $E=(y+5)(y^2-3y-8)$ $F=(3n+4)(n+5)$

$G=(x+3)(x-1)^2$ $H=(y-1)(y+2)^2$ ។

2. ចូររក $a$ ដើម្បីឱ្យ

ក. $(x+a)(x-8)=x^2-12x+32$

ខ. $(2y-6)(y+a)=2y^2+8y-42$ ។

3. ចូរដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តា

ក. $2x^4+8x$ ខ. $7b^3+21b$ គ. $8ax^2-12a^2x^3$

ឃ. $10x^3y^2-15xy^3$ ង. $6x^2-9y^2$ ច. $15x-20y^2$

ឆ. $4x^3-2x^2+14x$ ជ. $3a^4+9a^2-15$ ឈ. $2x^3+3x^2+4x$

ញ. $9xy-3x^2+4xy^2$ ដ. $8abc^2-4b^2c+12a^2bc$ ឋ. $6x^2yz+2xy^2z-4xyz$

ឌ. $12x^4y^3t^2-4x^3yt^2+8x^2t-16xy$ ។

4. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

ក. $a(x+1)+b(x+1)$ ខ. $z(y-3)+2(y-3)$ គ. $ab-3a+9b-27$

ឃ. $ab+7a+4b+28$ ង. $xy+2x-7y-14$ ច. $ap-2pk+ya-2yk$

ឆ. $am-mb-an+nb$ ជ. $12xy+15x+4y+5$ ឈ. $2ab-8a+3b-12$

ញ. $3ab+12a-b-4$ ដ. $xy-8x-3y+24$ ។

5. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A=at+bt+ct+2a+2b+2c$ $B=ax+2ay+3az-4x-8y-12z$

$C=ax+ay-az-bx-by+bz$ $D=y^2-cy-ay+ac-by+bc$ ។

6. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A=(x+y)^2-z^2$ $B=(x+y)^2-(z+t)^2$

$C=(x^2-2xy+y^2)-t^2$ $D=(a+b)^2-(a-b)^2$ ។

7. ចូរកតម្លៃនៃ $a$ ដើម្បីធ្វើងផ្ទាត់សមភាពខាងក្រោម

ក. $4x^2-3ay^4=(2x+9y^2)(2x-9y^2)$

ខ. $16x^2+5ay^4=(4x+5y^2)(4x-5y^2)$ ។

8. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

ក. $x^2-16$ ខ. $y^2-121$ គ. $y^2-1$ ឃ. $4z^2-49$ ង. $3a^2-12$

ច. $25b^2-64$ ឆ. $36x^4-y^2$ ជ. $84x^2-21$ ឈ. $3x^2-75$ ញ. $4m^2-144$

ដ. $8x^2-160x+800$ ឋ. $5x^2y^2-500$ ឌ. $3t^2z^4-147$ ឍ. $2xy^2-32x$ ណ. $3a^2b^4-192a^3$

ត. $5ab^2-20a+30b^2-120$ ថ. $4cx^2-4c-12x^2+12$ ទ. $2xy^2-2x+4y^2-4$ ។

9. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

ក. $9(x-1)^2-4(2x+3)^2$ ខ. $4(y+2)^2-y^2$ គ. $3(x+1)-x^2-2x-1$

ឃ. $(2x-5)^2-4x^2+25$ ង. $16(x+3)^2-(x-1)^2$ ច. $x^3-x$

ឆ. $t^4-1$ ជ. $4x^2-16x$ ឈ. $(x+1)^2-(x^2-1)+2x+2$

ញ. $x^5-x$ ដ. $x(y-1)^2-4x$ ។

10. ចូរកំណត់តម្លៃនៃ $a$ ដើម្បីឱ្យ $P=2x^3+3x^2-8x+3$ ស្មើនឹង $(x-1)(2x^2+ax-3)$ រួចដាក់ $P$ ជាផលគុណនៃកត្តាដឺក្រេទី 1 ។

11. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា តាមវិធីបំពេញនិងបន្តយតួ ឬតាមវិធីគុណខ្វែង

ក. $x^2+5x+4$ ខ. $x^2+5x+6$ គ. $t^2+8t+15$ ឃ. $x^2-10x+9$

ង. $t^2-11t+28$ ច. $x^2+7x-8$ ឆ. $x^2+x-6$ ជ. $x^2+11x-12$

ឈ. $b^2+6b-7$ ញ. $x^2+3x-4$ ដ. $y^2-y-12$ ឋ. $y^2-2y-35$

ឌ. $n^2-4n-12$ ឍ. $a^2-3a-18$ ណ. $x^2-6x-7$ ត. $5t^2+12t+7$

ថ. $2x^2+13x-7$ ទ. $2x^2+5x-3$ ។

12. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

ក. $2a^2+24a+70$ ខ. $3x^2+21x+36$ គ. $5a^2-15a-90$

ឃ. $2x^2-4x-160$ ង. $4bc^2+12bc-40b$ ច. $6xy^4+18xy^2-168x$ ។

13. ចូរគណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $3x-\dfrac{x-2}{x}$ ខ. $\dfrac{2x-5}{3x}+3x-1$ គ. $y+\dfrac{y-4}{3y+4}$

ឃ. $a-3-\dfrac{5}{a+1}$ ង. $b+5+\dfrac{5}{b-5}$ ច. $3n+\dfrac{2n+3}{4n+5}$ ។

14. ចូរកំណត់តម្លៃ $a, b, c$ ដែល $ax+b+\dfrac{c}{x-1}=\dfrac{2x^2-x+3}{x-1}$ ។

15. ចូរគណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\dfrac{6x-1}{81-x^2}-\dfrac{2x}{x+9}$ ខ. $\dfrac{10y-1}{100-y^2}-\dfrac{5y}{y+10}$ គ. $\dfrac{11}{121-x^2}-\dfrac{x^2}{x+11}$

ឃ. $\dfrac{t}{2(t+3)}-\dfrac{2}{3(t+3)}$ ង. $\dfrac{4x+16}{(x+4)(x-4)}+\dfrac{-4}{x+4}$ ច. $\dfrac{4z+2}{16-z^2}+\dfrac{4}{z-4}$ ។

16. ចូរសម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម

ក. $\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{y}}{\dfrac{4}{y}}$ ខ. $\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}}{-\dfrac{5}{x}}$ គ. $\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}}{-\dfrac{6}{5y}}$ ឃ. $\dfrac{\dfrac{4}{x}+5}{\dfrac{5}{y}}$

ង. $\dfrac{\dfrac{8}{x}-9}{\dfrac{6}{y}}$ ច. $\dfrac{\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{b}{a}}{\dfrac{2}{a}-12}$ ឆ. $\dfrac{\dfrac{3x}{x^2-49}+\dfrac{7}{x+7}}{\dfrac{1}{x-7}-\dfrac{7}{2x+14}}$ ជ. $\dfrac{\dfrac{2b}{b-4}-\dfrac{3}{b^2}}{\dfrac{5}{5b-20}+\dfrac{3}{4b^2-16b}}$

ឈ. $\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{a-\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{a}}}$ ញ. $\dfrac{2}{c+\dfrac{1}{1+\dfrac{c+1}{5-c}}}$ ។

17. គេឱ្យកន្សោមសនិទាន $A=\dfrac{2x^3-8x}{2x^3-8x^2+8x}$ ។ ចូរគណនាតម្លៃនៃ $A$ ចំពោះ $x=2011$ ។

# មេរៀនទី៣ កន្សោមពីជគណិត

1. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

$A=(x+4)(x^2-4x+1)$
$=x^3-4x^2+x+4x^2-16x+4$
$=\boxed{x^3-15x+4}$

$B=(x+3)(x^2+4x-3)$
$=x^3+4x^2-3x+3x^2+12x-9$
$=\boxed{x^3+7x^2+9x-9}$

$C=(a-b)(a^2-2ab-3b^2)$
$=a^3-2a^2b-3ab^2-a^2b+2ab^2+3b^3$
$=\boxed{a^3-3a^2b-ab^2+3b^3}$

$D=(x+2)(x^2-5x-1)$
$=x^3-5x^2-x+2x^2-10x-2$
$=\boxed{x^3-3x^2-11x-2}$

$E=(y+5)(y^2-3y-8)$
$=y^3-3y^2-8y+5y^2-15y-40$
$=\boxed{y^3+2y^2-23y-40}$

$F=(3n+4)(n+5)$
$=3n^2+15n+4n+20$
$=\boxed{3n^2+19n+20}$

$G=(x+3)(x-1)^2$
$=(x+3)(x^2-2x+1)$
$=x^3-2x^2+x+3x^2-6x+3$
$=\boxed{x^3+x^2-5x+3}$

$H=(y-1)(y+2)^2$
$=(y-1)(y^2+4y+4)$
$=y^3+4y^2+4y-y^2-4y-4$
$=\boxed{y^3+3y^2-4}$

2. រក $a$ ដើម្បីឱ្យ :

ក. យើងមាន $(x+a)(x-8)=x^2-12x+32$
$x^2-8x+ax-8a=x^2-12x+32$
$x^2+(-8+a)x-8a=x^2-12x+32$
យើងផ្ទឹមមេគុណត្រូវគ្នានៃអញ្ញាត $x$ របស់អង្គទាំងពីរ
យើងបាន $\begin{cases}-8+a=-12\\-8a=32\end{cases}$ នាំឱ្យ $a=-4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃរកបានគឺ } a=-4}$ ។

ខ. យើងមាន $(2y-6)(y+a)=2y^2+8y-42$
$2y^2+2ay-6y-6a=2y^2+8y-42$
$2y^2+(2a-6)y-6a=2y^2+8y-42$
យើងផ្ទឹមមេគុណត្រូវគ្នានៃអញ្ញាត $y$ របស់អង្គទាំងពីរ
យើងបាន $\begin{cases}2a-6=8\\-6a=-42\end{cases}$ នាំឱ្យ $a=7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃរកបានគឺ } a=7}$ ។

3. ដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តា :

ក. $2x^4+8x=\boxed{2x(x^3+4)}$

ខ. $7b^3+21b=\boxed{7b(b^2+3)}$

គ. $8ax^2-12a^2x^3=\boxed{4ax^2(2-3ax)}$

ឃ. $10x^3y^2-15xy^3=\boxed{5xy^2(2x^2-3y)}$

ង. $6x^2-9y^2=\boxed{3(2x^2-3y^2)}$

ច. $15x-20y^2=\boxed{5(3x-4y^2)}$

ឆ. $4x^3-2x^2+14x=\boxed{2x(2x^2-x+7)}$

ជ. $3a^4+9a^2-15=\boxed{3(a^4+3a^2-5)}$

ឈ. $2x^3+3x^2+4x=$ $\boxed{x(2x^2+3x+4)}$

ញ. $9xy-3x^2+4xy^2=$ $\boxed{x(9y-3x+4y^2)}$

ដ. $8abc^2-4b^2c+12a^2bc=$ $\boxed{4bc(2ac-b+3a^2)}$

ឋ. $6x^2yz+2xy^2z-4xyz=$ $\boxed{2xyz(3x+y-2)}$

ឌ. $12x^4y^3t^2-4x^3yt^2+8x^2t-16xy$

$=\boxed{4x(3x^3y^3t^2-x^2yt^2+2xt-4y)}$

4. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា :

ក. $a(x+1)+b(x+1)=$ $\boxed{(x+1)(a+b)}$

ខ. $z(y-3)+2(y-3)=$ $\boxed{(y-3)(z+2)}$

គ. $ab-3a+9b-27=a(b-3)+9(b-3)$

$=\boxed{(b-3)(a+9)}$

ឃ. $ab+7a+4b+28=a(b+7)+4(b+7)$

$=\boxed{(b+7)(a+4)}$

ង. $xy+2x-7y-14=x(y+2)-7(y+2)$

$=\boxed{(y+2)(x-7)}$

ច. $ap-2pk+ya-2yk=p(a-2k)+y(a-2k)$

$=\boxed{(a-2k)(p+y)}$

ឆ. $am-mb-an+nb=m(a-b)-n(a-b)$

$=\boxed{(a-b)(m-n)}$

ជ. $12xy+15x+4y+5=3x(4y+5)+(4y+5)$

$=\boxed{(4y+5)(3x+1)}$

ឈ. $2ab-8a+3b-12=2a(b-4)+3(b-4)$

$=\boxed{(b-4)(2a+3)}$

ញ. $3ab+12a-b-4=3a(b+4)-(b+4)$

$=\boxed{(b+4)(3a-1)}$

ដ. $xy-8x-3y+24=(y-8)x-3(y-8)$

$=\boxed{(y-8)(x-3)}$

5. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា :

$A=at+bt+ct+2a+2b+2c$

$=(a+b+c)t+2(a+b+c)$

$=\boxed{(t+2)(a+b+c)}$

$B=ax+2ay+3az-4x-8y-12z$

$=(x+2y+3z)a-4(x+2y+3z)$

$=\boxed{(a-4)(x+2y+3z)}$

$C=ax+ay-az-bx-by+bz$

$=a(x+y-z)-b(x+y-z)$

$=\boxed{(a-b)(x+y-z)}$

$D=y^2-cy-ay+ac-by+bc$

$=(y-c)y-a(y-c)-b(y-c)$

$=\boxed{(y-c)(y-a-b)}$

6. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា :

$A=(x+y)^2-z^2=$ $\boxed{(x+y-z)(x+y+z)}$

$B=(x+y)^2-(z+t)^2$

$=[(x+y)+(z+t)][(x+y)-(z+t)]$

$=\boxed{(x+y+z+t)(x+y-z-t)}$

$C=(x^2-2xy+y^2)-t^2$

$=(x-y)^2-t^2$

$=\boxed{(x-y-t)(x-y+t)}$

$D=(a+b)^2-(a-b)^2$

$=[(a+b)-(a-b)][(a+b)+(a-b)]$

$=(a+b-a+b)(a+b+a-b)$

$=(2b)(2a)=\boxed{4ab}$

7. រកតម្លៃនៃ $a$ ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងក្រោម :

ក. $4x^2-3ay^4=(2x+9y^2)(2x-9y^2)$

$4x^2-3ay^4=(2x)^2-(9y^2)^2$

$4x^2-3ay^4=4x^2-81y^4$

យើងផ្ចឹមមេគុណត្រូវគ្នានៃ $y^4$ នោះយើងបាន :

$-3a=-81$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{-81}{-3}=27$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃរកបានគឺ } a=27}$ ។

ខ. $16x^2+5ay^4=(4x+5y^2)(4x-5y^2)$

$16x^2+5ay^4=(4x)^2-(5y^2)^2$

$16x^2+5ay^4=16x^2-25y^4$

យើងផ្ទឹមមេគុណត្រូវគ្នានៃ $y^4$ នោះយើងបាន :

$5a=-25$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{-25}{5}=-5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃរកបានគឺ } a=-5}$ ។

8. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា :

ក. $x^2-16=x^2-4^2=\boxed{(x-4)(x+4)}$

ខ. $y^2-121=y^2-11^2=\boxed{(y-11)(y+11)}$

គ. $y^2-1=y^2-1^2=\boxed{(y-1)(y+1)}$

ឃ. $4z^2-49=(2z)^2-7^2=\boxed{(2z-7)(2z+7)}$

ង. $3a^2-12=3(a^2-2^2)=\boxed{3(a-2)(a+2)}$

ច. $25b^2-64=(5b)^2-8^2=\boxed{(5b-8)(5b+8)}$

ឆ. $36x^4-y^2=(6x^2)^2-y^2=\boxed{(6x^2-y)(6x^2+y)}$

ជ. $84x^2-21=21(4x^2-1)=\boxed{21(2x-1)(2x+1)}$

ឈ. $3x^2-75=3(x^2-25)=\boxed{3(x-5)(x+5)}$

ញ. $4m^2-144=4(m^2-36)=\boxed{4(m-6)(m+6)}$

ដ. $8x^2-160x+800=8(x^2-20x+100)$

$=8(x-10)^2$

$=\boxed{8(x-10)(x-10)}$

ឋ. $5x^2y^2-500=5(x^2y^2-100)$

$=\boxed{5(xy-10)(xy+10)}$

ឌ. $3t^2z^4-147=3(t^2z^4-49)=\boxed{3(tz^2-7)(tz^2+7)}$

ឍ. $2xy^2-32x=2x(y^2-16)=\boxed{2x(y-4)(y+4)}$

ណ. $3a^2b^4-192a^3=\boxed{3a^2(b^4-64a)}$

ត. $5ab^2-20a+30b^2-120$

$=5a(b^2-4)+30(b^2-4)$

$=(5a+30)(b^2-4)$

$=\boxed{5(a+6)(b-2)(b+2)}$

ថ. $4cx^2-4c-12x^2+12$

$=4c(x^2-1)-12(x^2-1)$

$=(4c-12)(x^2-1)$

$=\boxed{4(c-3)(x-1)(x+1)}$

ទ. $2xy^2-2x+4y^2-4$

$=2x(y^2-1)+4(y^2-1)$

$=(2x+4)(y^2-1)$

$=\boxed{2(x+2)(y-1)(y+1)}$

9. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា :

ក. $9(x-1)^2-4(2x+3)^2$

$=3^2(x-1)^2-2^2(2x+3)^2$

$=[3(x-1)-2(2x+3)][3(x-1)+2(2x+3)]$

$=(3x-3-4x-6)(3x-3+4x+6)$

$=\boxed{(-x-9)(7x+3)}$

ខ. $4(y+2)^2-y^2=[2(y+2)-y][2(y+2)+y]$

$=[2(y+2)-y][2(y+2)+y]$

$=(2y+4-y)(2y+4+y)$

$=\boxed{(y+4)(3y+4)}$

គ. $3(x+1)-x^2-2x-1$

$=3(x+1)-(x^2+2x+1)$

$=3(x+1)-(x+1)^2$

$=(x+1)(3-x-1)$

$=\boxed{(x+1)(2-x)}$

ឃ. $(2x-5)^2-4x^2+25$

$=(2x-5)^2-(4x^2-25)$

$=(2x-5)^2-(2x-5)(2x+5)$

$=(2x-5)[(2x-5)-(2x+5)]$

$=\boxed{-10(2x-5)}$

ង. $16(x+3)^2-(x-1)^2$

$=4^2(x+3)^2-(x-1)^2$

$=[4(x+3)-(x-1)][4(x+3)+(x-1)]$

$=[4x+12-x+1][4x+12+x-1]$

$=\boxed{(3x+13)(5x+11)}$

ច. $x^3-x=x(x^2-1)=\boxed{x(x-1)(x+1)}$

ឆ. $t^4-1=(t^2-1)(t^2+1)=\boxed{(t-1)(t+1)(t^2+1)}$

ជ. $4x^2-16x=\boxed{4x(x-4)}$

ឈ. $(x+1)^2-(x^2-1)+2x+2$

$=(x+1)^2-(x-1)(x+1)+2(x+1)$

$=(x+1)[(x+1)-(x-1)+2]$

$=(x+1)(x+1-x+1+2)$

$=\boxed{4(x+1)}$

ញ. $x^5-x=x(x^4-1)=x(x^2-1)(x^2+1)$

$=\boxed{x(x-1)(x+1)(x^2+1)}$

ដ. $x(y-1)^2-4x=x[(y-1)^2-4]$

$=x[(y-1)-2][(y-1)+2]$

$=\boxed{x(y-3)(y+1)}$

10. កំណត់តម្លៃនៃ $a$ ៖

មាន $P=(x-1)(2x^2+ax-3)$

$=2x^3+ax^2-3x-2x^2-ax+3$

$=2x^3+(a-2)x^2+(-3-a)x+3$

តែ $P=2x^3+3x^2-8x+3$

យើងផ្ទឹមមេគុណត្រូវគ្នានៃ $P$ នោះយើងបាន ៖

$\begin{cases}a-2=3\\-3-a=-8\end{cases}$ នាំឱ្យ $a=5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បាន } a=5}$ ។

-ដាក់ $P$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 ៖

ចំពោះ $a=5$ នោះ $P$ អាចសរសេរបានជា

$P=(x-1)(2x^2+5x-3)$ ហើយយើងនឹង

ដាក់ $2x^2+5x-3$ ជាផលគុណកត្តាតាមវិធីគុណខ្វែង

$$\frac{2x^2\begin{Bmatrix}2x & -1\\ x & 3\end{Bmatrix}-3}{6x-x=5x}$$

យើងបាន $2x^2+5x-3=(2x-1)(x+3)$

នាំឱ្យ $P=(x-1)(2x-1)(x+3)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ដាក់បាន } P=(x-1)(2x-1)(x+3)}$ ។

11. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖

(បើតួកណ្តាលគូ យើងគួរដោះស្រាយតាមវិធីបំពេញ និងបន្ថយតួងាយស្រួលជាង តែបើតួកណ្តាលសេស យើងគួ ដោះស្រាយតាមវិធីគុណខ្វែងទើបស្រួលជាង)

ក. $x^2+5x+4$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$\frac{x^2\begin{Bmatrix}x & 1\\ x & 4\end{Bmatrix}4}{4x+x=5x}$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+5x+4=(x+1)(x+4)}$ ។

ខ. $x^2+5x+6$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$\frac{x^2\begin{Bmatrix}x & 2\\ x & 3\end{Bmatrix}6}{3x+2x=5x}$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+5x+6=(x+2)(x+3)}$ ។

គ. $t^2+8t+15$ (តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ)

$=t^2+8t+16-16+15$

$=(t+4)^2-1$

$=(t+4-1)(t+4+1)$

$=(t+3)(t+5)$

ដូចនេះ $\boxed{t^2+8t+15=(t+3)(t+5)}$ ។

ឃ. $x^2-10x+9$ (តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ)

$=x^2-10x+25-25+9$

$=(x-5)^2-16=(x-5-4)(x-5+4)$

$=(x-9)(x-1)$

ដូចនេះ $\boxed{x^2-10x+9=(x-9)(x-1)}$ ។

ង. $t^2-11t+28$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$t^2\begin{Bmatrix}t & -7\\ t & -4\end{Bmatrix}28$$
$$-4t-7t=-11t$$

ដូចនេះ $\boxed{t^2-11t+28=(t-7)(t-4)}$ ។

ច. $x^2+7x-8$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$x^2\begin{Bmatrix}x & 8\\ x & -1\end{Bmatrix}-8$$
$$-x+8x=7x$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+7x-8=(x+8)(x-1)}$ ។

ឆ. $x^2+x-6$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$x^2\begin{Bmatrix}x & 3\\ x & -2\end{Bmatrix}-6$$
$$-2x+3x=x$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+x-6=(x+3)(x-2)}$ ។

ជ. $x^2+11x-12$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$x^2\begin{Bmatrix}x & 12\\ x & -1\end{Bmatrix}-12$$
$$-x+12x=11x$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+11x-12=(x+12)(x-1)}$ ។

ឈ. $b^2+6b-7$ (តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ)

$=b^2+6b+9-9-7$

$=(b+3)^2-16=(b+3-4)(b+3+4)$

$=(b-1)(b+7)$

ដូចនេះ $\boxed{b^2+6b-7=(b-1)(b+7)}$ ។

ញ. $x^2+3x-4$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$x^2\begin{Bmatrix}x & 4\\ x & -1\end{Bmatrix}-4$$
$$-x+4x=3x$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+3x-4=(x+4)(x-1)}$ ។

ដ. $y^2-y-12$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$y^2\begin{Bmatrix}y & -4\\ y & 3\end{Bmatrix}-12$$
$$3y-4y=-y$$

ដូចនេះ $\boxed{y^2-y-12=(y-4)(y+3)}$ ។

ឋ. $y^2-2y-35$ (តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ)

$=y^2-2y+1-1-35$

$=(y-1)^2-36=(y-1-6)(y-1+6)$

$=(y-7)(y+5)$

ដូចនេះ $\boxed{y^2-2y-35=(y-7)(y+5)}$ ។

ឌ. $n^2-4n-12$ (តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ)

$=n^2-4n+4-4-12$

$=(n-2)^2-16=(n-2-4)(n-2+4)$

$=(n-6)(n+2)$

ដូចនេះ $\boxed{n^2-4n-12=(n-6)(n+2)}$ ។

ឍ. $a^2-3a-18$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$a^2\begin{Bmatrix}a & -6\\ a & 3\end{Bmatrix}-18$$
$$3a-6a=-3a$$

ដូចនេះ $\boxed{a^2-3a-18=(a-6)(a+3)}$ ។

ណ. $x^2-6x-7$ (តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ)

$=x^2-6x+9-9-7$

$=(x-3)^2-16=(x-3-4)(x-3+4)$

$=(x-7)(x+1)$

ដូចនេះ $\boxed{x^2-6x-7=(x-7)(x+1)}$ ។

ត. $5t^2+12t+7$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$\frac{5t^2\begin{Bmatrix}5t & 7\\ t & 1\end{Bmatrix}7}{5t+7t=12t}$$

ដូចនេះ $\boxed{5t^2+12t+7=(5t+7)(t+1)}$ ។

ថ. $2x^2+13x-7$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$\frac{2x^2\begin{Bmatrix}2x & -1\\ x & 7\end{Bmatrix}-7}{14x-x=13x}$$

ដូចនេះ $\boxed{2x^2+13x-7=(2x-1)(x+7)}$ ។

ទ. $2x^2+5x-3$ (តាមវិធីគុណខ្វែង)

$$\frac{2x^2\begin{Bmatrix}2x & -1\\ x & 3\end{Bmatrix}-3}{6x-x=5x}$$

ដូចនេះ $\boxed{2x^2+5x-3=(2x-1)(x+3)}$ ។

12. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា :

ក. $2a^2+24a+70=2(a^2+12a+35)$

$=2(a^2+12a+36-36+35)$

$=2[(a+6)^2-1]=2(a+6-1)(a+6+1)$

$=2(a+5)(a+7)$

ដូចនេះ $\boxed{2a^2+24a+70=2(a+5)(a+7)}$ ។

ខ. $3x^2+21x+36=3(x^2+7x+12)$

តាមវិធីគុណខ្វែង $\dfrac{x^2\begin{Bmatrix}x & 4\\ x & 3\end{Bmatrix}12}{3x+4x=7x}$

ដូចនេះ $\boxed{3x^2+21x+36=3(x+4)(x+3)}$ ។

គ. $5a^2-15a-90=5(a^2-3a-18)$

តាមវិធីគុណខ្វែង $\dfrac{a^2\begin{Bmatrix}a & -6\\ a & 3\end{Bmatrix}-18}{3a-6a=-3a}$

ដូចនេះ $\boxed{5a^2-15a-90=5(a-6)(a+3)}$ ។

ឃ. $2x^2-4x-160=2(x^2-2x-80)$

$=2(x^2-2x+1-1-80)$

$=2[(x-1)^2-81]$

$=2(x-1-9)(x-1+9)$

$=2(x-10)(x+8)$

ដូចនេះ $\boxed{2x^2-4x-160=2(x-10)(x+8)}$ ។

ង. $4bc^2+12bc-40b=4b(c^2+3c-10)$

តាមវិធីគុណខ្វែង $\dfrac{c^2\begin{Bmatrix}c & 5\\ c & -2\end{Bmatrix}-10}{-2c+5c=3c}$

ដូចនេះ $\boxed{4bc^2+12bc-40b=4b(c+5)(c-2)}$ ។

ច. $6xy^4+18xy^2-168x$

$=6x(y^4+3y^2-28)$ .

តាមវិធីគុណខ្វែង $\dfrac{y^4\begin{Bmatrix}y^2 & 7\\ y^2 & -4\end{Bmatrix}-28}{-4y^2+7y^2=3y^2}$

នាំឱ្យ $6xy^4+18xy^2-168x$

$=6x(y^2+7)(y^2-4)$

$=6x(y^2+7)(y-2)(y+2)$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}6xy^4+18xy^2-168x\\ =6x(y^2+7)(y-2)(y+2)\end{array}}$ ។

13. គណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម :

ក. $3x-\dfrac{x-2}{x}=\dfrac{3x\cdot x-(x-2)}{x}$

$=\boxed{\dfrac{3x^2-x+2}{x}}$

ខ. $\dfrac{2x-5}{3x}+3x-1=\dfrac{(2x-5)+3x(3x-1)}{3x}$

$=\dfrac{2x-5+9x^2-3x}{3x}$

$=\boxed{\dfrac{9x^2-x-5}{3x}}$

គ. $y+\dfrac{y-4}{3y+4}=\dfrac{y(3y+4)+y-4}{3y+4}$

$=\dfrac{3y^2+4y+y-4}{3y+4}$

$=\boxed{\dfrac{3y^2+5y-4}{3y+4}}$

ឃ. $a-3-\dfrac{5}{a+1}=\dfrac{(a-3)(a+1)-5}{a+1}$

$=\dfrac{a^2+a-3a-3-5}{a+1}$

$=\boxed{\dfrac{a^2-2a-8}{a+1}}$

ង. $b+5+\dfrac{5}{b-5}=\dfrac{(b+5)(b-5)+5}{b-5}$

$=\dfrac{b^2-5^2+5}{b-5}=\boxed{\dfrac{b^2-20}{b-5}}$

ច. $3n+\dfrac{2n+3}{4n+5}=\dfrac{3n(4n+5)+2n+3}{4n+5}$

$=\dfrac{12n^2+15n+2n+3}{4n+5}$

$=\boxed{\dfrac{12n^2+17n+3}{4n+5}}$

14. កំណត់តម្លៃ $a$ , $b$ និង $c$ ៖

ដោយ $ax+b+\dfrac{c}{x-1}=\dfrac{(ax+b)(x-1)+c}{x-1}$

$=\dfrac{ax^2-ax+bx-b+c}{x-1}$

$=\dfrac{ax^2+(-a+b)x+(-b+c)}{x-1}$

ហើយ $ax+b+\dfrac{c}{x-1}=\dfrac{2x^2-x+3}{x-1}$

នាំឱ្យ $\dfrac{ax^2+(-a+b)x+(-b+c)}{x-1}=\dfrac{2x^2-x+3}{x-1}$

យើងផ្ទឹមមេគុណត្រូវគ្នានៃ $x$ នោះយើងបាន

$\begin{cases}a=2\\-a+b=-1\\-b+c=3\end{cases}$ នាំឱ្យ $\begin{cases}a=2\\b=1\\c=4\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កំណត់បាន } a=2\text{ , }b=1\text{ និង }c=4}$ ។

15. គណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម ៖

ក. $\dfrac{6x-1}{81-x^2}-\dfrac{2x}{x+9}$

$=\dfrac{6x-1}{(9-x)(9+x)}-\dfrac{2x}{x+9}$

$=\dfrac{6x-1-2x(9-x)}{(9-x)(9+x)}$

$=\dfrac{6x-1-18x+2x^2}{(9-x)(9+x)}$

$=\boxed{\dfrac{2x^2-12x-1}{(9-x)(9+x)}}$

ខ. $\dfrac{10y-1}{100-y^2}-\dfrac{5y}{y+10}$

$=\dfrac{10y-1}{(10-y)(10+y)}-\dfrac{5y}{y+10}$

$=\dfrac{10y-1-5y(10-y)}{(10-y)(10+y)}$

$=\dfrac{10y-1-50y+5y^2}{(10-y)(10+y)}$

$=\boxed{\dfrac{5y^2-40y-1}{(10-y)(10+y)}}$

គ. $\dfrac{11}{121-x^2}-\dfrac{x^2}{x+11}$

$=\dfrac{11}{(11-x)(11+x)}-\dfrac{x^2}{x+11}$

$=\dfrac{11-x^2(11-x)}{(11-x)(11+x)}$

$=\boxed{\dfrac{11-11x^2+x^3}{(11-x)(11+x)}}$

ឃ. $\dfrac{t}{2(t+3)}-\dfrac{2}{3(t+3)}$

$=\dfrac{3\cdot t-2\cdot 2}{6(t+3)}$

$=\boxed{\dfrac{3t-4}{6(t+3)}}$

ង. $\dfrac{4x+16}{(x+4)(x-4)}+\dfrac{-4}{x+4}$

$=\dfrac{4x+16-4(x-4)}{(x+4)(x-4)}$

$=\dfrac{4x+16-4x+16}{(x+4)(x-4)}$

$=\boxed{\dfrac{32}{(x+4)(x-4)}}$

ច. $\dfrac{4z+2}{16-z^2}+\dfrac{4}{z-4}$

$=\dfrac{4z+2}{(4-z)(4+z)}-\dfrac{4}{4-z}$

$=\dfrac{4z+2-4(4+z)}{(4-z)(4+z)}$

$=\dfrac{4z+2-16-4z}{(4-z)(4+z)}$

$=\boxed{\dfrac{-14}{(4-z)(4+z)}}$

16. សម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម :

ក. $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{3}{y}}{\frac{4}{y}}=\dfrac{\frac{y-3x}{xy}}{\frac{4}{y}}=\dfrac{y-3x}{xy}\times\dfrac{y}{4}=\boxed{\dfrac{y-3x}{4x}}$

ខ. $\dfrac{\frac{2}{x}+\frac{3}{y}}{-\frac{5}{x}}=\dfrac{\frac{2y+3x}{xy}}{-\frac{5}{x}}=\dfrac{2y+3x}{xy}\times\left(\dfrac{x}{-5}\right)=\boxed{\dfrac{2y+3x}{-5y}}$

គ. $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{-\frac{6}{5y}}=\dfrac{\frac{y-x}{xy}}{\frac{-6}{5y}}=\dfrac{y-x}{xy}\times\dfrac{5y}{-6}=\boxed{-\dfrac{5(y-x)}{6x}}$

ឃ. $\dfrac{\frac{4}{x}+5}{\frac{5}{y}}=\dfrac{\frac{4+5x}{x}}{\frac{5}{y}}=\dfrac{4+5x}{x}\times\dfrac{y}{5}=\boxed{\dfrac{4y+5xy}{5x}}$

ង. $\dfrac{\frac{8}{x}-9}{\frac{6}{y}}=\dfrac{\frac{8-9x}{x}}{\frac{6}{y}}=\dfrac{8-9x}{x}\times\dfrac{y}{6}=\boxed{\dfrac{8y-9xy}{6x}}$

ច. $\dfrac{\frac{4}{a^2}+\frac{b}{a}}{\frac{2}{a}-12}=\dfrac{\frac{4+ab}{a^2}}{\frac{2-12a}{a}}=\dfrac{4+ab}{a^2}\times\dfrac{a}{2-12a}$

$=\boxed{\dfrac{4+ab}{2a-12a^2}}$

ឆ. $\dfrac{\frac{3x}{x^2-49}+\frac{7}{x+7}}{\frac{1}{x-7}-\frac{7}{2x+14}}=\dfrac{\frac{3x}{(x-7)(x+7)}+\frac{7}{x+7}}{\frac{1}{x-7}-\frac{7}{2(x+7)}}$

$=\dfrac{\frac{3x+7(x-7)}{(x-7)(x+7)}}{\frac{2(x+7)-7(x-7)}{2(x-7)(x+7)}}$

$=\dfrac{3x+7(x-7)}{(x-7)(x+7)}\times\dfrac{2(x-7)(x+7)}{2(x+7)-7(x-7)}$

$=\dfrac{2(3x+7x-49)}{2x+14-7x+49}$

$=\dfrac{20x-98}{-5x+63}=\boxed{\dfrac{20x-98}{63-5x}}$

ជ. $\dfrac{\frac{2b}{b-4}-\frac{3}{b^2}}{\frac{5}{5b-20}+\frac{3}{4b^2-16b}}$

$=\dfrac{\frac{2b\cdot b^2-3(b-4)}{b^2(b-4)}}{\frac{5}{5(b-4)}+\frac{3}{4b(b-4)}}$

$=\dfrac{\frac{2b^3-3b+12}{b^2(b-4)}}{\frac{4b+3}{4b(b-4)}}$

$=\dfrac{2b^3-3b+12}{b^2(b-4)}\times\dfrac{4b(b-4)}{4b+3}$

$=\boxed{\dfrac{4(2b^3-3b+12)}{b(4b+3)}}$

ឈ. $\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{a-\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{a}}}=\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{a-\dfrac{1}{\dfrac{a^2+1}{a}}}=\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{a-\dfrac{a}{a^2+1}}$

$=\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{\dfrac{a^3+a-a}{a^2+1}}=\dfrac{\dfrac{1}{a+1}}{\dfrac{a^3}{a^2+1}}$

$=\dfrac{1}{a+1}\times\dfrac{a^2+1}{a^3}$

$=\boxed{\dfrac{a^2+1}{a^3(a+1)}}$

ញ. $\dfrac{2}{c+\dfrac{1}{1+\dfrac{c+1}{5-c}}}=\dfrac{2}{c+\dfrac{1}{\dfrac{5-c+c+1}{5-c}}}$

$=\dfrac{2}{c+\dfrac{1}{\dfrac{6}{5-c}}}=\dfrac{2}{c+\dfrac{5-c}{6}}$

$=\dfrac{2}{\dfrac{6c+5-c}{6}}=\dfrac{2}{\dfrac{5c+5}{6}}$

$=2\times\dfrac{6}{5c+5}=\boxed{\dfrac{12}{5c+5}}$

17. គណនាតម្លៃនៃ $A$ ៖

យើងមាន $A=\dfrac{2x^3-8x}{2x^3-8x^2+8x}$

$=\dfrac{2x\left(x^2-4\right)}{2x\left(x^2-4x+4\right)}$

$=\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2}$

$=\dfrac{x+2}{x-2}$

ចំពោះ $x=2011$ នោះយើងបាន ៖

$A=\dfrac{x+2}{x-2}=\dfrac{2011+2}{2011-2}=\dfrac{2013}{2009}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=\dfrac{2013}{2009}}$ ។

# មេរៀនទី៤ សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

1. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $4(x-5)=2x-14$ ខ. $x+7=-2(x+8)$

គ. $3(2y-1)=-8(6+y)$ ឃ. $-(z+12)=5(2z-1)$

ង. $n-(8+4n)=2(3n-4)$ ច. $(2m+3)^2-(2m+5)=4m(m+4)+4$

ឆ. $5p-(8-p)=2[-4-(3+5p)-13]$ ជ. $-[k-(4k+2)]=2+(2k+7)$

ឈ. $2-4\{-2x+3[-1+5(1-x)]-1\}=0$ ញ. $\sqrt{3}(x-2)-2x\sqrt{2}=2\left(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2}\right)$

ដ. $6(7x+8)-7(6x+4)=5(6+7x)-35(x-1)$ ឋ. $8(3-2p)-16(1-p)-3(p-4)=20-3p$ ។

2. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $\frac{5x}{3}+\frac{9}{8}=\frac{7x}{6}+\frac{3}{16}$ ខ. $\frac{2y+1}{3}+\frac{5-y}{4}=1-\frac{3y+2}{6}$

គ. $\frac{2(3z-8)}{9}-\frac{5(z-3)}{3}=\frac{3(z-8)}{4}+\frac{17}{36}$ ឃ. $\frac{3t-5}{8}+\frac{t+12}{12}=1$

ង. $\frac{x+4}{3}-\frac{x-4}{5}=2+\frac{3x-1}{15}$ ច. $1+\frac{2n}{3}-\frac{1}{2}-n=\frac{1-n}{3}$

ឆ. $3k+\frac{5k-3}{2}=37$ ជ. $2.4x+\frac{3(x-1.6)}{5}=\frac{8.4x-4.9}{2}$

ឈ. $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{2}{3}x+0.6\right)-\left(\frac{7}{12}x-0.3\right)=5.8$ ញ. $x+\frac{3}{2}-\frac{4x-3}{4}=1-\frac{5x-12}{6}$

ដ. $8(x-2)+3=7x+\frac{2x-1}{2}-3$ ឋ. $\frac{(2y+1)^2}{4}-\frac{3(y+2)^2}{6}=\frac{y(y-2)}{2}$

ឌ. $\frac{(z-2)^2}{3}+\frac{z(z-3)}{5}=\frac{(8z+7)(z-1)}{15}+\frac{4}{5}$ ។

3. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $x(x+3)=0$ ខ. $(x+5)(x-1)=0$ គ. $(x-1)^2-4=0$

ឃ. $4(x-1)^2-(2x-3)^2=0$ ង. $x^2-6x=0$ ច. $2x^2-2=0$ ។

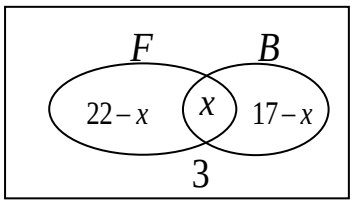
4. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $x^2-2x+3=0$ ខ. $x^2-12x+32=0$ គ. $y^2-14=5y$ ឃ. $x^2-x=3x+12$ ។

5. កាណូតមួយបើកបណ្តោយទឹកពីកំពង់ផៃ A ទៅកំពង់ផៃ B ដែលមានចម្ងាយ 57 km ។ ពេលកាណូតបើកដល់ចំណុចមួយ គេត្រូវឈប់សម្រាកអស់ 1/3h ហើយទៅដល់កំពង់ផៃ B ត្រូវចំណាយពេលអស់ 10/3h ។ គេដឹងថាចរន្តទឹកមានល្បឿន 2km/h ។ ចូរគណនាល្បឿនកាណូតផ្ទាល់។

6. ឧទ្ធម្ភាចក្រមួយគ្រឿងធ្វើដំណើរចេញពីអាកាសយានដ្ឋានអន្តរជាតិភ្នំពេញឆ្ពោះទៅទីរួមខេត្តសៀមរាបដោយល្បឿន 288km/h ។ 20 នាទីក្រោយមក មានយន្តហោះមួយគ្រឿងទៀតបានហោះចេញពីកន្លែងតែមួយទៅកាន់ទីរួមខេត្តសៀមរាបដែរក្នុងល្បឿន 480km/h ។ តើយន្តហោះនេះ ហោះអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបទាន់ឧទ្ធម្ភាចក្រ ?

7. គេយកសៀវភៅ 280 ក្បាល ទៅចែកដល់សិស្សមួយថ្នាក់។ ក្រោយពេលចែកសៀវភៅអស់គេសង្កេតឃើញថា សិស្សម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅ 4 ក្បាល។ ចូរកំណត់ចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់នោះ។
8. អ្នកជិះកង់ម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដែលមានចម្ងាយ 50 km ។ មួយម៉ោងក្រោយមកអ្នកជិះម៉ូតូម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ដែរ ហើយទៅដល់ទីក្រុង B មុនអ្នកជិះកង់មួយម៉ោង។ ចូរគណនាល្បឿននៃយានទាំងពីរ បើគេដឹងថាល្បឿនម៉ូតូស្មើនឹង 2.5 ដងនៃល្បឿនកង់។
9. គេយកសូលុយស្សុងអាស៊ីត 40% ដែលមានមាឌ $20\ell$ ទៅលាយជាមួយសូលុយស្សុងអាស៊ីត 70%។ តើគេលាយសូលុយស្សុងអា 70% ប៉ុន្មានលីត ដើម្បីឱ្យបានល្បាយមួយដែលមានអាស៊ីត 50% ?
10. អ្នកស្រីសុវត្តីបានយកប្រាក់មួយចំនួនទៅចងការ។ មួយផ្នែកនៃប្រាក់នេះគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9% និងមួយផ្នែកទៀតដែលលើសពីផ្នែកមុន 8 000 000 រ ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10% ។ ក្នុងមួយឆ្នាំគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ទាំងអស់ចំនួន 4 600 000 រ ។ តើគាត់មានប្រាក់ដើមក្នុងអត្រាកាប្រាក់នីមួយៗប៉ុន្មានរៀល ?
11. ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស 30 នាក់ ក្នុងនោះសិស្ស 22 នាក់ លេងបាល់ទាត់ ហើយសិស្ស 17 នាក់លេងបាល់បោះ មានសិស្ស 3 នាក់មិនលេងបាល់បោះ និងបាល់ទាត់។




សំណុំ $F$ តាងឱ្យអ្នកលេងបាល់ទាត់
សំណុំ $B$ តាងឱ្យអ្នកលេងបាល់បោះ
សំណុំ $F \cap B$ តាងឱ្យអ្នកលេងបាល់បោះ និងបាល់ទាត់
ចូររកចំនួនសិស្សដែលលេងបាល់ទាត់ផង និងបាល់បោះផង ។
12. ក្នុងការប្រគល់មេដៃទៅឱ្យកីឡាករបានប្រព្រឹត្តទៅតាមលំដាប់ដូចខាងក្រោម។
ថ្ងៃទី 1 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្តាលនៃមេដៃ
ថ្ងៃទី 2 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្តាលនៃមេដៃ ដែលសល់ពីថ្ងៃទី 1
ថ្ងៃទី 3 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្តាលនៃមេដៃ ដែលសល់ពីថ្ងៃទី 2
ថ្ងៃទី 4 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្តាលនៃមេដៃ ដែលសល់ពីថ្ងៃទី 3
ហើយនៅសល់មេដៃ 2 ។ តើចំនួនមេដៃសរុបមានចំនួនប៉ុន្មាន ?
13. ទូរសព្ទដៃមួយលក់បញ្ចុះតម្លៃ 30% នៃតម្លៃដែលលក់ពីមុន ដោយគិតទាំងពន្ធអាករបន្ថែម 10% នៃថ្លៃលក់។ ពូសុខត្រូវបង់ប្រាក់សរុបអស់ប្រាក់ 184 800 រ ។ ចូររកតម្លៃដែលបានលក់ពីមុន ។

# មេរៀនទី៤ សមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

1. ដោះស្រាយសមីការ :

ក. $4(x-5)=2x-14$

$4x-20=2x-14$

$4x-2x=-14+20$

$2x=6$

$x=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=3}$ ។

ខ. $x+7=-2(x+8)$

$x+7=-2x-16$

$x+2x=-16-7$

$3x=-23$

$x=-\frac{23}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-\frac{23}{3}}$ ។

គ. $3(2y-1)=-8(6+y)$

$6y-3=-48-8y$

$6y+8y=-48+3$

$14y=-45$

$y=-\frac{45}{14}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } y=-\frac{45}{14}}$ ។

ឃ. $-(z+12)=5(2z-1)$

$-z-12=10z-5$

$-12+5=10z+z$

$-7=11z$

$z=-\frac{7}{11}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } z=-\frac{7}{11}}$ ។

ង. $n-(8+4n)=2(3n-4)$

$n-8-4n=6n-8$

$-8-3n=6n-8$

$-3n-6n=-8+8$

$-9n=0$

$n=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } n=0}$ ។

ច. $(2m+3)^2-(2m+5)=4m(m+4)+4$

$4m^2+12m+9-2m-5=4m^2+16m+4$

$4m^2+10m+4=4m^2+16m+4$

$4m^2+10m-4m^2-16m=4-4$

$-6m=0$

$m=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } m=0}$ ។

ឆ. $5p-(8-p)=2[-4-(3+5p)-13]$

$5p-8+p=2[-4-3-5p-13]$

$6p-8=2(-5p-20)$

$6p+10p=-40+8$

$16p=-32$

$p=-2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } p=-2}$ ។

ជ. $-[k-(4k+2)]=2+(2k+7)$

$-[-3k-2]=2k+9$

$3k+2=2k+9$

$3k-2k=9-2$

$k=7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } k=7}$ ។

ឈ. $2-4\{-2x+3[-1+5(1-x)]-1\}=0$

$2-4\{-2x+3[-1+5(1-x)]-1\}=0$

$2-4\{-2x+3[-1+5-5x]-1\}=0$

$2-4\{-2x+12-15x-1\}=0$

$2-4\{-17x+11\}=0$

$2+68x-44=0$

$68x=42$

$x=\frac{42}{68}=\frac{21}{34}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=\frac{21}{34}}$ ។

ញ. $\sqrt{3}(x-2)-2x\sqrt{2}=2\left(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2}\right)$

$\sqrt{3}x-2\sqrt{3}-2x\sqrt{2}=2x\sqrt{3}-6-2x\sqrt{2}$

$\sqrt{3}x-2x\sqrt{3}-2x\sqrt{2}+2x\sqrt{2}=-6+2\sqrt{3}$

$-\sqrt{3}x=-6+2\sqrt{3}$

$x=\frac{-6+2\sqrt{3}}{-\sqrt{3}}$

$x=\frac{\left(-6+2\sqrt{3}\right)\left(-\sqrt{3}\right)}{\left(-\sqrt{3}\right)\left(-\sqrt{3}\right)}$

$x=\frac{6\sqrt{3}-6}{3}=2\sqrt{3}-2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=2\sqrt{3}-2}$ ។

ដ. $6(7x+8)-7(6x+4)=5(6+7x)-35(x-1)$

$42x+48-42x-28=30+35x-35x+35$

$0x+20=65+0x$

$0x=45$

គ្មានតម្លៃ $x$ ណាដែលគុណនឹង 0 ស្មើនឹង 45 ទេ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫស}}$ ។

ប. $8(3-2p)-16(1-p)-3(p-4)=20-3p$

$24-16p-16+16p-3p+12=20-3p$

$20-3p=20-3p$

$-3p+3p=20-20$

$0p=0$

មានតម្លៃ $x$ ច្រើនរាប់មិនអស់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់}}$ ។

2. ដោះស្រាយសមីការ :

ក. $\frac{5x}{3}+\frac{9}{8}=\frac{7x}{6}+\frac{3}{16}$ (ភាគបែងរួម 48)

$\frac{16\cdot5x}{16\cdot3}+\frac{6\cdot9}{6\cdot8}=\frac{8\cdot7x}{8\cdot6}+\frac{3\cdot3}{3\cdot16}$

$80x+54=56x+9$

$80x-56x=9-54$

$24x=-45$

$x=-\frac{45}{24}=-\frac{15}{8}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-\frac{15}{8}}$ ។

ខ. $\frac{2y+1}{3}+\frac{5-y}{4}=1-\frac{3y+2}{6}$ (ភាគបែងរួម12)

$\frac{4(2y+1)}{4\cdot3}+\frac{3(5-y)}{3\cdot4}=\frac{12}{12}-\frac{2(3y+2)}{2\cdot6}$

$4(2y+1)+3(5-y)=12-2(3y+2)$

$8y+4+15-3y=12-6y-4$

$5y+19=8-6y$

$5y+6y=8-19$

$11y=-11$

$y=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } y=-1}$ ។

គ. $\frac{2(3z-8)}{9}-\frac{5(z-3)}{3}=\frac{3(z-8)}{4}+\frac{17}{36}$

សមីការមានភាគបែងរួម 36

ព្រោះ $LCM(9,3,4,36)=36$ យើងបាន :

$\frac{8(3z-8)}{36}-\frac{60(z-3)}{36}=\frac{27(z-8)}{36}+\frac{17}{36}$

$8(3z-8)-60(z-3)=27(z-8)+17$

$24z-64-60z+180=27z-216+17$

$-36z+116=27z-199$

$116+199=27z+36z$

$63z=315$

$z=5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } z=5}$ ។

ឃ. $\frac{3t-5}{8}+\frac{t+12}{12}=1$ (ភាគបែងរួម 24)

$\frac{3(3t-5)}{24}+\frac{2(t+12)}{24}=\frac{24}{24}$

$3(3t-5)+2(t+12)=24$

$9t-15+2t+24=24$

$11t=24-9$

$t=\frac{15}{11}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } t=\frac{15}{11}}$ ។

ង. $\frac{x+4}{3}-\frac{x-4}{5}=2+\frac{3x-1}{15}$ (ភាគបែងរួម 15)

$\frac{5(x+4)}{15}-\frac{3(x-4)}{15}=\frac{30}{15}+\frac{3x-1}{15}$

$5(x+4)-3(x-4)=30+3x-1$

$5x+20-3x+12=29+3x$

$2x+32=29+3x$

$32-29=3x-2x$

$x=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=3}$ ។

ច. $1+\frac{2n}{3}-\frac{1}{2}-n=\frac{1-n}{3}$ (ភាគបែងរួម 6)

$\frac{6}{6}+\frac{4n}{6}-\frac{3}{6}-\frac{6n}{6}=\frac{2(1-n)}{6}$

$6+4n-3-6n=2(1-n)$

$3-2n=2-2n$

$-2n+2n=2-3$

$0n=-1$

គ្មានតម្លៃ $n$ ណាដែលគុណនឹង 0 ស្មើនឹង $-1$ ទេ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫស}}$ ។

ឆ. $3k+\frac{5k-3}{2}=37$ (ភាគបែងរួម 2)

$\frac{6k}{2}+\frac{5k-3}{2}=\frac{2\cdot 37}{2}$

$6k+5k-3=74$

$11k=77$

$k=7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } k=7}$ ។

ជ. $2.4x+\frac{3(x-1.6)}{5}=\frac{8.4x-4.9}{2}$

$\frac{24x}{10}+\frac{6(x-1.6)}{10}=\frac{5(8.4x-4.9)}{10}$

$24x+6x-9.6=42x-24.5$

$30x-9.6=42x-24.5$

$-9.6+24.5=42x-30x$

$14.9=12x$

$x=\frac{14.9}{12}=\frac{149}{120}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{149}{120} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ឈ. $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{2}{3}x+0.6\right)-\left(\frac{7}{12}x-0.3\right)=5.8$

$\frac{3}{4}x-0.4+\frac{2}{3}x+0.6-\frac{7}{12}x+0.3=5.8$

$\frac{3}{4}x+\frac{2}{3}x-\frac{7}{12}x+0.5=5.8$

$\frac{9x+8x-7x}{12}=5.3$

$\frac{10}{12}x=5.3$

$x=\frac{5.3\times 12}{10}$

$x=\frac{31.8}{5}=\frac{159}{25}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{159}{25} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ញ. $x+\frac{3}{2}-\frac{4x-3}{4}=1-\frac{5x-12}{6}$

$\frac{12x}{12}+\frac{18}{12}-\frac{3(4x-3)}{12}=\frac{12}{12}-\frac{2(5x-12)}{12}$

$12x+18-12x+9=12-10x+24$

$27=36-10x$

$10x=36-27$

$x=\frac{9}{10}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=\frac{9}{10}}$ ។

ដ. $8(x-2)+3=7x+\frac{2x-1}{2}-3$

$16(x-2)+6=14x+2x-1-6$

$16x-32+6=16x-7$

$16x-16x=-7+26$

$0x=19$

គ្មានតម្លៃ $x$ ណាដែលគុណនឹង 0 ស្មើនឹង 19 ទេ

ដូចនេះ **សមីការគ្មានឫស** ។

ប. $\frac{(2y+1)^2}{4}-\frac{3(y+2)^2}{6}=\frac{y(y-2)}{2}$

$3(2y+1)^2-6(y+2)^2=6y(y-2)$

$3(4y^2+4y+1)-6(y^2+4y+4)=6y^2-12y$

$12y^2+12y+3-6y^2-24y-24=6y^2-12y$

$6y^2-12y-21=6y^2-12y$

$6y^2-6y^2-12y+12y=21$

$0y=21$

គ្មានតម្លៃ $y$ ណាដែលគុណនឹង 0 ស្មើនឹង 21 ទេ

ដូចនេះ **សមីការគ្មានឫស** ។

ឌ. $\frac{(z-2)^2}{3}+\frac{z(z-3)}{5}=\frac{(8z+7)(z-1)}{15}+\frac{4}{5}$

សមីកាមានភាគបែងរួម 15

ព្រោះ $PPCM(3,5,15)=15$

$\frac{5(z-2)^2}{15}+\frac{3z(z-3)}{15}=\frac{(8z+7)(z-1)}{15}+\frac{12}{15}$

$5(z-2)^2+3z(z-3)=(8z+7)(z-1)+12$

$5(z^2-4z+4)+3z^2-9z=8z^2-8z+7z-7+12$

$5z^2-20z+20+3z^2-9z=8z^2-z+5$

$8z^2-29z+20=8z^2-z+5$

$8z^2-8z^2-29z+z=5-20$

$-28z=-15$

$z=\frac{15}{28}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $z=\frac{15}{28}$** ។

3. ដោះស្រាយសមីការ :

ក. $x(x+3)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x=0\\x+3=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}x=0\\x=-3\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫសពីរ $x=0$ , $x=-3$** ។

ខ. $(x+5)(x-1)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x+5=0\\x-1=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}x=-5\\x=1\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫសពីរ $x=-5$ , $x=1$** ។

គ. $(x-1)^2-4=0$

$(x-1-2)(x-1+2)=0$

$(x-3)(x+1)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-3=0\\x+1=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}x=3\\x=-1\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫសពីរ $x=3$ , $x=-1$** ។

ឃ. $4(x-1)^2-(2x-3)^2=0$

$2^2(x-1)^2-(2x-3)^2=0$

$[2(x-1)-(2x-3)][2(x-1)+(2x-3)]=0$

$(2x-2-2x+3)(2x-2+2x-3)=0$

$(4x-5)=0$

$x=\frac{5}{4}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $x=\frac{5}{4}$** ។

ង. $x^2-6x=0$

$(x-6)x=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-6=0\\x=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}x=6\\x=0\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $\begin{bmatrix}x=6\\x=0\end{bmatrix}$** ។

ច. $2x^2-2=0$

$2(x^2-1)=0$

$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-1=0\\x+1=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}x=1\\x=-1\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $x=1$ , $x=-1$** ។

4. ដោះស្រាយសមីការ :

ក. $x^2-2x+3=0$

$x^2-2x+1-1+3=0$

$(x-1)^2+2=0$

ដោយគ្រប់ចំនួនពិត $x$ នោះ $(x-1)^2\geq 0$

នាំឱ្យ $(x-1)^2+2>0$

ដូចនេះ **សមីការគ្មានឫស** ។

ខ. $x^2-12x+32=0$

$x^2-12x+36-36+32=0$

$(x-6)^2-4=0$

$(x-6-2)(x-6+2)=0$

$(x-8)(x-4)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-8=0\\x-4=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}x=8\\x=4\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $x=8$ , $x=4$** ។

គ. $y^2-14=5y$

$y^2-5y-14=0$

$y^2-5y+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}-14=0$

$\left(y-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{81}{4}=0$

$\left(y-\frac{5}{2}-\frac{9}{2}\right)\left(y-\frac{5}{2}+\frac{9}{2}\right)=0$

$(y-7)(y+2)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}y-7=0\\y+2=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}y=7\\y=-2\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $y=7$ , $y=-2$** ។

ឃ. $x^2-x=3x+12$

$x^2-x=3x+12$

$x^2-4x-12=0$

យើងដាក់ជាផលគុណកត្តា តាមវិធីគុណខ្វែង

$$\frac{x^2\begin{Bmatrix}x & -6\\ x & 2\end{Bmatrix}-12}{2x-6x=-4x}$$

នោះយើងបាន $(x-6)(x+2)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-6=0\\x+2=0\end{bmatrix}$ នោះ $\begin{bmatrix}y=6\\y=-2\end{bmatrix}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $y=6$ , $y=-2$** ។

5. គណនាល្បឿនរបស់កាណូតផ្ទាល់ :

តាង $v$ ជាល្បឿនរបស់កាណូតផ្ទាល់ (គិតជា km/h)

នាំឱ្យ $v+2$ ជាល្បឿននៃចលនាកាណូត ព្រោះវាបើកតាមបណ្តោយចរន្តទឹកមានល្បឿន 2 km/h

តាមរូបមន្ត ល្បឿនចរ × រយៈពេលចរ = ចម្ងាយចរ

ដោយ ចម្ងាយ = 57 km , ពេលសរុប 10/3 h និង ពេលសម្រាកអស់ 1/3 h នោះយើងបានសមីការ :

$(v+2)\left(\frac{10}{3}-\frac{1}{3}\right)=57$

$3(v+2)=57$

$v+2=19$

$v=17$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ល្បឿនកាណូតគឺ $17+2=19$ km/h

រយៈពេលធ្វើដំណើរ $\frac{10}{3}-\frac{1}{3}=3h$

នោះចម្ងាយចរ $19\times 3=57$ km/h ពិត

ដូចនេះ **ល្បឿនរបស់កាណូតផ្ទាល់គឺ $v=17$ km/h** ។

6. រកវេលាដើម្បីឱ្យយន្តហោះ ហោះទាន់ឧទ្ធម្ភាចក្រ:

តាង $t$ ជាវេលាដែលយន្តហោះ ហោះតាមទាន់ ឧទ្ធម្ភាចក្រ (គិតជានាទី)

-ចម្ងាយផ្លូវដែល ឧទ្ធម្ភាចក្រចរបានគឺ

$d_1 = 288(t+20)$ ព្រោះ ឧទ្ធម្ភាចក្រចេញមុន 20 នាទី ទើបយន្តហោះទៅតាមក្រោយ

- ចម្ងាយផ្លូវដែល យន្តហោះចរបានគឺ $d_2 = 480 \cdot t$

ដើម្បីឱ្យយន្តហោះ ហោះទាន់ឧទ្ធម្ភាចក្រ លុះត្រាតែ :

$$d_1 = d_2$$
$$288(t+20) = 480t$$
$$288t + 5760 = 480t$$
$$480t - 288t = 5760$$
$$192t = 5760$$
$$t = 30$$

ដូចនេះ **យន្តហោះត្រូវចំណាយពេល 30 នាទី ទើបហោះតាមទាន់ ឧទ្ធម្ភាចក្រ** ។

7. កំណត់ចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់នោះ :

តាង $x$ ជាចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់ (គិតជានាក់)

បម្រាប់ : សៀវភៅមាន 280 ក្បាល ចែកឱ្យសិស្ស $x$ ហើយម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅ 4 ក្បាល

យើងបាន $\frac{280}{x} = 4$

នោះ $x = \frac{280}{4} = 70$

ដូចនេះ **សិស្សនៅក្នុងថ្នាក់នោះមានចំនួន 70 នាក់** ។

8. គណនាល្បឿននៃយានទាំងពីរ :

តាង $v$ ជាល្បឿនរបស់កង់ នោះ $2.5v$ ជាល្បឿនម៉ូតូ

-រយៈពេលរបស់អ្នកជិះកង់ត្រូវចំណាយគឺ $\left(\frac{50}{v} - 1\right)h$

ព្រោះ អ្នកជិះកង់ចេញមុនអ្នកជិះម៉ូតូ មួយម៉ោង

- រយៈពេលរបស់អ្នកជិះម៉ូតូត្រូវចំណាយគឺ $\left(\frac{50}{2.5v}\right)h$

ដោយអ្នកជិះម៉ូតូទៅដល់ មុនអ្នកជិះកង់មួយម៉ោង

យើងបាន $\left(\frac{50}{v} - 1\right) - \left(\frac{50}{2.5v}\right) = 1$

$$\frac{50}{v} - \frac{50}{2.5v} = 2$$
$$\frac{2.5 \cdot 50}{2.5v} - \frac{50}{2.5v} = \frac{2 \times 2.5v}{2.5v}$$
$$125 - 50 = 5v$$
$$5v = 75$$
$$v = 15$$

នាំឱ្យ ល្បឿនម៉ូតូ $2.5v = 2.5 \times 15 = 37.5$ km/h

ដូចនេះ **កង់មានល្បឿន 15 km/h និង ម៉ូតូមានល្បឿន 37.5 km/h** ។

9. កំណត់ចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់នោះ :

តាង $V$ ជាមាឌនៃសូលុយស្យុងអាស៊ីត 70%

-អាស៊ីតសុទ្ធ នៃសូលុយស្យុងអាស៊ីត 40% និងមានមាឌ $20l$ គឺ $40\% \times 20$

- អាស៊ីតសុទ្ធ នៃសូលុយស្យុងអាស៊ីត 70% និងមានមាឌ $V(l)$ គឺ $70\% \times V$

- អាស៊ីតសុទ្ធ នៃសូលុយស្យុងអាស៊ីតថ្មី50% និងមានមាឌថ្មី $(20+V)\,l$ គឺ $50\% \times (20+V)$

យើងបានសមមូលអាស៊ីតសុទ្ធគឺ :

$$(40\% \times 20) + (70\% \times V) = 50\% \times (20+V)$$
$$8 + \frac{7}{10}V = \frac{1}{2}(20+V)$$
$$\frac{80}{10} + \frac{7}{10}V = \frac{5}{10}(20+V)$$
$$80 + 7V = 5(20+V)$$
$$7V - 5v = 100 - 80$$
$$2V = 20 \Rightarrow V = 10$$

ដូចនេះ **មាឌនៃសូលុយស្យុងអាស៊ីត 70% គឺ $10l$** ។

10. រកប្រាក់ដើមនៃអត្រាការប្រាក់នីមួយៗ :

តាង $x$ ជាប្រាក់ដើម ដែលគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9% (គិតជារៀល)

នាំឱ្យ $x+8000000$ ជាប្រាក់ដើម ដែលគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10% (គិតជារៀល)

ដោយ ការប្រាក់ទទួលបានទាំងអស់ 4 600 000 រ

យើងបាន ទំនាក់ទំនងនៃការប្រាក់របស់គាត់គឺ :

$$9\%x+10\%(x+8000\,000)=4600\,000$$
$$9x+10(x+8000\,000)=460\,000\,000$$
$$9x+10x+80\,000\,000=460\,000\,000$$
$$19x=380\,000\,000$$
$$x=20\,000\,000$$

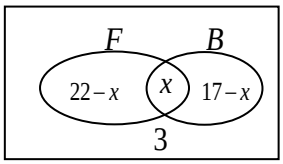
នាំឱ្យ ប្រាក់ដែលគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10% គឺ $20000000+8000000=28000000$ រ

ដូចនេះ -ប្រាក់ដើមដែលគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9% មានចំនួន 20000000 រ
-ប្រាក់ដើមដែលគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10% មានចំនួន 28000000 រ

11. រកចំនួនសិស្សដែលលេងទាំងបាល់ទាត់ និងបាល់បោះ

យើងមានសំណុំ ដែលមាន $x$ ជាចំនួនសិស្សលេងទាំងបាល់ទាត់ និងបាល់បោះ ហើយចំនួនសិស្ស $22-x$ លេងតែបាល់ទាត់សុទ្ធ និង $17-x$ លេងតែបាល់បោះសុទ្ធ។

សិស្សប្រុសសរុប 30 នាក់
សិស្សមិនលេងទាំងបាល់ទាត់ និងបាល់បោះ 3 នាក់




យើងបាន $(22-x)+x+(17-x)=30-3$
$$-x+39=27$$
$$x=12$$

ដូចនេះ សិស្សលេងទាំងបាល់ទាត់ និងបាល់បោះ មានចំនួន 12 នាក់ ។

12. រកចំនួនមេដៃសរុប :

តាង $n$ ជាចំនួនមេដៃសរុបដែលត្រូវប្រគល់ឱ្យកីឡាការតាមបម្រាប់ប្រធាន យើងដឹងថា :

-មេដៃប្រគល់ក្នុងថ្ងៃទី១ មានចំនួន $\frac{x}{2}$

-មេដៃប្រគល់ក្នុងថ្ងៃទី២ មានចំនួន $\frac{\frac{x}{2}}{2}=\frac{x}{4}$

-មេដៃប្រគល់ក្នុងថ្ងៃទី៣ មានចំនួន $\frac{\frac{x}{4}}{2}=\frac{x}{8}$

-មេដៃប្រគល់ក្នុងថ្ងៃទី៤ មានចំនួន $\frac{\frac{x}{8}}{2}=\frac{x}{16}$

ហើយមានមេដៃនៅលស់ 2 ទៀត

យើងបាន $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}+\frac{x}{16}+2=x$
$$8x+4x+2x+x+32=16x$$
$$15x+32=16x$$
$$x=32$$

ដូចនេះ មេដៃសរុបមានចំនួន 32 ។

13. រកតម្លៃ ដែលបានលក់ពីមុន :

តាង $x$ ជាតម្លៃលក់ពីមុន (គិតជារៀល)

គេបញ្ចុះតម្លៃ 30% នៃតម្លៃពីមុន

-នាំឱ្យ តម្លៃលក់បន្ទាប់ពីបញ្ចុះតម្លៃគឺ $(x-30\%x)$

-ពន្ធអាករនៃថ្លៃលក់គិតបន្ថែមគឺ $10\%(x-30\%x)$

-ពូសុខចំណាយប្រាក់សរុបគឺ 184 800 រ

យើងបាន ថ្លៃលក់ + ថ្លៃពន្ធ = ប្រាក់ចំណាយ
$$(x-30\%x)+10\%(x-30\%x)=184800$$
$$x-0.3x+0.1(x-0.3x)=184800$$
$$0.7x+0.1(0.7x)=184800$$
$$0.7x+0.07x=184800$$
$$0.77x=184800$$
$$x=240000$$

ដូចនេះ ទូរសព្ទនោះលក់ថ្លៃ 240000 រ កាលពីមុន ។

# មេរៀនទី៥ វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

1. ចូរដោះស្រាយវិសមីការ

   ក. $x+5>3$ , $3-x<7-2x$

   ខ. $5x\geq 10$ , $-6x<12$ , $-5x>-20$

   គ. $2x\leq -\frac{1}{3}$ , $\frac{x}{7}>\frac{1}{4}$ , $-3x\geq \frac{9}{2}$

   ឃ. $5x-1>4$ , $-8x+9\geq -7$ , $x-1<x+2$

   ង. $3x-5<x+7$ , $-2x+11>5x+31$

   ច. $-4x+9\leq 8x-3$ , $-2x-1\geq 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$

   ឆ. $\frac{2}{3}x+3>\frac{5}{3}x-27$ , $\frac{x+1}{2}<\frac{2x-3}{4}$

   ជ. $x-\frac{1+2x}{4}\geq \frac{1-3x}{3}$ , $\frac{x+1}{5}-\frac{1}{2}\leq \frac{3+2x}{2}$

2. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ

   ក. $\begin{cases}2x-3\leq 9\\2x-3\geq -5\end{cases}$ , $\begin{cases}3x-4\leq 8\\3x-4>-7\end{cases}$

   ខ. $\begin{cases}2x-3>5x-1\\x+4\geq 3x-2\end{cases}$ , $\begin{cases}2x+5>5x-4\\x-7<2x-3\end{cases}$

   គ. $\begin{cases}\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\leq \frac{4x-3}{2}\\2x-1>\frac{3x-4}{4}\end{cases}$ , $\begin{cases}2x+1<0\\-\frac{x}{2}+2<0\end{cases}$

3. គេដាំកូនឈើចំនួន 40 ដើមព័ទ្ធជុំវិញចំការមួយរាងចតុកោណកែង។ តើចំការនោះអាចមានផ្ទៃក្រឡាធំបំផុតប៉ុន្មាន $m^2$ បើគេដឹងថា គេដាំកូនឈើឃ្លាតពីគ្នា 2 m ?

4. ចូរបង្ហាញថាជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ មានប្រវែងខ្លីជាងកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណនោះ ។

5. ពាក់កណ្តាលនៃមួយចំនួនថែមនឹង 5 ធំជាងឬស្មើនឹង $-3$ ។ ចូរកចំនួននោះ ។

6. បច្ចុប្បន្នឪពុកមានអាយុ 32 ឆ្នាំ ហើយកូនគាត់មានអាយុ 12 ឆ្នាំ។ តើនៅក្នុងចន្លោះប៉ុន្មានឆ្នាំទៅមុខទៀត ទើបអាយុឪពុកតិជាងបីដង ប៉ុន្តែច្រើនជាងពីរដងនៃអាយុកូន ?

7. សុខមានក្រដាសប្រាក់ពីដុំ។ ដុំទី 1មានក្រដាសប្រាក់ 500 រ ចំនួន 20 សន្លឹក ដុំទី 2 មានក្រដាសប្រាក់ 1 000 រ ចំនួន 30 សន្លឹក។ ថ្ងៃមួយសុខហូត 25 សន្លឹកពីក្រដាសប្រាក់ទាំងពីរដុំនោះ។ បើសុខចង់បានប្រាក់យ៉ាងតិច 17 500 រ ហើយយ៉ាងច្រើន 20 000 រ តើសុខអាចមានក្រដាសប្រាក់ 500 រ ប៉ុន្មានសន្លឹក ?

8. ក្នុងការប្រឡងលើ 8 មុខវិជ្ជា ដែលមុខវិជ្ជានីមួយៗមាន 100 ពិន្ទុ។ គេកំណត់និទ្ទេស A ចំពោះសិស្សណាដែលមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិចស្មើនឹង 90 ហើយទទួលបាននិទ្ទេស B ត្រូវមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិចស្មើនឹង 80 ។ វិសាលប្រឡងបាន 7 មុខវិជ្ជាដោយទទួលបានពិន្ទុ 84, 93, 78, 87, 89, 70 និង 81 ហើយនៅសល់មួយមុខវិជ្ជាទៀតដែលត្រូវប្រឡងបន្ត។

   ក. តើវិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស A ឬទេ?

   ខ. តើវិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស B ឬទេ? ចូរកំណត់ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាចុងក្រោយ ដើម្បីឱ្យគេទទួលបាននិទ្ទេស B ។

9. សួនមួយរាងចតុកោណកែង។ បណ្តោយមានរង្វាស់លើសបីដងនៃទទឹង 15 m ។ ដោយដឹងថាបរិមាត្រនៃសួនវែងបំផុតស្មើនឹង 94 m ។ ចូររកវិមាត្រអតិបរមានៃសួននោះ បើរង្វាស់ជ្រុងជាចំនួនគត់ ។

10. សំបុត្រដែលត្រូវលក់ឱ្យភ្ញៀវមានពីរប្រភេទ A និង B ដែលប្រភេទ A មានចំនួនលើសប្រភេទ B ចំនួន 5 សន្លឹក។ បើគេលក់សំបុត្រយ៉ាងច្រើនបាន 32 សន្លឹក។ ចូររកចំនួនសំបុត្រនៃប្រភេទនីមួយៗ ដែលអាចលក់បានច្រើនបំផុត។

11. ផលបូកនៃពីរចំនួនគត់សេសតគ្នាធំជាង 72 ចូរកំណត់ចំនួនសេសទាំងពីរដែលមានតម្លៃធំជាងគេ។

12. លក្ខខណ្ឌនៃការជួលរថយន្តកំណត់ដូចខាងក្រោម។

   -អ្នកជួលជាអ្នកបើកបរ និងចេញប្រេងដោយខ្លួនឯង

   -អ្នកជួលក្នុងមួយថ្ងៃគិតប្រាក់ 80 000 ៛ ព្រមទាំងប្រាក់បន្ថែមថ្លៃ 400 ៛ ក្នុងចម្ងាយផ្លូវ 1 km

   -អ្នកជួលត្រូវកក់ប្រាក់ 400 000 ៛ សម្រាប់ជួល 1 ថ្ងៃ។

   តើអ្នកជួលត្រូវបើកបរចម្ងាយផ្លូវប៉ុន្មាន ដើម្បីកុំឱ្យឈ្នួលជួលលើសពីប្រាក់កក់ ?

13. គេឱ្យ $\Delta ABC$ ដែលមានជ្រុង $AB=12$ , $AC=3\text{cm}$ ។ តើជ្រុង BC មានប្រវែងប៉ុន្មាន ? បើដឹងថាប្រវែងរបស់វាជាពហុគុណនៃ 3 (ប្រវែង BC គិតជាចំនួនគត់) ។

14. ចូរកំណត់ចំនួនគត់ដែលពីរដងនៃតម្លៃរបស់វា យ៉ាងតិចស្មើនឹង 8 .

15. បូណាចង់កាត់ក្រដាស ឱ្យបានរាងចតុកោណកែងមួយ ដែលមានទទឹងប្រវែង 3 cm និងមានផ្ទៃក្រឡានៅក្នុងចន្លោះពី $15\ \text{cm}^2$ ទៅ $24\ \text{cm}^2$ ។ តើបូណាត្រូវជ្រើសរើសបណ្តោយប្រវែងប៉ុន្មានខ្លះ ? (ប្រវែងបណ្តោយជាចំនួនគត់)។

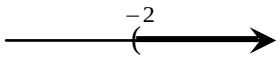
# មេរៀនទី៥ វិសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

1. ដោះស្រាយវិសមីការ :

ក១. $x+5>3$ ចម្លើយជាក្រាប

$x+5-5>3-5$

$x>-2$

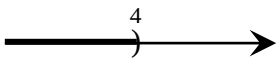



ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x>-2}$ ។

ក២. $3-x<7-2x$ ចម្លើយជាក្រាប

$-x+2x<7-3$

$x<4$

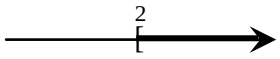



ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x<4}$ ។

ខ១. $5x\geq 10$ ចម្លើយជាក្រាប

$x\geq \frac{10}{5}$

$x\geq 2$

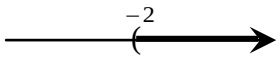



ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x\geq 2}$ ។

ខ២. $-6x<12$ ចម្លើយជាក្រាប

$x>\frac{12}{-6}$

$x>-2$

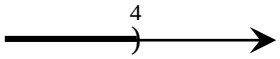



ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x>-2}$ ។

ខ៣. $-5x>-20$ ចម្លើយជាក្រាប

$\frac{-5x}{-5}<\frac{-20}{-5}$

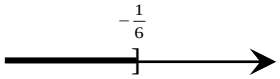
$x<4$




ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x<4}$ ។

គ១. $2x\leq -\frac{1}{3}$ ចម្លើយជាក្រាប

$x\leq -\frac{1}{6}$

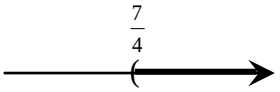



ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x\leq -\frac{1}{6}}$ ។

គ២. $\frac{x}{7}>\frac{1}{4}$ ចម្លើយជាក្រាប

$\frac{x}{7}\times 7>\frac{1}{4}\times 7$

$x>\frac{7}{4}$

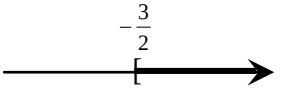



ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x>\frac{7}{4}}$ ។

គ៣. $-3x\geq \frac{9}{2}$ ចម្លើយជាក្រាប

$x\leq \frac{9}{(-3)\times 2}$

$x\leq -\frac{3}{2}$



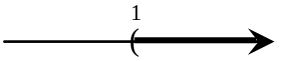

ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x\leq -\frac{3}{2}}$ ។

ឃ១. $5x-1>4$ ចម្លើយជាក្រាប

$5x>4+1$

$x>\frac{5}{5}$

$x>1$



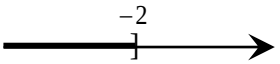

ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x>1}$ ។

ឃ២. $-8x+9\geq -7$ ចម្លើយជាក្រាប

$-8x\geq -7-9$

$x\leq \frac{-16}{-8}$

$x\leq 2$




ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x\leq -2}$ ។

ឃ៣. $x-1<x+2$

$x-x<2+1$

$0x<3$

មានតម្លៃ $x$ ច្រើនរាប់មិនអស់ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $0x<3$

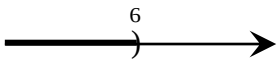
ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់}}$ ។

ង១. $3x-5<x+7$ ចម្លើយជាក្រាប

$3x-x<7+5$

$2x<12$

$x<6$



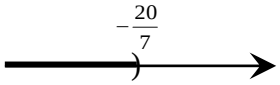

ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x<6$** ។

ង២. $-2x+11>5x+31$ ចម្លើយជាក្រាប

$11-31>5x+2x$

$-20>7x$

$x<\frac{-20}{7}$



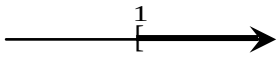

ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x<-\frac{20}{7}$** ។

ច១. $-4x+9\le 8x-3$ ចម្លើយជាក្រាប

$9+3\le 8x+4x$

$12\le 12x$

$x\ge 1$




ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x\ge 1$** ។

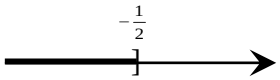
ច២. $-2x-1\ge 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$ ចម្លើយជាក្រាប

$-2x-1\ge 2x+1$

$-2x-2x\ge 1+1$

$-4x\ge 2$

$x\le -\frac{1}{2}$




ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x\le -\frac{1}{2}$** ។

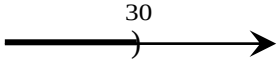
ឆ១. $\frac{2}{3}x+3>\frac{5}{3}x-27$ ចម្លើយជាក្រាប

$2x+9>5x-81$

$9+81>5x-2x$

$90>3x$

$x<30$




ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x<30$** ។

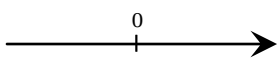
ឆ២. $\frac{x+1}{2}<\frac{2x-3}{4}$ ចម្លើយជាក្រាប

$\frac{2(x+1)}{4}<\frac{2x-3}{4}$

$2x+2<2x-3$

$2x-2x<-3-2$

$0x<-5$




គ្មានតម្លៃ $x$ ណាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $0x<-5$ នោះឡើយ

ដូចនេះ **វិសមីការគ្មានចម្លើយ** ។

ជ១. $x-\frac{1+2x}{4}\ge\frac{1-3x}{3}$

$\frac{12x}{12}-\frac{3(1+2x)}{12}\ge\frac{4(1-3x)}{12}$

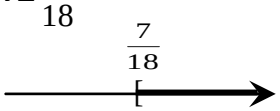
$12x-3(1+2x)\ge 4(1-3x)$

$12x-3-6x\ge 4-12x$

$6x+12x\ge 4+3$

$x\ge\frac{7}{18}$

ចម្លើយជាក្រាប




ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x\ge\frac{7}{18}$** ។

ជ២. $\frac{x+1}{5}-\frac{1}{2}\le\frac{3+2x}{2}$

$\frac{2(x+1)}{10}-\frac{5}{10}\le\frac{5(3+2x)}{10}$

$2(x+1)-5\le 5(3+2x)$

$2x+2-5\le 15+10x$

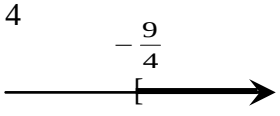
$2x-3\le 15+10x$

$2x-10x\le 15+3$

$-8x\le 18$

$x\ge -\frac{9}{4}$

ចម្លើយជាក្រាប




ដូចនេះ **វិសមីការមានចម្លើយ $x\ge -\frac{9}{4}$** ។

2. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ :

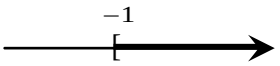
ក១. $\begin{cases}2x-3\le 9\\2x-3\ge -5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x\le 12\\2x\ge -2\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x\le 6\\x\ge -1\end{cases}$

ចម្លើយជាក្រាប

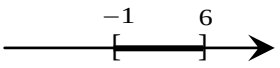
-ចំពោះ $x\le 6$ :




-ចំពោះ $x\ge -1$ :




-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $-1\le x\le 6$ ។

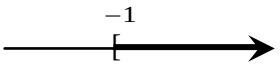
ក២. $\begin{cases}3x-4\le 8\\3x-4>-7\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x\le 12\\3x>-3\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x\le 4\\x>-1\end{cases}$

ចម្លើយជាក្រាប

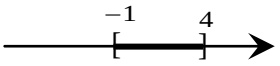
-ចំពោះ $x\le 4$ :




-ចំពោះ $x\ge -1$ :




-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $-1\le x\le 4$ ។

ខ១. $\begin{cases}2x+5>5x-4\\x-7<2x-3\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}5+4>5x-2x\\-7+3<2x-x\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}9>3x\\-4<x\end{cases}$

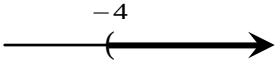
ឬ $\begin{cases}x<3\\x>-4\end{cases}$

ចម្លើយជាក្រាប

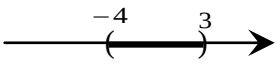
-ចំពោះ $x<3$ :




-ចំពោះ $x>-4$ :




-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $-4<x<3$ ។

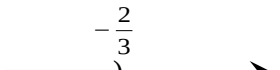
ខ២. $\begin{cases}2x-3>5x-1\\x+4\ge 3x-2\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}-3+1>5x-2x\\4+2\ge 3x-x\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}-2>3x\\6\ge 2x\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}x<-\frac{2}{3}\\x\le 3\end{cases}$

ចម្លើយជាក្រាប

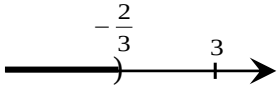
-ចំពោះ $x<-\frac{2}{3}$ :




-ចំពោះ $x\le 3$ :




-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $x<-\frac{2}{3}$ ។

គ១. $\begin{cases}\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\le\frac{4x-3}{2}\\2x-1>\frac{3x-4}{4}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}\frac{9x}{12}-\frac{8}{12}\le\frac{6(4x-3)}{12}\\\frac{4(2x-1)}{4}>\frac{3x-4}{4}\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}9x-8\le 24x-18\\8x-4>3x-4\end{cases}$

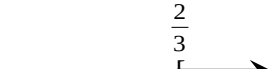
ឬ $\begin{cases}-8+18\le 24x-9x\\8x-3x>-4+4\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}10\le 15x\\5x>0\end{cases}$

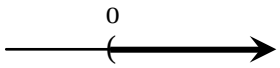
ឬ $\begin{cases}x\ge\frac{2}{3}\\x>0\end{cases}$

ចម្លើយជាក្រាប

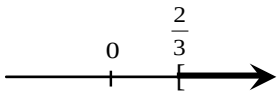
-ចំពោះ $x\ge\frac{2}{3}$ :




-ចំពោះ $x>0$ :




-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានចម្លើយ $x\le\frac{2}{3}$ ។

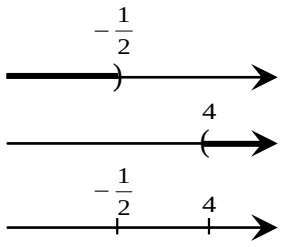
គ២. $\begin{cases}2x+1<0\\ -\dfrac{x}{2}+2<0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x<-1\\ -x+4<0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x<\dfrac{-1}{2}\\ x>4\end{cases}$

ចម្លើយជាក្រាប

-ចំពោះ $x<-\frac{1}{2}$ :

-ចំពោះ $x>4$ :

-ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ :




ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មានចម្លើយ ។

3. រកផ្ទៃក្រឡាដែលអាចមានធំបំផុត :

តាង $x$ ជាប្រវែងបណ្តោយ និង $y$ ជាប្រវែងទទឹង នៃចម្ការ ដែល $x$ និង $y$ គិតជា $m$ ហើយ $x>0, y>0$ គេដាំកូនឈើ 40 ដើមព័ទ្ធជុំវិញចម្ការ ដែលកូនឈើនីមួយៗឃ្លាតពីគ្នា $2m$

នាំឱ្យ ប្រវែងបរិមាត្រ $P=2\times 40=80m$

យើងបាន $x+y=\dfrac{P}{2}=\dfrac{80}{2}$

ឬ $x+y=40$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$(x+y)^2=40^2$

$x^2+2xy+y^2=1600$

$x^2+y^2=1600-2xy \quad (1)$

ចំពោះ $x>0, y>0$ នោះ $(x-y)^2\geq 0$

$x^2-2xy+y^2\geq 0$

$2xy\leq x^2+y^2 \quad (2)$

យើងយក $(1)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$2xy\leq 1600-2xy$

$2xy+2xy\leq 1600$

$4xy\leq 1600$

$xy\leq 400$

ឃើញថា ផ្ទៃក្រឡាចម្ការគឺ $xy$ ដែល $xy\leq 400$

ដូចនេះ ចម្ការមានផ្ទៃក្រឡាធំបំផុតគឺ $400\ m^2$ ។

4. បង្ហាញថាជ្រុងត្រីកោណនីមួយៗខ្លីជាងកន្លះបរិមាត្រ

តាង $a, b$ និង $c$ ជាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ

នាំឱ្យ បរិមាត្រ $P=a+b+c$

តាមវិសមភាពនៃជ្រុងរបស់ត្រីកោណ យើងបាន :

-ចំពោះ $a<b+c$ ឬ $a+a<b+c+a$

$2a<a+b+c$

$a<\dfrac{P}{2} \quad (1)$

-ចំពោះ $b<a+c$ ឬ $b+b<a+c+b$

$2b<a+b+c$

$b<\dfrac{P}{2} \quad (2)$

-ចំពោះ $c<a+b$ ឬ $c+c<a+b+c$

$2c<a+b+c$

$c<\dfrac{P}{2} \quad (3)$

តាម $(1), (2)$ និង $(3)$ ឃើញថាប្រវែងជ្រុងនីមួយៗ នៃត្រីកោណ តូចជាងកន្លះបរិមាត្រ បានបង្ហាញរួច

ដូចនេះ ក្នុងត្រីកោណមួយ ប្រវែងជ្រុងនីមួយៗ ត្រូវតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វា ។

5. រកចំនួននោះ :

តាង $x$ ជាចំនួនដែលត្រូវរកនោះ :

តាមបម្រាប់ប្រធាន $\dfrac{x}{2}+5\geq -3$

$\dfrac{x}{2}\geq -3-5$

$\dfrac{x}{2}\geq -8$

$\dfrac{x}{2}\times(2)\geq -8\times(2)$

$x\geq -16$

ដូចនេះ ចំនួននោះ ជាចំនួនដែលធំជាង ឬស្មើ $-16$ ។

6. រកចន្លោះឆ្នាំទៅមុខទៀត :

តាង $t$ ជាចន្លោះឆ្នាំទៅមុខទៀត ដែល $t>0$

សម្មតិកម្ម : ឪពុកមានអាយុ 32 ឆ្នាំ

កូនមានអាយុ 12 ឆ្នាំ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានប្រព័ន្ធវិសមីការ :

$$\begin{cases}32+t<3(12+t)\\32+t>2(12+t)\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}32+t<36+3t\\32+t>24+2t\end{cases}$$

$$\begin{cases}32-36<3t-t\\32-24>2t-t\end{cases}$$

$$\begin{cases}-4<2t\\8>t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t>-2\\t<8\end{cases}$$

ដោយ $t>0$ នោះយើងបាន $0<t<8$

ដូចនេះ ចាប់ពីបច្ចុប្បន្នរហូតដល់តិចជាង 8 ឆ្នាំទៀត ធ្វើឱ្យអាយុឪពុក តិចជាងបីដង ប៉ុន្តែច្រើនជាងពីរដងនៃអាយុរបស់កូន ។

7. រកចំនួនក្រដាសប្រាក់ 500 រ ដែលសុខអាចមាន :

តាង $x$ ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ 500 រ ដែលសុខហូតបាន

នាំឱ្យ សុខហូតបានក្រដាស 1000 រ ចំនួន $25-x$

ដែល $x$ គឺតជាសន្ទីក

សុខចង់ហូតឱ្យបានប្រាក់ 17 500 រ យ៉ាងតិច និងប្រាក់ 20 000 រ យ៉ាងច្រើន នោះយើងបានទំនាក់ទំនង :

$$17500<500x+1000(25-x)<20000$$
$$17500<500x+25000-1000x<20000$$
$$17500<25000-500x<20000$$
$$17500-25000<-500x<20000-25000$$
$$-7500<-500x<-5000$$
$$\frac{-7500}{-500}>\frac{-500x}{-500}>\frac{-5000}{-500}$$
$$15>x>10$$

ដូចនេះ ក្រដាសប្រាក់ 500 រ ដែលសុខអាចហូតបាន មានចំនួនច្រើនជាង 10 សន្ទីក និងតិចជាង 15 សន្ទីក ។

8. ក. តើវិសាលទទួលបាននិទ្ទេស $A$ ដែរ ឬទេ ?

តាង $x$ ជាពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាចុងក្រោយមួយទៀតដែលវិសាលនឹងទទួលបាន ហើយ $0\le x\le 100$ ។

វិសាលបានប្រឡង ៧ មុខវិជ្ជាហើយទទួលបានពិន្ទុ 84 , 93 , 78 , 87 , 89 , 70 និង 81

ឧបមាថា វិសាលប្រឡងបាននិទ្ទេស $A$ : យើងបាន

$$\frac{84+93+78+87+89+70+81+x}{8}\ge 90$$
$$\frac{582+x}{8}\ge 90$$
$$582+x\ge 720$$
$$x\ge 720-582$$
$$x\ge 138$$

តែតម្លៃនៃពិន្ទុ $0\le x\le 100$

ដូចនេះ វិសាលមិនអាចទទួលបាននិទ្ទេស $A$ ទេ ។

ខ. តើវិសាលទទួលបាននិទ្ទេស $B$ ដែរ ឬទេ ?

ឧបមាថា វិសាលប្រឡងបាននិទ្ទេស $B$ : យើងបាន

$$\frac{84+93+78+87+89+70+81+x}{8}\ge 80$$
$$\frac{582+x}{8}\ge 80$$
$$582+x\ge 640$$
$$x\ge 640-582$$
$$x\ge 58$$

លទ្ធផលនេះបញ្ជាក់ថា វិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស $B$

ដោយ $0\le x\le 100$ និងលទ្ធផល $x\ge 58$

នាំឱ្យ $58\le x\le 100$

ដូចនេះ វិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស $B$ ហើយដើម្បីឱ្យទទួលបាននិទ្ទេស $B$ វិសាលចាំបាច់ត្រូវយកឱ្យបានពិន្ទុមុខវិជ្ជាចុងក្រោយតិចបំផុតគឺ 58 ។

9. រកវិមាត្រអតិបរមានៃសួននោះ :

តាង $x$ ជាប្រវែងទទឹងនៃសួននោះ (គិតជា m)

នាំឱ្យ ប្រវែងបណ្តោយគឺ $3x+15$ ព្រោះ បណ្តោយមានរង្វាស់លើស ពងរនៃទទឹងប្រវែង 15m

ដោយសួនមានបរិមាត្រវែងបំផុតគឺ 94 m យើងបាន :

$$2(x+3x+15)\le 94$$
$$4x+15\le 47$$
$$4x\le 32$$
$$x\le 8$$

ដោយ $x$ ជាចំនួនគត់មានតម្លៃអតិបរមា នោះ $x=8$

នាំឱ្យ បណ្តោយ $3x+15=3\times 8+15=39m$

ដូចនេះ **វិមាត្រអតិបរមានៃសួននោះគឺ ទទឹងមានប្រវែង 8m និងបណ្តោយមានមានប្រវែង 39m** ។

10. កំណត់ប្រភេទសំបុត្រដែលអាចលក់បានច្រើនបំផុត :

តាង $x$ ជាចំនួនប្រភេទសំបុត្រ $A$ (គិតជាសន្លឹក)

នាំឱ្យ $x-5$ ជាចំនួនប្រភេទសំបុត្រ $B$ ព្រោះចំនួនប្រភេទសំបុត្រ $A$ លើសប្រភេទ $B$ ចំនួន 5សន្លឹក

ចំនួនសំបុត្រលក់បាយ៉ាងច្រើនគឺ 37 សន្លឹក យើងបាន :

$$x+(x-5)\le 37$$
$$2x\le 42$$
$$x\le 21$$

នាំឱ្យ ចំនួនសំបុត្រប្រភេទ $A$ លក់បានច្រើនបំផុតគឺ $x=21$ សន្លឹក និងប្រភេទ $B$ លក់បានច្រើនបំផុតគឺ $x-5=21-5=16$ សន្លឹក

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $21+16\le 37$ ឬ $37\le 37$ ពិត

ដូចនេះ **ចំនួនសំបុត្រលក់បានច្រើនបំផុតគឺ ប្រភេទ $A$ ចំនួន 21 សន្លឹក និង ប្រភេទ $B$ ចំនួន 16 សន្លឹក** ។

11. កំណត់តម្លៃធំបំផុតនៃចំនួនសេសទាំងពីរតគ្នា :

តាង $x$ ជាចំនួនសេសទី ១

នាំឱ្យ ចំនួនសេសបន្ទាប់គឺ $x+2$

ដោយ ផលបូកនៃចំនួនសេសទាំងពីរធំជាង 72

យើងបាន $x+x+2>72$

$$2x>70 \text{ ឬ } x>35$$

ដោយមានចំនួនគត់សេស $x$ ច្រើនរាប់មិនអស់ដែលធំជាង ចំនួន 35 នោះចំនួនគត់សេស $x$ កំណត់មិនបាន

ដូចនេះ **ពីរចំនួនគត់សេសតគ្នាធំជាងគេ និងមានផលបូកធំជាង 72 គឺមិនអាចកំណត់បាន** ។

12. រកចម្ងាយផ្លូវ ដើម្បីកុំឱ្យឈ្នួលជួលលើសពីប្រាក់កក់ :

តាង $x$ ជាចម្ងាយផ្លូវដែលត្រូវបើកបរ (គិតជា km)

ដោយប្រាក់ឈ្នួល 80 000 រ ក្នុងមួយថ្ងៃ និង 400រ ក្នុងចម្ងាយផ្លូវ $1km$ នោះយើងបាន :

$$80000+400x\le 400000$$
$$400x\le 320000$$
$$x\le 800$$

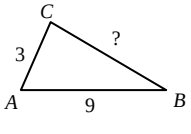
ដូចនេះ **ដើម្បីកុំឱ្យឈ្នួលជួលលើសពីប្រាក់កក់ក្នុងមួយថ្ងៃអ្នកជួលមិនត្រូវបើបរលើចម្ងាយផ្លូវលើសពី 800km ឡើយ** ។

13. រកប្រវែងជ្រុង $BC$

ត្រីកោណ $ABC$ មាន $AB=12cm$ , $AC=3cm$

តាមវិសមភាព ចំពោះត្រីកោណ $ABC$ យើងបាន :

$$AB-AC<BC<AB+AC$$
$$12-3<BC<12+3$$
$$9<BC<15$$




ដោយ $BC$ ជាចំនួនគត់ និងជាពហុគុណនៃ 3

នោះនាំឱ្យ $BC=12\ cm$

ដូចនេះ **រកបានប្រវែងជ្រុង $BC=12\ cm$** ។

14. រកចំនួនគត់នោះ :

តាង $x$ ជាចំនួនគត់នោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន $2x \geq 8$ ឬ $x \geq 4$

ឃើញថា $x$ ជាចំនួនគត់ធំជាងឬស្មើ 4

នាំឱ្យ $x = 4, 5, 6, 7, 8, \ldots$

ដូចនេះ | ចំនួនគត់ដែលរកបានគឺ $x = 4, 5, 6, 7, 8, \ldots$ | ។

15. រកប្រវែងបណ្តោយដែលបូណា ត្រូវជ្រើសរើស :

តាង $x$ ជាប្រវែងបណ្តោយ (គិតជា cm)

ទទឹងមានប្រវែង 3 cm ហើយក្រឡាផ្ទៃស្ថិតនៅ

ចន្លោះពី $15\,cm^2$ ទៅ $24\,cm^2$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានទំនាក់ទំនង :

$$15 < 3x < 24$$

$$\frac{15}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{24}{3}$$

$$5 < x < 8$$

ដោយ $x$ ជាចំនួនគត់ នោះ $x = 6, x = 7$

ដូចនេះ | ប្រវែងបណ្តោយដែលបូណាត្រូវជ្រើសរើសគឺ $6\ cm, 7\,cm$ | ។

# មេរៀនទី៦ បំណែងចែកប្រេកង់

1. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេស្រង់បានកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធនៃសិស្សម្នាក់ៗដូចខាងក្រោម។

   3 2 1 6 1 7 9 7 10 10 10 3 5 7 2 5 1 6 4 8

   1 2 7 1 10 3 5 5 3 7 6 2 10 6 4 3 4 5 5 7

   ក. ប្រមូលទិន្នន័យនេះជាតារាងបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ ប្រេកង់ធៀប និងប្រេកង់ធៀបកើន និងថយ ។

   ខ. តើថ្នាក់នេះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់?

   គ. តើសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលមានកំហុស 10 ? ហើយសិស្សប៉ុន្មាននាក់ទៀតត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយដែលមានកំហុសយ៉ាងច្រើន 5 ?

   ឃ. តើសិស្សប៉ុន្មាននាក់ត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ ដែលមានកំហុសយ៉ាងតិច 9 ?

   ង. សង់ក្រាបសសរនៃប្រេកង់ធៀបថយ ។

2. គេស្រង់ស្ថិតិចំនួនកូនតាមគ្រួសារនីមួយៗ ក្នុងតំបន់មួយបានតារាងខាងក្រោម។

| ចំនួនកូន $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនគ្រួសារ $f$ | 144 | 195 | 130 | 80 | 58 | 45 | 24 | 6 | 3 |

   ក. បង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើននិងថយ។

   ខ. តើក្នុងតំបន់នេះមានប៉ុន្មានគ្រួសារ? តើមានប៉ុន្មានគ្រួសារដែលមានកូនយ៉ាងច្រើន 5 នាក់? និងប៉ុន្មានគ្រួសារទៀតដែលមានកូនយ៉ាងតិច 7 នាក់ ?

   គ. សង់ក្រាបសសរនៃប្រេកង់កើន?

3. ការស្រង់ចំនួនកូន ដែលស្លាប់ក្នុហសង្គ្រាមតាមគ្រួសារនីមួយៗ ទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

| ចំនួនកូនស្លាប់ $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនគ្រួសារ $f$ | 78 | 1270 | 680 | 320 | 150 | 133 |

   ក. តាងទិន្នន័យខាងលើនេះ ជាក្រាបសសរនៃប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀប។

   ខ. បកស្រាយនៅលើក្រាបទាំងពីរត្រង់ចំណុចនៃសសរ ដែលមានអាប់ស៊ីស $x=3$ ។

4. ខាងក្រោមនេះ ជាស្ថិតិអាយុកម្មករក្នុងសហគ្រាសមួយ

   25 22 30 45 28 51 30 32 34 33

   18 30 15 20 24 17 24 41 38 27

   16 25 28 31 41 28 26 15 25 19

   32 36 21 18 34 41 53 25 42 41

   ក. សសេរទិន្នន័យខាងលើជាតារាង ដែលមាន 8 ថ្នាក់ ហើយថ្នាក់នីមួយៗមានប្រវែងចន្លោះស្មើនឹង 5 ដូចជា 15-20 , 20-25 , …។

   ខ. សង់អ៊ីស្តូក្រាម ។

   គ. បំពេញក្នុងតារាងប្រេកង់កើន ប្រេកង់ធៀបកើន ជាភាគរយ រួចគូសក្រាបវា ។

   ឃ. បកស្រាយលើក្រាបត្រង់ចំណុច ដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ 25 ។

5. ក្នុងការប្រកួតបាល់បោះក្នុងថេរវេលា 45 នាទី ក្រុមកីឡាករទទួលជ័យជំនះបោះបាល់ចូលទីបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម។

| រយៈពេល (នាទី) | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនបាល់ | 4 | 5 | 9 | 12 | 15 | 14 | 10 | 8 | 6 |

ក. តើក្រុមកីឡាកររនេះ បោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ក្នុងរយៈពេល 45 នាទី?

ខ. តើក្រុមកីឡាកររនេះ បោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ក្នុងរយៈពេល 15 នាទី ដំបូង?

គ. ចូរគូសក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន។

6. ខាងក្រោមនេះ ជាតារាងចំនួនដងនៃការផ្សាយពាណិជ្ជកម្មតាមទូរទស្សន៍ជាតិ ដែលប្រព្រឹត្តទៅចាប់ពីម៉ោង 2 រលៀល (រយៈពេលផ្សាយគិតជានាទី)។

| រយៈពេលផ្សាយ (នាទី) | ក្រោម 5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនដង | 5 | 1 | 1 | 3 | 2 | 6 | 8 | 12 | 12 |

ក. តើក្នុងល្ងាចនេះគេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបានប៉ុន្មានដង? អស់រយៈពេលប៉ុន្មាននាទី?

ខ. តើគេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបានប៉ុន្មានដង ក្នុងរយៈពេល 20 នាទីចុងក្រោយ? ក្នុងរយៈពេលតិចជាង 30 នាទីដំបូង?

គ. ចូរសង់ក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន និងចុយ។

7. តារាងខាងក្រោម ជាចំនួនប្រជាជនស្លាប់ និងរបួសទៅតាមអាយុក្រោយពីចប់សង្គ្រាម។

| អាយុ | 0-5 | 5-15 | 15-35 | 35-45 | 45-55 | 55-70 | 70-85 | 85-100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រជាជនស្លាប់ | 1 | 104 | 65 | 45 | 70 | 135 | 195 | 210 |
| ប្រជាជនរបួស | 12 | 3010 | 3645 | 1700 | 1175 | 1800 | 2400 | 1170 |

ក. ចូរសង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃទិន្នន័យប្រជាជនស្លាប់ និងរបួស។

ខ. ចូរបង្កើតតារាងប្របង់ ប្រេកង់កើននៃប្រជាជនស្លាប់និងរបួស។

គ. ចូរកំណត់រកចំនួនប្រជាជនស្លាប់និងរបួស។

ឃ. តើប្រជាជនដែលមានអាយុតិចជាង 35 ឆ្នាំស្លាប់ប៉ុន្មាននាក់ ? និងរបួសប៉ុន្មាននាក់ ?

# មេរៀនទី៦ បំណែងចែកប្រេកង់

1. យើងមានទិន្នន័យកំហុស អក្ខរាវិរុទ្ធនៃសិស្សមួយថ្នាក់ :

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 1 | 6 | 1 | 7 | 9 | 7 | 10 | 10 |
| 10 | 3 | 5 | 7 | 2 | 5 | 1 | 6 | 4 | 8 |
| 1 | 2 | 7 | 1 | 10 | 3 | 5 | 5 | 3 | 7 |
| 6 | 2 | 10 | 6 | 4 | 3 | 4 | 5 | 5 | 7 |

**ក**. ផ្តុំទិន្នន័យជាតារាងបង្ហាញពី ប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ថយ ប្រេកង់ធ្យើប ប្រេកង់ធ្យើបកើននិងថយ

| កំហុស | $f$ | $f^{\uparrow}$ | $f^{\downarrow}$ | $f\%$ | $f^{\uparrow}\%$ | $f^{\downarrow}\%$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 | 40 | 12.5 | 12.5 | 100 |
| 2 | 4 | 9 | 35 | 10 | 22.5 | 87.5 |
| 3 | 5 | 14 | 31 | 12.5 | 35.0 | 77.5 |
| 4 | 3 | 17 | 26 | 7.5 | 42.5 | 65.0 |
| 5 | 6 | 23 | 23 | 15 | 57.5 | 57.5 |
| 6 | 4 | 27 | 17 | 10 | 67.5 | 42.5 |
| 7 | 6 | 33 | 13 | 15 | 82.5 | 32.5 |
| 8 | 1 | 34 | 7 | 2.5 | 85.0 | 17.5 |
| 9 | 1 | 35 | 6 | 2.5 | 87.5 | 15.0 |
| 10 | 5 | 40 | 5 | 12.5 | 100 | 12.5 |
| សរុប | 40 | | | | | |

**ខ**. តើថ្នាក់នេះ មានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ ?

ដោយប្រេកង់សរុបគឺ $f = 40$

ដូចនេះ ថ្នាក់រៀននេះមានចំនួនសិស្ស 40 នាក់ ។

**គ**. -សិស្សប៉ុន្មាននាក់មានកំហុស 10 ?

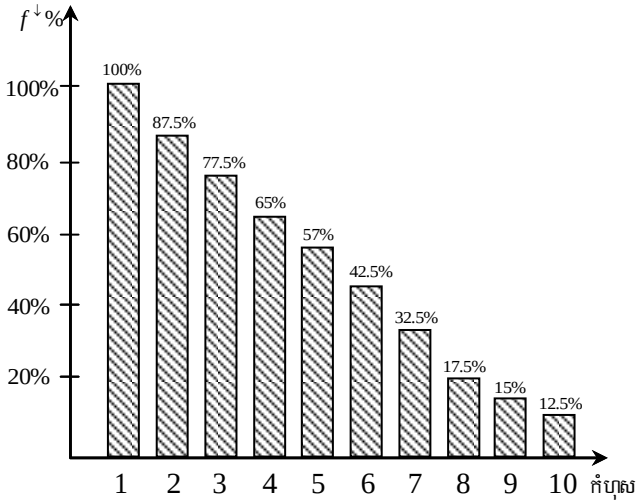
ដោយសិស្សមានកំហុស 10 មានចំនួនប្រេកង់ $f = 5$

ដូចនេះ ចំនួនសិស្សមានកំហុស 10 មាន 5 នាក់ ។

-ហើយតាមតារាងប្រេកង់កើន និងក្រេង់កើនធ្យើប មានសិស្ស 23 នាក់ត្រូវជា 57.5% ដែលមានកំហុសយ៉ាងច្រើនចំនួន 5 ។

**ឃ**. តាមតារាងប្រេកង់ថយ និងប្រេកង់ធ្យើបថយ មានសិស្ស 6 នាក់ ត្រូវជា 15% ដែលមានកំហុសយ៉ាងតិចចំនួន 9 ។

**ង**. សង់ក្រាបសសរនៃប្រេកង់ធ្យើបថយជាភាគរយ :




2. យើងមានតារាងស្ថិតិ នៃចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារ :

| ចំនួនកូន $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនគ្រួសារ $f$ | 144 | 195 | 130 | 80 | 58 | 45 | 24 | 6 | 3 |

ក. បង្កើតតារាងបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើននិងថយ

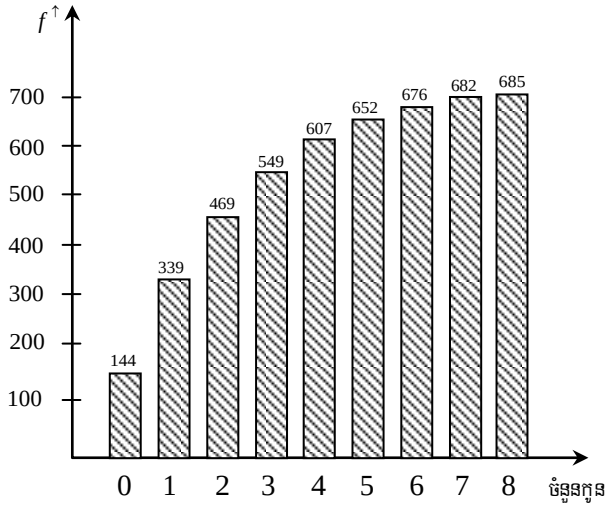
| ចំនួនកូន $x$ | ប្រេកង់ $f$ | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ | ប្រេកង់ថយ $f^{\downarrow}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 144 | 144 | 685 |
| 1 | 195 | 339 | 541 |
| 2 | 130 | 469 | 346 |
| 3 | 80 | 549 | 216 |
| 4 | 58 | 607 | 136 |
| 5 | 45 | 652 | 78 |
| 6 | 24 | 676 | 33 |
| 7 | 6 | 682 | 9 |
| 8 | 3 | 685 | 3 |
| សរុប | 685 | | |

ខ. -ដោយប្រេកង់សរុប $f = 685$

នាំឱ្យ ក្នុងតំបន់នេះមាន 685 គ្រួសារ ។

-តាមតារាងប្រេកង់កើន មាន 652 គ្រួសារ ដែលមានកូនយ៉ាងច្រើន 5 នាក់ និងតាមតារាងប្រេកង់ថយ មាន 9 គ្រួសារដែលមានកូនយ៉ាងតិច 7 នាក់ ។

គ. សង់ក្រាបសសរនៃប្រេកង់កើន :



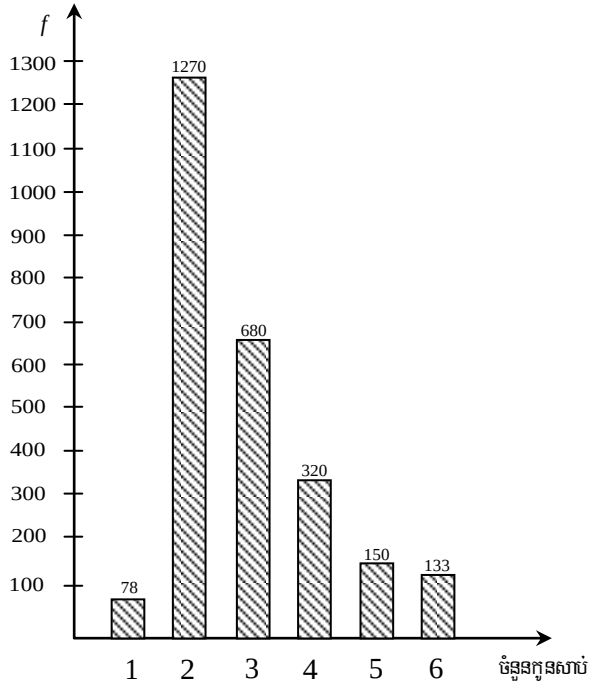

3. តារាងលទ្ធផលនៃចំនួនកូនស្លាប់ក្នុងសង្គ្រាម :

| ចំនួនកូនស្លាប់ $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនគ្រួសារ $f$ | 78 | 1270 | 680 | 320 | 150 | 133 |

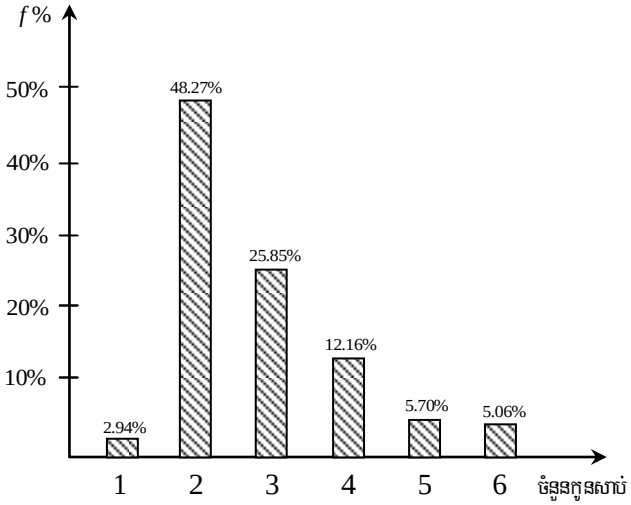
យើងសង់តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ប្រេកង់ធ្យើប :

| ចំនួនកូនស្លាប់ $x$ | ចំនួនគ្រួសារ $f$ | ប្រេកង់ធ្យើប $f\%$ |
|---|---|---|
| 1 | 78 | 2.94 |
| 2 | 1270 | 48.27 |
| 3 | 680 | 25.85 |
| 4 | 320 | 12.16 |
| 5 | 150 | 5.70 |
| 6 | 133 | 5.06 |
| សរុប | 2631 | |

ក. -តាងទិន្នន័យខាងលើជាក្រាបសសរនៃប្រេកង់ :




-តាងទិន្នន័យខាងលើជាក្រាបសសរនៃប្រេកង់ធ្យើប:




ខ. ស្រាយបញ្ជាក់លើក្រាបទាំងពីរ ត្រង់សសរដែលមានអាប់ស៊ីស $x=3$ :

-ត្រង់ចំណុចនៃក្រាបសសរដែលមាន $x=3$ មានន័យថា មាន 680 គ្រួសារដែលមានកូនស្លាប់ 3 នាក់នៅក្នុងសង្គ្រាម ដែលត្រូវជា 25.85% នៃចំនួនគ្រួសារទាំងអស់ដែលមានកូនស្លាប់ក្នុងសង្គ្រាម ។

4. យើងមានទិន្នន័យអាយុកម្មករនៅក្នុងសហគ្រាសមួយ :

25 22 30 45 28 51 30 32 34 33
18 30 15 20 24 17 24 41 38 27
16 25 28 31 41 28 26 15 25 19
32 36 21 18 34 41 53 25 42 41

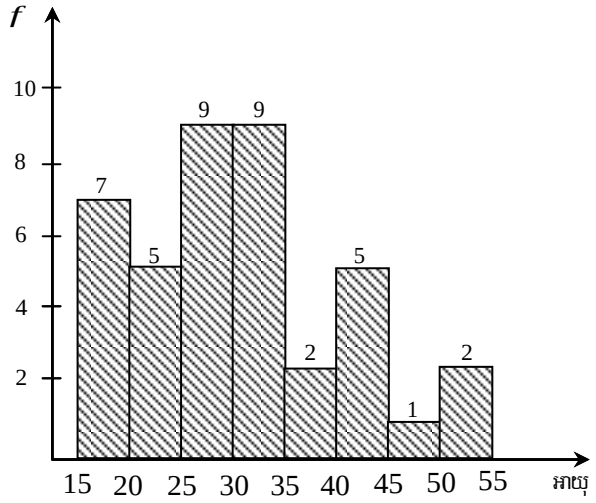
ក. សរសេរទិន្នន័យជាថ្នាក់ មានចន្លោះថ្នាក់ស្មើ 5 :

| អាយុ | ប្រេកង់ | ប្រេកង់កើន | ប្រេកង់ធ្យើប | ប្រេកង់ធ្យើបកើន |
|---|---|---|---|---|
| 15-20 | 7 | 7 | 17.5 | 17.5 |
| 20-25 | 5 | 12 | 12.5 | 30 |
| 25-30 | 9 | 21 | 22.5 | 52.5 |
| 30-35 | 9 | 30 | 22.5 | 75 |
| 35-40 | 2 | 32 | 5 | 80 |
| 40-45 | 5 | 37 | 12.5 | 92.5 |
| 45-50 | 1 | 38 | 2.5 | 95 |
| 50-55 | 2 | 40 | 5 | 100 |
| សរុប | 40 | | | |

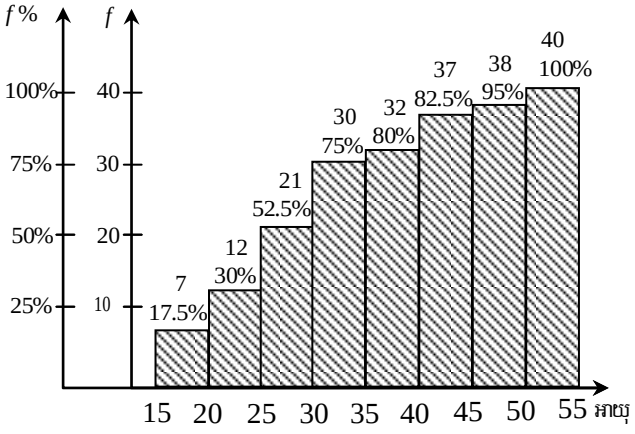
ខ. សង់អ៊ីស្តក្រាម :

(រំលឹក : អ៊ីស្តក្រាមជាក្រាបសសរនៅជាប់ៗគ្នា)

តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ យើងសង់អ៊ីស្តក្រាម:




គ. -យើងបំពេញតារាងប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ធ្យើបកើន ដូចក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់នៃសំណួរ ក. -គូសក្រាបរបស់វា :




ឃ. បកស្រាយលើក្រាបត្រង់ចំណុចដែលមាន $x=25$ តាមក្រាបតាងប្រេកង់កើន និងប្រេកង់ធ្យើបកើនគឺត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើ 25 មានន័យថាមានកម្មករយ៉ាងច្រើនចំនួន 12 នាក់ ដែលមានអាយុ 25 ឆ្នាំ ដែលត្រូវនឹង 30% នៃចំនួនកម្មករសរុប ។

5. យើងមានតារាងលទ្ធផលបោះបាល់បញ្ចូលទីទៅតាមរយៈពេលនីមួយៗ ក្នុងថេរវេលា 45 នាទី :

| រយៈពេល | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនបាល់ | 4 | 5 | 9 | 12 | 15 | 14 | 10 | 8 | 6 |

តាមតារាងលទ្ធផល យើងសង់បានតារាងបំណែកចែកប្រេកង់ដូចខាងក្រោម :

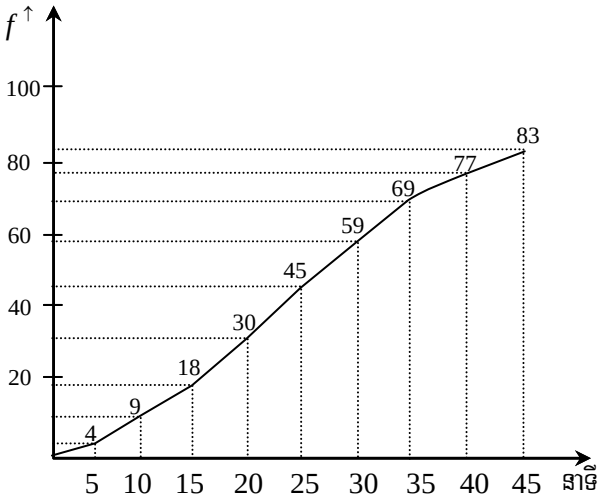
| រយៈពេល | ចំនួនបាល់ | ប្រេកង់កើន | ប្រេកង់ចុះ | ប្រេកង់ធ្យើប | ប្រេកង់ធ្យើបកើន | ប្រេកង់ធ្យើបចុះ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-5 | 4 | 4 | 83 | 4.82 | 4.82 | 100 |
| 5-10 | 5 | 9 | 79 | 6.02 | 10.84 | 95.18 |
| 10-15 | 9 | (18) | 74 | 10.84 | 21.68 | 89.16 |
| 15-20 | 12 | 30 | (65) | 14.46 | 36.14 | (78.31) |
| 20-25 | 15 | 45 | 53 | 18.07 | 54.21 | 63.85 |
| 25-30 | 14 | 59 | 38 | 16.87 | 71.08 | 45.78 |
| 30-35 | 10 | 69 | 24 | 12.05 | 83.13 | 28.92 |
| 35-40 | 8 | 77 | 14 | 9.64 | 92.77 | 16.88 |
| 40-45 | 6 | 83 | 6 | 7.23 | 100 | 7.23 |
| សរុប | (83) | | | | | |

**ក**. ដោយប្រេកង់សរុបគឺ $f=83$

ដូចនេះ ក្នុងរយៈពេល 45 នាទី ក្រុមកីឡាករបានបោះបាល់ចូលទី ចំនួន 83 គ្រាប់ ។

**ខ**. តាមតារាងប្រេកង់កើន បង្ហាញថាក្នុងរយៈពេល 15 នាទីដំបូង ក្រុមកីឡាករបានបោះ ចូលទីចំនួន 18 គ្រាប់ ហើយនៅនៅកន្លះម៉ោង ចុងក្រោយក្រុមកីឡាករបានបោះចូលទីបានចំនួន 83-18 = 65 គ្រាប់ ដែលត្រូវនឹង 78.31% ។

**គ**. គូសក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន :



6. យើងមានតារាងបង្ហាញពីចំនួនដងនៃការផ្សាយពាណិជ្ជកម្ម

| រយៈពេលផ្សាយ (នាទី) | ក្រោម 5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនដង | 5 | 1 | 1 | 3 | 2 | 6 | 8 | 12 | 12 |

យើងសង់បានតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងក្រោម:

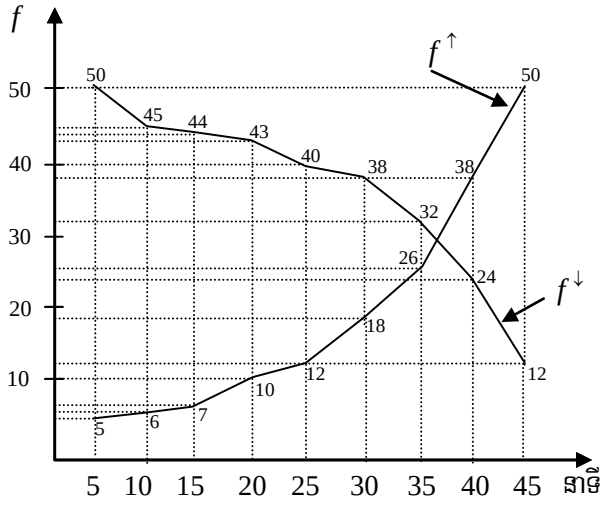
| រយៈពេលផ្សាយ | ចំនួនដង | ប្រេកង់កើន | ប្រេកង់ចុះ |
|---|---|---|---|
| ក្រោម 5 | 5 | 5 | 50 |
| 5-10 | 1 | 6 | 45 |
| 10-15 | 1 | 7 | 44 |
| 15-20 | 3 | 10 | 43 |
| 20-25 | 2 | 12 | 40 |
| 25-30 | 6 | (18) | (38) |
| 30-35 | 8 | 26 | 32 |
| 35-40 | 12 | 38 | 24 |
| 40-45 | 12 | 50 | 12 |
| សរុប | 50 | | |

ក. តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ឃើញថា ប្រេកង់សរុបគឺ $f=50$ ដូចនេះ ក្នុងពេលល្ងាចនេះ គេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបាន 50 ដង ប្រើពេលអស់ 45 នាទី ។

ខ. -តាមតារាងប្រេកង់ចុះ គឺរយៈពេល 20 នាទីចុងក្រោយ គេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបាន 38 ដង ។

-តាមតារាងប្រេកង់កើន រយៈពេលតិចជាង 30 នាទីដំបូង គេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបាន 18 ដង ។

គ. គូសក្រាបនៃពហុកោណកើន និងចុះ :




7. តារាងលទ្ធផលប្រជាជនស្លាប់ និងរងរបួសតាមអាយុ :

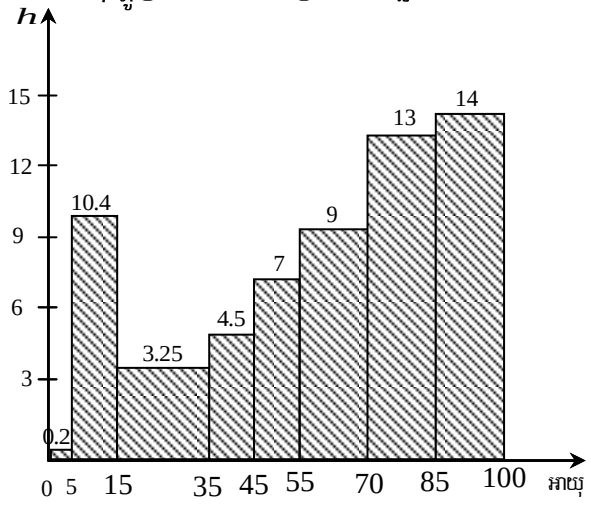
| អាយុ | 0-5 | 5-15 | 15-35 | 35-45 | 45-55 | 55-70 | 70-85 | 85-100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ប្រ.ជ ស្លាប់ | 1 | 104 | 65 | 45 | 70 | 135 | 195 | 210 |
| ប្រ.ជ របួស | 12 | 3010 | 3645 | 1700 | 1175 | 1800 | 2400 | 1170 |

**ក**. យើងរកកម្ពស់អ៊ីស្តូក្រាមនៃប្រ.ជស្លាប់ និងរបួស

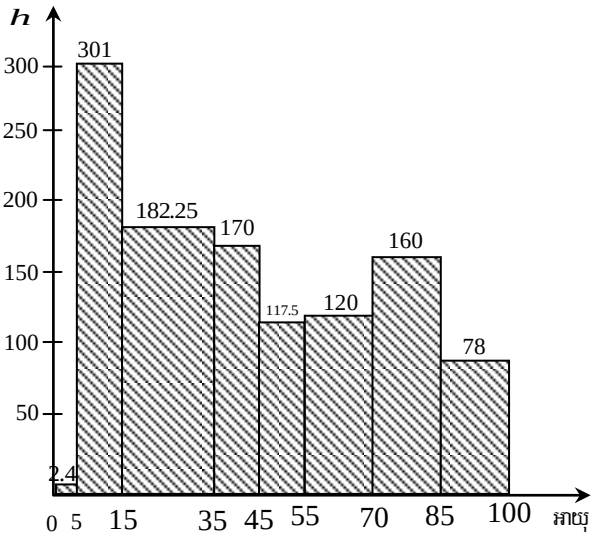
| អាយុ | ប្រ.ជ ស្លាប់ | កម្ពស់អ៊ី. | ប្រ.ជ របួស | កម្ពស់អ៊ី. |
|---|---|---|---|---|
| 0-5 | 1 | 0.2 | 12 | 2.4 |
| 5-15 | 104 | 10.4 | 3010 | 301 |
| 15-35 | 65 | 3.25 | 3645 | 182.25 |
| 35-45 | 45 | 4.5 | 1700 | 170 |
| 45-55 | 70 | 7 | 1175 | 117.5 |
| 55-70 | 135 | 9 | 1800 | 120 |
| 70-85 | 195 | 13 | 2400 | 160 |
| 85-100 | 210 | 14 | 1170 | 78 |
| សរុប | 825 | | 14912 | |

$h=\frac{f}{A}$

-សង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃទិន័យប្រជាជនស្លាប់ :




-សង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃទិន័យប្រជាជនស្លាប់ :



**ខ**. បង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើន :

| អាយុ | ប្រ.ជ ស្លាប់ | ប្រេកង់កើន | ប្រ.ជ របួស | ប្រេកង់កើន |
|---|---|---|---|---|
| 0-5 | 1 | 1 | 12 | 12 |
| 5-15 | 104 | 105 | 3010 | 3022 |
| 15-35 | 65 | 170 | 3645 | 6667 |
| 35-45 | 45 | 215 | 1700 | 8367 |
| 45-55 | 70 | 285 | 1175 | 9542 |
| 55-70 | 135 | 420 | 1800 | 11342 |
| 70-85 | 195 | 615 | 2400 | 13742 |
| 85-100 | 210 | 825 | 1170 | 14912 |
| សរុប | 825 | | 14912 | |

**ក**. រកចំនួនប្រជាជនស្លាប់ និងរបួស :

តាមតារាងប្រេកង់ ប្រជាជនស្លាប់ = 825 នាក់ ,

ប្រជាជនរងរបួស = 14912 នាក់

នាំឱ្យ ប្រជាជនស្លាប់ និងរងរបួស មានចំនួន

825 + 14912 = 15737 នាក់ ។

**ឃ**. តាមតារាងប្រេកង់កើន ប្រជាជនដែលមានអាយុតិចជាង 35 ឆ្នាំ ស្លាប់ចំនួន 170 នាក់ និងមានរបួសចំនួន 6667 នាក់ ។

# មេរៀនទី៧ ជម្យមស្ថិតិ

1. គេធ្វើការសិក្សាលើចំនួនសិស្សទៅតាមកម្រិតថ្នាក់ ហើយទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម:

| ថ្នាក់ | ចំនួនសិស្ស |
|---|---|
| ថ្នាក់មត្តេយ្យ | 22 22 21 21 |
| ថ្នាក់ទី 1 | 22 23 22 23 |
| ថ្នាក់ទី 2 | 20 19 21 20 |
| ថ្នាក់ទី 3 | 22 23 23 23 |
| ថ្នាក់ទី 4 | 27 27 26 |
| ថ្នាក់ទី 5 | 20 19 22 20 |
| ថ្នាក់ទី 6 | 23 24 24 24 |

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃចំនួនសិស្សក្នុងមួយថ្នាក់។

2. មនុស្សមួយក្រុមសាកល្បងហាត់ប្រាណដើម្បីបញ្ចុះម៉ាសគិតជា $kg$ ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

4 6 2 10 8 5 4 4

8 10 5 4 3 7 2 4

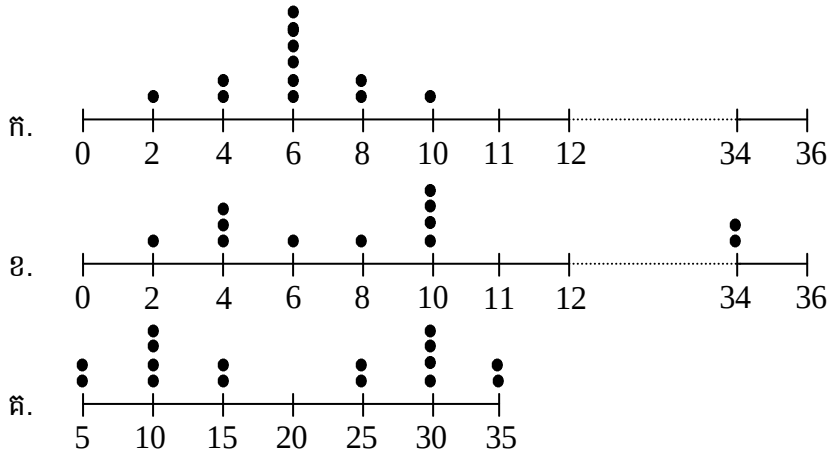
6 8 7 4 5 3 6 4

គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។

3. ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមទិន្នន័យខាងក្រោម

| $x$ | 16 | 18 | 19 | 20 | 21 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 1 | 4 | 9 | 3 | 2 | 1 |

4. ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។




5. ទិន្នន័យខាងក្រោមជាចំនួនកូនរបស់បុគ្គលិកនៃរោងចក្រមួយ

0 0 0 1 3 3 1 1 1 3 0 0 4 3 3 1 1 0 5 6 2 2

3 2 2 4 1 6 5 6 0 1 1 2 3 5 1 3 2 1 1 1 1 2

1 3 3 4 1 1 0 3 1 1 1 3 3 6 0 0 3 4 1 3 2 3

0 2 4 1 3 4 1 5 6 3

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រកង់ ប្រែក់កើនធៀបជាភាគរយ។

ខ. ចូរគណនាមេដ្យាន ។

6. តារាងខាងក្រោមនេះ ជាបំណែងចែកសីតុណ្ហភាពតាមខែនីមួយៗ។

| ខែ | មករា | កុម្ភៈ | មីនា | មេសា | ឧសភា | មិថុនា | កក្កដា | សីហា | កញ្ញា | តុលា | វិច្ឆិកា | ធ្នូ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $^{\circ}C$ | $14^{o}$ | $14^{o}$ | $23^{o}$ | $32^{o}$ | $35^{o}$ | $30^{o}$ | $30^{o}$ | $29^{o}$ | $25^{o}$ | $22^{o}$ | $18^{o}$ | $15^{o}$ |

ក. ចូរគណនាម៉ូត។

ខ. ចូរគណនាសីតុណ្ហភាពមធ្យម។

7. នៅឆមាសទី 1 សុខប្រឡង 8 មុខវិជ្ជាទទួលបានធ្យមភាគពិន្ទុ 89 ។ តើនៅឆមាសទី 2 សុខត្រូវប្រឹងបង្កើនពិន្ទុប៉ុន្មានទៀតទើបធានាឱ្យមធ្យមភាគពិន្ទុរបស់គេស្មើនឹង 90 ។

8. ក្នុងការពិសោធបណ្តុះកូនប៉េងប៉ោះ ដោយប្រើជីគីមីអស់រយៈពេលមួយសប្តាហ៍ គេទទួលបានលទ្ធផលនៃបម្រែបម្រួលកម្ពស់កូនប៉េងប៉ោះដូចតារាងខាងក្រោម។

| កម្ពស់ (mm) | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនកូនប៉េងប៉ោះ | 3 | 15 | 72 | 15 | 91 | 35 | 8 |

ក. ចូរបង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ។

ខ. ចូររកចំនួនកូនប៉េងប៉ោះដែលមានកម្ពស់យ៉ាងតិច 20 mm និង 35 mm ។

គ. ចូររកម៉ូត មេដ្យាន និងកម្ពស់មធ្យមនៃកូនប៉េងប៉ោះ។ ចូរប្រៀបធៀបមេដ្យាន និងមធ្យម។

9. តារាងខាងក្រោមជាបរិមាណទឹកដោះគោម្សៅ ដែលទារកបៅអស់ក្នុងមួយថ្ងៃ។

| ទឹកដោះគោម្សៅគិតជា g | 40-45 | 45-50 | 50-55 | 55-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 | 75-80 | 80-85 | 85-90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនក្មេង | 8 | 11 | 31 | 61 | 54 | 58 | 43 | 25 | 17 | 7 |

ក. ចូររកចំនួនទារកដែលបៅទឹកដោះគោក្នុងមួយថ្ងៃ ។

ខ. តើក្នុងមួយថ្ងៃគិតជាមធ្យម ទារកម្នាក់បៅទឹកដោះគោម្សៅអស់ប៉ុន្មានក្រាម ?

គ. ចូរគណនាម៉ូត ។

ឃ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយតាមក្រាប ។

10. គេយកសៀវភៅ 280 ក្បាល ទៅចែកដល់សិស្សមួយថ្នាក់។ ក្រោយពេលចែកសៀវភៅអស់គេសង្កេតឃើញថា សិស្សម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅ 4 ក្បាល។ ចូរកំណត់ចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់នោះ។

11. ក្រោយពីវាស់កម្ពស់សិស្សនៃវិទ្យាល័យមួយ គេបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម។

| កម្ពស់ *cm* | 145-150 | 150-155 | 155-160 | 160-165 | 165-170 | 170-175 | 175-180 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 31 | 95 | 131 | 272 | 120 | 77 | 48 |

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើន ។

ខ. ចូរសង់ក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន។

គ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយនៅលើក្រាប។

# មេរៀនទី៧ មធ្យមស្ថិត

1. យើងមានតារាងសិក្សាចំនួនសិស្សដូចខាងក្រោម :

| ថ្នាក់ | ចំនួនសិស្ស |
|---|---|
| ថ្នាក់មត្តេយ្យ | 22 22 21 21 |
| ថ្នាក់ទី 1 | 22 23 22 23 |
| ថ្នាក់ទី 2 | 20 19 21 20 |
| ថ្នាក់ទី 3 | 22 23 23 23 |
| ថ្នាក់ទី 4 | 27 27 26 |
| ថ្នាក់ទី 5 | 20 19 22 20 |
| ថ្នាក់ទី 6 | 23 24 24 24 |

រកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃចំនួនសិស្សក្នុងមួយថ្នាក់:

-ចំពោះ ថ្នាក់មត្តេយ្យ :

យើងមានទិន្នន័យ 20 20 21 21

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{20+20+21+21}{4}=$ $\boxed{20.5}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{4+1}{2}=2.5$

នោះនាំឱ្យ $Me=\dfrac{20+21}{2}=$ $\boxed{20.5}$

+គ្មានម៉ូតទេ ព្រោះ 20 និង 21 មានប្រេកង់ដូចគ្នា

-ចំពោះ ថ្នាក់ទី ១ :

យើងមានទិន្នន័យ 21 22 23 23

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{22+22+23+23}{4}=$ $\boxed{22.5}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{4+1}{2}=2.5$

នោះនាំឱ្យ $Me=\dfrac{22+23}{2}=$ $\boxed{22.5}$

+គ្មានម៉ូតទេ ព្រោះ 22 និង 23 មានប្រេកង់ដូចគ្នា

***សម្គាល់ :***

-មធ្យម តាងដោយ $\bar{x}$

-មេដ្យាន តាងដោយ $Me$

-ម៉ូត តាងដោយ $Mo$

-ចំពោះ ថ្នាក់ទី ២ :

យើងមានទិន្នន័យ 19 20 20 21

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{19+20+20+21}{4}=$ $\boxed{20}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{4+1}{2}=2.5$

នោះនាំឱ្យ $Me=\dfrac{20+20}{2}=$ $\boxed{20}$

+ឥម្លែម៉ូត គឺ $\boxed{Mo=20}$ (20 មានប្រេកង់លើសគេ)

-ចំពោះ ថ្នាក់ទី ៣ :

យើងមានទិន្នន័យ 22 23 23 23

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{22+23+23+23}{4}=$ $\boxed{22.75}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{4+1}{2}=2.5$

នោះនាំឱ្យ $Me=\dfrac{23+23}{2}=$ $\boxed{23}$

+ឥម្លែម៉ូត គឺ $\boxed{Mo=23}$ (23 មានប្រេកង់លើសគេ)

-ចំពោះ ថ្នាក់ទី ៤ :

យើងមានទិន្នន័យ 26 27 27

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{26+27+27}{3}=$ $\boxed{26.67}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{3+1}{2}=2$ នាំឱ្យ $\boxed{Me=27}$

+ឥម្លែម៉ូត គឺ $\boxed{Mo=27}$ (27 មានប្រេកង់លើសគេ)

-ចំពោះ ថ្នាក់ទី ៥ :

យើងមានទិន្នន័យ 19 20 20 22

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{19+20+20+22}{4}=$ $\boxed{20.25}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{4+1}{2}=2.5$

នោះនាំឱ្យ $Me=\dfrac{20+20}{2}=$ $\boxed{20}$

+ឥម្លែម៉ូត គឺ $\boxed{Mo=20}$ (20 មានប្រេកង់លើសគេ)

-ចំពោះ ថ្នាក់ទី ៦ :

យើងមានទិន្នន័យ 23 24 24 24

+មធ្យមគឺ $\bar{x}=\dfrac{23+24+24+24}{3}=\boxed{23.75}$

+តួនៃ $Me$ គឺ $\dfrac{4+1}{2}=2.5$

នោះនាំឱ្យ $Me=\dfrac{24+24}{2}=\boxed{24}$

+តម្លៃម៉ូត គឺ $\boxed{Mo=24}$ (24 មានប្រេកង់លើសគេ)

2. យើងមានលទ្ធផលបញ្ចុះម៉ាស (kg) ដូចខាងក្រោម :

4 6 2 10 8 5 4 4
8 10 5 4 3 7 2 4
6 8 7 4 5 3 6 4

យើងអាចសរសេរសម្រួលជាតារាង ដូចខាងក្រោម :

| ម៉ាស(kg) | ប្រេកង់ $f$ | $x\times f$ | $f^{\uparrow}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 4 | 3 |
| 3 | 2 | 6 | 5 |
| 4 | 6 | 24 | 11 |
| 5 | 3 | 15 | 14 |
| 6 | 3 | 18 | 17 |
| 7 | 2 | 14 | 19 |
| 8 | 3 | 24 | 22 |
| 10 | 2 | 20 | 24 |
| សរុប | 24 | 126 | |

-គណនាមធ្យម :

$\bar{x}=\dfrac{1\times1+2\times2+3\times2+4\times6+5\times3+6\times3+7\times2+8\times3+10\times2}{1+2+2+6+3+3+2+3+2}$

$=\dfrac{126}{24}=\boxed{5.25\ kg}$

-គណនាមេដ្យាន :

តួនៃមេដ្យានគឺ $=\dfrac{24}{2}+1=13$ ហើយតួទី 13 ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ម៉ាស $5\ kg$ ដូចនេះ $\boxed{Me=5\ kg}$ ។

-គណនាម៉ូត :

ដោយ ម៉ាស 4 kg មានចំនួនប្រេកង់ច្រើនជាងគេ

ដូចនេះ $\boxed{Mo=4\ kg}$ ។

3. យើងមានទិន្នន័យ ដូចខាងក្រោម :

| $x$ | 16 | 18 | 19 | 20 | 21 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | 1 | 4 | 9 | 3 | 2 | 1 |

-គណនាមធ្យម :

$\bar{x}=\dfrac{16\times1+18\times4+19\times9+20\times3+21\times2+30\times1}{1+4+9+3+2+1}$

$=\dfrac{391}{20}=\boxed{19.55}$

-គណនាមេដ្យាន :

ដោយ តួនៃមេដ្យានគឺ $=\dfrac{20+1}{2}=10.5$ ហើយតួទី 10.5 ស្ថិតក្នុងទិន្នន័យ 19 ដូចនេះ $\boxed{Me=19}$ ។

-គណនាម៉ូត : ដោយទិន្នន័យ 19 មានប្រេកង់លើសគេ ដូចនេះ $\boxed{Mo=19}$ ។

4. គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត :

**ក**. តាមក្រាភិច យើងពង្រាយបានទិន្នន័យ

2 , 4 , 4 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 6 , 8 , 8 , 10

-មធ្យម $\bar{x}=\dfrac{2+4\times2+6\times6+8\times2+10}{12}=\dfrac{72}{12}$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{\bar{x}=6}$ ។

-គណនាមេដ្យាន :

តួនៃមេដ្យានគឺ $\dfrac{12+1}{2}=6.5$

នាំឱ្យ $Me=\dfrac{6+6}{2}=6$ ដូចនេះ $\boxed{Me=6}$ ។

-គណនាម៉ូត : ដោយ 6 មានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ

ដូចនេះ $\boxed{Mo=6}$ ។

**ខ**. តាមក្រាភិច យើងពង្រាយបានទិន្នន័យ

2 , 4 , 4 , 4 , 6 , 8 , 10 , 10 , 10 , 10 , 34 , 34

-មធ្យម $\bar{x}=\dfrac{2+4\times3+6+8+10\times4+34\times2}{12}=\dfrac{136}{12}$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{\bar{x}=11.33}$ ។

-គណនាមេដ្យាន :

តួនៃមេដ្យានគឺ $\dfrac{12+1}{2}=6.5$

នាំឱ្យ $Me=\dfrac{8+10}{2}=9$ ដូចនេះ $\boxed{Me=9}$ ។

-គណនាម៉ូត : ដោយ 10 មានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ

ដូចនេះ $\boxed{Mo=10}$ ។

**គ**. តាមក្រាភិច យើងពង្រាយបានទិន្នន័យ

5 , 5 , 10 , 10 , 10 , 10 , 15 , 15 , 25 , 25 , 30 , 30 , 30 , 30 , 35 , 35

-គណនាមធ្យម :

$$\bar{x}=\frac{5\times2+10\times4+15\times2+25\times2+30\times4+35\times2}{16}$$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{\bar{x}=20}$ ។

-គណនាមេដ្យាន :

តួនៃមេដ្យានគឺ $\frac{16+1}{2}=8.5$

នាំឱ្យ $Me=\frac{15+25}{2}=20$ ដូចនេះ $\boxed{Me=20}$ ។

-គណនាម៉ូត : ដោយ 10 និង 30 មានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ ដូចនេះ $\boxed{Mo=10 \text{ និង } Mo=30}$ ។

5. ក. បង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើនធៀបជាភាគរយ

| ចំនួនកូន | ប្រេកង់ | ប្រេកង់កើន | ប្រេកង់ធៀប | ប្រេកង់កើនធៀប |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 11 | 11 | 14.47 | 14.47 |
| 1 | 23 | 34 | 30.26 | 44.74 |
| 2 | 9 | 43 | 11.84 | 56.85 |
| 3 | 18 | 61 | 23.68 | 80.26 |
| 4 | 6 | 67 | 7.89 | 88.16 |
| 5 | 4 | 71 | 5.26 | 93.42 |
| 6 | 5 | 76 | 6.58 | 100 |
| សរុប | 76 | | | |

ខ. គណនាមេដ្យាន :

ដោយ ប្រេកង់សរុប $f=76$

នាំឱ្យ តួនៃមេដ្យានគឺ $\frac{76+1}{2}=38.5$

តាមតារាងប្រេកង់កើន តួទី 38.5 ស្ថិតនៅទិន្នន័យ

ចំនួនកូន 2 ដូចនេះ $\boxed{Me=2}$ ។

6. ក. គណនាម៉ូត :

ដោយ សីតុណ្ហភាព $14^oC$ និង $30^oC$ មានប្រេកង់ស្មើ 2 ច្រើនជាងគេ

ដូចនេះ $\boxed{Mo=14^oC \text{ និង } Mo=30^oC}$ ។

ខ. គណនាសីតុណ្ហភាពមធ្យម :

$$\bar{x}=\frac{14+14+23+32+35+30+30+29+25+22+18+15}{12}$$

$$=\frac{287}{12}=\boxed{23.92\ ^oC}$$

7. រកចំនួនពិន្ទុដែល សុខ ត្រូវបង្កើនថែមទៀត :

តាមបម្រាប់ប្រធាន :

-ពិន្ទុ សុខ នៅឆមាសទី១ គឺ $89\times8=712$ ពិន្ទុ

-ហើយពិន្ទុដើម្បីឱ្យបានមធ្យមភាគ 90 គឺ

$90\times8=720$ ពិន្ទុ

-នាំឱ្យ ចំនួនពិន្ទុ ដែលសុខត្រូវបង្កើនគឺ

$720-712=8$ ពិន្ទុ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សុខ ត្រូវបង្កើនចំនួន 8 ពិន្ទុទៀត}}$ ។

8. ក. បង្កើតតារាង ប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ :

| កម្ពស់ mm | $f$ | $f^{\uparrow}$ | $f^{\downarrow}$ | ផ្ទៃតង្កាក់ $x$ | $x\times f$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0-5 | 3 | 3 | 239 | 2.5 | 7.5 |
| 5-10 | 15 | 18 | 236 | 7.5 | 112.5 |
| 10-15 | 72 | 90 | 221 | 12.5 | 900 |
| 15-20 | 15 | 105 | 149 | 17.5 | 262.5 |
| 20-25 | 91 | 196 | 134 | 22.5 | 2047.5 |
| 25-30 | 35 | 231 | 43 | 27.5 | 962.5 |
| 30-35 | 8 | 239 | 8 | 32.5 | 260 |
| សរុប | 239 | | | | 4552.5 |

ខ. -តាមតារាងប្រេកង់ថយ ចំនួនកូនប៉ោងបោះ ដែលមានកម្ពស់យ៉ាងតិច 20 mm មានចំនួន 134 ដើម ។

-តាមតារាងប្រេកង់ថយ ចំនួនកូនប៉ោងបោះ ដែលមានកម្ពស់យ៉ាងតិច 35 mm គឺគ្មាន ព្រោះតារាងបង្ហាញត្រឹមចំនួនកូនប៉ោងបោះដែលមានកម្ពស់តិចជាង 35 mm ប៉ុណ្ណោះ ។

គ. -គណនាម៉ូត :

ដោយថ្នាក់កម្ពស់ 20-25 មានចំនួនកូនប៉ោងបោះច្រើនជាងគេ នាំឱ្យ ផ្ចិតថ្នាក់នេះគឺជាម៉ូត

ដូចនេះ ម៉ូតគណនាបានគឺ $\boxed{Mo=22.5}$ ។

-គណនាមេដ្យាន :

ដោយប្រេកង់សរុប $f=239$

នាំឱ្យ តួនៃមេដ្យានគឺ $\frac{239}{2}=119.5$

តាមតារាងប្រេកង់កើន តួទី 120 ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 20-25 មានន័យថា ថ្នាក់នេះជាថ្នាក់មេដ្យាន

យើងនឹងគណនា $Me$ តាមវិធីអាំងទែប៉ូឡាស្យុង :

$$Me=20+\frac{(25-20)(119.5-105)}{196-105}=20.8$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មេដ្យានគណនាបាន } Me=20.8}$ ។

-គណនាមធ្យម : $\bar{x}=\frac{4552.5}{239}=19.05$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \bar{x}=19.05}$ ។

-ប្រៀបធៀបមេដ្យាន និងមធ្យម :

ដោយ $Me=20.8$ និង $\bar{x}=19.05$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធៀបបាន } Me>\bar{x}}$ ។

9. ក. រកចំនួនទារកដែលបៅទឹកដោះគោ ក្នុងមួយថ្ងៃ :

| កម្ពស់ mm | $f$ | $f^{\uparrow}$ | $f^{\downarrow}$ | ផ្ចិតថ្នាក់ $x$ | $x\times f$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 40-45 | 8 | 8 | 315 | 42.5 | 340 |
| 45-50 | 11 | 19 | 307 | 47.5 | 522.5 |
| 50-55 | 31 | 50 | 296 | 52.5 | 1627.5 |
| 55-60 | 61 | 111 | 265 | 57.5 | 3507.5 |
| 60-65 | 54 | 165 | 204 | 62.5 | 3375 |
| 65-70 | 58 | 223 | 150 | 67.5 | 3915 |
| 70-75 | 43 | 266 | 92 | 72.5 | 3117.5 |
| 75-80 | 25 | 291 | 49 | 77.5 | 1937.5 |
| 80-85 | 17 | 308 | 24 | 82.5 | 1402.5 |
| 85-90 | 7 | 315 | 7 | 87.5 | 612.5 |
| សរុប | 315 | | | | 20357.5 |

តាមតារាងប្រេកង់សរុបគឺ $f=315$

ដូចនេះ ចំនួនទារកបៅទឹកដោះគោគឺ 315 នាក់ ។

ខ. រកម៉ាសទឹកដោះគោដែលទារកបៅជាមធ្យមក្នុង១ថ្ងៃ

$\bar{x}=\frac{20357.5}{315}=64.63\ g$ ដូចនេះ $\boxed{\bar{x}=64.63\ g}$

គ. គណនាម៉ូត :

ដោយថ្នាក់ 55-60 មានចំនួនប្រេកង់ច្រើនជាងគេ

នាំឱ្យ ម៉ូតជាផ្ចិតថ្នាក់នេះ ដូចនេះ $\boxed{Mo=57.5}$ ។

ឃ. គណនាមេដ្យាន :

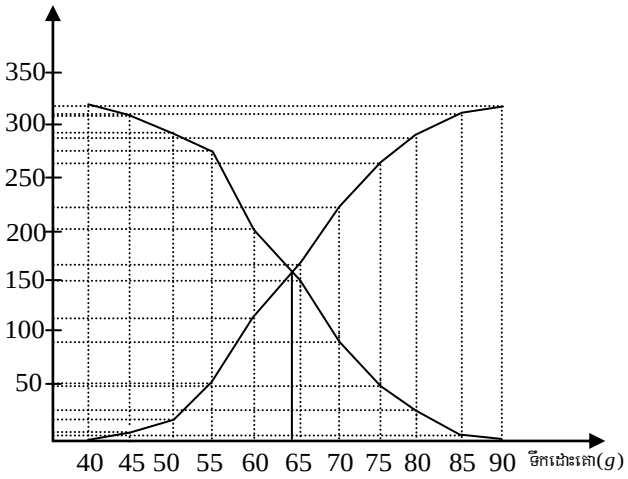
តួនៃមេដ្យានគឺ $\frac{315}{2}=157.5$

ដោយ ប្រេកង់ 157.5 ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 60-65

នាំឱ្យ $Me=60+\frac{(65-60)\times(157.5-111)}{165-111}=64.31$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } Me=64.31}$ ។

-បកស្រាយតាមក្រាប :

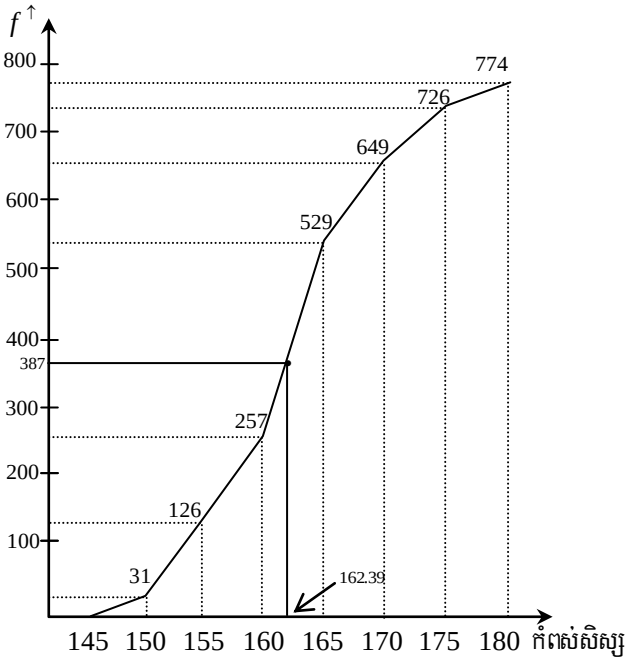



តាមក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន និងពហុកោណប្រេកង់ថយ ក្រាភិចទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច ដែលមាន អាប់ស៊ីសស្មើ 64.31 និងអរដោនេស្មើ 157.5 មានន័យថា ទិន្នន័យមានមេដ្យាន $Me=64.31$ ដែលត្រូវនឹងប្រេកង់ $f=157.5$ ។

10. ក. បង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើន :

| កម្ពស់ (cm) | ប្រេកង់ | ប្រេកង់កើន |
|---|---|---|
| 145-150 | 31 | 31 |
| 150-155 | 95 | 126 |
| 155-160 | 131 | 257 |
| 160-165 | 272 | 529 |
| 165-170 | 120 | 649 |
| 170-175 | 77 | 726 |
| 175-180 | 48 | 774 |
| សរុប | 774 | |

ខ. សង់ក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន :




គ. គណនាមេដ្យាន :

តួនៃមេដ្យានគឺ $\frac{774}{2}=387$

តាមតារាងប្រេកង់កើន តួនៃមេដ្យានស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 160-165 មានន័យថាថ្នាក់ 160-165 ជាថ្នាក់មេដ្យាន

យើងគណនា $Me$ តាមវិធីអាំងទែប៉ូឡាស្យុង :

$$Me=160+\frac{(165-160)(387-257)}{529-257}=162.39$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $Me=162.39\ cm$ | ។

-បកស្រាយលើក្រាប : យើងគូសបន្ទាត់ស្របអ័ក្ស អាប់ស៊ីស ដោយកាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ប្រេកង់ 387 រួចធ្វើចំណោលកែង នៃចំណុចដែលជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងពហុកោណប្រេកង់កើន មកលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះយើងបានតម្លៃកម្ពស់ 162.39 *cm* គឺជាមេដ្យាន នៃទិន្នន័យ ។



# មេរៀនទី៨ ប្រូបាប

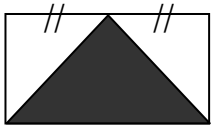
1. គេចាប់យកអក្សរមួយនៃពាក្យ PHNOM PENH ដោយចៃដន្យ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន

   ក. អក្សរ P ខ. អក្សរ H គ. អក្សរ O ឬ M ឃ. អក្សរ P ឬ N ។

2. សុខនិយាយថា "ខ្ញុំកំពុងនឹងរកចំនួនសេសមួយដែលស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពី 1 ដល់ 21 " ។ សៅនិយាយថា "ខ្ញុំក៏កំពុងនឹងរកចំនួនគូមួយដែលស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពី1 ដល់21ដែរ"។ តើប្រូបាបនៃចំនួនដែលសុខ និងសៅកំពុងនឹករកស្មើគ្នា ឬទេ?

3. ចូររកប្រូបាបនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ ដែលចេញលេខ 1 ដល់លេខ 4 ។

4. ក្នុងវិញ្ញាសាគប់ព្រួញមួយ តើប្រូបាបដែលគប់លើផ្ទៃឆូត ស្មើនឹងផ្ទៃមិនឆូតឬទេ?



5. ការអង្កេតលើមធ្យោបាយធ្វើដំណើររវាងអ្នកនៅក្នុងក្រុង និងអ្នករស់នៅជាយក្រុងទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម។

| | អ្នកនៅក្នុងក្រុង | អ្នកនៅជាយក្រុង | សរុប |
|---|---|---|---|
| រថយន្ត | 182 | 52 | 234 |
| ម៉ូតូ | 254 | 338 | 592 |

   ក. ចូររកប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូ។

   ខ. ចូររកប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរថយន្ត។

   គ. បើគេអញ្ជើញភ្ញៀវ 1200 នាក់ដើម្បីចូលរួមក្នុងពិធីផ្សព្វផ្សាយពាណិជ្ជកម្មក្នុងនោះភ្ញៀវ 760 នាក់ជាអ្នករស់នៅក្នុងក្រុង ហើយភ្ញៀវ 440 នាក់ជាអ្នករស់នៅជាយក្រុង។ តើគេត្រូវត្រៀមចំណតរថយន្តប៉ុន្មានកន្លែង?

6. ការស្ទាបស្ទង់រកសំឡេងគាំទ្រដល់បេក្ខជន 3 នាក់ A, B, C ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម។

| | គាំទ្រ | មិនគាំទ្រ | គ្មានយោបល់ | សរុប |
|---|---|---|---|---|
| A | 1420 | 74 | 182 | 1676 |
| B | 846 | 26 | 122 | 994 |
| C | 570 | 41 | 60 | 671 |
| សរុប | 2836 | 141 | 364 | 3341 |

   ក. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន A ។

   ខ. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងមិនគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C ។

   គ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន A ។

   ឃ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន B ឬ C ។

   ង. ចូរប្រៀបធៀបប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជន A និងប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជនB ឬ C ។

7. ខាងក្រោមនេះជាព្រឹត្តិការណ៍អាចនៃការបោះកាក់ 4 ដង

   *HHHH , HTHH , THHH ,TTHH*

   *HHHT , HTHT , THHT , TTHT*

   *HHTH , HTTH , THTH , TTTH*

   *HHTT , HTTT , THTT , TTTT*

ក. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ពីរ។ ខ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T ពីរមុនគេ។
គ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H មួយមុនគេ។ ឃ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ទាំងបួន។
ង. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T មួយយ៉ាងតិច។

8. ក្នុងថង់មួយដែលមានតែឃ្លីពណ៌សនិងខ្មៅ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស ដោយដឹងថា ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{2}{5}$ ។

9. ក្រុមហ៊ុនមួយបានកត់ត្រាលើចំនួនថ្ងៃអវត្តមានរបស់បុគ្គលិកប្រចាំឆ្នាំ។

| ចំនួនថ្ងៃអវត្តមាន | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនបុគ្គលិក | 6 | 1 | 15 | 12 | 24 | 18 | 16 | 10 | 7 |

បើគេធ្វើសម្ភាសន៍ជាមួយបុគ្គលិកម្នាក់ដោយចៃដន្យ
ក. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ។
ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ។
គ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ចន្លោះពី 4 ទៅ 6 ថ្ងៃ។
ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ច្រើនជាង 6 ថ្ងៃ។

10. ថង់មួយមានឃ្លី 6 ក្នុងនោះមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងឃ្លីពណ៌ស 2
ដើម្បីងាយសិក្សាឃ្លីពណ៌ខ្មៅបង់ដោយអក្សរ ABCD និងឃ្លី
ពណ៌សបង់ដោយអក្សរ X និង Y ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់។
ក. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំងពីរ។
ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច។

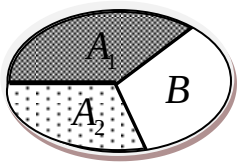
11. គ្រូដាក់សំណួរមេរៀន 6 តាងដោយអក្សរ A, B, C, D, E និង F ហើយគ្រូនឹងដកស្រង់យក 3 សំណួរដើម្បីដាក់ឱ្យសិស្សប្រឡងយកពិន្ទុ។ បើសិស្សម្នាក់បានរៀនតែ 4 សំណួរ
ក. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់។
ខ. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច។

12. គេបោះកាក់ម្តងបី។ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានមុខ H ទាំងបី។

13. ថង់មួយមានឃ្លី 12 គ្រាប់ ដែលមានតែឃ្លីពណ៌សនិងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់។
ក. ចូររកចំនួននៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅ បើប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ ។
ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស។

14. ក្នុងការិយាល័យមួយមានបុរស 3 នាក់ និងនារី 2 នាក់។ គេជ្រើសរើសពីរនាក់ដោយធ្វើការចាប់ឆ្នោតដោយចៃដន្យ។
ចូររកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបាននារីទាំងពីរនាក់។

15. ផ្ទៃថាសមួយខណ្ឌដោយបីផ្នែកប៉ុនគ្នា ដែលតាងដោយអក្សរ
$A_1$ , $A_2$ , $B$ គេបង្វិលថាសឱ្យវិលរួចប្រើព្រួញគប់លើថាស
នោះពីរដង។ ចូររកប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ A ទាំងពីរលើក។




16. ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម និងពណ៌ខៀវ ក្នុងនោះឃ្លីពណ៌ក្រហមមានចំនួន 15 គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លីមួយពីថង់ដោយចៃដន្យ ដោយដឹងថាប្រូបាប ដែលចាប់បានឃ្លីមួយពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ ។ ចូរគណនា
ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ខៀវនៅក្នុងថង់នោះ។
ខ. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលត្រូវដាក់ចូលបន្ថែម ដើម្បីឱ្យប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយមានពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

# មេរៀនទី៨ ប្រូបាប

1. ចំនួនអក្សរទាំងអស់នៃពាក្យ PHNOM PENH

មាន 9 អក្សរ នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=9$

គេចាប់យកអក្សរមួយពីពាក្យនេះដោយចៃដន្យ :

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរ P :

ដោយ អក្សរ P មានចំនួន 2

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្របចាប់បានអក្សរ P គឺ $=2$

ដូចនេះ $P(P)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\boxed{\frac{2}{9}}$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរ H :

ដោយ អក្សរ H មានចំនួន 2

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្របចាប់បានអក្សរ H គឺ $=2$

ដូចនេះ $P(H)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\boxed{\frac{2}{9}}$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរ O ឬ M :

ដោយ អក្សរ O មានចំនួន 1

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្របចាប់បានអក្សរ O គឺ $=1$

ហើយ អក្សរ M មានចំនួន 1

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្របចាប់បានអក្សរ O គឺ $=1$

គេបាន $P(\text{H ឬ M})=P(O)+P(M)=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$

ដូចនេះ $P(\text{H ឬ M})=\boxed{\frac{2}{9}}$

ឃ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរ P ឬ N :

ដោយ អក្សរ N មានចំនួន 2

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្របចាប់បានអក្សរ N គឺ $=2$

គេបាន $P(\text{P ឬ N})=P(P)+P(N)=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}$

ដូចនេះ $P(\text{P ឬ N})=\boxed{\frac{4}{9}}$ ។

2. តើប្រូបាបនៃចំនួនដែលសុខ និងសៅរកស្មើគ្នា ឬទេ ?

ចំនួននៅចន្លោះពី 1 ដល់ 21 គឺមាន 21 ចំនួន

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=21$

-សុខ កំពុងរកចំនួនសេសនៅចន្លោះពី 1 ដល់ 21

ចំនួនសេសនៅចន្លោះពី 1 ដល់ 21 គឺមាន 11 ចំនួន

នាំឱ្យ $P(\text{ចំនួនសេស})=\frac{11}{21}$

-សៅ កំពុងរកចំនួនគូនៅចន្លោះពី 1 ដល់ 21

ចំនួនគូនៅចន្លោះពី 1 ដល់ 21 គឺមាន 10 ចំនួន

នាំឱ្យ $P(\text{ចំនួនគូ})=\frac{10}{21}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ប្រូបាបនៃចំនួនដែលសុខ និងសៅ}\\ \text{កំពុងនឹងរក គឺមិនស្មើគ្នាទេ}\end{array}}$ ។

3. រកប្រូបាបនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញពីលេខ 1ដល់លេខ 4

ដោយ គ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ 6 នោះករណីអាច$=6$

ហើយមុខពីលេខ 1ដល់ 4 មាន 4 មុខជាករណីស្រប

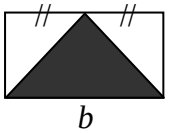
នាំឱ្យ $P(\text{1ដល់លេខ 4})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

ដូចនេះ $P(\text{1ដល់លេខ 4})=\boxed{\frac{2}{3}}$ ។

4. តើប្រូបាបគប់ព្រួញលើផ្ទៃឆូត និងមិនឆូតស្មើគ្នាឬទេ ?

តាង $a$ និង $b$ ជាវិមាត្ររបស់ចតុកោណកែង

-ផ្ទៃឆូត $=\frac{1}{2}ab$




-ផ្ទៃមិនឆូត $=\frac{1}{2}\left(a\cdot\frac{b}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(a\cdot\frac{b}{2}\right)=\frac{1}{2}ab$

ដោយ ផ្ទៃឆូត និងផ្ទៃមិនឆូតស្មើគ្នា ដូចនេះ ប្រូបាបគប់ព្រួញលើផ្ទៃឆូត និងមិនឆូតក៏ស្មើគ្នាដែរ ។

5. យើងមានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម :

| | អ្នកនៅក្នុងក្រុង | អ្នកនៅជាយក្រុង | សរុប |
|---|---|---|---|
| រថយន្ត | 182 | 52 | 234 |
| ម៉ូតូ | 254 | 338 | 592 |

ក. រកប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូ

ដោយម៉ូតូ និងរថយន្តមានសរុប $234+592=826$

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាចស្មើនឹង 826

ហើយ ម៉ូតូមានចំនួន 592 ជាចំនួនករណីស្រប

យើងបាន $P(\text{អ្នកជិះម៉ូតូ})=\frac{592}{826}=\frac{296}{413}\approx 0.72$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូគឺ } P(\text{អ្នកជិះម៉ូតូ})=\frac{296}{413}\approx 0.72}$ ។

ខ. (របៀបទី១) រកប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរយន្ត

រថយន្តមានចំនួន 234 ជាចំនួនករណីស្រប

ហើយ ចំនួនករណីអាចស្មើនឹង 826 (រកខាងលើ)

យើងបាន $P(\text{អ្នកជិះរថយន្ត})=\frac{234}{826}=\frac{117}{413}\approx 0.28$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរថយន្តគឺ } P(\text{អ្នកជិះរថយន្ត})=\frac{117}{413}\approx 0.28}$ ។

(របៀបទី២) រកប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរយន្ត

ដោយប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូជាប្រូបាប៊ីបំពេញនឹងប្រូបាប៊ីនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរថយន្ត

នាំឱ្យ $P(\text{អ្នកជិះម៉ូតូ}) + P(\text{អ្នកជិះរថយន្ត}) = 1$

ឬ $P(\text{អ្នកជិះរថយន្ត}) = 1 - P(\text{អ្នកជិះម៉ូតូ})$

$$=1-\frac{296}{413}$$

$$=\frac{117}{413}\approx 0.28$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{អ្នកជិះរថយន្ត})=\frac{117}{413}\approx 0.28}$ ។

គ. រកចំនួនចំណតរថយន្តដែលគេត្រូវត្រៀមទុកជាមុន

-រកចំនួនអ្នកនៅក្នុងក្រុងជិះរថយន្ត

ប្រូបាប៊ីនៃអ្នករស់នៅក្នុងក្រុងជិះរថយន្តគឺ

$$P=\frac{182}{182+254}=\frac{91}{218}$$

ដោយភ្ញៀវនៅក្នុងក្រុងអញ្ជើញចូលរួម 760 នាក់

នាំឱ្យ អ្នកនៅក្នុងក្រុងជិះរថយន្តមានចំនួន

$\frac{91}{218}\times 760\approx 318$ នាក់

-រកចំនួនអ្នកនៅជាយក្រុងជិះរថយន្ត

ប្រូបាប៊ីនៃអ្នករស់នៅជាយក្រុងជិះរថយន្តគឺ

$$P=\frac{52}{52+338}=\frac{2}{15}$$

ដោយភ្ញៀវនៅជាយក្រុងអញ្ជើញចូលរួម 440 នាក់

នាំឱ្យ អ្នកនៅជាយក្រុងជិះរថយន្តមានចំនួន

$\frac{2}{15}\times 440\approx 59$ នាក់

-យើងបាន ចំនួនអ្នកប្រើប្រាស់រថយន្តទាំងអស់គឺ

$318+59=377$ នាក់

នាំឱ្យ រថយន្តមាន 377 គ្រឿង

ហើយ ត្រូវការចំណត 377 កន្លែង

ដូចនេះ $\boxed{\text{គេត្រូវត្រៀមចំណតរថយន្ត 377 កន្លែង}}$

6. យើងមានតារាងលទ្ធផលនៃការស្ទាបស្ទង់សំឡេង :

| | គាំទ្រ | មិនគាំទ្រ | គ្មានយោបល់ | សរុប |
|---|---|---|---|---|
| A | 1420 | 74 | 182 | 1676 |
| B | 846 | 26 | 122 | 994 |
| C | 570 | 41 | 60 | 671 |
| សរុប | 2836 | 141 | 364 | 3341 |

ក. រកប្រូបាប៊ីនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន A

សំឡេងមិនគាំទ្រសរុបមានចំនួន 3341 ជាករណីអាច

សំឡេងមិនគាំទ្រ A មានចំនួន 74 ជាករណីស្រប

នាំឱ្យ $P(\text{សំឡេងមិនគាំទ្រA})=\frac{74}{3341}\approx 0.0221$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{សំឡេងមិនគាំទ្រA})=0.0221}$ ។

ខ. រកប្រូបាបនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C

តាមតារាងលទ្ធផលនៃការស្ទាបស្ទង់ យើងបាន :

$$P(\text{សំឡេងមិនគាំទ្រ B ឬ C}) = \frac{26}{3341} + \frac{41}{3341}$$
$$= \frac{67}{3341} \approx 0.0201$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{សំឡេងមិនគាំទ្រ B ឬ C}) = 0.0201}$ ។

គ. រកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន A

តាមតារាងលទ្ធផលនៃការស្ទាបស្ទង់ យើងបាន :

$$P(\text{សំឡេងគ្មានយោបល់ A}) = \frac{182}{3341} \approx 0.0545$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{សំឡេងគ្មានយោបល់ A}) = 0.0545}$ ។

ឃ. រកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន B ឬ C

តាមតារាងលទ្ធផលនៃការស្ទាបស្ទង់ យើងបាន :

$$P(\text{សំឡេងគ្មានយោបល់ B ឬ C}) = \frac{122}{3341} + \frac{60}{3341}$$
$$= \frac{182}{3341} \approx 0.0545$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{សំឡេងគ្មានយោបល់ B ឬ C}) = 0.0545}$

ង. ប្រៀបធៀបប្រូបាបគាំទ្រ A និងប្រូបាបគាំទ្រ B ឬ C

តាមតារាងលទ្ធផលនៃការស្ទាបស្ទង់ យើងបាន :

$$P(\text{សំឡេងគាំទ្រ A}) = \frac{1420}{3341} \approx 0.4250$$

$$P(\text{សំឡេងគាំទ្រ B ឬ C}) = \frac{846}{3341} + \frac{570}{3341}$$
$$= \frac{1416}{3341} \approx 0.4238$$

នោះ $P(\text{សំឡេងគាំទ្រ A}) > P(\text{សំឡេងគាំទ្រ B ឬ C})$

ដូចនេះ យើងប្រៀបធៀបបាន ប្រូបាបនៃសំឡេងគាំទ្របេក្ខជន A ធំជាងប្រូបាបនៃសំឡេងបេក្ខជន B ឬ C

7. យើងមានព្រឹត្តិការណ៍អាចនៃការបោះកាក់ ៤ ដងគឺ :

$HHHH$ , $HTHH$ , $THHH$ , $TTHH$
$HHHT$ , $HTHT$ , $THHT$ , $TTHT$
$HHTH$ , $HTTH$ , $THTH$ , $TTTH$
$HHTT$ , $HTTT$ , $THTT$ , $TTTT$

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាចស្មើនឹង 16

ក. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $H$ ពីរ

ករណីបោះបានអក្សរ $H$ ពីរមាន :

$TTHH$ , $HTHT$ , $THHT$
$HTTH$ , $THTH$ , $HHTT$ } មាន 6 ជាករណីស្រប

នាំឱ្យ $P(H \text{ ពីរ}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0.375$

ដូចនេះ $\boxed{P(H \text{ ពីរ}) = \frac{3}{8} = 0.375}$

ខ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $T$ ពីរមុនគេ

ករណីបោះបានអក្សរ $T$ ពីរមុនគេមាន :

$TTHH$, $TTHT$, $TTTH$ , $TTTT$ មាន 4 ករណី

នាំឱ្យ $P(T \text{ ពីរមុនគេ}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0.25$

ដូចនេះ $\boxed{P(T \text{ ពីរមុនគេ}) = \frac{1}{4} = 0.25}$

គ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $H$ មួយមុនគេ

ករណីបោះបានអក្សរ $T$ ពីរមុនគេមាន :

$HHHH$ , $HTHH$ , $HHHT$ , $HTHT$
$HHTH$ , $HTTH$ , $HHTT$ , $HTTT$ } មាន 8 ករណី

នាំឱ្យ $P(H \text{ មួយមុនគេ}) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0.5$

ដូចនេះ $\boxed{P(H \text{ មួយមុនគេ}) = \frac{1}{2} = 0.5}$

ឃ. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $H$ ទាំងបួន :

បោះបានអក្សរ $H$ ទាំងបួន មាន 1 ករណី គឺ $HHHH$

នាំឱ្យ $P(H \text{ ទាំងបួន}) = \frac{1}{16} = 0.0625$

ដូចនេះ $\boxed{P(H \text{ ទាំងបួន}) = \frac{1}{16} = 0.0625}$

ង. រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $T$ មួយយ៉ាងតិច :

ប្រូបាបបោះបានអក្សរ $T$ មួយយ៉ាងតិច ជាប្រូបាប បំពេញនឹងប្រូបាបបោះបានអក្សរ $H$ ទាំងបួន

នាំឱ្យ $P(H$ ទាំងបួន$) + P(T$ មួយយ៉ាងតិច$) = 1$

នោះ $P(T$ មួយយ៉ាងតិច$) = 1 - P(H$ ទាំងបួន$)$

$$= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = 0.9375$$

ដូចនេះ $\boxed{P(T \text{ មួយយ៉ាងតិច}) = \frac{15}{16} = 0.9375}$ ។

8. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណិ ស :

ដោយប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណិស ជាប្រូបាបបំពេញនឹងប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណិខ្មៅ

នាំឱ្យ $P(\text{ឃ្លីខ្មៅ}) + P(\text{ឃ្លីស}) = 1$

ទាញបាន $P(\text{ឃ្លីស}) = 1 - P(\text{ឃ្លីខ្មៅ})$

តាមបម្រាប់ $P(\text{ឃ្លីខ្មៅ}) = \frac{2}{5}$

យើងបាន $P(\text{ឃ្លីស}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងរកបាន } P(\text{ឃ្លីស}) = \frac{3}{5}}$ ។

9. យើងមានតារាងនៃចំនួនអវត្តមានរបស់បុគ្គលិក :

| ចំ.ថ្ងៃអវត្តមាន | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ចំ.បុគ្គលិក | 6 | 1 | 15 | 12 | 24 | 18 | 16 | 10 | 7 |

បុគ្គលិកសរុប $6+1+15+12+24+18+16+10+7 = 109$ នាក់ ជាចំនួនករណីអាច

ក. រកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ

ដោយចំនួនបុគ្គលិក បានឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ គឺ :

$6+1+15+12 = 34$ នាក់ ជាចំនួនករណីស្រប

យើងបាន $P(\text{ឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ}) = \frac{34}{109}$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ}) = \frac{34}{109}}$

ខ. រកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ

ដោយចំនួនបុគ្គលិក បានឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ គឺ :

$1+15+12+24+18+16+10+7 = 103$ នាក់

(អាចគណនាដោយខ្ជីគឺ $109-6 = 103$ នាក់)

យើងបាន $P(\text{ឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ}) = \frac{103}{109}$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ}) = \frac{103}{109}}$

គ. រកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះបានឈប់ចន្លោះពី 4ទៅ 6ថ្ងៃ

ដោយចំនួនបុគ្គលិក បានឈប់ចន្លោះពី 4 ទៅ 6ថ្ងៃគឺ :

$24+18+16 = 58$ នាក់ ជាចំនួនករណីស្រប

យើងបាន $P(\text{ឈប់ចន្លោះពី 4ទៅ 6ថ្ងៃ}) = \frac{58}{109}$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ឈប់ចន្លោះពី 4ទៅ 6ថ្ងៃ}) = \frac{58}{109}}$

គ. រកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះបានឈប់ច្រើនជាង 6ថ្ងៃ

ដោយចំនួនបុគ្គលិក បានឈប់ច្រើនជាង 6ថ្ងៃគឺ :

$10+7 = 17$ នាក់ ជាចំនួនករណីស្រប

យើងបាន $P(\text{ឈប់ច្រើនជាង 6ថ្ងៃ}) = \frac{17}{109}$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ឈប់ច្រើនជាង 6ថ្ងៃ}) = \frac{17}{109}}$

10. យើងមានឃ្លីខ្មៅ 4 និងឃ្លីស 2

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណិសទាំងពីរ

ចំនួនករណីអាចគឺ $4+2 = 6$

យើងបាន $P(\text{សស}) = P(\text{ស}) \times P(\text{ស}/\text{ស})$

$$= \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណិស} \\ \text{ទាំងពីរគឺ } P(\text{សស}) = \frac{1}{15}\end{array}}$

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច

ដោយប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច ជាប្រូបាបបំពេញនឹងប្រូបាបចាប់បានឃ្លីសទាំងពីរ

យើងបាន P(សស) + P(ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច) = 1

នាំឱ្យ P(ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច) = 1− P(សស)

$$=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច)} = \frac{14}{15}}$

11. យើងមានឃ្លីខ្មៅ 4 និងឃ្លីស 2

ក.

12. រកប្រូបាបដែលបោះបានមុខ $H$ ទាំងបី

កាក់មានមុខ $H$ និង $T$ នោះលទ្ធផលអាចបានគឺ :

| កាក់ទី១ | កាក់ទី២ | កាក់ទី៣ | លទ្ធផល |
|---|---|---|---|
| H | H | H | HHH |
| | | T | HHT |
| | T | H | HTH |
| | | T | HTT |
| T | H | H | THH |
| | | T | THT |
| | T | H | TTH |
| | | T | TTT |

លទ្ធផលសរុបមានចំនួន 8 ជាចំនួនករណីអាច

មុខ HHH មានតែ 1 គត់ ជាចំនួនករណីស្រប

ដូចនេះ $\boxed{\text{P}(H \text{ ទាំងបី}) = \frac{1}{8}}$

13. ក. រកចំនួននៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

ឃ្លីទាំងអស់មានចំនួន 12 គ្រាប់ ជាចំនួនករណីអាច

តាង $x$ ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ដែលជាករណីស្រប

នាំឱ្យ ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $\text{P(ខ្មៅ)} = \frac{x}{12}$

តែ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{1}{3}$

យើងបាន $\frac{x}{12}=\frac{1}{3}$ ឬ $3x=12$ នាំឱ្យ $x=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅមានចំនួន 4 គ្រាប់}}$

ខ. -(របៀបទី១) រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស

ចំនួនឃ្លីពណ៌ស $=12-4=8$ ជាចំនួនករណីស្រប

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ស)} = \frac{8}{12}=\frac{2}{3}}$

-(របៀបទី២) រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស

ដោយ P(ស) ជាប្រូបាបបំពេញនឹង P(ខ្មៅ)

នាំឱ្យ $\text{P(ស)} = 1-\text{P(ខ្មៅ)}=1-\frac{4}{12}=\frac{8}{12}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ស)} = \frac{8}{12}=\frac{2}{3}}$

14. រកប្រូបាបដែលគេរើសបាននារីទាំងពីរនាក់

បុរសមានចំនួន 3 នាក់ និងនារីមានចំនួន 2 នាក់

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាចគឺ 3+2=5

យើងបាន $P(\text{នារីពីនាក់}) = P(\text{នារី}) \times P(\text{នារី/នារី})$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{នារីពីនាក់}) = \frac{1}{10}}$

15. រកប្រូបាបដែលគេគប់បានអក្សរ A ទាំងពីលើក

គេគប់ព្រួញពីរដងផ្សេងគ្នា មិនទាក់ទងគ្នា

ថាសចែកជាបីផ្នែក នោះចំនួនករណីអាចស្មើនឹង 3

អក្សរ A មាន 2 គឺ $A_1$ និង $A_2$ ជាចំនួនករណីស្រប

យើងបាន $P(\text{A ទាំងពីរលើក}) = P(A) \times P(A)$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ A ទាំងពីលើក}\\ \text{គឺ} \quad P(\text{A ទាំងពីរលើក}) = \frac{4}{9}\end{array}}$

16. ក. គណនាចំនួនឃ្លីពណិខ្យៅវក្នុងថង់នោះ

តាង $x$ ជាចំនួនឃ្លីពណិខ្យៅវដែលត្រូវរក

នោះចំនួនឃ្លីទាំងអស់គឺ $15+x$ ជាចំនួនករណីអាច

នាំឱ្យ $P(\text{ក្រហម}) = \frac{15}{15+x}$

តែ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណិក្រហមស្មើនឹង $\frac{3}{5}$

យើងបាន $\frac{15}{15+x} = \frac{3}{5}$

$$15+x = \frac{15\times 5}{3}$$

$$x = 25-15$$

$$x = 10$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនឃ្លីពណិខ្យៅវមានចំនួន } 10 \text{ គ្រាប់}}$

ខ. រកចំនួនឃ្លីក្រហមដែលត្រូវបន្ថែមចូលក្នុងថង់

តាង $y$ ជាចំនួនឃ្លីក្រហមដែលត្រូវបន្ថែមចូលក្នុងថង់

នាំឱ្យ ចំនួនឃ្លីសរុបគឺ $15+x+y = 25+y$

ចំនួនខ្លីក្រហមកើនបាន $15+y$

នាំឱ្យ ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីក្រហមថ្មីគឺ $P = \frac{15+y}{25+y}$

តែប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីក្រហមថ្មីស្មើនឹង $\frac{2}{3}$

យើងបាន $\frac{15+y}{25+y} = \frac{2}{3}$

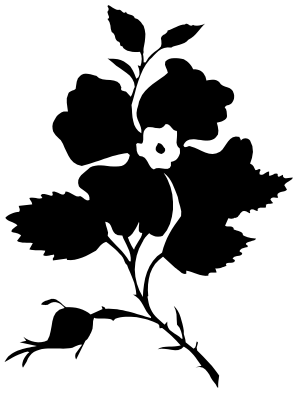
$$2(25+y) = 3(15+y)$$

$$50+2y = 45+3y$$

$$50-45 = 3y-2y$$

$$5 = y$$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ចំនួនឃ្លីពណិក្រហមដែលត្រូវបន្ថែម}\\ \text{ចូលក្នុងថង់គឺមានចំនួន } 4 \text{ គ្រាប់}\end{array}}$ ។



# មេរៀនទី៩ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

1. ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច ដែលមានកូអរដោណេដូចខាងក្រោម។

   ក. $(9\,,2)$ និង $(6\,,8)$ ខ. $(5\,,-3)$ និង $(-2\,,4)$

   គ. $(2\,,5)$ និង $(0\,,0)$ ឃ. $(-6\,,-3)$ និង $(2\,,1)$

   ង. $(8\,,7)$ និង $(8\,,-6)$ ច. $(3\,,12)$ និង $(7\,,12)$

   ឆ. $(100\,,-203)$ និង $(97\,,-200)$ ជ. $(-3\,,8)$ និង $(-4\,,7)$

2. ចុងទាំងពីរនៃអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់មួយមានកូអរដោនេរៀងគ្នា $(3\,,1)$ និង $(-2\,,5)$ ។ ចូរគណនាកាំរង្វង់រួចសង់រង្វង់នេះ។
3. ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ $PQRS$ ដែល $P(-2\,,3)$, $Q(5\,,5)$ , $R(6\,,-6)$ និង $S(-3\,,-3)$។
4. ចូរបង្ហាញថាត្រីកោណ $KLM$ ដែល $K(2\,,8)$ , $L(10\,,11)$ និង $M(5\,,0)$ ជាត្រីកោណសមបាត ។
5. ចូរគណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ $ABC$ ដែល $A(3\,,7)$ , $B(5\,,2)$ និង $C(-7\,,3)$ ។
   ចូរបង្ហាញថា $ABC$ ជាត្រីកោណកែង រួចគណនាផ្ទៃក្រឡារបស់វា ។
6. ចូររកតម្លៃ $y$ ដើម្បីឱ្យចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $(4\,,2)$ និង $(4\,,y)$ ស្មើនឹង 5ឯកតា ។
7. ចូររកចំណុច $C(x\,,1)$ ក្នុងកាជ្រង់ទី 1 ដើម្បីឱ្យត្រីកោណដែលមានកំពូល $A(1\,,1)$, $B(4\,,7)$ និង $C(x\,,1)$ ជាត្រីកោណសមបាតដែល $AB=AC$ ។
8. កំពូលនៃត្រីកោណមួយមានកូអរដោនេ $(-3\,,2)$ , $(9\,,2)$ និង $(3\,,10)$ ។
   ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ។
   ខ. ចូរប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណនេះ។
9. កំពូលនៃត្រីកោណមួយមានកូអរដោនេ $(-1\,,-2)$ , $(5\,,-2)$ , $(-1\,,4)$ និង $(5\,,4)$ ។
   ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង និងប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ។
   ខ. តើគេសន្និដ្ឋានដូចម្តេចចំពោះចតុកោណនេះ ?
10. កូអរដោនេកំពូលរបស់ចតុកោណមួយមាន $(2\,,-1)$, $(6\,,4)$, $(2\,,9)$ និង $(-2\,,4)$។
    ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង និងប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ។
    ខ. ចូរប្រាប់ប្រភេទនៃចតុកោណនេះ។
11. ចតុកោណមួយមានកំពូល $(-2\,,-3)$, $(-3\,,1)$, $(5\,,-1)$ និង $(4\,,3)$។ តើចតុកោណនេះមានរាងជាអ្វី?
12. ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ រួចដៅចំណុចក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតាមករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម
    ក. $A(5\,,8)$ និង $B(5\,,12)$ ខ. $A(-5\,,2)$ និង $B(-5\,,14)$ ។
13. ប្រើរូបមន្តកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាលអង្កត់។ ចូរគណនាកូអរដោនេចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ក្នុងករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម ។
    ក. $A(-3\,,-5)$ និង $B(7\,,-5)$ ខ. $A(-8\,,-6)$ និង $B(4\,,2)$
    គ. $A(3t+5,-7)$ និង $B(t+7\,,7)$, $(t\neq 1)$ ឃ. $A(a\,,b)$ និង $B(a\,,c)$ ។
14. ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $M$ នៃអង្កត់រវាងពីរចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5\,,7)$ ។
    ចូរគណនាប្រវែង $AM$ និង $BM$ ។
15. គេឱ្យ $M(1\,,-2)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ដែល $A(-2\,,2)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $B$ ។

16. រង្វង់មួយមានផ្ចិត $F(-2\,,\,6)$។ អង្កត់ផ្ចិតរង្វង់នេះមានចំណុចចុងមួយត្រង់ $V(3\,,\,8)$។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $T$ ដែលជាចំណុចចុងម្ខាងទៀតនៃអង្កត់ $[TV]$ រួចសង់រង្វង់នេះ។

17. កូអរដោនេនៃកំពូលប្រលេឡ្រក្រាមមួយស្មើ $(1\,,\,1)$, $(2\,,\,-3)$, $(-3\,,\,-1)$ និង $(-2\,,\,-5)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ។ តើគេសន្និដ្ឋានបានយ៉ាងដូចម្តេច?

18. ចតុកោណមួយមានកំពូល $E(5\,,\,3)$, $F(5\,,\,-5)$, $G(-3\,,\,-3)$ និង $H(-1\,,\,5)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $A$, $B$, $C$ និង $D$ នៃជ្រុង $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ និង $[EH]$ ។ តើចតុកោណ $ABCD$ មានរាងជាអ្វី ?

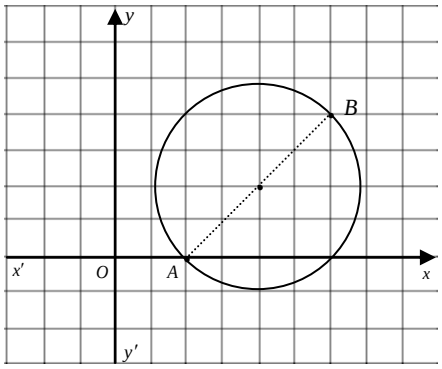
19. ចតុកោណកែងមួយកំណត់ដោយចំណុច $A(3\,,\,2)$, $B(9\,,\,2)$, $C(9\,,\,6)$ និង $D(3\,,\,6)$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ចតុកោណដែលកំណត់ដោយ ចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងទាំងបួន របស់ចតុកោណកែងខាងលើជាចតុកោណស្មើ។

20. ចតុកោណមួយមានកំពូល $P(-3\,,\,-2)$, $Q(-1\,,\,5)$, $R(3\,,\,1)$ និង $S(5\,,\,-4)$ ។ បើ $A$, $B$, $C$ និង $D$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[PQ]$, $[QR]$, $[RS]$ និង $[SP]$ ។
ចូរបង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡ្រក្រាម ។

21. គេមានអង្កត់ $[P_1P_2]$ ដែល $P_1(x_1\,,\,y_1)$ និង $P_2(x_2\,,\,y_2)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $A$ និង $B$ ជាចំណុចដែលចែកអង្កត់ $[P_1P_2]$ ជាបីផ្នែកស្មើៗគ្នា ។

22. គេមានចំណុច $P_1(x_1\,,\,y_1)$, $P_m\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\,,\,\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$ និង $P_2(x_2\,,\,y_2)$ ។
ចូរបង្ហាញថា $P_1P_m + P_mP_2 = P_1P_2$ ។

23. គេឱ្យ $A(1\,,\,0)$ និង $B(3\,,\,2)$ រួចសង់រង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $AB$ ។
ក. ចូររកកូអរដោនេនៃផ្ចិតរង្វង់ដែលតាងដោយចំណុច $I$ ។
ខ. $M$ ជាចំណុចមួយដែលមានកូអរដោនេ $\left(\dfrac{5}{2}\,,\,y\right)$ ចូរកំណត់ $y$ ដើម្បីឱ្យ $M$ ឋិតនៅលើរង្វង់ រួចបញ្ជាក់តើ $M$ មានទីតាំងប៉ុន្មាន?



# មេរៀនទី៩ ចម្ងាយរវាងពីចំណុច

1. គណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច ដែលមានកូអរដោនេ :

ក. $(9\,,\,2)$ និង $(6\,,\,8)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(6-9)^2+(8-2)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2+6^2} \\ &= \sqrt{9+36} \\ &= \sqrt{45} \\ &= \sqrt{9\times 5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=3\sqrt{5}$ ឯកតាប្រវែង |

ខ. $(5\,,\,-3)$ និង $(-2\,,\,4)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-2-5)^2+(4+3)^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2+7^2} \\ &= \sqrt{49+49} \\ &= \sqrt{2\times 49} \\ &= 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=7\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង |

គ. $(2\,,\,5)$ និង $(0\,,\,0)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(0-5)^2+(0-2)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2+(-2)^2} \\ &= \sqrt{25+4} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=\sqrt{29}$ ឯកតាប្រវែង |

ឃ. $(-6\,,\,-3)$ និង $(2\,,\,1)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(2+6)^2+(1+3)^2} \\ &= \sqrt{8^2+4^2} \\ &= \sqrt{64+16}=\sqrt{80} \\ &= \sqrt{16\times 5}=4\sqrt{5} \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=4\sqrt{5}$ ឯកតាប្រវែង |

ង. $(8\,,\,7)$ និង $(8\,,\,-6)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(8-8)^2+(-6-7)^2} \\ &= \sqrt{0^2+(-13)^2} \\ &= \sqrt{13^2}=13 \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=13$ ឯកតាប្រវែង |

ច. $(3\,,\,12)$ និង $(7\,,\,12)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(7-3)^2+(12-12)^2} \\ &= \sqrt{4^2+0^2}=\sqrt{4^2}=4 \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=4$ ឯកតាប្រវែង |

ឆ. $(100\,,\,-203)$ និង $(97\,,\,-200)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(97-100)^2+(-200+203)^2} \\ &= \sqrt{(-3)^2+3^2} \\ &= \sqrt{9+9}=\sqrt{18}=3\sqrt{2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ | គណនាបានចម្ងាយ $d=3\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង |

ជ. $(-3\,,\,8)$ និង $(-4\,,\,7)$

បើ $d$ ជាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនេះ យើងបាន :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-4+3)^2+(7-8)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2+(-1)^2} \\ &= \sqrt{1+1} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ គណនាបានចម្ងាយ $d=\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

2. -គណនាប្រវែងកាំរង្វង់ :

ដោយចុងទាំងពីរនៃអង្កត់ផ្ចិតមានកូអរដោនេ $(3\,,\,1)$ និង $(-2\,,\,5)$ បើ $d$ ជាប្រវែងអង្កត់ផ្ចិត នោះ

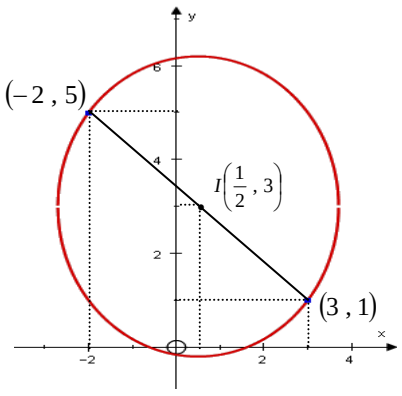
$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(-2-3)^2+(5-1)^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2+4^2} \\ &= \sqrt{25+16} \\ &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

នាំឱ្យ កាំរង្វង់ $R=\dfrac{d}{2}=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ កាំរង្វង់មានប្រវែង $R=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$ ឯកតាប្រវែង

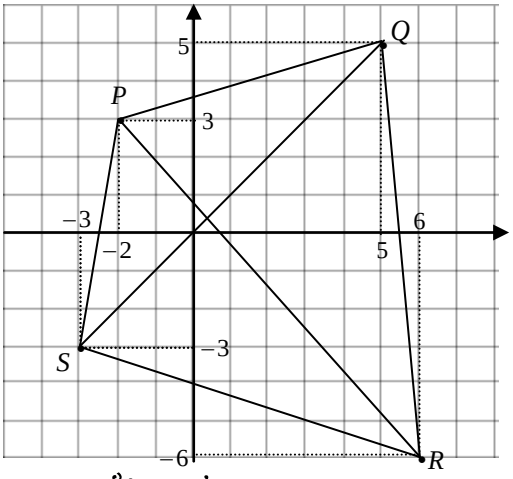
-សង់រង្វង់នេះ :

ដើម្បីឱ្យងាយស្រួលសង់រង្វង់នេះ យើងរកផ្ចិតរបស់រង្វង់ផ្ចិត $I\left(\dfrac{3-2}{2}\,,\,\dfrac{1+5}{2}\right)$ ឬ $I\left(\dfrac{1}{2}\,,\,3\right)$




3. គណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ $PQRS$

យើងមាន កូអរដោនេនៃចំណុចដូចខាងក្រោម :




-គណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $PR$ :

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(6+2)^2+(-6-3)^2} \\ &= \sqrt{8^2+(-9)^2} \\ &= \sqrt{64+81}=\sqrt{145} \end{aligned}$$

ដូចនេះ ប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $PR=\sqrt{145}$ ឯកតាប្រវែង

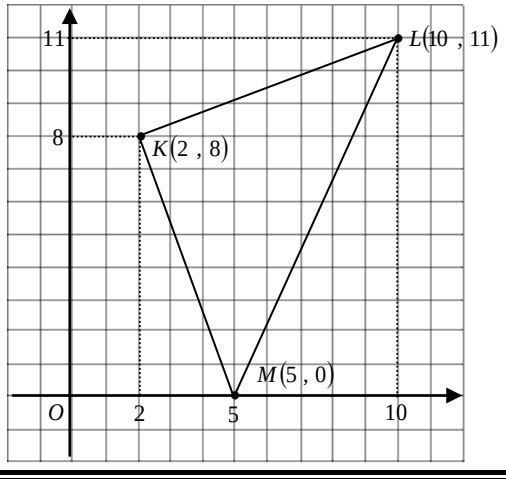
-គណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $QS$ :

$$\begin{aligned} QS &= \sqrt{(-3-5)^2+(-3-5)^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2+(-8)^2} \\ &= \sqrt{64+64}=8\sqrt{2} \end{aligned}$$

ដូចនេះ ប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $QS=8\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

4. បង្ហាញថា ត្រីកោណ $KLM$ ជាត្រីកោណសមបាត :

យើងមាន $K(2\,,\,8)$, $L(10\,,\,11)$ និង $M(5\,,\,0)$



-គណនាប្រវែង $KL$ ៖

$$KL=\sqrt{(10-2)^2+(11-8)^2}$$
$$=\sqrt{8^2+3^2}$$
$$=\sqrt{64+9}=\sqrt{73}$$ ឯកតាប្រវែង

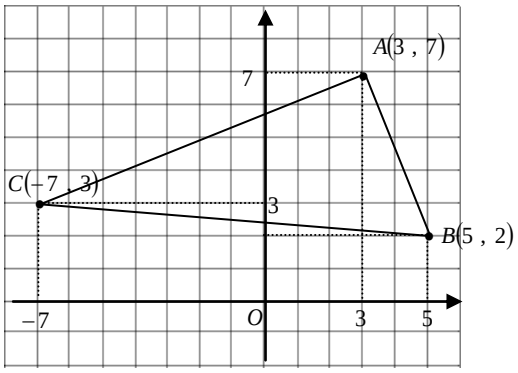
-គណនាប្រវែង $KM$ ៖

$$KM=\sqrt{(5-2)^2+(0-8)^2}$$
$$=\sqrt{3^2+(-8)^2}$$
$$=\sqrt{9+64}=\sqrt{73}$$ ឯកតាប្រវែង

ដោយត្រីកោណ $KLM$ មាន $KL=KM$

ដូចនេះ $KLM$ ជាត្រីកោណសមបាត

5. យើងមាន $A(3\,,7)$, $B(5\,,2)$ និង $C(-7\,,3)$




-គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ $ABC$ ៖

$$AB=\sqrt{(5-3)^2+(2-7)^2}$$
$$=\sqrt{2^2+(-5)^2}$$
$$=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}$$ ឯកតាប្រវែង

$$AC=\sqrt{(-7-3)^2+(3-7)^2}$$
$$=\sqrt{(-10)^2+(-4)^2}$$
$$=\sqrt{100+16}=\sqrt{116}$$
$$=\sqrt{4\times 29}=2\sqrt{29}$$ ឯកតាប្រវែង

$$BC=\sqrt{(-7-5)^2+(3-2)^2}$$
$$=\sqrt{(-12)^2+1^2}$$
$$=\sqrt{144+1}=\sqrt{145}$$ ឯកតាប្រវែង

នាំឱ្យ បរិមាត្រនៃត្រីកោណ $ABC$ គឺ ៖

$$P=AB+AC+BC$$
$$=\sqrt{29}+2\sqrt{29}+\sqrt{145}$$
$$=3\sqrt{29}+\sqrt{145}$$

ដូចនេះ $P=3\sqrt{29}+\sqrt{145}$ ឯកតាប្រវែង

-បង្ហាញថា $ABC$ ជាត្រីកោណកែង

ដោយ $AB^2+AC^2=\left(\sqrt{29}\right)^2+\left(2\sqrt{29}\right)^2$

$$=29+4\times 29=145$$ .

ហើយ $BC^2=\left(\sqrt{145}\right)^2=145$

នោះយើងបាន $AB^2+AC^2=BC^2$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AB^2+AC^2=BC^2$

នោះ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $ABC$ ជាត្រីកោណកែង

-គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABC$ ៖

ដោយ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ យើងបាន

$$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\times AC}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{29}\times 2\sqrt{29}}{2}=29$$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា

ដូចនេះ គណនាបាន $S_{\Delta ABC}=29$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា

6. រកតម្លៃនៃ $y$ ដែលធ្វើឱ្យចម្ងាយនៃពីចំណុចស្មើ 5 ៖

យើងបាន $\sqrt{(4-4)^2+(y-2)^2}=5$

$$\sqrt{(y-2)^2}=5$$
$$(y-2)^2=25$$
$$y-2=\pm\sqrt{25}$$
$$y-2=\pm 5$$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}y-2=5\\y-2=-5\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}y=5+2\\y=-5+2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}y=7\\y=-3\end{bmatrix}$

ដូចនេះ តម្លៃរកបានគឺ $y=7\,,\,y=-3$ ។

7. រកចំណុច $C(x,1)$ ក្នុងកាដ្រង់ទី 1 :

យើងមាន $A(1,1)$ និង $B(4,7)$ ហើយមាន

$$AB=\sqrt{(4-1)^2+(7-1)^2}$$
$$=\sqrt{(4-1)^2+(7-1)^2}$$
$$=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}$$
$$AC=\sqrt{(x-1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{(x-1)^2}$$

ដោយ $AB=AC$ នោះយើងបាន :

$$\sqrt{(x-1)^2}=\sqrt{45}$$
$$(x-1)^2=45$$
$$x-1=\pm\sqrt{45}$$
$$x=\pm3\sqrt{5}+1$$

ចំពោះ $x=-3\sqrt{5}+1<0$ មិនយក ព្រោះ $C(x,1)$ នៅក្នុងកាដ្រង់ទី 1 នោះ $x>0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុច } C(3\sqrt{5}+1,1)}$ ។

8. ក. គណនាប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ $ABC$ :

យើងតាងកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណនោះដោយ :

$A(-3,2)$ , $B(9,2)$ និង $C(3,10)$ យើងបាន

$$AB=\sqrt{(9+3)^2+(2-2)^2}$$
$$=\sqrt{12^2}=12 \text{ ឯកតាប្រវែង}$$

$$AC=\sqrt{(3+3)^2+(10-2)^2}$$
$$=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10 \text{ ឯកតាប្រវែង}$$

$$BC=\sqrt{(3-9)^2+(10-2)^2}$$
$$=\sqrt{(-6)^2+8^2}=\sqrt{100}=10 \text{ ឯកតាប្រវែង}$$

ដូចនេះ គណនាបានប្រវែងជ្រុងទាំបីនៃត្រីកោណគឺ

$$\boxed{\begin{array}{l}AB=12 \text{ ឯកតាប្រវែង}\\ AC=10 \text{ ឯកតាប្រវែង}\\ BC=10 \text{ ឯកតាប្រវែង}\end{array}}$$

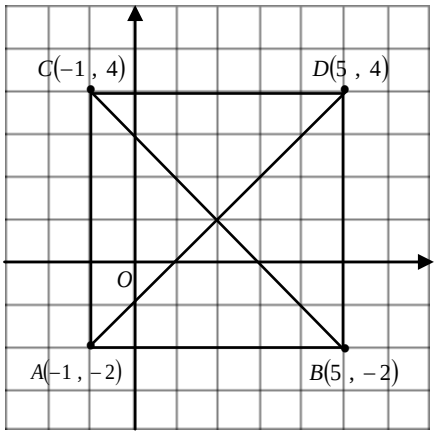
ខ. ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណនេះ :

ដោយត្រីកោណ $ABC$ នេះមាន

$AC=BC=10$ ឯកតាប្រវែង ដូចគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{ABC \text{ ជាត្រីកោណសមបាទមានកំពូល } A}$ ។

9. យើងមានកំពូលចតុកោណតាងដូចខាងក្រោម :




ក. -គណនាប្រវែងជ្រុង :

$AB=\sqrt{(5+1)^2+(-2+2)^2}=\sqrt{6^2}=6$ ឯ.ប្រវែង

$AC=\sqrt{(-1+1)^2+(4+2)^2}=\sqrt{6^2}=6$ ឯ.ប្រវែង

$CD=\sqrt{(5+1)^2+(4-4)^2}=\sqrt{6^2}=6$ ឯ.ប្រវែង

$BD=\sqrt{(5-5)^2+(4+2)^2}=\sqrt{6^2}=6$ ឯ.ប្រវែង

ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុងគណនាបាន (ឯកតាប្រវែង)

$$\boxed{AB=6 \ , \ AC=6 \ , \ CD=6 \ , \ BD=6}$$

-គណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូង :

$AD=\sqrt{(5+1)^2+(4+2)^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

$BC=\sqrt{(-1-5)^2+(4+2)^2}=\sqrt{(-6)^2+6^2}=6\sqrt{2}$

ដូចនេះ ប្រវែងអង្កត់ទ្រូងគណនាបានគឺ

$$\boxed{AD=6\sqrt{2} \text{ ឯកតាប្រវែង} \ , BC=6\sqrt{2} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$$

ខ. សន្និដ្ឋានចំពោះចតុកោណនេះ :

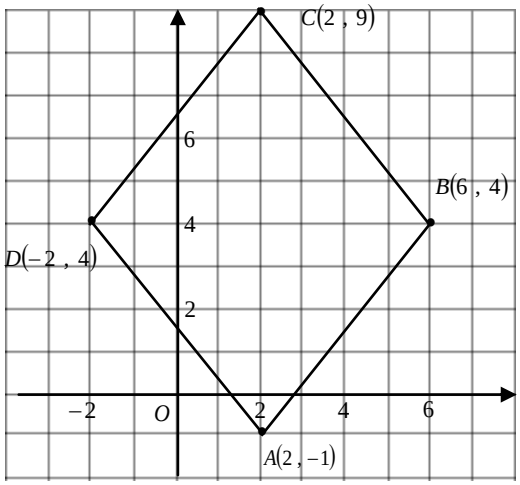
ដោយប្រវែងជ្រុង $AB=AC=BD=CD=6$

និងប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $AD=BC=6\sqrt{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណនេះគឺជាការេយ៉ាងប្រាកដ}}$ ។

10. យើងតាងកូអរដោនេនៃកំពូលរបស់ចតុកោណដោយ:

$A(2,-1)$, $B(6,4)$, $C(2,9)$ និង $D(-2,4)$




ក. -គណនាប្រវែងជ្រុង :

$AB=\sqrt{(6-2)^2+(4+1)^2}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$

$AD=\sqrt{(-2-2)^2+(4+1)^2}=\sqrt{(-4)^2+5^2}=\sqrt{41}$

$BC=\sqrt{(2-6)^2+(9-4)^2}=\sqrt{(-4)^2+5^2}=\sqrt{41}$

$CD=\sqrt{(-2-2)^2+(4-9)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-5)^2}=\sqrt{41}$

ដូចនេះ គណនាបានប្រវែងជ្រុង (ឯកតាប្រវែង) គឺ

$$AB=\sqrt{41}\ ,\ AD=\sqrt{41}\ ,\ BC=\sqrt{41}\ ,\ CD=\sqrt{41}$$

-គណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ :

$AC=\sqrt{(2-2)^2+(9+1)^2}=\sqrt{10^2}=10$

$BD=\sqrt{(-2-6)^2+(4-4)^2}=\sqrt{(-8)^2}=8$

ដូចនេះ គណនាបានប្រវែងអង្កត់ទ្រូងគឺ :

$$AC=10\ ,\ BD=8 \quad \text{(ឯកតាប្រវែង)}$$

ខ. ប្រាប់ប្រភេទនៃចតុកោណនេះ :

ដោយប្រវែងជ្រុង $AB=AD=BC=CD=\sqrt{41}$

ប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $AC\neq BD$

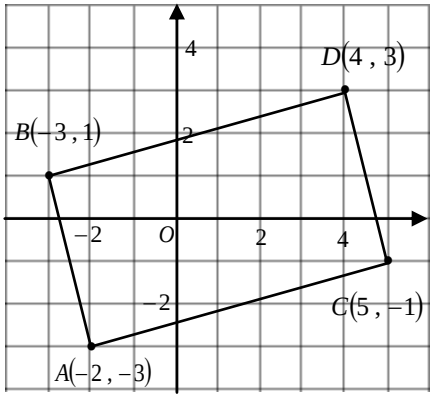
តាមទ្រឹស្តី : ចតុកោណដែលមានជ្រុងទាំងបួនស្មើគ្នា ហើយអង្កត់ទ្រូងមិនស្មើគ្នា វាជាចតុកោណស្មើ ។

ដូចនេះ **ចតុកោណនេះគឺជា ចតុកោណស្មើ** ។

11. តើចតុកោណនេះ មានរាងជាអ្វី ?

យើងតាងកូអរដោនេនៃកំពូលរបស់ចតុកោណដោយ:

$A(-2,-3)$, $B(-3,1)$, $C(5,-1)$ និង $D(4,3)$




យើងគណនាប្រវែងជ្រុង និងប្រវែងអង្កត់ទ្រូង :

$AB=\sqrt{(-3+2)^2+(1+3)^2}=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{17}$

$BD=\sqrt{(4-5)^2+(3+1)^2}=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{17}$

$AC=\sqrt{(5+2)^2+(-1+3)^2}=\sqrt{7^2+2^2}=\sqrt{53}$

$BD=\sqrt{(4+3)^2+(3-1)^2}=\sqrt{7^2+2^2}=\sqrt{53}$

$AD=\sqrt{(4+2)^2+(3+3)^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

$BD=\sqrt{(5+3)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{8^2+(-2)^2}=2\sqrt{17}$

ដោយចតុកោណនេះមាន :

-ប្រវែងជ្រុង $AB=BD=\sqrt{17}$ , $AC=BD=\sqrt{53}$

-ប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $AD\neq BD$

តាមទ្រឹស្តី : ចតុកោណដែលមានជ្រុងស្មើគ្នាពីរៗ ហើយមានអង្កត់ទ្រូងមិនស្មើគ្នា វាជាប្រលេឡូក្រាម ។

ដូចនេះ **ចតុកោណនេះមានរាងជា ប្រលេឡូក្រាម** ។

12. គណនាកូអរដោនេចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ រួចដៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ តាមករណីនីមួយៗ :

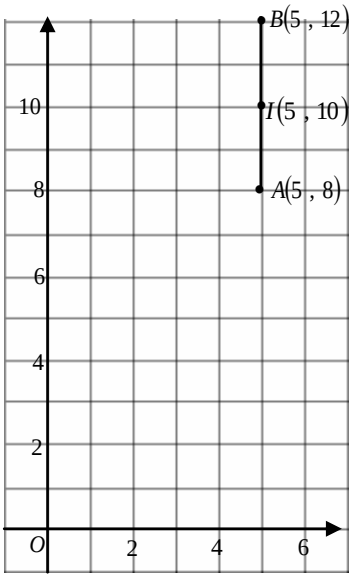
ក. $A(5,8)$ និង $B(5,12)$

តាង $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $A$ និង $B$ យើងបាន :

$I\left(\frac{5+5}{2},\frac{8+12}{2}\right)$ ឬ $I(5,10)$

ដូចនេះ **ចំណុចកណ្តាល $A$ និង $B$ គឺ $I(5,10)$** ។

-ដៅចំណុចក្នុងតម្រុយអតេ្តណរមេ :



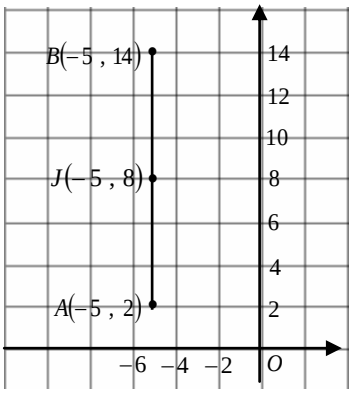

ខ. $A(-5\,,2)$ និង $B(-5\,,14)$

តាង $J$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $A$ និង $B$ យើងបាន :

$J\left(\frac{-5-5}{2}\,,\frac{2+14}{2}\right)$ ឬ $J(-5\,,8)$

ដូចនេះ ចំណុចកណ្តាល $A$ និង $B$ គឺ $J(-5\,,8)$ ។

-ដៅចំណុចក្នុងតម្រុយអតេ្តណរមេ :




13. គណនាកូអរដោនេចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$:

ក. យើងមាន $A(-3\,,-5)$ និង $B(7\,,-5)$

តាមរូបមន្ត $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

នាំឱ្យ $M\left(\frac{-3+7}{2}\,,\frac{-5-5}{2}\right)$ ឬ $M(2\,,-5)$

ដូចនេះ កូអរដោនេចំណុចកណ្តាលគឺ $M(2\,,-5)$

ខ. យើងមាន $A(-8\,,-6)$ និង $B(4\,,2)$

តាមរូបមន្ត $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

នាំឱ្យ $M\left(\frac{-8+4}{2}\,,\frac{-6+2}{2}\right)$ ឬ $M(-2\,,-2)$

ដូចនេះ កូអរដោនេចំណុចកណ្តាលគឺ $M(-2\,,-2)$

គ. យើងមាន $A(3t+5\,,-7)$ និង $B(t+7\,,7)$

តាមរូបមន្ត $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

នាំឱ្យ $M\left(\frac{3t+5+t+7}{2}\,,\frac{-7+7}{2}\right)$ ឬ $M(2t+6\,,0)$

ដូចនេះ ចំណុចកណ្តាលគឺ $M(2t+6\,,0)$

ឃ. យើងមាន $A(a\,,b)$ និង $B(a\,,c)$

តាមរូបមន្ត $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

នាំឱ្យ $M\left(\frac{a+a}{2}\,,\frac{b+c}{2}\right)$ ឬ $M\left(a\,,\frac{b+c}{2}\right)$

ដូចនេះ ចំណុចកណ្តាលគឺ $M\left(a\,,\frac{b+c}{2}\right)$

14. -រកកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $M$ :

យើងមាន $A(-3\,,-1)$ និង $B(5\,,7)$

នាំឱ្យ $M\left(\frac{-3+5}{2}\,,\frac{-1+7}{2}\right)$ ឬ $M(1\,,3)$

ដូចនេះ កូអរដោនេចំណុចកណ្តាលគឺ $M(1\,,3)$ ។

-គណនាប្រវែង $AM$ និង $BM$ :

$AM=\sqrt{(1+3)^2+(3+1)^2}=\sqrt{4^2+4^2}=2\sqrt{2}$

$BM=\sqrt{(1-5)^2+(3-7)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-4)^2}=2\sqrt{2}$

ដូចនេះ ប្រវែងគណនាបានគឺ :

$AM=2\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

$BM=2\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង

15. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $B$ ៖

តាង $B(x_B\ ,\ y_B)$ ជាចំណុចដែលត្រូវរក

យើងមានចំណុច $A(-2\ ,\ 2)$ និងចំណុច $M(1\ ,\ -2)$

ដោយ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$

យើងបាន : $\begin{cases}\dfrac{-2+x_B}{2}=1\\ \dfrac{2+y_B}{2}=-2\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}-2+x_B=2\\ 2+y_B=-4\end{cases}$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x_B=2+2\\ y_B=-4-2\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x_B=4\\ y_B=-6\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេចំណុច } B(4\ ,\ -6)}$ ។

16. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $T$ ៖

តាង $T(x_T\ ,\ y_T)$ ជាចំណុចដែលត្រូវរក

យើងមានចំណុច $V(3\ ,\ 8)$ និងផ្ចិត $F(-2\ ,\ 6)$

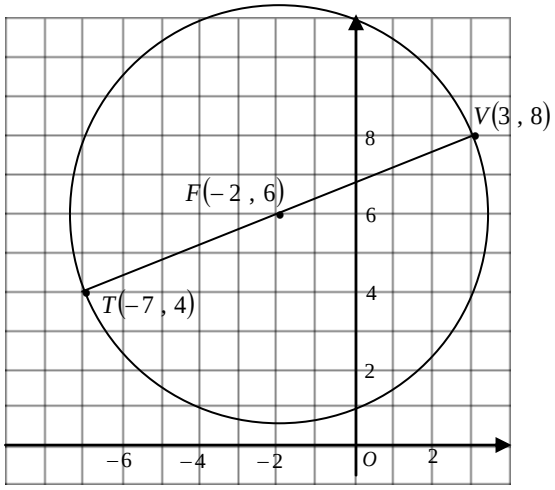
ដោយ $F$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[TV]$

យើងបាន : $\begin{cases}\dfrac{x_T+3}{2}=-2\\ \dfrac{y_T+8}{2}=6\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}x_T+3=-4\\ y_T+8=12\end{cases}$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x_T=-4-3\\ y_T=12-8\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x_T=-7\\ y_T=4\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេចំណុច } T(-7\ ,\ 4)}$ ។

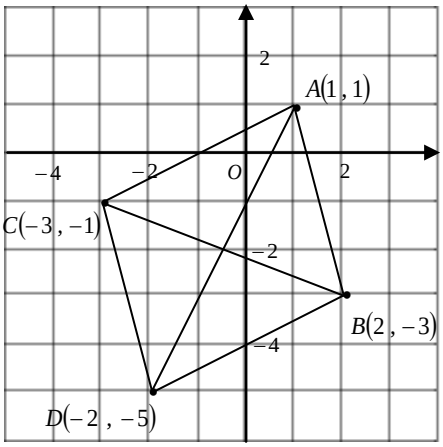
-សង់រង្វង់នេះ :




17. គណនាកូអរដោនេចំណុចកណ្តាលអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ :

តាងកំពូលទាំងបួននោះនៃប្រលេឡ្រូក្រាមដោយ

$A(1\ ,1),\ B(2\ ,-3),\ C(-3\ ,-1)$ និង $D(-2\ ,-5)$




-តាង $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង $AD$

នាំឱ្យ $M\left(\dfrac{1-2}{2}\ ,\ \dfrac{1-5}{2}\right)$ ឬ $M\left(-\dfrac{1}{2}\ ,-2\right)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុចកណ្តាល } AD \text{ គឺ } M\left(-\dfrac{1}{2}\ ,-2\right)}$

-តាង $N$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង $BC$

នាំឱ្យ $N\left(\dfrac{2-3}{2}\ ,\ \dfrac{-1-3}{2}\right)$ ឬ $N\left(-\dfrac{1}{2}\ ,-2\right)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុចកណ្តាល } BC \text{ គឺ } N\left(-\dfrac{1}{2}\ ,-2\right)}$

-ដោយចំណុច $M\left(-\dfrac{1}{2}\ ,-2\right)$ ដូចនឹង $N\left(-\dfrac{1}{2}\ ,-2\right)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងសន្និដ្ឋានបានថា ចំណុចទាំងពីរត្រួតស៊ីគ្នា}}$

18. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $A\ ,B\ ,C\ ,D$ ៖

យើងមានកំពូលនៃចតុកោណ $E(5\ ,\ 3);\ F(5\ ,\ -5);$

$G(-3\ ,-3)$ និង $H(-1\ ,\ 5)$ ៖

ដោយ $A\ ,B\ ,C\ ,D$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ

$[EF];[FG],[GH]$ និង $[EH]$ យើងបាន :

$A\left(\dfrac{5+5}{2}\ ,\ \dfrac{3-5}{2}\right)$ ឬ $A(5\ ,-1)$

$B\left(\frac{5-3}{2},\frac{-5-3}{2}\right)$ ឬ $B(1,-4)$

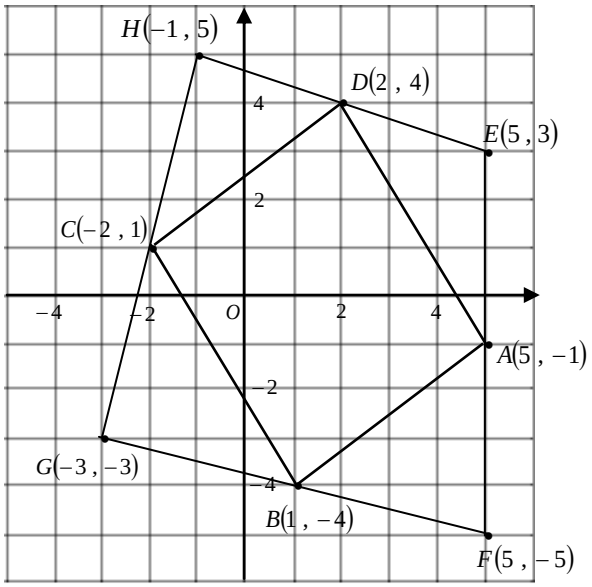
$C\left(\frac{-3-1}{2},\frac{-3+5}{2}\right)$ ឬ $C(-2,1)$

$D\left(\frac{5-1}{2},\frac{3+5}{2}\right)$ ឬ $D(2,4)$

ដូចនេះ កូអរដោនេគណនាបានគឺ :

ចំណុចកណ្តាល $[EF]$ គឺ $A(5,-1)$
ចំណុចកណ្តាល $[FG]$ គឺ $B(1,-4)$
ចំណុចកណ្តាល $[GH]$ គឺ $C(-2,1)$
ចំណុចកណ្តាល $[EH]$ គឺ $D(2,4)$

-បញ្ជាក់ពីរាងចតុកោណ $ABCD$ :




យើងគណនាប្រវែងជ្រុងនៃចតុកោណ $ABCD$ :

$AB=\sqrt{(1-5)^2+(-4+1)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}=5$

$AD=\sqrt{(2-5)^2+(4+1)^2}=\sqrt{(-3)^2+5^2}=\sqrt{34}$

$CD=\sqrt{(2+2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$BC=\sqrt{(-2-1)^2+(1+4)^2}=\sqrt{(-3)^2+5^2}=\sqrt{34}$

ដោយប្រវែង $AB=CD=5$ និង $AD=BC=\sqrt{34}$

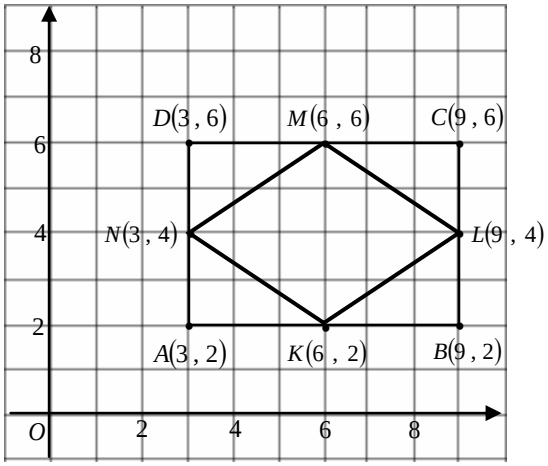
តាមទ្រឹស្តី : ចតុកោណដែលមានជ្រុងស្មើគ្នាពីរៗ វាជាប្រលេឡូក្រាម

ដូចនេះ ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

19. ស្រាយថា ចតុកោណដែលកំណត់បាន ជាចតុកោណកែង

យើងមាន $A(3,2);B(9,2);C(9,6);D(3,6)$

តាង $K,L,M,N$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[AB],[BC],[CD],[AD]$




នោះយើងបាន :

$K\left(\frac{3+9}{2},\frac{2+2}{2}\right)$ ឬ $K(6,2)$

$L\left(\frac{9+9}{2},\frac{2+6}{2}\right)$ ឬ $L(9,4)$

$M\left(\frac{9+3}{2},\frac{6+6}{2}\right)$ ឬ $M(6,6)$

$N\left(\frac{3+3}{2},\frac{2+6}{2}\right)$ ឬ $N(3,4)$

យើងគណនាប្រវែងជ្រុងនៃចតុកោណ $KLMN$ :

$KL=\sqrt{(9-6)^2+(4-2)^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$LM=\sqrt{(6-9)^2+(6-4)^2}=\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$

$MN=\sqrt{(3-6)^2+(4-6)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$

$KN=\sqrt{(3-6)^2+(4-2)^2}=\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$

ដោយ ចតុកោណ $KLMN$ មានប្រវែងជ្រុង :

$KL=LM=MN=KN=\sqrt{13}$ ដូចគ្នា

តាមទ្រឹស្តី : ចតុកោណដែលមានជ្រុងទាំងបួនស្មើៗគ្នា

នោះវាគឺជាចតុកោណស្មើ

ដូចនេះ ចតុកោណដែលកំណត់បានពីចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងចតុកោណកែងវាជា ចតុកោណស្មើ

20. បង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡ្រក្រាម :

យើងមាន កំពូលនៃចតុកោណ $P(-3,-2); Q(-1,5)$ $R(3,1)$ និង $S(5,-4)$ ដែលមាន $A, B, C, D$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នាជ្រុង $[PQ]; [QR]; [RS]$ និង $[SP]$ នោះយើងបានកូអរដោយនេ :

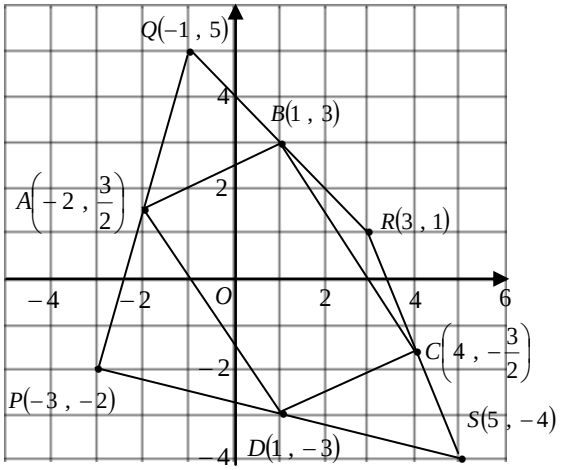
$$A\left(\frac{-3-1}{2}, \frac{-2+5}{2}\right) \text{ ឬ } A\left(-2, \frac{3}{2}\right)$$

$$B\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{5+1}{2}\right) \text{ ឬ } B(1,3)$$

$$C\left(\frac{3+5}{2}, \frac{1-4}{2}\right) \text{ ឬ } C\left(4, -\frac{3}{2}\right)$$

$$D\left(\frac{5-3}{2}, \frac{-4-2}{2}\right) \text{ ឬ } D(1,-3)$$

-យើងគណនាប្រវែងជ្រុងនៃចតុកោណ $ABCD$ :




$$AB = \sqrt{(1+2)^2 + \left(3-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9+\frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$AD = \sqrt{(1+2)^2 + \left(-3-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9+\frac{81}{4}} = \frac{\sqrt{117}}{2}$$

$$BC = \sqrt{(4-1)^2 + \left(-\frac{3}{2}-3\right)^2} = \sqrt{9+\frac{81}{4}} = \frac{\sqrt{117}}{2}$$

$$CD = \sqrt{(1-4)^2 + \left(-3+\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9+\frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

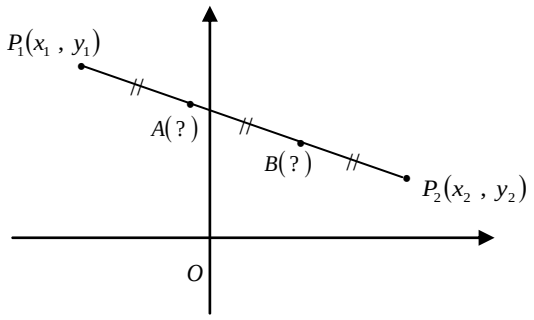
ដោយ $AB = CD = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ , $AD = BC = \frac{\sqrt{117}}{2}$

ចតុកោណនេះមានជ្រុងស្មើគ្នាពីរ វាជាប្រលេឡ្រក្រាម

ដូចនេះ **ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡ្រក្រាម** ។

21. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $A$ និង $B$ :

យើងមាន $P_1(x_1, y_1)$ និង $P_2(x_2, y_2)$




តាង $A(x_A, y_A)$ និង $B(x_B, y_B)$ ជាចំណុចត្រូវរក ដោយ $A$ និង $B$ ចែក $[P_1P_2]$ ជាបីផ្នែកស្មើគ្នា

យើងបាន $P_1A = AB = BP_1$

នាំឱ្យ $A$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[P_1B]$

យើងបាន $x_A = \frac{x_1 + x_B}{2}$ , $y_A = \frac{y_1 + y_B}{2}$ (1)

ហើយ $B$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AP_2]$

យើងបាន $x_B = \frac{x_A + x_2}{2}$ , $y_B = \frac{y_A + y_2}{2}$ (2)

យក (1) ជំនួសក្នុង (2) នោះយើងបាន :

$$\begin{cases} x_B = \dfrac{x_A + x_2}{2} = \dfrac{\frac{x_1 + x_B}{2} + x_2}{2} = \dfrac{x_1 + x_B + 2x_2}{4} \\ y_B = \dfrac{y_A + y_2}{2} = \dfrac{\frac{y_1 + y_B}{2} + y_2}{2} = \dfrac{y_1 + y_B + 2y_2}{4} \end{cases}$$

នោះ $\begin{cases} 4x_B = x_1 + x_B + 2x_2 \\ 4y_B = y_1 + y_B + 2y_2 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x_B = \dfrac{x_1 + 2x_2}{3} \\ y_B = \dfrac{y_1 + 2y_2}{3} \end{cases}$ (3)

យក (3) ជំនួសក្នុង (1) :

$$\begin{cases} x_A = \dfrac{x_1 + \frac{x_1 + 2x_2}{3}}{2} = \dfrac{4x_1 + 2x_2}{3 \cdot 2} = \dfrac{2x_1 + x_2}{3} \\ y_A = \dfrac{y_1 + \frac{y_1 + 2y_2}{3}}{2} = \dfrac{4x_1 + 2x_2}{3 \cdot 2} = \dfrac{2y_1 + y_2}{3} \end{cases}$$

ដូចនេះ **កូអរដោនេ $A\left(\frac{2x_1 + x_2}{3}, \frac{2y_1 + y_2}{3}\right)$**

**កូអរដោនេ $B\left(\frac{x_1 + 2x_2}{3}, \frac{y_1 + 2y_2}{3}\right)$**

22. បង្ហាញថា $P_1P_m + P_mP_2 = P_1P_2$ ៖

យើងមាន $P_1(x_1\,,\,y_1)$ , $P_2(x_2\,,\,y_2)$ និង $P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2}\,,\,\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ នាំឱ្យយើងបានប្រវែង ៖

$$P_1P_m = \sqrt{\left(\frac{x_1+x_2}{2}-x_1\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}-y_1\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{x_1+x_2-2x_1}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2-2y_1}{2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{4}(x_2-x_1)^2+\frac{1}{4}(y_2-y_1)^2}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$P_mP_2 = \sqrt{\left(x_2-\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(y_2-\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{2x_2-x_1-x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{2y_2-y_1-y_2}{2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{4}(x_2-x_1)^2+\frac{1}{4}(y_2-y_1)^2}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

យើងគណនាផលបូក $P_1P_m + P_mP_2$ ៖

$$P_1P_m + P_mP_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} + \frac{1}{2}\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$P_1P_m + P_mP_2 = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

តែ $P_1P_2 = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } P_1P_m + P_mP_2 = P_1P_2}$ ។

**-អ្នកអាចធ្វើតាមរបៀបម្យ៉ាងទៀតគឺ ៖**

ដោយ $P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2}\,,\,\frac{y_1+y_2}{2}\right)$ គឺជាចំណុចកណ្តាលនៃពីរចំណុច $P_1(x_1\,,\,y_1)$ និង $P_2(x_2\,,\,y_2)$

នាំឱ្យ $P_1P_m = P_mP_2 = \frac{1}{2}P_1P_2$

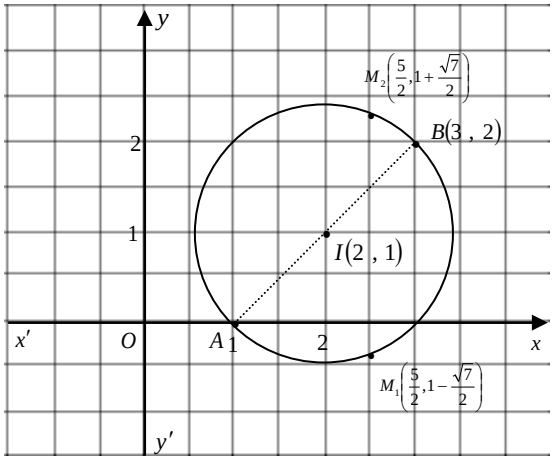
នោះ $P_1P_m + P_mP_2 = \frac{1}{2}P_1P_2 + \frac{1}{2}P_1P_2 = P_1P_2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } P_1P_m + P_mP_2 = P_1P_2}$ ។

23. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិតរង្វង់តាងដោយ $I$ ៖

យើងមាន $A(1\,,\,0)$ និង $B(3\,,\,2)$

សង់រង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $AB$




ដោយផ្ចិត $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ផ្ចិត $AB$

យើងបាន $I\left(\frac{1+3}{2}\,,\,\frac{0+2}{2}\right)$ ឬ $I(2\,,\,1)$

ដូចនេះ គណនាបានកូអរដោនេផ្ចិត $I(2\,,\,1)$ ។

ខ. កំណត់ $y$ ដើម្បីឱ្យ $M\left(\frac{5}{2}\,,\,y\right)$ ឋិតនៅលើរង្វង់

ដើម្បីឱ្យ $M$ ឋិតនៅលើរង្វង់ លុះត្រាតែ $MI = AI$

តែ $MI = \sqrt{\left(2-\frac{5}{2}\right)^2+(1-y)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+(1-y)^2}$

$$AI = \sqrt{(2-1)^2+(1-0)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

យើងបាន $\sqrt{\frac{1}{4}+(1-y)^2} = \sqrt{2}$

$$\frac{1}{4}+(1-y)^2 = 2$$
$$(1-y)^2 = 2-\frac{1}{4}$$
$$1-y = \pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$
$$y = 1\mp\frac{\sqrt{7}}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{កំណត់បាន } y = 1-\frac{\sqrt{7}}{2}\ ,\ y = 1+\frac{\sqrt{7}}{2}\\ \text{ហើយ } M \text{ មានទីតាំងពីរនៅលើរង្វង់គឺ}\\ M\left(\frac{5}{2}\,,\,1-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)\ ,\ M\left(\frac{5}{2}\,,\,1+\frac{\sqrt{7}}{2}\right)\end{array}}$ ។

# មេរៀនទី១០ សមីការនៃបន្ទាត់

1. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមមួយចំណុច និងមានមេគុណប្រាប់ទិស

   ក. $a=2\,,\,(-4\,,\,1)$ ខ. $a=-\frac{2}{3}\,,\,(1\,,\,5)$ ។

2. ចូររកមេគុណប្រាប់ទិស នៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច

   ក. $(3\,,\,1)\,,\,(5\,,\,4)$ ខ. $(3\,,\,0)\,,\,(-3\,,\,-6)$

   គ. $(-2\,,\,-1)\,,\,(-4\,,\,-4)$ ឃ. $(1\,,\,4)\,,\,(4\,,\,-2)$

3. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច

   ក. $(-6,1)\,,\,(6\,,-2)$ ខ. $(3,-4)\,,\,(-9\,,2)$

   គ. $(2,0)\,,\,(1\,,-8)$ ឃ. $(-4.2,-4)\,,\,(-2.2\,,6)$

   ង. $(2.5,-1)\,,\,(0.5\,,1)$ ច. $(0,5)\,,\,(3\,,-2.5)$

4. ការរីកចម្រើននៃផ្នែកឧស្សាហកម្ម និងសេវាកម្មនានាបានបណ្តាលឱ្យចំនួនកសិករថយចុះជាលំដាប់ទៅតាមអត្រា 0.8% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ បើកសិករមានចំនួន 80% នៅឆ្នាំ 2000 ចូររកសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងភាគរយនៃកសិករដែលបានថយចុះទៅតាមឆ្នាំ។ ប្រើសមីការនេះដើម្បីប៉ាន់ស្មាន រកកសិកររនៅក្នុងឆ្នាំ 2008 ។

5. ការយល់ដឹងអំពីគ្រោះថ្នាក់នៃបារី បណ្តាលឱ្យចំនួនអ្នកជក់បានថយចុះចាប់ពីឆ្នាំ 1992 មក។ បើអ្នកជក់មានចំនួន 38% នៅឆ្នាំ 1992 ហើយចំនួននោះបានថយចុះមកត្រឹម 15.5% នៅឆ្នាំ 2007 ។ ចូររកសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹង ចំនួនអ្នកជក់ និងចំនួនឆ្នាំ ។

6. សរសេរសមីការ និងសង់បន្ទាត់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិស $m$ ហើយកាត់តាមចំណុច $P$ រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងអ័ក្ស ។

   ក. $m=1\,,\,P(0\,,\,2)$ ខ. $m=-1\,,\,P(1\,,\,0)$ គ. $m=-2\,,\,P(3\,,\,-1)$

   ឃ. $m=\frac{3}{5}\,,\,P(-1\,,\,-4)$ ង. $m=0\,,\,P(2\,,\,1)$ ច. $m=-\frac{3}{2}\,,\,P(0\,,\,3)$ ។

7. ក្នុងចំណោមបន្ទាត់ទាំងបីខាងក្រោម តើមួយណាស្របគ្នា ?

   ក. $2x+3y=-11$ ខ. $4x+8y-1=0$ គ. $y=-\frac{2}{3}x+1$ ។

8. ចូរកកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់តាងសមីការខាងក្រោម រួចប្រាប់ថា តើគូសមីការណាខ្លះ ដែលមានបន្ទាត់ស្របគ្នា។

   ក. $y=x+4\;\;,\;\;x-y+5=0$ ខ. $y=2x-3\;\;,\;\;x+2y+1=0$

   គ. $3x-y+4=0\;\;,\;\;y-2=3(x+1)$ ឃ. $2y=5x+6\;\;,\;\;5x+2y-1=0$ ។

9. តើគូសមីការណាខ្លះ ដែលមានបន្ទាត់កែងគ្នា ?

   ក. $y=3x+1\;\;,\;\;y=-\frac{1}{3}x$

   ខ. $y=2x+5\;\;,\;\;x-2y+6=0$

   គ. $y=5x-4\;\;,\;\;x+5y-1=0$ ។

10. ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលស្របនឹង

ក. $y=3x-4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5\,,1)$

ខ. $3x-2y+5=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-2\,,4)$

គ. $2x+2y+9=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-\frac{5}{3}\,,0\right)$

ឃ. $x-5y+6=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0\,,0)$ ។

11. ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់កែងនឹង

ក. $y=\frac{1}{2}x+4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5\,,0)$

ខ. $x-y+5=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0\,,0)$

គ. $8x+3y+1=0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-1\,,4)$

ឃ. $y=-x+6$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-4\,,-\frac{2}{3}\right)$ ។

12. ក. ចូរកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ $d_1$ កាត់តាមចំណុច $A(-3\,,5)$ ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-2$ រួចសង់បន្ទាត់នេះ .

ខ. គេមានសមីការបន្ទាត់ $d_2: y=(m-1)x+2$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $d_2$ ស្រប $d_1$ ។ តើមានតម្លៃ $m$ ដែលឱ្យ $d_2$ កែងនឹង $d_1$ ឬទេ? ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ត្រូវនឹងតម្លៃ $m$ នីមួយៗ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងនោះ។

គ. $B$ ជាចំណុចមួយដែលមានកូអរដោនេ $(6\,,0)$ ។ ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាម $A$ និង $B$ រួចបញ្ជាក់ចំណុចជួបនឹងអ័ក្ស $yy'$ ។

13. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេគេមានបីចំណុច $A(0\,,6)$ , $B(-3\,,0)$ និង $C(6\,,0)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ $AB$ និង $AC$ ។

ខ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ $D$ កាត់តាមចំណុច $C$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $AB$ ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ $D'$ កាត់តាមចំណុច $B$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $AC$ ។

14. ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ រកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(6\,,2)$ និង $B(2\,,-2)$ ។ ចូររកសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ $[AB]$ ។

ខ. គេឱ្យចំណុច $C(-2\,,6)$។ ចូរបង្ហាញថា $CAB$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ $C_2$ កាត់តាម $C$ ហើយស្របនឹង $AB$ ។

ឃ. ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ $C_2$ កាត់តាមចំណុច $M(-5\,,3)$ ។

15. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យចំណុច $A(-6\,,0)$ , $B(6\,,0)$ និង $C(3\,,9)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃជ្រុងត្រីកោណ $ABC$ ។

ខ. ចូរកសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ $ABC$ ។

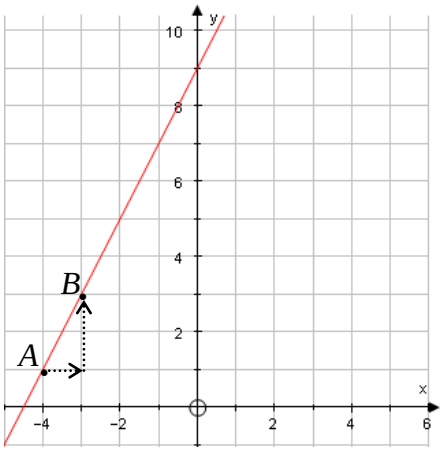
16. បើចំណុច $(a\,,6)$ និង $(2\,,a)$ ឋិតនៅលើបន្ទាត់ $4x+2y=b$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ រួចសង់បន្ទាត់នោះ។

17. តាមការអង្កេតរោងចក្រនានាលើសកលលោកដែលប្រើថាមពលប្រេងបានថយចុះពីមួយឆ្នាំទៅមួយឆ្នាំ។ នៅឆ្នាំ 1973 រោងចក្រដែលប្រើថាមពលពីប្រេងមានតែ 47% ហើយនៅឆ្នាំ 1990 ចំនួននោះបានថយមកត្រឹម 38% ។ ចូរកំណត់សមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងការប្រើប្រាស់ថាមពលពីប្រេងទៅតាមឆ្នាំ $x$ ។ គេកំណត់យក $x-0$ ត្រូវនឹងឆ្នាំ 1970 ។

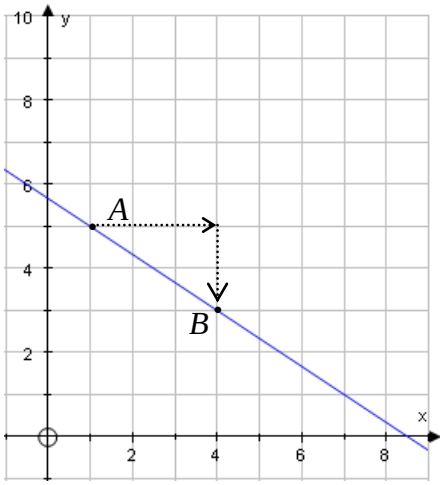
# មេរៀនទី១០ សមីការនៃបន្ទាត់

1. សង់បន្ទាត់កាត់តាមមួយចំណុច និងមានមេគុណប្រាប់ទិស

ក. យើងមាន $a=2$ និងចំណុចតាងដោយ $A(-4,1)$ យើងសង់ចំណុច $A(-4,1)$ រួចគូស 1 ឯកតាចេញពី $A$ ស្របអ័ក្ស $ox$ តាមទិសដៅវិជ្ជមាន និងគូស 2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្ស $oy$ តាមទិសដៅវិជ្ជមាន នោះយើងបានចំណុច $B$ រួចគូសបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A$ និង $B$ :




ខ. យើងមាន $a=-\frac{2}{3}$ និងចំណុចតាងដោយ $A(1,5)$ យើងសង់ចំណុច $A(1,5)$ រួចគូស 3 ឯកតាចេញពី $A$ ស្របអ័ក្ស $ox$ តាមទិសដៅវិជ្ជមាន និងគូស 2 ឯកតាស្របអ័ក្ស $oy$ តាមទិសដៅអវិជ្ជមាន នោះយើងបានចំណុច $B$ រួចគូសបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A$ និង $B$ :




2. រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច :

> * មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(x_A,y_A)$ និង $B(x_B,y_B)$ គឺ $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

ក. មានពីរចំណុចតាងដោយ $A(3,1)$ , $B(5,4)$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $A$ និង $B$

កំណត់ដោយ $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{4-1}{5-3}=\frac{3}{2}$

ដូចនេះ **មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺ $a=\frac{3}{2}$** ។

ខ. មានពីរចំណុចតាងដោយ $C(3,0)$ , $D(-3,-6)$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $C$ និង $D$

កំណត់ដោយ $a=\frac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\frac{-6-0}{-3-3}=\frac{-6}{-6}=1$

ដូចនេះ **មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺ $a=1$** ។

គ. ពីរចំណុចតាងដោយ $I(-2,-1)$ , $J(-4,-4)$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $I$ និង $J$

កំណត់ដោយ $a=\frac{y_J-y_I}{x_J-x_I}=\frac{-4+2}{-4+1}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$

ដូចនេះ **មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺ $a=\frac{2}{3}$** ។

ឃ. មានពីរចំណុចតាងដោយ $M(1,4)$ , $N(4,-2)$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $M$ និង $M$

កំណត់ដោយ $a=\frac{y_N-y_M}{x_N-x_M}=\frac{-2-4}{4-1}=\frac{-6}{3}=-2$

ដូចនេះ **មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺ $a=-2$** ។

3. រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច :

ក.មានពីរចំណុចតាងដោយ $A(-6,1)$ , $B(6,-2)$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AB$ គឺ

$$a=\frac{-2-1}{6-(-6)}=\frac{-3}{12}=-\frac{1}{4}$$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-1}{x-(-6)}=-\frac{1}{4}$

$$y-1=-\frac{1}{4}(x+6)$$

$$y=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}+1$$

$$y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ $y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$** ។

ខ.មានពីរចំណុចតាងដោយ $A(3,-4)$ , $B(-9,2)$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AB$ គឺ

$$a=\frac{2-(-4)}{-9-3}=\frac{6}{-12}=-\frac{1}{2}$$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-(-4)}{x-3}=-\frac{1}{2}$

$$y+4=-\frac{1}{2}(x-3)$$

$$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}-4$$

$$y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$** ។

*សម្គាល់ :* បន្ទាត់ពីរត្រួតលើគ្នា នោះបន្ទាត់ទាំងពីរមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា ។

គ.មានពីរចំណុចតាងដោយ $A(2,0)$ , $B(1,-8)$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-0}{x-2}=\frac{-8-0}{1-2}$$

$$\frac{y}{x-2}=\frac{-8}{-1}$$

$$y=8(x-2)$$

$$y=8x-16$$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ $y=8x-16$** ។

ឃ.ពីរចំណុចតាងដោយ $A(-4.2,-4)$ , $B(-2.2,6)$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-(-4)}{x-(-4.2)}=\frac{6-(-4)}{-2.2-(-4.2)}$$

$$\frac{y+4}{x+4.2}=\frac{10}{2}$$

$$y+4=5(x+4.2)$$

$$y=5x+21-4$$

$$y=5x+17$$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ $y=5x+17$** ។

ង. មានពីរចំណុចតាងដោយ $A(2.5,-1)$ , $B(0.5,1)$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-(-1)}{x-2.5}=\frac{1-(-1)}{0.5-2.5}$$

$$\frac{y+1}{x-2.5}=\frac{2}{-2}$$

$$y+1=-(x-2.5)$$

$$y=-x+2.5-1$$
$$y=-x+1.5$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ } y=-x+1.5}$ ។

ច. មានពីរចំណុចតាងដោយ $A(0,5)$ , $B(3,-2.5)$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-5}{x-0}=\frac{-2.5-5}{3-0}$$
$$\frac{y-5}{x}=\frac{-7.5}{3}$$
$$y+4=2.5x \text{ ឬ } y=2.5x-4$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ } y=2.5x-4}$ ។

4. -សរសេរសមីការទាក់ទង់នឹងការថយចុះចំនួនកសិករ :

សមីការដែលត្រូវសរសេរមានរាង $y=ax+b$

+ដោយ ចំនួនកសិករថយចុះជាលំដាប់ទៅតាមអត្រា 0.8% ក្នុងមួយឆ្នាំ នោះយើងបាន $a=-0.8\%$

+ហើយនៅឆ្នាំ 2000 កសិករមានចំនួន 80%

បើតាង $x$ ជាឆ្នាំ និង $y$ ជាចំនួនកសិករ នោះយើងបាន

ចំពោះ $x=2000$ នាំឱ្យ $y=80\%$

-សមីការ $y=ax+b$ អាចសរសេរជា :

$$80\%=-0.8\%\times 2000+b$$
$$0.8=-0.008\times 2000+b$$
$$0.8=-16+b$$
$$b=16.8$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សរសេរបានសមីការ } y=-0.008x+16.8}$ ។

-ប្រើសមីការប៉ាន់ស្មានចំនួនកសិករនៅឆ្នាំ 2008 :

នៅឆ្នាំ 2008 មានន័យថា $x=2008$ នោះយើងបាន :

$y=-0.008\times 2008+16.8=0.736$ ឬ $y=73.6\%$

ដូចនេះ $\boxed{\text{នៅឆ្នាំ 2008 កសិករមានចំនួន } 73.6\%}$ ។

5. រកសមីការដែលទាក់ទឹងអ្នកជក់បារី និងចំនួនឆ្នាំ :

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការបន្ទាត់ត្រូវរក

ដែល $x$ ជាចំនួនឆ្នាំ និង $y$ ជាចំនួនអ្នកជក់បារី

+អ្នកជក់បារីមានចំនួន 38% នៅឆ្នាំ 1992 :

នាំឱ្យ $y=38\%$ និង $x=1992$

យើងបាន $y=ax+b$ កាត់ចំណុច $A(1992\ ,\ 0.38)$

+អ្នកជក់បារីមានចំនួន 15.5% នៅឆ្នាំ 2007 :

នាំឱ្យ $y=15.5\%$ និង $x=2007$

យើងបាន $y=ax+b$ កាត់ចំណុច $B(2007\ ,\ 0.155)$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $y=ax+b$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-0.38}{x-1992}=\frac{0.155-0.38}{2007-1992}$$
$$\frac{y-0.38}{x-1992}=\frac{-0.225}{15}$$
$$\frac{y-0.38}{x-1992}=-0.015$$
$$y-0.38=-0.015(x-1992)$$
$$y=-0.015x+29.88+0.38$$
$$y=-0.015x+30.26$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការរកបានគឺ } y=-0.015x+30.26}$

6. សរសេរសមីការបន្ទាត់ សង់បន្ទាត់ រួចរកចំណុចប្រសព្វ:

ក. -យើងមាន $m=1$ , $P(0\ ,\ 2)$

នាំឱ្យ $a=m=1$ , $x=0$ , $y=2$

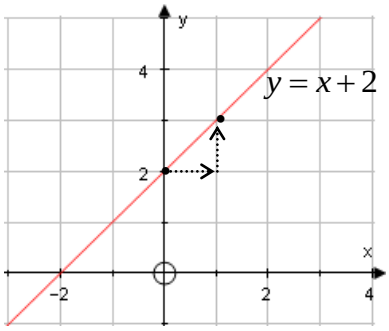
បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

យើងបាន $2=1\cdot 0+b$ នាំឱ្យ $b=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } y=x+2}$ ។

-សង់បន្ទាត់ $y=x+2$ តាមរបៀបមើល

$m=1$ , $P(0\ ,\ 2)$ (ល្បឿនជាង ប្រើតារាងតម្លៃលេខ)




តាមក្រាបចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $y=x+2$ និង :

-អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $(-2\,,\,0)$

-អ័ក្សអរដោនេគឺ $P(0\,,\,2)$ ។

ខ. -យើងមាន $m=-1\,,\,P(1\,,\,0)$

នាំឱ្យ $a=m=-1\,,\,x=1\,,\,y=0$

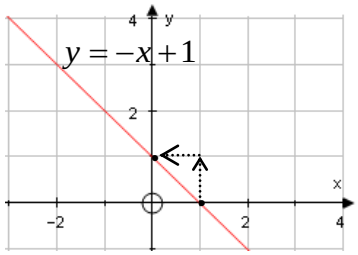
បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

យើងបាន $0=-1\cdot 1+b$ នាំឱ្យ $b=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } y=-x+1}$ ។

-សង់បន្ទាត់ $y=-x+1$ តាមរបៀបមើល

មេគុណប្រាប់ទិស $m=-1\,,\,P(1\,,\,0)$




តាមក្រាបចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $y=-x+1$ និង :

-អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $P(1\,,\,0)$

-អ័ក្សអរដោនេគឺ $(0\,,\,1)$ ។

គ. -យើងមាន $m=-2\,,\,P(3\,,\,-1)$

នាំឱ្យ $a=m=-2\,,\,x=3\,,\,y=-1$

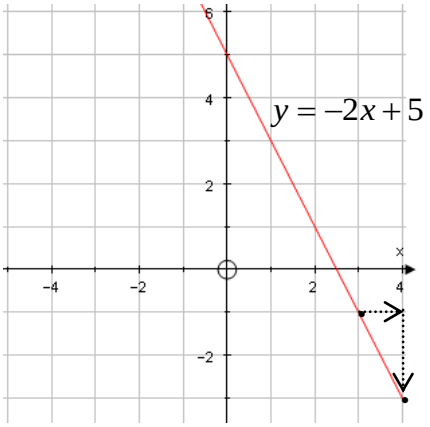
បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

យើងបាន $-1=-2\cdot 3+b$ នាំឱ្យ $b=5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } y=-2x+5}$ ។

-សង់បន្ទាត់ $y=-2x+5$ តាមរបៀបមើល

មេគុណប្រាប់ទិស $m=-2\,,\,P(3\,,\,-1)$




តាមក្រាបចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $y=-2x+5$ និង :

-អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $(2.5\,,\,0)$

-អ័ក្សអរដោនេគឺ $(0\,,\,5)$ ។

ឃ. -យើងមាន $m=\dfrac{3}{5}\,,\,P(-1\,,\,-4)$

នាំឱ្យ $a=m=\dfrac{3}{5}\,,\,x=-1\,,\,y=-4$

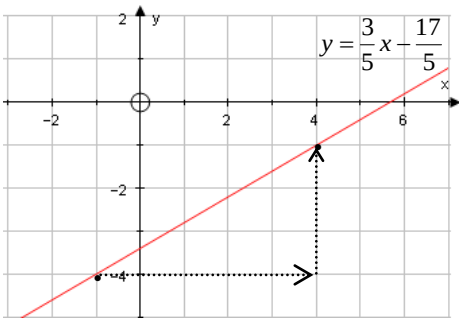
បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

យើងបាន $-4=\dfrac{3}{5}\cdot(-1)+b$ នាំឱ្យ $b=-\dfrac{17}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } y=\dfrac{3}{5}x-\dfrac{17}{5}}$ ។

-សង់បន្ទាត់ $y=\dfrac{3}{5}x-\dfrac{17}{5}$ តាមរបៀបមើល

មេគុណប្រាប់ទិស $m=\dfrac{3}{5}\,,\,P(-1\,,\,-4)$




តាមក្រាបចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $y=-x+1$ និង :

-អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $(17/3\,,\,0)$

-អ័ក្សអរដោនេគឺ $(0\,,\,-17/5)$ ។

ង. -យើងមាន $m=0$ , $P(2,1)$

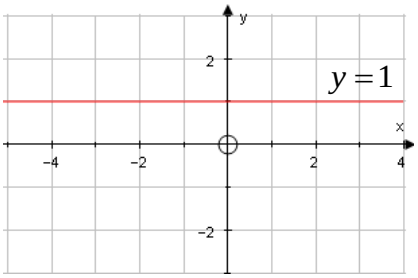
ដោយមេគុណប្រាប់ទិស $m=0$ និង $y=1$

នោះបន្ទាត់ដែលត្រូវរក គឺស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

ហើយមានសមីការ $y=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } y=1}$ ។

-សង់បន្ទាត់ $y=1$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស




តាមក្រាបចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $y=1$ និង :

-អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ គ្មាន ព្រោះ $y=1$ ស្របអ័ក្ស $ox$

-អ័ក្សអរដោនេគឺ $(0,1)$ ។

ច. -យើងមាន $m=-\frac{3}{2}$ , $P(0,3)$

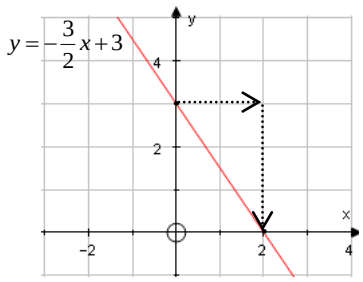
នាំឱ្យ $a=m=-\frac{3}{2}$ , $x=0$ , $y=3$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

យើងបាន $3=-\frac{3}{2}\cdot 0+b$ នាំឱ្យ $b=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } y=-\frac{3}{2}x+3}$ ។

-សង់បន្ទាត់ $y=-\frac{3}{2}x+3$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស




តាមក្រាបចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $y=-\frac{3}{2}x+3$ និង :

-អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $(2,0)$

-អ័ក្សអរដោនេគឺ $(0,3)$ ។

7. ក្នុងចំណោមបន្ទាត់បី តើបន្ទាត់ណាស្របគ្នា ?

ក. $2x+3y=-11$ ឬ $y=-\frac{2}{3}x-\frac{11}{3}$

ខ. $4x+8y-1=0$ ឬ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}$

គ. $y=-\frac{2}{3}x+1$

ដោយបន្ទាត់ ក. $y=-\frac{2}{3}x-\frac{11}{3}$ និង គ. $y=-\frac{2}{3}x+1$

មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា នាំឱ្យវាស្របគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក. } 2x+3y=-11 \text{ ស្របនឹង គ. } y=-\frac{2}{3}x+1}$ ។

8. រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ តើវាស្របគ្នា ឬទេ ?

ក. $y=x+4$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=1$

$x-y+5=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=1$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{\text{គូសមីការបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា}}$ ។

ខ. $y=2x-3$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=2$

$x+2y+1=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=-\frac{1}{2}$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមានមេគុណប្រាប់ទិសមិនស្មើគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{\text{គូសមីការបន្ទាត់ទាំងពីរមិនស្របគ្នាទេ}}$ ។

គ. $3x-y+4=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=3$

$y-2=3(x+1)$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=3$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{\text{គូសមីការបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា}}$ ។

ឃ. $2y=5x+6$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=5/2$

$5x+2y-1=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=-5/2$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមានមេគុណប្រាប់ទិសមិនស្មើគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{\text{គូសមីការបន្ទាត់ទាំងពីរមិនស្របគ្នាទេ}}$ ។

9. តើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់កែងគ្នា ?

ក. $y=3x+1$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=3$

$y=-\frac{1}{3}x$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=-\frac{1}{3}$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមាន $a\times a'=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

ដូចនេះ **គូនៃសមីការនេះ មានបន្ទាត់កែងគ្នា** ។

ខ. $y=2x+5$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=2$

$x-2y+6=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=\frac{1}{2}$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមាន $a\times a'=2\cdot\frac{1}{2}=1\neq -1$

ដូចនេះ **គូនៃសមីការនេះ មានបន្ទាត់មិនកែងគ្នាទេ** ។

គ. $y=5x-4$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=5$

$x+5y-1=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=-\frac{1}{5}$

ដោយបន្ទាត់ទាំងពីរមាន $a\times a'=5\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)=-1$

ដូចនេះ **គូនៃសមីការនេះ មានបន្ទាត់កែងគ្នា** ។

10. កំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលស្របនឹង :

ក. យើងមាន $y=3x-4$ និងចំណុច $(5\,,1)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

ដោយ $y=ax+b$ ស្របនឹង $y=3x-4$ នោះ $a=3$

ហើយ $y=ax+b$ កាត់តាមចំណុច $(5\,,1)$

នោះ $x=5\,,\ y=1$

យើងបាន $1=3\cdot 5+b$ នាំឱ្យ $b=-14$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=3x-14$** ។

ខ. យើងមាន $3x-2y+5=0$ និងចំណុច $(-2\,,\,4)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$ ដែលស្របនឹង

បន្ទាត់ $3x-2y+5=0$ នោះ $a=\frac{3}{2}$

ហើយ $y=ax+b$ កាត់តាមចំណុច $(-2\,,\,4)$

នោះ $x=-2\,,\ y=4$

យើងបាន $4=\frac{3}{2}\cdot(-2)+b$ នាំឱ្យ $b=7$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=\frac{3}{2}x+7$** ។

គ. យើងមាន $2x+2y+9=0$ និងចំណុច $\left(-\frac{5}{3}\,,\,0\right)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$ ដែលស្របនឹង

បន្ទាត់ $2x+2y+9=0$ នោះ $a=-1$

ហើយ $y=ax+b$ កាត់តាមចំណុច $\left(-\frac{5}{3}\,,\,0\right)$

នោះ $x=-\frac{5}{3}\,,\ y=0$

យើងបាន $0=-1\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)+b$ នាំឱ្យ $b=-\frac{5}{3}$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=-x-\frac{5}{3}$** ។

ឃ. យើងមាន $x-5y+6=0$ និងចំណុច $(0\,,\,0)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax$ ព្រោះវាកាត់ $(0\,,\,0)$

ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x-5y+6=0$ នោះ $a=\frac{1}{5}$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=\frac{1}{5}x$** ។

11. កំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលកែងនឹង :

ក. យើងមាន $y=\frac{1}{2}x+4$ និងចំណុច $(5\,,0)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$ ដែលកែងនឹង

បន្ទាត់ $y=\frac{1}{2}x+4$ នាំឱ្យ $a\times\frac{1}{2}=-1$ ឬ $a=-2$

ហើយ $y=ax+b$ កាត់តាមចំណុច $(5\,,0)$

នោះ $x=5\,,\ y=0$

យើងបាន $0=-2\cdot 5+b$ នាំឱ្យ $b=10$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=-2x+10$** ។

ខ. យើងមាន $x-y+5=0$ និងចំណុច $(0,0)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax$ ព្រោះវាកាត់ $(0,0)$

ហើយ $y=ax$ កែងនឹង $x-y+5=0$ មាន $a'=1$

នាំឱ្យ $a\times 1=-1$ ឬ $a=-1$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=-x$** ។

**សម្គាល់ : បន្ទាត់ដែលកាត់តាមគល់តម្រុយ $(0,0)$ ជាបន្ទាត់ដែលមានសមីការរាង $y=ax$ ។**

គ. យើងមាន $8x+3y+1=0$ និងចំណុច $(-1,4)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$ ដែលកែងនឹងបន្ទាត់

$8x+3y+1=0$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=-\frac{8}{3}$

នាំឱ្យ $a\times\left(-\frac{8}{3}\right)=-1$ ឬ $a=\frac{3}{8}$

ហើយ $y=ax+b$ កាត់តាមចំណុច $(-1,4)$

នោះ $x=-1$ , $y=4$

យើងបាន $4=\frac{3}{8}\cdot(-1)+b$ នាំឱ្យ $b=\frac{35}{8}$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=\frac{3}{8}x+\frac{35}{8}$** ។

ឃ. យើងមាន $y=-x+6$ និងចំណុច $\left(-4,-\frac{2}{3}\right)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$ ដែលកែងនឹងបន្ទាត់

$y=-x+6$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a'=-1$

នាំឱ្យ $a\times(-1)=-1$ ឬ $a=1$

ហើយ $y=ax+b$ កាត់តាមចំណុច $\left(-4,-\frac{2}{3}\right)$

នោះ $x=-4$ , $y=-\frac{2}{3}$

យើងបាន $-\frac{2}{3}=1\cdot(-4)+b$ នាំឱ្យ $b=\frac{10}{3}$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $y=x+\frac{10}{3}$** ។

12. ក. កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ $d_1$ :

បន្ទាត់ត្រូវកំណត់មានរាង $d_1$ : $y=ax+b$

ដោយ $d_1$ កាត់តាមចំណុច $A(-3,5)$

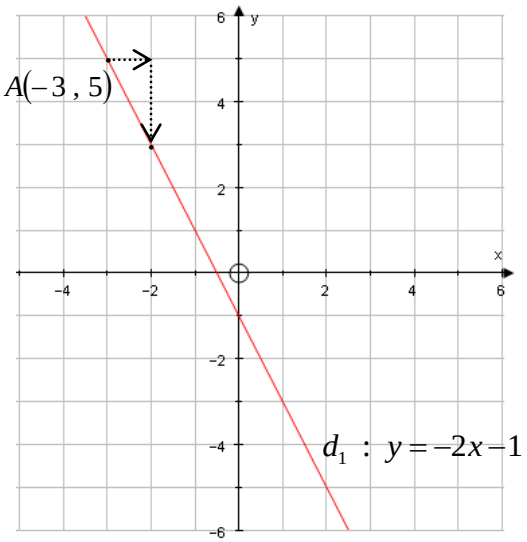
នាំឱ្យ $x=-3$ , $y=5$

ហើយ $d_1$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=-2$

យើងបាន $5=(-2)(-3)+b$ នាំឱ្យ $b=-1$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ $d_1$ : $y=-2x-1$** ។

-សង់បន្ទាត់ $d_1$ : $y=-2x-1$ :




ខ. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យ $d_2 // d_1$

យើងមាន $d_2 : y=(m-1)x+2$ និងបន្ទាត់

$d_1$ : $y=-2x-1$ .

ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ទាំងពីរ $d_2$ និង $d_1$ ស្របគ្នាលុះត្រាតែ :

$m-1=-2$ នាំឱ្យ $m=-1$

ដូចនេះ **តម្លៃកំណត់បានគឺ $m=-1$** ។

-តើមានតម្លៃ $m$ ដែលធ្វើឱ្យ $d_2\perp d_1$ ឬទេ ?

បន្ទាត់ $d_2\perp d_1$ លុះត្រាតែ $(m-1)(-2)=-1$

ឬ $-2m+2=-1$ នាំឱ្យ $m=\frac{3}{2}$

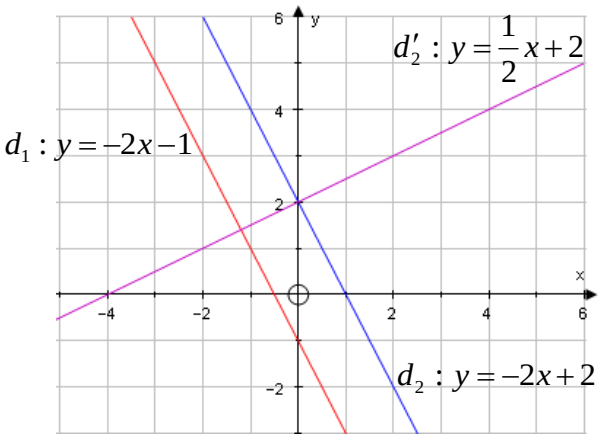
ដូចនេះ **មានតម្លៃ $m=\frac{3}{2}$ ដែលធ្វើឱ្យ $d_2\perp d_1$** ។

-សរសេរសមីការការនៃបន្ទាត់ត្រូវនឹងតម្លៃ $m$ នីមួយៗ

ចំពោះ $m=-1$ នោះ $d_2: y=-2x+2$

ចំពោះ $m=\frac{3}{2}$ នោះ $d_2': y=\frac{1}{2}x+2$

-សង់បន្ទាត់ទាំងនោះ (មើលសមីការបន្ទាត់ រួចសង់តែម្តង)




គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A$ និង $B$ :

យើងមាន $A(-3,5)$ និង $B(6,0)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $AB: y=ax+b$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-5}{x-(-3)}=\frac{0-5}{6-(-3)}$$

$$\frac{y-5}{x+3}=\frac{-5}{9}$$

$$y-5=-\frac{5}{9}(x+3)$$

$$y=-\frac{5}{9}x-\frac{5}{3}+5$$

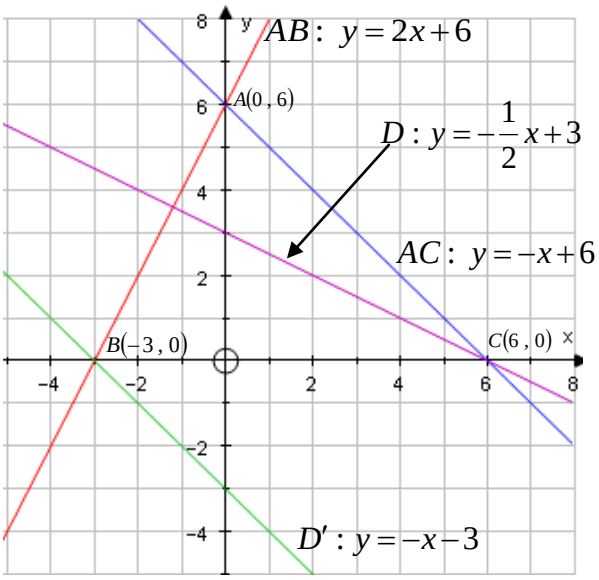
$$y=-\frac{5}{9}x+\frac{10}{3}$$

បើ $x=0$ នោះបន្ទាត់ $y=-\frac{5}{9}x+\frac{10}{3}$ ជួបនឹងអ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ចំណុច $\left(0,\frac{10}{3}\right)$

ដូចនេះ **បន្ទាត់ $AB: y=-\frac{5}{9}x+\frac{10}{3}$ ហើយជួបនឹងអ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ចំណុច $\left(0,\frac{10}{3}\right)$** ។

13. ក្នុងតម្រុតអរតូណរមេ យើងមានបីចំណុចគឺ :

$A(0,6)$, $B(-3,0)$ និង $C(6,0)$




ក. -រកសមីការនៃបន្ទាត់ $AB$ :

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-6}{x-0}=\frac{0-6}{-3-0}$$

$$y-6=2x$$

$$y=2x+6$$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ $AB: y=2x+6$** ។

- រកសមីការនៃបន្ទាត់ $AC$ :

តាង $N(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AC$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AN$ និង $AC$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}$

$$\frac{y-6}{x-0}=\frac{0-6}{6-0}$$

$$y-6=-x$$

$$y=-x+6$$

ដូចនេះ **សមីការបន្ទាត់ $AC: y=-x+6$** ។

ខ. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $D$ ៖

សមីការបន្ទាត់ $D$ ត្រូវរកមានរាង $D: y=ax+b$

ដោយ $D$ កាត់តាម $C(6,0)$ នោះ $x=6$ , $y=0$

ហើយ $D$ កែងនឹងបន្ទាត់ $AB: y=2x+6$

នាំឱ្យ $a\times 2=-1$ នោះ $a=-\frac{1}{2}$

យើងបាន $0=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 6+b$ នាំឱ្យ $b=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់រកបានគឺ } D: y=-\frac{1}{2}x+3}$ ។

គ. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $D'$ ៖

សមីការបន្ទាត់ $D'$ ត្រូវរកមានរាង $D': y=a'x+b'$

ដោយ $D'$ កាត់តាមចំណុច $B(-3,0)$

នាំឱ្យ $x=-3$ , $y=0$

ហើយ $D'$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $AC: y=-x+6$

នាំឱ្យ $a'=-1$

យើងបាន $0=(-1)\cdot(-3)+b'$ នោះ $b'=-3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់រកបានគឺ } D': y=-x-3}$ ។

14. ក-រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A$ និង $B$ ៖

យើងមានពីរចំណុច $A(6,2)$ និង $B(2,-2)$

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{y-y_A}{x-x_A}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-2}{x-6}=\frac{-2-2}{2-6}$$
$$\frac{y-2}{x-6}=1$$
$$y-2=x-6$$
$$y=x-4$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } AB: y=x-4}$ ។

-រកសមីការនៃខ្សែរមេដ្យាម៍ររបស់ $|AB|$ ៖

តាង $d: y=ax+b$ ជាសមីការខ្សែរមេដ្យាម៍រ $|AB|$

នាំឱ្យ $d$ ត្រូវកាត់តាម $I$ ដែល $I$ កណ្តាល $|AB|$

នោះ $I\left(\frac{6+2}{2},\frac{2-2}{2}\right)$ ឬ $I(4,0)$

ហើយ $d: y=ax+b$ ត្រូវកែងនឹង $AB: y=x-4$

នាំឱ្យ $a\times 1=-1$ នោះ $a=-1$

យើងបាន $d: 0=-1\cdot 4+b$ នោះ $b=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ខ្សែរមេដ្យាម៍រនៃ } |AB| \text{ គឺ } d: y=-x+4}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $CAB$ ជាត្រីកោណសមបាត ៖

យើងមាន $C(-2,6)$ , $A(6,2)$ និង $B(2,-2)$

យើងគណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ $CAB$ ៖

$$AC=\sqrt{(-2-6)^2+(6-2)^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$$
$$AB=\sqrt{(2-6)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}$$
$$BC=\sqrt{(-2-2)^2+(6+2)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}$$

ដោយត្រីកោណ $CAB$ មាន $AC=BC=\sqrt{80}$

ដូចនេះ $\boxed{CAB \text{ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល } C}$ ។

គ. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $C_2$ ៖

តាង $C_2: y=a'x+b'$ ជាបន្ទាត់ត្រូវរក

ដោយ $C_2$ កាត់ $C(-2,6)$ នោះ $x=-2$ , $y=6$

ហើយ $C_2$ ស្របនឹង $AB: y=x-4$ នោះ $a'=1$

យើងបាន $C_2: 6=1\cdot(-2)+b'$ នោះ $b'=8$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់រកបានគឺ } C_2: y=x+8}$ ។

ឃ. បង្ហាញថា $C_2$ កាត់តាម $M(-5,3)$ ៖

បើចំណុច $M$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $C_2$ នោះ $C_2$ កាត់ $M$

ចំពោះ $M(-5,3)$ នោះ $3=-5+8$ ឬ $3=3$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } C_2 \text{ កាត់តាម } M(-5,3)}$ ។

15. ក. រកសមីការនៃជ្រុងត្រីកោណ $ABC$ ៖

យើងមាន $A(-6,0)$, $B(6,0)$ និង $C(3,9)$

-រកសមីការនៃជ្រុង $AB$ ៖

តាង $M(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AB$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AM$ និង $AB$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

$$\frac{y-0}{x-(-6)}=\frac{0-0}{6-(-6)}$$

$$y=0$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការនៃជ្រុង } AB: y=0 \text{ ជាអ័ក្ស } x'x}$

-រកសមីការនៃជ្រុង $AC$ ៖

តាង $N(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $AC$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $AN$ និង $AC$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{y_C-y_A}{x_C-x_A}$

$$\frac{y-0}{x-(-6)}=\frac{9-0}{3-(-6)}$$

$$y=x+6$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការនៃជ្រុង } AC:\ y=x+6}$ ។

-រកសមីការនៃជ្រុង $BC$ ៖

តាង $K(x,y)$ ជាចំណុចនៅលើបន្ទាត់ $BC$

នាំឱ្យ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $BK$ និង $BC$ ស្មើគ្នា

យើងបាន $\dfrac{y-y_B}{x-x_B}=\dfrac{y_C-y_B}{x_C-x_B}$

$$\frac{y-0}{x-6}=\frac{9-0}{3-6}$$

$$\frac{y}{x-6}=-3$$

$$y=-3x+18$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការនៃជ្រុង } BC:\ y=-3x+18}$ ។

ខ. រកសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ $ABC$

-សមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័រជ្រុង $AB$ ៖

តាង $M_{AB}: y=ax+b$ ជាខ្សែមេដ្យាទ័រជ្រុង $AB$ ៖

ដោយ $M_{AB}$ ត្រូវកាតចំណុច $I_{AB}$ កណ្តាលជ្រុង $AB$

នាំឱ្យ $I_{AB}\left(\dfrac{-6+6}{2},\dfrac{0+0}{2}\right)$ ឬ $I_{AB}(0,0)$ (គល់.)

នោះសមីការត្រូវរកប្តូរមកជារាង $M_{AB}: y=ax$

ហើយ $M_{AB}: y=ax$ កែងនឹង $AB: y=0$

នាំឱ្យ $0=ax$ នោះ $0=x$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមេដ្យាទ័រ } M_{AB}: x=0 \text{ ជាអ័ក្ស } y'y}$

-សមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័រជ្រុង $AC$ ៖

តាង $M_{AC}: y=a'x+b'$ ជាខ្សែមេដ្យាទ័រជ្រុង $AC$ ៖

ដោយ $M_{AC}$ ត្រូវកាតចំណុច $I_{AC}$ កណ្តាលជ្រុង $AC$

នាំឱ្យ $I_{AC}\left(\dfrac{-6+3}{2},\dfrac{0+9}{2}\right)$ ឬ $I_{AC}\left(\dfrac{-3}{2},\dfrac{9}{2}\right)$

ហើយ $M_{AC}$ កែងនឹង $AC: y=x+6$

នាំឱ្យ $a'\times 1=-1$ នោះ $a'=-1$

យើងបាន $\dfrac{9}{2}=(-1)\left(\dfrac{-3}{2}\right)+b'$ នោះ $b'=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមេដ្យាទ័រ } M_{AC}: y=-x+3}$ ។

-សមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័រជ្រុង $BC$ ៖

តាង $M_{BC}: y=a''x+b''$ ជាខ្សែមេដ្យាទ័រជ្រុង $BC$ ៖

ដោយ $M_{BC}$ ត្រូវកាតចំណុច $I_{BC}$ កណ្តាលជ្រុង $BC$

នាំឱ្យ $I_{BC}\left(\dfrac{6+3}{2},\dfrac{0+9}{2}\right)$ ឬ $I_{BC}\left(\dfrac{9}{2},\dfrac{9}{2}\right)$

ហើយ $M_{BC}$ កែងនឹង $BC: y=-3x+18$

នាំឱ្យ $a''\times(-3)=-1$ នោះ $a''=1/3$

យើងបាន $\dfrac{9}{2}=\left(\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{9}{2}\right)+b''$ នោះ $b''=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមេដ្យាទ័រ } M_{BC}: y=\dfrac{1}{3}x+3}$ ។

16. កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ ៖

យើងមានបន្ទាត់ $4x+2y=b$

ដោយ ចំណុច $(a\,,6)$ នៅលើបន្ទាត់ $4x+2y=b$

យើងបាន $4a+2\cdot 6=b$ ឬ $4a+12=b$ $(1)$

ហើយ ចំណុច $(2\,,a)$ នៅលើបន្ទាត់ $4x+2y=b$

យើងបាន $4\cdot 2+2a=b$ ឬ $2a+8=b$ $(2)$

យើងផ្ទឹមតម្លៃ $b$ នៃសមីការ $(1)$ និង $(2)$ យើងបាន:

$$4a+12=2a+8$$
$$4a-2a=8-12$$
$$2a=-4$$
$$a=-2$$

ចំពោះ $a=-2$ យកទៅជំនួសក្នុង $(1)$ យើងបាន :

$(1)$: $4a+12=b$

$4(-2)+12=b$

$b=4$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បានគឺ $a=-2\ ,\ b=4$ ។

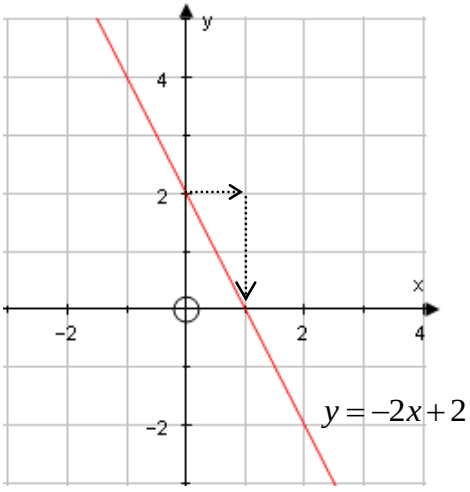
-សង់បន្ទាត់នោះ :

ចំពោះ $b=4$ នោះយើងបាន $4x+2y=4$

ឬ $2x+y=2$ នាំឱ្យ $y=-2x+2$

យើងសង់បន្ទាត់ ដោយមើល $y=-2x+2$

( មិនចាំបាច់ប្រើតារាងតម្លៃលេខ )




17. កំណត់សមីការដែលទាក់ទងនឹងការប្រើថាមពលពីប្រេងទៅតាមឆ្នាំ :

តាង $y=ax+b$ ជាសមីការដែលត្រូវកំណត់

ដែល $x$ ជាឆ្នាំ និង $y$ ជាថាមពលប្រេងដែលប្រើប្រាស់

ដោយគេកំណត់យក $x=0$ ត្រូវនឹងឆ្នាំ 1970

នោះ ឆ្នាំ 1973 កំណត់ដោយ $x=3$

ឆ្នាំ 1990 កំណត់ដោយ $x=20$

ដោយ នៅឆ្នាំ 1973 ថាមពលប្រេងប្រើប្រាស់គឺ 47%

នៅឆ្នាំ 1990 ថាមពលប្រេងប្រើប្រាស់គឺ 38%

នាំឱ្យ $x=3$ ត្រូវនឹងថាមពលប្រើប្រាស់ $y=47\%$

$x=20$ ត្រូវនឹងថាមពលប្រើប្រាស់ $y=38\%$

ដោយមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ ជាផលធ្យើបនៃបម្រែបម្រួលនៃ $y$ និង បម្រែបម្រួលនៃ $x$

យើងបាន $a=\dfrac{38\%-47\%}{20-3}$

$$a=\frac{0.38-0.47}{17}=-\frac{0.09}{17}$$

នាំឱ្យ $47\%=-\dfrac{0.09}{17}\cdot 3+b$

$$0.47=-\frac{0.09}{17}\cdot 3+b$$
$$b=0.47+\frac{0.27}{17}$$
$$b=\frac{8.26}{17}$$

សមីការអាចសរសេរ $y=-\dfrac{0.09}{17}x+\dfrac{8.26}{17}$

ឬ $y=-\dfrac{9}{1700}x+\dfrac{826}{1700}$

ដូចនេះ សមីការទំនាក់ទំនងកំណត់បានគឺ $y=-\dfrac{9}{1700}x+\dfrac{826}{1700}$ ។

# មេរៀនទី១១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានពីរអញ្ញាត

1. តើគូអរដោនេដែលគេឱ្យខាងក្រោម ជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធសមីការឬទេ?

ក. $\begin{cases} x-y=8 \\ x+y=-2 \end{cases}$ $(3\,,-5)$ ខ. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+2y=4 \end{cases}$ $(2\,,-1)$

គ. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=3 \end{cases}$ $(0\,,0)$ ឃ. $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$ $(5\,,2)$ ។

2. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប។

ក. $\begin{cases} x-4y=1 \\ x+y=-4 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} y-2=0 \\ x+3=0 \end{cases}$ គ. $\begin{cases} 2x-3y=13 \\ x-2y=8 \end{cases}$ ឃ. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=4 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} 2x+y=6 \\ y=8-2x \end{cases}$ ច. $\begin{cases} x+y=1 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=2 \end{cases}$ ឆ. $\begin{cases} x+y=3 \\ y=\dfrac{7-2x}{2} \end{cases}$ ជ. $\begin{cases} y=7-x \\ x=y+3 \end{cases}$ ។

3. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបូកបំបាត់។

ក. $\begin{cases} 2x+2y=-2 \\ 5x-2y=9 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} 2x+2y=8 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ គ. $\begin{cases} 3x+3y=9 \\ 4x-3y=-16 \end{cases}$ ឃ. $\begin{cases} 8x-3y=17 \\ -7x+6y=2 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} 7x-10y=-1 \\ 3x+2y=-13 \end{cases}$ ច. $\begin{cases} 4x-3y=15 \\ 8x+2y=-10 \end{cases}$ ឆ. $\begin{cases} 2x+8y=-1 \\ -10x+4y=16 \end{cases}$ ជ. $\begin{cases} 5x+3y+9=0 \\ 3x-4y+17=0 \end{cases}$

ឈ. $\begin{cases} 6x-5=2x-7y \\ 2x=5y-6 \end{cases}$ ញ. $\begin{cases} 4x-3y=9 \\ -3x+5y=7 \end{cases}$ ដ. $\begin{cases} 3x+4y=-1 \\ 7x+9y=0 \end{cases}$ ប. $\begin{cases} 4x-2y=-19 \\ -6x-3y=1.5 \end{cases}$ ។

4. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស

ក. $\begin{cases} x-2y=16 \\ 4x+y=1 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} x+2y=6 \\ 4x+3y=4 \end{cases}$ គ. $\begin{cases} y=-4x+5 \\ 2x-3y=13 \end{cases}$ ឃ. $\begin{cases} 5x-y=-23 \\ 3x-y=-15 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} -2x+y=2 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$ ច. $\begin{cases} x+5y=11 \\ 4x-y=2 \end{cases}$ ឆ. $\begin{cases} 2x+3y=11 \\ 3x+3y=18 \end{cases}$ ជ. $\begin{cases} 5x+3y=4 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$

ឈ. $\begin{cases} 5x+7y=-3 \\ 2x+14y=2 \end{cases}$ ញ. $\begin{cases} 3x+6y=6 \\ 2x=2y \end{cases}$ ដ. $\begin{cases} x=10y \\ \dfrac{1}{2}x=3y+2 \end{cases}$ ប. $\begin{cases} x-7=y \\ \dfrac{1}{4}x-1=y \end{cases}$ ។

5. ក. ចូរកំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមគ្មានចម្លើយ។

$\begin{cases} 4x+6y=12 \\ 2x+my=5 \end{cases}$ $\begin{cases} 12x-3my=1 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$

ខ. ចូរកំណត់តម្លៃ $m$ និង $n$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានគូចម្លើយរាប់មិនអស់ ។

$\begin{cases} mx+ny=10 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$ $\begin{cases} 6x+y=30 \\ (n-1)x+\dfrac{1}{3}y=n+m \end{cases}$ ។

6. សុខនិងសៅទិញសៀវភៅសរសេរ។សុខទិញសៀវភៅស្តើង2 ក្បាលនិងសៀវភៅក្រាស់3 ក្បាលអស់ប្រាក់21 000 រ។ ចំណែកសៅវិញទិញសៀវភៅស្តើង 3 ក្បាលនិងសៀវភៅក្រាស់2 ក្បាលអស់ប្រាក់19 000 រ។ តើសៀវភៅទាំងពីរប្រភេទនេះ មានតម្លៃមួយក្បាលថ្លៃប៉ុន្មានរៀល ?
7. នៅក្នុងកាបូបមួយមានប្រាក់ 8 000 រ។ គេរាប់ចំនួនក្រាដាសប្រាក់ឃើញ 11 សន្លឹក។ ក្រដាសប្រាក់នេះមានពីរប្រភេទ គឺប្រភេទ 500 រ និង 1 000 រ។ ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ។
8. ពូសំដាក់ទឹកត្នោតដោយប្រើខ្សែពួរបង្ហូតចុះមកដី។ បើគាត់មិនបត់ខ្សែជាពីរទេ នោះគាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដីនៅសល់កន្ទុយខ្សែ 7 m ទៀត។ ប៉ុន្តែបើគាត់បត់ខ្សែពួរជាពីរ គាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដីល្មមគ្មានសល់ខ្សែសោះ។ បំពង់និងខ្សែ បំពង់មានប្រវែង 1 m ។ កម្ពស់ដើមត្នោតត្រូវគិតពីកន្លែងដែលគាត់អង្គុយមកត្រឹមដី។ ចូររកប្រវែងខ្សែពួរ និងកម្ពស់ដើមត្នោត។
9. ដីមួយកន្លែងមានរាងជាចតុកោណកែងមានបរិមាត្រ 110 m ។ បើគេថែម 5 m លើបណ្តោយនិង 2 m លើទទឹង នោះផ្ទៃក្រឡាកើនលើសពីមុន 150 $m^2$ ។ ចូររកប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹងដីនោះ។
10. គេយកក្រដាសប្រាក់ 20 $ ទៅទិញនំ H និងនំ P ។
    បើគេទិញនំ H 6 និងនំ P 4 នោះគេនឹងអាប់វិញ 1.5 $
    បើគេទិញនំ H 2 និងនំ P 5 នោះគេនឹងអាប់វិញ 1 $
    បើគេទិញនំ H 4 និងនំ P 4 តើគេនឹងអាប់វិញប្រាក់ប៉ុន្មាន ?
11. ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើ 22 ពីរដងនៃចំនួនធំបូកនឹងបីដងនៃចំនួនតូចស្មើនឹង 246 ។ រកពីរចំនួននោះ ។
12. ពីរចំនួនមានផលបូកស្មើនឹង 490 និងមានផលធៀបស្មើនឹង $\frac{3}{7}$ ។ ចូរគណនាចំនួនទាំងពីរនោះ ។
13. ផលធៀបនៃពីរចំនួនស្មើនឹង $\frac{5}{4}$ និងការេនៃផលដករបស់វាស្មើនឹង 324 ។ ចូររកចំនួននីមួយៗ។
14. ត្រីកោណ ABC មួយមានបរិមាត្រ 192 m ។ ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង BC , CA , AB ដោយដឹងថាជ្រុងទាំងនោះសមាមាត្ររៀងគ្នានឹងចំនួន 2.5 , 2 និង 1.5 ។
15. ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 36 និងការេនៃផលធៀបរបស់វាស្មើនឹង $\frac{25}{81}$ ។ ចូរគណនាចំនួននីមួយៗ។
16. ផលធៀបបាតទាំងពីរនៃចតុកោណព្នាយមួយស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ និងផលបូកបាតរបស់វាស្មើនឹង 64 m ។ ចូរគណនាប្រវែងនៃបាតនីមួយៗ។
17. បើបន្ទាត់ $Ax+By=9$ កាត់ចំណុច $(2\,,1)$ និង $(-3\,,3)$ ចូរកំណត់ $A$ និង $B$ ។
18. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{2}{y}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{x}+\frac{5}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$ ។
19. ក្រុមហ៊ុនមួយបានលក់ផលិតផលពីរមុខ $A$ និង $B$ ។ តាមការស្រាវជ្រាវនៃការលក់ទៅតាមឆ្នាំនីមួយៗមានដូចតារាងខាងក្រោម។ ឯកតាគិតជាលានគ្រឿង។

| | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
|---|---|---|---|---|
| A | 2.3 | 2.7 | 3.1 | 3.5 |
| B | 2.9 | 3.3 | 3.7 | 4.1 |

បើក្រុមហ៊ុនរក្សាការលក់តាមអត្រាកំណើនដូចខាងលើ តើផលិតផល $A$ អាចលក់កើនជាង $B$ ឬទេ? ហេតុអ្វី?

# មេរៀនទី១១ ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

1. កូអរដោនេដែលឱ្យជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធសមីការឬទេ?

ក. $\begin{cases} x-y=8 \\ x+y=-2 \end{cases}$

យើងមានកូអរដោនេ $(3\,,-5)$

មានន័យថា ចំពោះ $x=3\,,\ y=-5$ យើងបាន :

$\begin{cases} 3-(-5)=8 \\ 3+(-5)=-2 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 3+5=8 \\ 3-5=-2 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 8=8 \\ -2=-2 \end{cases}$

ឃើញថា កូអរដោនេនេះវាផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ

ដូចនេះ $(3\,,-5)$ ជាកូអរដោនេរបស់ប្រព័ន្ធសមីការ

ខ. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+2y=4 \end{cases}$

យើងមានកូអរដោនេ $(2\,,-1)$

មានន័យថា ចំពោះ $x=2\,,\ y=-1$ យើងបាន :

$\begin{cases} 2\cdot 2+(-1)=3 \\ 2+2\cdot(-1)=4 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 4-1=3 \\ 2-2=4 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 3=3 \\ 0=4 \end{cases}$

ឃើញថា កូអរដោនេនេះមិនវាផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ

ដូចនេះ $(2\,,-1)$ មិនជាកូអរដោនេរបស់ប្រ.សមីការ

គ. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=3 \end{cases}$

យើងមានកូអរដោនេ $(0\,,0)$

មានន័យថា ចំពោះ $x=0\,,\ y=0$ យើងបាន :

$\begin{cases} 0=3\cdot 0 \\ 0+0=3 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 0=0 \\ 0=3 \end{cases}$

ឃើញថា កូអរដោនេនេះមិនវាផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ

ដូចនេះ $(0\,,0)$ មិនជាកូអរដោនេរបស់ប្រ.សមីការ

ឃ. $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x-y=3 \\ x-y=3 \end{cases}$ ឬ $x-y=3$

យើងមានកូអរដោនេ $(5\,,2)$

មានន័យថា ចំពោះ $x=5\,,\ y=2$ យើងបាន :

$5-2=3$ ឬ $3=3$

ឃើញថា កូអរដោនេនេះវាផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ

ដូចនេះ $(5\,,2)$ ជាកូអរដោនេរបស់ប្រព័ន្ធសមីការ

2. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាប :

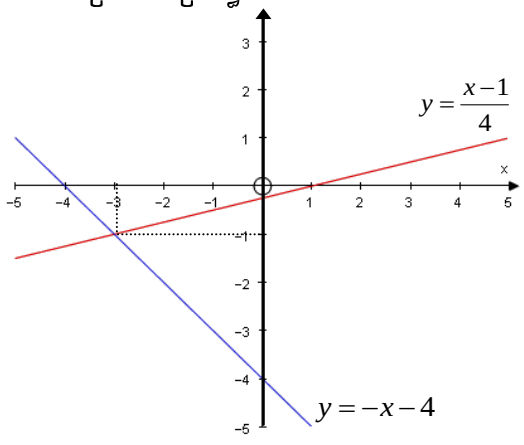
ក. $\begin{cases} x-4y=1 \\ x+y=-4 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 4y=x-1 \\ y=-x-4 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=\dfrac{x-1}{4} \\ y=-x-4 \end{cases}$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់ក្រាប :

-ចំពោះ $y=\dfrac{x-1}{4}$ : $\begin{array}{c|c|c} x & -3 & 5 \\ \hline y & -1 & 1 \end{array}$

- ចំពោះ $y=-x-4$ : $\begin{array}{c|c|c} x & -2 & 0 \\ \hline y & -2 & -4 \end{array}$

យើងសង់ក្រាបនៃប្រព័ន្ធសមីការបាន :




ដោយក្រាបទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $(-3\,,-1)$

មានន័យថា $x=-3\,,\ y=-1$ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ

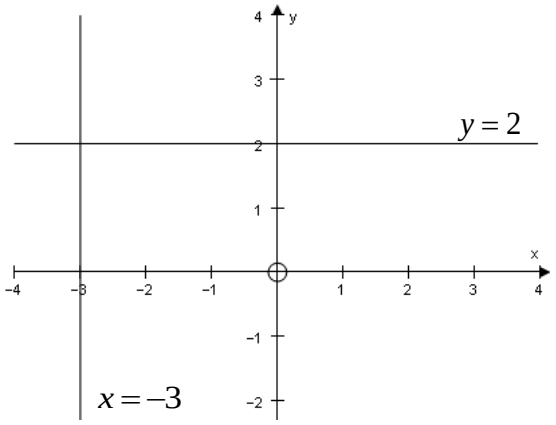
ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ ។

ខ. $\begin{cases} y-2=0 \\ x+3=0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=2 \\ x=-3 \end{cases}$

$y=2$ ជាបន្ទាត់ដេកកាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ 2

$x=-3$ ជាបន្ទាត់ឈរ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $-3$

យើងសង់ក្រាបនៃប្រព័ន្ធសមីការបាន :




ដោយក្រាបទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $(-3\,,\,2)$

មានន័យថា $x=-3\,,\,y=2$ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}}$ ។

គ. $\begin{cases} 2x-3y=13 \\ x-2y=8 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=\dfrac{2x-13}{3} \\ y=\dfrac{x-8}{2} \end{cases}$

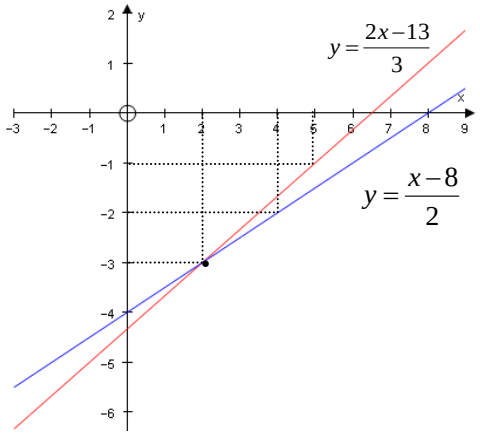
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់ក្រាបនៃបន្ទាត់

-ចំពោះ $y=\dfrac{2x-13}{3}$

| $x$ | 2 | 5 |
|---|---|---|
| $y$ | $-3$ | $-1$ |

-ចំពោះ $y=\dfrac{x-8}{2}$

| $x$ | 2 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | $-3$ | $-2$ |




ដោយក្រាបទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $(2\,,\,-3)$

មានន័យថា $x=2\,,\,y=-3$ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}}$ ។

ឃ. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=4 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=3x \\ y=-x+4 \end{cases}$

តាងរាងជំនួយដើម្បីសង់ក្រាប :

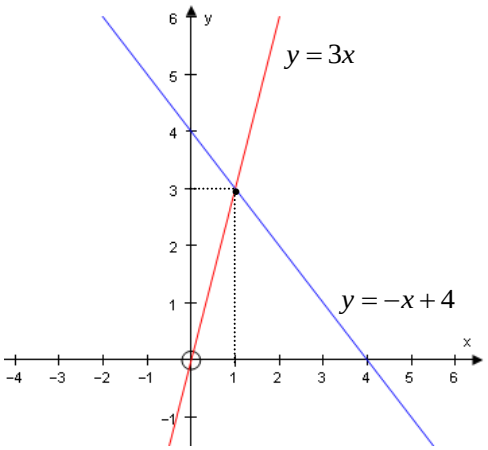
-ចំពោះ $y=3x$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 3 |

-ចំពោះ $y=-x+4$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 3 |

យើងសង់ក្រាបបាន :




ដោយក្រាបទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $(1\,,\,3)$

មានន័យថា $x=1\,,\,y=3$ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}}$ ។

ង. $\begin{cases} 2x+y=6 \\ y=8-2x \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=6-2x \\ y=8-2x \end{cases}$

តាងរាងជំនួយដើម្បីសង់ក្រាប :

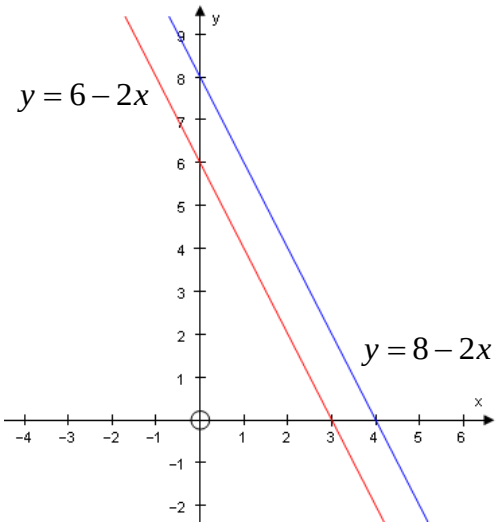
-ចំពោះ $y=6-2x$

| $x$ | 2 | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 0 |

-ចំពោះ $y=8-2x$

| $x$ | 3 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 0 |

យើងសង់ក្រាបបាន :




តាមក្រាបបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា ( ព្រោះមេគុណប្រាប់ទិស នៃបន្ទាត់ទាំងពីរគឺស្មើ -2 ដូចគ្នា )

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការគ្មានគូចម្លើយ** ។

ច. $\begin{cases} x+y=1 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=2 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=-x+1 \\ y=-x+4 \end{cases}$

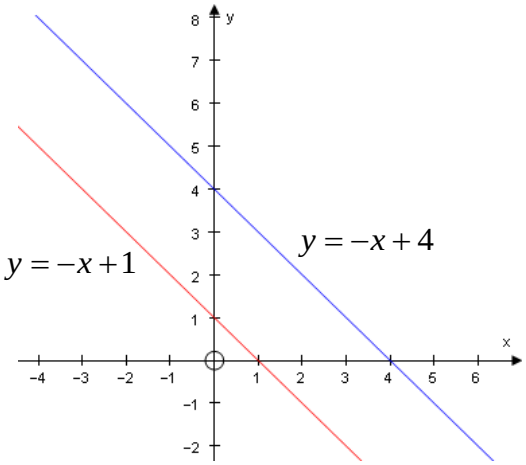
តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នានៃ $x$ និង $y$ ដើម្បីសង់ក្រាប

-ចំពោះ $y=-x+1$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 1 | 0 |

-ចំពោះ $y=-x+4$

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 2 |




តាមក្រាប បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា ( ព្រោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -1 ដូចគ្នា)

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការគ្មានគូចម្លើយ** ។

ឆ. $\begin{cases} x+y=3 \\ y=\dfrac{7-2x}{2} \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=-x+\dfrac{7}{2} \end{cases}$

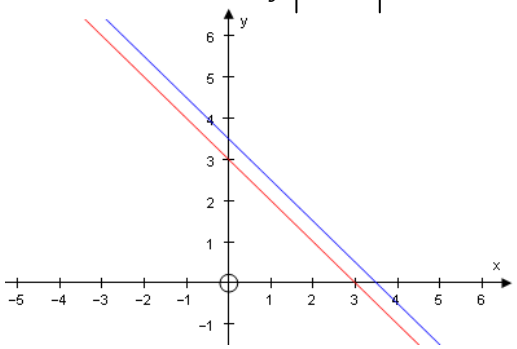
ប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់ក្រាប :

-ចំពោះ $y=-x+3$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 3 | 2 |

-ចំពោះ $y=-x+\dfrac{7}{2}$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 7/2 | 5/2 |




តាមក្រាប បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា ( ព្រោះមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -1 ដូចគ្នា)

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការគ្មានគូចម្លើយ** ។

ជ. $\begin{cases} y=7-x \\ x=y+3 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} y=-x+7 \\ y=x+3 \end{cases}$

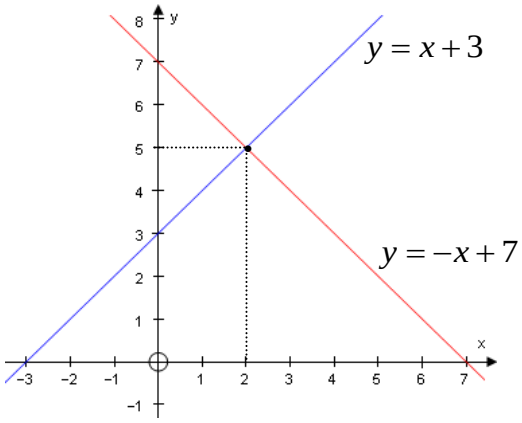
តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នានៃ $x$ និង $y$ :

-ចំពោះ $y=-x+7$

| $x$ | 3 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 3 |

-ចំពោះ $y=x+3$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 3 | 4 |




តាមក្រាបបន្ទាត់ទាំងពីប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច

ដូចនេះ **$x=2$ , $y=5$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ**

3. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបូកបំបាត់ :

ក. $\begin{cases}2x+2y=-2 & (1)\\ 5x-2y=9 & (2)\end{cases}$

$+\begin{cases}2x+2y=-2\\ 5x-2y=9\end{cases}$

$7x=7$ នាំឱ្យ $x=\frac{7}{7}$ ឬ $x=1$

យក $x=1$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$$2\cdot 1+2y=-2$$
$$2y=-2-2$$
$$y=\frac{-4}{2}$$
$$y=-2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=1\\ y=-2\end{cases}}$ ។

ខ. $\begin{cases}2x+2y=8\\ 2x-y=5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x+y=4 & (1)\\ 2x-y=5 & (2)\end{cases}$

$+\begin{cases}x+y=4\\ 2x-y=5\end{cases}$

$3x=9$ នាំឱ្យ $x=\frac{9}{3}=3$

យក $x=3$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$$3+y=4$$
$$y=4-3$$
$$y=1$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases}}$ ។

គ. $\begin{cases}3x+3y=9 & (1)\\ 4x-3y=-16 & (2)\end{cases}$

$+\begin{cases}3x+3y=9\\ 4x-3y=-16\end{cases}$

$7x=-7$ នាំឱ្យ $x=\frac{-7}{7}=-1$

យក $x=-1$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$3(-1)+3y=9$ ឬ $3y=9+3$

$$y=\frac{12}{3}=4$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-1\\ y=4\end{cases}}$ ។

ឃ. $\begin{cases}8x-3y=17\\ -7x+6y=2\end{cases}\Big|\times 2$ យើងបាន :

$+\begin{cases}16x-6y=34 & (1)\\ -7x+6y=2 & (2)\end{cases}$

$9x=36$ នាំឱ្យ $x=\frac{36}{9}=4$

យក $x=4$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(2)$ យើងបាន :

$$-7\cdot(4)+6y=2$$
$$6y=2+28$$
$$y=\frac{30}{6}$$
$$y=5$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=4\\ y=5\end{cases}}$ ។

ង. $\begin{cases}7x-10y=-1\\ 3x+2y=-13\end{cases}\Big|\times 5$

$+\begin{cases}7x-10y=-1 & (1)\\ 15x+10y=-65 & (2)\end{cases}$

$22x=-66$ នាំឱ្យ $x=\frac{-66}{22}=-3$

យក $x=-3$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(2)$ យើងបាន :

$$15\cdot(-3)+10y=-65$$
$$10y=-65+45$$
$$y=\frac{-20}{10}$$
$$y=-2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-3\\ y=-2\end{cases}}$ ។

ច. $\begin{cases}4x-3y=15\\ 8x+2y=-10\end{cases}\Big|\times(-2)$

$+\begin{cases}-8x+6y=-30 & (1)\\ 8x+2y=-10 & (2)\end{cases}$

$8y=-40$ នាំឱ្យ $y=\frac{-40}{8}=-5$

យក $y=-5$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(2)$ យើងបាន :

$$8x+2(-5)=-10$$
$$8x=-10+10$$
$$x=0$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=0\\ y=-5\end{cases}}$ ។

ឆ. $\begin{cases}2x+8y=-1 \\ -10x+4y=16\end{cases}\Big|\begin{matrix}\\ \times 5\end{matrix}$

$+\dfrac{\begin{cases}10x+40y=-5 \quad (1)\\ -10x+4y=16 \quad (2)\end{cases}}{44y=11}$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{11}{44}=\dfrac{1}{4}$

យក $y=\dfrac{1}{4}$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$$-10x+4\cdot\frac{1}{4}=16$$
$$-10x=16-1$$
$$x=\frac{15}{-10} \quad \text{ឬ} \quad x=-\frac{3}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-3/2\\ y=1/4\end{cases}}$ ។

ជ. $\begin{cases}5x+3y+9=0\\ 3x-4y+17=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}5x+3y=-9\\ 3x-4y=-17\end{cases}\Big|\begin{matrix}\times 4\\ \times 3\end{matrix}$

$+\dfrac{\begin{cases}20x+12y=-36 \quad (1)\\ 9x-12y=-51 \quad (2)\end{cases}}{29x=-87}$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{-87}{29}=-3$

យក $x=-3$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$$20(-3)+12y=-36$$
$$12y=-36+60$$
$$y=\frac{24}{12} \quad \text{ឬ} \quad y=2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-3\\ y=2\end{cases}}$ ។

ឈ. $\begin{cases}6x-5=2x-7y\\ 2x=5y-6\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}4x+7y=5\\ 2x-5y=-6\end{cases}\Big|\begin{matrix}\\ \times(-2)\end{matrix}$

$+\dfrac{\begin{cases}4x+7y=5 \quad (1)\\ -4x+10y=12 \quad (2)\end{cases}}{17y=17}$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{17}{17}=1$

យក $y=1$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$4x+7\cdot 1=5$ ឬ $4x=5-7$ នោះ $x=\dfrac{-2}{4}=\dfrac{-1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}\\ y=1\end{cases}}$ ។

ញ. $\begin{cases}4x-3y=9\\ -3x+5y=7\end{cases}\Big|\begin{matrix}\times 3\\ \times 4\end{matrix}$

$+\dfrac{\begin{cases}12x-9y=27 \quad (1)\\ -12x+20y=28 \quad (2)\end{cases}}{11y=55}$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{55}{11}=5$

យក $y=5$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$$12x-9\cdot 5=27$$
$$12x=27+45$$
$$x=\frac{72}{12} \quad \text{ឬ} \quad x=6$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=6\\ y=5\end{cases}}$ ។

ដ. $\begin{cases}3x+4y=-1\\ 7x+9y=0\end{cases}\Big|\begin{matrix}\times(-7)\\ \times 3\end{matrix}$

$+\dfrac{\begin{cases}-21x-28y=7 \quad (1)\\ 21x+27y=0 \quad (2)\end{cases}}{-y=7}$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{7}{-1}=-7$

យក $y=-7$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(2)$ យើងបាន :

$$21x+27(-7)=0$$
$$21x=189$$
$$x=\frac{189}{21} \quad \text{ឬ} \quad x=9$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=9\\ y=-7\end{cases}}$ ។

ឋ. $\begin{cases}4x-2y=-19\\ -6x-3y=1.5\end{cases}\Big|\begin{matrix}\times 3\\ \times(-2)\end{matrix}$

$+\dfrac{\begin{cases}12x-6y=-57 \quad (1)\\ 12x+6y=-3 \quad (2)\end{cases}}{24x=-60}$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{-60}{24}=\dfrac{-5}{2}$

យក $x=-\dfrac{5}{2}$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(2)$ យើងបាន :

$$12\left(-\frac{5}{2}\right)+6y=-3$$
$$6y=-3+30$$
$$y=\frac{9}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-5/2\\ y=9/2\end{cases}}$ ។

4. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស :

ក. $\begin{cases} x-2y=16 & (1) \\ 4x+y=1 & (2) \end{cases}$

តាម $(1): x-2y=16$ ឬ $x=16+2y$

យក $x=16+2y$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$(2): 4(16+2y)+y=1$

$64+8y+y=1$

$9y=-63$ ឬ $y=-7$

ចំពោះ $y=-7$ នោះ $x=16+2y$

$=16+2(-7)$

$=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=2 \\ y=-7 \end{cases}}$ ។

ខ. $\begin{cases} x+2y=6 & (1) \\ 4x+3y=4 & (2) \end{cases}$

តាម $(1): x+2y=6$ ឬ $x=6-2y$

យក $x=6-2y$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$(2): 4(6-2y)+3y=4$

$24-8y+3y=4$

$-5y=-20$ ឬ $y=4$

ចំពោះ $y=4$ នោះ $x=6-2y=6-2\cdot 4=-2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}}$ ។

គ. $\begin{cases} y=-4x+5 & (1) \\ 2x-3y=13 & (2) \end{cases}$

យក $(1)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ នោះយើងបាន :

$(2): 2x-3(-4x+5)=13$

$2x+12x-15=13$

$14x=28 \Rightarrow x=\dfrac{28}{14}=2$

ចំពោះ $x=2$ នោះ $y=-4x+5$

$=-4(2)+5=-3$ .

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}}$ ។

ឃ. $\begin{cases} 5x-y=-23 & (1) \\ 3x-y=-15 & (2) \end{cases}$

តាម $(1): 5x-y=-23$ នោះ $y=5x+23$

យក $y=5x+23$ ជំនួស $(2)$ យើងបាន :

$(2): 3x-(5x+23)=-15$

$3x-5x-23=-15$

$-2x=23-15 \Rightarrow x=-4$

ចំពោះ $x=-4$ នោះ $y=5x+23$

$=5(-4)+23=3$ .

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=-4 \\ y=3 \end{cases}}$ ។

ង. $\begin{cases} -2x+y=2 & (1) \\ 2x+3y=6 & (2) \end{cases}$

តាម $(1): -2x+y=2$ ឬ $y=2+2x$

យក $y=2+2x$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$(2): 2x+3(2+2x)=6$

$2x+6+6x=6$

$8x=0 \Rightarrow x=0$

ចំពោះ $x=0$ នោះ $y=2+2x=2+2\cdot 0=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}}$ ។

ច. $\begin{cases} x+5y=11 & (1) \\ 4x-y=2 & (2) \end{cases}$

តាម $(1): x+5y=11$ នោះ $x=11-5y$

យក $x=11-5y$ ជំនួសក្នុង $(2)$ នោះយើងបាន :

$(2): 4(11-5y)-y=2$

$44-20y-y=2$

$-21y=-42 \Rightarrow y=\dfrac{-42}{-21}=2$

ចំពោះ $y=2$ នោះ $x=11-5y$

$=11-5(2)=1$ .

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}}$ ។

ឆ. $\begin{cases}2x+3y=11 & (1)\\ 3x+3y=18 & (2)\end{cases}$

តាម $(1)$: $2x+3y=11$ នោះ $3y=11-2x$

យក $3y=11-2x$ ជំនួសក្នុង $(2)$ នោះយើងបាន :

$(2)$: $3x+(11-2x)=18$

$x=18-11 \Rightarrow x=7$

ចំពោះ $x=7$ នោះ $3y=11-2x$

$y=\dfrac{11-2\cdot 7}{3}=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=7\\ y=-1\end{cases}}$ ។

ជ. $\begin{cases}5x+3y=4 & (1)\\ 4x-2y=1 & (2)\end{cases}$

តាម $(1)$ : $5x+3y=4$ នោះ $x=\dfrac{4-3y}{5}$ $(3)$

យក $(3)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ នោះយើងបាន :

$(2)$ : $4\left(\dfrac{4-3y}{5}\right)-2y=1$

$\dfrac{16-12y}{5}-2y=1$

$16-12y-10y=5$

$-22y=-11 \Rightarrow y=\dfrac{-11}{-22}=\dfrac{1}{2}$

យក $y=\dfrac{1}{2}$ ជំនួសក្នុង $(3)$ យើងបាន :

$(3)$ : $x=\dfrac{4-3\cdot\frac{1}{2}}{5}=\dfrac{8-3}{5\cdot 2}=\dfrac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=y=\dfrac{1}{2}}$ ។

ឈ. $\begin{cases}5x+7y=-3\\ 2x+14y=2\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}5x+7y=-3 & (1)\\ x+7y=1 & (2)\end{cases}$

តាម $(2)$: $x+7y=1$ នោះ $7y=1-x$

យក $7y=1-x$ ជំនួសក្នុង $(1)$ នោះយើងបាន :

$(1)$ : $5x+(1-x)=-3$

$4x=-4$

$x=\dfrac{-4}{4}=-1$

ចំពោះ $x=-1$ នោះ $7y=1-x$

$7y=1-(-1)$

$7y=2$

$y=\dfrac{2}{7}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=-1\\ y=2/7\end{cases}}$ ។

ញ. $\begin{cases}3x+6y=6\\ 2x=2y\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x+2y=2 & (i)\\ x=y & (ii)\end{cases}$

យក $(ii)$ : $x=y$ ជំនួសក្នុង $(i)$ នោះយើងបាន :

$(i)$: $y+2y=2 \Rightarrow y=\dfrac{2}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=y=\dfrac{2}{3}}$ ។

ដ. $\begin{cases}x=10y & (*)\\ \dfrac{1}{2}x=3y+2 & (**)\end{cases}$

យក $(*)$ : $x=10y$ ជំនួសក្នុង $(**)$ នោះយើងបាន :

$(**)$: $\dfrac{1}{2}\cdot 10y=3y+2$

$5y-3y=2 \Rightarrow y=1$

តាម $(*)$ : $x=10y=10\cdot 1=10$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{cases}x=10\\ y=1\end{cases}}$ ។

ឋ. $\begin{cases}x-7=y\\ \dfrac{1}{4}x-1=y\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=y+7 & (1)\\ x-4=4y & (2)\end{cases}$

យក $(1)$: $x=y+7$ ជំនួសក្នុង $(2)$ នោះយើងបាន :

$(2)$: $y+7-4=4y$

$3=3y$

$y=1$

តាម $(1)$: $x=y+7=1+7=8$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } \begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\ 1\end{pmatrix}}$ ។

5. ក. រកតម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចម្លើយ :

-យើងមាន $\begin{cases}4x+6y=12\\2x+my=5\end{cases}$

> រំលឹក : **លក្ខណៈនៃប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទីមួយមានពីរអញ្ញាត**
>
> ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទីមួយមានពីរអញ្ញាតមានរាង $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$
>
> -បើ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ ប្រព័ន្ធសមីការគ្មានគូចម្លើយ
>
> -បើ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ ប្រព័ន្ធ.មានគូចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់
>
> -បើ $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$ ប្រព័ន្ធ.មានគូចម្លើយ តែមួយគត់ ។

ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការគ្មានគូចម្លើយលុះត្រាតែ :

$\frac{4}{2}=\frac{6}{m}\neq\frac{12}{5}$ នោះយើងទាញបាន :

$\frac{4}{2}=\frac{6}{m}$ ឬ $4m=12$ នាំឱ្យ $m=\frac{12}{4}=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } m=3}$ ។

-យើងមាន $\begin{cases}12x-3my=1\\4x+2y=3\end{cases}$

ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចម្លើយលុះត្រាតែ :

$\frac{12}{4}=\frac{-3m}{2}\neq\frac{1}{3}$ ឬ $3=\frac{-3m}{2}\neq\frac{1}{3}$

យើងបាន $3=\frac{-3m}{2}$ ឬ $-3m=6$ ឬ $m=-2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } m=-2}$ ។

ខ. រកតម្លៃ $m$ និង $n$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ :

-យើងមាន $\begin{cases}mx+ny=10\\4x-3y=5\end{cases}$

ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយច្រើនរាប់លុះត្រា :

$\frac{m}{4}=\frac{n}{-3}=\frac{10}{5}$ ឬ $\frac{m}{4}=\frac{n}{-3}=2$

យើងបាន $\frac{m}{4}=2$ និង $\frac{n}{-3}=2$

នាំឱ្យ $m=8$ និង $n=-6$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រកបានតម្លៃ } m=8 \text{ និង } n=-6}$ ។

-យើងមាន $\begin{cases}6x+y=30\\(n-1)x+\frac{1}{3}y=n+m\end{cases}$

ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយច្រើនរាប់លុះត្រា :

$\frac{6}{n-1}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=\frac{30}{n+m}$ ឬ $\frac{6}{n-1}=3=\frac{30}{n+m}$

យើងបាន $\frac{6}{n-1}=3$ និង $\frac{30}{n+m}=3$

នាំឱ្យ $n-1=2$ ឬ $n=3$

ហើយ $m+n=10$ នោះ $m=10-n=10-3=7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃរកបានគឺ } m=7 \text{ និង } n=3}$ ។

6. រកតម្លៃស្បៀវភៅទាំងពីរប្រភេទ :

-តាង $x$ ជាតម្លៃស្បៀវភៅស្តើង (គិតជារៀល)

$y$ ជាតម្លៃស្បៀវភៅក្រាស់ (គិតជារៀល)

-តាមបម្រាប់ប្រធាន :

+សុខទិញស្បៀវភៅស្តើង 2ក្ប និងក្រាស់ 3ក្ប អស់ប្រាក់ចំនួន 21 000 ៛ នាំឱ្យ $2x+3y=21000$ (1)

+សៅទិញស្បៀវភៅស្តើង 3ក្ប និងក្រាស់ 2ក្ប អស់ប្រាក់ចំនួន 19 000 ៛ នាំឱ្យ $3x+2y=19000$ (2)

-តាម (1) និង (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}2x+3y=21000\\3x+2y=19000\end{cases}\begin{matrix}\times(-2)\\\times 3\end{matrix}$ ប្រើវិធីបូកបំបាត់

$+\dfrac{\begin{cases}-4x-6y=-42000\\9x+6y=57000\end{cases}}{5x=15000}$ នាំឱ្យ $x=\frac{15000}{5}=3000$

ចំពោះ $x=3000$ នោះ $2\cdot 3000+3y=21000$

នាំឱ្យ $3y=15000$ នោះ $y=\frac{15000}{3}=5000$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្បៀវភៅស្តើងតម្លៃ 3000 ៛ និងក្រាស់ 5000 ៛}}$

7. រកចំនួនក្រដាស់ប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ :

-តាង $x$ ជាចំនួនក្រដាស់ប្រាក់ 500 រ (គិតជាសន្លឹក)

$y$ ជាចំនួនក្រដាស់ប្រាក់ 1000 រ (គិតជាសន្លឹក)

-តាមបម្រាប់ប្រធាន :

+ក្នុងការបូបមានក្រដាស់ប្រាក់ពីរប្រភេទចំនួន 11 ស.

យើងបាន : $x+y=11 \quad (i)$

+ប្រាក់សរុបក្នុងកាបូបមានចំនួន 8000 រ

យើងបាន : $500x+1000y=8000 \quad (ii)$

-តាម $(i)$ និង $(ii)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x+y=11 & (i) \\ 500x+1000y=8000 & (ii) \end{cases}$ ប្រើវិធីជំនួស

តាម $(i): x+y=11$ នោះ $x=11-y$

យក $x=11-y$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(ii)$ យើងបាន :

$(ii): 500(11-y)+1000y=8000$

$5500-500y+1000y=8000$

$500y=8000-5500$

$y=\dfrac{2500}{500}=5$

ចំពោះ $y=5$ នោះ $x=11-y=11-5=6$

ដូចនេះ ក្រដាស់ប្រាក់ 500 រ មានចំនួន 6 សន្លឹក
ក្រដាស់ប្រាក់ 1000 រ មានចំនួន 5 សន្លឹក ។

8. រកប្រវែងខ្សែពួរ និងកម្ពស់ដើមត្នោត :

-តាង $x$ ជាប្រវែងខ្សែពួរ (គិតជា ម៉ែត្រ)

$y$ ជាកម្ពស់ដើមត្នោត (គិតជា ម៉ែត្រ)

-សម្មតិកម្ម : បំពង់ និងខ្សែបំពង់មានប្រវែង 1 m

-តាមបម្រាប់ប្រធាន :

+បើគាត់មិនបត់ខ្សែជាពីរ នោះគាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដី ហើយនៅសល់ខ្សែ 7m ទៀត

យើងបាន : $x+1=y+7 \quad (1)$

+បើគាត់បត់ខ្សែជាពីរ គាត់បង្ហូតមកដល់ដីល្មម

យើងបាន $\dfrac{x}{2}+1=y \quad (2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x+1=y+7 & (1) \\ \dfrac{x}{2}+1=y & (2) \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x=y+6 & (i) \\ x+2=2y & (ii) \end{cases}$

យក $(i)$ ជំនួសក្នុង $(ii)$ យើងបាន :

$(ii): y+6+2=2y \quad \Rightarrow \quad y=8$

ចំពោះ $y=8$ ជំនួសក្នុង $(i)$ យើងបាន :

$(i): x=y+6=8+6=14$ .

ដូចនេះ ខ្សែពួរមានប្រវែង 14 m និង
ដើមត្នោតមានកម្ពស់ 8 m ។

9. រកប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹងនៃដីនោះ :

-តាង $x$ ជាប្រវែងបណ្តោយ (គិតជា ម៉ែត្រ)

$y$ ជាប្រវែងទទឹង (គិតជា ម៉ែត្រ)

-សម្មតិកម្ម : ដីមានរាងជាចតុកោណកែង

-តាមបម្រាប់ប្រធាន :

+ដីមានបរិមាត្រ 110 m

យើងបាន $2(x+y)=110$ ឬ $x+y=55 \quad (1)$

ហើយមានផ្ទៃ $S=xy$

+បើបន្ថែម 5m លើបណ្តោយ និង 2m លើទទឹង នោះផ្ទៃកើនលើសពីមុន $150\,m^2$

យើងបាន $(x+5)(y+2)-xy=150$

ឬ $xy+2x+5y+10-xy=150$

$2x+5y=140 \quad (2)$ .

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x+y=55 \\ 2x+5y=140 \end{cases} \Big| \times(-2)$ ប្រើវិធីបូកបំបាត់

$+\dfrac{\begin{cases} -2x-2y=-110 \\ 2x+5y=140 \end{cases}}{3y=30}$ នាំឱ្យ $y=10$

យក $y=10$ ជំនួសក្នុង $(1)$ យើងបាន :

$(1)$ : $x+10=55 \quad \Rightarrow x=55-10=45$ .

ដូចនេះ ប្រវែងបណ្តោយគឺ 45m , ទទឹង 10m ។

10. បើទិញនំ H 4 និងនំ P 4 តើគេត្រូវអាប់ប្រាក់ប៉ុន្មាន?

ដើម្បីរកប្រាក់អាប់ យើងត្រូវដឹងតម្លៃនំនីមួយៗសិន

-តាង $x$ ជាតម្លៃនំ H (គិតជា \$)

$y$ ជាតម្លៃនំ P (គិតជា \$)

-សម្មតិកម្ម : គេមានប្រាក់ 20\$

-តាមបម្រាប់ប្រធាន :

+បើទិញនំ H 6 និងនំ P 4 គេអាប់វិញ 1.5\$

យើងបាន : $6x+4y=20-1.5$

ឬ $6x+4y=18.5 \quad (1)$

+បើទិញនំ H 2 និងនំ P 5 គេអាប់វិញ 1\$

យើងបាន : $2x+5y=20-1$

ឬ $2x+5y=19 \quad (2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} 6x+4y=18.5 & \times(-1) \\ 2x+5y=19 & \times 3 \end{cases}$ ប្រើវិធីបូកបំបាត់

$$+\begin{cases} -6x-4y=-18.5 \\ 6x+15y=57 \end{cases}$$

$11y=38.5$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{38.5}{11}=3.5$

ចំពោះ $y=3.5$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$(2)$: $2x+5(3.5)=19$

$2x=19-17.5$

$x=\dfrac{1.5}{2}$

$x=0.75$

បើទិញនំ H 4 និងនំ P 4 នោះគេត្រូវអាប់ប្រាក់គឺ :

$20-(4\times 0.75+4\times 3.5)=20-(3+14)=3$ .

ដូចនេះ គេនឹងអាប់ប្រាក់ឱ្យយើងវិញចំនួន 3\$ ។

11. រកពីរចំនួននោះ :

-តាង $x$ និង $y$ ជាពីរចំនួននោះ ដែល $x>y$

-បម្រាប់ប្រធាន :

+ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 22

យើងបាន $x-y=22 \quad (1)$

+ពីរដងនៃចំនួនធំបូកបីដងនៃចំនួនតូចស្មើនឹង 246

យើងបាន $2x+3y=246 \quad (2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x-y=22 \\ 2x+3y=246 \end{cases} \Big| \times 3$ ប្រើវិធីបូកបំបាត់

$$+\begin{cases} 3x-3y=66 \\ 2x+3y=246 \end{cases}$$

$5x=312$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{312}{5}=62.4$

យក $x=62.4$ ជំនួសក្នុង $(1)$

$(1)$: $62.4-y=22$

$y=62.4-22$

$y=40.4$

ដូចនេះ ពីរចំនួនដែលត្រូវរកគឺ 62.4 និង 40.4 ។

12. គណនាចំនួនទាំងពីរនោះ :

-តាង $x$ និង $y$ ជាពីរចំនួនដែលត្រូវគណនានោះ

-បម្រាប់ប្រធាន :

+ពីរចំនួនមានផលបូកស្មើ 490 គឺ $x+y=490 \quad (1)$

+ពីរចំនួនមានផលធ្យៀបស្មើនឹង $\dfrac{3}{7}$ គឺ $\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{7} \quad (2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x+y=490 \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{7} \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+y=490 \\ \dfrac{x}{3}=\dfrac{9}{7} \end{cases}$ តាមលក្ខណៈ

សមាមាត្រ $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{x+y}{3+7}=\dfrac{490}{10}=49$

នាំឱ្យ $x=3\times 49=147$ និង $y=7\times 49=343$

ដូចនេះ ចំនួនទាំងពីរនោះគឺ 147 និង 343 ។

13. គណនាចំនួននីមួយៗ :

-តាង $x$ និង $y$ ជាពីរចំនួនដែលត្រូវគណនានោះ

-បម្រាប់ប្រធាន :

+ផលធ្យៀបនៃពីរចំនួនស្មើនឹង $\frac{5}{4}$ គឺ : $\frac{x}{y}=\frac{5}{4}$

ឬអាចសរសេរ $\frac{x}{5}=\frac{y}{4}$ (1)

+ការេនៃផលដកវបស់វាស្មើនឹង 324 :

យើងបាន $(x-y)^2=324$ ឬ $x-y=\pm\sqrt{324}$

នាំឱ្យ $x-y=18$ (2) ឬ $x-y=-18$ (3)

-តាម (1) និង (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}\frac{x}{5}=\frac{y}{4}\\ x-y=18\end{cases}$ តាមលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ យើងបាន :

$\frac{x}{5}=\frac{y}{4}=\frac{x-y}{5-4}=\frac{18}{1}=18$

នាំឱ្យ $x=5\times18=90$ និង $y=4\times18=72$

-តាម (1) និង (3) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}\frac{x}{5}=\frac{y}{4}\\ x-y=-18\end{cases}$ តាមលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ យើងបាន :

$\frac{x}{5}=\frac{y}{4}=\frac{x-y}{5-4}=\frac{-18}{1}=-18$

នាំឱ្យ $x=5\times(-18)=-90$ និង $y=4\times(-18)=-72$

ដូចនេះ ចំនួននីមួយៗគឺ 90 និង 72
ឬចំនួននីមួយៗគឺ -90 និង -72 ។

14. គណនាប្រវែងជ្រុង $BC$, $CA$ និង $AB$ :

-បម្រាប់ប្រធាន :

+ត្រីកោណ $ABC$ មានបរិមាត្រ 192m :

យើងបាន $BC+CA+AB=192$ (1)

+សមាមាត្រជ្រុងទាំងបីរៀងគ្នាគឺ 2.5 2 និង 1.5 :

យើងបាន $\frac{BC}{2.5}=\frac{CA}{2}=\frac{AB}{1.5}$ (2)

-តាម (1) និង (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}BC+CA+AB=192\\ \frac{BC}{2.5}=\frac{CA}{2}=\frac{AB}{1.5}\end{cases}$

តាមលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ យើងបាន :

$\frac{BC}{2.5}=\frac{CA}{2}=\frac{AB}{1.5}=\frac{BC+CA+AB}{2.5+2+1.5}=\frac{192}{6}=32$

នោះ $\frac{BC}{2.5}=32 \Rightarrow BC=2.5\times32=80$

$\frac{CA}{2}=32 \Rightarrow CA=2\times32=64$

$\frac{AB}{1.5}=32 \Rightarrow AB=1.5\times32=48$

ដូចនេះ គណនាបានប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $ABC$ គឺ $BC=80m$ , $CA=64m$ , $AB=48m$ ។

15. គណនាចំនួននីមួយៗ :

-តាង $x$ និង $y$ ជាពីរចំនួនដែលត្រូវគណនានោះ

-បម្រាប់ប្រធាន :

+ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 36 គឺ $x-y=36$ (1)

+ការេនៃផលធ្យៀបស្មើនឹង $\frac{25}{81}$ គឺ $\left(\frac{x}{y}\right)^2=\frac{25}{81}$

នោះ $\frac{x}{y}=\pm\sqrt{\frac{25}{81}}$ នាំឱ្យ $\frac{x}{y}=\frac{5}{9}$ ឬ $\frac{x}{y}=-\frac{5}{9}$

ឬអាចសរសេរ $\frac{x}{5}=\frac{y}{9}$ (2) ឬ $\frac{x}{5}=\frac{-y}{9}$ (3)

-តាម (1) និង (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}x-y=36\\ \frac{x}{5}=\frac{y}{9}\end{cases}$ តាមលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ យើងបាន:

$\frac{x}{5}=\frac{y}{9}=\frac{x-y}{5-9}=\frac{36}{-4}=-9$

នាំឱ្យ $x=5\times(-9)=-45$ និង $y=9\times(-9)=-81$

-តាម (1) និង (3) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}x-y=36\\ \frac{x}{5}=\frac{-y}{9}\end{cases}$ តាមលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ យើងបាន:

$\frac{x}{5}=\frac{-y}{9}=\frac{x-y}{5+9}=\frac{36}{14}=\frac{18}{7}$

នាំឱ្យ $x=5\times\frac{18}{7}=\frac{90}{7}$ និង $y=(-9)\times\frac{18}{7}=\frac{-162}{7}$

ដូចនេះ ចំនួននីមួយៗគឺ -45 និង -81
ឬចំនួននីមួយៗគឺ $\frac{90}{7}$ និង $\frac{-162}{7}$ ។

16. គណនាប្រវែងនៃបាតនីមួយៗ នៃចតុកោណញ្ជាយ :

-តាង $B$ ជាប្រវែងបាតធំ និង $b$ ជាប្រវែងបាតតូច

-បម្រាប់ប្រធាន :

+ផលធ្យើបបាតចតុកោណញ្ជាយស្មើ $\frac{3}{5}$ គឺ $\frac{b}{B}=\frac{3}{5}$

ឬអាចសរសេរបាន $\frac{b}{3}=\frac{B}{5}$ $(1)$

+ផលបូកបាតរបស់វាស្មើនឹង 64 គឺ $b+B=64$ $(2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}\frac{b}{3}=\frac{B}{5}\\ b+B=64\end{cases}$ តាមលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ យើងបាន :

$\frac{b}{3}=\frac{B}{5}=\frac{b+B}{3+5}=\frac{64}{8}=8$

នោះ $b=3\times8=24m$ និង $B=4\times8=40m$

ដូចនេះ ប្រវែងបាតតូច 24m និងបាតធំ 40m ។

17. កំណត់ $A$ និង $B$ :

យើងមានបន្ទាត់ $Ax+By=9$

-បើបន្ទាត់ $Ax+By=9$ កាត់តាមចំណុច $(2,1)$

យើងបាន $2A+B=9$ $(1)$

-បើបន្ទាត់ $Ax+By=9$ កាត់តាមចំណុច $(-3,3)$

យើងបាន $-3A+3B=9$ ឬ $-A+B=3$ $(2)$

-យក $(1)-(2)$ យើងបាន :

$-\begin{cases}2A+B=9\\ -A+B=3\end{cases}$

$3A=6$ នាំឱ្យ $A=\frac{6}{3}$ ឬ $A=2$

យក $A=2$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$(2):-2+B=3$ នោះ $B=5$

ដូចនេះ កំណត់បាន $A=2$ និង $B=5$ ។

18. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

យើងមាន $\begin{cases}\frac{2}{x}-\frac{2}{y}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{x}+\frac{5}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2\cdot\frac{1}{x}-2\cdot\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{x}+5\cdot\frac{1}{y}=\frac{3}{4}\end{cases}$

តាង $X=\frac{1}{x}$ និង $Y=\frac{1}{y}$ នោះយើងបានប្រព័ន្ធថ្មីគឺ :

$\begin{cases}2X-2Y=\frac{1}{2}\\ X+5Y=\frac{3}{4}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}4X-4Y=1\\ 4X+20Y=3\end{cases}\times(-1)$

$+\begin{cases}-4X+4Y=-1\\ 4X+20Y=3\end{cases}$

$24Y=2$ នាំឱ្យ $Y=\frac{2}{24}$ ឬ $Y=\frac{1}{12}$

ចំពោះ $Y=\frac{1}{12}$ យើងមាន $X+5Y=\frac{3}{4}$

នោះ $X=\frac{3}{4}-5Y=\frac{3}{4}-\frac{5}{12}=\frac{9-5}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

ដោយ $X=\frac{1}{x}$ និង $Y=\frac{1}{y}$ នោះយើងបាន :

$\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\Rightarrow x=3$ និង $\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\Rightarrow y=12$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូរចម្លើយ $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\12\end{pmatrix}$ ។

19. តើផលិតផល $A$ កើនជាងផលិតផល $B$ ឬទេ?

-កំណើនផលិតផល $A$ តាមឆ្នាំនីមួយៗគឺ :

$2.7-2.3=3.1-2.7=3.5-3.1=0.4$ (ថែរ)

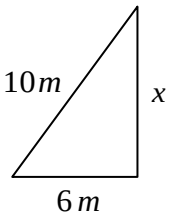
-កំណើនផលិតផល $B$ តាមឆ្នាំនីមួយៗគឺ :

$3.3-2.9=3.7-3.3=4.1-3.7=0.4$ (ថែរ)

ដូចនេះ ផលិតផល $A$ មិនអាចលក់កើនជាងផលិតផល $B$ ទេ ព្រោះ អត្រាកំណើននៃការលក់តាមឆ្នាំស្មើគ្នា ។

# មេរៀនទី១២ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

1. ចូរគណនា $x$ ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ។



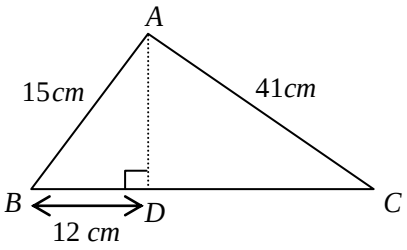

2. ចំពោះរង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗខាងក្រោមនេះ តើ ABC ជាត្រីកោណកែងឬទេ?

   ក. $AB=7$ , $BC=9$ , $AC=12$

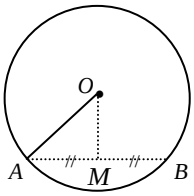
   ខ. $AB=52.8$ , $BC=45.5$ , $AC=69.7$

   គ. $AB=83$ , $BC=49$ , $AC=67$

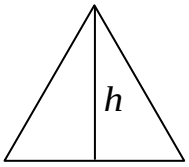
3. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។



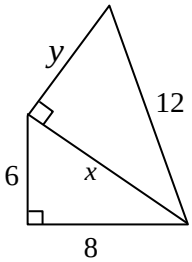

4. រង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ និងកាំស្មើនឹង 5 cm $[AB]$ ជាអង្កត់ធ្នូដែលមានរង្វាស់ស្មើ 8 cm។ ចូរគណនាប្រវែង OM ។

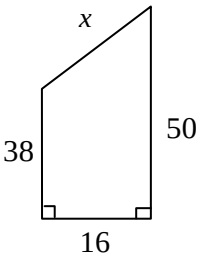



5. ត្រីកោណសម័ង្សមួយដែលមានកម្ពស់ស្មើនឹង $\sqrt{3}$ cm ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សនេះ ។

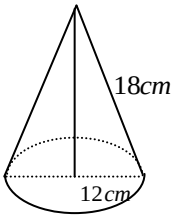



6. ចូរកំណត់ $x$ និង $y$ នៃរូបខាងក្រោមគិតជា m ។



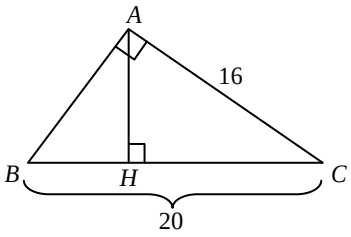




7. ចូរគណនាកម្ពស់នៃកោណនៃរូបខាងស្តាំ រួចគណនាមាឌនៃកោណនោះ។

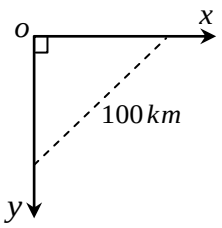


8. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង 1 cm ។ ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃគូបនោះ។

9. ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនៃរូបខាងស្តាំ គិតជា cm ។
   ក. ចូរគណនា AB ។
   ខ. ចូរគណនា AH ។
   គ. ចូរគណនា BH និង HC ។



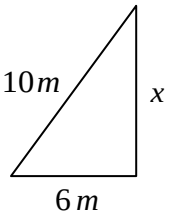

10. យន្តហោះពីរហោះចេញពីចំណុច O ដូចគ្នាតាមទិសដៅរៀងគ្នា $Ox$ និង $Oy$ ។ គេដឹងថាយន្តហោះទាំងពីរបើកបរដោយល្បឿនស្មើគ្នា ហើយហោះចេញពីចំណុច O នៅម៉ោងតែមួយ។ ចូរគណនាចម្ងាយនៃយន្តហោះនីមួយៗ នៅពេលដែលវាឃ្លាតពីគ្នាបាន 100 km ។



# មេរៀនទី១២ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

1. គណនា $x$ ក្នុងរូបខាងក្រោម :

យើងមានត្រីកោណកែង ដែលមាន $x$ ជាជ្រុងជាប់មុំកែង តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ យើងបាន :




$$x^2+6^2=10^2$$
$$x^2=100-36$$
$$x=\sqrt{64}$$
$$x=8\ m$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=8\ m}$ ។

2. បញ្ជាក់ថា $ABC$ ជាត្រីកោណកែងឬទេ ?

ក. $AB=7$ , $BC=9$ , $AC=12$

ចំពោះករណីនេះ បើ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងលុះត្រា :

$$AB^2+BC^2=AC^2$$
$$7^2+9^2=12^2$$
$$49+81=144$$
$$130=144 \quad \text{(មិនពិត)}$$

ដូចនេះ $\boxed{ABC \text{ មិនមែនជាត្រីកោណកែងទេ}}$ ។

ខ. $AB=52.8$ , $BC=45.5$ , $AC=69.7$

ចំពោះករណីនេះ បើ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងលុះត្រា :

$$AB^2+BC^2=AC^2$$
$$52.8^2+45.5^2=69.7^2$$
$$2787.84+2070.25=4858.09$$
$$4858.09=4858.09 \quad \text{(ពិត)}$$

ដូចនេះ $\boxed{ABC \text{ គឺជាត្រីកោណកែង}}$ ។

គ. $AB=83$ , $BC=49$ , $AC=67$

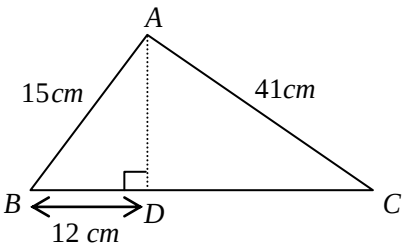
ចំពោះករណីនេះ បើ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងលុះត្រា :

$$AC^2+BC^2=AB^2$$
$$67^2+49^2=83^2$$
$$4489+2401=6889$$
$$6890=6889 \quad \text{(មិនពិត)}$$

ដូចនេះ $\boxed{ABC \text{ មិនមែនជាត្រីកោណកែងទេ}}$ ។

3. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABC$ :

យើងមានត្រីកោណ $ABC$ ដូចរូបខាងក្រោម




យើងដឹងថា $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD$

-ចំពោះត្រីកោណកែង $ADB$ កែងត្រង់ $D$ យើងបាន :

$$AD^2+DB^2=AB^2 \text{ ឬ } AD^2=AB^2-DB^2$$
$$AD^2=15^2-12^2$$
$$=225-144=81$$

នាំឱ្យ $AD=\sqrt{81}=9\ cm$

-ចំពោះត្រីកោណកែង $ADC$ កែងត្រង់ $D$ យើងបាន :

$$DC^2+DA^2=AC^2 \text{ ឬ } DC^2=AC^2-DA^2$$
$$DC^2=41^2-9^2$$
$$=1681-81=1600$$

នាំឱ្យ $DC=\sqrt{1600}=40\ cm$

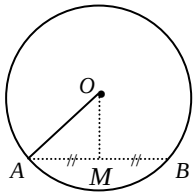
នោះ $BC=BC+DC=12+40=52\ cm$

យើងបាន $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot 52\cdot 9=234cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } S_{\Delta ABC}=234\ cm^2}$ ។

4. គណនាប្រវែង $OM$ ក្នុងរូបខាងក្រោម :

-យើងមានរង្វង់ផ្ចិត $O$ មានកាំប្រវែង $5cm$ និង $[AB]$ មានប្រវែង $8cm$




-ដោយ $MA=MB$ នាំឱ្យ $M$ ជាចំណុចកណ្តាល $[AB]$

យើងបាន $OM \perp AM$ ត្រង់ $M$

(ព្រោះ កាំរង្វង់កែងនឹងអង្កត់ធ្នូត្រង់ចំណុចកណ្តាល)

-ក្នុងត្រីកោណ $OMA$ កែងត្រង់ $M$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $OM^2+AM^2=OA^2$

នាំឱ្យ $OM^2=OA^2-AM^2$

ដោយ $OA=5cm$ និង $AM=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{8}{2}=4cm$

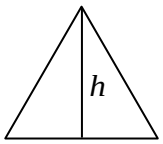
យើងបាន $OM^2=5^2-4^2=25-16=9$

នោះ $OM=\sqrt{9}=3cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានប្រវែង } OM=3cm}$ ។

5. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្ស :

-បើត្រីកោណសម័ង្សមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $a$ នោះកម្ពស់របស់វាកំណត់ដោយ $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$




ទាញបាន $a=\dfrac{2h}{\sqrt{3}}$ ឬ $a=\dfrac{2\sqrt{3}h}{3}$

-ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សគឺ :

$S=\dfrac{1}{2}ah$ ឬ $S=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\sqrt{3}h}{3}\cdot h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot h^2$

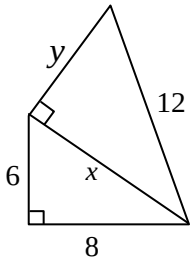
ដោយ $h=\sqrt{3}cm$

នាំឱ្យ $S=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot 3=\sqrt{3}cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សគឺ } S=\sqrt{3}cm^2}$ ។

6. កំណត់តម្លៃ $x$ និង $y$ នៃរូបខាងក្រោមគិតជា $m$ :

-យើងមានរូប :




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$x^2=6^2+8^2$

$=36+64=100$

នាំឱ្យ $x=\sqrt{100}=10$

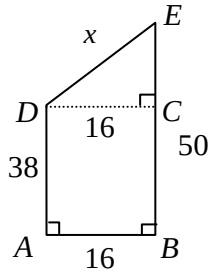
ហើយ $y^2=12^2-x^2$ ចំពោះ $x=10$

នោះ $y^2=144-100=44$

ឬ $y=\sqrt{44}=\sqrt{4\cdot 10}=2\sqrt{10}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=10 \text{ និង } y=2\sqrt{10}}$ ។

-យើងមានរូប :




យើងគូសបន្ថែម $CD$

ដែល $CD // AB$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$x^2=CD^2+CE^2$

$=CD^2+(BE-BC)^2$

$=16^2+(50-38)^2$

$=256+144=400$

នាំឱ្យ $x=\sqrt{400}=\sqrt{20^2}=20$

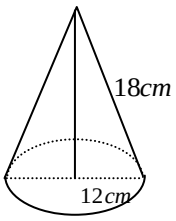
ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=20}$ ។

7. គណនាកម្ពស់នៃកោណ រួចគណនាមាឌនៃកោណនោះ :

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$h^2=18^2-12^2$

$=324-144=180$



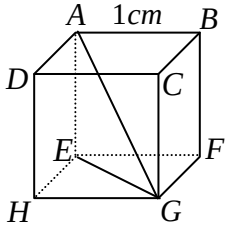

នាំឱ្យ $h=\sqrt{180}=6\sqrt{5}cm$

ហើយ $V=\dfrac{1}{3}S_b h=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

ឬ $V=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot 12^2\cdot 6\sqrt{5}=288\sqrt{5}\pi cm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{គណនាបាន កម្ពស់ } h=6\sqrt{5}cm\\ \text{និងមាឌ } V=288\sqrt{5}\pi cm^3\end{array}}$ ។

8. គណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃគូបនោះ :




យើងមានគូបដែលមាន

រង្វាស់ជ្រុងស្មើ $1cm$

ប្រវែងអង្កត់ទ្រូងគឺ $AG$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

-ចំពោះ ត្រីកោណ $EHG$ កែងត្រង់ $H$ យើងបាន :

$$EG^2 = GH^2 + EH^2$$
$$= 1^2 + 1^2 = 2$$

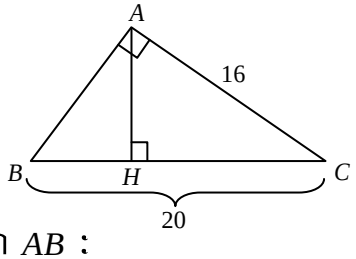
-ចំពោះ ត្រីកោណ $AEG$ កែងត្រង់ $G$ យើងបាន :

$$AG^2 = EG^2 + AE^2$$
$$= 2 + 1^2 = 3$$

នាំឱ្យ $AG = \sqrt{3}\,cm$

ដូចនេះ **គូបដែលមានជ្រុងស្មើ $1cm$ វាមានអង្កត់ទ្រូង $\sqrt{3}\,cm$** ។

9. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃរូបគិតជា $cm$ :




ក. គណនា $AB$ :

ក្នុងត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ $A$ យើងបាន

$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$
$$= 20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144$$

នាំឱ្យ $AB = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12cm$

ដូចនេះ **គណនាបាន $AB = 12cm$**

ខ. គណនា $AH$ :

តាមលក្ខណៈនៃត្រីកោណកែង $ABC$ មានកម្ពស់ $AH$

យើងបាន $AH \times BC = AB \times AC$

នាំឱ្យ $AH = \dfrac{AB \times AC}{BC}$ ឬ $AH = \dfrac{12 \times 16}{20} = \dfrac{48}{5} cm$

ដូចនេះ **គណនាបាន $AH = \dfrac{48}{5} cm = 9.6cm$**

គ. គណនា $BH$ និង $HC$ :

-ក្នុងត្រីកោណកែង $AHB$ កែងត្រង់ $H$ យើងបាន :

$$BH^2 = AB^2 - AH^2$$
$$= 12^2 - \left(\frac{48}{5}\right)^2 = 144 - \frac{2304}{25} = \frac{1296}{25}$$

នាំឱ្យ $BH = \sqrt{\dfrac{1296}{25}} = \sqrt{\left(\dfrac{36}{5}\right)^2} = \dfrac{36}{5}\,cm$

ដូចនេះ **គណនាបាន $BH = \dfrac{36}{5}\,cm = 7.2\,cm$** ។

-ក្នុងត្រីកោណកែង $AHC$ កែងត្រង់ $H$ យើងបាន :

$$HC^2 = AC^2 - AH^2$$
$$= 16^2 - \left(\frac{48}{5}\right)^2 = 256 - \frac{2304}{25} = \frac{4096}{25}$$

នាំឱ្យ $HC = \sqrt{\dfrac{4096}{25}} = \sqrt{\left(\dfrac{64}{5}\right)^2} = \dfrac{64}{5}\,cm$

ដូចនេះ **គណនាបាន $BC = \dfrac{64}{5}\,cm = 12.8cm$** ។

( មានវិធីស្រួលជាងនេះ តែខ្ញុំចង់ឱ្យអ្នកអនុវត្តទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ)

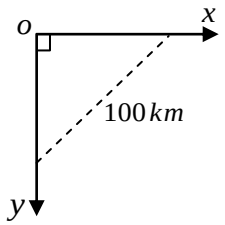
10. គណនាចម្ងាយផ្លូវដែលយន្តហោះនីមួយៗ ហោះបាន :

ដោយយន្តហោះមានល្បឿនស្មើគ្នា ហើយហោះចេញពីចំណុចតែមួយនៅម៉ោងតែមួយ នាំឱ្យ ចម្ងាយផ្លូវស្មើគ្នា

-តាង $x$ ជាចម្ងាយផ្លូវនៃយន្តហោះនីមួយៗ (km)

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ យើងបាន :

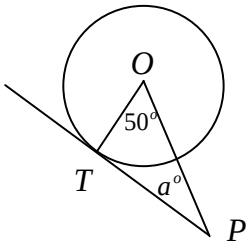
$$x^2 + x^2 = 100^2$$
$$2x^2 = 10000$$
$$x^2 = 5000$$
$$x = \sqrt{5000}$$
$$x = 50\sqrt{2}\ km$$
$$x \approx 70.71km$$



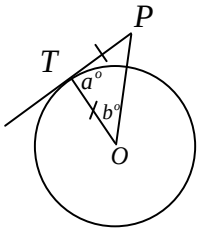

ដូចនេះ **យន្តហោះទាំងពីរហោះបានចម្ងាយស្មើគ្នាប្រវែង $70.71\,km$** ។

# មេរៀនទី១៣ រង្វង់និងបន្លាត់

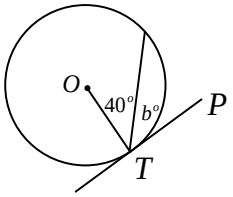
1. ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង PT ជាបន្លាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ៖



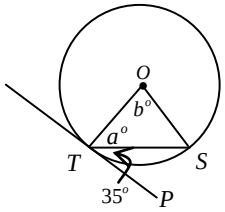

ក. ចូររកតម្លៃនៃមុំ $a$



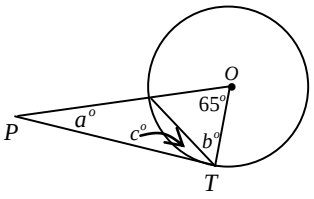

ខ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ $a$ និងមុំ $b$



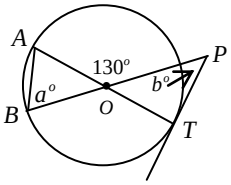

គ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ $b$




ឃ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ $a$ និងមុំ $b$



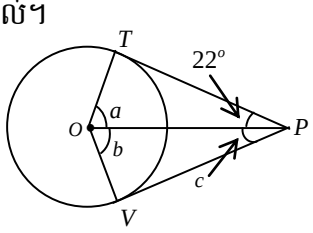

ខ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ $a$ , $b$ និងមុំ $c$



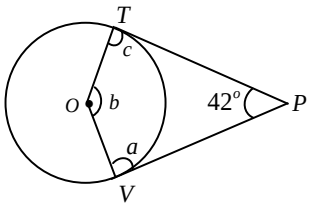

ច. AOT និង BOP ជាបន្លាត់ត្រង់ ចូររកតម្លៃនៃមុំ $a$ និងមុំ $b$ ។

2. ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមាន PT និង PV ជាបន្លាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ T និង V ។ រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់។

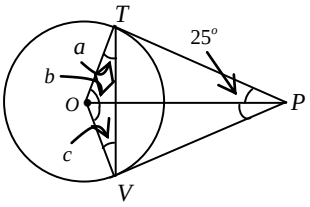
(ក)



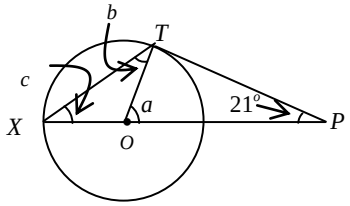

(ខ)



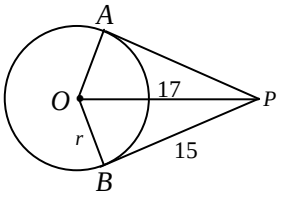

(គ)

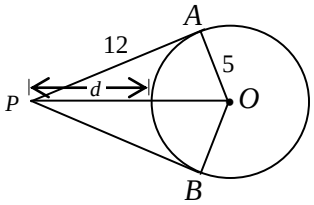



(ឃ)

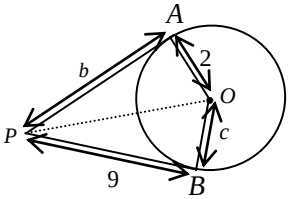



3. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមាន PA និង PB ជាបន្លាត់ប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដូចរូបខាងក្រោម។ ចូរគណនារង្វាស់កាំ r និងរង្វាស់ d ។ រង្វាស់គិតជា cm ។



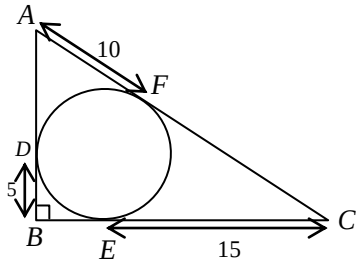




4. នៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយ PA និង PB ជាបន្លាត់ប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ។ រង្វាស់គិតជា cm ។ ចូរគណនា៖

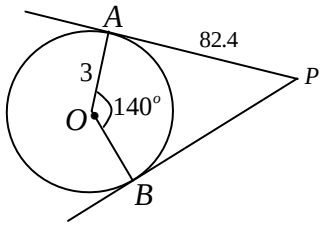


ក. រង្វាស់ b ។ ខ. រង្វាស់ c ។
គ. បរិមាត្រនៃចតុកោណ OAPB ។ ឃ. ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ OAPB ។

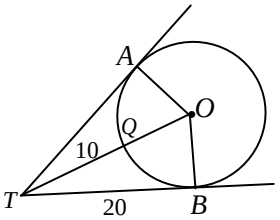
5. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន AB , BC និង AC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ D , E និង F ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ រង្វាស់គិតជា cm ។



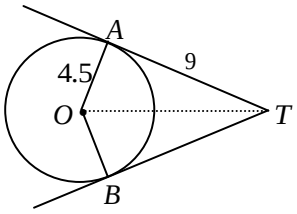

6. គេមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ 3 cm ។ គេឱ្យ $AP = 82.4$ cm និង $\angle AOB = 140^o$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា៖
ក. ចតុកោណ APOB ។
ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសតូច AOB យក $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



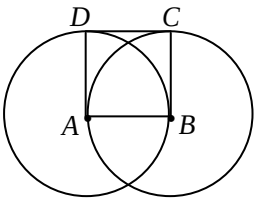

7. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមាន AT និង BT មានប្រវែង 20 cm ។ បើ TQO ជាបន្ទាត់ត្រង់ដែល TQ = 10 cm ។ ចូរគណនារង្វាស់នៃកាំរង្វង់ ។



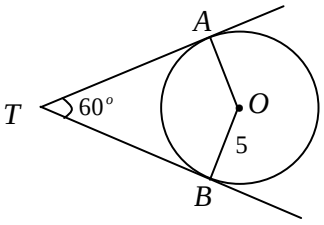

8. នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំស្មើនឹង 4.5 cm ។ គេមាន TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដែល TA = 9 cm ។
ក. ចូររកបរិមាត្រនៃចតុកោណ OATB ។
ខ. ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ OATB ។



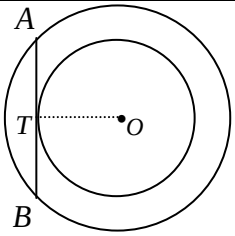

9. នៅក្នុងរូចខាងស្តាំនេះ គេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានផ្ចិត A និង B ហើយមានរង្វាស់កាំស្មើគ្នា 4 cm ។ ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត A មាន CB និង CD ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ B និង D ។ ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត B មាន DA និង DC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង C ។ រកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ ABCD ។



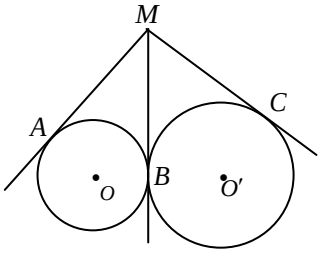

10. TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំស្មើនឹង 5 cm ។ បើ $\angle ATB = 60^o$ ចូរគណនា៖
ក. $\angle AOB$ ។
ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសតូច AOB យក $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ ។



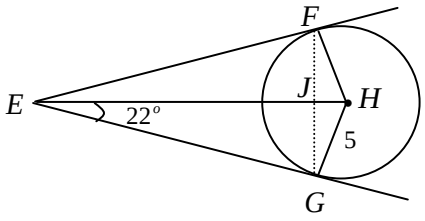
11. រង្វង់ពីរមានផ្ចិតរួម O មានកាំ 8 cm និង10 cm ។
AB ជាអង្កត់ផ្ចូនៃរង្វង់ធំហើយប៉ះរង្វង់តូចត្រង់ T ។
ចូរគណនា AB ។ (ណែនាំ : គូស OA និង OB )




12. គេមាន MA , MB និង MC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់
ផ្ចិត O និងផ្ចិត O' ។ ចូរបង្ហាញថា MA = MC ។



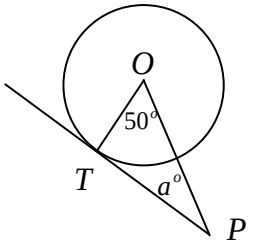

13. EF និង EG ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត H ។
គេមាន $\angle JEF = 22^o$ ។ ចូរគណនា៖
ក. $\angle EGH$
ខ. $\angle HGF$
គ. $\angle FGE$ ។



# មេរៀនទី១៣ រង្វង់និងបន្ទាត់

1. ក្នុងរូបនីមួយៗនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ មាន $PT$ ជាបន្ទាត់ប៉ះ :

ក. រកតម្លៃនៃមុំ $a$ :




ដោយ $OT \perp TP$

នាំឱ្យ $\angle OTP = 90^o$

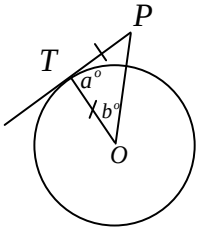
(ព្រោះ បន្ទាត់ប៉ះត្រូវកែង

នឹងកាំរង្វង់ត្រង់ចំណុចប៉ះ)

យើងបាន $a^o = 180^o - (50^o + 90^o) = 40^o$

ដូចនេះ រកបានតម្លៃមុំ $a = 40^o$ ។

ខ. រកតម្លៃនៃមុំ $a$ និង $b$ :




ដោយ $OT \perp TP$

នាំឱ្យ $a = \angle OTP = 90^o$

សម្មតិកម្ម : $PT = OT$

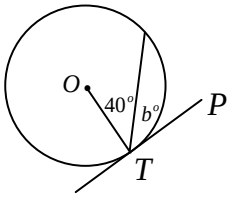
នាំឱ្យ $PTO$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត

នោះ មុំបាតនីមួយៗមានរង្វាស់ស្មើគ្នាស្មើនឹង $45^o$

យើងបាន $b = 45^o$

ដូចនេះ រកបានតម្លៃមុំ $a = 90^o$ និង $b = 45^o$ ។

គ. រកតម្លៃនៃមុំ $b$ :




ដោយ $OT \perp TP$

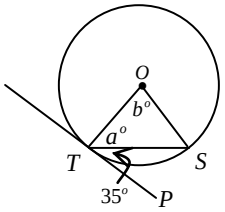
នាំឱ្យ $\angle OTP = 90^o$

យើងបាន $b^o = 90^o - 40^o$

ឬ $b^o = 50^o$

ដូចនេះ រកបានតម្លៃមុំ $b = 50^o$ ។

ឃ. រកតម្លៃនៃមុំ $a$ និង $b$ :




ដោយ $OT \perp TP$

នាំឱ្យ $\angle OTP = 90^o$

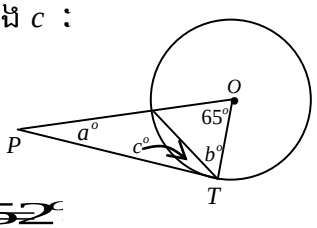
នោះ $a = 90^o - 35^o$

ហើយ $b = 2 \times \angle ST$ (មុំផ្ចិតស្មើពីរដងមុំពិសេស)

នោះ $b = 2 \times 35^o = 70^o$

ដូចនេះ រកបានតម្លៃមុំ $a = 55^o$ និង $b = 70^o$ ។

ង. រកតម្លៃនៃមុំ $a$ , $b$ និង $c$ :




ដោយ $OT \perp TP$

នាំឱ្យ $\angle OTP = 90^o$

នោះ $a = 90^o - 65^o = 25^o$

ហើយ $c = \frac{65}{2} = 32.5^o$

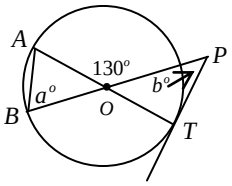
(ព្រោះ មុំចារឹកស្មើកន្លះមុំផ្ចិតដែលមានធ្នូស្មាតំរូម)

ដោយ $c + b = 90^o$

នាំឱ្យ $b^o = 90^o - c^o = 90^o - 32.5^o = 57.5^o$

ដូចនេះ $a = 25^o$ , $b = 57.5^o$ , $c = 32.5^o$ ។

ច. រកតម្លៃនៃមុំ $a$ និង $b$ :




មុំ $a^o = \frac{130^o}{2} = 65^o$

(ព្រោះ មុំចារឹកស្មើកន្លះ

មុំផ្ចិតដែលមានធ្នូស្មាតំរូម)

ហើយមុំ $b^o = 180^o - (\angle OTP + \angle TOP)$ ដែល

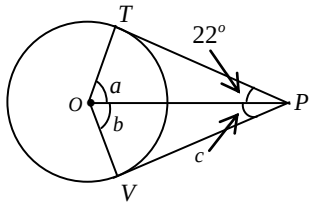
$\angle OTP = 90^o$ និង $\angle TOP = 180^o - 130^o = 50^o$

នាំឱ្យ $b^o = 180^o - (90^o + 50^o) = 40^o$

ដូចនេះ រកបាន $a = 65^o$ និង $b^o = 40^o$ ។

1. យើងមានរង្វង់ផ្ចិត $O$ ហើយ $PT$ និង $PV$ ជាបន្ទាត់ប៉ះ

ក. រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់គឺ $a$ , $b$ និង $c$ ៖




ដោយ $PT$ និង $PV$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពីរគូស

ចេញពីចំណុច $P$ តែមួយ

ទៅប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ $T$ និង $V$

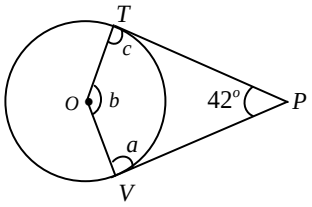
នោះ $OP$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle TPV$ និង $\angle TOV$

នាំឱ្យ $c=22^o$ និងមុំ $\angle OTP=90^o$

យើងបាន $a=b=180^o-\left(90^o+22^o\right)=68^o$

ដូចនេះ $\boxed{a=68^o\ ,\ b=68^o\ ,\ c=22^o}$ ។

ខ. រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់គឺ $a$ , $b$ និង $c$ ៖




ដោយ $PT$ និង $PV$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពីរគូសចេញពីចំណុច $P$ តែមួយទៅប៉ះនឹងរង្វង់រៀង គ្នាត្រង់ $T$ និង $V$

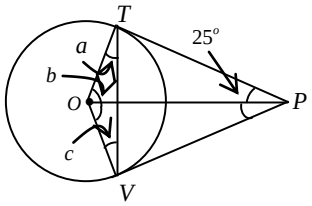
នាំឱ្យ $a=c=90^o$

ចំពោះចតុកោណ $OTPV$ មានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $360^o$

នោះ $b=360^o-\left(90^o+90^o+42^o\right)=138^o$

ដូចនេះ $\boxed{a=90^o\ ,\ b=138^o\ ,\ c=90^o}$ ។

គ. រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់គឺ $a$ , $b$ និង $c$ ៖




ដោយ $PT$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $T$ នាំឱ្យ $\angle OTP=90^o$

ក្នុងត្រីកោណកែង $OTP$ មាន

$b=180^o-\left(90^o+25^o\right)=65^o$

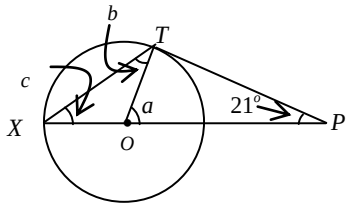
ត្រីកោណ $OTV$ ជាត្រីកោណសមបាត ( $OT=OV$ )

មាន $\angle TOV=2b=2\cdot 65^o=130^o$

នាំឱ្យ $a=c=\left(180^o-130^o\right)\div 2=25^o$

ដូចនេះ $\boxed{a=25^o\ ,\ b=65^o\ ,\ c=25^o}$ ។

ឃ. រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់គឺ $a$ , $b$ និង $c$ ៖




ក្នុងត្រីកោណកែង $OTP$ មាន $\angle OTP=90^o$

នាំឱ្យ $a=180^o-\left(90^o+21^o\right)=69^o$

ហើយ $TOX$ ជាត្រីកោណសមបាត ( $OT=OX$ )

នាំឱ្យ មុំបាត $b=c$

ចំពោះ ត្រីកោណ $TOX$ មាន $b+c=a$

( ផលបូកមុំក្នុងពីរ ស្មើនឹងមុំក្រៅមួយមិនជាប់នឹងវា)

នាំឱ្យ $b+b=a$ ឬ $2b=a$ នោះ $b=\dfrac{a}{2}=\dfrac{69^o}{2}$

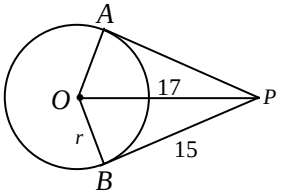
ដូចនេះ $\boxed{a=69\ ,\ b=34.5^o\ ,\ c=34^o30'}$ ។

2. -គណនារង្វាស់កាំ $r$ គិតជា $cm$ ៖

ដោយ $PB$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $B$

នាំឱ្យ $OBP$ ជាត្រីកោណ

កែងត្រង់ $B$

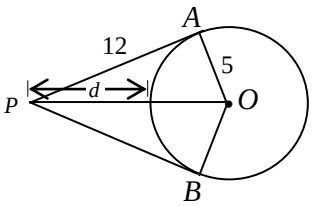



តាមត្រីស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះត្រីកោណកែង $OBP$

$r^2=17^2-15^2$ ឬ $r^2=64$ នោះ $r=8cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់កាំ}\ \ r=8cm}$ ។

-គណនារង្វាស់ $d$ គិតជា $cm$ ៖




ដោយ $PA$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $A$ នាំឱ្យ $OAP$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះត្រីកោណកែង $OAP$

យើងបាន $OP^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

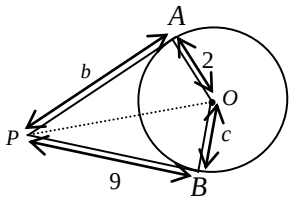
នាំឱ្យ $OP = \sqrt{169} = 13\ cm$

ដោយ $OP = d + OA$ (ព្រោះ $OA$ ជាកាំរង្វង់)

យើងបាន $d = OP - OA = 13 - 5 = 8\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $d = 8\ cm$ ។

3. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម មានរង្វាស់គិតជា $cm$ ៖




ក. គណនារង្វាស់ $b$ ៖

ដោយ $PA$ និង $PB$ ជាកន្ទុះបន្ទាត់ពីរគូសចេញពីចំណុច $P$ តែមួយ ទៅប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ $A$ និង $B$

នាំឱ្យ $PA = PB$ ឬ $b = 9\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $b = 9\ cm$ ។

ខ. គណនារង្វាស់ $c$ ៖

ដោយ $OA = OC$ (កាំរង្វង់តែផ្ទិត $O$ មួយ)

នាំឱ្យ $c = 2\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $c = 2\ cm$ ។

គ. គណនាបរិមាត្រនៃចតុកោណ $OAPB$ ៖

$$P_{OAPB} = OA + AP + PB + OB$$
$$= 2 + b + 9 + c = 2 + 9 + 9 + 2 = 22\ cm$$

ដូចនេះ គណនាបានបរិមាត្រ $P_{OAPB} = 22\ cm$ ។

ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OAPB$ ៖

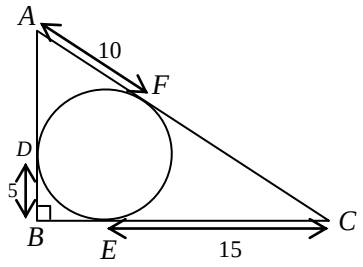
ដោយ $OAP$ និង $OBP$ ជាត្រីកោណកែងពីប៉ុនគ្នា

ហើយ $S_{OAPB} = S_{\Delta OAP} + S_{\Delta OBP}$

នាំឱ្យ $S_{OAPB} = 2S_{OAP} = 2 \times \frac{1}{2}(9 \times 2) = 18\ cm^2$

ដូចនេះ គណនាបានផ្ទៃក្រឡា $S_{OAPB} = 18\ cm^2$ ។

4. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ត្រីកោណ $ABC$ គិតជា $cm^2$ ៖




ដោយ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $B$ ៖

នាំឱ្យ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC$

ហើយ $BE = BD = 5cm$ ($D$ និង $E$ ជាចំណុចប៉ះ)

និង $AD = AF = 10cm$ ($D$ និង $F$ ជាចំណុចប៉ះ)

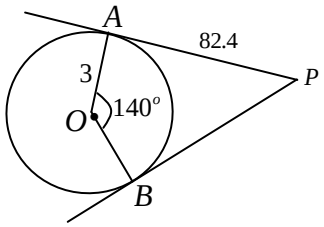
នោះ $AB = AD + BD = 10 + 5 = 15\ cm$

$BC = BE + EC = 5 + 15 = 20\ cm$ .

យើងបាន $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(15 \times 20) = 150\ cm^2$

ដូចនេះ គណនាបានផ្ទៃក្រឡា $S_{\Delta ABC} = 150\ cm^2$ ។

5. ក. គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ $APBO$ គិតជា $cm^2$ ៖




ដោយ $OAP$ និង $OBP$ ជាត្រីកោណកែងពីប៉ុនគ្នា

ហើយ $S_{APBO}=S_{\Delta OAP}+S_{\Delta OBP}$ នាំឱ្យ

$$S_{OAPB}=2S_{OAP}=2\times\frac{1}{2}(AO\times AP)$$

$$=2\times\frac{1}{2}(3\times 82.4)=247.2\ cm^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡា $S_{APBO}=247.2\ cm^2$ ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសតូច $AOB$ ៖

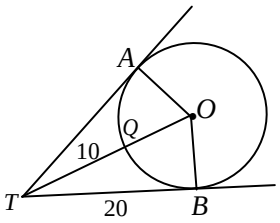
តាមរូបមន្ត ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសដែលមានមុំ $\alpha$ និងរង្វាស់កាំ $R$ គឺ $S_{AOB}=\pi R^2\times\frac{\alpha}{360^o}$

ដោយ $\alpha=140^o$ , $R=3cm$ ហើយយក $\pi=\frac{22}{7}$

នាំឱ្យ $S_{AOB}=\frac{22}{7}\times 3^2\times\frac{140^o}{360^o}=11\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស $S_{AOB}=11\ cm^2$ ។

6. រករង្វាស់នៃកាំរង្វង់ ៖




ដោយ $TB$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $B$ នោះ $TBO$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $B$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះ ត្រីកោណកែង $TBO$

$$TO^2=TB^2+BO^2$$

$$(10+r)^2=20^2+r^2$$

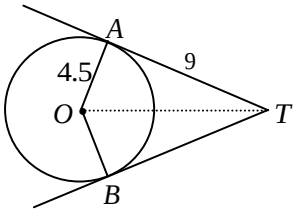
$$100+20r+r^2=20^2+r^2$$

$$20r=400-100$$

$$r=\frac{300}{20}=15$$

ដូចនេះ គណនាបានរង្វាស់កាំរង្វង់ $r=15\ cm$ ។

7. ក. រកបរិមាត្រនៃចតុកោណ $OATB$ ៖




បរិមាត្រ $P_{OATB}=OA+AT+TB+OB$

ដោយ $OA=OB=4.5\ cm$ (កាំនៃរង្វង់តែមួយ)

ហើយ $TA=TB=9\ cm$ (ព្រោះ $A$ និង $B$ ជាចំណុចប៉ះរង្វង់គូសចេញពីចំណុច $T$ តែមួយ)

យើងបាន $P_{OATB}=4.5+9+9+4.5=27\ cm$

ដូចនេះ គណនាបានបរិមាត្រ $P_{OATB}=27\ cm$ ។

ខ. រកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OATB$ ៖

ដោយ $OAT$ និង $OBT$ ជាត្រីកោណកែងពីប៉ុនគ្នា

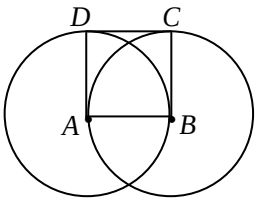
ហើយ $S_{OATB}=S_{\Delta OAT}+S_{\Delta OBT}$ នាំឱ្យ

$$S_{OATB}=2S_{OAT}=2\times\frac{1}{2}(OA\times AT)$$

$$=2\times\frac{1}{2}(4.5\times 9)=40.5\ cm^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡា $S_{OATB}=40.5\ cm^2$ ។

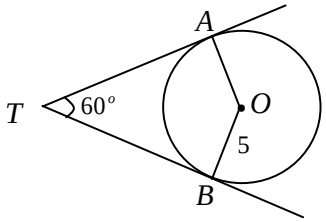
8. រកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABCD$ ៖




ចតុកោណ $ABCD$ មាន $CB=CD$ ព្រោះ $B$ និង $D$ ជាចំណុចប៉ះនៃរង្វង់ផ្ចិត $A$ និង $DA=DC$ ព្រោះ $A$ និង $C$ ជាចំណុចប៉ះ នៃរង្វង់ផ្ចិត $B$ ហើយមុំ $\angle ADC=90^o$ (ព្រោះបន្ទាត់ប៉ះកែងនឹងកាំរង្វង់) រង្វង់ផ្ចិត $A$ និងរង្វង់ផ្ចិត $B$ មានរង្វាស់កាំស្មើគ្នា $4cm$ នាំឱ្យ $ABCD$ ជាការេដែលមានជ្រុងស្មើ $4cm$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡា $S_{ABCD}=4^2=16\ cm^2$ ។

9. ក. គណនា $\angle AOB$ ៖




ដោយចតុកោណ $OATB$ មានមុំ $\angle OAT = 90^o$ និង $\angle OBT = 90^o$ (ព្រោះ $TA$ និង $TB$ ជាបន្ទាត់ហើយកែងនឹងកាំរង្វង់ត្រង់ $A$ និង $B$)

នាំឱ្យ $\angle AOB = 360^o - (90^o + 90^o + 60^o) = 120^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle AOB = 120^o}$ ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាតូច $AOB$ ៖

តាមរូបមន្ត ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសដែលមានមុំ $\alpha$ និងរង្វាស់កាំ $R$ គឺ $S_{AOB} = \pi R^2 \times \frac{\alpha}{360^o}$

ដោយ $\alpha = 120^o$ , $R = 5cm$ ហើយយក $\pi = \frac{22}{7}$

នាំឱ្យ $S_{AOB} = \frac{22}{7} \times 5^2 \times \frac{120^o}{360^o} = 26.19\ cm^2$

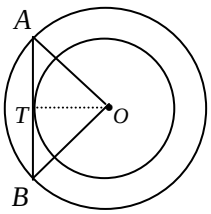
ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស } S_{AOB} = 26.19\ cm^2}$

10. គណនារង្វាស់ $AB$ ៖

យើងគូសភ្ជាប់ $OA$ និង $OB$ បន្ថែម

ដោយ $AB$ ប៉ះរង្វង់តូច

នាំឱ្យ $AT \perp TO$.




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$AT^2 = OA^2 - OT^2$ .

$= 10^2 - 8^2 = 36$ នោះ $AT = \sqrt{36} = 6\ cm$

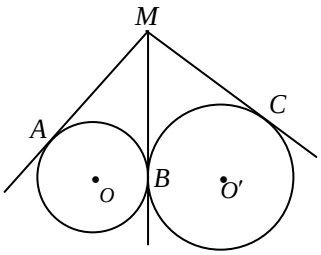
ម្យ៉ាងទៀត $AB = 2AT = 2 \times 6 = 12\ cm$

(ព្រោះអង្កត់ផ្តុំកែងនឹងកាំរង្វង់ត្រង់ចំណុចកណ្តាល)

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់ } AB = 12\ cm}$ ។

11. បង្ហាញថា $MA = MC$ ៖

-យើងមាន $MA = MB$ (ព្រោះ $MA$ និង $MB$ ជាបន្ទាត់ គូសចេញពីចំណុចតែមួយហើយប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $A$ និង $B$

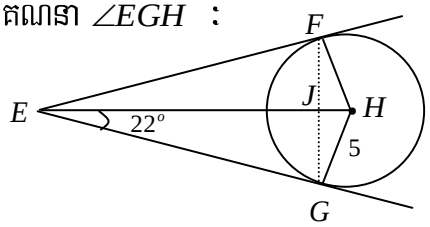



-ម្យ៉ាងទៀត $MB = MC$ (ព្រោះ $MB$ និង $MC$ ជាបន្ទាត់គូសចេញពីចំណុចតែមួយ ហើយប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O'$ ត្រង់ $B$ និង $C$

ឃើញថា $MA = MB$ និង $MB = MC$

ដូចនេះ $\boxed{MA = MC \text{ ត្រូវបានបង្ហាញ}}$ ។

12. ក. គណនា $\angle EGH$ ៖




ដោយ $EG$ ជាកន្លះបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត $H$ នោះ $EG \perp GH$ នាំឱ្យ $\angle EGH = 90^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle EGH = 90^o}$ ។

ខ. គណនា $\angle HGF$ ៖

ដោយ $EF = EG$ និង $HF = HG$ (កាំរង្វង់តែមួយ)

នាំឱ្យ $EH$ ជាមេដ្យាទ័រនៃ $FG$ នោះ $EH \perp GF$

យើងបាន $\angle HGF = \angle GEH = 22^o$ (ព្រោះ មុំមានជ្រុងកែងរៀងគ្នាគឺ $EG \perp GH$ និង $EH \perp GF$)

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle HGF = 22^o}$ ។

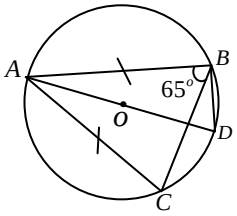
គ. គណនា $\angle FGE$ ៖

$\angle FGE = \angle EGH - \angle HGF = 90^o - 22^o = 68^o$.

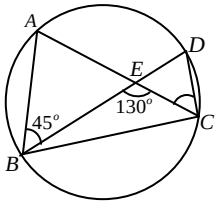
ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle FGE = 68^o}$ ។

# មេរៀនទី១៤ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

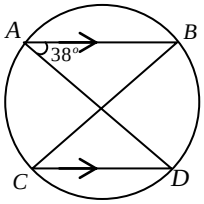
1. គេឱ្យរងកវង់ដែលមានផ្ចិត O ហើយអង្កត់ធ្នូ AB = AC និង $\angle ABC = 65^o$ ។ចូររកអង្វាស់មុំ $\angle ACB$ និង $\angle ABO$ (រូបខាងស្តាំ) ។



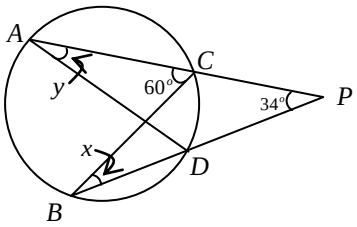

2. តាមរូបខាងស្តាំនេះចូររកអង្វាស់មុំ $\angle ACD$ , $\angle BAE$ និងមុំ $\angle BDC$ ។



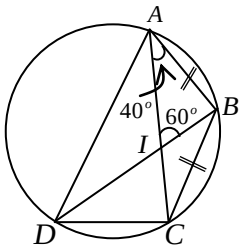

3. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ AB ស្របនឹង CD ។ ចូរគណនាអង្វាស់មុំ $\angle BCD$ , $\angle ADC$ និងមុំ $\angle ABC$ ។



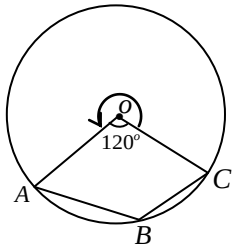

4. តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររកអង្វាស់មុំ $x$ និង $y$ ។



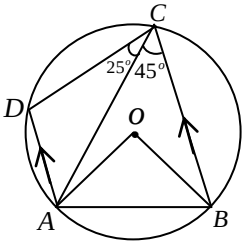

5. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។ អង្កត់ធ្នូ AC និង BD កាត់គ្នាត្រង់ I និង $\angle CAB = 40^o$ , $\angle AIB = 60^o$ ។ ចូរគណនាអង្វាស់មុំ
ក. $\angle ACD$ ខ. $\angle CAD$ ។



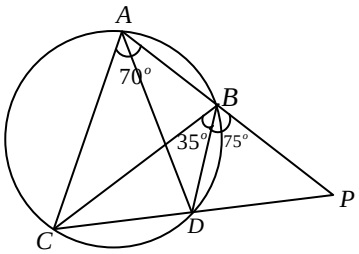

6. បីចំណុច A, B, C ស្ថិតនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្តាំនេះ។ គេឱ្យ $\angle AOC = 120^o$ ។ ចូរគណនាអង្វាស់មុំ $\angle ABC$ ។



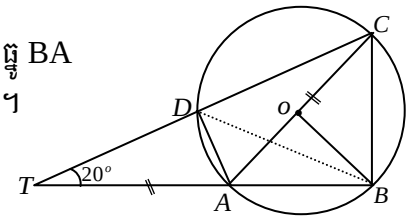

7. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់។ អង្កត់ធ្នូ AD ស្របនឹង BC និង $\angle ACB = 45^o$ , $\angle ACD = 25^o$ ។ ចូរគណនាអង្វាស់មុំ
ក. $\angle ADC$ ខ. $\angle OAB$ ។



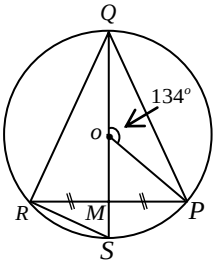
8. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមានចំណុច A, B, C និង D នៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ បើគេបន្លាយអង្កត់ធ្នូ AB និង CD កាត់គ្នាត្រង់ P ហើយ $\angle CBD = 35^o$ , $\angle CAP = 70^o$ និង $\angle DBP = 75^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ
ក. $\angle ACD$ ខ. $\angle APC$ គ. $\angle DAB$ ។



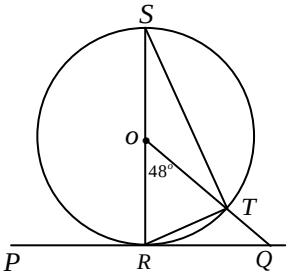

9. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង AC ជាអង្កត់ផ្ចិត។ គេបន្លាយអង្កត់ធ្នូ BA និង CD ជួបគ្នាត្រង់ T ហើយ AT = AC និង $\angle ATD = 20^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ:
ក. $\angle ADB$ ខ. $\angle BOC$ $\angle BDC$ ។



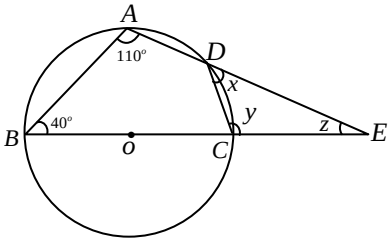

10. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត QS ប្រសព្វនឹងអង្កត់ធ្នូ PR ត្រង់ M ចំណុចកណ្តាលនៃ PR ។ គេឱ្យ $\angle POQ = 134^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ
ក. $\angle PRQ$ ខ. $\angle RPQ$ $\angle RSQ$ ។



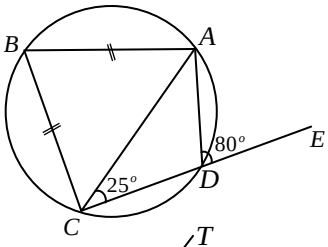

11. គេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង PQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ R ។ RS ជាអង្កត់ផ្ចិត និង $\angle ROQ = 48^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ
ក. $\angle OQR$ ខ. $\angle RST$ $\angle TRQ$ ។



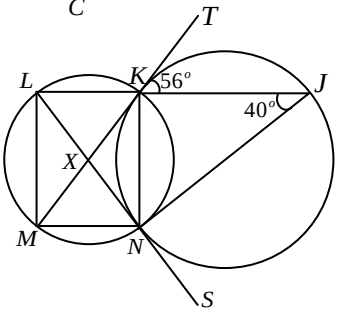

12. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង ABC ជាត្រីកោណ។ បើរង្វង់កាត់ BC ត្រង់ C និង AE ត្រង់ D ចូរគណនារង្វាស់មុំ $x$, $y$ និង $z$ ។




13. គេមាន ABCD ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន AB = BC និង $\angle ACE = 25^o$ ។ គេបន្លាយ CD ដល់ E និង $\angle ADE = 80^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ: ក. $\angle ABC$ ខ. $\angle BAD$ ។

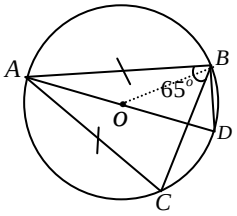



14. គេមាន TKXM និង SNXL ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់មួយដូចរូបខាងស្តាំ។ JKL ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ និង $\angle TKJ = 56^o$ ហើយ $\angle NJK = 40^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ: ក. $\angle MLN$ ខ. $\angle LMN$ គ. $\angle KLN$ ។



# មេរៀនទី១៤ លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

1. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ACB$ និង $\angle ABO$ :




-យើងមាន $AC=AB$ និងមុំ $\angle ABC=65^o$

នាំឱ្យ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានមុំបាត

$\angle ACB=\angle ABC=65^o$ .

ហើយមុំ $\angle ACB=\angle ADB=65^o$ ( ធ្នូស្មាត់រួម $AB$ )

-ដោយ $OB=OD$ ( កាំរង្វង់តែមួយ) នោះ $OBD$

ជាត្រីកោណសមបាត ដែលមាន :

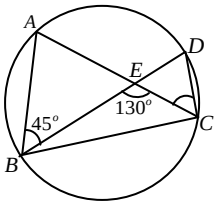
$\angle OBD=\angle ADB=65^o$ ( មុំបាតត្រីកោណសមបាត)

និង $\angle ABD=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AD$ )

នាំឱ្យ $\angle ABO=\angle ABD-\angle OBD=90^o-65^o=25^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រង្វាស់មុំ } \angle ACB=65^o \text{ និង } \angle ABO=25^o}$

2. រករង្វាស់មុំ $\angle ACD, \angle BAE$ និង $\angle BDC$ :




-មុំ $\angle ACD=\angle ABD=45^o$ ( មុំមានធ្នូស្មាត់រួម $AD$ )

-មុំ $\angle BAE=130^o-45^o=85^o$ ( ព្រោះ ត្រីកោណ

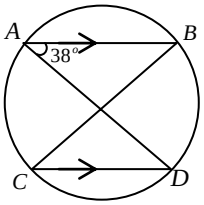
$ABE$ មានផលបូកមុំក្នុងពីរស្មើមុំក្រៅមួយ)

-មុំ $\angle BDC=\angle BAC=\angle BAE=85^o$

( មុំមានធ្នូស្មាត់រួម $BC$ )

ដូចនេះ $\boxed{\angle ACD=45^o \ , \ \angle BAE=\angle BDC=85^o}$

3. គណនារង្វាស់មុំ $\angle BCD, \angle ADC$ និង $\angle ABC$ :




មុំ $\angle BCD=\angle BAD=38^o$ ( មានធ្នូស្មាត់រួម $BD$ )

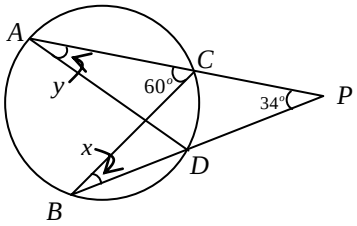
មុំ $\angle ADC=\angle BAD=38^o$ ( មុំឆ្លាស់ក្នុងព្រោះ $AB//CD$ )

មុំ $\angle ABC=\angle ADC=38^o$ ( មានធ្នូស្មាត់រួម $AC$ )

ដូចនេះ $\boxed{\angle BCD=\angle ADC=\angle ABC=38^o}$

4. រករង្វាស់មុំ $x$ និង $y$ :

**របៀបទី១** ( រកតាមគោលបំណងនៃមេរៀន)




យើងមាន មុំ $x=y$ ( ព្រោះមានធ្នូស្មាត់រួមគ្នា $CD$ )

ដោយ មុំក្រៅរង្វង់ $=\frac{1}{2}$( ធ្នូស្មាត់ធំ – ធ្នូស្មាត់តូច )

ឬអាចសរសេរ $\angle P=\frac{1}{2}\left(\cup AB-\cup CD\right)$

នាំឱ្យ $\cup CD=\cup AB-2\cdot\angle P$

ដោយ $\cup AB=2\cdot\angle ACB=2\cdot 60^o=120^o$

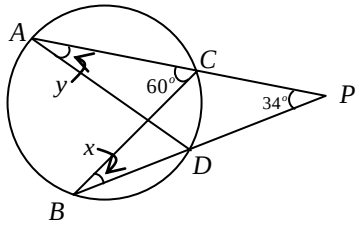
ហើយ $\angle P=34^o$

យើងបាន $\cup CD=120^o-2\cdot 34^o=52^o$

នាំឱ្យ $x=y=\frac{1}{2}\cup CD=\frac{1}{2}\cdot 52^o=26^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } x=y=26^o}$ ។

**របៀបទី២** (រកតាមចំណេះដឹងមានស្រាប់)

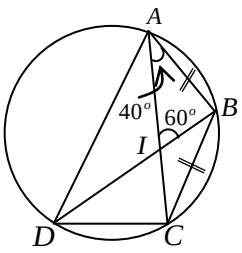



ក្នុង $\Delta BCP$ មានមុំ $x=60^o-34^o=26^o$ (ព្រោះផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណស្មើមុំក្រៅមួយ)

យើងមាន មុំ $x=y$ (ព្រោះមានធ្នូស្មាត់រួមគ្នា $CD$)

ដូចនេះ $\boxed{x=y=26^o}$ ។

5. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ACD$ :




ក្នុងត្រីកោណ $ABI$ មាន $\angle IAB=40^o, \angle AIB=60^o$

នាំឱ្យ $\angle ABI=\angle ABD=180^o-(40^o+60^o)=80^o$

នោះមុំ $\angle ACD\ \angle ABD=80^o$ (ធ្នូស្មាត់រួម $AD$)

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle ACD=80^o}$ ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle CAD$ :

តាមសម្មតិកម្ម $AB=BC$ នោះ $\Delta ABC$ សមបាត

វិបាក មុំបាត $\angle ACB=\angle CAB=40^o$

ហើយ $\angle ADB=\angle ACB=40^o$ (ធ្នូស្មាត់រួម $AB$)

ក្នុងត្រីកោណ $ADI$ មានផលបូកមុំ

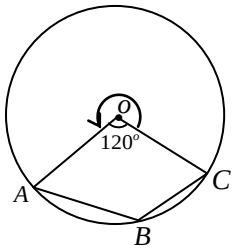
$\angle ADB+\angle CAD=\angle AIB$ (មុំក្រៅរង្វង់)

នាំឱ្យ $\angle CAD=\angle AIB-\angle ADB$

$=60^o-40^o=20^o$ .

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle CAD=20^o}$ ។

6. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ABC$ :



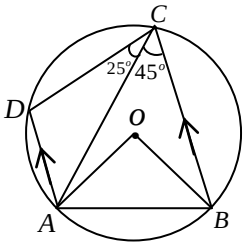

យើងមាន $\angle ABC=\frac{1}{2}\cup CA$ ដែល $\cup CA=\angle COA$

តែ មុំឆក $\angle COA=360^o-120^o=240^o$

នាំឱ្យ $\angle ABC=\frac{1}{2}\cup CA=\frac{1}{2}\times 240^o=120^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle ABC=120^o}$ ។

7. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ADC$ :




ដោយ $AD//BC$ នាំឱ្យ $\angle ADC+\angle BCD=180^o$

តែ $\angle BCD=\angle BCA+\angle ACD=45^o+25^o=70^o$

នោះយើងបាន $\angle ADC=180^o-\angle BCD$

$=180^o-70^o=110^o$ .

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនារង្វាស់មុំ } \angle ADC=110^o}$ ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle OAB$ :

ដោយ $OA=OB$ (កាំរង្វង់តែមួយ) នោះ $OAB$ ជា

ត្រីកោណសមបាត ដែលមាន $\angle OAB=\angle OBA$

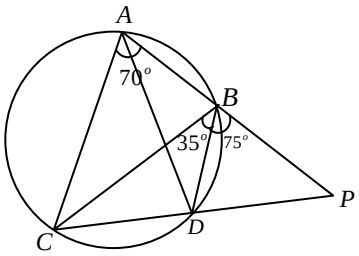
ហើយ $\angle AOB=2\angle ACB=2\cdot 45^o=90^o$

(ព្រោះ មុំផ្ចិតស្មើពីរដងនៃមុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម)

យើងបាន $\angle OAB=\angle OBA=\frac{180^o-90^o}{2}=45^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \angle OAB=45^o}$ ។

8. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ACD$ ៖




ដោយមុំ $\angle ABD$ ជាមុំជាប់បន្ថែមនឹងមុំ $\angle DBP$

នាំឱ្យ $\angle ABD = 180^o - \angle DBP = 180^o - 75^o = 105^o$

ហើយ $ABCD$ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់នោះវាមាន

ផលបូកមុំឈមគ្នាស្មើនឹង $180^o$

យើងបាន $\angle ACD + \angle ABD = 180^o$

នោះ $\angle ACD = 180^o - \angle ABD = 180^o - 105^o = 75^o$

ដូចនេះ | គណនាបាន $\angle ACD = 75^o$ | ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle APC$ ៖

ដោយ $\angle CAB + \angle CDB = 180^o$ (មុំឈម $ABCD$)

នាំឱ្យ $\angle CDB = 180^o - \angle CAB$

$= 180^o - 70^o = 110^o.$

ក្នុង $\Delta BDP$ មាន $\angle DBP + \angle APC = \angle CDB$

(ព្រោះផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណស្មើនឹងមុំក្រៅមួយ)

នាំឱ្យ $\angle APC = \angle CDB - \angle DBP$

$= 110^o - 75^o = 35^o$ .

ដូចនេះ | គណនាបានរង្វាស់មុំ $\angle APC = 35^o$ | ។

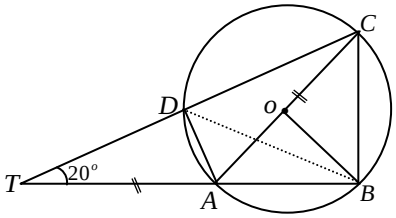
គ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle DAB$ ៖

មាន $\angle CAD = \angle CBD = 35^o$ (មានធ្នូស្មាតំរួម $CD$)

ហើយ $\angle DAB = \angle CAB - \angle CAD = 70^o - 35^o = 35^o$

ដូចនេះ | គណនាបានរង្វាស់មុំ $\angle DAB = 35^o$ | ។

9. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ADB$ ៖




ដោយ $AT = AC$ នោះ $ATC$ ជាត្រីកោណសមបាត

វិបាក $\angle ATD = \angle ACT = 20^o$

ហើយ $\angle DBA = \angle ACD = 20^o$ (ធ្នូស្មាតំរួម $AD$)

ម្យ៉ាងទៀត $\angle ADC = 90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

នោះមុំ $\angle ADT = \angle ADC = 90^o$ (មុំបន្ថែមគ្នា)

ចំពោះ $\Delta ADT$ : $\angle TAD = 180^o - (\angle ATD + \angle ADT)$

ឬ $\angle TAD = 180^o - (20^o + 90^o) = 70^o$

តែ $\angle ADB + \angle DBA = \angle TAD$ (មុំក្រៅ $\Delta ABD$)

ឬ $\angle ADB = \angle TAD - \angle DBA = 70^o - 20^o = 50^o$

ដូចនេះ | គណនាបាន $\angle ADB = 50^o$ | ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle BOC$ ៖

យើងមាន $\Delta BOC$ សមបាត ព្រោះ $OB = OC$

នោះមុំបាត $\angle BCA = \angle OBC = \angle ADB = 50^o$

(ព្រោះ $\angle BCA$ និង $\angle ADB$ មានធ្នូស្មាតំរួម $AB$)

ក្នុង $\Delta BOC$ មាន $\angle BOC = 180^o - (\angle BCA + \angle OBC)$

នាំឱ្យ $\angle BOC = 180^o - (50^o + 50^o) = 80^o$

ដូចនេះ | គណនាបានរង្វាស់មុំ $\angle BOC = 80^o$ | ។

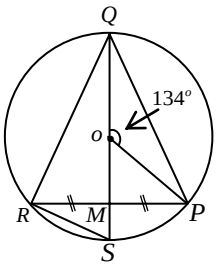
គ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle BDC$ ៖

ដោយ $\angle BDC = \angle ADC - \angle ADB$

នាំឱ្យ $\angle BDC = 90^o - 50^o = 40^o$

ដូចនេះ | គណនាបានរង្វាស់មុំ $\angle BDC = 40^o$ | ។

10. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle PRQ$ ៖




ដោយ $\angle PRQ=\frac{1}{2}\angle POQ=\frac{1}{2}\times 134^o=67^o$

(ព្រោះ មុំចារឹកស្មើនឹងកន្លះមុំផ្ចិតដែលមានធ្នូស្មាត់រួម)

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle PRQ=67^o}$ ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle RPQ$ ៖

ដោយ $QS$ ប្រសព្វនឹង $PR$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $M$ នាំឱ្យ $QS$ ជាមេដ្យាន៍នៃ $PR$ ធ្វើឱ្យ $QR=QP$ យើងបាន $PQR$ ជាត្រីកោណសមបាត កំពូល $Q$ វិបាកមុំបាតទាំងពីរ $\angle RPQ=\angle PRQ=67^o$

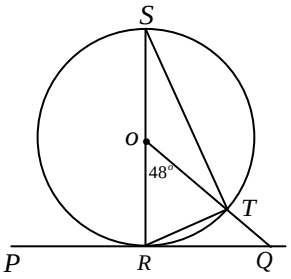
ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle RPQ=67^o}$ ។

គ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle RSQ$ ៖

ដោយ $\angle RSQ=\angle RPQ=67^o$ (មានធ្នូស្មាត់រួម $QR$)

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle RSQ=67^o}$ ។

11. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle OQR$ ៖




ដោយ $PQ$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $R$ នោះ $ORQ$ ជា $\Delta\perp$

នាំឱ្យ $\angle OQR=180^o-\left(90^o+48^o\right)=42^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle OQR=42^o}$ ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle RST$ ៖

ដោយ $\angle RST=\frac{1}{2}\angle ROT=\frac{1}{2}\times 48^o=24^o$

(ព្រោះ មុំចារឹកស្មើកន្លះមុំផ្ចិតដែលមានធ្នូស្មាត់រួម $TR$)

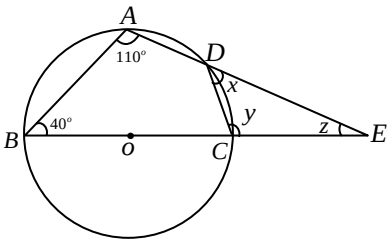
ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle RST=24^o}$ ។

គ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle TRQ$ ៖

ដោយ $\angle TRQ=RST=24^o$ (មុំចារឹក និងមុំពិសេស ដែលមានធ្នូស្មាត់រួម $TR$)

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានរង្វាស់មុំ } \angle TRQ=24^o}$ ។

12. គណនារង្វាស់មុំ $x$, $y$ និង $z$ ៖




ដោយ $ABCD$ ជាចតុកោណប៉ោង ចារឹកក្នុងរង្វង់ នោះផលបូកមុំឈរបស់វា ត្រូវតែស្មើ $180^o$ នាំឱ្យ

$\angle B+\angle ADC=180^o$

$\Rightarrow \angle ADC=180^o-\angle B=180^o-40^o=140^o$

ហើយ $\angle A+\angle BCD=180^o$

$\Rightarrow \angle BCD=180^o-\angle A=180^o-110^o=70^o$.

នាំឱ្យ $x=180^o-\angle ADC=180^o-140^o=40^o$

$y=180^o-\angle BCD=180^o-70^o=110^o$.

ចំពោះត្រីកោណ $CDE$ មាន $x+y+z=180^o$

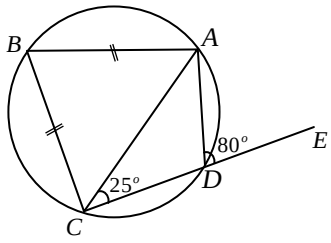
នាំឱ្យ $z=180^o-(x+y)$

$=180^o-\left(40^o+110^o\right)$

$=180^o-150^o=30^o$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{គណនាបានរង្វាស់មុំដូចតទៅ ៖}\\ x=40^o\ ,\ y=110^o\ ,\ z=30^o\end{array}}$ ។

13. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ABC$ ៖




ដោយ $\angle ADC$ ជាមុំជាប់បន្ថែមនឹងមុំ $\angle ADE$

នាំឱ្យ $\angle ADC = 180^o - \angle ADE = 180^o - 80^o = 100^o$

ហើយ $ABCD$ ជាចតុកោណប៉ោង ចារឹកក្នុងរង្វង់

នោះផលបូកមុំឈមរបស់វា ត្រូវតែស្មើ $180^o$

នាំឱ្យ $\angle ABC + \angle ADC = 180^o$

ឬ $\angle ABC = 180^o - \angle ADC = 180^o - 100^o = 80^o$

ដូចនេះ | គណនារង្វាស់មុំ $\angle ABC = 80^o$ | ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle BAD$ ៖

ដោយ $AB = BC$ នោះ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត

វិបាក $\angle ACB = \angle BAC = \frac{1}{2}(180^o - \angle ABC)$

ឬ $\angle ACB = \frac{1}{2}(180^o - 80^o) = 50^o$

នាំឱ្យ $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD$

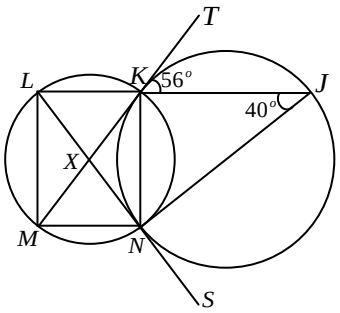
ឬ $\angle BCD = 50^o + 25^o = 75^o$

ដោយ $\angle BCD + \angle BAD = 180^o$ (មុំឈមគ្នា)

ឬ $\angle BAD = 180^o - \angle BCD = 180^o - 75^o = 105^o$

ដូចនេះ | គណនារង្វាស់មុំ $\angle BAD = 105^o$ | ។

14. ក. គណនារង្វាស់មុំ $\angle MLN$ ៖




យើងមាន $\angle MKN = \angle NJK = 40^o$ (ព្រោះ មុំពិសេស និងមុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $KN$ នៃរង្វង់ធំ)

ហើយ $\angle MLN = \angle MKN = 40^o$ (ព្រោះ មុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $MN$ នៃរង្វង់តូច)

ដូចនេះ | គណនាបានរង្វាស់មុំ $\angle MLN = 40^o$ | ។

ខ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle LMN$ ៖

ដោយ $JKL$ នៅលើបន្ទាត់តែមួយ និង $TKXM$ ជាបន្ទាត់ប៉ះ នោះយើងបានមុំទល់កំពូល

$\angle LKM = \angle TKJ = 56^o$.

នាំឱ្យ $\angle LKN = \angle LKM + \angle MKN$

ឬ $\angle LKN = 56^o + 40^o = 96^o$

ម្យ៉ាងទៀត $LMNK$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់តូច

នាំឱ្យ ផលបូកមុំឈម $\angle LMN + \angle LKN = 180^o$

$\angle LMN = 180^o - \angle LKN$

$= 180^o - 96^o = 84^o$

ដូចនេះ | គណនាបាន $\angle LMN = 84^o$ | ។

គ. គណនារង្វាស់មុំ $\angle KLN$ ៖

យើងមាន $\angle MKN = \angle LNK = \angle NJK = 40^o$

( មុំពិសេស និងមុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $KN$ នៃរង្វង់ធំ)

ហើយ $\angle LKN = \angle LKM + \angle MKN$

ឬ $\angle LKN = 56^o + 40^o = 96^o$

ក្នុង $\Delta LKN$ មានផលបូកមុំក្នុងស្មើនឹង $180^o$ នោះ

$\angle KLN = 180^o - (\angle LKN + \angle LNK)$

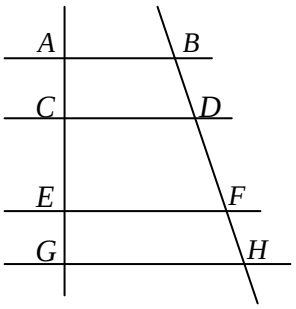
$= 180^o - (96^o + 40^o) = 44^o$

ដូចនេះ | គណនាបានរង្វាស់មុំ $\angle KLN = 44^o$ | ។

# មេរៀនទី១៥ ទ្រឹស្តីបទតាឡេស

1. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 6$ cm ជា 5 ចំណែកស្មើគ្នា ។
2. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 11$ cm ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 4 5 ។
3. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 12$ cm ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 5 7 ។
4. គេឱ្យ $AB = 7$ cm ចូរកំណត់ចំណុច C ដែលចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\frac{3}{5}$ ។
5. គេឱ្យ $AB = 9$ mm ចូរកំណត់ចំណុច C និង D ដែលចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\frac{5}{2}$ ។

6. គេមាន $AB//CD//EF//GH$ តាមរូបខាងស្តាំ។

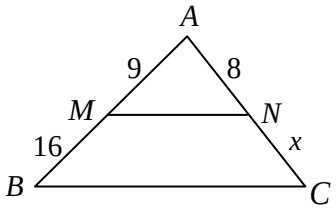


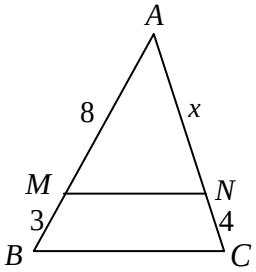

ក. ចូរគណនា DF និង FH បើ $AC = 6$ cm , $CE = 12$cm
$EG = 4$cm និង $BD = 9$cm ។

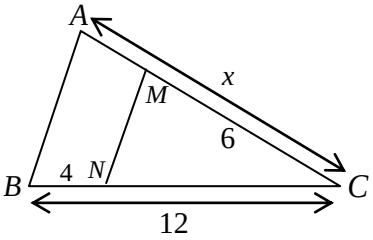
ខ. ចូរគណនា BD , DF និង FH បើ $AC = 6$ cm ,
$CE = 12$cm , $EG = 4$cm និង $HB = 33$cm ។

គ. ចូរគណនា DF និង CG បើ $AC = 6$ cm , $CE = 12$cm
$DB = 8$cm និង $FH = 9$cm ។

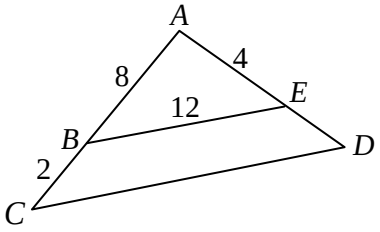
7. គេឱ្យ $(AB)//(MN)$ ចូរគណនាប្រវែង $x$ ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោម។



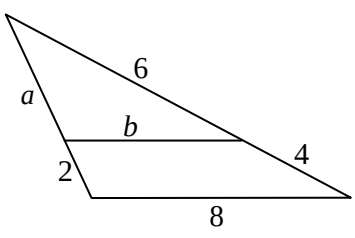



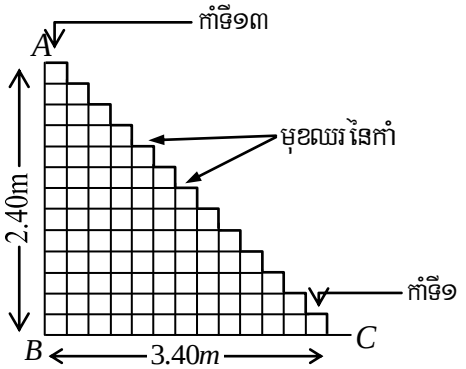

8. តាមរូបខាងស្តាំ $BE//CD$ ។
ចូរគណនាប្រវែង ED និង CD ។
រង្វាស់គិតជា cm ។




9. ចូរគណនា $a$ និង $b$ តាមរូបខាងស្តាំនេះ។
រង្វាស់គិតជា cm ។



10. គេចង់សង់ជណ្តើរមួយដែលមាន 13 កាំ កម្ពស់ 2.40 m និងប្រវែង 3.40 m ។



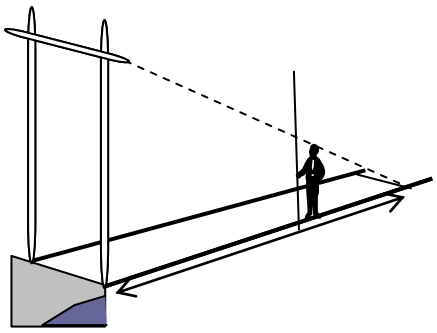

ក. ចូរសង់ត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ B នៅក្នុងប្លង់ដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{20}$ ដោយយក AB ជាជ្រុងឈរ និង BC ជាជ្រុងដេក ។

ខ. តើគេត្រូវចែក AB ជាប៉ុន្មានផ្នែក ដើម្បីកំណត់ទីតាំងកម្ពស់នៃកាំនីមួយៗ ? តើគេត្រូវចែក BC ជាប៉ុន្មានផ្នែក ដើម្បីកំណត់ទីតាំងមុខឈរនៃកាំជណ្តើរនីមួយៗ ?

គ. ធ្វើវិធីចែក AB និង BC ។ ចំណាំ មាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{20}$ មានន័យថាប្រវែង 1 cm នៅក្នុងប្លង់ស្មើនឹង 20 cm នៃរង្វាស់ពិត ។

11. គេឱ្យកន្លះបន្ទាត់ពីរ OX និង OY ។ លើ OX គេដៅចំណុច I និង J ដែល OI = 2 cm និង IJ = 3 cm ។ លើ OY ដៅចំណុច I' , J' ដែល OI' = 3 cm និង I'J' = 4.5 cm ។ តើបន្ទាត់ II' និង JJ' ស្របគ្នាឬទេ ?

12. ក្នុងកីឡាដ្ឋានមួយ ដោយចង់ដឹងថា តើរបារបង្គោលលោតកម្ពស់ដោយថ្មោលមួយឋិតនៅកម្ពស់ប៉ុន្មានម៉ែត្រពីដី សុខាបានដើរទៅឈរដូចរូបខាងស្តាំនេះ ដោយឱ្យស្រមោលក្បាលរបស់វាត្រួតលើស្រមោលនៃរបារ។ វាដឹងថា វាមានកម្ពស់ 1.65 m ឋិតនៅចម្ងាយ 6.50 m ពីជើងបង្គោល ហើយម្លប់នៃរបារឋិតនៅចម្ងាយ 10 m ពីជើងបង្គោល ។



ក. ចូរបកស្រាយស្ថានភាពនេះដោយរូបធរណីមាត្រ។

ខ. តើរបារមានកម្ពស់ប្រហែលប៉ុន្មានម៉ែត្រពីដី ?

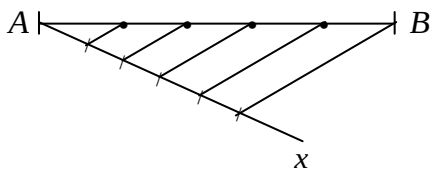
13. គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយនិង E ជាចំណុចប្រសព្វរាងអង្កត់ច្រេងទាំងពីរ។ តាម E គូសបន្ទាត់ស្របនឹង BC ដែលកាត់តាម AB ត្រង់ F ។ តាម E គូសបន្ទាត់ស្របនឹង CD ដែលកាត់តាម AD ត្រង់ G ។

ក. សរសេរទ្រឹស្តីបទតាលែសក្នុងត្រីកោណ AGE និង ADC រួចក្នុងត្រីកោណ AFE និង ABC ។

ខ. ចូរបង្ហាញថា FG // BD ។

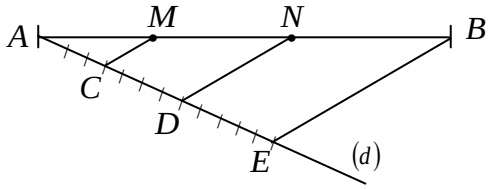
# មេរៀនទី១៥ ទ្រឹស្តីបទតាលែស

1. ចែកអង្កត់ $AB=6\,cm$ ជា 5 ចំណែកស្មើគ្នា :



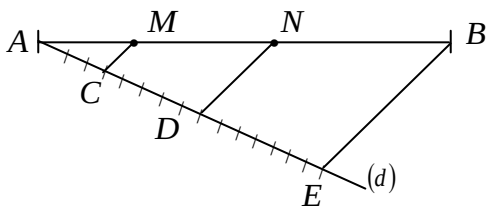

យើងគូសកន្លះបន្ទាត់ $Ax$ រួចដៅប្រឡោះក្រិត 5ឯកតាស្មើៗគ្នាលើ $Ax$ រួចគូសភ្ជាប់ពីចំណុច 5 ឯកតាទៅកាន់ចំណុច $B$ ហើយគូសអង្កត់បន្តបន្ទាប់ឱ្យស្របគ្នា។ តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស $AB=6\,cm$ ត្រូវបានចែកជា 5 ចំណែកស្មើៗគ្នា ។

2. ចែកអង្កត់ $AB=11\,cm$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 4 5 :



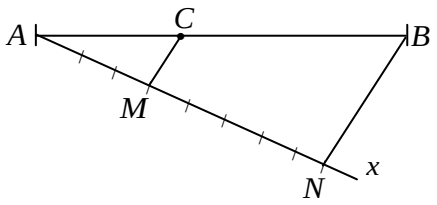

យើងគូសបន្ទាត់ $(d)$ រួចក្រិតឱ្យបាន $AC=3$ , $CD=4$ និង $DE=5$ រួចគូសភ្ជាប់ $EB$ បន្ទាប់មក $CM$ , $DN$ ឱ្យស្របនឹង $EB$ នោះ $AB=11\,cm$ ត្រូវបានចែកជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 4 5 ។

3. ចែកអង្កត់ $AB=12\,cm$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 5 7 :



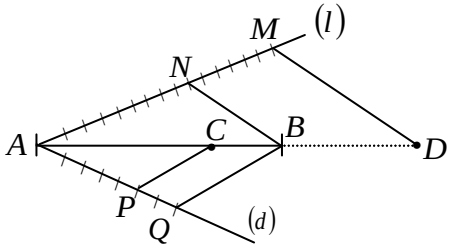

យើងគូសបន្ទាត់ $(d)$ រួចក្រិតឱ្យបាន $AC=3$ , $CD=5$ និង $DE=7$ រួចគូសភ្ជាប់ $EB$ បន្ទាប់មក $CM$ , $DN$ ឱ្យស្របនឹង $EB$ នោះ $AB=12\,cm$ ត្រូវបានចែកជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 5 7 ។

4. រកចំណុច $C$ ដែលចែកអង្កត់ $AB$ តាមផលធ្យៀប $\frac{3}{5}$ :




យើងគូសកន្លះបន្ទាត់ $Ax$ រួចក្រិត 8 ប្រឡោះស្មើៗគ្នាដែល $AM=3$, $MN=5$ ហើយគូសភ្ជាប់ $NB$ និងគូស $MC$ ឱ្យស្របនឹង $NB$ នោះយើងបានចំណុច $C$ ដែលចែកអង្កត់ $AB$ តាមផលធ្យៀប $\frac{3}{5}$ ។

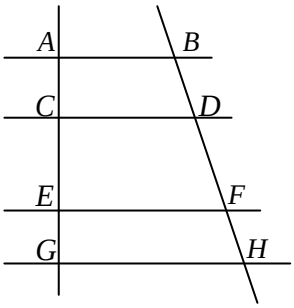
5. កំណត់ចំណុច $C$ និង $D$ ដែលចែក $AB$ តាមផលធ្យៀប $\frac{5}{2}$




-គូស $(d)$ ដៅឱ្យបាន $AP=2$, $PQ=2$ រួចភ្ជាប់ $QB$ និង $PC$ ឱ្យស្របគ្នា នោះយើងបាន $C$ ចែកអង្កត់ $AB$ តាមផលធ្យៀប $\frac{5}{2}$ ។

-គូស $(l)$ ដៅឱ្យបាន $AN=9$, $AM=6$ រួចភ្ជាប់ $NB$ និង $MD$ ឱ្យស្របគ្នា នោះយើងបាន $D$ ចែកអង្កត់ $AB$ តាមផលធ្យៀប $\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$ ។

6. យើងមានរូប ដែល $AB//CD//EF//GH$ ៖




ក. គណនា $DF$ និង $FH$ ៖

តាមទ្រឹស្តីបទតាំលែសយើងបាន

$\frac{BD}{AC}=\frac{DF}{CE}=\frac{FH}{EG}$ ដោយ $AC=6\ cm$,

$CE=12cm$, $EG=4cm$ និង $BD=9\ cm$

នាំឱ្យ $\frac{9}{6}=\frac{DF}{12}=\frac{FH}{4}$

យើងបាន $\frac{9}{6}=\frac{DF}{12}$ នោះ $DF=\frac{9\times12}{6}=18cm$

ហើយ $\frac{9}{6}=\frac{FH}{4}$ នោះ $FH=\frac{9\times4}{6}=6cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } DF=18cm, FH=6cm}$

ខ. គណនា $BD$ , $DF$ និង $FH$ ៖

តាមទ្រឹស្តីបទតាំលែសយើងបាន

$\frac{BD}{AC}=\frac{DF}{CE}=\frac{FH}{EG}$ ដោយ $AC=6\ cm$,

$CE=12cm$, $EG=4cm$ និង $HB=33\ cm$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងបាន ៖

$$\frac{BD}{AC}=\frac{DF}{CE}=\frac{FH}{EG}=\frac{BD+DF+FH}{AC+CE+EG}$$
$$=\frac{BH}{6+12+4}=\frac{33}{22}=\frac{3}{2}$$

នាំឱ្យ $\frac{BD}{AC}=\frac{3}{2}$ ឬ $BD=\frac{3AC}{2}=\frac{3\cdot6}{2}=9cm$

$\frac{DF}{CE}=\frac{3}{2}$ ឬ $DF=\frac{3CE}{2}=\frac{3\cdot12}{2}=18cm$

$\frac{FH}{EG}=\frac{3}{2}$ ឬ $FH=\frac{3EG}{2}=\frac{3\cdot4}{2}=6cm$

ដូចនេះ $\boxed{BD=9cm,\ DF=18cm,\ FH=6cm}$

គ. គណនា $DF$ និង $CG$ ៖

ដោយ $AC=6\ cm$, $CE=12cm$, $DB=8cm$

និង $FH=6\ cm$ តាមទ្រឹស្តីបទតាំលែសយើងបាន ៖

$\frac{BD}{AC}=\frac{DF}{CE}$ ឬ $\frac{8}{6}=\frac{DF}{12}$

នាំឱ្យ $DF=\frac{8\times12}{6}=16cm$

ហើយ $\frac{CG}{DH}=\frac{CE}{DF}$ ឬ $CG=\frac{CE\times DH}{DF}$

តែ $DH=DF+FH$

នាំឱ្យ $CG=\frac{CE\times(DF+FH)}{DF}$

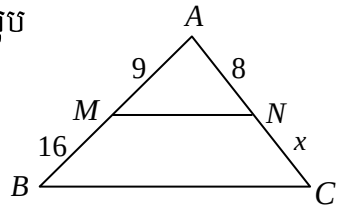
$CG=\frac{12\times(16+6)}{16}=16.5\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{DF=16cm \text{ និង } CG=16.5\ cm}$ ។

7. គណនាប្រវែង $x$ នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម ៖

ដោយ $(AB)//(MN)$ នោះ $\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}$

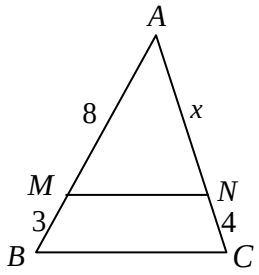
-ចំពោះរូប




នាំឱ្យ $\frac{9}{16}=\frac{8}{x}$ នាំឱ្យ $x=\frac{8\times16}{9}=\frac{128}{9}=14.22$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=\frac{128}{9}=14.22}$ ។

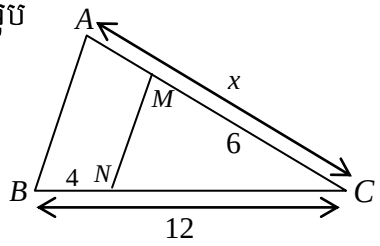
-ចំពោះរូប




នាំឱ្យ $\frac{8}{3}=\frac{x}{4}$ នាំឱ្យ $x=\frac{8\times4}{3}=\frac{32}{3}\approx10.67$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=\frac{32}{3}\approx10.67}$ ។

-ចំពោះរូប



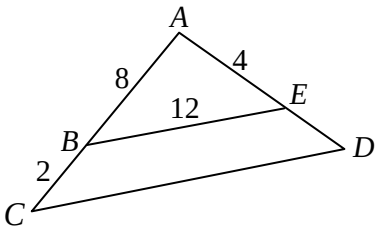

ដោយ $(AB)//(MN)$ នោះ $\frac{AC}{BC}=\frac{MC}{NC}$

តែ $AC=x$ , $MC=6$ , $NC=12-4=8$

នាំឱ្យ $\frac{x}{12}=\frac{6}{8}$ នោះ $x=\frac{6\times12}{8}=\frac{72}{8}=9$

ដូចនេះ | គណនាបាន $x=9$ | ។

8. គណនាប្រវែង $ED$ និង $CD$ គិតជា $cm$ ៖




ដោយ $BE//CD$ តាមទ្រឹស្តីបទតាឡេសយើងបាន ៖

អង្កត់សមាមាត្រ $\frac{AB}{BC}=\frac{AE}{ED}$

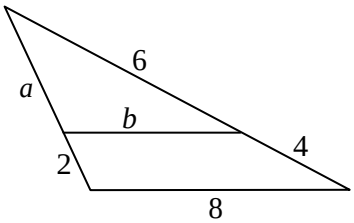
ឬ $\frac{8}{2}=\frac{4}{ED}$ នាំឱ្យ $ED=\frac{4\times2}{8}=1\,cm$

ម្យ៉ាងទៀត $\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CD}$

ឬ $\frac{8}{10}=\frac{12}{CD}$ នាំឱ្យ $CD=\frac{12\times10}{8}=15\,cm$

ដូចនេះ | $ED=1\,cm$ និង $CD=15\,cm$ | ។

9. គណនាប្រវែង $a$ និង $b$ គិតជា $cm$ ៖



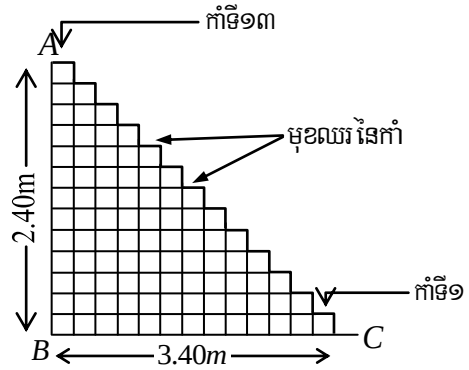

តាមរូបខាងលើ យើងមានអង្កត់ដេកទាំងពីរស្របគ្នា

យើងបាន $\frac{a}{6}=\frac{2}{4}$ នាំឱ្យ $a=\frac{2\times6}{4}=3\,cm$

ហើយ $\frac{b}{8}=\frac{6}{6+4}$ នាំឱ្យ $b=\frac{8\times6}{10}=4.8\,cm$

ដូចនេះ | $a=3\,cm$ និង $b=4.8\,cm$ | ។

10. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម ៖




ក. សង់ត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ $B$ ៖

យើងមានប្លង់មានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{20}$

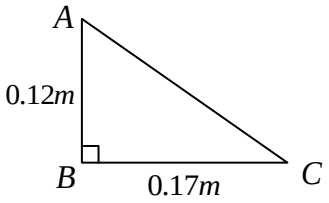
នាំឱ្យ ជ្រុងឈរ $AB=2.40m$ ត្រូវនឹងក្នុងប្លង់

$$AB=\frac{2.40m}{20}=0.12m=12\,cm$$

ហើយ ជ្រុងដេក $BC=3.40m$ ត្រូវនឹងក្នុងប្លង់

$$BC=\frac{3.40m}{20}=0.17m=17\,cm$$

សង់រូប ត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ $B$ ៖

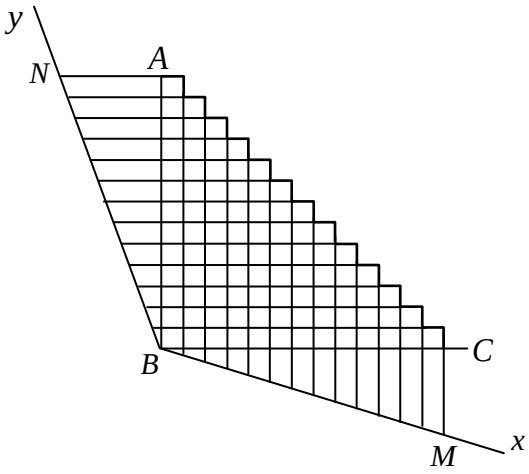



ខ. តើគេត្រូវចែក $AB$ និង $BC$ ជាប៉ុន្មានផ្នែក ?

-គេត្រូវចែក $AB$ ជា 13 ផ្នែក ដើម្បីកំណត់ទីតាំងកម្ពស់នៃកាំជណ្តើរនីមួយៗ ព្រោះជណ្តើរមាន 13 កាំ

-គេត្រូវចែក $BC$ ជា 13 ផ្នែក ដើម្បីកំណត់ទីតាំងមុខឈរនៃកាំជណ្តើរនីមួយៗ ព្រោះជណ្តើរមាន 13កាំ

គ. ធ្វើវិធីចែក $AB$ និង $BC$ ៖



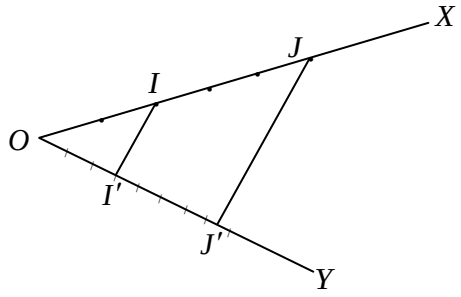

-យើងចែក $AB = 0.12m = 12\ cm$ ដោយ ៖

គូសកន្លះបន្ទាត់ $By$ រួចដៅឱ្យបាន 13 ប្រឡោះក្រិតស្មើៗគ្នា ហើយភ្ជាប់ $NA$ និងភ្ជាប់អង្កត់បន្តបន្ទាប់ឱ្យស្របនឹង $NA$ នោះ $AB$ ត្រូវចែកជា 13 ផ្នែកស្មើគ្នា។

-យើងចែក $BC = 0.17m = 17\ cm$ ដោយ ៖

គូសកន្លះបន្ទាត់ $Bx$ រួចដៅឱ្យបាន 13 ប្រឡោះក្រិតស្មើៗគ្នា ហើយភ្ជាប់ $MC$ និងភ្ជាប់អង្កត់បន្តបន្ទាប់ឱ្យស្របនឹង $MC$ នោះ $BC$ ត្រូវចែកជា 13 ផ្នែកស្មើគ្នា។

11. តើបន្ទាត់ $II'$ និង $JJ'$ ស្របគ្នាឬទេ ?



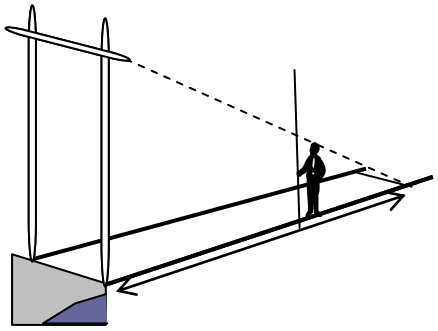

ដោយ $\frac{OI}{OI'} = \frac{2cm}{3cm} = \frac{2}{3}$ និង $\frac{IJ}{I'J'} = \frac{3cm}{4.5cm} = \frac{2}{3}$

នាំឱ្យ $\frac{OI}{OI'} = \frac{IJ}{I'J'}$ (មានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា)

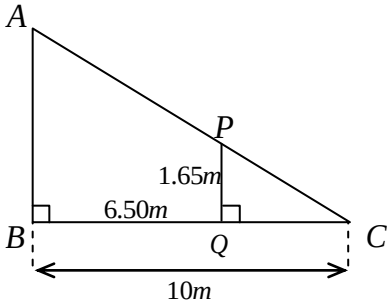
តាមទ្រឹស្តីបទច្រាសតាលែស នោះ $II'$ ស្របនឹង $JJ'$

ដូចនេះ | បន្ទាត់ $II'$ ស្របនឹង $JJ'$ | ។

12. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម ៖



ក. បកស្រាយស្ថានភាពនេះ ដោយរូបធរណីមាត្រ ៖




តាង $AB$ ជាកម្ពស់របារ , $PQ$ ជាកម្ពស់របស់សុខា ដែលមាន $AB // PQ$ ។

តាង $BQ$ ជាចម្ងាយនៃសុខាគិតពីជើងបង្គោល

$BC$ ជាចម្ងាយមួយនៃរបារគិតពីជើងបង្គោល

ខ. រកកម្ពស់របស់របារ ៖

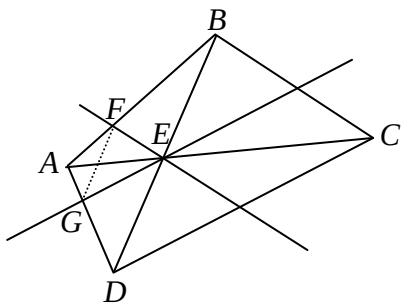
តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស យើងបានផលធ្យើបសមាមាត្រ

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QC} \quad \text{ឬ} \quad \frac{AB}{1.65} = \frac{10}{10 - 6.5}$$

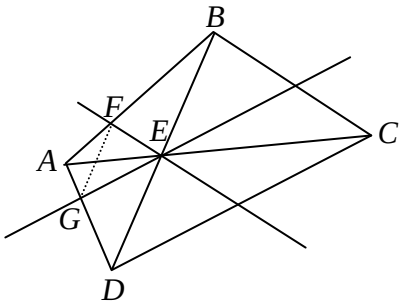
នាំឱ្យ $AB = \frac{10 \times 1.65}{3.5} = 4.714m$

ដូចនេះ | របារមានកម្ពស់ $4.714m$ | ។

13. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន ៖



(ដើម្បីងាយស្រួល ខ្ញុំសូមចម្លងរូបដដែលកមវិញ)




ក. សរសេរទ្រឹស្តីបទតាំលេសក្នុងត្រីកោណ :

-ចំពោះ $\Delta AGE$ និង $\Delta ADC$ :

ដោយ $\Delta AGE$ និង $\Delta ADC$ មាន $GE // DC$

ដូចនេះ យើងបាន $\frac{AG}{AD}=\frac{AE}{AC}=\frac{GE}{DC}$ ។

-ចំពោះ $\Delta AFE$ និង $\Delta ABC$ :

ដោយ $\Delta AFE$ និង $\Delta ABC$ មាន $FE // BC$

ដូចនេះ យើងបាន $\frac{AF}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{FE}{BC}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $FG // BD$ :

តាមសំណេរនៃទ្រឹស្តីបទតាំលេសទាំងពីរខាងលើ

$\frac{AG}{AD}=\frac{AE}{AC}$ និង $\frac{AF}{AB}=\frac{AE}{AC}$

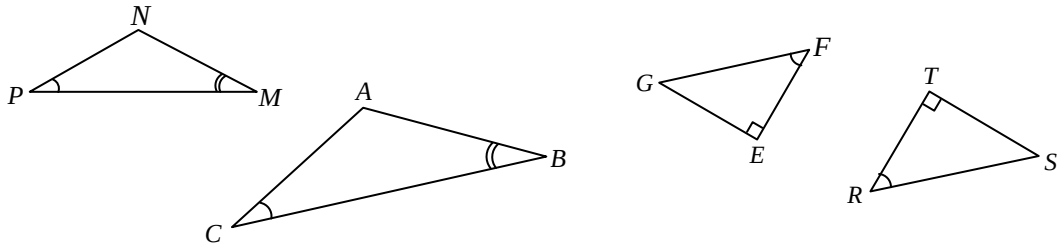
នាំឱ្យ $\frac{AG}{AD}=\frac{AF}{AB}$

តាមទ្រឹស្តីបទច្រាសតាំលេស នោះ $FG // BD$

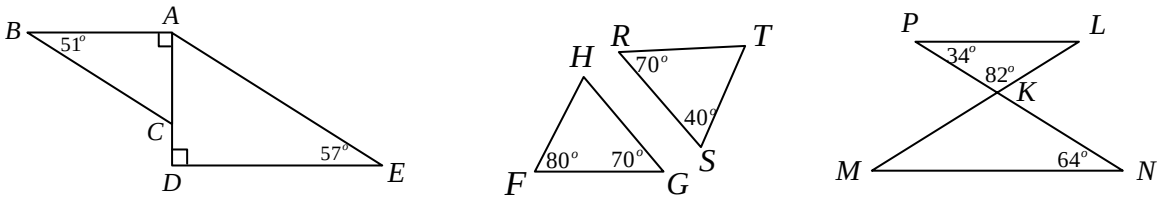
ដូចនេះ $FG // BD$ ត្រូវបានបង្ហាញរួចរាល់ ។

# មេរៀនទី១៦ ត្រីកោណដូចគ្នា

1. គូត្រីកោណខាងក្រោមជាត្រីកោណដូចគ្នា ។ ចូរសរសេរឈ្មោះ និងជ្រុងត្រូវគ្នា ។

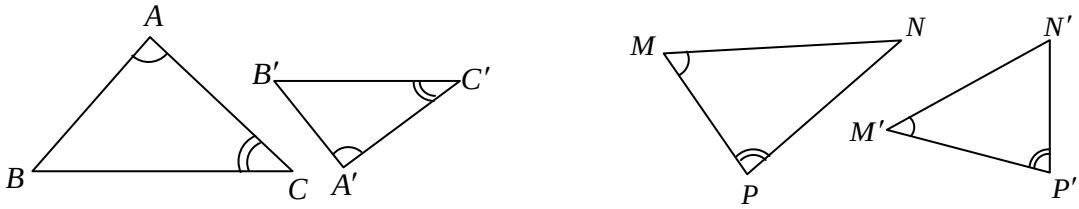



2. តើគូត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោម ដូចគ្នាដែរឬទេ? ហេតុអ្វី ?



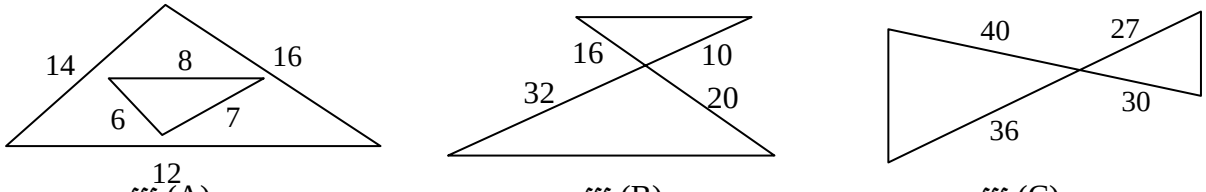

រូប(ក) រូប(ខ) រូប(គ)

3. ចូរប្រៀបធៀប $\Delta ABC$ និង $\Delta A'B'C'$ , $\Delta PMN$ និង $\Delta P'M'N'$ រួចសរសេរផលធៀបដំណូច (រូបខាងក្រោម)។



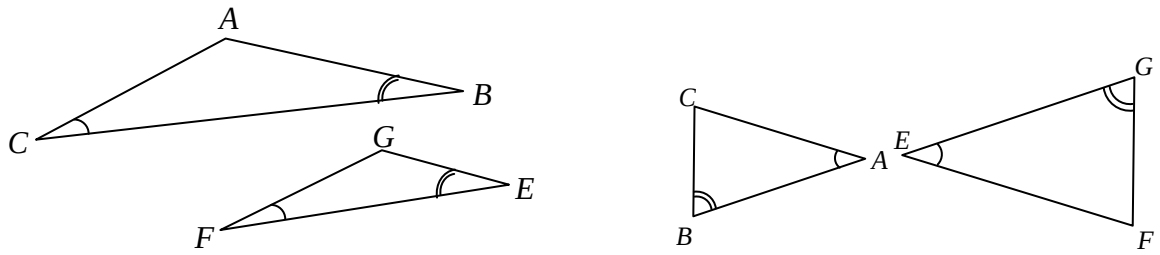

រូប (A) រូប (B)

4. តើគូត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមនេះ ជាត្រីកោណដូចគ្នាដែរឬទេ? ហេតុអ្វី ?



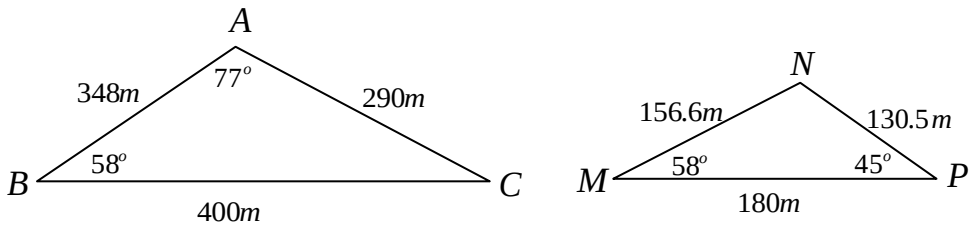

រូប (A) រូប (B) រូប (C)

5. គេមានត្រីកោណ ABC ដូចត្រីកោណ GEF រូបខាងក្រោម ចូរសរសេរបំពេញផលធៀបដំណូច ។




$$\frac{AB}{GE}=\frac{BC}{...?}=\frac{...?}{FG} \qquad \frac{AB}{EG}=\frac{...?}{EF}=\frac{BC}{...?}$$

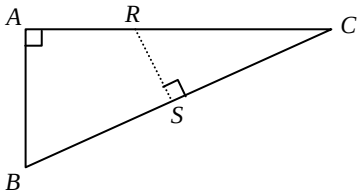
6. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណខាងក្រោមជាត្រីកោណដូចគ្នា រួចទាញវិបាក ។




7. គេឱ្យចតុកោណញាយ ABCD បន្លាយជ្រុងទ្រេត AD និង BC កាត់គ្នាត្រង់ F ដោយស្គាល់ $FD:FA=8:5$ និង $FB=2.25\text{cm}$ ។ ចូរគណនាប្រវែង BC ។

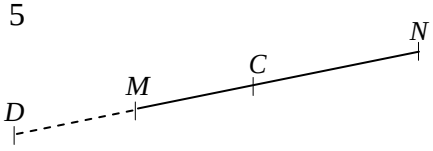
8. គេមានត្រីកោណដូចគ្នាពីរ ដែលមានបរិមាត្ររៀងគ្នា 35 dm និង 56 dm ។ ចូរប្រវែងកម្ពស់មួយនៃត្រីកោណធំ បើកម្ពស់នៃត្រីកោណតូចស្មើនឹង 10 dm ។

9. ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន $\angle BAC=90^o$ ហើយ $RS\perp BC$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta ABC\sim\Delta SRC$ ។




10. ចូរដៅចំណុច C និង D ដែលចែកអង្កត់ MN ខាងក្នុងនិងខាងក្រៅតាមផលធៀប $\frac{a}{b}$ ។

ក. $MN=11\text{ dm}$ , $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$ ខ. $MN=6\text{ dm}$ , $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$




11. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែល $AB=\alpha$ , $AC=\beta$ , $BC=\partial$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ កាត់ជ្រុង BC ត្រង់ចំណុច I និងធ្នូ BC ត្រង់ J ។

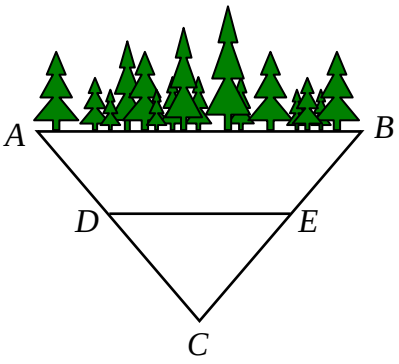
ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta ABI$ និង ត្រីកោណ $\Delta AJC$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

ខ. ចូរគណនាផលគុណ $AI\times AJ$ ។

គ. ចូរបង្ហាញថា $\angle BAJ=\angle CBJ$ ។

ឃ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $JB^2=JA\times JI$ ។

12. ដើម្បីវាស់ចម្ងាយពីចំណុច $A$ ទៅចំណុច $B$ ដែលមានឧបសគ្គមិនអាចទៅដល់ គេជ្រើសរើសយកចំណុច C មួយ រួចវាស់ប្រវែងអង្កត់ AC ។ បើ $D\in AC$ នោះវាស់អង្កត់ CD តាមចំណុច D គូសបន្ទាត់ DE // AB រួចវាស់អង្កត់ DE ។ ដោយធ្វើតាមរបៀបនេះគេអាចគណនាអង្កត់ AB បាន។ បើ CA = 1.8 km , CD = 90 m និង DE = 150 m ។ ចូរគណនាចម្ងាយ AB ។




13. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់។ បន្ទាត់មួយស្របទៅនឹងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A កាត់អង្កត់ AB និង AC ត្រង់ចំណុច M និង N ។

ក. ចូរប្រដូចត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ AMN ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB\times AM=AC\times AN$ ។

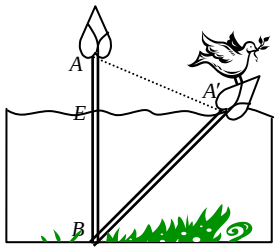
14. តាមចំណុចនៃកន្លះរង្វង់គេគូសអង្កត់ CD កែងទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិត AB ។
ក. បើ AD = 4 dm , DB = 9 dm ។ ចូរគណនា CD ។
ខ. បើ AB = 29 dm , CD = 10 cm ។ ចូរគណនា AD និង DB ។

15. ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថាក្នុងត្រីកោណមួយ រង្វាស់កម្ពស់ច្រាសសមាមាត្រនឹងរង្វាស់ជ្រុងគឺ: $ah_a = bh_b = ch_c$ ។
(ណែនាំ គូសកម្ពស់ពីរួចប្រដូចត្រីកោណកែងដែលមានកម្ពស់មួយជាជ្រុងនៃមុំកែង) ។

16. តាមកំពូល A នៃត្រីកោណសមបាត ABC គេគូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់ជ្រុង BC ត្រង់ D និងកាត់រង្វង់ចារឹក្រៅត្រីកោណត្រង់ចំណុច E ។ ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ $ADB$ និងត្រីកោណ $AEB$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB^2 = AD \times AE$ ។

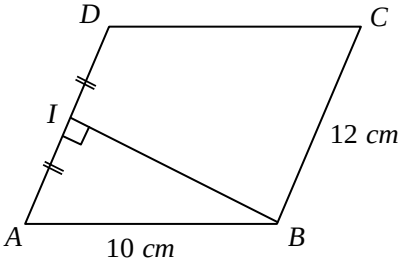
17. ដើមឫស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ 10 m ត្រូវខ្យល់វាយបាក់ត្រង់ចំណុច P មួយ ហើយចុងឫស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយ ដែលមានចម្ងាយ 3 m ពីគល់។ ចូរគណនាប្រវែងដើមឫស្សីពីគល់ទៅចំណុចបាក់ P ។

18. AB ជារង្វាស់ពីបាតដីដល់ផ្កាឈូក ហើយផ្នែកផុតពីទឹកមានប្រវែង AE = 3 cm ពេលនោះមានចាបមួយមកទំ ធ្វើឱ្យផ្កាឈូកទ្រេតប្រកាន់យកស្ថានភាព BA' ដែល EA'=9dm ។
ចូរកជម្រៅទឹក EB ។

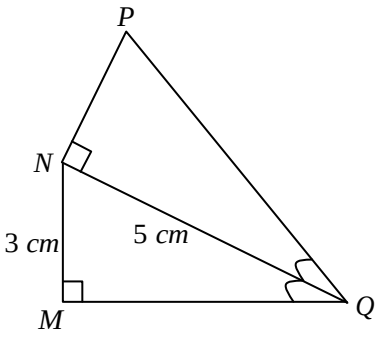



19. តាង $b$ និង $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែងបរស់ត្រីកោណកែងមួយ។ $h$ ជារង្វាស់កម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស។
ចូរគណនា $h$ ទៅតាមតម្លៃនៃ $a$ និង $b$ ។

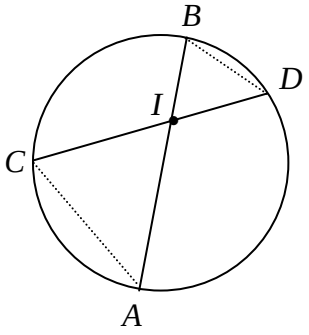
20. ABCD ជាប្រលេឡ្យក្រាមដូចរូបខាងស្តាំ។ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD ដែល $(IB) \perp (AD)$ ។
ក. ចូរគណនា IB ។
ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡ្យក្រាម ។



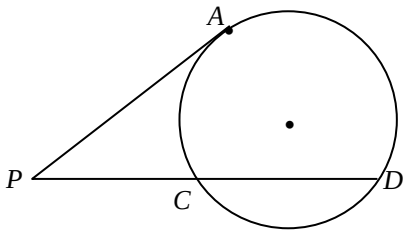

21. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ NMQ និង PNQ ជាត្រីកោណកែង។
ក. ចូរគណនារង្វាស់ MQ ។
ខ. ចូរគណនារង្វាស់ NP ។



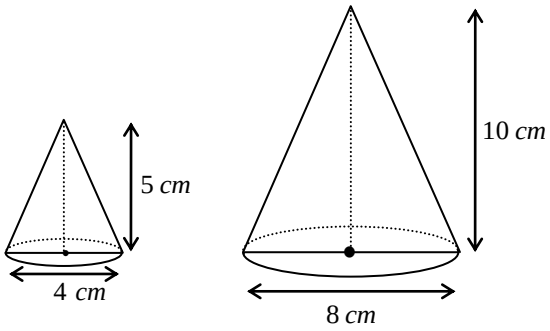

22. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះអង្កត់ផ្ចិ CD និង AB កាត់គ្នាត្រង់ I ដែល $AI = 15$ cm , $IC = 12$ cm , $ID = 4$ cm , $IB = 5$ cm , $BD = 3$ cm ។
ក. ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ IAC និង IBD ។
ខ. ចូរគណនារង្វាស់ AC ។



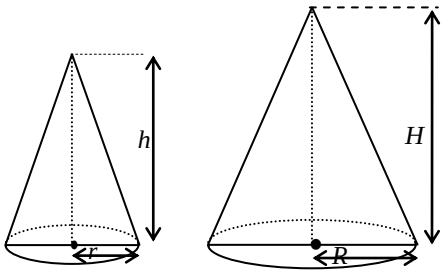
23. ក្នុងរូបខាងស្តាំពីចំណុច P គេគូសបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ A ហើយគូសបន្ទាត់មួយទៀតកាត់រង្វង់ត្រង់ C និង D ។
ក. ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ PAC និង PAD ។
ខ. ចូរទាញឱ្យឃើញថា $AP^2 = PC \times PD$ ។




24. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ តើកោណទាំងពីរដូចគ្នាឬទេ?



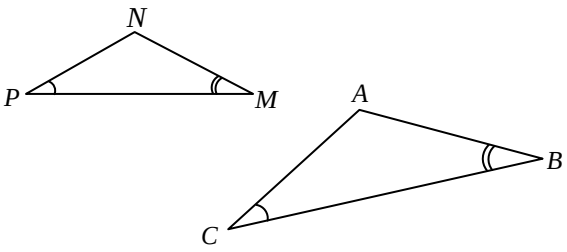

25. រូបខាងស្តាំជាកោណពីរដូចគ្នា។
ក. បង្ហាញថាបើកោណពីរដូចគ្នានោះ
$\frac{v}{V} = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{r}{R}\right)^3$ ដែល $v$ និង $V$ ជាមាឌ
ខ. បើកោណតូចមានមាឌ $v = 6.28\ \text{cm}^3$ ហើយ
$h = 2\ \text{cm}$ , $H = 4\ \text{cm}$ ។
ចូរគណនាមាឌ $V$ នៃកោណធំ។



# មេរៀនទី១៦ ត្រកោណដូចគ្នា

1. សរសេរឈ្មោះ និងជ្រុងត្រូវគ្នា :

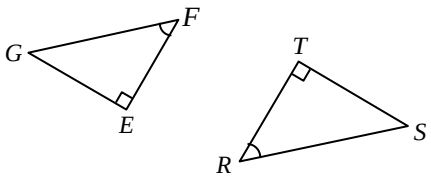
-ចំពោះគូត្រីកោណដូចគ្នា :




+សរសេរឈ្មោះ : $\Delta NPM \sim \Delta ACB$

+មានជ្រុងត្រូវគ្នា : $\frac{NP}{AC}=\frac{NM}{AB}=\frac{PM}{CB}$ ។

-ចំពោះគូត្រីកោណដូចគ្នា :

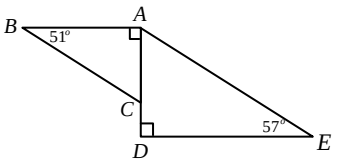



+សរសេរឈ្មោះ : $\Delta EFG \sim \Delta TRS$

+មានជ្រុងត្រូវគ្នា : $\frac{EF}{TR}=\frac{FG}{RS}=\frac{EG}{TS}$ ។

2. គូត្រីកោណខាងក្រោមដូចគ្នាឬទេ? ហេតុអ្វី ?

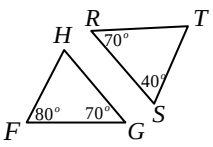
-ចំពោះ រូប(ក)




ត្រីកោណទាំងពីរគឺ $\Delta ABC$ និង $\Delta ADE$ មិនដូចគ្នាទេ

ព្រោះ វាមានតែមុំមួយប៉ុនគ្នា គឺខុសលក្ខខណ្ឌទាំងបី ។

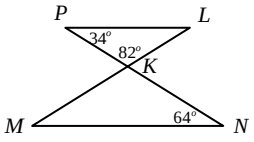
-ចំពោះ រូប(ខ)




ត្រីកោណទាំងពីរគឺ $\Delta HFG$ និង $\Delta TSR$ មិនដូចគ្នាទេ

ព្រោះ វាមានតែមុំមួយប៉ុនគ្នា គឺខុសលក្ខខណ្ឌទាំងបី ។

-ចំពោះ រូប(គ)



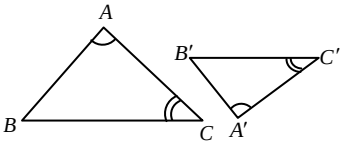

ដោយ $\Delta PKL$ មាន $\angle L=180^o-\left(34^o+82^o\right)=64^o$

ដូចនេះ $\Delta PKL \sim \Delta MKN$

ព្រោះ វាមានមុំពីប៉ុនរៀងគ្នា ។

3. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ រួចសរសេរផលធៀបដំណូច :

-ចំពោះ រូប(A)



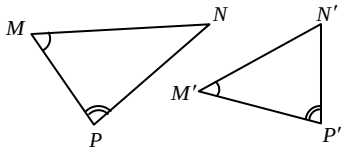

តាមសម្មតិកម្មនៃរូប $\Delta ABC$ និង $\Delta A'B'C'$ មាន :

$\angle A=\angle A'$ និង $\angle C=\angle C'$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$

ដោយ $\sim\frac{\Delta ABC}{\Delta A'B'C'}$ នាំឱ្យ $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$

-ចំពោះ រូប(B)




តាមសម្មតិកម្មនៃរូប $\Delta PMN$ និង $\Delta P'M'N'$ មាន :

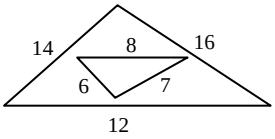
$\angle M=\angle M'$ និង $\angle P=\angle P'$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta PMN \sim \Delta P'M'N' \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$

ដោយ $\sim\frac{\Delta PMN}{\Delta P'M'N'}$ នាំឱ្យ $\frac{PM}{P'M'}=\frac{PN}{P'N'}=\frac{MN}{M'N'}$

4. គូត្រីកោណខាងក្រោមដូចគ្នាឬទេ? ហេតុអ្វី ?

-ចំពោះ រូប(A)



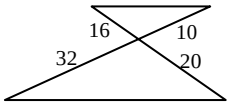

ត្រីកោណទាំងពីរជា ត្រីកោណ ដូចគ្នាយ៉ាងប្រាកដ

ព្រោះ ត្រីកោណទាំងពីរមានផលធ្យើបជ្រុង :

$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ , $\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$ , $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ នោះ $\frac{6}{12}=\frac{7}{14}=\frac{8}{16}$

មានន័យថា វាបំពេញឱ្យលក្ខខណ្ឌដំណូច ជ.ជ.ជ ។

-ចំពោះ រូប(B)




ត្រីកោណទាំងពីរជា ត្រីកោណ ដូចគ្នា

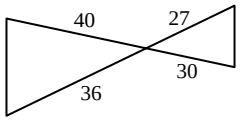
ព្រោះ ត្រីកោណទាំងពីរមានផលធ្យើបជ្រុង :

$\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$ , $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ នោះ $\frac{16}{32}=\frac{10}{20}$ ហើយជ្រុង

សមាមាត្ររវៀងគ្នាទាំងពីរនេះនៅអមនឹងមុំប៉ុនគ្នាមួយ

គឺមុំទល់កំពូល វាបំពេញឱ្យលក្ខខណ្ឌដំណូច ជ.ម.ជ ។

-ចំពោះ រូប(C)




ត្រីកោណទាំងពីរជា ត្រីកោណ ដូចគ្នា

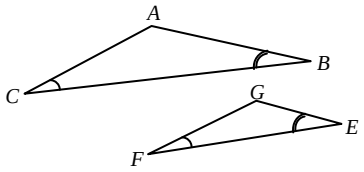
ព្រោះ ត្រីកោណទាំងពីរមានផលធ្យើបជ្រុង :

$\frac{40}{30}=\frac{4}{3}$ , $\frac{36}{27}=\frac{4}{3}$ នោះ $\frac{40}{30}=\frac{36}{27}$ ហើយជ្រុង

សមាមាត្ររវៀងគ្នាទាំងពីរនេះនៅអមនឹងមុំប៉ុនគ្នាមួយ

គឺមុំទល់កំពូល វាបំពេញឱ្យលក្ខខណ្ឌដំណូច ជ.ម.ជ ។

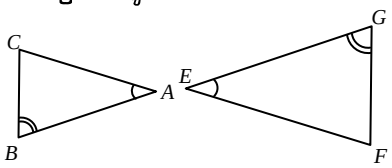
5. -បំពេញផលធ្យើបដំណូច :




ដោយត្រីកោណ $ABC$ ដូចនឹងត្រីកោណ $GEF$

យើងបំពេញបាន : $\frac{AB}{GE}=\frac{BC}{EF}=\frac{CA}{FG}$ ។

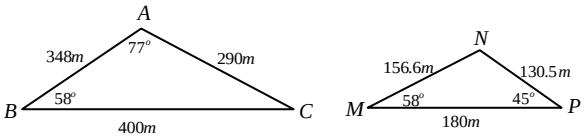
-បំពេញផលធ្យើបដំណូច :




ដោយត្រីកោណ $ABC$ ដូចនឹងត្រីកោណ $GEF$

យើងបំពេញបាន : $\frac{AB}{EG}=\frac{AC}{EF}=\frac{BC}{GF}$ ។

6. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណដូចគ្នា រួចទាញរកវិបាក :




ដោយត្រីកោណទាំងពីរខាងលើមានផលធ្យើបជ្រុង :

$$\frac{NM}{AB}=\frac{156.6m}{348m}=0.45$$

$$\frac{NP}{AC}=\frac{130.5m}{290m}=0.45$$

$$\frac{MP}{BC}=\frac{180m}{400m}=0.45$$

នាំឱ្យ $\frac{NM}{AB}=\frac{NP}{AC}=\frac{MP}{BC}$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC\sim\Delta NMP \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ជ.ជ}}$

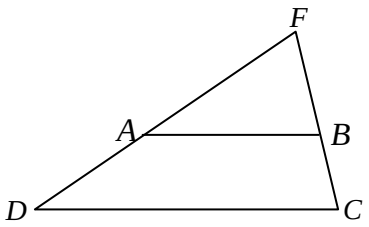
-ទាញវិបាក :

ដោយ $\sim\frac{\Delta ABC}{\Delta NMP}$ នាមឱ្យ $\begin{bmatrix}\angle A=\angle N=77^o\\ \angle C=\angle P=45^o\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\angle N=77^o \ , \ \angle C=45^o}$ ។

7. គណនាប្រវែង $BC$ ៖

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងគូសរូបបានដូចខាងក្រោម ៖




ដោយ $ABCD$ ជាចតុកោណព្វាយនោះ $AB//CD$

នាំឱ្យ $\angle FAB=\angle FDA$ (មុំត្រូវគ្នា)

ហើយ $\angle FBA=\angle FCD$ (មុំត្រូវគ្នា)

យើងបាន $\Delta FAB\sim\Delta FDC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim\dfrac{\Delta FDC}{\Delta FAB}\Rightarrow\dfrac{FC}{FB}=\dfrac{FD}{FA}$

តែ $FD:FA=8:5$ មានន័យថា $\dfrac{FD}{FA}=\dfrac{8}{5}$

និង $FB=2.25\,m$ ហើយ $FC=FB+BC$

យើងបាន $\dfrac{FB+BC}{FB}=\dfrac{8}{5}$

ឬ $\dfrac{2.25+BC}{2.25}=\dfrac{8}{5}$

$2.25+BC=\dfrac{8}{5}\times 2.25$

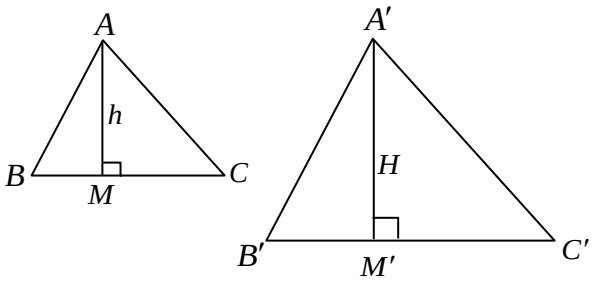
$BC=3.6-2.25$

$BC=1.35$

ដូចនេះ **គណនាបានប្រវែង $BC=1.35\,m$** ។

8. រកប្រវែងកម្ពស់មួយនៃត្រីកោណតូច ៖

យើងតាងត្រីកោណតូចធំ ដូចរូបខាងក្រោម ៖




ដោយត្រីកោណទាំងពីរដូចគ្នា យើងបានសមាមាត្រ ៖

$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}$

យើងប្រើលក្ខណៈសមាមាត្រ នោះយើងបាន ៖

$\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'}$

តែ $AB+AC+BC=P=35\,dm$

$A'B'+A'C'+B'C'=P'=56\,dm$ .

នាំឱ្យ $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}=\dfrac{35}{56}=\dfrac{5}{8}$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត $\Delta AMB\sim\Delta A'M'B'$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

(ព្រោះ $\angle B=\angle B'$ និង $\angle M=\angle M'=90^o$)

វិបាក $\sim\dfrac{\Delta AMB}{\Delta A'M'B'}\Rightarrow\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AM}{A'M'}$

ឬ $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{h}{H}$ (2)

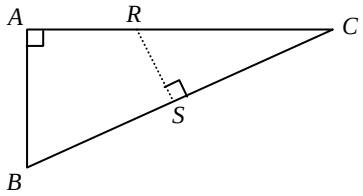
តាម (1) និង (2) យើងបាន $\dfrac{h}{H}=\dfrac{5}{8}$

ហើយបម្រាប់កម្ពស់ត្រីកោណតូច $h=10\,dm$

យើងបាន $\dfrac{10\,dm}{H}=\dfrac{5}{8}$ ឬ $H=\dfrac{8\times 10\,dm}{5}=16\,dm$

ដូចនេះ **កម្ពស់នៃត្រីកោណធំគឺ $16\,dm$** ។

9. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta ABC\sim\Delta SRC$ ៖




ដោយ $\Delta ABC$ និង $\Delta SRC$ មាន ៖

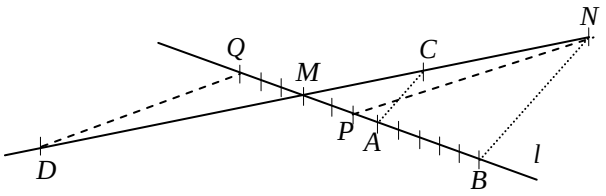
-មុំ $\angle ACB=\angle SCR$ (មុំរួម)

-មុំ $\angle BAC=\angle RSC=90^o$ ជាមុំកែងដូចគ្នា

ដូចនេះ **$\Delta ABC\sim\Delta SRC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម**

10. ដៅចំណុច $C$ និង $D$ ដើម្បីចែកអង្កត់ $MN$ ខាងក្នុង និងខាងក្រៅ តាមផលធ្យើប $\frac{a}{b}$ :

ក. យើងមាន $MN=11\,dm$ , $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$ :




(ឃើញរូបដូចលំបាក តែតាមដានឱ្យច្បាស់គឺធម្មតា)

យើងគូសបន្ទាត់ $l$ កាត់តាម $M$ រួចដៅឱ្យបាន :

$MA=3$ , $AB=5$ ដែល $A$ និង $B$ នៅម្ខាងនៃ $M$

គូសភ្ជាប់ $BN$ រួចគូស $AC$ ឱ្យស្របនឹង $BN$

ដែល $C$ ជាប្រសព្វរវាង $AC$ និង $BN$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែសយើងបានផលធ្យើប

$\frac{CM}{CN}=\frac{AM}{AB}$ ឬ $\frac{CM}{CN}=\frac{3}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}C \text{ ចែក } MN \text{ ខាងក្នុងតាមផលធ្យើប}\\ \frac{CM}{CN}=\frac{3}{5}\end{array}}$ ។

-នៅលើបន្ទាត់ $l$ ដៅឱ្យបានចំណុច :

$MQ=3$ , $MP=2$ ដែល $M$ នៅចន្លោះ $QP$

គូសភ្ជាប់ $PN$ រួចគូស $QD$ ឱ្យស្របនឹង $PN$

ដែល $D$ ជាប្រសព្វរវាង $QD$ និងបន្ទាយនៃ $MN$

នោះ $\Delta DMQ\sim\Delta NMP$

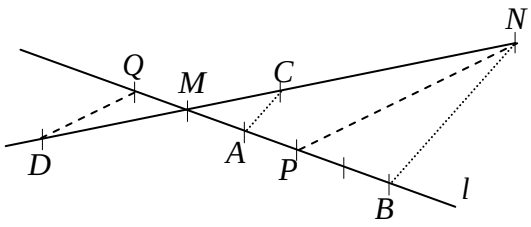
វិបាក $\frac{DM}{MN}=\frac{MQ}{MP}$ ឬ $\frac{DM}{MN}=\frac{3}{2}$

ឬ $\frac{DM}{3}=\frac{MN}{2}=\frac{DM+MN}{3+2}=\frac{DN}{5}$

ឬ $\frac{DM}{3}=\frac{DN}{5}$ យើងបាន $\frac{DM}{DN}=\frac{3}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}D \text{ ចែក } MN \text{ ខាងក្រៅតាមផលធ្យើប}\\ \frac{DM}{DN}=\frac{3}{5}\end{array}}$ ។

ខ. យើងមាន $MN=6\,dm$ , $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$ :




(យើងដោះស្រាយដូចលំនាំ លំហាត់ ក. ដែរ)

យើងគូសបន្ទាត់ $l$ កាត់តាម $M$ រួចដៅឱ្យបាន :

$MA=1, AB=3$ ដែល $A$ និង $B$ នៅម្ខាងនៃ $M$

គូសភ្ជាប់ $BN$ រួចគូស $AC$ ឱ្យស្របនឹង $BN$

ដែល $C$ ជាប្រសព្វរវាង $AC$ និង $BN$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែសយើងបានផលធ្យើប

$\frac{CM}{CN}=\frac{AM}{AB}$ ឬ $\frac{CM}{CN}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}C \text{ ចែក } MN \text{ ខាងក្នុងតាមផលធ្យើប}\\ \frac{CM}{CN}=\frac{1}{3}\end{array}}$ ។

-នៅលើបន្ទាត់ $l$ ដៅឱ្យបានចំណុច :

$MQ=1$ , $MP=2$ ដែល $M$ នៅចន្លោះ $QP$

គូសភ្ជាប់ $PN$ រួចគូស $QD$ ឱ្យស្របនឹង $PN$

ដែល $D$ ជាប្រសព្វរវាង $QD$ និងបន្ទាយនៃ $MN$

នោះ $\Delta DMQ\sim\Delta NMP$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\frac{DM}{MN}=\frac{MQ}{MP}$ ឬ $\frac{DM}{MN}=\frac{1}{2}$

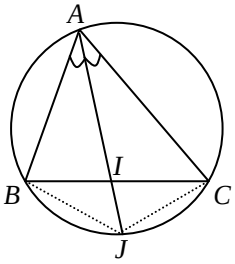
ឬ $\frac{DM}{1}=\frac{MN}{2}=\frac{DM+MN}{1+2}=\frac{DN}{3}$

ឬ $\frac{DM}{1}=\frac{DN}{3}$ យើងបាន $\frac{DM}{DN}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}D \text{ ចែក } MN \text{ ខាងក្រៅតាមផលធ្យើប}\\ \frac{DM}{DN}=\frac{1}{3}\end{array}}$ ។

(ខ្ញុំបកស្រាយវែង បែបពន្យល់មូលហេតុដល់អ្នកអាន...)

11. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន ៖




ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta ABI$ ដូចនឹង $\Delta AJC$ ៖

ដោយ $\Delta ABI$ និង $\Delta AJC$ មាន ៖

-មុំ $\angle ABC=\angle AJC$ ( មុំមានផ្នូស្មាត់រួម $AC$ )

-មុំ $\angle BAI=\angle JAC$ ( ព្រោះ $AJ$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ)

ដូចនេះ $\Delta ABI\sim\Delta AJC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

ខ. គណនាផលគុណ $AI\cdot AJ$ ៖

ដោយ $\sim\dfrac{\Delta ABI}{\Delta AJC}\Rightarrow\dfrac{AI}{AC}=\dfrac{AB}{AJ}$

នាំឱ្យ $AI\cdot AJ=AB\cdot AC$ តែ $AB=\alpha$ , $AC=\beta$

នោះ $AI\cdot AJ=\alpha\beta$

ដូចនេះ គណនាបានផលគុណ $AI\cdot AJ=\alpha\beta$ ។

គ. បង្ហាញថា $\angle BAJ=\angle CBJ$ ៖

ដោយ $\angle BAJ=\angle JAC$ ( ព្រោះ $AJ$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ)

ហើយ $\angle JAC=\angle CBJ$ ( មុំចារឹកផ្នូស្មាត់រួម $JC$ )

នាំឱ្យ $\angle BAJ=\angle CBJ$

ដូចនេះ $\angle BAJ=\angle CBJ$ ត្រូវបានបង្ហាញ ។

ឃ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $JB^2=JA\cdot JI$

ដោយ $\Delta ABJ$ និង $\Delta BIJ$ មាន ៖

-មុំ $\angle BAJ=\angle CBJ=\angle IBJ$ ( បង្ហាញខាងលើ)

-មុំ $\angle BJA=\angle IJB$ ( មុំរួមតែមួយ)

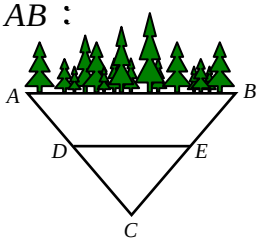
នាំឱ្យ $\Delta ABJ\sim\Delta BIJ$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim\dfrac{\Delta ABJ}{\Delta BIJ}\Rightarrow\dfrac{JB}{JI}=\dfrac{AJ}{JB}$

នាំឱ្យ $JB^2=JA\cdot JI$

ដូចនេះ $JB^2=JA\cdot JI$ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

12. គណនាចម្ងាយ $AB$ ៖




ដោយ $DE//AB$ នោះយើងបានមុំត្រូវគ្នា ៖

$\angle CDE=\angle CAB$ និង $\angle CED=\angle CBA$

នាំឱ្យ $\Delta CDE\sim\Delta CAB$

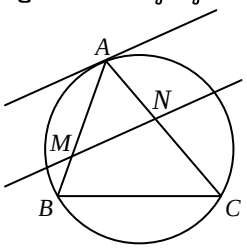
វិបាក $\sim\dfrac{\Delta CDE}{\Delta CAB}\Rightarrow\dfrac{CD}{CA}=\dfrac{DE}{AB}$

នាំឱ្យ $AB=\dfrac{DE\times CA}{CD}=\dfrac{150\ m\times1.8\ km}{90\ m}$

គណនាបាន $AB=3\ km$

ដូចនេះ ប្រវែងគណនាបាន $AB=3\ km$ ។

13. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន ៖




ក. ប្រដូច $\Delta ABC$ និង $\Delta AMN$ ៖

ដោយ $\Delta ABC$ និង $\Delta AMN$ មាន

-មុំ $\angle ABC=\angle PAC=\angle ANM$

ព្រោះ $\angle ABC=\angle PAC$ មុំចារឹកមានផ្នូស្មាត់រួម $AC$

និង $\angle PAC=\angle ANM$ មុំឆ្លាស់ក្នុង

-មុំ $\angle ACB=\angle QAB=\angle AMN$

ព្រោះ $\angle ACB=\angle QAB$ មុំចារឹកមានផ្នូស្មាត់រួម $AB$

ហើយ $\angle QAB=\angle AMN$ ជាមុំឆ្លាស់ក្នុង

ដូចនេះ $\Delta ABC\sim\Delta AMN$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

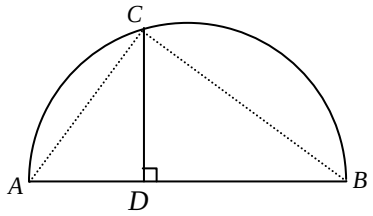
ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB\cdot AM=AC\cdot AN$ ៖

ដោយ $\sim\dfrac{\Delta ABC}{\Delta ANM}\Big|\Rightarrow\dfrac{AB}{AN}=\dfrac{AC}{AM}$

ទាញបាន $AB\cdot AM=AC\cdot AN$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបានថា } AB\cdot AM=AC\cdot AN}$ ។

14. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន ៖




ដោយ $C$ ជាចំណុចនៃកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AB$

នោះ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$ មានកម្ពស់ $CD$

យើងបាន $CD^2=AD\times DB$ ឬ $CD=\sqrt{AD\times DB}$

ក. គណនា $CD$ បើ $AD=4\ dm$, $DB=9\ dm$ ៖

នាំឱ្យ $CD=\sqrt{4dm\times 9dm}=\sqrt{36dm^2}=6\ dm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } CD=6\ dm}$ ។

ខ. គណនា $AD$ និង $DB$ ៖

យើងមាន $AB=29\ dm$, $CD=10\ cm=1dm$

ដោយ $CD^2=AD\times DB$

$CD^2=AD\times(AB-AD)$

$1^2=AD\times(29-AD)$

$1=29AD-AD^2$

$AD^2-29AD+1=0$

(ជាសមីការដឺក្រេទី២មានឫសមិនមែនជាចំនួនគត់ ដូចនេះ សិស្សពុំអាចដោះស្រាយបានឡើយ ។ ខ្ញុំឃើញមានស្បៀវភៅណែជាច្រើនដាក់លក់នៅលើទីផ្សារ ចេះតែ ដោះស្រាយយ៉ាងស្រួលដោយមិនបានគិតពីខ្នាត $dm$ និង $cm$ ធ្វើឱ្យចម្លើយរបស់គេខុសគឺ $25dm$ ឬ $4dm$ រប្បើបដោះស្រាយនៅថ្នាក់ទី ១០ ហើយចម្លើយដែលត្រូវគឺ $AD=\dfrac{29\pm\sqrt{837}}{2}\ dm$ )។

-យោបល់ខ្ញុំ : ប្រសិនបើយើងកែប្រធានមកជា $AB=29\ dm$, $CD=10dm$ វិញនោះយើងបាន ៖

$CD^2=AD\times(AB-AD)$

$10^2=AD\times(29-AD)$

$100=29AD-AD^2$

$AD^2-29AD+100=0$

យើងដោះស្រាយដោយប្រើវិធីគុណខ្វែង ៖

$$\begin{array}{r} AD^2\begin{cases} AD & -25 \\ AD & -4 \end{cases}100 \\ \hline -4AD-25AD=-29AD \end{array}$$

យើងបាន $(AD-4)(AD-25)=0$

នាំឱ្យ $AD-4=0$ នោះ $AD=4dm$

$AD-25=0$ នោះ $AD=25dm$

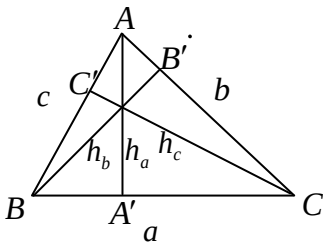
-ចំពោះ $AD=4dm$ ៖ $DB=AB-AD$

$=29-4=25dm$.

-ចំពោះ $AD=25dm$ ៖ $DB=29-25=4dm$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l} AD=4dm \text{ និង } DB=25dm \\ \text{ឬ } AD=25dm \text{ និង } DB=4dm \end{array}}$ ។

15. ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថា $ah_a=bh_b=ch_c$ ៖




ក្នុងត្រីកោណ $AA'B$ និងត្រីកោណ $CC'B$ មាន ៖

-មុំ $\angle A'=\angle C'=90^o$ ( $A'$ និង $C'$ ជាជើងកម្ពស់)

-មុំ $\angle B$ ជាមុំរួម

នាំឱ្យ $\Delta AA'B\sim\Delta CC'B$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim\dfrac{\Delta AA'B}{\Delta CC'B}\Big|\Rightarrow\dfrac{AA'}{CC'}=\dfrac{AB}{CB}$ ឬ $\dfrac{h_a}{h_c}=\dfrac{c}{a}$

ទាញបាន $ah_a=ch_c$ (ក)

ក្នុងត្រីកោណ $AA'C$ និងត្រីកោណ $BB'C$ មាន :

-មុំ $\angle A' = \angle B' = 90^o$ ( $A'$ និង $B'$ ជាជើងកម្ពស់)

-មុំ $\angle C$ ជាមុំរួម

នាំឱ្យ $\Delta AA'C \sim \Delta BB'C$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim \dfrac{\Delta AA'C}{\Delta BB'C} \Rightarrow \dfrac{AA'}{BB'} = \dfrac{AC}{BC}$ ឬ $\dfrac{h_a}{h_b} = \dfrac{b}{a}$

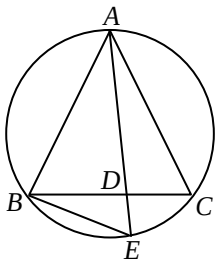
ទាញបាន $ah_a = bh_b$ (ខ)

តាមទំនាក់ទំនង (ក) និង (ខ)

យើងបាន $ah_a = bh_b = ch_c$

ដូចនេះ $\boxed{ah_a = bh_b = ch_c \text{ ត្រូវបានស្រាយបំភ្លឺ}}$ ។

16. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $ADB$ និងត្រីកោណ $AEB$:




ត្រីកោណ $ADB$ និងត្រីកោណ $AEB$ មាន :

-មុំ $\angle BAD = \angle EAB$ (មុំរួម)

-មុំ $\angle ABC = \angle AEB$ ព្រោះដោយសារទំនាក់ទំនង

$\angle ABC = \angle ACB$ មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត $ABC$

$\angle ACB = \angle AEB$ មុំចារឹកមានផ្នូស្មាតំរូម $AB$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ADB \sim \Delta AEB \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

-រួចទាញបញ្ជាក់ថា $AB^2 = AD \cdot AE$ :

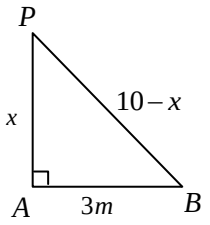
ដោយ $\sim \dfrac{\Delta ADB}{\Delta ABE} \Rightarrow \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AB}$

ទាញបាន $AB \cdot AB = AD \cdot AE$

ឬ $AB^2 = AD \cdot AE$

ដូចនេះ $\boxed{AB^2 = AD \cdot AE \text{ ត្រូវបានបញ្ជាក់}}$ ។

17. គណនាដើមឫស្សីពីគល់ទៅចំណុចបាក់ $P$ :



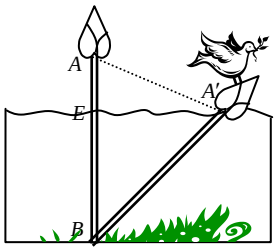

តាង $x$ ជាប្រវែងឫស្សីពីគល់ $A$ ទៅចំណុចបាក់ $P$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រចំពោះត្រីកោណកែង $PAB$ :

$$3^2 + x^2 = (10 - x^2)$$
$$9 + x^2 = 100 - 20x + x^2$$
$$x^2 - x^2 + 20x = 100 - 9$$
$$20x = 91$$
$$x = \frac{91}{20}\ m$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ពីគល់ទៅចំណុចបាក់មានប្រវែង } 4.55\ m}$ ។

18. គណនាជម្រៅទឹក $EB$ :




ដោយផ្ទៃទឹកកែងនឹងផ្កាឈូកឈរ

នាំឱ្យ $\Delta EA'B$ កែងត្រង់ $E$ ហើយតាមពីតាគ័រ :

$A'B^2 = A'E^2 + EB^2$ .

តែ $A'B = AB = AE + EB$ (ដើមឈូកតែមួយ)

យើងបាន $(AE + EB)^2 = A'E^2 + EB^2$

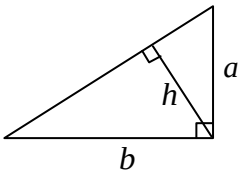
ដោយ $AE = 3dm$ , $A'E = 9dm$

នោះ $(3 + EB)^2 = 9^2 + EB^2$

$$9 + 6EB + EB^2 = 81 + EB^2$$
$$6EB = 81 - 9$$
$$EB = \frac{72}{6} = 12\ dm$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ជម្រៅទឹកគឺ } EB = 12\,dm}$ ។

19. គណនា $h$ ទៅតាមតម្លៃនៃ $b$ និង $c$ ៖




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុសគឺ $\sqrt{a^2+b^2}$ ៖

តាមលក្ខណៈនៃត្រីកោណកែង យើងបាន ៖

$$h\times\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)=a\times b$$

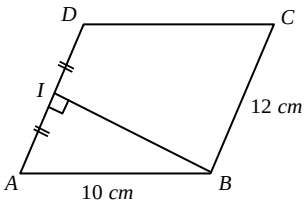
$$h=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

ជាធម្មតា គេមិនដែលទុក រ៉ាឌីកាល់នៅភាគបែង

នាំឱ្យ $h=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+b^2}$

ដូចនេះ គណនាបានតម្លៃ $h=\dfrac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+b^2}$ ។

20. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម ៖




ក. គណនា $IB$ ៖

យើងមាន $ABCD$ជាប្រលេឡ្លូក្រាម និង $I$ ជាចំណុចកណ្តាល $AD$ ហើយ $(IB)\perp(AD)$ នោះយើងបាន ៖

$$IA=\frac{AD}{2}=\frac{BC}{2}=\frac{12\ cm}{2}=6\ cm$$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រចំពោះ ត្រីកោណកែង $AIB$

យើងបាន $IA^2+IB^2=AB^2$

នាំឱ្យ $IB^2=AB^2-IA^2$

$$IB=\sqrt{AB^2-IA^2}$$

$$=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}$$

$$=\sqrt{64}=8\ cm$$

ដូចនេះ គណនាបាន $IB=8\ cm$ ។

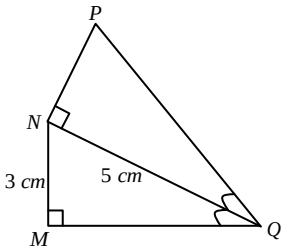
ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡ្លូក្រាម ៖

ដោយ $ABCD$ ជាប្រលេឡ្លូក្រាមមានបាត $AD$ និងមានកម្ពស់ $IB$ នោះយើងបាន ៖

$$S_{ABCD}=AD\times IB=12\times 8=96\ cm^2$$

ដូចនេះ គណនាបាន $S_{ABCD}=96\ cm^2$ ។

21. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម ៖




ក. គណនារង្វាស់ $MQ$ ៖

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រចំពោះត្រីកោណកែង $MNQ$ ៖

យើងបាន $MN^2+MQ^2=NQ^2$

$$MQ^2=NQ^2-MN^2$$

$$MQ=\sqrt{NQ^2-MN^2}$$

$$=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4\ cm$$

ដូចនេះ គណនាបាន $MQ=4\ cm$ ។

ខ. គណនារង្វាស់ $NP$ ៖

តាមសម្ភតិកម្មនៃរូប $\Delta MNQ$ និង $\Delta NPQ$ មាន ៖

$\angle NMQ=\angle PNQ=90^o$ និង $\angle PQN=\angle NQM$

នាំឱ្យ $\Delta MNQ\sim\Delta NPQ$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim\dfrac{\Delta MNQ}{\Delta NPQ}\Rightarrow\dfrac{MN}{NP}=\dfrac{MQ}{NQ}$

ទាញបាន $NP=\dfrac{MN\times NQ}{MQ}$

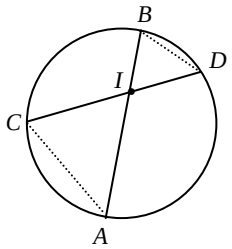
$$NP=\frac{3\times 5}{4}=\frac{15}{4}=3.75\ cm$$

ដូចនេះ គណនាបាន $NP=3.75\ cm$ ។

22. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម ដែលមាន :

$AI=15cm$ , $IC=12cm$ , $ID=4cm$ , $IB=5cm$ .

និង $BD=3\,cm$




ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $IAC$ និង $IBD$ :

ដោយ $\Delta IAC$ និង $\Delta IBD$ មាន :

$\frac{IB}{IA}=\frac{5cm}{15cm}=\frac{1}{3}$ និង $\frac{ID}{IC}=\frac{4cm}{12cm}=\frac{1}{3}$

ហើយ $\angle BID=\angle CIA$ (មុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\Delta IBD\sim\Delta IAC$ តាមករណី ជ.ម.ជ ។

ខ. គណនាវង្វាស់ $AC$ :

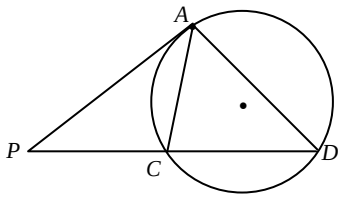
ដោយ $\Delta IBD\sim\Delta IAC$ នោះ $\frac{IB}{IA}=\frac{BD}{AC}=\frac{1}{3}$

ឬ $\frac{BD}{AC}=\frac{1}{3}$ នាំឱ្យ $AC=3BD$

យើងបាន $AC=3\times3cm=9\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $AC=9\,cm$ ។

23. យើងមានរូបដូចខាងក្រោម :




ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $PAC$ និងត្រីកោណ $PAD$:

ដោយ $\Delta PAC$ និង $\Delta PAD$ :

-មុំ $\angle P$ ជាមុំរួម

-មុំ $\angle PAC=\angle ADP$ មុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $AC$

ដូចនេះ $\Delta PAC\sim\Delta PAD$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

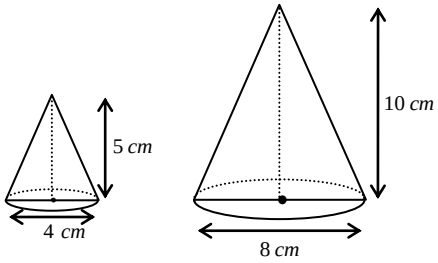
ខ. ទាញឱ្យឃើញថា $AP^2=PC\times PD$

ដោយ $\sim\dfrac{\Delta PAC}{\Delta PDA}\Rightarrow\dfrac{PA}{PD}=\dfrac{PC}{PA}$

ទាញបាន $PA^2=PC\times PD$

ដូចនេះ ទាញបានថា $PA^2=PC\times PD$ ។

24. តើកោណទាំងពីរដូចគ្នាឬទេ ?



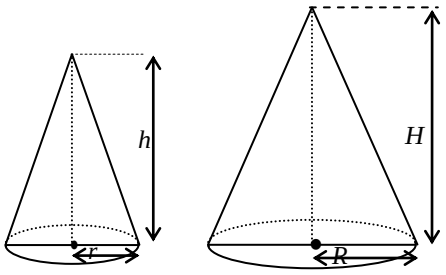

កោណទាំងពីរជាកោណដូចគ្នា លុះត្រាតែផលធ្យៀបធាតុត្រូវគ្នាស្មើគ្នា

ដោយ $\frac{d}{D}=\frac{4cm}{8cm}=\frac{1}{2}$ ហើយ $\frac{h}{H}=\frac{5cm}{10cm}=\frac{1}{2}$

យើងបាន ផលធ្យៀប $\frac{d}{D}=\frac{h}{H}=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ កោណទាំងពីរជាកោណដូចគ្នា ។

25. យើងមានកោណពីរដូចគ្នា ដូចរូបខាងក្រោម :




ក. បង្ហាញថា $\frac{v}{V}=\left(\frac{h}{H}\right)^3=\left(\frac{r}{R}\right)^3$ :

-មាឌកោណតូច $v=\frac{1}{3}\pi r^2h$

-មានកោណធំ $V=\frac{1}{3}\pi R^2H$

យើងធ្វើផលធ្យៀបមាឌកោណទាំងពីរ នោះយើងបាន :

$$\frac{v}{V}=\frac{\frac{1}{3}\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi R^2 H}=\frac{r^2 h}{R^2 H}$$

ដោយកោណទាំងពីរដូចគ្នា នោះផលធ្យៀប $\frac{r}{R}=\frac{h}{H}$

នាំឱ្យ $\frac{v}{V}=\frac{r^2 r}{R^2 R}$ ឬ $\frac{v}{V}=\frac{h^2 h}{H^2 H}$

យើងបាន $\frac{v}{V}=\frac{r^3}{R^3}$ ឬ $\frac{v}{V}=\frac{h^3}{H^3}$

អាចសរសេរ $\frac{v}{V}=\left(\frac{r}{R}\right)^3=\left(\frac{h}{H}\right)^3$

ដូចនេះ **បង្ហាញបានថា** $\frac{v}{V}=\left(\frac{r}{R}\right)^3=\left(\frac{h}{H}\right)^3$ ។

ខ. គណនាមាឌ $V$ នៃកោណធំ : (ស្បៃវែកៅពុម្ពដាក់ច្រឡំ : សូមកែពី $v=6.28cm^2$ ទៅជា $v=6.28cm^3$)

យើងមាន $\frac{v}{V}=\left(\frac{h}{H}\right)^3$

ដោយ $v=6.28\ cm^3$ , $h=2cm$ , $H=4cm$

នាំឱ្យ $\frac{6.28}{V}=\left(\frac{2}{4}\right)^3$

$\frac{6.28}{V}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\frac{6.28}{V}=\frac{1}{8}$

$V=6.28\times 8$

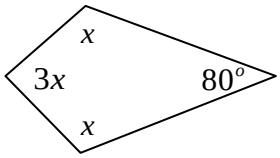
$V=50.24\ cm^3$

ដូចនេះ **គណនាបាន** $V=50.24\ cm^3$ ។

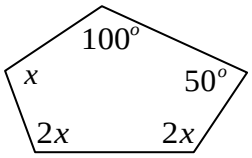


# មេរៀនទី១៧ ពហុកោណ

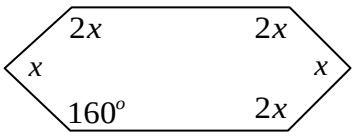
1. ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7 8 9 10 និង 12 ។
2. ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $1800^o$ , $2700^o$ និង $4860^o$ ។
3. តើមានពហុកោណកែដលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $5130^0$ ដែរឬទេ?
4. នៅពេលដែលគេធ្វើការគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណប៉ោងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង $540^o$ តើពហុកោណប៉ោងនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន?
5. ចូររកតម្លៃ $x$ តាមរូបនីមួយៗ នៃពហុកោណខាងក្រោម។




*រូប ក*

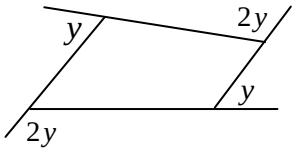



*រូប ខ*

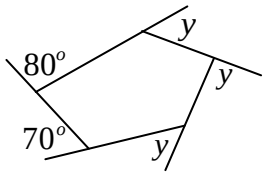



*រូប គ*

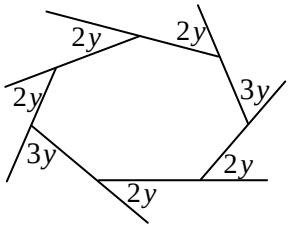
6. ចូររកតម្លៃ $y$ តាមរូបនីមួយៗ នៃពហុកោណខាងក្រោម។




*រូប ក*




*រូប ខ*




*រូប គ*

7. ចូគណនាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តដោយស្គាល់រង្វាស់មុំក្នុង $150^o$ , $160^o$ និង$175^o$ ។
8. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $3240^o$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ។
9. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងរួមនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តមួយស្មើនឹង $900^o$ ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន?
10. មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន $n$ ជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង $168^o$ ។ ចូររកចំនួន $n$ ។
11. ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយនៃពហុកោណនិយ័តដូចខាងក្រោម។

    ក. ឆកោណនិយ័ត $n=6$ ។

    ខ. បញ្ចកោណនិយ័ត $n=5$ ។

    គ. អដ្ឋកោណនិយ័ត $n=8$ .

    ឃ. ពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង 12 ។
12. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនិងក្រៅស្មើនឹង $900^o$ ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?
13. ដោយជ្រុងនីមួយៗ នៃឆកោណនិយ័តជាជ្រុងមួយរបស់ការេ ដែលគេគូសនៅខាងក្រៅឆកោណនិយ័ត ហើយគេភ្ជាប់ពីកំពូលការេដែលនៅជាប់ៗគ្នា។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា រូបដែលកកើតជាពហុកោណនិយ័ត ដែលមានជ្រុង 12 ។
14. មុំក្រៅនៃអដ្ឋកោណនិយ័តមួយមានសង្វាស់ $27^o$ តិចជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន $n$ ជ្រុង។ ចូរគណនា $n$ ។

15. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា បើពហុកោណមួយដែលមាន $n$ ជ្រុង នោះចំនួនអង្កត់ទ្រូងដែលគេអាចគូសបានស្មើ $\frac{n(n-3)}{2}$ ។

**ណែនាំ** : ប្រៀបធៀបចំនួនជ្រុងពហុកោណទៅនឹងចំនួនអង្កត់ទ្រូង ដែលគូសចេញពីកំពូលមួយនៃពហុកោណ ។

16. ចូរគណនាមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៃឆកោណនិយ័ត។

17. មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន $n$ ជ្រុងមានរង្វាស់ $30^o$ ច្រើជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃឆកោណនិយ័ត។ ចូរគណនា $n$ ។

# មេរៀនទី១៧ ពហុកោណ

1. គណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណ :

-ករណីពហុកោណមានចំនួនជ្រុងស្មើ 7 :

ដោយ ផលបូកមុំក្នុង $=(n-2)\times 180^o$ និង $n=7$

នាំឱ្យ ផលបូកមុំក្នុង $=(7-2)\times 180^o=900^o$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានចំនួនជ្រុងស្មើ 7 វាមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $900^o$ ។

-ករណីពហុកោណមានចំនួនជ្រុងស្មើ 8 :

ដោយ ផលបូកមុំក្នុង $=(n-2)\times 180^o$ និង $n=8$

នាំឱ្យ ផលបូកមុំក្នុង $=(8-2)\times 180^o=1080^o$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានចំនួនជ្រុងស្មើ 8 វាមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $1080^o$ ។

-ករណីពហុកោណមានចំនួនជ្រុងស្មើ 9 :

ដោយ ផលបូកមុំក្នុង $=(n-2)\times 180^o$ និង $n=9$

នាំឱ្យ ផលបូកមុំក្នុង $=(9-2)\times 180^o=1260^o$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានចំនួនជ្រុងស្មើ 9 វាមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $1260^o$ ។

-ករណីពហុកោណមានចំនួនជ្រុងស្មើ 10 :

ដោយ ផលបូកមុំក្នុង $=(n-2)\times 180^o$ និង $n=10$

នាំឱ្យ ផលបូកមុំក្នុង $=(10-2)\times 180^o=1440^o$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានចំនួនជ្រុងស្មើ 10 វាមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $1440^o$ ។

-ករណីពហុកោណមានចំនួនជ្រុងស្មើ 12 :

ដោយ ផលបូកមុំក្នុង $=(n-2)\times 180^o$ និង $n=12$

នាំឱ្យ ផលបូកមុំក្នុង $=(12-2)\times 180^o=1800^o$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានចំនួនជ្រុងស្មើ 12 វាមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $1800^o$ ។

2. រកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណ ដោយស្គាល់ផលបូកមុំក្នុង :

-ករណីផលបូកមុំក្នុងស្មើ $1800^o$

បើពហុកោណនេះមានចំនួនជ្រុងស្មើនឹង $n$ យើងបាន :

$$(n-2)\times 180^o=1800^o$$
$$n-2=\frac{1800^o}{180^o}$$
$$n=10+2$$
$$n=12$$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $1800^o$ វាមានចំនួនជ្រុងស្មើ 12 ។

-ករណីផលបូកមុំក្នុងស្មើ $2700^o$

បើពហុកោណនេះមានចំនួនជ្រុងស្មើនឹង $n$ យើងបាន :

$$(n-2)\times 180^o=2700^o$$
$$n-2=\frac{2700^o}{180^o}$$
$$n=15+2$$
$$n=17$$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $2700^o$ វាមានចំនួនជ្រុងស្មើ 17 ។

-ករណីផលបូកមុំក្នុងស្មើ $4860^o$

បើពហុកោណនេះមានចំនួនជ្រុងស្មើនឹង $n$ យើងបាន :

$$(n-2)\times 180^o = 4860^o$$

$$n-2 = \frac{4860^o}{180^o}$$

$$n = 27+2 = 29$$

ដូចនេះ | ពហុកោណដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $4860^o$ វាមានចំនួនជ្រុងស្មើ 29 | ។

3. រកពហុកោណដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $5130^o$

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណ នោះ $n$ ជាចំនួនគត់

យើងបាន $(n-2)\times 180^o = 5130^o$

$$n-2 = \frac{5130^o}{180^o}$$

$$n = 28.5+2 = 30.5$$

តាមលទ្ធផលបង្ហាញថា ចំនួនជ្រុងមិនមែនជាចំនួនគត់

ដូចនេះ | គ្មានពហុកោណណាដែលមានផលបូកមុំក្នុងស្មើ $5130^o$ ឡើយ | ។

4. រកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណប៉ោងនោះ :

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនោះ យើងបាន :

$$(n-2)\times 180^o = 540^o$$

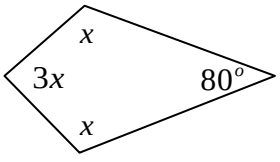
$$n-2 = \frac{540^o}{180^o}$$

$$n = 3+2 = 5$$

ដូចនេះ | ពហុកោណប៉ោងនោះមានចំនួនជ្រុងស្មើ 5 | ។

5. រកតម្លៃ $x$ នៃរូបពហុកោណនីមួយៗ :

-ចំពោះរូប (ក) : ជាពហុកោណមានចំនួនជ្រុង 4 :




យើងបានផលបូកមុំក្នុង

$$x+3x+x+80^o = (4-2)\times 180^o$$

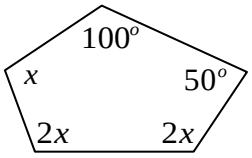
$$5x+80^o = 360^o$$

$$5x = 360^o - 80^o$$

$$x = \frac{280^o}{5} = 56^o$$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបានគឺ $x = 56^o$ | ។

-ចំពោះរូប (ខ) : ជាពហុកោណមានចំនួនជ្រុង 5 :




យើងបានផលបូកមុំក្នុង

$$100^o + x+2x+2x+50^o = (5-2)\times 180^o$$

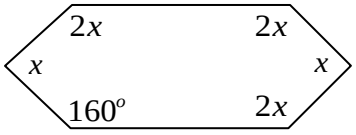
$$5x+150^o = 540^o$$

$$5x = 540^o - 150^o$$

$$x = \frac{390^o}{5} = 78^o$$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបានគឺ $x = 78^o$ | ។

-ចំពោះរូប (គ) : ជាពហុកោណមានចំនួនជ្រុង 6 :




យើងបានផលបូកមុំក្នុង

$$160^o + x+2x+2x+x+2x = (6-2)\times 180^o$$

$$8x+160^o = 720^o$$

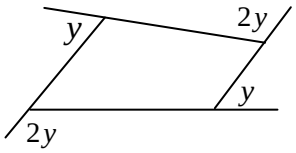
$$8x = 720^o - 160^o$$

$$x = \frac{560^o}{8} = 70^o$$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបានគឺ $x = 70^o$ | ។

6. គណនាតម្លៃ $y$ តាមរូបនីមួយៗខាងក្រោម :

-ចំពោះរូប (ក) : មានផលបូកមុំក្រៅស្មើ $360^o$

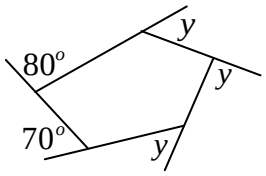



យើងបានផលបូកមុំក្រៅ

$$y+2y+y+2y=360^o$$
$$6y=360^o$$
$$y=60^o$$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបាន $y=60^o$ | ។

-ចំពោះរូប (ខ) : មានផលបូកមុំក្រៅស្មើ $360^o$

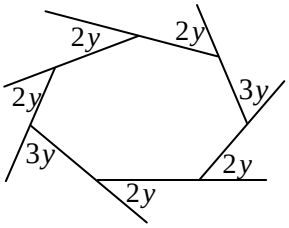



យើងបានផលបូកមុំក្រៅ

$$70^o+80^o+y+y+y=360^o$$
$$3y+150^o=360^o$$
$$y=\frac{360^o-150^o}{3}=70^o$$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបាន $y=70^o$ | ។

-ចំពោះរូប (គ) : មានផលបូកមុំក្រៅស្មើ $360^o$




យើងបានផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ

$$3y+2y+2y+3y+2y+2y+2y=360^o$$
$$16y=360^o$$
$$y=\frac{360^o}{16}=22.5^o$$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបាន $y=22.5^o$ | ។

7. គណនាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័ត :

-ពហុកោណនិយ័តដែលមានរង្វាស់មុំក្នុងស្មើ $150^o$

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័ត យើងបាន

$$\frac{(n-2)\times 180^o}{n}=150^o$$
$$180^o n-360^o=150^o n$$
$$180^o n-150^o n=360^o$$
$$30^o n=360^o$$
$$n=\frac{360^o}{30^o}=12$$

ដូចនេះ | ពហុកោណនិយ័តនោះមានចំនួនជ្រុង 12 | ។

-ពហុកោណនិយ័តដែលមានរង្វាស់មុំក្នុងស្មើ $160^o$

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័ត យើងបាន

$$\frac{(n-2)\times 180^o}{n}=160^o$$
$$180^o n-360^o=160^o n$$
$$180^o n-160^o n=360^o$$
$$20^o n=360^o$$
$$n=\frac{360^o}{20^o}=18$$

ដូចនេះ | ពហុកោណនិយ័តនោះមានចំនួនជ្រុង 18 | ។

-ពហុកោណនិយ័តដែលមានរង្វាស់មុំក្នុងស្មើ $175^o$

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័ត យើងបាន

$$\frac{(n-2)\times 180^o}{n}=175^o$$
$$180^o n-360^o=175^o n$$
$$180^o n-175^o n=360^o$$
$$5^o n=360^o$$
$$n=\frac{360^o}{5^o}=72$$

ដូចនេះ | ពហុកោណនិយ័តនោះមានចំនួនជ្រុង 72 | ។

8. គណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័ត :

ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $3240^o$

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័ត យើងបាន

$$(n-2)\times 180^o = 3240^o$$
$$n-2 = \frac{3240^o}{180^o}$$
$$n = 18+2$$
$$n = 20$$

យើងដឹងថា ចំនួនជ្រុង = ចំនួនមុំក្រៅ

នាំឱ្យ ចំនួនមុំក្រៅ $= n = 20$

ដោយមុំក្រៅនីមួយៗ នៃពហុកោណនិយ័តមានរង្វាស់ស្មើៗគ្នា និងមានផលបូកស្មើ $360^o$

យើងបាន រង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ $= \frac{360^o}{20} = 18^o$

ដូចនេះ | រង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ នៃពហុកោណនិយ័តនោះគឺ $18^o$ | ។

9. រកចំនួនជ្រុង នៃពហុកោណនិយ័តនោះ :

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តនោះ យើងបាន

-ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $(n-2)\times 180^o$

-ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ $360^o$

ដោយ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងរួមនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅស្មើនឹង $900^o$ នាំឱ្យយើងអាចសរសេរបាន :

$$(n-2)\times 180^o + 360^o = 900^o$$
$$(n-2)\times 180^o = 900^o - 360^o$$
$$n-2 = \frac{540^o}{180^o}$$
$$n = 3+2$$
$$n = 5$$

ដូចនេះ | ចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តនោះគឺ 5 | ។

10. រកចំនួន $n$ :

ដោយ ពហុកោណនិយ័តដែលមាន $n$ ជ្រុង និងមានរង្វាស់មុំក្នុងមួយស្មើ $168^o$ នោះយើងបាន :

$$\frac{(n-2)\times 180^o}{n} = 168^o$$
$$180^o n - 360^o = 168^o n$$
$$180^o n - 168^o n = 360^o$$
$$12^o n = 360^o$$
$$n = \frac{360^o}{12^o} = 30$$

ដូចនេះ | ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ $n = 30$ | ។

11. គណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័ត :

យើងដឹងថា មុំក្រៅនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តកំណត់ដោយ $\frac{360^o}{n}$ ដែល $n$ ជាចំនួនជ្រុង

ក. ឆកោណនិយ័ត $n = 6$

យើងបាន $\frac{360^o}{n} = \frac{360^o}{6} = 60^o$

ដូចនេះ | មុំក្រៅនីមួយៗស្មើនឹង $60^o$ | ។

ខ. បញ្ចកោណនិយ័ត $n = 5$

យើងបាន $\frac{360^o}{n} = \frac{360^o}{5} = 72^o$

ដូចនេះ | មុំក្រៅនីមួយៗស្មើនឹង $72^o$ | ។

គ. អដ្ឋកោណនិយ័ត $n = 8$

យើងបាន $\frac{360^o}{n} = \frac{360^o}{8} = 45^o$

ដូចនេះ | មុំក្រៅនីមួយៗស្មើនឹង $45^o$ | ។

ឃ. ពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង 12

យើងបាន $\frac{360^o}{n} = \frac{360^o}{12} = 30^o$

ដូចនេះ | មុំក្រៅនីមួយៗស្មើនឹង $30^o$ | ។

12. រកចំនួនជ្រុង នៃពហុកោណនោះ :

បើ $n$ ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនោះ យើងបាន

-ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $(n-2)\times 180^o$

-ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ $360^o$

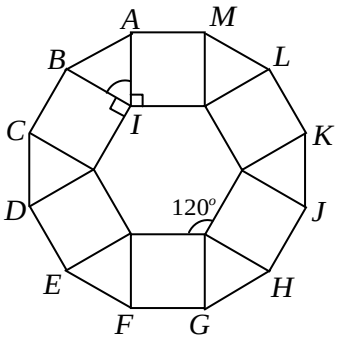
ដោយ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុង និងមុំក្រៅស្មើនឹង $900^o$

នាំឱ្យ យើងអាចសរសេរបាន :

$$(n-2)\times 180^o + 360^o = 900^o$$
$$(n-2)\times 180^o = 900^o - 360^o$$
$$n-2 = \frac{540^o}{180^o}$$
$$n = 3+2 = 5$$

ដូចនេះ | ចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនោះគឺ 5 | ។

13. ស្រាយបញ្ជាក់ថារូបដែលកើតជាពហុកោណនិយ័ត ដែលមានចំនួនជ្រុងស្មើនឹង 12




យើងភ្ជាប់កំពូលការេនៅជាប់ៗគ្នា នោះយើងនឹងបាន ពហុកោណ $ABCDEFGHJKLM$

យើងមាន ឆកោណនិយ័តដែលរង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗ

ស្មើនឹង $\frac{(6-2)\times 180^o}{6} = 120^o$

នាំឱ្យ $\angle AIB = 360^o - (120^o + 90^o + 90^o)$
$= 360^o - 300^o$
$= 60^o$

ក្នុងត្រីកោណ $AIB$ មាន $IA = IB$ និង $\angle AIB = 60^o$

នាំឱ្យ $AIB$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក $\angle AIB = \angle IBA = \angle IAB = 60^o$

យើញថា ពហុកោណ $ABCDEFGHJKLM$ មាន:

-មុំ $\angle ABC = \angle ABI + \angle IBC = 60^o + 90^o = 150^o$

នាំឱ្យ មុំក្នុងនីមួយៗស្មើគ្នា ស្មើនឹង $150^o$

-ជ្រុង $AB = BC = CD = ... = MA$

យើងរកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណតាមទំនាក់ទំនង :

$$\frac{(n-2)\times 180^o}{n} = 150^o$$
$$180^o n - 360^o = 150^o n$$
$$180^o n - 150^o n = 360^o$$
$$30^o n = 360^o$$
$$n = \frac{360^o}{30^o} = 12$$

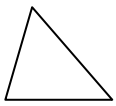
ដូចនេះ | ពហុកោណដែលកើតជាពហុកោណនិយ័តមានចំនួនជ្រុងស្មើ 12 | ។

14. ស្រាយថាពហុកោណដែលមាន $n$ ជ្រុងនោះចំនួនអង្កត់ទ្រូងរបស់វាស្មើនឹង $\frac{n(n-3)}{2}$ :

គេអាចគូសពហុកោណបានលុះត្រាតែចំនួនជ្រុងរបស់វាត្រូវធំជាងឬស្មើ 3

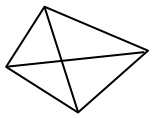
-ចំពោះ $n=3$ វាជាត្រីកោណ

ចំនួនអង្កត់ទ្រូង $\frac{3(3-3)}{2} = 0$



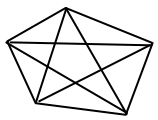
-ចំពោះ $n=4$ វាជាត្រីកោណ

ចំនួនអង្កត់ទ្រូង $\frac{4(4-3)}{2} = 2$



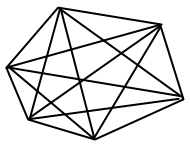
-ចំពោះ $n=5$ វាជាត្រីកោណ

ចំនួនអង្កត់ទ្រូង $\frac{5(5-3)}{2} = 5$



-ចំពោះ $n=6$ វាជាត្រីកោណ

ចំនួនអង្កត់ទ្រូង $\frac{6(6-3)}{2} = 9$



.....

ដូចនេះ | ពហុកោណមាន $n$ ជ្រុងនោះចំនួនអង្កត់ទ្រូងស្មើ $\frac{n(n-3)}{2}$ , $n \geq 3$ | ។

15. គណនាមុំក្នុង និងមុំក្រៅនៃឆកោណនិយ័ត :

-ផលបូកមុំក្នុងនៃឆកោណ គឺស្មើនឹង

$(6-2)\times 180^o = 4\times 180^o = 720^o$

ដោយមុំនីមួយៗមានរង្វាស់ស្មើគ្នា

នាំឱ្យ មុំក្នុងនីមួយៗស្មើនឹង $\frac{720^o}{6} = 120^o$

-ផលបូកមុំក្រៅនៃឆកោណ គឺស្មើនឹង $360^o$

នាំឱ្យ មុំក្រៅនីមួយៗស្មើនឹង $\frac{360^o}{6} = 60^o$

ដូចនេះ | ក្នុងឆកោណនិយ័ត គណនាបាន : មុំក្នុងស្មើនឹង $120^o$ , មុំក្រៅស្មើនឹង $60^o$ | ។

16. គណនាចំនួនជ្រុង $n$ នៃពហុកោណនិយ័ត :

-ផលបូកមុំក្រៅនៃឆកោណ គឺស្មើនឹង $360^o$

នាំឱ្យ មុំក្រៅមួយនៃឆកោណនិយ័តគឺ $\frac{360^o}{6} = 60^o$

-គេមានមុំក្រៅមួយនៃពហុកោណនិយ័ត មានរង្វាស់ $30^o$ ច្រើនជាង រង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃឆកោណនិយ័ត

នាំឱ្យ មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តនោះស្មើនឹង

$60^o + 30^o = 90^o$ .

យើងបាន ចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តនោះស្មើនឹង

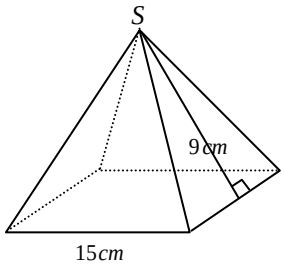
$n = \frac{360^o}{90^o} = 4$

ដូចនេះ | ពហុកោណនិយ័តនោះមានចំនួនជ្រុង $n = 4$ (ពហុកោណនិយ័តនោះជាការេ) | ។

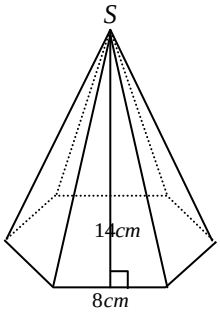


# មេរៀនទី១៨ សូលីត

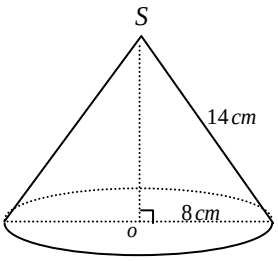
1. ចូររកផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម ។




រូប (a)




រូប (b)




រូប (c)

2. ចូរកមាឌកោណដែលមានកម្ពស់ និងកាំបាតក្នុងករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម ។

ក. $R=5cm$ , $h=12cm$ ខ. $R=3.4cm$ , $h=8.9cm$ គ. $R=3.7cm$ , $h=7cm$

ឃ. $R=5.2cm$ , $h=11cm$ ង. $R=\sqrt{5}\ mm$ , $h=13.4\ mm$ ច. $R=7\ dm$ , $h=16\ dm$ ។

3. ចូរកផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែ និងមានប៊ូលក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម។

ក. $R=3\ cm$ ខ. $D=18\ dm$ គ. $R=3.7\ cm$ ឃ. $D=23.2\ cm$ ។

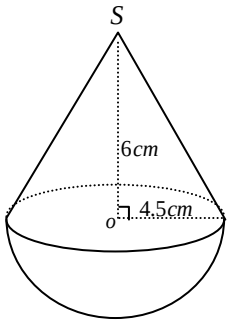
4. ចូរកកាំស្វ៊ែដោយស្គាល់ផ្ទៃក្រឡាដូចខាងក្រោម។

ក. $S=\frac{36}{25}\pi\ cm^2$ ខ. $S=\frac{46}{16}\pi\ m^2$ គ. $S=\frac{12}{5}\pi\ dm^2$ ឃ. $S=1764\pi\ cm$ ។

5. ចូរកកាំនៃប៊ូលដោយស្គាល់មាឌ

ក. $V=288\pi\ \text{cm}^3$

ខ. $V=\frac{32}{16}\pi\ \text{m}^3$ ។




6. គេឱ្យកោណ និងកន្លះស្វ៊ែដូចរូបខាងស្តាំ ។

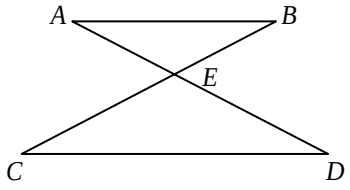
ក. ចូររកមាឌទាំងអស់នៃសូលីត។

ខ. ចូរកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត ។

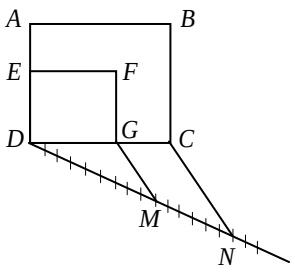
7. គេឱ្យបន្ទាត់ AB // CD ដែល $\frac{BE}{CE}=\frac{1}{2}$ ។

ផ្ទៃក្រឡា $\Delta CED$ ស្មើនឹង 16 $\text{cm}^2$ ។

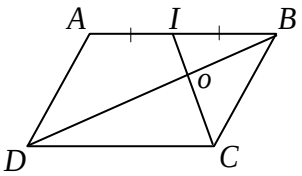
ចូររកផ្ទៃក្រឡា $\Delta AEB$ ។




8. តើផ្ទៃក្រឡាការេ DEFG តូចជាងផ្ទៃក្រឡា ABCD ប៉ុន្មានដង ?



9. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម ABCD និង I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB ។ បន្ទាត់ BD និង CI ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។ តើផ្ទៃក្រឡា $\Delta BIO$ តូចជាងផ្ទៃក្រឡា $\Delta DOC$ ប៉ុន្មានដង?

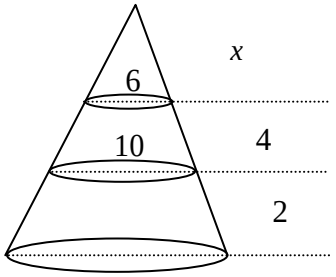



10. រូបចតនៃជញ្ជាំងមួយមានកម្ពស់ 3 cm និងមានផ្ទៃក្រឡា 9 $cm^2$ ។ គេដឹងថាជញ្ជាំងមានកម្ពស់ពិត 6 m ។ តើវាមានផ្ទៃក្រឡាពិតប្រាកដប៉ុន្មាន $m^2$ ។

11. ផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាសាលាមួយមានរង្វាស់144 $cm^2$ នៅក្នុងផែនទី1 ហើយមានរង្វាស់ស្មើនឹង 256 $cm^2$ នៅក្នុងផែនទី2 ។ ដោយដឹងថាវិមាត្រមួយនៃទីធ្លានោះស្មើនឹង 18 cm នៅក្នុងផែនទី1 ។ តើវិមាត្រនេះស្មើនឹងប៉ុន្មាន cm នៅក្នុងផែនទី2 ។

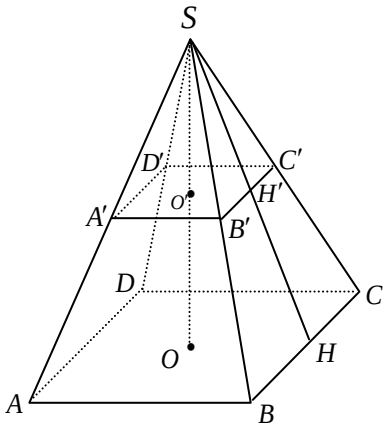
12. ទីធ្លាមួយមានផ្ទៃក្រឡាពិត 9 600 $m^2$ ។ តើផ្ទៃក្រឡានេះមានប៉ុន្មាន $cm^2$ នៅក្នុងប្លង់មួយដែលមនមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\,500}$ ។

13. គេកាត់កោណឱ្យស្របនឹងបាតជាបីចំណែក (ដូចរូបខាងស្តាំ)។
មុខកាត់មានអង្កត់ផ្ចិតរៀងគ្នា 6 cm និង 10 cm ។
ក. ចូរគណនា $x$ ។
ខ. ចូររកមាឌនៃកោណនោះ ។

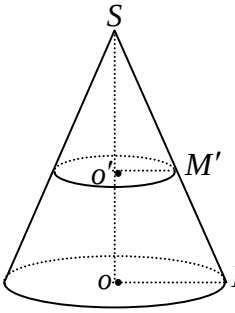



14. SABCD ជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេ។ ជ្រុងនៃការេនេះមានប្រវែង 60 cm ។ កម្ពស់ $[SO]$ នៃពីរ៉ាមីតមានប្រវែង 80 cm ។ គេកាត់ពីរ៉ាមីតនេះឱ្យស្របនឹងបាត។ គេបានការេ EFGK ។ គេឱ្យ OO'= $x$ ។
ក. ចូររកជ្រជ្រុងនៃការេ EFGK តាមតម្លៃ $x$ ។
ខ. បើ $x = 30$ cm គណនាមាឌកំណាត់ពីរ៉ាមីតខណ្ឌដោយ ABCD និង EFGK ។

15. តាមរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ $BA = 6$ , $SA = 8$ , $SA' = \frac{2}{3}SA$
រង្វាស់គិតជា cm ។
ក. ចូរគណនា A'B' ។
ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃការេ A'B'C'D' រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ថា
ផ្ទៃក្រឡា A'B'C'D' = $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times$ ផ្ទៃក្រឡា ABCD ។
គ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{2}{3}SO$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាមាឌ
មាឌ SA'B'C'D' = $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times$ មាឌ SABCD ។



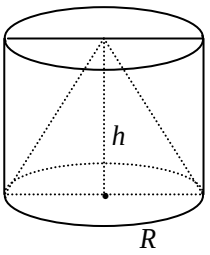

16. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេឱ្យ $SM' = \frac{1}{2}SM$ , $SO = 10$ cm , $OM = 6$ cm ។
ក. ចូរគណនា $O'M'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ថា ផ្ទៃក្រឡាថាស
$(O') = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ផ្ទៃក្រឡាថាស $(O)$ ។
ខ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{1}{2}SO$
គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា មាឌនៃកោណនៃកំពូលនិងបាត O'ស្មើនឹងមាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត $(O)$ គុណនឹង $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ។



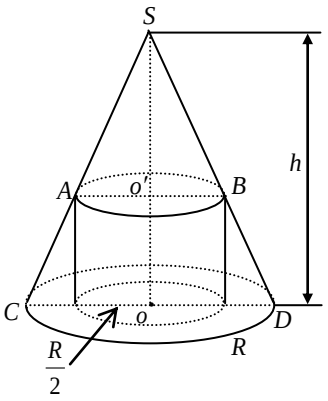
17. អ្នកលក់ឌីឡឺកម្នាក់កំណត់លក់ផ្លែឌីឡឺកតូចពីរ ថ្លៃស្មើនឹងផ្លែឌីឡឺកធំមួយ។ ដោយថាកាំនៃផ្លែឌីឡឺកតូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃកាំឌីឡឺកធំ។ តើអ្នកទិញត្រូវជ្រើសរើសមួយណាដើម្បីឱ្យបានចំណេញជាង?

18. ឈ្មួញម្នាក់លក់ម៉ាស៊ីនបោកខោអាវពីរប្រភេទដែលមានរាងស៊ីឡាំងដូចគ្នា។ តែវិមាត្រនៃម៉ាស៊ីនទីមួយស្មើនឹង $\frac{9}{10}$ នៃម៉ាស៊ីនទីពីរ។ តម្លៃនៃម៉ាស៊ីនតូចស្មើនឹង $\frac{7}{10}$ នៃម៉ាស៊ីនធំ។ តើគេត្រូវជ្រើសរើសយកម៉ាស៊ីនប្រភេទណាទើបចំណេញជាង។

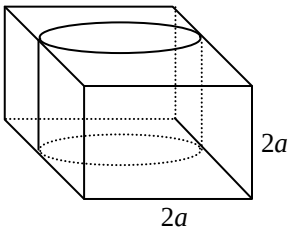
19. ស៊ីឡាំងមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h គេយកកោណដែលមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h ដាក់ក្នុងស៊ីឡាំងតាមរូប។
ក. ចូរគណនាមាឌកោណ និងមាឌនៃស៊ីឡាំង ។
ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃកោណ និងមាឌនៃស៊ីឡាំង។



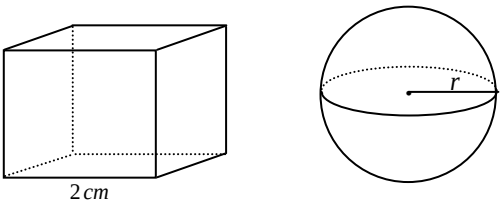

20. កោណមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h នៅក្នុងកោណនោះ
មាស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង $\frac{R}{2}$ ។
ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះ ។
ខ. ចូគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំង និងមានឌនៃកោណ ។



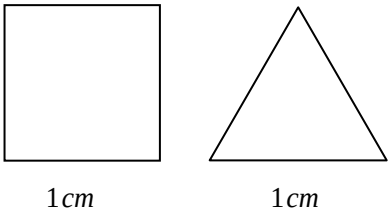

21. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $2a$ នៅក្នុងគូបនោះគេមានស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់កាំស្មើនឹង $a$ និងមានកម្ពស់ស្មើនឹង $2a$ ។
ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំង។
ខ. ចូគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំង និងមានឌនៃគូប ។




22. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 2 cm ហើយស្វ៊ែមួយមានកាំ $r$ ។
ចូរកំណត់កាំ $r$ ដោយដឹងថាមាឌនៃគូបស្មើនឹងពីរដងនៃមាឌស្វ៊ែ។
គេបង្គត់ $\pi = 3$ ។



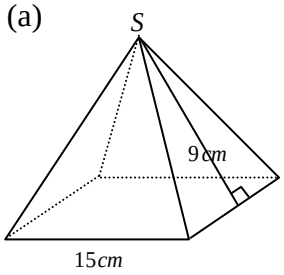

23. ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសមីង្សដែលមានជ្រុង 1 cm ។
តើត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយនៃផ្ទៃក្រឡានៃការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 1 cm ។



# មេរៀនទី១៨ សូលីត

1. រកផ្ទៃក្រឡាខាង និងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ :

-ចំពោះរូប (a)




+គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង :

តាមរូបមន្ត $S_L = \frac{1}{2}pa = \frac{1}{2}\times 4\cdot 15cm\times 9cm$

គណនាបាន $S_L = 270\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងគឺ $S_L = 270\ cm^2$ ។

+គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ :

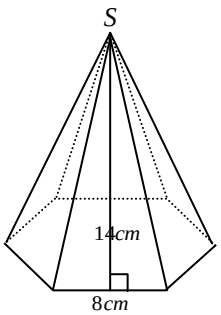
តាមរូបមន្ត $S_T = S_L + S_B$

តែផ្ទៃបាត $S_B = 15cm\times 15cm = 225\ cm^2$

នាំឱ្យ $S_T = 270\ cm^2 + 225\ cm^2 = 495\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ $S_T = 495\ cm^2$ ។

-ចំពោះរូប (b)




+គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង :

តាមរូបមន្ត $S_L = \frac{1}{2}pa = \frac{1}{2}\times 6\cdot 8cm\times 14cm$

គណនាបាន $S_L = 336\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងគឺ $S_L = 336\ cm^2$ ។

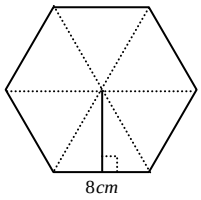
+គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ :

តាមរូបមន្ត $S_T = S_L + S_B$

តែផ្ទៃក្រឡាបាតមានរាងជាឆកោណនិយ័ត យើងបាន :

$S_B = 6\left[\frac{1}{2}\cdot 8\left(\sqrt{8^2-4^2}\right)\right]$

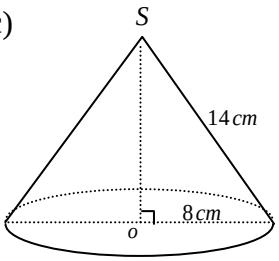
$= 24\sqrt{48} = 96\sqrt{3}\ cm^2$




នាំឱ្យ $S_T = 336\ cm^2 + 96\sqrt{3}\ cm^2 \approx 502.28\ cm^2$

ដូចនេះ ក្រឡាផ្ទៃទាំងអស់គឺ $S_T = 502.28\ cm^2$ ។

-ចំពោះរូប (c)




+គណនាផ្ទៃក្រឡាខាង :

តាមរូបមន្ត $S_L = \pi Ra = 3.14\times 8cm\times 14cm$

គណនាបាន $S_L = 351.68\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងគឺ $S_L = 351.68\ cm^2$ ។

+គណនាផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ :

តាមរូបមន្ត $S_T = S_L + S_B$

តែផ្ទៃបាត $S_B = \pi R^2 = 3.14\times(8cm)^2 = 200.96\ cm^2$

នាំឱ្យ $S_T = 351.68\ cm^2 + 200.96\ cm^2$

គណនាបាន $S_T = 552.64\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ $S_T = 552.64\ cm^2$ ។

2. គណនាមាឌកោណតាមករណីដូចខាងក្រោម :

ក. យើងមាន $R=5cm$ , $h=12cm$

តាមរូបមន្ត $V=\frac{1}{3}S_B h$ ឬ $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times(5cm)^2\times 12cm$

គណនាបាន $V=314\ cm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មានមាឌកោណគឺ } V=314\ cm^3}$ ។

ខ. យើងមាន $R=3.4cm$ , $h=8.9cm$

តាមរូបមន្ត $V=\frac{1}{3}S_B h$ ឬ $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times(3.4cm)^2\times 8.9cm$

គណនាបាន $V=107.685\ cm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មានមាឌកោណគឺ } V=107.685\ cm^3}$ ។

គ. យើងមាន $R=3.7cm$ , $h=7cm$

តាមរូបមន្ត $V=\frac{1}{3}S_B h$ ឬ $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times(3.7cm)^2\times 7cm$

គណនាបាន $V=100.302\ cm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មានមាឌកោណគឺ } V=100.302\ cm^3}$ ។

ឃ. យើងមាន $R=5.2cm$ , $h=11cm$

តាមរូបមន្ត $V=\frac{1}{3}S_B h$ ឬ $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times(5.2cm)^2\times 11cm$

គណនាបាន $V=311.32\ cm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មានមាឌកោណគឺ } V=311.32\ cm^3}$ ។

ង. យើងមាន $R=\sqrt{5}\ mm$ , $h=13.4\ mm$

តាមរូបមន្ត $V=\frac{1}{3}S_B h$ ឬ $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times\left(\sqrt{5}\,mm\right)^2\times 13.4mm$

គណនាបាន $V=70.127\ mm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មានមាឌកោណគឺ } V=70.127\ mm^3}$ ។

ច. យើងមាន $R=7\ dm$ , $h=16\ dm$

តាមរូបមន្ត $V=\frac{1}{3}S_B h$ ឬ $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V=\frac{1}{3}\times 3.14\times(7\,dm)^2\times 16\ dm$

គណនាបាន $V=820.59\ dm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មានមាឌកោណគឺ } V=820.59\ dm^3}$ ។

3. រកផ្ទៃក្រឡាស្វៃ និងមាឌប៊ូលតាមករណីនីមួយៗ :

ក. យើងមាន $R=3\ cm$

-ផ្ទៃក្រឡាស្វៃ $S=4\pi R^2=4\times 3.14\times(3\ cm)^2$

គណនាបាន $S=113.04\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡាស្វៃគឺ } S=113.04\ cm^2}$ ។

-មាឌប៊ូល $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\times 3.14\times(3\ cm)^3$

គណនាបាន $V=113.04\ cm^3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡាស្វៃគឺ } V=113.04\ cm^3}$ ។

ខ. យើងមាន $D=18\ dm$

នាំឱ្យ $R=\frac{D}{2}=\frac{18\ dm}{2}=9\ dm$

-ផ្ទៃក្រឡាស្វៃ $S=4\pi R^2=4\times 3.14\times(9\ dm)^2$

គណនាបាន $S=1017.36\ dm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡាស្វៃគឺ } S=1017.36\ dm^2}$ ។

-មាឌប៊ូល $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\times 3.14\times(9\ dm)^3$

គណនាបាន $V=3052.08\ dm^3$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាស្មើគឺ $V=3052.08\ dm^3$ ។

ក. យើងមាន $R=3.7\ cm$

-ផ្ទៃក្រឡាស្មើ $S=4\pi R^2=4\times 3.14\times(3.7\ cm)^2$

គណនាបាន $S=171.95\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាស្មើគឺ $S=171.95\ cm^2$ ។

-មាឌប៊ូល $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\times 3.14\times(3.7\ cm)^3$

គណនាបាន $V=212.07\ cm^3$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាស្មើគឺ $V=212.07\ cm^3$ ។

ឃ. យើងមាន $D=23.2\ cm$

នាំឱ្យ $R=\frac{D}{2}=\frac{23.2\ cm}{2}=11.6\ cm$

-ផ្ទៃក្រឡាស្មើ $S=4\pi R^2=4\times 3.14\times(11.6\ cm)^2$

គណនាបាន $S=1690.08\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាស្មើគឺ $S=1690.08\ cm^2$ ។

-មាឌប៊ូល $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\times 3.14\times(11.6\ cm)^3$

គណនាបាន $V=6534.95\ cm^3$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាស្មើគឺ $V=6534.95\ cm^3$ ។

4. រកកាំស្មើដោយស្គាល់ផ្ទៃក្រឡាដូចខាងក្រោម :

ក. យើងមាន $S=\frac{36}{25}\pi\ cm^2$

តាមរូបមន្ត ផ្ទៃស្មើ $S=4\pi R^2$

នាំឱ្យ $R^2=\frac{S}{4\pi}$ នោះ $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

យើងបាន $R=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\frac{36}{25}\pi}{\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{36}{25}}=\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}=\frac{3}{5}$

ដូចនេះ គណនាបានកាំស្មើគឺ $R=\frac{3}{5}\ cm$ ។

ខ. យើងមាន $S=\frac{46}{16}\pi\ m^2$

តាមរូបមន្ត ផ្ទៃស្មើ $S=4\pi R^2$

នាំឱ្យ $R^2=\frac{S}{4\pi}$ នោះ $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

នោះ $R=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\frac{46}{16}\pi}{\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{46}{16}}=\frac{\sqrt{46}}{8}\approx 0.848\,m$

ដូចនេះ គណនាបានកាំស្មើគឺ $R=\frac{\sqrt{46}}{8}\ m$ ។

គ. យើងមាន $S=\frac{12}{5}\pi\ dm^2$

តាមរូបមន្ត ផ្ទៃស្មើ $S=4\pi R^2$

នាំឱ្យ $R^2=\frac{S}{4\pi}$ នោះ $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

នោះ $R=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\frac{12}{5}\pi}{\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{12}{5}}=\frac{\sqrt{60}}{10}$

គណនាបាន $R=\frac{\sqrt{60}}{10}=\frac{\sqrt{15}}{5}dm$

ដូចនេះ គណនាបានកាំស្មើគឺ $R=\frac{\sqrt{15}}{5}\ dm$ ។

ឃ. យើងមាន $S=1764\pi\ cm$

សូមកែពី $S=1764\pi\ cm$ ទៅជា $S=1764\,\pi\ cm^2$

ព្រោះ $S$ ជាផ្ទៃ មិនអាចប្រើខ្នាតប្រវែងបានទេ !!!

តាមរូបមន្ត ផ្ទៃស្មើ $S=4\pi R^2$

នាំឱ្យ $R^2=\frac{S}{4\pi}$ នោះ $R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$

នោះ $R=\sqrt{\frac{1764\,\pi}{4\pi}}=\sqrt{441}=21\ cm$

ដូចនេះ គណនាបានកាំស្មើគឺ $R=21\,cm$ ។

5. គណនាកាំនៃប៊ូលដោយស្គាល់មាឌ :

ក. យើងមាន $V = 288\pi\ cm^3$

តាមរូបមន្ត មាឌប៊ូល $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

នាំឱ្យ $R^3 = \frac{3V}{4\pi}$ នោះ $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

យើងបាន $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 288\pi}{4\pi}}$

ឬ $R = \sqrt[3]{216} = 6\ cm$

ដូចនេះ | កាំប៊ូលគណនាបានគឺ $R = 6\ cm$ | ។

ខ. យើងមាន $V = \frac{32}{16}\pi\ m^3$ ឬ $V = 2\pi\ m^3$

តាមរូបមន្ត មាឌប៊ូល $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

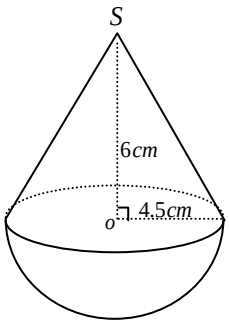
នាំឱ្យ $R^3 = \frac{3V}{4\pi}$ នោះ $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

យើងបាន $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3\cdot 2\pi}{4\pi}}$

ឬ $R = \sqrt[3]{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{\frac{12}{8}} = \frac{\sqrt[3]{12}}{2} m$

ដូចនេះ | កាំប៊ូលគណនាបានគឺ $R = \frac{\sqrt[3]{12}}{2} m$ | ។

6. យើងមានកោណ និងកន្លះស្វ៊ែដូចរូប :




ក. រកមាឌទាំងអស់នៃសូលីត :

មាឌនៃសូលីត $V = V_C + \frac{1}{2}V_S$

ដែល $V_C$ ជាមាឌកោណ និង $V_S$ ជាមាឌស្វ៊ែ

ដោយ $V_C = \frac{1}{3}S_B h = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

នាំឱ្យ $V_C = \frac{1}{3}\times 3.14\times(4.5\ cm)^2\times 6\ cm$

គណនាបាន $V_C = 127.17\ cm^3$

ហើយ $V_S = \frac{4}{3}\pi R^3$

នាំឱ្យ $V_S = \frac{4}{3}\times 3.14\times(4.5\ cm)^3 = 381.51\ cm^3$

យើងបាន $V = 127.17 + \frac{1}{2}\times 381.51$

គណនាបាន $V = 317.925\ cm^3$

ដូចនេះ | មាឌសូលីតគឺ $V = 317.925\ cm^3$ | ។

ខ. រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត :

ផ្ទៃនៃសូលីត $S = S_L + \frac{1}{2}S_S$ ដែល $S_L$ ជាផ្ទៃក្រឡា

ខាងនៃកោណ និង $S_S$ ជាផ្ទៃនៃស្វ៊ែ

ដោយ $S_L = \pi R a$

តែ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $a = \sqrt{R^2 + h^2}$

នោះ $S_L = \pi R\sqrt{R^2 + h^2}$

ឬ $S_L = 3.14\times 4.5\times\sqrt{4.5^2 + 6^2}$

$= 14.13\times\sqrt{56.25}$

$= 14.13\times 7.5 = 105.975\ cm^2$

ហើយ $S_S = 4\pi R^2 = 4\times 3.14\times 4.5^2$

គណនាបាន $S_S = 254.34\ cm^2$

យើងបាន $S = 105.975 + \frac{1}{2}\times 254.34$

គណនាបាន $S = 233.145\ cm^2$

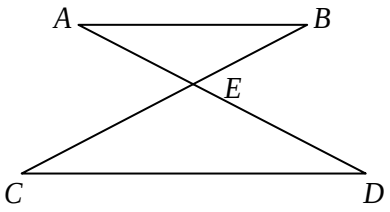
ដូចនេះ | ផ្ទៃនៃសូតីតគឺ $S = 233.145\ cm^2$ | ។

រំលឹក : -មាឌពីរ៉ាមីត : $V = \frac{1}{3}S_B h$

-មាឌកោណ : $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

-មាឌស្វ៊ែ : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

7. រកផ្ទៃក្រឡានៃ $\Delta AEB$ ៖




ដោយ $AB//CD$ នោះ $\Delta AEB \sim \Delta CED$ នោះ ផលធ្យេបផ្ទៃក្រឡា ស្មើការេនៃផលធ្យេបធាតុត្រូវគ្នា

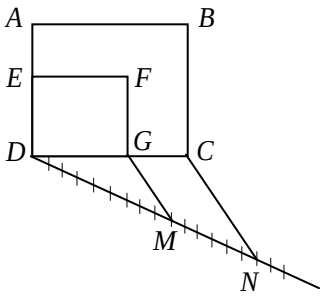
យើងបាន $\frac{S_{\Delta AEB}}{S_{\Delta CED}} = \left(\frac{BE}{CE}\right)^2$

ឬ $\frac{S_{\Delta AEB}}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

នាំឱ្យ $S_{\Delta AEB} = \frac{16}{4} = 4\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រកបានផ្ទៃក្រឡា } S_{\Delta AEB} = 4\ cm^2}$ ។

8. តើផ្ទៃក្រឡាការេ $DEFG$ តូចជាងផ្ទៃក្រឡាការេ $ABCD$ ប៉ុន្មានដង ?




ដោយ $DEFG$ និង $ABCD$ ជាការេដូចគ្នា

យើងបាន $\frac{S_{DEFG}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{DG}{DC}\right)^2$

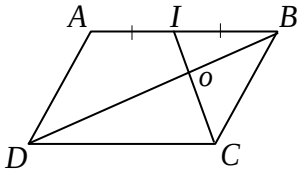
តែ $\frac{DG}{DC} = \frac{DM}{DN}$ ឬ $\frac{DG}{DC} = \frac{9}{15}$ ឬ $\frac{DG}{DC} = \frac{3}{5}$

នាំឱ្យ $\frac{S_{DEFG}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ ឬ $\frac{S_{DEFG}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{25}$

នោះ $S_{DEFG} = \frac{9}{25} S_{ABCD}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធ្យេបបាន } S_{DEFG} = \frac{9}{25} S_{ABCD}}$ ។

9. តើផ្ទៃក្រឡា $\Delta BIO$ តូចជាងផ្ទៃក្រឡា $\Delta DOC$ ប៉ុន្មានដង ?




ដោយ $AB//DC$ នោះ $\Delta BIO \sim \Delta DOC$ នោះ ផលធ្យេបផ្ទៃក្រឡា ស្មើការេនៃផលធ្យេបធាតុត្រូវគ្នា

នាំឱ្យ $\frac{S_{\Delta BIO}}{S_{\Delta DOC}} = \left(\frac{BI}{DC}\right)^2$

តែ $AB = DC = 2BI$ ព្រោះ $I$ កណ្តាល $AB$

យើងបាន $\frac{S_{\Delta BIO}}{S_{\Delta DOC}} = \left(\frac{BI}{2BI}\right)^2$ ឬ $\frac{S_{\Delta BIO}}{S_{\Delta DOC}} = \frac{1}{4}$

នាំឱ្យ $S_{\Delta BIO} = \frac{1}{4} S_{\Delta DOC}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធ្យេបបាន } S_{\Delta BIO} = \frac{1}{4} S_{\Delta DOC}}$ ។

10. រកផ្ទៃក្រឡាពិតប្រាកដនៃជញ្ជាំងគិតជា $m^2$ ៖

យើងដឹងថា ជញ្ជាំងមួយត្រូវបានគេថតបង្រួមឱ្យទៅជារូបថត ដែលមានកម្ពស់ $3cm$ និងមានផ្ទៃក្រឡា $9\ cm^2$ ហើយជញ្ជាំងមានកម្ពស់ $6\ m$

មានន័យថា រូបថតនៃជញ្ជាំង និងជញ្ជាំងជារូបដូចគ្នា

-បើតាង $S$ ជាផ្ទៃជញ្ជាំង នោះយើងបានផលធ្យេបផ្ទៃក្រឡា ជាការេនៃផលធ្យេបធាតុត្រូវគ្នាគឺ ៖

$$\frac{S}{9\ cm^2} = \left(\frac{6\ m}{3\ cm}\right)^2$$

$$\frac{S}{9\ cm^2} = \frac{36\ m^2}{9\ cm^2}$$

$$S = \frac{9\ cm^2 \times 36\ m^2}{9\ cm^2}$$

$$S = 36\ m^2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ជញ្ជាំងមានផ្ទៃពិតប្រាកដគឺ } 36\ m^2}$ ។

11. តើវិមាត្រនេះ ស្មើប៉ុន្មាន $m$ បើនៅក្នុងផែនទីទីពីរ ?

យើងដឹងថា ផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាសាលាមួយមានពីរ បើគេដាក់វានៅក្នុងផែនទីពីរផ្សេងគ្នា

មានន័យថា ផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរនៃសាលា ជារូបដូចគ្នា

-បើ $x$ ជាវិមាត្រមួយនៅក្នុងផែនទីទីពីរនោះ

យើងបានផលធ្យើប :

$$\frac{144\,cm^2}{256\,cm^2}=\left(\frac{18\,cm}{x}\right)^2$$

នាំឱ្យ
$$\frac{18\,cm}{x}=\sqrt{\frac{144\,cm^2}{256\,cm^2}}$$
$$\frac{18\,cm}{x}=\frac{12\,cm}{16\,cm}$$
$$\frac{18\,cm}{x}=\frac{3}{4}$$
$$x=\frac{18\,cm\times 4}{3}$$
$$x=24\,cm$$

ដូចនេះ **វិមាត្រនេះស្មើ $24\,cm$ នៅក្នុងផែនទីទីពីរ**

12. រកផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាជា $cm^2$ បើវានៅក្នុងប្លង់មួយ :

-ផែនទីមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2500}$ មានន័យថា 1m នៅលើផែនទី ត្រូវនឹង 2500m នៃរូបពិត

-យើងដឹងថា ផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាពិត $9600\ m^2$

-បើតាង $S$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លានៅលើផែនទីនោះ

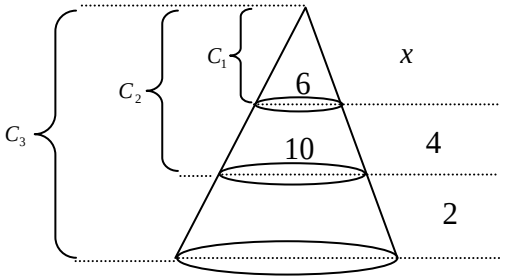
យើងបានផលធ្យើប :

$$\frac{S}{9600\,m^2}=\left(\frac{1}{2500}\right)^2$$
$$\frac{S}{9600\times 10000\,cm^2}=\frac{1}{6250000}$$

នាំឱ្យ $S=\frac{96\,000\,000\,cm^2}{6\,250\,000}=15.36\,cm^2$

ដូចនេះ **ផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាគឺ $S=15.36\,cm^2$** ។

13. ក. គណនា $x$ :




ដោយមុខកាត់ស្របនឹងបាត នោះកោណទាំងបីដូចគ្នា

យើងបាន ផលធ្យើប :

$$\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{x}{x+4}\right)^3 \quad \text{ឬ} \quad \frac{\frac{1}{3}\pi R_1^2 x}{\frac{1}{3}\pi R_2^2(x+4)}=\left(\frac{x}{x+4}\right)^3$$
$$\frac{R_1^2}{R_2^2}=\left(\frac{x}{x+4}\right)^2$$
$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{x}{x+4}$$

ដោយ $R_1=\frac{D_1}{2}=\frac{6}{2}=3$ និង $R_2=\frac{D_2}{2}=\frac{10}{2}=5$

នាំឱ្យ $\frac{x}{x+4}=\frac{3}{5}$ ឬ $5x=3x+12$ នោះ $x=6$

ដូចនេះ **គណនាបាន $x=6\ cm$** ។

ខ. រកមាឌនៃកោណនោះ :

យើងមានផលធ្យើប :

$$\frac{V_1}{V_3}=\left(\frac{x}{x+4+2}\right)^3 \quad , x=6$$
$$\frac{V_1}{V_3}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$$
$$V_3=8V_1$$

តែ $V_1=\frac{1}{3}\pi R_1^2 x=\frac{1}{3}\times 3.14\times(3\,cm)^2\times 6\,cm$

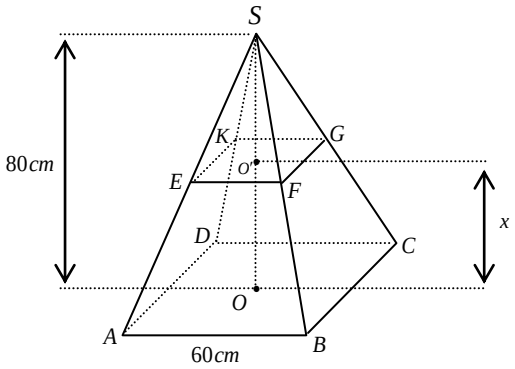
គណនាបាន $V_1=56.52\ cm^3$

នាំឱ្យ $V_3=8\times 56.52=452.16\ cm^3$

ដូចនេះ **គណនាបានមាឌនៃកោណគឺ $452.16\ cm^3$** ។

14. ក. រកជ្រុងនៃការេ $EFGK$ តាមតម្លៃ $x$ ៖

តាមបម្រាប់ ប្រធានយើងគូសរូបបាន ៖




ដោយគេកាត់ស្របនឹងបាត នោះពីរ៉ាមីតទាំងពីរដូចគ្នា

យើងបានផលធ្យើប ៖

$$\frac{V_{SEFGK}}{V_{SABCD}}=\left(\frac{80-x}{80}\right)^3$$

$$\frac{\frac{1}{3}S_{EFGK}(80-x)}{\frac{1}{3}S_{ABCD}\times 80}=\left(\frac{80-x}{80}\right)^3$$

$$\frac{a^2_{EFGK}}{a^2_{ABCD}}=\left(\frac{80-x}{80}\right)^2$$

$$\frac{a_{EFGK}}{a_{ABCD}}=\frac{80-x}{80}$$

ដោយ $a_{ABCD}=AB=60\ cm$

នាំឱ្យ $\frac{a_{EFGK}}{60}=\frac{80-x}{80}$ ឬ $\frac{a_{EFGK}}{60}=1-\frac{x}{80}$

នោះ $a_{EFGK}=60-\frac{3}{4}x\ (cm)$

ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុងនៃការេ $EFGK$ គឺ $60-\frac{3}{4}x\ (cm)$ ។

ខ. គណនាកំណាត់ពីរ៉ាមីត បើ $x=30\ cm$ ៖

នាំឱ្យ ពីរ៉ាមីត $EFGK$ មាន ៖

-ជ្រុង $EF=60-\frac{3}{4}\times 30=37.5\ cm$

-កម្ពស់ $h=80-30=50\ cm$

ដោយ មាឌកំណាត់ពីរ៉ាមីត $V=V_{SABCD}-V_{SEFGK}$

ឬ $V=\left(\frac{1}{3}\times 60^2\times 80\right)-\left(\frac{1}{3}\times 37.5^2\times 50\right)$

$=96000-23437.5$

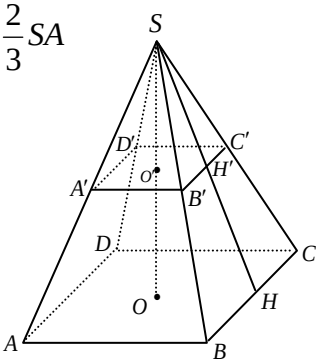
$=72562.5\ cm^3$

ដូចនេះ មាឌកំណាត់ពីរ៉ាមីតគឺ $72562.5\ cm^3$ ។

15. ក. គណនា $A'B'$ ៖

យើងមានរូប ដែលមាន $BA=6\ cm$ , $SA=8\ cm$

ហើយ $SA'=\frac{2}{3}SA$




ដោយពីរ៉ាមីត $SABCD$ ដូចពីរ៉ាមីត $SA'B'C'D'$

យើងបា ផលធេឱ្យបត្រូវគ្នាស្មើគ្នាគឺ ៖

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{SA'}{SA}\ \text{ឬ}\ \frac{A'B'}{6}=\frac{\frac{2}{3}SA}{SA}\ \text{ឬ}\ \frac{A'B'}{6}=\frac{2}{3}$$

នាំឱ្យ $A'B'=\frac{6\times 2}{3}=4\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $A'B'=4\ cm$ ។

ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃការេ $A'B'C'D'$

ដោយ $S_{A'B'C'D'}=(A'B')^2=(4cm)^2=16\ cm^2$

ដូចនេះ គណនាបាន $S_{A'B'C'D'}=16\ cm^2$ ។

-ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $S_{A'B'C'D'}=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times S_{ABCD}$

ដោយ $S_{ABCD}=AB^2=(6\ cm)^2=36$

នាំឱ្យ $16=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times 36$ ឬ $16=16$ ពិត

ដូចនេះ ពិតជាត្រឹមត្រូវចំពោះការឱ្យផ្ទៀងផ្ទាត់ ។

គ. បង្ហាញថា $SO'=\frac{2}{3}SO$ ៖

យើងមាន ផលធ្យៀបត្រូវគ្នា $\frac{SO'}{SO}=\frac{A'B'}{AB}$

ដោយ $A'B'=4\ cm$ និង $AB=6\ cm$

នាំឱ្យ $\frac{SO'}{SO}=\frac{4}{6}$ ឬ $SO'=\frac{2}{3}SO$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } SO'=\frac{2}{3}SO}$ ។

-ទាញបញ្ជាក់ថា $V_{SA'B'C'D'}=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times V_{SABCD}$

យើងមានផលធ្យៀបត្រូវគ្នាគឺ

$\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}=\left(\frac{SO'}{SO}\right)^3$ ឬ $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}=\left(\frac{\frac{2}{3}SO}{SO}\right)^3$

នាំឱ្យ $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$

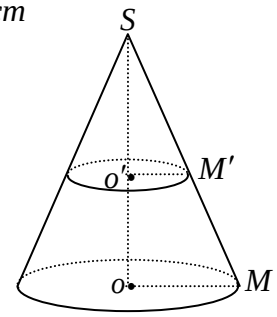
ទាញបាន $V_{SA'B'C'D'}=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times V_{SABCD}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{បញ្ជាក់បានថា}\\ V_{SA'B'C'D'}=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times V_{SABCD}\end{array}}$ ។

16. ក. គណនា $O'M'$ ៖

យើងមានរូបដែលមាន $SM'=\frac{1}{2}SM$ , $SO=10\ cm$

និង $OM=6\ cm$




តាង $S$ ជាផ្ចៃក្រឡាចាសមានផ្ចិត $O$ និង $S'$ ជាផ្ចៃក្រឡាចាសមានផ្ចិត $O'$

ដោយ កោណទាំងពីរដូចគ្នា យើងបានផលធ្យៀប ៖

$\frac{O'M'}{OM}=\frac{SM'}{SM}$ ឬ $\frac{O'M'}{OM}=\frac{\frac{1}{2}SM}{SM}$ ឬ $\frac{O'M'}{OM}=\frac{1}{2}$

នាំឱ្យ $O'M'=\frac{OM}{2}$ នោះ $O'M'=\frac{6}{2}=3\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនានាបាន } O'M'=3\ cm}$ ។

-ផ្ទៃរាងផ្ចាត់ថា $S'=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times S$ ៖

យើងមាន ផលធ្យៀប $\frac{S'}{S}=\left(\frac{O'M'}{OM}\right)^2$

ឬ $\frac{S'}{S}=\left(\frac{3}{6}\right)^2$ នោះ $S'=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times S$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃរាងផ្ចាត់បាន } S'=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times S}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $SO'=\frac{1}{2}SO$ ៖

យើងមាន ផលធ្យៀប $\frac{SO'}{SO}=\frac{O'M'}{OM}$

នោះ $\frac{SO'}{SO}=\frac{3}{6}$ នាំឱ្យ $SO'=\frac{1}{2}SO$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } SO'=\frac{1}{2}SO}$ ។

គ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $V_{(O')}=V_{(O)}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ៖

យើងមានផលធ្យៀប $\frac{V_{(O')}}{V_{(O)}}=\left(\frac{O'M'}{OM}\right)^3$

ឬ $\frac{V_{(O')}}{V_{(O)}}=\left(\frac{3}{6}\right)^3$

ឬ $\frac{V_{(O')}}{V_{(O)}}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$

នាំឱ្យ $V_{(O')}=\left(\frac{1}{2}\right)^3\times V_{(O)}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } V_{(O')}=V_{(O)}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3}$ ។

17. រកជម្រើសរបស់អ្នកទិញផ្លែឪឡឹក ដើម្បីឱ្យចំណេញ:

+តាង $V_1$ ជាមាឌឪឡឹកតូចមួយ មានកាំ $r$

$V_2$ ជាមាឌឪឡឹកធំមួយ មានកាំ $R$

យើងចាត់ទុកថា ឪឡឹកទាំងតូចទាំងធំមានរាងជាស្វ៊ែដូចគ្នា នោះយើងបានផលធ្យៀបត្រូវគ្នា :

$\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{r}{R}\right)^3$ តែយើងដឹងថា $r=\frac{1}{4}R$

យើងបាន $\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{\frac{1}{4}R}{R}\right)^3$ ឬ $\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{1}{4}\right)^3$

នាំឱ្យ $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{64}$ ឬ $V_1=\frac{1}{64}V_2$

នោះ $2V_1=2\times\frac{1}{64}V_2$ ឬ $2V_1=\frac{1}{32}V_2$

តាមផលធ្យៀប យើងឃើញថា មាឌឪឡឹកតូចពីរផ្លែតូចជាង មាឌឪឡឹកធំមួយចំនួន 32 ដង

ដូចនេះ **អ្នកទិញត្រូវយកឪឡឹកធំ ទើបចំណេញ** ។

18. រកជម្រើសនៃម៉ាស៊ីនដែលចំណេញជាង :

តាង $V_1$ ជាមាឌម៉ាស៊ីនតូច និង $V_2$ ជាមាឌម៉ាស៊ីនធំ ដោយ ម៉ាស៊ីនទាំងពីរមានរាងស៊ីឡាំងដូចគ្នា មានផលធ្យៀបវិមាត្រត្រូវគ្នានៃម៉ាស៊ីនទាំងពីរស្មើ $\frac{9}{10}$

យើងបាន $\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{9}{10}\right)^3$ ឬ $\frac{V_1}{V_2}=\frac{729}{1000}$

នាំឱ្យ $V_1=\frac{729}{1000}V_2$ ឬ $V_1=0.729V_2$

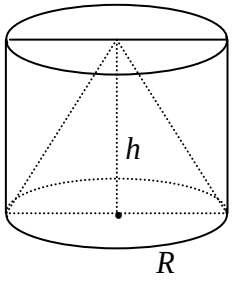
តែ តម្លៃម៉ាស៊ីនតូច $=0.7$ នៃតម្លៃម៉ាស៊ីនធំ

ដោយ មាឌម៉ាស៊ីនតូចស្មើ 0.729 នៃមាឌម៉ាស៊ីនធំ

តែ តម្លៃម៉ាស៊ីនតូចស្មើ 0.7 នៃតម្លៃម៉ាស៊ីនធំ

ដូចនេះ **អ្នកទិញត្រូវជ្រើសរើសយកម៉ាស៊ីនតូច ទើបចំណេញជាង** ។

19. ក. គណនាមាឌកោណ និងមាឌស៊ីឡាំង :




-មាឌកោណ ដែលមានកម្ពស់ $h$ និងរង្វាស់កាំ $R$ គឺ $V=\frac{1}{3}S_B h=\frac{1}{3}\pi R^2 h=1.05R^2h$ ឯកតាមាឌ

ដូចនេះ **មាឌកោណគឺ $V=1.05R^2h$ ឯកតាមាឌ**

-មាឌស៊ីឡាំង ដែលមានកម្ពស់ $h$ និងរង្វាស់កាំ $R$ គឺ $V'=S_B h=\pi R^2 h=3.14R^2h$ ឯកតាមាឌ

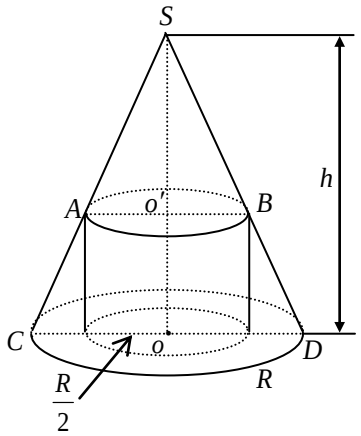
ដូចនេះ **មាឌស៊ីឡាំងគឺ $V'=3.14R^2h$ ឯកតាមាឌ**

ខ.ប្រៀបធ្យៀបមាឌកោណ និងមាឌនៃស៊ីឡាំង :

យើងបាន $\frac{V}{V'}=\frac{1.05R^2h}{3.14R^2h}=0.33$

ដូចនេះ **ប្រៀបធ្យៀបបាន $V=0.33V'$** ។

20. ក. គណនាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះ :




ដោយត្រីកោណ $SAB$ ដូចនឹងត្រីកោណ $SCD$

យើងបាន $\frac{SO'}{SO}=\frac{AB}{CD}$ តែ $\frac{AB}{CD}=\frac{2\times\frac{R}{2}}{2R}=\frac{1}{2}$

នាំឱ្យ $\frac{SO'}{SO}=\frac{1}{2}$ ឬ $SO'=\frac{1}{2}SO=\frac{1}{2}h$

នោះមាឌស៊ីឡាំង $V=\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\cdot OO'$

នាំឱ្យ $V=\pi\frac{R^2}{4}\cdot(SO-SO')$

ឬ $V=\pi\frac{R^2}{4}\cdot\left(h-\frac{1}{2}h\right)=\frac{\pi R^2}{4}\times\frac{h}{2}$

គណនាបាន $V=\frac{3.14R^2h}{8}=0.39R^2h$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មាឌស៊ីឡាំង } V=0.39R^2h}$ ។

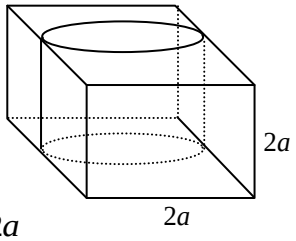
ខ. គណនាផលធ្យៀបមាឌនៃស៊ីឡាំង និងមាឌកោណ :

ដោយ មាឌកោណគឺ $V'=\frac{1}{3}\pi R^2h$

នាំឱ្យ $\frac{V}{V'}=\frac{\frac{1}{8}\pi R^2h}{\frac{1}{3}\pi R^2h}=\frac{3}{8}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានផលធ្យៀបគឺ } \frac{V}{V'}=\frac{3}{8}}$ ។

21. ក. គណនាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះ :




មាឌស៊ីឡាំងគឺ

$V=S_Bh=\pi R^2h$

តែ $R=a$ និង $h=2a$

នាំឱ្យ $V=\pi\times a^2\times 2a=6.28a^3$ ឯកតាមាឌ

ដូចនេះ $\boxed{\text{មាឌស៊ីឡាំងគឺ } V=6.28a^3 \text{ ឯកតាមាឌ}}$

ខ. គណនាផលធ្យៀបរវាងមាឌស៊ីឡាំង និងមាឌនៃគូប

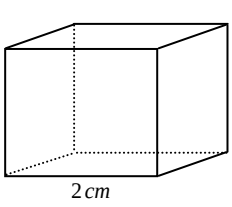
មាឌគូបគឺ $V'=(2a)^3=8a^3$ ឯកតាមាឌ

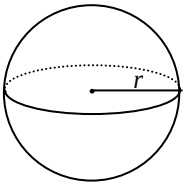
នាំឱ្យយើងបានផលធ្យៀបគឺ :

$\frac{V}{V'}=\frac{6.28a^3}{8a^3}=0.785$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានផលធ្យៀប } \frac{V}{V'}=0.785}$ ។

22. កំណត់តម្លៃ $r$ ដើម្បីឱ្យមាឌគូបស្មើពីរដងមាឌស្វ៊ែ :




តាង $V$ ជាមាឌគូប និង $V'$ ជាមាឌស្វ៊ែ

យើងបាន $V=2V'$

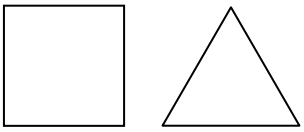
$2^3=2\times\frac{4}{3}\pi r^3 \quad , \quad \pi=3$

$8=8r^3$

$r^3=1 \quad \Rightarrow \quad r=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កំណត់បានតម្លៃ } r=1\,cm}$ ។

23. ប្រៀបធ្យៀបជាភាគរយនៃផ្ទៃក្រឡាការេ និងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្ស :




-ផ្ទៃក្រឡាការេ $S=(1cm)^2=1\,cm^2$

-ផ្ទៃត្រីកោណសម័ង្ស $S'=\frac{1}{2}\times a\times h$

$h^2=1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$ នាំឱ្យ $h=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

នោះ $S'=\frac{1}{2}\times 1cm\times\frac{\sqrt{3}}{2}cm=\frac{\sqrt{3}}{4}cm^2$

នាំឱ្យ $\frac{S'}{S}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{1}$ ឬ $\frac{S'}{S}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ ឬ $S'=\frac{\sqrt{3}}{4}S$

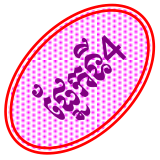
ដោយ $\frac{\sqrt{3}}{4}=0.4330=43.30\%$

នោះ $S'=43.30\%S$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធ្យៀបបាន } S'=43.30\%S}$ ។




# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. យល់




# ស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# តេស្តគណិតវិទ្យាកម្រិតអន្តរជាតិ

## ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ លំហាត់ជាភាសាអន្តរជាតិ ដែលភ្ជាប់ជាមួយការបកប្រែចំនួន 288 លំហាត់ ហើយនៅបន្ទាប់ពីលំហាត់ទាំងអស់នោះ មានចម្លើយដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់។

លំហាត់ទាំងនេះបានមកពីសៀវភៅ គំរូវិញ្ញាសាសម្រាប់តេស្តវាស់ស្ទង់សមត្ថភាពគណិតវិទ្យាកម្រិតអន្តរជាតិ ស៊ូកិនតេស្ត ដែលរៀបចំដោយសាកលវិទ្យាល័យ ខេមរៈ។ វិញ្ញាសាគំរូទាំងនេះគ្មានការបកប្រែទេ តែដោយសារខ្ញុំឃើញមានលំហាត់ល្អៗជាច្រើន ដូចនេះខ្ញុំបានរៀបចំបកប្រែមកជាភាសាខ្មែរ ដើម្បីកូនខ្មែរងាយស្រួលអាន និងដើម្បីពង្រឹង និងពង្រីកចំណេះដឹងជាភាសាអង់គ្លេសផ្ទាល់ខ្លួនផង។ ពុំមែនខ្ញុំជាអ្នកជំនាញបកប្រែទេ ក៏ប៉ុន្តែខ្ញុំគិតថាវាគ្មានអ្វីធំជាងការព្យាយាមនោះទេ បើខ្ញុំប្រើបច្ចេកទេសគណិតវិទ្យាដែលខ្ញុំមាន និងវចនានុក្រមជាច្រើនក្បាល នោះការបកប្រែនិងអាចសម្រេចបានជាក់ជាពុំខាន។

ទោះបីជាខ្ញុំបានឃើញ “No part of this test may be reproduced in any form without permission” ក៏ខ្ញុំនៅតែរៀបចំឡើងវិញ ទាំងដឹងថាខ្លួនធ្វើមិនត្រឹមត្រូវ ប៉ុន្តែខ្ញុំសូមបញ្ជាក់ពីគោលបំណងខ្ញុំឱ្យច្បាស់ គឺដើម្បីអ្នកសិក្សាគណិតវិទ្យាពុំមែនដើម្បីធ្វើអាជីវកម្មទាញយកផលប្រយោជន៍ផ្ទាល់ខ្លួននោះទេ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាសមគួរ ។

សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...

# ការបកប្រែលំហាត់ល្អៗនៃការប្រឡងតេស្តអន្តរជាតិ មកជាភាសាជាតិ

**1)** Calculate and simplify.
$(x^2+6x+8)-(x^2+2x-8)$

១) គណនា និងសម្រួល៖
$(x^2+6x+8)-(x^2+2x-8)$

**2)** Solve the following inequality.
$3(x+2)<5x-2$

២) ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖
$3(x+2)<5x-2$

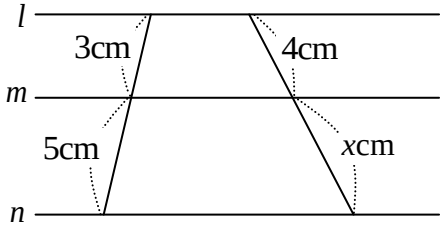
**3)** Express $a$ in terms of $\ell$ and $b$.
$\ell=2(a+b)$

៣) បញ្ជាក់តម្លៃ $a$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $\ell$ និង $b$ ៖
$\ell=2(a+b)$

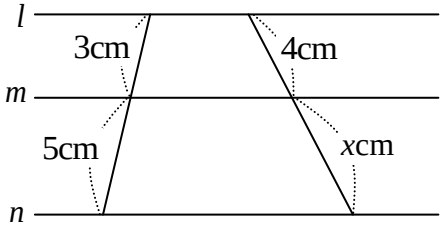
**4)** Find the equation of the straight line that passed through point $(0,-3)$ with a slope of 7.

៤) រកសមីការបន្ទាត់ ដែលកាត់តាមចំណុច $(0,-3)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 7 ។

**5)** Find $x$ when $l\|m\|n$ as shown in the figure at right.




៥) គណនា $x$ នៅពេលដែល $l\|m\|n$ ដូចបានបង្ហាញក្នុងរូបនៅខាងស្តាំ៖




**6)** Expand and simplify.
$(2x+1)^2-(2x+3)(2x-5)$

៦) ពន្លាត និងសម្រួល៖
$(2x+1)^2-(2x+3)(2x-5)$

**7)** Solve the following equation.
$(x-1)^2=0$

៧) ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖
$(x-1)^2=0$

**8)** Calculate and simplify.
$\left(\sqrt{5}+7\right)\left(\sqrt{5}-5\right)-\frac{10}{\sqrt{5}}$

៨) គណនារួចសម្រួល៖
$\left(\sqrt{5}+7\right)\left(\sqrt{5}-5\right)-\frac{10}{\sqrt{5}}$

**9)** Find the range of $y$ when the domain is $-2\le x\le 1$ regarding the quadratic function $y=\frac{1}{2}x^2$.

៩) រកដែនតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែលដែនកំណត់ $-2\le x\le 1$ ចំពោះអនុគមន៍ដឺក្រេទី២ $y=\frac{1}{2}x^2$ ។

**10)** The width and diagonal of a rectangle are $\sqrt{5}$ cm and $\sqrt{35}$ cm, respectively. Find its length.

១០) ទទឹង និងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណកែងមួយ មានប្រវែងរៀងគ្នាគឺ $\sqrt{5}$ cm និង $\sqrt{35}$ cm។ រកប្រវែងបណ្តោយរបស់វា។

**11)** Factorize the following expression.
$xyz+xy+xz+x$

១១) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖
$xyz+xy+xz+x$

**12)** Given the quadratic inequality $-5x^2-19x+4<0$.
① Solve the quadratic inequality.
② Draw the range of $x$ found in ① on a number line.

១២) គេឱ្យវិសមីការដឺក្រេទី២ $-5x^2-19x+4<0$ ។
① ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២។
② គូសបន្ទាត់ចំនួននៃ $x$ ដែលរកឃើញនៅសំណួរ① ។

**13)** Find $\cos A$ given that $\sin A=\frac{3}{5}$ for $\Delta ABC$ with $\angle C=90^o$.

១៣) រក $\cos A$ បើគេដឹងថា ត្រីកោណ ABC មាន $\sin A=\frac{3}{5}$ និង $\angle C=90^o$ ។

**14)** How many different ways are there to create a team consisting of one male and one female from among 4 boys and 5 girls?

១៤) តើមានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា ក្នុងការបង្កើតក្រុមមួយមានបុរសម្នាក់ និងនារីម្នាក់ ដែលជ្រើសរើសចេញពីមនុស្សប្រុស 4 នាក់ និងមនុស្សស្រី 5 នាក់។

**15)** Given that the geometric sequence below.
$125\ ,\ 25\ ,\ \text{Ⓐ}\ ,\ 1\ ,\ \text{Ⓑ}\ ,\ \ldots$
① Find Ⓐ.
② Find Ⓑ.

១៥) គេឱ្យស្វ៊ីតធរណីមាត្រដូចខាងក្រោម៖
$125\ ,\ 25\ ,\ \text{Ⓐ}\ ,\ 1\ ,\ \text{Ⓑ}\ ,\ \ldots$
① រក Ⓐ ។
② រក Ⓑ ។

**16)** Expand and simplify the following expression.
$(x-y)(4x+y)-(2x-y)(2x+y)$

១៦) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$(x-y)(4x+y)-(2x-y)(2x+y)$

**17)** Express 2010 as the product of prime numbers.

១៧) បញ្ជាក់ 2010 ជាផលគុណនៃចំនួនបឋម។

**18)** Find $x$ satisfying the following equation.
$4x^2-5x-8=0$

១៨) រកតម្លៃ $x$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការខាងក្រោម៖
$4x^2-5x-8=0$

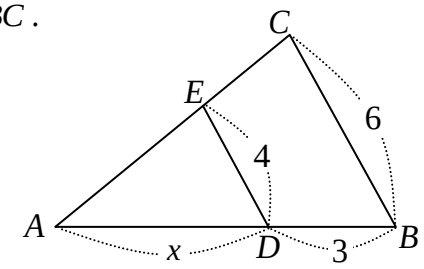
**19)** Calculate and simplify the following expression. $\left(\sqrt{5}+2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)-\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

១៩) គណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$\left(\sqrt{5}+2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)-\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

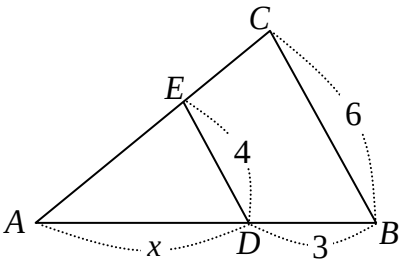
**20)** Find the value of $a$ when the parabola $y=ax^2$ passes through point $(-2\,,\,-8)$.

២០) រកតម្លៃនៃ $a$ នៅពេលដែលប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2$ កាត់តាមចំណុច $(-2\,,\,-8)$។

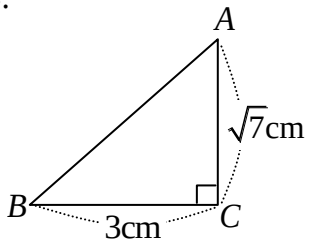
**21)** In the diagram on the right, find $x$ when $DE \parallel BC$.



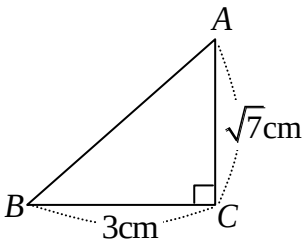

២១) ក្នុងរូបខាងស្តាំ រកតម្លៃ $x$ នៅពេលដែល $DE \parallel BC$ :




**22)** The diagram on the right shows a right-angled triangle with BC=3cm, $AC=\sqrt{7}$cm and $\angle C=90^\circ$. Find the length, in cm, of side AB.




២២) ចំពោះរូបខាងស្តាំ បង្ហាញពីត្រីកោណកែងដែលមាន BC = 3cm , $AC=\sqrt{7}$cm និង $\angle C=90^\circ$ ។ គណនាប្រវែងជ្រុង AB គិតជា cm ។



**23)** Expand and simplify the following expression. $(x-6y)(x^2+6xy+36y^2)$

២៣) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$(x-6y)(x^2+6xy+36y^2)$

**24)** Factor the following expression.
$x^8-1$

២៤) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖
$x^8-1$

**25)** Calculate the following expression. Rationalize the denominator if your answer is a fraction.
$2\div(\sqrt{2}+2)$

២៥) គណនាកន្សោមខាងក្រោម៖
សម្រួលផលចៀប ប្រសិនបើចម្លើយរបស់អ្នកគឺជាប្រភាគ
$2\div(\sqrt{2}+2)$

**26)** Assume that the universal set consists of integers from 1 to 9. When
A = {1 , 3 , 7 , 8 } and B = {1 , 4 , 6 , 7 }
find the elements of $\overline{A\cup B}$.

២៦) សន្មត់ថាសំណុំសកលធ្សុដោយចំនួនគត់ពី 1 ដល់ 9។
នៅពេលដែល A = {1 , 3 , 7 , 8 } និង
B = {1 , 4 , 6 , 7 } ចូររកធាតុនៃ $\overline{A\cup B}$ ។

**27)** Consider the quadratic inequality
$2x^2+3x-9>0$.
① Solve for $x$ in the quadratic inequality.
② Show the range of $x$ in ① on a number line.

២៧) ពិនិត្យទៅលើវិសមីការដឺក្រេទី២ : $2x^2+3x-9>0$
① ដោះស្រាយរក $x$ នៃវិសមីការដឺក្រេទី២។
② បង្ហាញតម្លៃនៃ $x$ ក្នុងសំណួរ ① លើបន្ទាត់ចំនួន។

**28)** Calculate $A+3B$ when $A=-3x^2+2x$ and $B=x^2+x-1$.

២៨) ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A+3B$ នៅពេលដែល
$A=-3x^2+2x$ និង $B=x^2+x-1$ ។

**29)** Find $\theta$ that satisfies $\sin\theta=\cos\theta$ for $0^o\le\theta\le180^o$.

២៩) រក $\theta$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\sin\theta=\cos\theta$
ចំពោះ $0^o\le\theta\le180^o$ ។

**30)** Calculate the following combinations.
① ${}_{10}C_2$
② ${}_{10}C_8$

៣០) ចូរគណនាបន្សំដូចខាងក្រោម៖
① ${}_{10}C_2$
② ${}_{10}C_8$

**31)** Expand and simplify the following expression. $(x+3y)^2-(x+y)(x+5y)$

៣១) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$(x+3y)^2-(x+y)(x+5y)$

**32)** Factor the following expression.
$4x^2-225$

៣២) ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃកន្សោមខាងក្រោម៖
$4x^2-225$

**33)** Solve for $x$ in the following equation.
$x^2-10x-6=0$

៣៣) ដោះស្រាយរក $x$ នៃសមីការខាងក្រោម៖
$x^2-10x-6=0$

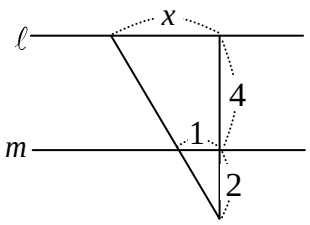
**34)** Simplify the following expression.
$\sqrt{5}\left(3+2\sqrt{5}\right)-\frac{15}{\sqrt{5}}$

៣៤) សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$\sqrt{5}\left(3+2\sqrt{5}\right)-\frac{15}{\sqrt{5}}$

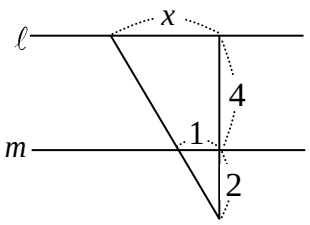
**35)** $y$ is directly proportional to the square of $x$ and $y=45$ when $x=3$. Express $y$ in terms of $x$.

៣៥) $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y=45$ នៅពេលដែល $x=3$។ បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងទៅនឹង $x$ ។

**36)** In the diagram on the right, find $x$ when $\ell \parallel m$.




៣៦) នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ ចូររកតម្លៃ $x$ នៅពេលដែល $\ell \parallel m$




**37)** For a right-angled triangle, Find the length of the hypotenuse when the other two sides are 5 cm and 12 cm.

៣៧) ចំពោះត្រីកោណកែង ចូរគណនាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស នៅពេលដែលជ្រុងពីរទៀតមានរង្វាស់ស្មើ 5 cm និង 12 cm ។

**38)** Expand and simplify the following expression. $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

៣៨) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

**39)** Factor the following expression.
$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$

៣៩) ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណនៃកត្តា៖
$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$

**40)** Solve the following linear inequality.
$3x-12<9x-18$

៤0) ដោះស្រាយវិសមីការ៖
$3x-12<9x-18$

**41)** Find the coordinates of the vertex of the parabola $y=x^2-8x+15$.

៤១) ចូររកកូអរដោនេនៃកំពូលរបស់ប៉ារ៉ាបូល
$y=x^2-8x+15$ ។

**42)** ① Solve the quadratic inequality $5x^2-14x-3\le 0$.
② Show the range of $x$ in ① on the number line.

៤២) ① ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២ ៖
$5x^2-14x-3\le 0$
② បង្ហាញតម្លៃ $x$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួន។

**43)** Find the value of ${}_{10}P_3$.

៤៣) រកតម្លៃនៃ ${}_{10}P_3$ ។

**44)** A bag contains6 white balls and 2 red balls. If three balls are chosen at random without replacement, what is the probability that only one ball is red.

៤៤) ក្នុងកាបូបមួយមានផ្ទុកបាល់សចំនួន 6 និងបាល់ក្រហមចំនួន 2 ។ ប្រសិនបើបាល់ចំនួនបីត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ហើយមិនដាក់ចូលវិញ ។ រកប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់មួយគត់មានពណ៌ក្រហម។

**45)** If $\theta$ is an acute angle and $\cos\theta=\frac{5}{7}$,
① find the value of $\sin\theta$.
② find the value of $\tan\theta$.

៤៥) បើ $\theta$ គឺជាមុំស្រួច និង $\cos\theta=\frac{5}{7}$ ។
① ចូររកតម្លៃនៃ $\sin\theta$ ។
② ចូររកតម្លៃនៃ $\tan\theta$ ។

**46)** Expand and simplify the following expression. $x(x+2)-(x-1)(x+3)$

៤៦) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$x(x+2)-(x-1)(x+3)$

**47)** Factor the following expression.
$9x^2-y^2$

៤៧) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖
$9x^2-y^2$

**48)** Solve for $x$ in the following equation.
$x^2-5x+6=0$

៤៨) ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងសមីការខាងក្រោម៖
$x^2-5x+6=0$

**49)** Simplify the following expression.
$\left(1-\sqrt{5}\right)^2+\sqrt{20}$

៤៩) សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$\left(1-\sqrt{5}\right)^2+\sqrt{20}$

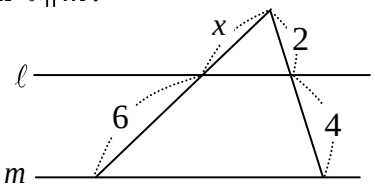
**50)** $y$ is directly proportional to the square of $x$ and $y=1$ when $x=2$. Express $y$ in terms of $x$.

៥០) $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y=1$ នៅពេលដែល $x=2$។ បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងទៅនឹង $x$ ។

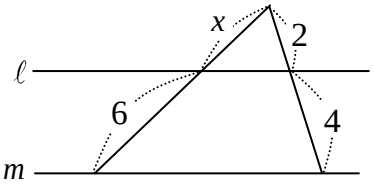
**51)** Find the length of the side of a square whose length of the diagonal is 4 cm.

៥១) រកវង្វាស់ប្រវែងនៃជ្រុងការេមួយ ដែលអង្កត់ទ្រូងរបស់វាមានវង្វាស់ 4 cm ។

**52)** In the diagram on the right, find the value of $x$ when $\ell \| m$.




៥២) នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ ៖ រកតម្លៃ $x$ នៅពេលដែល $\ell \| m$




**53)** Expand and simplify the following expression. $(x+y)(x^2-xy+y^2)$

៥៣) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$(x+y)(x^2-xy+y^2)$

**54)** Factor the following expression.
$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

**55)** Simplify the following expression.
$\frac{4}{\sqrt{3}-1}+\left(1-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)$

**56)** For the parabola $y=-x^2+ax+b$, find the value of $a$ and $b$ such that the coordinate of the vertex is $(1,2)$.

**57)** How many different three-member teams can be formed fromed nine students?

**58)** Solve for $x$ in the inequality $2x^2-5x-3>0$.

**59)** Answer the following when $\sin\theta=\frac{1}{2}$ for $0^o<\theta<90^o$.
① find the value of $\cos\theta$.
② find the value of $\tan\theta$.

**60)** Answer the following for two sets,
A = { 2 , 3 , 5 , 7} and B = { 1 , 2 , 3 , 4}.
① Find the elements of set $A\cup B$ and list them.
② Find the number of elements in set $A\cap B$.

**๕๔)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖
$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

**๕๕)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$\frac{4}{\sqrt{3}-1}+\left(1-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)$

**๕๖)** ចំពោះប៉ារ៉ាបូល $y=-x^2+ax+b$ ចូររកតម្លៃនៃ $a$ និង $b$ ដោយដឹងថាកូអរដោនេនៃកំពូលគឺ $(1,2)$។

**๕๗)** តើមានប៉ុន្មានរបៀប ដែលអាចបង្កើតក្រុមមានសមាជិកបីនាក់ ពីសិស្សចំនួនប្រាំបួននាក់។

**๕๘)** ដោះស្រាយរក $x$ នៅក្នុងវិសមីការ៖
$2x^2-5x-3>0$ ។

**๕๙)** ឆ្លើយសំណួរ នៅពេលដែល $\sin\theta=\frac{1}{2}$ ចំពោះ $0^o<\theta<90^o$ ៖
① រកតម្លៃនៃ $\cos\theta$ ។
② រកតម្លៃនៃ $\tan\theta$ ។

**๖๐)** ចូរឆ្លើយសំណួរនីមួយៗ ចំពោះសំណុំពីគឺ៖
A = { 2 , 3 , 5 , 7} និង B = { 1 , 2 , 3 , 4} ។
① រកធាតុនៃសំណុំ $A\cup B$ និងសរសេរបញ្ជីនៃធាតុទាំងនោះ។
② រកចំនួនធាតុនៅក្នុងសំណុំ $A\cap B$ ។

**61)** Simplify the following expression.

*a*) $-(-8)+4-10$

*b*) $-56\div(-8)+3$

*c*) $(-1)^4\times(-2)+(-2)^3$

*d*) $-\frac{7}{8}\div\frac{7}{9}+\frac{1}{16}\div\frac{1}{2}$

*e*) $\sqrt{6}-\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

*f*) $\sqrt{10}\left(2\sqrt{5}-\sqrt{10}\right)-\frac{1}{\sqrt{10}}\left(\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)$

*g*) $8x+2-(5x+7)$

*h*) $6(0.6x-0.4)-0.3(2x-5)$

*i*) $2(3x-4y)-5(4x-3y)$

*j*) $\frac{3x-5y}{8}+\frac{x-5y}{6}$

*k*) $32x^3y^2\div4x^2y\div8x$

*l*) $\left(-\frac{3}{5}x^3y^2\right)^2\div\left(-\frac{6}{5}x^4\right)\div\left(\frac{3}{2}y^2\right)^2$

**61)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

*a*) $-(-8)+4-10$

*b*) $-56\div(-8)+3$

*c*) $(-1)^4\times(-2)+(-2)^3$

*d*) $-\frac{7}{8}\div\frac{7}{9}+\frac{1}{16}\div\frac{1}{2}$

*e*) $\sqrt{6}-\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

*f*) $\sqrt{10}\left(2\sqrt{5}-\sqrt{10}\right)-\frac{1}{\sqrt{10}}\left(\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)$

*g*) $8x+2-(5x+7)$

*h*) $6(0.6x-0.4)-0.3(2x-5)$

*i*) $2(3x-4y)-5(4x-3y)$

*j*) $\frac{3x-5y}{8}+\frac{x-5y}{6}$

*k*) $32x^3y^2\div4x^2y\div8x$

*l*) $\left(-\frac{3}{5}x^3y^2\right)^2\div\left(-\frac{6}{5}x^4\right)\div\left(\frac{3}{2}y^2\right)^2$

**62)** Expand the following expression.

*a*) $(4x-3)(3x+2)$

*b*) $(x-3y)(x-5y)-(x-4y)^2$

**62)** ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

*a*) $(4x-3)(3x+2)$

*b*) $(x-3y)(x-5y)-(x-4y)^2$

**63)** Factorize the following expression.

*a*) $16x^2-25$

*b*) $9x^2-24xy+16y^2$

**63)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

*a*) $16x^2-25$

*b*) $9x^2-24xy+16y^2$

**64)** Solve the following equations.

*a*) $4x+9=-x-6$

*b*) $0.5x-3.2=0.8x+1.6$

*c*) $x^2-14x+45=0$

*d*) $x^2-8x+9=0$

**64)** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

*a*) $4x+9=-x-6$

*b*) $0.5x-3.2=0.8x+1.6$

*c*) $x^2-14x+45=0$

*d*) $x^2-8x+9=0$

**65)** Solve the following simultaneous equations.

$a)$ $\begin{cases} 7x+5y=1 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$

$b)$ $\begin{cases} \frac{1}{4}x-\frac{3}{2}y=1 \\ 0.5x+0.5y=-0.1 \end{cases}$

**66)** Find the value of $a^3+b^2$ when $a=-2$ and $b=3$.

**67)** Solve the following in equation.
$4x+11\geq 2x+15$

**68)** $y$ is directly proportional to $x$ and $y=-4$ when $x=8$. Find the value of $y$ when $x=-4$.

**69)** $y$ is a linear function of $x$. Express $y$ as a function of $x$ when the graph passes through point $(2\ ,\ 4)$ with slope of 3.

**70)** Is 221 a prime number?

**71)** Find degree measure of each exterior angle of a regular nonagon (regular 9-sided, 9-angled, polygon).

**៦៥)** ដោះស្រាយ(សមីការកើតឡើងដំណាលគ្នា) ប្រព័ន្ធសមីការ៖

$a)$ $\begin{cases} 7x+5y=1 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$

$b)$ $\begin{cases} \frac{1}{4}x-\frac{3}{2}y=1 \\ 0.5x+0.5y=-0.1 \end{cases}$

**៦៦)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $a^3+b^2$ នៅពេលដែល $a=-2$ និង $b=3$ ។

**៦៧)** ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖
$4x+11\geq 2x+15$

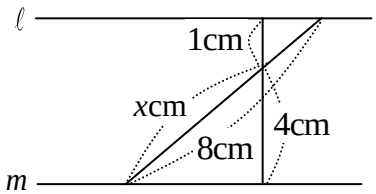
**៦៨)** $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹង $x$ ហើយ $y=-4$ នៅពេលដែល $x=8$ ។ រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=-4$ ។

**៦៩)** $y$ គឺជាអនុគមន៍បន្ទាត់នៃ $x$ ។ បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ឱ្យជាប់អនុគមន៍នៃ $x$ នៅពេលដែលក្រាបកាត់តាមចំណុច $(2\ ,\ 4)$ ជាមួយនឹងមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 3។

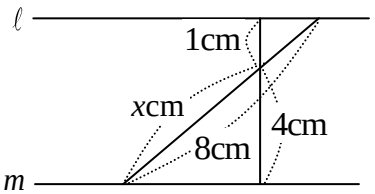
**៧០)** តើ 221 ជាចំនួនបឋមដែរឬទេ?

**៧១)** រករង្វាស់ជាដឺក្រេនៃមុំក្រៅនីមួយៗ នៃនព្វកោណនិយ័ត (ពហុកោណដែលមានជ្រុង 9 ស្មើគ្នា , មុំ 9 ស្មើគ្នា)។

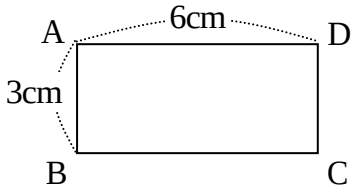
**72)** In the accompanying diagram, find $x$ when $\ell \parallel m$



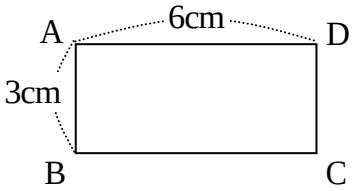

៧២) នៅក្នុងរូបដែលបង្ហាញ ចូររក $x$ នៅពេលដែល $\ell \parallel m$




**73)** In the rectangle ABCD with 6 cm length and 3 cm width, find the length of the diagonal AC.




៧៣) ក្នុងចតុកោណកែង ABCD មានបណ្តោយ 6 cm និងទទឹង 3 cm ។ ចូររកប្រវែងនៃអង្កត់ទ្រូង AC ។




**74)** Calculate.

$a)\ (-13)-(-15)+(-4)$

$b)\ -8\times 5+20\div(-5)$

$c)\ (-2)^3-4^2$

$d)\ -\frac{5}{6}\times(-0.75)+\frac{1}{4}\div 0.2$

$e)\ -\sqrt{18}+\sqrt{72}+\sqrt{2}$

$f)\ \frac{3}{\sqrt{5}}\left(2\sqrt{5}-5\right)+4\sqrt{5}$

$g)\ 7(3x-2)-9(2x+5)$

$h)\ \frac{4x+1}{6}-\frac{5x-3}{8}$

$i)\ 3(9x-y)-5(x+2y)$

$j)\ 0.3(x-8y)+8(0.4x+0.2y)$

$k)\ 18x^2y\times(-2xy)\div 6x^3y$

$l)\ \left(-\frac{5}{9}xy\right)^2\div\left(\frac{1}{6}xy^2\right)^2\times\left(-\frac{18}{5}y\right)$

៧៤) គណនា ៖

$a)\ (-13)-(-15)+(-4)$

$b)\ -8\times 5+20\div(-5)$

$c)\ (-2)^3-4^2$

$d)\ -\frac{5}{6}\times(-0.75)+\frac{1}{4}\div 0.2$

$e)\ -\sqrt{18}+\sqrt{72}+\sqrt{2}$

$f)\ \frac{3}{\sqrt{5}}\left(2\sqrt{5}-5\right)+4\sqrt{5}$

$g)\ 7(3x-2)-9(2x+5)$

$h)\ \frac{4x+1}{6}-\frac{5x-3}{8}$

$i)\ 3(9x-y)-5(x+2y)$

$j)\ 0.3(x-8y)+8(0.4x+0.2y)$

$k)\ 18x^2y\times(-2xy)\div 6x^3y$

$l)\ \left(-\frac{5}{9}xy\right)^2\div\left(\frac{1}{6}xy^2\right)^2\times\left(-\frac{18}{5}y\right)$

**75)** Expand and simplify the following expressions.

*a*) $(7x-5y)(3x+4y)+2y\times 10y$

*b*) $(x-6)^2-(x+5)(x-8)$

៧៥) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម ៖

*a*) $(7x-5y)(3x+4y)+2y\times 10y$

*b*) $(x-6)^2-(x+5)(x-8)$

**76)** Factor the following expressions.

*a*) $x^2+3x-54$

*b*) $x^2y-4y^3$

៧៦) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

*a*) $x^2+3x-54$

*b*) $x^2y-4y^3$

**77)** Solve for $x$ in the following equations.

*a*) $6x-16=9x+11$

*b*) $\dfrac{7x-3}{8}=\dfrac{3x+1}{4}$

*c*) $x^2+4x-21=0$

*d*) $x^2-8x-2=0$

៧៧) ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងបណ្តាសមីការខាងក្រោម៖

*a*) $6x-16=9x+11$

*b*) $\dfrac{7x-3}{8}=\dfrac{3x+1}{4}$

*c*) $x^2+4x-21=0$

*d*) $x^2-8x-2=0$

**78)** Solve the following system of equations.

*a*) $\begin{cases}8x-3y=-30\\5x+9y=3\end{cases}$

*b*) $\begin{cases}0.8x-0.3y=-0.8\\\dfrac{2}{5}x+\dfrac{3}{2}y=\dfrac{9}{5}\end{cases}$

៧៨) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

*a*) $\begin{cases}8x-3y=-30\\5x+9y=3\end{cases}$

*b*) $\begin{cases}0.8x-0.3y=-0.8\\\dfrac{2}{5}x+\dfrac{3}{2}y=\dfrac{9}{5}\end{cases}$

**79)** Find the value of $9x^2-2xy$ when $x=-3$ and $y=1$.

៧៩) រកតម្លៃនៃកន្សោម $9x^2-2xy$ នៅពេលដែល $x=-3$ និង $y=1$ ។

**80)** A large dice and a small dice are both numbered 1 to 6. When they are rolled, what is the probability that the product of the two numbers on the top faces is 9?

៨0) គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរ ធំមួយ និងតូចមួយ ត្រូវបានគេចុះលេខពី 1 ដល់ 6 ។ នៅពេលដែលគេបោះពួកវាឡើង រកប្រូបាបដែលផលគុណចំនួនទាំងពីរ នៃមុខលើគេ ស្មើនឹង 9 ។

**81)** Make $y$ the subject of the formula $8x+3y=7$.

៨១) បង្កើត $y$ អាស្រ័យលើរូបមន្ត $8x+3y=7$ ។
(មានន័យថា ទាញរក $y$ ពីកន្សោម $8x+3y=7$)

**82)** $y$ is inversely proportional to $x$ and $y=-8$ when $x=3$. Find the value of $y$ when $x=-2$.

៨២) $y$ គឺច្រាសសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹង $x$ ហើយ $y=-8$ នៅពេលដែល $x=3$ ។ រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=-2$ ។

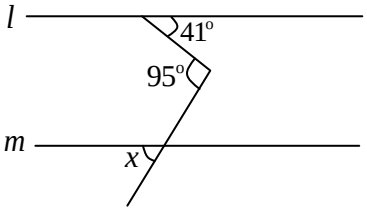
**83)** $y$ is directly proportional to the square of $x$ and $y=-32$ when $x=4$. Express $y$ in terms of $x$.

៨៣) $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y=-32$ នៅពេលដែល $x=4$ ។ បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$ ។

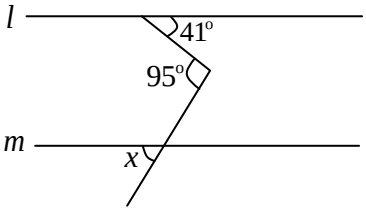
**84)** Find the measure of each exterior angle of a regular octagon in degrees. An octagon is an 8-sided polygon.

៨៤) រករង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ នៃអដ្ឋកោណនិយ័តគិតជាដឺក្រេ។ អដ្ឋកោណ ជាពហុកោណដែលមានជ្រុង 8។

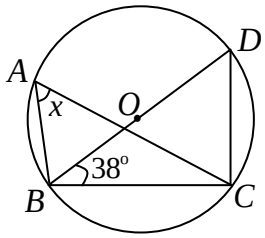
**85)** In the diagram on the right, find $x$ when $l \parallel m$.



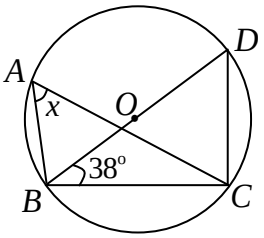

៨៥) ក្នុងរូបខាងស្តាំ រក $x$ នៅពេលដែល $l \parallel m$ ៖



**86)** In the diagram, point A, B, C and D lie on the circumference of circle O. Find $\angle x$ when $BD$ is the diameter of the circle and $\angle DBC = 38^o$.




**86)** ក្នុងរូប ចំណុច A, B, C និង D ចារឹកលើរង្វង់ផ្ចិត O។ រក $\angle x$ នៅពេលដែល $BD$ គឺជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយ $\angle DBC = 38^o$ ។




**87)** Calculate.

$a)\ (-12)-(-13)+(-4)$

$b)\ -2\times 5+12\div(-6)$

$c)\ (-4)^2-2^4$

$d)\ -\frac{5}{8}\times 0.2+\frac{5}{16}\div 0.5$

$e)\ -\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{18}$

$f)\ 4(3x-5)-8(2x-3)$

$g)\ \frac{5x-3}{2}-\frac{x+1}{3}$

$h)\ 4(6x-7y)-8(2x-4y)$

$i)\ 0.2(5x-10y)+2(2x+0.5y)$

$j)\ 28x^2y^2\times(-5xy)\div 35xy^3$

$k)\ \left(\frac{5}{6}x^2y\right)^2\div\left(-\frac{5}{9}xy^3\right)\times\left(-\frac{2}{15}y^3\right).$

**87)** ចូរគណនា ៖

$a)\ (-12)-(-13)+(-4)$

$b)\ -2\times 5+12\div(-6)$

$c)\ (-4)^2-2^4$

$d)\ -\frac{5}{8}\times 0.2+\frac{5}{16}\div 0.5$

$e)\ -\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{18}$

$f)\ 4(3x-5)-8(2x-3)$

$g)\ \frac{5x-3}{2}-\frac{x+1}{3}$

$h)\ 4(6x-7y)-8(2x-4y)$

$i)\ 0.2(5x-10y)+2(2x+0.5y)$

$j)\ 28x^2y^2\times(-5xy)\div 35xy^3$

$k)\ \left(\frac{5}{6}x^2y\right)^2\div\left(-\frac{5}{9}xy^3\right)\times\left(-\frac{2}{15}y^3\right)$

**88)** Expand and simplify the following expressions.

$a)\ (x+7y)(x-7y)$

$b)\ (x+4)^2-(x-2)(x-8)$

**88)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម ៖

$a)\ (x+7y)(x-7y)$

$b)\ (x+4)^2-(x-2)(x-8)$

**89)** Factor the following expressions.

*a*) $x^2+8x+12$

*b*) $ax^2-4axy-5ay^2$.

៨៩) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា ៖

*a*) $x^2+8x+12$

*b*) $ax^2-4axy-5ay^2$

**90)** Solve for $x$ in the following equations.

*a*) $9x-19=11x+13$

*b*) $\dfrac{7x-4}{8}=\dfrac{5x-4}{6}$

*c*) $x^2-\dfrac{1}{4}=0$

*d*) $x^2+2x-1=0$

៩០) ដោះស្រាយរក $x$ នៃបណ្តាសមីការខាងក្រោម ៖

*a*) $9x-19=11x+13$

*b*) $\dfrac{7x-4}{8}=\dfrac{5x-4}{6}$

*c*) $x^2-\dfrac{1}{4}=0$

*d*) $x^2+2x-1=0$

**91)** Solve the following systems of equations.

*a*) $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-2y=18 \end{cases}$

*b*) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 0.5x-\dfrac{1}{8}y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

៩១) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម ៖

*a*) $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-2y=18 \end{cases}$

*b*) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 0.5x-\dfrac{1}{8}y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

**92)** Find the value of $3xy-6xy^2$ when $x=-5$ and $y=2$.

៩២) រកតម្លៃនៃកន្សោម $3xy-6xy^2$ នៅពេលដែល $x=-5$ និង $y=2$ ។

**93)** Express 2010 as the product of prime numbers.

៩៣) បញ្ជាក់តម្លៃនៃ 2010 ជាផលគុណនៃចំនួនបឋម។

**94)** Solve for $h$ in the equation $mgh=\frac{1}{2}mv^2$, where $m>0$ and $g>0$.

៩៤) ដោះស្រាយរក $h$ ក្នុងសមីការ $mgh=\frac{1}{2}mv^2$ ដែល $m>0$ និង $g>0$ ។

**95)** $y$ is directly proportional to $x$ and $y=5$ when $x=-2$. Find the value of $y$ when $x=4$.

៩៥) $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹង $x$ ហើយ $y=5$ នៅពេលដែល $x=-2$ ។ រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=4$ ។

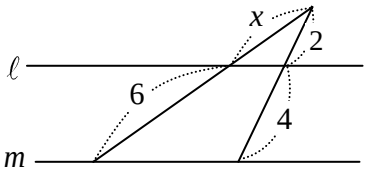
**96)** $y$ is directly proportional to the square of $x$ and $y=-3$ when $x=3$. Express $y$ in terms of $x$.

៩៦) $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y=-3$ នៅពេលដែល $x=3$ ។ បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$ ។

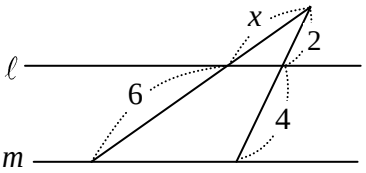
**97)** Find the measure of each interior angle of a regular octagon in the degrees. An octagon is 8-sided polygon.

៩៧) រកវ៉ង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗ នៃអដ្ឋកោណនិយ័តគិតជាដឺក្រេ។ អដ្ឋកោណ ជាពហុកោណដែលមានជ្រុង 8 ។

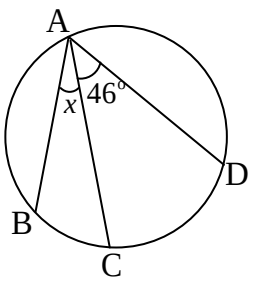
**98)** In the diagram on the right, find $x$ when $\ell \| m$.



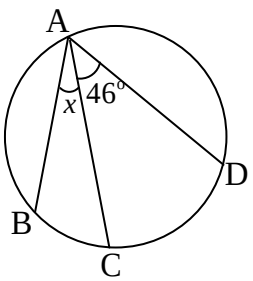

៩៨) ក្នុងរូបខាងស្តាំ ចូររក $x$ នៅពេលដែល $\ell \| m$ ៖




**99)** In the diagram on the right, points A, B, C and D lie on the circumference of a circle. Find $\angle x$ when $BC:CD=1:2$ and $\angle CAD=46^o$.




៩៩) ក្នុងរូបខាងស្តាំ ចំណុច A, B, C និង D ចារឹកនៅលើរង្វង់មួយ។ រក $\angle x$ នៅពេលដែល $BC:CD=1:2$ និង $\angle CAD=46^o$ ។



**100)** Simplify.

$a)\ -5+2-8+4$

$b)\ 18-30\div(-6)$

$c)\ (-5)^2-3^2\times 4$

$d)\ -\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$e)\ -\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)+\sqrt{24}$

$f)\ \left(\sqrt{5}+1\right)^2-\frac{10}{\sqrt{5}}$

$g)\ 2(8x-5)+6(3x+2)$

$h)\ 0.8(0.6x-5)-0.5(0.9x-3)$

$i)\ 3(4x-8y)+7(2x-6y)$

$j)\ \frac{3x+5y}{6}-\frac{4x-y}{9}$

$k)\ -28xy^3\div 7xy^2$

$l)\ \frac{5}{6}x^3y\div\left(\frac{5}{3}x^2y\right)^2\times\frac{4}{3}x$

**100)** ចូរសម្រួល៖

$a)\ -5+2-8+4$

$b)\ 18-30\div(-6)$

$c)\ (-5)^2-3^2\times 4$

$d)\ -\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$e)\ -\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)+\sqrt{24}$

$f)\ \left(\sqrt{5}+1\right)^2-\frac{10}{\sqrt{5}}$

$g)\ 2(8x-5)+6(3x+2)$

$h)\ 0.8(0.6x-5)-0.5(0.9x-3)$

$i)\ 3(4x-8y)+7(2x-6y)$

$j)\ \frac{3x+5y}{6}-\frac{4x-y}{9}$

$k)\ -28xy^3\div 7xy^2$

$l)\ \frac{5}{6}x^3y\div\left(\frac{5}{3}x^2y\right)^2\times\frac{4}{3}x$

**101)** Expand and simplify the following expressions.

$a)\ (3x+4y)(3x-4y)$

$b)\ (x-6)(4x+3)-(2x-5)^2$

**101)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$a)\ (3x+4y)(3x-4y)$

$b)\ (x-6)(4x+3)-(2x-5)^2$

**102)** Factor the following expressions.

$a)\ x^2+4x-12$

$b)\ (x+y)^2-12(x+y)+36$

**102)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

$a)\ x^2+4x-12$

$b)\ (x+y)^2-12(x+y)+36$

**103)** Solve for $x$ in the following equations.

$a)\ 7x-4=4x-10$

$b)\ \dfrac{x+5}{4}-\dfrac{3x-7}{2}=1$

$c)\ 5x^2-40=0$

$d)\ x^2-8x-4=0$

**103)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងបណ្តាសមីការខាងក្រោម៖

$a)\ 7x-4=4x-10$

$b)\ \dfrac{x+5}{4}-\dfrac{3x-7}{2}=1$

$c)\ 5x^2-40=0$

$d)\ x^2-8x-4=0$

**104)** Solve the following systems of equations.

$a)\ \begin{cases}2x+5y=2\\x-3y=12\end{cases}$

$b)\ \begin{cases}0.3x+0.4y=-0.1\\\dfrac{6}{5}x+\dfrac{4}{3}y=-\dfrac{7}{15}\end{cases}$

**104)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

$a)\ \begin{cases}2x+5y=2\\x-3y=12\end{cases}$

$b)\ \begin{cases}0.3x+0.4y=-0.1\\\dfrac{6}{5}x+\dfrac{4}{3}y=-\dfrac{7}{15}\end{cases}$

**105)** Find the value of $2ab-b^2$ when $a=4$ and $b=-2$.

**105)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $2ab-b^2$ នៅពេលដែល $a=4$ និង $b=-2$ ។

**106)** Two dice, A and B, are both numbered 1 to 6. When they are rolled, find the probability that the sum of the numbers on the top faces is 4.

**106)** គ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរ A និង B ត្រូវបានគេចុះលេខពី 1 ដល់ 6 ។ នៅពេលដែលគេបោះវាឡើង រកប្រូបាបដែលផលបូកលេខនៃផ្នែលើគេស្មើនឹង 4។

**107)** Solve for $y$ in the equation $5x+2y=3$.

**107)** ដោះស្រាយរក $y$ នៅក្នុងសមីការ $5x+2y=3$ ។

**108)** $y$ is inversely proportional to $x$ and $y=9$ when $x=4$. Find the value of $y$ when $x=-6$.

**108)** $y$ គឺច្រាសសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹង $x$ ហើយ $y=9$ នៅពេលដែល $x=4$។ រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=-6$។

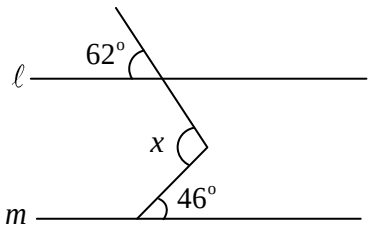
**109)** $y$ is directly proportional to the square of $x$ and $y=8$ when $x=4$. Express $y$ in terms of $x$.

**109)** $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y=8$ នៅពេលដែល $x=4$។ បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$។

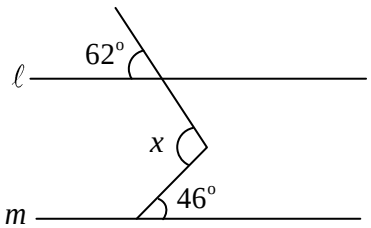
**110)** Find the sum of the measure of interior angle of a dodecagon. A dodecagon is a 12-sided polygon.

**110)** រកផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងរបស់ទ្វេទស្សកោណមួយ។ ទ្វេទស្សកោណ ជាពហុកោណដែលមានជ្រុង 12។

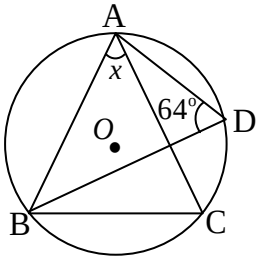
**111)** In the diagram on the right, find $\angle x$ when $\ell \parallel m$.



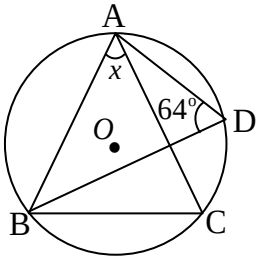

**111)** ក្នុងរូបខាងស្តាំ រក $\angle x$ នៅពេលដែល $\ell \parallel m$ ៖




**112)** In the diagram on the right, four points A, B, C and D lie on the circumference of circle O. Find $\angle x$ when AB = AC and $\angle ADB = 64^o$.




**112)** ក្នុងរូបខាងស្តាំ មានបួនចំណុច A, B, C និង D ចារឹកនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ រក $\angle x$ នៅពេលដែល AB = AC និង $\angle ADB = 64^o$ ។



**113)** Simplify.

*a*) $(-8)+(-10)-(-16)$

*b*) $16+24\div(-8)$

*c*) $(-3)^2-(-2)^4$

*d*) $-\frac{5}{9}-4\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

*e*) $\sqrt{18}-\sqrt{98}-\sqrt{2}$

*f*) $\left(\sqrt{6}-2\right)^2+\frac{12}{\sqrt{6}}$

*g*) $7(4x-3)-5(5x-4)$

*h*) $0.6(3x-0.7)+2(0.3x+0.2)$

*i*) $4(9x-6y)+9(x+2y)$

*j*) $\frac{5x-3y}{12}+\frac{2x-5y}{9}$

*k*) $-63x^2y^3\div 9xy^2$

*l*) $\left(\frac{5}{6}xy\right)^2\div\frac{35}{48}x^2y^3\times\frac{7}{20}y^2$ .

**114)** Expand and simplify the following expressions.

*a*) $(5x+y)(6x-y)$

*b*) $(x+7)^2-(x+8)(x+6)$

**115)** Factorize the following expressions.

*a*) $x^2-100$

*b*) $ax^2-6ax+9a$

๑๑๓) ចូរសម្រួល ៖

*a*) $(-8)+(-10)-(-16)$

*b*) $16+24\div(-8)$

*c*) $(-3)^2-(-2)^4$

*d*) $-\frac{5}{9}-4\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

*e*) $\sqrt{18}-\sqrt{98}-\sqrt{2}$

*f*) $\left(\sqrt{6}-2\right)^2+\frac{12}{\sqrt{6}}$

*g*) $7(4x-3)-5(5x-4)$

*h*) $0.6(3x-0.7)+2(0.3x+0.2)$

*i*) $4(9x-6y)+9(x+2y)$

*j*) $\frac{5x-3y}{12}+\frac{2x-5y}{9}$

*k*) $-63x^2y^3\div 9xy^2$

*l*) $\left(\frac{5}{6}xy\right)^2\div\frac{35}{48}x^2y^3\times\frac{7}{20}y^2$

๑๑๔) ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម ៖

*a*) $(5x+y)(6x-y)$

*b*) $(x+7)^2-(x+8)(x+6)$

๑๑๕) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖

*a*) $x^2-100$

*b*) $ax^2-6ax+9a$

**116)** Solve for $x$ in the following equations.

*a)* $9x+5=6x-7$

*b)* $0.2(x+2)=0.8(2x-3)$

*c)* $x^2+3x-54=0$

*d)* $x^2-8x+9=0$

**117)** Solve the following systems of equations.

*a)* $\begin{cases}2x+7y=11\\5x-2y=8\end{cases}$

*b)* $\begin{cases}1.2x+3.4y=1.5\\-\frac{2}{3}x+\frac{4}{9}y=\frac{1}{3}\end{cases}$

**118)** Find the value of $9a^2-ab^2$ when $a=3$ and $b=-4$.

**119)** Two dice, A and B, are both numbered 1 to 6. When they are rolled, find the probability the both number facing up even.

**120)** Which number is the greatest among $3\sqrt{3}$ , $2\sqrt{7}$ and 5.

**116)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងបណ្តាសមីការខាងក្រោម ៖

*a)* $9x+5=6x-7$

*b)* $0.2(x+2)=0.8(2x-3)$

*c)* $x^2+3x-54=0$

*d)* $x^2-8x+9=0$

**117)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម ៖

*a)* $\begin{cases}2x+7y=11\\5x-2y=8\end{cases}$

*b)* $\begin{cases}1.2x+3.4y=1.5\\-\frac{2}{3}x+\frac{4}{9}y=\frac{1}{3}\end{cases}$

**118)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $9a^2-ab^2$ នៅពេលដែល $a=3$ និង $b=-4$ ។

**119)** គ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរ A និង B ត្រូវបានគេចុះលេខពី 1 ដល់ 6។ នៅពេលដែលគេបោះពួកវាឡើង រកប្រូបាបដែលលេខទាំងពីរលើផ្ទៃរបស់ពួកវាជាលេខគូ។

**120)** តើលេខណាមួយធំជាងគេបំផុត ក្នុងចំណោមលេខ $3\sqrt{3}$ , $2\sqrt{7}$ និង 5 ។

**121)** $y$ is directly proportional to $x$ and $y=18$ when $x=-9$. Find the value of $y$ when $x=-2$.

១២១) $y$ គឺសមាមាត្រផ្ទាល់ទៅនឹង $x$ ហើយ $y=18$ នៅពេលដែល $x=-9$។ រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=-2$។

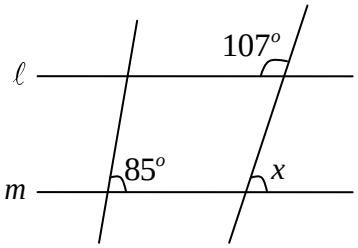
**122)** $y$ is proportional to the square of $x$ and $y=-4$ when $x=4$. Express $y$ in terms of $x$.

១២២) $y$ គឺសមាមាត្រទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y=-4$ នៅពេលដែល $x=4$។ បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងទំនាក់ទំនងនៃ $x$។

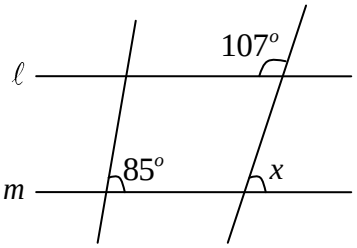
**123)** Find the measure of each interior angle of a regular pentagon. A pentagon is a 5-sided polygon.

១២៣) រកវ៉ាស់មុំក្នុងនីមួយៗ នៃបញ្ចកោណនិយ័ត។ បញ្ចកោណ ជាពហុកោណដែលមានជ្រុង 5។

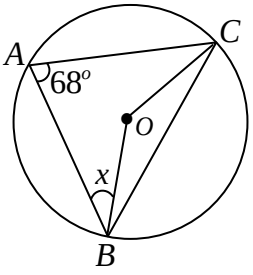
**124)** In the figure on the right, find $\angle x$ when $\ell \parallel m$.



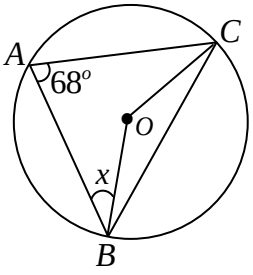

១២៤) ក្នុងរូបខាងស្តាំ រក $\angle x$ នៅពេលដែល $\ell \parallel m$ ៖




**125)** In the figure on the right, three points A, B and C lie on the circumference of circle O. Find $\angle x$ when $AB=AC$ and $\angle BAC=68^o$.

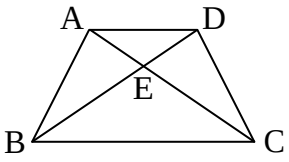



១២៥) ក្នុងរូបខាងស្តាំ មានបីចំណុច A, B និង C ចារឹកលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ រក $\angle x$ នៅពេលដែល $AB=AC$ និង $\angle BAC=68^o$ ។



**126)** For each equation, $y=-x-1$, $y=x+1$, $y=2x+2$, $y=3x+3$, $\cdots$. Its slope is equal to its y-intercept. These straight lines pass through a certain point. Find the coordinates of this point.

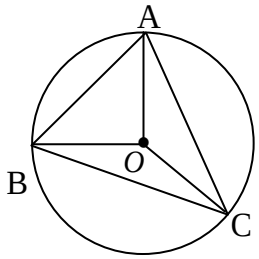
**127)** The figure shows trapezoid ABCD with AD||BC and AE = DE where E is the intersection point of AC and BD.




a) Prove that $\Delta EBC$ is an isosceles triangle.
b) Prove that AB = DC.

**128)** Solve $x^4=289$. Note that $x$ is a positive real number. Write only the answer.

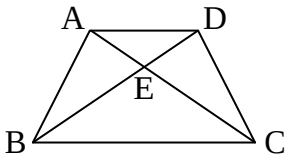
**129)** Three points A, B and C lie on circle O. Each point is connected to the others. Given that $AB:BC:CA=3:4:5$.




a) Find $\angle CAB$, $\angle ABC$ and $\angle BCA$. Write only the answer.
b) Express $AB:BC$ in the simplest ratio.

**១២៦)** សម្រាប់សមីការនីមួយៗ $y=-x-1$, $y=x+1$, $y=2x+2$, $y=3x+3$, $\cdots$ មានមេគុណប្រាប់ទិសរបស់វាស្មើទៅនឹងអរដោនេ របស់វាពេល $x=0$។ បន្ទាត់ត្រង់ទាំងនេះកាត់តាមចំណុចរួមប្រាកដមួយ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចនេះ។

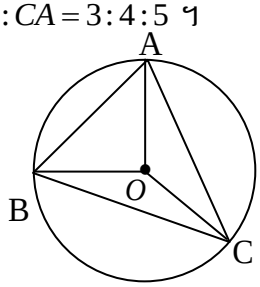
**១២៧)** រូបបង្ហាញពីចតុកោណកែង ABCD ដែលមាន AD||BC និង AE = DE ហើយ E ជាចំណុចប្រសព្វនៃ AC និង BD ។




ក. បង្ហាញថា $\Delta EBC$ ជាត្រីកោណសមបាត។
ខ. បង្ហាញថា AB = DC ។

**១២៨)** ដោះស្រាយសមីការ $x^4=289$ ។ សម្គាល់ $x$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយប៉ុណ្ណោះ។

**១២៩)** បីចំណុច A, B និង C ចារឹកនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ គេភ្ជាប់ចំណុចនីមួយៗ។ គេឱ្យ $AB:BC:CA=3:4:5$ ។

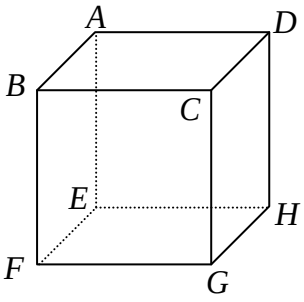



ក. រក $\angle CAB$, $\angle ABC$ និង $\angle BCA$ ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយប៉ុណ្ណោះ ។
ខ. បញ្ជាក់ $AB:BC$ ជាផលធៀបសម្រួលរួច។

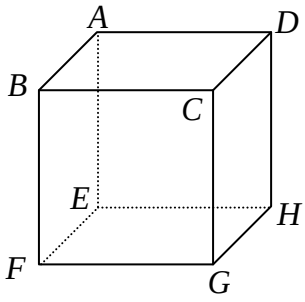
**130)** Given a parabola $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1$. Find the vertex, intersection points with coordinate axis, and then draw its graph.

១៣០) គេឱ្យប៉ារ៉ាបូល $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1$។ រកកំពូល , ចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ហើយបន្ទាប់មកគូសក្រាបរបស់វា ។

**131)** Each surface of cube ABCD-EFGH, as shown in the figure at right, has a distinct label starting from 1 to 6. Each vertex, from A to H, is labeled with a number that is the sum of numbers on the surfaces sharing the vertex. For example, vertex C is labeled with a number that is the sum of numbers on surfaces ABCD, BFGC and CGHD. It is possible to label the surfaces so that the numbers labeled on the vertices occur as eight consecutive integers.
Find the eight consecutive integers.




១៣១) ផ្ទៃនីមួយរបស់គូប ABCD-EFGH, ដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ បានបិតស្លាកខុសៗគ្នា ចាប់ពីលេខ1 ដល់លេខ6 ។ កំពូលនីមួយពី A ដល់ H គឺជាចំនួនបានកមពីផលបូកលេខលើផ្ទៃដែលនៅជាប់នឹងកំពូលនោះ។ ឧទាហរណ៍: កំពូល C ជាចំនួនបានមកពីផលបូកលេខលើផ្ទៃ ABCD, BFGC និង CGHD។ តាមរយៈការបូកលេខលើផ្ទៃទាំងនោះ ដូចច្នេះវាអាចមានចំនួនគត់ចំនួន 8 តគ្នាដែលត្រូវកើតឡើង។ រកចំនួនគត់ទាំងប្រាំបីតគ្នានោះ ។




**132)** Simplify.
$(5x-2y)(5x+2y)-(5x+y)^2$

១៣២) សម្រួល ៖
$(5x-2y)(5x+2y)-(5x+y)^2$

**133)** Solve the following equation.
$x^2 - 1 = 5x$

១៣៣) ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖
$x^2 - 1 = 5x$

**134)** Let $y$ be directly proportional to the square of $x$ and $y = 20$ when $x = -2$. Express $y$ as a function of $x$.

១៣៤) គេឱ្យ $y$ គឺសមាមាត្រទៅនឹងការេនៃ $x$ ហើយ $y = 20$ នៅពេលដែល $x = -2$ ។ បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។

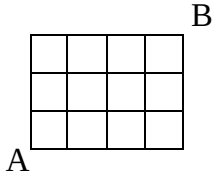
**135)** Find the length of one side of a rhombus whose diagonals measure 10 cm and 6 cm.

១៣៥) រកវង្វាស់ជ្រុងមួយនៃចតុកោណស្មើ ដែលអង្កត់ទ្រូងរបស់វាមានវង្វាស់ 10 cm និង 6 cm ។

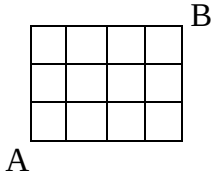
**136)** Factorize the following expression.
$xz + x - 2y - 2yz$

១៣៦) ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖
$xz + x - 2y - 2yz$

**137)** In the accompanying figure, how many different shortest paths are there from point A to point B.




១៣៧) ក្នុងរូបដែលបានបង្ហាញ, តើមានប៉ុន្មានរបៀបខ្លីបំផុត ក្នុងការភ្ជាប់ពីចំណុច A ទៅចំណុច B ។



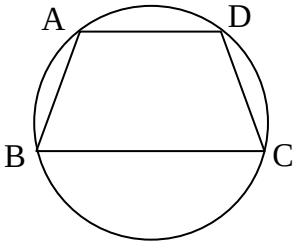
**138)** Find $\theta$ that satisfies $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ where $0^o \le \theta < 180^o$.

១៣៨) រក $\theta$ ដែលធ្វើឱ្យ $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ដែល $0^o \le \theta < 180^o$ ។

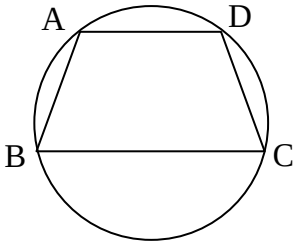
**139)** Find the coordinates of the center of mass for $\Delta ABC$ that is created by connecting three points A(-2 , 6) , B(7 , -9) and C(1 , 0).

១៣៩) រកកូអរដោនេនៃទីប្រជុំទម្ងន់របស់ $\Delta ABC$ បង្កើតបានដោយសារការតភ្ជាប់បីចំណុច A(-2 , 6) , B(7 , -9) និង C(1 , 0) ។

**140)** In the diagram shown on the right, quadrilateral ABCD is inscribed in a circle. Prove that AB = DC when AD||BC.




១៤០) ក្នុងរូបដែលបានបង្ហាញខាងស្តាំ, ចតុកោណ ABCD គឺចារឹកនៅក្នុងរង្វង់មួយ ។ បង្ហាញថា AB = DC នៅពេលដែល AD||BC ។



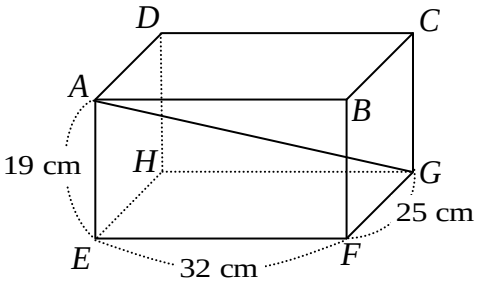

**141)** Using the equality $8051+7^2 = 90^2$, express 8051 as the product of prime number. Write only your answer.

១៤១) ដោយប្រើសមភាព $8051+7^2 = 90^2$, បញ្ជាក់ថា 8051 គឺជាផលគុណនៃចំនួនបឋមពីរ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។

**142)** The equality $\ell + m^2 = n^2$ is satisfied for three positive integers $\ell$ , $m$ and $n$. Prove that $\ell$ can be factored as the product of prime number when $n - m \neq 1$.

១៤២) សមភាព $\ell + m^2 = n^2$ ធ្វើឲ្យផ្ទាត់ចំពោះបីចំនួនគត់វិជ្ជមាន $\ell$ , $m$ និង $n$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\ell$ អាចដាក់ជាផលគុណនៃកត្តាចំនួនបឋម នៅពេលដែល $n - m \neq 1$ ។

**143)** The diagram on the right shows rectangular prism ABCD-EFGH. Answer the following when AE = 19 cm, EF = 32 cm and FG = 25 cm.
Find the length of diagonal AG.



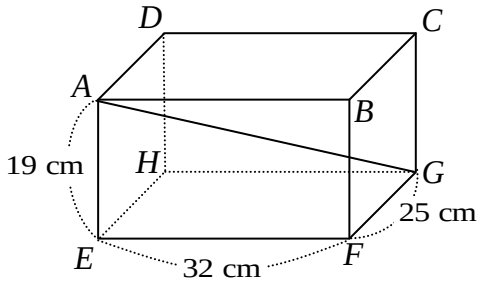

**144)** Find the remainder when the polynomial $x^3+2x^2-4x-8$ is divided by $x+2$.

**145)** Find the value of $\sin 135^o$.

**146)** Find the value of $\tan(\theta_1+\theta_2)$ when $\tan\theta_1=2$ and $\tan\theta_2=3$.

**147)** When the quadratic equation $3x^2-4x+8=0$ has two roots, $\alpha$ and $\beta$, find the value of $\alpha+\beta$.

**១៤៣)** រូបខាងស្តាំបង្ហាញពីប្រលេពីប៉ែតកែង ABCD-EFGH ។ ឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម នៅពេលដែល AE = 19 cm, EF = 32 cm និង FG = 25 cm.
រកប្រវែងអង្កត់ទ្រូង AG ។



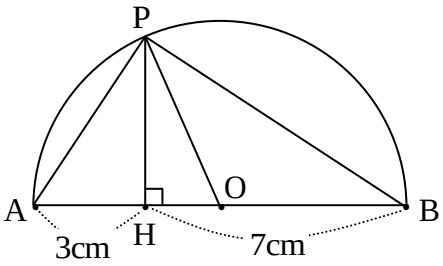

**១៤៤)** រកសំណល់នៅពេលដែលពហុធា $x^3+2x^2-4x-8$ ចែកនឹង $x+2$ ។

**១៤៥)** រកតម្លៃនៃ $\sin 135^o$ ។

**១៤៦)** រកតម្លៃនៃ $\tan(\theta_1+\theta_2)$ នៅពេលដែល $\tan\theta_1=2$ និង $\tan\theta_2=3$ ។

**១៤៦)** នៅពេលដែលសមីការដឺក្រេទី២ $3x^2-4x+8=0$ មានឫសពីរ $\alpha$ និង $\beta$ ចូររកតម្លៃនៃ $\alpha+\beta$ ។

**148)** The diagram on the right shows a semicircle whose center is O and diameter is line segment AB. Point P lies on arc AB and point H lies on AB such that PH is perpendicular to AB, AH = 3 cm and BH = 7 cm.

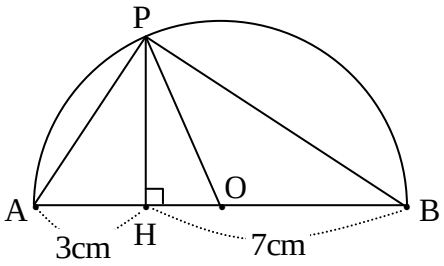



a) Find the lengths of line segments OP and PH. Write only your answer.
b) Find the ratio of the lengths of line segment PA to line segment PB, PA:PB.

**149)** Consider the quadratic equation $x^2+x+a=0$ where $a$ is a constant. If one of the roots of the quadratic equation is 5, find the value of $a$ and the other root. Write only your answer.

**150)** For two consecutive odd numbers, prove that the square of the smaller odd number subtracted from the square of the larger odd number is equal to 4 times the even number between the two odd number.

**១៤៨)** រូបខាងស្តាំបង្ហាញពីកន្លះរង្វង់មួយ ដែលផ្ចិតរបស់វាគឺ O ហើយអង្កត់ផ្ចិតរបស់វាគឺបន្ទាត់ខណ្ឌចែក AB ។ ចំណុច P ចារឹកលើធ្នូ AB និងចំណុច H នៅលើអង្កត់ AB ដែល PH កែងគ្នាទៅនឹង AB ។ អង្កត់ AH = 3 cm និង BH = 7 cm ។




ក. រកប្រវែងនៃអង្កត់ OP និង PH ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។
ខ. រកផលធៀបនៃអង្កត់ PA និងអង្កត់ PB គឺ PA:PB ។

**១៤៩)** ចូរពិនិត្យទៅលើសមីការដឺក្រេទី២ $x^2+x+a=0$ ដែល $a$ គឺជាចំនួនថេរ។ ប្រសិនបើឫសមួយនៃ សមីការស្មើនឹង 5 ចូររកតម្លៃនៃ $a$ និងឫសផ្សេងទៀត។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។

**១៥០)** ចំពោះចំនួនសេសពីរនៅបន្តគ្នា ចូរបង្ហាញថា ការេនៃចំនួនសេសធំជាង ដកការេនៃចំនួនសេសតូចជាង ស្មើនឹង 4 ដងនៃចំនួនគូដែលនៅចន្លោះចំនួនសេសទាំងពីរនោះ ។

**151)** Let $x$ cm be the radius of a sector whose perimeter is 20 cm.
a) Express the length of the arc using $x$. Write only your answer.
b) Find the radius of the sector such that the area of the sector has the maximum value. Also find the maximum area.

**152)** A die numbered 1 to 6 is rolled 3 times. Find the probability that the same number is on the top face on the 1st and 2nd rolls and a different number is on the top face on the 3rd roll.

**153)** For $\Delta ABC$, AB=2 , AC=3 and $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$ for $90^o < A < 180^o$.
a) Find the area of $\Delta ABC$. Write only your answer.
b) Find the length of side BC.

**154)** Expand and simplify the following express expression.
$(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

**155)** Factor the following expression.
$x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

**151)** គេឱ្យ $x$ cm គឺជាកាំនៃចម្រៀកថាសមួយ ដែលមានបរិមាត្រ 20 cm ។
ក. បញ្ជាក់ប្រវែងនៃធ្នូដោយប្រើប្រាស់ $x$ ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។
ខ. រកប្រវែងកាំនៃចម្រៀកថាស ដែលធ្វើឱ្យផ្ទៃនៃចម្រៀកថាសមានតម្លៃអតិបរមា(ធំបំផុត) រួចរកផ្ទៃអតិបរមានោះផង ។

**152)** គ្រាប់ឡុកឡាក់មួយត្រូវបានគេចុះលេខពី 1 ដល់ 6 ហើយគេបោះវាឡើងចំនួន 3 ដង។ រកប្រូបាប៊ដែលបោះលើកទី១ និងលើកទី២ មានលេខដូចគ្នា ហើយខុសពីលេខដែលបោះនៅលើកទី៣ ។

**153)** ចំពោះត្រីកោណ $\Delta ABC$, AB=2 , AC=3 និង $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$ ដែល $90^o < A < 180^o$ ។
ក. រកផ្ទៃនៃ $\Delta ABC$ ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។
ខ. រកប្រវែងនៃជ្រុង BC ។

**154)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម ៖
$(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

**155)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖
$x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

**156)** Simplify the following expression.
$\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

១៥៦) សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម ៖
$\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

**157)** Find the value of $\cos\theta$ when $\tan\theta=-3$ for $90^o<\theta<180^o$.

១៥៧) រកតម្លៃនៃ $\cos\theta$ នៅពេលដែល $\tan\theta=-3$ ចំពោះ $90^o<\theta<180^o$ ។

**158)** Six students are divided into 2 rooms, A and B, containing 3 students each. How many different ways can the students be divided ?

១៥៨) សិស្សចំនួន 6 នាក់ត្រូវបានចែកជាពីរបន្ទប់ A និង B ដែលបន្ទប់នីមួយៗដាក់បានសិស្សបីនាក់។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា ក្នុងការបែងចែកសិស្ស។

**159)** For two sets, A = { 1 , 4 , 7 , 10 } and B = { 1 , 3 , 5 , 7 , 9 }, find the elements of set $A\cap B$ and list them.

១៥៩) ចំពោះពីរសំណុំ A = { 1 , 4 , 7 , 10 } និង B = { 1 , 3 , 5 , 7 , 9 }។ ចូរកធាតុនៃសំណុំ $A\cap B$ និងបញ្ជីធាតុរបស់វា។

**160)** Find the value of $a$ such that the polynomial $x^3+3x^2+ax+4$ is divisible by $x-2$.

១៦០) រកតម្លៃនៃ $a$ ដែលធ្វើឱ្យពហុធា $x^3+3x^2+ax+4$ អាចចែកដាច់នឹង $x-2$ ។

**161)** Find the shortest distance between point (0 , 1) and the straight line $x-3y-7=0$.

១៦១) រកចម្ងាយខ្លីបំផុត រវាងចំណុច (0 , 1) និងបន្ទាត់ត្រង់ $x-3y-7=0$ ។

**162)** Find all sets of integer, $(x\ ,\ y\ ,\ z)$, satisfying the following equality. Write only your answer.
$x^6+y^6+z^6=3xyz$

១៦២) រកគ្រប់សំណុំចំនួនគត់ $(x\ ,\ y\ ,\ z)$ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងក្រោម។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។
$x^6+y^6+z^6=3xyz$

**163)** A sector has a perimeter 20 cm and its central angle is less than $360^o$. Find the range of the radius of the sector such that the range of the area, $A$, is given by $16\,\text{cm}^2 \le A \le 24\,\text{cm}^2$.

១៦៣) ចម្រៀកថាសមួយមានបរិមាត្រ 20 cm និងមុំផ្ចិតរបស់វាគឺតូចជាង $360^o$ ។ រកប្រវែងកាំនៃចម្រៀកថាសនេះ ដែលត្រូវនឹងផ្ទៃរបស់វា $A$ ។ គេឱ្យ $16\,\text{cm}^2 \le A \le 24\,\text{cm}^2$ ។

**164)** Let P and Q be the points of intersection between the circle $x^2+y^2=5$ and the straight line $x+y=1$, where the value of the $x$-coordinate of point P is less than of point Q.
a) Find the coordinate of points P and Q.
b) Let R be the point of intersection between the tangent line to the circle at P and the tangent line to the circle at Q. Find the coordinates of point R.

១៦៤) គេឱ្យចំណុច P និង Q គឺជាចំណុចប្រសព្វរវាងរង្វង់ $x^2+y^2=5$ និងបន្ទាត់ត្រង់ $x+y=1$ដែលតម្លៃអាប់ស៊ីសនៃចំណុច P គឺតូចជាងអាប់ស៊ីសនៃចំណុច Q ។
ក. រកកូអរដោនេនៃចំណុចទាំងពីរ P និង Q ។
ខ. គេឱ្យ R គឺជាចំណុចប្រសព្វរវាង បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P និងបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ Q ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច R ។

**165)** Find all sets of integer, $(x,\ y,\ z)$, satisfying the following equality. Write only your answer.
$x^4+y^4+z^4=3xyz$

១៦៥) រកគ្រប់សំណុំនៃចំនួនគត់ $(x,\ y,\ z)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងក្រោម។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។
$x^4+y^4+z^4=3xyz$

**166)** Consider the following proposition for integer $n$.
"If $n^2+2n$ is an odd number, then $n$ is an odd number."
a) Give the contrapositive of the proposition. Write only your answer.
b) Prove that the proposition is true using your answer in (a).

១៦៦) ចូរពិនិត្យទៅលើសំណើ ចំពោះចំនួនគត់ $n$ ។
"ប្រសិនបើ $n^2+2n$ គឺជាចំនួនសេស នោះ $n$ គឺជាចំនួនសេស។"
ក. ចូរឱ្យសំណើដែលប្រឈម។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយរបស់អ្នកប៉ុណ្ណោះ ។
ខ. បង្ហាញថា សំណើរបស់អ្នកនៅក្នុងចម្លើយ ក. ជាសំណើពិត ។

**167)** When polynomial $P(x)$ is divided by $x+3$ the remainder is 3. When $P(x)$ is divided by $x-4$ the remainder is 1. Find the remainder when $P(x)$ is divided by $(x+3)(x-4)$.

១៦៧) នៅពេលដែលពហុធា $P(x)$ ចែកនឹង $x+3$ សំណល់គឺ 3 ។ នៅពេលដែល $P(x)$ ចែកនឹង $x-4$ មានសំណល់នៅសល់គឺ 1 ។ រកសំណល់នៅពេលដែល $P(x)$ ចែកនឹង $(x+3)(x-4)$ ។

**168)** A rectangular piece of land has length 100m and width 50m. This land is drawn on a $\frac{1}{1000}$ scale map.
Find the area, in $\text{cm}^2$, of the piece of land drawn on the map. You don't need to write your steps. Write only your answer.

១៦៨) ផែនមួយមានរាងជាចតុកោណកែង នៅលើផ្ទៃដីដែលមានបណ្តោយ 100m និងទទឹង 50m ។ ផែននេះត្រូវបានគេគូសនៅលើផែនទីមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{1000}$ ។ រកផ្ទៃនៃផែនគិតជា $\text{cm}^2$ ដែលគូសនៅលើផែនទី។ អ្នកមិនចាំបាច់សរសេរចម្លើយតាមជំហានៗនោះទេ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយប៉ុណ្ណោះ ។

**169)** The surface area of a sphere of radius $r$ cm can be express as $4\pi r^2$ $\text{cm}^2$, where $\pi$ is the ratio of the circumference of a circle to its diameter.
a) Find the surface area of a sphere when the radius is $\sqrt{5}$ cm. You don't need to write your steps. Write only your answer.
b) Find the radius of a sphere when the surface area is $81\pi$ $\text{cm}^2$.

១៦៩) ផ្ទៃនៃស្វ៊ែមួយដែលមានកាំ $r$ cm មានតម្លៃ $4\pi r^2$ $\text{cm}^2$ ដែល $\pi$ គឺជាផលធៀបនៃបរិមាត្ររង្វង់ជាមួយអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា ។
ក. រកផ្ទៃនៃស្វ៊ែ នៅពេលដែលកាំស្មើ $\sqrt{5}$ cm។ អ្នកមិនចាំបាច់សរសេរចម្លើយតាមជំហានៗនោះទេ។ សរសេរត្រឹមតែចម្លើយប៉ុណ្ណោះ ។
ខ. រកប្រវែងនៃកាំស្វ៊ែ នៅពេលដែលវាមានផ្ទៃស្មើនឹង $81\pi$ $\text{cm}^2$ ។

**170)** Expand and simplify the following expression.
$(x-4y)(x^2+4xy+16y^2)$

**170)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖
$(x-4y)(x^2+4xy+16y^2)$

**171)** Factor the following expression.
$125x^3-75x^2+15x-1$

**171)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖
$125x^3-75x^2+15x-1$

**172)** Find the volume of a sphere with radius of 6.

**172)** រកមាឌនៃស្វ៊ែមួយ ដែលមានកាំស្មើ 6។

**173)** $\angle A$ is an acute angle. Find the value of $\tan A$ when $\cos A=\frac{2}{3}$.

**173)** $\angle A$ គឺជាមុំស្រួច ។ រកតម្លៃនៃ $\tan A$ នៅពេលដែល $\cos A=\frac{2}{3}$ ។

**174)** How many six-digit integers can be formed using all of the following six number 0, 1, 2, 3, 4 and 5 ?

**174)** តើមានប៉ុន្មានចំនួនគត់ ដែលមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់ អាចបង្កើតបាន ដោយការប្រើប្រាស់គ្រប់ប្រាំមួយលេខ គឺ 0, 1, 2, 3, 4 និង 5 ?

**175)** Find the coordinates of the vertex of the parabola $y=-x^2-8x+5$.

**175)** រកកូអរដោនេនៃកំពូលរបស់ប៉ារ៉ាបូល $y=-x^2-8x+5$ ។

**176)** Given the parabola $y = 2x^2 - 4kx - 3k + 9$.

① Find the range of $k$ such that the parabola and the $x$-axis intersect at two distinct points.

② Show the range of $k$ in ① on the number line.

**177)** On the $x$-$y$ plane, find the equation of the circle that has its center at the origin and passes through point (5, 12).

**178)** Solve for $x$ in the following equation.
$4x^3 + 8x^2 - 11x + 3 = 0$

**179)** Find the range of $\theta$ that satisfies the inequality $\cos\theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$, where $0^o \le \theta < 360^o$.

**180)** Given the two points A(-3) and B(3) on a number line.

a) Find the coordinate of point P which divides internally the line segment AB such that the ratio of AP to PB is 1:2.

b) Find the coordinate of point Q which divides externally the line segment AB such that the ratio of AQ to QB is 1:2.

**១៧៦)** គេឱ្យប៉ារ៉ាបូល $y = 2x^2 - 4kx - 3k + 9$ ។

ក. រកតម្លៃ $k$ ដែលធ្វើឱ្យ ប៉ារ៉ាបូល និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ប្រសព្វគ្នាបានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ខ. បង្ហាញតម្លៃ $k$ ក្នុងសំណួរ ក. នៅលើបន្ទាត់ចំនួន។

**១៧៧)** ក្នុងប្លង់កូអរដោនេ $x$-$y$, រកសមីការរង្វង់ ដែលមានផ្ចិតនៅត្រង់គល់តម្រុយ និងកាត់តាមចំណុច (5, 12) ។

**១៧៨)** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖
$4x^3 + 8x^2 - 11x + 3 = 0$

**១៧៩)** រកតម្លៃនៃ $\theta$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមភាព $\cos\theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ដែល $0^o \le \theta < 360^o$ ។

**១៨០)** គេឱ្យពីរចំណុច A(-3) និង B(3) នៅលើបន្ទាត់ចំនួន ។

ក. រកកូអរដោនេនៃចំណុច P ដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប AP:PB=1:2 ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុច Q ដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប AQ:QB=1:2 ។

**181)** How many pages are there in $x$ percent of a 120-page book?

១៨១) តើមានប៉ុន្មានទំព័រ ដែលត្រូវនឹង $x$ ភាគរយ នៃសៀវភៅមួយក្បាល ដែលមាន 120 ទំព័រ ។

**182)** Express $y$ as a function of $x$, given that $y$ is directly proportional to $x$ and $y=-8$ when $x=-2$.

១៨២) បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$ បើគេឱ្យ $y$ សមាមាត្រទៅនឹង $x$ និង $y=-8$ នៅពេលដែល $x=-2$ ។

**183)** Find the value of $y$ when $x=2$, given that $y$ is inversely proportional to $x$ and $y=2$ when $x=4$.

១៨៣) រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=2$ បើគេឱ្យ $y$ គឺច្រាសសមាមាត្រទៅនឹង $x$ និង $y=2$ នៅពេលដែល $x=4$ ។

**184)** Square tiles with 30 cm sides are arranged without spaces on the floor of Robert's class.

a) What is the area of one tile in $cm^2$? Include units in your answer.

b) The area of Robert's class is 54 $m^2$. How many tiles are used in total.

១៨៤) ឥដ្ឋការ៉ូរាងជាការេមានជ្រុងប្រវែង 30 cm ត្រូវបានគេរៀបដោយគ្មានទុកចន្លោះទំនេរ នៅលើផ្ទៃកម្រាលនៃថ្នាក់របស់ Robert ។

ក. តើឥដ្ឋការ៉ូមួយមានផ្ទៃប៉ុន្មាន $cm^2$ ? បញ្ចូលទាំងខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

ខ. បើផ្ទៃថ្នាក់របស់ Robert ស្មើ 54 $m^2$ ។ តើត្រូវប្រើឥដ្ឋការ៉ូសរុបចំនួនប៉ុន្មាន ?

**185)** There is 20 g of sugar dissolved in a 160 gram beverage.

a) In decimal, what is the weight ratio of sugar to the beverage?

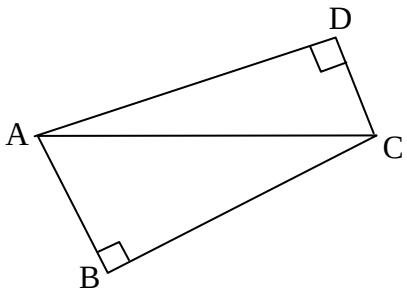
b) What is the percentage of sugar in the beverage?

១៨៥) មានស្ករ 20 g ដែលរលាយនៅក្នុងភេសជ្ជៈ 160 g។

ក. រកផលធៀបរវាងម៉ាសនៃស្ករ និងម៉ាសនៃភេសជ្ជៈ ដោយឱ្យចម្លើយជាចំនួនទស្សភាគ ។

ខ. តើស្ករមានប៉ុន្មានភាគរយនៅក្នុងភេសជ្ជៈ ?

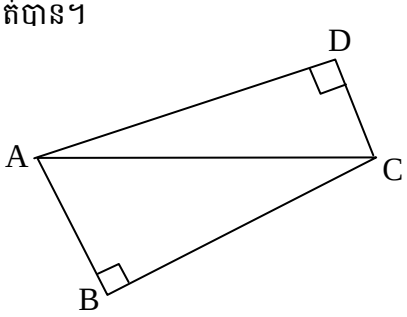
**186)** In the accompanying diagram of quadrilateral ABCD, answer the following with units. You may use a ruler.




a) What is the area of $\Delta ACD$ in $cm^2$? Answer this question after measuring the length of sides AD and CD. Round off your answer to one decimal place.

b) Find the area of quadrilateral ABCD in $cm^2$. Round off your answer to one decimal place.

១៨៦) ក្នុងរូបដែលមានបួនជ្រុង ABCD ។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម ដោយមានខ្នាត។ អ្នកអាចប្រើបន្ទាត់បាន។




ក. តើផ្ទៃនៃ $\Delta ACD$ មានប៉ុន្មាន $cm^2$ ? ឆ្លើយនឹងសំណួរនេះបន្ទាប់ពីធ្វើការវាស់ប្រវែងជ្រុង AD និង CD ។ ជុំវិញចម្លើយរបស់អ្នកយកផ្នែកទស្សភាគចំនួនមួយខ្ទង់ ។

ខ. រកផ្ទៃនៃចតុកោណ ABCD គិតជា $cm^2$ ។ ជុំវិញចម្លើយរបស់អ្នកយកផ្នែកទស្សភាគចំនួនមួយខ្ទង់។

**187)** There are 50 identical nails. The total weight is 80 g.

a) In grams, what is the weight of 100 nails?

b) Some nails are put in a 150 g box such that the total weight is 790 g. How many nails must be in this box? Explain your steps leading to the answer.

១៨៧) មានដែកគោលដូចៗគ្នាចំនួន 50 ដើម មានទម្ងន់សរុប 80 g ។

ក. តើដែកគោល 100 ដើម មានទម្ងន់ប៉ុន្មាន? ដោយឱ្យចម្លើយគិតជា ក្រាម ។

ខ. ដែកគោលមួយចំនួន គេដាក់វាក្នុងប្រអប់មួយដែលមានទម្ងន់ 150 g ។ ទម្ងន់សរុបទាំងអស់គឺ 790 g។ តើមានដែកគោលចំនួនប៉ុន្មាន ដែលត្រូវដាក់ចូលក្នុងប្រអប់? ពន្យល់ពីជំហាន នៃចម្លើយរបស់អ្នក ។

**188)** Answer the following.

a) How many m is 5 km?

b) How many $m^2$ is 30 000 $cm^2$ ?

c) How many $cm^3$ is 10 $\ell$ ?

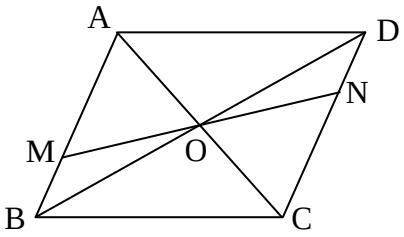
១៨៨) ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម ៖

ក. តើមានប៉ុន្មាន m ដែលត្រូវនឹង 5 km?

ខ. តើមានប៉ុន្មាន $m^2$ ដែលត្រូវនឹង 30 000 $cm^2$?

គ. តើមានប៉ុន្មាន $cm^3$ ដែលត្រូវនឹង 10 $\ell$ ?

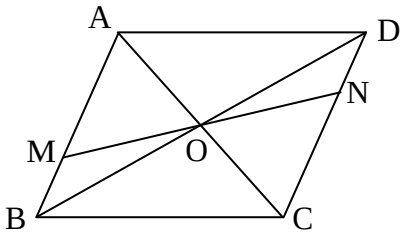
**189)** In parallelogram ABCD shown on the right, let the intersection of the diagonals be O and the intersection points of sides AB and CD with the straight line that passes through point O be M and N, respectively. Answer the following to prove BM = DN.




a) To prove BM = DN, which triangles should be shown to be congruent in the simplest way ?

b) Explain in words the congruence condition in your answer for a). There is no need to prove this.

**189)** ក្នុងប្រលេឡ្យក្រាម ABCD ដែលបានបង្ហាញខាងស្តាំ គេឱ្យចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងគឺ O ហើយចំណុចប្រសព្វនៃជ្រុង AB និង CD ជាមួយបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច O គឺចំណុច M និង N រៀងគ្នា។ ឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម ដើម្បីបង្ហាញថា BM = DN ។

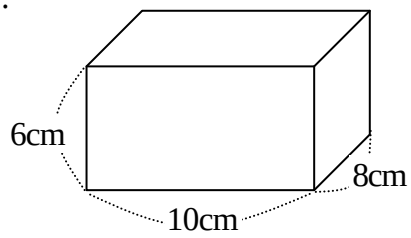



ក. ដើម្បីបង្ហាញថា BM = DN, តើគូត្រីកោណណាគួបានបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា តាមមធ្យោបាយណា?

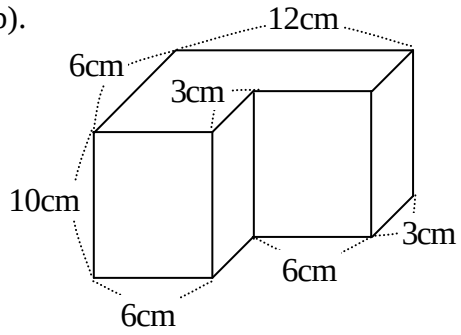
ខ. ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នា ក្នុងចម្លើយនៃសំណួរ ក. ។ មិនចាំបាច់បង្ហាញលក្ខខណ្ឌនេះ។

**190)** Find the volume of the solids below and answer with units. Note that (a) is a rectangular prism and (b) is a solid of combined rectangular prism.

(a).

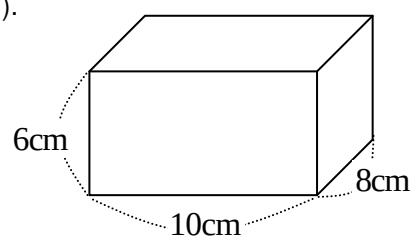



(b).

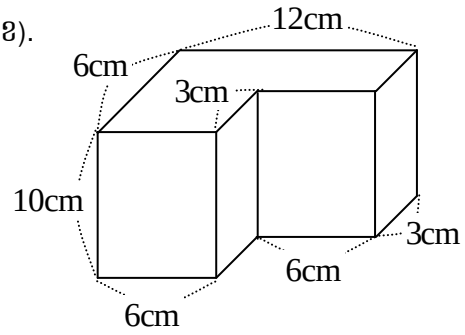



**190)** រកមាឌនៃសូលីត ខាងក្រោម ភ្ជាប់ជាមួយខ្នាត។ សម្គាល់ រូប (ក) គឺជាប្រលេពីប៉ែតកែង និងរូប (ខ) គឺជាសូលីតដែលផ្គុំដោយប្រលេពីប៉ែតកែង ។

(ក).




(ខ).

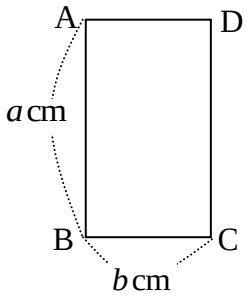


**191)** The table shows the results of mathematics examination for five students A, B, C, D and E. The table shows the difference of each student's score to 72, which is the average score for the five students. When the score exceeds 72, it is express as a positive number and when it is less than 72, it is expresses as a negative number.

| Name | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Difference to the average score | +4 | -1 | -8 | | +5 |

a) Find the score for A.
b) Find the difference between B's score and C's score as a positive number.
c) Find the score for D.

**192)** The figure shows the rectangle ABCD with AB = $a$ cm and BC = $b$ cm. Include units in your answer.




a) What is the length of the perimeter of the rectangle ABCD in term of $a$ and $b$?
b) What is the area of rectangle ABCD in terms of $a$ and $b$?

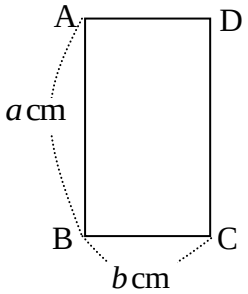
**193)** Find the area, in $cm^2$, of a circle with diameter $d$ cm. Express your answer in terms of $d$ and $\pi$, the ratio of the circumference of a circle to its diameter.

១៩១) តារាងបង្ហាញពីលទ្ធផលនៃការប្រឡងគណិតវិទ្យាសម្រាប់សិស្សប្រាំនាក់ A, B, C, D និង E ។ តារាងបង្ហាញពីភាពល្អៀងនៃពិន្ទុរបស់សិស្សម្នាក់ៗ ធៀបទៅនឹងពិន្ទុ 72 ដែលជាមធ្យមនៃពិន្ទុសម្រាប់សិស្សទាំងប្រាំនាក់។ នៅពេលពិន្ទុលើស 72 វាគឺបង្ហាញដោយលេខវិជ្ជមាន និងនៅពេលដែលពិន្ទុតិចជាង 72 វាគឺបង្ហាញដោយលេខអវិជ្ជមាន។

| ឈ្មោះ | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| ភាពល្អៀងធៀបនិងពិន្ទុមធ្យម | +4 | -1 | -8 | | +5 |

ក. រកពិន្ទុរបស់សិស្ស A ។
ខ. រកភាពល្អៀងរវាងពិន្ទុសិស្ស B និងពិន្ទុសិស្ស C ជាចំនួនវិជ្ជមាន។
គ. រកពិន្ទុរបស់សិស្ស D ។

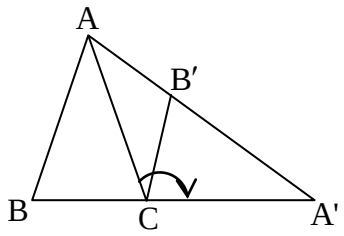
១៩២) រូបបង្ហាញពីចតុកោណកែង ABCD ដែលមាន AB = $a$ cm និង BC = $b$ cm ។ បញ្ចូលទាំងខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក ។




ក. រកប្រវែងបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង ABCD ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $a$ និង $b$ ។
ខ. រកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង ABCD ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $a$ និង $b$ ។

១៩៣) រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $d$ cm ។ បង្ហាញចម្លើយរបស់អ្នកឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $d$ និង $\pi$ ដែលជាផលធៀបនៃ បរិមាត្ររង្វង់ទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា ។

**194)** Isosceles triangle ABC with AB = AC is rotated clockwise about vertex A comes to the extension of side BC. Let the rotated vertices A and B be A' and B', respectively. Consider a special case when three points A, B' and A' are on the same straight line.

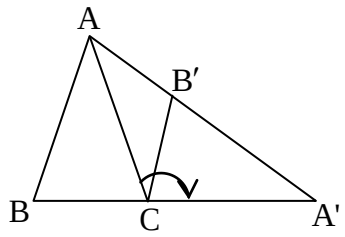



a) How many angles are there that are equal to $\angle ABC$?
b) Indicate all the angles that are equal to $\angle BAC$.
c) Find the size of $\angle ABC$ and answer with unit.

**195)** Linda bought 8 cakes consisting of some 90 pesos lemon cakes and some 120 pesos fruitcakes. She paid 870 pesos for the cakes. Let $x$ and $y$ be the number of lemon cakes and fruitcakes she bought respectively.
a) Write simultaneous equation in terms of $x$ and $y$.
b) Find the number of lemon cakes and fruitcakes she bought.

**196)** Find the greatest common factor (GCF) of each set of numbers.
a) (14, 35)
b) (26, 39, 52)

**១៩៤)** ត្រីកោណសមបាត ABC ដែលមាន AB=AC ត្រូវបានគេបង្វិលពីស្តាំទៅឆ្វេងឱ្យកំពូល A មកនៅលើបន្លាយនៃជ្រុង BC ។ គេបានបង្វិលកំពូល A និង B ទៅជា A' និង B' រៀងគ្នា។ ពិនិត្យមើលក្នុងករណីពិសេស នៅពេលដែលបីចំណុច A, B' និង A' គឺស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ។

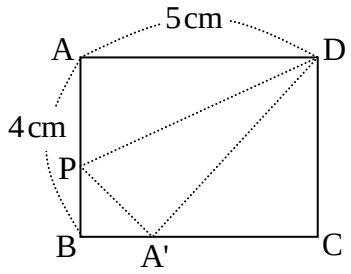



ក. តើមានមុំប៉ុន្មានដែលប៉ុនគ្នាទៅនឹងមុំ $\angle ABC$?
ខ. ប្រាប់មុំទាំងអស់ដែលប៉ុនគ្នាទៅនឹងមុំ $\angle BAC$ ។
គ. រកវង្វាស់នៃមុំ $\angle ABC$ និងឆ្លើយមានខ្នាត ។

**១៩៥)** លីនដា បានទិញនំបារាំងចំនួន 8 ក្នុងនោះរួមមាន នំបារាំងរសជាតិក្រូចឆ្មាមួយចំនួន ដែលមួយថ្លៃ 90 ប៉េសូ និងនំបារាំងរសជាតិផ្លែឈើមួយចំនួនដែលមួយថ្លៃ 120 ប៉េសូ។ នាងបានចំណាយប្រាក់អស់ 870 ប៉េសូ សម្រាប់នំទាំងនេះ។ គេឱ្យ $x$ និង $y$ គឺជាចំនួននៃនំបារាំងរសជាតិក្រូចឆ្មា និងរសជាតិផ្លែឈើរៀងគ្នា។
ក. សរសេរប្រព័ន្ធសមីការឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$ និង $y$ ។
ខ. រកចំនួននំបារាំងដែលមានរសជាតិក្រូចឆ្មា និងរសជាតិផ្លែឈើ ដែលនាងបានទិញ។

**១៩៦)** រកតួចែករួមធំបំផុត (PGCD) នៃក្រុមចំនួននីមួយៗ៖
ក. (14, 35)
ខ. (26, 39, 52)

**197)** The diagram shows rectangular piece of paper ABCD with AB = 4 cm and AD = 5 cm. Point P lies on side AB and the paper is folded along DP so that vertex A comes to side BC. Let A' be the image of vertex A with DP as the reflection axis. Include units in your answer.

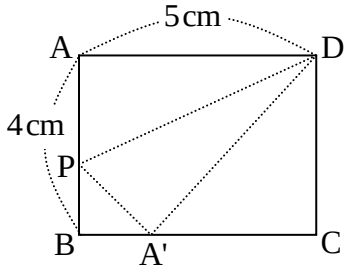



a) What is the length in cm of segment A'C?
b) What is the length in cm of segment PB?

**198)** There is one melon and one apple. The melon weighs 1.05 kg and the apple weighs 0.3 kg.
a) How many kilograms heavier is the melon than the apple?
b) How many times more does the melon weigh than the apple?

**199)** One year ago, the price of a digital camera was 8400 pesos. Today, the price is 5040 pesos. By what percent has the price of the digital camera decreased?

១៩៧) រូបបង្ហាញពីចំណែកនៃក្រដាស ដែលមានរាងជាចតុកោណកែង ABCD មាន AB = 4 cm និង AD = 5 cm។ ចំណុច P ស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និងក្រដាសគឺបត់តាមបណ្តោយ DP ដូចនេះកំពូល A មកស្ថិតនៅលើជ្រុង BC។ គេឱ្យ A' ជារូបភាពឆ្លុះនៃកំពូល A ដែលមាន DP ជាអ័ក្សឆ្លុះ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។




ក. តើប្រវែង A'C គឺប៉ុន្មាន cm ?
ខ. តើប្រវែង PB គឺប៉ុន្មាន cm ?

១៩៨) មានផ្លែឪឡឹកមួយ និងផ្លែប៉មមួយ។ ឪឡឹកមានទម្ងន់ 1.05 kg និងផ្លែប៉មមានទម្ងន់ 0.3 kg ។
ក. តើផ្លែឪឡឹកធ្ងន់ជាងផ្លែប៉មប៉ុន្មានគីឡូក្រាម?
ខ. តើទម្ងន់ផ្លែឪឡឹកធ្ងន់ជាងផ្លែប៉មប៉ុន្មានដង?

១៩៩) កាលពីឆ្នាំទៅ កាម៉ារ៉ាឌីជីថលមួយថ្លៃ 8400 ប៉េសូ។ ថ្ងៃនេះ មានតម្លៃ 5040 ប៉េសូ។ តើគេបានបញ្ចុះតម្លៃនៃកាម៉ារ៉ាឌីជីថលប៉ុន្មានភាគរយ ?

**200)** Kevin and Linda are talking about the properties of their favorite quadrilaterals.

Kevin: "I like quadrilateral in which the four side are the same length and the four angles are all $90^o$."

Linda: "I like quadrilateral in which the two opposite sides are the same length and the opposite angles are equal in measure. But the lengths of the adjacent sides are not equal and all angle are not $90^o$.

a) What kind of quadrilaterals does Kevin like? Write your answer in the most appropriate name.

b) What kind of quadrilaterals does Linda like? Write your answer in the most appropriate name.

២០០) ខេវិន និង លីនដា កំពុងជជែកគ្នាអំពីលក្ខណៈនៃចតុកោណដែលពួកគេចូលចិត្ត។

ខេវិន : "ខ្ញុំចូលចិត្តចតុកោណ ដែលជ្រុងទាំងបួនរបស់វាមានប្រវែងស្មើគ្នា និងមុំនីមួយៗរបស់វាទាំងអស់គឺស្មើនឹង $90^o$ "។

លីនដា :" ខ្ញុំចូលចិត្តចតុកោណដែលជ្រុងឈមទាំងពីររបស់វាមានប្រវែងស្មើគ្នា និងមុំឈមរបស់វាទាំងពីរមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ប៉ុន្តែប្រវែងជ្រុងនៅជាប់គ្នាគឺមិនស្មើគ្នាទេ ហើយមុំទាំងអស់មិនស្មើនឹង $90^o$ "។

ក. តើ ខេវិន ចូលចិត្តចតុកោណប្រភេទអ្វី ?
ចូរសរសេរចម្លើយជាឈ្មោះដែលត្រឹមត្រូវបំផុត។

ខ. តើ លីនដា ចូលចិត្តចតុកោណប្រភេទអ្វី ?
ចូរសរសេរចម្លើយជាឈ្មោះដែលត្រឹមត្រូវបំផុត។

**201)** Lucy bought a bag of snacks. It contained 15% more than the normal bag and weighed 276 g. What is the weight, in grams, of the normal bag of snacks? Include units in your answer.

២០១) លូស៊ី បានទិញកញ្ចប់អាហារក្រៅម៉ោងមួយ។ វាមានទម្ងន់ 15% ច្រើនជាងកញ្ចប់ធម្មតា និងវាមានទម្ងន់ 276 g ។ តើកញ្ចប់អាហារធម្មតា មានទម្ងន់ប៉ុន្មានគិតជា ក្រាម? បញ្ចូលខ្នាតក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក ។

**202)** Consider the integers from 50 to 150.

a) How many integers are a multiple of 6?

b) How many integers are multiples of both 6 and 8?

២០២) ពិនិត្យលើចំនួនគត់ចាប់ពី 50 ដល់ 150 ។

ក. តើមានប៉ុន្មានចំនួនគត់គឺជាពហុគុណនៃ 6 ?

ខ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនគត់គឺជាពហុគុណនៃទាំងពីរលេខ 6 និង 8 ?

**203)** There is a triangle in which the ratio of the base to the height is 5:8. Answer the following questions and include units in your answer?

a) Find the height, in cm, of the triangle when the base is 40 cm.

b) Find the base and height, in cm, of the triangle when the area is 320 $cm^2$.

២០៣) មានត្រីកោណមួយ ដែលមានផលធៀបនៃបាតនិងកម្ពស់គឺ 5:8 ។ ឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម និងបញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

ក. រកប្រវែងកម្ពស់គិតជា cm នៃត្រីកោណ នៅពេលដែលបាតមានប្រវែង 40 cm ។

ខ. រកប្រវែងបាត និងកម្ពស់ គិតជា cm នៃត្រីកោណ នៅពេលដែលវាមានក្រឡាផ្ទៃ 320 $cm^2$ ។

**204)** Ellie bought a $1\frac{1}{2}$ liter bottle of juice. Yesterday, she drank $\frac{2}{5}$ liters of juice. Today, she drank $\frac{2}{5}$ of the rest of the juice.

a) How many liters of juice did she drink today? Include units in your answer.

b) How many times more juice did she drink today than she did yesterday?

c) How many liters of juice are left? Include units in your answer.

២០៤) អ៊ែលលី បានទិញទឹកផ្លែឈើច្រកក្នុងដបចំណុះ $1\frac{1}{2}$ លីត្រ។ កាលពីថ្ងៃម្សិលមិញ នាងបានផឹកទឹកផ្លែឈើអស់ $\frac{2}{5}$ លីត្រ។ ថ្ងៃនេះ នាងបានផឹកអស់ $\frac{2}{5}$ នៃទឹកផ្លែឈើដែលនៅសល់។

ក. តើថ្ងៃនេះ នាងបានផឹកទឹកផ្លែឈើអស់ប៉ុន្មានលីត្រ? បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

ខ. តើថ្ងៃនេះនាងផឹកបានប៉ុន្មានដងច្រើនជាងថ្ងៃម្សិល?

គ. តើទឹកផ្លែឈើដែលនៅសល់ប៉ុន្មានលីត? បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

**205)** Answer the following.

a) How many minutes are $\frac{3}{4}$ of an hour?

b) How many mm is 8 cm?

c) How many $m^2$ is 400 $cm^2$?

២០៥) ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖

ក. តើប៉ុន្មាន នាទី ដែលត្រូវនឹង $\frac{3}{4}$ នៃមួយម៉ោង ?

ខ. តើប៉ុន្មាន mm ដែលត្រូវនឹង 8 cm ?

គ. តើប៉ុន្មាន $m^2$ ដែលត្រូវនឹង 400 $cm^2$?

**206)** Find the values of following expression when $x=-1$ and $y=5$.

a) $7x+9y-4$

b) $3x^2-2xy$

២០៦) រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម នៅពេលដែល $x=-1$ និង $y=5$ ៖

ក. $7x+9y-4$

ខ. $3x^2-2xy$

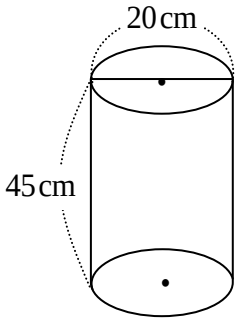
**207)** The table below contains information of the heights of five mountains. The numbers show the difference in meters between 500 m and the actual height. Positive numbers indicate heights higher than 500 m. Negative numbers indicate heights lower than 500 m.

| Mountain | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Height (difference between 500 m) | 99 | 258 | -339 | -106 | -92 |

a) How many meters higher is mountain E than mountain D?

b) Find the difference of the height between the highest mountain and the lowest mountain. Write your answer as a positive number. Write the steps leading to your answer.

**208)** There is a cylinder-shaped log with base diameter 20 cm and height 45 cm. Answer the following question and include units in your answer. Use 3.14 for the ratio of the circumference of a circle to its diameter.




a) Find the total surface area, in $cm^2$, of the log.

b) There is paint that can $2000\,cm^2$ per liter. How many liters of this paint are required to paint the whole surface? You only need to apply one coat of paint.

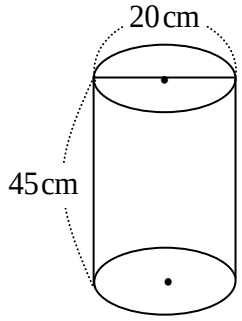
២០៧) តារាងខាងក្រោមមានផ្ទុកព័ត៌មាននៃកម្ពស់របស់ភ្នំចំនួនប្រាំ។ លេខដែលបង្ហាញគិតជាម៉ែត្រ ហើយមានភាពខុសគ្នារវាង 500 m ធៀបទៅនឹងកម្ពស់ពិត ។ លេខវិជ្ជមានបង្ហាញប្រាប់កម្ពស់ខ្ពស់ជាង 500 m។ លេខអវិជ្ជមានបង្ហាញប្រាប់កម្ពស់ទាបជាង 500 m។

| ភ្នំ | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| កម្ពស់ (ខុសគ្នាធៀបនឹង 500 m) | 99 | 258 | -339 | -106 | -92 |

ក. តើភ្នំ E ខ្ពស់ជាងភ្នំ D ប៉ុន្មានម៉ែត្រ ?

ខ. រកកម្ពស់ដែលខុសគ្នា រវាងភ្នំដែលខ្ពស់បំផុត និងភ្នំដែលទាបបំផុត។ សរសេរចម្លើយរបស់អ្នកជាចំនួនវិជ្ជមាន។សរសេរជំហាននៃការដោះស្រាយរបស់អ្នក។

២០៨) មានកំណាត់ឈើមួយមានរាងជា ស៊ីឡាំង ដែលមានអង្កត់ផ្ចិតបាត 20 cm និងកម្ពស់ 45 cm ។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម និងបញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។ ប្រើ 3.14 សម្រាប់ផលធៀបបរិមាត្រនៃរង្វង់ទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា ។




ក. រកផ្ទៃក្រឡាសរុប គិតជា $cm^2$ នៃកំណាត់ឈើ ។

ខ. មានថ្នាំលាប ដែលអាចលាបបាន $2000\,cm^2$ ក្នុងមួយលីត។ តើគេត្រូវការថ្នាំលាបប៉ុន្មានលីត ដើម្បីលាបផ្ទៃទាំងមូល? អ្នកត្រូវការលាបតែមួយស្រទាប់គត់ ។

**209)** Mae's father gave her $x$ pesos for her one day trip. She thought she would spend $\frac{3}{5}$ of the money for transportation fees and food and $\frac{2}{5}$ of the money for souvenirs but she actually spent 120 pesos more for souvenirs than she expected. Therefore, she had 120 pesos less to spend for transportation fees and food than she originally planned. Answer the following questions and include units in your answer.

a) Express the actual cost for souvenirs in terms of $x$.

b) Express the actual cost for transportation fees and food in terms of $x$.

c) Let's assume that the actual cost for the souvenirs was equal to the actual cost for the transportation fees and food. Find the value of $x$. Write the steps leading to your answer.

២០៩) ឪពុករបស់ម៉ែបានឱ្យនាង $x$ ប៉េសូ សម្រាប់ថ្លៃធ្វើដំណើរបស់នាង។ នាងបានគិតថា នាងនឹងចំណាយ $\frac{3}{5}$ នៃទឹកប្រាក់ សម្រាប់ថ្លៃឈ្នួលយានដឹកជញ្ជូននិងអាហារ ហើយចំណាយ $\frac{2}{5}$ នៃទឹកប្រាក់ សម្រាប់វត្ថុអនុស្សាវរីយ៍ ប៉ុន្តែតាមពិតនាងចំណាយ 120 ប៉េសូ ច្រើនជាងអ្វីដែលនាងគិតទុក សម្រាប់វត្ថុអនុស្សាវរីយ៍។ ដូច្នេះនាងសល់ប្រាក់ 120 ប៉េសូ ពីប្រាក់ចំណាយ សម្រាប់ថ្លៃឈ្នួលយានដឹកជញ្ជូននិងអាហារ នៃផែនការដែលនាងមានពីខាងដើម។ ចូរឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម ព្រមទាំងបញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

ក. បញ្ជាក់តម្លៃពិតនៃវត្ថុអនុស្សាវរីយ៍ជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។

ខ. បញ្ជាក់តម្លៃពិត នៃថ្លៃឈ្នួលយានដឹកជញ្ជូន និងអាហារជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។

គ. គេសន្មត់ថា តម្លៃពិតនៃវត្ថុអនុស្សាវរីយ៍ គឺស្មើនឹងថ្លៃឈ្នួលពិតនៃយានដឹកជញ្ជូននិងអាហារ។ចូររកតម្លៃនៃ $x$ ។ សរសេរជំហ៊ាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក។

**210)** Solve for $a$ in the equation $s=\frac{a+b+c}{3}$.

២១០) ដោះស្រាយរក $a$ ក្នុងសមីការ $s=\frac{a+b+c}{3}$ ។

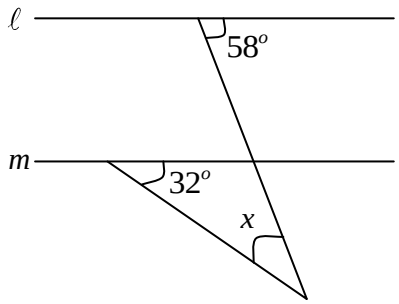
**211)** Find the value of $y$ when $x=4$ in the linear function $y=2x-5$.

២១១) រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=4$ នៅក្នុងអនុគមន៍លីនេអ៊ែ $y=2x-5$ ។

**212)** Find the measure of each interior angle, in degrees, of a regular decagon. A decagon is a 10-sided polygon.

២១២) រករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗ គិតជាដឺក្រេ នៃទស្សកោណនិយ័ត។ ទស្សកោណនិយ័ត គឺជាពហុកោណដែលមាន 10 ជ្រុង។

**213)** In the diagram, find $\angle x$ when $\ell \| m$.




**214)** The table on the right shows the ingredients needed to make chocolate chip cookies.

<Chocolate chip cookies>

| Ingredient | Amount |
|---|---|
| Butter | 120 g |
| Sugar | 50 g |
| Egg | 1 |
| Cake flour | 150 g |
| Chocolate chips | 60 g |

a) Express the weight ratio of the sugar to cake flour in simplest form.

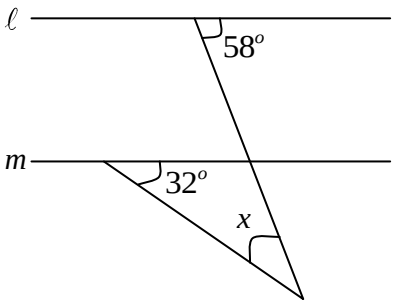
b) Tracy has 40 g of chocolate chips in the kitchen. If she uses all the chocolate chips to make chocolate chip cookies, how much butter in g does she need? Include units in your answer.

**215)** Two different number are selected from 1, 2, 3, 4 and 5 to make two-digit integers.

a) How many two-digit integers can be created when 1 is in the tens place?

b) How many two-digit integers can be created in total?

**២១៣)** ក្នុងរូប ចូររក $\angle x$ នៅពេលដែល $\ell \| m$ ។




**២១៤)** តារាងនៅខាងស្តាំ បង្ហាញពីគ្រឿងផ្សំ ដើម្បីធ្វើនំបន្ទះស៊ុកកូឡា ។

<នំបន្ទះស៊ុកកូឡា>

| គ្រឿងផ្សំ | ចំនួន |
|---|---|
| ប៊ឺរ | 120 g |
| ស្ករ | 50 g |
| ស៊ុត | 1 |
| ម្សៅនំ | 150 g |
| បន្ទះស៊ុកកូឡា | 60 g |

ក. បញ្ជាក់ផលធៀបទម្ងន់នៃស្ករទៅនឹងម្សៅនំជាទម្រង់ប្រភាគសម្រួលរួច។

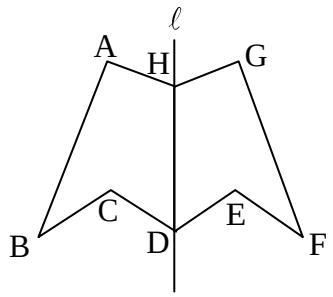
ខ. ត្រែកស៊ី មាន 40 g នៃបន្ទះស៊ុកកូឡានៅក្នុងផ្ទះបាយ។ ប្រសិនបើនាងប្រើបន្ទះស៊ុកកូឡាទាំងអស់ដើម្បីធ្វើនំស៊ុកកូឡា។ តើនាងត្រូវការប៊ឺរប៉ុន្មានក្រាម? បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

**២១៤)** ពីរលេខខុសគ្នា ត្រូវបានជ្រើសរើសពីលេខ 1, 2, 3, 4 និង 5 ដើម្បីបង្កើតចំនួនគត់ដែលមានលេខពីរខ្ទង់ ។

ក. តើអាចបង្កើតចំនួនគត់ដែលមានលេខពីរខ្ទង់ប៉ុន្មាន នៅពេលដែលលេខ 1 គឺជាខ្ទង់ដប់។

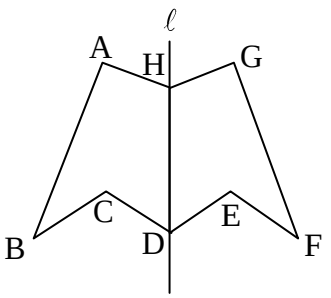
ខ. តើអាចបង្កើតចំនួនគត់ដែលមានលេខពីរខ្ទង់សរុបទាំងអស់ប៉ុន្មាន?

**216)** The figure on the right has the axis of symmetry $\ell$.




a) Find the vertex that is symmetric to vertex A with respect to line $\ell$.
b) Find the side that is symmetric to side EF with respect to line $\ell$.

**២១៦)** រូបខាងស្តាំ មានអ័ក្សស៊ីម៉ែទ្រី $\ell$ ។




ក. រកកំពូល ដែលស៊ីម៉ែទ្រីទៅនឹងកំពូល A ចំពោះបន្ទាត់ $\ell$ ។
ខ. រកជ្រុង ដែលស៊ីម៉ែទ្រីទៅនឹងជ្រុង EF ចំពោះបន្ទាត់ $\ell$ ។

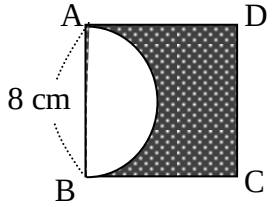
**217)** Shelly bought three sheets of drawing paper and one color pen set. The total cost was 340 pesos. One sheet of drawing paper cost $x$ pesos and one color pen set cost 100 pesos.

a) Write the total cost in terms of $x$.
b) Find the price, in pesos, of one sheet of drawing paper. Include units in your answer.

**២១៧)** ស្យែលលី បានទិញក្រដាសគំនូសបីសន្លឹក និងបិចពណ៌មួយដើម។ តម្លៃសរុបគឺ 340 ប៉េសូ។ ក្រដាសគំនូសមួយសន្លឹកមានតម្លៃ $x$ ប៉េសូ និងបិចពណ៌មួយដើមមានតម្លៃ 100 ប៉េសូ។

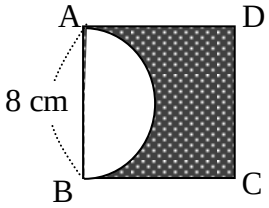
ក. សរសេរតម្លៃសរុបជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។
ខ. កំណត់តម្លៃរាយ គិតជា ប៉េសូ នៃក្រដាសគំនូសមួយសន្លឹក។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។

**218)** The figure shows square ABCD with a side 8 cm. A semicircle with a diameter of AB is in the square. Include units in your answer. Use $\pi$ for the ratio of the circumference of a circle to its diameter.



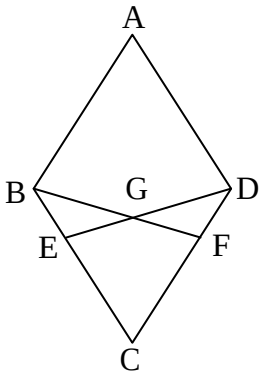

a) Find the perimeter, in cm, of the shaded region.
b) Find the area, in $cm^2$, of the shaded region. Write the steps leading to your answer.

**២១៨)** រូបបង្ហាញពីការេ ABCD ដែលមានប្រវែង 8 cm ។ ពាក់កណ្តាលនៃថាសមួយ ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AB នៅក្នុងការេ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។ ប្រើ $\pi$ សម្រាប់ផលធៀបនៃបរិមាត្រថាស និងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា ។



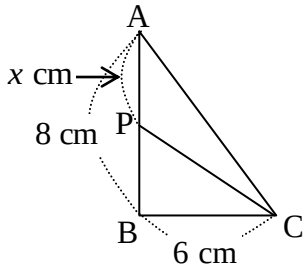

ក. រកបរិមាត្រគិតជា cm នៃផ្នែកស្រមោលខ្មៅ។
ខ. រកផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃផ្នែកស្រមោលខ្មៅ។ សរសេរជំហ៊ាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក។

**219)** The figure shown on the right is rhombus ABCD with acute angle $\angle A$. Points E and F are located such that CE = CF. Let G be the intersection point between BF and DE. BF = DE will be proved by using congruent triangle in the simplest way.



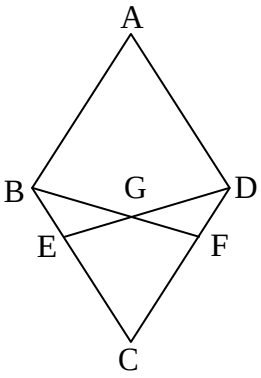

a) Which two triangles should be shown to be congruent?
b) Explain in words the condition for congruent triangles in your answer for a).
c) Find $\angle EGF$ when $\angle ABC = 117^o$ and $\angle CBF = 46^o$. Include units in your answer.

**220)** The figure on the right shows right-angled triangle ABC with AB = 8 cm, BC = 6 cm and $\angle B = 90^o$. Point P moves on side AB. Let $x$ cm be the length of AP and let $y$ cm$^2$ be the area of $\Delta PBC$.



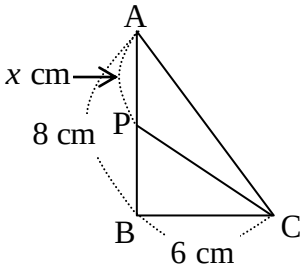

a) Find the length, in cm, of PB in terms of $x$. Include units in your answer.
b) Express $y$ in terms of $x$.
c) When the area of $\Delta PBC$ is $a$ cm$^2$, express $x$ in terms of $a$. Write the steps leading to your answer.

๒๑๙) រូបដែលបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំគឺជាចតុកោណស្មើ ABCD ដែលមានមុំស្រួច $\angle A$។ ទីតាំងនៃចំណុច F និងចំណុច F ធ្វើឱ្យ CE = CF ។ គេឱ្យ G គឺជាចំណុចប្រសព្វរវាង BF និង DE ។ BF = DE នឹងត្រូវបង្ហាញ ដោយប្រើត្រីកោណប៉ុនគ្នាក្នុងលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ ។



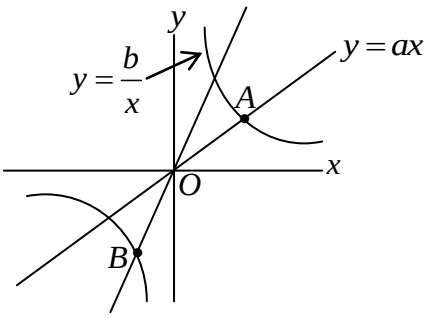

ក. តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា ?
ខ. ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ នៅក្នុងចម្លើយ ក. របស់អ្នក។
គ. រក $\angle EGF$ នៅពេលដែល $\angle ABC = 117^o$ និង $\angle CBF = 46^o$ ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយអ្នក។

๒๒๐) រូបខាងស្តាំបង្ហាញពីត្រីកោណកែង ABC ដែលមាន AB = 8 cm, BC = 6 cm និង $\angle B = 90^o$ ។ ចំណុច P ចល័តលើជ្រុង AB ។ គេឱ្យ $x$ cm គឺជាប្រវែងនៃ AP និងគេឱ្យ $y$ cm$^2$ ជាផ្ទៃនៃ $\Delta PBC$ ។



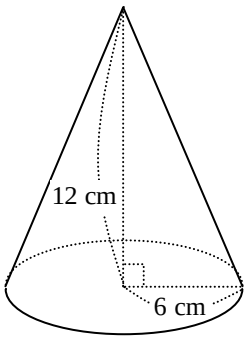

ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃ PB ជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។
ខ. បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។
គ. នៅពេលដែលផ្ទៃនៃ $\Delta PBC$ គឺ $a$ cm$^2$ ។ បញ្ជាក់តម្លៃ $x$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។ សរសេរជំហាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក ។

**221)** In the diagram on the right, the straight line $y = ax$ and the retangular hyperbola $y = \frac{b}{x}$ intersect at point A(4, 3). Point B lies on the rectangular hyperbola and its $x$-coordinate is -2. The straight line passing through points O and B is drawn.



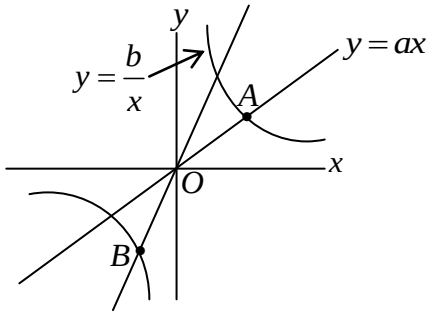

a) Find the value of $a$.
b) Find the value of $b$.
c) Find the equation of the line that passes through points O and B.

**222)** The cone shown on the right has base radius 6 cm and height 12 cm. Answer the following questions and include units in your answer. Express the answer in terms of $\pi$ which is the ratio of circumference of a circle to its diameter.



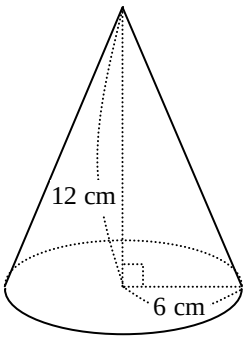

a) Find the area, in $cm^2$, of the base.
b) Find the volume, in $cm^3$, of the cone.

๒๒๑) ក្នុងរូបខាងស្តាំ បន្ទាត់ $y = ax$ និងអ៊ីពែបូល $y = \frac{b}{x}$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច A(4, 3) ។ ចំណុច B នៅលើអ៊ីពែបូល និងអាប់ស៊ីស $x$ របស់វាគឺ -2 ។ បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច O និង B ត្រូវបានគូស។




ក. រកតម្លៃនៃ $a$ ។
ខ. រកតម្លៃនៃ $b$ ។
គ. រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច Oនិង B។

๒๒๒) កោណបានបង្ហាញនៅខាងស្តាំ មានកាំបាត 6 cm និងមានកម្ពស់ 12 cm។ ចូរឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម ហើយបញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។បញ្ជាក់ចម្លើយមានជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $\pi$ ដែលជាផលធៀបនៃបរិមាត្រនៃរង្វង់ទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា។




ក. រកផ្ទៃក្រឡាបាតគិតជា $cm^2$ ។
ខ. រកមាឌនៃកោណគិតជា $cm^3$ ។

**223)** Frank went to a store to buy foods for a party. One rice meal set and one burger set cost 220 pesos altogether. When he paid 3000 pesos for 10 rice meal sets 15 burger sets, the change was 200 pesos. Let $x$ and $y$ pesos be the costs of one rice meal set and that of one burger set, respectively.

a) Write the system of equations in terms of $x$ and $y$.

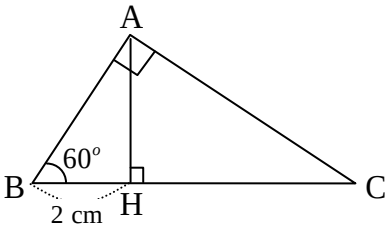
b) Find the cost of one rice meal set and the cost of one burger set. Include units in your answer.

២២៣) ហ្វ្រេង បានទៅកាន់ហាងទំនិញដើម្បីទិញម្ហូបអាហារមួយចំនួនសម្រាប់ធ្វើពិធីជប់លៀងមួយ។ ម្ហូបអាហារមួយឈុត និងបឺគ័រមួយឈុត មានតម្លៃ 220 ប៉េសូ សរុបចូលគ្នា។ នៅពេលដែលគាត់ឱ្យប្រាក់គេ 3000 ប៉េសូ សម្រាប់ម្ហូបអាហារ 10 ឈុត និងបឺគ័រ 15 ឈុត គេអាប់ប្រាក់ 200 ប៉េសូ។ គេឱ្យ $x$ និង $y$ ប៉េសូ គឺជាតម្លៃនៃ ម្ហូបអាហារមួយឈុត និងបឺគ័រមួយឈុត រៀងគ្នា។

ក. សរសេរប្រព័ន្ធសមីការជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$ និង $y$ ។

ខ. រកតម្លៃនៃម្ហូបអាហារមួយឈុត និងបឺគ័រមួយឈុត។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

**224)** The figure on the right shows a right-angled triangle ABC with $\angle BAC = 90^o$ and $\angle ABC = 60^o$. AH is perpendicular to side BC and BH = 2 cm. Answer the following questions and include units in your answer.

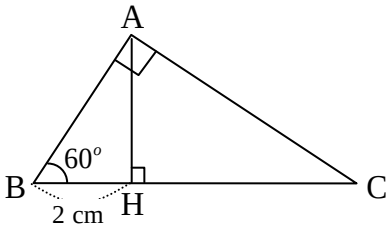



a) Find the length, in cm, of line segment AH. Write the steps leading to your answer.

b) Find the length, in cm, of line segment CH.

c) Find the area, in $cm^2$, of $\Delta ABC$.

២២៤) រូបខាងស្តាំបង្ហាញពីត្រីកោណកែង ABC ដែលមាន $\angle BAC = 90^o$ និង $\angle ABC = 60^o$ ។ AH កែងទៅនឹងជ្រុង BC ហើយ BH = 2 cm ។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម និងបញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។




ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃអង្កត់ AH ។ សរសេរជំហ៊ាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក ។

ខ. រកប្រវែងគិតជា cm នៃអង្កត់ CH ។

គ. រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃ $\Delta ABC$ ។

**225)** Find the volume, in $cm^3$, of a cube with edges of length 10 cm.

២២៥) រកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃគូបដែលមានប្រវែងនៃទ្រនុង 10 cm ។

**226)** Find the value of the following expression when $x=5$ and $y=-2$.
a) $2x-3y$
b) $xy+2y^2$

២២៦) រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម នៅពេលដែល $x=5$ និង $y=-2$ ។
ក. $2x-3y$
ខ. $xy+2y^2$

**227)** $y$ is inversely proportional to $x$ and $y=-2$ when $x=-6$. Find the value of $y$ when $x=3$.

២២៧) $y$ គឺសមាមាត្រច្រាសទៅនឹង $x$ និង $y=-2$ នៅពេលដែល $x=-6$។ រកតម្លៃនៃ $y$ នៅពេលដែល $x=3$ ។

**228)** Solve for $x$ in the following equations.
a) $3x-13=11x+3$
b) $\frac{4x-5}{3}=\frac{3x-2}{4}$

២២៨) ដោះស្រាយរក $x$ នៅក្នុងសមីការខាងក្រោម ៖
ក. $3x-13=11x+3$
ខ. $\frac{4x-5}{3}=\frac{3x-2}{4}$

**229)** Find the greatest common (GCF) of each set of numbers.
a) (14, 21)
b) (10, 15, 20)

២២៩) រកតួចែករួមធំបំផុត (GCD) នៃក្រុមចំនួននីមួយៗ ៖
ក. (14, 21)
ខ. (10, 15, 20)

**230)** For triangle ABC, the measures of the three angle $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$ are $x^o$, $2x^o$ and $3x^o$, respectively.
a) Find the value of $x$ ?
b) What kind of triangle ABC ? Write the most appropriate name.

២៣០) ចំពោះត្រីកោណ ABC រង្វាស់នៃមុំទាំងបី $\angle A$, $\angle B$ និង $\angle C$ គឺមានតម្លៃរៀងគ្នាគឺ $x^o$, $2x^o$ និង $3x^o$ ។
ក. រកតម្លៃនៃ $x$ ។
ខ. តើ ABC ជាត្រីកោណអ្វី? សរសេរចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវបំផុតរបស់អ្នក ។

**231)** Kevin saw an advertisement for an apartment with the following information written on it:
"15 minutes walk from station A."
The distance from station A to the apartment is 1200 m.

a) Find the average speed, in meters per minute, of the "walk" written on the advertisement.
b) It took 20 minutes for Kevin to walk form station A to the apartment. Find Kevin's average speed, in meters per minute.

២៣១) ខេវិន បានឃើញការបិតផ្សាយនៅលើផ្ទះល្វែងដែលព័ត៌មានបានសរសេរលើវាថា:
"ដើរ 15 នាទី ពីស្ថានីយ៍ A "
ចម្ងាយពីស្ថានីយ៍ A ទៅផ្ទះល្វែងគឺ 1200 m ។
ក.រកល្បឿនមធ្យមគិតជាម៉ែតក្នុងមួយនាទីនៃ"ការដើរ" ដែលបានសរសេរនៅលើការបិតផ្សាយ។
ខ. បើវាចំណាយពេល 20 នាទីសម្រាប់ ខេវិន ដើរពីស្ថានីយ៍ A ទៅផ្ទះល្វែង។ រកល្បឿនមធ្យមរបស់ខេវិន គិតជាម៉ែតក្នុងមួយនាទី ។

**232)** When computing 3.14 × 25, some people do it using the way shown in figure 1. Figure 2 displays the detailed version of Figure 1 which shows the decimal position. Only look at figure 2 and answer the following questions.

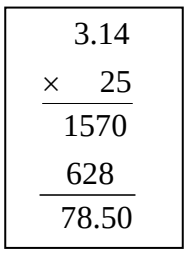


Figure 1

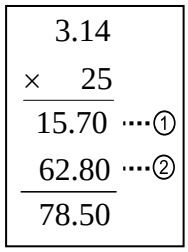
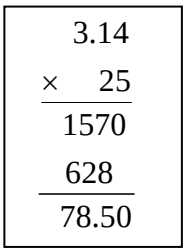


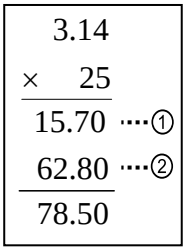
Figure 2

a) What number is multiplied by 3.14 to give 15.70 in ①?
b) What number is multiplied by 3.14 to give 62.80 in ②?
c) Express 3.14×25 as a single expression in terms of 3.14 and the two numbers from questions a) and b).

២៣២) នៅពេលដែលគណនា 3.14 × 25 អ្នកខ្លះធ្វើវាដោយប្រើរបៀបដែលបានបង្ហាញក្នុងរូបទី 1 ។ រូបទី 2 បង្ហាញពីការបកស្រាយលម្អិតនៃរូបទី 1 ដែលបង្ហាញពីទីតាំងទសភាគ។ ចូរពិនិត្យមើលត្រឹមតែរូបទី 2 ប៉ុណ្ណោះ ហើយឆ្លើយសំណួរដូចខាងក្រោម។



រូបទី 1

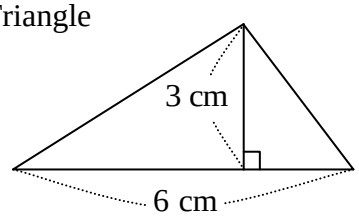


រូបទី 2

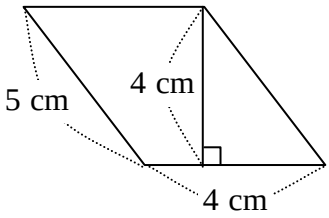
ក. តើលេខអ្វីគុណនឹង 3.14 បានលទ្ធផល 15.70 នៅក្នុង① ?
ខ. តើលេខអ្វីគុណនឹង 3.14 បានលទ្ធផល 62.80 នៅក្នុង② ?
គ. បញ្ជាក់ 3.14×25 ជាកន្សោមមួយ ដែលមានជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ 3.14 និងពីលេខដែលរកឃើញក្នុងសំណួរ ក. និង ខ. ។

**233)** Find area, in $cm^2$, of each the following figures. Include units in your answer.

a) Triangle




b) Parallelogram

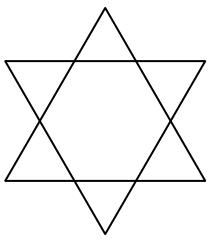



**234)** Consider the integers form 1 to a given integer added together like such,
$1+2,\ 1+2+3,\ 1+2+3+4$
Let's take the ratio of their sums. For example, the ratio of $1+2$ to $1+2+3$ is $3:6=1:2$.

a) Express the ratio of $1+2+3$ to $1+2+3+4$ in simplest form.

b) The ratio of $1+2+3+4+5+6$ to a certain sum is $3:4$. Find the sum and write it in addition form.

**235)** The figure on the right has axes of symmetry and a point of symmetry.

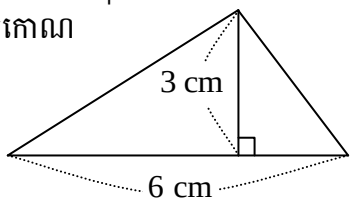


a) Construct the point of symmetry using only a ruler. Label the point O.

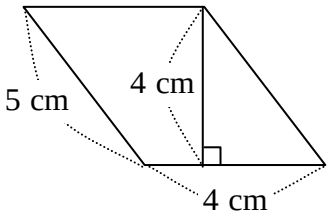
b) Find the total number of axes of symmetry.

២៣៣) រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

ក. ត្រីកោណ




ខ. ប្រលេឡូក្រាម

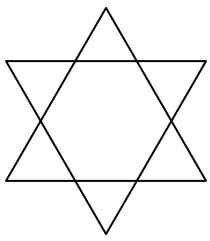



២៣៤) ពិនិត្យចំនួនគត់បន្តបន្ទាប់ចាប់ពី 1 ដើម្បីឱ្យបានចំនួនគត់បូកគ្នាទាំងអស់ ដូចជា:
$1+2,\ 1+2+3,\ 1+2+3+4$
គេយកផលធៀបនៃផលបូករបស់ពួកវា។ ឧទាហរណ៍ ផលធៀបនៃ $1+2$ និង $1+2+3$ គឺ $3:6=1:2$។

ក. បញ្ជាក់ផលធៀបនៃ $1+2+3$ ទៅនឹង $1+2+3+4$ ជាទម្រង់ប្រភាគសម្រួលរួច។

ខ. ផលធៀបនៃ $1+2+3+4+5+6$ ទៅនឹងផលបូកប្រាកដមួយគឺ $3:4$។ រកផលបូកនោះ រួចសរសេរវាជាទម្រង់នៃការបូកបន្តបន្ទាប់។

២៣៥) រូបខាងស្តាំ មានអ័ក្សស៊ីម៉ែទ្រីមួយចំនួន និងចំណុចនៃអ័ក្សស៊ីម៉ែទ្រីមួយ។



ក. បង្កើតចំណុចស៊ីម៉ែទ្រី ដោយប្រើប្រាស់តែបន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះ ។ ចាត់ទុកថាជាចំណុច O ។

ខ. រកចំនួននៃអ័ក្សស៊ីម៉ែទ្រីសរុប ។

**236)** Charlie collected 400 plastic bottle caps that weighed 1000 g in total. A recycle company buys 400 plastic bottle caps for \$1.00. Another company sends polio vaccines to countries in need. Vaccine for one person is sent for every \$2.00 donation from the recycle company. Answe the following questions.

a) How many plastic bottle caps does Chalie need to collect to send a polio vaccine for one person?

b) Suppose each plastic bottle cap has the same weight. Find the weight, in gram, of one plastic bottle cap. Include units in your answer.

c) When burning 400 plastic bottle caps, 3150 g of carbon dioxide ($CO_2$) are emitted. How many times greater is the amount of $CO_2$ emitted when burning 400 plastic bottle caps than the weight of 400 plastic bottle caps?

២៣៦) ឆាលី ប្រមូលដបប្លាស្ទិចបាន 400 ដប ដែលមានទម្ងន់សរុប 1000 g។ ក្រុមហ៊ុនកែច្នៃឡើងវិញមួយទិញដបប្លាស្ទិច 400 ដបសម្រាប់ \$1.00 ។ ក្រុមហ៊ុនមួយផ្សេងទៀត បញ្ជូនវ៉ាក់សាំងបង្ការជំងឺគ្រុនស្វិតដៃ-ជើង ទៅកាន់ប្រទេសដែលត្រូវការ។ វ៉ាក់សាំងបានបញ្ជូនសម្រាប់មនុស្សម្នាក់ៗគឺ \$2.00 ជាការបរិច្ចាគពីក្រុមហ៊ុនកែច្នៃឡើងវិញ។ឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម

ក. តើឆាលីត្រូវការប្រមូលដបប្លាស្ទិចចំនួនប៉ុន្មាន? ដើម្បីបញ្ជូនវ៉ាក់សាំងជំងឺគ្រុនស្វិតដៃជើងសម្រាប់មនុស្សម្នាក់ ។

ខ. ឧបមាថា ដបប្លាស្ទិចនីមួយៗមានទម្ងន់ដូចគ្នា។ រកទម្ងន់គិតជាក្រាមនៃដបប្លាស្ទិចមួយ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង ។

គ. នៅពេលដុត 400 ដបប្លាស្ទិចមានកាបូនឌីអុកស៊ីត ($CO_2$) 3150 g បានកើតឡើង។ តើ $CO_2$ សរុបដែលកើតឡើងច្រើនជាងប៉ុន្មានដង នៃទម្ងន់ដបប្លាស្ទិច 400 ដប នៅពេលដែលគេដុតដបប្លាស្ទិច 400 ដប។

**237)** The product of integers from 1 to $n$ is express as $n!$. For example,
$4!=1\times2\times3\times4=24$ and
$5!=1\times2\times3\times4\times5=120$.

a) Calculate $6!$

b) Calculate $(6!-5!)+(6!-4!)+(6!-3!)$.

២៣៧) ផលគុណនៃចំនួនគត់ពី 1 ដល់ $n$ គឺបញ្ជាក់ជា $n!$។
ឧទាហរណ៍: $4!=1\times2\times3\times4=24$ និង
$5!=1\times2\times3\times4\times5=120$

ក. គណនា $6!$ ។

ខ. គណនា $(6!-5!)+(6!-4!)+(6!-3!)$ ។

**238)** Brian wants to make a formula to find the area of a circle with circumference $a$ cm in terms of $a$. Answer the following questions and use $\pi$ for the ratio of the circumference of a circle to its diameter.

a) Find the radius, in cm, of the circle. Include units in your answer.

b) Let $S$ $cm^2$ be the area of the circle. Express $S$ in terms of $\pi$ and $a$. Write the steps leading to your answer.

២៣៨) ប្រ៊ែន ចង់បង្កើតរូបន្តដើម្បីរកផ្ទៃនៃថាស ដែលមានបរិមាត្រថាស $a$ cm ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម ហើយប្រើ $\pi$ សម្រាប់ផលធៀបបរិមាត្ររបស់ថាសទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា។

ក. រកប្រវែងកាំគិតជា cm នៃថាស។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

ខ. តេឱ្យ $S$ $cm^2$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃថាស។ បញ្ជាក់តម្លៃ $S$ ជាអនុគមន៍នៃ $\pi$ និង $a$ ។ សរសេរជំហាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក ។

**239)** Answer the following.
a) How many hours is 20 minutes?
b) How many g is 0.3 kg?
c) How many $m^2$ is 20000 $cm^2$ ?

**239)** ឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម ៖
ក. តើប៉ុន្មានម៉ោងត្រូវនឹង 20 នាទី?
ខ. តើប៉ុន្មាន g ត្រូវនឹង 0.3 kg?
គ. តើប៉ុន្មាន $m^2$ ត្រូវនឹង 20000 $cm^2$ ?

**240)** Solve the following systems of equations.
a) $\begin{cases} 3x-2y=-11 \\ -x+y=5 \end{cases}$
b) $\begin{cases} y=6x-3 \\ y=4x-7 \end{cases}$

**240)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម ៖
ក. $\begin{cases} 3x-2y=-11 \\ -x+y=5 \end{cases}$
ខ. $\begin{cases} y=6x-3 \\ y=4x-7 \end{cases}$

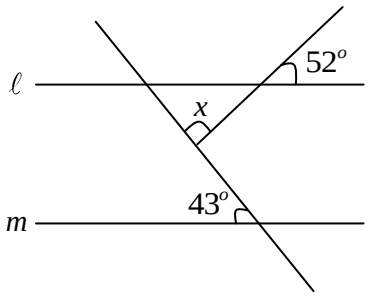
**241)** Solve for $x$ in the following equations.
a) $2x+4=x+6$
b) $0.4x-5=0.9x+5$
c) $\frac{2x-1}{3}=\frac{3x-2}{4}$

**241)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងសមីការ ខាងក្រោម៖
ក. $2x+4=x+6$
ខ. $0.4x-5=0.9x+5$
គ. $\frac{2x-1}{3}=\frac{3x-2}{4}$

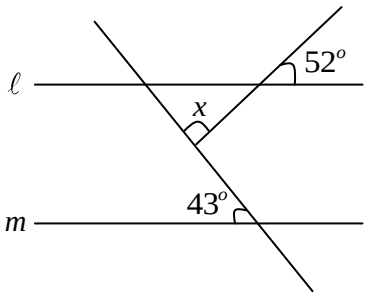
**242)** Find the measure of each exterior angle of a regular 18-sided polygon in degrees.

**242)** រករង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ នៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន18 ជ្រុង គិតជា ដឺក្រេ ។

**243)** In the diagram below, find $\angle x$ when $\ell \| m$.

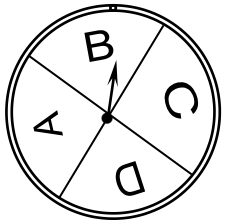



**243)** ក្នុងរូបខាងក្រោម ចូររក $\angle x$ នៅពេលដែល $\ell \| m$ ។



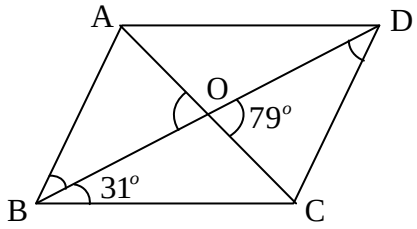
**244)** Patrick and Kim play a game using a spinner labeled from A to D as shown on the right. Both players start the game with 10 points. A player spins the spinner and computes their score according to the following rules. When spinning the spinner more than once, each operation is done after computing the previous score.

A: Add 3
B: Subtract 3
C: Multiply by 2
D: Multiply by -2




a) When Patrick spun the spinner, it landed on B. Find Patrick's score.
b) When Kim spun the spinner two times, she got the letters A and D in this order. Find Kim's score.
c) When spinning the spinner two times, find the lowest possible score.

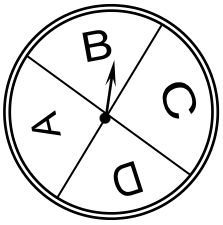
**245)** For parallelogram ABCD shown in the figure, diagonals AC and BD intersect at O.




a) $\angle AOB$ and $\angle COD$ are a pair of angles with a certain name. What is this pair of angles called?
b) $\angle ABO$ and $\angle CDO$ are a pair of angles with a certain name. What is this pair of angles called?
c) Find $\angle CAD$ when $\angle DBC = 31^o$ and $\angle DOC = 79^o$. Include units in your answer.

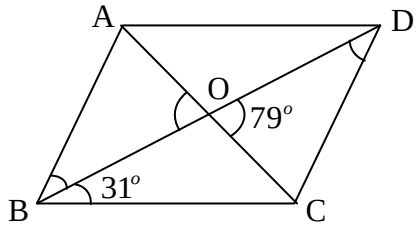
๒๔๔) ជាទ្រិក និងគីម លេងល្បែងមួយដោយការប្រើក្តារបង្វិលដែលមានចុះអក្សរពី A ដល់ D ដូចដែលបានបង្ហាញខាងស្តាំ។ អ្នកលេងទាំងពីរនាក់ចាប់ផ្តើមលេងដោយម្នាក់ៗមានពិន្ទុ 10 ។ អ្នកលេងបង្វិលក្តារបង្វិលហើយគណនាពិន្ទុរបស់ពួកគេទៅតាមវិធានដូចខាងក្រោម។ នៅពេលដែលធ្វើការបង្វិលក្តារបង្វិលច្រើនជាងម្តង ការគណនាលេខគឺធ្វើបន្ទាប់ពីបានគណនាពិន្ទុមុនៗ។

A: បូក 3
B: ដក 3
C: គុណនឹង 2
D: គុណនឹង -2




ក. នៅពេលដែលជាទ្រិកបានបង្វិលក្តារបង្វិល វាត្រូវចំអក្សរ B ។ ចូររកពិន្ទុរបស់ជាទ្រិក។
ខ. នៅពេលដែលគីមបានបង្វិលក្តារបង្វិលពីរដង នាងបង្វិលចំអក្សរ A និង D តាមលំដាប់នេះ។ ចូររកពិន្ទុរបស់គីម។
គ. នៅពេលដែលធ្វើការបង្វិលក្តារបង្វិលចំនួនពីរដង ចូររកពិន្ទុតូចបំផុត ដែលអាចមាន។

๒๔๕) ចំពោះប្រលេឡូក្រាម ABCD បានបង្ហាញក្នុងរូបអង្កត់ទ្រូង AC និង BD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។




ក. $\angle AOB$ និង $\angle COD$ គឺជាគូនៃមុំដែលមានឈ្មោះយ៉ាងប្រាកដមួយ។ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?
ខ. $\angle ABO$ និង $\angle CDO$ គឺជាគូនៃមុំដែលមានឈ្មោះយ៉ាងប្រាកដមួយ។ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?
គ. ចូររក $\angle CAD$ នៅពេលដែល $\angle DBC = 31^o$ និង $\angle DOC = 79^o$ ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

**246)** The product of integers from 1 up to $n$ is expressed as $n!$. For example,
$3!=1\times2\times3=6$ and $4!=1\times2\times3\times4=24$.
a) Compute $5!$.
b) Find the value of integer $n$ satisfying the following equality.
$(n!-5!)(n!-4!)+(n!-3!)=2010$

**246)** ផលគុណចំនួនគត់ចាប់ពី 1 ឡើងរហូតដល់ $n$ គឺត្រូវបានសរសេរជា $n!$។ ឧទាហរណ៍
$3!=1\times2\times3=6$ និង $4!=1\times2\times3\times4=24$
ក. ចូរគណនា $5!$។
ខ. រកតម្លៃនៃចំនួនគត់ $n$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងក្រោម៖
$(n!-5!)(n!-4!)+(n!-3!)=2010$

**247)** Linda does not know why the addition method is true when solving systems of equations. Explain the reason why $a+c=b+d$ is satisfied when $a=b$ and $c=d$.

$$\begin{array}{r} a=b \\ +)\ \ c=d \\ \hline a+c=b+d \end{array}$$

**247)** លីនដា មិនដឹងមូលហេតុការបូកគឺផ្ទៀងផ្ទាត់នៅពេលដែលដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ។ ចូរពន្យល់មូលហេតុ ហេតុអ្វីបានជា $a+c=b+d$ គឺផ្ទៀងផ្ទាត់ នៅពេលដែល $a=b$ និង $c=d$ ។

$$\begin{array}{r} a=b \\ +)\ \ c=d \\ \hline a+c=b+d \end{array}$$

**248)** For triangle ABC, the measures of the three angles $\angle A, \angle B$ and $\angle C$ are $x^o$, $2x^o$ and $3x^o$, respectively. Find the value of $x$.

**248)** ចំពោះត្រីកោណ ABC រង្វាស់នៃមុំ $\angle A, \angle B$ និង $\angle C$ គឺមានតម្លៃ $x^o$, $2x^o$ និង $3x^o$ រៀងគ្នា ។ ចូររកតម្លៃនៃ $x$ ។

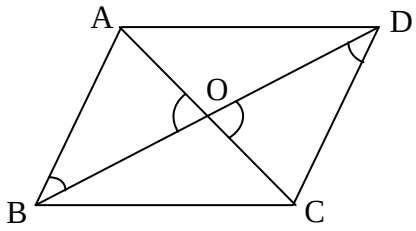
**249)** For quadrilateral ABCD, the measures of the four angles $\angle A, \angle B, \angle C$ and $\angle D$ are $y^o$, $2y^o$, $3y^o$ and $4y^o$, respectively. Find the value of $y$.

**249)** ចំពោះចតុកោណ ABCD រង្វាស់នៃមុំ $\angle A, \angle B, \angle C$ និង $\angle D$ គឺមានតម្លៃ $y^o$, $2y^o$, $3y^o$ និង $4y^o$ រៀងគ្នា ។ ចូររកតម្លៃនៃ $y$ ។

**250)** For pentagon ABCDE, the measures of the five exterior angles $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ and $\angle E$ are $z^o$, $2z^o$, $3z^o$, $4z^o$ and $5z^o$, respectively. Find the value of $z$.

**250)** ចំពោះបញ្ចៈកោណ ABCDE រង្វាស់នៃមុំក្រៅទាំងប្រាំ $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ និង $\angle E$ គឺមានតម្លៃ $z^o$, $2z^o$, $3z^o$, $4z^o$ និង $5z^o$ រៀងគ្នា ។ ចូររកតម្លៃនៃ $z$ ។

**251)** For parallelogram ABCD shown in the figure, diagonals AC and BD intersect at O.



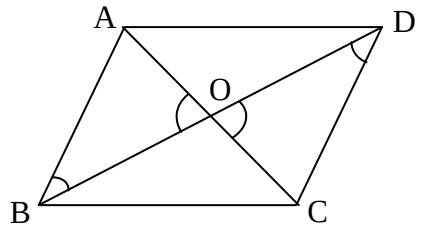

a) $\angle AOB$ and $\angle COD$ are a pair of angles with a certain name. What is this pair of angles called?
b) $\angle ABO$ and $\angle CDO$ are a pair of angles with a certain name. What is this pair of angles called?
c) Find the measure of $\angle DAB + \angle ABC$ in degrees. Include units in your answer.

**252)** A triangle has base $6a$ cm and height 5 cm. Express the area, in $cm^2$, using $a$.

**253)** Kevin weighs 52.5 kg.
a) Kevin's brother weighs 1.2 times more than Kevin. Find Kevin's brother's weight, in kg. Include units in your answer.
b) Kevin's sister weighs 42 kg. How many times heavier is Kevin's sister than Kevin?

**254)** There are 80 students in Jim's grade.
a) 36 students in Jim's grade are girls. What percent of students in Jim's grade are girls?
b) In Jim's grade, 15% of students belong to a soccer club. How many students belong to the soccer club?

២៥១) ចំពោះប្រលេឡ្រូក្រាមដែលបានបង្ហាញនៅក្នុងរូប អង្កត់ទ្រូង AC និង BD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។




ក. $\angle AOB$ និង $\angle COD$ គឺជាគូនៃមុំដែលមានឈ្មោះយ៉ាងប្រាកដមួយ។ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?
ខ. $\angle ABO$ និង $\angle CDO$ គឺជាគូនៃមុំដែលមានឈ្មោះយ៉ាងប្រាកដមួយ។ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?
គ. រកវ៉ាស់នៃ $\angle DAB + \angle ABC$ គិតជាដឺក្រេ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកផង។

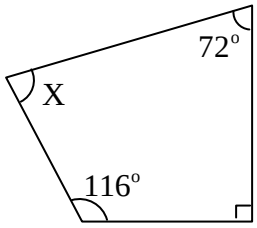
២៥២) ត្រីកោណមួយមានបាត $6a$ cm និង កម្ពស់ 5 cm។ ចូរបញ្ជាក់ផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ ដោយប្រើប្រាស់ $a$ ។

២៥៣) ខេវិន មានទម្ងន់ 52.5 kg.
ក. បងប្រុសរបស់ ខេវិន មានទម្ងន់ 1.2 ដងច្រើនជាងខេវិន។ ចូររកទម្ងន់បងប្រុសរបស់ខេវិនគិតជាkg។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។
ខ. ប្អូនស្រីរបស់ខេវិនមានទម្ងន់ 42 kg ។ តើប៉ុន្មានដង ដែលទម្ងន់ប្អូនស្រីរបស់ខេវិន ធ្ងន់ជាងទម្ងន់របស់ខេវិន ។

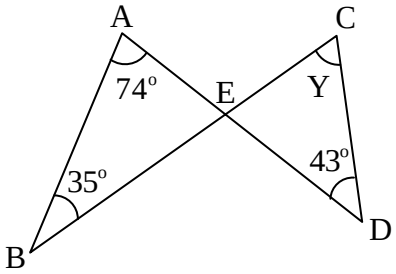
២៥៤) មានសិស្ស 80 នាក់នៅក្នុងថ្នាក់របស់ ជីម។
ក. 36 នាក់នៅក្នុងថ្នាក់របស់ជីម គឺជានារី។ តើប៉ុន្មានភាគរយ នៃសិស្សក្នុងថ្នាក់របស់ជីម គឺជានារី។
ខ. ក្នុងថ្នាក់របស់ជីម, 15% នៃសិស្សគឺជាសមាជិកនៃក្លឹបកីឡាបាល់ទាត់។ តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ជាសមាជិកនៃក្លឹបកីឡាបាល់ទាត់ ។

**255)** In the following figures, find angles X and Y by calculating. Include units in your answer.

a) Quadrilateral

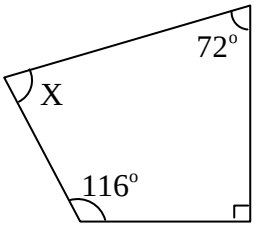



b) Line segments AD and BC cross at E.

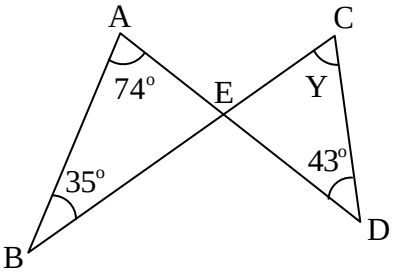



**255)** ក្នុងរូបខាងក្រោម ចូររកមុំ X និង Y ដោយធ្វើការគណនា។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។

ក. ចតុកោណ

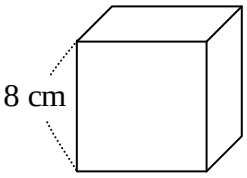



ខ. អង្កត់ AD និង BC កាត់គ្នាត្រង់ E ។

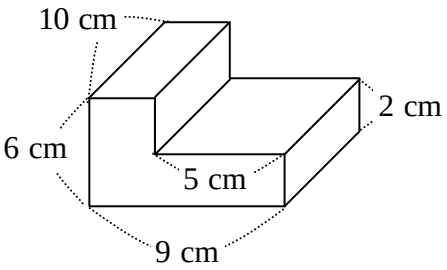



**256)** Find the volume, in $cm^3$, of each of the following figures. Include units in your answer.

a) Cube

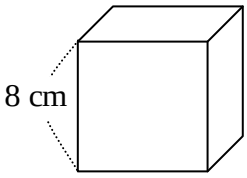



b) Solid made up of rectangular prisms.

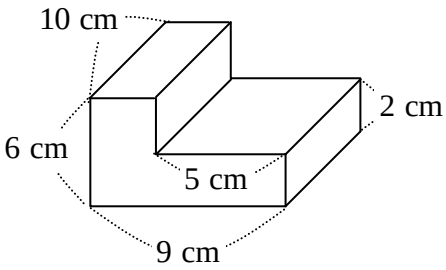



**256)** ចូររកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។

ក. គូប




ខ. សូលីត ដែលបង្កើតឡើងដោយប្រលេពីប៉ែតកែង



**257)** There are several identical nails in a box. 50 nails weigh 140 g.

a) Find the weight, in g, of 200 nails. Include units in your answer.

b) The total weight of all nails in the box is 2800 g. How many nails are in the box? Write the steps leading to your answer.

២៥៧) មានដែកគោល ដែលមានលក្ខណៈដូចគ្នាដាក់នៅក្នុងប្រអប់មួយ។ ដែកគោល 50 មានទម្ងន់ 140 g។

ក. រកទម្ងន់គិតជា g នៃដែកគោល 200 ដើម។ បញ្ជូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។

ខ. ទម្ងន់សរុបនៃដែកគោលនៅក្នុងប្រអប់គឺ 2800g។ តើមានដែកគោលប៉ុន្មាននៅក្នុងប្រអប់? សរសេរជំហ៊ាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក ។

**258)** Charlie gives candies to his friends. When he gives 8 candies to each of them, 11 candies are left over. Let $x$ be the number of friends he has.

a) Express the total number of candies using $x$.

b) When he gives 8 candies to each of his friends, 11 candies are left over. When he gives 10 candies to each of his friends, he is 5 candies short. Write the equation using $x$.

c) Find the number of friends he has.

២៥៨) ឆាលី ឱ្យស្ករគ្រាប់ទៅមិត្តរបស់គាត់។ នៅពេលដែលគាត់ឱ្យ 8 គ្រាប់ទៅមិត្តម្នាក់ៗ នោះនៅសល់ស្ករគ្រាប់ចំនួន 11 ។ តាង $x$ ជាចំនួនមិត្តភក្តិដែលគាត់មាន។

ក. បញ្ជាក់ចំនួនស្ករគ្រាប់សរុបដោយប្រើប្រាស់ $x$ ។

ខ. នៅពេលដែល គាត់ឱ្យ 8 គ្រាប់ទៅមិត្តម្នាក់ៗ នោះនៅសល់ស្ករគ្រាប់ ចំនួន 11 ។ នៅពេលដែលគាត់ឱ្យ 10 គ្រាប់ទៅមិត្តម្នាក់ៗ នោះគាត់ខ្វះ 5 គ្រាប់។ សរសេរសមីការដោយប្រើប្រាស់ $x$ ។

គ. រកចំនួនមិត្តភក្តិដែលគាត់មាន ។

**259)** In the diagram on the right, each number from 1 to 16 is assigned to each of the 16 squares so that the sum of the 4 number in any row, column or diagonal is the same. (This kind of square is called a magic square) Seven numbers are already assigned.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a$ | 14 | 15 | $b$ |
| 12 | $c$ | 6 | $d$ |
| $e$ | $f$ | 10 | $g$ |
| $h$ | $i$ | 3 | 16 |

a) Find the sum of four numbers in a row, column or diagonal.

b) Find the numbers for $a$ and $h$.

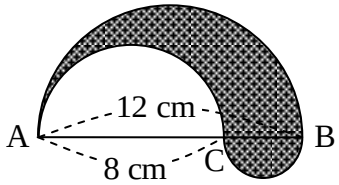
២៥៩) ក្នុងរូបខាងស្តាំ លេខនីមួយៗចាប់ពី 1 ដល់ 16 គឺត្រូវបានកំណត់ទីតាំងទៅក្នុងការេចំនួន 16 ។ ដូចនេះផលបូក 4 លេខនៅក្នុងជួរដេកនីមួយៗ ជួរឈរនីមួយៗ ឬអង្កត់ទ្រូងគឺដូចគ្នា ។ (នេះគឺជាប្រភេទនៃការេ ដែលត្រូវបានហៅថា ការេវេទមន្ត) ប្រាំពីរលេខគឺត្រូវបានកំណត់ទីតាំងរួចរាល់។

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a$ | 14 | 15 | $b$ |
| 12 | $c$ | 6 | $d$ |
| $e$ | $f$ | 10 | $g$ |
| $h$ | $i$ | 3 | 16 |

ក. រកផលបូកបួនលេខនៅក្នុងជួរដេក ជួរឈរ ឬអង្កត់ទ្រូង។

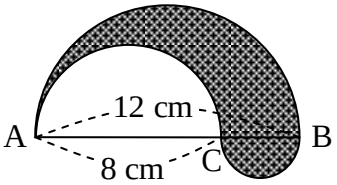
ខ. រកចំនួនសម្រាប់ $a$ និង $h$ ។

**260)** In the diagram on the right, point C lies on segment AB such that AB = 12 cm and AC = 8 cm. There are three semicircles whose diameters are segments AB, AC and BC, respectively. Include units in your answer and use $\pi$ for the ratio of the circumference of a circle to its diameter.



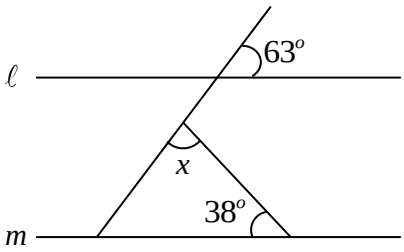

a) Find the area, in $cm^2$, of the semicircle of diameter 12 cm.
b) Find the area, in $cm^2$, of the shaded part. Write the steps leading to your answer.

**២៦០)** ក្នុងរូបខាងស្តាំ ចំណុច C នៅលើអង្កត់ AB ដែល AB = 12 cm និង AC = 8 cm ។ មានកន្លះរង្វង់បី ដែលអង្កត់ផ្ចិតរបស់ពួកវាគឺ AB, AC និង BC រៀងគ្នា។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក និងប្រើ $\pi$ សម្រាប់ផលធៀបនៃ បរិមាត្ររង្វង់ទៅនឹង អង្កត់ផ្ចិតរបស់វា។

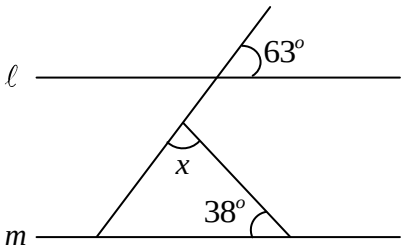



ក. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ 12 cm ។
ខ. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃផ្នែកជាត់ពណ៌។ សរសេរជំហាននៃការដោះស្រាយរបស់អ្នក ។

**261)** In the diagram below, find $\angle x$ when $\ell \| m$.




**២៦១)** ក្នុងរូបខាងក្រោម ចូររក $\angle x$ នៅពេលដែល $\ell \| m$ ។




**262)** There are two fish tanks, A and B. Tank A can hold 27 L of water and tank B can hold 36 L of water.
a) Write the ratio of the volume of tank A to the volume of tank B in simplest form.
b) 35 fish are divided into the two tanks such that the ratio of the number of fish in tank A to tank B is equal to the ratio of their volumes. Find the number of fish in tank A and in tank B.

**២៦២)** មានធុងទឹកពីរ A និង B ។ ធុងទឹក A អាចដាក់បាន 27 L នៃទឹក និងធុងទឹក B អាចដាក់បាន 36 L នៃទឹក ។
ក. សរសេរផលធៀបនៃមាឌធុងទឹក A ទៅនឹងមាឌធុង B ជាផលធៀបសម្រួលរួច ។
ខ. ត្រីចំនួន 35 ត្រូវបានលែងក្នុងធុងទាំងពីរ ដែលផលធៀបនៃចំនួនត្រីក្នុងធុង A ទៅចំនួនត្រីក្នុងធុង B គឺស្មើនឹងផលធៀបមាឌរបស់ពួកវា។ រកចំនួនត្រីនៅក្នុងធុង A និងចំនួនត្រីនៅក្នុងធុង B ។

**263)** Becky walks at a speed of 80 m per minute. Answer the following and include units in your answer.

a) It takes 8 minutes for Becky to go to school from her home. Find the distance, in m, to school from her home.

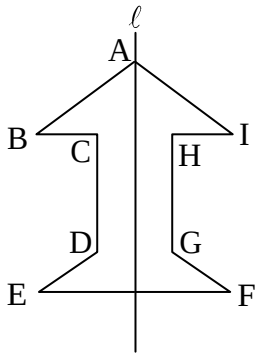
b) The distance to a station form her home is 2 km. How long, in minutes, does it take for Becky to go to the station from her home?

២៦៣) ប៊ែកឃី ដើរក្នុងល្បឿន 80 m ក្នុងមួយនាទី។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម និងបញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក។

ក. វាចំណាយពេលអស់ 8 នាទីសម្រាប់ ប៊ែកឃីទៅសាលាពីផ្ទះរបស់នាង។ រកចម្ងាយគិតជា m ទៅសាលាគិតពីផ្ទះរបស់នាង ។

ខ. ចម្ងាយទៅស្ថានីយ៍ពីផ្ទះរបស់នាងគឺ 2 km។ តើប៊ែកឃី ចំណាយពេលប៉ុន្មាននាទី ដើម្បីទៅ ស្ថានីយ៍គិតពីផ្ទះរបស់នាង ។

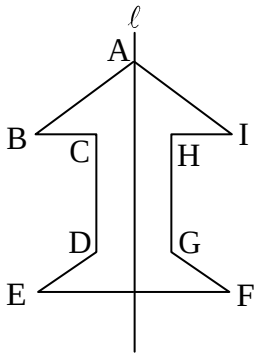
**264)** The figure on the right has axis of symmetry $\ell$.




a) Find the vertex that is symmetric to vertex C with respect to $\ell$.

b) Find the side that is symmetric to side GF with respect to $\ell$.

២៦៤) ក្នុងរូបខាងស្តាំ មានអ័ក្សឆ្លុះ $\ell$ ។




ក. រកកំពូល ដែលឆ្លុះទៅនឹងកំពូល C ចំពោះអ័ក្ស $\ell$ ។

ខ. ចូររកអង្កត់ ដែលឆ្លុះទៅនឹងអង្កត់ GF ធៀបនឹងអ័ក្សឆ្លុះ $\ell$ ។

**265)** 17 added to a number is equal to 15 subtracted from that number then multiplied by 5. Let that number be $x$ and answer the following.

a) Write the equation in terms of $x$.

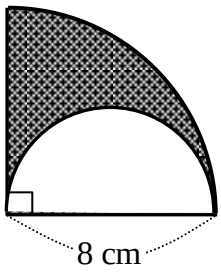
b) Find the value of $x$.

២៦៥) 17 បូកនឹងមួយចំនួន ស្មើនឹង 15 ដកចេញពីមួយចំនួននោះ រួចគុណនឹង 5 ។ តាងមួយចំនួននោះជា $x$ និងឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖

ក. សរសេរសមីការឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$ ។

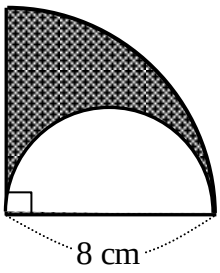
ខ. រកតម្លៃនៃ $x$ ។

**266)** In the diagram on the right, There is a semicircle of diameter 8 cm in a sector whose radius is 8 cm and its central angle is $90^o$. Include units in your answer and use $\pi$ for the ratio of the circumference of a circle to its diameter.



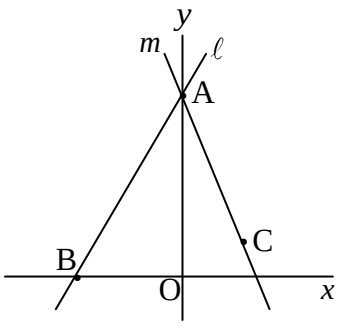

a) Find the area, in $cm^2$, of the sector whose radius is 8 cm and its central angle is $90^o$.
b) Find the area, in $cm^2$, of the shaded part. Write the steps leading to your answer.

២៦៦) ក្នុងរូបខាងស្តាំ មានកន្លះថាសមួយមានអង្កត់ផ្ចិត 8 cm នៅក្នុងចម្រៀកថាសមួយ ដែលកាំរបស់វាគឺ 8 cm ហើយមុំផ្ចិតរបស់វាគឺ $90^o$ ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក និងប្រើ $\pi$ សម្រាប់ផលធៀបនៃបរិមាត្រវង្វង់ ទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា ។



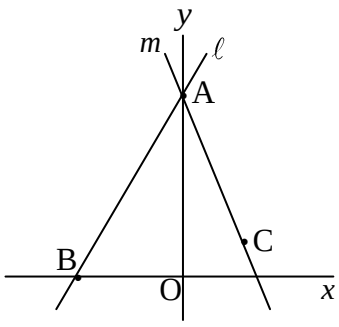

ក. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃចម្រៀកថាសដែលមានរង្វាស់កាំ 8 cm និងមានមុំផ្ចិត $90^o$ ។
ខ. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃផ្នែកជាត់ពណ៌។ សរសេរជំហាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក។

**267)** In the diagram on the right, the straight line $y=2x+6$, denoted by $\ell$, passes through the $y$-axis and $x$-axis at A and B, respectively. The coordinates of point C is (2, 1). Let $m$ be the straight line that passes through points A and C.




a) Find the coordinates of point B.
b) Find the equation of straight line $m$. Write the steps leading to your answer.

២៦៧) ក្នុងរូបខាងស្តាំ បន្ទាត់ $y=2x+6$ សម្គាល់ដោយ $\ell$ កាត់តាមអ័ក្ស $y$ និងអ័ក្ស $x$ ត្រង់ A និង B រៀងគ្នា។ កូអរដោនៃចំណុច C គឺ (2, 1) ។ តាង $m$ គឺជាបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច A និង C ។




ក. រកកូអរដោនៃចំណុច B ។
ខ. រកសមីការបន្ទាត់ $m$ ។ សរសេរជំហាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក។

**268)** The table below contains information on the highest and lowest temperatures for each day from July 20th to July 24th in Osaka city. The numbers show the difference in temperature between $30\,^{o}C$ and the actual temperature. Positive numbers indicate temperatures higher than $30\,^{o}C$. Negative numbers indicate temperatures lower than $30\,^{o}C$.

| July | 20th | 21st | 22nd | 23rd | 24th |
|---|---|---|---|---|---|
| Highest | +3.9 | +4.2 | +5.3 | +6.0 | +5.6 |
| Lowest | -3.6 | -3.8 | -3.8 | -2.5 | -2.7 |

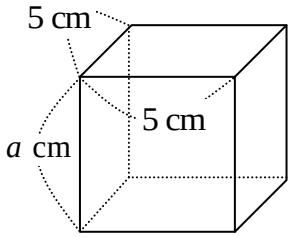
a) Find the actual lowest temperature on the 20th. Include units in your answer.
b) Which day has the greatest difference between the highest and lowest temperatures?

២៦៨) តារាងខាងក្រោមមានផ្តុំកព័ត៌មានពីសីតុណ្ហភាពអតិបរមា និងអប្បរមា សម្រាប់ថ្ងៃនីមួយៗពីថ្ងៃទី ២០ ខែ កក្កដា ដល់ថ្ងៃទី ២៤ ខែ កក្កដា នៅក្នុងទីក្រុងអូសាកា។ ចំនួនដែលបង្ហាញគឺជាសីតុណ្ហភាពល្អៀងរវាងសីតុណ្ហភាព $30\,^{o}C$ និងសីតុណ្ហភាពពិតប្រាកដ។ ចំនួនវិជ្ជមានបង្ហាញប្រាប់សីតុណ្ហភាពខ្ពស់ជាង $30\,^{o}C$ ចំនួនអវិជ្ជមានបង្ហាញប្រាប់សីតុណ្ហភាពដែលទាបជាង $30\,^{o}C$ ។

| កក្កដា | ទី២០ | ទី២១ | ទី២២ | ទី២៣ | ទី២៤ |
|---|---|---|---|---|---|
| ខ្ពស់បំផុត | +3.9 | +4.2 | +5.3 | +6.0 | +5.6 |
| ទាបបំផុត | -3.6 | -3.8 | -3.8 | -2.5 | -2.7 |

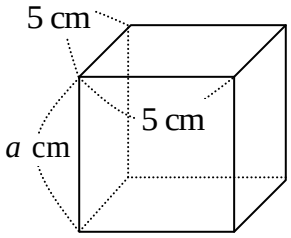
ក. រកសីតុណ្ហភាពពិតអប្បបរមានៅថ្ងៃទី ២០។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក ។
ខ. តើថ្ងៃណា ដែលមានសីតុណ្ហភាពខុសគ្នាធំបំផុតរវាងសីតុណ្ហភាពអតិបរមា និងសីតុណ្ហភាពអប្បរមា ។

**269)** The diagram on the right shows a rectangular prism of length 5 cm, width 5 cm and height $a$ cm. Include units in your answer.




a) Find the volume, in $cm^3$, of the rectangular prism.
b) Find the surface area, in $cm^2$, of the rectangular prism.

២៦៩) ក្នុងរូបខាងស្តាំបង្ហាញពីប្រលេពីប៉ែតកែង ដែលមានបណ្តោយ 5 cm ទទឹង 5 cm និងកម្ពស់ $a$ cm ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក ។




ក. ចូររកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃប្រលេពីប៉ែតកែង ។
ខ. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃប្រលេពីប៉ែតកែង ។

**270)** There are two numbers, $x$ and $y$. The sum of $x$ and $y$ is 30. The sum of 7 times $x$ and 2 times $y$ is 95.

a) Write a system of equation using $x$ and $y$.

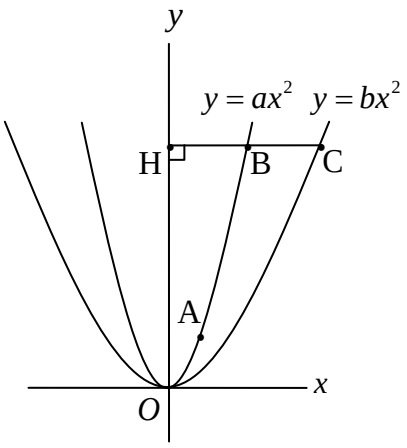
b) Find the value of $x$ and $y$.

๒๗๐) មានពីរចំនួន $x$ និង $y$ ។ ផលបូកនៃ $x$ និង $y$ គឺ 30 ។ ផលបូក 7ដងនៃ $x$ និង 2ដងនៃ $y$ គឺ 95 ។

ក. សរសេរប្រព័ន្ធសមីការដោយប្រើប្រាស់ $x$ និង $y$ ។

ខ. រកតម្លៃនៃ $x$ និង $y$ ។

**271)** In the graph shown on the right, the parabola $y = ax^2$ has its vertex at O and passes through point A(1, 2). Point B lies on $y = ax^2$ and its $x$-coordinate is 2. Point H lies on the $y$-axis and line BH is perpendicular to the y-axis. Point C lies on line BH such that HB = BC. The parabola $y = bx^2$ has its vertex at O and passes through point C.

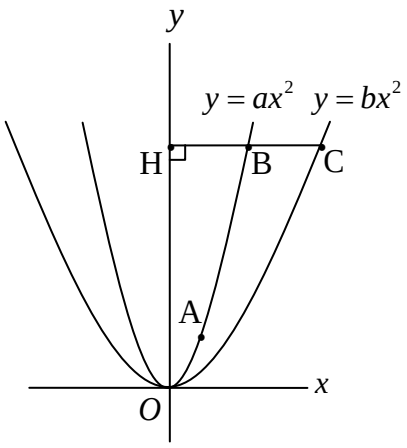



a) Find the value of $a$.

b) Find the $y$-coordinate of point B.

c) Find the value of $b$. Write the steps leading to your answer.

๒๗๑) ក្នុងក្រាហ្វដែលបានបង្ហាញខាងស្តាំ ប៉ារ៉ាបូល $y = ax^2$ មានកំពូល O និងកាត់តាមចំណុច A(1, 2) ។ ចំណុច B នៅលើប៉ារ៉ាបូល $y = ax^2$ និងអាប់ស៊ីសរបស់វាគឺ 2។ ចំណុច H នៅលើអ័ក្សអរដោនេ ហើយបន្ទាត់ BH កែងទៅនឹងអ័ក្សអរដោនេ។ ចំណុច C នៅលើបន្ទាត់ BH ដែល HB = BC ។ ប៉ារ៉ាបូល $y = bx^2$ មានកំពូលរបស់វានៅត្រង់ O និងកាត់តាមចំណុច C ។

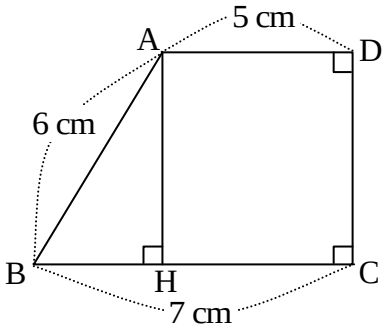



ក. រកតម្លៃនៃ $a$ ។

ខ. រកអរដោនេនៃចំណុច B ។

គ. រកតម្លៃនៃ $b$ ។ សរសេរជំហាននៃដំណោះស្រាយរបស់អ្នក ។

**272)** The figure on the right shows trapezoid ABCD with AD || BC and $AD \perp DC$. Point H lies on side BC and line AH is perpendicular to side BC. Answer the following when AB = 6 cm, BC = 7 cm and AD = 5 cm.




a) Find the length, in cm, of AH.
b) Find the area, in $cm^2$, of trapezoid ABCD.

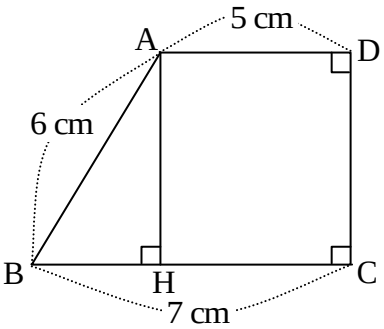
**273)** Consider the following six integers.
$-6, -5, -1, 2, 4, 5$

a) If you choose two integers and add them, find the least possible sum of the two integers.
b) If you choose two integers and multiply them, find the least possible product of the two integers.
c) Three difference integers are assigned to each of the letters, A, B and C in the expression below. Find the set of integers, A, B and C such that the expression takes the minimum value.
$\frac{A}{B}+C$

**274)** Consider the function $y=\frac{1}{2}x^2$.

a) Find the value of $x$ when $y=4$.
b) For the problem "Find the range of $y$ in the interval $-2 \le x \le 4$"
Nick's answer was "$2 \le y \le 8$". Is his answer correct? If it is correct, write "Correct" on your answer sheet. If it is not correct, give your reason.

២៧២) រូបខាងស្តាំ បង្ហាញពីចតុកោណព្នាយ ដែលមាន AD || BC និង $AD \perp DC$ ។ ចំណុច H នៅលើជ្រុង BC និងបន្ទាត់ AH កែងទៅនឹងជ្រុង BC ។ ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោមនៅពេលដែល AB = 6 cm, BC = 7 cm និង AD = 5 cm ។



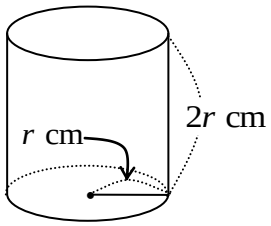

ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃ AH ។
ខ. រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃចតុកោណព្នាយ ABCD ។

២៧៣) ពិនិត្យលើចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបទាំងប្រាំមួយ៖
$-6, -5, -1, 2, 4, 5$
ក. បើគេជ្រើសរើសពីរចំនួន រួចបូកវាបញ្ចូលគ្នា ចូររកផលបូកតូចបំផុតអាចមាន នៃពីរចំនួននោះ ។
ខ. បើគេជ្រើសរើសពីរចំនួន រួចគុណវាបញ្ចូលគ្នា ចូររកផលគុណតូចបំផុតអាចមាន នៃពីរចំនួននោះ ។
គ. បីចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបបីខុសគ្នា ដែលសម្គាល់ដោយអក្សរនីមួយៗ A, B និង C មានបង្ហាញខាងក្រោម ។ ចូររកចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប A, B និង C ដែលធ្វើឱ្យតម្លៃដែលបញ្ជាក់ខាងក្រោមតូចបំផុត ។
$\frac{A}{B}+C$

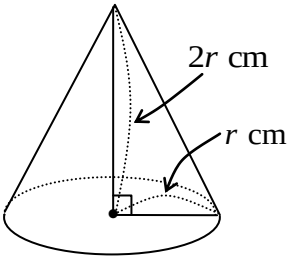
២៧៤) ពិនិត្យអនុគមន៍ $y=\frac{1}{2}x^2$ ។
ក. រកតម្លៃ $x$ នៅពេលដែល $y=4$ ។
ខ. ចំពោះបញ្ហា "រកតម្លៃនៃ $y$ ក្នុងចន្លោះ $-2 \le x \le 4$" ចម្លើយរបស់ និក គឺ "$2 \le y \le 8$" ។ តើចម្លើយរបស់គាត់ត្រូវឬខុស? បើត្រូវ សរសេរថា "ត្រូវ" ក្នុងសន្លឹកចម្លើយរបស់អ្នក។ បើខុស ចូរឱ្យហេតុផល។

**275)** Find the volume, in $cm^3$, of each of the following solids. Include units in your answer and use $\pi$ for the ratio of the circumference of a circle to its diameter.

a) Cylinder

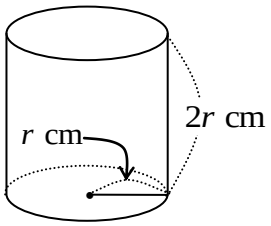



b) Cone

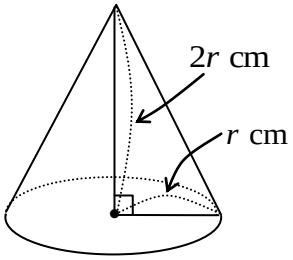



๒๗๕) រកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃសូលីតនីមួយៗខាងក្រោម។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកនិងប្រើ $\pi$ សម្រាប់ផលធៀបនៃបរិមាត្រវង្វង់ ទៅនឹងអង្កត់ផ្ចិតរបស់វា ។

ក. ស៊ីឡាំង




ខ. កោណ




**276)** 2 students are selected form 4 students, A, B, C and D, at random.

a) How many different ways can 2 students be selected?

b) What is the probability that student A will be selected?

c) After selecting 2 students, a president and a vice president will be selected from the 2 students at random. What is the probability that student A will be president?

๒๗๖) សិស្ស 2 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសពីសិស្ស 4 នាក់គឺ A, B, C និង D ដោយចៃដន្យ។

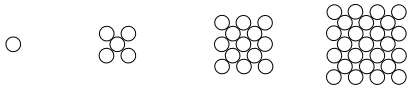
ក. តើគេអាចមានប៉ុន្មានរបៀបខុសពីគ្នា ក្នុងការជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ ។

ខ. តើប្រូបាបដែលសិស្ស A នឹងត្រូវបានគេជ្រើសរើសគឺប៉ុន្មាន?

គ. បន្ទាប់ពីការជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ ប្រធានម្នាក់ និងអនុប្រធានម្នាក់ នឹងត្រូវបានជ្រើសរើសពីសិស្ស 2 នាក់ដោយចៃដន្យ។ តើប្រូបាបដែលសិស្ស A នឹងក្លាយជាប្រធានគឺប៉ុន្មាន?

**277)** Circles are arranged according to a rule as shown below.

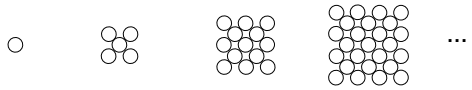
1st 2nd 3rd 4th …




Find the number of circles in the 8th arrangement.

๒๗๗) រង្វង់ជាច្រើនត្រូវបានគេស្រុះស្រួលគ្នារៀបចំទៅតាមក្បួនមួយ ដូចដែលបានបង្ហាញខាងក្រោម៖

ទី១ ទី២ ទី៣ ទី៤ ...




រកចំនួននៃរង្វង់ក្នុងលំដាប់ទី៨ ដែលគេបានរៀបចំ។

**278)** The table on the right shows the number of doctors per 1000 people for the top four countries. Japan is added to the table for comparison.

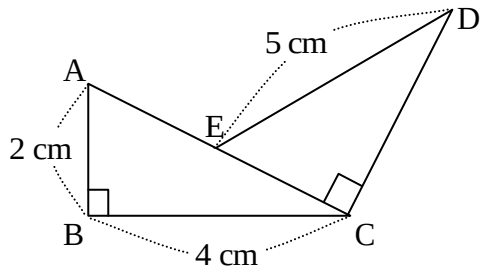
| Country | Number of doctor per 1000 people |
|---|---|
| Cuba | 6.4 |
| Greece | 5.4 |
| Belarus | 4.9 |
| Russia | 4.3 |
| Japan | 2.1 |

a) How many times more is the number of doctors per 1000 people in Cuba than in Russia? Round your answer off to one decimal place.

b) To find the number of doctor per 1000 people in a country, we need two values, "the total number of doctors" and "population" of the country.
Let $x$ be the total number of doctors and let $y$ be the population of a country. Express the number of doctors per 1000 people using $x$ and $y$.

c) Suppose that the population of Japan is 130,000,000. Find the total number of doctors in Japan.

**279)** The figure on the right shows two right-angled triangles ABC and CDE, where point E is the midpoint of side AC. AB = 2 cm, BC = 4 cm and DE = 5 cm. Include units in your answer.




a) Find the length, in cm, of side AC.

b) Find the length, in cm, of side CD.

c) Find the sum of the areas, in $cm^2$, of $\Delta ABC$ and $\Delta CDE$.

២៧៨) តាងរាងខាងស្តាំ បង្ហាញពីចំនួនគ្រូពេទ្យ ក្នុងចំណោមមនុស្ស 1000 នាក់ នៃប្រទេសលេចធ្លោបួន។ ប្រទេសជប៉ុន គឺត្រូវបានបន្ថែមទៅក្នុងតារាង សម្រាប់ធ្វើការប្រៀបធៀប។

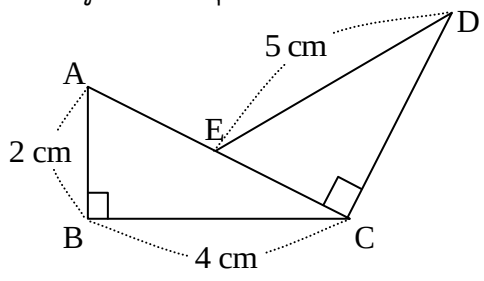
| ប្រទេស | ចំនួនគ្រូពេទ្យក្នុងចំណោមមនុស្ស 1000 នាក់ |
|---|---|
| គុយបា | 6.4 |
| ក្រិក | 5.4 |
| បែឡារូស | 4.9 |
| រូស្សុី | 4.3 |
| ជប៉ុន | 2.1 |

ក. តើចំនួននៃគ្រូពេទ្យក្នុងចំណោមមនុស្ស 1000 នាក់ ក្នុងប្រទេសគុយបា ច្រើនជាងប្រទេសរូស្សុីប៉ុន្មានដង? ចម្លើយរបស់អ្នកយកផ្នែកទស្សភាគមួយខ្ទង់។

ខ. ដើម្បីរកចំនួនគ្រូពេទ្យក្នុងចំណោមមនុស្ស 1000 នាក់ ក្នុងប្រទេសមួយ យើងត្រូវការតម្លៃពីរ "ចំនួនគ្រូពេទ្យសរុប" និង "ចំនួនប្រជាជន" នៃប្រទេស។ តាង $x$ ជាចំនួនគ្រូពេទសរុប និង $y$ ជាចំនួនប្រជាជនក្នុងប្រទេសមួយ។ ចូរបញ្ជាក់ចំនួននៃគ្រូពេទ្យក្នុងចំណោមមនុស្ស 1000 នាក់ ដោយប្រើប្រាស់ $x$ និង $y$ ។

គ. សន្មត់ថា ចំនួនប្រជាជននៃប្រទេសជប៉ុនគឺ 130,000,000 នាក់។ រកចំនួនគ្រូពេទ្យសរុបនៅក្នុងប្រទេសជប៉ុន។

២៧៩) រូបខាងស្តាំ បង្ហាញពីត្រីកោណកែងពីរ ABC និង CDE ដែលចំណុច E គឺជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AC ។ AB = 2 cm, BC = 4 cm និង DE = 5 cm ។ បញ្ចូលខ្នាតនៅក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក ។

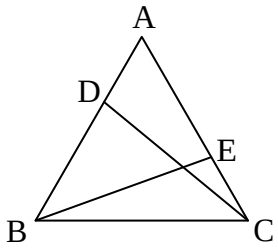



ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃជ្រុង AC ។

ខ. រកប្រវែងគិតជា cm នៃជ្រុង CD ។

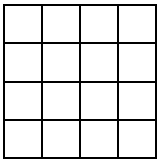
គ. រកផលបូកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃ $\Delta ABC$ និង $\Delta CDE$ ។

**280)** The diagram on the right shows equilateral triangle ABC. Points D and E lie on side AB and AC, respectively such that AD = CE. $\angle ACD = \angle CBE$ will be proven in the simplest way using congruent triangles.



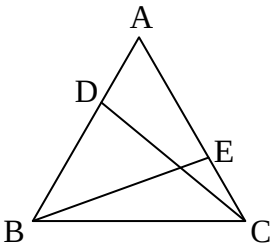

1) Which two triangles should be shown to be congruent?
2) Which conditions are required to prove that the two triangles in your answer for 1) are congruent? Choose three conditions from the following and write the corresponding letters.
   (a) AD = CE
   (b) AC = CB
   (c) CD = BE
   (d) $\angle ADC = \angle CEB$
   (e) $\angle ADC = \angle CEB$
   (f) $\angle CAD = \angle BCE$
3) Explain in words the condition for congruent triangles in your answer for 1).

**281)** In the figure on the right, a square with sides of length 4 cm is equally divided into 4×4 small squares, each with a side of length 1 cm.



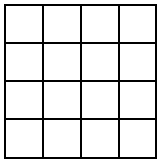
In this figure, construct a line segment of length 5 cm using only a ruler. You can only use the ruler for drawing lines.

២៨០) រូបខាងស្តាំបង្ហាញពីត្រីកោណសម័ង្ស ABC ។ ចំណុច D និង E នៅលើជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ដែល AD = CE ។ $\angle ACD = \angle CBE$ នឹងត្រូវបង្ហាញដោយការប្រើលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ។




១) តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា?
២) តើលក្ខខណ្ឌណា ដែលត្រូវយកមកបញ្ជាក់ចំពោះត្រីកោណទាំងពីរ ដែលថាវាប៉ុនគ្នាក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកសម្រាប់សំណួរទី ១)។ ចូរជ្រើសរើសលក្ខខណ្ឌ បីនៃបណ្តាលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម ហើយសរសេរ អក្សរដែលត្រូវគ្នានឹងលក្ខខណ្ឌនោះ។
   ក. AD = CE
   ខ. AC = CB
   គ. CD = BE
   ឃ. $\angle ADC = \angle CEB$
   ង. $\angle ACD = \angle CBE$
   ច. $\angle CAD = \angle BCE$
៣) ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ ក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក សម្រាប់សំណួរទី ១)។

២៨១) ក្នុងរូបខាងស្តាំ ការេមួយមានរង្វាស់ជ្រុងប្រវែង 4 cm គឺត្រូវចែកចេញជាការេតូច 4×4 ស្មើៗគ្នា ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ប្រវែង 1 cm ។



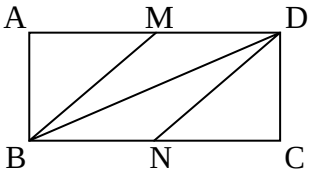
ក្នុងរូបនេះ ចូរដឹកបន្ទាត់ដែលមានប្រវែង 5 cm ដោយការប្រើប្រាស់តែបន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះ។ អ្នកអាចប្រើបានតែបន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះដើម្បីគូសបន្ទាត់។

**282)** In the accompanying figures, each shows 5 bulbs to represent a number. Each electric bulb can be either on or off. Figure 1 shows all electric bulbs are off and it represents 0. When the electric bulbs are on as in Figure 2 to Figure 6, they represent 1, 2, 4, 8 and 16, respectively. Some othe numbers can also be represented by a combination of these 5 bulbs. For example, Figure 7 is a combination of Figure 2, 5 and 6. Thus Figure 7 represents 1 + 8 + 16 = 25. Answer the following.

Figure 1 ●●●●●
Figure 2 ○●●●●
Figure 3 ●○●●●
Figure 4 ●●○●●
Figure 5 ●●●○●
Figure 6 ●●●●○
Figure 7 ○●●○○

a) What number is represented when all bulbs are on?
b) Configure these bulbs to represent 10. Draw your figure using ○ and ● just like the figure above.

**283)** In the rectangle shown on the right, points M and N are the midpoints of sides AD and BC, respectively. BD is the diagonal. $\angle MBD = \angle NDB$ will be proved in the simplest way by using congruent triangles.



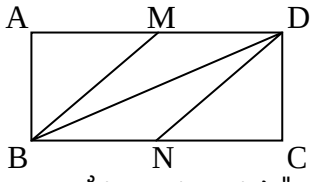

1) Which two triangles should be shown to be congruent?
2) Which conditions are required to prove congruency of the two triangles in your answer for 1)? Choose three conditions from the following and write the corresponding letters.
   a) $AM = CN$ b) $DM = BN$
   c) $BD = DB$ d) $\angle MBD = \angle NDB$
   e) $\angle A = \angle C$ f) $\angle MDB = \angle NBD$
3) Explain in words the condition for congruent triangles in your answer for 1).

២៨២) ក្នុងរូបនីមួយៗបង្ហាញពីអំពូល៥ ដែលជំនួសឱ្យលេខ។ អំពូលអគ្គិសនីនីមួយៗអាចឆេះភ្លឺ ឬមិនឆេះភ្លឺ។ រូបទី១ បង្ហាញពីអំពូលអគ្គិសនីទាំងអស់មិនឆេះដែលជំនួសឱ្យលេខ 0 ។ នៅពេលដែលអំពូលអគ្គិសនីឆេះភ្លឺ ដូចក្នុងរូបទី២ ដល់ទី៦ ដែលពួកវាជំនួសឱ្យលេខ 1, 2, 4, 8 និង 16 រៀងគ្នា។ លេខផ្សេងទៀតអាចត្រូវបានជំនួសដោយការផ្សំចូលគ្នានៃអំពូលទាំង៥នេះ។ ជាឧទាហរណ៍ រូបទី ៧ ជាបន្សំនៃរូបទី 2, 5 និង 6។ ដូចនេះរូបទី ៧ ជំនួសឱ្យលេខ 1 + 8 + 16 = 25 ។
ចូរឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម។

រូបទី 1 ●●●●●
រូបទី 2 ○●●●●
រូបទី 3 ●○●●●
រូបទី 4 ●●○●●
រូបទី 5 ●●●○●
រូបទី 6 ●●●●○
រូបទី 7 ○●●○○

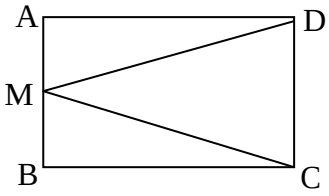
ក. តើនៅពេលអំពូលទាំងអស់ឆេះភ្លឺ វាជំនួសឱ្យលេខអ្វី?
ខ. រូបនៃអំពូលទាំងនេះជំនួសឱ្យលេខ 10។ ចូរគូសរូបរបស់អ្នកដោយប្រើប្រាស់ ○ និង ● ដូចរូបខាងលើ។

២៨៣) ក្នុងចតុកោណកែងបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ, ចំណុច M និង N គឺជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង AD និង BC ។ BD គឺជាអង្កត់ទ្រូង។ $\angle MBD = \angle NDB$ នឹងត្រូវ បង្ហាញដោយការប្រើលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃ ត្រីកោណ។



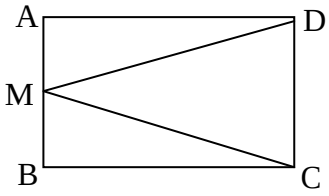

១) តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា?
២) តើលក្ខខណ្ឌណា ដែលត្រូវយកមកបញ្ជាក់ចំពោះត្រីកោណទាំងពីរ ដែលថាវាប៉ុនគ្នាក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកសម្រាប់សំណួរទី ១)។ ចូរជ្រើសរើសលក្ខខណ្ឌបីនៃបណ្តាលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម ហើយសរសេរអក្សរដែលត្រូវគ្នា។
   ក. $AM = CN$ ខ. $DM = BN$
   គ. $BD = DB$ ឃ. $\angle MBD = \angle NDB$
   ង. $\angle A = \angle C$ ច. $\angle MDB = \angle NBD$
៣) ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក សម្រាប់សំណួរទី ១)។

**284)** The diagram shows rectangle ABCD. Let M be the midpoint of side AB. When connecting point M to vertices C and D, $\angle AMD = \angle BMC$ will be proven in the simplest way using congruent triangles.



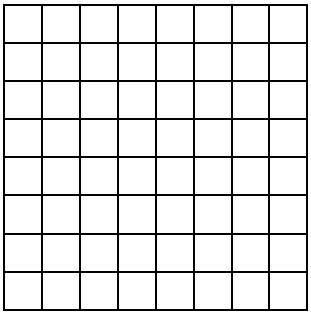

1) Which two triangles should be shown to be congruent?
2) Which conditions are required to prove that the two triangles in your answer for 1) are congruent? Choose three conditions from the following and write the corresponding letters.
   a) $AD = BC$ b) $MD = MC$
   c) $AM = BM$ d) $\angle AMD = \angle BMC$
   e) $\angle MAD = \angle MBC$ f) $\angle ADM = \angle BCM$
3) Explain in words the condition for congruent triangles in your answer for 1).

๒๘๔) រូបបង្ហាញពីចតុកោណកែង ABCD ។ គេឱ្យ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB។ នៅពេលដែលយើងភ្ជាប់ចំណុច M ទៅកំពូល C និង D, $\angle AMD = \angle BMC$ នឹងត្រូវបង្ហាញដោយការប្រើលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ



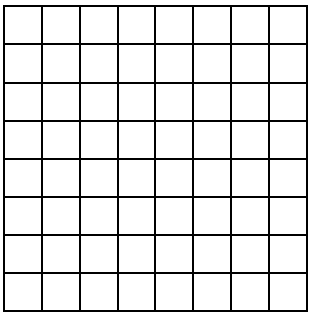

១) តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា?
២) តើលក្ខខណ្ឌណា ដែលត្រូវយកមកបញ្ជាក់ចំពោះត្រីកោណទាំងពីរ ដែលថាវាប៉ុនគ្នាក្នុងចម្លើយរបស់អ្នកសម្រាប់សំណួរទី ១)។ ចូរជ្រើសរើសលក្ខខណ្ឌបីនៃបណ្តាលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម ហើយសរសេរអក្សរដែលត្រូវគ្នា។
   ក. $AD = BC$ ខ. $MD = MC$
   គ. $AM = BM$ ឃ. $\angle AMD = \angle BMC$
   ង. $\angle MAD = \angle MBC$ ច. $\angle ADM = \angle BCM$
៣) ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណក្នុងចម្លើយរបស់អ្នក សម្រាប់សំណួរទី ១)។

**285)** In the figure on the right, a square with sides of length 8 cm is equally divided into 8×8 small squares, each with a side of length 1 cm.



In this figure, construct a line segment of length 10 cm using only a ruler. You can only use the ruler for drawing lines. You don't need to write your steps leading to your answer.

๒๘๕) ក្នុងរូបខាងស្តាំ ការេមួយមានរង្វាស់ជ្រុងប្រវែង 8 cm គឺត្រូវចែកចេញជាការេតូច 8×8 ស្មើៗគ្នា ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ប្រវែង 1 cm ។



ក្នុងរូបនេះ ចូរដឹកបន្ទាត់ដែលមានប្រវែង 10 cm ដោយការប្រើប្រាស់តែបន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះ។ អ្នកអាចប្រើបានតែបន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះដើម្បីគូសបន្ទាត់។ អ្នកមិនចាំបាច់សរសេរជំហាននៃចម្លើយរបស់អ្នកទេ។

**286)** Three marbles are picked from a jar containing 6 white marbles and 3 red marbles. Let A be the event "three marbles picked are red".
Three marbles are picked from a jar containing 7 white marbles and 3 red marbles. Let B be the event "three marbles picked are red".
How many time more is the probability of occurring event A than that of event B?

២៨៦) កូនឃ្លីបីគឺត្រូវបានជ្រើសរើសពីក្នុងក្រឡមួយ ដែលមានផ្គុំកូនឃ្លីស 6 និងកូនឃ្លីក្រហម 3 ។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ "កូនឃ្លីទាំងបីបានជ្រើសរើសគឺក្រហម"។
កូនឃ្លីបីគឺត្រូវបានជ្រើសរើសពីក្នុងក្រឡមួយ ដែលមានផ្គុំកូនឃ្លីស 7 និងកូនឃ្លីក្រហម 3 ។ តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ "កូនឃ្លីទាំងបីបានជ្រើសរើសគឺក្រហម"។
តើប៉ុន្មានដង ដែលប្រូបាបកើតមានឡើងនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ច្រើនជាងប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ?

**287)** Cube A has a side of length $a$. Cube B is a cube that is obtained by extending each side of cube A by length $b$.
a) Write the volume of cube B in terms of $a$ and $b$. Write only your answer in expanded form.
b) How many times more is the volume of cube B than that of cube A? Express your answer in term of $t$, where $t=\frac{b}{a}$.

២៨៧) គូប A មានទ្រនុង $a$ ។ គូប B គឺជាគូបដែលបានដោយធ្វើការពង្រីកទ្រនុងនីមួយៗនៃគូប A ប្រវែង $b$ ។
ក. ចូរសរសេរមាឌនៃគូប B ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $b$ ។ សរសេរចម្លើយរបស់អ្នកជាទម្រង់ពន្លាត។
ខ. តើប៉ុន្មានដងនៃមាឌគូប B ច្រើនជាងមាឌនៃគូប A? បញ្ជាក់ចម្លើយរបស់អ្នកជាអនុគមន៍នៃ $t$ ,
ដែល $t=\frac{b}{a}$ ។

**288)** Prove $x=y=z=a$ when $x+y+z=3a$ and $x^2+y^2+z^2=3a^2$, where $a$, $x$, $y$ and $z$ are real numbers.

២៨៨) បង្ហាញថា $x=y=z=a$ នៅពេលដែល $x+y+z=3a$ និង $x^2+y^2+z^2=3a^2$ ដែល $a$, $x$, $y$ និង $z$ គឺជាចំនួនពិត។

**លំហាត់ត្រឹមលេខ ២៨៨ នេះ ខ្ញុំបានបកប្រែជាភាសាជាតិ**
**និងដោះស្រាយរកចម្លើយ ជូនដល់មិត្តអ្នកអានរួចរាល់ហើយ។**

សូមមើលដំណោះស្រាយបន្ទាប់ពីទំព័រនេះ
ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់ជាមួយចម្លើយរបស់អ្នកក្រោយពីដោះស្រាយរួច។

# ចម្លើយលំហាត់ល្អៗនៃ តេស្តប្រឡងកម្រិតអន្តរជាតិ

**1)** គណនា និងសម្រួល៖

$$\left(x^2+6x+8\right)-\left(x^2+2x-8\right)$$
$$=x^2+6x+8-x^2-2x+8$$
$$=\boxed{4x+16}$$

**2)** ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

$$3(x+2)<5x-2$$
$$3x+6<5x-2$$
$$3x-5x<-2-6$$
$$-2x<-8$$
$$\frac{-2x}{-2}>\frac{-8}{-2}$$
$$\boxed{x>4}$$

**3)** បញ្ជាក់តម្លៃ $a$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $\ell$ និង $b$ ៖

$$\ell=2(a+b)$$
$$\frac{\ell}{2}=a+b$$
$$\frac{\ell}{2}-b=a$$

យើងអាចសរសេរបាន $\boxed{a=\frac{\ell-2b}{2}}$ ។

**4)** រកសមីការបន្ទាត់

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $y=ax+b$

ដោយ បន្ទាត់កាត់តាម $(0,-3)$ នោះ $x=0,\ y=-3$

ហើយ បន្ទាត់មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=7$

យើងបាន $y=ax+b$ ទៅជា $-3=7\cdot 0+b$

នាំឱ្យ $b=-3$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ដែលរកបានគឺ $\boxed{y=7x-3}$ ។

**5)** គណនា $x$

ដោយ $l\parallel m\parallel n$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស យើងបាន

$\frac{3cm}{5cm}=\frac{4cm}{x\,cm}$ ឬ $\frac{3}{5}=\frac{4}{x}$ នាំឱ្យ $\boxed{x=\frac{20}{3}}$ ។

**6)** ពន្លាត និងសម្រួល៖

$$(2x+1)^2-(2x+3)(2x-5)$$
$$=4x^2+4x+1-\left(4x^2-10x+6x-15\right)$$
$$=4x^2+4x+1-4x^2+4x+15$$
$$=\boxed{8x+16}$$

**7)** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

$(x-1)^2=0$ ជាសមីការដឺក្រេទី២

យើងបាន $x-1=0$ នាំឱ្យ $x=1$

ដូចនេះ សមីការមានឫសឌុបគឺ $\boxed{x_1=x_2=1}$ ។

**8)** គណនារួចសម្រួល៖

$$\left(\sqrt{5}+7\right)\left(\sqrt{5}-5\right)-\frac{10}{\sqrt{5}}$$
$$=5-5\sqrt{5}+7\sqrt{5}-35-2\sqrt{5}$$
$$=\boxed{-30}$$

**9)** រកដែនកំណត់ $y$ ៖

យើងមាន $-2\le x\le 1$ និង $y=\frac{1}{2}x^2$

ដោយ $x^2\ge 0$ គ្រប់តម្លៃនៃ $x$ នោះ $y\ge 0$ ដែរ

បើ $-2\le x\le 0$ នោះ $0\le y\le 2$

បើ $0\le x\le 1$ នោះ $0\le y\le \frac{1}{2}$

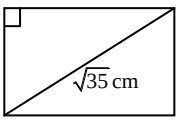
តែ ចន្លោះ $0\le y\le\frac{1}{2}$ ស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះ $0\le y\le 2$

ដូចនេះ យើងយកចន្លោះ $\boxed{0\le y\le 2}$ ។

**10)** រកប្រវែងបណ្តោយនៃចតុកោណកែងនោះ

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$\text{បណ្តោយ}^2=\sqrt{35}^2-\sqrt{5}^2$




$\text{បណ្តោយ}^2=30$

នាំឱ្យ ប្រវែងបណ្តោយគឺ $\sqrt{30}$ cm

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែងបណ្តោយរកបានគឺ } \sqrt{30}\text{ cm}}$ ។

**11)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

$$\begin{aligned} & xyz+xy+xz+x \\ &= x(yz+y+z+1) \\ &= x\left[y(z+1)+(z+1)\right] \\ &= \boxed{x(y+1)(z+1)} \end{aligned}$$

**12)** យើងមានវិសមីការដឺក្រេទី២ $-5x^2-19x+4<0$

① ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២

តាង $f(x)=-5x^2-19x+4$ នោះ $f(x)<0$

ឱ្យ $f(x)=0 \Leftrightarrow -5x^2-19x+4=0$

មាន $\Delta=(-19)^2-4(-5)4=361+80=441$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{-(-19)+\sqrt{441}}{2(-5)}=\dfrac{19+21}{-10}=-4$

$$x_2=\frac{-(-19)-\sqrt{441}}{2(-5)}=\frac{19-21}{-10}=\frac{1}{5}$$

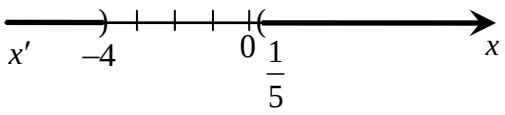
តារាងសញ្ញា

| $x$ | $-\infty$ | $-4$ | | $\frac{1}{5}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)<0$ | - | 0 | + | 0 | - |

ដូចនេះ $\boxed{x<-4 \text{ ឬ } x>\frac{1}{5}}$

② គូសបន្ទាត់ចំនួននៃ $x$

ចំពោះ $x<-4$ ឬ $x>\dfrac{1}{5}$ យើងគូសបន្ទាត់ចំនួន



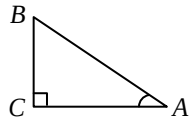

**13)** រក $\cos A$

យើងដឹងថា ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ C

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$

$\cos^2 A=1-\sin^2 A$

$\cos A=\pm\sqrt{1-\sin^2 A}$




តែ $A$ ជាមុំស្រួច នោះ $\cos A>0$

នាំឱ្យ $\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}$ ដោយ $\sin A=\dfrac{3}{5}$

យើងបាន $\cos A=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{25-9}{25}}=\boxed{\frac{4}{5}}$

**14)** រកចំនួនរបៀបនៃការបង្កើតក្រុមមួយ

យើងបង្កើតក្រុមមួយដែលមានបុរសម្នាក់ និងនារីម្នាក់

ជ្រើសរើសចេញពី ប្រុស 4 នាក់ និងស្រី 5 នាក់

$$\begin{aligned} C(4,1)\times C(5,1) &= \frac{4!}{3!\times 1!}\times\frac{5!}{4!\times 1!} \\ &= 4\times 5 = 20 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនរបៀបនៃការបង្កើតក្រុមមាន 20 របៀប}}$។

**15)** យើងមានស៊ីតធរណីមាត្រ

$125, 25, Ⓐ, 1, Ⓑ, \ldots$

① រក Ⓐ

ដោយ $q=\dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{25}{125}=\dfrac{1}{5}$

នាំឱ្យ Ⓐ $=\dfrac{1}{5}\times 25=5$ ដូចនេះ $\boxed{Ⓐ=5}$ ។

② រក Ⓑ

យើងបាន Ⓑ $=\dfrac{1}{5}\times 1=\dfrac{1}{5}$ ដូចនេះ $\boxed{Ⓑ=\frac{1}{5}}$ ។

**16)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោម៖

$$\begin{aligned} & (x-y)(4x+y)-(2x-y)(2x+y) \\ &= 4x^2+xy-4xy-y^2-\left(4x^2-y^2\right) \\ &= 4x^2-3xy-y^2-4x^2+y^2 \\ &= \boxed{-3xy} \end{aligned}$$

**17)** បញ្ជាក់ 2010 ជាផលគុណនៃចំនួនបឋម

$2010=\boxed{2\times 3\times 5\times 67}$

**18)** រកតម្លៃ $x$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ៖

$4x^2-5x-8=0$

មាន $\Delta=(-5)^2-4\times 4\times(-8)=25+128=153$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{-(-5)-\sqrt{153}}{2\times 4}=\dfrac{5-3\sqrt{17}}{8}$

$$x_2=\frac{-(-5)+\sqrt{153}}{2\times 4}=\frac{5+3\sqrt{17}}{8}$$

ដូចនេះ សមីការមានឫសពីរគឺ $\boxed{x=\dfrac{5\pm 3\sqrt{17}}{8}}$ ។

**19)** គណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$\left(\sqrt{5}+2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$=5-\sqrt{10}+2\sqrt{10}-4-\sqrt{10}$

$=\boxed{1}$

**20)** រកតម្លៃនៃ $a$ ៖

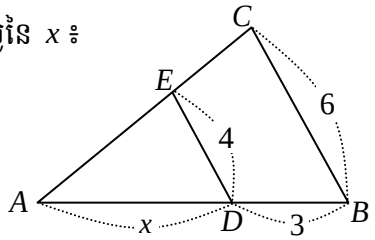
ប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2$ កាត់តាមចំណុច $(-2\,,-8)$

នាំឱ្យ $x=-2$ , $y=-8$

យើងបាន $-8=a\times(-2)^2$ សមមូល $-8=4a$

ដូចនេះ តម្លៃរកបានគឺ $\boxed{a=-2}$ ។

**21)** រកតម្លៃនៃ $x$ ៖

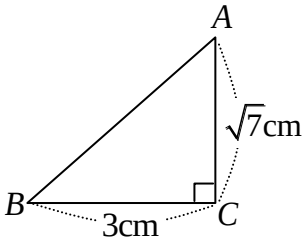



ដោយ $DE \parallel BC$ នាំឱ្យ $\Delta EAD \sim \Delta CAB$

វិបាក $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{ED}{CB}$ ឬ $\dfrac{x}{x+3}=\dfrac{4}{6}$

នោះ $6x=4x+12$ ដូចនេះ $\boxed{x=6}$ ។

**22)** គណនាប្រវែងជ្រុង AB គិតជា cm




ចំពោះត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ C

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AB^2=BC^2+AC^2$

ដោយ BC = 3cm , AC = $\sqrt{7}$cm

នាំឱ្យ $AB^2=3^2+\sqrt{7}^2=9+7=16\,\text{cm}^2$

ទាបាន $AB=\pm\sqrt{16\,\text{cm}^2}=\pm 4\,\text{cm}$

តែ $AB>0$ ព្រោះ $AB$ ជាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ

ដូចនេះ គណនាបានប្រវែងជ្រុង $\boxed{AB=4\text{ cm}}$ ។

**23)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$\left(x-6y\right)\left(x^2+6xy+36y^2\right)$

$=x^3-\left(6y\right)^3$

$=\boxed{x^3-216y^3}$

**24)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

$x^8-1=\left(x^4-1\right)\left(x^4+1\right)$

$=\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)$

$=\boxed{\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)}$

**25)** គណនាកន្សោមខាងក្រោម៖

$$2\div\left(\sqrt{2}+2\right)=\frac{2}{\sqrt{2}+2}$$

$$=\frac{2\left(\sqrt{2}-2\right)}{\left(\sqrt{2}+2\right)\left(\sqrt{2}-2\right)}$$

$$=\frac{2\left(\sqrt{2}-2\right)}{2-4}=\boxed{2-\sqrt{2}}$$

**26)** រកធាតុនៃ $\overline{A\cup B}$

យើងមាន A = {1 , 3 , 7 , 8 }

និង B = {1 , 4 , 6 , 7 }

យើងបាន $A\cup B=\{\,1,3,4,6,7,8\,\}$

តែសំណុំសកល $U=\{\,1,2,3,4,5,6,7,8,9\,\}$

នាំឱ្យ $\boxed{\overline{A\cup B}=\{\,2,5,9\,\}}$ ។

**27)** យើងមានវិសមីការដឺក្រេទី២ $2x^2+3x-9>0$

① ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២

តាង $f\left(x\right)=2x^2+3x-9$ នោះ $f\left(x\right)>0$

ឱ្យ $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 2x^2+3x-9=0$

មាន $\Delta=3^2-4\cdot2\cdot(-9)=9+72=81$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{-3+\sqrt{81}}{2(2)}=\dfrac{-3+9}{4}=\dfrac{3}{2}$

$x_1=\dfrac{-3-\sqrt{81}}{2(2)}=\dfrac{-3-9}{4}=-3$

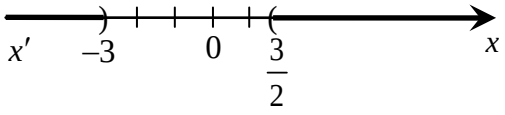
តារាងសញ្ញា

| $x$ | $-\infty$ | $-3$ | | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)>0$ | + | 0 | - | 0 | + |

ដូចនេះ $\boxed{x<-3 \text{ ឬ } x>\frac{3}{2}}$

② គូសបន្ទាត់ចំនួននៃ $x$

ចំពោះ $x<-3$ ឬ $x>\frac{3}{2}$ យើងគូសបន្ទាត់ចំនួន




**28)** គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A+3B$

យើងមាន $A=-3x^2+2x$ និង $B=x^2+x-1$

$A+3B=-3x^2+2x+3\left(x^2+x-1\right)$

$=-3x^2+2x+3x^2+3x-3$

$=\boxed{5x-3}$

**29)** រក $\theta$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\sin\theta=\cos\theta$

យើងមាន $\sin\theta=\cos\theta$ ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $\cos\theta$

យើងបាន $\tan\theta=1$

នាំឱ្យ $\theta=45^o+180^o k$ , $k\in\mathbb{Z}$

តែ $0^o\le\theta\le180^o$ នោះ $\boxed{\theta=45^o}$ ។

**30)** គណនាបន្សំដូចខាងក្រោម៖

① ${}_{10}C_2=C(10,2)=\frac{10!}{8!\times2!}=\frac{10\times9\times8!}{8!\times2}=\boxed{45}$

② ${}_{10}C_8=C(10,8)=\frac{10!}{2!\times8!}=\frac{10\times9\times8!}{2\times8!}=\boxed{45}$

**31)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$(x+3y)^2-(x+y)(x+5y)$

$=x^2+6xy+9y^2-\left(x^2+5xy+xy+y^2\right)$

$=x^2+6xy+9y^2-x^2-6xy-y^2$

$=\boxed{8y^2}$

**32)** ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃកន្សោមខាងក្រោម៖

$4x^2-225=(2x)^2-15^2$

$=\boxed{(2x-15)(2x+15)}$

**33)** ដោះស្រាយរក $x$ នៃសមីការខាងក្រោម៖

$x^2-10x-6=0$

មាន $\Delta'=(-5)^2-(-6)=25+6=31$

នាំឱ្យ $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{31}}{1}=\boxed{5\pm\sqrt{31}}$

**34)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$\sqrt{5}\left(3+2\sqrt{5}\right)-\frac{15}{\sqrt{5}}$

$=3\sqrt{5}+10-3\sqrt{5}$

$=\boxed{10}$

**35)** បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ឱ្យជាប់ទាក់ទង ទៅនឹង $x$

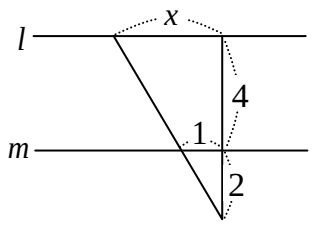
តាមបម្រាប់ $y=ax^2$

ហើយ $y=45$ នៅពេលដែល $x=3$

យើងបាន $45=a\times3^2$ នាំឱ្យ $a=5$

ដូចនេះ បញ្ជាក់បានគឺ $\boxed{y=5x^2}$ ។

**36)** រកតម្លៃ $x$




ដោយ $\ell\parallel m$ យើងបាន $\frac{2}{2+4}=\frac{1}{x}$

ឬ $2x=6$ ដូចនេះ $\boxed{x=3}$ ។

**37)** គណនាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស

ដោយជ្រុងជាប់មុំកែងមានរង្វាស់ 5 cm និង 12 cm

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

យើងបាន អ៊ីប៉ូតេនុស$^2=(5\text{cm})^2+(12\text{cm})^2$

$=25\text{cm}^2+144\text{cm}^2$

$=169\text{cm}^2$

នាំឱ្យ អ៊ីប៉ូតេនុស $=\sqrt{169\text{cm}^2}=13$ cm

ដូចនេះ គណនាបានប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស $\boxed{13\text{ cm}}$ ។

**38)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$$
$$=x^3-(2y)^3$$
$$=\boxed{x^3-8y^3}$$

**39)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោម ជាផលគុណនៃកត្តា៖

$$x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$$
$$=\boxed{(x+2y)^3}$$

**40)** ដោះស្រាយវិសមីការ៖

$$3x-12<9x-18$$
$$3x-9x<-18+12$$
$$-6x<-6$$
$$\frac{-6x}{-6}>\frac{-6}{-6}$$
$$\boxed{x>1}$$

**41)** រកកូអរដោនេនៃកំពូលរបស់ប៉ារ៉ាបូល

ប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2+bx+c$ មាន:

-កំពូល $S\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

-អ័ក្សឆ្អឹង $x=-\frac{b}{2a}$

យើងមានប៉ារ៉ាបូល $y=x^2-8x+15$

នាំឱ្យ កំពូល $\left(-\frac{-8}{2\times1},-\frac{(-8)^2-4\times1\times15}{4\times1}\right)$

ដូចនេះ កូអរដោនេកំពូល $\boxed{(4,-1)}$ ។

**42)** ① ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២ ៖

$$5x^2-14x-3\le0$$

តាង $f(x)=5x^2-14x-3$ នោះ $f(x)\le0$

ឱ្យ $f(x)=0 \Leftrightarrow 5x^2-14x-3=0$

មាន $\Delta'=(-7)^2-5\times(-3)=49+15=64$

នាំឱ្យ $x_1=\frac{-(-7)-\sqrt{64}}{5}=\frac{7-8}{5}=-\frac{1}{5}$

$$x_2=\frac{-(-7)+\sqrt{64}}{5}=\frac{7+8}{5}=3$$

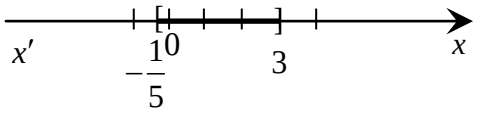
តារាងសញ្ញា

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{1}{5}$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)\le0$ | + | 0 | - | 0 | + |

ដូចនេះ $\boxed{-\frac{1}{5}\le x\le3}$

② គូសបន្ទាត់ចំនួននៃ $x$

ចំពោះ $-\frac{1}{5}\le x\le3$ យើងគូសបន្ទាត់ចំនួន




**43)** រកតម្លៃនៃ ${}_{10}P_3$

$${}_{10}P_3=P(10,3)=\frac{10!}{7!}=\frac{10\times9\times8\times7!}{7!}=\boxed{720}$$

**44)** រកប្រូបាបដែល ចាប់បានបាល់មួយគត់មានពណ៌ក្រហម

យើងមានបាល់ស 6 និងបាល់ក្រហម 2

គេជ្រើសរើសបាល់បីមិនដាក់ចូលវិញ

ចំនួនករណីអាច $=C(8,3)=\frac{8!}{5!\times3!}=56$

ចាប់បានបាល់ក្រហមតែមួយគត់

ចំនួនករណីស្រប $=C(6,2)\times C(2,1)$

$$=\frac{6!}{4!\times2!}\times\frac{2!}{1!\times1!}=30$$

នាំឱ្យ ប្រូបាបចាប់បានបាល់ក្រហមមួយគត់ $=\frac{30}{56}=\boxed{\frac{15}{28}}$

**45)** ① ចូររកតម្លៃនៃ $\sin\theta$

តាមរូបមន្ត $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

នាំឱ្យ $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$ , $\theta$ ជាមុំស្រួច

តែ $\cos\theta=\frac{5}{7}$

នាំឱ្យ $\sin\theta=\sqrt{1-\left(\frac{5}{7}\right)^2}=\sqrt{\frac{49-25}{49}}=\boxed{\frac{2\sqrt{6}}{7}}$

② ចូររកតម្លៃនៃ $\tan\theta$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{2\sqrt{6}}{7}}{\frac{5}{7}}=\boxed{\frac{2\sqrt{6}}{5}}$$

**46)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$x(x+2)-(x-1)(x+3)$$
$$=x^2+2x-(x^2+3x-x-3)$$
$$=x^2+2x-x^2-2x+3=\boxed{3}$$

**47)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

$$9x^2-y^2=(3x)^2-y^2=\boxed{(3x-y)(3x+y)}$$

**48)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងសមីការខាងក្រោម៖

$$x^2-5x+6=0$$

តាមវ៉ៃត $\begin{cases}S=5=2+3\\P=6=2\times3\end{cases}$ ដូចនេះ $\boxed{x=2\ ,\ x=3}$

**49)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$\left(1-\sqrt{5}\right)^2+\sqrt{20}$$
$$=1-2\sqrt{5}+5+2\sqrt{5}=\boxed{6}$$

**50)** បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ឱ្យជាប់ទាក់ទង ទៅនឹង $x$

តាមបម្រាប់ $y=ax^2$

ហើយ $y=1$ នៅពេលដែល $x=2$

យើងបាន $1=a\times2^2$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{1}{4}$

ដូចនេះ បញ្ជាក់បានគឺ $\boxed{y=\dfrac{1}{4}x^2}$ ។

**51)** រកវង្វាស់ប្រវែងនៃជ្រុងការេមួយ

បើការេមាន ជ្រុង $a$ និង អង្កត់ទ្រូង $d$

យើងបាន ទំនាក់ទំនង $d=a\sqrt{2}$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{d}{\sqrt{2}}$

ដោយ ប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $d=4$ cm

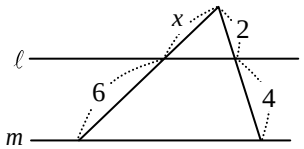
នាំឱ្យ ប្រវែងជ្រុង $a=\dfrac{4\,\text{cm}}{\sqrt{2}}=\boxed{2\sqrt{2}\ \text{cm}}$

**52)** រកតម្លៃ $x$ នៅពេលដែល $\ell\,\|\,m$

ដោយ $\ell\,\|\,m$

យើងបាន $\dfrac{x}{2}=\dfrac{6}{4}$

នាំឱ្យ $\boxed{x=3}$




**53)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)=\boxed{x^3+y^3}$$ ។

**54)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

$$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3=\boxed{(x+y)^3}$$ ។

**55)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$\frac{4}{\sqrt{3}-1}+\left(1-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)$$
$$=\frac{4\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}+3+\sqrt{3}-3\sqrt{3}-3$$
$$=2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}=\boxed{2}$$

**56)** ចូររកតម្លៃនៃ $a$ និង $b$

យើងមានប៉ារ៉ាបូល $y=-x^2+ax+b$

និងកូអរដោនេនៃកំពូល $(1\ ,\ 2)$

តាមរូបមន្តកូអរដោនេនៃប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2+bx+c$

មានកូអរដោនេកំពូលគឺ $\left(-\dfrac{b}{2a},-\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

យើងធ្វើមបាន $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=1\\-\dfrac{b^2-4ac}{4a}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-b=2a\\b^2-4ac=-8a\end{cases}$

យើងបាន $\begin{cases}-a=2(-1)\\a^2-4(-1)b=-8(-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\a^2+4b=8\end{cases}$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{a=2\ \text{ និង }\ b=1}$ ។

**57)** រកចំនួនរបៀបដែលអាចបង្កើតក្រុមបាន

សិស្សទាំងអស់មានចំនួន 9 នាក់

យើងបង្កើតក្រុមដែលមានសមាជិក 3 នាក់

វាជាបន្សំនៃ 9 ធាតុជ្រើសរើសយក 3 ធាតុ

នាំឱ្យ ចំនួនរបៀបនៃការបង្កើតក្រុមគឺស្មើនឹង $C(9,3)$

ដែល $C(9,3)=\dfrac{9!}{6!\times3!}$

$$=\frac{9\times8\times7\times6!}{6!\times3\times2}=84$$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបនៃការបង្កើតក្រុមគឺ $\boxed{84}$ ។

**58)** ដោះស្រាយរក $x$ នៅក្នុងវិសមីការ៖

យើងមានវិសមីការ $2x^2-5x-3>0$

តាង $f(x)=2x^2-5x-3$ នោះ $f(x)>0$

ឱ្យ $f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^2-5x-3=0$

មាន $\Delta'=(-5)^2-4\times2\times(-3)=25+24=49$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{-(-5)-\sqrt{49}}{2\times2}=\dfrac{5-7}{4}=-\dfrac{1}{2}$

$x_2=\dfrac{-(-5)+\sqrt{49}}{2\times2}=\dfrac{5+7}{4}=3$

តារាងសញ្ញា

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)>0$ | + | 0 | - | 0 | + |

ដូចនេះ $\boxed{x<-\dfrac{1}{2} \text{ ឬ } 3<x}$

**59)** ① រកតម្លៃនៃ $\cos\theta$

យើងមាន $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ និង $0^o<\theta<90^o$

តាមរូបមន្ត $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

នាំឱ្យ $\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}$ , $0^o<\theta<90^o$

នាំឱ្យ $\cos\theta=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{4-1}{4}}=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

② រកតម្លៃនៃ $\tan\theta$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

**60)** ① រកធាតុនៃសំណុំ $A\cup B$

យើងមានពីរសំណុំដូចខាងក្រោម

A = { 2 , 3 , 5 , 7} និង B = { 1 , 2 , 3 , 4}

នាំឱ្យ $\boxed{A\cup B=\{1,2,3,4,5,7\}}$ ។

② រកចំនួនធាតុនៅក្នុងសំណុំ $A\cap B$

ដោយ $A\cap B=\{2,3\}$

នាំឱ្យ ចំនួនធាតុនៃសំណុំ $A\cap B$ គឺ

$\boxed{n(A\cap B)=2}$ ។

**61)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$a)\ -(-8)+4-10=\boxed{2}$

$b)\ -56\div(-8)+3=\boxed{10}$

$c)\ (-1)^4\times(-2)+(-2)^3=\boxed{-10}$

$d)\ -\dfrac{7}{8}\div\dfrac{7}{9}+\dfrac{1}{16}\div\dfrac{1}{2}=\boxed{-1}$

$e)\ \sqrt{6}-\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=\boxed{2}$

$f)\ \sqrt{10}\left(2\sqrt{5}-\sqrt{10}\right)-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\left(\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)$

$=\boxed{\dfrac{21\sqrt{2}}{2}-11}$

$g)\ 8x+2-(5x+7)=\boxed{3x-5}$

$h)\ 6(0.6x-0.4)-0.3(2x-5)=\boxed{3x-0.9}$

$i)\ 2(3x-4y)-5(4x-3y)=\boxed{-14x+7y}$

$j)\ \dfrac{3x-5y}{8}+\dfrac{x-5y}{6}=\boxed{\dfrac{13x-35y}{24}}$

$k)\ 32x^3y^2\div4x^2y\div8x=\boxed{y}$

$l)\ \left(-\dfrac{3}{5}x^3y^2\right)^2\div\left(-\dfrac{6}{5}x^4\right)\div\left(\dfrac{3}{2}y^2\right)^2=\boxed{\dfrac{2}{3}x^2}$

**62)** ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

$a)\ (4x-3)(3x+2)$

$=12x^2+8x-9x-6$

$=\boxed{12x^2-x-6}$

$b)\ (x-3y)(x-5y)-(x-4y)^2$

$=x^2-5xy-3xy+15y^2-\left(x^2-8xy+16y^2\right)$

$=x^2-8xy+15y^2-x^2+8xy-16y^2$

$=\boxed{-y^2}$

**63)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

$a)\ 16x^2-25$

$=(4x)^2-5^2$

$=\boxed{(4x-5)(4x+5)}$

$b)\ 9x^2-24xy+16y^2$

$=(3x)^2-2\cdot3x\cdot4y+(4y)^2$

$=\boxed{(3x-4y)^2}$

**64)** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

*a)* $4x+9=-x-6$

$5x=-15$

$\boxed{x=-3}$

*b)* $0.5x-3.2=0.8x+1.6$

$5x-32=8x+16$

$-3x=48$

$x=-16$

*c)* $x^2-14x+45=0$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ៃត ដោយ $\begin{cases}S=14=5+9\\P=45=5\times 9\end{cases}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=5\,,\ x=9}$ ។

*d)* $x^2-8x+9=0$

មាន $\Delta'=(-4)^2-9=16-9=7$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{7}}{1}=\boxed{4\pm\sqrt{7}}$

**65)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

*a)* $\begin{cases}7x+5y=1\\3x+2y=1\end{cases}$ តាមវិធីដេទែមីណង់

$D=14-15=-1$

$D_x=2-5=-3 \Rightarrow x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-3}{-1}=3$

$D_y=7-3=4 \Rightarrow y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{4}{-1}=-4$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=3\ ,\ y=-4}$ ។

*b)* $\begin{cases}\dfrac{1}{4}x-\dfrac{3}{2}y=1\\0.5x+0.5y=-0.1\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x-6y=4 & (1)\\5x+5y=-1 & (2)\end{cases}$

យើងនឹងដោះស្រាយតាមវិធីជំនួស

តាម $(1)$ ទាញបាន $x=6y+4\,(3)$

យក $(3)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន ៖

$(2):5(6y+4)+5y=-1$

$35y=-21 \Rightarrow y=-\dfrac{3}{5}$

$(3)\ x=6\left(-\dfrac{3}{5}\right)+4=\dfrac{2}{5}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=\dfrac{2}{5},y=-\dfrac{3}{5}}$ ។

**66)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $a^3+b^2$

ដោយ $a=-2$ និង $b=3$

យើងបាន $a^3+b^2=(-2)^3+3^2=-8+9=\boxed{1}$

**67)** ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម

$4x+11\geq 2x+15$

$2x\geq 4$

$\boxed{x\geq 2}$

**68)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ $y=ax$

ហើយ $y=-4$ នៅពេលដែល $x=8$

យើងបាន $-4=a\times 8$ នោះ $a=-\dfrac{1}{2}$

នាំឱ្យ $y=-\dfrac{1}{2}x$

ចំពោះ $x=-4$ នាំឱ្យ $y=-\dfrac{1}{2}\times(-4)=\boxed{2}$

**69)** បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ឱ្យជាប់ អនុគមន៍នៃ $x$

តាមបម្រាប់ $y=ax+b$

ដោយក្រាបកាត់តាម $(2\,,4)$ នោះ $x=2\,,\ y=4$

ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិស $a=3$

យើងបាន $4=3\times 2+b$ នាំឱ្យ $b=-2$

ដូចនេះ បញ្ជាក់បាន $\boxed{y=3x-2}$ ។

**70)** តើ 221 ជាចំនួនបឋមដែរឬទេ?

ដោយ $221=13\times 17$

ដូចនេះ $\boxed{221 \text{ មិនមែនជាចំនួនបឋមទេ}}$ ។

**71)** រករង្វាស់ជាដឺក្រេនៃមុំក្រៅនីមួយៗ នៃនព្វកោណនិយ័ត

តាមរូបមន្ត មុំក្នុងនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តមាន $n$ ជ្រុងគឺ $\dfrac{(n-2)\times 180^o}{n}$ (តែ $n=9$ ជានព្វកោណ)

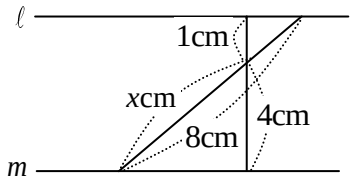
យើងបាន មុំក្នុងនីមួយៗ $=\dfrac{(9-2)\times 180^o}{9}=140^o$

នាំឱ្យ មុំក្រៅនីមួយៗ $=180^o-140^o=40^o$

ដូចនេះ មុំក្រៅនីមួយៗនៃនព្វកោណនិយ័តគឺ $\boxed{40^o}$ ។

**72)** រក $x$

ដោយ $\ell \parallel m$




យើងបាន $\dfrac{1}{4}=\dfrac{8-x}{x}$

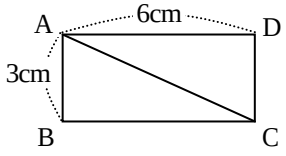
ឬ $x=32-4x \Rightarrow \boxed{x=\dfrac{32}{5}}$

**73)** រកប្រវែងនៃអង្កត់ទ្រូង AC

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$AC^2=AB^2+BC^2$

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$




ដោយ $AB=3\text{ cm}$ , $BC=AD=6\text{ cm}$

យើងបាន $AC=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=\boxed{3\sqrt{5}\text{ cm}}$

**74)** គណនា

$a)\ (-13)-(-15)+(-4)=\boxed{-2}$

$b)\ -8\times5+20\div(-5)=\boxed{-44}$

$c)\ (-2)^3-4^2=\boxed{-24}$

$d)\ -\dfrac{5}{6}\times(-0.75)+\dfrac{1}{4}\div0.2=\boxed{\dfrac{15}{8}}$

$e)\ -\sqrt{18}+\sqrt{72}+\sqrt{2}=\boxed{4\sqrt{2}}$

$f)\ \dfrac{3}{\sqrt{5}}\left(2\sqrt{5}-5\right)+4\sqrt{5}=\boxed{6+\sqrt{5}}$

$g)\ 7(3x-2)-9(2x+5)=\boxed{3x-59}$

$h)\ \dfrac{4x+1}{6}-\dfrac{5x-3}{8}=\boxed{\dfrac{x+13}{24}}$

$i)\ 3(9x-y)-5(x+2y)=\boxed{22x-13y}$

$j)\ 0.3(x-8y)+8(0.4x+0.2y)=\boxed{3.5x-0.8y}$

$k)\ 18x^2y\times(-2xy)\div6x^3y=\boxed{-6y}$

$l)\ \left(-\dfrac{5}{9}xy\right)^2\div\left(\dfrac{1}{6}xy^2\right)^2\times\left(-\dfrac{18}{5}y\right)=\boxed{-\dfrac{40}{y}}$

**75)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

$a)\ (7x-5y)(3x+4y)+2y\times10y$

$=21x^2+28xy-15xy-20y^2+20y^2$

$=\boxed{21x^2+13xy}$

$b)\ (x-6)^2-(x+5)(x-8)$

$=x^2-12x+36-\left(x^2-8x+5x-40\right)$

$=\boxed{-9x+76}$

**76)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

$a)\ x^2+3x-54=x^2+9x-6x-54$

$=x(x+9)-6(x+9)$

$=\boxed{(x+9)(x-6)}$

$b)\ x^2y-4y^3=y\left(x^2-4y^2\right)$

$=\boxed{y(x-2y)(x+2y)}$

**77)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងបណ្តាសមីការខាងក្រោម៖

$a)\ 6x-16=9x+11$

$-3x=27$

$\boxed{x=-9}$

$b)\ \dfrac{7x-3}{8}=\dfrac{3x+1}{4}$

$7x-3=6x+2$

$\boxed{x=5}$

$c)\ x^2+4x-21=0$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ៀត $\begin{cases}S=-4=(-7)+3\\P=-21=(-7)\times3\end{cases}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-7\ ,\ 3}$ ។

$d)\ x^2-8x-2=0$

មាន $\Delta'=(-4)^2-(-2)=16+2=18$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{18}}{1}=\boxed{4\pm3\sqrt{2}}$ ។

**78)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

$a)\ \begin{cases}8x-3y=-30\\5x+9y=3\end{cases}$ តាមវិធីបូកបំបាត់

$+\begin{cases}24x-9y=-90\\5x+9y=3\end{cases}$

$29x=-87$ នាំឱ្យ $x=-3$

ចំពោះ $x=-3$ នោះ $8(-3)-3y=-30$

គណនាបាន $-3y=-30+24 \Rightarrow y=2$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=-3,y=2}$ ។

$b)\ \begin{cases}0.8x-0.3y=-0.8\\\dfrac{2}{5}x+\dfrac{3}{2}y=\dfrac{9}{5}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}8x-3y=-8\\4x+15y=18\end{cases}$

ក្រោយពីដោះស្រាយ គូចម្លើយគឺ $\boxed{x=-\dfrac{1}{2},y=\dfrac{4}{3}}$ ។

**79)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $9x^2-2xy$

ចំពោះ $x=-3$ និង $y=1$ យើងបាន

$9x^2-2xy=9(-3)^2-2(-3)(1)=81+6=\boxed{87}$

**80)** រកប្រូបាបដែលផលគុណចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 9

គ្រាប់ឡុកឡាក់មានពីរមានមុខ 6 ដូចគ្នា

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=6\times6=36$

ផលគុណនៃចំនួនទាំងពីរស្មើ 9 គឺមានតែ 1 ករណីគត់

គឺលុះត្រាគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខ 3 ដូចគ្នា

នាំឱ្យ ប្រូបាបដែលត្រូវរកគឺស្មើនឹង $\boxed{\frac{1}{36}}$ ។

**81)** បង្កើត $y$

យើងមានរូបមន្ត $8x+3y=7$

$3y=7-8x$

$\boxed{y=\frac{7-8x}{3}}$

**82)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ $y=\frac{a}{x}$

ហើយ $y=-8$ នៅពេលដែល $x=3$

យើងបាន $-8=\frac{a}{3}\Rightarrow a=-24$ នោះ $y=-\frac{24}{x}$

ចំពោះ $x=-2$ យើងបាន $y=-\frac{24}{-2}=\boxed{12}$ ។

**83)** បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ ទំនាក់ទំនងនៃ $x$

តាមបម្រាប់ $y=ax^2$

ហើយ $y=-32$ នៅពេលដែល $x=4$

នាំឱ្យ $-32=a\times4^2\Rightarrow a=-2$

ដូចនេះ បញ្ជាក់បាន $\boxed{y=-2x^2}$ ។

**84)** រកវ៉ាស់មុំក្រៅនីមួយៗ នៃអដ្ឋកោណនិយ័ត

តាមរូបមន្ត មុំក្នុងនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តមាន $n$

ជ្រុងគឺ $\frac{(n-2)\times180^o}{n}$ (តែ $n=8$ ជាអដ្ឋកោណ)

យើងបាន មុំក្នុងនីមួយៗ $=\frac{(8-2)\times180^o}{8}=135^o$

នាំឱ្យ មុំក្រៅនីមួយៗ $=180^o-135^o=45^o$

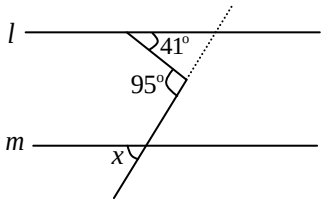
ដូចនេះ មុំក្រៅនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័តគឺ $\boxed{45^o}$ ។

**85)** រក $x$

ដោយ $l\parallel m$

$x=95^o-41^o$

$=\boxed{54^o}$



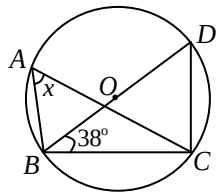

**86)** រក $\angle x$

ដោយ $\angle x=BDC$

(មុំមានផ្នូស្មាត់រួម $BC$)

តែ $BDC=90^o-38^o=52^o$

ដូចនេះ $\angle x=BDC=\boxed{52^o}$ ។




**87)** ចូរគណនា ៖

$a)\ (-12)-(-13)+(-4)=\boxed{-3}$

$b)\ -2\times5+12\div(-6)=\boxed{-12}$

$c)\ (-4)^2-2^4=\boxed{0}$

$d)\ -\frac{5}{8}\times0.2+\frac{5}{16}\div0.5=\boxed{\frac{1}{2}}$

$e)\ -\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{18}=\boxed{0}$

$f)\ 4(3x-5)-8(2x-3)=\boxed{-4x+4}$

$g)\ \frac{5x-3}{2}-\frac{x+1}{3}=\boxed{\frac{13x-11}{6}}$

$h)\ 4(6x-7y)-8(2x-4y)=\boxed{8x+4y}$

$i)\ 0.2(5x-10y)+2(2x+0.5y)=\boxed{5x-y}$

$j)\ 28x^2y^2\times(-5xy)\div35xy^3=\boxed{-4x^2}$

$k)\ \left(\frac{5}{6}x^2y\right)^2\div\left(-\frac{5}{9}xy^3\right)\times\left(-\frac{2}{15}y^3\right)=\boxed{\frac{1}{6}x^3y^2}$

**88)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

$a)\ (x+7y)(x-7y)=\boxed{x^2-49y^2}$

$b)\ (x+4)^2-(x-2)(x-8)$

$=x^2+8x+16-(x^2-8x-2x+16)$

$=x^2+8x+16-x^2+10x-16$

$=\boxed{18x}$

**89)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា ៖

$a)\ x^2+8x+12=\boxed{(x+2)(x+6)}$

$b)\ ax^2-4axy-5ay^2=\boxed{a(x+y)(x-5y)}$

**90)** ដោះស្រាយរក $x$ នៃបណ្តាសមីការខាងក្រោម ៖

$a)$ $9x-19=11x+13$

$-2x=32$

$\boxed{x=-16}$

$b)$ $\dfrac{7x-4}{8}=\dfrac{5x-4}{6}$

$21x-12=20x-16$

$\boxed{x=-4}$

$c)$ $x^2-\dfrac{1}{4}=0$

$x^2=\dfrac{1}{4}$

$\boxed{x=\pm\dfrac{1}{2}}$

$d)$ $x^2+2x-1=0$

មាន $\Delta'=1^2-(-1)=1+1=2$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{2}}{1}=$ $\boxed{-1\pm\sqrt{2}}$

**91)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម ៖

$a)$ $\begin{cases}x+y=1\\3x-2y=18\end{cases}$ តាមវិធីបូកបំបាត់

$+\dfrac{\begin{cases}2x+2y=2\\3x-2y=18\end{cases}}{5x=20}$ នាំឱ្យ $x=4$

ចំពោះ $x=4$ : $4+y=1\Rightarrow y=-3$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=4\,,\ y=-3}$ ។

$b)$ $\begin{cases}2x+y=3\\0.5x-\dfrac{1}{8}y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x+y=3\\4x-y=4\end{cases}$

$+\dfrac{\begin{cases}2x+y=3\\4x-y=4\end{cases}}{6x=7}$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{7}{6}$

ចំពោះ $x=\dfrac{7}{6}$ : $2\times\dfrac{7}{6}+y=3\Rightarrow y=\dfrac{2}{3}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=\dfrac{7}{6}\,,\ y=\dfrac{2}{3}}$ ។

**92)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $3xy-6xy^2$

ចំពោះ $x=-5$ និង $y=2$ នាំឱ្យ យើងបាន

$3xy-6xy^2=3(-5)(2)-6(-5)(2^2)=\boxed{90}$

**93)** បញ្ជាក់តម្លៃនៃ 2010 ជាផលគុណនៃចំនួនបឋម

$2010=\boxed{2\times3\times5\times67}$

**94)** ដោះស្រាយរក $h$

យើងមានសមីការ $mgh=\dfrac{1}{2}mv^2$

$h=\dfrac{\frac{1}{2}mv^2}{mg}=\boxed{\dfrac{v^2}{2g}}$

**95)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ $y=ax$

ហើយ $y=5$ នៅពេលដែល $x=-2$

យើងបាន $5=a\times(-2)\Rightarrow a=-\dfrac{5}{2}$ នោះ $y=-\dfrac{5}{2}x$

ចំពោះ $x=4$ យើងបាន $y=-\dfrac{5}{2}\times4=\boxed{-10}$ ។

**96)** បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$

តាមបម្រាប់ $y=ax^2$

ហើយ $y=-3$ នៅពេលដែល $x=3$

យើងបាន $-3=a\times3^2\Rightarrow a=-\dfrac{1}{3}$

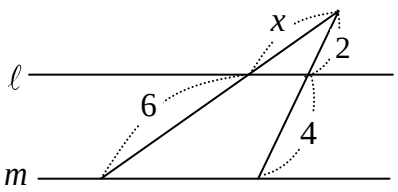
ដូចនេះ យើងបញ្ជាក់បាន $\boxed{y=-\dfrac{1}{3}x^2}$ ។

**97)** រករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗ នៃអដ្ឋកោណនិយ័ត

តាមរូបមន្ត មុំក្នុងនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តមាន $n$ ជ្រុងគឺ $\dfrac{(n-2)\times180^o}{n}$ (តែ $n=8$ ជាអដ្ឋកោណ)

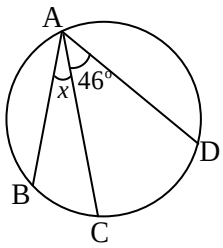
ដូចនេះ មុំក្នុងនីមួយៗ $=\dfrac{(8-2)\times180^o}{8}=\boxed{135^o}$ ។

**98)** រក $x$




ដោយ $\ell\parallel m$ យើងបាន $\dfrac{x}{2}=\dfrac{6}{4}$ នាំឱ្យ $\boxed{x=3}$ ។

**99)** រក $\angle x$




ដោយ $BC:CD=1:2$

នាំឱ្យ $\angle BAC=\dfrac{\angle CAD}{2}$

ឬ $\angle x=\dfrac{46^o}{2}=\boxed{23^o}$

**100)** សម្រួល៖

$a)\ -5+2-8+4=\boxed{-7}$

$b)\ 18-30\div(-6)=\boxed{23}$

$c)\ (-5)^2-3^2\times 4=\boxed{-11}$

$d)\ -\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{6}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\boxed{-\dfrac{2}{3}}$

$e)\ -\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)+\sqrt{24}=\boxed{4+\sqrt{6}}$

$f)\ \left(\sqrt{5}+1\right)^2-\dfrac{10}{\sqrt{5}}=\boxed{6}$

$g)\ 2(8x-5)+6(3x+2)=\boxed{34x+2}$

$h)\ 0.8(0.6x-5)-0.5(0.9x-3)=\boxed{0.03x-2.5}$

$i)\ 3(4x-8y)+7(2x-6y)=\boxed{26x-66y}$

$j)\ \dfrac{3x+5y}{6}-\dfrac{4x-y}{9}=\boxed{\dfrac{x+17y}{18}}$

$k)\ -28xy^3\div 7xy^2=\boxed{-4y}$

$l)\ \dfrac{5}{6}x^3y\div\left(\dfrac{5}{3}x^2y\right)^2\times\dfrac{4}{3}x=\boxed{\dfrac{2}{5y}}$

**101)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$a)\ (3x+4y)(3x-4y)=\boxed{9x^2-16y^2}$

$b)\ \ (x-6)(4x+3)-(2x-5)^2$

$=4x^2+3x-24x-18-(4x^2-20x+25)$

$=4x^2-21x-18-4x^2+20x-25$

$=\boxed{-x-43}$

**102)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា៖

$a)\ \ x^2+4x-12$

$=x^2-2x+6x-12=\boxed{(x-2)(x+6)}$

$b)\ \ (x+y)^2-12(x+y)+36$

$=\boxed{(x+y-6)^2}$

**103)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងបណ្តាសមីការខាងក្រោម៖

$a)\ 7x-4=4x-10$

$3x=-6$

$\boxed{x=-2}$

$b)\ \dfrac{x+5}{4}-\dfrac{3x-7}{2}=1$

$x+5-6x+14=4$

$-5x=-15$

$\boxed{x=3}$

$c)\ \ 5x^2-40=0$

$5x^2=40$

$x^2=8$

$\boxed{x=\pm 2\sqrt{2}}$

$d)\ x^2-8x-4=0$

មាន $\Delta'=(-4)^2-(-4)=16+4=20$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{20}}{1}=\boxed{4\pm 2\sqrt{5}}$

**104)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

$a)\ \begin{cases}2x+5y=2\\ x-3y=12\end{cases}$ តាមវិធីដេទែមីណង់

$D=-6-5=-11$

$D_x=-6-60=-66\ \Rightarrow x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-66}{-11}=6$

$D_y=24-2=22\ \ \Rightarrow y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{22}{-11}=-2$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=6\ ,\ y=-2}$។

$b)\ \begin{cases}0.3x+0.4y=-0.1\\ \dfrac{6}{5}x+\dfrac{4}{3}y=-\dfrac{7}{15}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x+4y=-1\\ 18x+20y=-7\end{cases}$

$D=60-72=-12$

$D_x=-20+28=8\ \ \Rightarrow x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{8}{-12}=-\dfrac{2}{3}$

$D_y=-21+18=-3\ \Rightarrow y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{-3}{-12}=\dfrac{1}{4}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=-\dfrac{2}{3},y=\dfrac{1}{4}}$។

**105)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $2ab-b^2$

ចំពោះ $a=4$ និង $b=-2$ យើងបាន

$2ab-b^2=2\times4\times(-2)-(-2)^2=\boxed{-20}$

**106)** រកប្រូបាប ដែលផលបូកលេខនៃផ្ទៃលើគេស្មើនឹង 4

យើងមានគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរ A និង B

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=6\times6=36$

ផលបូកលេខស្មើនឹង 4 មាន 3 ករណីដូចខាងក្រោម:

$(1,3);(2,2);(3,1)$

នាំឱ្យ ប្រូបាបដែលត្រូវរក $=\dfrac{3}{36}=\boxed{\dfrac{1}{12}}$ ។

**107)** ដោះស្រាយរក $y$

យើងមានសមីការ $5x+2y=3$

$2y=3-5x$

$\boxed{y=\dfrac{3-5x}{2}}$

**108)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $y=\dfrac{a}{x}$

ហើយ $y=9$ នៅពេលដែល $x=4$

យើងបាន $9=\dfrac{a}{4}\Rightarrow a=36$ នោះ $y=\dfrac{36}{x}$

ចំពោះ $x=-6$ នាំឱ្យ តម្លៃ $y=\dfrac{36}{-6}=\boxed{-6}$ ។

**109)** បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $y=ax^2$

ហើយ $y=8$ នៅពេលដែល $x=4$

យើងបាន $8=a\times4^2\Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$ ដូចនេះ $\boxed{y=\dfrac{x^2}{2}}$

**110)** រកផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងរបស់ទ្វេទស្សកោណមួយ

តាមរូបមន្ត មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមាន $n$ ជ្រុងគឺ $(n-2)\times180^o$

តាមបម្រាប់ វាជាទ្វេទស្សកោណ នាំឱ្យ $n=12$

យើងបាន មុំក្នុងទាំងអស់នៃ ទ្វេទស្សកោណ ស្មើនឹង

$(12-2)\times180^o=10\times180^o=\boxed{1800^o}$

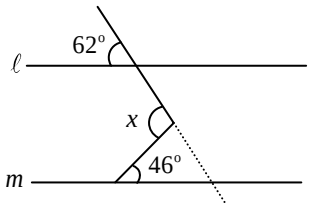
**111)** រក $\angle x$

ដោយ $\ell\parallel m$

យើងបាន

$\angle x=62^o+46^o$

$=\boxed{108^o}$




**112)** រក $\angle x$

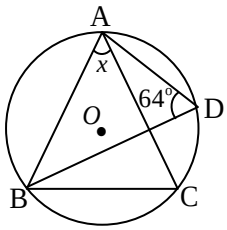
ដោយ AB = AC

នាំឱ្យ $\angle ABC=\angle ACB$

នោះ $\angle x=180^o-2\angle ACB$

តែ $\angle ACB=\angle ADB=64^o$ មុំមានធ្នូស្មាត់រួម AD

យើងបាន $\angle x=180^o-2\times64^o=\boxed{52^o}$




**113)** សម្រួល

$a)\ (-8)+(-10)-(-16)=\boxed{-2}$

$b)\ 16+24\div(-8)=\boxed{13}$

$c)\ (-3)^2-(-2)^4=\boxed{-7}$

$d)\ -\dfrac{5}{9}-4\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\boxed{-1}$

$e)\ \sqrt{18}-\sqrt{98}-\sqrt{2}=\boxed{-5\sqrt{2}}$

$f)\ \left(\sqrt{6}-2\right)^2+\dfrac{12}{\sqrt{6}}=\boxed{10-2\sqrt{6}}$

$g)\ 7(4x-3)-5(5x-4)=\boxed{3x-1}$

$h)\ 0.6(3x-0.7)+2(0.3x+0.2)=\boxed{2.4x-0.02}$

$i)\ 4(9x-6y)+9(x+2y)=\boxed{45x-6y}$

$j)\ \dfrac{5x-3y}{12}+\dfrac{2x-5y}{9}=\boxed{\dfrac{23x-29y}{36}}$

$k)\ -63x^2y^3\div9xy^2=\boxed{-7xy}$

$l)\ \left(\dfrac{5}{6}xy\right)^2\div\dfrac{35}{48}x^2y^3\times\dfrac{7}{20}y^2=\boxed{\dfrac{y}{3}}$

**114)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម ៖

$a)\ (5x+y)(6x-y)$

$=30x^2-5xy+6xy-y^2$

$=\boxed{30x^2+xy-y^2}$

$b)\ (x+7)^2-(x+8)(x+6)$

$=x^2+14x+49-\left(x^2+6x+8x+48\right)$

$=x^2+14x+49-x^2-14x-48=\boxed{1}$

**115)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖

$a)\ x^2-100=\boxed{(x-10)(x+10)}$

$b)\ ax^2-6ax+9a=a(x^2-6x+9)$

$=\boxed{a(x-3)^2}$

**116)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងបណ្តាសមីការខាងក្រោម ៖

$a)\ 9x+5=6x-7$

$3x=-12$

$\boxed{x=-4}$

$b)\ 0.2(x+2)=0.8(2x-3)$

$x+2=8x-12$

$-7x=-14$

$\boxed{x=2}$

$c)\quad x^2+3x-54=0$

$x^2-6x+9x-54=0$

$x(x-6)+9(x-6)=0$

$(x-6)(x+9)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-6=0\\x+9=0\end{bmatrix}$ ឬ $\begin{bmatrix}x=6\\x=-9\end{bmatrix}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=6\ ,\ -9}$ ។

$d)\ x^2-8x+9=0$

មាន $\Delta'=(-4)^2-9=16-9=7$

ដូចនេះ $x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{7}}{1}=\boxed{4\pm\sqrt{7}}$

**117)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម ៖

$a)\begin{cases}2x+7y=11\\5x-2y=8\end{cases}$ តាមវិធីដេទែមីណង់

$D=-4-35=-39$

$D_x=-22-56=-78\ \Rightarrow\ x=\dfrac{-78}{-39}=2$

$D_y=16-55=-39\ \Rightarrow\ y=\dfrac{-39}{-39}=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=2\ ,\ y=1}$ ។

$b)\begin{cases}1.2x+3.4y=1.5\\-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{9}y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}12x+34y=15\\-6x+4y=3\end{cases}$

តាមវិធីបូកបំបាត់

$+\dfrac{\begin{cases}12x+34y=15\\-12x+8y=6\end{cases}}{42y=21}$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{1}{2}$

ចំពោះ $y=\dfrac{1}{2}$ យើងបាន $-6x+4\left(\dfrac{1}{2}\right)=3$

ឬ $-6x=1\ \Rightarrow\ x=-\dfrac{1}{6}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=-\dfrac{1}{6}\ ,\ y=\dfrac{1}{2}}$ ។

**118)** រកតម្លៃនៃកន្សោម $9a^2-ab^2$

ចំពោះ $a=3$ និង $b=-4$ យើងបាន

$9a^2-ab^2=9\times3^2-3\times(-4)^2$

$=81-48=\boxed{33}$

**119)** រកប្រូបាបដែលលេខទាំងពីរលើផ្ទៃរបស់ពួកវាជាលេខគូ

គ្រាប់ឡុកឡាក់មានពីរ A និង B

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=6\times6=36$

មុខទាំងពីរជាលេខគូមាន 9 ករណីគឺ:

$(2,2)\ ;\ (2,4)\ ;\ (2\ ,\ 6)\ ;\ (4,2)\ ;\ (4,4)\ ;$

$(4\ ,\ 6)\ ;\ (6,2)\ ;\ (6,4)\ ;\ (6\ ,\ 6)$

នាំឱ្យ ប្រូបាបដែលត្រូវរកគឺ $=\dfrac{9}{36}=\boxed{\dfrac{1}{4}}$ ។

**120)** តើលេខណាមួយធំជាងគេបំផុត?

យើងមានចំនួន $3\sqrt{3}$ , $2\sqrt{7}$ និង 5 អាចសរសេរ

$3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{27}$

$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$

$5=\sqrt{5^2}=\sqrt{25}$

ដោយ $\sqrt{27}<\sqrt{27}<\sqrt{28}$

ដូចនេះ ចំនួនដែលធំជាងគេគឺ $\boxed{2\sqrt{7}}$ ។

**121)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ $y=ax$

ហើយ $y=18$ នៅពេលដែល $x=-9$

នាំឱ្យ $18=a(-9)\Rightarrow a=-2$ នោះ $y=-2x$

ចំពោះ $x=-2$ យើងបាន $y=-2(-2)=4$

ដូចនេះ តម្លៃដែលរកបានគឺ $\boxed{y=4}$ ។

**122)** បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ឱ្យជាប់ ទាក់ទងទំនាក់ទំនងនៃ $x$ តាមបម្រាប់ប្រធាន $y=ax^2$

ហើយ $y=-4$ នៅពេលដែល $x=4$

យើងបាន $-4=a\times 4^2 \Rightarrow a=-\frac{1}{4}$

ដូចនេះ បញ្ជាក់តម្លៃបានគឺ $\boxed{y=-\frac{1}{4}x^2}$ ។

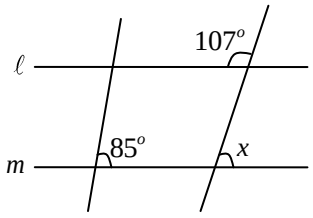
**123)** រករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗ នៃបញ្ចកោណនិយ័ត

តាមរូបមន្ត មុំក្នុងនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តមាន $n$ ជ្រុងគឺ $\frac{(n-2)\times 180^o}{n}$

ដោយ វាជាបញ្ចកោណនិយ័ត នោះ $n=5$

ដូចនេះ មុំក្នុងនីមួយៗ $=\frac{(5-2)\times 180^o}{5}=\boxed{108^o}$ ។

**124)** រក $\angle x$



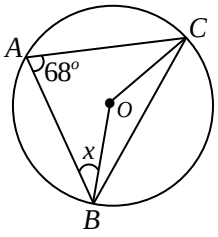

ដោយ $\ell \| m$

នោះយើងបាន

$\angle x=180^o-107^o$

$=\boxed{73^o}$

**125)** រក $\angle x$




ដោយ $\angle ABC=\frac{180^o-68^o}{2}=56^o$

ហើយ $\angle OBC=\frac{180^o-2\times 68^o}{2}=22^o$

នាំឱ្យ $\angle x=\angle ABC-\angle OBC=56^o-22^o=\boxed{34^o}$

**126)** រកកូអរដោនេនៃចំណុចរួមប្រាកដមួយ

យើងមានសមីការ $y=-x-1$ , $y=x+1$ ,

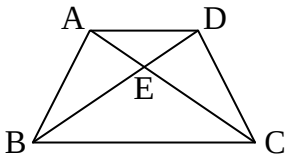
$y=2x+2$ , $y=3x+3$ , $\cdots$

យើងធ្វើមសមីការអាប់ស៊ីសនៃពីរបន្ទាត់ណាក៏បាន

$2x+2=3x+3$ នាំឱ្យ $x=-1$ នោះ $y=0$

ដូចនេះ កូអរដោនេនៃចំណុចរួមគឺ $\boxed{x=-1, y=0}$ ។

**127)** ក. បង្ហាញថា $\Delta EBC$ ជាត្រីកោណសមបាត




ដោយ AD||BC នាំឱ្យ $\angle BCA=\angle CAD$ និង $\angle CBD=\angle ADB$ (ព្រោះវាជាមុំឆ្លាស់ក្នុងរៀងគ្នា)

តែ AE = DE នាំឱ្យ $\angle CAD=\angle ADB$

យើងបាន $\angle BCA=\angle CBD$

ហើយ E ជាចំណុច ប្រសព្វនៃ AC និង BD

ដូចនេះ $\boxed{\Delta EBC \text{ ជាត្រីកោណសមបាត}}$ ។

ខ. បង្ហាញថា AB = DC

$\Delta EBC$ ជាត្រីកោណសមបាត នោះ EC = EB

យើងបូកអង្គនិងអង្គ $\begin{cases} AE=DE \\ EC=EB \end{cases}+$

$AC=DB$

ដោយ ABCD ជាចតុកោណព្នាយដែលមានប្រវែងអង្កត់ទ្រូង $AC=DB$ នាំឱ្យ វាជាចតុកោណព្នាយសមបាត វិបាកទាញបានជ្រុងទ្រេត $\boxed{AB=DC}$ ។

**128)** ដោះស្រាយសមីការ

យើងមានសមីការ $x^4=289$

យើងបាន $x^2=\pm\sqrt{289} \Rightarrow x^2=\pm 17$

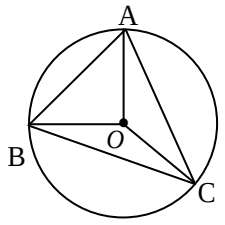
ចំពោះ $x^2=-17$ មិនយក ($x$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន)

យើងបាន $x^2=17$ នោះ $x=\pm\sqrt{17}$

ចំពោះ $x=-\sqrt{17}$ មិនយក ($x$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន)

ដូចនេះ $\boxed{x=\sqrt{17}}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

**129)** ក. រក $\angle CAB$ , $\angle ABC$ និង $\angle BCA$




មាន $AB:BC:CA=3:4:5$

អាចសរសេរបានជា

$\frac{AB}{3}=\frac{BC}{4}=\frac{CA}{5}$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ

$\frac{AB}{3}=\frac{BC}{4}=\frac{CA}{5}=\frac{AB+BC+CA}{3+4+5}=\frac{360^o}{12}=30^o$

នោះយើងអាចគណនារង្វាស់ធ្នូនីមួយៗបាន

$\frac{AB}{3}=30^o \Rightarrow AB=90^o$

$\frac{BC}{4}=30^o \Rightarrow BC=120^o$

$\frac{CA}{5}=30^o \Rightarrow CA=150^o$

ដោយមុំចារឹកស្មើនឹងពាក់កណ្តាលធ្នូស្កាត់ យើងបាន

$\angle BCA=\frac{AB}{2}=\frac{90^o}{2}=45^o$

$\angle CAB=\frac{BC}{2}=\frac{120^o}{2}=60^o$

$\angle ABC=\frac{CA}{2}=\frac{150^o}{2}=75^o$

ដូចនេះ $\boxed{\angle BCA=45^o\ ,\ \angle CAB=60^o\ ,\ \angle ABC=75^o}$

ខ. បញ្ជាក់ $AB:BC$ ជាផលធៀបសម្រួលរួច

ដោយ $AB:BC=3:4$ នាំឱ្យ $\boxed{AB:BC=3:4}$ ។

**130)** -រកកូអរដោនៃកំពូល

យើងមានប៉ារ៉ាបូល $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1$

តាមរូបមន្តកំពូល $S\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

នាំឱ្យ $S\left(-\frac{-\frac{3}{2}}{2\left(\frac{1}{2}\right)},-\frac{\left(-\frac{3}{2}\right)^2-4\left(\frac{1}{2}\right)(1)}{4\left(\frac{1}{2}\right)}\right)$

$S\left(\frac{3}{2},-\frac{\frac{9}{4}-2}{2}\right) \Leftrightarrow S\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{8}\right)$

ដូចនេះ កំពូលប៉ារ៉ាបូលមានកូអរដោនេ $\boxed{\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{8}\right)}$

-រកចំណុចប្រសព្វនៃប៉ារ៉ាបូលជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស

ប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ $y=0$

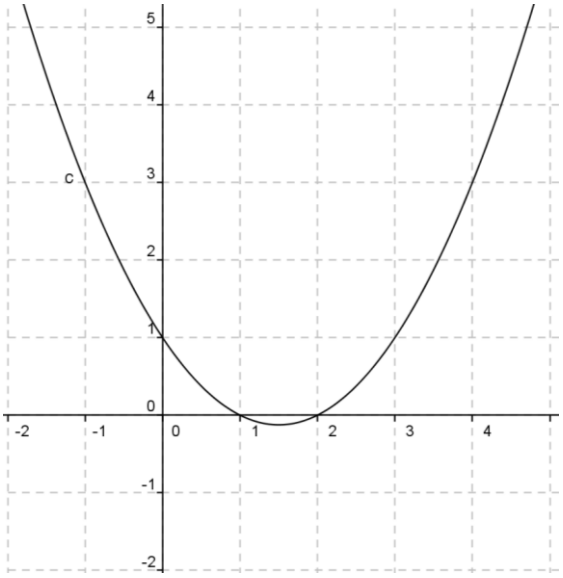
យើងបាន $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+1=0$ ឬ $x^2-3x+2=0$

តាមករណីពិសេស $a+b+c=0$

នាំឱ្យ $x_1=1$ , $x_2=\frac{c}{a}=\frac{2}{1}=2$

ដូចនេះ ចំណុចប្រសព្វមានពីរគឺ $\boxed{(1,0)\ ;\ (2,0)}$ ។

- គូសក្រាបរបស់វា

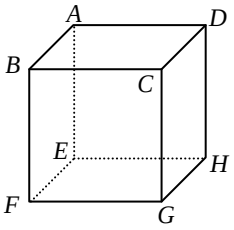



**131)** រកចំនួនគត់តគ្នាទាំងប្រាំបីនោះ

យើងមានផ្ទៃគូបបិតលេខពី 1 ដល់លេខ 6

បើយើងបិតលេខលើផ្ទៃ

ABCD = 1 , ABFE = 2
EFGH = 5 , CDHG = 3
ADHE = 4 , BCGF = 6




នោះយើងបានផលបូកតាមផ្ទៃនីមួយៗគឺ:

A = ABCD+ ABFE +ADHE =1+2+4 = 7
B = ABCD+ ABFE+ BCGF = 1+2+6 = 9
C = ABCD+ CDHG+BCGF = 1+3+6 = 10
D = ABCD+ CDHG+ADHE = 1+3+4 = 8
E = ABFE + EFGH+ ADHE = 2+5+4=11
F = ABFE + EFGH+ BCGF = 2+5+6 = 13
G = EFGH +CDHG+ BCGF = 5+3+6 = 14
H = EFGH +CDHG+ ADHE = 5+3+4 = 12

ដូចនេះ ចំនួនគត់តគ្នាទាំងប្រាំបីនោះគឺ:

$\boxed{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}$

**132)** សម្រួល ៖

$(5x-2y)(5x+2y)-(5x+y)^2$

$=25x^2-4y^2-\left(25x^2+10xy+y^2\right)$

$=25x^2-4y^2-25x^2-10xy-y^2$

$=\boxed{-5y^2-10xy}$

**133)** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

យើងមាន $x^2-1=5x$ ឬ $x^2-5x-1=0$

មាន $\Delta=(-5)^2-4\times1\times(-1)=25+4=29$

ដូចនេះ $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{29}}{2\times1}=\boxed{\dfrac{5\pm\sqrt{29}}{2}}$ ។

**134)** បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $y=ax^2$

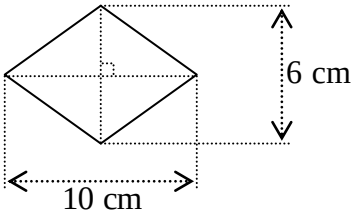
ហើយ $y=20$ នៅពេលដែល $x=-2$

យើងបាន $20=a\times(-2)^2\Rightarrow a=5$

ដូចនេះ បញ្ជាក់បានតម្លៃ $\boxed{y=5x^2}$ ។

**135)** រករង្វាស់ជ្រុងមួយនៃចតុកោណស្មើ

អង្កត់ទ្រូងវាទាំងពីរគឺ 10 cm និង 6 cm




បើ $a$ ជាប្រវែងជ្រុងមួយនៃចតុកោណស្មើខាងលើ

យើងបាន $a^2=\left(\dfrac{6\text{ cm}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{10\text{ cm}}{2}\right)^2$

$a^2=9\text{ cm}^2+25\text{ cm}^2$

$a^2=34\text{ cm}^2$

$a=\sqrt{34}\text{ cm}$

ដូចនេះ ចតុកោណស្មើមានប្រវែងជ្រុង $\boxed{\sqrt{34}\text{ cm}}$ ។

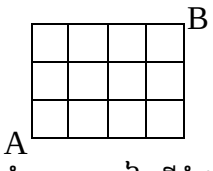
**136)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

$xz+x-2y-2yz$

$=x(z+1)-2y(1+z)$

$=\boxed{(1+z)(x-2y)}$

**137)** តើមានប៉ុន្មានរបៀបខ្លីបំផុត




មានចំនួន ... របៀបខ្លីបំផុតដើម្បីភ្ជាប់ពី A ទៅ B ។

**138)** រក $\theta$

យើងមាន $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

នាំឱ្យ $\theta=60^o+360^ok$ ឬ $\theta=120^o+360^ok$

ដែល $k$ ជាចំនួនគត់រឹឡាទីប

តែ បម្រាប់ប្រធាន $0^o\le\theta<180^o$

ដូចនេះ រកបាន $\boxed{\theta=60^o\ ,\ \theta=120^o}$ ។

**139)** រកកូអរដោនៃទីប្រជុំទម្ងន់របស់ $\Delta ABC$

ចំណាំ: បើ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណមានកំពូលទាំងបីគឺ $A(x_A,y_A)\,;\,B(x_B,y_B)\,;\,C(x_C,y_C)$

នោះកូអរដោនេ $G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}\,,\,\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$

ដោយកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC គឺ:

A(-2 , 6) , B(7 , -9) និង C(1 , 0)

យើងបានកូអរដោនេនៃទីប្រជុំទម្ងន់គឺ:

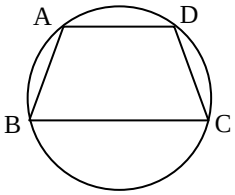
$G\left(\dfrac{-2+7+1}{3}\,,\,\dfrac{6+(-9)+0}{3}\right)$ ឬ $\boxed{G(2\ ,-1)}$ ។

**140)** បង្ហាញថា AB = DC

ដោយ AD||BC

នាំឱ្យ $AB=DC$

ដូចនេះ $\boxed{AB=DC}$




**141)** បញ្ជាក់ 8051 គឺជាផលគុណនៃចំនួនបឋមពីរ

យើងមាន $8051+7^2=90^2$

$8051=90^2-7^2$

$8051=(90-7)(90+7)$

$8051=83\times97$

ដោយ 83 និង 97 ជាចំនួនបឋម

នាំឱ្យ $\boxed{8051=83\times97}$ ជាផលគុណនៃចំនួនបឋមពីរ

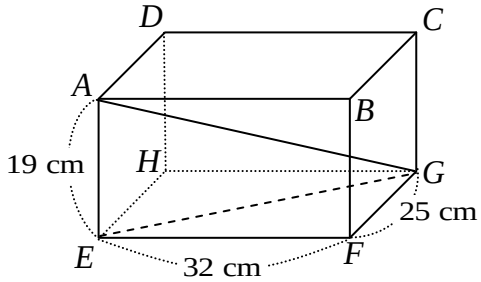
**142)** ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\ell$ អាចជាផលគុណនៃកត្តាបឋម

យើងមាន $\ell+m^2=n^2$ ឬ $\ell=n^2-m^2$

$\ell=(n-m)(n+m)$

ដោយសារ $n-m\neq1$ នោះ $\ell$ អាចជាផលគុណនៃកត្តាចំនួនបឋម ($\ell$ មិនមែនជាចំនួនបឋម) ។

**143)** រកប្រវែងអង្កត់ទ្រូង AG




យើងរក $EG^2$ ជាមុនសិន

$$EG^2 = EF^2 + FG^2$$
$$= (32\text{ cm})^2 + (25\text{ cm})^2$$
$$= 1024\text{cm}^2 + 625\text{cm}^2$$
$$= 1649\text{cm}^2$$

$$AG^2 = EG^2 + AE^2$$
$$= 1649\text{cm}^2 + (19\text{ cm})^2$$
$$= 1649\text{cm}^2 + 361\text{cm}^2$$
$$= 2010\text{cm}^2$$

$AG = \pm\sqrt{2010}$ cm , $AG > 0$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{AG = \sqrt{2010}\text{ cm}}$ ។

**144)** រកសំណល់នៅពេលដែលពហុធា

> ទ្រឹស្តីបទសំណល់: បើ $f(x)$ ជាពហុធាចែកនឹង $x-\alpha$ បានសំណល់ $R$ នោះយើងបាន $R = f(\alpha)$
> (ទ្រឹស្តីនេះ អ្នកនឹងសិក្សានៅថ្នាក់ទី ១០)

យើងមាន $x^3+3x^2-4x-8$ ចែកនឹង $x+2$

តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់ យើងបាន

សំណល់ $R = (-2)^3 + 3(-2)^2 - 4(-2) - 8$

$R = -8+12+8-8$

$\boxed{R = 4}$

**145)** រកតម្លៃនៃ $\sin 135^o$

តាមរូបមន្ត $\sin(180^o - \alpha) = \sin\alpha$

$\sin 135^o = \sin(180^o - 45^o)$

$= \sin 45^o$

$= \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

**146)** រកតម្លៃនៃ $\tan(\theta_1 + \theta_2)$

តាមរូបមន្ត $\tan(\theta_1+\theta_2) = \frac{\tan\theta_1 + \tan\theta_2}{1 - \tan\theta_1 \cdot \tan\theta_2}$

ដោយ $\tan\theta_1 = 2$ និង $\tan\theta_2 = 3$

នាំឱ្យ $\tan(\theta_1+\theta_2) = \frac{2+3}{1-2\cdot 3} = \frac{5}{-5} = \boxed{-1}$

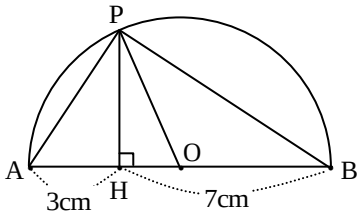
**147)** រកតម្លៃនៃ $\alpha + \beta$

យើងមានសមីការ $3x^2 - 4x + 8 = 0$

មានឫសពីរ $\alpha$ និង $\beta$

នាំឱ្យ $\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{3} = \boxed{\frac{4}{3}}$ ។

**148)** ក. រកប្រវែងនៃអង្កត់ OP និង PH




$$OP = OA = \frac{AB}{2} = \frac{3\text{cm} + 7\text{cm}}{2} = \boxed{5\text{cm}}$$

ដោយ $OP = OA = 5$ cm

នាំឱ្យ $OH = OA - AH = 5\text{ cm} - 3\text{ cm} = 2\text{cm}$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $PH^2 = OP^2 - OH^2$

នាំឱ្យ $PH = \sqrt{OP^2 - OH^2}$ , $PH > 0$

$PH = \sqrt{5^2 - 2^2}$ cm

$\boxed{PH = \sqrt{21}\text{ cm}}$

ខ. រកផលធៀបនៃអង្កត់ PA និងអង្កត់ PB

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AP^2 = AH^2 + PH^2$ , $AP > 0$

$$AP = \sqrt{AH^2 + PH^2} = \sqrt{3^2 + \sqrt{21}^2} = \sqrt{30}\,cm$$

$$PB = \frac{AB \times PH}{PA} = \frac{10 \times \sqrt{21}}{\sqrt{30}} = \sqrt{\frac{2100}{30}} = \sqrt{70}\,cm$$

នាំឱ្យ ផលធៀប $\frac{PA}{PB} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{70}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

ដូចនេះ គណនាបានផលធៀបនៃអង្កត់

$\boxed{PA : PB = \sqrt{3} : \sqrt{7}}$ ។

**149)** រកតម្លៃនៃ $a$ និងឫសផ្សេងទៀត

គណនាបាន $\boxed{a=-30\ ,\ x_2=-6}$ ព្រោះ

យើងមានសមីការ $x^2+x+a=0$ មាន $x_1=5$

យើងបាន $5^2+5+a=0 \Rightarrow a=-30$

ចំពោះ $a=-30$ នោះសមីការទៅជា $x^2+x-30=0$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ៀត $x_1x_2=P=-30$

នាំឱ្យ $x_2=\dfrac{-30}{x_1}=\dfrac{-30}{5}=-6$ ។

**150)** បញ្ជាក់ពីសមភាព

តាង $2n-1$ ជាចំនួនសេសតូច និង $2n+1$ ជាចំនួនសេសធំ នាំឱ្យ $2n$ ជាចំនួនគូដែលនៅចន្លោះចំនួនសេសទាំងពីរ ដែល $n$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

យើងបាន $(2n+1)^2-(2n-1)^2$

$=4n^2+4n+1-(4n^2-4n+1)$

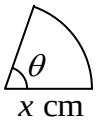
$=8n=4\times 2n$

នាំឱ្យ $(2n+1)^2-(2n-1)^2=4\times 2n$

ដូចនេះ ការេនៃ ចំនួនសេសធំជាង ដកការេនៃចំនួនសេសតូចជាង ស្មើ នឹង 4 ដងនៃចំនួនគូដែលនៅចន្លោះចំនួនសេសទាំង ពីរនោះ ។

**151)** ក. បញ្ជាក់ប្រវែងនៃធ្នូដោយប្រើប្រាស់ $x$

ដោយបរិមាត្រនៃចម្រៀកថាសស្មើនឹង 20 cm




យើងបាន: ប្រវែងធ្នូ $+2x=20$

នាំឱ្យ ប្រវែងធ្នូ $=\boxed{20-2x\ (\text{cm})}$

ខ. រកប្រវែងកាំនៃចម្រៀកថាស

ដោយ ប្រវែងកាំចម្រៀកថាស ជាចំនួនវិជ្ជមានត្រូវតែតូចជាងបរិមាត្រនៃរង្វង់នោះ យើងបាន:

$$0<20-2x<2\pi x$$

ចំពោះ $0<20-2x \Rightarrow x<10$

ចំពោះ $20-2x<2\pi x \Rightarrow \dfrac{10}{\pi+1}<x$

នោះយើងបាន $\dfrac{10}{\pi+1}<x<10\ \ (*)$

តាង $\theta$ ជាមុំផ្ចិតនៃចម្រៀកថាសនោះ យើងបាន

$\dfrac{\theta}{360}=\dfrac{20-2x}{2\pi x}$ (ព្រោះ $\theta=20-2x$)

តាមរូបមន្តផ្នែចម្រៀកថាសមានមុំផ្ចិត $\theta$

$S=\pi R^2\times\dfrac{\theta^o}{360}$ នាំឱ្យយើងបាន

$S=\pi x^2\times\dfrac{20-2x}{2\pi x}$

$=(10-x)x$

$=-x^2+10x$

$=(-x^2+10x-25)+25$

$=-(x-5)^2+25$

ដោយ $(x-5)^2\geq 0 \Rightarrow -(x-5)^2\leq 0$

ឬ $-(x-5)^2+25\leq 25$

មានន័យថា $S$ មានតម្លៃអតិបរមាកាលណា $(x-5)^2=0$ ឬ $x=5$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $(*)$

ដូចនេះ ចម្រៀកថាមានក្រឡាផ្ទៃអតិបរមាស្មើ $25\,\text{cm}^2$ នៅពេលដែលកាំចម្រៀកថាស $x=5\text{cm}$ ។

**152)** រកប្រូបាបដែល ដែលលើកទី១ និងលើកទី២ មានលេខដូចគ្នា ហើយខុសពីលេខ លើកទី៣

-គ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ 6 ហើយបោះឡើង 3 ដង នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាចស្មើ $6\times6\times6=216$ របៀប

-របៀបដែលបោះលើកទី១ និងលើកទី២ មានលេខដូចគ្នាមានចំនួន 6 របៀប

-របៀបដែលបោះនៅលើទី៣ មានលេខខុសពីពីរលើកមុនមានចំនួន 5 របៀប

-ចំនួនករណីស្របគឺស្មើនឹង $6\times5=30$ របៀប

ដូចនេះ ប្រូបាបត្រូវរកគឺ $\dfrac{30}{216}=\boxed{\dfrac{5}{36}}$ ។

**153)** ក. រកផ្ទៃនៃ $\Delta ABC$

ផ្ទៃត្រូវរកគឺ $\boxed{S_{\Delta ABC}=\dfrac{3\sqrt{15}}{4}}$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា ព្រោះ

តាមរូបមន្ត $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\times AB\times AC\times\sin A$

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\times2\times3\times\dfrac{\sqrt{15}}{4}=\dfrac{3\sqrt{15}}{4}$ ឯកតាផ្ទៃ

ខ. រកប្រវែងនៃជ្រុង BC

យើងប្រើទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស ដើម្បីរកប្រវែងជ្រុង BC

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cdot AB\cdot AC\cdot \cos A$

តែ $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A \quad , 90^o < A < 180^o$

$\cos A = -\sqrt{1-\sin^2 A} \quad , \cos A < 0$

$= -\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2} = -\sqrt{\frac{16-15}{16}} = -\frac{1}{4}$

យើងបាន $BC^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)$

នោះ $BC^2 = 13 + 3 \Rightarrow \boxed{BC = 4}$

**154)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

$(x+3y)(x^2 - 3xy + 9y^2) = \boxed{x^3 + 27y^3}$

**155)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

$x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = \boxed{(x-y)^3}$

**156)** សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម

$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{\sqrt{3^2} - 2\sqrt{6} + \sqrt{2^2}}$

$= \sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2} = \boxed{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

**157)** រកតម្លៃនៃ $\cos\theta$

យើងមាន $\tan\theta = -3$ ឬ $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -3$

នាំឱ្យ $\cos\theta = \frac{\sin\theta}{-3}$

តែ $\cos^2 A = 1 - \sin^2 A \quad , 90^o < A < 180^o$

នាំឱ្យ $\cos A = -\sqrt{1-\sin^2 A} \quad , \cos A < 0$

យើងបាន $\frac{\sin\theta}{-3} = -\sqrt{1-\sin^2\theta}$

$\sin\theta = 3\sqrt{1-\sin^2\theta}$

$\sin^2\theta = 9 - 9\sin^2\theta$

$10\sin^2\theta = 9$

$\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad , \sin\theta > 0$

យើងបាន $\cos\theta = \frac{\sin\theta}{-3} = \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{-3} = -\frac{1}{\sqrt{10}} = \boxed{-\frac{\sqrt{10}}{10}}$

**158)** រកចំនួនរបៀបខុសគ្នា ក្នុងការបែងចែកសិស្ស

សិស្សចំនួន 6 នាក់ត្រូវបានចែកជាពីរបន្ទប់ A និង B

ដែលបន្ទប់នីមួយៗដាក់បានសិស្សបីនាក់

វាជាបន្សំនៃ 6 ធាតុជ្រើសរើសយក 3 ធាតុ

នាំឱ្យ ចំនួនរបៀបនៃការបែងចែកគឺស្មើនឹង

$C(6,3) = \frac{6!}{3!\times 3!} = \frac{6\times 5\times 4\times 3!}{3!\times 3\times 2} = \boxed{20}$ របៀប។

**159)** រកធាតុនៃសំណុំ $A\cap B$ និងបញ្ជីធាតុរបស់វា

យើងមាន A = { 1 , 4 , 7 , 10 }

និង B = { 1 , 3 , 5 , 7 , 9 }

នាំឱ្យ $\boxed{A\cap B = \{1, 7\}}$ ។

**160)** រកតម្លៃនៃ $a$

ពហុធា $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 4$ ចែកដាច់នឹង $x-2$ លុះត្រាតែ សំណល់របស់វាស្មើនឹង 0

មានន័យថា $f(2) = 0$ នោះយើងបាន:

$2^3 + 3\cdot 2^2 + a\cdot 2 + 4 = 0$

$8 + 12 + 2a + 4 = 0$

$\boxed{a = -12}$

**161)** រកចម្ងាយខ្លីបំផុត រវាងចំណុច និងបន្ទាត់

ចំណាំ: ចម្ងាយ $d$ ពីចំណុច $(x_1, y_1)$ និងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $ax+by+c=0$ កំណត់ដោយ:

$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

យើងមាន ចំណុច (0 , 1) និងបន្ទាត់ $x - 3y - 7 = 0$

នាំឱ្យ ចម្ងាយ $d = \frac{|1\cdot 0 - 3\cdot 1 - 7|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{10}} = \boxed{\sqrt{10}}$

**162)** រកគ្រប់សំណុំចំនួនគត់ $(x, y, z)$

យើងមាន $x^6 + y^6 + z^6 = 3xyz$

គូចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងលើរួមមាន:

$\boxed{(x, y, z) = (0,0,0), (1,1,1), (1,-1,-1), (-1,1,-1), (-1,-1,1)}$

**163)** រកប្រវែងកាំនៃចម្រៀកថាស

តាង $x$ cm ជាប្រវែងកាំនៃចម្រៀកថាស

នាំឱ្យ ប្រវែងធ្នូគឺ $(20-2x)$ cm

ដោយមុំផ្ចិតតូចជាង $360^o$ នាំឱ្យ ប្រវែងធ្នូជាចំនួនវិជ្ជមានតូចជាងបរិមាត្រនៃរង្វង់ យើងបាន:

$$0<20-2x<2\pi x$$

ចំពោះ $0<20-2x \Rightarrow x<10$

ចំពោះ $20-2x<2\pi x \Rightarrow \dfrac{10}{\pi+1}<x$

នោះយើងបាន $\dfrac{10}{\pi+1}<x<10 \quad (*)$

ផ្ទៃនៃចម្រៀកថាសគឺ $A=\pi x^2\times\dfrac{20-2x}{2\pi x}$

$=(10-x)x$

$=-x^2+10x \ \left(\text{cm}^2\right)$

តាមបម្រាប់ $16\,\text{cm}^2\le A\le 24\,\text{cm}^2$

យើងបាន $-x^2+10x\ge 16 \quad (1)$

$-x^2+10x\le 24 \quad (2)$

$(1): x^2-10x+16\le 0$

$(x-2)(x-8)\le 0 \Rightarrow 2\le x\le 8 \ (3)$

$(2): x^2-10x+24\ge 0$

$(x-6)(x-4)\ge 0 \Rightarrow x\le 4, 6\le x \ (4)$

ដោយធ្វើការប្រសព្វនៃ $(*), (3)$ និង $(4)$ យើងបាន

$\dfrac{10}{\pi+1}\le x\le 4$ , $6\le x\le 8$

(សម្គាល់ថា: $2=\dfrac{10}{5}<\dfrac{10}{\pi+1}$)

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{10}{\pi+1}\ \text{cm}\le x\le 4\ \text{cm}\ ,\ 6\ \text{cm}\le x\le 8\ \text{cm}}$ ។

**164)** ក. រកកូអរដោនេនៃចំណុចទាំងពីរ P និង Q

យើងផ្គុំសមីការរង្វង់ និងសមីការបន្ទាត់ជាប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2=5 & (1)\\ x+y=1 & (2)\end{cases}$ កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

តាម $(2): x+y=1 \Rightarrow y=1-x$ ជំនួសក្នុង $(1)$

$(1): x^2+(1-x)^2=5$

$2x^2-2x+1=5$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0 \Rightarrow x=-1\ ,\ 2$

នៅពេលដែល $x=-1$ នោះ $y=1-(-1)=2$

នៅពេលដែល $x=2$ នោះ $y=1-2=-1$

ដូចនេះ កូអរដោនេ $\boxed{P(-1\ ,\ 2)}$ និង $\boxed{Q(2\ ,\ -1)}$

ខ. រកកូអរដោនេ នៃចំណុច R

ដោយរង្វង់មានសមីការ $x^2+y^2=5$ បញ្ជាក់ថា រង្វង់មានផ្ចិត $O(0\ ,\ 0)$

-បន្ទាត់ $OP$ កាត់តាម $O(0\ ,\ 0)$ និង $P(-1\ ,\ 2)$

មានសមីការ $y=-2x$ កែងនឹងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $P$

មានសមីការ $y=ax+b$ ដែលកាត់តាម $P(-1\ ,\ 2)$

និងមានមេគុណប្រាប់ទិស $a=\dfrac{1}{2}$

យើងបាន $2=\dfrac{1}{2}(-1)+b \Rightarrow b=\dfrac{5}{2}$

យើងបានបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $P$ គឺ $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$

-បន្ទាត់ $OQ$ កាត់តាម $O(0\ ,\ 0)$ និង $Q(2\ ,\ -1)$

មានសមីការ $y=-\dfrac{1}{2}x$ កែងនឹងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $Q$

មានសមីការ $y=a'x+b'$ ដែលកាត់តាម $Q(2\ ,-1)$

និងមានមេគុណប្រាប់ទិស $a=2$

យើងបាន $-1=2\cdot 2+b \Rightarrow b=-5$

យើងបានបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $Q$ គឺ $y=2x-5$

-យើងផ្គុំមសមីការអាប់ស៊ីសដែលប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុច $P$ និង $Q$ ដើម្បីរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $R$

យើងបាន $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}=2x-5$

$x+5=4x-10$

$-3x=-15$

$x=5$

ចំពោះ $x=5: y=2\cdot 5-5=5$

ដូចនេះ ដូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $\boxed{R(5\ ,\ 5)}$ ។

**165)** រកគ្រប់សំណុំនៃចំនួនគត់ $(x,\ y,\ z)$

យើងមាន $x^4+y^4+z^4=3xyz$

គូចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងលើរួមមាន:

$$\boxed{\begin{aligned}(x\ ,\ y\ ,\ z)=&(0,0,0),(1,1,1),(1,-1,-1),\\ &(-1,1,-1),(-1,-1,1)\end{aligned}}$$

**166)** ក. ចូរឱ្យសំណើដែលប្រឈម

យើងមានសំណើ "ប្រសិនបើ $n^2+2n$ គឺជាចំនួនសេស នោះ $n$ គឺជា ចំនួនសេស។"

សំណើខាងលើមានទម្រង់ $p \Rightarrow q$

នាំឱ្យ សំណើប្រឈមដែលត្រូវរកមានទម្រង់ $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$

ដូចនេះ សំណើប្រឈមគឺ "ប្រសិនបើ $n$ គឺជាចំនួនគូ នោះ $n^2+2n$ គឺជាចំនួនគូ" ។

ខ. បង្ហាញថា សំណើនៅក្នុងចម្លើយ ក. ជាសំណើពិត

បើ $n$ ជាចំនួនគត់គូ យើងអាចសរសេរបាន $n=2k$ ដែល $k$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

យើងបាន $n^2+2n=(2k)^2+2(2k)$

$=4k^2+4k$

$=2(2k^2+2k)$

ដោយ $2k^2+2k$ គឺជាចំនួនគត់ នោះ $n^2+2n$ គឺជាចំនួនគូ។

ដូចនេះ ដោយសំណើប្រឈមជាសំណើពិត នោះ សំណើដើមក៏ជាសំណើពិតដែរ ។

**167)** រកសំណល់ $P(x)$ ចែកនឹង $(x+3)(x-4)$

តាង $Q(x)$ជាផលចែក និង $ax+b$ ជាសំណល់នៃ $P(x)$ ចែកនឹង $(x+3)(x-4)$

យើងបាន: $P(x)=(x+3)(x-4)Q(x)+ax+b$

-ដោយ $P(x)$ចែកនឹង $x+3$ មានសំណល់ 3

នាំឱ្យ $P(-3)=3$ នោះ $-3a+b=3 \quad (1)$

-ដោយ $P(x)$ចែកនឹង $x-4$ មានសំណល់ 1

នាំឱ្យ $P(4)=1$ នោះ $4a+b=1 \quad (2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$\begin{cases}-3a+b=3\\4a+b=1\end{cases}$ យើងដោះស្រាយតាមវិធីដេទែមីណង់

$D=-3-4=-7$

$D_a=3-1=2 \quad \Rightarrow \quad a=\dfrac{D_a}{D}=\dfrac{2}{-7}=-\dfrac{2}{7}$

$D_b=-3-12=-15 \Rightarrow \quad b=\dfrac{D_b}{D}=\dfrac{-15}{-7}=\dfrac{15}{7}$

ដូចនេះ សំណល់នៃផលចែកគឺ $\boxed{-\dfrac{2}{7}x+\dfrac{15}{7}}$ ។

**168)** រកផ្ទៃនៃផែនគិតជា $cm^2$ ដែលគូសនៅលើផែនទី

ផ្ទៃនៃផែននៅលើផែនទីគឺ $\boxed{50\ cm^2}$ ព្រោះ

-យើងមាន ផែនទីមានមាត្រដ្ឋាន $\dfrac{1}{1000}$ មានន័យថា 1 cm លើផែនទី ត្រូវនឹង 1000 cm លើដីពិត

-យើងមាន ផែនរាងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ: បណ្តោយ 100 m = 10000 cm លើដីពិត ត្រូវនឹង 10 cm នៅលើផែនទី និងទទឹង 50 m = 5000 cm នៅលើដីពិត ត្រូវនឹង 5 cm នៅលើផែនទី

ដូចនេះ ផ្ទៃផែនលើផែនទី $=10cm\times 5cm=\boxed{50cm^2}$

**169)** ក. រកផ្ទៃនៃស្វ៊ែ នៅពេលដែលកាំស្មើ $\sqrt{5}$ cm

ផ្ទៃនៃស្វ៊ែគឺ $\boxed{20\pi\ cm^2}$ ព្រោះ

យើងមានផ្ទៃស្វ៊ែគឺ $4\pi r^2\ cm^2$

ចំពោះ $r=\sqrt{5}$ cm នោះ $4\pi\sqrt{5}^2\ cm^2=\boxed{20\pi\ cm^2}$

ខ. រកប្រវែងកាំនៃស្វ៊ែនៅពេលវាមានផ្ទៃ $81\pi\ cm^2$

យើងបាន $4\pi r^2\ cm^2=81\pi\ cm^2$

$4r^2=81$

$r=\pm\sqrt{\dfrac{81}{4}}$

$r=\dfrac{9}{2}\ ,\ r>0$

ដូចនេះ ប្រវែងកាំនៃស្វ៊ែគឺ $\boxed{r=\dfrac{9}{2}\ cm}$ ។

**170)** ពន្លាត និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$(x-4y)(x^2+4xy+16y^2)=\boxed{x^3-64y^3}$

**171)** ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖

$125x^3-75x^2+15x-1=\boxed{(5x-1)^3}$

**172)** រកមាឌនៃស្វ៊ែមួយ ដែលមានកាំស្មើ 6

មាឌនៃស្វ៊ែមានរូបមន្ត $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$ ដោយ $r=6$

នាំឱ្យ $V=\dfrac{4}{3}\pi\times 6^3=\boxed{288\pi}$ ។

**173)** រកតម្លៃនៃ $\tan A$

យើងមាន $\cos A=\frac{2}{3}$

តាមរូបមន្ត $\sin^2 A+\cos^2 A=1$ និង $\angle A$ ជាមុំស្រួច

យើងបាន $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}$

$$\sin A=\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{9-4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

នាំឱ្យ $\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}=\boxed{\frac{\sqrt{5}}{2}}$ ។

**174)** តើមានប៉ុន្មានចំនួនគត់អាចបង្កើតបាន?

យើងមានប្រាំមួយលេខ គឺ 0, 1, 2, 3, 4 និង 5

ដើម្បីបង្កើតចំនួនដែលមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់ នោះខ្ទង់ទី១ មិនត្រូវយកលេខសូន្យទេ នាំឱ្យចំនួនរបៀបតាមខ្ទង់គឺ:

-ខ្ទង់ទី១ មាន 5 ជម្រើស -ខ្ទង់ទី៤ មាន 3 ជម្រើស

-ខ្ទង់ទី២ មាន 5 ជម្រើស -ខ្ទង់ទី៥ មាន 2 ជម្រើស

-ខ្ទង់ទី៣ មាន 4 ជម្រើស -ខ្ទង់ទី៦ មាន 1 ជម្រើស

តាមគោលការណ៍របាប់ ចំនួនរបៀបដែលអាចបង្កើតបាន គឺ $5\times5\times4\times3\times2\times1=5\times120=\boxed{600}$ របៀប ។

**175)** រកកូអរដោនេនៃកំពូលរបស់ប៉ារ៉ាបូល

> ប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2+bx+c$ មាន:
>
> -កំពូល $S\left(-\dfrac{b}{2a},-\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$
>
> -អ័ក្សឆ្អុះ $x=-\dfrac{b}{2a}$

យើងមានប៉ារ៉ាបូល $y=-x^2-8x+5$

នាំឱ្យ កំពូល $\left(-\dfrac{-8}{2\times(-1)},-\dfrac{(-8)^2-4\times(-1)\times5}{4\times(-1)}\right)$

ដូចនេះ កូអរដោនេកំពូល $\boxed{(-4\,,\,21)}$ ។

**176)** ក. រកតម្លៃ $k$

យើងមានប៉ារ៉ាបូល $y=2x^2-4kx-3k+9$

ដើម្បីឱ្យប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស លុះត្រា $y=0$

នាំឱ្យ $2x^2-4kx-3k+9=0$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាលុះត្រា $\Delta'>0$

យើងបាន $(-2k)^2-2\times(-3k+9)>0$

$$(-2k)^2-2\times(-3k+9)>0$$
$$4k^2+6k-18>0$$
$$2k^2+3k-9>0$$

តាង $f(k)=2k^2+3k-9$ នាំឱ្យ $f(k)>0$

ឱ្យ $f(k)=0\Leftrightarrow 2k^2+3k-9=0$

មាន $\Delta=3^2-4\times2\times(-9)=9+72=81$

$$k_1=\frac{-3-\sqrt{81}}{2\times2}=\frac{-3-9}{4}=-3$$
$$k_2=\frac{-3+\sqrt{81}}{2\times2}=\frac{-3+9}{4}=\frac{3}{2}$$

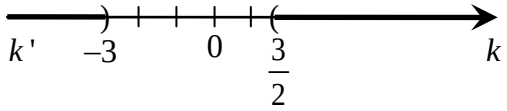
តារាងសញ្ញា

| $k$ | $-\infty$ | $-3$ | | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(k)>0$ | + | 0 | - | 0 | + |

ដូចនេះ $\boxed{k<-3 \text{ ឬ } \frac{3}{2}<k}$

ខ. បង្ហាញតម្លៃ $k$ ក្នុងសំណួរ ក. នៅលើបន្ទាត់ចំនួន

ចំពោះ $k<-3$ ឬ $\frac{3}{2}<k$ យើងគូសបន្ទាត់ចំនួន




**177)** រកសមីការរង្វង់

ដោយធ្នឹតរង្វង់នៅគល់តម្រុយ នោះសមីការរង្វង់ដែលត្រូវរកមានទម្រង់ $x^2+y^2=R^2$ , $R$ ជាកាំរង្វង់

ហើយរង្វង់ កាត់តាមចំណុច (5, 12)

យើងបាន $5^2+12^2=R^2$ ឬ $R^2=169$

ដូចនេះ សមីការរង្វង់ដែលត្រូវរកគឺ $\boxed{x^2+y^2=169}$

**178)** ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

យើងមានសមីការ $4x^3+8x^2-11x+3=0$

សមីការមានឫសងាយ $x=-3$ នោះយើងបាន:

$$(x+3)(4x^2-4x+1)=0$$
$$(x+3)(2x-1)^2=0$$

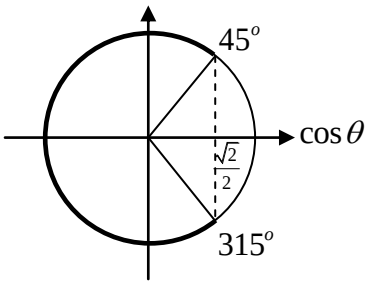
ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=-3\,,\,\frac{1}{2}}$

**179)** រកតម្លៃនៃ $\theta$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមភាព

យើងមាន $\cos\theta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ដែល $0^o \le \theta < 360^o$

អាចសរសេរ $\cos\theta < \frac{\sqrt{2}}{2}$

ពិនិត្យរង្វង់ត្រីកោណមាត្រខាងក្រោម:




ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បាន $\boxed{45^o < \theta < 315^o}$ ។

**180)** ក. រកកូអរដោនេនៃចំណុច P

> **<u>ចំណាំ:</u>** គេមាន $A(a)$ និង $B(b)$ ជាពីរចំណុច
> -បើ $P(x)$ ជាចំណុចចែកអង្កត់ $AB$ ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$ នោះគេបាន $x = \frac{mb+na}{m+n}$ ។
> - បើ $Q(x)$ ជាចំណុចចែកអង្កត់ $AB$ ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m:n$ នោះគេបាន $x = \frac{mb-na}{m-n}$ ។

យើងមាន A(-3) និង B(3) ហើយចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប AP:PB=1:2
យើងបាន កូអរដោនេនៃចំណុច P គឺ:

$x = \frac{1\cdot 3+2\cdot(-3)}{1+2} = \frac{-3}{3} = -1$ ដូចនេះ $\boxed{P(-1)}$

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុច Q
ចំណុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប AQ:QB=1:2 យើងបាន កូអរដោនេនៃចំណុច Q គឺ:

$x = \frac{1\cdot 3-2\cdot(-3)}{1-2} = \frac{9}{-1} = -9$ ដូចនេះ $\boxed{Q(-9)}$

**181)** តើមានប៉ុន្មានទំព័រ ដែលត្រូវនឹង $x$ ភាគរយ

ចំនួនទំព័រដែលត្រូវនឹង $x$ ភាគរយ នៃសៀវភៅមួយក្បាលដែលមាន 120 ទំព័រគឺ $\frac{x\times 120}{100} = \boxed{\frac{6x}{5}}$ ។

**182)** បញ្ជាក់តម្លៃ $y$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $y = ax$
ហើយ $y=-8$ នៅពេលដែល $x=-2$
យើងបាន $-8 = a\times(-2) \Rightarrow a = 4$
ដូចនេះ បញ្ជាក់តម្លៃ $\boxed{y=4x}$ ។

**183)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $y = \frac{a}{x}$
ហើយ $y=2$ នៅពេលដែល $x=4$
យើងបាន $2 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = 8$ នោះ $y = \frac{8}{x}$
ចំពោះ $x=2$ នាំឱ្យ $y = \frac{8}{2} = 4$ ដូចនេះ $\boxed{y=4}$ ។

**184)** ក. តើឥដ្ឋការ៉ូមួយមានផ្ទៃប៉ុន្មាន $cm^2$ ?

ដោយ ឥដ្ឋការ៉ូរាងជាការេ និងមានជ្រុងប្រវែង 30 cm
យើងបាន ផ្ទៃការេគឺ $30\text{ cm}\times 30\text{ cm} = \boxed{900\text{ cm}^2}$

ខ. រកចំនួនឥការ៉ូសរុបដែលត្រូវប្រើ
ដោយ ផ្ទៃថ្នាក់របស់ រ៉ូបឺត ស្មើ $54\text{ m}^2 = 540000\text{ cm}^2$
នាំឱ្យ ចំនួនការ៉ូដែលត្រូវប្រើ $= \frac{540000\text{ cm}^2}{900\text{ cm}^2} = \boxed{600}$

**185)** ក. រកផលធៀបរវាងម៉ាសនៃស្ករ និងម៉ាសនៃភេសជ្ជៈ:
ដោយស្ករ 20 g ដែលរលាយនៅក្នុងភេសជ្ជៈ 160 g
នាំឱ្យ ផលធៀបរវាងម៉ាសនៃស្ករ និងម៉ាសនៃភេសជ្ជៈគឺ:

$$\frac{20\ g}{160\ g} = \boxed{0.125}$$

ខ. រកភាគរយនៃស្ករ ដែលមាននៅក្នុងភេសជ្ជៈ:
ភាគរយនៃស្ករ ដែលមាននៅក្នុងភេសជ្ជៈគឺ:

$$\frac{20\ g\times 100\%}{160\ g} = \boxed{12.5\%}$$

**186)** ក. រកផ្ទៃនៃ $\Delta ACD$ គិតជា $cm^2$

(ចម្លើយនៃលំហាត់នេះ អ្នកត្រូវដោះស្រាយជាក់ស្តែងដោយយកបន្ទាត់វាស់ AD និង CD លើសៀវភៅនេះតែម្តង គុណវាបញ្ចូលគ្នា រួចចែកនឹង 2 ។)
ខ. (ធ្វើដូចដំណូរ ក. រួចបូកផ្ទៃក្រឡាបញ្ចូលគ្នា)

**187)** ក. រកទម្ងន់ដែកគោល 100 ដើម គិតជា ក្រាម

ដោយ ដែកគោល 50 ដើម មានទម្ងន់ សរុប 80 g

នាំឱ្យ ដែកគោល 1 ដើម មានទម្ងន់ $=\frac{80\ g}{50}=1.6\ g$

ដូចនេះ ដែកគោល 100 ដើមមានទម្ងន់:

$1.6\ g\times 100=\boxed{160\,g}$

ខ. រកចំនួនដែកគោល ដែលត្រូវដាក់ចូលក្នុងប្រអប់

យើងមាន ទម្ងន់ប្រអប់គឺ 150 g និងទម្ងន់សរុប 790 g

នាំឱ្យ ទម្ងន់ដែកគោលសុទ្ធ $=790\,g-150\,g=640\,g$

ដូចនេះ ចំនួនដែកគោលដែលត្រូវដាក់ចូលក្នុងប្រអប់គឺ

$\frac{640\ g}{1.6\ g}=\boxed{400}$ ដើម ។

**188)** ក. តើមានប៉ុន្មាន m ដែលត្រូវនឹង 5 km?

ដោយ 1 000 m ត្រូវនឹង 1 km

នាំឱ្យ $\boxed{5\,000\,\text{m}}$ ត្រូវនឹង 5 km។

ខ. តើមានប៉ុន្មាន $\text{m}^2$ ដែលត្រូវនឹង 30 000 $\text{cm}^2$?

ដោយ 10 000 $\text{cm}^2$ ត្រូវនឹង 1 $\text{m}^2$

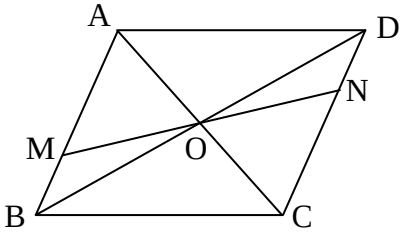
នាំឱ្យ 30 000 $\text{cm}^2$ ត្រូវនឹង $\boxed{3\ \text{m}^2}$ ។

គ. តើមានប៉ុន្មាន $\text{cm}^3$ ដែលត្រូវនឹង $10\,\ell$?

ដោយ $1\ell=1\text{dm}^3$ ត្រូវនឹង 1 000 $cm^3$

នាំឱ្យ $10\,\ell$ ត្រូវនឹង $\boxed{10\ 000\ \text{cm}^3}$ ។

**189)** ក. រកគូត្រីកោណ ដែលគួបានបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា




ដោយ MB ជាជ្រុងនៃត្រីកោណ OBM និង DN ជាជ្រុងនៃត្រីកោណ ODN

ដូចនេះ គូត្រីកោណ ដែលគួបានបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នាគឺ:

ត្រីកោណ OBM និងត្រីកោណ ODN

ដោយប្រើលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម ។

ខ. ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នា

ដោយ ត្រីកោណ OBM និងត្រីកោណ ODN មាន:

-មុំ $\angle ABD=\angle CDB$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

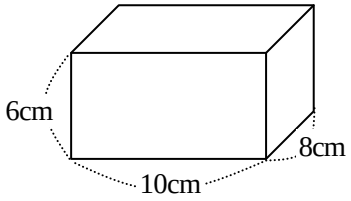
-ជ្រុង $OB=OD$ ( O ជាចំណុចកណ្តាលអង្កត់ BD)

-មុំ $\angle BOM=\angle DON$ (ជាមុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta OBM\sim\Delta ODN}$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ជ.ម

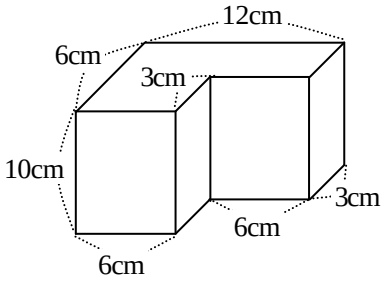
**190)** រកមាឌនៃសូលីត ខាងក្រោម

(ក).




$V=10\,cm\times 8\ cm\times 6\ cm=\boxed{480\ cm^3}$

(ខ).




$V=\left(6cm\times 6cm\times 10cm\right)+\left(6cm\times 3cm\times 10cm\right)$

$=360cm^3+180cm^3=\boxed{540cm^3}$

**191)** ក. រកពិន្ទុរបស់សិស្ស A

ពិន្ទុរបស់សិស្ស A គឺ $72+4=\boxed{76}$ ពិន្ទុ ។

ខ. រកភាពល្អៀងរវាងពិន្ទុសិស្ស B និងពិន្ទុសិស្ស C

ដោយ ពិន្ទុសិស្ស B គឺ $72-1=71$ពិន្ទុ

ហើយ ពិន្ទុសិស្ស C គឺ $72-8=64$ពិន្ទុ

នាំឱ្យ ភាពល្អៀងគឺ $71-64=\boxed{5}$

ខ. រកពិន្ទុរបស់សិស្ស D

តាង $x$ ជាពិន្ទុរបស់សិស្ស D

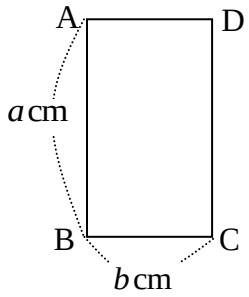
ដោយ ពិន្ទុសិស្ស E គឺ $72+5=77$

ហើយ 72 ជាពិន្ទុមធ្យមនៃសិស្សទាំងប្រាំនាក់

យើងបាន $\frac{76+71+64+x+77}{5}=72$

នាំឱ្យ ពិន្ទុសិស្ស D គឺ $x=360-288=\boxed{72}$ ពិន្ទុ។

**192)** ក. រកប្រវែងបរិមាត្រនៃចតុកោណកែង ABCD




បរិមាត្រនៃចតុកោណ ABCD គឺ $\boxed{2(a+b)\ cm}$

ខ. រកក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង ABCD

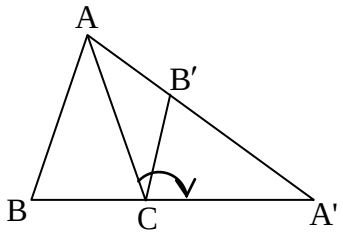
ក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង ABCD គឺ $\boxed{(a\times b)\ \text{cm}^2}$

**193)** រកក្រឡាផ្ទៃនៃរង្វង់គិតជា $\text{cm}^2$

ដោយ រង្វង់នេះមានអង្កត់ផ្ចិត $d$ cm

នាំឱ្យ ក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹង $\boxed{\dfrac{\pi d^2}{4}\ cm^2}$

**194)** ក. រកមុំដែលប៉ុនគ្នាទៅនឹងមុំ $\angle ABC$




មុំដែលប៉ុនគ្នាទៅនឹងមុំ $\angle ABC$ មានចំនួន 4 មុំគឺ:

$\angle ACB$ , $\angle CB'A'$ , $\angle B'CA'$ និងមុំ $\angle BAA'$

ខ. ប្រាប់មុំទាំងអស់ដែលប៉ុនគ្នាទៅនឹងមុំ $\angle BAC$

មុំទាំងអស់ដែលប៉ុនគ្នាទៅនឹងមុំ $\angle BAC$ មាន 3 គឺ:

$\angle B'A'C$ , $\angle CAB'$ , $\angle ACB'$ ។

គ. រកវង្វាស់នៃមុំ $\angle ABC$ និងឆ្លើយមានខ្នាត

ដោយ $\left.\begin{matrix}\angle BAC=\angle CAB'\\ \angle ABC=\angle BAA'\end{matrix}\right| \Rightarrow \angle BAC=\dfrac{\angle ABC}{2}$

តាង $x$ ជាមុំ $\angle ABC$ នោះផលបូកមុំនៃ $\Delta ABC$ គឺ

$$x+x+\frac{x}{2}=180^o \Leftrightarrow \frac{5}{2}x=180^o \Rightarrow x=72^o$$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{\angle ABC=72^o}$ ។

**195)** ក. សរសេរប្រព័ន្ធសមីការ

សរសេរបានប្រព័ន្ធសមីការ $\boxed{\begin{cases}x+y=8\\ 90x+120y=870\end{cases}}$

ខ. រកចំនួននំមានរសជាតិក្រូចឆ្មា និងរសជាតិផ្លែឈើ

យើងដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដែលបានសរសេរ

$$\begin{cases}x+y=8\\ 90x+120y=870\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}x+y=8 & (1)\\ 3x+4y=29 & (2)\end{cases}$$

តាម $(1)$ $x+y=8 \Rightarrow y=8-x$ $(3)$

យក $(3)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន:

$$3x+4(8-x)=29$$
$$3x+32-4x=29$$
$$x=3$$

យក $x=3$ តាម $(3)$ : $y=8-x=8-3=5$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases}3+5=8\\ 90\cdot 3+120\cdot 5=870\end{cases}$ ពិត

ដូចនេះ មាននំរសជាតិក្រូចឆ្មា 3 , រសជាតិផ្លែឈើ 5 ។

**196)** រកតួចែករួមធំបំផុត (PGCD)

ក. (14, 35)

ដោយ $17=2\times 7$ និង $35=5\times 7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{PGCD}(14,\ 35)=7}$ ។

ខ. (26, 39, 52)

ដោយ $26=2\times 13$

$39=3\times 13$

$52=2^2\times 13$

ដូចនេះ $\boxed{\text{PGCD}(\ 26,\ 39,\ 52)=13}$ ។

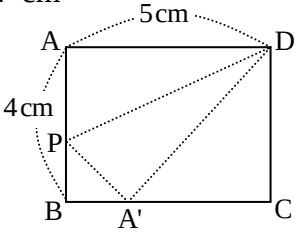
**197)** ក. រកប្រវែង A'C គិតជា cm

$A'C^2=A'D^2-CD^2$

$A'C^2=AD^2-AB^2$

$=5^2-4^2=9$

$\Rightarrow \boxed{A'C=3\ cm}$




ខ. រកប្រវែង PB គិតជា cm

ដោយ $PA=PA'$ និង $BA'=BC-A'C=2$ cm

ហើយ $PB+PA=4 \Rightarrow PA=4-PB$

តាមទ្រស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះត្រីកោណកែង $PBA'$

$$PB^2+BA'^2=PA'^2$$
$$PB^2+BA'^2=PA^2$$
$$PB^2+2^2=(4-PB)^2$$
$$PB^2+4=16-8PB+PB^2$$
$$8PB=12$$
$$\Rightarrow \boxed{PB=\frac{3}{2}}\ \text{cm}$$

**198)** ក. តើផ្លែឪឡឹកធ្ងន់ជាងផ្លែប៉មប៉ុន្មានគីឡូក្រាម?

ឪឡឹកមានទម្ងន់ 1.05 kg និងផ្លែប៉មមានទម្ងន់ 0.3 kg

ផ្លែឪឡឹកធ្ងន់ជាងផ្លែប៉ម $1.05kg-0.3kg=\boxed{0.75kg}$

ខ. តើទម្ងន់ផ្លែឪឡឹកធ្ងន់ជាងផ្លែប៉មប៉ុន្មានដង?

ផ្លែឪឡឹកធ្ងន់ជាងផ្លែប៉មគឺ $\frac{1.05\text{ kg}}{0.3\text{ kg}}=\boxed{3.5}$ ដង

**199)** រកភាគរយដែលគេបានបញ្ចុះតម្លៃ

ឆ្នាំទៅថ្លៃ 8400 ប៉េសូ តែថ្ងៃនេះមានតម្លៃ 5040 ប៉េសូ

នាំឱ្យ ភាគរយបញ្ចុះតម្លៃរបស់កាម៉ារ៉ាឌីជីថលមួយគឺ

$$\frac{(8400-5040)\times 100\%}{8400}=\boxed{40\%}$$

**200)** ក. រកប្រភេទចតុកោណដែល ខេវិន ចូលចិត្ត

តាមសម្តីរបស់ ខេវិន ដែលបានជជែក

ចតុកោណដែលគេពេញចិត្តគឺ $\boxed{\text{ការេ}}$ ។

ខ. រកប្រភេទចតុកោណដែល លីនដា ចូលចិត្ត

តាមសម្តីរបស់ ខេវិន ដែលបានជជែក

ចតុកោណដែលគេពេញចិត្តគឺ $\boxed{\text{ប្រលេឡូក្រាម}}$ ។

**201)** រកទម្ងន់កញ្ចប់អាហារធម្មតា

តាង $x$ ជាទម្ងន់កញ្ចប់អាហារធម្មតា គិតជា ក្រាម

យើងបាន $x+15\%x=276$ ឬ $1.15x=276$

នាំឱ្យទម្ងន់កញ្ចប់អាហារធម្មតាគឺ $x=\frac{276}{1.15}=\boxed{240\ g}$

**202)** ក. រកចំនួន នៃចំនួនគត់ដែលជាពហុគុណនៃ 6

យើងមានចំនួនចាប់ពី 50 ដល់ 150

មានចាប់ពី 6 ចំនួន 9 ដង ដល់ 6 ចំនួន 25 ដង

នាំឱ្យ ចំនួនជាពហុគុណនៃ 6 គឺ $(25-9)+1=\boxed{17}$

ក. រកចំនួន នៃចំនួនគត់ជាពហុគុណនៃ 6 និង 8

ដោយ ពហុគុណនៃ 6 និង 8 គឺ 24

ហើយ ចំនួនចាប់ពី 50 ដល់ 150

មានចាប់ពី 24 ចំនួន 3 ដង ដល់ 24 ចំនួន 6 ដង

នាំឱ្យ ចំនួនជាពហុគុណនៃ 24 គឺ $(6-3)+1=\boxed{4}$

**203)** ក. រកប្រវែងកម្ពស់គិតជា cm នៃត្រីកោណ

តាង $b$ ជាប្រវែងបាត និង $h$ ជាប្រវែងកម្ពស់

តាមបម្រាប់ យើងបាន $b:h=5:8$ ឬ $\frac{b}{h}=\frac{5}{8}$

នៅពេលដែលបាតមានប្រវែង 40 cm

នាំឱ្យ ប្រវែងកម្ពស់ $h=\frac{40\times 8}{5}=\boxed{64\text{ cm}}$

ខ. រកប្រវែងបាត និងប្រវែងកម្ពស់ គិតជា cm

នៅពេលដែលត្រីកោណមានក្រឡាផ្ទៃ 320 $\text{cm}^2$

នោះក្រឡាផ្ទៃ $\frac{1}{2}bh=320$ ឬ $bh=640$

យើងបាន $\frac{b\times bh}{h}=\frac{5\times 640}{8}$ ឬ $b^2=400$

នាំឱ្យ ប្រវែងបាត $b=\sqrt{400}=\boxed{20\text{ cm}}$ , $b>0$

ហើយ ប្រវែងកម្ពស់ $h=\frac{640}{b}=\frac{640}{20}=\boxed{32\text{ cm}}$ ។

**204)** ក. រកចំណុះទឹកផ្លែឈើដែលនាងផឹកថ្ងៃនេះ

ទឹកផ្លែឈើ ដែលនាងផឹកថ្ងៃនេះមានចំណុះស្មើនឹង

$$\frac{2}{5}\left(1\frac{1}{2}-\frac{2}{5}\right)=\frac{2}{5}\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{5}\right)$$
$$=\frac{2}{5}\times\frac{15-4}{10}=\frac{2}{5}\times\frac{11}{10}$$
$$=\boxed{\frac{11}{25}\ \ell}$$

ខ. តើថ្ងៃនេះនាងធីកបានប៉ុន្មានដងច្រើនជាងថ្ងៃម្សិល?

ចំនួនដងធីកច្រើនជាងគឺ $\dfrac{\frac{11}{25}}{\frac{2}{5}}=\dfrac{11}{25}\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{11}{10}=\boxed{1.1}$

គ. រកចំណុះទឹកផ្លែឈើដែលនៅសល់

$$1\frac{1}{2}-\left(\frac{2}{5}+\frac{11}{25}\right)=\frac{3}{2}-\frac{10+11}{25}=\frac{3}{2}-\frac{21}{25}$$
$$=\frac{75-42}{50}=\boxed{\frac{33}{50}\ \ell}$$

**205)** ក. តើប៉ុន្មាន នាទី ដែលត្រូវនឹង $\frac{3}{4}$ នៃមួយម៉ោង ?

ដោយ 1 ម៉ោងត្រូវនឹង 60 នាទី

នាំឱ្យ $\frac{3}{4}$ នៃមួយម៉ោង ត្រូវនឹង $\frac{3}{4}\times 60=\boxed{45}$ នាទី

ខ. តើប៉ុន្មាន mm ដែលត្រូវនឹង 8 cm ?

ដោយ 1 cm ត្រូវនឹង 10 mm

នាំឱ្យ 8 cm ត្រូវនឹង $8\times 10=\boxed{80\text{ mm}}$

គ. តើប៉ុន្មាន $m^2$ ដែលត្រូវនឹង 400 $cm^2$?

ដោយ 1 $m^2$ ត្រូវនឹង 10 000 $cm^2$

នាំឱ្យ 400 $cm^2$ ត្រូវនឹង $\dfrac{400}{10000}=\boxed{0.04\ m^2}$

**206)** រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម

យើងមាន ដែល $x=-1$ និង $y=5$

ក. $7x+9y-4=7(-1)+9(5)-4=\boxed{34}$

ខ. $3x^2-2xy=3(-1)^2-2(-1)(5)=\boxed{13}$

**207)** ក. តើភ្នំ E ខ្ពស់ជាងភ្នំ D ប៉ុន្មានម៉ែត្រ

ដោយ ភ្នំ D មានកម្ពស់ $500-106=394$ m

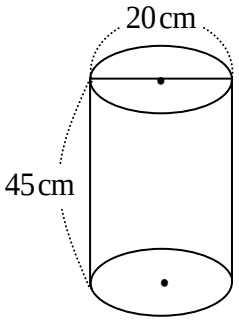
ភ្នំ E មានកម្ពស់ $500-92=408$ m

នាំឱ្យ ភ្នំ D ខ្ពស់ជាងភ្នំ E គឺ: $408-394=\boxed{14\text{ m}}$

ខ. រកកម្ពស់ខុសគ្នា រវាងភ្នំខ្ពស់បំផុត និងភ្នំទាបបំផុត តាមតារាង ភ្នំ B ខ្ពស់បំផុត និងភ្នំ C ទាបបំផុត

កម្ពស់ខុសគ្នាគឺ $258-(-339)=\boxed{597\text{ m}}$

**208)** ក. រកផ្ទៃក្រឡាសរុប គិតជា $cm^2$




$$S=2S_B+S_L=2\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)+2\pi\left(\frac{d}{2}\right)h$$
$$=\frac{\pi d^2}{2}+\pi dh=\frac{\pi\left(20^2\right)}{2}+\pi(20)(45)$$
$$=200\pi+900\pi=1100\pi$$

តែ តាមបម្រាប់ប្រធាន $\pi=3.14$

ដូចនេះ ផ្ទៃសរុបគឺ $S=1100\times 3.14=\boxed{3454\ cm^2}$

ខ. រកចំណុះថ្នាំលាបដែលគេត្រូវការ គិតជាលីត

ដោយថ្នាំលាប 1 លាបបានផ្ទៃ $2000\,cm^2$

នាំឱ្យ ចំណុះថ្នាំត្រូវការគឺ $\dfrac{3454}{2000}=\boxed{1.727\ \ell}$ ។

**209)** ក. បញ្ជាក់តម្លៃពិតនៃវត្តុអនុស្សរីយ៍ជាអនុគមន៍នៃ $x$

ដោយ តាមផែនការនាងនឹងចំណាយប្រាក់ $\frac{2}{5}x$

សម្រាប់ វត្តុអនុស្សរីយ៍ តែតាមពិតនាងបានចំណាយ 120 ប៉ែសូ លើសផែនការដែលនាងបានគិតទុក

នាំឱ្យ ប្រាក់ចំណាយពិតគឺ $\boxed{\frac{2}{5}x+120}$ (ប៉ែសូ) ។

ខ. បញ្ជាក់តម្លៃពិត នៃថ្លៃឈ្នួលយានដឹកជញ្ជូន និងអាហារជាអនុគមន៍នៃ $x$

ដោយតាមផែនការនាងនឹងចំណាយប្រាក់ $\frac{3}{5}x$ សម្រាប់ថ្លៃឈ្នួលយានដឹកជញ្ជូន និងអាហារ តែតាមពិតនាងបានសល់120 ប៉ែសូ តិចជាងផែនការដែលនាងបានគិតទុក

នាំឱ្យ ប្រាក់ចំណាយពិតគឺ $\boxed{\frac{3}{5}x-120}$ (ប៉ែសូ) ។

គ. រកតម្លៃនៃ $x$

ដោយ តម្លៃពិតនៃវត្ថុអនុស្សរីយ៍ គឺស្មើនឹងថ្លៃពិតឈ្នួលយានដឹកជញ្ជូននិងអាហារ យើងបាន:

$$\frac{2}{5}x+120=\frac{3}{5}x-120$$

$$\frac{1}{5}x=240$$

$$\boxed{x=1200}$$ (ប៉េសូ)

**210)** ដោះស្រាយរក $a$

យើងមាន សមីការ $s=\frac{a+b+c}{3}$

$$a+b+c=3s$$

$$\boxed{a=3s-b-c}$$

**211)** រកតម្លៃនៃ $y$

យើងមាន សមីការលីនេអ៊ែ $y=2x-5$

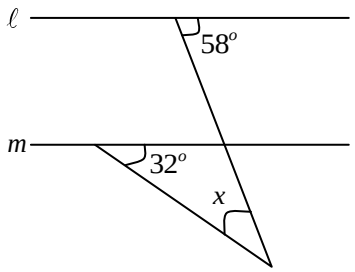
ចំពោះ $x=4$ នាំឱ្យ $y=2\times4-5=\boxed{3}$

**212)** រកមុំក្នុងនីមួយៗ គិតជាដឺក្រេ នៃទស្សកោណនិយ័ត

មុំក្នុងនីមួយៗនៃទស្សកោណនិយ័តគឺស្មើនឹង:

$$\frac{(10-2)\times180^o}{10}=\boxed{144^o}$$

**213)** រក $\angle x$ នៅពេលដែល $\ell \parallel m$




យើងបាន $x=58^o-32^o=\boxed{26^o}$

**214)** ក. បញ្ជាក់ផលធៀបទម្ងន់នៃស្ករទៅនឹងម្សៅនំ

តាមតារាង យើងបាន ផលធៀបទម្ងន់នៃស្ករទៅនឹង

ម្សៅនំ គឺ $\frac{50\ g}{150\ g}=\boxed{\frac{1}{3}}$ ។

ខ. រកទម្ងន់ប៊ឺរដែល ត្រែកស៊ី នាងត្រូវការ

តាមតារាង បន្ទះស៊ុកកូឡា 60 g ត្រូវការប៊ឺរ 120 g

ដោយ នាងមានបន្ទះស៊ុកកូឡា 40 g

នាំឱ្យ ប៊ឺរដែលត្រូវការគឺ $\frac{40g\times120g}{60g}=\boxed{80g}$

**215)** ក. រកចំនួននៃចំនួនគត់ដែលអាចបង្កើត

ដោយ លេខ 1 ជាលេខខ្ទង់ដប់ នោះខ្ទង់ដប់មាន 1

ជម្រើស ឯខ្ទង់រាយមាន 4 ជម្រើស

នាំឱ្យ ចំនួនគត់អាចបង្កើតមាន $1\times4=\boxed{4}$ ចំនួន ។

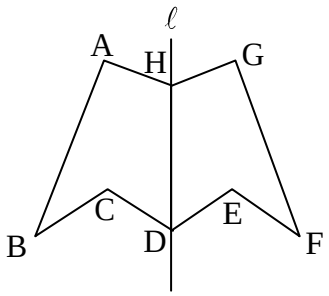
ខ. រកចំនួននៃចំនួនគត់ដែលអាចបង្កើតទាំងអស់

ដោយ ខ្ទង់ដប់មាន 5 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយមាន 4 ជម្រើស

នាំឱ្យ ចំនួនគត់អាចបង្កើតមាន $5\times4=\boxed{20}$ ចំនួន ។

**216)** ក. រកកំពូល ដែលស៊ីម៉ែទ្រីទៅនឹងកំពូល A




កំពូល ដែលស៊ីម៉ែទ្រីទៅនឹងកំពូល A គឺកំពូល G ។

ខ. រកជ្រុង ដែលស៊ីម៉ែទ្រីទៅនឹងជ្រុង EF

ជ្រុង ដែលស៊ីម៉ែទ្រីទៅនឹងជ្រុង EF គឺជ្រុង CB ។

**217)** ក. សរសេរតម្លៃសរុបជាអនុគមន៍នៃ $x$

តម្លៃសរុបសរសេរជាអនុគមន៍ $x$ គឺ $\boxed{3x+100}$ ប៉េសូ

ខ. កំណត់តម្លៃរាយ គិតជា ប៉េសូ

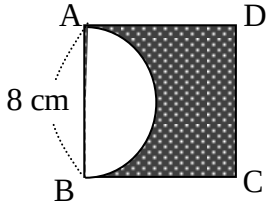
ដោយ តម្លៃសរុបទាំងអស់គឺ 340 ប៉េសូ

យើងបាន $3x+100=340$

$$3x=240$$

ដូចនេះ $x=\boxed{80}$ ប៉េសូ

**218)** ក. រកបរិមាត្រគិតជា cm នៃផ្នែកស្រមោលខ្មៅ




បរិមាត្រនៃផ្នែកស្រមោលខ្មៅស្មើនឹង:

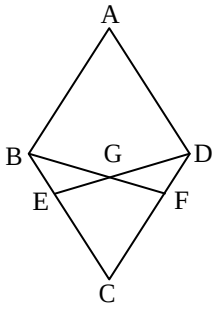
$$8cm\times 3+\frac{\pi\times 8cm}{2}=\boxed{24+4\pi\ (cm)}$$

ខ. រកផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃផ្នែកស្រមោលខ្មៅ

ផ្ទៃនៃផ្នែកស្រមោលខ្មៅស្មើនឹង:

$$(8\times 8)-\frac{1}{2}\times\frac{\pi\times 8^2}{4}=\boxed{64-8\pi\ \ (cm^2)}$$

**219)** ក. តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា




ដើម្បីបង្ហាញថា BF = DE នោះគូត្រីកោណ ដែលគួ

បង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នាគឺ $\boxed{\Delta BCF \text{ និង } \Delta DCE}$ ។

ខ. ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ

ដោយ $\Delta BCF$ និង $\Delta DCE$ មាន:

-ជ្រុង CE = CF (សម្មតិកម្ម)

-មុំ C ជាមុំរួម

-ជ្រុង BC = DC (ជ្រុងនៃចតុកោណស្មើ)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta BCF\sim\Delta DCE}$ តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ

គ. រក $\angle EGF$

ដោយ $\angle ABC=117^o$ និង $\angle CBF=46^o$

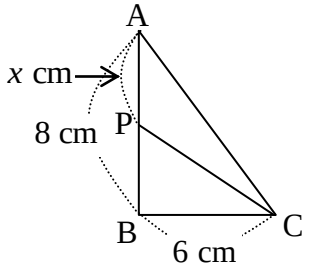
នាំឱ្យ $\angle BAD=180^o-117^o=63^o$

និងមុំ $\angle ABG=117^o-46^o=71^o$

នាំឱ្យ $\angle BGD=360^o-\left(2\times 71^o+63^o\right)=155^o$

ដោយ $\angle EGF=\angle BGD=\boxed{155^o}$

**220)** ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃ PB ជាអនុគមន៍នៃ $x$




$$PB=AB-AP$$
$$PB=8cm-x\,cm$$
$$PB=\boxed{(8-x)\ cm}$$

ខ. បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $y$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$

ដោយ $y$ ជាផ្ទៃនៃ $\Delta PBC$

យើងបាន $y=\frac{1}{2}\times BC\times PB$

នាំឱ្យ $y=\frac{1}{2}\times 6\times(8-x)=\boxed{(24-3x)\ cm^2}$

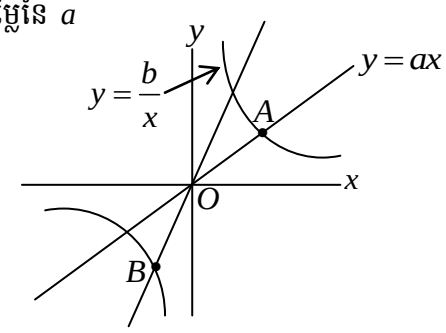
គ. បញ្ជាក់តម្លៃនៃ $x$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$

ដោយ $\Delta PBC$ គឺ $a\ cm^2$ មានន័យ $y=a$

យើងបាន $a=24-3x$

$$3x=24-a$$
$$\boxed{x=\frac{24-a}{3}}\ cm$$

**221)** ក. រកតម្លៃនៃ $a$




ដោយ បន្ទាត់ $y=ax$ កាត់តាមចំណុច A(4, 3)

យើងបាន $3=a\times 4\Rightarrow\boxed{a=\frac{3}{4}}$

ខ. រកតម្លៃនៃ $b$

ដោយ អ៊ីពែបូល $y=\frac{b}{x}$ កាត់តាមចំណុច A(4, 3)

យើងបាន $3=\frac{b}{4}\Rightarrow\boxed{b=12}$

គ. រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច O និង B

-ចំពោះ $b=12$ នោះអ៊ីពែបូលមានសមីការ $y=\frac{12}{x}$

អ៊ីពែលបូល $y=\frac{12}{x}$ កាត់តាម B មានអាប់ស៊ីស $-2$

យើងបាន $y=\frac{12}{-2}=-6$ នោះកូអរដោនេ $B(-2,-6)$

-ដោយ បន្ទាត់ដែលត្រូវរកកាត់តាមចំណុច $O(0\,,\,0)$

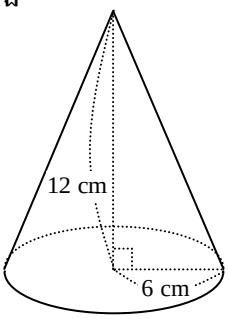
នោះ បន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $y=a'x$

ហើយ បន្ទាត់ $y=a'x$ កាត់តាមចំណុច $B(-2,-6)$

យើងបាន $-6=a'\times(-2) \Rightarrow a'=3$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ $\boxed{y=3x}$ ។

**222)** ក. រកផ្ទៃក្រឡាបាតគិតជា $\text{cm}^2$




$S_B=\pi R^2=\pi\times(6\text{ cm})^2=\boxed{36\pi\ cm^2}$

ខ. រកមាឌនៃកោណគិតជា $\text{cm}^3$

$V=\frac{1}{3}\times S_B\times h=\frac{1}{3}\times 36\pi\times 12=\boxed{144\pi\ \text{cm}^3}$

**223)** ក. សរសេរប្រព័ន្ធសមីការជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$ និង $y$ តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងសរសេរបានប្រព័ន្ធសមីការ

$$\boxed{\begin{cases}x+y=220\\10x+15y=3000-200\end{cases}}$$

ខ. រកតម្លៃនៃម្ហូបអាហារមួយឈុត និងបីគ័រមួយឈុត

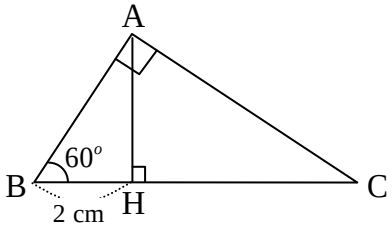
ក្រោយពីសម្រួលរួច យើងបាន $\begin{cases}x+y=220\\2x+3y=560\end{cases}$

មាន $D=3-2=1$ , $D_x=660-560=100$

និង $D_y=560-440=220$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{អាហារមួយឈុតមានតម្លៃ } x=100 \text{ ប៉ែសូ}\\ \text{បីគ័រមួយឈុតមានតម្លៃ } y=120 \text{ ប៉ែសូ}\end{array}}$

**224)** ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃអង្កត់ AH




ដោយ $ABH$ ជាត្រីកោណកែង ដែលមានរង្វាស់មុំទាំងបីគឺ $30^o, 60^o$ និង $90^o$ នោះយើងបាន:

$$BH:AH:AB=1:\sqrt{3}:2$$

ចំពោះ $BH:AH=1:\sqrt{3}$ នាំឱ្យ $AH=\frac{BH\times\sqrt{3}}{1}$

យើងបាន $AH=2cm\times\sqrt{3}$ ដូចនេះ $\boxed{AH=2\sqrt{3}\text{ cm}}$

ខ. រកប្រវែងគិតជា cm នៃអង្កត់ CH

ដោយ $CAH$ ជាត្រីកោណកែង ដែលមានរង្វាស់មុំទាំងបីគឺ $30^o, 60^o$ និង $90^o$ នោះយើងបាន:

$$AH:CH:AC=1:\sqrt{3}:2$$

ចំពោះ $AH:CH=1:\sqrt{3}$ នាំឱ្យ $CH=\frac{AH\times\sqrt{3}}{1}$

យើងបាន $CH=2\sqrt{3}\ cm\times\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\boxed{CH=6\text{ cm}}$

គ. រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $\text{cm}^2$ នៃ $\Delta ABC$

ដោយ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times BC\times AH$

$=\frac{1}{2}\times(BH+CH)\times AH$

$=\frac{1}{2}\times(2+6)\times 2\sqrt{3}$

$=\boxed{8\sqrt{3}\ \text{cm}^2}$

**225)** រកមាឌគិតជា $\text{cm}^3$ នៃគូប

តាមរូបមន្តមាឌគូប $V=a^3$ ដែល $a$ ជាប្រវែងទ្រនុង

ដោយ គូបមានមានប្រវែងនៃទ្រនុង 10 cm

យើងបាន $V=(10\text{ cm})^3=\boxed{1\,000\ \text{cm}^3}$

**226)** រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម

ដោយ $x=5$ និង $y=-2$ យើងគណនាបាន:

ក. $2x-3y=2(5)-3(-2)=10+6=\boxed{16}$

ខ. $xy+2y^2=(5)(-2)+2(-2)^2=-5+8=\boxed{3}$

**227)** រកតម្លៃនៃ $y$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $y=\dfrac{a}{x}$

ហើយ $y=-2$ នៅ ពេលដែល $x=-6$

យើងបាន $-2=\dfrac{a}{-6}\Rightarrow a=12$ នោះ $y=\dfrac{12}{x}$

ចំពោះ $x=3$ យើងបាន $y=\dfrac{12}{3}=\boxed{4}$

**228)** ដោះស្រាយរក $x$ នៅក្នុងសមីការខាងក្រោម

ក. $3x-13=11x+3$

$-8x=16$

$\boxed{x=-2}$

ខ. $\dfrac{4x-5}{3}=\dfrac{3x-2}{4}$

$16x-20=9x-6$

$7x=14$

$\boxed{x=2}$

**229)** រកតួចែករួមធំបំផុត (GCD) នៃក្រុមចំនួននីមួយៗ

ក. (14, 21) ដោយ $14=2\times7$ និង $21=3\times7$

ដូចនេះ $\boxed{GCD(14,\,21)=7}$

ខ. (10, 15, 20)

ដោយ $10=2\times5$ , $15=3\times5$ , $21=2^2\times5$

ដូចនេះ $\boxed{GCD(10,\,15\,,\,20)=5}$

**230)** ក. រកតម្លៃនៃ $x$

ដោយ រង្វាស់មុំទាំងបីនៃ $\Delta ABC$ គឺ $x^o$ , $2x^o$ , $3x^o$

យើងបាន $x^o+2x^o+3x^o=180^o$

$6x^o=180^o$

$\boxed{x=30^o}$

ខ. រកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC

ដោយ ត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់មុំរៀងគ្នាគឺ

$x^o$ , $2x^o$ , $3x^o$ ត្រូវនឹង $30^o$ , $60^o$ , $90^o$

ដូចនេះ ABC ជាត្រីកោណកែងកន្លះសម័ង្ស ។

**231)** ក.រកល្បឿនមធ្យមគិតជាម៉ែតក្នុងមួយនាទី

តាមរូបមន្ត $v_m=\dfrac{d}{t}$ ដែល $d$ ជាចម្ងាយផ្លូវ

និង $t$ ជារយៈពេល

ដោយ $d=1\,200$ m និង $t=15$ នាទី

យើងបាន $v_m=\dfrac{1\,200}{15}=\boxed{80}$ ម៉ែតក្នុងមួយនាទី

ខ. រកល្បឿនមធ្យមរបស់ ខេវិន

ដោយ $d=1\,200$ m និង $t=20$ នាទី

យើងបាន $v_m=\dfrac{1\,200}{20}=\boxed{60}$ ម៉ែតក្នុងមួយនាទី

**232)** ក. តើលេខអ្វីគុណនឹង 3.14 បានលទ្ធផល 15.70

លេខដែលគុណនឹង 3.14 បានលទ្ធផល 15.70

គឺលេខ $\dfrac{15.70}{3.14}=\boxed{5}$ ។

ខ. តើលេខអ្វីគុណនឹង 3.14 បានលទ្ធផល 62.80

លេខដែលគុណនឹង 3.14 បានលទ្ធផល 62.80

គឺលេខ $\dfrac{62.80}{3.14}=\boxed{20}$ ។

គ. បញ្ជាក់ $3.14\times25$ ជាកន្សោមមួយ ដែលមានជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ 3.14 និងពីលេខដែលរកឃើញក្នុងសំណួរ ក. និង ខ.

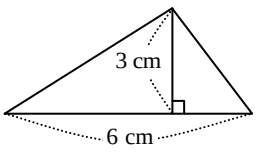
បញ្ជាក់បាន $\boxed{3.14\times25=3.14\times5+3.14\times20}$

**233)** រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម

ក. ត្រីកោណ

$S=\dfrac{1}{2}\times6cm\times3cm$

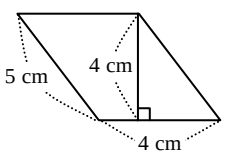
$=\boxed{9\ cm^2}$




ខ. ប្រលេឡូក្រាម

$S=4cm\times4cm$

$=\boxed{16\ cm^2}$



**234)** ក. បញ្ជាក់ផលធៀប

ផលធៀបនៃ $1+2+3$ ទៅនឹង $1+2+3+4$

គឺ $\dfrac{1+2+3}{1+2+3+4}=\dfrac{6}{10}=\boxed{\dfrac{3}{5}}$

ខ. -រកផលបូកនោះ

តាង $S$ ជាផលបូកត្រូវរកនោះ

យើងសរសេរបាន:

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{S}=\frac{21}{S}$$

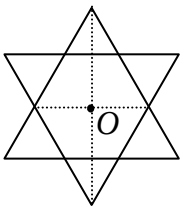
តែផលធៀបនៃផលបូកនេះស្មើស្មើនឹង $3:4$

នោះ $\dfrac{21}{S}=\dfrac{3}{4}$ នាំឱ្យផលបូក $S=\dfrac{21\times 4}{3}=\boxed{28}$

-សរសេរវាជាទម្រង់នៃការបូកបន្តបន្ទាប់

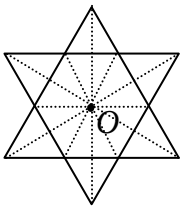
$28=\boxed{1+2+3+4+5+6+7}$

**235)** ក. បង្កើតចំណុចស៊ីម៉ែទ្រី




ខ. រកចំនួននៃអ័ក្សស៊ីម៉ែទ្រីសរុប

ចំនួនអ័ក្សស៊ីមេទ្រីទាំងអស់មានចំនួន 6 ដូចរូប:




**236)** ក. តើនាលីត្រូវការប្រមូលដបប្លាស្ទិចចំនួនប៉ុន្មាន

ដោយដបប្លាស្ទិច 400 ដប សម្រាប់ \$1.00

វ៉ាក់សាំងសម្រាប់មនុស្សម្នាក់ៗគឺ \$2.00

ដូចនេះ នាលីត្រូវប្រមូលដបប្លាស្ទិចចំនួន $\boxed{800}$ ដប

ខ. រកទម្ងន់គិតជាក្រាមនៃដបប្លាស្ទិចមួយ

ទម្ងន់នៃដបប្លាស្ទិចមួយស្មើនឹង $\dfrac{1000}{400}=\boxed{2.5}$ ក្រាម

គ. រក $CO_2$ សរុប ដែលកើតឡើង

ចំនួនដងនៃ $CO_2$ ដែលកើតឡើងច្រើនជាងម៉ាស

របស់វាស្មើនឹង $\dfrac{3150}{1000}=\boxed{3.15}$ ដង ។

**237)** ក. គណនា $6!$

$6!=1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6=\boxed{720}$

ខ. គណនា $(6!-5!)+(6!-4!)+(6!-3!)$

$$\begin{aligned}&(6!-5!)+(6!-4!)+(6!-3!)\\&=(720-120)+(720-24)+(720-6)\\&=600+696+714\\&=\boxed{2010}\end{aligned}$$

**238)** ក. រកប្រវែងកាំគិតជា cm នៃថាស

យើងមានបរិមាត្រថាសគឺ $a\,(cm)$

តាង $r$ ជាប្រវែងកាំថាសដែលត្រូវរកគឺ:

$2\pi r=a$ នាំឱ្យ $r=\boxed{\dfrac{a}{2\pi}\,(cm)}$ ។

ខ. បញ្ជាក់តម្លៃ $S$ ជាអនុគមន៍នៃ $\pi$ និង $a$

$$S=\pi r^2=\pi\left(\frac{a}{2\pi}\right)^2=\pi\times\frac{a^2}{4\pi^2}=\boxed{\frac{a^2}{4\pi}\,(cm^2)}$$

**239)** ឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម

ក. តើប៉ុន្មានម៉ោងត្រូវនឹង 20 នាទី?

ដោយ 1 ម៉ោងត្រូវនឹង 60 នាទី

នាំឱ្យ 20 នាទីត្រូវនឹង $\dfrac{1\times 20}{60}=\boxed{\dfrac{1}{3}}$ ម៉ោង

ខ. តើប៉ុន្មាន g ត្រូវនឹង 0.3 kg?

ដោយ 1 kg ត្រូវនឹង 1000 g

នាំឱ្យ 0.3 kg ត្រូវនឹង $\dfrac{0.3\times 1000}{1}=\boxed{300\ g}$

គ. តើប៉ុន្មាន $m^2$ ត្រូវនឹង 20000 $cm^2$ ?

ដោយ 10000 $cm^2$ ត្រូវនឹង 1 $m^2$

នាំឱ្យ 20000 $cm^2$ ត្រូវនឹង $\dfrac{20000\times 1}{10000}=\boxed{2\ cm^2}$

**240)** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម

ក. $\begin{cases}3x-2y=-11\\-x+y=5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x-2y=-11\\-3x+3y=15\end{cases}$

$y=4$

នាំឱ្យ $x=y-5=4-5=-1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=-1\,,\ y=4}$ ។

ខ. $\begin{cases} y=6x-3 \\ y=4x-7 \end{cases}$

យើងបាន $6x-3=4x-7$

$2x=-4$

$x=-2$

ចំពោះ $x=-2$ នោះ $y=4(-2)-7=-15$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $\boxed{x=-2\,,\,y=-15}$ ។

**241)** ដោះស្រាយរក $x$ ក្នុងសមីការ ខាងក្រោម៖

ក. $2x+4=x+6$

$\boxed{x=2}$

ខ. $0.4x-5=0.9x+5$

$4x-50=9x+50$

$-5x=100$

$\boxed{x=-20}$

គ. $\dfrac{2x-1}{3}=\dfrac{3x-2}{4}$

$8x-4=9x-6$

$-x=-2$

$\boxed{x=2}$

**242)** រករង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ នៃពហុកោណនិយ័ត

ដោយ ពហុកោណនិយ័តមាន 18 ជ្រុង

នាំឱ្យ រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗស្មើនឹង:

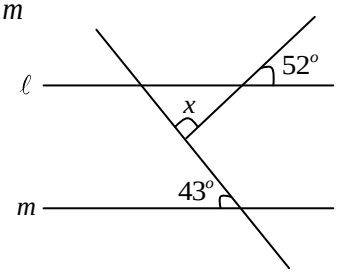
$$\frac{(18-2)\times 180^o}{18}=160^o$$

យើងបាន រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗស្មើនឹង:

$180^o-160^o=\boxed{20^o}$

**243)** រក $\angle x$

ដោយ $\ell \parallel m$




$x=180^o-(52^o+43^o)=\boxed{85^o}$

**244)** ក. រកពិន្ទុរបស់ជាទ្រិក

ដោយ ជាទ្រិក បង្វិលចំអក្សរ B (ដក 3)

យើងបាន ពិន្ទុរបស់ជាទ្រិកគឺ $10-3=\boxed{7}$ ពិន្ទុ

ខ. រក ពិន្ទុរបស់គីម

ដោយ គីម បង្វិលចំអក្សរ A និង D

ដែល A: បូក 3 និង D: គុណនឹង -2

យើងបាន $(10+3)\times(-2)=\boxed{-26}$ ពិន្ទុ

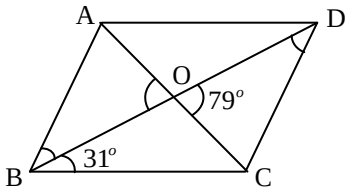
គ. ពេលបង្វិលពីរដង រកពិន្ទុតូចបំផុតដែលអាចមាន

ពិន្ទុតូចបំផុតដែលអាចមានគឺ លើកទី១ ចំអក្សរ C

និងលើកទី២ ចំអក្សរ D យើងបាន:

$(10\times 2)\times(-2)=\boxed{-40}$ ពិន្ទុ

**245)** ក. $\angle AOB$ និង $\angle COD$ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?




គូនៃមុំ $\angle AOB$ និង $\angle COD$ មានឈ្មោះយ៉ាង

ប្រាកដមួយ ហៅថា មុំទល់កំពូល ។

ខ. $\angle ABO$ និង $\angle CDO$ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?

គូនៃមុំ $\angle ABO$ និង $\angle CDO$ មានឈ្មោះយ៉ាង

ប្រាកដមួយ ហៅថា មុំឆ្លាស់ក្នុង ។

គ. រក $\angle CAD$

ដោយ $\angle CAD+\angle ADB=79^o$

ឬ $\angle CAD+\angle DBC=79^o$

$\angle CAD+31^o=79^o$

$\boxed{\angle CAD=48^o}$

**246)** ក. ចូរគណនា 5!

$5!=1\times 2\times 3\times 4\times 5=\boxed{120}$

ខ. រកតម្លៃនៃចំនួនគត់ $n$

$(n!-5!)+(n!-4!)+(n!-3!)=2010$

$n!-120+n!-24+n!-6=2010$

$3\cdot n!-150=2010$

$n!=720$

តែ $720=1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6=6!$

នាំឱ្យ $n!=6!$ ដូចនេះ រកបានតម្លៃ $\boxed{n=6}$ ។

**247)** ពន្យល់មូលហេតុ ហេតុអ្វីបានជា $a+c=b+d$

-បើគេបូកមួយចំនួនដែលដូចគ្នា លើអង្គទាំងពីរនៃសមីការ នោះសមីការនៅតែរក្សាតម្លៃស្មើគ្នាដដែល

ចំពោះ $a=b$ នោះយើងបាន $a+c=b+c$

បើ $c=d$ ហើយយើងជំនួស $c$ ដោយ $d$ នៅក្នុងអង្គខាងស្តាំនៃសមីការនោះ យើងបាន:

$a+c=b+d$ (ពិត) ។

**248)** រកតម្លៃនៃ $x$

ដោយត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់នៃមុំ $\angle A, \angle B$ និង $\angle C$ គឺមានតម្លៃ $x^o$, $2x^o$ និង $3x^o$ រៀងគ្នា

យើងបាន $x^o+2x^o+3x^o=180^o$

$$6x^o=180^o$$

$$\boxed{x=30}$$

**249)** រកតម្លៃនៃ $y$

ដោយចតុកោណ ABCD មានរង្វាស់នៃមុំ $\angle A, \angle B, \angle C$ និង $\angle D$ មានតម្លៃរៀងគ្នាគឺ $y^o$, $2y^o$, $3y^o$ និង $4y^o$

យើងបាន $y^o+2y^o+3y^o+4y^o=360$

$$10y^o=360^o$$

$$\boxed{y=36}$$

**250)** រកតម្លៃនៃ $z$

ដោយបញ្ចៈកោណ ABCDE មានរង្វាស់មុំក្រៅ $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ និង $\angle E$ មានតម្លៃរៀងគ្នាគឺ $z^o$, $2z^o$, $3z^o$, $4z^o$ និង $5z^o$

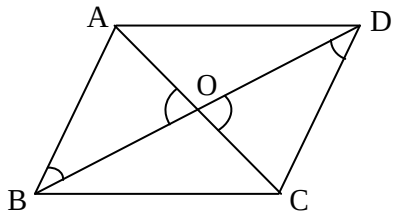
យើងបាន $z^o+2z^o+3z^o+4z^o+5z^o=360^o$

$$15z^o=360^o$$

$$\boxed{z=24^o}$$

> សម្គាល់: ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃគ្រប់ចតុកោណទាំងអស់ស្មើនឹង $360^o$ ជានិច្ច។

**251)** ក. $\angle AOB$ និង $\angle COD$ គូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?




គូនៃមុំ $\angle AOB$ និង $\angle COD$ មានឈ្មោះយ៉ាងប្រាកដមួយ ហៅថា មុំទល់កំពូល ។

ខ. $\angle ABO$ និង $\angle CDO$ តើគូមុំនេះគេហៅថាមុំអ្វី?

គូនៃមុំ $\angle ABO$ និង $\angle CDO$ មានឈ្មោះយ៉ាងប្រាកដមួយ ហៅថា មុំឆ្លាស់ក្នុង ។

គ. រករង្វាស់នៃ $\angle DAB+\angle ABC$ គិតជាដឺក្រេ

ដោយ ABCD ជាប្រលេឡ្រក្រាមនោះ $AB//CB$

នាំឱ្យ $\angle DAB+\angle ABC=\boxed{180^o}$ ព្រោះមុំទាំងពីរជាមុំស្ថិតនៅជាប់ជ្រុង AB តែមួយនៃប្រលេឡ្រក្រាម

**252)** បញ្ជាក់ផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ ដោយប្រើប្រាស់ $a$

ដោយត្រីកោណមានបាត $6a$ cm និង កម្ពស់ 5 cm

នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡា $S=\frac{1}{2}\times 6a\times 5=\boxed{15a\ cm^2}$

**253)** ក. រកទម្ងន់បងប្រុសរបស់ ខេវិន គិតជា kg

ដោយ ខេវិន មានទម្ងន់ 52.5 kg ហើយ បងប្រុសរបស់វាមានទម្ងន់ 1.2 ដងច្រើនជាង ខេវិន

នាំឱ្យ បងប្រុសរបស់ ខេវិនមានទម្ងន់ស្មើនឹង

$52.5\times 1.2=\boxed{63\ kg}$

ខ. តើទម្ងន់របស់ប្អូនស្រីរបស់ខេវិន ធ្ងន់ជាងទម្ងន់របស់ខេវិនប៉ុន្មានដង?

ដោយ ខេវិនមានទម្ងន់ 52.5 kg

ហើយ ប្អូនស្រីរបស់ខេវិនមានទម្ងន់ 42 kg

នាំឱ្យ ប្អូនស្រីរបស់ខេវិន ធ្ងន់ជាងទម្ងន់របស់ខេវិន

ចំនួន $\frac{42\ kg}{52.5\ gk}=\boxed{0.8}$ ដង ។

**254)** ក. រកភាគរយ នៃសិស្សក្នុងថ្នាក់របស់ជីម គឺជានារី

ដោយ សិស្សនៅក្នុងថ្នាក់សរុបមានចំនួន 80 នាក់

ហើយ មានសិស្សនារីចំនួន 36 នាក់

នាំឱ្យ ភាគរយ នៃសិស្សជានារីនៅក្នុងថ្នាក់របស់ជីម

គឺ $\frac{36\times100\%}{80}=\boxed{45\%}$

ខ. រកចំនួនសិស្សជាសមាជិកនៃក្លឹបកីឡាបាល់ទាត់

ដោយមានសិស្ស 15% នៃសិស្សសរុបជាសមាជិកនៃ

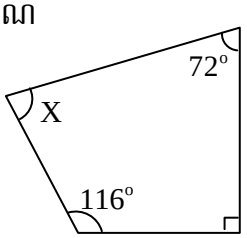
ក្រុមកីឡាបាល់ទាត់

នាំឱ្យ សមាជិកនៃក្រុមកីឡាបាល់ទាត់មានចំនួន

$15\%\times80=\frac{15\times80}{100}=\boxed{12}$ នាក់

**255)** រកមុំ X និង Y ដោយធ្វើការគណនា

ក. ចតុកោណ

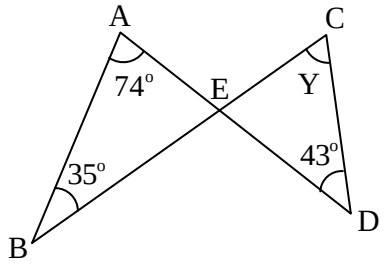



យើងបាន $X+116^o+90^o+72^o=360^o$

$X+278^o=360^o$

$\boxed{X=82^o}$

ខ. អង្កត់ AD និង BC កាត់គ្នាត្រង់ E




តាម ផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណ ស្មើនឹងមុំក្រៅមួយ

ដែលមិនជាប់នឹងពួកវា នោះយើងបាន:

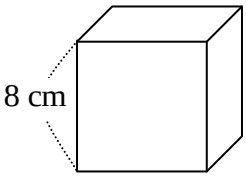
$74^o+35^o=Y+43^o$

$109^o=Y+43^o$

$\boxed{Y=66^o}$

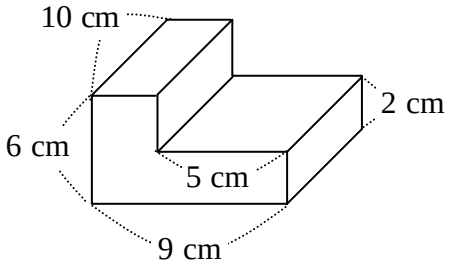
**256)** រកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃរូបនីមួយៗខាងក្រោម

ក. គូប




$V=a^3=\left(8\text{ cm}^3\right)=\boxed{512\text{ cm}^3}$

ខ. សូលីត ដែលបង្កើតឡើងដោយប្រលេពីប៉ែតកែង




$V=(10\times4\times6)+(5\times10\times2)$

$=240+100$

$=\boxed{340\text{ cm}^3}$

**257)** ក. រកទម្ងន់គិតជា g នៃដែកគោល 200 ដើម

ដោយ ដែកគោល 50 ដើមមានទម្ងន់ 140 g

នាំឱ្យ ដែកគោល 200 ដើមមានទម្ងន់

$\frac{140g\times200}{50}=\boxed{560g}$

ខ. រកចំនួនដែកគោល ដែលមាននៅក្នុងប្រអប់

ដោយ ដែកគោល 50 ដើមមានទម្ងន់ 140 g

នាំឱ្យ ដែកគោល 1 ដើមមានទម្ងន់ $\frac{140g}{50}=2.8g$

ហើយ ទម្ងន់សរុបនៃដែកគោលគឺ 2800 g

នាំឱ្យ ចំនួនដែកគោលគឺ $\frac{2800g}{2.8g}=\boxed{1000}$ ដើម។

**258)** ក. បញ្ជាក់ចំនួនស្ករគ្រាប់សរុបដោយប្រើប្រាស់ $x$

តាមបម្រាប់ប្រធាន: បើគាត់ឱ្យស្ករគ្រាប់ 8 គ្រាប់ ទៅ

មិត្តភក្តិម្នាក់ៗ នោះគាត់នៅសល់ស្ករគ្រាប់ 11 គ្រាប់

នាំឱ្យ ចំនួនស្ករគ្រាប់សរុបត្រូវបានបញ្ជាក់ដោយ

កន្សោម $\boxed{8x+11}$

ខ. សរសេរសមីការដោយប្រើប្រាស់ $x$

តាមបម្រាប់ប្រធាន: នៅពេលដែលគាត់ឱ្យ 10 គ្រាប់ទៅមិត្តម្នាក់ៗ នោះគាត់ខ្វះ 5 គ្រាប់

នោះយើងសរសេរបានសមីការ:

$$\boxed{8x+11=10x-5}$$

គ. រកចំនួនមិត្តភក្តិដែលគាត់មាន

រកចំនួនមិត្តភក្តិដែលគាត់មាន មានន័យថា យើងដោះស្រាយសមីការរកតម្លៃនៃ $x$ យើងបាន:

$$8x+11=10x-5$$
$$8x-10x=-5-11$$
$$-2x=-16$$
$$\boxed{x=8}$$

ដូចនេះ ចំនួនមិត្តភក្តិដែលគាត់មានគឺ 8 នាក់ ។

**259)** ក. រកផលបូកលេខក្នុងជួរដេក ជួរឈរ ឬ អង្កត់ទ្រូង

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a$ | 14 | 15 | $b$ |
| 12 | $c$ | 6 | $d$ |
| $e$ | $f$ | 10 | $g$ |
| $h$ | $i$ | 3 | 16 |

តាមរយៈជួរឈរទីបីយើងបានផលបូកស្មើនឹង:

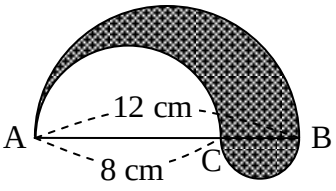
$15+6+10+3=\boxed{34}$

ខ. រកចំនួនសម្រាប់ $a$ និង $h$

(មើលការវែកមន្តទំព័រទី..... នៃសៀវភៅនេះ)

ដូចនេះ $\boxed{a=1\,,\ h=13}$

**260)** ក. រកផ្ទៃក្រឡា នៃកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ 12 cm




ផ្ទៃក្រឡា នៃកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ 12 cm ស្មើនឹង:

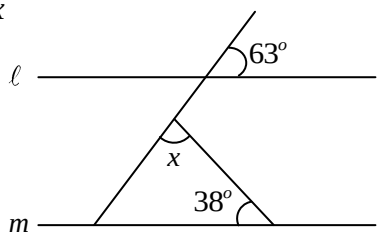
$$\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\times12^2}{4}\right)=\frac{1}{2}\times36\pi=\boxed{18\pi\ cm^2}$$ ។

ខ. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃផ្នែកជាត់ពណ៌

ផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកឆូតគឺស្មើនឹង:

$$18\pi+\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\times4^2}{4}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\times8^2}{4}\right)$$
$$=18\pi+\frac{1}{2}(4\pi)-\frac{1}{2}(16\pi)$$
$$=18\pi+2\pi-8\pi$$
$$=\boxed{12\pi\ \ cm^2}$$

**261)** រក $\angle x$




ដោយ $\ell\,\|\,m$ នោះយើងបាន:

$$\angle x=180^o-(38^o+63^o)$$
$$=180^o-101^o=\boxed{79^o}$$

**262)** ក. សរសេរផលធៀបនៃមាឌធុងទឹក

សរសេរបាន $\frac{27\text{ L}}{36\text{ L}}=\frac{3}{4}$ ឬអាចសរសេរ $3:4$ ។

ខ. រកចំនួនត្រីនៅក្នុងធុង A និងចំនួនត្រីនៅក្នុងធុង B

តាង $a,b$ ជាចំនួនត្រីក្នុងធុង $A$, $B$ រៀងគ្នា

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន ប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases} a+b=35 & (1) \\ \frac{a}{b}=\frac{3}{4} & (2) \end{cases}$$

តាម $(1): b=35-a$ $(3)$ ជំនួសក្នុង $(2)$

យើងបាន $\frac{a}{35-a}=\frac{3}{4}$

$$4a=105-3a$$
$$7a=105$$
$$a=15$$

ចំពោះ $a=15$ ជំនួនក្នុង $(3)$

នាំឱ្យ $b=35-15=20$

ដូចនេះ ចំនួនត្រីក្នុងធុង A មានចំនួន 15 ក្បាល
ចំនួនត្រីក្នុងធុង B មានចំនួន 20 ក្បាល ។

**263)** ក. រកចម្ងាយគិតជា m ទៅសាលាគិតពីផ្ទះរបស់នាង

តាមរូបមន្ត $v=\frac{d}{t}$ នាំឱ្យ $d=vt$

ដោយ $v=80\ m/mn$ និង $t=8\ mn$

យើងបាន $d=80\times 8=\boxed{640\ m}$

ខ. រករយៈពេលដើម្បីទៅស្ថានីយ៍គិតពីផ្ទះរបស់នាង

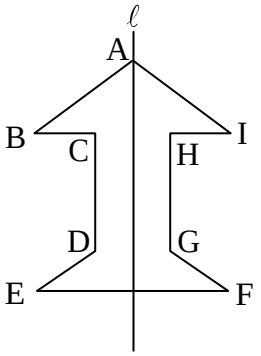
តាមរូបមន្ត $v=\frac{d}{t}$ នាំឱ្យ $t=\frac{d}{v}$

ដោយ $d=2\ km=2000\ m$ និង $v=80\ m/mn$

យើងបាន $t=\frac{2000\,m}{80\,m/mn}=\boxed{25\ mn}$

ដូចនេះ រយៈពេលដែលត្រូវចំណាយគឺ 25 នាទី ។

**264)** ក. រកកំពូល ដែលឆ្លុះទៅនឹងកំពូល C ចំពោះអ័ក្ស $\ell$




កំពូល ដែលឆ្លុះទៅនឹងកំពូល C ចំពោះអ័ក្ស $\ell$ គឺ H ។

ខ. រកអង្កត់ដែលឆ្លុះនឹងអង្កត់ GF ធៀបនឹងអ័ក្សឆ្លុះ $\ell$

អង្កត់ដែលឆ្លុះនឹងអង្កត់ GF ធៀបនឹងអ័ក្សឆ្លុះ $\ell$ គឺ DE ។

**265)** ក. សរសេរសមីការឱ្យជាប់ទំនាក់ទំនងនៃ $x$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងសរសេរបានសមីការ:

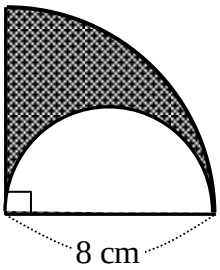
$$\boxed{17+x=(x-15)\times 5}$$

ខ. រកតម្លៃនៃ $x$

យើងដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដែលសរសេរបាន:

$$17+x=(x-15)\times 5$$
$$17+x=5x-75$$
$$4x=92$$
$$\boxed{x=23}$$

**266)** ក. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃចម្រៀកថាស



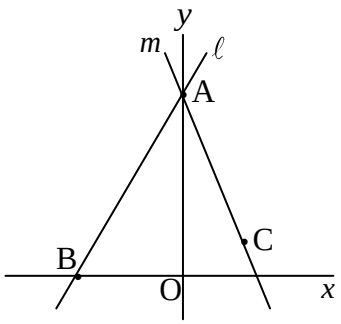

ដោយចម្រៀកថាសមានរង្វាស់កាំ 8 cm និងមុំធ្វើត $90^o$

$$S=\pi r^2\times\frac{\theta}{360^o}=\pi\times(8\text{ cm})^2\times\frac{90^o}{360^o}$$
$$=\pi\times(8\text{ cm})^2\times\frac{1}{4}=\boxed{16\pi\text{ cm}^2}$$

ខ. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃផ្នែកជាត់ពណ៌

$$16\pi-\frac{1}{2}\left(\pi\times\frac{8^2}{4}\right)=16\pi-8\pi=\boxed{8\pi\text{ cm}^2}$$

**267)** ក. រកកូអរដោនេនៃចំណុច B




យើងមានបន្ទាត់ $\ell$ មានសមីការ $y=2x+6$ បន្ទាត់នេះ

កាត់តាមចំណុច B ដែលមានអាប់ស៊ីស $y=0$

យើងបាន $2x+6=0$ នាំឱ្យ $x=-3$

ដូចនេះ កូអរដោនេរកបានគឺ $\boxed{B(-3,0)}$ ។

ខ. រកសមីការបន្ទាត់ $m$

ចំណុច A នៅលើបន្ទាត់ $\ell$ និងមានអាប់ស៊ីស $x=0$

យើងបាន $y=2\times 0+6=6$ នោះ $A(0\,,\,6)$

ដោយបន្ទាត់ $m$ កាត់តាមចំណុ $A(0\,,\,6)\,;\,C(2,1)$

យើងបាន $\frac{y-6}{x-0}=\frac{1-6}{2-0}$

$$y-6=-\frac{5}{2}x$$
$$\boxed{y=-\frac{5}{2}x+6}$$

**268)** ក. រកសីតុណ្ហភាពពិតអប្បបរមានៅថ្ងៃទី ២០

| កក្កដា | ទី២០ | ទី២១ | ទី២២ | ទី២៣ | ទី២៤ |
|---|---|---|---|---|---|
| អតិបរមា | +3.9 | +4.2 | +5.3 | +6.0 | +5.6 |
| អប្បបរមា | -3.6 | -3.8 | -3.8 | -2.5 | -2.7 |

សីតុណ្ហភាពពិតអប្បបរមានៅថ្ងៃទី ២០ ខែ កក្កដា គឺ:

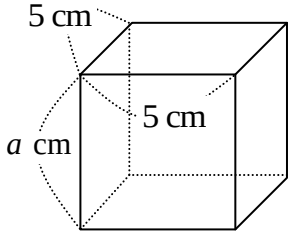
$$30+(-3.6)=\boxed{26.4\ ^oC}$$

ខ. រកថ្ងៃ ដែលមានសីតុណ្ហភាពខុសគ្នាធំបំផុត
ក្នុងចំណោមទាំងប្រាំថ្ងៃខាងលើ មានតែថ្ងៃទី ២២ កក្កដា
មួយគត់ ដែលគម្លាតសីតុណ្ហភាពធំផុតគឺ:

$$5.3-(-3.8)=9.1\ \ ^oC$$

ដូចនេះ ថ្ងៃដែលមានខុសគ្នាធំបំផុតគឺ ២២ កក្កដា ។

**269)** ក. រកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃប្រលេពីប៉ែតកែង




$$V=5\times5\times a=\boxed{25a\ cm^3}$$

ខ. រកផ្ទៃក្រឡាគិតជា $cm^2$ នៃប្រលេពីប៉ែតកែង

$$S=2(5\times5)+4(5\times a)=\boxed{50+20a\ \left(cm^2\right)}$$

**270)** ក. សរសេរប្រព័ន្ធសមីការដោយប្រើប្រាស់ $x$ និង $y$
តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងសរសេរបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\boxed{\begin{cases}x+y=30\\7x+2y=95\end{cases}}$$

ខ. រកតម្លៃនៃ $x$ និង $y$
យើងដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដែលសរសេរបាន៖

$\begin{cases}x+y=30\\7x+2y=95\end{cases}$ តាមវិធីដេទែមីណង់

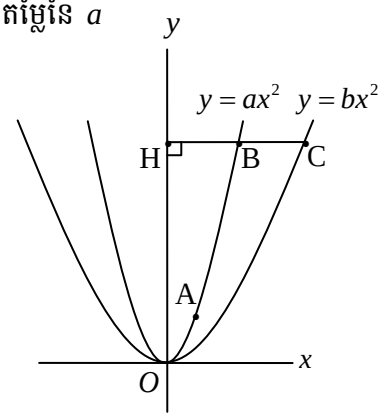
$D=2-7=-5$

$D_x=60-95=-35 \ \Rightarrow\ x=\dfrac{-35}{-5}=7$

$D_y=95-210=-115 \ \Rightarrow\ y=\dfrac{-115}{-5}=23$

ដូចនេះ គណនាបាន $\boxed{x=7\ ;\ y=23}$ ។

**271)** ក. រកតម្លៃនៃ $a$



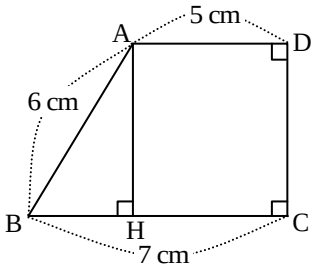

ដោយប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2$ កាត់តាមចំណុច A(1, 2)
យើងបាន $2=a\times1^2 \ \Rightarrow\ a=2$ ដូចនេះ $\boxed{a=2}$ ។

ខ. រកអរដោនេនៃចំណុច B
ដោយ B នៅលើប៉ារ៉ាបូល $y=ax^2$ ឬ $y=2x^2$
ហើយចំណុច B មានអាប់ស៊ីសរបស់វាគឺ $x=2$
យើងបាន $y=2\times2^2=8$ ដូចនេះ $\boxed{y=8}$ ។

គ. រកតម្លៃនៃ $b$
ដោយចំណុច C នៅលើបន្ទាត់ BH នាំឱ្យ $y_C=y_B=8$
ហើយ HB = BC នាំឱ្យ $x_C=2x_B=2\times2=4$
យើងបាន កូអរដោនេនៃចំណុច C គឺ $C(4\,,8)$
ម្យ៉ាងទៀត ប៉ារ៉ាបូល $y=bx^2$ កាត់តាម $C(4\,,8)$
យើងបាន $8=b\times4^2$ ដូចនេះ តម្លៃ $\boxed{b=\dfrac{1}{2}}$ ។

**272)** ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃ AH

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ
$AH^2+BH^2=AB^2$
ទាញបាន:
$AH^2=AB^2-BH^2$
$AH^2=6^2-2^2$
$=36-4=32$




នាំឱ្យ $AH=\sqrt{32}=\boxed{4\sqrt{2}\ cm}$ ព្រោះ $AH>0$

ខ. រកក្រឡាផ្ទៃគិតជា $cm^2$ នៃចតុកោណកែង ABCD
ដោយ ABCD ជាចតុកោណកែង នោះយើងបាន

$$S=\frac{(AD+BC)\times AH}{2}$$

$$=\frac{(5+7)\times4\sqrt{2}}{2}=\boxed{24\sqrt{2}\ cm^2}$$

**273)** ក. រកផលបូកតូចបំផុតអាចមាន នៃពីរចំនួននោះ

យើងមានចំនួន $-6, -5, -1, 2, 4, 5$

ផលបូកតូចបំផុតនៃពីរចំនួនគឺ $-6+(-5)=\boxed{-11}$

ខ. រកផលគុណតូចបំផុតអាចមាន នៃពីរចំនួននោះ

ផលគុណតូចបំផុតនៃពីរចំនួនគឺ $(-6)(5)=\boxed{-30}$

គ. រកចំនួនគត់វ៉ឺឡាទីប A, B និង C

យើងមានទម្រង់ចំនួន $\frac{A}{B}+C$ ដើម្បីឱ្យ ចំនួននៃទម្រង់

នេះមានតម្លៃតូចបំផុតលុះត្រា $\frac{5}{-1}+(-6)=-11$

ដូចនេះ រកបានតម្លៃ $\boxed{A=5\,,\ B=-1\,,\ C=-6}$ ។

**274)** ក. រកតម្លៃ $x$

យើងមាន $y=\frac{1}{2}x^2$ ហើយនៅពេលដែល $y=4$

យើងបាន $4=\frac{1}{2}x^2$ ឬ $x^2=8$ ឬ $\boxed{x=\pm 2\sqrt{2}}$ ។

ខ. រកតម្លៃនៃ $y$

ចម្លើយរបស់ និក ដាក់ថា "$2\le y\le 8$" គឺ ខុស ។

ព្រោះ អនុគមន៍ $y=\frac{1}{2}x^2$ ចំពោះ $-2\le x\le 4$

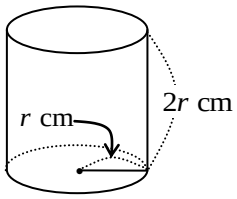
នោះអាចមាន $x=0$ ដែលចំពោះ $x=0$

ធ្វើឱ្យ $y=\frac{1}{2}\times 0^2=0$ ។ ប៉ុន្តែ និក ដាក់ថា

"$2\le y\le 8$" គឺ មិនត្រឹមត្រូវទេ ។

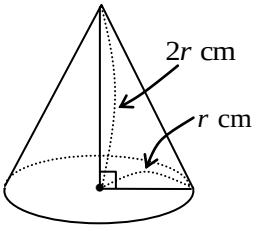
**275)** រកមាឌគិតជា $cm^3$ នៃសូលីតនីមួយៗខាងក្រោម

ក. ស៊ីឡាំង




$V=S_B h=\pi r^2\times 2r=\boxed{2\pi r^3\ \ cm^3}$

ខ. កោណ




$V=\frac{1}{3}S_B h=\frac{1}{3}\times\pi r^2\times 2r=\boxed{\frac{2}{3}\pi r^3\ \ cm^3}$

**276)** ក. រកចំនួនរបៀបក្នុងការជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់

យើងមានសិស្ស 4 នាក់ A, B, C និង D រើសយក 2

អាចជា AB, AC, AD, BC, BD, CD

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាចមាននៃការជ្រើសរើស $\boxed{6\text{ របៀប}}$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលសិស្ស A ត្រូវបានជ្រើសរើស

សិស្ស ត្រូវបានជ្រើសរើសមាន AB, AC, AD បីករណី

នាំឱ្យ ប្រូបាបជ្រើសរើសបានសិស្ស A ស្មើនឹង $\frac{3}{6}=\boxed{\frac{1}{2}}$

គ. ប្រូបាបដែលសិស្ស A នឹងក្លាយជាប្រធាន

ដោយ ប្រូបាបជ្រើសបានសិស្ស A ស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ហើយ

ប្រូបាបរើសបាន A ជាប្រធាននៃសិស្សពីរនាក់ស្មើ $\frac{1}{2}$

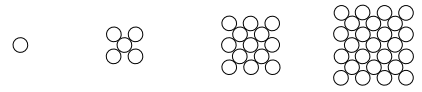
នាំឱ្យ ប្រូបាបរើសបាន A ជាប្រធាននៃសិស្សបួននាក់គឺ

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{4}=25\%}$$ ។

**277)** រកចំនួននៃរង្វង់ក្នុងលំដាប់ទី៨ ដែលគេបានរៀបចំ

តាមលំនាំ

ទី១ ទី២ ទី៣ ទី៤ ...



...

គឺ ទី1 ៖ $1=0^2+1^2$

ទី2 ៖ $5=1^2+2^2$

ទី3 ៖ $13=2^2+3^2$

ទី4 ៖ $25=3^2+4^2$

.....

ទី8 ៖ $7^2+8^2=49+64=\boxed{113}$ រង្វង់ ។

**278)** ក. រកចំនួនដងនៃគ្រូពេទ្យក្នុងប្រទេសគុយបាច្រើនជាង

ប្រទេសរូស្ស៊ី:

តាមតារាងយើងបានចំនួនដង $\frac{6.4}{4.3}=\boxed{1.5}$ ដង ។

ខ. បញ្ជាក់ចំនួននៃគ្រូ ពេទ្យក្នុងចំណោមមនុស្ស 1000

នាក់ ដោយប្រើប្រាស់ $x$ និង $y$

ដោយ $x$ ជាចំនួនគ្រូពេទសរុប

និង $y$ ជាចំនួនប្រជាជនក្នុងប្រទេសមួយ

នាំឱ្យ ចំនួនគ្រូពេទ្យក្នុងចំណោមមនុស្ស

1000 នាក់ បញ្ជាក់ដោយ $\boxed{\frac{x}{y}\times 1000}$ ។

គ. រកចំនួនគ្រូពេទ្យសរុបនៅ ក្នុងប្រទេសជប៉ុន

ដោយ ចំនួនប្រជាជនក្នុងប្រទេសជប៉ុនគឺស្មើនឹង

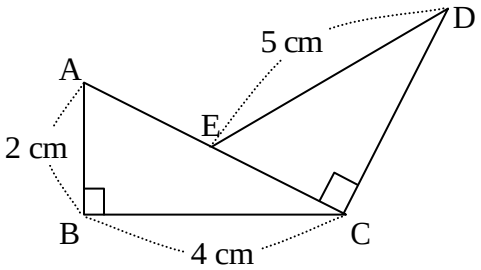
$y = 130\ 000\ 000$ នាក់

យើងបាន $\frac{x}{y} \times 1000 = 2.1$

$$\frac{x}{130\ 000\ 000} \times 1000 = 2.1$$

$\boxed{x = 273000}$ នាក់ ។

**279)** ក. រកប្រវែងគិតជា cm នៃជ្រុង AC




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះត្រីកោណកែង ABC

យើងបាន $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

$\boxed{AC = 2\sqrt{5} \text{ cm}}$ , $AC > 0$

ខ. រកប្រវែងគិតជា cm នៃជ្រុង CD

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះត្រីកោណកែង CDE

យើងបាន $CD^2 = ED^2 - CE^2$

តែ $CE = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \text{ cm}$

យើងបាន $CD^2 = 5^2 - \sqrt{5}^2 = 20$

$CD = \sqrt{20}$ , $CD > 0$

$\boxed{CD = 2\sqrt{5} \text{ cm}}$

គ. រកផលបូកក្រឡាផ្ទៃនៃ $\Delta ABC$ និង $\Delta CDE$

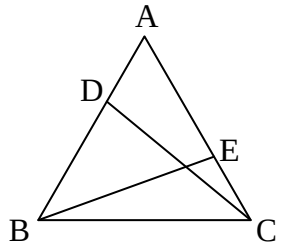
$S = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta CDE}$

$= \frac{1}{2}(AB \times BC) + \frac{1}{2}(CE \times CD)$

$= \frac{1}{2}(2 \times 4) + \frac{1}{2}(\sqrt{5} \times 2\sqrt{5})$

$= 4 + 5 = \boxed{9 \text{ cm}^2}$

**280)** ១) តើគូត្រីកោណណា ដែលគូបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា?




គូត្រីកោណដែលគូបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នាគឺ:

$\boxed{\Delta ACD \text{ និង } \Delta CBE}$ ។

២) ជ្រើសរើសលក្ខខណ្ឌទាំងបីដែលត្រឹមត្រូវ:

អក្សរដែលត្រូវនឹងលក្ខខណ្ឌទាំងបីត្រឹមត្រូវគឺ:

$\boxed{\text{ក, ខ និង ច}}$ ។

៣) ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ

ត្រីកោណទាំងពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌទី២ ជ.ម.ជ គឺ:

មុំមួយប៉ុនគ្នា អមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា។ (ព្រោះ

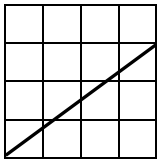
ត្រីកោណ $\Delta ACD$ និង $\Delta CBE$ មាន:

-ជ្រុង AD = CE បម្រាប់ប្រធាន

-មុំ $\angle CAD = \angle BCE$ មុំនៃត្រីកោណសម័ង្ស

-ជ្រុង AC = CB ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស)

**281)** គូសអង្កត់ដែលមានប្រវែង 5 cm ក្នុងរូប:



ព្រោះតាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $3^2 + 4^2 = 5^2$

**282)** ក. ពេលអំពូលទាំងអស់ឆេះភ្លឺ វាជំនួសឱ្យលេខអ្វី?

ពេលអំពូលទាំងអស់ឆេះភ្លឺ វាជាបន្សំនៃអំពូលចាប់ពី

រូបទី២ ដលទី៦ នេះលេខដែលវាត្រូវជំនួសគឺ:

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = \boxed{31}$

ខ. គូសរូបនៃអំពូលទាំងនេះជំនួសឱ្យលេខ 10

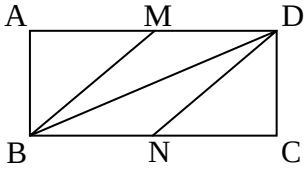
ក្នុងចំណោមចំនួនពី 1, 2, 4, 8, 16 មានជម្រើសតែមួយ

គត់ ដែលបូកស្មើ 10 គឺ $2 + 8 = 10$ ត្រូវជាបន្សំនៃអំពូល

ក្នុងរូបទី 3 និងរូបទី 5 ដូចនេះយើងគូសរូបបាន:



**283)** ១) តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា?




គូត្រីកោណដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នាគឺ:

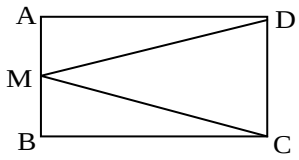
$\Delta MBD$ និង $\Delta NDB$ ។

២) ជ្រើសរើសលក្ខខណ្ឌទាំងបីដែលត្រឹមត្រូវ:
អក្សរដែលត្រូវនឹងលក្ខខណ្ឌទាំងបីត្រឹមត្រូវគឺ:

ខ, គ និង ច ។

៣) ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ
ត្រីកោណទាំងពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌទី២ ជ.ម.ជ គឺ:
មុំមួយប៉ុនគ្នា អមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា។ (ព្រោះ
ត្រីកោណ $\Delta MBD$ និង $\Delta NDB$ មាន៖
-ជ្រុង $DM = BN$ ជាពាក់កណ្តាលជ្រុងស្របគ្នា
-មុំ $\angle MDB = \angle NBD$ មុំឆ្លាស់ក្នុង
-ជ្រុង $BD = DB$ ជាជ្រុងរួម)

**284)** ១) តើគូត្រីកោណណា ដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នា?




គូត្រីកោណដែលគួបង្ហាញថាវាប៉ុនគ្នាគឺ:

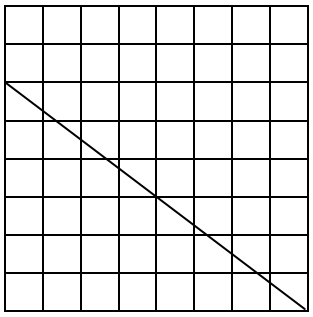
$\Delta AMD$ និង $\Delta BMC$ ។

២) ជ្រើសរើសលក្ខខណ្ឌទាំងបីដែលត្រឹមត្រូវ:
អក្សរដែលត្រូវនឹងលក្ខខណ្ឌទាំងបីត្រឹមត្រូវគឺ:

ក, គ និង ង ។

៣) ពន្យល់ជាពាក្យ នូវលក្ខខណ្ឌប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ
ត្រីកោណទាំងពីរប៉ុនគ្នាតាមលក្ខខណ្ឌទី២ ជ.ម.ជ គឺ:
មុំមួយប៉ុនគ្នា អមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា។ (ព្រោះ
ត្រីកោណ $\Delta MBD$ និង $\Delta NDB$ មាន៖
-ជ្រុង $AD = BC$ ជ្រុងស្របគ្នាស្មើគ្នា
-មុំ $\angle MAD = \angle MBC = 90^o$ មុំកែងដូចគ្នា
-ជ្រុង $AM = BM$ , M កណ្តាលជ្រុង AB

**285)** គូសបន្ទាត់ដែលមានប្រវែង 10 cm ក្នុងរូប



ព្រោះតាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $6^2 + 8^2 = 10^2$

**286)** រកចំនួនដង ដែលប្រូបាបកើតមានឡើងនៃព្រឹត្តិការណ៍
A ច្រើនជាងប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B
-ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $P(A)$ ដែល:

$$P(A) = \frac{C(3,3)}{C(9,3)} = \frac{1}{84}$$

-ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $P(B)$ ដែល:

$$P(B) = \frac{C(3,3)}{C(10,3)} = \frac{1}{120}$$

-នាំឱ្យចំនួនដង $\dfrac{P(A)}{P(B)} = \dfrac{\frac{1}{84}}{\frac{1}{120}} = \dfrac{120}{84} = \boxed{\dfrac{10}{7}}$ ដង

**287)** ក. សរសេរមាឌនៃគូប B ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $b$
ដោយមាឌនៃគូប B មានប្រវែងទ្រនុងគឺ $a+b$
នាំឱ្យ មាឌ $V_B = (a+b)^3$
ដូចនេះ $\boxed{V_B = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$ ។

ខ. រកចំនួនដងនៃមាឌគូប B ច្រើនជាងគូប A
ដោយគូប A មានមាឌគឺ $V_A = a^3$
យើងបានផលធៀបរវាងមាឌគូប B និងគូប A គឺ:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}{a^3}$$

$$= 1 + 3\cdot\frac{b}{a} + 3\cdot\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^3$$

យើងជំនួស $t = \dfrac{b}{a}$ នាំឱ្យយើងបាន:

$$\frac{V_B}{V_A} = \boxed{1 + 3t + 3t^2 + t^3}$$

**288)** បង្ហាញថា $x=y=z=a$

ពិនិត្យ $(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2$

$=x^2-2ax+a^2+y^2-2ay+a^2+z^2-2az+a^2$

$=x^2+y^2+z^2-2ax-2ay-2az+3a^2$

$=x^2+y^2+z^2-2a(x+y+z)+3a^2$

$=3a^2-2a\cdot 3a+3a^2$

$=0$

ព្រោះ $x+y+z=3a$ និង $x^2+y^2+z^2=3a^2$

ចំពោះ

យើងបាន $\begin{cases} x-a=0 \\ y-a=0 \\ z-a=0 \end{cases}$ នាំឱ្យ $\begin{cases} x=a \\ y=a \\ z=a \end{cases}$

ដូចនេះ យើងបញ្ជាក់បានថា $\boxed{x=y=z=a}$ ។

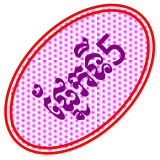









# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. យល់




# ស្គមស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# ទិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងឌីសប្លូម

## ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ ពីវិញ្ញាសាធ្លាប់ចេញប្រឡងឌីសប្លូម ភ្ជាប់ជាមួយចម្លើយគ្រប់ឆ្នាំ គឺចាប់ពីឆ្នាំ ១៩៨១ រហូតដល់ឆ្នាំ ២០១២ ។ ជាធម្មតាវិញ្ញាសា និងចម្លើយរបស់វា នៃឆ្នាំនីមួយៗ ត្រូវបានរៀបចំជា ៤ ទំព័រ ដូចនេះបើវិញ្ញាសាខ្លះខ្លី ធ្វើឱ្យសល់ទំព័រទំនេរ ។

លោកអ្នកអាចធ្វើការកំណត់ទុកនូវលក្ខណៈនៃវិញ្ញាសាដែលបានចេញប្រឡងរួចហើយនេះ ដើម្បីធ្វើការប៉ាន់ស្មាននូវវិញ្ញាសាដែលនឹងចេញជាបន្តបន្ទាប់នៅឆ្នាំខាងមុខ ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាសមគួរ ។

សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៦ កក្កដា ១៩៨១**

**ឥឡូវ 1981**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**



## I. ពីជគណិត

១. រកតម្លៃ $a$ ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $F=\dfrac{(3a-0.21)(2a-6)}{3(a+3)(a-2)}$ :

ក. ស្មើនឹងសូន្យ ។

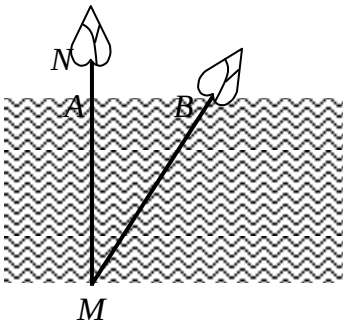
ខ. គ្មានន័យ ។

២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច $\begin{cases} y-2x+5=0 & (1) \\ y+x-4=0 & (2) \end{cases}$ ។

៣. មនុស្សម្នាក់អាយុ 51 ឆ្នាំ ហើយកូនរបស់គាត់មានអាយុ 21 ឆ្នាំ ។ តើប៉ុន្មានឆ្នាំទៅមុខទៀត ទើបអាយុឪពុកស្មើនឹង 2 ដងអាយុកូន ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. រង្វង់ពីរមានផ្ចិត $O$ និង $O'$ កាត់គ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ គេគូសអង្កត់ផ្ចិត $[AC]$ កាត់តាម $O$ និងអង្កត់ផ្ចិត $[AD]$ កាត់តាម $O'$ ។ ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថា ចំណុចទាំងបី $C$ , $B$ និង $D$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ហើយបន្ទាត់ $(AB)\perp(CD)$ ។




២. $MN$ ជារង្វាស់ពីបាតដីដល់ផ្កាឈូក និងផ្នែកផុតពីទឹក $AN=10cm$ ។ ក្រោមអំណាចខ្យល់បក់មួយ នោះដើមឈូកទ្រេតប្រកាន់យកស្ថានភាព $MB$ (មើលរូប) ដោយ $AB=30cm$ រកជម្រៅទឹក $MA$ ។

ណែនាំ : ក្នុងត្រីកោណសមបាត $MNB$ គួសកម្ពស់ចេញពីកំពូល រួចប្រៀបធៀបត្រីកោណ ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. រកតម្លៃ $a$ ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $F$ :

ក. ស្មើនឹងសូន្យ

យើងមាន $F=\dfrac{(3a-0.21)(2a-6)}{3(a+3)(a-2)}$ :

$$=\frac{3(a-0.07)\cdot 2(a-3)}{3(a+3)(a-2)}$$
$$=\frac{2(a-0.07)(a-3)}{(a+3)(a-2)}$$

យើងអាចគណនា $F$ បានកាលណាវាមានន័យ

ហើយវាមានន័យលុះត្រាតែភាគបែងខុសពីសូន្យ :

នាំឱ្យ $\begin{cases}a+3\neq 0\\ a-2\neq 0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a\neq -3\\ a\neq 2\end{cases}$

-ដើម្បីឱ្យ $F=0$ លុះត្រាតែ ភាគយកបរស់វាស្មើសូន្យ

យើងបាន $2(a-0.07)(a-3)=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}a-0.07=0\\ a-3=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=0.07\\ a=3\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } F=0 \text{ នោះតម្លៃ } a=0.07\ ,\ a=3}$ ។

ខ. គ្មានន័យ

ប្រភាគ $F$ គ្មានន័យកាលណា ភាគបែងរបស់វាស្មើ 0

នាំឱ្យ $\begin{cases}a+3=0\\ a-2=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=-3\\ a=2\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } F \text{ គ្មានន័យ នោះ } a=-3\ ,\ a=2}$ ។

២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច :

យើងមាន $\begin{cases}y-2x+5=0 & (1)\\ y+x-4=0 & (2)\end{cases}$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងនេះ :

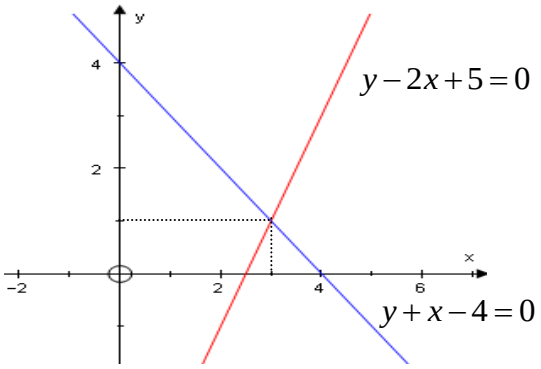
$y-2x+5=0$

| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-3$ | $-1$ |

$y+x-4=0$

| $x$ | 2 | 3 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 1 |

យើងសង់ក្រាភិចបាន :




តាមក្រាភិច : ចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ទាំពីរគឺ $(3,1)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=3, y=1}$ ។

៣. រកចំនួនឆ្នាំទៅមុខទៀត

តាង $x$ ជាចំនួនឆ្នាំទៅមុខទៀត ដែលត្រូវរក

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងសរសេរបានសមីការ :

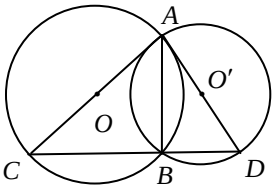
$$51+x=2(21+x)$$
$$51+x=42+2x$$
$$51-42=2x-x$$
$$x=9$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $51+9=2(21+9)\Leftrightarrow 60=60$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនឆ្នាំតទៅមុខគឺ : 9 ឆ្នាំទៀត}}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. ស្រាយថាចំណុច $C,B$ និង $D$ នៅលើបន្ទាត់តែមួយ




ដោយ $A\hat{B}C=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AC$ )

$A\hat{B}D=90^o$ ( មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AD$ )

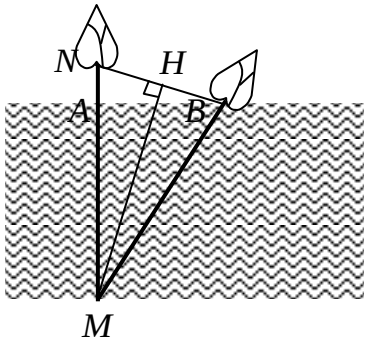
នាំឱ្យ $A\hat{B}C+A\hat{B}D=C\hat{B}D=90^o+90^o=180^o$

ឃើញថា $C\hat{B}D=180^o$ ជាមុំរាប

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ចំណុច } C,B \text{ និង } D \text{ នៅលើបន្ទាត់}\\ \text{តែមួយ ហើយ } (AB)\perp(CD)\end{array}}$ ។

២. រកជម្រៅទឹក $MA$

តាមណែនាំយើងគូសរូបបន្ថែមបាន :




យើងប្រៀបធៀប $\Delta ABN$ និង $\Delta HMN$

ដោយ $\Delta ABN$ និង $\Delta HMN$ មាន :

-មុំ $B\hat{A}N = M\hat{H}N = 90^o$ ព្រោះ ផ្ទៃទឹកកែងនឹង ផ្តាឈូកឈរ និង $MH$ ជាកម្ពស់ត្រូវនឹងបាត $BN$

-មុំ $A\hat{N}B = H\hat{N}M$ (មុំរួម)

ដូចនេះ $\Delta ABN \sim \Delta HMN$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim \dfrac{\Delta ABN}{\Delta HMN} \Rightarrow \dfrac{AN}{HN} = \dfrac{BN}{MN}$

ទាញបាន $MN = \dfrac{BN \cdot HN}{AN}$ $(1)$

ដោយ $AN = 10cm$

-តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រចំពោះ $\Delta ABN$ កែងត្រង់ $A$

$BN^2 = AN^2 + AB^2$ , $(AB = 30cm)$

$= 10^2 + 30^2 = 100 + 900 = 1000$

$BN = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}\ cm$

-កម្ពស់ $MH$ ត្រូវនឹងបាត $BN$ នៃត្រីកោណ សមបាត $MNB$ នាំឱ្យ $MH$ ក៏ជាមេដ្យានដែរ

នាំឱ្យ $HN = \dfrac{1}{2}BN = \dfrac{1}{2} \cdot 10\sqrt{10} = 5\sqrt{10}\,cm$

តាម $(1)$ យើងបាន $MN = \dfrac{10\sqrt{10} \cdot 5\sqrt{10}}{10} = 50\,cm$

នាំឱ្យ ជម្រៅទឹក $AM = MN - AN$

$= 50cm - 10cm = 40cm$ .

ដូចនេះ $\boxed{\text{ទឹកមានជម្រៅ } AM = 40cm}$ ។

**<u>សម្គាល់</u>** បើអ្នកមិនធ្វើតាមការណែនាំស្រួលជាងគឺ :

ដោយផ្ទៃទឹកកែងនឹងផ្តាឈូកឈរ

នាំឱ្យ $\Delta ABM$ កែងត្រង់ $A$ ហើយតាមពីតាគ័រ :

$MB^2 = AB^2 + AM^2$ .

តែ $MB = MN = AM + AN$ (ដើមឈូកតែមួយ)

យើងបាន $(AM + AN)^2 = AB^2 + AM^2$

ដោយ $AN = 10cm$ , $AB = 30cm$

នោះ $(AM + 10)^2 = 30^2 + AM^2$

$AM^2 + 20AM + 100 = 900 + AM^2$

$20AM = 800$

$AM = \dfrac{800}{20} = 40\,cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ជម្រៅទឹកគឺ } AM = 40cm}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ២៩ មិថុនា ១៩៨២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**



## I. ពីជគណិត

១. ដាក់ជាផលគុណកត្តា $ab\left(x^2+y^2\right)-xy\left(a^2+b^2\right)$ ។

២. ក្រុមសាមគ្គីបង្កបង្កើនផលមួយ លក់ស្រូវជូនរដ្ឋទាំងអស់ចំនួន $0.825\,t$ ។ ស្រូវនោះមានបីប្រភេទគឺ ផ្កាខ្ញី នាងកុក និងស្រូវពង្រោះ។ តម្លៃ $1\,kg$ ស្រូវនាងកុកស្មើពាក់កណ្តាលតម្លៃសរុបនៃ $1\,kg$ ស្រូវផ្កាខ្ញី និង $1\,kg$ ស្រូវពង្រោះ ហើយថ្លៃលើសតម្លៃ $1\,kg$ នៃស្រូវពង្រោះចំនួន 0.50 រៀល ។

ក. តម្លៃ $1\,kg$ ស្រូវផ្កាខ្ញី $1\,kg$ ស្រូវនាងកុក និង $1\,kg$ ស្រូវពង្រោះរួមគ្នាថ្លៃ 3.00 រៀល ។ គណនាតម្លៃ $1\,kg$ នៃប្រភេទស្រូវនីមួយៗ ។

ខ. គេដឹងថាក្រុមសាមគ្គីលក់ស្រូវនាងកុក $250\,kg$ និង ស្រូវផ្កាខ្ញី ព្រមទាំងស្រូវពង្រោះទាំងអស់បានប្រាក់ 837.50 រៀល។ គណនាទម្ងន់ស្រូវផ្កាខ្ញី និងស្រូវពង្រោះ ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ កាត់ជ្រុង $[BC]$ ត្រង់ $I$ និងធ្នូ $BC$ ត្រង់ $J$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta AIB$ និង $\Delta AJC$ ដូចគ្នា ។

២. គណនាផលគុណ $AI\cdot AJ$ ។

៣. បង្ហាញថា $\angle BAJ$ និង $\angle CBJ$ ប៉ុនគ្នា ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $JB^2=JA\cdot IJ$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

១. ដាក់ជាផលគុណកត្តា :

$$\begin{aligned}&ab(x^2+y^2)-xy(a^2+b^2)\\&=abx^2+aby^2-a^2xy-b^2xy\\&=(abx^2-a^2xy)+(-b^2xy+aby^2)\\&=ax(bx-ay)-by(bx-ay)\\&=(bx-ay)(ax-by)\end{aligned}$$

ដូចនេះ ដាក់ជាផលគុណកត្តាបាន $ab(x^2+y^2)-xy(a^2+b^2)=(bx-ay)(ax-by)$

២. ក. គណនាតម្លៃ $1\,kg$ នៃប្រភេទស្រូវនីមួយៗ :

តាង $a$ ជាតម្លៃស្រូវផ្កាខ្ញី 1kg (គិតជារៀល)

$b$ ជាតម្លៃស្រូវនាងកុក 1kg (គិតជារៀល)

$c$ ជាតម្លៃស្រូវពង្រោះ 1kg (គិតជារៀល)

- តម្លៃ $1\,kg$ ស្រូវនាងកុកស្មើពាក់កណ្តាលតម្លៃសរុបនៃ $1\,kg$ ស្រូវផ្កាខ្ញី និង $1\,kg$ ស្រូវពង្រោះ

  នាំឱ្យ $b=\frac{1}{2}(a+c)$ ឬ $a+c=2b$ $(1)$

- ហើយតម្លៃ $1\,kg$ ស្រូវនាងកុក ថ្លៃលើសតម្លៃ $1\,kg$ នៃស្រូវពង្រោះចំនួន $0.50$ រៀល

  នាំឱ្យ $b-c=0.5$ $(2)$

- តម្លៃ $1\,kg$ ស្រូវផ្កាខ្ញី $1\,kg$ ស្រូវនាងកុក និង $1\,kg$ ស្រូវពង្រោះរួមគ្នាថ្លៃ $3.00$ រៀល

  នាំឱ្យ $a+b+c=3$ $(3)$

តាម $(1),(2)$ និង $(3)$ គេបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}a+c=2b\\b-c=0.5\\a+b+c=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=2b\\b-c=0.5\\(a+c)+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=2b\\b-c=0.5\\2b+b=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=2b\\b-c=0.5\\3b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=2\cdot1\\1-c=0.5\\b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+0.5=2\\c=0.5\\b=1\end{cases}$$

ដូចនេះ តម្លៃស្រូវក្នុង 1kg ដែលរកបានគឺ :

| |
|---|
| ត្រូវផ្កាខ្ញី មានតម្លៃ 1.50 រៀល |
| ត្រូវនាងកុក មានតម្លៃ 1.00 រៀល |
| ត្រូវពង្រោះ មានតម្លៃ 0.50 រៀល |

ខ. គណនាទម្ងន់ស្រូវផ្កាខ្ញី និងស្រូវពង្រោះ

តាង $x$ ជាទម្ងន់ស្រូវផ្កាខ្ញី (គិតជា kg)

$y$ ជាទម្ងន់ស្រូវពង្រោះ (គិតជា kg)

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងបាន :

$$\begin{cases}x+250+z=825\\1.5x+1\cdot250+0.5z=837.5\end{cases}$$

(ព្រោះទម្ងន់ស្រូវ $0.825\,t=825kg$)

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+z=825-250\\1.5x+0.5z=837.5-250\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+z=575\\1.5x+0.5z=587.5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+z=575 & (1)\\3x+z=1175 & (2)\end{cases}$$

យើងដកអង្គនិងអង្គនៃសមីការ $(2)-(1)$ :

$$-\begin{cases}3x+z=1175\\x+z=575\end{cases}$$
$$2x=600$$

នាំឱ្យ $x=300$

ចំពោះ $x=300$ ជំនួសក្នុង $(1)$ :

$(1): x+z=575$

$z=575-x$

$=575-300=275$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $300+250+275=825$

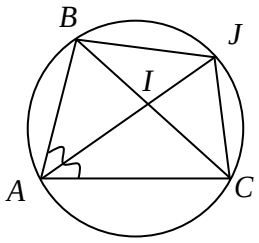
$825=825$ ពិត

ដូចនេះ

| |
|---|
| ស្រូវផ្កាខ្ញី មានទម្ងន់ 300 kg |
| ស្រូវពង្រោះ មានទម្ងន់ 275 kg |

។

## II. ចរណីមាត្រ




១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta AIB$ និង $\Delta AJC$ ដូចគ្នា

ដោយ $\Delta AIB$ និង $\Delta AJC$ មាន :

-មុំ $A\hat{B}I = A\hat{J}C$ (មុំចារឹកមានផ្នូរស្មើគ្នាត្រូវនឹង $AC$)

-មុំ $BAI = JAC$ ( $AJ$ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$)

ដូចនេះ $\Delta AIB \sim \Delta AJC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

២. គណនាផលគុណ $AI \cdot AJ$

ដោយ $\Delta AIB \sim \Delta AJC$ (សម្រាយខាងលើ)

គេបាន $\sim \dfrac{\Delta AIB}{\Delta ACJ} \Rightarrow \dfrac{AI}{AC} = \dfrac{AB}{AJ}$

ទាញបាន $AI \cdot AJ = AB \cdot AC$

ដូចនេះ គណនាបានផលគុណ $AI \cdot AJ = AB \cdot AC$ ។

៣. បង្ហាញថា $\angle BAJ$ និង $\angle CBJ$ ប៉ុនគ្នា

ដោយ $B\hat{A}J = C\hat{A}J$ ( $AJ$ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$)

តែ $C\hat{A}J = C\hat{B}J$ (មុំចារឹកមានផ្នូរស្មើគ្នាត្រូវនឹង $CJ$)

នាំឱ្យ $B\hat{A}J = C\hat{A}J = C\hat{B}J \quad (1)$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $\angle BAJ = \angle CBJ$ ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $JB^2 = JA \cdot IJ$

យើងប្រៀបធៀប $\Delta ABJ$ និង $\Delta BIJ$

ដោយ $\Delta ABJ$ និង $\Delta BIJ$ មាន :

-មុំ $B\hat{A}J = I\hat{B}J$ ព្រោះ

តាម $(1)$: $B\hat{A}J = C\hat{A}J = C\hat{B}J = I\hat{B}J$

-មុំ $A\hat{J}B = B\hat{J}I$ (មុំរួម)

ដូចនេះ $\Delta ABJ \sim \Delta BIJ$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim \dfrac{\Delta ABJ}{\Delta BIJ} \Rightarrow \dfrac{JB}{JI} = \dfrac{JA}{JB}$

ទាញបានពីផលធៀប $JB \cdot JB = JA \cdot JI$

ដូចនេះ ស្រាយបញ្ជាក់បានថា $JB^2 = JA \cdot IJ$ ។

សូមមានសំណាងល្អ

**ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា** **លេខបន្ទប់ :** .....

**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ចំណេះទូទៅ និងបំពេញវិជ្ជា** **លេខតុ :** .....

**ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុរក្ស** សម័យប្រឡង : ..... ..... ១៩៩៣ **មណ្ឌលប្រឡង :** .....

១. ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : ..... អក្សរសម្ងាត់

ហត្ថលេខា : .....

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់ត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

---

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា** **រយៈពេល : ១២០ នាទី** **ពិន្ទុ : ១០០**

**សេចក្តីណែនាំ :** អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

១. បេក្ខជនត្រូវបត់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចគូសខ្វែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលត្រូវកាត់ចោល។ ហាមសរសេរចម្លើយលើកន្លែងគូសខ្វែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវគូសបន្ទាត់បញ្ឈរឱ្យចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត។

I. (១០ ពិន្ទុ)

# ចម្លើយ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៣ កក្កដា ១៩៨៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**

ចិសម្លួយ 1984

## I. ពីជគណិត

១. គណនា $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ $2x+[(3x+3)(x+2)-4x(x+1)]=(x+1)(1-x)$ ។

៣. សម្រួលកន្សោម $\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$ ។ រួចគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមនេះ ក្នុងករណីដែល :

$a=35.4$ , $b=-48.6$ និង $c=29.6$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. គេឱ្យពីចំណុច $O$ និង $O'$ ។ គេគូសរង្វង់ផ្ចិត $O$ និង $O'$ ដែលមានកាំ $[OO']$ ហើយកាត់គ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ បន្ទាត់មួយកាត់តាម $A$ កាត់រង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $I$ និងកាត់រង្វង់ $(O')$ ត្រង់ $J$ ។

ក. បង្ហាញថាត្រីកោណ $AOO'$ និង $BOO'$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

ខ. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $BIJ$ ។

២. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ($[BC]//[AD]$) ។ គេគូសរង្វង់មួយកាត់តាម $A$ និង $B$ រង្វង់នេះកាត់ជ្រុង $[AD]$ ត្រង់ $P$ និង $[BC]$ ត្រង់ $Q$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា ចតុកោណ $CDPQ$ ចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយ ។

៣. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ និងអង្កត់ផ្ចូ $[AB]$ ។ $C$ ជាចំណុចមួយលើផ្ចូតូច $AB$ ។ គេបន្លាយ $[AC]$ ឱ្យបានអង្កត់ $[CM]$ ដែល $[CM]\cong[CB]$ ។ រកចំណុច $M$ កាលណា $C$ រត់លើផ្ចូតូច $AB$ ។

សម្គាល់ : សំណួរនេះ មិនទាក់ទងគ្នាទេ ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. គណនា

$$\begin{aligned}&(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)\\&=a^3+ab^2+ac^2-a^2b-a^2c-abc+\\&\quad a^2b+b^3+bc^2-ab^2-abc-b^2c+\\&\quad a^2c+b^2c+c^3-abc-ac^2-bc^2\\&=\boxed{a^3+b^3+c^3-3abc}\end{aligned}$$

២. ដោះស្រាយសមីការ :

$$\begin{aligned}2x+[(3x+3)(x+2)-4x(x+1)]&=(x+1)(1-x)\\2x+3x^2+6x+3x+6-4x^2-4x&=1-x^2\\-x^2+7x+6&=1-x^2\\-x^2+x^2+7x&=1-6\\7x&=-5\\x&=-\frac{5}{7}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមាន } x=-\frac{5}{7} \text{ ជាឫស}}$ ។

៣. សម្រួលកន្សោម $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$

$$\begin{aligned}\frac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}&=\frac{(a+b-c)(a+b+c)}{a+b+c}\\&=a+b-c\end{aligned}$$

ដែល កន្សោម $a+b+c\neq 0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } \dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}=a+b-c}$ ។

-គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមនេះ

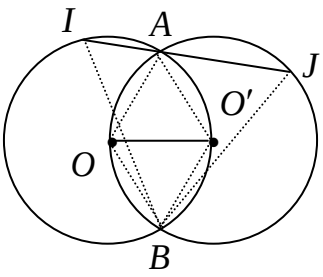
ចំពោះ $a=35.4$ , $b=-48.6$ និង $c=29.6$

ដោយ $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}=a+b-c$

$$\begin{aligned}&=35.4+(-48.6)-29.6\\&=-42.8\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃគណនាបាន } \dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}=-42.8}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ




១.ក. បង្ហាញថា $\Delta AOO'$ និង $\Delta BOO'$ ជា$\Delta$ សម័ង្ស

រង្វង់ទាំងពីរមានកាំ $[OO']$ តែមួយ នោះរង្វង់ទាំងពីរ

ជារង្វង់ប៉ុនគ្នា

ដោយ $\Delta AOO'$ មាន $OA=OO'=O'A$

( ជាកាំរង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta AOO' \text{ ជាត្រីកោណសម័ង្ស}}$ ។

ហើយ $\Delta BOO'$ មាន $OB=OO'=O'B$

( ជាកាំរង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta BOO' \text{ ជាត្រីកោណសម័ង្ស}}$ ។

ខ. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $BIJ$

ដោយ $\Delta AOO'$ និង $\Delta BOO'$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

នាំឱ្យ $A\hat{O}B=A\hat{O}O'+B\hat{O}O'=60^o+60^o=120^o$

$A\hat{O}'B=A\hat{O}'O+B\hat{O}'O=60^o+60^o=120^o$

ត្រីកោណ $BIJ$ មាន :

-មុំ $\angle IJB=\angle AJB=\dfrac{A\hat{O}'B}{2}=\dfrac{120^o}{2}=60^o$

- មុំ $\angle JIB=\angle AIB=\dfrac{A\hat{O}B}{2}=\dfrac{120^o}{2}=60^o$

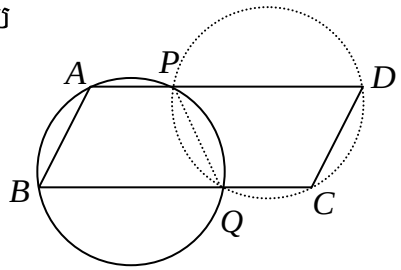
( មុំចារឹកលើរង្វង់ស្មើកន្លះមុំផ្ចិត ដែលមានធ្នូស្តាត់រួម)

ឃើញថា $\Delta BIJ$ មានមុំពីរ $\angle IJB=\angle JIB=60^o$

នាំឱ្យ$\Delta BIJ$ ជាត្រីកោណសមបាត ដែលមុំបាតស្មើ$60^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } BIJ \text{ ជាត្រីកោណសម័ង្ស}}$ ។

២. ស្រាយបំភ្លឺថា ចតុកោណ $CDPQ$ ចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយ




-បម្រាប់ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម $[BC]//[AD]$

នាំឱ្យ $A\hat{B}Q = P\hat{D}C$ $(1)$ (មុំឈមនៃប្រលេឡូក្រាម)

ហើយ $[BC]//[AD]$ មាន $PQ$ ជាខ្នាត់

នោះ $A\hat{P}Q = P\hat{Q}C$ $(2)$ (មុំក្នុងរួមខាង)

-រង្វង់មួយកាត់ $A$ និង $B$ ហើយរង្វង់នេះកាត់ជ្រុង $[AD]$ ត្រង់ $P$ និង $[BC]$ ត្រង់ $Q$

មានន័យថា $A, B, Q, P$ នៅលើរង្វង់តែមួយ

នាំឱ្យ ចតុកោណ $ABQP$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ

វិបាក ផលបូកមុំឈម $A\hat{B}Q + A\hat{P}Q = 180^o$ $(3)$

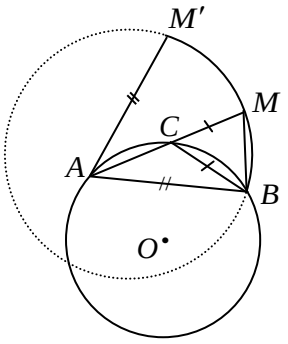
តាម $(1), (2), (3)$ យើងបាន :

$$\left.\begin{array}{r} A\hat{B}Q = P\hat{D}C \\ A\hat{P}Q = P\hat{Q}C \\ A\hat{B}Q + A\hat{P}Q = 180^o \end{array}\right| \Rightarrow P\hat{D}C + P\hat{Q}C = 180^o$$

ដោយ ចតុកោណ $CDPQ$ មានផលបូកមុំឈម $P\hat{D}C + P\hat{Q}C = 180^o$ នោះវាចារឹកក្នុងរង្វង់

ដូចនេះ **ចតុកោណ $CDPQ$ ចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយ** ។

៣. រកចំណុច $M$ កាលណា $C$ រត់លើធ្នូតូច $AB$




តាមបម្រាប់ប្រធាន $[CM] \cong [CB]$

នាំឱ្យ $CMB$ ជាត្រីកោណសមបាត

វិបាក $C\hat{B}M = C\hat{M}B$ (មុំបាតត្រីកោណសមបាត)

ហើយ $C\hat{B}M + C\hat{M}B = A\hat{C}B$ (មុំក្រៅ $\Delta CMB$)

ឬ $2C\hat{M}B = A\hat{C}B$ នាំឱ្យ $C\hat{M}B = \dfrac{A\hat{C}B}{2}$

តែ $A\hat{C}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$ (មុំចារឹកធ្នូស្មាត់ធំ $AB$)

យើងបាន $C\hat{M}B = \dfrac{A\hat{C}B}{2} = \dfrac{\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}}{2} = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{4}$

ឬអាចសរសេរ $C\hat{M}B = A\hat{M}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{4}$

ដោយ $[AB]$ ថេរ នោះ ធ្នូធំ $AB$ ក៏ថេរដែរ

ហើយ $C$ រត់លើធ្នូតូច $AB$ នោះ $M$ ក៏រត់លើធ្នូនៃរង្វង់មួយប្រកបដោយមុំថេរគឺ $A\hat{M}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{4}$

-បើ $C$ ត្រួតលើ $A$ នោះ $M$ ត្រួតលើ $M'$ ដែល $AB = AM'$

-បើ $C$ ត្រួតលើ $B$ នោះ $M$ ត្រួតលើ $B$ ដែរ

មានន័យថា $M$ រត់លើធ្នូ $BM'$ នៃរង្វង់មួយ

ដូចនេះ **កាលណា $C$ រត់លើធ្នូតូច $AB$ នោះ $M$ ជាសំណុំចំណុចរត់លើធ្នូ $BM'$ នៃរង្វង់មួយ ប្រកបដោយមុំថេរ $A\hat{M}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{4}$** ។

**សូមមានសំណាងល្អ**



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ២៥ ខែកុម្ភៈ ១៩៨៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**






## I. ពីជគណិត

១. ក. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ នៃ $x$ :

$A=(x-3)(x-2)^2-9(x-3)$

$B=(2x-4)^2-(x-1)^2$

ខ. គណនាតម្លៃលេខនៃ $C=\dfrac{A}{B}$ ចំពោះតម្លៃ $x=3$ , $x=-1$ និង $x=\dfrac{5}{3}$ ។

គ. តើ $D=\dfrac{(x+1)(x-5)}{3x-5}$ និង $C$ សមមូលគ្នា ឬទេ ?

២. ក. តាងក្រាភិចនៃចំនាក់ចំនងខាងក្រោម ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេដោយយក $1\,cm$ ជាឯកតា :

$y+2x=4$ និង $y-x=1$ ។

ខ. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}y+2x=4\\y-x=1\end{cases}$ ។ យកលទ្ធផលខាងលើដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases}\dfrac{1}{y+1}+\dfrac{2}{2x-5}=4\\\dfrac{1}{y+1}-\dfrac{1}{2x-5}=1\end{cases}$ ។

៣. ក. គណនា $A=10\sqrt{48}-6\sqrt{108}+4\sqrt{12}$ និង $B=\dfrac{1}{11+3\sqrt{11}}+\dfrac{1}{11-3\sqrt{11}}$ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

មានរង្វង់ $(O)$ ផ្ចិត $O$ អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ $O'$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $\cup AB$ និងជាផ្ចិតរង្វង់ $(O')$ ដែលកាត់តាម $A$ និង $B$ ។ $M$ និង $N$ ជាចំណុចនៃផ្នែកធំ $\cup AB$ របស់រង្វង់ $O'$ ។ បន្ទាត់ $(MA)$, $(MB)$ ជួបរង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $C$ និង $D$ ហើយ $(NA)$ និង $(NB)$ ជួបរង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $E$ និង $F$ ។

១. ប្រដូចត្រីកោណ $MAD$ និង $NBE$ ។

២. បង្ហាញឱ្យឃើញថា $MAD$ និង $NBE$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត ។

៣. ចំណុច $M$ ចល័តលើផ្នែកធំ $\cup AB$ នៃរង្វង់ $(O')$ បង្ហាញថា $[CD]$ មានរង្វាស់ថេរ ហើយដែលនឹងត្រូវគណនាជាអនុគមន៍នៃ $R$ ជារង្វាស់កាំរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ រកសំណុំចំណុចកណ្តាល $I$ នៃ $[CD]$ ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

**១. ក. ដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ នៃ $x$**

$$\begin{aligned}A&=(x-3)(x-2)^2-9(x-3)\\&=(x-3)\left[(x-2)^2-9\right]\\&=(x-3)\left[(x-2-3)(x-2+3)\right]\\&=(x-3)(x-5)(x+1)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=(x-3)(x-5)(x+1)}$ ។

$$\begin{aligned}B&=(2x-4)^2-(x-1)^2\\&=(2x-4-x+1)(2x-4+x-1)\\&=(x-3)(3x-5)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{B=(x-3)(3x-5)}$ ។

**ខ. គណនាតម្លៃលេខនៃ $C=\dfrac{A}{B}$**

តែបាន $C=\dfrac{A}{B}=\dfrac{(x-3)(x-5)(x+1)}{(x-3)(3x-5)}$

-ចំពោះ $x=3$

$$C=\frac{(3-3)(3-5)(3+1)}{(3-3)(3\cdot3-5)}=\frac{0\cdot(-2)\cdot4}{0\cdot4}=\frac{0}{0}$$

ដូចនេះ $\boxed{C \text{ មានចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់}}$ ។

-ចំពោះ $x=-1$

$$C=\frac{(-1-3)(-1-5)(-1+1)}{(-1-3)((-1)\cdot3-5)}=\frac{(-4)(-6)(0)}{(-4)(-8)}=0$$

ដូចនេះ $\boxed{C \text{ មានចម្លើយតែមួយគត់គឺ } 0}$ ។

-ចំពោះ $x=\dfrac{5}{3}$

$$C=\frac{\left(\frac{5}{3}-3\right)\left(\frac{5}{3}-5\right)\left(\frac{5}{3}+1\right)}{\left(\frac{5}{3}-3\right)\left(3\cdot\frac{5}{3}-5\right)}=\frac{\left(\frac{-4}{3}\right)\left(\frac{-10}{3}\right)\left(\frac{8}{3}\right)}{\left(\frac{-4}{3}\right)\cdot0}$$

មានភាគយក $\neq0$ ឯភាគបែង $=0$ ។

ដូចនេះ $\boxed{C \text{ គ្មានន័យ ក្នុងការគណនាតម្លៃលេខ}}$ ។

**គ. តើ $D=\dfrac{(x+1)(x-5)}{3x-5}$ និង $C$ សមមូលគ្នា ឬទេ ?**

យើងមាន $C=\dfrac{(x-3)(x-5)(x+1)}{(x-3)(3x-5)}$

ឃើញថា បើសម្រួល $C$ នឹង $(x-3)$ នោះ $C$ ដូច $D$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{-បើ } x\neq3 \text{ នោះ} C \text{ និង } D \text{ សមមូលគ្នា}\\\text{-បើ } x=3 \text{ នោះ} C \text{ និង } D \text{ មិនសមមូលគ្នា}\end{array}}$ ។

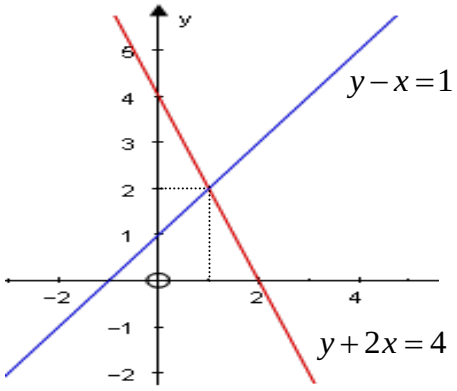
**២. ក. តាងក្រាភិចនៃទំនាក់ទំនងខាងក្រោម :**

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់

$y+2x=4$ និង $y-x=1$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 2 |

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 1 | 2 |




**ខ. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ** $\begin{cases}y+2x=4\\y-x=1\end{cases}$

យើងដោះស្រាយដោយ ដកអង្គនិងអង្គ

យើងបាន $\dfrac{-\begin{cases}y+2x=4\\y-x=1\end{cases}}{3x=3}$ នាំឱ្យ $x=1$

ចំពោះ $x=1$

នាំឱ្យ $y-x=1 \Leftrightarrow y=1+x=1+1=2$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{c}\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ}\\x=1\ ,\ y=2\end{array}}$ ។

(បើផ្ទៀងផ្ទាត់តាមក្រាភិចគឺត្រូវគ្នា)

គ. យកលទ្ធផលខាងលើដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធ

សមីការ : $\begin{cases}\dfrac{1}{y+1}+\dfrac{2}{2x-5}=4\\ \dfrac{1}{y+1}-\dfrac{1}{2x-5}=1\end{cases}$

អាចសរសេរ $\begin{cases}\dfrac{1}{y+1}+2\cdot\dfrac{1}{2x-5}=4\\ \dfrac{1}{y+1}-\dfrac{1}{2x-5}=1\end{cases}$

តាង $Y=\dfrac{1}{y+1}$ និង $X=\dfrac{1}{2x-5}$

ដែល $y\neq -1$ , $x\neq\dfrac{5}{2}$

យើងបានប្រព័ន្ធថ្មី $\begin{cases}Y+2X=4\\ Y-X=1\end{cases}$

តាមលទ្ធផលខាងលើគឺ $X=1$ , $Y=2$

នាំឱ្យ $Y=\dfrac{1}{y+1}\Leftrightarrow 2=\dfrac{1}{y+1}\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}$

$X=\dfrac{1}{2x-5}\Leftrightarrow 1=\dfrac{1}{2x-5}\Rightarrow x=3$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ}\\ x=3\ ,\ y=-\dfrac{1}{2}\end{array}}$ ។

៣. ក. គណនា

$A=10\sqrt{48}-6\sqrt{108}+4\sqrt{12}$

$=40\sqrt{3}-36\sqrt{3}+8\sqrt{3}$

$=12\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន}\quad A=12\sqrt{3}}$ ។

$B=\dfrac{1}{11+3\sqrt{11}}+\dfrac{1}{11-3\sqrt{11}}$

$=\dfrac{\left(11-3\sqrt{11}\right)+\left(11+3\sqrt{11}\right)}{\left(11+3\sqrt{11}\right)\left(11+3\sqrt{11}\right)}$

$=\dfrac{22}{11^2-9\cdot 11}$

$=\dfrac{22}{22}=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន}\quad B=1}$ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ :

$\dfrac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$

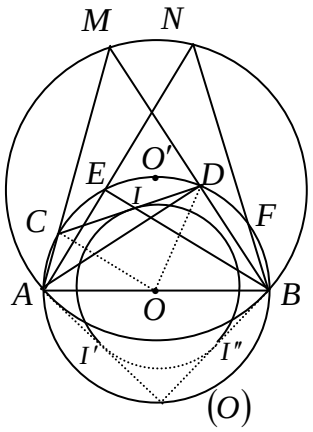
$2\sqrt{x}-7=3\sqrt{x}-3$

$-4=\sqrt{x}$

ដោយគ្រប់ចំនួនពិត $x$ នោះ $\sqrt{x}\geq 0$ តែ $-4<0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫសជាចំនួនពិតទេ}}$ ។

## II. ចរណីមាត្រ




១. ប្រដូចត្រីកោណ $MAD$ និងត្រីកោណ $NBE$

ដោយត្រីកោណ $MAD$ និងត្រីកោណ $NBE$ មាន :

-មុំ $A\hat{M}B=A\hat{N}B$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាតំរួម $AB$ នៃរង្វង់ផ្ចិត $O'$)

-មុំ $A\hat{D}M=B\hat{E}N=90^o$ ព្រោះ ជាមុំជាប់បន្ថែមនៃមុំ $A\hat{D}B, A\hat{E}B$ ដែលជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ផ្ចិត $O$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta MAD\sim\Delta NBE\ \text{តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

២. បង្ហាញឱ្យឃើញថា $MAD$ និង $NBE$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត

ក្នុងត្រីកោណ $MAD$ និង $NBE$ មាន :

-មុំ $A\hat{D}M=B\hat{E}N=90^o$ (មានបញ្ជាក់ខាងលើ)

-មុំ $A\hat{M}B=A\hat{N}B=\dfrac{A\hat{O}'B}{2}=\dfrac{90^o}{2}=45^o$ ព្រោះ ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O'$ មាន $A\hat{M}B, A\hat{N}B$ ជាមុំចារឹក ហើយ

មុំ $A\hat{O}'B$ ជាមុំផ្ចិត នោះ $A\hat{M}B = A\hat{N}B = \dfrac{A\hat{O}'B}{2}$

ម្យ៉ាងទៀត $A\hat{O}'B = 90^o$ ដោយសារវាជាមុំចារឹក

កន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $AB$ ។

ដូចនេះ $MAD$ និង $NBE$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត

៣. បង្ហាញថា $[CD]$ មានរង្វាស់ថេរ

ដោយមុំ $A\hat{M}B = 45^o$ ហើយជាមុំក្រៅរង្វង់ផ្ចិត $O$

នាំឱ្យ $A\hat{M}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{AB} - 2A\hat{M}B$

$= 180^o - 2\cdot 45^o = 90^o$

ដោយ $\overset{\frown}{CD} = 90^o$ ថេរ នោះនាំឱ្យ $[CD]$ ក៏ថេរដែរ

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $[CD]$ មានរង្វាស់ថេរ ។

-គណនា $[CD]$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

ដោយ $\overset{\frown}{CD} = 90^o$ នោះ មុំផ្ចិត $C\hat{O}D = 90^o$ ដែរ

នាំឱ្យ ត្រីកោណ $COD$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $O$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $CD^2 = OC^2 + OD^2$

ដោយ $OC = OD = R$ ជាកាំរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$

នាំឱ្យ $CD^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$

$CD = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$ ,

ដូចនេះ គណនាបាន $CD = R\sqrt{2}$ ។

- រកសំណុំចំណុចកណ្តាល $I$ នៃ $[CD]$

ដោយ $I$ ជាចំណុចកណ្តាល $[CD]$

នាំឱ្យ $OI \perp CD$ ( កាំរង្វង់កែងនឹងអង្កត់ធ្នូត្រង់

ចំណុចកណ្តាល )

ហើយ $CD = R\sqrt{2}$ ថេរ នោះ $OI$ ក៏ថេរដែរ

ដែល $OI^2 = OC^2 - \left(\dfrac{CD}{2}\right)^2$

$OI^2 = R^2 - \left(\dfrac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = R^2 - \dfrac{R^2}{2} = \dfrac{R^2}{2}$

$OI = \sqrt{\dfrac{R^2}{2}} = \dfrac{R}{\sqrt{2}} = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$

ដោយ $O$ ជាចំណុចនឹង នោះ សំណុំចំណុច $I$ រត់នៅ

លើរង្វង់កាំ $OI$

តែ $M$ ចល័តនៅលើធ្នូធំ $AB$

ដែល ធ្នូធំ $\overset{\frown}{AB} = 360^o - $ ធ្នូតូច $\overset{\frown}{AB}$

( ធ្នូតូច $\overset{\frown}{AB}$ = មុំផ្ចិត $A\hat{O}'B = 90^o$ )

នាំឱ្យ ធ្នូធំ $\overset{\frown}{AB} = 360^o - 90^o = 270^o$

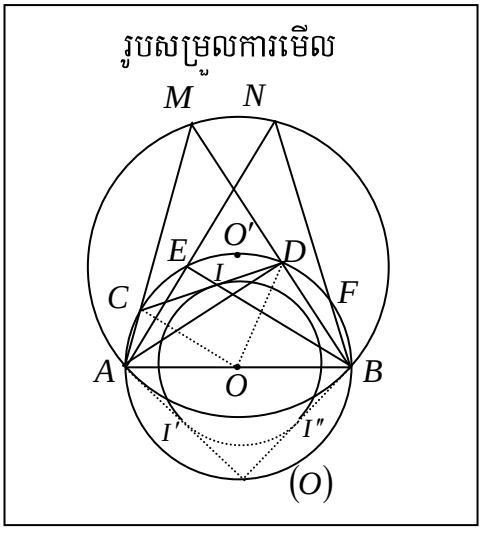
ដោយ $M$ ចល័តនៅលើធ្នូធំ $270^o$ នោះ $I$ ក៏ចល័ត

នៅលើធ្នូ $I'II'' = 270^o$ ដែរ

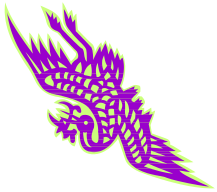
-បើ $M$ ត្រួតលើ $A$ នោះ $I$ ត្រួតលើ $I'$

-បើ $M$ ត្រួតលើ $B$ នោះ $I$ ត្រួតលើ $I''$

ដូចនេះ សំណុំចំណុច $I$ រត់នៅលើធ្នូ $I'II'' = 270^o$
នៃរង្វង់ $(O)$ មានកាំ $OI = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ ។




សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៧ កក្កដា ១៩៨៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**

ឆ្នាំសម្លឹម 1986

## I. ពីជគណិត

១. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ $\dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$ ដែល $0<b<a$ ។

២. គេឱ្យកន្សោម $A=5(x^2-4)+x^2-4x+4+(6-3x)(x+3)$ ។

ក. សរសេរ $A$ ជាពហុធាបង្រួម និងរៀបតាមស្ងួយគុណចុះនៃ $x$ ។

ខ. សរសេរ $A$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ $A=0$ និង $A=2$ ។

ឃ. គេឱ្យប្រភាគ $F=\dfrac{A}{(3x-1)(-x+4)}$ ។ រកតម្លៃ $x$ ដែលនាំឱ្យប្រភាគមានន័យ រួចសម្រួលប្រភាគ។

៣. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (ឯកត្តា សង់ទីម៉ែត)

ក. សង់បន្ទាត់របស់អនុគមន៏ $y=x-2$ $(D_1)$ និង $y=-x+4$ $(D_2)$ ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វ $(D_1)$ និង $(D_2)$ តាមការគណនា រួចតាមក្រាភិច ។

គ. បង្ហាញថា $(D_1)$ និង $(D_2)$ កែងគ្នា ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ លើបន្ទាត់ដែលប៉ះរង្វង់ត្រង់ $A$ គេដៅចំណុច $C$ មួយ ។ បន្ទាត់ $(CB)$ កាត់រង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $D$ ។

១. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CAD$ និងត្រីកោណ $CBA$ រួចបង្ហាញថា $CA^2=CB\cdot CD$ ។

២. $H$ ជាជើងបន្ទាត់កែងគូសចេញពី $A$ ទៅបន្ទាត់ $(OC)$ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CAO$ និងត្រីកោណ $CHA$ រួចបង្ហាញថា $CH\cdot CO=CB\cdot CD$ ។

៣. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CDH$ និង $COB$ រួចបញ្ជាក់ថា $O$ , $B$ , $D$ , $H$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ។

៤. ឧបមាថា $AB=a$ , $AC=\dfrac{a}{2}$ គណនា $BC$ , $CD$ , $BD$ , $AD$ ជាអនុគមន៏នៃ $a$ ។

៥. បន្ទាត់ដែលប៉ះរង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $D$ និង $B$ ។ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $M$ ។ បង្ហាញថា $M$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ $(C)$ បញ្ជាក់ផ្ចិតរបស់វា រួចគូសរង្វង់នេះ ។ បង្ហាញថាចំណុច $A$ , $M$ , $H$ រត់ត្រង់គ្នា ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ :

$$\frac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}=\frac{\dfrac{\left(\sqrt{a-b}\right)\left(\sqrt{a+b}\right)+1}{\sqrt{a+b}}}{\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}+1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$$

$$=\frac{\sqrt{a^2-b^2}+1}{\sqrt{a+b}}\times\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a^2-b^2}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{\sqrt{a+b}}=\frac{\left(\sqrt{a-b}\right)\left(\sqrt{a+b}\right)}{\sqrt{a+b}}=\sqrt{a-b}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } \dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}=\sqrt{a-b}}$ ។

២. យើងមាន $A=5\left(x^2-4\right)+x^2-4x+4+\left(6-3x\right)\left(x+3\right)$

ក. បង្រួមពហុធា $A$ និងរៀបតាម ស្វ័យគុណចុះនៃ $x$

$$A=5\left(x^2-4\right)+x^2-4x+4+\left(6-3x\right)\left(x+3\right)$$
$$=5x^2-20+x^2-4x+4+6x+18-3x^2-9x$$
$$=3x^2-7x+2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=3x^2-7x+2}$ ។

ខ. សរសេរ $A$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1

$$A=5\left(x^2-4\right)+x^2-4x+4+\left(6-3x\right)\left(x+3\right)$$
$$=5\left(x-2\right)\left(x+2\right)+\left(x-2\right)^2-3\left(x-2\right)\left(x+3\right)$$
$$=\left(x-2\right)\left[5\left(x+2\right)+\left(x-2\right)-3\left(x+3\right)\right]$$
$$=\left(x-2\right)\left(5x+10+x-2-3x-9\right)$$
$$=\left(x-2\right)\left(3x-1\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ដាក់ជាផលគុណកត្តា } A=\left(x-2\right)\left(3x-1\right)}$

គ. . ដោះស្រាយសមីការ :

ចំពោះ $A=0$ សមមូល $\left(x-2\right)\left(3x-1\right)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-2=0\\3x-1=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=2\\3x=1\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=2\\x=1/3\end{bmatrix}$

ចំពោះ $A=2$ សមមូល $3x^2-7x+2=2$

ឬ $3x^2-7x=0\quad\Leftrightarrow\quad x\left(3x-7\right)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x=0\\3x-7=0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=0\\3x=7\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=7/3\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ចំពោះ } A=0 \text{ នោះ } x=2\,,\,x=\dfrac{1}{3}\\ \text{ចំពោះ } A=2 \text{ នោះ } x=0\,,\,x=\dfrac{7}{3}\end{array}}$ ។

គ. រកតម្លៃ $x$ ដែលនាំឱ្យប្រភាគមានន័យ :

$$F=\frac{A}{\left(3x-1\right)\left(-x+4\right)}=\frac{\left(x-2\right)\left(3x-1\right)}{\left(3x-1\right)\left(-x+4\right)}$$

ដើម្បីឱ្យ $F$ លុះត្រាតែភាគបែងរបស់វាមិនមែនសូន្យ

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}3x-1\neq0\\-x+4\neq0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}3x\neq1\\x\neq4\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x\neq1/3\\x\neq4\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{F \text{ មានន័យកាលណា } x\neq\dfrac{1}{3}\,,\,x\neq4}$ ។

សម្រួល $F$ : $F=\dfrac{\left(x-2\right)\left(3x-1\right)}{\left(3x-1\right)\left(-x+4\right)}=\dfrac{x-2}{4-x}$

ដែល កត្តាសម្រួល $3x-1\neq0$ ឬ $x\neq\dfrac{1}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } F=\dfrac{x-2}{4-x}}$ ។

៣. សង់បន្ទាត់របស់អនុគមន៍ :

យើងមាន $y=x-2\ \left(D_1\right)$ និង $y=-x+4\ \left(D_2\right)$

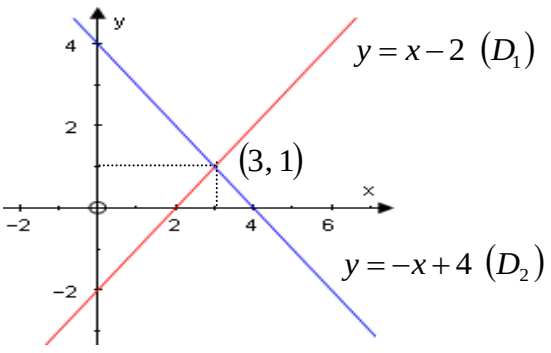
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ

$\left(D_1\right): y=x-2$

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-2$ | 0 |

$\left(D_2\right): y=-x+4$

| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 0 |



ខ. កំណត់កូអរដោនៃចំនុចប្រសព្វ $(D_1)$ និង $(D_2)$

យើងមាន $y=x-2$ $(D_1)$ និង $y=-x+4$ $(D_2)$

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ

យើងបាន : $x-2=-x+4$

$$2x=6 \Rightarrow x=3 \quad ,$$

ចំពោះ $x=3 : y=x-2=3-2=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនៃចំណុចប្រសព្វគឺ } (3,1)}$ ។

-តាមក្រាភិចឃើញថា បន្ទាត់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមានកូអរដោនេ $(3,1)$ ដោយការធ្វើចំណោលកែងពីចំណុចប្រសព្វមកលើអ័ក្សទាំងពីរ

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនៃចំណុចប្រសព្វគឺ } (3,1)}$ ។

គ. បង្ហាញថា $(D_1)$ និង $(D_2)$ កែងគ្នា

បន្ទាត់ពីរកែងគ្នាលុះត្រាផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសគឺ :

$a\times a'=-1$ .

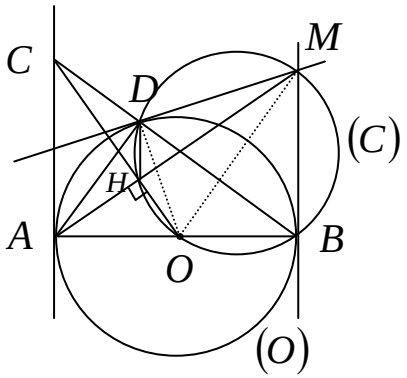
ដោយ $y=x-2$ $(D_1)$ និង $y=-x+4$ $(D_2)$

មានផលគុណមេគុណប្រាប់ទិស $a\times a'=1\times(-1)=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } (D_1) \text{ កែងគ្នានឹងបន្ទាត់ } (D_2)}$ ។

## II. <u>ធរណីមាត្រ</u>

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CAD$ និងត្រីកោណ $CBA$

ដោយ ត្រីកោណ $CAD$ និងត្រីកោណ $CBA$ មាន :

-មុំ $A\hat{C}D=B\hat{C}A$ (មុំរួម)

-មុំ $A\hat{D}C=B\hat{A}C=90^o$ ព្រោះ បន្ទាត់ប៉ះ $AC\perp AB$ និង $AD\perp BC$ ដោយសារ $A\hat{D}B=90^o$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $AB$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta CAD\sim\Delta CBA \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$

វិបាក $\sim\left.\begin{matrix}\Delta CAD\\ \Delta CBA\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{CA}{CB}=\frac{CD}{CA}$

ទាញបាន $CA^2=CB\cdot CD$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } CA^2=CB\cdot CD}$ $(1)$ ។

២. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CAO$ និងត្រីកោណ $CHA$

ដោយ ត្រីកោណ $CAO$ និងត្រីកោណ $CHA$ មាន :

-មុំ $O\hat{C}A=A\hat{C}H$ (មុំរួម)

-មុំ $O\hat{A}C=A\hat{H}C=90^o$ (ព្រោះ $H$ ជាជើងកម្ពស់)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta CAO\sim\Delta CHA \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$

ក្នុង $\Delta CAO$ កែងត្រង់ $A$ និងមាន $AH$ ជាកម្ពស់

តាមលក្ខណៈនៃត្រីកោណកែង $CAO$ :

យើងបាន $CA^2=CH\cdot CO$ $(2)$

យើងផ្ទឹម $(2)$ និង $(1)$ នាំឱ្យ $CH\cdot CO=CB\cdot CD$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } CH\cdot CO=CB\cdot CD}$ $(3)$ ។

៣. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CDH$ និងត្រីកោណ $COB$

ដោយ ត្រីកោណ $CDH$ និងត្រីកោណ $COB$ មាន :

-មុំ $D\hat{C}H=O\hat{C}B$ (មុំរួម)

-តាម $(3)$ : $CH\cdot CO=CB\cdot CD$

ទាញបានផលធៀបជ្រុង $\frac{CH}{CB}=\frac{CD}{CO}$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta CDH\sim\Delta COB \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ជ.ម.ជ}}$

វិបាក $D\hat{H}C=O\hat{B}C$

ម្យ៉ាងទៀត $D\hat{H}C+D\hat{H}O=180^o$ (មុំជាប់បន្ថែម)

នាំឱ្យ $O\hat{B}C+D\hat{H}O=180^o$

ឃើញថាក្នុងចតុកោណ $OBDH$ មានផលបូកមុំឈមគឺ $O\hat{B}C + D\hat{H}O = 180^o$ នោះវាចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ

ដូចនេះ $\boxed{O\,,\,B\,,\,D\,,\,H \text{ ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ}}$

៤. គណនា $BC\,,\,CD\,,\,BD\,,\,AD$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$

យើងមានការឧបមា $AB = a\,,\,AC = \dfrac{a}{2}$

-ក្នុង $\Delta ABC$ កែងត្រង់ $A$ : តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$$

នោះ $BC = \sqrt{\dfrac{5a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

-តាម $(1)$ : $CA^2 = CB \cdot CD$

នាំឱ្យ $CD = \dfrac{CA^2}{CB} = \dfrac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{a^2}{4} \times \dfrac{2}{a\sqrt{5}}$

$$= \frac{a}{2\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{10}$$

-ដោយ $BD = BC - CD = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} - \dfrac{a\sqrt{5}}{10}$

$$= \frac{5a\sqrt{5} - a\sqrt{5}}{10} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

-ក្នុង $\Delta ACD$ កែងត្រង់ $D$ : តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$$AC^2 = AD^2 + CD^2$$

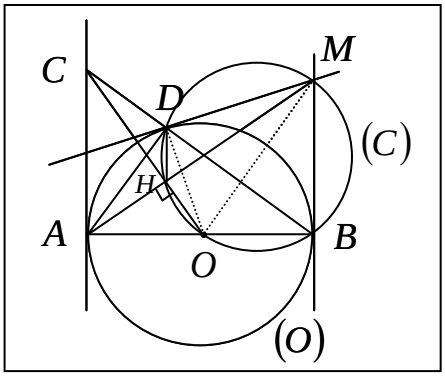
$$AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$= \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{10}\right)^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{5a^2}{100}$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{20} = \frac{5a^2 - a^2}{20} = \frac{4a^2}{20} = \frac{a^2}{5}$$

នោះ $AD = \sqrt{\dfrac{a^2}{5}} = \dfrac{a}{\sqrt{5}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{គណនាជាអនុគមន៍នៃ } a \text{ បានដូចតទៅ :} \\ BC = \dfrac{a\sqrt{5}}{2} \quad ; \quad CD = \dfrac{a\sqrt{5}}{10} \\ BD = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5} \quad ; \quad AD = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}\end{array}}$ ។




៥. បង្ហាញថា $M$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ $(C)$

បម្រាប់ $(MB)$ និង $(MD)$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

នាំឱ្យ $M\hat{B}O = M\hat{D}O = 90^o$

(ព្រោះ បន្ទាត់ប៉ះកែងនឹងកាំរង្វង់)

ដោយក្នុងចតុកោណ $MBOD$ មានផលបូកមុំឈមគឺ

$M\hat{B}O + M\hat{D}O = 90^o + 90^o = 180^o$ .

នោះ ចតុកោណ $MBOD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ $(C)$

ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $OM$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{បង្ហាញបានថា } M \text{ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ } (C) \\ \text{ហើយផ្ចិតរង្វង់ } (C) \text{ ជាចំណុចកណ្តាល} OM\end{array}}$ ។

-បង្ហាញថាចំណុច $A\,,\,M\,,\,H$ រត់ត្រង់គ្នា

តាមលទ្ធផល $O,B,D,H$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ

និង ចតុកោណ $MBOD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ $(C)$

នាំឱ្យ ពហុកោណ $MBOHD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ $(C)$

ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $OM$ តែមួយ

នោះ $M\hat{H}O = 90^o$ ( មុំចារឹកកន្ទុះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត$OM$ )

ហើយ $AH \perp CO$ នាំឱ្យ $O\hat{H}A = 90^o$

ដោយផលបូកមុំ $M\hat{H}O + O\hat{H}A = 90^o + 90^o = 180^o$

តែ $M\hat{H}O + O\hat{H}A = M\hat{H}A$

មានន័យថា មុំ $M\hat{H}A = 180^o$ វាជាមុំរាប

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថាចំណុច } A\,,M\,,H \text{ រត់ត្រង់គ្នា}}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៧ ឧសភា ១៩៨៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**






## I. ពីជគណិត

១. ក. គេឱ្យកន្សោម : $F=(2x+1)(x-3)(x+3)$ និង $G=(-3x+4)(x-3)(x+3)$ ។

គណនា : $A=F+G$ និង $B=F-G$ ។

ខ. គេឱ្យ $C=\dfrac{A}{B}$ ។ សម្រួលរូចគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមនេះ ចំពោះតម្លៃ $x$ ដូចតទៅ :

$x=\dfrac{3}{5}$ , $x=5$ , $x=\sqrt{2}$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ $\dfrac{3x-4}{2}-\dfrac{2x-5}{3}>\dfrac{x+8}{4}$ រួចបកស្រាយតាមក្រាភិច ។

៣. ចូរសង់បន្ទាត់តាមទំនាក់ទំនងទាំងបីខាងក្រោមនៅក្នុងតម្រុយតែមួយ :

$y=x+4$ , $y=-\dfrac{2}{3}x-1$ , $y=-4x$ រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងបី ។

## II. ធរណីមាត្រ

អង្កត់ $[AB]$ និង $[CD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតកែងគ្នានៃរង្វង់ $(O)$ ដែលមាន $O$ ជាផ្ចិត និងកាំមានរង្វាស់ $R$ ។ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[OA]$ ។ $(CI)$ ជួបរង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $E$ ។ តាម $E$ គេគូសបន្ទាត់ស្របនឹង $(AB)$ ដែលជួបនឹងរង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $F$ ។ $(CF)$ ជួប $(AB)$ ត្រង់ $J$ ។ $H$ ជាចំណោលកែងនៃ $E$ លើ $(CF)$ ។

១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $CEF$ និងចតុកោណ $CIDJ$ ។

២. ប្រដូចត្រីកោណ $COI$ និង $CED$ រួចគណនា $CI$ , $CE$ និង $IE$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

៣. ប្រដូចត្រីកោណ $CEH$ និង $JDF$ រួចគណនាផលធ្យៀប $\dfrac{CH}{CJ}$ ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. ក. គណនា : $A=F+G$ និង $B=F-G$

យើងមាន $F=(2x+1)(x-3)(x+3)$

និង $G=(-3x+4)(x-3)(x+3)$

$A=F+G$

$=(2x+1)(x-3)(x+3)+(-3x+4)(x-3)(x+3)$

$=(x-3)(x+3)[(2x+1)+(-3x+4)]$

$=(x-3)(x+3)(-x+5)$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=(x-3)(x+3)(-x+5)$

$B=F-G$

$=(2x+1)(x-3)(x+3)-(-3x+4)(x-3)(x+3)$

$=(x-3)(x+3)[(2x+1)-(-3x+4)]$

$=(x-3)(x+3)(5x-3)$

ដូចនេះ គណនាបាន $B=(x-3)(x+3)(5x-3)$

ខ. សម្រួលចំពោះ $C=\dfrac{A}{B}$ :

$C=\dfrac{A}{B}=\dfrac{(x-3)(x+3)(-x+5)}{(x-3)(x+3)(5x-3)}=\dfrac{-x+5}{5x-3}$

ដែល $\begin{bmatrix}x-3\neq 0\\ x+3\neq 0\end{bmatrix}$ ឬ $\begin{bmatrix}x\neq 3\\ x\neq -3\end{bmatrix}$

ដូចនេះ សម្រួលបាន $C=\dfrac{A}{B}=\dfrac{-x+5}{5x-3}$ ។

-គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $C$ :

ចំពោះ $x=\dfrac{3}{5}$ :

$C=\dfrac{-\frac{3}{5}+5}{5\cdot\frac{3}{5}-3}=\dfrac{\frac{22}{25}}{3-3}=\dfrac{\frac{22}{25}}{0}$ គ្មានន័យ

ចំពោះ $x=5$ : $C=\dfrac{-5+5}{5\cdot 5-3}=\dfrac{0}{22}=$ 0

ចំពោះ $x=\sqrt{2}$ :

$C=\dfrac{-\sqrt{2}+5}{5\cdot\sqrt{2}-3}=\dfrac{(-\sqrt{2}+5)(5\sqrt{2}+3)}{(5\sqrt{2}-3)(5\sqrt{2}+3)}$

$=\dfrac{-10-3\sqrt{2}+25\sqrt{2}+15}{25\cdot 2-9}=$ $\dfrac{5+22\sqrt{2}}{41}$

២. ដោះស្រាយវិសមីការ :

$\dfrac{3x-4}{2}-\dfrac{2x-5}{3}>\dfrac{x+8}{4}$

$6(3x-4)-4(2x-5)>3(x+8)$

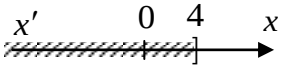
$18x-24-8x+20>3x+24$

$10x-3x>24+4$

$7x>28$

$x>4$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x>4$

-បកស្រាយតាមក្រាភិច : 


ផ្នែកមិនរួតជាចម្លើយនៃវិសមីការ ។

៣. សង់បន្ទាត់ទាំងបីក្នុងតម្រុយតែមួយ :

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងបី :

$y=x+4$

| $x$ | $-4$ | $0$ |
|---|---|---|
| $y$ | $0$ | $4$ |

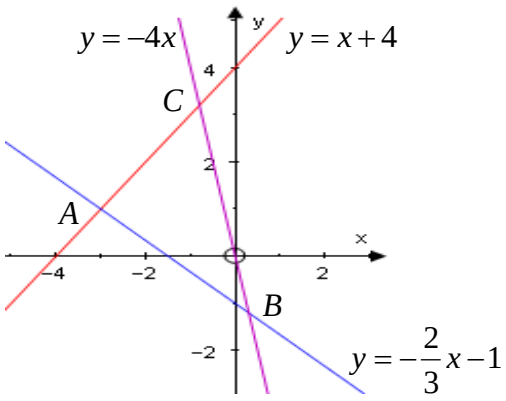
$y=-\dfrac{2}{3}x-1$

| $x$ | $-3$ | $0$ |
|---|---|---|
| $y$ | $1$ | $-1$ |

$y=-4x$

| $x$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|
| $y$ | $0$ | $-4$ |

យើងសង់បន្ទាត់ទាំងបីបានដូចខាងក្រោម :




-រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងបី

តាង $A$ ជាប្រសព្វនៃ $y=x+4$ , $y=-\dfrac{2}{3}x-1$

ធ្វើមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ :

$x+4=-\frac{2}{3}x-1$ ឬ $3x+12=-2x-3$

$3x+2x=-3-12$

$5x=-15$

$x=-3$

ចំពោះ $x=-3:\ y=x+4=-3+4=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ } A(-3,1)}$ ។

តាង $B$ ជាប្រសព្វនៃ $y=-\frac{2}{3}x-1$ , $y=-4x$

ផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីស : $-\frac{2}{3}x-1=-4x$

ឬ $-2x-3=-12x \Leftrightarrow 10x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{10}$

ចំពោះ $x=\frac{3}{10}:\ y=-4x=-4\cdot\frac{3}{10}=-\frac{6}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ } B\left(\frac{3}{10},-\frac{6}{5}\right)}$

តាង $C$ ជាប្រសព្វនៃ $y=x+4$ , $y=-4x$

ផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីស : $x+4=-4x$

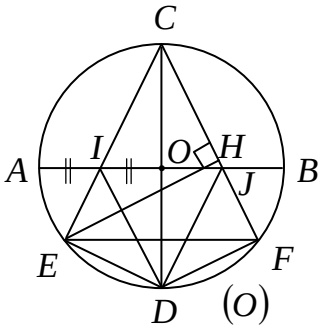
ឬ $5x=-4 \quad \Rightarrow \quad x=-\frac{4}{5}$

ចំពោះ $x=-\frac{4}{5}:\ y=-4x=-4\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{16}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ } C\left(-\frac{4}{5},\frac{16}{5}\right)}$

## II. <u>ធរណីមាត្រ</u>

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $CEF$

ដោយ $[AB]\perp[CD]$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $O$

នាំឱ្យ $(CD)$ ជាមេដ្យាន៍នៃ $[AB]$

តែអង្កត់ធ្នូ $[EF]//[AB]$ នោះ $(CD)$ ក៏ជាមេដ្យាន៍

នៃអង្កត់ធ្នូ $[EF]$ ដែរ វិបាក $CE=CF$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } CEF \text{ ជាត្រីកោណសមបាត}}$ ។

-ប្រាប់ប្រភេទចតុកោណ $CIDJ$ :

យើងមាន $I$ និង $J$ នៅលើ $[AB]$ នោះ $IJ//EF$

នាំឱ្យ $C\hat{E}F=C\hat{I}J$ និង $C\hat{F}E=C\hat{J}I$ (មុំត្រូវគ្នា)

តែ $C\hat{E}F=C\hat{F}E$ (មុំបាតត្រីកោណសមបាត $CEF$)

យើងបាន $C\hat{I}J=C\hat{J}I$ នោះ $CIJ$ ជា $\Delta$ សមបាតដែរ)

បើ $(CD)$ ជាមេដ្យាន៍នៃ $[EF]$ នោះ $(CD)$ ក៏ជា

មេដ្យាន៍នៃ $[IJ]$ ដែរ នោះ $OI=OJ$

ដោយចតុកោណ $CIDJ$ មានអង្កត់ទ្រូង $CD\perp IJ$

ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $O$ នោះវាជាចតុកោណស្មើ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } CIDJ \text{ ជាចតុកោណស្មើ}}$ ។

២. ប្រដូចត្រីកោណ $COI$ និង $CED$

ដោយ ត្រីកោណ $COI$ និង $CED$ មាន :

-មុំ $C\hat{O}I=C\hat{E}D=90^o$ ព្រោះ $CD\perp IJ$ ត្រង់ $O$

និង $C\hat{E}D$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្តិត $CD$

-មុំ $O\hat{C}I=E\hat{C}D$ (មុំរួម)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta COI\sim\Delta CED \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$

វិបាក $\sim\left.\begin{matrix}\Delta COI\\ \Delta CED\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{CO}{CE}=\frac{CI}{CD}=\frac{OI}{ED}$ (1)

-គណនា $CI$ , $CE$ និង $IE$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

ដោយ $CO=OA=R$ (ព្រោះ ជាកាំរង្វង់ដូចគ្នា)

$OI=\frac{OA}{2}=\frac{R}{2}$ (ព្រោះ $I$ កណ្តាល $OA$)

ក្នុងត្រីកោណកែង $COI$ : តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$CI^2=CO^2+OI^2$

$CI=\sqrt{CO^2+OI^2}=\sqrt{R^2+\left(\frac{R}{2}\right)^2}=\frac{R\sqrt{5}}{2}$

តាមវិបាក (1) ខាងលើ $\frac{CO}{CE}=\frac{CI}{CD}$

ទាញបាន $CE=\frac{CO\cdot CD}{CI}$

ដោយ $CO=R$ , $CD=2R$ , $CI=\frac{R\sqrt{5}}{2}$

នាំឱ្យ $CE=\frac{R\cdot 2R}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}=\frac{4R^2}{R\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}R}{5}$

ដោយ $IE=CE-CI$

$=\frac{4\sqrt{5}R}{5}-\frac{R\sqrt{5}}{2}$

$=\frac{8\sqrt{5}R-5R\sqrt{5}}{10}=\frac{3R\sqrt{5}}{10}$

ដូចនេះ យើងគណនាជាអនុគមន៍នៃ $R$ បាន :

$$\boxed{CI=\frac{R\sqrt{5}}{2}\ ,\ CE=\frac{4\sqrt{5}R}{5}\ ,\ IE=\frac{3\sqrt{5}R}{10}}$$

៣. ប្រដូចត្រីកោណ $CEH$ និង $JDF$

ដោយ ត្រីកោណ $CEH$ និង $JDF$ មាន :

-មុំ $C\hat{H}E=J\hat{F}D=90^o$ ព្រោះ $EH$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta CEF$ និង $C\hat{F}D$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $CD$

-មុំ $C\hat{E}H=H\hat{D}F$ ព្រោះ ជាមុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាស្របរៀងគ្នា ដោយសារ $CI//HD$ ( $CIDJ$ ) និង

$$\left.\begin{matrix}EH\perp CF\\DF\perp CF\end{matrix}\right|\Rightarrow EH//DF$$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\Delta CEH\sim\Delta JDF}$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

វិបាក $\sim\left.\begin{matrix}\Delta CEH\\\Delta JDF\end{matrix}\right|\Rightarrow\frac{CE}{JD}=\frac{CH}{JF}$

ទាញបាន $CH=\frac{CE\cdot JF}{JD}$

ដោយ $CE=\frac{4\sqrt{5}R}{5}$ , $JD=CJ=CI=\frac{R\sqrt{5}}{2}$

ព្រោះ $JD$ , $CI$ ជាជ្រុងនៃចតុកោណស្មើ

ហើយ $\left.\begin{matrix}CE=CF\\CI=CJ\end{matrix}\right|\Rightarrow JF=IE=\frac{3\sqrt{5}R}{10}$

យើងបាន $CH=\frac{CE\cdot JF}{JD}$

$$CH=\frac{\frac{4\sqrt{5}R}{5}\cdot\frac{3\sqrt{5}R}{10}}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}=\frac{\frac{4\sqrt{5}R}{5}\cdot\frac{3\sqrt{5}R}{10}}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}$$

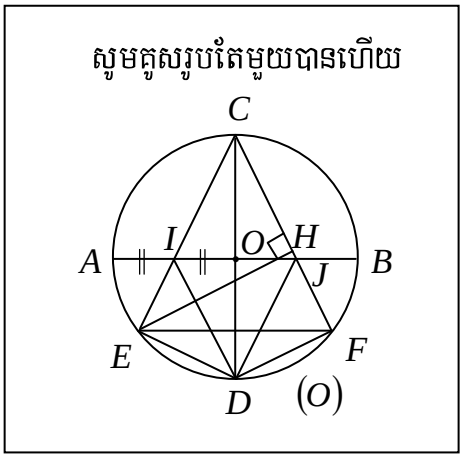
$$=\frac{\frac{12\cdot 5\cdot R^2}{5\cdot 10}}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}=\frac{\frac{6R^2}{5}}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}$$

$$=\frac{6R^2}{5}\times\frac{2}{R\sqrt{5}}=\frac{12R}{5\sqrt{5}}=\frac{12\sqrt{5}R}{25}$$

នាំឱ្យផលធ្យៀប $\frac{CH}{CJ}$ គឺ :

$$\frac{CH}{CJ}=\frac{\frac{12\sqrt{5}R}{25}}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}=\frac{12\sqrt{5}R}{25}\times\frac{2}{R\sqrt{5}}=\frac{24}{25}$$

ដូចនេះ គណនាបានផលធ្យៀប $\frac{CH}{CJ}=\frac{24}{25}$ ។




សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៧ កក្កដា ១៩៨៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**



## I. ពីជគណិត

១. សម្រួលកន្សោម : $E=(a+b)-\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ ។

២. កំណត់តម្លៃ $m$ និង $n$ ដើម្បីឱ្យសមីការ : $mx^2+(m+4)x+3n-2=0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $x=2$ និង $x=-5$ ។

៣. ក. សង់បន្ទាត់ $(D)$ តាងសមីការ $3x+\dfrac{2}{3}y=12$ និងបន្ទាត់ $(D')$ តាងសមីការ $5x-2y=6$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $I$ រវាង $(D)$ និង $(D')$ ។

គ. បំភ្លឺថាបន្ទាត់ $(\Delta)$ តាងសមីការ $(m+1)x-2(m-1)y=12-6m$ កាត់តាមចំណុច $I$ ( $m$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ) ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. គេមានរង្វង់មួយផ្ចិត $O$ និងចំណុច $M$ មួយនៅក្រៅរង្វង់ ។ តាម $M$ គូសបន្ទាត់ប៉ះ $(MA)$ និង $(MB)$ ទៅនឹងរង្វង់ដែល $A$ និង $B$ ជាចំណុចប៉ះ។ បន្ទាត់កែងនឹង $[OA]$ ត្រង់ $O$ កាត់ $(MB)$ ត្រង់ $E$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $EO=EM$ ។

២. គេមានចតុកោណញ្ចាយ $ABCD$ ដែលមានមុំ $A$ និងមុំ $D$ ជាមុំកែង ហើយអង្កត់ទ្រូង $[AC]$ កែងនឹងជ្រុងទ្រេត $[BC]$ ។

ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $ABC$ និងត្រីកោណ $CAD$ និងបញ្ជាក់ថា $AC^2=AB\cdot CD$ ។

ខ. គេគូសរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ហើយកាត់ $[AB]$ ត្រង់ $E$ ។ ប្រាប់ឈ្មោះចតុកោណ $AECD$ ។

គ. ហៅ $[AI]$ ជាមេដ្យានៃត្រីកោណ $ABC$ ។ $P$ ជាចំណុចមួយនៃ $[BI]$ ។ តាម $P$ គូសបន្ទាត់ $(\Delta)$ ស្របនឹង $[AI]$ ។ $(\Delta)$ កាត់ $[AB]$ ត្រង់ $M$ ហើយកាត់កន្លះបន្ទាត់ $[CA)$ ត្រង់ $N$ ។ ប្រៀបធៀបផលធៀប $\dfrac{AM}{AB}$ និង $\dfrac{AN}{AC}$ ។

សម្គាល់ : សំណួរធរណីមាត្រ ក. ខ. គ. មិនអាស្រ័យគ្នាទេ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

១. សម្រួលកន្សោម :

$$E=(a+b)-\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$
$$=\frac{(a+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})-(a\sqrt{a}+b\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$
$$=\frac{a\sqrt{a}+a\sqrt{b}+b\sqrt{a}+b\sqrt{b}-a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$
$$=\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\sqrt{ab}$$

ដែលកត្តាដែលសម្រួល $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq 0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលកន្សោមបាន } E=\sqrt{ab}}$ ។

២. កំណត់តម្លៃ $m$ និង $n$

យើងមាន $mx^2+(m+4)x+3n-2=0$

-ចំពោះ $x=2$ : យើងបាន

$$m\cdot 2^2+(m+4)2+3n-2=0$$
$$4m+2m+8+3n-2=0$$
$$6m+3n+6=0$$
$$6m+3n=-6 \quad (1)$$

-ចំពោះ $x=-5$ : យើងបាន

$$m(-5)^2+(m+4)(-5)+3n-2=0$$
$$25m-5m-20+3n-2=0$$
$$20m+3n-22=0$$
$$20m+3n=22 \quad (2)$$

ដោយយក $(2)-(1)$ ដើម្បីបំបាត់ $n$ នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases}20m+3n=22\\6m+3n=-6\end{cases}$$
$$14m=28 \Rightarrow m=2$$

យក $m=2$ ជំនួសក្នុង $(1)$ យើងបាន :

$$6\cdot 2+3n=-6$$
$$3n=-6-12 \Rightarrow n=\frac{-18}{3}=-6$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កំណត់បានតម្លៃ } m=2\,,\ n=-6}$ ។

៣. ក. សង់បន្ទាត់ $(D)$ និង $(D')$ ក្នុងតម្រុយ $(xoy)$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងនេះ

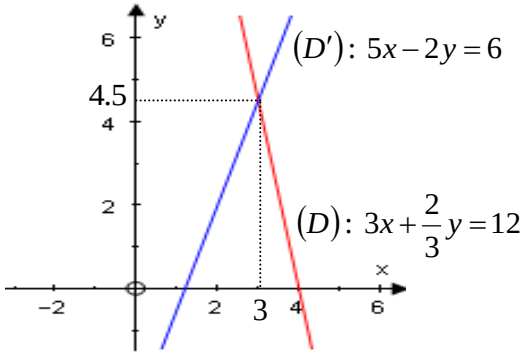
$(D)$ : $3x+\frac{2}{3}y=12$

| $x$ | 3 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | $\frac{9}{2}$ | 0 |

$(D')$ : $5x-2y=6$

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-3$ | 2 |

យើងសង់បន្ទាត់ទាំងពីរបានដូចខាងក្រោម :




ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $I$

យើងមានសមីការបន្ទាត់ទាំងពីរ $\begin{cases}3x+\frac{2}{3}y=12\\5x-2y=6\end{cases}$

$$+\begin{cases}9x+2y=36\\5x-2y=6\end{cases}$$
$$14x=42 \Rightarrow x=\frac{42}{14}=3$$

ចំពោះ $x=3$ : $5\cdot 3-2y=6 \Rightarrow y=\frac{9}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ } I\left(3\,,\frac{9}{2}\right)}$ ។

គ. បំភ្លឺថាបន្ទាត់ $(\Delta)$ កាត់តាម $I$

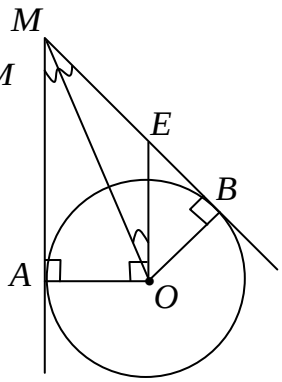
យើងមាន $(\Delta)$ : $(m+1)x-2(m-1)y=12-6m$

បើ $(\Delta)$ កាត់តាម $I\left(3,\frac{9}{2}\right)$ នោះវាផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

$$(m+1)x-2(m-1)y=12-6m$$
$$(m+1)\cdot 3-2(m-1)\cdot\frac{9}{2}=12-6m$$
$$3m+3-9m+9=12-6m$$
$$12-6m=12-6m \quad \text{ពិត}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } (\Delta) \text{ ពិតជាកាត់តាម } I \text{ មែន}}$ ។

## II. <u>ចរណីមាត្រ</u>




១. ស្រាយបំភ្លឺថា $EO=EM$

ដោយ $(MA)$ និង $(MB)$ ជាបន្ទាត់ប៉ះគូសចេញពី $M$

នាំឱ្យ $[MO)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $A\hat{M}B$

នោះយើងបាន $A\hat{M}O=B\hat{M}O$ $(1)$

ម្យ៉ាងទៀត $OA\perp AM$ (កាំរង្វង់កែងនឹងបន្ទាត់ប៉ះ)

$OA\perp OE$ (សម្មតិកម្ម)

នាំឱ្យ $AM//OE$

យើងបាន $A\hat{M}O=M\hat{O}E$ $(2)$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

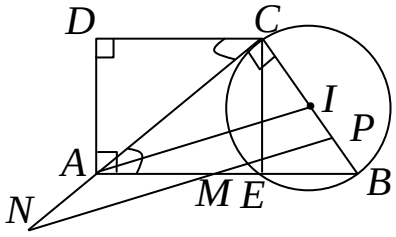
តាម $(1)$ និង $(2)$ នោះ $B\hat{M}O=M\hat{O}E$

នាំឱ្យ ត្រីកោណ $EMO$ ជាត្រីកោណសមបាត

វិបាក $EO=EM$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបំភ្លឺបានថា } EO=EM}$ ។

២. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :




ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $ABC$ និងត្រីកោណ $CAD$

ដោយ $\Delta ABC$ និង $\Delta CAD$ មាន :

-មុំ $A\hat{C}B=C\hat{D}A=90^o$ (សម្មតិកម្ម ជាមុំកែង)

-មុំ $A\hat{C}D=B\hat{A}C$ (ជាមុំឆ្លាស់ក្នុង ព្រោះ $AB//CD$ បាតរបស់ចតុកោណញ្ច្រាយ $ABCD$)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC\sim\Delta CAD \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$

វិបាក $\sim\dfrac{\Delta ABC}{\Delta CAD}\Rightarrow\dfrac{AC}{CD}=\dfrac{AB}{AC}$ ($CA=AC$)

ដូចនេះ $\boxed{\text{ទាញបាន } AC^2=AB\cdot CD}$ ។

ខ. ប្រាប់ឈ្មោះចតុកោណ $AECD$

ដោយចតុកោណ $AECD$ មាន :

-មុំ $E\hat{A}D=A\hat{D}C=90^o$ (មុំកែងចតុកោណញ្ច្រាយ)

-មុំ $A\hat{E}C=90^o$ ព្រោះ $CE\perp AB$ ត្រង់ $E$

ដោយសារ $E$ នៅលើរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ដែលមានមុំ $C\hat{E}B=90^o$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ ។

ឃើញថា ចតុកោណ $AECD$ មានមុំកែងចំនួនបីគឺ $E\hat{A}D=A\hat{D}C=90^o$ និង $A\hat{E}C=90^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } AECD \text{ ជាចតុកោណកែង}}$ ។

គ. ប្រៀបធៀបផលធៀប $\dfrac{AM}{AB}$ និង $\dfrac{AN}{AC}$

-ក្នុងត្រីកោណ $ABI$ មាន $AI//MP$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{IP}{IB}$ $(1)$

-ក្នុងត្រីកោណ $CNP$ មាន $AI//NP$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស $\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{IP}{IC}$ ឬ $\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{IP}{IB}$ $(2)$

ព្រោះ $[AI]$ ជាមេដ្យានៃត្រីកោណ $ABC$ ដែលនាំឱ្យ $IB=IC$ នោះគេអាចជំនួស $IC$ ដោយ $IB$ ។

តាមទំនាក់ទំនង $(1)$ និង $(2)$ នាំឱ្យ $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធៀបបាន } \dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}}$ ។

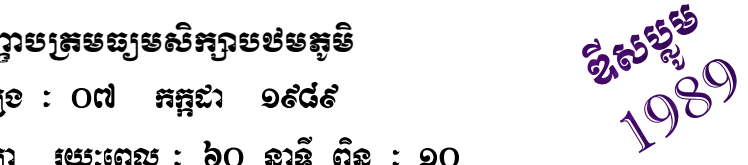
*សូមមានសំណាងល្អ*



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៧ កក្កដា ១៩៨៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**






## I. ពីជគណិត

១. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

$A = x^2 - x - 2$

$B = (x-2)(2x+1) + (x-4)(x-2) - (x-2)^2$

២. សម្រួលកន្សោម $\dfrac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \dfrac{2\sqrt{b}}{a-b}$ ។

៣. ក. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច $\begin{cases} 3x+2y=0 & (1) \\ 3x-y+7=0 & (2) \end{cases}$ ។

ខ. រួចផ្ទៀងផ្ទាត់តាមបែបគណនា ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. គេមានរង្វង់ពីរកាត់គ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ តាម $A$ គេគូសបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ទាំងពីរ ដែលកាត់រង្វង់ទាំងពីរត្រង់ $C$ និង $D$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $C\hat{B}A = D\hat{B}A$ ។

២. គេមានបន្ទាត់នឹង $(D)$ មួយ។ នៅលើបន្ទាត់នេះគេដៅចំណុចនឹង $A, B, C$ តាមលំដាប់នេះ ។ តាម $A$ និង $B$ គេគូសបន្ទាត់ប្រែប្រួលពីរ $(\Delta)$ និង $(\Delta')$ កែងគ្នាត្រង់ $E$ រួចគេគូស $(D')$ កែងនឹង $(D)$ ត្រង់ $C$ ។ បន្ទាត់ $(D')$ កាត់ $(\Delta)$ និង $(\Delta')$ រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច $M$ និង $N$ ។

ក. បំភ្លឺថាបន្ទាត់ $(BM)$ និង $(AN)$ កែងគ្នាត្រង់ $F$ ។ រកអវតួសង់នៃត្រីកោណ $BMN$ ។

ខ. $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$ ចំពោះ $(MN)$ ។ បំភ្លឺថាចំណុច $B'$ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $AMN$ ។ រកសំណុំចំណុចផ្ចិត $O$ នៃរង្វង់នេះ ។

គ. បំភ្លឺថា $CM \cdot CN = CA \cdot CB$ ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

$$\begin{aligned}A &= x^2 - x - 2\\ &= x^2 + x - 2x - 2\\ &= x(x+1) - 2(x+1)\\ &= (x+1)(x-2)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ជាផលគុណកត្តា } A=(x+1)(x-2)}$ ។

$$\begin{aligned}B &= (x-2)(2x+1) + (x-4)(x-2) - (x-2)^2\\ &= (x-2)[(2x+1) + (x-4) - (x-2)]\\ &= (x-2)(2x-1)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ជាផលគុណកត្តា } B=(x-2)(2x-1)}$ ។

២. សម្រួលកន្សោម

$$\frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{b}}{a-b}$$

មានភាគបែងរួមគឺ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a-b$

គេបាន : $\dfrac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \dfrac{2\sqrt{b}}{a-b}$

$$\begin{aligned}&= \frac{2(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}} - \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}} + \frac{2\sqrt{b}}{a-b}\\ &= \frac{2\sqrt{a}-2\sqrt{b}-\sqrt{a}-\sqrt{b}+2\sqrt{b}}{a-b}\\ &= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \dfrac{2\sqrt{b}}{a-b} = \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}}$

៣. ក. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច :

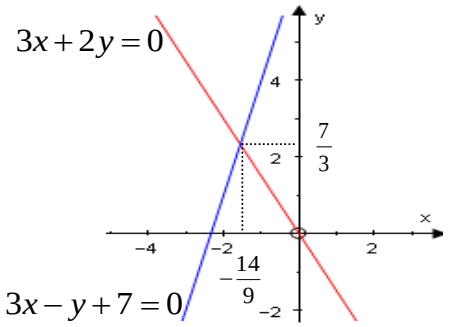
យើងមាន $\begin{cases}3x+2y=0 & (1)\\ 3x-y+7=0 & (2)\end{cases}$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់ក្រាភិច :

$(1)$ : $3x+2y=0$ : $\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2\\ \hline y & 0 & -3\end{array}$

$(2)$ : $3x-y+7=0$ : $\begin{array}{c|c|c} x & -3 & -2\\ \hline y & -2 & 1\end{array}$

យើងសង់ក្រាភិចបាន :




តាមក្រាភិច ចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់គឺ $\left(-\dfrac{14}{9}, \dfrac{7}{3}\right)$

ខ. រួចផ្ទៀងផ្ទាត់តាមបែបគណនា :

យើងមាន $\begin{cases}3x+2y=0 & (1)\\ 3x-y+7=0 & (2)\end{cases}$

យើងដកអង្គនិងអង្គដើម្បីបំបាត់ $x$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}3x+2y=0 & (1)\\ 3x-y+7=0 & (2)\end{cases}$$

$$3y-7=0 \quad \Rightarrow \quad y=\frac{7}{3}$$

ចំពោះ $y=\dfrac{7}{3}$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ :

$(1)$: $3x+2y=0$

$$x = -\frac{2}{3}y$$

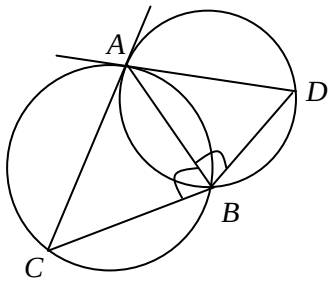
$$x = -\frac{2}{3}.\frac{7}{3} = -\frac{14}{9}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុចប្រសព្វគឺ } \left(-\dfrac{14}{9}, \dfrac{7}{3}\right) \text{ ពិតមែន}}$ ។

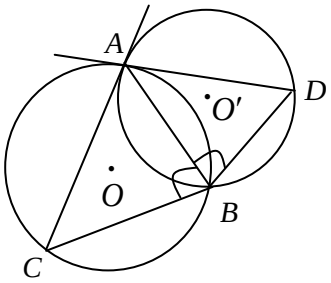
## II. ធរណីមាត្រ

១. ស្រាយបំភ្លឺថា $C\hat{B}A = D\hat{B}A$

( សូមមើលការបកស្រាយនៅទំព័របន្ត )



ស្រាយបំភ្លឺថា $C\hat{B}A = D\hat{B}A$




តាង $O$ និង $O'$ ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងពីរ

ដោយក្នុង $\Delta ACB$ និង $\Delta DAB$ មាន :

-មុំ $A\hat{C}B = D\hat{A}B$ ( មុំចារឹក និងមុំពិសេសមានធ្នូ ស្តាត់រួម $AB$ នៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ )

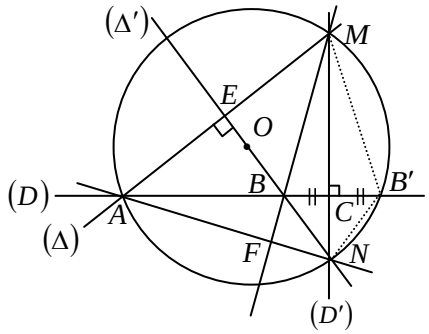
-មុំ $C\hat{A}B = A\hat{D}B$ ( មុំចារឹក និងមុំពិសេសមានធ្នូ ស្តាត់រួម $AB$ នៃរង្វង់ផ្ចិត $O'$ )

ដូចនេះ $\Delta ACB \sim \Delta DAB$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក មុំទីបីគឺ $C\hat{B}A = D\hat{B}A$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបំភ្លឺបានថា } C\hat{B}A = D\hat{B}A}$ ។

២. លំហាត់នេះ គេយកទៅប្រឡងឆ្នាំ ១៩៩១ ម្តងទៀត តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




ក. បំភ្លឺថាបន្ទាត់ $(BM)$ និង $(AN)$ កែងគ្នាត្រង់ $F$ ក្នុង $\Delta AMN$ មាន :

$EN \perp AM$ ( ព្រោះ $(\Delta)$ និង $(\Delta')$ កែងគ្នាត្រង់ $E$ )

$AC \perp MN$ ( ព្រោះ $(D)$ និង $(D')$ កែងគ្នាត្រង់ $C$ )

នាំឱ្យ $EN$ និង $AC$ ជាកម្ពស់ទាំងពីរនៃ $\Delta AMN$

ហើយ $EN$ និង $AC$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $B$ នោះ

កម្ពស់ទីបី ត្រូវតែកាត់តាម $B$ និងកែងនឹង $(AN)$

មានន័យថា $(BM)$ កាត់តាម $B$ និង $(BM) \perp (AN)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } (BM) \text{ និង } (AN) \text{ កែងគ្នាត្រង់ } F}$ ។

-រកអរតូសង់នៃត្រីកោណ $BMN$

ក្នុងត្រីកោណ $BMN$ មាន $(BM) \perp (AN)$ ត្រង់ $F$

ហើយ $(\Delta) \perp (\Delta')$ ត្រង់ $E$ នាំឱ្យ $(ME) \perp (BN)$

នោះ $(AN)$ និង $(ME)$ ជាកម្ពស់ទាំងពីរនៃ $\Delta BMN$

ដោយ កម្ពស់ $(AN)$ និង $(ME)$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $A$

ដូចនេះ $\boxed{\text{អរតូសង់នៃ } \Delta BMN \text{ គឺជាចំណុច } A}$ ។

ខ. បំភ្លឺថាចំណុច $B'$ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\Delta AMN$

ដោយ $M$ និង $N$ នៅលើ $(D')$ ដែល $(D') \perp (D)$

ហើយ $BC = B'C$ ( ព្រោះ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$ )

នាំឱ្យ $M$ និង $N$ ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃ $[BB']$

នាំឱ្យ $MB = MB'$ និង $NB = NB'$

នោះ $\Delta BMB'$ និង $\Delta BNB'$ ជាត្រីកោណសមបាត

នាំឱ្យ មេដ្យាទ័រ $MN$ ក៏មាននាទីជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំដែរ

គេបាន $B\hat{N}C = B'\hat{N}C$ និង $B\hat{M}C = B'\hat{M}C$

ម្យ៉ាងទៀត $B\hat{N}C = M\hat{A}C$ និង $B\hat{M}C = N\hat{A}C$

( ព្រោះ ពួកវាមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា)

ឃើញថា $\left.\begin{matrix} B\hat{N}C = B'\hat{N}C \\ B\hat{N}C = M\hat{A}C \end{matrix}\right| \Rightarrow B'\hat{N}C = M\hat{A}C \quad (1)$

$\left.\begin{matrix} B\hat{M}C = B'\hat{M}C \\ B\hat{M}C = N\hat{A}C \end{matrix}\right| \Rightarrow B'\hat{M}C = N\hat{A}C \quad (2)$

យើងបូកអង្គនិងអង្គនៃ (1) និង (2) :

$$+\begin{cases} B'\hat{N}C = M\hat{A}C \\ B'\hat{M}C = N\hat{A}C \end{cases}$$

$$B'\hat{N}C + B'\hat{M}C = M\hat{A}N$$

ដោយក្នុង $\Delta NMB'$ មានផលបូកមុំក្នុងគឺ :

$$\underbrace{B'\hat{N}C + B'\hat{M}C}_{M\hat{A}N} + M\hat{B}'N = 180^o$$

$$M\hat{A}N + M\hat{B}'N = 180^o$$

ឃើញថាចតុកោណ $AMB'N$ មានផលបូកមុំឈម :

$M\hat{A}N + M\hat{B}'N = 180^\circ$ នោះ $AMB'N$ ជាចតុកោណ

ចារឹកក្នុងរង្វង់

មានន័យថា $B'$ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\Delta AMN$

ដូចនេះ $\boxed{B' \text{ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ } \Delta AMN}$ ។

- រកសំណុំចំណុចផ្ចិត $O$ នៃរង្វង់នេះ

ដោយ $A, B, C$ ជាចំណុចនឹង (សម្មតិកម្ម)

នោះ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$ ក៏ជាចំណុចនឹងដែរ

នាំឱ្យ $[AB']$ ជាអង្កត់ផ្ចូដែលមានប្រវែងថេរ

ហើយរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាត់តាម $A$ និង $B'$

នាំឱ្យ $OA = OB'$ (ជាកាំរង្វង់តែមួយ)

គេបាន $O$ ជាចំណុចចល័ត ដែលធ្វើឱ្យ $OA = OB'$

មានន័យថា $O$ ត្រូវស្ថិតលើមេដ្យាទ័រនៃ $[AB']$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សំណុំចំណុច } O \text{ ស្ថិតលើមេដ្យាទ័រនៃ } [AB']}$

គ. បំភ្លឺថា $CM \cdot CN = CA \cdot CB$

យើងប្រៀបធៀប $\Delta ACN$ និង $\Delta MCB'$

ដោយ $\Delta ACN$ និង $\Delta MCB'$ មាន :

-មុំ $A\hat{C}N \perp MCB'$ (ព្រោះ $(D') \perp (D)$ ត្រង់ $C$)

-មុំ $N\hat{A}C = B'\hat{M}C$ (មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា)

ដូចនេះ $\Delta ACN \sim \Delta MCB'$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim \dfrac{\Delta ACN}{\Delta MCB'} \Rightarrow \dfrac{CN}{CB'} = \dfrac{CA}{CM}$

ទាញបាន $CM \cdot CN = CA \cdot CB'$

តែ $CB' = CB$ (ព្រោះ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$)

គេបាន $CM \cdot CN = CA \cdot CB$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បំភ្លឺបានថា } CM \cdot CN = CA \cdot CB}$ ។

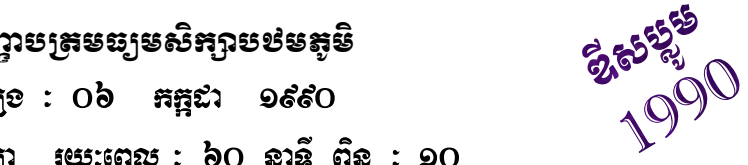
*សូមមានសំណាងល្អ*



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៦ កក្កដា ១៩៩០**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**




## I. ពីជគណិត

១. គេឱ្យកន្សោម : $A=x^2-16-(3x-1)(x-4)$ និង $B=x^2-8x+16$ ។

ក. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទីមួយនៃ $x$ ។

ខ. សម្រួលប្រភាគសនិទាន $F=\dfrac{A}{B}$ ។

២. គណនាកន្សោម $P=\dfrac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ; $Q=\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ និង $R=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}$ ។

៣. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ សង់បន្ទាត់ $(D)$ របស់សមីការ $y=2x+3$ និង $(D'):y=5x-6$ ។

ក. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $I$ រវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយគណនា ។

ខ. រកសមីការបន្ទាត់ $(\Delta)$ ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2;-3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $(D)$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. គេឱ្យចតុកោណញ្ញើយ $ABCD$ បាតតូច $[AB]$ ។ បន្លាយជ្រុងទ្រេត $[AD]$ និង $[BC]$ ដែលកាត់គ្នាត្រង់ $E$ ។

ក. គេឱ្យ $ED=a$ ; $EA=b$ ; $EB=c$ ។ គណនា $BC$ ។

ខ. $[Ax)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle DAB$ និង $[Dy)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle ADC$ ។ កន្លះបន្ទាត់ទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ $J$ ។ ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ $AJD$ ។

២. រង្វង់ពីរមានផ្ចិត $O$ និង $O'$ កាត់គ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ គូសអង្កត់ផ្ចិត $[AD]$ និង $[AE]$ ។

ក. ស្រាយបំភ្លឺថាបីចំណុច $D$ , $B$ , $E$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

ខ. $M$ ជាចំណុចចល័តនៅលើរង្វង់ $O$ ។ តាម $M$ គូសបន្ទាត់ $(AM)$ កាត់រង្វង់ $O'$ ត្រង់ $N$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $M\hat{B}N$ មានតម្លៃថេរកាលណា $M$ រត់ជុំវិញ $A$ ។

គ. $I$ ជាចំណុចកណ្តាល $[AM]$ រកសំណុំចំណុច $I$ កាលណា $M$ រត់ជុំវិញ $A$ លើរង្វង់ $O$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

១. មានកន្សោម $A=x^2-16-(3x-1)(x-4)$

និង $B=x^2-8x+16$

ក. ដាក់ $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទីមួយនៃ $x$

$$\begin{aligned}A&=x^2-16-(3x-1)(x-4)\\&=(x-4)(x+4)-(3x-1)(x-4)\\&=(x-4)(x+4-3x+1)\\&=(x-4)(5-2x)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កន្សោម } A=(x-4)(5-2x)}$ ។

$$\begin{aligned}B&=x^2-8x+16\\&=x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2\\&=(x-4)^2\\&=(x-4)(x-4)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កន្សោម } B=(x-4)(x-4)}$ ។

ខ. សម្រួលប្រភាគសនិទាន $F=\dfrac{A}{B}$

$$\begin{aligned}F=\frac{A}{B}&=\frac{(x-4)(5-2x)}{(x-4)(x-4)}\\&=\frac{5-2x}{x-4}\quad,\ x-4\neq 0\Rightarrow x\neq 4\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } F=\dfrac{A}{B}=\dfrac{5-2x}{x-4}}$ ។

២. គណនាកន្សោម ៖

$$\begin{aligned}P&=\frac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\\&=\frac{5(\sqrt{5}+\sqrt{3})+3(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}\\&=\frac{5\sqrt{5}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{\sqrt{5^2}-\sqrt{3^2}}\\&=\frac{8\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{5}+\sqrt{3}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } P=4\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ។

$$\begin{aligned}Q&=\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\\&=\frac{(a\sqrt{a}+b\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}\\&=\frac{(a\sqrt{a}+b\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}}\\&=\frac{a^2+b\sqrt{ab}-a\sqrt{ab}-b^2}{a-b}\\&=\frac{a^2-b^2-a\sqrt{ab}+b\sqrt{ab}}{a-b}\\&=\frac{(a-b)(a+b)-(a-b)\sqrt{ab}}{a-b}\\&=\frac{(a-b)(a+b-\sqrt{ab})}{a-b}\\&=a+b-\sqrt{ab}\quad,\ a-b\neq 0\Rightarrow a\neq b\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } Q=a+b-\sqrt{ab}}$ ។

$$\begin{aligned}R&=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}\\&=\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{\sqrt{3}^2+2\sqrt{3}+1^2}\\&=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}=\sqrt{3}+1\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } R=\sqrt{3}+1}$ ។

៣. សង់បន្ទាត់ $(D)$ និង $(D')$

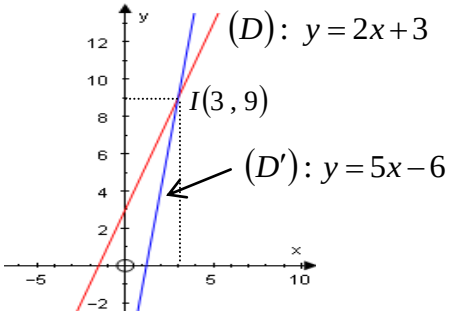
$(D)$ ៖ $y=2x+3$ ៖

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 3 | 5 |

$(D')$ ៖ $y=5x-6$ ៖

| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | 4 |

យើងសង់បានដូចខាងក្រោម ៖



ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $I$

តាមក្រាភិច : បើយើងធ្វើចំណោលកែងពីរចំណុចប្រសព្វទៅលើអ័ក្សទាំងពីរ នោះយើងបាន $I(3,9)$ ។

-ផ្សៀងផ្ទៀតតាមការគណនា :

យើងមាន $(D)$ : $y=2x+3$ និង $(D')$: $y=5x-6$

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ :

$$2x+3=5x-6$$
$$3x=9 \quad \Rightarrow \quad x=3$$

ចំពោះ $x=3$ នោះ $y=2x+3=2\cdot 3+3=9$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } I(3,9)}$ ។

ខ. រកសមីការបន្ទាត់ $(\Delta)$ :

សមីការបន្ទាត់ដែលរកមានរាង $(\Delta): y=ax+b$

ដោយ $(\Delta): y=ax+b$ កាត់តាម $A(2;-3)$

យើងបាន $-3=a\cdot 2+b \Rightarrow b=-3-2a$

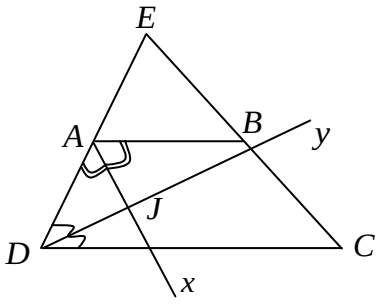
ហើយ $(\Delta)$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $(D)$ នោះ $a=a'=2$

ចំពោះ $a=2$ : $b=-3-2a=-3-2\cdot 2=-7$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (\Delta): y=2x-7}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




ក. គណនា $BC$

ដោយបាតចតុកោណព្ធាយ $ABCD$ មាន $[AB]//[CD]$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស យើងបានអង្កត់សមាមាត្រគឺ :

$$\frac{EA}{AD}=\frac{EB}{BC} \quad \Rightarrow \quad BC=\frac{EB\cdot AD}{EA}$$

តែ $AD=ED-EA$ នោះ $BC=\dfrac{EB\cdot(ED-EA)}{EA}$

ហើយ $ED=a$ ; $EA=b$ ; $EB=c$ (សម្មតិកម្ម)

$$BC=\frac{EB\cdot(ED-EA)}{EA}=\frac{c(a-b)}{b}=\frac{ac-bc}{b}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } BC=\dfrac{ac-bc}{b}}$ ។

ខ. ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ $AJD$

ដោយ $[AB]//[CD]$ (បាតទាំងពីរចតុកោណព្ធាយ)

នាំឱ្យ $D\hat{A}B+C\hat{D}A=180^o$ (មុំបន្ថែមគ្នា)

តែ $D\hat{A}B=2D\hat{A}J$ (ព្រោះ $[Ax)$ ពុះមុំ $\angle DAB$)

$C\hat{D}A=2A\hat{D}J$ (ព្រោះ $[Dy)$ ពុះមុំ $\angle ADC$)

នាំឱ្យ $2D\hat{A}J+2A\hat{D}J=180^o$

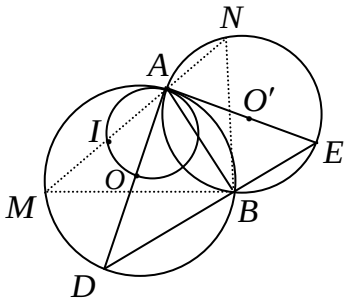
$$2\left(D\hat{A}J+A\hat{D}J\right)=180^o$$
$$D\hat{A}J+A\hat{D}J=90^o$$

ឃើញថាក្នុង $\Delta AJD$ មាន $D\hat{A}J+A\hat{D}J=90^o$

នាំឱ្យ $A\hat{J}D=90^o$ (ជាមុំកែង)

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } AJD \text{ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ } J}$ ។

២. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $D$ , $B$ , $E$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ

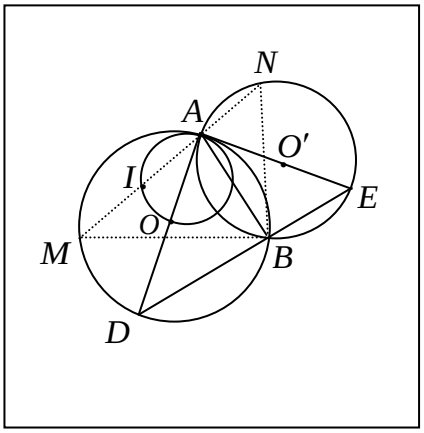
ដោយរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AD]$ និង $[AE]$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A$ , $B$ នោះចំណុច $A$ , $B$ នៅលើរង្វង់ទាំងពីរ

-រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AD]$ មាន $B$ នៅលើរង្វង់

នាំឱ្យ $A\hat{B}D=90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត$[AD]$)

-រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AE]$ មាន $B$ នៅលើរង្វង់

នាំឱ្យ $A\hat{B}E=90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត$[AE]$)




ដោយ $A\hat{B}D + A\hat{B}E = 90^o + 90^o = 180^o$

តែ $A\hat{B}D + A\hat{B}E = D\hat{B}E$

ឃើញថា $\left.\begin{matrix} A\hat{B}D + A\hat{B}E = 180^o \\ A\hat{B}D + A\hat{B}E = D\hat{B}E \end{matrix}\right| \Rightarrow D\hat{B}E = 180^o$

មានន័យថា $D\hat{B}E$ ជាមុំរាប ឬ បន្ទាត់ត្រង់

ដូចនេះ $\boxed{D, B, E \text{ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ}}$ ។

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $M\hat{B}N$ មានតម្លៃថេរកាលណា $M$ រត់ជុំវិញ $A$

ក្នុង $\Delta MNB$ ទោះបី $M$ រត់ជុំវិញ $A$ យ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏យើងនៅតែទទួលបាន :

-ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត $O$ : $A\hat{M}B = \frac{1}{2}(\cup AB)$ ថេរ

-ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត $O'$ : $A\hat{N}B = \frac{1}{2}(\cup AB)$ ថេរ

នាំឱ្យ $M\hat{B}N = 180^o - (A\hat{M}B + A\hat{N}B)$ ក៏ថេរដែរ

ដូចនេះ $\boxed{M\hat{B}N \text{ មានតម្លៃថេរកាលណា} M \text{ រត់ជុំវិញ} A}$

គ. រកសំណុំចំណុច $I$ កាលណា $M$ រត់ជុំវិញ $A$ លើរង្វង់ $O$

យើងមាន $IM = IA$ (ព្រោះ $I$ កណ្តាល $[AM]$)

នោះយើងបាន $OI \perp AM$

(ព្រោះកាំរង្វង់កែងនឹងអង្កត់ផ្ចិតត្រង់ចំណុចកណ្តាល)

ដោយ ចំណុច $O, A$ មិនប្រែប្រួល

យើងបាន $O\hat{I}A = 90^o$ មានតម្លៃថេរ

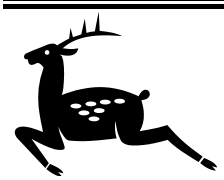
ដើម្បីឱ្យ $O\hat{I}A = 90^o$ ថេរ លុះត្រា $I$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $OA$

-បើ $M$ ត្រួតលើ $D$ នោះ $I$ ត្រួតលើ $O$

-បើ $M$ ត្រួតលើ $A$ នោះ $I$ ត្រួតលើ $A$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សំណុំចំណុច } I \text{ នៅលើរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត} OA}$ ។

*សូមមានសំណាងល្អ*



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៩ មិថុនា ១៩៩១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**




## I. ពីជគណិត

១. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

$A=(3x+5)^2-16$

$B=(x+3)(2x-1)-(x+3)^2-x-3$

រួចដោះស្រាយសមីការ $\frac{1}{B}-\frac{3}{A}=0$ ; $A=0$ ; $B=0$ ។

២. ក. ពន្លាតកន្សោម $P=(4-\sqrt{5})(3+\sqrt{10})$ ។

ខ. គណនាកន្សោម $Q=\sqrt{6+4\sqrt{2}}$ ។

៣. តាមទំនាក់ទំនង $x\times\sqrt{2}=y\times 2$ គណនា $\frac{x}{y}$ រួចគណនា $x$ និង $y$ ដោយដឹងថា $x+y=1$ ។

៤. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ មានឯកតាជាសង់ទីម៉ែត្រ $(cm)$ ។

ក. សង់បន្ទាត់ $(\Delta_1): y=-2x+3$ និង $(\Delta_2): y=-3x+7$ ។

ខ. បន្ទាត់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $A$ ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(D)$ ដែល $(D)\parallel(\Delta_1)$ ហើយកាត់តាមចំណុច $I(4\,,3)$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេមានបន្ទាត់នឹង $(D)$ មួយ។ នៅលើបន្ទាត់នេះគេដៅចំណុចនឹង $A\,,B\,,C$ តាមលំដាប់នេះ ។ តាម $A$ និង $B$ គេគូសបន្ទាត់ប្រែប្រួលពីរ $(\Delta)$ និង $(\Delta')$ កែងគ្នាត្រង់ $E$ រួចគេគូស $(D')$ កែងនឹង $(D)$ ត្រង់ $C$ ។ បន្ទាត់ $(D')$ កាត់ $(\Delta)$ និង $(\Delta')$ រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច $M$ និង $N$ ។

ក. បំភ្លឺថាបន្ទាត់ $(BM)$ និង $(AN)$ កែងគ្នាត្រង់ $F$ ។ រកអរតូសង់នៃត្រីកោណ $BMN$ ។

ខ. $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$ ចំពោះ $(MN)$ ។ បំភ្លឺថាចំណុច $B'$ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $AMN$ ។ រកសំណុំចំណុចផ្ចិត $O$ នៃរង្វង់នេះ ។

គ. បំភ្លឺថា $CM\cdot CN=CA\cdot CB$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

១. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

$$\begin{aligned}A&=(3x+5)^2-16\\&=(3x+5)^2-4^2\\&=(3x+5-4)(3x+5+4)\\&=(3x+1)(3x+9)\\&=3(3x+1)(x+3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=(x+3)(2x-1)-(x+3)^2-x-3\\&=(x+3)(2x-1)-(x+3)^2-(x+3)\\&=(x+3)(2x-1-x-3-1)\\&=(x+3)(x-5)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=3(3x+1)(x+3) \text{ និង } B=(x+3)(x-5)}$

-ដោះស្រាយសមីការ : ចំពោះ $\frac{1}{B}-\frac{3}{A}=0$

គេបាន $\frac{1}{(x+3)(x-5)}-\frac{3}{3(3x+1)(x+3)}=0$

$$\frac{1}{(x+3)(x-5)}-\frac{1}{(3x+1)(x+3)}=0$$

គម្រូរភាគបែងរួម $(x+3)(x-5)(3x+1)$ រួចលុបចោល

ដែល $\begin{cases}x+3\neq 0\\x-5\neq 0\\3x+1\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq -3\\x\neq 5\\x\neq -1/3\end{cases}$

គេបាន $(3x+1)-(x-5)=0$

$$2x+6=0\Rightarrow x=-3 \quad .$$

ចំពោះ $x=-3$ មិនយក ព្រោះវាជាលក្ខខណ្ឌ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការ } \frac{1}{B}-\frac{3}{A}=0 \text{ គ្មានចម្លើយ}}$ ។

-ដោះស្រាយសមីការ ចំពោះ $A=0$

គេបាន $3(3x+1)(x+3)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}3x+1=0\\x+3=0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=-1/3\\x=-3\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } A=0 \text{ នោះឬស } x=-\frac{1}{3},\ x=-3}$

-ដោះស្រាយសមីការ ចំពោះ $B=0$

គេបាន $(x+3)(x-5)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x+3=0\\x-5=0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=-3\\x=5\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } B=0 \text{ នោះឬស } x=-3,\ x=5}$ ។

២. ក. ពន្លាតកន្សោម $P$ :

$$\begin{aligned}P&=(4-\sqrt{5})(3+\sqrt{10})\\&=12+4\sqrt{10}-3\sqrt{5}-\sqrt{50}\\&=12+4\sqrt{10}-3\sqrt{5}-5\sqrt{2}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ពន្លាតបាន } P=12+4\sqrt{10}-3\sqrt{5}-5\sqrt{2}}$

ខ. គណនាកន្សោម $Q$ :

$$\begin{aligned}Q=\sqrt{6+4\sqrt{2}}&=\sqrt{4+2\cdot 2\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2^2}}\\&=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2}=2+\sqrt{2}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } Q=2+\sqrt{2}}$ ។

៣. គណនា $\frac{x}{y}$

យើងមាន ទំនាក់ទំនង $x\times\sqrt{2}=y\times 2$

ទាញបាន $\frac{x}{y}=\frac{2}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{x}{y}=\sqrt{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \frac{x}{y}=\sqrt{2}}$ ។

-គណនា $x$ និង $y$ ចំពោះ $x+y=1$

$x\times\sqrt{2}=y\times 2$ នោះ $\frac{x}{2}=\frac{y}{\sqrt{2}}$ (តាមសមាមាត្រ)

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{\sqrt{2}}=\frac{x+y}{2+\sqrt{2}}=\frac{1}{2+\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2^2-\sqrt{2^2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

នាំឱ្យ $\frac{x}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}\Rightarrow x=2-\sqrt{2}$

$$\frac{y}{\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2^2}}{2}=\sqrt{2}-1$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=2-\sqrt{2}\ ,\ y=\sqrt{2}-1}$ ។

៤. ក. សង់បន្ទាត់ $(\Delta_1)$ និងបន្ទាត់ $(\Delta_2)$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងនេះ

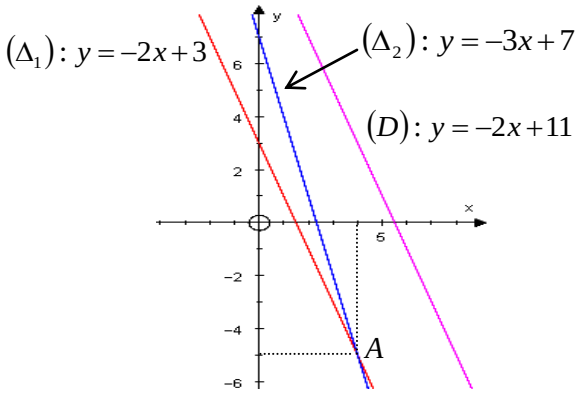
$(\Delta_1): y=-2x+3$ ៖

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 3 | 1 |

$(\Delta_2): y=-3x+7$ ៖

| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 1 |

យើងសង់បន្ទាត់ទាំងពីរបានដូចខាងក្រោម :




ខ. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $A$

យើងមាន $(\Delta_1): y=-2x+3$ និង $(\Delta_2): y=-3x+7$

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ :

យើងបាន $-2x+3=-3x+7$

$$3x-2x=7-3 \Rightarrow x=4 \quad ,$$

ចំពោះ $x=4: y=-2x+3=-2\cdot(4)+3=-5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វគឺ } A(4,-5)}$ ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(D)$

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(D): y=ax+b$

ដោយ $(D)\parallel(\Delta_1)$ នាំឱ្យ $a=a'=-2$

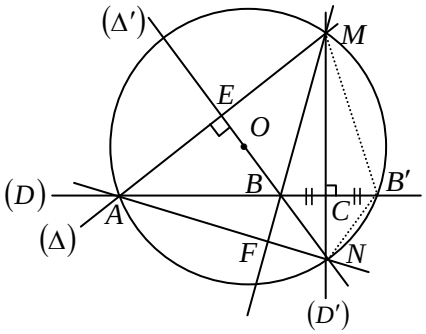
ហើយកាត់តាមចំណុច $I(4,3)$

នាំឱ្យ $3=(-2)\cdot 4+b \Rightarrow b=3+8=11$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (D): y=-2x+11}$ ។

## II. <u>ឧរណីមាត្រ</u>

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




ក. បំភ្លឺថាបន្ទាត់ $(BM)$ និង $(AN)$ កែងគ្នាត្រង់ $F$

ក្នុង $\Delta AMN$ មាន :

$EN\perp AM$ (ព្រោះ $(\Delta)$ និង $(\Delta')$ កែងគ្នាត្រង់ $E$)

$AC\perp MN$ (ព្រោះ $(D)$ និង $(D')$ កែងគ្នាត្រង់ $C$)

នាំឱ្យ $EN$ និង $AC$ ជាកម្ពស់ទាំងពីរនៃ $\Delta AMN$

ហើយ $EN$ និង $AC$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $B$ នោះ

កម្ពស់ទីបី ត្រូវតែកាត់តាម $B$ និងកែងនឹង $(AN)$

មានន័យថា $(BM)$ កាត់តាម $B$ និង $(BM)\perp(AN)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } (BM) \text{ និង } (AN) \text{ កែងគ្នាត្រង់ } F}$ ។

-រកអរតូសង់នៃត្រីកោណ $BMN$

ក្នុងត្រីកោណ $BMN$ មាន $(BM)\perp(AN)$ ត្រង់ $F$

ហើយ $(\Delta)\perp(\Delta')$ ត្រង់ $E$ នាំឱ្យ $(ME)\perp(BN)$

នោះ $(AN)$ និង $(ME)$ ជាកម្ពស់ទាំងពីរនៃ $\Delta BMN$

ដោយ កម្ពស់ $(AN)$ និង $(ME)$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $A$

ដូចនេះ $\boxed{\text{អរតូសង់នៃ } \Delta BMN \text{ គឺជាចំណុច } A}$ ។

ខ. បំភ្លឺថាចំណុច $B'$ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\Delta AMN$

ដោយ $M$ និង $N$ នៅលើ $(D')$ ដែល $(D')\perp(D)$

ហើយ $BC=B'C$ (ព្រោះ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$)

នាំឱ្យ $M$ និង $N$ ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រនៃ $[BB']$

នាំឱ្យ $MB=MB'$ និង $NB=NB'$

នោះ $\Delta BMB'$ និង $\Delta BNB'$ ជាត្រីកោណសមបាត

នាំឱ្យ មេដ្យាទ័រ $MN$ ក៏មាននាទីជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំដែរ

គេបាន $B\hat{N}C = B'\hat{N}C$ និង $B\hat{M}C = B'\hat{M}C$

ម្យ៉ាងទៀត $B\hat{N}C = M\hat{A}C$ និង $B\hat{M}C = N\hat{A}C$

(ព្រោះ ពួកវាមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា)

ឃើញថា $\left.\begin{matrix} B\hat{N}C = B'\hat{N}C \\ B\hat{N}C = M\hat{A}C \end{matrix}\right| \Rightarrow B'\hat{N}C = M\hat{A}C \quad (1)$

$\left.\begin{matrix} B\hat{M}C = B'\hat{M}C \\ B\hat{M}C = N\hat{A}C \end{matrix}\right| \Rightarrow B'\hat{M}C = N\hat{A}C \quad (2)$

យើងបូកអង្គនិងអង្គនៃ (1) និង (2) :

$$+\begin{cases} B'\hat{N}C = M\hat{A}C \\ B'\hat{M}C = N\hat{A}C \end{cases}$$

$$B'\hat{N}C + B'\hat{M}C = M\hat{A}N$$

ដោយក្នុង $\Delta NMB'$ មានផលបូកមុំក្នុងគឺ :

$$\underbrace{B'\hat{N}C + B'\hat{M}C}_{M\hat{A}N} + M\hat{B}'N = 180^o$$

$$M\hat{A}N + M\hat{B}'N = 180^o$$

ឃើញថាចតុកោណ $AMB'N$ មានផលបូកមុំឈម :

$M\hat{A}N + M\hat{B}'N = 180^o$ នោះ $AMB'N$ ជាចតុកោណ

ចារឹកក្នុងរង្វង់

មានន័យថា $B'$ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\Delta AMN$

ដូចនេះ $\boxed{B' \text{ នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ } \Delta AMN}$ ។

- រកសំណុំចំណុចផ្ចិត $O$ នៃរង្វង់នេះ

ដោយ $A, B, C$ ជាចំណុចនឹង (សម្មតិកម្ម)

នោះ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$ ក៏ជាចំណុចនឹងដែរ

នាំឱ្យ $[AB']$ ជាអង្កត់ធ្នូដែលមានប្រវែងថេរ

ហើយរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាត់តាម $A$ និង $B'$

នាំឱ្យ $OA = OB'$ (ជាកាំរង្វង់តែមួយ)

គេបាន $O$ ជាចំណុចចល័ត ដែលធ្វើឱ្យ $OA = OB'$

មានន័យថា $O$ ត្រូវស្ថិតលើមេដ្យាទ័រនៃ $[AB']$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សំណុំចំណុច } O \text{ ស្ថិតលើមេដ្យាទ័រនៃ } [AB']}$

គ. បំភ្លឺថា $CM \cdot CN = CA \cdot CB$

យើងប្រៀបធៀប $\Delta ACN$ និង $\Delta MCB'$

ដោយ $\Delta ACN$ និង $\Delta MCB'$ មាន :

-មុំ $A\hat{C}N \perp MCB'$ (ព្រោះ $(D') \perp (D)$ ត្រង់ $C$)

-មុំ $N\hat{A}C = B'\hat{M}C$ (មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា)

ដូចនេះ $\Delta ACN \sim \Delta MCB'$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម

វិបាក $\sim \left.\begin{matrix} \Delta ACN \\ \Delta MCB' \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{CN}{CB'} = \frac{CA}{CM}$

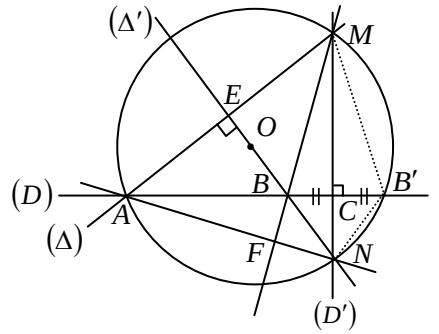
ទាញបាន $CM \cdot CN = CA \cdot CB'$

តែ $CB' = CB$ (ព្រោះ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$)

គេបាន $CM \cdot CN = CA \cdot CB$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បំភ្លឺបានថា } CM \cdot CN = CA \cdot CB}$ ។

រូបដដែល ដើម្បីឱ្យស្រួលមើលក្នុងការបកស្រាយ




សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១៤ កក្កដា ១៩៩២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**






## I. ពីជគណិត

១. ក. បំបែកកន្សោម $A$ ជាផលគុណកត្តាដែល $A=(2x-3)(x-4)+(4x^2-9)-(2x-3)^2$ ។

ខ. តើ $x$ ត្រូវមានតម្លៃស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឱ្យ $A=0$ ?

គ. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A$ ចំពោះ $x=1+\sqrt{2}$ ។

២. សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{(2x-3)(x-4)+(4x^2-9)-(2x-3)^2}{(x+2)(7x+9)+(6x+7)(-x-2)}$ ។

៣. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ ដែលមានឯកត្តាជា សង់ទីម៉ែត្រ ( $cm$ ) ។

ក. សង់បន្ទាត់ $(D_1): y+2x=4$ និងបន្ទាត់ $(D_2): y-x=1$ ។

ខ. បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $I$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $I$ ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(D)$ កែងនឹង $(D_2)$ និងកាត់តាមចំណុច $A(0,1)$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យរង្វង់ $(C)$ ផ្ចិត $O$ វិជ្ជមាត្រ $[AB]$ ដែល $AB=4R$ និងរង្វង់ $(C')$ ផ្ចិត $O'$ វិជ្ជមាត្រ $[OA]$ ។ តាម $B$ គូសបន្ទាត់ប៉ះ $(BM)$ ទៅនឹងរង្វង់ $(C')$ ត្រង់ $M$ ។ $(BM)$ កាត់រង្វង់ $(C)$ ត្រង់ $E$ ។

១. បង្ហាញថា $(AE)$ ស្របនឹង $(O'M)$ ។ រួចទាញបញ្ជាក់ថា $[AM)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BAE$ ។

២. $(AM)$ កាត់រង្វង់ $(C)$ ត្រង់ $N$ ។ បង្ហាញថា $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AN]$ ។

៣. បន្ទាត់ $(ON)$ កាត់ $(BM)$ ត្រង់ $G$ ។ តើ $G$ ជាអ្វីចំពោះត្រីកោណ $ANB$ ។

គណនា $OG$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

៤. បន្ទាត់ $(AE)$ កាត់ $(BN)$ ត្រង់ $P$ ។ បង្ហាញថា $(MP)\perp(AB)$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

**១. ក. បំបែកកន្សោម $A$ ជាផលគុណកត្តា**

$$\begin{aligned}A&=(2x-3)(x-4)+(4x^2-9)-(2x-3)^2\\&=(2x-3)(x-4)+(2x-3)(2x+3)-(2x-3)^2\\&=(2x-3)[(x-4)+(2x+3)-(2x-3)]\\&=(2x-3)[x-4+2x+3-2x+3]\\&=(2x-3)(x+2)\end{aligned}$$

ដូចនេះ បំបែកបាន $\boxed{A=(2x-3)(x+2)}$ ។

**ខ. រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $A=0$**

យើងមាន $A=(2x-3)(x+2)$

បើ $A=0$ នោះ $(2x-3)(x+2)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}2x-3=0\\x+2=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2x=3\\x=-2\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=\frac{3}{2}\\x=-2\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } A=0 \text{ នោះ } x=\frac{3}{2},\ x=-2}$ ។

**គ. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A$ ចំពោះ $x=1+\sqrt{2}$**

យើងមាន $A=(2x-3)(x+2)$ ចំពោះ $x=1+\sqrt{2}$

យើងបាន $\begin{aligned}A&=\left[2(1+\sqrt{2})-3\right]\left[1+\sqrt{2}+2\right)\\&=(2\sqrt{2}-1)(3+\sqrt{2})\\&=6\sqrt{2}+4-3-\sqrt{2}\\&=5\sqrt{2}+1\end{aligned}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំពោះ } x=1+\sqrt{2} \text{ នោះ } A=5\sqrt{2}+1}$ ។

**២. សម្រួលកន្សោម $F$ :**

$$\begin{aligned}F&=\frac{(2x-3)(x-4)+(4x^2-9)-(2x-3)^2}{(x+2)(7x+9)+(6x+7)(-x-2)}\\&=\frac{A}{(x+2)(7x+9)-(6x+7)(x+2)}\\&=\frac{(2x-3)(x+2)}{(x+2)(7x+9-6x-7)}\\&=\frac{2x-3}{x+2}\quad,\ x+2\neq 0\Rightarrow x\neq -2\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } F=\frac{2x-3}{x+2}}$ ។

**៣. ក. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ និងបន្ទាត់ $(D_2)$**

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ

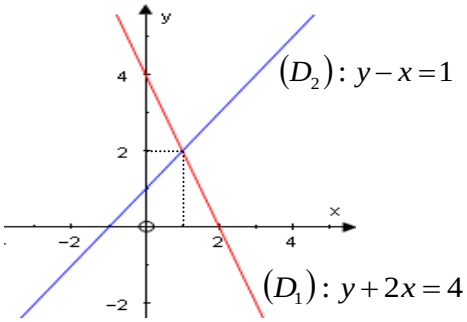
$(D_1): y+2x=4$ :

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 0 |

$(D_2): y-x=1$ :

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 1 | 2 |

យើងសង់បន្ទាត់ទាំងពីរបានដូចខាងក្រោម :




**ខ. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច $I$**

យើងមាន $(D_1): y+2x=4$ ឬ $y=-2x+4$

$(D_2): y-x=1$ ឬ $y=x+1$

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ :

យើងបាន $-2x+4=x+1$

$$3x=3 \Rightarrow x=1$$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $y=x+1=1+1=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ } I(1,2)}$ ។

**គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(D)$**

សមីការបន្ទាត់ $(D)$ ដែលត្រូវរកមានរាង $y=a'x+b'$

ដោយ $(D)\perp(D_2) \Rightarrow a\times a'=-1$

តែ $(D_2): y=x+1$ មាន $a=1$ នាំឱ្យ $a'=-1$

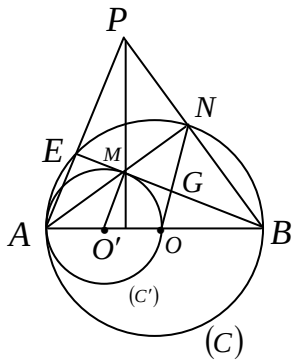
ហើយ $(D)$ កាត់តាមចំណុច $A(0,1)$

យើងបាន $1=a'\cdot 0+b' \Rightarrow b'=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (D): y=-x+1}$ ។

## II. <u>ចរណីមាត្រ</u>

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. បង្ហាញថា $(AE)$ ស្របនឹង $(O'M)$

រង្វង់វិជ្ជមាត្រ $[AB]$ មាន $E$ នៅលើរង្វង់នេះ

(ព្រោះ $(BM)$ កាត់រង្វង់ $(C)$ ត្រង់ $E$ )

នាំឱ្យ $\Delta ABE$ កែងត្រង់ $E$ ដែល $AE \perp EB$

ហើយ $(BM)$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O'$ ត្រង់ $M$

នាំឱ្យ $O'M \perp MB$ ឬ $O'M \perp EB$

ឃើញថា $\left.\begin{matrix} AE \perp EB \\ O'M \perp EB \end{matrix}\right| \Rightarrow (AE)//(O'M)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } (AE) \text{ ស្របនឹង } (O'M)}$ ។

-ទាញបញ្ជាក់ថា $[AM)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BAE$

ដោយ $(AE)//(O'M)$ (សម្រាយខាងលើ)

នាំឱ្យ $O'\hat{M}A = E\hat{A}M$ (1) (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

ហើយ $\Delta O'AM$ ជាត្រីកោណសមបាត

(ព្រោះ $O'A = O'M$ កាំរង្វង់ផ្ចិត $O'$ ដូចគ្នា)

នាំឱ្យ $O'\hat{M}A = O'\hat{A}M$ (2) (មុំបាត $\Delta$ សមបាត)

ផ្ទឹម (1) និង (2) យើងបាន :

$E\hat{A}M = O'\hat{A}M$ ឬ $E\hat{A}M = B\hat{A}M$

ដូចនេះ $\boxed{[AM) \text{ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ } \angle BAE}$ ។

២. បង្ហាញថា $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AN]$

រង្វង់វិជ្ជមាត្រ $[OA]$ មាន $M$ នៅលើរង្វង់នេះ

នាំឱ្យ មុំ $O\hat{M}A = 90^o$ នោះ $AM \perp MO$

ឬ $AN \perp MO$ (ព្រោះ $N$ ជាបន្ទាយនៃ $AM$ )

រង្វង់ផ្ចិត $O$ មាន $AN$ ជាអង្កត់ធ្នូ និង $AN \perp MO$

នាំឱ្យ $MA = MN$ ព្រោះ

កាំកែងនឹងអង្កត់ធ្នូត្រង់ចំណុចកណ្តាលជានិច្ច

ដូចនេះ $\boxed{M \text{ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ } [AN]}$ ។

៣. តើ $G$ ជាអ្វីចំពោះត្រីកោណ $ANB$

ក្នុង $\Delta ANB$ មានចំណុច $M$ កណ្តាល $AN$ និង $O$

កណ្តាល $AB$ នាំឱ្យ អង្កត់ $BM$ និង $ON$ ជាមេដ្យាន

ទាំងពីរនៃត្រីកោណនេះ ។

ដោយមេដ្យាន $BM$ និង $ON$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $G$

នោះ មេដ្យានទីបី ក៏កាត់តាមចំណុច $G$ នេះដែរ ។

ដូចនេះ $\boxed{G \text{ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ } ANB}$ ។

-គណនា $OG$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$

តាមលក្ខណៈមេដ្យាន $OG = \frac{1}{3} \cdot ON$

តែ $ON = OA = \frac{AB}{2} = \frac{4R}{2} = 2R$ (កាំរង្វង់ដូចគ្នា)

នាំឱ្យ $OG = \frac{1}{3} \cdot 2R = \frac{2}{3}R$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } OG = \frac{2}{3}R}$ ។

៤. បង្ហាញថា $(MP) \perp (AB)$

គេបាន $AP \perp BE$ និង $BP \perp AN$ ព្រោះ $E$ និង $N$

នៅលើរង្វង់វិជ្ជមាត្រ $[AB]$ វាជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់

ក្នុង $\Delta APB$ មាន $AP \perp BE$ និង $BP \perp AN$

នោះ $BE$ និង $AN$ ជាកម្ពស់ទាំងពីរនៃត្រីកោណនេះ

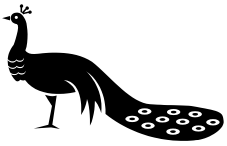
ហើយ $M$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃកម្ពស់ $BE$ និង $AN$

នោះកម្ពស់ទីបី ត្រូវកាត់តាម $M$ ហើយកែងនឹង

ជ្រុងទីបីនៃត្រីកោណនេះ មានន័យថា $(MP) \perp (AB)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } (MP) \perp (AB)}$ ។

*សូមមានសំណាងល្អ*



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១៤ កក្កដា ១៩៩៣**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**

ពីសម្លួម 1993

## I. ពីជគណិត

១. គេឱ្យកន្សោម $A(x)=(x-2)(x-3)-(2-x)(5-x)-4+x^2$ ។

ក. ពន្លាតកន្សោមខាងលើនេះ រួចសរសេរតាមលំដាប់ស្ងួយគុណចុះនៃ $x$ ។

ខ. សរសេរ $A(x)$ ជារាងផលគុណកត្តា ។

គ. សម្រួលប្រភាគសនិទាន $F(x)=\dfrac{A(x)}{5(x-2)-x(x-2)}$ ។ កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $F(x)=0$ ។

២. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ តាងអនុគមន៍ $y=x+4$ និង $y=5-x$ ។

រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

## II. ចរណីមាត្រ

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ ។ គូសបន្ទាត់ $(D)$ ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ $P$ ។ $A$ ជាចំណុចមួយនៃ $(D)$ ។ រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[OA]$ កាត់កន្ទុះបន្ទាត់ពុះ $\angle OAP$ ត្រង់ $H$ ។ បន្ទាយនៃ $[OH]$ កាត់បន្ទាត់ $(D)$ ត្រង់ $M$ ។

១. បង្ហាញថារង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[OA]$ កាត់តាមចំណុច $P$ ។

២. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $AOM$ ។

៣. គូសកម្ពស់ $[MK]$ នៃត្រីកោណ $AOM$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $MK=R$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

១. គេមាន $A(x)=(x-2)(x-3)-(2-x)(5-x)-4+x^2$

ក. ពន្លាតកន្សោម និងសរសេរតាមលំដាប់ស្ងួយគុណចុះ

$$\begin{aligned}A(x)&=(x-2)(x-3)-(2-x)(5-x)-4+x^2\\&=x^2-3x-2x+6-10+2x+5x-x^2-4+x^2\\&=x^2-5x+6-10+7x-x^2-4+x^2\\&=x^2+2x-8\end{aligned}$$

ដូចនេះ ពន្លាតកន្សោមបាន $A(x)=x^2+2x-8$ ។

ខ. សរសេរ $A(x)$ ជារាងផលគុណកត្តា

$$\begin{aligned}A(x)&=(x-2)(x-3)-(2-x)(5-x)-4+x^2\\&=(x-2)(x-3)+(x-2)(5-x)+(x^2-4)\\&=(x-2)(x-3)+(x-2)(5-x)+(x-2)(x+2)\\&=(x-2)(x-3+5-x+x+2)\\&=(x-2)(x+4)\end{aligned}$$

ដូចនេះ ដាក់ $A(x)$ ជាផលគុណកត្តាបានគឺ : $A(x)=(x-2)(x+4)$ ។

គ. សម្រួលប្រភាគសនិទាន $F(x)$ :

តេមាន $F(x)=\dfrac{A(x)}{5(x-2)-x(x-2)}$

ឬ $F(x)=\dfrac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(5-x)}=\dfrac{x+4}{5-x}$

ដែល $x-2\neq 0 \Rightarrow x\neq 2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } F(x)=\dfrac{x+4}{5-x}}$ ។

- កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $F(x)=0$

បើ $F(x)=0$ នោះ $\dfrac{x+4}{5-x}=0$

តេបាន $\begin{cases}x+4=0\\5-x\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-4\\x\neq 5\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } F(x)=0 \text{ កំណត់បានតម្លៃ } x=-4}$ ។

២. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$

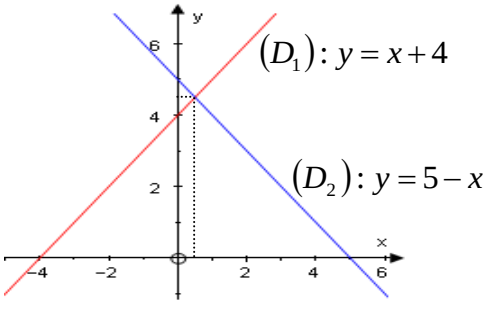
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ

$(D_1)$ : $y=x+4$

| $x$ | $-4$ | $0$ |
|---|---|---|
| $y$ | $0$ | $4$ |

$(D_2)$ : $y=5-x$

| $x$ | $0$ | $5$ |
|---|---|---|
| $y$ | $5$ | $0$ |




-រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ

យើងបាន $x+4=5-x$

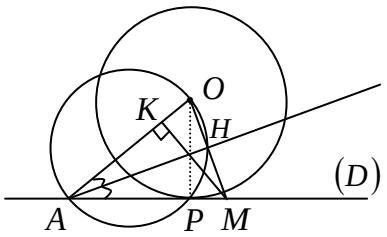
ឬ $2x=1 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$

ចំពោះ $x=\dfrac{1}{2}: y=5-x=5-\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ទាំងពីរគឺ } \left(\dfrac{1}{2},\dfrac{9}{2}\right)}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបានដូចខាងក្រោម :




១. បង្ហាញថារង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[OA]$ កាត់តាមចំណុច $P$ បន្ទាត់ប៉ះ $(D)$ កែងនឹងកាំរង្វង់ $OP$ ត្រង់ចំណុចប៉ះ $P$ នាំឱ្យ មុំ $\angle OPA=90^o$ (ព្រោះ $A$ នៅលើ $(D)$) ហើយ $[OA]$ អង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ នោះមានន័យថា $\angle OPA$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ អង្កត់ផ្ចិត $[OA]$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត } [OA] \text{ កាត់តាមចំណុច } P}$ ។

២. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $AOM$

ដោយ $H$ ជាចំណុចនៅលើរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[OA]$

នាំឱ្យ $AH\perp OH$ ឬ $AH\perp OM$

(ព្រោះ $M$ នៅលើបន្ទាយ $OH$ )

ដោយ $\Delta AOM$ មាន $AH$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះផង និង ជាកម្ពស់ផង លុះត្រាតែ $\Delta AOM$ ជាត្រីកោណសមបាត

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } AOM \text{ ជាត្រីកោណសមបាត}}$ ។

វិបាក $AM=AO$

៣. ស្រាយបំភ្លឺថា $MK=R$

ដោយ $\angle OPA=90^o$ នោះ $[OP]$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta AOM$ ហើយបម្រាប់ $[MK]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $AOM$ ក្នុង $\Delta AOM$ មាន $[OP]$ និង $[MK]$ ជាកម្ពស់រៀងគ្នា ត្រូវនឹងជ្រុង $AM$ និង $AO$ ដែល $AM=AO$

នាំឱ្យ $MK=OP=R$ (ព្រោះ $OP=R$ កាំរង្វង់)

ដូចនេះ $\boxed{\text{បំភ្លឺបានថា } MK=R}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១២ កក្កដា ១៩៩៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**



## I. ពីជគណិត

១. ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $x=3\sqrt{5}$ និង $y=2\sqrt{11}$ ។

ខ. សម្រួលកន្សោម $E=\dfrac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ។

២. គេឱ្យកន្សោម : $A(x)=x^2-4x+4+(x+3)(6-3x)+5(x^2-4)$ ។

ក. ពន្លាតកន្សោម $A(x)$ រួចរៀបតាមលំដាប់ស្ថ័យគុណចុះនៃ $x$ ។

ខ. ដាក់ $A(x)$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ $A(x)=0$ , $A(x)=2$ ។

ឃ. គេឱ្យប្រភាគ $F(x)=\dfrac{A(x)}{(3x-1)(4-x)}$ រកតម្លៃ $x$ ដែលធ្វើឱ្យ $F(x)$ មានន័យ រួចសម្រួល $F(x)$ ។

៣. ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ សង់បន្ទាត់ $(D_1): y=x-2$ និង $(D_2): y=4-x$ ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $I$ រវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ ដែលមានអង្កត់ផ្ចិតពីរគឺ $[AB]$ និង $[CD]$ កែងគ្នា ។ $E$ ជាចំណុចមួយនៃ $[OA]$ ។

១. ប្រាប់ឈ្មោះនៃត្រីកោណ $CED$ ។

២. តាមចំណុច $C$ គេគូសបន្ទាត់កែងនឹង $(CE)$ ហើយតាម $D$ គេគូសបន្ទាត់កែងនឹង $(DE)$ ។ បន្ទាត់ទាំងពីរនេះប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $F$ ។

ក. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $CEF$ និងត្រីកោណ $DEF$ ។

ខ. បង្ហាញថា $F$ នៅលើបន្ទាត់ $(AB)$ ។

៣. $H$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច $E$ ធៀបនឹងចំណុច $O$ ។

ក. ប្រាប់ឈ្មោះចតុកោណ $CEDH$ ។

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $H$ ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ $CDF$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

**១. ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $x=3\sqrt{5}$ និង $y=2\sqrt{11}$**

យើងមាន $x=3\sqrt{5}$ និង $y=2\sqrt{11}$

នាំឱ្យ $x=3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\cdot 5}=\sqrt{9\cdot 5}=\sqrt{45}$

$y=2\sqrt{11}=\sqrt{2^2\cdot 11}=\sqrt{4\cdot 11}=\sqrt{44}$

ដោយ $\sqrt{45}>\sqrt{44} \Rightarrow x>y$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធៀបបាន } x>y}$ ។

**ខ. សម្រួលកន្សោម $E$ :**

គេមាន $E=\dfrac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{5\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)+3\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2}$

$=\dfrac{8\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{5-3}$

$=\dfrac{2\left(4\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{2}=4\sqrt{5}+\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } E=4\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ។

**២. គេឱ្យកន្សោម :**

$A(x)=x^2-4x+4+(x+3)(6-3x)+5\left(x^2-4\right)$

**ក. ពន្លាត $A(x)$ រួចរៀបតាមលំដាប់ស្វ័យគុណចុះនៃ $x$**

$A(x)=x^2-4x+4+(x+3)(6-3x)+5\left(x^2-4\right)$

$=x^2-4x+4-3x^2-3x+18+5x^2-20$

$=3x^2-7x+2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ពន្លាតបាន } A(x)=3x^2-7x+2}$ ។

**ខ. ដាក់ $A(x)$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១**

$A(x)=3x^2-7x+2$

$=3x^2-x-6x+2$

$=x(3x-1)-2(3x-1)$

$=(3x-1)(x-2)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលគុណកត្តា } A(x)=(3x-1)(x-2)}$ ។

**គ. ដោះស្រាយសមីការ :**

យើងមាន $A(x)=(3x-1)(x-2)$

-ចំពោះ $A(x)=0$ នោះ $(3x-1)(x-2)=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}3x-1=0\\x-2=0\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}3x=1\\x=2\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}x=\dfrac{1}{3}\\x=2\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } A(x)=0 \text{ នោះ } x=\dfrac{1}{3},\ x=2}$ ។

-ចំពោះ $A(x)=2$ នោះ $3x^2-7x+2=2$

ឬ $3x^2-7x=0 \Rightarrow (3x-7)x=0$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}3x-7=0\\x=0\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}3x=7\\x=0\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}x=\dfrac{7}{3}\\x=0\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បើ } A(x)=2 \text{ នោះ } x=\dfrac{7}{3},\ x=0}$ ។

**ឃ. រកតម្លៃ $x$ ដែលធ្វើឱ្យ $F(x)$ មានន័យ**

យើងមាន $F(x)=\dfrac{A(x)}{(3x-1)(4-x)}$

ប្រភាគ $F(x)$ មានន័យ លុះត្រាតែភាគបែងខុសពី 0

គេបាន $\begin{bmatrix}3x-1\neq 0\\4-x\neq 0\end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix}3x\neq 1\\x\neq 4\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}x\neq \dfrac{1}{3}\\x\neq 4\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{F(x) \text{ មានន័យ កាលណា } x\neq\dfrac{1}{3},\ x\neq 4}$ ។

សម្រួល $F(x)=\dfrac{A(x)}{(3x-1)(4-x)}$

$=\dfrac{(3x-1)(x-2)}{(3x-1)(4-x)}=\dfrac{x-2}{4-x}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } F(x)=\dfrac{x-2}{4-x}}$ ។

៣. ក. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ ក្នុងតម្រុយ $(xoy)$

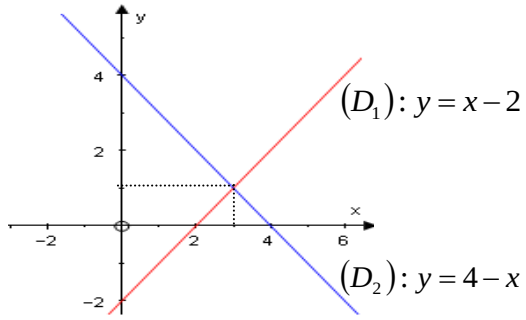
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ

$(D_1): y=x-2$

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-2$ | 0 |

$(D_2): y=4-x$

| $x$ | 0 | 4 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 0 |




ខ. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ $I$ នៃបន្ទាត់ទាំងពីរ

យើងមាន $(D_1): y=x-2$ និង $(D_2): y=4-x$

ដោយធ្វើមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ

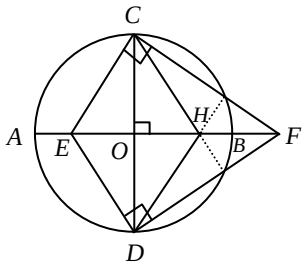
គេបាន $x-2=4-x \Leftrightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$

ចំពោះ $x=3$ នោះ $y=x-2=3-2=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ } I(3,1)}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. ប្រាប់ឈ្មោះនៃត្រីកោណ $CED$

ដោយអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ និង $[CD]$ កែងគ្នា

ហើយ $E$ ជាចំណុចមួយនៃ $[OA]$ នោះ $E$ ស្ថិតនៅ

លើមេដ្យាទ័រ $[AB]$ នៃអង្កត់ $[CD]$

នាំឱ្យ $EC=ED$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } CED \text{ ជាត្រីកោណសមបាត}}$ ។

២. ក. ប្រៀបធៀប $\Delta CEF$ និង $\Delta DEF$

ត្រីកោណទាំងពីរមាន $EC \perp CF$ និង $ED \perp DF$

នោះមុំ $E\hat{C}F = E\hat{D}F = 90^o$

នាំឱ្យ $\Delta CEF$ និង $\Delta DEF$ ជាត្រីកោណកែងទាំងពីរ

ដែលមាន : - ជ្រុង $EC=ED$ (បញ្ជាក់ខាងលើ)

-អ៊ីប៉ូតេនុសរួម $EF$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta CEF \cong \Delta DEF \text{ តាមករណី អ.ជ}}$ ។

វិបាក $CF=DF$

ខ. បង្ហាញថា $F$ នៅលើបន្ទាត់ $(AB)$

តាមវិបាកខាងលើ $CF=DF$ មានន័យថា $F$ ត្រូវ

ស្ថិតនៅលើមេដ្យាទ័រ នៃអង្កត់ $[CD]$

ហើយមេដ្យាទ័រនៃ $[CD]$ គឺ $(AB)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឃើញថា } F \text{ នៅលើបន្ទាត់ } (AB)}$ ។

៣. ក. ប្រាប់ឈ្មោះចតុកោណ $CEDH$ ។

$H$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច $E$ ធ្យៀបនឹងចំណុច $O$

នាំឱ្យ $OE=OH$ ដែល $E$ និង $H$ នៅលើ $[AB]$

ហើយ $OC=OD$ (កាំរង្វង់ផ្ចិត $O$ ដូចគ្នា)

និងមាន $[EH] \perp [CD]$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $O$

នោះ $CEDH$ ជាចតុកោណមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នា

ត្រង់ចំណុចកណ្តាល ហើយវាគ្មានមុំកែង

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } CEDH \text{ ជាចតុកោណស្មើ}}$ ។

វិបាក : $CE // DH$ និង $ED // CH$

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $H$ ជាអរតូសង់នៃ $\Delta CDF$

ដោយ $\left.\begin{matrix} CE // DH \\ CE \perp CF \end{matrix}\right| \Rightarrow DH \perp CF$

$\left.\begin{matrix} ED // CH \\ ED \perp DF \end{matrix}\right| \Rightarrow CH \perp DF$

ហើយ $FH \perp CD$ ព្រោះ $F$ និង $H$ នៅលើ $(AB)$

នាំឱ្យ $\Delta CDF$ មាន $DH, CH, FH$ ជាកម្ពស់

ដូចនេះ $\boxed{H \text{ ជាអរតូសង់នៃ } \Delta CDF}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១៣ កក្កដា ១៩៩៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី១) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**

ឆ្នាំសម្លឹម 1995

## I. ពីជគណិត

១. ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{1-2x}{x}=\frac{2x-3}{x}$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ : $2-(1-3x)>2x-3$ រួចបកស្រាយចម្លើយនៅលើអ័ក្ស ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\frac{5}{x-3}-\frac{x-2}{x^2-9}+\frac{x-1}{2x+6}=\frac{x^2+4x+37}{2(x^2-9)}$ ។

៤. សម្រួលប្រភាគ : $A=\frac{(x^2+2x-6)^2-(x^2-2x-2)^2}{x^2-4}$ ។

៥. គណនាតម្លៃលេខនៃប្រភាគ : $F=\frac{x^2-3x+2}{x^2+1}$ ចំពោះ $x=1$ ; $x=\sqrt{3}$ ។

៦. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ សង់បន្ទាត់ $(D_1): y_1=1-2x$ ; $(D_2): y_2=2x-3$ រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. តាមកំពូលនៃត្រីកោណសមបាត $DEF$ គេគូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់បាត $[EF]$ ត្រង់ $G$ និងកាត់រង្វង់ $(C)$ ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $DEF$ ត្រង់ $H$ ។ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $DEG$ និងត្រីកោណ $DEH$ រួចបង្ហាញថា $DE^2=DG\cdot DH$ ។

២. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $MNPQ$ ដែលមុំ $\hat{N}=120^o$ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\hat{M}$ កាត់ $[NP]$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $I$ ។

ក. កំណត់រាងត្រីកោណ $NMI$ រួចប្រៀបធៀប $MN$ និង $NP$ ។

ខ.តាង $J$ ជាចំណោលកែងនៃ $I$ លើ $[MQ]$ ។ គណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ $MIJ$ ។

គ.តាង $I'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $I$ ធៀបនឹង $(MQ)$ ។ កំណត់រាងត្រីកោណ $MII'$ រួចប្រៀបធៀប $IJ$ និង $MI'$ ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន $\frac{1-2x}{x}=\frac{2x-3}{x}$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $x\neq 0$

យើងបាន $\frac{1-2x}{x}=\frac{2x-3}{x}$

$1-2x=2x-3$ (លុបភាគបែងចោល)

$1-2x=2x-3$

$-2x-2x=-3-1$

$-4x=-4$

$x=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=1}$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ :

យើងមាន $2-(1-3x)>2x-3$

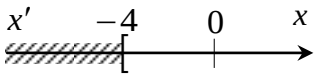
$1+3x>2x-3$

$x>-4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{វិសមីការមានចម្លើយ } x>-4}$ ។

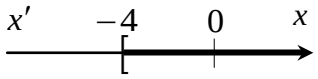
-បកស្រាយលើអ័ក្ស

* ចំពោះ កម្មវិធីចាស់




ផ្នែកមិនរងូតជាចម្លើយនៃវិសមីការ ។

* ចំពោះ កម្មវិធីថ្មី




ផ្នែកគូសឱត ជាចម្លើយនៃវិសមីការ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$\frac{5}{x-3}-\frac{x-2}{x^2-9}+\frac{x-1}{2x+6}=\frac{x^2+4x+37}{2(x^2-9)}$

ពិនិត្យអង្គទី១ : (រៀបចំឱ្យដូចអង្គទី២)

$\frac{5}{x-3}-\frac{x-2}{x^2-9}+\frac{x-1}{2x+6}$

$=\frac{2\cdot 5\cdot(x+3)}{2(x-3)(x+3)}-\frac{2(x-2)}{2(x^2-9)}+\frac{(x-1)(x-3)}{2(x+3)(x-3)}$

$=\frac{10x+30}{2(x^2-9)}-\frac{2x-4}{2(x^2-9)}+\frac{x^2-4x+3}{2(x^2-9)}$

$=\frac{10x+30-2x+4+x^2-4x+3}{2(x^2-9)}$

$=\frac{x^2+4x+37}{2(x^2-9)}$

ឃើញថាលទ្ធផលនៃអង្គទី១ ដូចអង្គទី២ជាប្រាកដ

ដូចនេះ $\boxed{\frac{5}{x-3}-\frac{x-2}{x^2-9}+\frac{x-1}{2x+6}=\frac{x^2+4x+37}{2(x^2-9)}}$ ។

៤. សម្រួលប្រភាគ :

$A=\frac{(x^2+2x-6)^2-(x^2-2x-2)^2}{x^2-4}$

$=\frac{(x^2+2x-6-x^2+2x+2)(x^2+2x-6+x^2-2x-2)}{x^2-4}$

$=\frac{(4x-4)(2x^2-8)}{x^2-4}$

$=\frac{4(x-1)\cdot 2(x^2-4)}{x^2-4}$

$=8(x-1)$

ដែល $x^2-4\neq 0 \Leftrightarrow x^2\neq 4 \Rightarrow x\neq \pm 2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } A=8(x-1)}$ ។

៥. គណនាតម្លៃលេខនៃប្រភាគ $F$ ចំពោះតម្លៃ $x$ :

យើងមាន $F=\frac{x^2-3x+2}{x^2+1}$

-ចំពោះ $x=1$

គេបាន $F=\frac{1^2-3\cdot 1+2}{1^2+1}=\frac{0}{2}=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំពោះ } x=1 \text{ នោះ } F=0}$ ។

-ចំពោះ $x=\sqrt{3}$

គេបាន $F=\frac{\sqrt{3}^2-3\cdot\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}^2+1}=\frac{5-3\sqrt{3}}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំពោះ } x=\sqrt{3} \text{ នោះ } F=\frac{5-3\sqrt{3}}{4}}$ ។

៦. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ ក្នុងតម្រុយ $(xoy)$

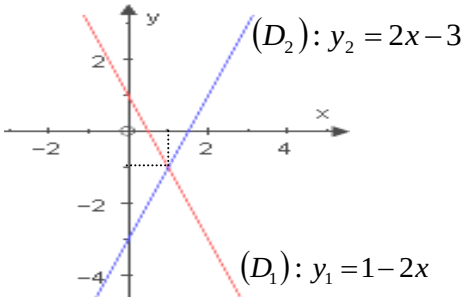
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់

$(D_1): y_1 = 1-2x$ :

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 1 | $-1$ |

$(D_2): y_2 = 2x-3$ :

| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | 1 |




-រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ :

ដោយ $(D_1): y_1 = 1-2x$ និង $(D_2): y_2 = 2x-3$

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ :

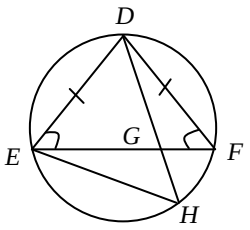
$$1-2x = 2x-3$$
$$4x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $y = 1-2x = 1-2\cdot 1 = -1$

ដូចនេះ **កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វគឺ $(1\,,-1)$** ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :




ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $DEG$ និងត្រីកោណ $DEH$

ដោយត្រីកោណ $DEG$ និងត្រីកោណ $DEH$ មាន :

-មុំ $\angle EDG = \angle EDH$ (មុំរួម)

-មុំ $\angle DEG = \angle DHE$ ព្រោះ

មុំ $\angle DEG = \angle DFE$ (មុំបាតនៃ $\Delta$ សមបាត)

តែ $\angle DFE = \angle DHE$ (មុំមានផ្នូស្មាត់រួម $DE$)

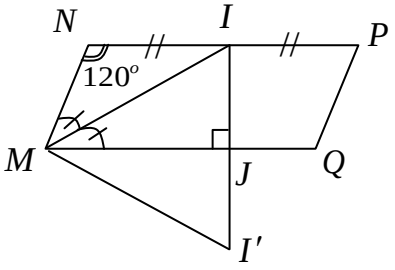
ដូចនេះ **$\Delta DEG \sim DEH$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម** ។

-វិបាក $\sim \dfrac{\Delta DEG}{\Delta DHE} \Rightarrow \dfrac{DE}{DH} = \dfrac{DG}{DE}$

ទាញបានពីសមាមាត្រ $DE^2 = DG\cdot DH$

ដូចនេះ **យើងបង្ហាញបានថា $DE^2 = DG\cdot DH$** ។

២. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :




ក-កំណត់រាងត្រីកោណ $NMI$

បម្រាប់ $\hat{N} = 120^o$ នោះ $N\hat{M}Q = 60^o$ (ព្រោះ

ផលបូកមុំជាប់ជ្រុងតែមួយនៃប្រលេឡូក្រាមស្មើ $180^o$)

ហើយ $MI$ ពុះមុំ $N\hat{M}Q = 60^o$

នាំឱ្យបាន $N\hat{M}I = I\hat{M}J = 30^o$

ដោយក្នុង $\Delta NMI$ មាន $\hat{N} = 120^o$ និង $N\hat{M}I = 30^o$

នាំឱ្យ $N\hat{I}M = 30^o$ (ផលបូកមុំក្នុងនៃ $\Delta$ ស្មើ $180^o$)

ដូចនេះ **ត្រីកោណ $NMI$ ជាត្រីកោណសមបាត** ។

វិបាក $MN = IN$

ហើយ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[NP]$ នោះ $IN = \dfrac{1}{2}NP$

ដូចនេះ **យើងប្រៀបធៀបបាន $MN = \dfrac{1}{2}NP$** ។

ខ- គណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ $MIJ$

ដោយ $J$ ជាចំណោលកែងនៃ $I$ លើ $[MQ]$

នាំឱ្យ $I\hat{J}M = 90^o$

ហើយ $I\hat{M}J = 30^o$ (សម្រាយបញ្ជាក់ខាងលើ)

គេបាន $M\hat{I}J = 60^o$ (ផលបូកមុំក្នុងនៃ $\Delta$ ស្មើ $180^o$)

ដូចនេះ **រង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ $MIJ$ គឺ :**
**$I\hat{J}M = 90^o, I\hat{M}J = 30^o, M\hat{I}J = 60^o$** ។

គ- កំណត់រាងត្រីកោណ $MII'$

ដោយ $J$ ជាចំណោលកែងនៃ $I$ លើ $[MQ]$

នាំឱ្យ $II' \perp MJ$ ត្រង់ $J$

ហើយ $I'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $I$ ធ្យៀបនឹង $(MQ)$

នាំឱ្យ $JI = JI'$

គេបាន $M$ ជាចំណុចនៅលើមេដ្យាទ័រ $MJ$

នោះនាំឱ្យ $MI = MI'$

-ដោយក្នុង $\Delta MII'$ មាន $\begin{vmatrix} MI = MI' \\ M\hat{I}I' = M\hat{I}J = 60^o \end{vmatrix}$

មានន័យថា វាជាត្រីកោណសមបាតមានមុំមួយស្មើ $60^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ត្រីកោណ } MII' \text{ ជាត្រីកោណសម័ង្ស}}$ ។

វិបាក $MI' = II'$

ហើយ $JI = JI'$ មានន័យថា $J$ កណ្តាលអង្កត់ $II'$

នោះ $IJ = \frac{1}{2}II'$ ឬ $IJ = \frac{1}{2}MI'$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធ្យៀបបាន } IJ = \frac{1}{2}MI'}$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ២២ សីហា ១៩៩៥**

ពិសម្លួម 1995

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី២) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**

## I. ពីជគណិត

១. គេឱ្យ : $A=[(x-1)-(3x-2)]^2-[(x-1)^2+(3x-2)^2]$ ។

ក. ដាក់កន្សោម $A$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 នៃ $x$ ។

ខ. សម្រួលកន្សោម $B=\dfrac{A}{2x^2-2}$ ។

គ. គណនាតម្លៃ $x$ កាលណា $B=\sqrt{3}$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ : $\dfrac{5x+4}{5}-6x+2\geq 4-\dfrac{x-5}{3}$ ។ រួចបកស្រាយតាមក្រាភិច ។

៣. ក. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច : $\begin{cases}3x+2y=0\\3x-y+7=0\end{cases}$ ។

ខ. រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយតាមការគណនា ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យត្រីកោណកែងសមបាត $ABC$ កែងត្រង់ $A$ ហើយ $AB=AC=a$ ។ $DAC$ ក៏ជាត្រីកោណកែងសមបាត កែងត្រង់ $D$ ។ ត្រីកោណទាំងពីរនេះស្ថិតនៅសងខាងជ្រុងរួម $[AC]$ ។

១. កំណត់ប្រភេទចតុកោណ $ABCD$ ។

២. គណនា $BC$ ; $AD$ ; $BD$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

៣. អង្កត់ផ្ទៃង $[AC]$ និង $[BD]$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $O$ ។ គណនា $OA$ , $OC$ , $OB$ , $OD$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

៤. បង្ហាញថា $\Delta AOD$ និង $\Delta BOC$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។ រួចគណនាផលធ្យៀបដំណូច ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

**១.** មាន $A=[(x-1)-(3x-2)]^2-[(x-1)^2+(3x-2)^2]$

ក. ដាក់កន្សោម $A$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 នៃ $x$

$$\begin{aligned}A&=[(x-1)-(3x-2)]^2-[(x-1)^2+(3x-2)^2]\\&=(x-1)^2-2(x-1)(3x-2)+(3x-2)^2\\&\quad-(x-1)^2-(3x-2)^2\\&=-2(x-1)(3x-2)\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=-2(x-1)(3x-2)\text{ ជាផលគុណកត្តា}}$ ។

ខ. សម្រួលកន្សោម $B=\dfrac{A}{2x^2-2}$

ដោយ $A=-2(x-1)(3x-2)$

តេបាន $B=\dfrac{-2(x-1)(3x-2)}{2x^2-2}$

$$\begin{aligned}&=\frac{-2(x-1)(3x-2)}{2(x^2-1)}\\&=\frac{-2(x-1)(3x-2)}{2(x-1)(x+1)}\\&=\frac{-(3x-2)}{(x+1)}\quad,\ x-1\neq 0\Rightarrow x\neq 1\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន }B=\dfrac{-3x+2}{x+1}}$ ។

គ. គណនាតម្លៃ $x$ កាលណា $B=\sqrt{3}$

សមីការ $B$ មានន័យកាលណា $x+1\neq 0$ ឬ $x\neq -1$

តេបាន $\sqrt{3}=\dfrac{-3x+2}{x+1}$

$$\begin{aligned}\sqrt{3}x+\sqrt{3}&=-3x+2\\\sqrt{3}x+3x&=2-\sqrt{3}\\(\sqrt{3}+3)x&=2-\sqrt{3}\\x&=\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3}\\x&=\frac{(2-\sqrt{3})(\sqrt{3}-3)}{(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)}\\x&=\frac{2\sqrt{3}-6-3+3\sqrt{3}}{3-9}=\frac{-9+5\sqrt{3}}{-6}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានតម្លៃ }x=\dfrac{9-5\sqrt{3}}{6}}$ ។

**២.** ដោះស្រាយវិសមីការ :

យើងមាន $\dfrac{5x+4}{5}-6x+2\geq 4-\dfrac{x-5}{3}$

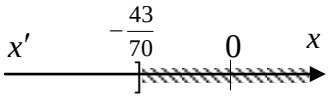
យើងតម្រូវភាគបែងរួម 15 រួចលុបភាគបែងរួមចោល

$$\begin{aligned}15x+12-90x+30&\geq 60-5x+25\\-75x+42&\geq -5x+85\\-70x&\geq 43\\x&\leq -\frac{43}{70}\end{aligned}$$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x\leq -\dfrac{43}{70}$ ។

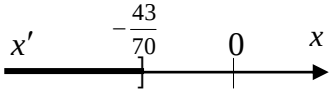
- បកស្រាយតាមក្រាភិច :

* ចំពោះ កម្មវិធីចាស់




ផ្នែកមិនរួតជាចម្លើយនៃវិសមីការ

* ចំពោះ កម្មវិធីថ្មី




ផ្នែកគូសឱ្យតជាចម្លើយនៃវិសមីការ ។

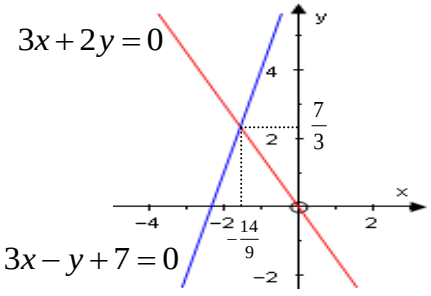
**៣.** ក. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច :

យើងមាន : $\begin{cases}3x+2y=0\\3x-y+7=0\end{cases}$

ប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់ក្រាភិចនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ

$\begin{cases}3x+2y=0 & \begin{array}{c|c|c}x&0&2\\\hline y&0&-3\end{array}\\3x-y+7=0 & \begin{array}{c|c|c}x&-2&-1\\\hline y&1&4\end{array}\end{cases}$

យើងសង់ក្រាភិចដូចរូបខាងក្រោម :




តាមក្រាភិច

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ }\left(-\dfrac{14}{9},\dfrac{7}{3}\right)}$ ។

ខ. ផ្សៀងផ្ទាត់ចម្លើយតាមការគណនា :

យើងមាន $\begin{cases}3x+2y=0\\3x-y+7=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x+2y=0\\3x-y=-7\end{cases}$

ដោយដកអង្គនិងអង្គ នៃសមីការទាំងពីរ

គេបាន $\dfrac{-\begin{cases}3x+2y=0\\3x-y=-7\end{cases}}{3y=7}$ នាំឱ្យ $y=\dfrac{7}{3}$

ចំពោះ $y=\dfrac{7}{3}$ នោះ $3x-y=-7$

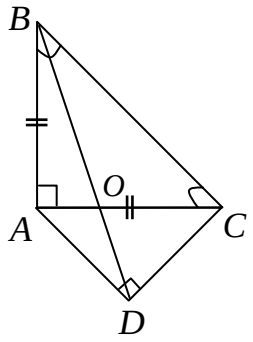
$$3x=\frac{7}{3}-7$$

$$3x=-\frac{14}{3} \Rightarrow x=-\frac{14}{9}$$

ដូចនេះ $\left(x=-\dfrac{14}{9}\,,\ y=\dfrac{7}{3}\right)$ ដូចគណនាតាមក្រាភិច ។

## II. ធរណីមាត្រ

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបានដូចខាងក្រោម :




១. កំណត់ប្រភេទចតុកោណ $ABCD$

ដោយ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត កែងត្រង់ $A$

នាំឱ្យ មុំបាត $A\hat{B}C=A\hat{C}B=45^o$

ហើយ $DAC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត កែងត្រង់ $D$

នាំឱ្យ មុំបាត $D\hat{A}C=D\hat{C}A=45^o$

គេបាន $D\hat{C}B=D\hat{C}A+A\hat{C}B=45^o+45^o=90^o$

នាំឱ្យ $BC\perp CD$ ត្រង់ $C$

-ក្នុងចតុកោណ $ABCD$ មានមុំកែង $D\hat{C}B=90^o$

និង $\left.\begin{matrix}AD\perp CD\\BC\perp CD\end{matrix}\right| \Rightarrow AD//BC$

ដូចនេះ $ABCD$ ជាចតុកោណញាយកែង ។

២. គណនា $BC\,;\,AD\,;\,BD$ ជាអនុគមន៏នៃ $a$

ដោយ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត កែងត្រង់ $A$

មាន $AB=AC=a$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន:

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}$$

$$=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=a\sqrt{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } BC=a\sqrt{2}}$ ។

ដោយ $DAC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត កែងត្រង់ $D$

នាំឱ្យ $AD=CD$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AC^2=AD^2+CD^2$

$$AC^2=2AD^2$$

ទាញបាន $AD^2=\dfrac{AC^2}{2} \Rightarrow AD=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}$

តែ $AC=a$ នាំឱ្យ $AD=\dfrac{a}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } AD=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}$ ។

ក្នុងត្រីកោណកែង $BCD$ កែងត្រង់ $C$

(ព្រោះ $\Delta BCD$ មាន $D\hat{C}B=90^o$ បញ្ជាក់ខាងលើ)

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន :

$$BD^2=BC^2+CD^2$$

$$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}$$

$$BD=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$BD=\sqrt{2a^2+\frac{a^2}{2}}=\sqrt{\frac{5a^2}{2}}=\sqrt{\frac{10a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } BD=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}}$ ។

៣. គណនា $OA\,,\,OC\,,\,OB\,,\,OD$ ជាអនុគមន៏នៃ $a$

ដោយ $[AC]$ និង $[BD]$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $O$

ហើយ $AD//BC$ (សម្រាយខាងលើ)

តាមទ្រឹស្តីបទតាឡែស យើងបានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា

$$\frac{OA}{OC}=\frac{OD}{OB}=\frac{AD}{CB}$$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ គេបាន :

$$\frac{OA}{AD}=\frac{OC}{CB}=\frac{OA+OC}{AD+CB}=\frac{AC}{AD+CB}=$$

$$=\frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}+a\sqrt{2}}=\frac{a}{\frac{a\sqrt{2}+2a\sqrt{2}}{2}}=\frac{a}{\frac{3a\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

នាំឱ្យ $\frac{OA}{AD}=\frac{\sqrt{2}}{3}\Rightarrow OA=\frac{\sqrt{2}AD}{3}=\frac{\sqrt{2}\cdot\frac{a\sqrt{2}}{2}}{3}=\frac{a}{3}$

ហើយ $\frac{OC}{CB}=\frac{\sqrt{2}}{3}\Rightarrow OC=\frac{\sqrt{2}BC}{3}=\frac{\sqrt{2}\cdot a\sqrt{2}}{3}=\frac{2a}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } OA=\frac{a}{3} \text{ និង } OC=\frac{2a}{3}}$ ។

-ក្នុងត្រីកោណកែង $ABO$ កែងត្រង់ $A$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $OB^2=AB^2+OA^2$

$$OB=\sqrt{AB^2+OA^2}$$

$$=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{3}\right)^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{9}}=\sqrt{\frac{10a^2}{9}}=\frac{a\sqrt{10}}{3}$$

- ដោយ $OD=BD-OB=\frac{a\sqrt{10}}{2}-\frac{a\sqrt{10}}{3}$

$$=\frac{3a\sqrt{10}-2a\sqrt{10}}{6}$$

$$=\frac{a\sqrt{10}}{6}$$

ដូចនេះ $\boxed{OB=\frac{a\sqrt{10}}{3} \text{ និង } OD=\frac{a\sqrt{10}}{6}}$ ។

៤. បង្ហាញថា $\Delta AOD$ និង $\Delta BOC$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា

ដោយ $\Delta AOD$ និង $\Delta BOC$ មាន:

-មុំ $O\hat{A}D=O\hat{C}B=45^o$ ( មុំបាតត្រីកោណសមបាត)

-មុំ $A\hat{O}D=C\hat{O}B$ ( មុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta AOD\sim\Delta BOC \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ } \text{ម.ម}}$ ។

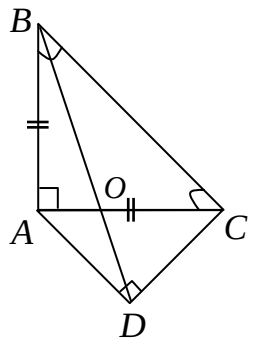
វិបាក $\sim\left|\frac{\Delta OAD}{\Delta OCB}\right.\Rightarrow\frac{OA}{OC}=\frac{OD}{OB}=\frac{AD}{CB}$

តែ $\frac{OA}{OC}=\frac{\frac{a}{3}}{\frac{2a}{3}}=\frac{a}{3}\times\frac{3}{2a}=\frac{1}{2}$

នាំឱ្យ $\frac{OA}{OC}=\frac{OD}{OB}=\frac{AD}{CB}=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលធ្យៀបដំណូចគណនាបានគឺ } \frac{1}{2}}$ ។

រូបដដែល គ្រាន់តែស្រួសមើលប៉ុណ្ណោះ !!!!




សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០១ កក្កដា ១៩៩៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី១) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**






## I. ពីជគណិត

១. គណនាកន្សោម $E=(-3)^3+(-2)^4-5^2$ ។

២. សរសេរពហុធាខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

ក. $x^2-18x+18$

ខ. $4x^2-25$ ។

៣. គេឱ្យសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ បង្ហាញថា $\frac{a}{c}=\frac{2a+3b}{2c+3d}$ ។

៤. គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ ដែលមានសមីការ $(D): y+x=5$ និង $(D'): 2y=3x$ ។

ក. សង់បន្ទាត់ $(D)$ និង $(D')$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ ។

ខ. ប្រាប់មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់នីមួយៗ ។

គ. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ $P$ រវាង $(D)$ និង $(D')$ ។

៥. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ $A$ ។

១. $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BC]$ ។ ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ $IAC$ ។

២. $O$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។ ប្រាប់ឈ្មោះនៃចតុកោណ $OICA$ ។

៣. គណនា $BC$ បើ $AB=3cm$ ; $AC=4cm$ ។

៤. រង្វង់អង្កត់ផ្តិត $[AB]$ កាត់រង្វង់អង្កត់ផ្តិត $[AC]$ ត្រង់ចំណុចមួយទៀត $M$ ។

ក. បញ្ជាក់ថា $M$ ស្ថិតនៅលើ $[BC]$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AB^2=BM\times BC$ ។

## ចម្លើយ

### I. ពីជគណិត

១. គណនាកន្សោម $E$ :

យើងមាន $E=(-3)^3+(-2)^4-5^2$

$=-27+16-25$

$=-36$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } E=-36}$ ។

២. សរសេរពហុធាខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

ក. $x^2-18x+81=x^2-2\cdot x\cdot 9+9^2$

$=x^2-2\cdot x\cdot 9+9^2$

$=(x-9)^2=(x-9)(x-9)$

ដូចនេះ $\boxed{x^2-18x+81=(x-9)(x-9)}$ ។

ខ. $4x^2-25=(2x)^2-5^2$

$=(2x-5)(2x+5)$ ,

ដូចនេះ $\boxed{4x^2-25=(2x-5)(2x+5)}$ ។

៣. បង្ហាញថា $\frac{a}{c}=\frac{2a+3b}{2c+3d}$

យើងមានសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ នោះ $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ យើងអាចសរសេរបាន :

$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}=\frac{2a}{2c}=\frac{3b}{3d}=\frac{2a+3b}{2c+3d}$

ទាញបាន $\frac{a}{c}=\frac{2a+3b}{2c+3d}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងបង្ហាញបានថា } \frac{a}{c}=\frac{2a+3b}{2c+3d}}$ ។

៤. ក. សង់បន្ទាត់ $(D)$ និង $(D')$ ក្នុងតម្រុយ $(xoy)$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងនេះ

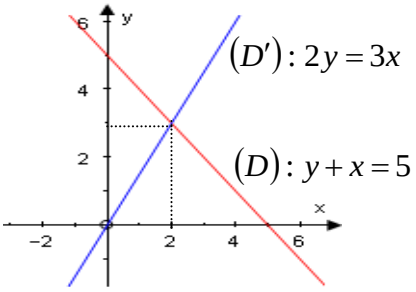
$(D): y+x=5$ :

| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 3 |

$(D'): 2y=3x$ :

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 3 |

-យើងសង់ $(D)$ និង $(D')$ បានដូចរូបខាងក្រោម :




ខ. ប្រាប់មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់នីមួយៗ

បន្ទាត់ $(D): y+x=5$ ឬ $(D): y=-x+5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ } (D) \text{ គឺ } a=-1}$

បន្ទាត់ $(D'): 2y=3x$ ឬ $(D'): y=\frac{3}{2}x$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ } (D') \text{ គឺ } a'=\frac{3}{2}}$ ។

គ. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ $P$

យើងមាន $(D): y=-x+5$ និង $(D'): y=\frac{3}{2}x$

ដោយផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ :

យើងបាន $-x+5=\frac{3}{2}x$

$\frac{3}{2}x+x=5$

$\left(\frac{3}{2}+1\right)x=5$

$\frac{5}{2}x=5 \quad \Rightarrow \quad x=2$

ចំពោះ $x=2$ នោះ $y=-x+5=-2+5=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ } P(2\,,\,3)}$ ។

៥. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$

សមីការ នេះមានអញ្ញាត $x$ នៅក្រោមរ៉ាឌីកាល់

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $x\geq 0$

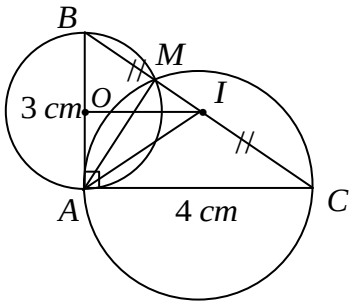
គេបាន :

$$\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$$
$$2\sqrt{x}-7=3\sqrt{x}-3$$
$$3\sqrt{x}-2\sqrt{x}=-7+3$$
$$\sqrt{x}=-4<0$$

ដូចនេះ | សមីការគ្មានឫស | ។

## II. ធរណីមាត្រ

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ $IAC$ :

-ដោយ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BC]$ នោះ $AI$ ជាមេដ្យាន នៃ $\Delta$កែង $ABC$ ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $[BC]$ តាមទ្រឹស្តី គេបាន $IA=IB=IC$

-ដោយត្រីកោណ $IAC$ មាន $IA=IC$

ដូចនេះ | ត្រីកោណ $IAC$ ជាត្រីកោណសមបាត | ។

២. ប្រាប់ឈ្មោះនៃចតុកោណ $OICA$ :

-ដោយ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BC]$

និង $O$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$

នាំឱ្យ $OI$ គឺជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណកែង $ABC$ កែងត្រង់ $A$

វិបាក $AC//OI$

-ឃើញថា ចតុកោណ $OICA$ មាន $AC//OI$

និងមុំ $B\hat{A}C$ ជាមុំកែង

ដូចនេះ | ចតុកោណ $OICA$ ជាចតុកោណញ្ញាយកែង | ។

៣. គណនា $BC$ បើ $AB=3cm$ ; $AC=4cm$

ដោយ ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន :

$$BC^2=AB^2+AC^2$$
$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}$$
$$=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\ cm$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $BC=5\ cm$ | ។

៤. ក. បញ្ជាក់ថា $M$ ស្ថិតនៅលើ $[BC]$

-ដោយរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ មាន $M$ នៅលើរង្វង់ នាំឱ្យ មុំ $\angle AMB=90^o$ (ជាមុំចារឹកកន្ទុះរង្វង់)

-ដោយរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AC]$ មាន $M$ នៅលើរង្វង់ នាំឱ្យ មុំ $\angle AMC=90^o$ (ជាមុំចារឹកកន្ទុះរង្វង់)

-ដោយមុំ $B\hat{M}C=A\hat{M}B+A\hat{M}C=90^o+90^o$

នាំឱ្យ $B\hat{M}C=180^o$ ជាមុំរាប

មានន័យថា $M$ ស្ថិតនៅលើ $[BC]$

ដូចនេះ | យើងបញ្ជាក់បានថា $M$ ស្ថិតនៅលើ $[BC]$ | ។

ខ. បង្ហាញថា $AB^2=BM\times BC$

ដោយ $\angle AMB=90^o$

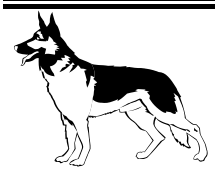
នាំឱ្យ $BM$ ជាចំណោលកែងនៃអង្កត់ $[AB]$លើ $[BC]$

តាមទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ គេបាន :

$AB^2=BM\times BC$

ដូចនេះ | យើងបង្ហាញបានថា $AB^2=BM\times BC$ | ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១៩ សីហា ១៩៩៦**

**ឆ្នាំសល្អ 1996**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី២) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០**

## I. ពីជគណិត

១. ពន្លាតផលគុណ : $(2x+3)(x-2)$ ។

២. សរសេរកន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

ក. $(5x-2)^2-4(2-x)^2$

ខ. $(2x-5)^2+(4x-10)(x-2)-4x^2+25$ ។

៣. គណនា $\sqrt{20}-\sqrt{80}+\sqrt{245}$ ។

៤. ក. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2+x}$ ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $4(2-x)-3>2(x-1)+4$ ។

៥. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y+2=x \\ 2(x-y)=6 \end{cases}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ មានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ និងចំណុច $P$ នៅក្រៅរង្វង់នេះ ។ បន្ទាត់ $(PA)$ និង $(PB)$ កាត់រង្វង់ $O$ រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច $M$ និង $N$ នៅម្ខាងនៃបន្ទាត់ $(AB)$ ។

១. ស្រាយបំភ្លឺថា $[AN]$ និង $[BM]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $PAB$ ។

២. $H$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាង $[AN]$ និង $[BM]$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $(PH)\perp(AB)$ ។

៣. បង្ហាញថាចតុកោណ $HMPN$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AN\cdot BP=BM\cdot AP$ ។

៥. ចំណុច $I$ ចល័តនៅលើផ្នែកតូច $AM$ ហើយ $E$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AI]$ ។ រកសំណុំចំណុច $E$ កាលណា $I$ ប្រែប្រួល ។

# ចម្លើយ

## I. ពីជគណិត

១. ពន្លាតផលគុណ ៖

យើងមាន $(2x+3)(x-2)=2x^2-4x+3x-6$

$=2x^2-x-6$ ,

ដូចនេះ $\boxed{\text{ពន្លាតបាន } (2x+3)(x-2)=2x^2-x-6}$ ។

២. សរសេរកន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖

ក. $(5x-2)^2-4(2-x)^2$

$=(5x-2)^2-[2(2-x)]^2$

$=[5x-2-2(2-x)][5x-2+2(2-x)]$

$=[5x-2-4+2x][5x-2+4-2x]$

$=(7x-6)(3x+2)$

ដូចនេះ $\boxed{(5x-2)^2-4(2-x)^2=(7x-6)(3x+2)}$

ខ. $(2x-5)^2+(4x-10)(x-2)-4x^2+25$

$=(2x-5)^2+2(2x-5)(x-2)-\left[(2x)^2-5^2\right]$

$=(2x-5)^2+2(2x-5)(x-2)-(2x-5)(2x+5)$

$=(2x-5)(2x-5+2x-4-2x-5)$

$=(2x-5)(2x-14)$

$=2(2x-5)(x-7)$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}(2x-5)^2+(4x-10)(x-2)-4x^2+25\\=2(2x-5)(x-7)\end{array}}$ ។

៣. គណនា $\sqrt{20}-\sqrt{80}+\sqrt{245}$

$=\sqrt{4\cdot5}-\sqrt{16\cdot5}+\sqrt{49\cdot5}$

$=2\sqrt{5}-4\sqrt{5}+7\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \sqrt{20}-\sqrt{80}+\sqrt{245}=5\sqrt{5}}$ ។

៤. ក. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2+x}$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases}x\neq0\\x+1\neq0\\x^2+x\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq0\\x\neq-1\end{cases}$

យើងបាន $\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x^2+x}$

$\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=\frac{3}{x(x+1)}$

$x+1-2x=3$

$-x=2$

$x=-2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-2}$ ។

៥. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖

យើងមាន $\begin{cases}y+2=x\\2(x-y)=6\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}x-y=2\\x-y=3\end{cases}$

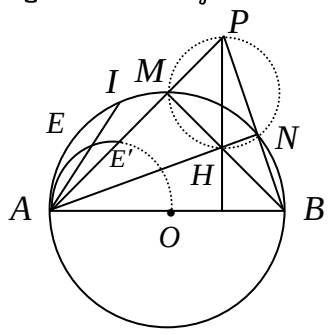
ប្រព័ន្ធសមីការមានផលធ្យេបមេគុណ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

គឺ $\frac{1}{1}=\frac{-1}{-1}\neq\frac{2}{3}$ មានន័យថា វាគ្មានគូចម្លើយ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការគ្មានគូចម្លើយ}}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន ៖




១. បំភ្លឺថា $[AN]$ និង $[BM]$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta PAB$ ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ មានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ហើយចំណុច $M$ និង $N$ នៅលើរង្វង់ នាំឱ្យ $A\hat{N}B$ និង $A\hat{M}B$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ មានន័យថា $A\hat{N}B=90^o$ , $A\hat{M}B=90^o$

វិបាក $AN\perp BN$ ឬ $AN\perp BP$

$AM\perp BM$ ឬ $AP\perp BM$

ដូចនេះ $\boxed{[AN] \text{ និង } [BM] \text{ ជាកម្ពស់នៃ } \Delta PAB}$ ។

២. ស្រាយបំភ្លឺថា $(PH)\perp(AB)$

បម្រាប់ $H$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាង $[AN]$ និង $[BM]$

មានន័យថា $H$ ស្ថិតនៅលើកម្ពស់ទាំងពីរនៃ $\Delta PAB$

នាំឱ្យ $H$ ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ $\Delta PAB$ នោះ $H$ ក៏ស្ថិតនៅលើកម្ពស់ទីបីដែរ

គេបាន $(PH)$ ជាកម្ពស់ទីបីត្រូវនឹងជ្រុង $[AB]$

ដូចនេះ $\boxed{(PH)\perp(AB)}$ ។

៣. បង្ហាញថាចតុកោណ $HMPN$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ

តាមសម្រាយខាងលើ $A\hat{N}B=90^o$ និង $A\hat{M}B=90^o$

នាំឱ្យ $A\hat{N}P=90^o$ ( មុំបន្ថែមជាមួយមុំ $A\hat{N}B=90^o$ )

$P\hat{M}B=90^o$ ( មុំបន្ថែមជាមួយមុំ $A\hat{M}B=90^o$ )

ដោយចតុកោណ $HMPN$ មានមុំឈម :

-មុំ $H\hat{N}P=A\hat{N}P=90^o$

-មុំ $P\hat{M}H=P\hat{M}B=90^o$

នាំឱ្យផលបូកមុំឈម $H\hat{N}P+P\hat{M}H=90^o+90^o=180^o$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } HMPN \text{ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ}}$ ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AN\cdot BP=BM\cdot AP$

ក្នុងត្រីកោណ $\Delta PAB$ មាន :

-កម្ពស់ $AN$ ត្រូវនឹងបាត $BP$

នាំឱ្យ $S_{\Delta PAB}=\frac{1}{2}AN\cdot BP$

-កម្ពស់ $BM$ ត្រូវនឹងបាត $AP$

នាំឱ្យ $S_{\Delta PAB}=\frac{1}{2}BM\cdot AP$

-ដោយវាជាផ្ទៃនៃត្រីកោណតែមួយ នោះគេទ្បើមបាន :

$$\frac{1}{2}AN\cdot BP=\frac{1}{2}BM\cdot AP$$

$$AN\cdot BP=BM\cdot AP$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបានថា } AN\cdot BP=BM\cdot AP}$ ។

៥. រកសំណុំចំណុច $E$ កាលណា $I$ ប្រែប្រួល

ដោយ $E$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AI]$

នាំឱ្យ $EA=EI$

យើងបាន $OE\perp AI$

( ព្រោះ អង្កត់ផ្ចឹកែងនឹងកាំរង្វង់ត្រង់ចំណុចកណ្តាល)

ដោយចំណុច $A$ , $O$ ជាចំណុចនឹង

នោះនាំឱ្យមុំ $A\hat{E}O=90^o$ ថេរ

ដើម្បីឱ្យ $A\hat{E}O=90^o$ ថេរ លុះត្រាតែចំណុច $E$ ត្រូវ

ស្ថិតនៅលើកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចឹត $AO$

-បើ $I$ ត្រួតលើ $M$ នោះ $E$ ត្រួតលើ $E'$ ដែល $E'$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AM]$

-បើ $I$ ត្រួតលើ $A$ នោះ $E$ ក៏ត្រួតលើ $A$ ដែរ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សំណុំចំណុច } E \text{ ជា } \cup AE' \text{ នៃរង្វង់អង្កត់ផ្ចឹត } AO}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ

**ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា** **លេខបន្ទប់ :** .....

**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ចំណេះទូទៅ និងបំពេញវិជ្ជា** **លេខតុ :** .....

**ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុរក្ស** សម័យប្រឡង : .... ..... ១៩៩៧ **មណ្ឌលប្រឡង :** .....

១. ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : ..... អក្សរសម្ងាត់

ហត្ថលេខា : .....

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់ត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

---

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា លើកទី១ រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

**សេចក្តីណែនាំ :** អក្សរសម្ងាត់

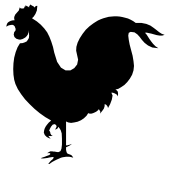
ពិន្ទុសរុប

១. បេក្ខជនត្រូវបត់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចគូសខ្វែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលត្រូវកាត់ចោល។ ហាមសរសេរចម្លើយលើកន្លែងគូសខ្វែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវគូសបន្ទាត់បញ្ឈរឱ្យចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត។

ប្រទេសមានភាពវឹកវរ មានការបាញ់គ្នានៅរាជធានីភ្នំពេញ កាលពីថ្ងៃទី ០៥ និង ០៦ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ១៩៩៧ ។ ដូចនេះ ក្នុងឆ្នាំ ១៩៩៧ នេះពុំមានការប្រឡងឡើយ ។

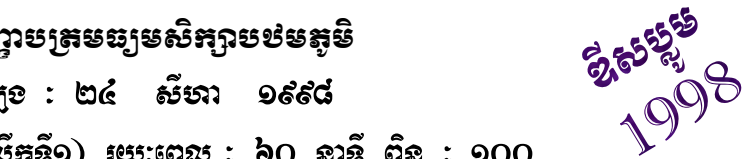
## ចម្លើយ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ២៤ សីហា ១៩៩៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី១) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**






I. ស្រាយបំភ្លឺថា $E=\left(3\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ ជាចំនួនគត់ ។

II. គេឱ្យគូបពីរប្រភេទចំនួនសរុប 11 ។ គូបមួយប្រភេទមានទ្រនុងស្មើ $3\,cm$ និងគូបមួយប្រភេទទៀតមានទ្រនុងស្មើ $5\,cm$ ។ គេមិនដាក់គូបត្រួតគ្នាទេ ។ គេតំរៀបគូបទាំង 11 ជាមួយជួរដែលមានប្រវែង $47\,cm$ ។ រកចំនួនគូបនៃប្រភេទនីមួយៗ ។

III. គេឱ្យតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ ចូរសង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=\frac{x}{2}+1$ និង $y=\frac{-x}{2}+2$ ។ រួចគណនាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រអរដោនេនៃចំណុច ដែលជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

IV. គេឱ្យកន្លះរង្វង់ផ្ចិត $O$ អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ ចំណុច $M$ ចល័តនៅលើកន្លះរង្វង់នេះ ។

១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $AMB$ ។

២. គណនា $AM$ បើ $OA=2cm$ , $BM=\sqrt{7}cm$ ។

៣. រកសំណុំចំណុច $P$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AM]$ ។

## ចម្លើយ

I. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $E$ ជាចំនួនគត់ :

យើងមាន $E=\left(3\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)^2$

$=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(3\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1\right)$

$=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(2\sqrt{2}-2\right)$

$=2\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)=2(2-1)=2$

ដូចនេះ $\boxed{E=2 \text{ ជាចំនួនគត់}}$ ។

II. រកចំនួនគូបនៃប្រភេទនីមួយៗ :

តាង $x$ ជាចំនួនគូបដែលមានប្រវែងទ្រនុងស្មើ $3\,cm$

$y$ ជាចំនួនគូបដែលមានប្រវែងទ្រនុងស្មើ $5\,cm$

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}x+y=11\\3x+5y=47\end{cases}$ យើងដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ :

នាំឱ្យ $D=5-3=2$

$D_x=55-47=8 \Rightarrow x=\frac{D_x}{D}=\frac{8}{2}=4$

$D_y=47-33=14 \Rightarrow y=\frac{D_y}{D}=\frac{14}{2}=7$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{គូបមានប្រវែងទ្រនុងស្មើ } 3cm \text{ មានចំនួន } 4\\ \text{គូបមានប្រវែងទ្រនុងស្មើ } 5cm \text{ មានចំនួន } 7\end{array}}$ ។

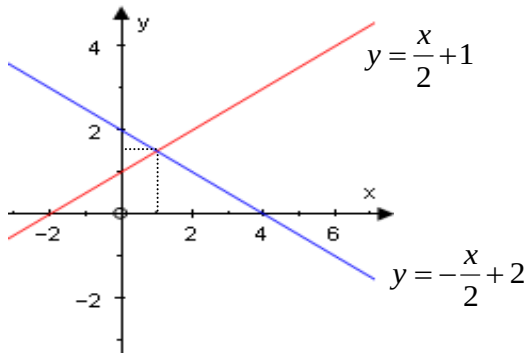
III. សង់បន្ទាត់ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$

យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ទាំងនេះ

-ចំពោះ $y=\frac{x}{2}+1$ : $\begin{array}{|c|c|c|}\hline x & 0 & 2\\ \hline y & 1 & 2\\ \hline\end{array}$

-ចំពោះ $y=\frac{-x}{2}+2$ : $\begin{array}{|c|c|c|}\hline x & 0 & 2\\ \hline y & 2 & 1\\ \hline\end{array}$

-យើងសង់បន្ទាត់ទាំងពីរបានដូចខាងក្រោម :




-គណនាកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ

យើងមាន $y=\frac{x}{2}+1$ និង $y=\frac{-x}{2}+2$

ដោយផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីស នោះគេបាន :

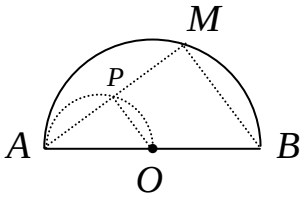
$$\frac{x}{2}+1=\frac{-x}{2}+2$$
$$\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=2-1$$
$$x=1$$

ចំពោះ $x=1$

នោះ $y=\frac{x}{2}+1=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

ដូចនេះ ចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរគឺមានកូអរដោនេ $\left(x=1\,,\,y=\frac{3}{2}\right)$ ។

IV. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $AMB$

ដោយត្រីកោណ $AMB$ មាន $AB$ ជាអង្កត់ផ្ចិត និង $M$ ជាចំណុចចល័តលើកន្លះរង្វង់ នោះ $\Delta AMB$ ជាត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ ដែល $A\hat{M}B=$ ថេរ $=90^o$

ដូចនេះ $\Delta AMB$ ជាត្រីកោណកែង ។

២. គណនា $AM$ បើ $OA=2cm$ , $BM=\sqrt{7}cm$

ដោយ $\Delta AMB$ ជាត្រីកោណកែង ត្រង់ $M$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$$AB^2=AM^2+BM^2$$
$$AM^2=AB^2-BM^2$$
$$AM=\sqrt{AB^2-BM^2}$$
$$AM=\sqrt{(2OA)^2-BM^2}\ ,\ AB=2OA$$
$$AM=\sqrt{(2\cdot 2)^2-\sqrt{7}^2}$$
$$AM=\sqrt{16-7}=\sqrt{9}=3\ cm$$

ដូចនេះ គណនាបាន $AM=3\ cm$ ។

៣. រកសំណុំចំណុច $P$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AM]$

ដោយ $P$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AM]$

នាំឱ្យ $PA=PM$

យើងបាន $OP\perp AM$

(ព្រោះ អង្កត់ផ្ចូកែងនឹងកាំរង្វង់ត្រង់ចំណុចកណ្តាល)

ដោយចំណុច $A$ , $O$ , $B$ ជាចំណុចនឹង

នោះនាំឱ្យមុំ $A\hat{P}O=90^o$ ថេរ

ដើម្បីឱ្យ $A\hat{P}O=90^o$ ថេរ លុះត្រាតែចំណុច $P$ ត្រូវស្ថិតនៅលើកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AO$

-បើ $M$ ត្រួតលើ $B$ នោះ $P$ ត្រួតលើ $O$

-បើ $M$ ត្រួតលើ $A$ នោះ $P$ ត្រួតលើ $A$ ដែរ

ដូចនេះ សំណុំចំណុច $P$ ជាកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $AO$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៩ តុលា ១៩៩៨**




**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី២) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**



I. គេចែកប្រាក់ឱ្យមនុស្ស 3 នាក់ ។ អ្នកទីមួយបាន 40% នៃប្រាក់សរុប ហើយអ្នកទីពីរទទួលបាន $\frac{1}{5}$ នៃប្រាក់សរុប ឯអ្នកទីបីទទួលបានប្រាក់ 12 000 រៀល ។ រកចំណែកប្រាក់របស់អ្នកទីមួយ និងចំណែកប្រាក់របស់អ្នកទីពីរ ។

II. បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $M$ កាត់បន្ទាយនៃអង្កត់ផ្ចិត $[CD]$ ត្រង់ $P$ ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ $PMC$ និងត្រីកោណ $PDM$ ដូចគ្នា រួចទាញបញ្ជាក់ថា $PM^2 = PC \cdot PD$ ។

III. ចូរសរសេរពាក្យ "ខុស" ឬ "ត្រូវ" ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខអំណះអំណាងនីមួយៗខាងក្រោមនេះ :

☐ $a^2 + b^2 \geq 2ab$

☐ $\sqrt{2} - 1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

☐ បន្ទាត់ $y = 2x+1$ និង $y = 2x-2$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់មួយចំណុច ។

IV. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. តើកន្សោមណាដែលស្មើនឹង $(x-2)^2$ :

ក. ☐ $x^2 - 2x + 4$ ខ. ☐ $x^2 - 4x + 4$

គ. ☐ $x^2 - 4x + 2$ ឃ. ☐ $x^2 + 4x + 4$

២. តើចំនួនណា ជាឫសនៃសមីការ : $\dfrac{x^2 - 2x}{x} = 0$ ។

ក. ☐ 0 ខ. ☐ $-2$

គ. ☐ 2 ឃ. ☐ 0 និង 2 ។

V. $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ហើយ $x > 0$ ។ គេដឹងថា $BC = 3x+2$ និង $AB = 2x+1$ ។ គណនា $AC^2$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$ ។

VI. គេឱ្យចំណុច $A(1, 2)$ និង $B(3, 1)$ ។ រកសមីការបន្ទាត់ $(AB)$ ។

## ចម្លើយ

I. រកចំណែកប្រាក់របស់អ្នកទីមួយ និងអ្នកទីពីរ :

តាង $x$ ជាចំនួនប្រាក់សរុបទាំងអស់

នាំឱ្យ ប្រាក់របស់អ្នកទី១ គឺ $40\%\ x$

ប្រាក់របស់អ្នកទី២ គឺ $\frac{1}{5}x$

ប្រាក់សរុបជាផលបូកប្រាក់អ្នកទាំងបី យើងបាន :

$$x = 40\% \cdot x + \frac{1}{5}\cdot x + 12000$$
$$5x = 200\%x + x + 60000$$
$$5x = 2x + x + 60000$$
$$2x = 60000$$
$$x = 30000$$

នាំឱ្យ -ចំណែកប្រាក់របស់អ្នកទី១ គឺ

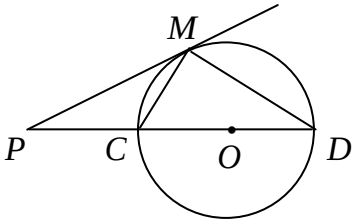
$40\%\ x = \frac{40}{100}\cdot 30000 = 12\,000$ រៀល

-ចំណែកប្រាក់របស់អ្នកទី២ គឺ

$\frac{1}{5}x = \frac{1}{5}\cdot 30000 = 6\,000$ រៀល

ដូចនេះ ចំណែកប្រាក់អ្នកទី១ គឺ 12 000 រៀល
ចំណែកប្រាក់អ្នកទី២ គឺ 6 000 រៀល ។

II. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបានដូចខាងក្រោម:




បង្ហាញថា $\Delta PMC$ និង $\Delta PDM$ ដូចគ្នា

ដោយ $\Delta PMC$ និង $\Delta PDM$ មាន :

-មុំ $\angle PMC = \angle PDM$ ( មុំចារឹកធ្នូស្មាត់រួម $MC$ )

-មុំ $\angle MPC = \angle DPM$ ( មុំ $P$ រួមគ្នា )

ឃើញថា $\Delta PMC$ និង $\Delta PDM$ មានមុំពីរប៉ុនរ្បើងគ្នា

ដូចនេះ $\Delta PMC \sim \Delta PDM$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

វិបាក $\left.\sim \frac{\Delta PMC}{\Delta PDM}\right| \Rightarrow \frac{PM}{PD} = \frac{PC}{PM}$

ទាញបាន $PM \cdot PM = PC \cdot PD$

ឬ $PM^2 = PC \cdot PD$

ដូចនេះ ទាញបញ្ជាក់បានថា $PM^2 = PC \cdot PD$ ។

III. សរសេរពាក្យ "ខុស" ឬ "ត្រូវ" ក្នុងប្រអប់ :

ត្រូវ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ព្រោះ

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$
$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$
$$(a-b)^2 \geq 0$$

ពិតចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $a$ និង $b$ ។

ត្រូវ $\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ព្រោះ

$$\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$$
$$\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right) = 1$$
$$\sqrt{2}^2 - 1^1 = 1$$
$$1 = 1 \quad \text{ពិត}$$

ខុស បន្ទាត់ $y = 2x+1$ និង $y = 2x-2$

ប្រសព្វគ្នាត្រង់មួយចំណុច ។ ព្រោះ

បន្ទាត់ទាំងពីរមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 2 ដូចគ្នា

នាំឱ្យ បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា គ្មានចំណុចប្រសព្វមួយ ។

IV. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់មុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

១. តើកន្សោមណាដែលស្មើនឹង $(x-2)^2$ :

ខ. ☑ $x^2 - 4x + 4$

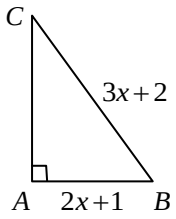
ព្រោះ $(x-2)^2 = x^2 - 2\cdot x\cdot 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4$

២. តើចំនួនណា ជាឫសនៃសមីការ : $\frac{x^2 - 2x}{x} = 0$

គ. ☑ 2 ព្រោះ ចំពោះ $x = 2$

$\frac{2^2 - 2\cdot 2}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4-4}{2} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ ពិត

V. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូប :




គណនា $AC^2$ ជាអនុគមន៍នៃ $x$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះ $\Delta ABC$ កែងត្រង់ $A$

គេបាន $BC^2 = AB^2 + AC^2$

នាំឱ្យ $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$$AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2}$$
$$= (3x+2)^2 - (2x+1)^2$$
$$= (3x+2-2x-1)(3x+2+2x+1)$$
$$= (x+1)(5x+3)$$
$$= 5x^2 + 8x + 3$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } AC^2 = 5x^2 + 8x + 3}$ ។

V. រកសមីការបន្ទាត់ $(AB)$

យើងមានចំណុច $A(1,2)$ និង $B(3,1)$

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(AB): y = ax + b$

-ដោយ $(AB): y = ax + b$ កាត់តាម $A(1,2)$

គេបាន $2 = a \cdot 1 + b \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$

-ដោយ $(AB): y = ax + b$ កាត់តាម $B(3,1)$

គេបាន $1 = a \cdot 3 + b \Rightarrow 3a + b = 1 \quad (2)$

-ដោយយក សមីការ $(2) - (1)$ គេបាន :

$$-\begin{cases} 3a + b = 1 \\ a + b = 2 \end{cases}$$
$$2a = -1$$

នាំឱ្យ $a = -\frac{1}{2}$

ចំពោះ $a = -\frac{1}{2}$ នោះតាម $(1)$ $a + b = 2$

នាំឱ្យ $b = 2 - a = 2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (AB): y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**

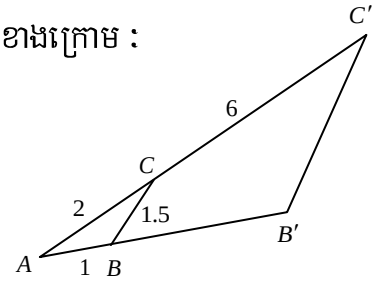
## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ០៧ សីហា ១៩៩៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី១) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ខែសម្លឹង 1999

I. ចូរសរសេរពាក្យ "ខុស" ឬ "ត្រូវ" ក្នុងប្រអប់ខាងមុខអំណះអំណាងនីមួយៗខាងក្រោម :




១. ☐ $x=6$ ជាឫសនៃសមីការ $2(x-6)<3x-19$ ។

២. ☐ $B'C'=5$ បើគេឱ្យ :

$BC \parallel B'C'$ , $AB=1$ , $AC=2$ , $CC'=6$ , $BC=1.5$ ។

II. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

១. គេឱ្យ $A(-1\,,1)$ និង $B(3\,,4)$ នោះចម្ងាយ $AB$ មានប្រវែង :

ក. ☐ $AB=\sqrt{13}$ ខ. ☐ $AB=6$

គ. ☐ $AB=5$ ឃ. ☐ $AB=4$ ។

២. គណនាកន្សោម $E=5\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{48}$ គឺ :

ក. ☐ $E=8\sqrt{3}$ ខ. ☐ $E=9\sqrt{3}$

គ. ☐ $E=10\sqrt{3}$ ឃ. ☐ $E=11\sqrt{3}$ ។

៣. គេក្រឡុកគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរ រកប្រូបាបដែលអាចឱ្យគេក្រឡុកបានពិន្ទុសរុប 7 ពិន្ទុ ។

ក. ☐ $P_{(7)}=\dfrac{5}{36}$ ខ. ☐ $P_{(7)}=\dfrac{5}{6}$

គ. ☐ $P_{(7)}=\dfrac{1}{6}$ ឃ. ☐ $P_{(7)}=\dfrac{1}{3}$ ។

III. សួនបន្លែមួយរាងចតុកោណកែង មានបណ្តោយលើសទទឹង $12m$ ហើយដីនោះមានផ្ទៃក្រឡា $160\ m^2$ ។ រកបរិមាត្រនៃសួនបន្លែនោះ ។

IV. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ ។

ក. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ ដែលមានសមីការ $y=\dfrac{x}{2}+3$ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(D_2)$ ដែលកាត់តាមចំនុច $P(5\,,1)$ ហើយស្របនឹង $(D_1)$ ។ រួចសង់ $(D_2)$ ក្នុងតម្រុយខាងលើ ។

V. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ដែល $BC=5cm$ ។ គេគូសអង្កត់ធ្នូ $[BA]$ ដែល $BA=3cm$ ។

ក. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $ABC$ ។

ខ. គណនាប្រវែង $AC$ ។

គ. គណនា $\cos A\hat{B}C$ និង $\sin A\hat{B}C$ ។

ឃ. គេគូសមេដ្យាន $[BM]$ នៃត្រីកោណ $ABC$ដែលបន្លាយរបស់វាកាត់រង្វង់ $(O)$ ត្រង់ $D$ ។

បង្ហាញថា $MB\cdot MD=MA^2$ ។

## ចម្លើយ

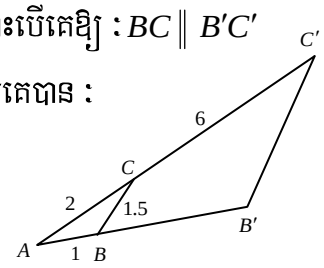
I. សរសេរពាក្យ "ខុស" ឬ "ត្រូវ" ក្នុងប្រអប់ :

១. ខុស $x=6$ ព្រោះ ចំពោះ $x=6$

គេបាន $2(6-6)<3\cdot 6-19$

$0<-1$ មិនពិត

២. ខុស $B'C'=5$ ព្រោះបើគេឱ្យ : $BC \parallel B'C'$




តាមលក្ខណៈបន្ទាត់ស្របគេបាន :

$\frac{AC}{AC'}=\frac{BC}{B'C'}$

$B'C'=\frac{AC'\cdot BC}{AC}$

$=\frac{(2+6)\cdot 1.5}{2}=\frac{12}{2}=6$

II. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវ :

១. នោះចម្ងាយ $AB$ មានប្រវែង : គ. ☑ $AB=5$

ព្រោះ យើងមាន $A(-1,1)$ និង $B(3,4)$

នាំឱ្យ $|AB|=\sqrt{(3-(-1))^2+(4-1)^2}$

$=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ ។

២. គណនាកន្សោម $E=5\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{48}$ គឺ :

គ. ☑ $E=10\sqrt{3}$

ព្រោះ $E=5\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{48}$

$=10\sqrt{3}-4\sqrt{3}+4\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ ។

៣. រកប្រូបាប៊ដែលគេក្រឡុកបានពិន្ទុសរុប 7 ពិន្ទុ :

គ. ☑ $P_{(7)}=\frac{1}{6}$ ព្រោះ គ្រាប់ឡុកឡាក់នីមួយៗមានមុខ 6 ដូចគ្នា នាំឱ្យចំនួនករណីអាចគឺ $6\times 6=36$

ហើយផលបូកគ្រាប់ឡុកឡាក់បានពិន្ទុ 7 ពិន្ទុ រួមមាន :

$(1,6)\ ;\ (2,5);(3,4);(4,3);(5,2);(6,1)$

មានចំនួន 6 ករណី នោះចំនួនករណីស្រប$=6$

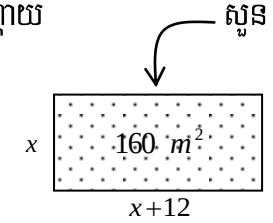
នាំឱ្យ $P_{(7)}=\frac{\text{ករណីស្រប}}{\text{ករណីអាច}}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

III. រកបរិមាត្រនៃសួនបន្លែនោះ

តាង $x$ ជាប្រវែងទទឹង ដែល $x>0$ គិតជា $m$

នាំឱ្យ $x+12$ ជាប្រវែងបណ្តោយ

តាមបម្រាប់ប្រធាន គេបាន :




$x(x+12)=160$

$x^2+12x-160=0$

មាន $\Delta'=6^2-(-160)=196$

នាំឱ្យ $x_1=\frac{-6-\sqrt{196}}{1}=-6-14<0$ មិនយក

$x_2=\frac{-6+\sqrt{196}}{1}=-6+14=8\ m$

នាំឱ្យប្រវែងបណ្តោយ $x+12=8+12=20\ m$

-បើតាង $P$ ជាបរិមាត្រនៃសួនបន្លែនោះ

គេបាន $P=2(8+20)=56\ m$

ដូចនេះ **បរិមាត្រនៃសួនបន្លែនោះគឺ $P=56\ m$** ។

IV. ក. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ ដែលមានសមីការ $y=\frac{x}{2}+3$

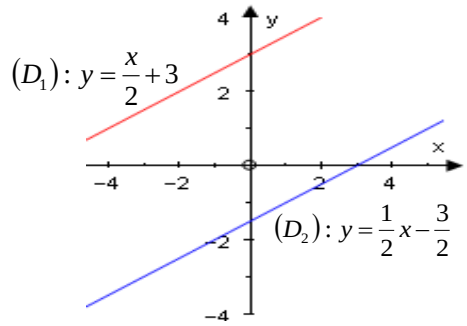
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បី សង់បន្ទាត់នេះ

ចំពោះ $(D_1)$ : $y=\frac{x}{2}+3$

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 3 | 4 |

យើងសង់បន្ទាត់ $(D_1)$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$

បានដូចរូបខាងក្រោម :




ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(D_2)$

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវសរសេរគឺ $(D_2): y=a'x+b'$

-ដោយ $(D_2): y=a'x+b'$ កាត់តាម $P(5,1)$

គេបាន $1=a'\cdot 5+b' \Rightarrow b'=1-5a'$ (1)

-ដោយ $(D_2)//(D_1)$ នោះ $a=a'$

តែ $(D_1): y=\frac{x}{2}+3$ នាំឱ្យ $a=a'=\frac{1}{2}$

-ដោយយក $a'=\frac{1}{2}$ ជំនួសក្នុង (1) :

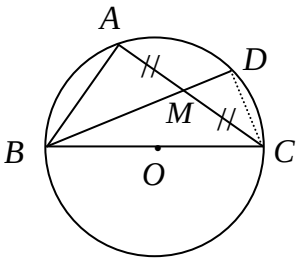
គេបាន $b'=1-5a'=1-5\cdot\frac{1}{2}=\frac{2-5}{2}=-\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សរសេរបានបន្ទាត់ } (D_2): y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}}$ ។

-សង់ $(D_2)$ ក្នុងតម្រុយខាងលើ

តារាងតម្លៃលេខ $(D_2): y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ : $\begin{array}{|c|c|c|}\hline x & 1 & 3\\ \hline y & -1 & 0\\ \hline\end{array}$

V. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




ក. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ $ABC$

ដោយ $\Delta ABC$ មាន $BC$ ជាអង្កត់ផ្ចិត និង $A$ ជាចំណុចនៅលើរង្វង់ នោះ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC \text{ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ } A}$ ។

ខ. គណនាប្រវែង $AC$

ដោយ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AC^2=BC^2-AB^2$

ដោយ $BC=5\,cm$ , $AB=3\,cm$

នាំឱ្យ $AC=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } AC=4cm}$ ។

គ. គណនា $\cos A\hat{B}C$ និង $\sin A\hat{B}C$

ក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ មានប្រវែងជ្រុង :

$BC=5\,cm$ , $AB=3\,cm$ និង $AC=4cm$

នាំឱ្យ $\cos A\hat{B}C=\frac{AB}{BC}=\frac{3}{5}$

ហើយ $\sin A\hat{B}C=\frac{AC}{BC}=\frac{4}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{\cos A\hat{B}C=\frac{3}{5} \text{ និង } \sin A\hat{B}C=\frac{4}{5}}$ ។

ឃ. បង្ហាញថា $MB\cdot MD=MA^2$

យើងធ្វើការប្រៀបធៀប $\Delta ABM$ និង $\Delta DCM$

ដោយត្រីកោណ $\Delta ABM$ និង $\Delta DCM$ មាន :

-មុំ $A\hat{B}M=D\hat{C}M$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាតំរួម $AD$)

-មុំ $A\hat{M}B=D\hat{M}C$ (មុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\Delta ABM\sim\Delta DCM$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

វិបាក $\left.\sim\frac{\Delta ABM}{\Delta DCM}\right| \Rightarrow \frac{MB}{MC}=\frac{MA}{MD}$

ទាញបាន $MB\cdot MD=MA\cdot MC$

ដោយ $[BM]$ ជាមេដ្យានៃត្រីកោណ $ABC$

នាំឱ្យ $MA=MC$

គេបាន $MB\cdot MD=MA\cdot MA$

ឬ $MB\cdot MD=MA^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងបង្ហាញបាន } MB\cdot MD=MA^2}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ០៩ សីហា ១៩៩៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (លើកទី២) រយៈពេល : ៦០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**






I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. គណនា $\sqrt{18}-\sqrt{8}$ :

ក. ☐ $\sqrt{10}$ ខ. ☐ $5\sqrt{2}$

គ. ☐ $\sqrt{2}$ ឃ. ☐ 5 ង. ☐ 3 ។

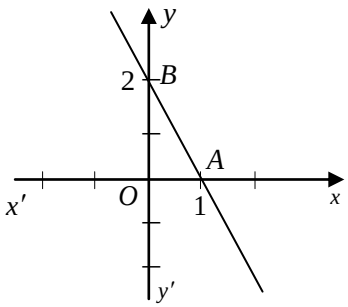
២. ក្នុងថង់មួយមានបិចក្រហម 2 ដើម និងបិចខៀវ 4 ដើម ។ គេលូកចាប់បិច 1 ដើមពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបិចខៀវមួយដើម :

ក. ☐ $\frac{1}{6}$ ខ. ☐ $\frac{1}{2}$

គ. ☐ $\frac{1}{3}$ ឃ. ☐ $\frac{2}{3}$ ង. ☐ 1 ។

II. កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $F=\frac{1}{x^2-5x+6}$ គ្មានន័យ ។

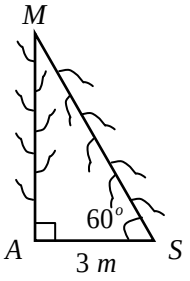
III. រកសមីការបន្ទាត់ក្នុងរូបខាងក្រោម :



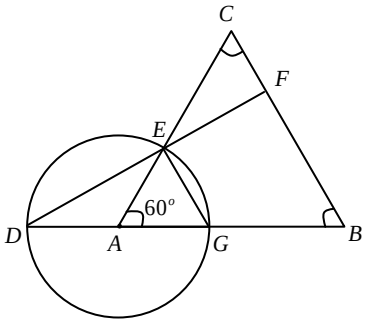

IV. លទ្ធផលនៃការប្រឡងគណិតវិទ្យាបានឱ្យដឹងថា : សិស្ស 1 នាក់បានពិន្ទុ 100 សិស្ស 4 នាក់បានពិន្ទុ 80 សិស្ស 10 នាក់បានពិន្ទុ 70 សិស្ស 30 នាក់បានពិន្ទុ 50 និងសិស្ស 13 នាក់បានពិន្ទុ 40 ។ ចូរបំពេញតារាងនេះ ។

| ពិន្ទុ | ប្រេកង់ | ប្រេកង់កើន |
|---|---|---|
| 100 | | |
| 80 | | |
| 70 | | |
| 50 | | |
| 40 | | |

V. ឫស្សីមួយដើមឈរត្រង់កែងនឹងផ្ទៃដី ហើយត្រូវខ្យល់វាយបាក់ត្រង់ចំណុច $M$ ដូចរូបខាងស្តាំនេះ ។ រកប្រវែងទាំងអស់នៃដើមឫស្សី ។



VI. $ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។ ចំណុច $D$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ $(AB)$ ។ $A$ ជាផ្ចិតរង្វង់ ។




១. គណនា $G\hat{D}E$ រួចបង្ហាញថា $\Delta FBD$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $F$ ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta DEG$ និង $\Delta EFC$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ:

១. គណនា $\sqrt{18}-\sqrt{8}$ : គ. ☑ $\sqrt{2}$

ព្រោះ $\sqrt{18}-\sqrt{8}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$ ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបិចខ្សែវ 1ដើម :

ឃ. ☑ $\frac{2}{3}$ : ព្រោះ ក្នុងថង់មានបិចក្រហម ២ ដើម និងបិចខ្សែវ ៤ ដើម

នោះករណីអាច $2+4=6$ និងករណីស្រប$=4$

នាំឱ្យ $\mathrm{P}(\text{ខ្សែវ})=\frac{\text{ករណីស្រប}}{\text{ករណីអាច}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ។

II. កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $F$ គ្មានន័យ :

យើងមាន $F=\frac{1}{x^2-5x+6}$

ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $F$ គ្មានន័យលុះត្រាតែ ភាគបែងស្មើ 0

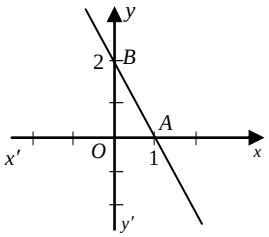
គេបាន $x^2-5x+6=0$

$$x^2-2x-3x+6=0$$
$$x(x-2)-3(x-2)=0$$
$$(x-2)(x-3)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}x-2=0\\x-3=0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=2\\x=3\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កំណត់តម្លៃបាន } x=2\,,\ x=3}$ ។

III. រកសមីការបន្ទាត់ក្នុងរូបខាងក្រោម :




សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានទម្រង់ $y=ax+b$

-ដោយបន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $B(0,2)$

នាំឱ្យ $b=y=2$

-ហើយផលធ្យេបនៃបម្រែបម្រួល $y$ និង $x$ ពីចំណុច $A(1,0)$ ទៅចំណុច $B(0,2)$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាម $A$ និង $B$

គេបាន $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{2-0}{0-1}=\frac{2}{-1}=-2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រកបានសមីការបន្ទាត់ } y=-2x+2}$ ។

### *គេអាចប្រើវិធីម្យ៉ាងទៀត*

-ដោយបន្ទាត់កាត់តាម $A(1,0)$ និង $B(0,2)$

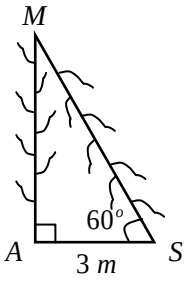
គេបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}0=a\cdot1+b\\2=a\cdot0+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\b=2\end{cases}$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់រកបានគឺ $y=-2x+2$ ។

IV. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងអាចបំពេញតារាងបាន :

| ពិន្ទុ | ប្រែកង់ | ប្រែកង់កើន |
|---|---|---|
| 100 | 1 | 1 |
| 80 | 4 | 5 |
| 70 | 10 | 15 |
| 50 | 30 | 45 |
| 40 | 13 | 58 |

IV. រកប្រវែងដើមឫស្សីទាំងអស់ :




ប្រវែងដើមឫស្សីទាំងអស់គឺ

$AM+MS$ ដែលត្រូវរក :

ដោយក្នុង $\Delta AMS$ កែងត្រង់ $A$

មាន $\tan 60^o = \dfrac{AM}{AS}$

នាំឱ្យ $AM = AS \cdot \tan 60^o = 3 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3}\ m$

ហើយ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ :

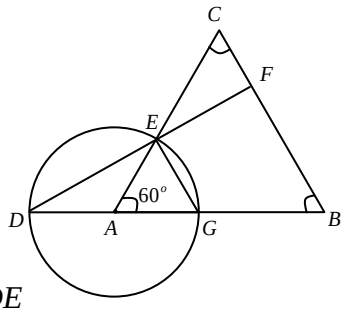
គេបាន $MS^2 = AM^2 + AS^2$

$$MS = \sqrt{AM^2 + AS^2}$$
$$= \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{27+9} = \sqrt{36} = 6\ m$$

នោះ $AM + MS = 3\sqrt{3} + 6 \approx 5.2 + 6 = 11.2\ m$

ដូចនេះ ប្រវែងដើមឫស្សីទាំងអស់គឺ $11.2\ m$ ។

V. យើងមានរូប :




១. គណនា $G\hat{D}E$

តាមទំនាក់ទំនងមុំផ្ចិត និងមុំចារឹកដែលមានធ្នូស្មាត់រួម

នាំឱ្យ $G\hat{D}E = \dfrac{E\hat{A}G}{2} = \dfrac{60^o}{2} = 30^o$

ព្រោះ $G\hat{D}E$ និង $E\hat{A}G$ មានធ្នូស្មាត់រួម $EG$

ដូចនេះ គណនាបានមុំ $G\hat{D}E = 30^o$ ។

-បង្ហាញថា $\Delta FBD$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $F$

ដោយ $\Delta FBD$ មាន :

-មុំ $\angle BDF = \angle GDE = 30^o$ ទាញពីខាងលើ

-មុំ $\angle DBF = \angle ABC = 60^o$ (មុំត្រីកោណសម័ង្ស)

តែផលបូកមុំក្នុង នៃ $\Delta FBD$ ស្មើ $180^o$ គឺ :

$\angle BDF + \angle DBF + \angle BFD = 180^o$

$\angle BFD = 180^o - \left(\angle BDF + \angle DBF\right)$

$= 180^o - \left(30^o + 60^o\right)$

$= 90^o$

ដូចនេះ $\Delta FBD$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $F$ ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta DEG$ និង $\Delta EFC$

-ដោយ $\Delta DEG$ មាន $DG$ ជាអង្កត់ផ្ចិត និង $E$ នៅលើរង្វង់ នោះ $\Delta DEG$ ចារឹកក្នុងរង្វង់

នាំឱ្យ $\Delta DEG$ កែងត្រង់ $E$

វិបាក $\angle DEG = 90^o$ និង $\angle DGE = 60^o$

-ដោយ $\Delta DEG$ និង $\Delta EFC$ មាន :

មុំ $\angle DEG = \angle EFC = 90^o$

(ព្រោះ $\angle EFC$ ជាមុំបន្ថែមជាមុំ $\angle BFD = 90^o$)

មុំ $\angle DGE = \angle ECF = 60^o$

(ព្រោះមុំ $\angle ECF = 60^o$ ជាមុំ $\Delta$ សម័ង្ស $ABC$)

ឃើញថា $\Delta DEG$ និង $\Delta EFC$ មានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា

ដូចនេះ $\Delta DEG \sim \Delta EFC$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

*សូមមានសំណាងល្អ*



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ២៤ កក្កដា ២០០០**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**



I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

រកតម្លៃ $m$ ដែលនាំឱ្យបន្ទាត់ $y=(m+2)x+3$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $y=3x-1$ ។

ក. ☐ $m=5$ ខ. ☐ $m=-\frac{7}{3}$

គ. ☐ $m=1$ ឃ. ☐ $m=\frac{5}{3}$ ។

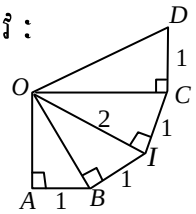
II. តាមរូបខាងស្តាំ ចូរបំពេញចន្លោះខាងក្រោមឱ្យបានត្រឹមត្រូវ :

$OA=\ldots\ldots\ldots cm$

$OB=\ldots\ldots\ldots cm$

$OC=\ldots\ldots\ldots cm$

$OD=\ldots\ldots\ldots cm$




ដោយ $AB=1\,cm$ ; $BI=1\,cm$ ; $IC=1\,cm$ ; $CD=1\,cm$ និង $OI=2\,cm$ ។ (សរសេរចម្លើយជាប្រភាគ)

III. ត្រីកោណ $ABC$ មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $AB=x$ , $AC=x+1$ និង $BC=x+2$ ដែល $x>0$ ។

រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ។

IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ គេមានចំណុច $A(-1,1)$ និង $B(5,-1)$ ។

ក. ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $M$ របស់ $[AB]$ ។

ខ. ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ $(AB)$ ។

V. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីលឿង 6 និងឃ្លីខៀវ 5 ។ គេលូកចាប់យកឃ្លីម្តងបី ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :

ក. ចាប់បានឃ្លីខៀវមួយយ៉ាងតិច ។

ខ. ចាប់បានឃ្លីលឿងពីរ និងឃ្លីខៀវមួយ ។

VI. គេឱ្យត្រីកោណកែងសមបាត $ABC$ ដែលមាន $\hat{A}=90^o$ , $AB=AC=a$ និង $[AH]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ។

ក. គណនា $AH$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

ខ. $O$ ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ $ABC$ ។ បង្ហាញថា $O$ ស្ថិតនៅលើ $[AH]$ ។ រួចគណនា $AO$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ (កាំរង្វង់ $O$) ។

គ. គណនា $R$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ក្នុងប្រអប់នៅមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

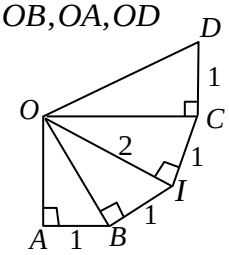
រកតម្លៃ $m$ : គ. ☑ $m=1$

ព្រោះ $y=(m+2)x+3$ ស្របនឹង $y=3x-1$

កាលណា $a=a' \Leftrightarrow m+2=3 \Rightarrow m=1$ ។

II. បំពេញចន្លោះដោយគណនា $OC,OB,OA,OD$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ




- $OC^2=OI^2+IC^2$

  $OC=\sqrt{OI^2+IC^2}$

  $=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}\,cm$

- $OB^2=OI^2-IB^2$

  $OB=\sqrt{OI^2-IB^2}$

  $=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}\,cm$

- $OA^2=OB^2-AB^2$

  $OA=\sqrt{OB^2-AB^2}$

  $=\sqrt{\sqrt{3}^2-1^2}=\sqrt{2}\,cm$

- $OD^2=OC^2+CD^2$

  $OD=\sqrt{OC^2+CD^2}$

  $=\sqrt{\sqrt{5}^2+1^2}=\sqrt{6}\,cm$

ដូចនេះ យើងបំពេញបាន $OA=\sqrt{2}\ cm$

$OB=\sqrt{3}\ cm$

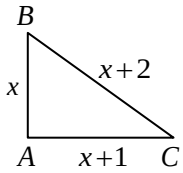
$OC=\sqrt{5}\ cm$

$OD=\sqrt{6}\ cm$

III. រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $\Delta ABC$ កែងត្រង់ $A$ :

គេមាន $AB=x$ , $AC=x+1$ និង $BC=x+2$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ :




$(x+2)^2=x^2+(x+1)^2$

$x^2+4x+4=x^2+x^2+2x+1$

$x^2-2x-3=0$

ករណីពិសេស : $a-b+c=1-(-2)+(-3)=0$

នាំឱ្យ $x_1=-1$ មិនយកព្រោះ $x>0$

$x_2=-\dfrac{c}{a}=-\dfrac{-3}{1}=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កំណត់បានតម្លៃ}\quad x=3}$ ។

IV. ក. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $M$ នៃ $[AB]$

យើងមានចំណុច $A(-1,1)$ និង $B(5,-1)$

នាំឱ្យ $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2},\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

$M\left(\dfrac{-1+5}{2},\dfrac{1+(-1)}{2}\right)$

$M(2\ ,\ 0)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល } M(2\ ,\ 0)}$ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(AB)$ :

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(AB): y=ax+b$

-ដោយ $y=ax+b$ កាត់តាម $A(-1,1)$

គេបាន $1=a\cdot(-1)+b \Leftrightarrow -a+b=1 \quad (1)$

-ដោយ $y=ax+b$ កាត់តាម $B(5,-1)$

គេបាន $-1=a\cdot 5+b \Leftrightarrow 5a+b=-1 \quad (2)$

-ដោយយក $(2)-(1)$ គេបាន :

$$-\begin{cases}5a+b=-1\\-a+b=1\end{cases}$$

$6a=-2$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{-2}{6}=-\dfrac{1}{3}$

-យក $a=-\dfrac{1}{3}$ ជំនួសក្នុង $(1)$ :

$(1): -a+b=1 \Rightarrow b=a+1=-\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{2}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (AB): y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}}$ ។

V. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីលឿង 6 និងឃ្លីខៀវ 5

នាំឱ្យ ចំនួនឃ្លីទាំងអស់គឺ $6+5=11$

ក. ចាប់បានឃ្លីខៀវមួយយ៉ាងតិច

ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីខៀវមួយយ៉ាងតិច បំពេញជាមួយព្រឹត្តិការណ៍ ចាប់បានឃ្លីលឿងទាំងអស់

គេបាន : P(ខៀវមួយយ៉ាងតិច) = 1-P(លលល)

នាំឱ្យ P(ខ្សែវិមួយយ៉ាងតិច) $= 1-\left(\frac{6}{11}\times\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}\right)$

$=1-\frac{4}{33}=\frac{29}{33}\approx 0.88$

ដូចនេះ P(ខ្សែវិមួយយ៉ាងតិច) $=\frac{29}{33}\approx 0.88$ ។

ខ. ចាប់បានឃ្លីលឿងពីរ និងឃ្លីខ្សែវិមួយ

ព្រឹត្តិការណ៍ ចាប់បានឃ្លីលឿងពីរ និងឃ្លីខ្សែវិមួយគឺ (ល2.ខ1) អាចជា : (លលខ) ឬ (លខល) ឬ (ខលល)

នាំឱ្យប្រូបាបចាប់បានឃ្លីលឿងពីរ និងឃ្លីខ្សែវិមួយគឺ :

P(ល2.ខ1) = P(លលខ) + P (លខល) + P (ខលល)

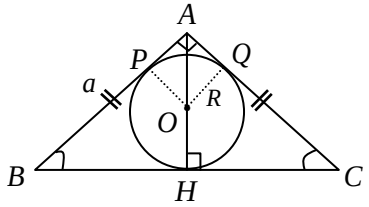
$=(\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{9})+(\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{9})+(\frac{5}{11}\cdot\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9})$

$=\left(\frac{5}{33}\right)+\left(\frac{5}{33}\right)+\left(\frac{5}{33}\right)$

$=3\times\frac{5}{33}=\frac{5}{11}=0.45$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ល2.ខ1)}=\frac{5}{11}\approx 0.45}$ ។

VI. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




ក. គណនា $AH$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$

ដោយ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាតមានកម្ពស់ $AH$

នាំឱ្យ មុំបាត $\angle ABH=\angle ACH=45^o$

-ក្នុងត្រីកោណកែង $ABH$ កែងត្រង់ $H$

(ព្រោះ $H$ ជាចំណោលកែងនៃ $A$ លើ $BC$)

គេបាន $\sin A\hat{B}H=\frac{AH}{AB}\Rightarrow AH=AB\cdot\sin A\hat{B}H$

នាំឱ្យ $AH=a\cdot\sin 45^o=a\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $O$ ស្ថិតនៅលើ $[AH]$

ដោយ $[AH]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណសមបាត $ABC$

នាំឱ្យ $[AH]$ ក៏ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\Delta ABC$ ដែរ

-តាមទ្រឹស្តី កន្លះបន្ទាត់ពុះទាំងបីនៃត្រីកោណប្រសព្វគ្នាបានមួយចំណុច ដែលជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនោះ

នាំឱ្យ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុង $\Delta ABC$ ត្រូវស្ថិតនៅលើ $[AH]$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បង្ហាញបានថា } O \text{ ស្ថិតនៅលើ } [AH]}$ ។

- រួចគណនា $AO$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ (កាំរង្វង់ $O$)

តាង $P$ និង $Q$ ជាចំណុចប៉ះរវាង $\Delta ABC$ និងរង្វង់

នាំឱ្យ $APOQ$ ជាការេ ពីព្រោះវាមាន :

$OP=OQ=R$ និង $P\hat{A}Q=A\hat{P}O=A\hat{Q}O=90^o$

នាំឱ្យ $OA$ ជាអង្កត់ទ្រូងការេដែលមានជ្រុង $R$

តាមទ្រឹស្តី ជាអង្កត់ទ្រូងការេ $OA=R\times\sqrt{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } OA=R\sqrt{2}}$ ។

គ. គណនា $R$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$

យើងមាន $OA+OH=AH$

ដោយ $OA=R\sqrt{2}$ , $OH=R$ និង $AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

គេបាន $R\sqrt{2}+R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$R\left(\sqrt{2}+1\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$R=\frac{a\sqrt{2}}{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$

$R=\frac{a\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{2\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}$

$R=\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)a}{2(2-1)}=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } R=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a}$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ១៣ សីហា ២០០១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ឆ្នាំសម្លឹង 2001

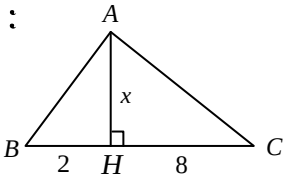
I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. ចូរកំណត់តម្លៃ $m$ ដែលនាំឱ្យបន្ទាត់ $y=(2-m)x$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $y=3x+1$ ។

ក. ☐ $m=3$ ខ. ☐ $m=1$

គ. ☐ $m=-1$ ឃ. ☐ $m=\frac{7}{3}$ ។

២. តាមរូបនេះ គេមាន $BH=2$ , $HC=8$ , $AH=x$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ :




ក. ☐ $x=10$ ខ. ☐ $x=4$

គ. ☐ $x=\pm 4$ ឃ. ☐ $x=16$

II. គណនា $A=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{8}-\sqrt{20}\right)^2}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{8}-\sqrt{20}\right)}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមដេទែមីណង់ : $\begin{cases} x+2y=9 & (1) \\ 2x-y=8 & (2) \end{cases}$ ។

IV. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីចំនួន 12 គ្រាប់ ដែលក្នុងនោះមានតែឃ្លីពណិស និងឃ្លីពណិខ្មៅ ។ រកចំនួនឃ្លីពណិខ្មៅ ដើម្បីឱ្យបានប្រូបាប៊ីនៃឃ្លីពណិស ស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

V. ឫស្សី 9 ដើមមានប្រវែង (គិតជា $m$) $4,12,10,8,2,4,x,8,4$ ។

ក. ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $x$ ជាមធ្យមនៃប្រវែងឫស្សីទាំងនោះ ។

ខ. ទាញរកមេដ្យាន នៃប្រវែងឫស្សីទាំងនោះ ។

VI. គេឱ្យបីចំណុច $A(-1,1)$; $B(3,2)$ និង $C(0,4)$ ។

ក. ដៅចំណុច $A$ ; $B$ និង $C$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមែតែមួយ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(AB)$ ។

គ. គូសមេដ្យាន $[CM]$ នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$ ។

ឃ. គូសកម្ពស់ $[CH]$ នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ រកសមីការបន្ទាត់ $(CH)$ ។

VII. រង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ កាំប្រវែង $4\,cm$ និងមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ $H$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[OB]$ ។ បន្ទាត់មួយកែងនឹង $[AB]$ ត្រង់ $H$ ហើយជួបរង្វង់ $(O)$ ត្រង់ចំណុច $M$ និង $N$ ។ បន្ទាត់ $(AM)$ និង $(NB)$ ជួបគ្នាត្រង់ចំណុច $I$ ។

ក. ចូរគណនារង្វាស់ $MA$ និង $MB$ ។

ខ. ចូរប្រៀបធៀប $\Delta ABI$ និង $\Delta NMI$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ:

១. កំណត់តម្លៃ $m$ : គ. ☑ $m=-1$ ។

ព្រោះ បន្ទាត់ $y=(2-m)x$ ស្របនឹង $y=3x+1$

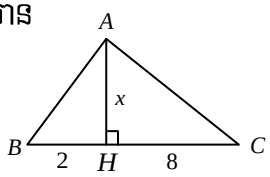
កាលណា $a=a' \Leftrightarrow 2-m=3 \Rightarrow m=-1$ ។

២. កំណត់តម្លៃ $x$ : ខ. ☑ $x=4$ ។

ព្រោះ $x^2=2\times 8 \Rightarrow x=\sqrt{16}=\pm 4$

តែប្រវែងជ្រុងមិនអាចអវិជ្ជមាន

គឺ $x>0$ ដូចនេះ $x=4$




II. គណនា $A$ :

$$A=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{8}-\sqrt{20}\right)^2}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{8}-\sqrt{20}\right)}$$

$$=\frac{2+2\sqrt{10}+5+8-2\sqrt{160}+20}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(2\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{35+2\sqrt{10}-2\sqrt{16\cdot 10}}{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{35+2\sqrt{10}-8\sqrt{10}}{2\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{35-6\sqrt{10}}{2(2-5)}$$

$$=\frac{35-6\sqrt{10}}{-6}=\sqrt{10}-\frac{35}{6}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=\sqrt{10}-\frac{35}{6}}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមដេទែមីណង់ :

យើងមាន $\begin{cases} x+2y=9 & (1) \\ 2x-y=8 & (2) \end{cases}$ តាមដេទែមីណង់ :

$D=-1-4=-5$

$D_x=-9-16=-25 \quad \Rightarrow x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-25}{-5}=5$

$D_y=8-18=-10 \quad \Rightarrow y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{-10}{-5}=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=5,\ y=2}$ ។

IV. រកចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ :

តាង $x$ ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ នាំឱ្យ

ចំនួនឃ្លីពណ៌សគឺ $12-x$ ព្រោះឃ្លីទាំងអស់12 គ្រាប់

បើតាង P(ឃ្លីពណ៌ស) ជាប្រូបាបចាប់បានឃ្លីពណ៌ស

គេបាន P(ឃ្លីពណ៌ស) = $\dfrac{12-x}{12}$

តាមមម្រាប់ប្រធានគេបាន : P(ឃ្លីពណ៌ស) = $\dfrac{2}{3}$

នាំឱ្យ $\dfrac{12-x}{12}=\dfrac{2}{3}$

$36-3x=24$

$3x=36-24$

$3x=12$

$x=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនឃ្លីខ្មៅគឺ 4 គ្រាប់}}$ ។

V. ក. ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $x$ ជាមធ្យម

យើងមានទិន្នន័យ $4, 12, 10, 8, 2, 4, x, 8, 4$

គេបាន $\bar{x} = \dfrac{4+12+10+8+2+4+x+8+4}{9}$

នោះ $x = \dfrac{52+x}{9}$ ព្រោះ $\bar{x} = x$ ( $x$ ជាមធ្យម)

$9x = 52 + x \Leftrightarrow 8x = 52 \Rightarrow x = 6.5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } x = 6.5\ m}$ ។

ខ. ទាញរកមេដ្យាន នៃប្រវែងឫស្សីទាំងនោះ

ចំពោះ $x = 6.5\ m$ និងយើងរៀបទិន្នន័យតាមលំដាប់

យើងបាន $2, 4, 4, 4, 6.5, 8, 8, 10, 12$

មានចំនួនតួនៃទិន្នន័យគឺ $n = 9$ (ជាចំនួនសេស)

នាំឱ្យ $Me$ ជាតួទី $\dfrac{9+1}{2} = 5$

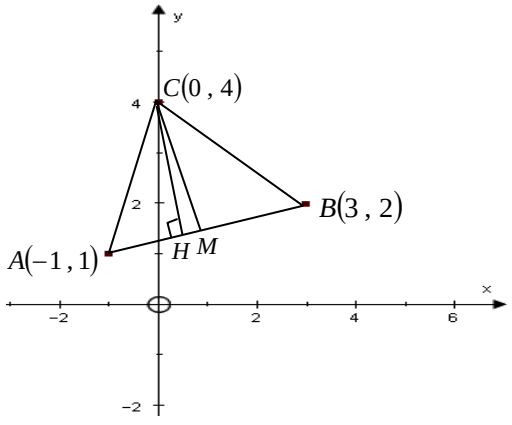
តាមទិន្នន័យក្រោយពីរៀបតាមលំដាប់ តួទី 5 ត្រូវនឹង

ចំនួន 6.5 នោះនាំឱ្យ $Me = 6.5$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ទាញបានមេដ្យាន } Me = 6.5}$ ។

VI. ក. ដៅចំណុច $A$ ; $B$ និង $C$ នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ

យើងមាន $A(-1, 1)$; $B(3, 2)$ និង $C(0, 4)$




ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(AB)$

បន្ទាត់ $(AB)$ មានរាង $y = ax + b$

-ដោយ $(AB): y = ax + b$ កាត់តាម $A(-1, 1)$

គេបាន $1 = a \cdot (-1) + b \Rightarrow -a + b = 1 \quad (1)$

-ដោយ $(AB): y = ax + b$ កាត់តាម $B(3, 2)$

គេបាន $2 = a \cdot (3) + b \Rightarrow 3a + b = 2 \quad (2)$

យក $(2) - (1)$ នោះគេបាន :

$$\begin{array}{r} -\begin{cases} 3a + b = 2 \\ -a + b = 1 \end{cases} \\ \hline 4a = 1 \end{array}$$ នាំឱ្យ $a = \dfrac{1}{4}$

តាម $(1): -a + b = 1 \Rightarrow b = 1 + a = 1 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (AB): y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{4}}$ ។

គ. គូសមេដ្យាន $[CM]$ នៃត្រីកោណ $ABC$

( មើលរូប ចំពោះការគូស មេដ្យាន $[CM]$)

-រកកូអរដោនេនៃចំណុច $M$

ដោយ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $[AB]$ គេបាន :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{1+2}{2}\right)$$

$$M\left(1, \frac{3}{2}\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេរកបានគឺ } M\left(1, \dfrac{3}{2}\right)}$ ។

ឃ. គូសកម្ពស់ នៃត្រីកោណ $ABC$

( មើលរូប ចំពោះការគូស កម្ពស់ $[CH]$)

រកសមីការបន្ទាត់ $(CH): y = a'x + b'$

ដោយ $(CH) \perp (AB) \Rightarrow a \times a' = -1$

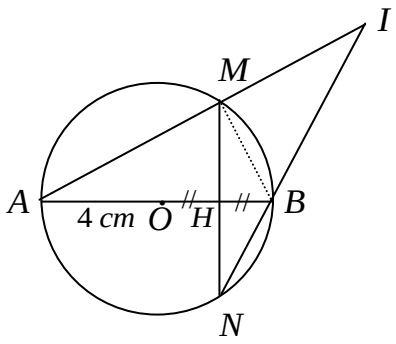
នាំឱ្យ $\dfrac{1}{4} \times a' = -1 \Rightarrow a' = -4$

ហើយ $[CH]$ កាត់តាម $C(0, 4)$

នោះគេបាន : $4 = (-4) \cdot 0 + b' \Rightarrow b' = 4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (CH): y = -4x + 4}$ ។

VII. ក. គណនារង្វាស់ $MA$ និង $MB$




-ត្រីកោណ $AMB$ មាន $M$ នៅលើរង្វង់ និង $[AB]$ ជាអង្កត់ផ្ចិត នោះវាជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

ដូចនេះ ត្រីកោណ $AMB$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $M$ ។

-ដោយ $[AB]\perp[MN]$ ត្រង់ $H$ នាំឱ្យ $MH$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $AMB$

-តាមទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណកែង $AMB$

$$MA^2 = AH\times AB \Rightarrow MA=\sqrt{AH\times AB}$$
$$MA=\sqrt{6\times 8}=4\sqrt{3}\ cm$$
$$MB^2 = BH\times AB \Rightarrow MB=\sqrt{BH\times AB}$$
$$MB=\sqrt{2\times 8}=4\ cm$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែង } MA=4\sqrt{3}\ cm\ ,\ MB=4\ cm}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀប $\Delta ABI$ និង $\Delta NMI$

ដោយត្រីកោណ $\Delta ABI$ និង $\Delta NMI$ មាន :

-មុំ $\angle ABI=\angle NMI$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាតំរួម $MB$)

-មុំ $\angle AIB=\angle NIM$ (ជាមុំរួមតែមួយ)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABI\sim\Delta NMI \text{ លក្ខខណ្ឌដំណូច ម.ម}}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១៩ សីហា ២០០២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ពីសម្លួម 2002

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. តើ $\sqrt{2}$ ជាឫសរបស់សមីការណាមួយ ?

ក. ☐ $2x^2+x+\sqrt{2}=0$ ខ. ☐ $x^2-3x+3\sqrt{2}-2=0$

គ. ☐ $x^2-\sqrt{2}x+3=0$ ឃ. ☐ $-x^2+x-\sqrt{2}+1=0$ ។

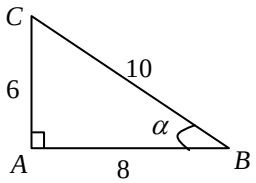
២. ចំណុច $A(1,1)$ ស្ថិតនៅក្នុងតំបន់ចម្លើយនៃវិសមីការណាមួយ ?

ក. ☐ $y<x-1$ ខ. ☐ $x+y>5$

គ. ☐ $x-y<2$ ឃ. ☐ $y>x+3$ ។

II. ចូរផ្គូផ្គងរវាងផលធ្យៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំ $\alpha$ និងតម្លៃរបស់វា :

| ផលធ្យៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំ $\alpha$ | តម្លៃផលធ្យៀបត្រីកោណមាត្រ | ចម្លើយ |
|---|---|---|
| ១. $\cot g\alpha$ | ក. 0.8 | ១. ⟶ ង |
| ២. $\cos\alpha$ | ខ. 1.25 | ២. ⟶ |
| ៣. $\tan\alpha$ | គ. 0.6 | ៣. ⟶ |
| ៤. $\sin\alpha$ | ឃ. 0.75 | ៤. ⟶ |
| | ង. $\frac{4}{3}$ | |




III. ចូរសម្រួលកន្សោម : $F=\dfrac{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}$ ។

IV. ហឺបមួយដាក់អាវបុរស និងអាវស្ត្រី។ អាវបុរសមានចំនួន 8 ពណ៌ក្រហម និង 2 ទៀតពណ៌ស។ អាវស្ត្រីមានចំនួន 6 ពណ៌ក្រហម និង 4 ទៀតមានពណ៌ស ។ គេហួតយកអាវមួយពីក្នុងហឺប ។

ក. កំណត់ប្រូបាបដែលគេហួតបានអាវស្ត្រី ។

ខ. កំណត់ប្រូបាបដែលគេហួតបានអាវពណ៌ក្រហម ។

V. រកពីចំនួន $x$ និង $y$ ដែល $x-y=-9$ និង $xy=-14$ ។

VI. គេឱ្យបន្ទាត់ $(D): y=x-1$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ ។

១. សង់បន្ទាត់ $(D)$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $(L)$ ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\,,3)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $(D)$ ។

សង់បន្ទាត់ $(L)$ នៅក្នុងតម្រុយជាមួយ $(D)$ ។

៣. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $M$ រវាងបន្ទាត់ $(L)$ និង $(D)$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់លទ្ធផលតាមក្រាភិច ។

VII. $M$ ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់ $(C)$ ដែលមានផ្ចិត $O$ និងកាំ $R$ ។ រង្វង់ $(C')$ ដែលមានផ្ចិត $M$ និងកាំ $r$ ដែល $(R>r)$ ជួបរង្វង់ $(C)$ ត្រង់ $A$ និង $B$ ។ ។ បន្ទាត់ $(OM)$ ជួបរង្វង់ $(C)$ ត្រង់ $D$ ហើយជួបរង្វង់ $(C')$ ត្រង់ $E$ និង $F$ ដែល $E\in[DM]$ ។ បន្ទាត់ $(\Delta)$ កែងនឹង $(DM)$ ត្រង់ $F$ ហើយជួប $(DA)$ និង $(DB)$ រៀងគ្នាត្រង់ $I$ និង $J$ ។

១.គណនារង្វាស់មុំ $D\hat{A}M$ និង $D\hat{B}M$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $(DI)$ និង $(DJ)$ ប៉ះនឹងរង្វង់ $(C')$ ត្រង់ $A$ និង $B$ ។

២.បង្ហាញថាចតុកោណ $AMFI$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ។

៣.ប្រៀបធៀប $\Delta ADM$ និង $\Delta FDI$ ។

៤.ទាញបញ្ជាក់ថា $\dfrac{AD}{FD}=\dfrac{DM}{DI}=\dfrac{AM}{FI}$ ហើយ $AD\times DI=2R(2R+r)$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ:

១. តើ $\sqrt{2}$ ជាឫសរបស់សមីការណាមួយ ?

ខ. ☑ $x^2-3x+3\sqrt{2}-2=0$

ព្រោះ $\sqrt{2}^2-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}-2=0 \Leftrightarrow 0=0$ ពិត

២. ចំណុច $A(1\,,1)$ នៅក្នុងតំបន់ចម្លើយនៃវិសមីការ :

គ. ☑ $x-y<2$

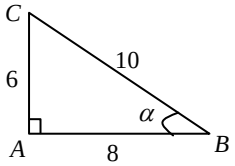
ព្រោះ $A(1\,,1)$ នោះ $1-1<2 \Rightarrow 0<2$ ពិត ។

II. ផ្គូផ្គងរវាងផលធ្យៀបត្រីកោណមាត្រនៃមុំ $\alpha$ និងតម្លៃ:

$\sin\alpha=\dfrac{6}{10}=0.6$ $\quad \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{0.6}{0.8}=0.75$

$\cos\alpha=\dfrac{8}{10}=0.8$ $\quad \cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{0.8}{0.6}=1.33$

ដូចនេះ ២. $\longrightarrow$ ក




៣. $\longrightarrow$ ឃ

៤. $\longrightarrow$ គ

III. សម្រួលកន្សោម : $F$

$$F=\frac{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}$$
$$=\frac{9\sqrt{2}-6\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}}$$
$$=\frac{3\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{2\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}=\frac{3}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលកន្សោមបាន } F=\frac{3}{2}}$ ។

IV. អាវបុរសមាន 8 ពណ៌ក្រហម និង 2 ពណ៌ស

អាវស្ត្រីមាន 6 ពណ៌ក្រហម និង 4 ពណ៌ស

នាំឱ្យចំនួនអាវទាំងអស់ $8+2+6+4=20$

ក. កំណត់ប្រូបាបដែលគេហូតបានអាវស្ត្រី

$$\text{P(ហូតបានអាវស្ត្រី)}=\frac{6+4}{20}=\frac{10}{20}=0.5$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ហូតបានអាវស្ត្រី)}=0.5}$ ។

ខ. កំណត់ប្រូបាបដែលគេហូតបានអាវពណ៌ក្រហម

$P(\text{ហូតបានអាវក្រហម}) = \frac{8+6}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0.7$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ហូតបានអាវក្រហម}) = 0.7}$ ។

V. រកពីរចំនួន $x$ និង $y$

យើងមាន $x - y = -9$ (1) និង $xy = -14$ (2)

តាម (1): $x - y = -9 \Rightarrow x = y - 9$ (3)

យក (3) ជំនួសក្នុង (2) គេបាន :

$(2): \quad (y-9)y = -14$

$y^2 - 9y = -14$

$y^2 - 9y + 14 = 0$

មាន $\Delta = 9^2 - 4\cdot 1\cdot 14 = 81 - 56 = 25$

នាំឱ្យ $y_1 = \frac{-(-9)-\sqrt{25}}{2\cdot 1} = \frac{9-5}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$y_2 = \frac{-(-9)+\sqrt{25}}{2\cdot 1} = \frac{9+5}{2} = \frac{14}{2} = 7$

ចំពោះ $y_1 = 2$ : (3) : $x = y - 9 = 2 - 9 = -7$

ចំពោះ $y_2 = 7$ : (3) : $x = y - 9 = 7 - 9 = -2$

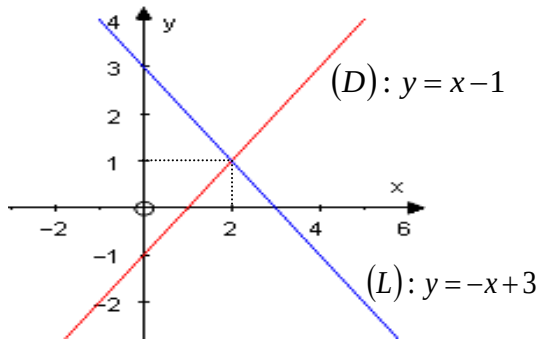
ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{r}\text{រកបានចម្លើយពីរគូ } (x=-7\,,\ y=2)\\ (x=-2\,,\ y=7)\end{array}}$ ។

VI. ១. សង់បន្ទាត់ $(D)$

យើងមាន $(D): y = x - 1$

| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 1 |

យើងសង់ក្រាភិចបាន :




២. រកសមីការបន្ទាត់ $(L)$

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(L): y = a'x + b'$

-ដោយ $(L): y = a'x + b'$ កាត់តាមចំណុច $A(0\,,\,3)$

គេបាន $3 = a'\cdot 0 + b' \Rightarrow b' = 3$

-ហើយ $(L): y = a'x + b'$ កែងនឹងបន្ទាត់ $(D)$

គេបាន $a \times a' = -1 \Rightarrow a' = \frac{-1}{a}$

តែ $(D): y = x - 1$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a = 1$

នាំឱ្យ $a' = \frac{-1}{1} = -1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (L): y = -x + 3}$ ។

- សង់បន្ទាត់ $(L)$ នៅក្នុងតម្រុយជាមួយ $(D)$

ដោយប្រើតារាងតម្លៃលេខ ដើម្បីសង់បន្ទាត់ $(L)$

$(L): y = -x + 3$ :

| $x$ | $-1$ | 0 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 3 |

នៅក្នុងតម្រុយជាមួយ $(D)$ ។

៣. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ $M$

យើងមាន $(D): y = x - 1$ និង $(L): y = -x + 3$

ដោយផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសរវាងបន្ទាត់ $(D)$ និង $(L)$

គេបាន : $x - 1 = -x + 3$

$2x = 4 \Rightarrow x = 2$ ,

នាំឱ្យ $y = x - 1 = 2 - 1 = 1$

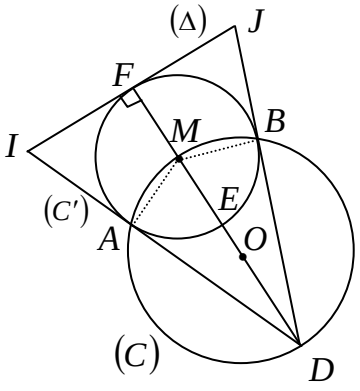
ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ } M(2\,,\,1)}$ ។

- ផ្ទៀងផ្ទាត់លទ្ធផលតាមក្រាភិច

តាមក្រាភិចយើងឃើញថា បើយើងធ្វើចំណោលកែង ពីចំណុចប្រសព្វ ទៅលើអ័ក្សទាំងពីរនោះយើងបាន កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វគឺ $M(x = 2\,,\ y = 1)$ ដូចជាមួយការគណនាខាងលើពិតមែន ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{ការគណនាផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយក្រាភិច}}$ ។

VII. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. គណនារង្វាស់មុំ $D\hat{A}M$ និង $D\hat{B}M$

មាន $A$ ជាចំណុចនៅលើរង្វង់ $(C)$ ហើយ $MD$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $(C)$ នាំឱ្យមុំ $D\hat{A}M$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់

ដូចនេះ $\boxed{\text{មុំ } D\hat{A}M = 90^o}$ ។

វិបាក ត្រីកោណ $DAM$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

ដោយ $\left.\begin{matrix} A\in DI \\ A\in(C') \\ DI\perp AM \end{matrix}\right| \Rightarrow (DI)$ ប៉ះនឹងរង្វង់ $(C')$ ត្រង់ $A$

ដូចគ្នាដែរ $B$ នៅលើរង្វង់ $(C)$ ហើយ $MD$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $(C)$ នាំឱ្យមុំ $D\hat{B}M$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់

ដូចនេះ $\boxed{\text{មុំ } D\hat{B}M = 90^o}$ ។

វិបាក ត្រីកោណ $DBM$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $B$

ដោយ $\left.\begin{matrix} B\in DJ \\ B\in(C') \\ DJ\perp BM \end{matrix}\right| \Rightarrow (DJ)$ ប៉ះនឹងរង្វង់ $(C')$ ត្រង់ $B$

២. បង្ហាញថាចតុកោណ $AMFI$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ:

ដោយចតុកោណ $AMFI$ មាន :

-មុំ $M\hat{F}I = 90^o$ ព្រោះ $(\Delta)$ កែងនឹង $(DM)$ ត្រង់ $F$

-មុំ $M\hat{A}I = 90^o$ ព្រោះ $(DI)$ ប៉ះនឹងរង្វង់ $(C')$ ត្រង់ $A$

នាំឱ្យចតុកោណ $AMFI$ មានផលបូកមុំឈម :

$M\hat{F}I + M\hat{A}I = 90^o + 90^o = 180^o$ ,

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } AMFI \text{ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ}}$ ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ADM$ និង $\Delta FDI$

ដោយ $\Delta ADM$ និង $\Delta FDI$ មាន :

-មុំ $\angle ADM = \angle FDI$ (ជាមុំរួម)

-មុំ $\angle DAM = \angle DFI = 90^o$ (មុំកែងដូចគ្នា)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ADM \sim \Delta FDI \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

៤. ទាញបញ្ជាក់ថា $\frac{AD}{FD} = \frac{DM}{DI} = \frac{AM}{FI}$

តាមរយៈសម្រាយខាងលើ

$\sim \left.\begin{matrix} \Delta ADM \\ \Delta FDI \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AD}{FD} = \frac{DM}{DI} = \frac{AM}{FI}$

ចំពោះ $\frac{AD}{FD} = \frac{DM}{DI}$

នោះទាញបាន $AD\times DI = DM\times FD$

ដោយ $DM = 2R$ និង $FD = 2R + r$

ដូចនេះ $\boxed{AD\times DI = 2R\times(2R+r)}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ០៩ កញ្ញា ២០០៣**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ឆ្នាំសម្គាល់ 2003

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

១. តើសមីការណាមួយមានឫសពីរផ្សេងគ្នា ?

ក. ☐ $x^2-2x+3=0$ ខ. ☐ $x^2+4x+4=0$

គ. ☐ $2x^2+5x+3=0$ ឃ. ☐ $(x^2-1)(2-x)=0$ ។

២. $EFG$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $E$ ហើយមាន $FG=6\ cm$ និង $E\hat{F}G=60^o$ ។ គណនាប្រវែង $EF$ គឺ :

ក. ☐ $EF=6\sqrt{3}\ cm$ ខ. ☐ $EF=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}\ cm$

គ. ☐ $EF=3\sqrt{3}\ cm$ ឃ. ☐ $EF=3\ cm$ ។

II. មេអំបៅមួយហើរចុះទំលើផ្កាមួយទងនៅក្នុងសួនច្បារមួយ ដែលមានផ្កាពណិស 1 ទង ផ្កាពណិក្រហម 2 ទង ផ្កាពណិស្វាយ 3 ទង និងផ្កាពណិលឿង 4 ទង ។ ចូរផ្គូផ្គងរវាងព្រឹត្តិការណ៍ និងប្រូបាបរបស់វាដែលត្រូវគ្នា :

| ព្រឹត្តិការណ៍ | ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ | ចម្លើយ |
|---|---|---|
| ១. "មេអំបៅចុះទំលើផ្កាពណិស " | ក. 0.4 | ១. → ខ |
| ២. "មេអំបៅចុះទំលើផ្កាពណិក្រហម " | ខ. 0.1 | ២. → |
| ៣. "មេអំបៅចុះទំលើផ្កាពណិស្វាយ " | គ. 0.5 | ៣. → |
| ៤. "មេអំបៅចុះទំលើផ្កាពណិលឿង " | ឃ. 0.2 | ៤. → |
| | ង. 0.3 | |

III. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $(L_1)$ ដែលមានសមីការ $y=(m^2+2m-4)x$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $(L_2)$ ដែលមានសមីការ $y=(m+2)x+1$ ។

IV. គណនា $A=2\sqrt{98}+2\sqrt[3]{54}-\sqrt{200}-3\sqrt[3]{16}-\sqrt{32}$

$B=\left(\dfrac{2-\sqrt{5}}{1-2\sqrt{5}}\right)\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{1+2\sqrt{5}}\right)$ ។

V. តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីចំនួនកុមារ នៅក្នុងភូមិដែលកើតជម្ងឺខ្វាក់មាន់តាមថ្នាក់អាយុ :

| ថ្នាក់នៃអាយុ (ឆ្នាំ) | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 |
|---|---|---|---|---|
| ចំនួនកុមារ (នាក់) | 4 | 3 | 6 | 7 |

១. សង់តារាងប្រេកង់កើន នៃទិន្នន័យខាងលើ ។

២. គណនាម៉ូត និងថ្នាក់នៃអាយុដែលជាមេដ្យាន នៃទិន្នន័យខាងលើ ។

VI. កោន $(K_1)$ មានមាឌ $V_1 = 32cm^3$ និងមានកម្ពស់ $h_1$ ។ កោន $(K_2)$ មានមាឌ $V_2 = 4cm^3$ និងមានកម្ពស់ $h_2 = 5cm$ ។ កោន $(K_1)$ និងកោន $(K_2)$ ជាកោនដូចគ្នា ។ (បេក្ខជនមិនបាច់គូសរូបទេ) ។ គណនាកម្ពស់ $h_1$ នៃកោន $(K_1)$ ។

VII. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ មួយ គេមានចំណុច $A(1\,,\,2)\,;\, B(0\,,\,-2)$ និង $C(3\,,\,0)$ ។

១. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(BC)$ ។

២. កំណត់កូអរដោនេរបស់ចំណុចកណ្តាល $I$ នៃ $[AC]$ ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(BI)$ ។

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាបភិច $\begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{3}{2}x - 2 \end{cases}$ ។

VIII. គេមាន $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ ហើយមាន $AB = 3cm$ , $AC = 4cm$ ។ រង្វង់ $(C_1)$ មានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ហើយជួបជ្រុង $[BC]$ ត្រង់ $H$ ។

១.បង្ហាញថា $[AH]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ គណនា $BC$ និង $AH$ ។

២.រង្វង់ $(C_2)$ មួយទៀតចារឹកក្រៅត្រីកោណ $AHC$ ។ $M$ ជាចំណុចមួយនៅលើធ្នូតូច $CH$ ។ បន្ទាត់ $(CM)$ ជួបបន្ទាត់ $(AH)$ ត្រង់ $N$ ។ ប្រៀបធៀប $\Delta MAN$ និង $\Delta HCN$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $AM \times HN = MN \times CH$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ:

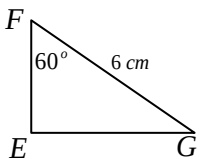
១. សមីការដែលមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ :

គ. ☑ $2x^2 + 5x + 3 = 0$

ព្រោះ តាមករណីពិសេស $a - b + c = 2 - 5 + 3 = 0$

គេបានឫស $x_1 = -1$ និង $x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$ ។

២. គណនាប្រវែង $EF$ គឺ :




ឃ. ☑ $EF = 3\ cm$ ព្រោះ

តាមផលធ្យេបត្រីកោណមាត្រ

$$\cos E\hat{F}G = \frac{EF}{EF} \Rightarrow EF = EF \cdot \cos E\hat{F}G$$
$$= 6 \cdot \cos 60^o$$
$$= 6 \cdot \frac{1}{2} = 3\ cm$$

II. ផ្គូផ្គងរវាងព្រឹត្តិការណ៍ និងប្រូបាបរបស់វាដែលត្រូវគ្នា:

ផ្កាពណិស 1 ទង ពណិក្រហម 2 ទង ពណិស្វាយ 3 ទង និងពណិលឿង 4 ទង នោះសរុប $1+2+3+4=10$

-ប្រូបាបទំលើផ្កាពណិ ស $\quad P(\text{ស}) = \frac{1}{10} = 0.1$

-ប្រូបាបទំលើផ្កាពណិ ក្រហម $P(\text{ក្រហម}) = \frac{2}{10} = 0.2$

-ប្រូបាបទំលើផ្កាពណិ ស្វាយ $\quad P(\text{ស្វាយ}) = \frac{3}{10} = 0.3$

-ប្រូបាបទំលើផ្កាពណិ លឿង $\quad P(\text{លឿង}) = \frac{4}{10} = 0.4$

ដូចនេះ យើងផ្គូផ្គងបាន ២. → ឃ

៣. → ង

៤. → ក ។

III. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $(L_1)//(L_2)$

យើងមានបន្ទាត់ពីរគឺ $(L_1): y=(m^2+2m-4)x$

$(L_2): y=(m+2)x+1$

បន្ទាត់ពីរស្របគ្នាលុះត្រាតែមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

គេបាន : $m^2+2m-4=m+2$

$m^2+m-6=0$ ,

មាន $\Delta=1^2-4\cdot1\cdot(-6)=1+24=25$

នោះ $m_1=\dfrac{-1-\sqrt{25}}{2\cdot1}=\dfrac{-1-5}{2}=\dfrac{-6}{2}=-3$

$m_2=\dfrac{-1+\sqrt{25}}{2\cdot1}=\dfrac{-1+5}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បាន $m_1=-3$ , $m_2=2$ ។

IV. គណនា

$A=2\sqrt{98}+2\sqrt[3]{54}-\sqrt{200}-3\sqrt[3]{16}-\sqrt{32}$

$=2\sqrt{2\cdot49}+2\sqrt[3]{27\cdot2}-\sqrt{2\cdot100}-3\sqrt[3]{8\cdot2}-\sqrt{16\cdot2}$

$=14\sqrt{2}+6\sqrt[3]{2}-10\sqrt{2}-6\sqrt[3]{\cdot2}-4\sqrt{2}$

$=14\sqrt{2}+6\sqrt[3]{2}-10\sqrt{2}-6\sqrt[3]{\cdot2}-4\sqrt{2}$

$=0$

ដូចនេះ គណនាបានគឺ $A=0$ ។

$B=\left(\dfrac{2-\sqrt{5}}{1-2\sqrt{5}}\right)\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{1+2\sqrt{5}}\right)$

$=\dfrac{(2-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}{(1-2\sqrt{5})(1+2\sqrt{5})}$

$=\dfrac{2+2\sqrt{5}-\sqrt{5}-5}{1-20}$

$=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{-19}$

$=\dfrac{3-\sqrt{5}}{19}$

ដូចនេះ គណនាបាន $B=\dfrac{3-\sqrt{5}}{19}$ ។

V. ១. សង់តារាងប្រេកង់កើន នៃទិន្នន័យ

| អាយុ (ឆ្នាំ) | ចំនួនកុមារ $f$ | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ |
|---|---|---|
| 0-2 | 4 | 4 |
| 2-4 | 3 | 7 |
| 4-6 | 6 | 13 |
| 6-8 | 7 | 20 |
| សរុប | 20 | |

២. គណនាម៉ូត និងថ្នាក់នៃអាយុដែលជាមេដ្យាន

ដោយម៉ូតគឺជា ផ្ទៃតថ្នាក់នៃអាយុដែលមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ ហើយថ្នាក់អាយុ 6-8 មានប្រេកង់ 7 ច្រើនលើសគេ មានន័យថាម៉ូតគឺជា ផ្ទៃតថ្នាក់អាយុ 6-8

គេបាន $Mo=\dfrac{6+8}{2}=7$

ដូចនេះ ម៉ូតគណនាបានគឺ $Mo=7$ ។

ថ្នាក់អាយុដែលជាមេដ្យាន ជាថ្នាក់អាយុដែលមានប្រេកង់តម្លៃកណ្តាលនៃទិន្នន័យ

នាំឱ្យ $Me$ ជាតម្លៃនៃតួទី $\dfrac{20}{2}=10$

តាមតារាងប្រេកង់កើនតួទី 10 នៅក្នុងថ្នាក់អាយុ 4-6

ដូចនេះ ថ្នាក់ដែលជាមេដ្យានគឺថ្នាក់អាយុ 4-6 ។

VI. គណនាកម្ពស់ $h_1$ នៃកោន $(K_1)$

បម្រាប់ កោន $(K_1)$ និងកោន $(K_2)$ ជាកោនដូចគ្នា

នាំឱ្យ ផលធៀបធាតុត្រូវគ្នាស្មើគ្នា

គេបាន $\left(\dfrac{h_1}{h_2}\right)^3=\dfrac{V_1}{V_2}\Rightarrow h_1=h_2\cdot\sqrt[3]{\dfrac{V_1}{V_2}}$

ដោយ $V_1=32cm^3$ , $V_2=4cm^3$ និង $h_2=5cm$

នាំឱ្យ $h_1=5\cdot\sqrt[3]{\dfrac{32}{4}}$

$=5\cdot\sqrt[3]{8}=5\cdot2=10\,cm$ ,

ដូចនេះ ប្រវែងកម្ពស់គណនាបានគឺ $h_1=10\,cm$ ។

VII. យើងមានចំណុច $A(1,2)$ , $B(0,-2)$, $C(3,0)$

១. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(BC)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $(BC): y=ax+b$

-ដោយ $(BC): y=ax+b$ កាត់តាម $B(0,-2)$

នាំឱ្យ $-2=a\cdot 0+b \Rightarrow b=-2 \quad (1)$

-ដោយ $(BC): y=ax+b$ កាត់តាម $C(3,0)$

នាំឱ្យ $0=a\cdot 3+b \Leftrightarrow a=-\dfrac{b}{3} \quad (2)$

-យក $(1)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ គេបាន :

$(2): \ a=\dfrac{-b}{3} \Rightarrow a=\dfrac{-(-2)}{3}=\dfrac{2}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (BC): y=\dfrac{2}{3}x-2}$ ។

២. កំណត់កូអរដោនេចំណុចកណ្តាល $I$ នៃ $[AC]$

កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាលអង្កត់ $AC$ កំណត់ដោយ

$$I\left(\frac{x_A+x_c}{2}, \frac{y_A+y_c}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+0}{2}\right)$$

$$I(2,1)$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេចំណុចកណ្តាល } I(2,1)}$ ។

-កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(BI)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $(BI): y=cx+d$

-ដោយ $(BI): y=cx+d$ កាត់តាម $B(0,-2)$

នាំឱ្យ $-2=c\cdot 0+d \Rightarrow d=-2$

-ដោយ $(BI): y=cx+d$ កាត់តាម $I(2,1)$

នាំឱ្យ $1=c\cdot 2+d \Leftrightarrow c=\dfrac{1-d}{2} \quad (2)$

-យក $(1)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ គេបាន :

$(2): \ c=\dfrac{1-d}{2}=\dfrac{1-(-2)}{2}=\dfrac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (BI): y=\dfrac{3}{2}x-2}$ ។

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាបភិច

យើងមានប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} y\geq \dfrac{2}{3}x-2 \\ y\leq \dfrac{3}{2}x-2 \end{cases}$

យើងសង់បន្ទាត់ព្រំដែននៃសមីការ $\begin{cases} y=\dfrac{2}{3}x-2 \\ y=\dfrac{3}{2}x-2 \end{cases}$

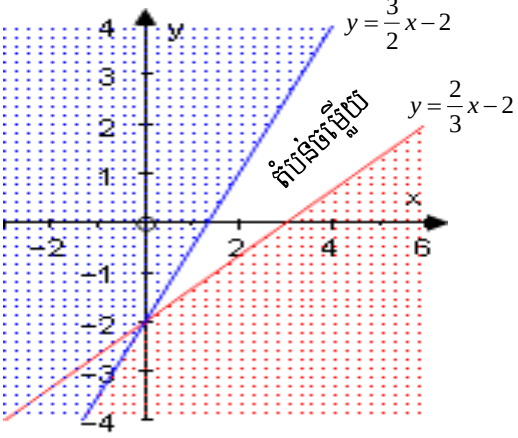
ដោយប្រើតារាងតម្លៃលេខដើម្បីសង់បន្ទាត់ព្រំដែន

$y=\dfrac{2}{3}x-2$ និង $y=\dfrac{3}{2}x-2$

| $x$ | $-3$ | $3$ |
|---|---|---|
| $y$ | $-4$ | $0$ |

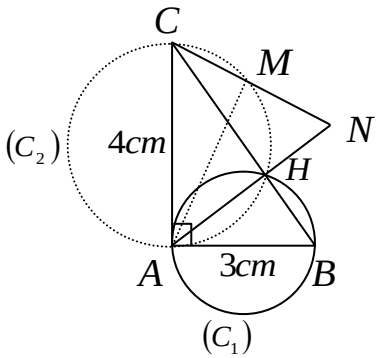
| $x$ | $-2$ | $2$ |
|---|---|---|
| $y$ | $-5$ | $1$ |

យើងសង់ក្រាភិចបាន :

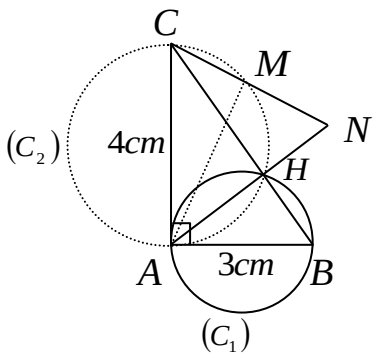



ផ្នែកមិនរួតជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

VIII. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




( ដើម្បីកុំឱ្យមានការលំបាកក្នុងការធ្វើដំណោះស្រាយដោយសាររូប និងដំណោះស្រាយនៅទំព័រផ្សេង ដូចនេះខ្ញុំសូមយករូបទៅទំព័រថ្មីដើម្បីងាយស្រួល )




១. បង្ហាញថា $[AH]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ $ABC$

ក្នុង $\Delta ABH$ មាន $AB$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ $(C_1)$ និង $H$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ $(C_1)$ នោះ $\Delta ABH$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $H$ គឺ $AH \perp BH$

ហើយក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មាន $[AH]$ គូសចេញពីកំពូល $A$ កាត់ $BC$ ត្រង់ $H$

ដូចនេះ $\boxed{[AH] \text{ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ } ABC}$ ។

វិបាក : $\angle AHC = 90^o$ ។

- គណនា $BC$ និង $AH$

ក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ កែងត្រង់កំពូល $A$

ហើយមាន $AB = 3cm$ , $AC = 4cm$ តាមពីតាគ័រ

គេបាន : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$BC = 5\ cm$$

-តាមទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$

គេបាន : $BC \times AH = AB \times AC$

នាំឱ្យ $$AH = \frac{AB \times AC}{BC}$$

ដែលមាន $AB = 3cm$ , $AC = 4cm$ , $BC = 5\ cm$

គេបាន $$AH = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2.4\ cm$$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{យើងគណនាបានប្រវែង} \\ BC = 5\ cm\ ,\ AH = 2.4cm\end{array}}$ ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta MAN$ និង $\Delta HCN$

មុំ $A\hat{M}C = A\hat{H}C = 90^o$ ( មុំមានផ្ងួស្មាត់រួម $AC$ )

នាំឱ្យ $A\hat{M}N = 90^o$ ( ជាមុំបន្ថែមជាមួយមុំ $A\hat{M}C$ )

ហើយ $C\hat{H}N = 90^o$ ( ជាមុំបន្ថែមជាមួយមុំ $A\hat{H}C$ )

ដោយ $\Delta MAN$ និង $\Delta HCN$ មាន :

-មុំ $\angle AMN = \angle CHN = 90^o$ ( មុំកែងដូចគ្នា)

-មុំ $M\hat{A}N = H\hat{C}N$ ( មុំចារឹកមានផ្ងួស្មាត់រួម $MH$ )

ដូចនេះ $\boxed{\Delta MAN \sim \Delta HCN \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

វិបាក : $\sim \left| \begin{matrix} \Delta MAN \\ \Delta HCN \end{matrix} \right. \Rightarrow \frac{AM}{CH} = \frac{MN}{HN}$

នាំឱ្យ $AM \times HN = MN \times CH$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ទាញបាន } AM \times HN = MN \times CH}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ១០ កក្កដា ២០០៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ឆ្នាំសង្គ្រង 2004

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. តើសមភាពណាមួយដែលត្រឹមត្រូវ :

ក. ☐ $\sqrt[4]{81}=\pm 3$ ខ. ☐ $\sqrt[3]{16}=4$

គ. ☐ $\sqrt{1.69}=1.3$ ឃ. ☐ $\sqrt{(-5)^2}=-5$ ។

២. $EFGH$ ជាចតុកោណកែងមួយដែលមាន $EF=1.5cm$ និង $EG=3\,cm$ ។ គណនា $G\hat{E}H$ :

ក. ☐ $G\hat{E}H=60^o$ ខ. ☐ $G\hat{E}H=35^o$

គ. ☐ $G\hat{E}H=45^o$ ឃ. ☐ $G\hat{E}H=30^o$ ។

II. $\bar{x}$ ជាមធ្យមទិន្នន័យ។ $Mo$ ជាម៉ូតទិន្នន័យ។ $Me$ ជាមេដ្យានៃទិន្នន័យ។ ចូរផ្គូផ្គងផ្នែក $A$ និង $B$ ដែលត្រូវគ្នា :

| A (ទិន្នន័យ) | B (មធ្យមស្ថិតិ) | ចម្លើយ |
|---|---|---|
| ១. 2 , 3 , 4 , 1 , 6 | ក. $Me=4$ | ១. ⟶ ឃ |
| ២. 2 , 4 , 5 , 6 , 1 | ខ. $Mo=1$ | ២. ⟶ |
| ៣. 4 , 6 , 3 , 7 , 5 | គ. $\bar{x}=3$ | ៣. ⟶ |
| ៤. 1 , 2 , 5 , 4 , 1 | ឃ. $Me=3$ | ៤. ⟶ |
| | ង. $\bar{x}=5$ | |

III. នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេបោះឆ្នោតជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្សឈរឈ្មោះ 7 នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 5 នាក់ និងសិស្សស្រី 2 នាក់ ។ រកប្រូបាប៊ដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 1 នាក់យ៉ាងតិច ។

IV. គេយកស្បៀវភៅ 200 ក្បាលទៅចែកឱ្យសិស្សក្នុងថ្នាក់មួយ ។ បើគេចែក 4 ក្បាលដូចគ្នា នោះនៅសល់ស្បៀវភៅ 20 ក្បាល ។ បើចែកឱ្យសិស្សប្រុសម្នាក់ 4 ក្បាល និងសិស្សស្រីម្នាក់ 5 ក្បាល នោះខ្វះស្បៀវភៅចំនួន 5 ក្បាល ។ រកចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះ ។

V. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាបភិច $\begin{cases} y\geq x-2 \\ y\leq 2 \end{cases}$ ។

២. $\Delta ABC$ មានជ្រុង $AB=x-1$ , $BC=x+4$ និង $AC=x+2$ ដែល $x>1$ ។

កំណត់តម្លៃនៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $\Delta ABC$ កែងត្រង់កំពូល $A$ ។

VI. ១. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ សង់បន្ទាត់ $(D): y=-\frac{x}{2}+2$ ។

២. បន្ទាត់ $(L)$ កាត់តាមចំណុច $A(-1\,,\,0)$ ហើយកែងនឹង $(D)$ ។

ក. រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $(L)$ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(L)$ ។

គ. សង់បន្ទាត់ $(L)$ នៅក្នុងតម្រុយជាមួយ $(D)$ ។

VII. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ មួយមានអង្កត់ផ្ចូតីរមិនប៉ុនគ្នា $[AB]$ និង $[CD]$ ដែលកែងគ្នាត្រង់ចំណុច $I$ ។ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BD]$ ។ បន្ទាត់ $(MI)$ ជួបអង្កត់ $[AC]$ ត្រង់ $N$ ។

១. បង្ហាញថា $\Delta MBI$ និង $\Delta MDI$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta IBD$ និង $\Delta NCI$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $(MN)\perp(AC)$ ។

៣. គេយក $IA=a$ និង $IC=b$ ។ គណនា $AC$ និង $IN$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងទៅនឹង $a$ និង $b$ ។

## ចម្លើយ

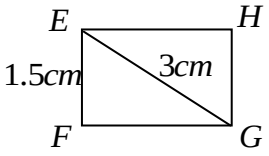
I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់មុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

១. តើសមភាពណាមួយដែលត្រឹមត្រូវ :

គ. ☑ $\sqrt{1.69}=1.3$ ព្រោះ $\sqrt{1.69}=\sqrt{1.3^2}=1.3$

២. គណនា $G\hat{E}H$ : ឃ. ☑ $G\hat{E}H=30^o$

ព្រោះ $\sin G\hat{E}H=\dfrac{1.5}{3}=0.5 \Rightarrow G\hat{E}H=30^o$




II. ផ្គូផ្គងផ្នែក $A$ និង $B$ ដែលត្រូវគ្នា :

២. $\rightarrow$ ក ព្រោះ $2,4,5,6,1$ មាន $Me=4$

៣. $\rightarrow$ ង ព្រោះ $4,6,3,7,5$ មាន $\bar{x}=5$

៤. $\rightarrow$ ខ ព្រោះ $1,2,5,4,1$ មាន $Mo=1$

III. រកប្រូបាបជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 1 នាក់យ៉ាងតិច

សិស្សឈរឈ្មោះ 7 នាក់ មានប្រុស 5 នាក់ ស្រី 2 នាក់

-ព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 1 នាក់យ៉ាងតិច ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញជាមួយព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសគ្មានបានសិស្សស្រី មានន័យថារើសបានសិស្សប្រុសទាំងអស់

នាំឱ្យ P(ស1យ៉ាងតិច) = 1 – P(បបប)

តែ P(បបប) = P(ប)× P(ប/ប)× P(ប/បប)

$=\dfrac{5}{7}\times\dfrac{4}{6}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{2}{7}$

គេបាន P(ស1យ៉ាងតិច) = $1-\dfrac{2}{7}=\dfrac{5}{7}=0.71$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ស1យ៉ាងតិច)}=\dfrac{5}{7}=0.71}$ ។

IV. រកចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះ

តាង $x$ ជាចំនួនសិស្សប្រុស (គិតជា នាក់)

$y$ ជាចំនួនសិស្សស្រី (គិតជា នាក់)

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}4x+4y=200-20\\4x+5y=200+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+4y=180 \ (1)\\4x+5y=205 \ (2)\end{cases}$$

ដោះស្រាយដោយយក $(2)-(1)$ :

$$-\begin{cases}4x+5y=205\\4x+4y=180\end{cases}$$
$$y=25$$

ចំពោះ $y=25$ : $(1)$ : $4x+4y=180$

ឬ $x+y=45$ នាក់ ជាចំនួនសិស្សសរុបនៅក្នុងថ្នាក់

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនសិស្សសរុបនៅក្នុងថ្នាក់មាន 45 នាក់}}$ ។

V. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាបភិច

$\begin{cases} y \ge x-2 \\ y \le 2 \end{cases}$

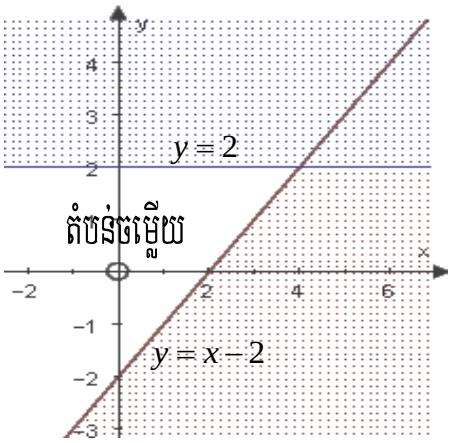
យើងសង់បន្ទាត់ព្រំដែន $\begin{cases} y = x-2 \\ y = 2 \end{cases}$

ដោយប្រើតារាងតម្លៃលេខ :

| $y = x-2$ | | |
|---|---|---|
| $x$ | 1 | 2 |
| $y$ | $-1$ | 0 |

និង

| $y = 2$ | | |
|---|---|---|
| $x$ | 1 | 2 |
| $y$ | 2 | 2 |




ផ្នែកមិនឆ្លុតជាតំបន់ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

២. កំណត់តម្លៃនៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $\Delta ABC$ កែងត្រង់ $A$

យើងមាន $AB = x-1$ , $BC = x+4$ , $AC = x+2$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ : $\Delta ABC$ កែងត្រង់កំពូល $A$

លុះត្រាតែ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+2)^2$$
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$$
$$x^2 + 8x + 16 = 2x^2 + 2x + 5$$
$$x^2 - 6x - 11 = 0$$

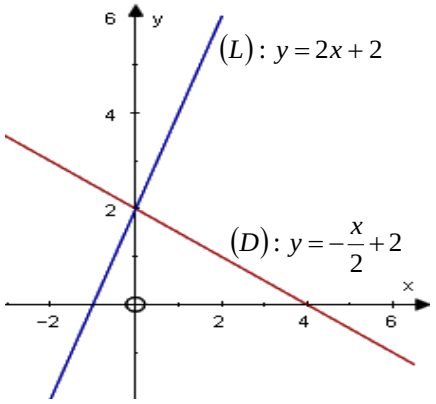
មាន $\Delta' = (-3)^2 - 1\cdot(-11) = 9 + 11 = 20$

នាំឱ្យ $x_1 = \dfrac{-(-3) - \sqrt{20}}{1} = 3 - 2\sqrt{5} < 0$ មិនយក

$$x_2 = \frac{-(-3) + \sqrt{20}}{1} = 3 + 2\sqrt{5}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } x = 3 + 2\sqrt{5}}$ ។

VI. ១. សង់ $(D): y = -\dfrac{x}{2} + 2$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ




២. ក. រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $(L)$

ដោយ $(L) \perp (D)$ នាំឱ្យ $a \times a' = -1$

គេបាន $-\dfrac{1}{2} \times a' = -1 \quad \Rightarrow \quad a' = 2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មេគុណប្រាប់ទិសនៃ } (L) \text{ គឺ } a' = 2}$ ។

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ $(L)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $(L): y = a'x + b'$

ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិស $a' = 2$ (រកបានខាងលើ)

-ដោយ $(L)$ កាត់តាម $A(-1, 0)$

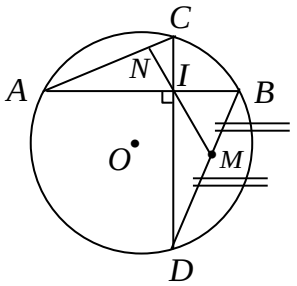
គេបាន $0 = 2(-1) + b' \quad \Rightarrow \quad b' = 2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់រកបានគឺ } (L): y = 2x + 2}$ ។

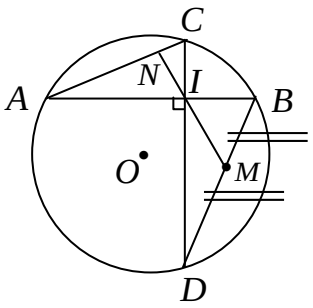
គ. សង់បន្ទាត់ $(L)$ នៅក្នុងតម្រុយជាមួយ $(D)$

(សូមមើលរូបខាងលើ ដែលបានសង់បន្ទាត់ $(D)$ )

VI. តាមម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




(ខ្ញុំសូមយករូបទៅដាក់ទំព័រថ្មីដើម្បីងាយស្រួលបកស្រាយ)




ក. បង្ហាញថា $\Delta MBI$ និង $\Delta MDI$ ជា $\Delta$ សមបាត

យើងមាន$[AB]$ និង $[CD]$ដែលកែងគ្នាត្រង់ចំណុច $I$ និងមាន $M$ ជាចំណុចកណ្តាល $[BD]$

នោះ $\Delta BDI$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $I$ ដែលមាន $[IM]$ ជាមេដ្យាន ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $[BD]$

គេបាន $MI=MB=MD$

-ដោយ $\Delta MBI$ មាន $MI=MB$

ដូចនេះ $\Delta MBI$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

-ដោយ $\Delta MDI$ មាន $MI=MD$

ដូចនេះ $\Delta MDI$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

វិបាក : មុំបាត $\angle MDI=\angle MID$

២. ប្រៀបធៀប $\Delta IBD$ និង $\Delta NCI$

ដោយ $\Delta IBD$ និង $\Delta NCI$ មាន :

-មុំ $\angle NCI=\angle IBD$ (មុំចារឹកមានផ្នូស្មាត់រួម $AD$)

-មុំ $\angle NIC=\angle IDB$ ព្រោះ

$\angle NIC=\angle MID$ (ជាមុំទល់កំពូល)

$\angle IDB=\angle MDI=\angle MID$ (វិបាកខាងលើ)

ដូចនេះ $\Delta IBD\sim\Delta NCI$ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម ។

វិបាក : $\angle INC=\angle DIB$

តែ $\Delta BDI$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $I$ នោះ$\angle DIB=90^o$

នាំឱ្យ $\angle INC=\angle DIB=90^o$

មានន័យថា $\Delta INC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $N$

ហើយមាន $N$ នៅលើ $AC$

ដូចនេះ យើងទាញបាន $(MN)\perp(AC)$ ។

៣. គណនា $AC$ និង $IN$ ឱ្យជាប់ទាក់ទង $a$ និង $b$

យើងមាន $IA=a$ និង $IC=b$

-ចំពោះ ត្រីកោណកែង $AIC$ កែងត្រង់ $I$

តាមពីតាគ័រ $AC^2=IA^2+IC^2$

$$AC=\sqrt{IA^2+IC^2}=\sqrt{a^2+b^2}$$

តាមទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណកែង $AIC$ កែងត្រង់ $I$

គេបាន : $IN\times AC=IA\times IC$

នាំឱ្យ $IN=\dfrac{IA\times IC}{AC}$

$$=\frac{a\times b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+b^2}$$

ដូចនេះ យើងគណនាឱ្យជាប់ទាក់ទង $a$ និង $b$ បាន

$AC=\sqrt{a^2+b^2}$ ឯកតាប្រវែង

$IN=\dfrac{ab\sqrt{a^2+b^2}}{a^2+b^2}$ ឯកតាប្រវែង ។

សូមមានសំណាងល្អ



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ១១ កក្កដា ២០០៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ពិសេស 2005

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. គេមានទិន្នន័យ $1, 2, 3, a, 8, 7, 3a+8$ ។ កំណត់តម្លៃ $a$ ដើម្បីឱ្យមធ្យមទិន្នន័យគឺ $\bar{x}=7$ ។

ក. ☐ $a=4$ ខ. ☐ $a=5$

គ. ☐ $a=6$ ឃ. ☐ $a=7$ ។

២. ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតមាន $AB=AC=5cm$ និង $BC=6cm$ និងកម្ពស់ $[AH]$ នោះគេបាន $\cos A\hat{B}H$ គឺ :

ក. ☐ $\cos A\hat{B}H=\frac{5}{6}$ ខ. ☐ $\cos A\hat{B}H=\frac{4}{5}$

គ. ☐ $\cos A\hat{B}H=\frac{3}{5}$ ឃ. ☐ $\cos A\hat{B}H=\frac{1}{2}$ ។

II. ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាយុ 12 ឆ្នាំ 5 នាក់ សិស្សអាយុ 13 ឆ្នាំ 8 នាក់ និងអាយុ 14 ឆ្នាំ 7 នាក់ ។ គ្រូបានហៅសិស្សម្នាក់ដោយចៃដន្យ ។ ចូរផ្គូផ្គងផ្នែក A និង B ឱ្យបានចម្លើយត្រឹមត្រូវ :

| A | B | ចម្លើយ |
|---|---|---|
| ១. ប្រូបាបដែលគ្រូហៅសិស្សមានអាយុ 12 ឆ្នាំ | ក. 0.65 | ១. → |
| ២. ប្រូបាបដែលគ្រូហៅសិស្សមានអាយុ 13 ឆ្នាំ | ខ. 0.6 | ២. → |
| ៣. ប្រូបាបដែលគ្រូហៅសិស្សមានអាយុក្រោម 14 ឆ្នាំ | គ. 0.4 | ៣. → |
| ៤. ប្រូបាបដែលគ្រូហៅសិស្សមានអាយុ 14 ឆ្នាំ | ឃ. 0.35 | ៤. → |
| | ង. 0.25 | |

III. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{28}+1\right)x+\sqrt{12}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាបភិច $\begin{cases} y\le x+2 \\ x\le 2 \end{cases}$ ។

V. សួនច្បារមួយមានរាងជាចតុកោណកែង មានបណ្តោយលើសទទឹង $9\ m$ ។ គេសង់របងព័ទ្ធជុំវិញសួននោះ ។ រកប្រវែងរបងបើវាមានផ្ទៃក្រឡា $112\ m^2$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ គេមានចំណុច $A(0,1)$ និង $B(4,-3)$ ។

១. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(AB)$ ។

២. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $M$ នៃ $[AB]$ ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(D)$ កែងនឹង $(AB)$ និងកាត់តាមចំណុច $M$ ។

៣. សង់បន្ទាត់ $(AB)$ និង $(D)$ នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

VII. $ABC$ ជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ដែលមាន $AB=AC=BC=2\,cm$ ។ គេគូសអង្កត់ផ្ចិត $[AD]$ ដែលកាត់ $[BC]$ ត្រង់ $H$ ។

១. គណនា $AD$ និង $BD$ បើ $\sin 30^o=\frac{1}{2}$ , $\cos 30^o=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

២. ប្រៀបធៀប $\Delta BHD$ និង $\Delta AHC$ ។ ទាញរកផលធៀបដំណូច ។

៣. យក $K$ ជាចំណុចកណ្តាល $[BD]$ ។ បន្ទាត់ $(KH)$ កាត់ជ្រុង $(AC)$ ត្រង់ $I$ ។ បង្ហាញថា $[KI]\perp[AC]$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវ

១. កំណត់តម្លៃ $a$ : ខ. ☑ $a=5$

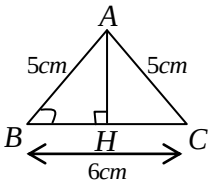
ព្រោះ $\overline{X}=\frac{1+2+3+a+8+7+3a+8}{7}$

$\frac{4a+29}{7}=7 \Leftrightarrow 4a+29=49 \Rightarrow a=5$

២. $\cos A\hat{B}H$ គឺ : គ. ☑ $\cos A\hat{B}H=\frac{3}{5}$

ព្រោះ $\Delta\perp ABH$ មាន

$\cos A\hat{B}H=\frac{3}{5}$




II. ផ្គូផ្គងផ្នែក A និង B ឱ្យបានចម្លើយត្រឹមត្រូវ :

សិស្សអាយុ 12 ឆ្នាំ 5 នាក់ សិស្សអាយុ 13 ឆ្នាំ 8 នាក់

និងអាយុ 14ឆ្នាំ 7នាក់ នាំឱ្យករណីអាច$=5+8+7=20$

នាំឱ្យ ១. $P(12\text{ឆ្នាំ})=\frac{5}{20}=0.25$

២. $P(13\text{ឆ្នាំ})=\frac{8}{20}=0.4$

៣. $P(\text{ក្រោម}14\text{ឆ្នាំ})=\frac{5+8}{20}=0.65$

៤. $P(14\text{ឆ្នាំ})=\frac{7}{20}=0.35$

ដូចនេះ យើងផ្គូផ្គងបាន : ១. $\rightarrow$ ង

២. $\rightarrow$ គ

៣. $\rightarrow$ ក

៤. $\rightarrow$ ឃ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ :

$$\left(\sqrt{28}+1\right)x+\sqrt{12}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$$
$$\left(2\sqrt{7}+1\right)x+2\sqrt{3}=x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$$
$$2\sqrt{7}x+x-x=\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}$$
$$2\sqrt{7}x=\sqrt{2}-\sqrt{3}$$
$$x=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$
$$\boxed{x=\frac{\sqrt{17}-\sqrt{21}}{14}}$$

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច :

យើងមានប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}y\le x+2\\x\le 2\end{cases}$

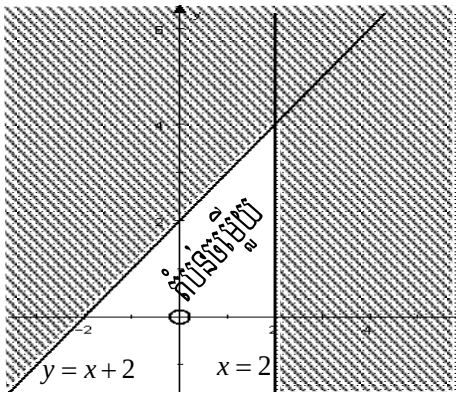
សង់បន្ទាត់ព្រំដែននៃសមីការ $\begin{cases}y=x+2\\x=2\end{cases}$

តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នា $y=x+2$

| $x$ | 0 | $-2$ |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 0 |

$x=2$

| $x$ | 2 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 2 | 0 |




ផ្នែកមិនឆ្លុតជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

V. រកប្រវែងរបងនៃសួនច្បារនោះ

តាង $x$ ជាប្រវែងទទឹង (ដែល $x>0$ គិតជា $m$)

នាំឱ្យ ប្រវែងបណ្តោយគឺ $x+9$

តាមបម្រាប់ប្រធានគេបាន :

$$x(x+9)=112$$

$$x^2+9x-112=0$$

មាន $\Delta=9^2-4\cdot1\cdot(-112)=81+448=529$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{-9-\sqrt{529}}{2\cdot1}=\dfrac{-9-23}{2}<0$ មិនយក

$x_2=\dfrac{-9+\sqrt{529}}{2\cdot1}=\dfrac{-9+23}{2}=7$

ចំពោះ $x=7$ នោះ $x+9=7+9=16$

គេបាន $P=2($ ទទឹង + បណ្តោយ$)$

$=2(7+16)=46m$

ដោយប្រវែងរបងជាប្រវែងបរិមាត្ររបស់សួន

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែងរបងសួនច្បារគឺ } P=46m}$ ។

VI. គេមានចំណុច $A(0\,,1)$ និង $B(4\,,-3)$

១. កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(AB)$

បន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(AB):y=ax+b$

-ដោយ $(AB):y=ax+b$ កាត់តាម $A(0\,,1)$

គេបាន $1=a\cdot0+b \Rightarrow b=1$

-ដោយ $(AB):y=ax+b$ កាត់តាម $B(4\,,-3)$

គេបាន $-3=a\cdot4+b \Rightarrow 4a+b=-3$

ចំពោះ $b=1$ នោះ $4a+b=-3 \Leftrightarrow 4a=-3-b$

គេបាន $4a=-3-1 \Rightarrow a=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (AB):y=-x+1}$ ។

២. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច $M$ កណ្តាល $[AB]$

$M\left(\dfrac{0+4}{2}\,,\dfrac{1+(-3)}{2}\right)=M(2\,,-1)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កូអរដោនេចំណុចកណ្តាលគឺ } M(2\,,-1)}$ ។

-កំណត់សមីការបន្ទាត់ $(D)$

សមីការបន្ទាត់ត្រូវកំណត់មានរាង $(D):y=a'x+b'$

ដោយ $(D):y=a'x+b'$ កាត់តាម $M(2\,,-1)$

គេបាន $-1=a'\cdot2+b' \Rightarrow b'=-2a-1$

ដោយ $(D)\perp(AB) \Leftrightarrow a\times a'=-1$

នាំឱ្យ $a'=\dfrac{-1}{a}=\dfrac{-1}{-1}=1$ (ព្រោះ $a=-1$)

គេបាន $b'=-2a-1=-2\cdot1-1=-3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (D):y=x-3}$ ។

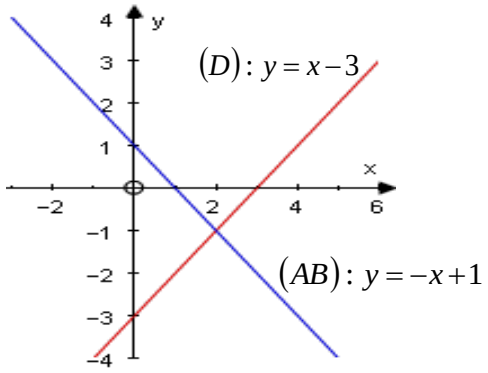
៣. សង់បន្ទាត់ $(AB)$ និង $(D)$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ

តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នា

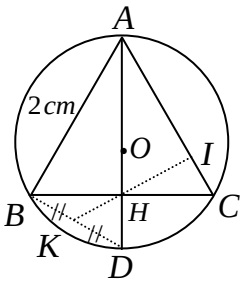
$(AB):y=-x+1$ និង $(D):y=x-3$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 1 | 0 |

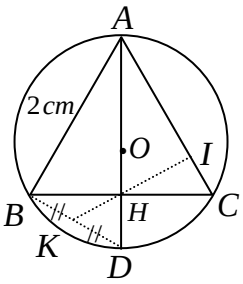
| $x$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | $-2$ | $-1$ |




VII. គណនា $AD$ និង $BD$




(បើរូប និងសម្រាយនៅទំព័រផ្សេងពីគ្នា នោះវាពិបាកដល់អ្នកអាន ដូចនេះខ្ញុំសូមដាក់រូប និងសម្រាយនៅទំព័រថ្មី ដើម្បីកុំឱ្យអ្នកអានពិបាក)




-ដោយ $\Delta ABC$ មាន $AB=AC=BC=2\ cm$

នាំឱ្យ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស

វិបាក $\angle ABC=\angle ACB=\angle BAC=60^o$

-ដោយ $\Delta ABD$ មាន $B$ នៅលើរង្វង់ និង $[AD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិត នោះ $\Delta ABD$ ជាត្រីកោណកែង ត្រង់ $B$ ។

$\Delta \perp ABD$ មាន $\angle ADB=\angle ACB=60^o$

(មុំមានផ្ចិតស្ថាត់រួម $AB$)

នាំឱ្យ $\Delta \perp ABD$ ជាត្រីកោណកែងកន្លះសម័ង្ស

វិបាក $\angle BAD=30^o$

-គេបាន $\cos B\hat{A}D=\dfrac{AB}{AD} \Rightarrow AD=\dfrac{AB}{\cos B\hat{A}D}$

ដោយ $AB=2cm$, $\cos B\hat{A}D=\cos 30^o=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

នោះ $AD=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}cm$

-ហើយ $\sin B\hat{A}D=\dfrac{BD}{AD} \Rightarrow BD=AD\cdot\sin B\hat{A}D$

ដោយ $AD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}cm$, $\sin B\hat{A}D=\sin 30^o=\dfrac{1}{2}$

នោះ $BD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{AD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}cm\ ,\quad BD=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\ cm}$ ។

២. ប្រៀធ្យៀប $\Delta BHD$ និង $\Delta AHC$

ដោយ $\Delta BHD$ និង $\Delta AHC$ មាន :

-មុំ $\angle BHD=\angle AHC$ (ជាមុំទល់កំពូល)

-មុំ $\angle ADB=\angle ACB=60^o$ (សម្រាយខាងលើ)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta BHD\sim\Delta AHC \text{ លក្ខខណ្ឌដំណូច ម.ម}}$ ។

-ទាញរកផលធ្យៀបដំណូច

ដោយ $\sim\dfrac{\Delta BHD}{\Delta AHC} \Rightarrow \dfrac{BH}{AH}=\dfrac{HD}{HC}=\dfrac{BD}{AC}=\dfrac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលធ្យៀបដំណូចដែលទាញបានគឺ } \dfrac{BH}{AH}=\dfrac{HD}{HC}=\dfrac{BD}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ ។

៣. បង្ហាញថា $[KI]\perp[AC]$

-យើងមាន $\angle BAD=30^o$ នោះ $\angle DAC=30^o$

នាំឱ្យ $AH$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta ABC$

ទាញបាន $A\hat{H}C=D\hat{H}B=90^o$

នាំឱ្យ $\Delta BHD$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $H$

-មុំ $\angle DBC=\angle DAC=30^o$ (មានធ្នូស្ថាត់រួម $CD$)

-ក្នុងត្រីកោណកែង $BHD$ មាន $K$ ជាចំណុចកណ្តាល $[BD]$ នាំឱ្យ $[HK]$ ជាមេដ្យានត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $[BD]$ តាមទ្រឹស្តី គេបាន $BK=KD=KH$

-ត្រីកោណ $BKH$ មាន $BK=KH$

នាំឱ្យ $\Delta BKH$ ជាត្រីកោណសមបាត

វិបាក $\angle DBC=\angle BHK=30^o$

-មុំ $\angle BHK=\angle IHC=30^o$ (មុំទល់កំពូល)

* ក្នុងត្រីកោណ $IHC$ មាន :

-មុំ $\angle IHC=30^o$ និងមុំ $\angle ICH=\angle ACB=60^o$

នោះមុំមួយទៀត $\angle CIH=90^o$ ហើយ $I$ នៅលើ $AC$

នាំឱ្យ $[KI]\perp[AC]$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងស្រាយបានថា } [KI]\perp[AC]}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ១០ កក្កដា ២០០៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ដីសម្លួម 2006

I. ចូរបំពេញចន្លោះក្នុងតារាងខាងក្រោមឱ្យបានត្រឹមត្រូវ ដោយគណនា $\sqrt{x^2}$ , $\sqrt[3]{x}$ , $\sqrt{x+17}$ ចំពោះ $x=\pm 8$ ។

| $x$ | $-8$ | $+8$ |
|---|---|---|
| $\sqrt{x^2}$ | | 8 |
| $\sqrt[3]{x}$ | | |
| $\sqrt{x+17}$ | | |

II. តារាងខាងក្រោមនេះ ជាការបង្ហាញពីចំនួនសិស្ស នៃអនុវិទ្យាល័យមួយ ដែលបានទទួលបានជ័យលាភីសិស្សពូកែប្រចាំឆ្នាំ :

| ថ្នាក់នៃអាយុ (ឆ្នាំ) | 10-12 | 12-14 | 14-16 | 16-18 |
|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស (នាក់) | 3 | 4 | 6 | 3 |

១. សង់តារាងប្រែកង់កើន នៃទិន្នន័យខាងលើ ។

២. គណនាម៉ូត និងរកថ្នាក់មេដ្យាន នៃទិន្នន័យខាងលើ ។

III. ក. ដោះស្រាយសមីការ $(x-2)^2=8-x$ ។

ខ. រក $m$ និង $p$ ដោយដឹងថាសមីការ $x^2-mx+p$ មានឫស $x_1=2$ និង $x_2=5$ ។

IV. គណនា $A=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\right)$

$B=\sqrt[4]{2}\left(\sqrt[4]{5}-\sqrt[3]{3}\right)-\sqrt[4]{10}\left(1-\sqrt[4]{1000}\right)+\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{3}$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} y\geq \dfrac{1}{2}x+1 \\ y\leq x \end{cases}$ ។

VI. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 15 សន្លឹក ។ នៅក្នុងនោះមានក្រដាសប្រាក់ពីរប្រភេទគឺ 1000រ និង 5000រ ។ ទឹកប្រាក់សរុបមាន 39000 រ ។ ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយ ។ ។

VII. ថង់មួយមានអក្សរជាពាក្យ HAPPY ។ គេលូកយកអក្សរក្នុងថង់ម្តងមួយដោយមិនដាក់ចូលវិញទេ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :

១. លូកយកបានអក្សរ P ។

២. លូកយកបានអក្សរ AY តាមលំដាប់នេះ ។

៣. លូកយកបានអក្សរ HPP តាមលំដាប់នេះ ។

VIII. រង្វង់ផ្ចិត $O$ មានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ដែល $AB=5\,cm$ ។ បន្ទាត់ $(L)$ មួយប៉ះនឹងរង្វង់ $O$ ត្រង់ចំណុច $C$ ហើយ $AC=4cm$ ។ បន្ទាត់ $(AD)$ ជួបរង្វង់ម្តងទៀតត្រង់ $D$ ហើយកែងទៅនឹង $(L)$ ត្រង់ $E$ ។ $M$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាង $(AC)$ និង $(BD)$ ។ $N$ ជាចំណុចកណ្តាលអង្កត់ $[AD]$ ។

១. កំណត់ប្រភេទ $\Delta ABC$ និង $\Delta ABD$ ។ គណនាបរិមាត្រនៃ $\Delta ABC$ ។

២. បង្ហាញថាចតុកោណ $CENO$ ជាចតុកោណកែង ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta MAB$ និង $\Delta MDC$ ។ ទាញថា $MA\times MC=MB\times MD$ ។

## ចម្លើយ

I. បំពេញចន្លោះក្នុងតារាងឱ្យបានត្រឹមត្រូវ

| $x$ | $-8$ | $+8$ |
|---|---|---|
| $\sqrt{x^2}$ | 8 | 8 |
| $\sqrt[3]{x}$ | $-2$ | 2 |
| $\sqrt{x+17}$ | 3 | 5 |

-ចំពោះ $x=-8$ នោះ

$\sqrt{x^2}=\sqrt{(-8)^2}=\left|-8\right|=8$

$\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{-8}=-2$

$\sqrt{x+17}=\sqrt{-8+17}=\sqrt{9}=3$

-ចំពោះ $x=+8$ នោះ

$\sqrt{x^2}=\sqrt{(+8)^2}=\left|+8\right|=8$

$\sqrt[3]{x}=\sqrt[3]{8}=2$

$\sqrt{x+17}=\sqrt{8+17}=\sqrt{25}=5$

II. ១. សង់តារាងប្រេកង់កើន

| ថ្នាក់នៃអាយុ | ប្រេកង់ $f$ | ប្រេកង់កើន $f^{\uparrow}$ |
|---|---|---|
| 10-12 | 3 | 3 |
| 12-14 | 4 | 7 |
| 14-16 | 6 | 13 |
| 16-18 | 3 | 16 |
| សរុប | 16 | |

២. គណនាម៉ូត និងរកថ្នាក់មេដ្យាន

តាមតារាងទិន្នន័យថ្នាក់អាយុ 14-16 មានប្រេកង់ស្មើ 6 ច្រើនជាងគេ នាំឱ្យថ្នាក់អាយុ 14-16 ជាថ្នាក់ម៉ូត

តែម៉ូតជាតម្លៃនៃផ្ចិតថ្នាក់ នោះ $Mo=\frac{14+16}{2}=15$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ម៉ូតគណនាបានគឺ } Mo=15}$ ។

-មេដ្យានជាតម្លៃកណ្តាល

ដោយទិន្នន័យមានប្រេកង់សរុប 16 នាំឱ្យតម្លៃកណ្តាលនៃប្រេកង់គឺ $\frac{16}{2}=8$ ។ តាមតារាងប្រេកង់កើន : ប្រេកង់ 8 ស្ថិតនៅក្នុងថ្នាក់ 14-16

ដូចនេះ $\boxed{\text{ថ្នាក់អាយុ 14-16 ជាថ្នាក់នៃមេដ្យាន}}$ ។

III. ក. ដោះស្រាយសមីការ

$$(x-2)^2=8-x$$
$$x^2-4x+4=8-x$$
$$x^2-3x-4=0$$

តាមករណីពិសេស $a-b+c=1-(-3)-4=0$

នាំឱ្យ $x_1=-1$ , $x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{-4}{1}=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x_1=-1\,,\ x_2=4}$ ។

ខ. រក $m$ និង $p$

យើងមានសមីការ $x^2-mx+p$

មានឫស $x_1=2$ និង $x_2=5$

ចំពោះតម្លៃឫសទាំងពីរ គេបាន :

$$\begin{cases}2^2-m\cdot 2+p=0\\5^2-m\cdot 5+p=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}4-2m+p=0\\25-5m+p=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}p=2m-4\\p=5m-25\end{cases}$$

$$\Rightarrow 5m-25=2m-4$$

$$3m=21$$

$$m=7$$

ចំពោះ $m=7$ : $p=2m-4=2\times 7-4=10$

ដូចនេះ **តម្លៃដែលរកបានគឺ $m=7$ , $p=10$** ។

IV. គណនា

$$A=\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}$$

$$=\frac{5-\sqrt{10}+\sqrt{10}+2}{5-2}$$

$$=\frac{7}{3}$$

ដូចនេះ **គណនាបាន $A=\frac{7}{3}$** ។

$$B=\sqrt[4]{2}\left(\sqrt[4]{5}-\sqrt[3]{3}\right)-\sqrt[4]{10}\left(1-\sqrt[4]{1000}\right)+\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{3}$$

$$=\sqrt[4]{10}-\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{3}-\sqrt[4]{10}+\sqrt[4]{10000}+\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[3]{3}$$

$$=\sqrt[4]{10000}$$

$$=\sqrt[4]{10^4}=10$$

ដូចនេះ **គណនាបាន $B=10$** ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}y\ge\frac{1}{2}x+1\\y\le x\end{cases}$

យើងសង់បន្ទាត់ព្រំដែន $\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+1\\y=x\end{cases}$

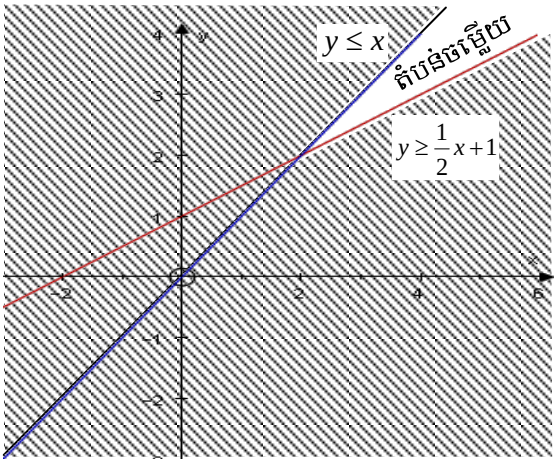
តារាងតម្លៃលេខត្រូវគ្នា

$y=\frac{1}{2}x+1$ និង $y=x$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 2 | 2 |
| 4 | 3 |

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 1 |

-សង់ក្រាភិច




ផ្នែកមិនរួតជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

VI. រកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ

តាង $x$ ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ 1000រ

$y$ ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ 5000រ

តាមបម្រាប់ប្រធានគេបាន :

$$\begin{cases}x+y=15\\1000x+5000y=39000\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=15\\x+5y=39\end{cases}$$

តាមដេទែមីណង់ $D=5-1=4$

$$D_x=75-39=36\ \Rightarrow\ x=\frac{D_x}{D}=\frac{36}{4}=9$$

$$D_y=39-15=24\ \Rightarrow\ y=\frac{D_y}{D}=\frac{24}{4}=6$$

ដូចនេះ **ក្រដាសប្រាក់ 1000រ មាន 9 សន្លឹក**
**ក្រដាសប្រាក់ 5000រ មាន 6 សន្លឹក** ។

VII. ថង់មានអក្សរ HAPPY មាន 5 អក្សរ

នាំឱ្យ ករណីអាច $=5$

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ :

១. លូកយកបានអក្សរ P

ដោយអក្សរ P មានចំនួន 2 នោះករណីស្របស្មើ 2

នាំឱ្យ $P(P)=\frac{2}{5}=0.4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាបលូកបានអក្សរ P គឺ } P(P)=\frac{2}{5}}$ ។

២. លូកយកបានអក្សរ AY តាមលំដាប់នេះ

$$P(AY)=P(A)\times P(Y/A)$$
$$=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}=0.05$$

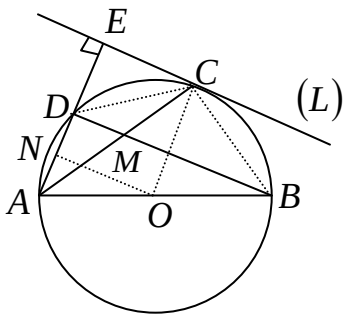
ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាបលូកបាន AY គឺ } P(AY)=\frac{1}{20}}$ ។

៣. លូកយកបានអក្សរ HPP តាមលំដាប់នេះ

$$P(HPP)=P(H)\times P(P/H)\times P(P/HP)$$
$$=\frac{1}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{30}=0.033$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាបលូកបាន HPP គឺ } P(HPP)=\frac{1}{30}}$ ។

VIII. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :




១. កំណត់ប្រភេទ $\Delta ABC$ និង $\Delta ABD$ :

ដោយ $\Delta ABC$ មានកំពូល $C$ នៅលើរង្វង់មានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ នោះវាជាត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC \text{ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ } C}$ ។

-គណនាបរិមាត្រនៃ $\Delta ABC$

ដោយ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណមានអ៊ីប៉ូតេនុស $[AB]$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AB^2=AC^2+BC^2$

ដោយ $AB=5\,cm$ និង $AC=4cm$

នាំឱ្យ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}$

$$=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,cm$$

គេបាន $P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC$

$$=5+4+3=12cm$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បរិមាត្រ } \Delta ABC \text{ គឺ } P_{\Delta ABC}=12\,cm}$ ។

២. បង្ហាញថាចតុកោណ $CENO$ ជាចតុកោណកែង

ដោយចតុកោណ $CENO$ មាន :

-មុំ $O\hat{C}E=90^o$ (បន្ទាត់ប៉ះកែងនឹងកាំរង្វង់)

-មុំ $N\hat{E}C=90^o$ (ព្រោះ $(AD)\perp(L)$ ត្រង់ $E$)

-មុំ $O\hat{N}E=90^o$ (កាំរង្វង់កែងអង្កត់ធ្នូត្រង់ចំណុចកណ្តាល)

ចតុកោណដែលមានមុំទាំងបីជាមុំកែង នោះវាជាចតុកោណកែង (ព្រោះមុំទី៤ ក៏ជាមុំកែងដែរ)

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } CENO \text{ ជាចតុកោណកែង}}$ ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta MAB$ និង $\Delta MDC$

ដោយ $\Delta MAB$ និង $\Delta MDC$ មាន :

-មុំ $\angle MAB=\angle MDC$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $BC$)

-មុំ $\angle AMB=\angle DMC$ (មុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta MAB\sim\Delta MDC \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

វិបាក $\left.\sim\frac{\Delta MAB}{\Delta MDC}\right|\Rightarrow \frac{MA}{MD}=\frac{MB}{MC}$

ទាញបានពីសមាមាត្រ $MA\times MC=MB\times MD$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ទាញបាន } MA\times MC=MB\times MD}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៩ កក្កដា ២០០៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ឆ្នាំសម្លឹម 2007

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. សមីការ $\sqrt{2}x-1=\sqrt{2}$ មានឫស :

ក. ☐ $x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ ខ. ☐ $x=2+\sqrt{2}$

គ. ☐ $x=2-\sqrt{2}$ ឃ. ☐ $x=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ។

២. ត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ ។ $[AH]$ កែងនឹង $[BC]$ ត្រង់ $H$ ដែល $BH=4.5cm$ និង $HC=2cm$ ។ រកប្រវែង $AH$ :

ក. ☐ $AH=9\ cm$ ខ. ☐ $AH=6.5\ cm$

គ. ☐ $AH=\pm 3\ cm$ ឃ. ☐ $AH=3\ cm$ ។

II. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ $(2x+1)^2>4x^2+x$ រួចបកស្រាយចម្លើយលើអ័ក្សនៃចំនួនពិត ។

III. នៅក្នុងគ្រួសារមួយ ឪពុកមានអាយុច្រើនជាងកូនច្បងចំនួន 25 ឆ្នាំ ហើយកូនច្បងមានអាយុច្រើនជាងកូនប្អូនចំនួន 5 ឆ្នាំ ។ រកអាយុម្នាក់ៗ បើដឹងថាផលបូកនៃអាយុអ្នកទាំងបីស្មើនឹង 65 ឆ្នាំ ។

IV. សិស្សប្រុស 3 នាក់ និងស្រី 3 នាក់ បានឈរឈ្មោះបោះឆ្នោត ដើម្បីជ្រើសរើសធ្វើជាប្រធានថ្នាក់ និងបន្ទាប់មកជ្រើសរើសអនុប្រធានថ្នាក់ម្នាក់ទៀត ។ រកប្រូបាប៊ីនៃព្រឹត្តិការណ៍ :

១. ជ្រើសរើសបានប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស ។

២. ជ្រើសរើសបានប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី ។

៣. ជ្រើសរើសបានប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី និងអនុប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស ។

V. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ គេមានបន្ទាត់ $(L_1): y=x-2$ និងមានចំណុច $A(1\ ,\ 2)$ ។

១. រកសមីការបន្ទាត់ $(L_2)$ ដែលកាត់តាមចំណុច $A(1\ ,\ 2)$ ហើយកែងជាមួយបន្ទាត់ $(L_1)$ ។

២. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $(L_1)$ និង $(L_2)$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់លទ្ធផលតាមក្រាបភិច ។

VI. រង្វង់ផ្ចិត $O$ មានអង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ដែល $BC=4\ cm$ ។ $A$ ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់ $(O)$ ដែល $A\hat{B}C=30^o$ ។ បន្ទាត់ $(AE)$ ជួបជាមួយ $[BC]$ ត្រង់ $D$ ហើយជួបរង្វង់ $(O)$ ម្តងទៀតត្រង់ $E$ ។

១. កំណត់ប្រភេទត្រីកោណ $ABC$ និងត្រីកោណ $AOC$ ។

២. គណនា $AB$ , $AC$ , $A\hat{E}B$ ។

៣. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ $ACD$ និងត្រីកោណ $BED$ ។ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $DA\times DE = DB\times DC$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ

១. សមីការ $\sqrt{2}x-1=\sqrt{2}$ មានប្ញសៈ

ក. ☑ $x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

ព្រោះ $\sqrt{2}x-1=\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}x=\sqrt{2}+1$

នោះ $x=\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}+1 \Rightarrow x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

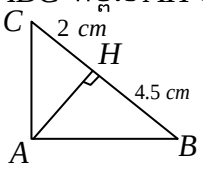
២. រកប្រវែង $AH$ ៖ ឃ. ☑ $AH=3\ cm$

តាមទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណកែង $ABC$ កម្ពស់ $AH$ ៖

$AH^2 = HB\times HC$

$AH=\sqrt{HB\times HC}$

$=\sqrt{4.5\times 2}=3\ cm$




II. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖

យើងមានសមីការ $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ តាមដេទែមីណង់

គេបាន $D=3-2=1$

$D_x=9-11=-2 \quad \Rightarrow \quad x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-2}{1}=-2$ ,

$D_y=11-6=5 \quad \Rightarrow \quad y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{5}{1}=5$ ,

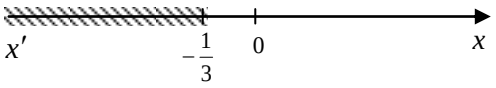
ដូចនេះ ប្រព័ន្ធមានគូចម្លើយ $x=-2$ , $y=5$ ។

២. ដោះស្រាយវិសមីការ ៖

$$(2x+1)^2 > 4x^2+x$$
$$4x^2+4x+1 > 4x^2+x$$
$$3x > -1$$
$$x > -\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ $x>-\dfrac{1}{3}$ ។

-បកស្រាយចម្លើយវិសមីការលើអ័ក្សចំនួនពិត ៖




ផ្នែកមិនរួតជាចម្លើយនៃវិសមីការ ។

III. រកអាយុរបស់ម្នាក់ៗ

តាង $x$ ជាអាយុកូនច្បង (ដែល $x>0$ គិតជាឆ្នាំ)

នាំឱ្យ អាយុឪពុកគឺ $x+25$

និង អាយុកូនប្អូនគឺ $x-5$

តាមបម្រាប់ប្រធាន គេបានសមីការ ៖

$$(x+25)+x+(x-5)=65$$
$$3x+20=65$$
$$3x=45$$
$$x=15$$

នាំឱ្យ អាយុឪពុកគឺ $x+25=15+25=35$ ឆ្នាំ

និង អាយុកូនប្អូនគឺ $x-5=15-5=10$ ឆ្នាំ

ដូចនេះ

| |
|---|
| ឪពុកមានអាយុ 35 ឆ្នាំ , |
| កូនច្បងមានអាយុ 15 ឆ្នាំ |
| កូនប្អូនមានអាយុ 10 ឆ្នាំ |

។

IV. សិស្សប្រុស 3 នាក់ និងស្រី 3 នាក់

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=3+3=6$ ។ រកប្រូបាប ៖

១. ជ្រើសរើសបានប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស

ប្រុសជាប្រធាន អាចប្រុសជាអនុ. ឬអាចស្រីជាអនុ.

P(ប.ជាប្រធាន) = P(ប.ប) + P(ប.ស)

$= P(ប)\times P(ប/ប) + P(ប)\times P(ស/ប)$

$=\dfrac{3}{6}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{15}{30}=\dfrac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ប.ជាប្រធាន)} = \frac{1}{2} = 0.5}$ ។

២. ជ្រើសរើសបានប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី

សិស្សស្រីជាប្រធាន អាចប្រុសជាអនុ. ឬអាចស្រីជាអនុ.

$\text{P(ស.ជាប្រធាន)} = \text{P(ស.ប)} + \text{P(ស.ស)}$

$= \text{P(ស)} \times \text{P(ប/ស)} + \text{P(ស)} \times \text{P(ស/ស)}$

$= \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ប.ជាប្រធាន)} = \frac{1}{2} = 0.5}$ ។

៣. ជ្រើសរើសបានប្រធានជាស្រី និងអនុ.ជាប្រុស

$\text{P(ប្រធានស្រី.អនុប្រុស)} = \text{P(ស)} \times \text{P(ប)}$

$= \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10} = 0.3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ប្រធានស្រី.អនុប្រុស)} = 0.3}$ ។

V. ១. រកសមីការបន្ទាត់ $(L_2)$

យើងមាន $(L_1): y = x - 2$ និងចំណុច $A(1\,,\,2)$

សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $(L_2): y = ax + b$

-ដោយ $(L_2)$ កាត់តាម $A(1\,,\,2)$

គេបាន $2 = a \cdot 1 + b \;\Rightarrow\; b = 2 - a$

-ដោយ $(L_2) \perp (L_1)$

គេបាន $a \times 1 = -1 \;\Rightarrow\; a = -1$

នាំឱ្យ $b = 2 - a = 2 - (-1) = 3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ត្រូវរកគឺ } (L_2): y = -x + 3}$ ។

២. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាង $(L_1)$ និង $(L_2)$

យើងមាន $(L_1): y = x - 2$ និង $(L_2): y = -x + 3$

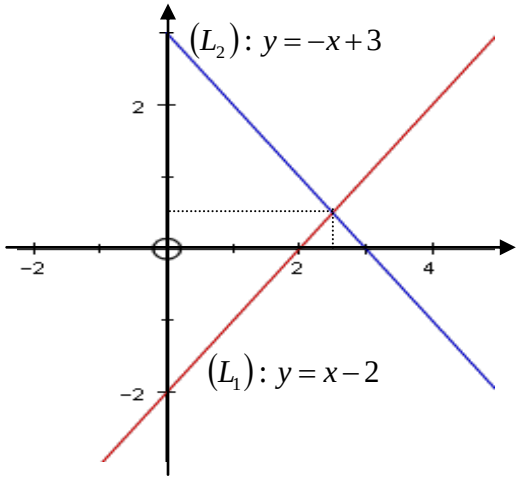
ផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីស នៃបន្ទាត់ទាំងពីរ$(L_1)$ និង $(L_2)$

គេបាន $x - 2 = -x + 3 \;\Rightarrow\; x = \frac{5}{2}$

នាំឱ្យ $y = x - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$

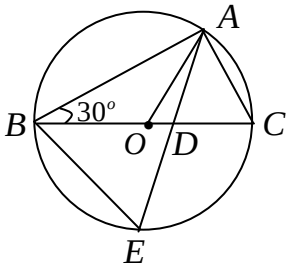
ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំណុចប្រសព្វរវាង } (L_1) \text{ និង } (L_2) \text{ គឺ : } \left(x = \frac{5}{2}\;,\; y = \frac{1}{2}\right)}$ ។

-ផ្ទៀងផ្ទាត់តាមក្រាភិច




តាមក្រាភិចឃើញថា ចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ មានកូអរដោនេ $\left(x = \frac{5}{2}\;,\; y = \frac{1}{2}\right)$ និងកែងគ្នាពិតមែន ។

VI. ១. កំណត់ប្រភេទ $\Delta ABC$ និងត្រីកោណ $\Delta AOC$




-ដោយត្រីកោណ $ABC$ មានអង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ និង $A$ នៅលើរង្វង់ ហើយ $A\hat{B}C = 30^o$ នោះវាជាត្រីកោណចារឹកកន្ទុះរង្វង់

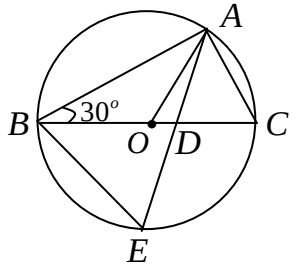
ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC \text{ ជាត្រីកោណកែងកន្ទុះសម័ង្ស}}$ ។

វិបាក $\angle ACB = 60^o$

-ដោយ $\Delta AOC$ មាន $OA = OC$ (កាំរង្វង់តែមួយ) នោះវាជាត្រីកោណសមបាត ដែលមានមុំបាត $A\hat{C}B = 60^o$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta AOC \text{ ជាត្រីកោណសម័ង្ស}}$ ។

គួសរូបតែមួយបានហើយ ខ្ញុំគ្រាន់តែដាក់ឱ្យស្រួលមើល




២. គណនា $AB$ , $AC$ , $A\hat{E}B$

ក្នុង $\Delta ABC$ មាន $A\hat{B}C = 30^o$ និង $BC = 4\ cm$

នាំឱ្យ $\cos A\hat{B}C = \dfrac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \cos A\hat{B}C$

តែបាន $AB = 4 \cdot \cos 30^o = 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\ cm$

ហើយ $\sin A\hat{B}C = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin A\hat{B}C$

តែបាន $AC = 4 \cdot \sin 30^o = 4 \cdot \dfrac{1}{2} = 2\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែង } AB = 2\sqrt{3}\ cm \text{ និង } AC = 2\ cm}$ ។

ចំពោះ $A\hat{E}B = A\hat{C}B = 60^o$ ព្រោះ $A\hat{E}B$ និងមុំ $A\hat{C}B$ ជាមុំចារឹកលើរង្វង់តែមួយ និងមានធ្នូស្មាត់រួម $AB$

ដូចនេះ $\boxed{A\hat{E}B = 60^o}$ ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ACD$ និង $\Delta BED$

ដោយ $\Delta ACD$ និង $\Delta BED$ មាន :

-មុំ $A\hat{E}B = A\hat{C}B = 60^o$ (មានបញ្ជាក់ខាងលើ)

-មុំ $E\hat{D}B = C\hat{D}A$ (មុំទល់កំពូល)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ACD \sim \Delta BED \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

វិបាក $\sim \dfrac{\Delta ACD}{\Delta BED} \Rightarrow \dfrac{DA}{DB} = \dfrac{DC}{DE}$

ទាញបាន $\boxed{DA \times DE = DB \times DC}$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**

## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ១៩ កញ្ញា ២០០៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ដំណោះស្រាយ 2008

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. តើសមីការមួយណា ដែលមានឫសពីរផ្សេងគ្នា ?

☐ ក. $x^2-2x+1=0$ ☐ ខ. $x^2+9=0$ ☐ គ. $5x^2+7x+1=0$ ☐ ឃ. $-x^2+5x-8=0$

២. $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ ដែលមានអ៊ីប៉ូតេនុស $BC=a$ និង $A\hat{C}B=60^o$ ។

ជ្រុង $[AB]$ មានប្រវែង :

☐ ក. $AB=\frac{a}{2}$ ☐ ខ. $AB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ☐ គ. $AB=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ ☐ ឃ. $AB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

II. គេថ្លឹងអង្ករ 7 ថង់ជាបន្តបន្ទាប់ហើយបានលទ្ធផល : $3kg$ , $5kg$ , $4kg$ , $9kg$ , $10kg$ , $4kg$ និង $7kg$ ។

ចូរផ្គូផ្គងផ្នែក $A$ និង ផ្នែក $B$ រួចសរសេរចម្លើយនៅក្នុងផ្នែក $C$ ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ :

| ផ្នែក $A$ | ផ្នែក $B$ | $C$ (ចម្លើយ) |
|---|---|---|
| ១. ម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងលើ | ក. $5kg$ | ១. $\longrightarrow$ |
| ២. មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងលើ | ខ. $7kg$ | ២. $\longrightarrow$ |
| ៣. មេដ្យានៃទិន្នន័យខាងលើ | គ. $6kg$ | ៣. $\longrightarrow$ |
| | ឃ. $4kg$ | |

III. ១. គណនា $A=\sqrt{(-2)^2}+\sqrt{8}$ និង $B=\sqrt{12}-\sqrt{3}-1$

២. គណនា $C=\frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}-\left(\sqrt{6}+1\right)$ ។

IV. ក្នុងប្រអប់មួយមានស្បែរវិភៅលំហាត់ធរណីមាត្រចំនួន 5 ក្បាល និងស្បែរវិភៅលំហាត់ពីជគណិតចំនួន7 ក្បាល។ សុភាព ចាប់យកស្បែរវិភៅ 2 ក្បាលចេញពីប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ ។

១. រកប្រូបាប ដែលសុភាព ចាប់បានស្បែរវិភៅលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរក្បាល ។

២. រកប្រូបាប ដែលសុភាព ចាប់បានស្បែរវិភៅលំហាត់ពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល។

V. ១. ចូរសង់ចំណុច $A(-1,2)$ និង $B(2,0)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $xOy$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $(AB)$ ។

៣. សង់បន្ទាត់ $(D)$ មានសមីការ $y=\frac{3}{2}x$ នៅក្នុងតម្រុយខាងលើ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(D)$ និងបន្ទាត់ $(AB)$ កែងគ្នា ។

VI. បូណា មានអាយុច្រើនជាង ចិន្តា ។ ផលបូកអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើ 33 ឆ្នាំ ។ ហើយផលដកអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើ 3 ឆ្នាំ។ រកអាយុរបស់ បូណា និងអាយុរបស់ ចិន្តា ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ ដែលមានជ្រុងប្រវែង 4cm ។ គេគូសកន្ទុះបន្ទាត់ $[At)$ ស្របនឹងជ្រុង $[BC]$ ។ $H$ ជាចំណោលកែងនៃ $C$ លើ $[At)$ ។

១. គណនា $CH$ និង $AH$ ដោយដឹងថា $\cos 60^o = \frac{1}{2}$ និង $\sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

២. គណនា $BH$ ។

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABH$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ:

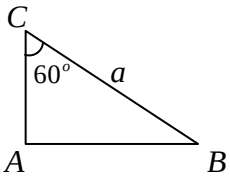
១. សមីការដែលមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ :

☑ គ. $5x^2+7x+1=0$ ព្រោះវាមាន $\Delta > 0$

ដែល $\Delta = 7^2 - 4\cdot 5\cdot 1 = 49-20 = 29 > 0$ ។

២. ជ្រុង $[AB]$ មានប្រវែង : ☑ ឃ. $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

ព្រោះ $\sin 60^o = \frac{AB}{BC}$




នោះ $AB = BC\cdot \sin 60^o$

$AB = a\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

II. ផ្គូផ្គងផ្នែក $A$ និង ផ្នែក $B$ ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ :

ផ្គូផ្គងបាន : ១.→ ឃ , ២.→ គ , ៣.→ ក

ដោយសារយើងមានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម :

$3kg, 5kg, 4kg, 9kg, 10kg, 4kg$ និង $7kg$

នោះយើងអាចគណនាបាននូវ :

-ម៉ូត គឺ $4kg$ ព្រោះ $4kg$ មានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ

-មធ្យម $= \frac{3+5+4+9+10+4+7}{7} = \frac{42}{7} = 6$

-មេដ្យានជាតួទី $\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$ នៃទិន្នន័យរៀប

តាមលំដាប់គឺ $3, 4, 4, \textcircled{5}, 7, 9, 10$ គិតជា $kg$ ។

III. ១. គណនា :

$A = \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{8}$

$= \sqrt{(2)^2} + \sqrt{2^2\cdot 2} = 2 + 2\sqrt{2}$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A = 2+2\sqrt{2}$ |

$B = \sqrt{12} - \sqrt{3} - 1$

$= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 1$

$= \sqrt{3} - 1$

ដូចនេះ | គណនាបាន $B = \sqrt{3}-1$ | ។

២. គណនា

$C = \frac{2+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} - \left(\sqrt{6}+1\right)$

$= \frac{2\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} - \left(\sqrt{6}+1\right)$

$= \frac{2\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1} - \left(\sqrt{6}+1\right)$

$= \sqrt{3}+1+\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{6}-1$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2}$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ |

IV. ក្នុងប្រអប់មានស្បែវភៅធរណីមាត្រ 5 ក្បាល និង ស្បែវភៅ ពីជគណិត 7 ក្បាល

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $=5+7=12$

១.រកប្រូបាបសុភាពចាប់បានស្បែវភៅធរណីមាត្រទាំង 2

គេបាន $P(\text{ធ.ធ}) = P(\text{ធ}) \times P(\text{ធ/ធ})$

$$=\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}=\frac{5}{33}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាប } P(\text{ធ.ធ}) = \frac{5}{33}\approx 0.15}$ ។

២. រកប្រូបាបដែលសុភាព ចាប់បានស្បែវភៅពីជគណិត យ៉ាងតិចមួយក្បាល

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្បែវភៅពីជគណិត 1 ក្បាល យ៉ាងតិច ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញជាមួយព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ គ្មានបានស្បែវភៅពីជគណិតមួយក្បាលសោះ

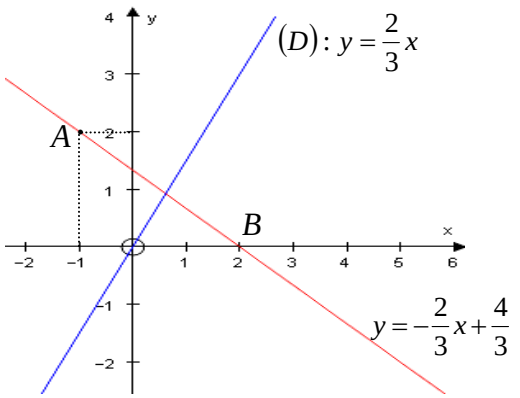
គេបាន $P(\text{ធ.ធ}) + P(\text{ព.1យ៉ាងតិច}) = 1$

នាំឱ្យ $P(\text{ព.1យ៉ាងតិច}) = 1 - P(\text{ធ.ធ})$

$$= 1 - \frac{5}{33} = \frac{28}{33}\approx 0.85$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ព.1យ៉ាងតិច}) = 1 - \frac{5}{33} = \frac{28}{33}\approx 0.85}$ ។

V. សង់ចំណុច $A(-1\,,\,2)$ និង $B(2\,,\,0)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $xOy$




២. រកសមីការបន្ទាត់ $(AB)$

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(AB): y=ax+b$

-ដោយ $(AB)$ កាត់តាម $A(-1\,,\,2)$ យើងបាន

$$-a+b=2 \quad (1)$$

-ដោយ $(AB)$ កាត់តាម $B(2\,,\,0)$ យើងបាន

$$2a+b=0 \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}-a+b=2\\2a+b=0\end{cases}$ ដោយប្រើវិធីដេទែមីណង់ :

នោះ $D=-1-2=-3$

$$D_a=2-0=2 \quad \Rightarrow a=\frac{D_a}{D}=\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$$

$$D_b=0-4=-4 \quad \Rightarrow b=\frac{D_b}{D}=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកគឺ } (AB): y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}}$

៣. សង់បន្ទាត់ $(D): y=\frac{3}{2}x$ នៅក្នុងតម្រុយខាងលើ

យើងសង់បន្ទាត់ $(D)$ ដោយប្រើតារាងតម្លៃលេខ

$(D): y=\frac{3}{2}x$

| $x$ | 0 | 2 |
|---|---|---|
| $y$ | 0 | 3 |

-បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(D)$ និងបន្ទាត់ $(AB)$ កែងគ្នា

ដោយបន្ទាត់ $(AB): y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ មានមេគុណ ប្រាប់ទិស $a=-\frac{2}{3}$ និងបន្ទាត់ $(D): y=\frac{3}{2}x$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a=\frac{3}{2}$ ហើយផលគុណមេគុណ ប្រាប់ទិសគឺ $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{3}{2}\right)=-1$ នេះបញ្ជាក់ថា បន្ទាត់ $(D)$ និង បន្ទាត់ $(AB)$ កែងគ្នាពិតមែន

ដូចនេះ $\boxed{(D)\perp(AB) \text{ ត្រូវបានបង្ហាញ}}$ ។

VI. រកអាយុរបស់ បូណា និងអាយុរបស់ ចិន្តា :

តាង $x$ ជាអាយុរបស់ បូណា (គិតជាឆ្នាំ)

$y$ ជាអាយុរបស់ ចិន្តា (គិតជាឆ្នាំ)

ដែល $x > y > 0$

បម្រាប់ : ផលបូកអាយុអ្នកទាំងពីរគឺ 33 ឆ្នាំ និងផលដកអាយុអ្នកទាំងពីរគឺ 3 ឆ្នាំ

តាមបម្រាប់នេះយើងសរសេរបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x+y=33 \\ x-y=3 \end{cases}$ យើងដោះស្រាយដោយបូកបំបាត់

យើងបាន : $+\begin{cases} x+y=33 \\ x-y=3 \end{cases}$

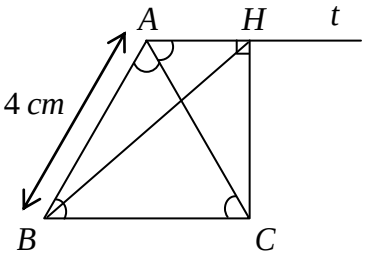
$2x=36 \Rightarrow x=18$

ចំពោះ $x+y=33$ និង $x=18$

នាំឱ្យ $y=33-x$ ឬ $y=33-18$ នោះ $y=15$

ដូចនេះ **បូណា មានអាយុ 18 ឆ្នាំ និង ចិន្តា មានអាយុ 15 ឆ្នាំ** ។

VII. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសង់រូបបាន :




១. គណនា $CH$ និង $AH$ :

យើងមាន $ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស នោះ $A\hat{C}B = 60^o$

កន្លះបន្ទាត់ $[At)$ ស្របនឹងជ្រុង $[BC]$

នាំឱ្យ $C\hat{A}H = A\hat{C}B = 60^o$ (មុំឆ្លាស់ក្នុងខ្នាត់ $AC$)

ត្រីកោណ $AHC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $H$ ព្រោះ $H$ ជាចំណោលកែងនៃ $C$ លើ $[At)$

-តាមទំនាក់ទំនងត្រីកោណមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង $AHC$ មាន អ៊ីប៉ូតេនុស $AC = 4\ cm$ យើងបាន :

-កូស៊ីនុស : $\cos C\hat{A}H = \dfrac{AH}{AC}$

នាំឱ្យ $AH = AC \cdot \cos C\hat{A}H$

$= 4 \cdot \cos 60^o = 4 \cdot \dfrac{1}{2} = 2\ cm$

ព្រោះ $\cos 60^o = \dfrac{1}{2}$

-ស៊ីនុស : $\sin C\hat{A}H = \dfrac{CH}{AC}$

នាំឱ្យ $CH = AC \cdot \sin C\hat{A}H$

$= 4 \cdot \cos 60^o = 4 \cdot \dfrac{3}{2} = 2\sqrt{3}\ cm$

ព្រោះ $\sin 60^o = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{AH = 2\ cm \text{ និង } CH = 2\sqrt{3}\ cm}$ ។

២. គណនា $BH$

ដោយ $\left.\begin{matrix} [At) // [BC] \\ [At) \perp [CH] \end{matrix}\right| \Rightarrow [CH] \perp [BC]$ ត្រង់ $C$

នោះ $BCH$ ជាត្រីកោណកែងមានអ៊ីប៉ូតេនុស $BH$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $BH^2 = BC^2 + CH^2$

$= 4^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 28$ .

នាំឱ្យ $BH = \sqrt{28} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } BH = 2\sqrt{7}\ cm}$ ។

៣. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $ABH$

តាមរូប $S_{ABH} = S_{ABCH} - S_{BCH}$

ដែល $ABCH$ ជាចតុកោណព្នាយកែង

នាំឱ្យ $S_{ABCH} = \dfrac{(AH + BC) \cdot CH}{2}$

$= \dfrac{(2+4) \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\ cm^2$

ហើយ $BCH$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$

នាំឱ្យ $S_{BCH} = \dfrac{BC \cdot CH}{2} = \dfrac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ cm^2$

ដូចនេះ $S_{ABH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \boxed{2\sqrt{3}\ cm^2}$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ០៦ កក្កដា ២០០៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ឆ្នាំសម្លូ 2009

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. សិស្សមួយក្រុមមានកម្ពស់រៀងគ្នា $14dm$ , $13dm$ , $15dm$ , $13dm$ , $14dm$ , $12dm$ , $11dm$ ។
ចូររកមធ្យមនៃទិន្នន័យ :

ក. ☐ $\overline{X}=14dm$ ខ. ☐ $\overline{X}=13dm$

គ. ☐ $\overline{X}=11dm$ ឃ. ☐ $\overline{X}=12dm$ ។

២. $[AI]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណកែង $ABC$ ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស $[BC]$ ហើយ $IB=4cm$ និង $IC=3cm$ ។
$[AI]$ មានប្រវែង :

ក. ☐ $AI=2\sqrt{2}\ cm$ ខ. ☐ $AI=12\ cm$

គ. ☐ $AI=2\sqrt{3}\ cm$ ឃ. ☐ $AI=3\sqrt{2}\ cm$ ។

II. ក្នុងប្រអប់មួយមានស្បែរវៃភៅលំហាត់ធរណីមាត្រចំនួន 5 ក្បាល និងស្បែរវៃភៅលំហាត់ពីជគណិតចំនួន 7 ក្បាល។ សុភាព ចាប់យកស្បែរវៃភៅម្តងមួយក្បាលចំនួន 2 ដង ជាបន្តបន្ទាប់គ្នា ចេញពីប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ និងមិនដាក់ចូលវិញទេ។

១. រកប្រូបាប ដែលសុភាព ចាប់បានស្បែរវៃភៅលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរក្បាល ។

២. រកប្រូបាប ដែលសុភាព ចាប់បានស្បែរវៃភៅលំហាត់ពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល។

III. ពូសុខផ្ញើប្រាក់ 2 000 000 រៀល នៅធនាគារ $A$ ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 5% ក្នុង 1 ឆ្នាំ និងផ្ញើប្រាក់ចំនួន 3 000 000 រៀល នៅធនាគារ $B$ បានទទួលអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុង 1 ឆ្នាំ ។ តើពូសុខទទួលបានការប្រាក់សរុបប៉ុន្មានក្នុង 1 ឆ្នាំ ពីធនាគារទាំងពីរ $A$ និង $B$ ។

IV. សួនច្បារមួយមានរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានកន្លះបរិមាត្រស្មើ $14m$ ។ គេដឹងថា 3 ដងនៃទទឹង ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលនៃបណ្តោយ ។

១. រកប្រវែងទទឹង និងបណ្តោយរបស់សួន ។

២. រកចំនួនដើមផ្កាក្នុងសួន បើគេដឹងថាផ្ទៃរបស់សួន $1\ m^2$ មានដើមផ្កាចំនួន 4 ដើម ។

V. គេឱ្យបន្ទាត់ $(L_1): y=x+1$ និង $(L_2): y=-x+3$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ មួយ ។

១. សង់បន្ទាត់ $(L_1)$ និង $(L_2)$ នៅក្នុងតម្រុយ $(xoy)$ ។

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង $(L_1)$ និង $(L_2)$ តាមការគណនា ហើយធ្វើការផ្ទៀងផ្ទាត់លទ្ធផលតាមក្រាភិច ។

៣. ទាញរកចម្លើយនៃវិសមីការតាមក្រាបភិច $\begin{cases} y \le x+1 \\ y \ge -x+3 \end{cases}$ ។

VI. រង្វង់ផ្ចិត $O$ មួយចារឹកក្រៅត្រីកោណ $ABC$ ដែលមាន $B\hat{A}C = 60^o$ , $AB = 6cm$ និងមុំពីរទៀតជាមុំស្រួច។ គេគូស $(BD)$ កែងនឹង $(AC)$ ត្រង់ $I$ ហើយជួបរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $D$ ។ គេដៅចំណុច $E$ នៅលើ $[BD]$ ឱ្យបាន $B\hat{A}E = C\hat{A}D$ ។

១. គណនា $AI$ និង $BI$ ។

២. បង្ហាញថា $\Delta ACD$ និង $\Delta ABE$ ដូចគ្នា ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $AB \cdot CD = AC \cdot BE$ ។

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ABC$ និង $\Delta AED$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $BC \cdot AD = AC \cdot ED$ ហើយ $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$ ។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

១. រកមធ្យមនៃទិន្នន័យ : *សិស្សទទួលបានពិន្ទុ*

(ព្រោះ ប្រអប់ទាំង ៤ គ្មានចម្លើយត្រឹមត្រូវ)

២. គណនា $[AI]$ មានប្រវែង : គ. ☑ $AI = 2\sqrt{3}\ cm$

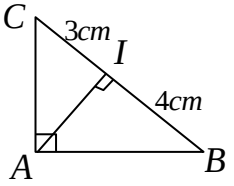
ព្រោះ តាមទំនាក់ទំនងក្នុង $\Delta \perp ABC$ កម្ពស់ $[AI]$:

$[AI]^2 = IB \times IC$

$[AI] = \sqrt{IB \times IC}$

$= \sqrt{3 \times 4}$

$= 2\sqrt{3}\ cm$




II. ក្នុងប្រអប់មានស្បែរវែកាធរណីមាត្រ 5 ក្បាល និង ស្បែរវែកា ពីជគណិត 7 ក្បាល

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $= 5 + 7 = 12$

១.រកប្រូបាបសុភាពចាប់បានស្បែរវែកាធរណីមាត្រទាំង 2

គេបាន $P(ធ.ធ) = P(ធ) \times P(ធ/ធ)$

$= \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាប } P(ធ.ធ) = \frac{5}{33} \approx 0.15}$ ។

២. រកប្រូបាបដែលសុភាព ចាប់បានស្បែរវែកាពីជគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្បែរវែកាពីជគណិត 1 ក្បាលយ៉ាងតិច ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញជាមួយព្រឹត្តិការណ៍ចាប់គ្មានបានស្បែរវែកាពីជគណិតមួយក្បាលសោះ

មានន័យថា

ចាប់បានស្បែរវែកាធរណីមាត្រទាំងពីរក្បាល

គេបាន $P(ធ.ធ) + P(ព.1យ៉ាងតិច) = 1$

នាំឱ្យ $P(ព.1យ៉ាងតិច) = 1 - P(ធ.ធ)$

ដូចនេះ $\boxed{P(ព.1យ៉ាងតិច) = 1 - \frac{5}{33} = \frac{28}{33} \approx 0.85}$ ។

III. រកការប្រាក់ដែលពូសុខទទួលបានពីធនាគារទាំងពីរ

-ការប្រាក់ដែលគាត់ទទួលបានពីធនាគារ $A$ គឺ :

$2\,000\,000 \times 5\% = 100\,000$ រៀល

-ការប្រាក់ដែលគាត់ទទួលបានពីធនាគារ $B$ គឺ :

$3\,000\,000 \times 6\% = 180\,000$ រៀល

-ការប្រាក់ដែលទទួបានពីធនាគារទាំងពីរ $A$ និង $B$ គឺ

$100\,000+180\,000=280\,000$ រៀល

ដូចនេះ **ពូសុខ ទទួលបានការប្រាក់ 280 000 រៀល**។

IV. ១. រកប្រវែងទទឹង និងបណ្តោយរបស់សួនច្បារ

តាង $x$ ជាប្រវែងទទឹងរបស់សួន (គិតជា $m$)

$y$ ជាប្រវែងបណ្តោយរបស់សួន (គិតជា $m$)

តាមបម្រាប់ ប្រធានយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} x+y=14 \\ 3x=\dfrac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=14 \\ 6x=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=14 \\ 6x-y=0 \end{cases}$$

បូកអង្គនិងអង្គ $+\begin{cases} x+y=14 \\ 6x-y=0 \end{cases}$

$7x=14 \Rightarrow x=2\ m$

នាំឱ្យ $y=6x=6\cdot 2=12\ m$

ដូចនេះ **ប្រវែងទទឹង $x=2\ m$ និង ប្រវែងបណ្តោយ $y=12\ m$** ។

២. រកចំនួនដើមផ្កាដែលមាននៅក្នុងសួន :

ផ្ទៃសួនទាំងអស់ = ទទឹង × បណ្តោយ

$$S=x\times y=2\times 12=24\ m^2 \quad .$$

ដោយផ្ទៃសួន $1\ m^2$ មានដើមផ្កាចំនួន 4 ដើម នោះ

ចំនួនដើមផ្កាក្នុងសួន $=4\times S=4\times 24=96$ ដើម

ដូចនេះ **ចំនួនដើមផ្កាមាននៅក្នុងសួនគឺ 96 ដើម** ។

V. ១. សង់បន្ទាត់ $(L_1)$ និង $(L_2)$ នៅក្នុងតម្រុយ $(xoy)$

យើងមាន $(L_1): y=x+1$ និង $(L_2): y=-x+3$

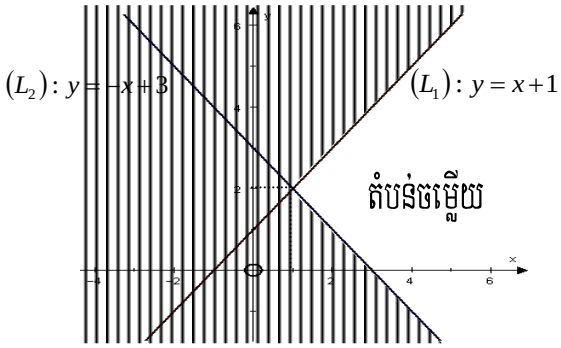
យើងប្រើតារាងតម្លៃលេខ ដើម្បីសង់បន្ទាត់

$(L_1): y=x+1$ និង $(L_2): y=-x+3$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 2 |

-សង់ក្រាប $(L_1)$ និង $(L_2)$




២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង $(L_1)$ និង $(L_2)$

យើងមាន $(L_1): y=x+1$ និង $(L_2): y=-x+3$

យើងផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ

$$x+1=-x+3$$
$$2x=2$$
$$x=1$$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $y=x+1=1+1=2$

ដូចនេះ **ចំណុចប្រសព្វរវាង $(L_1)$ និង $(L_2)$ គឺ $(1\,,\,2)$** ។

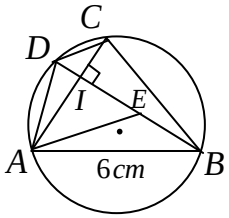
តាមក្រាប ចំណុចប្រសព្វរវាង $(L_1)$ និង $(L_2)$ ដោយការធ្វើចំណោលកែងលើអ័ក្សទាំងពីរគឺ $x=1$ និង $y=2$ ដូចគ្នាជាមួយចម្លើយតាមបែបគណនាប្រាកដមែន ។

៣. ទាញរកចម្លើយនៃវិសមីការតាមក្រាបភិច

យើងមានប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} y\le x+1 \\ y\ge -x+3 \end{cases}$

តាមក្រាប ផ្ទៃកមិនរួតជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

VI. ១. គណនា $AI$ និង $BI$




ក្នុងត្រីកោណកែង $ABI$

កែងត្រង់ $I$ មាន

$B\hat{A}C=60^o$ , $AB=6cm$

នាំឱ្យ $\cos B\hat{A}C=\dfrac{AI}{AB} \Rightarrow AI=AB\cdot\cos B\hat{A}C$

គេបាន $AI=6\cdot\dfrac{1}{2}=3cm$ ដូចនេះ **$AI=3cm$** ។

ហើយ $\sin B\hat{A}C=\dfrac{BI}{AB} \Rightarrow BI=AB\cdot\sin B\hat{A}C$

គេបាន $BI=6\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,cm$ នោះ **$BI=3\sqrt{3}\,cm$**

២. បង្ហាញថា $\Delta ACD$ និង $\Delta ABE$ ដូចគ្នា

ពិនិត្យ $\Delta ACD$ និង $\Delta ABE$ មាន :

-មុំ $B\hat{A}E = C\hat{A}D$ (សម្មតិកម្ម)

-មុំ $A\hat{C}D = A\hat{B}E$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $AD$)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ACD \sim \Delta ABE}$ លក្ខខណ្ឌដំណូច ម.ម ។

វិបាក $\sim \begin{vmatrix} \Delta ACD \\ \Delta ABE \end{vmatrix} \Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BE}{CD}$

ដូចនេះ យើងទាញបាន $\boxed{AB \cdot CD = AC \cdot BE}$ $(1)$

៣. ប្រៀបធៀប $\Delta ABC$ និង $\Delta AED$

ពិនិត្យគូនៃ $\Delta ABC$ និង $\Delta AED$ មាន :

-មុំ $A\hat{D}E = A\hat{C}B$ (មុំចារឹកមានធ្នូស្មាត់រួម $AB$)

-មុំ $D\hat{A}E = C\hat{A}B$ ព្រោះ

$$\left.\begin{aligned} C\hat{A}D + C\hat{A}E &= D\hat{A}E \\ B\hat{A}E + C\hat{A}E &= C\hat{A}B \\ B\hat{A}E &= C\hat{A}D \end{aligned}\right| \Rightarrow D\hat{A}E = C\hat{A}B$$

ដូចនេះ $\boxed{\Delta ABC \sim \Delta AED}$ លក្ខខណ្ឌដំណូច ម.ម ។

វិបាក $\sim \begin{vmatrix} \Delta ABC \\ \Delta AED \end{vmatrix} \Rightarrow \dfrac{BC}{ED} = \dfrac{AC}{AD}$

ដូចនេះ យើងទាញបាន $\boxed{BC \cdot AD = AC \cdot ED}$ $(2)$

-ដោយបូកអង្គនិងអង្គនៃ $(1)$ និង $(2)$ គេបាន :

$$+\begin{cases} AB \cdot CD = AC \cdot BE \\ BC \cdot AD = AC \cdot ED \end{cases}$$

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BE + AC \cdot ED$$

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC(BE + ED)$$

ដោយ $BE + ED = BD$ ព្រោះ $E$ នៅលើ $[BD]$

នាំឱ្យ $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$ ។

ដូចនេះ $\boxed{AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ០៥ កក្កដា ២០១០**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ដីសម្លួម 2010

I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវមានតែមួយគត់ :

១. ត្រីកោណកែង $EFG$ មានអ៊ីប៉ូតេនុស $FG=5$ និង $E\hat{F}G=60^o$ ។ $[EF]$ មានប្រវែង :

ក. ☐ $EF=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ ខ. ☐ $EF=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

គ. ☐ $EF=\dfrac{5}{2}$ ឃ. ☐ $EF=5\sqrt{3}$ ។

២. រថយន្ត 5 គ្រឿងបានដឹងកងទ័ព 8 នាក់ , 11 នាក់ , 11 នាក់ , 8 នាក់ និង 12 នាក់រៀងគ្នា ។ មធ្យមនៃទិន្នន័យខាងលើនេះគឺ :

ក. ☐ $\overline{X}=11$ នាក់ ខ. ☐ $\overline{X}=12$ នាក់

គ. ☐ $\overline{X}=8$ នាក់ ឃ. ☐ $\overline{X}=10$ នាក់ ។

II. គណនា $A=\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

$B=\sqrt[3]{2}\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}\left(\sqrt{12}-\sqrt[3]{2}\right)-4\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8}$ ។

III. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4}\\2x-3y-4z=33\end{cases}$

២. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{3x+2m-2010}{4}=\dfrac{x+m}{2}$ មានអញ្ញាត $x$ ។

IV. ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សស្រីចំនួន 17 នាក់ និងសិស្សប្រុសចំនួន 23 នាក់ ។ គ្រូបានហៅសិស្សពីរនាក់ជាបន្តបន្ទាប់ដោយចៃដន្យ ដើម្បីឱ្យឡើងដោះស្រាយលំហាត់ប្រចាំបេ ប្រឡងប្រណាំងគ្នា ។

១. រកប្រូបាប៊ីដែលគ្រូហៅបានសិស្សស្រីទាំងពីរនាក់ ។

២. រកប្រូបាប៊ីដែលគ្រូហៅបានសិស្សប្រុស 1 នាក់យ៉ាងតិច ។

៣. រកប្រូបាប៊ីដែលគ្រូហៅបានសិស្សទាំងពីរភេទ ។

V. ក្នុងតម្រុយអតូណរមេ $(xoy)$ យើងមានចំណុច $A(x\,,\,2)\,;\,B(9\,,\,2)$ និង $C(3\,,\,y)$ ។

១. រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុច $A$ ដោយដឹងថា $AB=12$ និងអរដោនេនៃចំណុច $C$ ដោយដឹងថា $BC=10$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $(d)\,:\,y=ax+b$ ដែលកាត់តាមចំណុច $B(9\,,\,2)$ និង $D(3\,,10)$ ។

VI. រង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ និងអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ដែល $AB=8cm$ ។ $M$ ជាចំណុចមួយនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ ហើយដែល $BM=3cm$ ។ គេបន្លាយ $[AB]$ ខាង $B$ ឱ្យបាន $BE=3cm$ ។ បន្ទាត់ $(L)$ មួយកែងនឹង $(AE)$ ត្រង់ $E$ ហើយ $(L)$ ជួប $(AM)$ ត្រង់ $N$ ។

១.គណនា $AE$ និង $AM$ ។

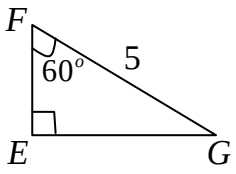
២.បង្ហាញថា $\Delta MAB$ និង $\Delta EAN$ ដូចគ្នា ។ ទាញរក $AN$ និង $EN$ ។

៣.បង្ហាញថាចតុកោណ $BENM$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ដែលគេនឹងបញ្ជាក់ទីតាំងផ្ចិត $I$ និងប្រវែងកាំ $r$ របស់វា។

## ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយត្រឹមត្រូវ :

១. $[EF]$ មានប្រវែង : គ. ☑ $EF=\frac{5}{2}$ ព្រោះ :




$$\cos E\hat{F}G=\frac{EF}{FG}$$
$$EF=FG\cdot\cos 60^o$$
$$=5\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

២. មធ្យមនៃទិន្នន័យគឺ : ឃ. ☑ $\overline{X}=10$ នាក់ ព្រោះ

$$\overline{X}=\frac{8+11+11+8+12}{5}=\frac{50}{5}=10 \text{ នាក់}$$

II. គណនា

$$A=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=\frac{2\sqrt{7}}{7-3}$$
$$=\boxed{\frac{\sqrt{7}}{2}}$$

$$B=\sqrt[3]{2}\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}\left(\sqrt{12}-\sqrt[3]{2}\right)-4\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8}$$
$$=\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{36}-\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}-4\sqrt[5]{32}$$
$$=2+6-8$$
$$=\boxed{0}$$

III. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}\\ 2x-3y-4z=33\end{cases}$

គេមាន $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$ ឬស្មើនឹង $\frac{2x}{4}=\frac{3y}{9}=\frac{4z}{16}$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រគេបាន :

$$\frac{2x}{4}=\frac{3y}{9}=\frac{4z}{16}=\frac{2x-3y-4z}{4-9-16}=\frac{33}{-21}$$

ឬ $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{33}{-21}=\frac{11}{-7}$

នាំឱ្យ $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{11}{-7}\\ \frac{y}{3}=\frac{11}{-7}\\ \frac{z}{4}=\frac{11}{-7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{22}{7}\\ y=-\frac{33}{7}\\ z=-\frac{44}{7}\end{cases}$

ដូចនេះ គូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការគឺ :

$$\boxed{x=-\frac{22}{7},\ y=-\frac{33}{7},\ z=-\frac{44}{7}}$$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ

យើងមាន $\frac{3x+2m-2010}{4}=\frac{x+m}{2}$

យើងទាញចេញពីសមាមាត្រនេះបាន :

$$2(3x+2m-2010)=4(x+m)$$
$$3x+2m-2010=2(x+m)$$
$$3x+2m-2010=2x+2m$$
$$3x-2x=2m-2m+2010$$
$$x=2010$$

ដូចនេះ $\boxed{x=2010 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

IV. ក្នុងថ្នាក់មានសិស្ស : ស្រី 17 នាក់ និងប្រុស 23 នាក់

នាំឱ្យ ករណីអាច $=17+23=40$

១. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សស្រីទាំងពីរនាក់

គេបាន $P(\text{ស.ស}) = P(\text{ស}) \times P(\text{ស/ស})$

$$=\frac{17}{40}\times\frac{16}{39}=\frac{34}{195}\approx 0.17$$

ដូចនេះ ប្រូបាបគ្រូហៅសិស្សស្រីទាំងពីរនាក់គឺ :

$$\boxed{P(\text{ស.ស}) =\frac{34}{195}\approx 0.17}$$ ។

២. ប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សប្រុសម្នាក់យ៉ាងតិច

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រូហៅបានសិស្សប្រុសម្នាក់យ៉ាងតិច ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញជាមួយព្រឹត្តិការណ៍គ្មានប្រុសសោះ មានន័យថា ហៅបានសិស្សស្រីទាំងពីរនាក់

គេបាន $P(\text{ស.ស}) + P(\text{ប.1យ៉ាងតិច}) = 1$

នាំឱ្យ $P(\text{ប.1យ៉ាងតិច}) = 1 - P(\text{ស.ស})$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ប.1យ៉ាងតិច}) = 1 - \frac{34}{195}=\frac{161}{195}}$ ។

៣. រកប្រូបាបដែលគ្រូហៅបានសិស្សទាំងពីរភេទ :

សិស្សទាំងពីរភេទអាច ប្រុសនិងស្រី ឬ ស្រីនិងប្រុស

$P(\text{ពីរភេទ}) = P(\text{បស}) + P(\text{សប})$

$$= P(\text{ប}) \times P(\text{ស/ប}) + P(\text{ស}) \times P(\text{ប/ស})$$

$$=\frac{23}{40}\times\frac{17}{39}+\frac{17}{40}\times\frac{23}{39}$$

$$=\frac{391}{1560}+\frac{391}{1560}=\frac{391}{780}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ពីរភេទ}) =\frac{391}{780}\approx 0.50}$ ។

V. យើងមានចំណុច $A(x\,,\,2)\,;\,B(9\,,\,2)$ និង $C(3\,,\,y)$

១. -រកអាប់ស៊ីសនៃចំណុច $A$ បើ $AB=12$

$$AB=\sqrt{(9-x)^2+(2-2)^2}$$

$$AB=\sqrt{(9-x)^2}$$

$$12^2=(9-x)^2$$

ឬ $(9-x)^2=144$ នោះ $9-x=\pm\sqrt{144}=\pm 12$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}9-x=12\\9-x=-12\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x=-3\\x=21\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{អាប់ស៊ីសកំណត់បាន } x=-3\,,\,x=21}$ ។

-រកអរដោនេ នៃចំណុច $C$ បើ $BC=10$

$$BC=\sqrt{(3-9)^2+(y-2)^2}$$

$$BC=\sqrt{36+(y-2)^2}$$

$$10^2=36+(y-2)^2$$

ឬ $(y-2)^2=64$ នោះ $y-2=\pm 8$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix}y-2=8\\y-2=-8\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}y=10\\y=-6\end{bmatrix}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{អរដោនេកំណត់បាន } y=-6\,,\,y=10}$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $(d): y=ax+b$

-ដោយ $(d): y=ax+b$ កាត់តាម $B(9\,,\,2)$

គេបាន $2=a\cdot 9+b \Rightarrow 9a+b=2\ (1)$

-ដោយ $(d): y=ax+b$ កាត់តាម $D(3\,,\,10)$

គេបាន $10=a\cdot 3+b \Rightarrow 3a+b=10\ (2)$

-ដោយយក $(1)-(2)$

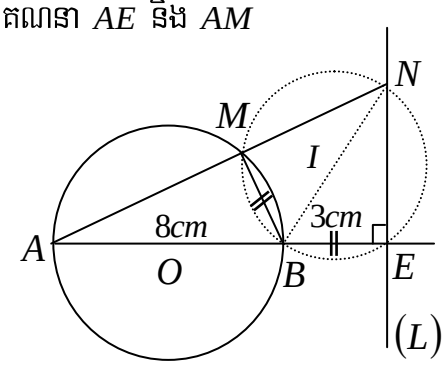
គេបាន $\begin{cases}9a+b=2\\3a+b=10\end{cases}$

$$6a=-8 \Rightarrow a=-\frac{4}{3}$$

តាម $(2)$ : $3a+b=10 \Rightarrow b=10-3\left(-\frac{4}{3}\right)=14$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការបន្ទាត់ } (d): y=-\frac{4}{3}x+14}$ ។

VI. គណនា $AE$ និង $AM$




-គណនា $AE = AB + BE = 8 + 3 =$ $\boxed{11cm}$

-គណនា $AM$ : $\Delta ABM$ ជាត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់មានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ នោះ $\Delta ABM$ ជាត្រីកោណកែង

តាមពីតាគ័រ $AM^2 = AB^2 - BM^2$

$AM^2 = 8^2 - 3^2$

$AM^2 = 55 \quad \Rightarrow \quad \boxed{AM = \sqrt{55}\ cm}$

២. បង្ហាញថា $\Delta MAB$ និង $\Delta EAN$ ដូចគ្នា

ដោយ $\Delta MAB$ និង $\Delta EAN$ មាន

-មុំ $A\hat{M}B = A\hat{E}N = 90^o$ (ត្រីកោណកែងទាំងពីរ)

-មុំ $M\hat{A}B = E\hat{A}N$ (មុំមានកំពូលរួម $A$ ដូចគ្នា)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta MAB \sim \Delta EAN \text{ តាមលក្ខខណ្ឌទី ម.ម}}$ ។

វិបាក : $\sim \left.\begin{matrix}\Delta MAB \\ \Delta EAN\end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{AB}{AN} = \dfrac{MA}{EA}$

នាំឱ្យ $AN = \dfrac{EA \cdot AB}{MA}$ នោះ $AN = \dfrac{11 \cdot 8}{\sqrt{55}} = \dfrac{88\sqrt{55}}{55}\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{AN = \dfrac{88\sqrt{55}}{55}\ cm}$

ហើយ $\dfrac{MB}{EN} = \dfrac{MA}{EA} \Rightarrow EN = \dfrac{EA \cdot MB}{MA}$

នោះ $EN = \dfrac{11 \cdot 3}{\sqrt{55}} = \dfrac{33\sqrt{55}}{55}\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{EN = \dfrac{33\sqrt{55}}{55}\ cm}$

៣. បង្ហាញថាចតុកោណ $BENM$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ :

ដោយ $A\hat{M}B = 90^o$ នោះ $N\hat{M}B = 90^o$ (មុំបន្ថែម)

ចតុកោណ $BENM$ មានផលបូកមុំឈរមគ្នា

$N\hat{M}B + B\hat{E}N = 90^o + 90^o = 180^o$ ,

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចតុកោណ } BENM \text{ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ}}$ ។

-បញ្ជាក់ទីតាំងផ្ចិត $I$ និងប្រវែងកាំ $r$ របស់វា

ចតុកោណ $BENM$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មាន $N\hat{M}B = 90^o$ មានន័យថា $[BN]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ចិត } I \text{ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ } [BN]}$ ។

-រកប្រវែងកាំ $r$ របស់វា

ក្នុង $\Delta \perp BEN$ : តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$BN^2 = BE^2 + EN^2$

$BN = \sqrt{BE^2 + EN^2}$

$= \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{33}{\sqrt{55}}\right)^2}$

$= \sqrt{9 + \dfrac{1089}{55}}$

$= \sqrt{9 + \dfrac{99}{5}}$

$= \sqrt{\dfrac{45 + 99}{5}}$

$= \dfrac{12}{\sqrt{5}} = \dfrac{12\sqrt{5}}{5}\ cm$

ដោយ $I$ កណ្តាល $[BN]$

នាំឱ្យ $r = \dfrac{BN}{2} = \dfrac{\frac{12\sqrt{5}}{5}}{2} = \dfrac{6\sqrt{5}}{5} cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កាំរង្វង់មានប្រវែង } r = \dfrac{6\sqrt{5}}{5} cm}$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**



## ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

**សម័យប្រឡង : ០៥ កក្កដា ២០១១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**

ឆ្នាំសម្លួស 2011

I. ត្រីកោណ $ABC$ មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $AB=x-3$, $AC=x+1$ និង $BC=x+3$ ដែល $x>3$ ។
រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាបភិច $\begin{cases} y \geq 2-x \\ y \leq 2 \end{cases}$ ។

III. ក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 គ្រាប់ ពណ៌ខៀវ 3 គ្រាប់ និងពណ៌ខ្មៅ 5 គ្រាប់ ។ សិស្សពីរនាក់បានយកឃ្លីម្នាក់មួយគ្រាប់ ជាបន្តបន្ទាប់ចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ ហើយមិនដាក់ចូលវិញទេ ។

១. រកប្រូបាប៊ដែលសិស្សទី១ យកបានឃ្លីពណ៌ក្រហម ហើយសិស្សទី២ យកបានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។

២. រកប្រូបាប៊ដែល សិស្សទាំងពីរនាក់ យកបានឃ្លីពណ៌ខៀវមួយគ្រាប់ម្នាក់ ។

IV. ពិន្ទុធ្វើតេស្តសិស្សមួយក្រុម ទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម :

| ពិន្ទុ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 1 | 2 | 5 | 1 | x |

១. រកតម្លៃ $x$ បើពិន្ទុ 3 គឺជាមេដ្យានៃទិន្នន័យ ។

២. រកចំនួនសិស្សបានធ្វើតេស្ត ។

៣. រកចំនួនសិស្ស ដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើ 3 ។

V. គេមានត្រីកោណ $EFG$ កែងត្រង់ $E$ ហើយរង្វាស់មុំ $E\hat{G}F=30^o$ ។ $K$ ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង $EG$ ដែលមានរង្វាស់មុំ $E\hat{K}F=45^o$ និងរង្វាស់ $EK=4cm$ ។

១. គណនារង្វាស់មុំ $G\hat{F}K$ និងប្រវែង $EF$ និង $FG$ ។

២. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $EFG$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(xoy)$ មួយគេមានចំណុច $A(1,0)$ និង $B(3,-2)$ ។

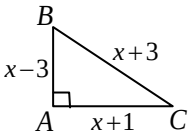
១. រកសមីការបន្ទាត់ $(AB)$ ។

២. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $(D)$ ដែលកែងនឹង $[AB]$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល $E$ របស់អង្កត់នេះ ។

# ចម្លើយ

I. រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$

យើងមានត្រីកោណកែង $ABC$ ដែលចំពោះ $x>3$ មានដូចរូប :




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ : ដើម្បីឱ្យ $\Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ លុះត្រាតែ : $AB^2+AC^2=BC^2$

គេបាន $(x-3)^2+(x+1)^2=(x+3)^2$

$$x^2-6x+9+x^2+2x+1=x^2+6x+9$$

$$x^2-10x+1=0$$

មាន $\Delta'=(-5)^2-1=24$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{-(-5)-\sqrt{24}}{1}=5-2\sqrt{6}<3$ មិនយក

$$x_2=\dfrac{-(-5)+\sqrt{24}}{1}=5+2\sqrt{6}$$

ដូចនេះ តម្លៃរកបានគឺ $x=5+2\sqrt{6}$ ឯកតាប្រវែង ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាបភិច

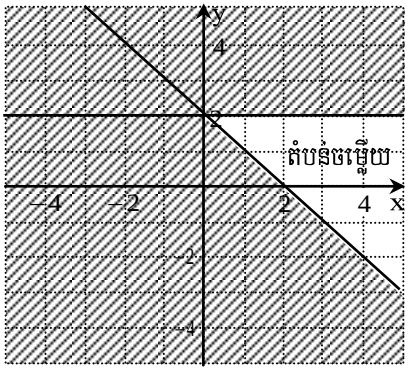
យើងមាន $\begin{cases}y\geq 2-x\\ y\leq 2\end{cases}$ យើងសង់បន្ទាត់ព្រំដែន :

$(D_1): y=2-x$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 1 |

$(D_2): y=2$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 2 |




ដូចនេះ តាមក្រាភិចផ្នែកដែលមិនឆ្លុតជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

III. ក្នុងស្បោងមានឃ្លី ក្រហម 4 ខ្សែវ 3 និងខ្មៅ 5

នាំឱ្យចំនួនករណីអាច $=4+3+5=12$

១. រកប្រូបាបដែលសិស្សទី១យកបានឃ្លីក្រហម និងសិស្សទី២ យកបានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

នាំឱ្យ $P(\text{ក្រហម ខ្មៅ})=P(\text{ក្រ})\times P(\text{ខ្ម/ក្រ})$

$$=\frac{4}{12}\times\frac{5}{11}=\frac{5}{33}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ក្រហម ខ្មៅ})=\dfrac{5}{33}\approx 0.15}$ ។

២. រកប្រូបាបដែលសិស្សយកបានឃ្លីពណ៌ខ្សែវដូចគ្នា

នាំឱ្យ $P(\text{ខ្សែវ ខ្សែវ})=P(\text{ខ្សែវ})\times P(\text{ខ្សែវ/ខ្សែវ})$

$$=\frac{3}{12}\times\frac{2}{11}=\frac{1}{22}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(\text{ខ្សែវ ខ្សែវ})=\dfrac{1}{22}\approx 0.045}$ ។

IV. ១. រកតម្លៃ $x$ បើពិន្ទុ 3 គឺជាមេដ្យានៃទិន្នន័យ

យើងមានតារាងទិន្នន័យ

| ពិន្ទុ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 1 | 2 | 5 | 1 | x |

យើងអាចរៀបពង្រាយទិន្នន័យតាមលំដាប់

$$\underbrace{0,1,1,2,2,2,2,2}_{8\text{ តួ}},\ 3\ ,\underbrace{4,4,...}_{x\text{ តួ}}$$

ដោយ 3 ជាមេដ្យានគឺជាតួដែលនៅកណ្តាលគេ

នាំឱ្យចំនួនតួដែលនៅសងខាង 3 ត្រូវតែស្មើគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{x=8}$ ជាតម្លៃដែលត្រូវរក ។

២. រកចំនួនសិស្សដែលបានធ្វើតេស្ត

ចំនួនសិស្សបានធ្វើតេស្ត $=1+2+5+1+x,\ x=8$

$=9+8=17$ នាក់

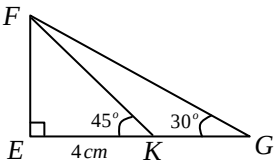
ដូចនេះ សិស្សបានធ្វើតេស្តមានចំនួន 17 នាក់ ។

៣. រកចំនួនសិស្សដែលបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើ 3

ចំនួនសិស្សបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើបី $=1+2+5+1$

ដូចនេះ ចំ.សិស្សបានពិន្ទុតិចជាង ឬស្មើបីគឺ 9 នាក់ ។

V. ១. គណនារង្វាស់មុំ $G\hat{F}K$ និងប្រវែង $EF$ និង $FG$




-ក្នុងត្រីកោណ $FKG$ មាន :

$K\hat{G}F + G\hat{F}K = E\hat{K}F$ ( $E\hat{K}F$ មុំក្រៅត្រីកោណ )

ទាញបាន $G\hat{F}K = E\hat{K}F - K\hat{G}F$

គេបាន $G\hat{F}K = 45^o - 30^o = 15^o$

ដូចនេះ គណនាបានរង្វាស់មុំ $G\hat{F}K = 15^o$ ។

-ត្រីកោណ $FEK$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត

ព្រោះ $\Delta FEK$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $E$ និងមាន

មុំបាត $E\hat{K}F = 45^o$

វិបាក ជ្រុងជាប់មុំបាត $EF = EK = 4cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $EF = 4\ cm$ ។

-ក្នុងត្រីកោណកែង $EFG$

តាមរូបមន្តត្រីកោណមាត្រ $\sin E\hat{G}F = \dfrac{EF}{FG}$

ទាញបាន $FG = \dfrac{EF}{\sin E\hat{G}F}$

ដោយ $EF = 4\ cm$ និង $\sin E\hat{G}F = \sin 30^o = 0.5$

គេបាន $FG = \dfrac{4}{0.5} = 8\ cm$

ដូចនេះ គណនាបាន $FG = 8\ cm$ ។

២. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ $EFG$

ក្នុងត្រីកោណកែង $EFG$ តាមពីតាគ័រ

$EG^2 = FG^2 - EF^2 \Rightarrow EG = \sqrt{FG^2 - EF^2}$

នោះ $EG = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\ cm$

នាំឱ្យ $S_{\Delta EFG} = \dfrac{1}{2} \times EF \times EG$

$= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\ cm^2$

ដូចនេះ គណនាបាន $S_{\Delta EFG} = 8\sqrt{3}\ cm^2$ ។

VI. ១. រកសមីការបន្ទាត់ $(AB)$

គេមានចំណុច $A(1\ ,\ 0)$ និង $B(3\ ,\ -2)$

សមីការបន្ទាត់ ដែលត្រូវរកមានរាង $y = ax + b$

-បើ $y = ax + b$ កាត់តាម $A(1\ ,\ 0)$

គេបាន $0 = a \cdot 1 + b \Rightarrow a = -b \quad (1)$

-បើ $y = ax + b$ កាត់តាម $B(3\ ,\ -2)$

គេបាន $-2 = a \cdot 3 + b \Rightarrow 3a + b = -2 \quad (2)$

-ដោយយក $(1)$ ជំនួសក្នុង $(2)$

គេបាន $3(-b) + b = -2$

$-2b = -2 \Rightarrow b = 1$ ,

-ចំពោះ $b = 1$ ជំនួសក្នុង $(1)$

$(1)$ : $a = -b = -(-1) = 1$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ដែលរកគឺ $y = -x + 1$ ។

២. រកសមីការនៃបន្ទាត់ $(D)$

កូអរដោនេនៃចំណុច $E$ កណ្តាលអង្កត់ $[AB]$ គឺ

$E\left(\dfrac{1+3}{2}, \dfrac{0-2}{2}\right) \Rightarrow E(2\ ,\ -1)$

បន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានសមីការ $(D) : y = a'x + b'$

-ដោយ $(D) : y = a'x + b'$ កាត់តាម $E(2\ ,\ -1)$

គេបាន $-1 = 2a' + b' \quad (3)$

-ហើយ $(D) \perp [AB]$ ឬ $(D) \perp (AB)$

នាំឱ្យ $a \times a' = -1 \Rightarrow a' = \dfrac{-1}{a} = \dfrac{-1}{-1} = 1$

-នោះ $(3) : -1 = 2 \cdot 1 + b' \Rightarrow b' = -3$

ដូចនេះ សមីការបន្ទាត់ $(D) : y = x - 3$ ។

**សូមមានសំណាងល្អ**



**ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ**

**សម័យប្រឡង : ១៦ កក្កដា ២០១២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០ នាទី ពិន្ទុ : ១០០**






I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់នៅខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ មានតែមួយគត់ :

ត្រីកោណ $ABC$ មួយមាន $B\hat{A}C = 90^o$ , $AB = 3$ , $AC = a$ និង $BC = 4$ ។ រកតម្លៃ $a$ ។

☐ ក. $a = 5$ ☐ ខ. $a = 7$ ☐ គ. $a = \sqrt{7}$ ☐ ឃ. $a = 1$

II. ចម្ការរាងចតុកោណកែងមួយមានវិមាត្រ $2x+1$ និង 20 គិតជាម៉ែត្រ ។ គេដាំពោតនៅលើផ្ទៃដី 160 $m^2$ ហើយគេដាំល្ង់នៅលើផ្ទៃកដីនៅសល់ ដែលមានរាងជាចតុកោណកែងមានវិមាត្រ $x$ និង 5 គិតជាម៉ែត្រ ។ រកតម្លៃ $x$ ។

III. សព្វថ្ងៃនេះសុខមានអាយុ 35 ឆ្នាំ ហើយសៅមានអាយុ 14 ឆ្នាំ។ គេដឹងថា $t$ ឆ្នាំទៅមុខទៀត សុខនឹងមានអាយុតូចជាង 3 ដង តែធំជាង 2 ដងនៃអាយុរបស់សៅ ។ រកគ្រប់តម្លៃគត់វិជ្ជមាននៃ $t$ ដែលអាចមាន ។

IV. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីស ឃ្លីខ្មៅ និងឃ្លីក្រហម ទាំងអស់ចំនួន 24 គ្រាប់ ។

១. គេចាប់យកឃ្លី 1 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ។ គេដឹងថាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីសស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ និងប្រូបាបដែលចាប់ បានឃ្លីក្រហមស្មើ $\frac{1}{4}$ ។ រកចំនួនឃ្លីខ្មៅ ។

២. គេចាប់យកឃ្លីម្តង 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបដែលគេចាប់យកបាន ឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ដូចគ្នា ។

V. ចំណុច $M(-1, 1)$ និង $N(3, 1)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $xOy$ មួយ ។

១. រកប្រវែង $MN$ និងកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល $P$ នៃអង្កត់ $MN$ ។

២. រកសមីការបន្ទាត់ $d$ ដែលកាត់តាមចំណុច $P$ និង $R(2, -2)$ ។ សង់អង្កត់ $MN$ និងបន្ទាត់ $d$ ក្នុងតម្រុយ $xOy$ តែមួយ ។

VI. រង្វង់ផ្ចិត $O$ មួយចារឹកក្រៅត្រីកោណ $ABC$ មួយដែលមានកម្ពស់ $AH$ និនមុំក្នុងទាំងបីជាមុំស្រួច ។ $D$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $A$ ចំពោះផ្ចិត $O$ ។

ក. បង្ហាញថា $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ និង $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

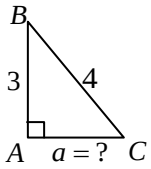
ខ. ប្រៀបធៀប $\Delta HAB$ និង $\Delta CAD$ រួចហើយ $\Delta HAC$ និង $\Delta BAD$ ។

គ. បង្ហាញថា $AB \times AC = AD \times AH$ ហើយ $B\hat{A}D = H\hat{A}C$ ។

# ចម្លើយ

I. គូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ:

រកតម្លៃ $a$ : ☑ គ. $a=\sqrt{7}$ ព្រោះ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $BC^2=AB^2+AC^2$

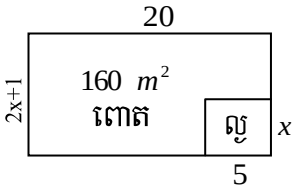



នាំឱ្យ $AC^2=BC^2-AB^2$

នោះ $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}$

$=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

II. រកតម្លៃនៃ $x$ :




យើងអាចតាងចម្ការនោះបានដូចរូបខាងស្តាំ

ឃើញថា ផ្ទៃដីសរុប = ផ្ទៃដីដាំពោត + ផ្ទៃដីដាំល្ង

យើងបាន $20(2x+1)=160+5x$

$40x+20=160+5x$

$40x-5x=160-20$

$35x=140$

$x=\frac{140}{35}=4$

ដូចនេះ | តម្លៃរកបានគឺ $x=4\ m$ | ។

III. រកគ្រប់តម្លៃគត់វិជ្ជមាននៃ $t$ ដែលអាចមាន :

សម្មតិកម្ម : សព្វថ្ងៃសុខអាយុ 35 ឆ្នាំ និង សៅអាយុ 14 ឆ្នាំ ហើយ $t$ ឆ្នាំទៀត សុខមានអាយុតូចជាង 2 ដង តែធំជាងពីរដងនៃអាយុសៅ

នោះយើងអាចសរសេរបាន ប្រព័ន្ធវិសមីការ :

$\begin{cases}35+t<3(14+t)\\35+t>2(14+t)\end{cases}$ ដែល $t$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានត្រូវរក

$\begin{cases}35+t<42+3t\\35+t>28+2t\end{cases}$

$\begin{cases}35-42<3t-t\\35-28>2t-t\end{cases}$

$\begin{cases}-7<2t\\7>t\end{cases}$

យើងអាចសរសេរបាន $0<t<7$ ព្រោះ $t>0$

ដោយចំនួនគត់វិជ្ជមាន នៅចន្លោះ 0 និង 7 មាន : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6

ដូចនេះ | តម្លៃចំនួនគត់ $t$ ដែលអាចមានគឺ : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 និង 6 | ។

IV. ក្នុងថង់មានឃ្លីស ខ្មៅ ក្រហម ទាំងអស់ 24 គ្រាប់

១. រកចំនួនឃ្លីខ្មៅ (របៀបទី១)

ដោយផលបូកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់ក្នុងវិញ្ញាសាតែមួយស្មើ 1

យើងបាន P(ស) +P(ក្រហម) + P(ខ្មៅ) = 1

ទាញបាន P(ខ្មៅ) = 1- [ P(ស) +P(ក្រហម) ]

$=1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

ព្រោះសម្មតិកម្ម $P(ស)=\frac{1}{3}$ និង $P(ក្រហម)=\frac{1}{4}$

ម្យ៉ាងទៀត តាង $n$ ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

នោះយើងបាន $P(ខ្មៅ)=\frac{n}{24}$

នាំឱ្យយើងផ្ទឹមបាន : $\frac{n}{24}=\frac{5}{12}$ ឬ $n=\frac{5\times24}{12}=10$

ដូចនេះ | ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅមានចំនួន 10 គ្រាប់ | ។

+រកចំនួនឃ្លីខ្មៅ (របៀបទី២)

-តាង $x$ ជាចំនួនឃ្លីស ក្នុងចំណោមឃ្លីទាំង 24 គ្រាប់

យើងបាន $P(ស)=\frac{x}{24}$ តែសម្មតិកម្ម $P(ស)=\frac{1}{3}$

នោះយើងបាន $\frac{x}{24}=\frac{1}{3}$ នោះ $x=\frac{24}{3}=8$ គ្រាប់

-តាង $y$ ជាចំនួនឃ្លីក្រហមនៃឃ្លីទាំង 24 គ្រាប់

យើងបាន $P(ក្រហម)=\frac{y}{24}$ តែ $P(ក្រហម)=\frac{1}{4}$

នោះយើងបាន $\frac{y}{24}=\frac{1}{4}$ នោះ $y=\frac{24}{4}=6$ គ្រាប់

ដោយ ឃ្លីទាំងអស់មានចំនួន 24 គ្រាប់

នាំឱ្យ ចំនួនឃ្លីខ្មៅ $=24-$ (ចំនួនឃ្លីស+ចំនួនឃ្លីក្រហម)

$=24-(8+6)=10$ គ្រាប់

ដូចនេះ **ឃ្លីពណ៌ខ្មៅមានចំនួន 10 គ្រាប់** ។

(អ្នកគួរធ្វើតាមរបៀបទី២ ព្រោះវាទាក់ទងសំណួរបន្ត)

**២. រកប្រូបាបចាប់បានឃ្លីទាំងបីមានពណ៌ដូចគ្នា**

គេចាប់យកឃ្លីម្តងបី ចាត់ទុកជាវិញ្ញាសាហូតហើយមិនដាក់វិញ នោះវាទាក់ទងដល់ការចាប់បន្តបន្ទាប់ទៀត ។

យើងមានឃ្លី ស 8 គ្រាប់ , ក្រហម 6 គ្រាប់ , ខ្មៅ 10 គ្រាប់

-ឃ្លីបី ពណ៌ដូចគ្នា អាចជា សទាំងបី ឬ ក្រហមទាំងបី ឬ ខ្មៅទាំងបី នោះយើងបាន :

P(ឃ្លីបីពណ៌ដូចគ្នា) = P(សសស) +P(ក្រក្រក្រ)+P(ខខខ)

$$=\left(\frac{8}{24}\times\frac{7}{23}\times\frac{6}{22}\right)+\left(\frac{6}{24}\times\frac{5}{23}\times\frac{4}{22}\right)+\left(\frac{10}{24}\times\frac{9}{23}\times\frac{8}{22}\right)$$

$$=\left(\frac{4}{12}\times\frac{7}{23}\times\frac{3}{11}\right)+\left(\frac{3}{12}\times\frac{5}{23}\times\frac{2}{11}\right)+\left(\frac{5}{12}\times\frac{9}{23}\times\frac{4}{11}\right)$$

$$=\frac{84}{3036}+\frac{30}{3036}+\frac{180}{3036}$$

$$=\frac{294}{3036}=\frac{49}{506}\approx 0.097$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{P(ឃ្លីបីពណ៌ដូចគ្នា)}=\frac{294}{3036}=\frac{49}{506}\approx 0.097}$

V. ១. រកប្រវែង $MN$

យើងមាន ចំណុច $M(-1,1)$ និង $N(3,1)$

នាំឱ្យ $MN=\sqrt{(3+1)^2+(1-1)^2}=\sqrt{4^2}=4$

ដូចនេះ **រកបាន $MN=4$ ឯកតាប្រវែង** ។

-រកកូអរដោនេចំណុចកណ្តាល $P$ នៃអង្គត់ $MN$ :

យើងបាន $P\left(\frac{-1+3}{2},\frac{1+1}{2}\right)$ ឬ $P(1,1)$

ដូចនេះ **រកបានចំណុចកណ្តាល $MN$ គឺ $P(1,1)$** ។

**២. រកសមីការបន្ទាត់ $d$**

សមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកមានរាង $(d): y=ax+b$

-ដោយ $(d)$ កាត់តាមចំណុច $P(1,1)$

នោះយើងបាន $a+b=1$ $(1)$

-ដោយ $(d)$ កាត់តាម $R(2,-2)$

នោះយើងបាន $2a+b=-2$ $(2)$

-យើងយកសមីការ $(2)-(1)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}2a+b=-2\\ a+b=1\end{cases}$$

$$a=-3$$

យក $a=-3$ ជំនួសក្នុង $(1)$

$(1): -3+b=1$ នាំឱ្យ $b=4$

ដូចនេះ **សមីការដែលត្រូវរកគឺ $(d): y=-3x+4$** ។

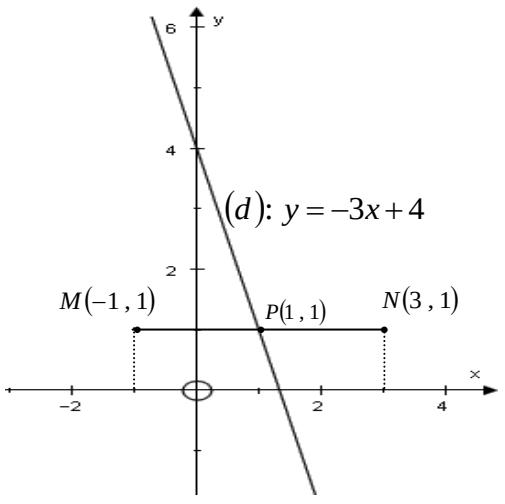
- សង់អង្គត់ $MN$ និងបន្ទាត់ $d$ ក្នុងតម្រុយ $xOy$ តែមួយ

យើងមាន $M(-1,1)$ និង $N(3,1)$

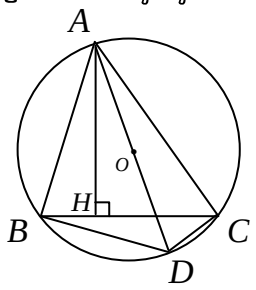
ហើយ $(d): y=-3x+4$

| $x$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 1 |

យើងសង់បន្ទាត់ $d$ និងអង្គត់ $MN$ ដូចខាងក្រោម :



VI. តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :




**ក.** បង្ហាញថា $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ និង $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

-ដោយ $A\hat{B}C$ និង $A\hat{D}C$ ជាមុំចារឹកដែលមានធ្នូស្មាត់រួម $AC$ នាំឱ្យ $A\hat{B}C = A\hat{D}C$

ដូចនេះ $\boxed{A\hat{B}C = A\hat{D}C \text{ ត្រូវបានបង្ហាញរួច}}$ ។

-ដោយ $A\hat{C}B$ និង $A\hat{D}B$ ជាមុំចារឹកដែលមានធ្នូស្មាត់រួម $AB$ នាំឱ្យ $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

ដូចនេះ $\boxed{A\hat{C}B = A\hat{D}B \text{ ត្រូវបានបង្ហាញរួច}}$ ។

**ខ.** + ប្រៀបធៀប $\Delta HAB$ និង $\Delta CAD$

ដោយ $\Delta HAB$ និង $\Delta CAD$ មាន :

-មុំ $A\hat{H}B = A\hat{C}D = 90^o$ ជាមុំកែងដូចគ្នា ព្រោះ $AH$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta ABC$ និង $A\hat{C}D$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $AD$ ដោយសារ $D$ ឆ្លុះនឹង $A$ ចំពោះផ្ចិត $O$ ។

-មុំ $A\hat{B}H = A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (បង្ហាញខាងលើរួច)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta HAB \sim \Delta CAD \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

+ ប្រៀបធៀប $\Delta HAC$ និង $\Delta BAD$

ដោយ $\Delta HAC$ និង $\Delta BAD$ មាន :

-មុំ $A\hat{H}C = A\hat{B}D = 90^o$ ជាមុំកែងដូចគ្នា ព្រោះ $AH$ ជាកម្ពស់នៃ $\Delta ABC$ និង $A\hat{B}D$ ជាមុំចារឹកកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $AD$ ។

-មុំ $A\hat{C}H = A\hat{C}B = A\hat{D}B$ (បង្ហាញខាងលើរួច)

ដូចនេះ $\boxed{\Delta HAC \sim \Delta BAD \text{ តាមលក្ខខណ្ឌ ម.ម}}$ ។

**គ.** បង្ហាញថា $AB \times AC = AD \times AH$

ដោយ $\sim \left.\begin{matrix}\Delta HAB \\ \Delta CAD\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AC}$

នាំឱ្យយើងបាន $AB \times AC = AD \times AH$

ដូចនេះ $\boxed{AB \times AC = AD \times AH \text{ បានបង្ហាញរួច}}$ ។

-បង្ហាញថា ហើយ $B\hat{A}D = H\hat{A}C$

ដោយ $\sim \left.\begin{matrix}\Delta HAC \\ \Delta BAD\end{matrix}\right| \Rightarrow H\hat{A}C = B\hat{A}D$

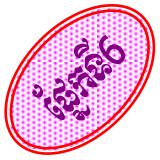
ឬអាចសរសេរជា $B\hat{A}D = H\hat{A}C$

ដូចនេះ $\boxed{B\hat{A}D = H\hat{A}C \text{ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់}}$ ។

សូមមានសំណាងល្អ




# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. យល់




# សូមស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងសិស្សពូកែ

### ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ អំពីវិញ្ញាសាធ្លាប់ចេញប្រឡងសិស្សពូកែថ្នាក់ទី ៩ គ្រប់ឆ្នាំ គឺចាប់ពីឆ្នាំ ១៩៨៦ រហូតដល់ឆ្នាំ ២០១២ ។ ខ្ញុំសូមអភ័យទោសដល់លោកអ្នកមិត្តអ្នកអាន ចំពោះផ្នែកនេះមានតែវិញ្ញាសាប៉ុណ្ណោះគ្មានចម្លើយទេ ព្រោះលំហាត់ធរណីមាត្រខ្លះនៅក្នុងសម័យអតីតកាលខ្ញុំខ្វះឯកសារពិគ្រោះ និងអ្នកសួរយោបល់បន្ថែម ដោយសារសិស្សពូកែជំនាន់នោះ ច្រើនជាអ្នកធ្វើការ ដែលគាត់គ្មានពេលវេលាគ្រប់គ្រាន់ ដើម្បីឱ្យខ្ញុំបានប្រឹក្សាយោបល់ជាមួយគាត់ ។ តែទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយ ខ្ញុំបានដកស្រង់លំហាត់ក្នុងវិញ្ញាសាទាំងនេះមួយចំនួន ទៅបកស្រាយក្នុងផ្នែក លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ ។ យើងគួរដឹងថា វិញ្ញាសានៃឆ្នាំនីមួយៗមានពីរ គឺប្រឡងលើកទី ១ និងប្រឡងលើកទី ២ ។ ខ្ញុំនឹងព្យាមរៀបចំចម្លើយរបស់វិញ្ញាសាទាំងនេះ នៅពេលក្រោយ ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាទំនង ។

**សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...**

សិស្សពូកែ 1986

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៤ ឧសភា ១៩៨៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៧ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{Q}$ សមីការ : $\dfrac{-\frac{7}{4}}{x-2}=\dfrac{2-x}{7}$ ។

II. សួនច្បាររបស់កសិករសុខ មានរាងចតុកោណកែង និងបរិមាត្រមានរង្វាស់ 296m ។ ដើម្បីរៀបចំផ្លូវភូមិឱ្យត្រង់ គណៈកម្មការភូមិសម្រេចកាត់បណ្តោយដីគាត់អស់ 20m តែដើម្បីឱ្យក្រឡាផ្ទៃនៃសួននៅដដែល គណៈកម្មការភូមិសម្រេចបន្ថែមទទឹងដីឱ្យគាត់ 12m ។ ចូររកវិមាត្ររបស់សួនមុនរៀបចំផ្លូវភូមិ ។

III. ឪពុកនារីមានអាយុ 48 ឆ្នាំ , នារីមានអាយុ 13 ឆ្នាំ និងប្អូនប្រុសនាង អាយុ 6 ឆ្នាំ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំ ទើបអាយុឪពុកនារីស្មើ :

ក. $\frac{7}{3}$ នៃអាយុនារី ។ ខ. 15 ដងនៃអាយុកូនប្រុសគាត់ ។

គ. ស្មើផលបូកអាយុកូនគាត់ទាំងពីរ ។ ឃ. ស្មើពាក់កណ្តាលនៃផលបូកអាយុកូនគាត់ទាំងពីរ ។

IV. $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $A$ ។ $P$ ជាចំណុចមួយនៅលើ $[BC]$ ។ $I$ និង $J$ ជាចំណោលកែងនៃ $P$ លើបន្ទាត់ $(AB)$ និង $(AC)$ ។

ក. $(\Delta)$ ជាបន្ទាត់ដែលស្របទៅនឹង $(AB)$ កាត់តាម $C$ ។ $J'$ ជាចំណោលកែងនៃ $P$ លើបន្ទាត់ $(\Delta)$ ។ បង្ហាញថា $J'$ ឆ្លុះនឹង $J$ ធ្យៀបនឹងបន្ទាត់ $(BC)$ ។

ខ. បង្ហាញថា ផលបូក $|PI|+|PJ|$ ថេរ កាលណា $P$ រត់លើ $[BC]$ ។

គ. $P$ ជាចំណុចមួយនៅលើបន្ទាត់ $(BC)$ ក្រៅ $[BC]$ ។ បង្ហាញថា $|PI|-|PJ|$ ថេរ វិជ្ជមាន ឬមួយថេរ អវិជ្ជមាន ។

V. $(C)$ ជារង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ និង $M$ ជាចំណុចនៅលើ $(C)$ ខុសពី $A$ និង $B$ ។ $M'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $M$ ធ្យៀបនឹង $(AB)$ ។

ក. $I$ , $J$ , $K$ , $L$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ $[MB]$, $[BM']$, $[M'A]$, $[AM]$ ។ ស្រាយថា $IJKL$ ជាចតុកោណកែង ។

ខ. កំណត់ទីតាំងនៃ $M$ ដើម្បីឱ្យចតុកោណកែង $IJKL$ ជាការេ ។

គ. តើមានឬទេទីតាំងនៃ $M$ ដែលធ្វើឱ្យចតុកោណកែង $IJKL$ ជាចតុកោណស្មើ តែមិនមែនជាការេ ?

សិស្សពូកែ 1986

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៤ ឧសភា ១៩៨៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៧ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ១. រក $x, y, z$ ជាធាតុរបស់ $\mathbb{Q}$ សំណុំនៃចំនួនសនិទាន ដែល $x+y+z=3$ និង $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z}{8}$ ។

២. ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{Q}$ សមីការ $\frac{1-x}{2+x}=0$, $\frac{1-x}{2+x}=-1$ ។

II. ១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនសនិទានពីរខុសគ្នា នោះគេបាន $\frac{a^2+b^2}{2}>ab$ ។

២. អនុវត្តន៍រូបមន្តខាងលើបង្ហាញថា $\frac{(1\,999)^2-(2\,001)^2}{2}>3\,999\,999$ ។

III. យុវជនបីនាក់គឺ ក , ខ និង គ ចូលរួមកីឡារត់ប្រណាំងចម្ងាយ $100\text{ m}$ ។

ពេលដែល "គ" ដល់គោលដៅ គេឃើញ "ក" នៅខ្វះ $10\text{ m}$ ទៀត ។

ពេលដែល "ក" ដល់គោលដៅ គេឃើញ "ខ" នៅខ្វះ $10\text{ m}$ ទៀត ។ គេសន្មត់ថាអ្នកទាំងបីរត់ក្នុងល្បឿនថេរ ។

១. រកផលធ្យៀបនៃល្បឿនរបស់ ក និងល្បឿនរបស់ គ ។

២. ពេល គ ទៅដល់គោលដៅ តើវានៅឃ្លាតពី ខ ប៉ុន្មានម៉ែត្រ ។

IV. គេមានត្រីកោណ $ABC$, $A'$ ជាចំណុចកណ្តាលអង្កត់ $[BC]$ និង $D$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $C$ ធ្យៀបនឹង $A$ ។ បន្ទាត់ $(AB)$ និង $(DA')$ ជួបគ្នាត្រង់ $E$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|AB|=3|AE|$ ។

២. $O$ ជាចំណុចមិននៅលើបន្ទាត់ $(AB)$ និងមិននៅលើ $(AC)$ ។ កំណត់ចំណុច $M_1$ លើ $(AB)$ និង $M_2$ លើ $(AC)$ ដែល $O$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[M_1M_2]$ ។

៣. $P$ ជាចំណុចមួយលើ $[BC]$ ។ គេគូស $(PP_1)$ ស្របនឹង $(AC)$ និង $(PP_2)$ ស្របនឹង$(AB)$ ដែល $P_1$ នៅលើ $(AB)$ និង $P_2$ នៅលើ $(AC)$ ។ រកសំណុំចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[P_1P_2]$ កាលណា $P$ រត់លើ $[BC]$ ។

៤. $H$ ជាជើងកម្ពស់គូសចេញពី $A$ ។ $B'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $B$ ធ្យៀបនឹង $(AH)$ និង $C'$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $C$ ធ្យៀបនឹង $(AH)$ ។

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំណុច $B, C, H, B', C'$ រត់ត្រង់គ្នា ។

ខ. កំណត់នៅលើរូបនេះ អង្កត់ពីមានមេដ្យាន៍រួមគ្នា ។

កំណត់សម្គាល់ : សំណួរទី១ , ទី២ , ទី៣ និងទី៤ នៃលំហាត់ធរណីមាត្រមិនទាក់ទងគ្នាទេ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៨៧**

**ពិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. គេឱ្យ $a+b+c=1$ , $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ $(a\neq 0, b\neq 0, c\neq 0)$ ។

បំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

II. គេមានបីចំនួនខុសគ្នា $a, b, c$ ។

គណនាផលបូក $S=\frac{a}{(a-b)(a-c)}+\frac{b}{(b-c)(b-a)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2|x|-y=3\\ x+|y|=3\end{cases}$ ។

សម្គាល់ : តម្លៃដាច់ខាតនៃ $a$ គឺ $|a|=\begin{cases}a & \text{បើ } a\geq 0\\ -a & \text{បើ } a<0\end{cases}$ ។

IV. គេមានត្រីធា $A=x^2+4x+\frac{7}{2}$ ។

រកតម្លៃនៃ $x$ ដែលនាំឱ្យត្រីធា $A$ មានតម្លៃអប្បបរមា រួចប្រាប់តម្លៃ អប្បបរមានេះ ។

V. គេឱ្យចំណុច $B$ និង $C$ នៅលើរង្វង់ $O$ កាំ $R$ ( $O\notin[BC]$ ) ។ $A$ ជាចំណុចប្រែប្រួលលើធ្នូធំ $\cup BC$ ។

ចំណុច $H$ ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។

១. បំភ្លឺថា ក. $B\hat{A}O=H\hat{A}C$ ។

ខ. ចំណុច $H, G, O$ រត់ត្រង់គ្នា ( $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ $ABC$)

២. រកសំណុំនៃចំណុច $H$ (បញ្ជាក់លើមីតនៃចំណុចនេះផង) ។

សិស្សពូកែ 1987

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៨៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមក្នុងសំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប :

$\frac{4-x}{1986}+\frac{3-x}{1987}+\frac{2-x}{1988}+\frac{1-x}{1989}=-4$ ។

II. ១. សរសេរពហុធាខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

$A(x)=x^4+x^3+x+1$

$B(x)=x^4-x^3+2x^2-x+1$

២. សម្រួលប្រភាគសនិទាន :

$E(x)=\frac{A(x)}{B(x)}$ ។

៣. បង្ហាញថា $E(x)$ មានតម្លៃជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬសូន្យ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ $x$ ។

III. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម : $\frac{a+b}{a-b}$ បើគេដឹងថា $2a^2+2b^2=5ab \quad (b>a>0)$ ។

IV. រង្វង់ផ្ចិត $O$ និងរង្វង់ផ្ចិត $O'$ កាត់គ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ ខ្នាត់ប្រែប្រួលមួយគូសចេញពី $B$ កាត់រង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $E$ និងកាត់រង្វង់ផ្ចិត $O'$ ត្រង់ $F$ ។

១. បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ $E$ និងបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O'$ ត្រង់ $F$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $P$ ។

បំភ្លឺថា $\angle EPF$ មានរង្វាស់ថេរ ។

២. បន្ទាត់ $(EO)$ និងបន្ទាត់ $(FO')$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $M$ ។

បំភ្លឺថា ចំណុច $E, M, A, F, P$ នៅលើរង្វង់មួយ ។

៣. បំភ្លឺថា មេដ្យានទ័រនៃ $[EF]$ កាត់តាមចំណុចនឹងមួយ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៨៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**

សិស្សពូកែ 1988

I. ដោះស្រាយសមីការ $x^3-3x^2-3x-4=0$ ។

II. គេមានប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}2x-3y=m\\5x+y=-1^2\end{cases}$ ( m ជាចំនួនគត់ស្គាល់) ។

កំណត់សំណុំតម្លៃគត់និងអវិជ្ជមាននៃ m ដែលនាំឱ្យគូចម្លើយ $x$ និង $y$ នៃប្រព័ន្ធផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $x\geq 0>y$ ។

III. គេមានបីចំនួន $a$ , $b$ , $c$ ដែល $a+b+c=0$ និង $abc\neq 0$ ។

គណនា $E=\dfrac{5}{b^2-a^2+c^2}-\dfrac{5}{b^2-a^2-c^2}+\dfrac{5}{a^2+b^2-c^2}$ ។

IV. អង្កត់ $[PQ]$ នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ហើយកែងនឹងកាំ $[OS]$ ត្រង់ចំណុច $I$ ។ បន្ទាត់ $(SP)$ និង $(SQ)$ កាត់រង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច $M$ និង $N$ ។

ក. បំភ្លឺថា រង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $PQN$ កាត់តាមចំណុច $M$ ។

ខ. $K$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច $S$ ចំពោះចំណុច $O$ ។ បំភ្លឺថា $S\hat{M}I=P\hat{K}Q-S\hat{N}I$ ។

គ. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ $\angle PIK$ កាត់អង្កត់ $[PK]$ ត្រង់ចំណុច $E$ ។ $H$ ជាចំណោលកែងនៃចំណុច $E$ លើអង្កត់ $[IK]$ ។ បំភ្លឺថា : $\dfrac{(|IP|+|IK|)\cdot|HE|}{|IP|\cdot|IK|}=1$ ។

សិស្សពូកែ 1988

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៨៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. តើចំនួន $A=2^n\cdot 5^{2n+10}$ ( $n\in \mathbb{N}^*$ ) បញ្ចប់ដោយចំនួនសូន្យចំនួនប៉ុន្មាន ?

II. បំភ្លឺថា ចំពោះគ្រប់តម្លៃ $a$ និង $b$ គេបាន :

$a^2b^2+5a^2+9b^2-6ab^2-30a\geq(-45)$ ។

III. រកតម្លៃអប្បបរមានៃកន្សោមប្រភាគ : $F=\dfrac{-2x^2-13}{x^2+5}$ ។

IV. គេមានមុំស្រួច $\angle xOy$ ។ ចំណុច $C$ ចល័តនៅលើជ្រុង $[Ox)$ និងចំណុច $D$ ចល័តលើជ្រុង $[Oy)$ ដោយបំពេញលក្ខខណ្ឌ : $|OC|+|OD|=2a$ ( $a$ ជាប្រវែងថេរ) ។ រកសំណុំចំណុចកណ្តាល $M$ នៃ $[CD]$ ។

V. គេដឹងថាក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកការេនៃរង្វាស់ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ ស្មើនឹងការេនៃរង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុស ។ ចូរអ្នកសង់អង្កត់ធ្នូ $[AB]$ នៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំប្រវែង 5 cm ដែល $|AB|=8\,cm$ ហើយ $(AB)$ កាត់តាមចំណុច $P$ ( $P$ នៅក្រៅរង្វង់ផ្ចិត $O$ ) ។

សិស្សពូកែ 1989

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៨៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. សរសេរចំនួន $N=(3a-1)^2-4(a^2+6a+9)$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ ។

II. គណនា : $E=\frac{x+a}{(x-b)(a-b)}+\frac{x+b}{(x-a)(b-a)}+\frac{a+b}{(a-x)(b-x)}$ ( $x\,;a\,;b$ ជាបីចំនួនខុសគ្នា ) ។

III. គេឱ្យសមីការ $2x-3m-[(1+m\div 2)\div(5-3\div 2)]=3(x+3)$ ( $m$ ជាចំនួនស្គាល់ ) ។

កំណត់សំណុំតម្លៃគត់អវិជ្ជមាននៃ $m$ ដើម្បីឱ្យសមីការ មានឫសជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

IV. $[AM]$ ជាមេដ្យានៃត្រីកោណ $ABC$ ។ ប្រៀបឈ្មោះ $\angle BAC$ តាមករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម :

ក. បើ $[AM]<\frac{|BC|}{2}$ ។

ខ. បើ $[AM]>\frac{|BC|}{2}$ ។

V. ចំណុច $A$ ចល័តលើកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ។ នៅក្រៅត្រីកោណ $ABC$ គេសង់ត្រីកោណកែងសមបាត $ABE$ $(\hat{B}=90^o)$ និងត្រីកោណកែងសមបាត $ACF$ $(\hat{C}=90^o)$ ។ $I$ និង $K$ ជាចំណោលកែងរៀងគ្នានៃចំណុច $E$ និង $F$ លើបន្ទាត់ $(BC)$ ។ បំភ្លឺថា ផលបូក $|EI|+|FK|$ មានរង្វាស់ថេរ ។

សិស្សពូកែ 1989

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៨៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. បំភ្លឺថា ប្រភាគ $F=\dfrac{-a^2-1}{2b^2+5}$ មានតម្លៃលេខជាចំនួនអវិជ្ជមានចំពោះគ្រប់តម្លៃ $a$ និង $b$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{1}{x-5}+\dfrac{2}{x-x}-\dfrac{14}{(x+2)(10-2x)}=-1$ ។

III. រកពីរចំនួនគត់ $a$ និង $b$ $(a>b)$ ដោយដឹងថាផលបូក នៃពីរចំនួននោះ ជាពហុគុណនៃ 15 ហើយផលដក ការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើ 45 ។

IV. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O$ និងអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ ចំណុច $I$ នៅក្នុងរង្វង់ ចំណុច $M$ នៅលើរង្វង់ និងចំណុច $E$ នៅក្រៅរង្វង់ ។ ប្រៀបធៀប $\angle AMB$, $\angle AIB$ និង $\angle AEB$ ។

V. $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ $(\Delta)$ ជាបន្ទាត់មួយកាត់តាមចំណុច $G$ ។ $H$ , $K$ , $K'$ ជាចំណោលកែងរៀងគ្នានៃកំពូល $A$ , $B$ , $C$ លើបន្ទាត់ $(\Delta)$ ។ បំភ្លឺថា $|AH|=|BK|+|CK'|$ ។

សិស្សពូកែ 1990

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៩០**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. គេឱ្យពហុធា : $E=4a^2x^2+20a^2+9x^2+45-12ax^2-60a$ ។

១. សរសេរ $E$ ជាផលគុណកត្តា ។

២. កំណត់តម្លៃ $a$ និង $x$ ដែលនាំឱ្យ $E$ មានតម្លៃអប្បបរមា ។

II. រកមួយចំនួនដោយដឹងថា បីដងនៃចំនួននោះ និងការេនៃចំនួនដដែលនោះ ជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។

III. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ដែល $|AB|<\frac{|BC|}{2}$ ហើយ $\frac{|BC|}{2}<|AC|<|BC|$ ។

រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ និងរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $B$ និង $E$ ។

រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ និងរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AC]$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $C$ និង $F$ ។

រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ និងរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AC]$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $A$ និង $K$ ។

១. បន្ទាត់ $(BE)$ និង $(CF)$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $M$ ។ តើចំណុច $A$ តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ $MBC$ ។

២. បន្ទាត់ $(EF)$ និង $(BC)$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $P$ ។ បំភ្លឺថា $E\hat{P}B+F\hat{A}C=2A\hat{M}F$ ។

៣. ចំណុច $N$ ចល័តលើកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ដែលគ្មានចំណុច $E$ និង $F$ ។

រកសំណុំចំណុចកណ្តាល $I$ នៃ $[MN]$ ។

សិស្សពូកែ 1990

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៩០**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ដោះស្រាយសមមីការ $\frac{5x+3}{4}-\frac{2x}{3}=\frac{x+\frac{3x}{4}}{3}+3$ ។

II. គេឱ្យ : $a+b=1$ ។ គណនាតម្លៃលេខនៃ $P=2\left(a^3+b^3\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$ ។

III. គេឱ្យចតុកោណញ្ច្រាយ $ABCD$ បាតតូច $[AB]$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ និង $\angle D$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $O$ ។ $H$ និង $K$ ជាចំណោលកែងនៃ $O$ លើ $[AB]$ និង $[DC]$ ។ បំភ្លឺថា $|AD|=|AH|+|DK|$ ។

IV. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ។ គេដៅចំណុច $P$ នៅក្នុងត្រីកោណ $ABC$ ដែល $C\hat{B}P=C\hat{A}P$ ។ $M$ និង $N$ ជាចំណោលកែងនៃ $P$ លើជ្រុង $[BC]$ និង $[AC]$ ។ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។ បំភ្លឺថា $|IM|=|IN|$ ។

សិស្សពូកែ 1991

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៩១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. សម្រួលប្រភាគសនិទាន : $E=\dfrac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-5ab+6b^2}$ ។

II. កំណត់សំណុំតម្លៃនៃ $x$ $(x\in Z)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ : $x-\dfrac{1}{2}(x+3)<3(x-1)+4<x+5$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $x^4+3x^3-7x^2+9x-30=0$ ។

IV. គេឱ្យចតុកោណញ្ចាយ $ABCD$ បានតួច $[AB]$ ដែល $|DC|=2|AB|$ ។ $M$ និង $N$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ $[BD]$ និង $[AC]$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $|AB|=2|MN|$ ។

V. គេឱ្យចំណុច $E$ នៅក្រៅរង្វង់ផ្ចិត $O$ ។ តាម $E$ គេគូសបន្ទាត់ពីរ កាត់រង្វង់ $O$ : បន្ទាត់ទី១ កាត់រង្វង់ត្រង់ចំណុច $A$ និង $B$ ហើយបន្ទាត់ទី២ កាត់រង្វង់ត្រង់ចំណុច $C$ និង $D$ ។ $[BC]\cap[AD]=\{I\}$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $2\left(A\hat{E}C+A\hat{I}C+B\hat{C}D\right)=3B\hat{O}D$ ។

សិស្សពូកែ 1991

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៩១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. គេឱ្យសមីការ : $mx-2(x+m)=x-1^2$ (m ជាចំនួនគត់ស្គាល់) ។

កំណត់តម្លៃ m ដែលនាំឱ្យសមីការមិនអាចមាន ។

II. ប្រាប់តម្លៃតូចបំផុតនៃត្រីធា : $x^2-\frac{4}{3}x+\frac{40}{9}$ ។

III. ស្រាយបំភ្លឺថា : បើត្រីកោណ $ABC$ និង $A'B'C'$ ប៉ុនគ្នា នោះរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណទាំងពីរ ត្រូវប៉ុនគ្នា។

IV. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ។ ចំណុច $M$ ចល័តនៅលើជ្រុង $[AB]$ ។ គេសង់ប្រលេឡ្លក្រាម $BMCN$ ដែលមានអង្កត់ផ្ទួង $[BC]$ ។ រកសំណុំកំពូល $N$ ។

សិស្សពូកែ 1992

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៤ ឧសភា ១៩៩២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ផលដករវាងក្រឡាផ្ទៃនៃការេពីរស្មើនឹង $1152\ m^2$ ហើយផលដករវាងប្រវែងជ្រុងនៃការេទាំងពីរស្មើ $16\ m$ ។ គណនាប្រវែងជ្រុងនៃការេនីមួយៗ ។

II. មួយចំនួនគត់ផ្សំដោយបួនលេខ លេខខ្ទង់រាយគឺ $b$ លេខខ្ទង់ដប់គឺ 5 លេខខ្ទង់រយគឺ $a$ ហើយលេខខ្ទង់ពាន់គឺ 3 ។ គណនា $a$ និង $b$ ដោយដឹងថា ចំនួននោះចែកដាច់នឹង 5 ផង និង 9 ផង ។

III. ត្រីកោណ $ABC$ និងត្រីកោណ $A'B'C'$ មាន $|BC|=|B'C'|$ និងមុំ $\hat{A}=\hat{A}'$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា រង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណទាំងពីរ ជារង្វង់ប៉ុនគ្នា ។

IV. ចំណុច $B$ និង $C$ នៅលើរង្វង់ផ្ចិត $O$ ។ ចំណុច $A$ ចល័តលើរង្វង់នេះ ។ $H$ ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $[AH]$ ប៉ុន ហើយស្របនឹងអង្កត់ទឹងមួយ កាលណា $A$ ប្រែប្រួល ។

**សម្គាល់** : សិស្សអាចធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1992

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៤ ឧសភា ១៩៩២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ក. សរសេរត្រីធា $A=841a^2-870ab+225b^2$ ជាការេនៃទ្វេធា ។

ខ. សរសេរពហុធា $B=196a^4-841a^2b^2+870ab^3-225b^4$ ជាផលគុណបួនកត្តា ។

II. គេឱ្យបីចំនួនគត់ $a$ , $b$ , $c$ ខុសពីសូន្យ ដែល $a>b>c$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{a}<\frac{ab+bc+ca}{3abc}$ ។

III. គេដៅចំណុច $M$ នៅក្នុងត្រីកោណ $ABC$ ។

ក. បង្ហាញថា $B\hat{M}C>B\hat{A}C$ ។

ខ. គេគូសកម្ពស់ $[AH]$ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះ $[AD)$ នៃមុំ $\angle BAC$ $(D\in[BC])$ ។

គណនា $H\hat{A}D$ ជាអនុគមន៍នៃ $\hat{B}$ និង $\hat{C}$ ។

IV. $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ គេគូស $[GD]//[AB]$ ដោយ $D\in[BC]$ និង $E\in[BC]$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|BD|=|DE|=|EC|$ ។

**សម្គាល់** : សិស្សអាចធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1993

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៣ ឧសភា ១៩៩៣**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនគត់រឹឡាទីប : $6x^3+3x^2+8x+4=0$ ។

II. សម្រួលកន្សោម : $E=\left(\frac{2a+1}{2a-1}-\frac{2a-1}{2a+1}\right)\div\left[1\div\left(1-\frac{1}{a}+\frac{1}{4a^2}\right)\right]$ ។

III. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត $OAB$ $(|OA|=|OB|)$ ។ គេដៅចំណុច $C$ នៅលើជ្រុង $[OA]$ រួចកេបន្លាយជ្រុង $[OB]$ ឱ្យបាន $[BD]$ ដែល $|BD|=|AC|$ ។ $[CD]$ កាត់ $[AB]$ ត្រង់ចំណុច $M$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំណុច $C$ និង $D$ ឆ្លុះគ្នាធ្យៀបនឹងចំណុច $M$ ។

IV. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ដែល $|AB|>|AC|$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ កាត់មេដ្យាទ័រនៃ $[BC]$ ត្រង់ចំណុច $I$ ។ $H$ ជាចំណោលកែងនៃចំណុច $I$ លើ $(AB)$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|AB|+|AC|=2|AH|$ ។

**សម្គាល់ :** សិស្សធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1993

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៣ ឧសភា ១៩៩៣**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ប្រភាគ $\frac{1993}{x^2-4x+7}$ មានន័យជានិច្ច ។

II. គណនា $A=\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{8-\sqrt{60}}$ ។

III. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $N=4(4a+1)^2-100$ ចែកដាច់នឹង 32 ។

IV. គេឱ្យចតុកោណញ្ញាយ $ABCD$ បាតតូច $[AB]$ ។ អង្កត់ថ្នេង $[AC]$ និង $[BD]$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $O$ ។ បន្ទាត់ស្របនឹង $[DC]$ ដែលគូសចេញពី $O$ កាត់ជ្រុងទ្រេត $[AD]$ និង $[BC]$ រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច $M$ និង $N$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $O$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[MN]$ ។

២. បើ $|AB|=a$ , $|CD|=b$ គណនា $|MN|$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $b$ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{2}{|MN|}=\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|DC|}$ ។

**សម្គាល់** : សិស្សអាចធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1994

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៣ ឧសភា ១៩៩៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង ៣០ នាទី**



I. ប្រអប់កាតុងមួយរាងប្រលេពីប៉ែតកែង ដែលមានវិមាត្រ $180\text{ mm}, 60\text{ mm}, 90\text{ mm}$ ។ រកចំនួនគូបតិចបំផុតដែលអាចរៀបបំពេញក្នុងប្រអប់នេះ ។

II. រកពីរចំនួនគត់ $a$ និង $b$ $(a>b)$ ដោយដឹងថា ផលបូកនៃពីចំនួននេះ ជាពហុគុណនៃ 9 ហើយផលដកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើ 63 ។

III. តើចំនួន $A=2^{2n}\cdot 5^{3n+5}$ $(n\in \text{IN})$ បញ្ចប់ដោយសូន្យចំនួនប៉ុន្មាន ?

IV. $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ $ABC$ ។ គេគូស $(GD)//(AB)$ រួចគូស $(GE)//(AC)$ ដោយ $D$ និង $E$ ជាចំណុចនៃអង្កត់ $[BC]$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|BD|=|DE|=|EC|$ ។

V. $ABC$ ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល $A$ ។ $P$ ជាចំណុចមួយនៅលើ $BC$ ។ $I$ និង $J$ ជាចំណោលកែងរៀងគ្នានៃ $P$ លើបន្ទាត់ $(AB)$ និង $(AC)$ ។

១. $(\Delta)$ ជាបន្ទាត់ដែលស្របនឹង $(AB)$ កាត់តាម $C$ ។ $J'$ ជាចំណោលកែងនៃ $P$ លើបន្ទាត់ $(\Delta)$ ។ បង្ហាញថា $J'$ ឆ្លុះនឹង $J$ ធ្យៀបនឹងបន្ទាត់ $(BC)$ ។

២. បង្ហាញថាផលបូក $|PI|+|PJ|$ ថេរ កាលណា $P$ រត់លើ $[BC]$ ។

៣. $P$ ជាចំណុចមួយលើបន្ទាត់ $(BC)$ ក្រៅ $[BC]$ ។ បង្ហាញថា $\big||PI|-|PJ|\big|$ ថេរ ។

សិស្សពូកែ 1994

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង : ០៣ ឧសភា ១៩៩៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង**



I. គណនាតម្លៃនៃ $F=\dfrac{x-y+1}{x+y-1}$ ធ្យៀបនឹងតម្លៃ $a\neq 0$

ដោយដឹងថា : $a-x=bx-1$

$(b+1)y=a+b \quad (b\neq -1)$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ក្នុងសំណុំចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីប :

$\dfrac{5-x}{1989}+\dfrac{4-x}{1990}+\dfrac{3-x}{1991}+\dfrac{2-x}{1992}+\dfrac{1-x}{1993}=-5$ ។

III. រកបីចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីប $a$ , $b$ , $c$ ដោយដឹងថាចំពោះគ្រប់តម្លៃ $x$ គេបាន :

$(x-a)(x-10)+1=(x+b)(x+c)$ ។

IV. គេឱ្យអង្កត់ $[AB]$ នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ហើយកែងនឹងកាំ $[OC]$ ត្រង់ចំណុច $D$ ។ បន្ទាត់ $(AC)$ និង $(BC)$ កាត់រង្វង់រៀងគ្នា ត្រង់ចំណុច $E$ និង $F$ ។

ក. បំភ្លឺថារង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $ABE$ កាត់តាមចំណុច $F$ ។

ខ. $G$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃចំណុច $C$ ចំពោះចំណុច $O$ ។ បំភ្លឺថា $CED=A\hat{G}E-C\hat{F}D$ ។

គ. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ $\angle ADG$ កាត់អង្កត់ $[AG]$ ត្រង់ចំណុច $H$ ។ $I$ ជាចំណោលកែងនៃចំណុច $H$ លើអង្កត់ $[DG]$ ។ បំភ្លឺថា : $\dfrac{(|DA|+|DG|)\cdot|IH|}{|DA|\cdot|DG|}=1$ ។

សិស្សពូកែ 1995

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៩៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង**



I. គណនាកន្សោម : $A=\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{2}{(2-x)(3-x)}+\frac{3}{(1-x)(x-3)}$ ។

II. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង 8 ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ $n$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីប : $2x^4+5x^3-x^2+5x-3=0$ ។

IV. គេដៅចំណុច $B$ លើអង្កត់ $[AC]$ ។ $O$ ជាផ្ចិតរង្វង់ប្រែប្រួល ដែលកាត់តាមចំណុច $B$ និង $C$ ។

១. $[BM]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$ ។ រកសំណុំនៃចំណុច $M$ ។

២. បន្ទាត់ $(AM)$ កាត់រង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ចំណុច $P$ ។ រកសំណុំនៃចំណុច $P$ ។

៣. $(AT)$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $O$ ត្រង់ចំណុច $T$ ។ រកសំណុំនៃចំណុច $T$ ។

**សម្គាល់ :** សិស្សអាចធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1995

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០២ ឧសភា ១៩៩៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង**



I. ដាក់កន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តា :

$A=\frac{3}{2}(x-5)(3x+3)^2+\frac{3}{2}(x-1)^2(5-x)$

$B=[(x-2)+(x+7)]^2-(x-2)^2-(x+7)^2$

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}2x+2y=3xy\\6x+y=4xy\end{cases}$ ។

III. គណនា $\sqrt{7+2\sqrt{12}}-\sqrt{4-\sqrt{12}}$ ។

IV. ត្រីកោណ $ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ ។ គេតូសកម្ពស់ $[AH]$ នៃត្រីកោណ $ABC$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{|AB|\cdot|AC|}{|AH|}=2R$ ។

២. បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $O$ ត្រង់ចំណុច $A$ កាត់បន្ទាត់ $(BC)$ ត្រង់ចំណុច $I$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{|IB|}{|IC|}=\frac{|AB|^2}{|AC|^2}$ ។

**សម្គាល់ :** សិស្សអាចធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1996

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : (ពុំមានការប្រឡង)**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី១) រយៈពេល ២ ម៉ោង**

សិស្សពូកែ 1996

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : (ពុំមានការប្រឡង)**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៨ (លើកទី២) រយៈពេល ២ ម៉ោង**

**ooo 📖 ooo**

សិស្សពូកែ 1997

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៧ ខិច្ឆិកា ១៩៩៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

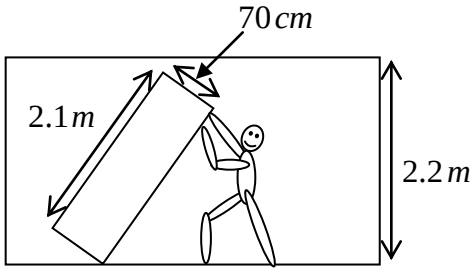


I. សរសេរកន្សោម $A$ និង $B$ ជាផលគុណកត្តា :

$A=a\left(x^2+1\right)-x\left(a^2+1\right)$

$B=(2x+3)^2-9(x-5)^2$

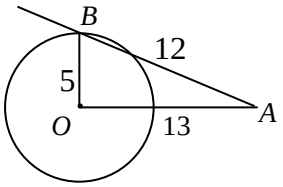
II. ពិនិត្យរួប : ក្នុងបន្ទប់មួយមានកម្ពស់ 2.20 m បុរសម្នាក់កំពុងបញ្ឈរទូ ដែលមានកម្ពស់ 2.10 m និងមានជម្រៅ 70 cm ។ តើបុរសនេះអាចបញ្ឈរទូនេះបានដែរឬទេ ?




III. ពិនិត្យរួប : ត្រីកោណ $OAB$ មាន $|OA|=13cm$ ; $|OB|=5\,cm$ និង $|AB|=12cm$ ។

ក. តើរូបនេះត្រឹមត្រូវដែរឬទេ ?

ខ. ចូរគូសរូបនេះឡើងវិញឱ្យបានត្រឹមត្រូវ ។




IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $xOy$ គេឱ្យចំណុច $A(1,8)$; $B(-2,-1)$ និង $C\left(\frac{2}{3},7\right)$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា : ចំណុច $A$, $B$ និង $C$ រត់ត្រង់គ្នា ។

V. ត្រីកោណ $ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ។ $H$ ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ $ABC$ ហើយ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[BC]$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|AH|=2|OM|$ ។

VI. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ប្រភាគ $\frac{(2x-5)^2}{x^4+3}$ មានតម្លៃលេខជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬសូន្យចំពោះគ្រប់តម្លៃ $x$ ។

សិស្សពូកែ 1997

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៧ ខិច្ឆិកា ១៩៩៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

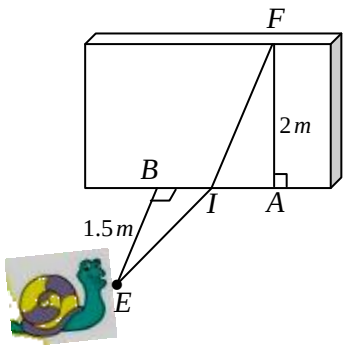


I. គណនា : $E=\sqrt{11+6\sqrt{2}}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ : $x^4+3x^2-10=0$ ។

III. គណនា : $S=\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}$ ។

IV. ខ្សែងហ្សែនមួយនៅចម្ងាយ 1.50 m ពីជញ្ជាំងដែលមានកម្ពស់ 2 m ។ ខ្សែងហ្សែននេះវារតាមផ្លូវ $EIF$ ដែល $I\in[AB]$ (មើលរូប) ។ កំណត់ទីតាំងនៃ $I$ លើ $[AB]$ ដើម្បីឱ្យប្រវែងផ្លូវ $EIF$ ខ្លីបំផុត ។




V. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត $OAB$ ($|OA|=|OB|$) ។ គេដៅចំណុច C នៅលើជ្រុង [OA] រួចបន្លាយជ្រុង [OB] ឱ្យបាន $|BD|=|AC|$ ។ $[CD]$ កាត់ $[AB]$ ត្រង់ចំណុច $M$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំណុច C និង $D$ ឆ្លុះគ្នាធ្យៀបនឹងចំណុច $M$ ។

VI. គេមានការេ $ABCD$ ។ $M$ និង $N$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[AB]$ និង $[BC]$

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $[MC]$ និង $[ND]$ កែងគ្នាត្រង់ $I$ ។

ខ. ប្រៀបធ្យៀប $|AI|$ និង $|BC|$ ។

សិស្សពូកែ 1998

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ១៥ កក្កដា ១៩៩៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គណនាផលបូក : $S=-3^2+(-5)^2-\sqrt{(-7)^2}+\left(2\sqrt{3}\right)^2$ ។

II. បញ្ជាក់ដឺក្រេនៃសមីការ : $(x-2)(x+5)=x^2-4$ ។

III. គណនាផលចែក : $D=\sqrt{9x+27}\div 2\sqrt{4x+12}$ (ដោយ $x\geq 0$)

IV. ដាក់កន្សោម $E=4x^2-9+5(3-2x)$ ជាផលគុណកត្តា ។

V. គេឱ្យប្រភាគ $F=\dfrac{A}{B}=\dfrac{2x+4}{x-1}$ ។ កំណត់សំណុំតម្លៃនៃ $x$ ដែលនាំឱ្យ $A\geq 0$ និង $B<0$ ។

VI. គេឱ្យអង្កត់ $[AB]$ និងចំណុច $C$ ចល័តក្នុងបង្គប់ដែលខណ្ឌដោយបន្ទាត់ $(AB)$ ។ រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AC]$ ផ្ចិត $O$ កាត់បន្ទាត់ $(AB)$ ត្រង់ចំណុច $E$ ហើយកាត់រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ត្រង់ចំណុចមួយទៀត $D$ ។

១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំណុច B , C និង D រត់ត្រង់គ្នា ។

២. $M$ ជាចំណុចឆ្លុះនៃ $E$ ធ្យៀបនឹងចំណុច $O$ ។ រកសំណុំចំណុច $M$ ។

**សម្គាល់** : បេក្ខជនអាចធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1998

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង : ១៥ កក្កដា ១៩៩៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គេឱ្យ : $\frac{x^2+2y^2}{306}=\frac{x^2-2y^2}{294}$ ។ គណនា $\frac{x^2}{y^2}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}-1}{\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}-\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ។

III. គេចែកនំទៅឱ្យក្មេងបីនាក់ ។ អ្នកទីមួយទទួលបានពាក់កណ្តាល នៃចំនួននំសរុប និងនំមួយកំណាត់ទៀត ។ បន្ទាប់មកអ្នកទីពីរទទួលបាន ពាក់កណ្តាលនៃចំនួននំដែលនៅសល់ (ក្រោយពេលអ្នកទីមួយទទួលយកហើយ) និងនំមួយកំណាត់ទៀត ។ ទីបញ្ចប់អ្នកទីបីទទួលបាន ពាក់កណ្តាលនៃចំនួននំដែលនៅសល់ (ក្រោយពេលអ្នកទីពីរទទួលយកហើយ) និងនំមួយកំណាត់ទៀត ហើយនំពុំមាននៅសល់ទៀតទេ ។ ចូររកចំនួននំដែលគេមាន ។

IV. $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $C$ ហើយ $[CH]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណនេះ ។ រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AH]$ និង $[BH]$ កាត់ $[AC]$ និង $[BC]$ រៀងគ្នាត្រង់ $P$ និង $Q$ ។ បង្ហាញថា $(PQ)$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ទាំងពីរនោះ ។

V. $A$ ជាចំណុចមួយចល័តនៅលើរង្វង់ផ្ចិត $O$ ហើយ $[IJ]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនឹង ។ ចំណុច $P$ ជាចំណោលកែងពី $A$ មកលើ $[IJ]$ ។ $Q$ ជាចំណុចមួយនៅលើ $[OA]$ ដែល $|OQ|=|OP|$ ។ រកសំណុំចំណុច $Q$ កាលណា $A$ ចល័តនៅលើរង្វង់ ។

VI. $(C)$ ជារង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត $O$ ហើយ $P$ ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅក្នុងរង្វង់ ។ គេគូសបន្ទាត់មួយកាត់តាម $P$ ជួបរង្វង់ត្រង់ $A$ និង $B$ ។ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។

ក. រកសំណុំចំណុច $I$ កាលណា $(AB)$ វិលជុំវិញ $P$ ។

ខ. បញ្ជាក់ទីតាំងនៃ $(AB)$ ដើម្បីឱ្យអង្កត់ធ្នូ $[AB]$ មានរង្វាស់ខ្លីបំផុត ។

**សម្គាល់ :** បេក្ខជនធ្វើលំហាត់ណាមួយមុនក៏បាន ។

សិស្សពូកែ 1999

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ២១ ឧសភា ១៩៩៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

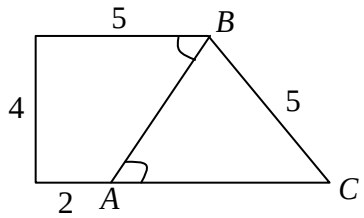


I. ដោះស្រាយសមីការ $\left(2^{18}-2^{17}\right)\left(2^{15}-2^{14}\right)=2^{x}$ ។

II. តើមានចំនួនគត់ប៉ុន្មានដែលស្ថិតនៅចន្លោះ 99 និង 9999 ដោយដឹងថាចំនួនគត់ទាំងនោះជាការេប្រាកដផង ហើយចែកដាច់នឹង 11 ផង ។

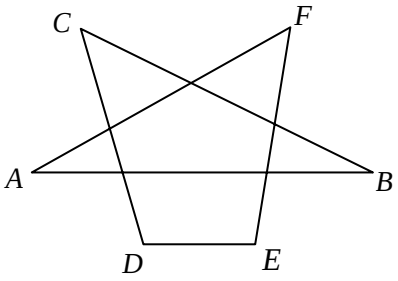
III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=4 \\ xy-z^2+6z=13 \end{cases}$ ។

IV. រកក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ $ABC$ តាមរូបខាងក្រោម :




V. គណនាផលបូកមុំតាមរូបខាងក្រោម :

$S=\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}+\hat{E}+\hat{F}$



សិស្សពូកែ 1999

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ២១ ឧសភា ១៩៩៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



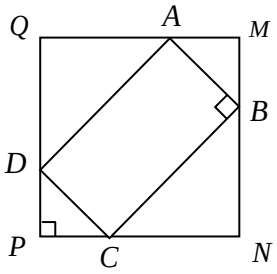
I. ចំពោះគ្រប់ចំនួន $x$ បង្ហាញថា : $0<\dfrac{1}{x^2+6x+10}\le 1$ ។

II. ផលបូកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 1 ។ បង្ហាញថា ផលគុណរបស់វាតូចជាង ឬស្មើនឹង $\dfrac{1}{4}$ ។

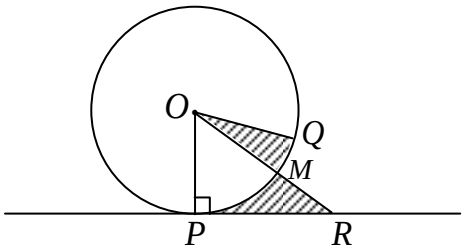
III. បើ $abc=10$ គណនាតម្លៃនៃផលគុណ $P$ ដែល :

$$P=\left(\frac{1}{a+b+c}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{ab+bc+ac}\right)\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}\right)$$ ។

IV. គេឱ្យ $MNPQ$ ជាការេមួយដែលមានក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹង $9x^2$ ហើយ $ABCD$ ជាចតុកោណកែងដែល $\dfrac{AM}{AQ}=\dfrac{BM}{BN}=\dfrac{CP}{CN}=\dfrac{DP}{DQ}=\dfrac{1}{2}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ $ABCD$ ។




V. $P$ និង $Q$ ឋិតនៅលើរង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត $O$ ។ បន្ទាត់មួយប៉ះរង្វង់ត្រង់ $P$ ហើយគេដៅចំណុច $R$ ដោយលៃយ៉ាងណាឱ្យរង្វាស់ $PR$ ស្មើនឹងប្រវែងធ្នូ $PQ$ ។ បង្ហាញថា ផ្ទៃកន្លះគតទាំងពីរមានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា ។



សិស្សពូកែ 2000

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ១១ ឧសភា ២000**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

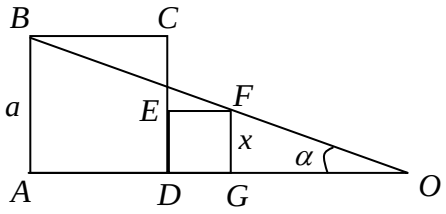


I. ដោះស្រាយសមីការ $x^{2000}+\sqrt{6}x^{1998}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{1999}$ ។

II. $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់រឹឡាទីប ។ ចូរកំណត់ $a$ និង $b$ ដើម្បីឱ្យសមីការខាងក្រោមនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ច :
$\left(a\sqrt{2}+b\right)^2=44-24\sqrt{2}$ ។

III. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យចំណុចដែលមានកូអរដោនេ : $(0,0);(0,1);(0,2);(1,0);(1,1);(2,0)$ ។
រកវង្វាស់ជ្រុងនៃគ្រប់ត្រីកោណ មិនប៉ុនគ្នាដែលមានកំពូលជា 3 ចំណុច ក្នុងចំណោមចំណុចទាំង 6 ដែលឱ្យ ។

IV. $ABCD$ និង $DEFG$ ជាការេដែលមានជ្រុងរៀងគ្នា $a$ និង $x$ ។ $A\hat{O}B=\alpha$ ។
គណនា $x$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $tg\alpha$ ។




V. កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ $B$ នៃត្រីកោណ $ABC$ មួយកាត់កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុង និងក្រៅ នៃមុំ $A$ ត្រង់ $I$ និង $E$ និងកាត់វង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $ABC$ ត្រង់ $D$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $ID=DE$ ។

សិស្សពូកែ 2000

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ១១ ឧសភា ២000**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គេឱ្យកន្សោម :

$A=100^2-99^2+98^2-97^2+96^2-...-1$

$B=100+99+98+97+96+...+1$

ក. ចូរប្រៀបធៀប $A$ និង $B$ ។

ខ. តើ $2^{20}+2^{18}$ ចែកដាច់នឹង 5 ឬទេ ? ចូរបង្ហាញ ។

គ. សរសេរ $A=\sqrt[3]{54}+\left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{3}}+\sqrt[3]{\frac{-1}{4}}$ ជាស្វ័យគុណនៃ 2 ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} x^3+y^3=35 \\ xy=6 \end{cases}$ ។

III. ក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងមួយនៅដដែល កាលណាគេបន្ថែម 2.5 dm លើបណ្តោយ និងដក $\frac{2}{3}$ dm ពីទទឹង ឬកាលណាគេដក 2.5 dm ពីបណ្តោយ និងថែម $\frac{4}{3}$ dm លើទទឹង ។

គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងគិតជា $dm^2$ ។

IV. រោងចក្រមួយមានកម្មករលើសពី 600 នាក់ និងតិចជាង 700 នាក់ ។ បើកម្មករទាំងអស់ធ្វើការជាក្រុមដែលមានគ្នា 5 នាក់ ឬ 7 នាក់ ឬ 9 នាក់ នោះគ្មានសល់កម្មករទេ ។ រកចំនួនកម្មករទាំងអស់ ។

V. រង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ និងរង្វង់ផ្ចិត $I$ កាំ $r$ $(R>r)$ ប៉ះគ្នាត្រង់ $A$ និងប៉ះបន្ទាត់តែមួយត្រង់ $B$ និង $C$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ $ABC$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ និង $r$ ។

សិស្សពូកែ 2001

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៣ មេសា ២០០១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $x=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

II. គេឱ្យ $a$ , $b$ , $c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ ទំនាក់ទំនងទាំងបីខាងក្រោមនេះ :

$a^2+2b+1=0$ ; $b^2+2c+1=0$ ; $c^2+2a+1=0$ ។

ចូរគណនា $S=a^{2002}+b^{2002}+c^{2002}$ ។

III. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}-x+y+z=xyz\\x-y+z=xyz\\x+y-z=xyz\end{cases}$ ។

IV. តាមចំណុច $M$ នៅក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មួយ គេសង់អង្កត់ $[EF]$, $[GH]$ និង $[IJ]$ ស្របរៀងគ្នានឹង $[AB]$, $[AC]$ និង $[BC]$ ដោយចំណុច $G$ និង $I$ នៅលើ $[AB]$ ។ $E$ និង $J$ នៅលើ $[AC]$ ។ $F$ និង $H$ នៅលើ $[BC]$ ។ ត្រីកោណ $MEJ$; $MFH$ និង $MGI$ មានផ្ទៃក្រឡារៀងគ្នា $S_1$ , $S_2$ និង $S_3$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា ត្រីកោណ $ABC$ មានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}\right)^2$ ។

V. គេឱ្យប្រលេឡ្លក្រាម $ABCD$ មួយ ។ នៅខាងក្រៅ $ABCD$ គេសង់ការេ $ABMN$, $BCPQ$, $CDRS$ និង $ADXY$ ដែលមានផ្ចិតរៀងគ្នា $I_1$ , $I_2$ , $I_3$ និង $I_4$ ។ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា ចតុកោណ $I_1I_2I_3I_4$ ជាការេ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែចូលរៀនប្រចាំឆ្នាំ**

**សម័យប្រឡង : ០៣ មេសា ២០០១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**




I. ១. ចូរប្រៀបធៀប $\left(1+2000^{2}\right)$ និង $\left(2001^{2}-2\times 2000\right)$ ។

២. ដោយមិនប្រើ $2000^{2}=4000\,000$ និង $2001^{2}=4\,004\,001$

ចូរគណនា $A=\sqrt{1+2000^{2}+\left(\frac{2000}{2001}\right)^{2}}+\frac{2000}{2001}$ ។

II. គេឱ្យ $a+b+c=1$ ; $a^{2}+b^{2}+c^{2}=1$ និង $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=m$ ។

ចូរគណនា $P=xy+yz+zx$ ។

III. គេមានសមីការដឺក្រេទី២ : $ax^{2}+2bx+c=0$ ដែលមានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta_1$

$bx^{2}+2cx+a=0$ ដែលមានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta_2$

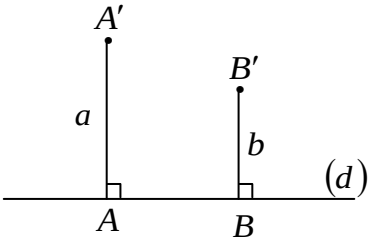
$cx^{2}+2ax+b=0$ ដែលមានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta_3$

ចូរគណនា $(\Delta_1+\Delta_2+\Delta_3)$ រួចបង្ហាញថា យ៉ាងតិចណាស់ ក៏មានសមីការមួយ ក្នុងចំណោមសមីការទាំងបីនោះ ជាសមីការមានឫសដែរ ។

IV. គេឱ្យ $[AA']\perp(d)$ ; $[BB']\perp(d)$ ; $AA'=a$ ; $BB'=b$ ។

$A'$ និង $B'$ ស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ $(d)$ ។ $M$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $(A'B)$ និង $(AB')$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា ចម្ងាយពី $M$ ទៅបន្ទាត់ $(d)$ មានតម្លៃថេរ កាលណាចំណុច $A$ និង $B$ ចល័តលើ $(d)$ (ចំណុច $A$ ផ្សេងពី $B$) ។




V. រង្វង់ផ្ចិត $O_1$ កាំ $r_1$ និងរង្វង់ផ្ចិត $O_2$ កាំ $r_2$ ប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ $M$ ។ រង្វង់ផ្ចិត $O_3$ កាំ $r_3$ មួយទៀតប៉ះខាងក្រៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត $O_1$ ផង ហើយប៉ះខាងក្រៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត $O_2$ ផង ។ បន្ទាត់ប៉ះរួមត្រង់ $M$ នៃរង្វង់ $(O_1)$ និង $(O_2)$ ជួបរង្វង់ $(O_3)$ ត្រង់ $A$ និង $B$ ។ $I$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $AB=\frac{4r_3\sqrt{r_1r_2}}{r_1+r_2}$ ។

សិស្សពូកែ 2002

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ២៣ ឧសភា ២០០២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $(2001)(2003)(2002^2+1)(2002^4+1)(2002^8+1)(2002^{16}+1)=2002^{32}-1$ ។

II. ចូរដោះស្រាយសមីការ : $(x^2+2x+4)(x^2+2x+3)=x^2+2x+7$ ។

III. គេឱ្យ $a\,;b\,;c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $abc=1$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $\dfrac{1}{1+a+ab}+\dfrac{1}{1+b+bc}+\dfrac{1}{1+c+ca}=1$ ។

IV. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$ ។

V. គេឱ្យចតុកោណកែង $ABCD$ មួយ ។ $I$ ជាចំណុចមួយនៅខាងក្នុងចតុកោណកែង $ABCD$ ហើយដែល $IA=a\,;IB=b\,;IC=c\,;ID=x$ ។ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $x^2=a^2-b^2+c^2$ ។

VI. $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ហើយមាន $A\hat{B}C=2\alpha$ ។ រង្វង់ផ្ចិត $M$ កាំ $R$ ចារឹកក្នុងត្រីកោណ $ABC$ ។ រង្វង់ផ្ចិត $N$ កាំ $r$ ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត $M$ កាំ $R$ ហើយរង្វង់ផ្ចិត $N$ កាំ $r$ នោះប៉ះនឹងជ្រុង $[AC]$ និង $[BC]$ របស់ត្រីកោណ $ABC$ ទៀតផង ។

១. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $MN=\dfrac{R-r}{\sin(45^o-\alpha)}$ ។

២. ចូរគណនាផលធ្យៀប $\dfrac{R}{r}$ ។

សិស្សពូកែ 2002

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ២៣ ឧសភា ២០០២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. ចតុកោណប៉ោង $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ មួយ។ បន្ទាត់ $(AB)$ ជួប $(CD)$ ត្រង់ $I$ ហើយបន្ទាត់ $(AD)$ ជួប $(BC)$ ត្រង់ $J$ ដែល $I\hat{A}J = 3\alpha$ ; $A\hat{J}B = 2\alpha$ ; $A\hat{I}D = \alpha$ ។ ចូរគណនា $\alpha$ គិតជាដឺក្រេ ។

II. គេឱ្យ $x^2 + y^2 = 1$ និង $bx^2 = ay^2$ ដែល $a \neq 0$ , $b \neq 0$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $\dfrac{x^{2002}}{a^{1001}} + \dfrac{y^{2002}}{b^{1001}} = \dfrac{2}{(a+b)^{1001}}$ ។

III. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} (x+y)(y+z) = 187 \\ (y+z)(z+x) = 154 \\ (z+x)(x+y) = 238 \end{cases}$$ (ដែល $x ; y ; z$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន) ។

IV. គេឱ្យ $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = 2$ និង $a+b+c = abc$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា : $\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = 2$ ។

V. $EFGH$ ជាសួនច្បារវាងចតុកោណញ្ញាយ ដែលមានបាតធំ $EF = a$ និងបាតតូច $GH = b$ ។ គេចែកសួនច្បារនោះជាពីរផ្នែក ដែលមានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា ដោយធ្វើរបងតាម $[MN]$ ស្របបាតទាំងពីរហើយ $M \in [EH]$ , $N \in [FG]$ ។ ចូរគណនាប្រវែង $MN$ ឱ្យជាប់ទាក់ទង $a$ និង $b$ ។

VI. $P$ ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។

១. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាអតិបរមារបស់ត្រីកោណ $PAB$ ។

២. ស្រាយបំភ្លឺថា $PA \times PB \leq 2R^2$ ហើយ $PA + PB \leq 2R\sqrt{2}$ ។

សិស្សពូកែ 2003

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ២៨ ឧសភា ២០០៣**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គណនាផលបូកដោយមិនប្រើឧបករណ៍គិតលេខ : $S=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+...+\frac{1}{9999}$ ។

II. ចំនួនមួយមានលេខបីខ្ទង់ ដែលមាន 4 ជាលេខខ្ទង់រាយ។ បើគេលើកត្រឡប់លេខខ្ទង់រាយ មកដាក់ខាងមុខនៃលេខពីរខ្ទង់ទៀត នោះគេនឹងបានចំនួនទីពីរថ្មីមួយទៀត ដែលមានលេខបីខ្ទង់ ហើយមាន 4 ជាលេខខ្ទង់រយ។ បើគេដឹងថា "ចំនួនទីពីរ" លើស "ចំនួន 400 ដកចំនួនទីមួយ" 400 ។ រកចំនួនទីមួយនោះ ។

III. រកគ្រប់ចំនួនគត់សនិទាន ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $2x^2+2xy+y^2=25$ ។

IV. បង្ហាញថា $\left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4\right]^{2003}$ ជាចំនួនគត់សនិទាន ។

V. រង្វង់ពីរមានផ្ចិត $O_1$ និង $O_2$ ហើយនៅក្រៅគ្នា។ បន្ទាត់ប៉ះរួមក្រៅមួយប៉ះរង្វង់ទាំងពីរត្រង់គ្នាត្រង់ $M$ និង $N$ ដែល $MN=a$ ។ បន្ទាត់ប៉ះរួមក្នុងមួយប៉ះរង្វង់ទាំងពីរត្រង់គ្នាត្រង់ $P$ និង $Q$ ដែល $PQ=b$ , $(a>b>0)$ ។ គណនាផលគុណរវាងកាំនៃរង្វង់ទាំងពីរនោះឱ្យជាប់ទាក់ទង $a$ និង $b$ ។

VI. $M$ ជាចំណុចមួយនៅខាងក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មួយ។ បន្ទាត់ $(BM)$ ជួបជ្រុង $[AC]$ ត្រង់ $N$ ។ បន្ទាត់ $(CM)$ ជួបជ្រុង $[AB]$ ត្រង់ $L$ ។ $\Delta BLM$ , $\Delta CMN$ និង $\Delta MBC$ មានផ្ទៃក្រឡារៀងគ្នា $5\ cm^2$ , $8\ cm^2$ និង $10\ cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ALMN$ ។

សិស្សពូកែ 2003

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ២៨ ឧសភា ២០០៣**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. $A=\frac{1}{1\times 2}+\frac{2}{1\times 2\times 3}+\frac{3}{1\times 2\times 3\times 4}+\ldots+\frac{2002}{1\times 2\times 3\times\ldots\times 2003}$ ។

បង្ហាញថា $A=1-\frac{1}{1\times 2\times 3\times\ldots\times 2003}$ ។

II. គេដឹងថា $(a+b)^2+(a+3b)^2-4(a+b)-10(a+3b)+29=0$ ។

គណនាតម្លៃលេខនៃ $2a+4b$ ។

III. ក្នុងការក្រាលបាតបន្ទប់មួយ ដែលមានរាងជាចតុកោណកែង គេបានប្រើឥដ្ឋកម្រាលពណ៌ក្រហម និងពណ៌ស ដែលមានរាងជាការេ ហើយមានជ្រុងប្រវែង 5dm ។ គេបានប្រើឥដ្ឋកម្រាលពណ៌ក្រហម និងឥដ្ឋកម្រាលពណ៌ស អស់ចំនួនស្មើគ្នា ។ បន្ទាប់នោះមានទទឹង $5x$ និងបណ្តោយ $5y$ (គិតជា dm) ។ គេបានក្រាលឥដ្ឋពណ៌ក្រហម ទាំងអស់នៅតាមក្បែនជញ្ជាំង តែមួយជួរព័ទ្ធជុំវិញបន្ទប់ ហើយក្រៅពីនោះ គេបានក្រាលឥដ្ឋកម្រាលពណ៌ស ទាំងអស់ ។ កំណត់ចំនួនគត់ $x$ និង $y$ ទាំងអស់ដែលអាចមាន ។

IV. $a$ , $b$ , $c$ ជាបីចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=1$ ; $a^2+b^2+c^2=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$ ។

គណនាតម្លៃលេខនៃ $P=a^{2002}+b^{2003}+c^{2004}$ ។

V. $M$ ជាចំណុចមួយនៅក្នុងការេ $EFGH$ មួយ ហើយដែល $M\hat{E}G=M\hat{G}H=\beta$ $\left(0^o<\beta<45^o\right)$ ។

គណនារង្វាស់មុំ $E\hat{F}M$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងនឹង $\beta$ ។

VI. រង្វង់បីមានផ្ចិតរៀងគ្នា $I_1$ , $I_2$ និង $I_3$ ហើយមានកាំ $R$ ដូចគ្នា ។ រង្វង់ $(I_1)$ ជួបរង្វង់ $(I_2)$ ត្រង់ចំណុច $O$ និង$A$ ។ រង្វង់ $(I_2)$ ជួបរង្វង់ $(I_3)$ ត្រង់ចំណុច $O$ និង$B$ ។ រង្វង់ $(I_3)$ ជួបរង្វង់ $(I_1)$ ត្រង់ចំណុច $O$ និង$C$ ។ បង្ហាញថាចំណុច $A$ , $B$ និង $C$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ដែលមានកាំ $R$ ដែរ ។

សិស្សពូកែ 2004

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

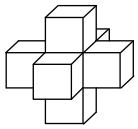
**សម័យប្រឡង : ១១ ឧសភា ២០០៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. រក $x$ ដើម្បីឱ្យ $\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ ។

II. គូប 7 ប៉ុនៗគ្នា ផ្គុំជាប់គ្នាដូចរូបខាងក្រោមនេះ :



មាឌនៃសូលីតដែលផ្គុំបានស្មើ 189 $cm^3$ ។ រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីតនេះ ។

III. រកគ្រប់តម្លៃ $m$ $(m\neq 0)$ ដើម្បីឱ្យសមីការ $mx-m+1=0$ មានឫសវិជ្ជមាន ។

IV. កសិករម្នាក់មានដំឡូង 5 ល្អីដែលមានទម្ងន់រៀងគ្នា 7kg , 10kg , 14kg , 18kg និង 19kg ។ គាត់បានលក់ដំឡូង 4 ល្អីឱ្យមនុស្ស 2 នាក់ ។ អ្នកទី១ ទិញបានដំឡូងដែលមានទម្ងន់ស្មើ 2 ដងនៃទម្ងន់ដំឡូងរបស់អ្នកទី២ ។ រកទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់ ។

V. ត្រីកោណ $ABC$ មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $x$ , $x+a$ និង $x+2a$ ដែល $a$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ រកគ្រប់រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ $ABC$ ដែលតូចជាងឬស្មើ 10 ដើម្បីឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ជាត្រីកោណកែង ។

VI. ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 3 , 4 និង 5 ។ ត្រីកោណនេះចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ។ តាង $A$ , $B$ និង C ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកបួង់ ដែលនៅក្នុងរង្វង់ និងនៅក្រៅត្រីកោណ ហើយ C ជាផ្ទៃក្រឡាដែលធំជាងគេ ។ គណនា A + B ឱ្យជាប់ទាក់ទងនឹង C ។

សិស្សពូកែ 2004

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ១១ ឧសភា ២០០៤**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. បើ $\frac{1}{x+2}=5$ តើ $\frac{1}{x+3}$ ស្មើប៉ុន្មាន ?

II. $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ ដោយដឹងថា $a^2+b^2=13$ ចូរគណនា $a+b$ ។

III. គេឱ្យការេ $ABCD$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ 1 ឯកតា ។ នៅលើជ្រុង $[BC]$ គេដាក់ចំណុច $E$ ដោយ $BE=\sqrt{2}-1$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $[AE)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $BAC$ ។

IV. គេឱ្យចំនួន $t_1=1$ , $t_2=3$ , $t_3=6$ , $t_4=10$ , $t_5=15$ , $t_6=21$ ដែលចំនួននីមួយៗជាផលបូកនៃចំនួនគត់តគ្នា ។ ដោយសង្កេតគម្រូដែលឱ្យ ចូរសរសេរកន្សោម $t_n$ ។ គណនា $t_n+t_n$ រួចទាញរករូបមន្តសម្រាប់គណនា $t_n$ ។ គណនា $t_{100}$ ។

V. មនុស្សចាស់ម្នាក់ធ្វើការងារមួយចប់ក្នុងរយៈពេល 15h ។ ក្មេងម្នាក់ធ្វើការងារដដែលចប់ក្នុងរយៈពេល 20h ។

ក. តើមនុស្សចាស់ម្នាក់ មិនក្មេងម្នាក់រួមគ្នាធ្វើការងារនេះចប់ក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង ?

ខ. តើមនុស្សចាស់ប៉ុន្មាននាក់ និងក្មេងប៉ុន្មាននាក់រួមគ្នាធ្វើការងារនេះចប់ក្នុងរយៈពេល 6h ?

VI. $ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។ នៅលើបន្ទាយនៃជ្រុង $[AB]$ គេដាក់ចំណុច $P$ ( $A$ នៅចន្លោះ $P$ និង $B$ ) ។ តាង $a$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ $r_1$ ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ $PAC$ $r_2$ ជាកាំរង្វង់ដែលប៉ះជ្រុងនៃមុំ $P$ ហើយប៉ះជ្រុង $[BC]$ ខាងក្រៅត្រីកោណ $ABC$ ។ រង្វង់កាំ $r_1$ ប៉ះ $[PA]$ ត្រង់ $D$ ប៉ះ $[CA]$ ត្រង់ $E$ និងប៉ះ $[PC]$ ត្រង់ $H$ ។ រង្វង់កាំ $r_2$ ប៉ះ$[BC]$ ត្រង់ $F$ ប៉ះ $(PB)$ ត្រង់ $G$ និងប៉ះ $(PC)$ ត្រង់ $I$ ។

ក. បង្ហាញថា $DG=HI=\frac{3a}{2}$ ។

ខ. គណនា $r_1+r_2$ ដោយឱ្យជាប់ទាក់ទងតែនឹង $a$ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៥ ឧសភា ២០០៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

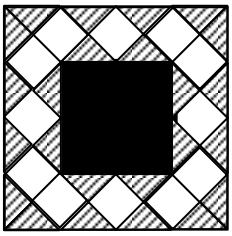


I. បើ $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ និង $B=1+\frac{1}{2}A$ ។ តើ $B$ លើស $A$ ប៉ុន្មាន ?

II. សរសេរចំនួន 93 ជាផលបូកនៃស្វ័យគុណគោល 3 ។

III. ការប្រឡងមួយមាន 25 សំណួរ ។ ចម្លើយត្រូវមួយបានពិន្ទុ 4 ហើយចម្លើយខុសមួយបានពិន្ទុ $-1$ ។ សិស្សម្នាក់ឆ្លើយបានគ្រប់សំណួរ ហើយបានពិន្ទុសរុប 70 ។ តើសិស្សនោះឆ្លើយត្រូវបានប៉ុន្មានសំណួរ ?

IV. នៅក្នុងរូបខាងក្រោមមានត្រីកោណដែលមានឆូត ( ) ការេតូចពណ៌ស ( ) និងការេធំនៅកណ្តាលពណ៌ខ្មៅ ( ) ។ តាង $A$ ជាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃត្រីកោណឆូតទាំងអស់ $B$ ជាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃការេពណ៌ស ទាំងអស់ និង $C$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃការេខ្មៅនៅកណ្តាល ។



បណ្តាចម្លើយខាងក្រោមនេះ តើចម្លើយណាខ្លះជាចម្លើយត្រឹមត្រូវ ? ព្រោះអ្វី ?

ក. $A=B$ ខ. $B=C$

គ. $2A=3C$ ឃ. $3B=2C$ ។

V. ត្រីកោណ $ABC$ មួយមានមុំ $A=90^{o}$ និង $AB=AC=1$ ។ គេបន្លាយ $[AC]$ ទៅខាង $C$ ឱ្យបាន $CD=CB$ ។ រកក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ $BCD$ គិតជាឯកតាផ្ទៃក្រឡា ។

VI. កីឡាករបីនាក់ពាក់អាវ ដែលមានផ្លាកលេខខុសៗគ្នា ។ កីឡាករទី១ ពាក់អាវដែលមានផ្លាកលេខ១ , កីឡាករទី២ ពាក់អាវដែលមានផ្លាកលេខ២ និងកីឡាករទី៣ ពាក់អាវដែលមានផ្លាកលេខ៣ ។ មុនពេលប្រកួតកីឡាករទាំងបីបានទុកអាវចូលគ្នានៅក្នុងស្បោងតែមួយ ។ ពេលរៀបប្រកួតកីឡាករទាំងបីនាក់ លូកយកអាវពីក្នុងស្បោងមកពាក់ ។ ជាឧទាហរណ៍កីឡាករទី១ ទី២ ទី៣ លូកយកបានរៀងគ្នាអាវដែលមានលេខ ៣ , ២ , ១ ។ ហើយលទ្ធផលសរសេរជា $(3,2,1)$ ។

ក. ចូរសរសេរលទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតមាន ។

ខ. រកប្រូបាប៊ីនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A$ : "កីឡាករលូកយកបានអាវ ដែលមានផ្លាកលេខមិនមែនជាលេខរបស់ខ្លួនទាំងបីនាក់ " ។

សិស្សពូកែ 2005

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៥ ឧសភា ២០០៥**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. រកចំនួនគត់តូចបំផុត $C$ $(C>1)$ ដែល $C=a^2=b^3$ , $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់ ។

II. ក. សរសេរ $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ ជារាង $a+\sqrt{b}$ ។

ខ. គណនា $\sqrt{2+2\sqrt{2+2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}}$ ។

III. មធ្យមភាគនៃ $n$ ចំនួនគត់ខុសពី 0 $(a_1\,,\,a_2\,,\,a_3\,,\,\ldots\,,\,a_n)$ ស្មើ 22 ។ បើគេថែម 29 ទៅលើ $n$ ចំនួនគត់ទាំងនោះ នោះមធ្យមភាគថ្មីគឺ 23 ។ តើគេមានចំនួនគត់ទាំងអស់ប៉ុន្មាន ?

IV. មនុស្សម្នាក់រត់ដោយល្បឿន 10 km/h នៅលើចម្ងាយផ្លូវ 1 km រួចដើរបន្តដោយល្បឿន 5 km/h នៅលើចម្ងាយផ្លូវ 3 km ។ រកល្បឿនមធ្យមរបស់មនុស្សនោះ លើចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់ ។

V. នៅក្នុងការេ $ABCD$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 4 cm គេតូសត្រីកោណសម័ង្ស $AEF$ , $E$ នៅលើជ្រុង $[BC]$ និង $F$ នៅលើជ្រុង $[CD]$ ។

ក. រករង្វាស់ជ្រុងត្រីកោណសម័ង្ស $AEF$ ឱ្យជាប់ទាក់ទងនឹង $\cos 15^o$ ។

ខ. ដោយដឹងថា $\cos^2 a=\dfrac{1+\cos 2a}{2}$ និង $\cos 30^o=\dfrac{1}{2}$ ចូរគណនា $\cos 15^o$ ។

គ. ទាញរករង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស $AEF$ ដោយគិតតម្លៃជាចំនួនទសភាគយកត្រឹម $\dfrac{1}{10}$ នៃ cm ។

សិស្សពូកែ 2006

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៥ ឧសភា ២០០៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. សមីការ $x^2-bx+1=0$ មានឫសមួយស្មើ ៤ ដងនៃឫសមួយទៀត ។ តើ $b$ ស្មើប៉ុន្មាន ?

II. រកតម្លៃ $x$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x^{\frac{-2}{3}}-x^{\frac{-1}{3}}-2=0$ ។

III. គណនា $X=\sqrt[3]{(a+1)(b+1)(c+1)}-1$ ដោយដឹងថា $a+b=4$ , $ab=3$ និង $ab+ac+bc=31$ ។

IV. គណនា $x+y+z$ ដោយដឹងថា $2x+y+z=7$ , $x+2y+z=8$ និង $x+y-2z=-3$ ។

V. នៅក្នុងការេ $ABCD$ គេសង់ត្រីកោណសម័ង្ស $AID$ ។ គណនារង្វាស់មុំ $B\hat{I}C$ គិតជាដឺក្រេ ។

VI. រកបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នា $x$ , $y$ និង $z$ ដោយដឹងថា $\begin{cases} x+y=6 \\ y+z=10 \end{cases}$ ។

សិស្សពូកែ 2006

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

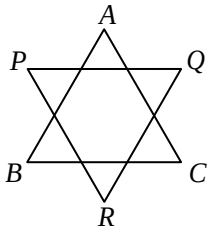
**សម័យប្រឡង : ០៥ ឧសភា ២០០៦**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



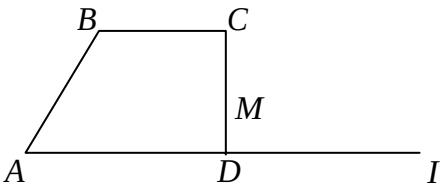
I. គណនា $S=\dfrac{2^2+4^2+6^2+8^2+...+200^2}{3^2+6^2+9^2+12^2+...+300^2}$ ។

II. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃរូបខាងក្រោមដោយដឹងថា $ABC$ និង $PQR$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $3\,cm$ ហើយជ្រុងពីរនៃត្រីកោណមួយ កាត់ជ្រុងមួយនៃត្រីកោណមួយទៀតបាន 3 អង្កត់ប៉ុនៗគ្នា ។




III. កុមារ ៣ នាក់ $A$ , $B$ , $C$ មានឃ្លីរៀងៗខ្លួន ។ បើសិនជា $A$ ឱ្យឃ្លី 1 គ្រាប់ទៅ $B$ ហើយ $B$ ឱ្យឃ្លី 1 គ្រាប់ទៅ $C$ នោះអ្នកទាំងបីមានចំនួនឃ្លីស្មើគ្នា ។ រកចំនួនឃ្លី ដែលម្នាក់ៗមាន ដោយដឹងថាម្នាក់ៗមានឃ្លីតិចជាង 10 គ្រាប់ ហើយចំនួនឃ្លីរបស់ $A$ និង $B$ ជាចំនួនបឋម ។

IV. នៅក្នុងរូបខាងក្រោម $ABCD$ ជាចតុកោណញ្ញាយកែង ។ $AD=DI$ , $M$ ជាចំណុចរត់នៅលើ $[CD]$ ។ កំណត់ទីតាំងនៃ $M$ នៅលើ $[CD]$ ដើម្បីឱ្យ $AM+MB$ មានប្រវែងតូចបំផុត ។




V. ក. សរសេរចំនួនបឋមដែលតូចជាង 100 ។

ខ. 5 ចំនួនបឋមតូចជាង 100 ដូចជា $\{2\,,\,41\,,\,53\,,\,67\,,\,89\}$ ត្រូវបានសរសេរដោយប្រើគ្រប់លេខពី 1 ដល់ 9 ហើយលេខនីមួយៗ ប្រើតែម្តង។ ចូររកសំណុំនៃ 5 ចំនួនបឋមដូចនេះផ្សេងទៀតឱ្យបាន 5 សំណុំ ។

សិស្សពូកែ 2007

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ១៩ ឧសភា ២០០៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. បុរសម្នាក់ត្រូវការធីកទឹកម្តង 700 $cm^3$ ប៉ុន្តែគាត់មានកាទឹកតែពីរគឺ កាមួយមានចំណុះ 500 $cm^3$ និងកាមួយទៀតមានចំណុះ 300 $cm^3$ ។ តើបុរសនោះធ្វើដូចម្តេច ទើបអាចធីកទឹកឱ្យអស់ 700 $cm^3$ ។

II. ចូរបំពេញចន្លោះនៅក្នុងប្រមាណវិធីខាងក្រោម ដោយប្រើលេខខុសៗគ្នាពី 1 ដល់ 5 :

$[(2+.....)\times(.....)-(.....)]\div(.....)=6$ ។

III. ឧបមាថា $a^2+a=-1$ ។ ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=a^4+2a^3+4a^2+3a+2$ ។

IV. នៅក្នុងការធ្វើតេស្តគណិតវិទ្យាលើកទី២ សិស្សម្នាក់បានពិន្ទុលើសពិន្ទុដែលបានកាលពីធ្វើតេស្តលើកទី១ ចំនួន 16 ពិន្ទុ។ សិស្សនោះសង្ឃឹមថាខ្លួននឹងបានពិន្ទុ 88 ក្នុងការធ្វើតេស្តលើកទី៣ ហើយពិន្ទុនេះនឹងដំឡើងមធ្យមភាគនៃពិន្ទុទាំងបីលើកដល់ 80 ពិន្ទុ។ តើសិស្សនោះបានពិន្ទុប៉ុន្មានខ្លះ នៅក្នុងការធ្វើតេស្តលើកទី២ និងនៅលើកទី២ ?

V. រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\ ,\ y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$ ។

VI. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ គេគូសអង្កត់ផ្ចូ $[AB]$ ដែល $[AB]=R$ រួចគូសអង្កត់ផ្ចូ $[AC]$ ដែល $B\hat{A}C=45^o$ ។

ក. គណនារង្វាស់មុំ $A\hat{C}B$ និង $A\hat{B}C$ ។

ខ. គណនា $BC$ និង $AC$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។ (គេឱ្យ $\cos 45^o=\frac{\sqrt{2}}{2}$ និង $\cos 30^o=\frac{\sqrt{3}}{2}$)

សិស្សពូកែ 2007

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ១៩ ឧសភា ២០០៧**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. ដោយឱ្យតម្លៃទៅចំនួនគត់ $n$ ពី $0,1,2,3,...$

ចូរបញ្ជាក់តម្លៃ $n$ ដែលនាំឱ្យវិសមភាព $2^n > n^2$ ពិត ។

II. ឱ្យឧទាហរណ៍តម្លៃ $X$ មួយ ( $X$ ជាចំនួនពិតដែលនាំឱ្យសមភាព $|X|+1=|X+1|$ ពិត) និងឱ្យតម្លៃ $X$ មួយដែលសមភាពនេះមិនពិត ។ តើតម្លៃ $X$ ណាខ្លះ ដែលធ្វើឱ្យសមភាពនេះពិត ?

III. រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ ដែលមានផលបូកស្មើនឹង 92 និង $a+1$ ជាពហុគុណនៃ $b$ ។

IV. ចូររកចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមានតៗគ្នា ដែលមានផលបូកស្មើនឹង 10 ។ ( អាចជាផលបូកនៃ 2 ចំនួនគត់ 3 ចំនួនគត់ 4 ចំនួនគត់ ... ) ។

V. $ABC$ ជាត្រីកោណសាមញ្ញ ដែលមានមុំ $A$ ជាមុំទាល ។ គេគូសកម្ពស់ $[AH]$ និងមេដ្យាន $[AO]$ ( $H$ នៅចន្លោះ $B$ និង $O$ ) ។ គេឱ្យ $H\hat{A}O = A\hat{C}B = \alpha$ និង $BC = 2a$ ។ គណនា $AH$ និង $AO$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង $\alpha$ ។

សិស្សពូកែ 2008

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៦ ឧសភា ២០០៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គណនាកន្សោម $A$ ដោយឱ្យលទ្ធផលជាបឹកត្តា : $A=\dfrac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{12}+\sqrt{8}+3+\sqrt{6}}$ ។

II. ចូរបំបែកប្រភាគ $\dfrac{30}{31}$ ជាផលបូកនៃបីប្រភាគ ដែលប្រភាគនីមួយៗមានភាគបែង ជាចំនួនបឋម ។

III. គេឱ្យសមីការ $ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0)$ ដែលមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1$ និង $x_2$ ។

ក. បង្ហាញថា $2ax_1+b\neq 0$ និង $2ax_2+b\neq 0$ ។

ខ. គណនា $y=\dfrac{x_1}{2ax_1+b}+\dfrac{x_2}{2ax_2+b}$ ។

IV. យុវតីនាក់មានប្រាក់ 2500 រៀល យកទៅទិញតែមបិទសំបុត្រឱ្យបានពីរប្រភេទ ដែលប្រភេទទី១ មានតម្លៃ 300 រៀល និងប្រភេទទី២ មានតម្លៃ 500 រៀល។ តើយុវតីនោះទិញតែមបានប៉ុន្មានសន្លឹក ? តើក្នុងនោះមានប្រភេទតែម 300 រៀល ប៉ុន្មានសន្លឹក ? និងប្រភេទតែម 500 រៀល ប៉ុន្មានសន្លឹក ?

V. គេឱ្យការេ $ABCD$ ។ គេបន្លាយជ្រុង $[AB]$ ទៅខាង $B$ ឱ្យបាន $BE=AB$ ។ $M$ ជាចំណុចនៅក្នុងការេដោយ $MAC=MCD=x$ ។

ក. គណនារង្វាស់មុំ $A\hat{M}C$ គិតជាដឺក្រេ ។

ខ. បង្ហាញថាចតុកោណ $AMCE$ ជាចតុកោណចារឹក្នុងរង្វង់មួយ។ បញ្ជាក់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ ?

គ. បង្ហាញថា $(MC)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ ដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ $(AM)$ និង $(ME)$ ។

សិស្សពូកែ 2008

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០៦ ឧសភា ២០០៨**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គេឱ្យពីរចំនួនពិត $a$ និង $b$ ដែល $2\le a\le 5$ និង $3\le b\le 7$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃធំបំផុតនៃប្រភាគ $\frac{a}{b}$ ។

II. មនុស្សមួយក្រុមមានគ្នា 13 នាក់ ។ ចូរពន្យល់ថាមានមនុស្ស 2 នាក់យ៉ាងតិច កើតនៅក្នុងខែតែមួយ ។

III. ចំពោះចំនួនពិតខុសគ្នា $a, b, c$ ចូរគណនា : $A=\frac{a}{(a-b)(a-c)}+\frac{b}{(b-a)(b-c)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)}$ ។

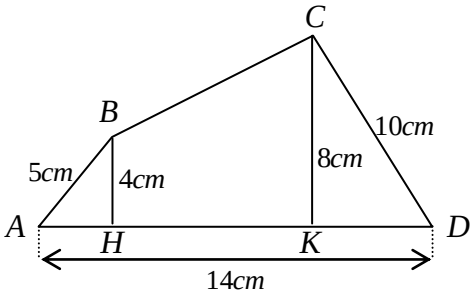
IV. សរសេរចំនួនដែលមានលេខបីខ្ទង់ ដោយប្រើនិត្តសញ្ញា $\overline{abc}$ ហើយ $\overline{abc}=100a+10b+c$ (ឧទាហរណ៍ $432=100\times 4+10\times 3+2$ ) ។ ចូររក $a$ និង $b$ ដោយដឹងថា $\overline{5ab}-500=500-\overline{ab5}$ ។

V. ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $a, b, c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{a}{24}=\frac{b}{18}=\frac{c}{12}$ ។

ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ដោយដឹងថា $b+c=10\,cm$ ។

ខ. គណនារង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណដែលត្រូវនឹងជ្រុង $a$ ។

VI. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABCD$ ដែលមានរូបដូចខាងក្រោម :



**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

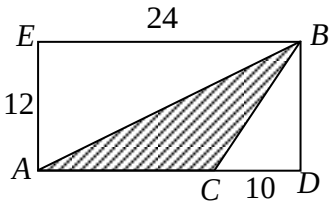
**សម័យប្រឡង : ០១ មេសា ២០០៩**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**




I. តើមានចំនួនគត់ $n$ ប៉ុន្មានខ្លះ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7}<\frac{n}{13}<\frac{4}{5}$ ។

II. ត្រីកោណ $ABC$ ត្រូវបានកាត់ចេញពីក្រដាសរាងជាចតុកោណកែង ដូចរូបខាងស្តាំ ។ តើក្រដាសដែលនៅសល់មានប៉ុន្មានភាគ ?

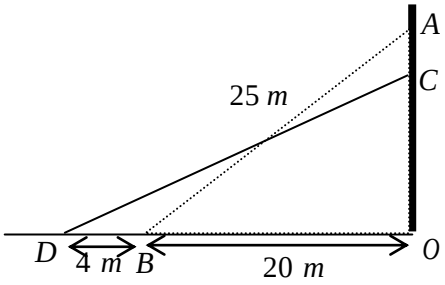



III. ១. បើ $\frac{1}{x+2}=2$ តើ $\frac{1}{x+3}$ ស្មើប៉ុន្មាន ?

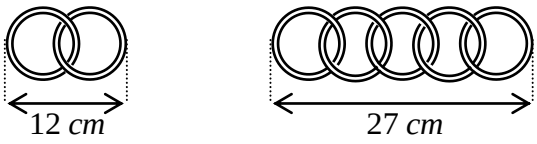
២. បើ $\frac{1}{x+3}=3$ តើ $\frac{1}{x+4}$ ស្មើប៉ុន្មាន ?

៣. ទាញរក $\frac{1}{x+(n+1)}$ បើគេដឹងថា $\frac{1}{x+n}=n$ ។

IV. របារដែកត្រង់មួយមានប្រវែង $25m$ ត្រូវបានគេដាក់ផ្អែកចុងខាងលើទៅលើជញ្ជាំងឈរមួយ ដែលចម្ងាយពីជញ្ជាំងទៅចុងរបារខាងក្រោមមានប្រវែង $20m$ ។ បើគេបង្ខិតចុងរបារខាងក្រោមចេញពីជញ្ជាំងថែម $4m$ ទៀត តើចុងរបារបានធ្លាក់ចុះចំនួនប៉ុន្មាន $m$ ?(មើលរូប)




V. ច្រវាក់ដែលមានកងមូលប៉ុន១ក្តា 2 មានប្រវែង 12 cm ។ ច្រវាក់ដែលមានកងមូលប៉ុន១ក្តា 5 (ប៉ុននឹងកងច្រវាក់មុន) មានប្រវែង 27 cm ។ តើច្រវាក់កងមូលប៉ុន១ក្តា 40 (ប៉ុននឹងកងច្រវាក់មុន) មានប្រវែងប៉ុន្មាន ?




VI. ត្រីកោណ $ABC$ មួយកែងត្រង់ $A$ ហើយមានបរិមាត្រ 60 cm និងផ្ទៃក្រឡា 120 $cm^2$ ។ ចូររកកម្ងាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណ $ABC$ ។

សិស្សពូកែ 2009

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

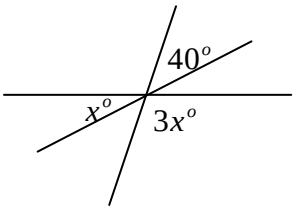
**សម័យប្រឡង : ០១ មេសា ២០០៩**

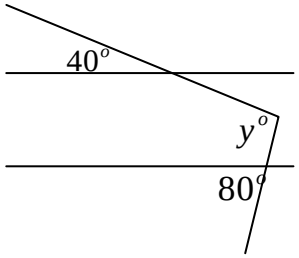
**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. បង្ហាញថាត្រីកោណដែលមានរង្វាស់មុំ $\alpha$ ; $2\alpha$ ; $3\alpha$ ជាត្រីកោណកែង ។

II. ចូររកតម្លៃ $x$ និង $y$ នៅក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ :

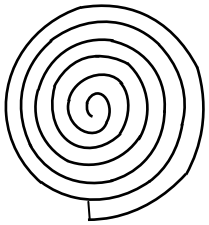



III. គេដឹងថា $f(x)\cdot f(x+1)=9$ និង $f(3)=81$ ។ ចូររក $f(9)$ ។

IV. $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ។ គេគូសកម្ពស់ $[AH]$ នៃត្រីកោណ $ABC$ រួចគូសមេដ្យាន $[AM]$ នៃត្រីកោណ $AHC$ ។ រកប្រវែង $AM$ បើគេដឹងថា $AB=5cm$ និង $AH=4cm$ ។

V. ខ្សែពួរមួយមានប្រវែងបណ្តោយ 15 m និងទទឹង 5 cm ។
គេយកខ្សែពួរនោះមករុំឱ្យបានជាថាសមួយ ដូចរូបខាងស្តាំ។
តើគេអាចបានថាសដែលមានអង្កត់ផ្ចិតប្រហែលប៉ុន្មាន cm ?



VI. $x$ ; $y$ និង $z$ ជាបីចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចជាង 9 ។ រកគ្រប់ចម្លើយរបស់សមីការ $x+y+z=20$ ។

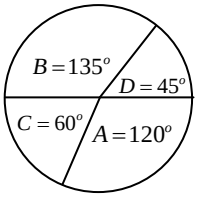
**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែចូលរៀនប្រចេស**
**សម័យប្រឡង : ០១ មេសា ២០១០**

សិស្សពូកែ 2010

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. គេបានសាកសួរសិស្សមកប្រឡងសិស្សពូកែចំនួន 240 នាក់ អំពីមធ្យោបាយធ្វើដំណើរមកកាន់រាជធានីភ្នំពេញ។ អំពីមធ្យោបាយធ្វើដំណើរទាំងនោះរួមមាន : A: រថយន្តក្រុង B: រថយន្តតាក់ស៊ី C: រថយន្តផ្ទាល់ខ្លួន និង D: ទោចក្រយានយន្ត ។ ក្រាបផ្ទឹតនេះបង្ហាញពីលទ្ធផលនៃការសាកសួរ (ដូចរូប)។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលធ្វើដំណើរតាមមធ្យោបាយនីមួយៗ ។




II. សិស្សមួយក្រុមបានព្រមព្រៀងចូលលុយគ្នាដើម្បីធ្វើពិធីជប់លៀងមួយ។ លុយដែលប្រមូលបានសរុប 770 000 រៀល ដោយដឹងថាសិស្សប្រុសម្នាក់ត្រូវបង់ 30 000 រៀល និងសិស្សស្រីម្នាក់ត្រូវបង់ 20 000 រៀល។ ចូររកចំនួនសិស្សប្រុស និងចំនួនសិស្សស្រីនៃក្រុមនេះ ។

III. ចូររកចំនួនគត់ $x$ ដែល $700<x<800$ ដោយដឹងថាផលបូកគ្រប់ខ្ទង់នៃ $x$ ស្មើ 17 និងបើគេប្តូរលេខខ្ទង់រយទៅខាងស្តាំនៃចំនួននោះ គេបានចំនួនថ្មីមួយតិចជាងចំនួនដើមច 441 ។

IV. ចូរគណនាកន្សោម : $A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$

$B=\left[(0.001)^2+(0.02)^3+(0.0001)^2\cdot 10^2\right]\cdot 10^5$ ។

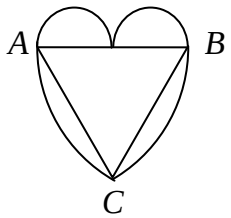
V. ១. គេឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}3x+7y=m\\2x+5y=20\end{cases}$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយវិជ្ជមាន។

២. ចូរដោះស្រាយសមីការ $a^2b^2x^4-b^4x^2-a^4x^2+a^2b^2=0$ ( $x$ ជាអញ្ញាត ហើយ $a,b\neq 0$ ) ។

៣. គេឱ្យសមីការ $2(x+1)=5+ax$ ។ ចូរកតម្លៃ $a$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសតូចជាង ឬស្មើ 1 ។

VI. ទីធ្លាមួយមានផ្ទៃក្រឡាស្មើ 864 $m^2$ គេចែកទីធ្លានេះជាបីចំណែក។ គេដឹងថាចំណែកអ្នកទីបី ស្មើនឹងផលបូកចំណែកអ្នកទីមួយ និងចំណែកអ្នកទីពីរ។ ផលធ្យៀបចំណែកអ្នកទីមួយ និងចំណែកអ្នកទីពីរស្មើនឹង $11/5$ ។ រកផ្ទៃក្រឡានៃចំណែកនីមួយៗ ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើ $2a$ ។ $I$ ជាចំណុចកណ្តាល $[AB]$ ។ នៅខាងក្រៅត្រីកោណ $ABC$ សង់កន្លះរង្វង់ពីរដែលមាន $[AI]$ និង $[BI]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរួចសង់ធ្នូ នៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $A$ កាំ $AB$ ដែលធ្នូនៃរង្វង់ផ្ចិត $A$ កាំ $AB$ ខ័ណ្ឌដោយចំណុច $B$ និង $C$ និងសង់ធ្នូនៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $B$ កាំ $AB$ ដែលខ័ណ្ឌដោយចំណុច $A$ និង $C$ ។ គេបានរូបមួយ រាងបេះដូង (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃរូបបេះដូងនេះ ។




VIII. គេឱ្យត្រីកោណកែង $ABC$ កែងត្រង់ $A$ ដែលជ្រុងនៃមុំកែងមានរង្វាស់ស្មើ $b$ និង $c$ ។ $[AI)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ $AD$ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០១ មេសា ២០១០**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**




I. ១. ចូរគណនាកន្សោម : $A=\sqrt{\left|40\sqrt{2}-57\right|}-\sqrt{40\sqrt{2}+57}$ ។

២. គេឱ្យសមីការ $x^2+2ax+k=0$ មានឫសមួយស្មើ $(a-b)\neq 0$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ $k$ ។

៣. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ដែលមានសមីការនីមួយៗគឺ : $\frac{2x^2}{1+x^2}=y$ ; $\frac{2y^2}{1+y^2}=z$ ; $\frac{2z^2}{1+z^2}=x$ ។

II. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ដែលមាន $AB=c$ ; $AC=b$ និង $BC=a$ ។ $D$ ; $M$ និង $N$ ជាជើងនៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីរបស់ត្រីកោណ ដោយដឹងថា $AD=x$ ; $BM=y$ និង $CN=z$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ ។

III. $f(x)$ ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x$ និងផ្ទៀងផ្ទាត់ $xf(x+2)=(x^2-9)f(x)$ ។

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x)=0$ មានឫសបីយ៉ាងតិច ។

IV. ចូររកចំនួនដែលត្រូវដាក់បន្តនៅរាល់សើរីឡូស៊ីក ក្នុងចំណោមចម្លើយដែលបានស្នើឡើងទាំងប្រាំ ។

ឧទាហរណ៍ : 3 6 12 24 ? ក. 72 ខ. 18 គ. 37 ឃ. 48 ង. 11

ចម្លើយត្រឹមត្រូវគឺ ឃ. 48 (ព្រោះចំនួនដែលបានត្រូវគុណនឹង 2 រាល់លើក) ។

១. 1 5 9 13 ? ក. 15 ខ. 16 គ. 17 ឃ. 18 ង. 19 ។

២. 5 2 4 1 3 ? ក. 0 ខ. 1 គ. 2 ឃ. 3 ង. 4 ។

៣. 6 9 13 18 ? ក. 23 ខ. 24 គ. 25 ឃ. 26 ង. 27 ។

៤. 18 54 45 135 126 ? ក. 136 ខ. 257 គ. 378 ឃ. 499 ង. 620 ។

V. $P$ ; $Q$ ; $R$ និង $S$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[AB]$; $[BC]$; $[CD]$ និង $[DA]$ របស់ប្រលេឡ្លក្រាម $ABCD$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ $(AQ)$; $(BR)$; $(CS)$ និង $(DP)$ ដោយដឹងថាផ្ទៃក្រឡារបស់ប្រលេឡ្លក្រាម $ABCD$ ស្មើ $a^2$ ។

VI. គេឱ្យចតុកោណញ្ញាយសមបាត $ABCD$ មានកម្ពស់ $h$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $(O)$ ។ មុំផ្ចិតនៃរង្វង់ស្តាត់ដោយជ្រុងទ្រេតនៃចតុកោណញ្ញាយមានរង្វាស់ស្មើ $\alpha$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណញ្ញាយ ជាអនុគមន៍នៃ $h$ និង $\alpha$ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០១ មេសា ២០១១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

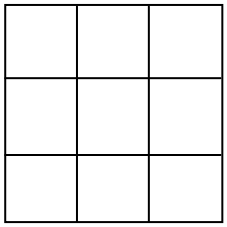


I. ១. គេមានបន្ទះលោហៈមួយសន្លឹកដែលមានកម្រាស់ 3mm ហើយមានម៉ាស 264kg ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈនេះគិតជា $m^2$ ដោយដឹងថាម៉ាសមាឌនៃលោហៈនេះ $8kg/dm^3$ ។

២. គេមានចំនួនគត់ពីរខ្ទង់ 91 , 92 , 93 , 94 , 95 , 96 , 97 , 98 និង 99 ។

ចូរដាក់ចំនួនគត់ខាងលើក្នុងការេតូចៗនៃរូបខាងស្តាំ ធ្វើយ៉ាងណាឱ្យបាន : ផលបូកជួរដេកនីមួយៗ ស្មើនឹងផលបូកជួរឈរនីមួយៗ ស្មើនឹងផលបូកជួរអង្កត់ទ្រូងនីមួយៗ ស្មើនឹង 285 ។

(សម្គាល់ : ចំនួននីមួយៗប្រើបានតែម្តង)



II. ១. ចូរគណនាកន្សោម $D=(243)^{0.2}+(81)^{0.25}+(4)^{0.5}-(16)^{0.75}$ ។

២. $x_1$ និង $x_2$ ជាឫសនៃសមីការ : $x^2-2(m+1)x+m^2+2m=0$ ។ ចូរបង្ហាញថា $x_1-x_2$ ជាចំនួនថេរ ។

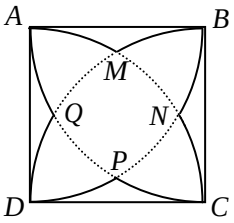
៣. ចូររកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}3x+7y=m\\2x+5y=20\end{cases}$ មានគូចម្លើយវិជ្ជមាន ។

III. ក្រុមសាមគ្គីមួយមានដីស្រែពីរកន្លែងមានរាងជាការេដូចគ្នា ដែលមានផ្ទៃក្រឡាខុសគ្នា $75m^2$ ហើយផលបូកបរិមាត្រដីស្រែទាំងពីរកន្លែង មានរង្វាស់ស្មើ 100 m ។ ចូរគណនាផលស្រូវតាមកន្លែងនីមួយៗ ដោយដឹងថាស្រែទាំងពីរកន្លែង ទទួលផលបាន $0.35kg/m^2$ ។

IV. ចូររកគូនៃចំនួនគត់រឹឡាទីប $(x\,,\,y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2-249xy-250y^2=6033$ ។

V. គេឱ្យការេ $ABCD$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើ $a$ ។ នៅក្នុងការេនេះ សង់មួយភាគបួននៃរង្វង់ ដែលមានកាំមាន រង្វាស់ស្មើ $a$ ហើយផ្ចិតរបស់វាជាកំពូលទាំងបួនរបស់ការេ $ABCD$ ។

ចូរគណនាបរិមាត្ររូបផ្កាកូលាប $AMBNCPDQA$ ដែលសង់បាននេះ ។




VI. អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណាញ្ច្រាយ $ABCD$ ចែកចតុកោណាញ្ច្រាយជាត្រីកោណ 4 ។ $s_1$ និង $s_2$ ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយជាបាត របស់ចតុកោណាញ្ច្រាយ ។

ចូររកផ្ទៃក្រឡា $S$ នៃចតុកោណាញ្ច្រាយ ជាអនុគមន៍ទៅនឹង $s_1$ និង $s_2$ ។

សិស្សពូកែ 2011

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស**

**សម័យប្រឡង : ០១ មេសា ២០១១**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. ១. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$ ។

២. ចូរដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-4}{2008}+\frac{x-3}{2009}-\frac{x-2}{2010}-\frac{x-1}{2011}=0$ ។

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{6}\\ x-y=5\end{cases}$ ចំពោះ $x>y>0$ ។

II. ចូររកចំនួនមួយដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ $\overline{abca}$ ដោយដឹងថា $\overline{abca}=(5c+1)^2$ ។

III. គេឱ្យកន្សោម $M=x^2+y^2+2z^2+t^2$ ចំពោះ $x$ , $y$ , $z$ និង $t$ ជាចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមាន ។ ចូររកតម្លៃតូចបំផុតនៃ $M$ និងបណ្តាតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $x$ , $y$ , $z$ និង $t$ ដោយដឹងថា $x^2-y^2+t^2=21$ និង $x^2+3y^2+4z^2=101$ ។

IV. $a$ , $b$ និង $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងរបស់ត្រីកោណ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$3(ab+bc+ca)\le(a+b+c)^2<4(ab+bc+ca)$ ។

V. ការមួយជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 1 ឯកតាប្រវែង។ តាមចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងការេ គេគូសបន្ទាត់ចល័តមួយ។ ចូរគណនាផលបូកការេនៃចម្ងាយ ពីកំពូលទាំងបួនរបស់ការេ ទៅបន្ទាត់ចល័ត ។

VI. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត $ABC$ កំពូល $A$ មានផ្ទៃក្រឡាស្មើ $S$ ។ $MN$ ជាបាតមធ្យមត្រូវនឹងបាត $BC$ ហើយ $O$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃ $MN$ និងកម្ពស់គូសចេញពីកំពូល $A$ ។ គេបន្លាយ $[CO)$ កាត់ $AB$ ត្រង់ $D$ និងបន្លាយ $[BO)$ កាត់ $AC$ ត្រង់ $E$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ADOE$ ជាអនុគមន៍ទៅនឹង $S$ ។

**ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែចូលរៀនវគ្គបម្រុងប្រចាំឆ្នាំ**

**សម័យប្រឡង : ០២ មេសា ២០១២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី១) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**

សិស្សពូកែ 2012

ចប់ 📖 អាន

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាផលបូក :

១. $A=\frac{1}{a(a+1)}+\frac{1}{(a+1)(a+2)}+...+\frac{1}{(a+2011)(a+2012)}$ , $a>0$

២. $B=2011\left(2012^9+2012^8+...+2012^3+2012^2+2012+1\right)+1$ ។

II. (១០ពិន្ទុ) ១. ចូររកតម្លៃនៃឫសការ៉េ : $\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{...}}}}$ ។

២. M និង N ជាពីរចំនួននៃការរេប្រាកដតូចជាង 100 ។

បើ $M-N=27$ ចូរគណនាតម្លៃនៃ $\sqrt{M}+\sqrt{N}$ ។

III. (១០ពិន្ទុ) ចូរប្រៀបធៀបពីរចំនួនខាងក្រោម :

១. $A=2013^4$ និង $B=2010\times2012\times2014\times2016$ ។

២. $P=2^{30}+3^{30}+4^{30}$ និង $Q=3\times24^{10}$ ។

IV. (១០ពិន្ទុ) ហាងលក់សម្ភារៈកីឡាមួយ បានធ្វើកម្មវិធីលក់ពិសេសដូចតទៅ : រាល់អតិថិជនទី 25 ត្រូវទទួលបានរង្វាន់បាល់មួយ និងរាល់អតិថិជនទី 35 ត្រូវទទួលបានរង្វាន់អាវយឺតមួយ ។ វីរៈ ជាអតិថិជនទីមួយ ដែលទទួលបានរង្វាន់ទាំងបាល់ និងអាវយឺត ។

១. តើមានអតិថិជនចំនួនប៉ុន្មាននាក់ ដែលបានចូលទិញហាងនេះមុនវីរៈ ?

២. ដាវ៉ា ជាអតិថិជនដែលទទួលរង្វាន់មុន វីរៈ ហើយបន្ទាប់មកគឺវីរៈ ។

តើដាវ៉ាជាអតិថិជនទីប៉ុន្មាន ? ហើយទទួលបានរង្វាន់អ្វី ?

V. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវសិស្ស 8000 នាក់បានឱ្យដឹងថា សិស្សដែលចូរចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា មានចំនួនស្មើនឹងបីដងនៃចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងមានចំនួន 48 នាក់ ចូលចិត្តរៀនទាំងពីរមុខវិជ្ជា ។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។

VI. (១០ ពិន្ទុ) ខួបកំណើតទី n របស់ ដាវីដ នឹងប្រព្រឹត្តទៅនៅឆ្នាំ $n^2$ នៃសតវត្សទី 21 នេះ ។ តើខួបកំណើតលើកទី 32 របស់ដេវីដធ្វើនៅឆ្នាំណា ?

VII. (២0 ពិន្ទុ) ABCD ជាចតុកោណកែងមួយ ដែល $AB=a$ និង $AD=b$ , $E$ ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើជ្រុង $CD$ ។ ត្រីកោណ AED មានក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹង $\frac{1}{5}$ នៃផ្ទៃក្រឡាចតុកោណប៉ោង ABCE ។ ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ DE ឱ្យជាប់ទាក់ទងទៅនឹង $a$ ។

VIII. (២0 ពិន្ទុ) PQRS ជាចតុកោណប៉ោងដែលមានចំណុច A , B , C និង D ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃអង្កត់ PQ , QR , RS និង SP ហើយ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ CD និង H ជាចំណុចមួយនៅលើអង្កត់ AM ដែល HC = BC ។ បង្ហាញថា $\angle BHM = 90^o$ ។

សិស្សពូកែ 2012

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស

**សម័យប្រឡង : ០៤ មេសា ២០១២**

**វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ៩ (លើកទី២) រយៈពេល ៣ ម៉ោង**



I. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គេឱ្យ $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$ និង $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។ គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ ។

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) ១. រកសំណុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានទាំងអស់ (x , y , z) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យដូចខាងក្រោម:

$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$ , $x\le y\le z$ ។

២. រកគ្រប់សំណុំចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន (x , y , z) ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases}3x+8y-z=27\\6x-3y+z=33\end{cases}$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គេឱ្យ $x=\dfrac{1}{2}\left(3^{\frac{1}{n}}-3^{-\frac{1}{n}}\right)$ ។ គណនាកន្សោម $\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^n$ ។

២. គេមាន $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=3$ ។ គណនាកន្សោម $P=\dfrac{x^2+x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}}$ ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការខាងក្រោម :

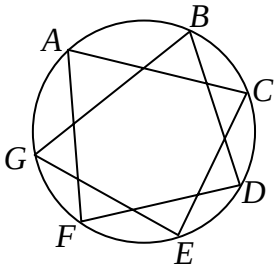
១. $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$ ។

២. $\sqrt{\dfrac{x^3+8}{x}}>x-2$ ។

V. (១0 ពិន្ទុ) កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y=mx$ ប្រសព្វនឹងអនុគមន៍ $y=|x-1|-|x-2|$ ត្រង់បីចំណុច ។

VI. (១0 ពិន្ទុ) តាមរូបខាងស្តាំ គណនាផលបូកមុំ :

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G$ ។




VII. (២0 ពិន្ទុ) គេឱ្យចតុកោណ ABCD ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។

បង្ហាញថា $AC\times BD=AB\times CD+AD\times BC$ ។

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

## ✍✍ 📖 ✍✍

I. បង្ហាញថា : $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}=\sqrt{3}+1$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{3+x}{1997}-\frac{2+x}{1998}-\frac{x+1}{1999}=-3$ ។

III. បីចំនួន $x, y, z$ សមាមាត្រនឹង $5, 7, 11$ ។

១. គណនាចំនួនទាំងបីនេះ កាលណា :

ក. $x-2y+3z=48$

ខ. $x-my+z=72$ ( $m$ ជាចំនួនគត់ដែលគេឱ្យ)

រកតម្លៃ $m$ មិនត្រូវមាន ។

២. ក្នុងលទ្ធផលនៃសំណួរ ១.(ខ) គេចង់ឱ្យ $x, y, z$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ តើចំនួន $16-7m$ ត្រូវបំពេញលក្ខខណ្ឌយ៉ាងណា ? តើមានតម្លៃ $m$ ប៉ុន្មានដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌនេះ ។

៣. គេចង់ឱ្យ $|m|$ ជាចំនួនគត់ ។ គណនា $m$ (មានចម្លើយច្រើន) និងតម្លៃរបស់ $x, y, z$ ។

IV. គេឱ្យការេ $ABCD$ មានជ្រុងប្រវែង $a$ ។ គេចង់សង់ត្រីកោណសម័ង្ស ដែលមានអង្កត់ទ្រូង $[AC]$ជាជ្រុង ហើយមានកំពូល $E$ នៅខាង $B$ ។ $O$ ជាចំណុចនៅកណ្តាលនៃ $[AC]$ ។

ក. បង្ហាញថាចំណុច $E, B, O$ និង $D$ រត់ត្រង់គ្នា ។

ខ. គណនា $BE$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

គ. បង្ហាញថា $EB\cdot ED=AB^2$ ។

ឃ. ពី $E$ គេគូសបន្ទាត់ $(EP)$ ប៉ះរង្វង់ចារឹកក្រៅការេ $ABCD$ ត្រង់ $P$ ។ បង្ហាញថា $EP=a$ ។

*អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា*

*ដោយ ហាស់ សម្បត្តិ*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

## ☙☙ 📖 ❧❧

I. គណនាកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $Y=\dfrac{9}{16}\div\sqrt[3]{\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{2}{5}\right)\times\left(2-1\dfrac{1}{6}\right)\div\left(5-4\dfrac{19}{27}\right)}$

ខ. $Z=\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\cdots+\dfrac{1}{49\times50}+\dfrac{1}{50\times51}$ ។

II. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $a$ , $b$ , $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ នោះគេបាន :

$a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ca)$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^3+y^3=35\\xy=6\end{cases}$ ។

IV. សួនច្បារមានចតុកោណកែងមួយ មានផ្ទៃក្រឡា 720 $m^2$ ។ បើគេបន្ថែមបណ្តោយ 6 $m$ និងបន្ថយទទឹង 4 $m$ នោះផ្ទៃក្រឡាសួនច្បារមិនផ្លាស់ប្តូរទេ ។ គណនាវិមាត្រនៃចតុកោណកែងនេះ ។

V. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ មួយ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ ។ បន្ទាត់គូសពី $B$ ស្របនឹងបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $A$ កាត់បន្ទាត់ $AC$ ត្រង់ $D$ ។

១. បង្ហាញថា $\Delta ABC\sim\Delta ADB$ រួចបញ្ជាក់ថា $AB^2=AC\times AD$ ។

២. បន្ទាត់មួយគូសពី $B$ ស្របនឹងបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ $C$ កាត់ $AC$ ត្រង់ $E$ និងរង្វង់ត្រង់ $F$ ។ ចូរប្រៀបធៀប $\Delta ABC$ និង $\Delta BEC$ ។

៣. បង្ហាញថា $\Delta BED$ និង $\Delta BFC$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

៤. គេសន្មត់ថា $\angle BAC=60^o$ ។ ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ $BFC$ រួចគណនា $BF$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

ភ្នំពេញ. ថ្ងៃទី ២៨ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៣

អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា

ដោយ ទក់ យូអូន

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

ooo 📖 ooo

I. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង $\dfrac{\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{2m}+\sqrt[3]{12n}}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ : $\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}=0$ ។

III. បង្កើតសមីការដោយស្គាល់ឫស $\dfrac{-1+\sqrt{2}}{4}$ និង $\dfrac{-1-\sqrt{2}}{4}$ ។

IV. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2y-x=4\\ y+2x=7\end{cases}$ ។

២. សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ ទាំងពីរលើក្រាបកិចតែមួយ ។ បញ្ជាក់ចម្លើយលើក្រាភិច បើ $M$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

៣. សរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $P(-2\,,5)$ និង $Q(4\,,2)$ ។
បង្ហាញថាបន្ទាត់នេះកាត់តាម $M$ ។

៤. បន្ទាត់ទី1 កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ $A$ ហើយបន្ទាត់ទី2 កាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $B$ ។ សរសេរសមីការបន្ទាត់ $AB$ ។

៥. បង្ហាញថា $AM\perp BM$ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $AMB$ ។

V. គេឱ្យរង្វង់ $C(O\,,R)$ និងរង្វង់ $C'(O'\,,R')$ ប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ $A$ ដោយ $OA=4\,cm$ និង $O'A=2\,cm$ ។
តាម $A$ គេទាញ ខ្សែធ្នូកែងគ្នា ដោយ $AB\in C(O\,,R)$ និង $AC\in C'(O'\,,R')$ ។

ក. បង្ហាញថា $OB//O'C$ ។

ខ. $BC\cap OO'=\{I\}$ ។ បង្ហាញថា $I$ ជាចំណុចនឹង ហើយបញ្ជាក់ទីតាំងវា ដោយគណនា $IO$ និង $IO'$ ។

គ. គេគូស $OH$ កែងនឹង $BC$ ត្រង់ $H$ ។ រកសំណុំចំណុច $H$ កាលណា $B$ រត់លើ $C(O\,,R)$ ។

ធ្វើនៅព្រែកលាប. ថ្ងៃទី ១០ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២00៣

អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា

ដោយ ហ៊ីង សម្បត្តិ

# វិញ្ញាសាស្តើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដាក់ $E$ ជាផលគុណកត្តា $E=a\left(b^2-c^2\right)-b\left(a^2-c^2\right)+c\left(a^2-b^2\right)$ ។

II. គេឱ្យចំនួនវិជ្ជមាន $a$ , $b$ , $c$ , $m$ , $n$ , $p$ ដែល $a+b+c=1$ ។ គេដឹងថាចំនួន $a$ , $b$ និង $c$ ច្រាសសមាមាត្រ រៀងគ្នាទៅនឹងចំនួន $m$ , $n$ និង $p$ ។ បង្ហាញថាគេបាន $am=bn=cp=\dfrac{1}{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{p}}$ ។

III. គេឱ្យកន្សោម $A=\dfrac{x-1}{x-3}$ ។ កំណត់ចំនួនគត់ $x$ វិជ្ជមាន ដើម្បីឱ្យកន្សោម $A$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

IV. ស្រាយបញ្ជាក់ថា សមីការខាងស្តាំនេះមានឫសជានិច្ច : $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$ ចំពោះ $x$ ជាអញ្ញាត និង $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនពិត ។

V. ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$ ។

VI. គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ ដែលជ្រុងនិងកម្ពស់មានរង្វាស់រៀងគ្នា $a$ , $b$ , $c$ និង $h_1$ , $h_2$ , $h_3$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)=(h_1+h_2+h_3)\left(\dfrac{1}{h_1}+\dfrac{1}{h_2}+\dfrac{1}{h_3}\right)$ ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត $OAB$ ដែលមានបាត $[AB]$ និង $\angle AOB=30^o$ ។ បន្ទាត់កែងនឹង $[OA]$ ត្រង់ $O$ កាត់បន្ទាយនៃបាត $[AB]$ ត្រង់ $D$ ។ បន្ទាត់កែងនឹង $[OB]$ ត្រង់ $B$ កាត់ $[OD]$ ត្រង់ $E$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា ត្រីកោណ $BED$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

អូរបែកក្អម. ថ្ងៃទី ១៨ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២00៤

អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា

ដោយ គីម ប៊ុនធី

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



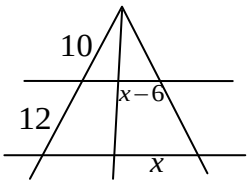
I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ ចំពោះចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

គេឱ្យបីចំណុច A , B , C មានកូអរដោនេរៀងគ្នាគឺ $(3,1)$ ; $(4,4)$ និង $(2,5)$ ។

ក. កូអរដោនេនៃចំណុច I កណ្ដាល $[AC]$គឺ : $I\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$☐ $I\left(3,\frac{9}{2}\right)$☐ $I\left(\frac{5}{2},3\right)$☐ ។

ខ. កូអរដោនេចំណុច D ឆ្លុះនៃច B ធ្យៀបនឹង I គឺ : $D(3,-2)$☐ $D(1,2)$☐ $I(2,1)$☐ ។

គ. តាមរូបខាងក្រោមនេះ គេឱ្យ $(d_1)//(d_2)$ ។ គណនាតម្លៃ $x$ :




ចម្លើយ : $x=66$☐ $x=36$☐ $x=11$☐ ។

II. ក. គណនា $A=\sqrt[4x+1]{16^x+16^x}$ ដែល x ជាចំនួនកត់វិជ្ជមាន ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $x(x+2)-1=A$ ។

គ. រកតម្លៃ a ដែលនាំឱ្យបន្ទាត់ $y=(a-2)x+3$ កែងនឹងបន្ទាត់ $y=\frac{1}{2}x-1$ ។ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងពីរនេះ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមែតែមួយ ។

ឃ. រកតម្លៃ a និង b ដែលនាំឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម មានគូចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ :

១. $\begin{cases} ax+by=10 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$ ២. $\begin{cases} 6x+y=30 \\ (b-1)x+\frac{1}{3}y=b+a \end{cases}$ ។

III. គេឱ្យពីរចំនួន តូច ឬធំជាងគ្នាបីឯកតា ហើយផលបូកការេនៃចំនួនទាំងពីរនេះ 89 ។ រកចំនួនទាំងពីរនេះ ។

IV. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BAC$ កាត់ជ្រុង $[BC]$ ត្រង់ I និងធ្នូ $BC$ ត្រង់ J ។

១. ស្រាយបំភ្លឺថា $\Delta ABI \sim \Delta AJC$ រួចបញ្ជាក់ថា $AI\times AJ=AB\times AC$ ។

២. ពង្ហាញថា $BAJ=CBJ$ ។

៣. ស្រាយបំភ្លឺថា $JB^2=JA\times IJ$ ។

ភ្នំពេញ. ថ្ងៃទី ២៨ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៣

អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា : ប្រាក់ កាណាឌី

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

ក. $\left[\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right]\left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a}\right)^2=1$ ។

ខ. $\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{6}$ ។

II. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម : $A=\left[\frac{1}{1+\left(\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{3}}\right)^2}+\frac{1}{1+\left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{3}}\right)^2}\right]\times\left[\frac{2\left(x^2+x+1\right)}{15\left(x+1\right)}\right]$ ។

III. គណនាតម្លៃ x ; y ដែល $y\geq 0$ ពីសមីការ : $x^2-4x+y-6\sqrt{y}+13=0$ ។

IV. គេឱ្យ x ; y ; z ដែល $\begin{cases}x^2+2y+1=0\\y^2+2z+1=0\\z^2+2x+1=0\end{cases}$ ។ គណនាកន្សោម : $A=x^{2000}+y^{2000}+z^{2000}$ ។

V. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មួយមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន និងកម្ពស់ $[AH]$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB^2+AC^2=2AM^2+\frac{BC^2}{2}$ ។

VI. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ទីប្រជុំទម្ងន់ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ និងអរតូសង់ នៃត្រីកោណមួយជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា ។

# វិញ្ញាសាស្តើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



## I. ពីជគណិត

១. ដោះស្រាយសមីការ : $4x^4 = 3x^3 + x^2$ ។

២. គេឱ្យ $M(1\,,-2)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB ដែល $A(-2\,,2)$ ។
គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

៣. គណនា $A = \dfrac{1}{x^2+x} - \dfrac{1}{x^2-x} + \dfrac{2x}{x^2-1}$ ។

៤. សម្រួលកន្សោម : $F\dfrac{\dfrac{x-a}{x+a}+2+\dfrac{x+a}{x-a}}{1+\dfrac{x+a}{x-a}}$ ។

៥. ទេសចរណ៍ម្នាក់ចេញដំណើរនៅម៉ោង 7 ពីជើងភ្នំទៅកំពូលភ្នំក្នុងល្បឿនមធ្យម 300 m/h ។ លុះចុះពីលើភ្នំមកវិញដោយល្បឿនមធ្យម 450 m/h មកដល់ជើងភ្នំវិញនៅកន្លែងចេញដំណើរ។ នៅវេលាម៉ោង 18h 45mn ។ ក្នុងរយៈពេលធ្វើដំណើរ ទេសចរណ៍នោះសម្រាកអស់ 4h 15mn ។ រកចម្ងាយផ្លូវពីជើងភ្នំទៅកំពូលភ្នំ ។

៦. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}\left(\dfrac{2x+y}{2x-y}-\dfrac{2x-y}{2x+y}\right)\div\dfrac{x}{2x-y}=\dfrac{24}{11} & (1)\\ 3y-2x=1 & (2)\end{cases}$ ។

## II. ធរណីមាត្រ

១. $[CD]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណកែង ABC ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស។ បើ $AC=6$ , $AD=3$ , $BD=x$ ។
គណនា x ។

២. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O ពីចំណុច A មួយលើរង្វង់ គេគូសអង្កត់ធ្នូពីរ $[AB]$ , $[AC]$ នៅម្ខាងនៃអង្កត់ផ្ចិតគូសចេញពី A ។ បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A និង C នៃរង្វង់ត្រង់ S ។ អង្កត់ផ្ចួងមួយកែងនឹង $[AB]$ កាត់ $[BC]$ ត្រង់ T ស្រាយបំភ្លឺថា :

ក. $\Delta SAT$ និង $\Delta TAB$ សមបាត បើយមុំបាតរបស់វាមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ។

ខ. ប្រាំចំណុច A , S , C , T និង O ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ។

គ. $[ST]//[AB]$ ។

# វិញ្ញាសាស្តើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនា $A=1978\left(1979^9+1979^8+1979^7+...+1980\right)+1$ ។

II. តេឱ្យ $x=\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ គណនា $f\left(x\right)=x^3-3x$ ។

III. តេឱ្យសមីការ $\left(x+a+b\right)\left(x+b+c\right)\left(x+a+c\right)\left(a+b+c\right)=abcx$ ។

ដោះស្រាយសមីការបើ $a=2$ , $b=3$ , $c=4$ ។

IV. រកតម្លៃគត់នៃ x , y និង z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $\left(x^2+4\right)\left(y^2+1\right)\left(z^2+25\right)=80xyz$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}x^3-7x-3y=0\\y^3-3x-7y=0\end{cases}$ ។

VI. រកតម្លៃគត់នៃ x , y និង z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x+y+z+4=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}$ ។

VII. តេឱ្យត្រីកោណ ABC មានមេដ្យាន AM , BN , CP ។

១. ស្រាយបំភ្លឺថា $AM+BN+CP<AB+BC+AC$ ។

២. ស្រាយបំភ្លឺថា $AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}$ ។

VIII. តេឱ្យមុំកែង $xoy$ នៅលើ $\left[ox\right)$ គេដៅចំណុច B និងនៅលើ $\left[oy\right)$ គេដៅចំណុចបីគឺ C , D និង E ដែល $OC=DE=CD=OB$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $ODB+OEB=45^o$ ។

(វិទ្យាល័យសន្ធរម៉ុក) ភ្នំពេញ. ០៣ មីនា ២០០៤

អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា

ដោយ ចែត លី

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ចូរគូសសញ្ញា ✓ ក្នុងប្រអប់ខាងមុខចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវ :

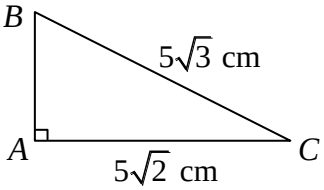
១. កន្សោម $A=\frac{5}{3}\sqrt{\frac{9}{5}}+\frac{1}{3}\sqrt{45}-5\sqrt{\frac{1}{5}}$ មានតម្លៃ :

ក. ☐ $A=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ខ. ☐ $A=\sqrt{5}$ គ. ☐ $A=3\sqrt{5}$ ឃ. ☐ $A=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ។

២. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែល $BC=5\sqrt{3}$ cm និង $AC=5\sqrt{2}$ cm ។ AB មានប្រវែង :

ក. ☐ $AB=2\sqrt{5}$ cm ខ. ☐ $AB=4$ cm

គ. ☐ $AB=5$ cm ឃ. ☐ $AB=\sqrt{5}$ cm




II. ប្រៀបធៀបចំនួន $3-\sqrt{3}$ និង $\sqrt{6\left(2-\sqrt{3}\right)}$ ។

III. ផលបូកពីរចំនួនស្មើ 84 ឯផលចែកវាស្មើនឹង 3 ។ រកចំនួនទាំងពីរនោះ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}\frac{8-3x}{3}\geq\frac{x+3}{4}\\ \frac{x+1}{5}\leq x+2\end{cases}$ ។

V. គណនា (គិតជា cm) ប្រវែងជ្រុងទាំងបី $x$ , $x+2$ , $x+4$ នៃត្រីកោណកែងមួយ ។

VI. ដោះស្រាយសមីការ : ក. $\left(2x-\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)\left(\frac{x}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\left(\frac{1}{2}-x\right)=0$

ខ. $4x^2+2x+1=19x-3$ ។

VII. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែល $BC=2a$ និង $\hat{B}=60^o$ ។

គណនារង្វាស់ជ្រុង AB និង AC ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

VIII. ក្នុងត្រីកោណ ABC គេគូសកម្ពស់ $[BD]$ និង $[CE]$ ។ ក្នុងត្រីកោណ ADE គេគូសកម្ពស់ $[DF]$ និង $[EG]$ ។

ក. ប្រៀបធៀប $\frac{AC}{AE}$ និង $\frac{AD}{AF}$ រួច $\frac{AB}{AD}$ និង $\frac{AE}{AG}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AC\times AF=AB\times AG$ ។

គ. បង្ហាញថា $[BC]//[GF]$ ។ *( អនុវិទ្យាល័យ ហ៊ុន សែន បុរី ១០០ ខ្នង )*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនា $P=\dfrac{1}{(b-c)\left(a^2+ac-b^2-bc\right)}+\dfrac{1}{(c-a)\left(b^2+ab-c^2-ac\right)}+\dfrac{1}{(a-b)\left(c^2+bc-a^2-ab\right)}$

$E=\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{2a}{a^2+b^2}+\dfrac{4a^3}{a^4+b^4}+\dfrac{8a^7}{a^8+b^8}$ ។

II. គេឱ្យសមីការ $3a^2+3b^2=10ab$ និង $b>a>0$ ។ រកតម្លៃនៃប្រភាគ $F=\dfrac{a-b}{a+b}$ ។

III. ចំពួយទឹកបី ដែលក្នុងនោះមានពីរបញ្ចូលទឹកដាក់ក្នុងអាង និងមួយទៀតបញ្ចេញទឹកពីអាង។ ដើម្បីបំពេញអាង ចំពួយទី១ ត្រូវការរយៈពេល 1h 30mn ។ ចំណែកឯចំពួយទី២ វិញវាអាចបំពេញអាងក្នុងរយៈពេលមិនស្គាល់ ។ ដើម្បីបញ្ចេញទឹកឱ្យអស់ពីអាង ចំពួយទី៣ ត្រូវប្រើរយៈពេល 2h ។ បើគេបើកចំពួយទាំងបីឱ្យហូរទឹកព្រមគ្នា គេសង្កេតឃើញថា អាងនោះពេញក្នុងរយៈពេល 40mn ។ តើចំពួយទី២ ត្រូវប្រើរយៈពេលប៉ុន្មានដើម្បីបំពេញអាង?

IV. គេឱ្យ $\begin{cases} a+b+c=1 & (1) \\ a^2+b^2+c^2=1 & (2) \\ \dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c} & (3) \end{cases}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $xy+yz+xz=0$ ។

V. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O សង់កម្ពស់ $[AH]$ និងកាំ $[AO]$ ។ ពង្ហាញថា $BAH=OAC$ ។

VI. ស្រាយបំភ្លឺថា ចំណោលកែងចំណុចកំពូលទាំងបួន នៃប្រលេឡូក្រាមលើអង្កត់ទ្រូងរបស់វា ជាកំពូលប្រលេឡូក្រាមមួយទៀត ។

*( ទួលស្វាយព្រៃ )*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



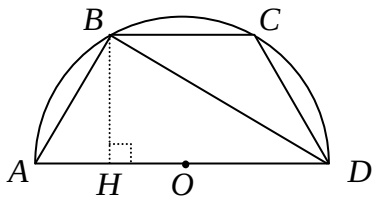
I. ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ ។

II. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2=130\\xy-(x+y)=47\end{cases}$ ។

IV. គេមាន $a+b+c=0$ និង $ab+bc+ca=-\frac{\sqrt{4010}}{2}$ ។ ចូរគណនា $a^4+b^4+c^4=0$ ។

V. គេឱ្យចតុកោណញ្ញើសមបាត ABCD មាន $[BC]$ ជាបាតតូច ដែល $BC=16\,\text{cm}$ ។ អង្កត់ទ្រូង $[BD]$ និងជ្រុងទ្រេត $[AB]$ កែងគ្នាត្រង់ B ។ គេឱ្យ $BD=40\text{ cm}$ ។ គណនា $AD=x$ ។




VI. គេឱ្យត្រីកោណសម័ង្ស ABC ដែល $AB=AB=BC=a$ ហើយមាន $[AH]$ ជាកម្ពស់ ។ I ជាចំណុចមួយនៅលើ $[AH]$ ដែល $AI=\frac{AH}{3}$ ។ បន្ទាត់ស្របនឹង $(AH)$ គូសចេញពី C ជួបបន្ទាត់ $BI$ ត្រង់ M ។

១. គណនា CM និង BM ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

២. គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ AHCM ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

*( វ. វត្តកោះ )*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនា $x$ ដែល $\frac{x}{1999}+\frac{x+1}{2000}+\frac{x+2}{2001}+\frac{x+3}{2002}=4$ ។

II. ប្រៀបធៀបចំនួន $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ និង $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\times\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ និងពិភាក្សាតម្លៃ m ខាងក្រោម :

$$\begin{cases}x+my=1\\mx-3my=2m+3\end{cases}$$ ។

IV. ថ្នាលសំណាបមួយមានរាងជាចតុកោណកែងមានក្រឡាផ្ទៃ 400 $m^2$ និងបណ្តោយមានប្រវែងលើសទទឹង 23 m ។ ចូររកវិមាត្រថ្នាលសំណាបនោះ ។

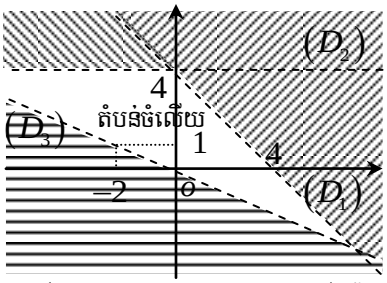
V. ចូរសង់បន្ទាត់ $D: y=2x-5$ និងគេឱ្យបន្ទាត់ $\Delta:(m-1)x+my=m-2$ , $m$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត ។

ក. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ I រវាង $(D)$ និងបន្ទាត់ $(\Delta)$ ចំពោះ $m\neq\frac{1}{3}$ ។

ខ. គណនា m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $(D)\perp(\Delta)$ ។

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ $(D)$ និងអ័ក្សកូអរដោនេ ។

VI. ចូរសរសេរជាប្រព័ន្ធបរិវិសមីការ (ក្នុងរូប) :




VII. គេឱ្យរង្វង់ពីរ (O) និង (O') មានផ្ចិត O និង O' មានកាំប្រវែង R < R' ។ រង្វង់ទាំងពីរប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ A ។ គេគូសបន្ទាត់ប៉ះរួមក្នុង និងបន្ទាត់រួមក្រៅ ដែលប៉ះរង្វង់ (O) ត្រង់ B និងប៉ះរង្វង់ (O') ត្រង់ C ។ បន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ M ។

១. បង្ហាញថា $MA=MB=MC$ ហើយថាត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ។

២. បន្ទាត់ $(BA)$ និងបន្ទាត់ $(CA)$ កាត់រង្វង់ (O') និង (O) ត្រង់ D និង E ។ បង្ហាញថា $[BE]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ (O) ហើយ $[CD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ (O') ។ ប្រាប់ឈ្មោះចតុកោណ BCDE ។

៣. បង្ហាញថា $BEA=ABC$ ប្រៀបធៀបត្រីកោណ BCD និង BCE រួចបង្ហាញថា $BC^2=BE\times CD$ ។

៤. គេឱ្យ $R=4.5\text{cm}$ និង $R'=2\text{cm}$ ។ គណនា BC និងក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ BCDE ។

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គេឱ្យ $2a^2+2b^2=5ab$ ដែល $b>a>0$ ។ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃ $F=\dfrac{a+b}{a-b}$ ។

II. គេមាន $ax+by=0$ ។ បង្ហាញថា $\dfrac{a^2}{a^2+b^2}+\dfrac{x^2}{x^2+y^2}=1$ ។

III. ចូរប្រៀបធៀបផលធៀប $\dfrac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$ និង $\dfrac{x^2+y^2}{(x-y)^2}$ បើ $x\neq y\neq 0$ ។

IV. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $3^{2005}+3^{2006}\cdot 2^{2005}+3^{2006}\cdot 4^{2005}+24^{2005}$ ចែកដាច់នឹងចំនួន 27 ។

V. គេឱ្យបីចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបតគ្នា a , b , c ដែល $a<b<c$ ។

ក. គណនាផលបូក $S=a+b+c$ ជាអនុគមន៍នៃ $b$ ។

ខ. ទាញរកតម្លៃ a , b , c ដោយដឹងថា $S=-333$ ។

VI. ដោះស្រាយសមីការ $(y+2x-6)^2+(2y+x-4)^2=0$ ។

VII. ដីមួយកន្លែងមានរាងជាចតុកោណកែងមានផ្ទៃក្រឡា S ដែល $2\text{hm}^2 < S < 3\text{hm}^2$ គេចែកដីនោះជាឡូត៍ៗ មានផ្ទៃក្រឡា $150\text{m}^2$ , $180\text{m}^2$ និង $210\text{m}^2$ ។

ក. គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃដីរាងជាចតុកោណកែងនោះ ។

ខ. គណនាប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹងចតុកោណកែងនោះ បើដឹងថាទទឹងស្មើនឹង $\dfrac{4}{7}$ នៃបណ្តោយ ។

VIII. គេឱ្យត្រីកោណកែង ABC កែងត្រង់ A ដែល $\hat{B}=2\hat{C}$ និង $BC=a$ ។ នៅក្រៅត្រីកោណ ABC សង់ត្រីកោណសម័ង្ស ABF និង ACM ។

ក. ប្រៀបធៀបក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABF និងក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ AFM ។

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ BCMF ជាអនុគមន៍នៃ a ។

IX. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC មានបាត $[BC]$ ។ D ជាចំណោលកែងនៃចំណុច B លើ $(AC)$ ។

បង្ហាញថា $BC^2=2AC\cdot CD$ ។

*( វិ. បាក់ទូក )*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដោះស្រាយសមីការ និងធ្វើឆ្ងាត់ចម្លើយ : $\left(x^2-x-4\right)^{\frac{3}{4}}=8$ ។

II. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$ ។

III. គណនាកន្សោម $A=\dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$ ដែល $a>b>0$ ។

IV. គេឱ្យចំណុច $A(-1\,,\,0)$ ; $B(1\,,\,0)$ ; $C\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\,,\,\dfrac{2x}{1+x^2}\right)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមែតែមួយ។ បង្ហាញថា ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ C ។

V. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A កំណត់ដោយរង្វាស់ជ្រុង $AB=c$ , $AC=b$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ A កាត់អ៊ីប៉ូតេនុស $[BC]$ ត្រង់ D ។ បន្ទាត់ស្របនឹង (AD) ដែលគូសចេញពី B ជួបបន្ទាយនៃជ្រុង $[CA]$ ត្រង់ E ។

ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $AE=AB$ រួចគណនា BE ។

ខ. គណនា AD ។

គ. គណនាផ្ទៃចតុកោណ ADBE ។

*( អនុ. ទួលអំពិល )*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនាកន្សោម $A=\dfrac{\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{27}}$ , $B=\sqrt{2\cdot\sqrt[4x+1]{16^x+16^x}}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ : ក. $\dfrac{24-x}{1979}+\dfrac{18-x}{1985}+\dfrac{21-x}{1982}+\dfrac{15-x}{1988}+\dfrac{12-x}{1991}+\dfrac{555}{111}=0$ ។

ខ. $\dfrac{4^{x+1}}{8^{x-1}}=16^x$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=-\dfrac{1}{12}\\ \dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{7}{12}\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{5}{12}\end{cases}$ ។

IV. គេឱ្យបន្ទាត់ពីរគឺ $(D_m):y=\left(2m^2-5m+4\right)x+2m^2-5m+5$ និង $(\Delta_m):y=\left(m^2-m+1\right)x+m^2-m-1$ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $(D_m)$ និង $(\Delta_m)$ ស្របគ្នា ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ : $\begin{cases}x\geq 0\\ y\geq 0\\ x+y<0\\ 3x+4y\leq 36\end{cases}$ តាមក្រាភិច ។

VI. រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(2\,,\,9)$ និង $B(x\,,\,9)$ ស្មើនឹង 2004 ឯកតា ។

VII. គេឱ្យ $A(2\,,\,2)\,;\,B(-3\,,\,-3)$ និង $C(6\,,\,6)$ ។ បង្ហាញថា A , B , C ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

VIII. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ C ហើយ $[CH]$ ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណនេះ ។ រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AH]$ និង $[BH]$ កាត់ $[AC]$ និង $[BC]$ ត្រង់ P និង M ។ បង្ហាញថា (PM) ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ទាំងពីរនោះ ។

IX. គេឱ្យការេ ABCD ដែលមានជ្រុង 12cm ។ តាមចំណុច M នៅលើអង្កត់ $[AB]$ គេគូសរង្វង់ផ្ចិត M កាត់តាម A ។ គណនារង្វាស់ AM ដើម្បីឱ្យរង្វង់នេះ ប៉ះនឹងរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ។

X. កន្លះរង្វង់មានអង្កត់ផ្ចិត AB = 20cm ។ តាមចំណុច M លើកន្លះរង្វង់នេះ គេគូស $[MH]\perp[AB]$ ត្រង់ H ។ គណនារង្វាស់ AH ដើម្បីឱ្យ AH ស្មើនឹងពីរដង MH ។

*វិ. ឫស្សីកែវ. ថ្ងៃទី ០៩ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ចាប ប៉ោសាង*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនាកន្សោម $S=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+...+\frac{1}{1999\times 2000}$

$P=\frac{1}{2x-1}\times\sqrt[2n]{\left(4x^2-4x+1\right)^n}$ ។

II. គេឱ្យ a , b , c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ។ ចូរបង្ហាញថាសមីការ $b^2x^2+\left(b^2+c^2-a^2\right)x+c^2=0$ គ្មានឫស ។

III. បង្ហាញថា $X=\frac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}x+xy+y=1\\y+yz+z=4\\z+zx+x=9\end{cases}$ ។

V. សិស្ស 6 នាក់ A , B , C , D , E និង F ប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំសាលា ។ គណៈមេប្រយោគប្រកាសថា មានសិស្សពីរនាក់បានប្រឡងជាប់ដោយគាត់និយាយថា :

១. A និង C ជាប់ ២. B និង E ជាប់ ៣. F និង A ជាប់ ៤. B និង F ជាប់ ៥. D និង A ជាប់ ។

គេដឹងថា ឃ្លាទាំងប្រាំមានឃ្លាមួយខុសសុទ្ធសាធ ហើយបួនឃ្លាទៀតមានមួយឃ្លាៗត្រូវពាក់កណ្តាល ។ តើសិស្សពីរនាក់ណាដែលបានប្រឡងជាប់ ។

VI. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $A=\underbrace{11...11}_{2n\text{ តួនែ }1}-\underbrace{22...22}_{n\text{ តួនែ }2}$ ជាចំនួនមួយមានការេប្រាកដ ។

VII. មានត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A និងកម្ពស់ $[AH]$ ។ $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ ជារង្វាស់កាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC , AHB និង ACH ។ បង្ហាញថា $R_1+R_2+R_3=AH$ ។

*វិ. ធ្លាអំពៅ. ថ្ងៃទី ១៣ មីនា ២០០៥*

*ដោយ នក កន*

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ប្រៀបធៀបចំនួន ដោយមិនបាច់ប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ : $(2000)^{3000}$ និង $(3000)^{2000}$ ។

II. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=\left(x^4-x^3-x^2+2x-1\right)^{2005}$ ចំពោះ $x=\dfrac{2}{\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$ ។

III. រកតម្លៃអប្បបរមានៃពហុធា : $W=a^2b^2+5a^2+9b^2-6ab^2-30a+45$ ។

IV. ស្រាយបំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$ គ្រប់តម្លៃនៃ $a$ , $b$ , $c$ , $d$ ។

V. គេឱ្យកន្សោម $P=\dfrac{x^4-2x^3+5}{x-2}$ ។ រកគ្រប់តម្លៃគត់វិជ្ជមាននៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ P មានតម្លៃលេខជាចំនួនគត់ ។

VI. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} xy=-64 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$ ។

២. គណនា $N=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ចំនួនពិត $a$ , $b$ , $c$ នោះសមីការ $\dfrac{1}{x-a}+\dfrac{1}{x-b}=\dfrac{1}{c^2}$ មានឫសជានិច្ច ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ។ កម្ពស់ $[AM]$ , $[BN]$ និង $[CP]$ កាត់គ្នាត្រង់ H ។

បង្ហាញថាចំណុច H ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ MNP ។

VIII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ហើយ M , N , P ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[AB]$ , $[BC]$ , $[AC]$ ។

បង្ហាញថា $S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle MNP}$ ។

*វិ. បឹងត្របែក. ថ្ងៃទី ១០ មីនា ២០០៥*

*ដោយ កុយ កែវឡុង*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. 1. គណនា $A=\sqrt[10]{\frac{1}{2}\left(19+6\sqrt{10}\right)}\times\sqrt[5]{3\sqrt{2}-2\sqrt{5}}$ , $B=\frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$ ។

2. រកចំនួនដែលមានលេខពីរខ្ទង់ $\overline{AB}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $\overline{AB}^2-\overline{BA}^2=1980$ ។

II. 1. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{2\sqrt{3}-3}=\sqrt{x\sqrt{3}}-\sqrt{y\sqrt{3}}$ ដែល $x$ , $y$ ជាចំនួនសនិទាន ។

2. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម : $A=\frac{2x^3-12x^2+17x-2}{x-2}$

បើ $\frac{x}{a+b}=\frac{13}{a+c}$ , $\frac{169}{(a+c)^2}=\frac{-27}{(c-b)(2a+b+c)}$ ។

III. 1. គេមាន $x\neq0$ , $y\neq0$ , $z\neq0$ ហើយដែល $x+y+z=xyz$ , $x^2=xy$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x^2\geq3$ ។

2. សមីការ $a\left(1-x^2\right)-2\sqrt{2}bx+c\left(1+x^2\right)=0$ ដែល $a$ , $b$ , $c$ ជាជ្រុងនៃត្រីកោណកែង ABC ដែល $\hat{C}=90^o$ :

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា សមីការមានឫសពីរ $x_1$ , $x_2$ ។

ខ. បើ $x_1^2+x_2^2=12$ ចូរកំណត់តម្លៃលេខនៃ $M=\frac{a+c}{b}$ ។

IV. 1. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}3x^2-2xy-y^2=0\\x^2+5y=6\end{cases}$ ។

2. នៅក្នុងត្រីកោណ ABC មាន $\hat{B}=120^o$ , $BA=8$ cm , $BC=12$ cm ។ ចំណុច P រត់លើ $[AB]$ ដោយផ្តើមពីចំណុច A ទៅ B និងចំណុច Q រត់លើ $[BC]$ ចេញពី C ទៅ B ។ បើ P រត់ក្នុងល្បឿន 1cm/s ហើយ Q រត់ក្នុងល្បឿន 2cm/s ចេញដំណើរក្នុងពេលតែមួយ ។

ក. តើប៉ុន្មានវិនាទីក្រោយ ទើបផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ PBQ ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ?

ខ. ក្នុងពេលជាមួយគ្នានោះ តើ $[PQ]$ មានប្រវែងប៉ុន្មាន ?

V. 1. ចតុកោណស្មើ ABCD ដែលមានជ្រុងស្មើ a ។ R និង r ជាកាំនៃរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABD និងត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{R^2}+\frac{1}{r^2}=\frac{4}{a^2}$ ។

2. ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន $BAC=60^o$ ។ $[AD)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BAC=60^o$ កាត់ $[BC]$ ត្រង់ D ។ បើ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADC}}=\frac{8}{5}$ ហើយរង្វង់ផ្ចិត I ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC មានផ្ទៃស្មើ $12\pi$ ។ $(AB)$ , $(BC)$ និង $(AC)$ ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត I ត្រង់ចំណុច E , N , M ។ គណនាប្រវែង AD ?

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. រកតម្លៃ $x$ និង $y$ ដោយដឹងថា $x+y=120$ និង $PGCD(x\,,\,y)=30$ ។

II. គេឱ្យ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ បង្ហាញថា $\frac{4a+3c}{4b+3d}=\frac{xa+yc}{xb+yd}$ រួចរកតម្លៃ $x$ និង $y$ ។

III. គេមានបីចំនួន $a\neq 0\,,\,b\neq 0\,,\,c\neq 0$ ដែល $a+b+c=1$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

IV. ដោះស្រាយ និងពិភាក្សា : $ax^2-2x+1=0$ , $a$ ជាបារ៉ាម៉ែត ។

V. បេក្ខជនប្រឡងម្នាក់ចាប់ឆ្នោត 3 សន្លឹកក្នុងសំណួរ 22 ដែលរៀបចំឡើងដោយគណៈមេប្រយោគ។ ក្នុងសំណួរ 22 នេះមាន : 10 សំណួរពីជគណិត , 7 សំណួរត្រីកោណមាត្រ , 5 សំណួរនព្វន្តសាស្ត្រ ។

ក. គណនាប្រថាប ដើម្បីឱ្យសំណួរទាំងបីជាសំណួរពីជគណិត ។

ខ. គណនាប្រួបាប ដើម្បីឱ្យសំនួរទាំងបី ជាពីគណិត ត្រីកោណមាត្រ និងនព្វន្ត ។

VI. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} xy=-64 \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \end{cases}$ ។

២. គណនា $N=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ចំនួនពិត $a\,,\,b\,,\,c$ នោះសមីការ $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}=\frac{1}{c^2}$ មានឫសជានិច្ច ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A និង $[AH]$ ជាកម្ពស់ ដែល $[AC]=a$ , $ACB=30^o$ ។

ក. គណនា CH , BH , $ABH$ ។

ខ. ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ IAC ( I ជាចំណុចកណ្តាល $[BC]$) ។

គ. រង្វង់អង្កត់ផ្តិត $[AB]$ និងរង្វង់អង្កត់ផ្តិត $[AC]$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចមួយទៀត M ។

ស្រាយបំភ្លឺថា M ត្រួតលើ H នៅលើ $[BC]$ ។

*អនុ. ពងទឹក. ថ្ងៃទី ១៣ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ក្រូច សុវណ្ណារា*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. រកតម្លៃគត់ $x$ , $y$ , $z$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $\left(x^2+4\right)\left(y^2+1\right)\left(z^2+25\right)=80xyz$ ។

II. គេឱ្យ $a$ , $b$ , $c$ ជាជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ដោយដឹងថា :

$b=\dfrac{2a^2}{1+a^2}$ , $c=\dfrac{2b^2}{1+b^2}$ , $a=\dfrac{2c^2}{1+c^2}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x-4}{x+4}=\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x-3}{x+3}$ ។

IV. គេឱ្យ $\sqrt{x+y}=\sqrt{x+z}+\sqrt{y+z}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=0$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz\\ x^{2005}+y^{2005}+z^{2005}=3^{2006}\end{cases}$ ។

VI. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃពហុធា $2x^2-4xy+5y^2-12y+13$ ។

VII. ដោះស្រាយសមីការ $2^{\sqrt{1+x-3y}}+3^{\sqrt{2x-4y+1}}=2$ ។

VIII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A និងមាន $[AD]$ ជាកម្ពស់ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AD+BC>AB+AC$ ។

IX. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មាន $\hat{A}=2\hat{B}=4\hat{C}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{1}{AB}=\dfrac{1}{BC}+\dfrac{1}{AC}$ ។

X. គេឱ្យត្រីកោណ ABC សមបាតកំពូល A ដែល $\hat{A}=20^o$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB^3+BC^3=3AB^2+BC$ ។

*វិ. សន្ធរម៉ុក. ថ្ងៃទី ០៨ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ចែត លី*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ☙☙ 📖 ❧❧

I. គេឱ្យ $a+b+c=1$ , $a^2+b^2+c^2=1$ , $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=m$ ។ ចូរគណនា $P=xy+yz+zx$ ។

II. គណនា $A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\times...\times\left(1-\frac{1}{99}\right)$

$B=\sqrt{6+\sqrt[4x+1]{81^x+2(81)^x}}$

$C=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\times\sqrt{2+\sqrt{3}}$

$S=(x+1)+(x+2)+(x+3)+...+(x+100)$ រួចបញ្ជាក់ពីតម្លៃលេខ S បើ $x=\{1\,,\,2\,,\,3\}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ : ក. $\sqrt{2x+5}-\sqrt{3x-5}=2$ ។

ខ. $\sqrt{2}x^{2005}-x\sqrt{2}=2x^{2004}-2$

គ. $\frac{3^{2x^2+3x}}{9}+x^{2003}(x+1)=x\left(x^{2003}+x^{2002}+\frac{1}{x}\right)$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : ក. $\begin{cases}x+xy+y=2+3\sqrt{2}\\x^2+y^2=6\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{t}{6}\\\frac{zyt}{x}+\frac{xzt}{y}+\frac{xyt}{z}+\frac{xyz}{t}=14625\end{cases}$ ។

V. គេឱ្យសមីការបន្ទាត់ $y=\frac{3-mx}{2m-1}$ ។

ក. សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\,,1)$ ។

ខ. K ជាចំណុចដែលស្ថិតលើបន្ទាត់តាងក្រាភិចគ្រប់ m ។ គណនាកូអរដោនេនៃ K' ឆ្លុះនឹង K ធ្យៀបនឹង A ។

VI. ចតុកោណកែង ABCD ដែលទទឹង $AB=a$ តាមចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ គេគូសមុំ $KOH=90^o$ ដែលចំណុច H នៅលើ $[AD]$ និងចំណុច K នៅលើ $[BC]$ ។

ក. ប្រៀបធ្យៀបត្រីកោណ AOH និងត្រីកោណ OBK រួចគណនា AH × BK ។

ខ. គេឱ្យ AH = x និង BK = y គណនាផ្ទៃអប្បបរមានៃត្រីកោណ KOH ។

*អនុ. ទឹកល្អក់. ថ្ងៃទី ០១ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ហួត ស៊ីណេន*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនាកន្សោម : $A=\sqrt{2+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{7+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{3+\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ : ក. $\sqrt[6]{5^2\cdot\sqrt[4]{5}}=5^{x-\frac{5}{8}}$ ខ. $\sqrt[3]{\frac{2^{3(x+1)}}{8^{x-1}}}=\sqrt{4^x}$ ។

III. គណនាកន្សោម $x^4+\frac{1}{y^4}$ បើ $\left(x+\frac{1}{y}\right)^4=1296$ និង $\frac{x}{y}=4$ ។

IV. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $5^{2003}+5^{2004}+5^{2005}$ ចែកដាច់នឹង 31 ។

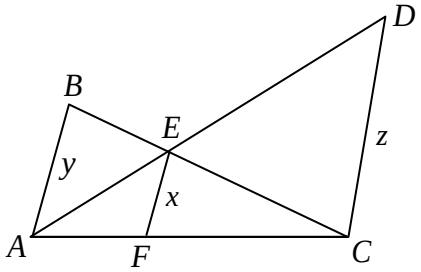
V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : ក. $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4\\ \frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}=8\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}xy=18\\ x^2+y^2=24\end{cases}$ ។

VI. គណនាចម្ងាយរវាងចំណុច $A(6\,,\,6)$ ទៅបន្ទាត់ $D:\ y=-x+4$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ ។

VII. គេមានសមីការ $x^2-mx+4=0$ គណនាតម្លៃ m និងឫសមួយទៀត ដោយស្គាល់ឫសស្មើ 2 ។

VIII. តាមរូបខាងស្តាំ $[AB]//[EF]//[DC]$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{x}=\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$ ។




IX. គេឱ្យរង្វង់ C(O , R) និងអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ និងចំណុច M របស់រង្វង់ C ហើយបន្ទាត់ D ប៉ះរង្វង់ C ត្រង់ចំណុច A ។
P ជាចំណោលកែងនៃ M ទៅលើ (AB) ហើយ Q ជាចំណោលកែងនៃ M ទៅលើ (PQ) ។

ក. បង្ហាញថា AIO ជាត្រីកោណកែង ។

ខ. បន្ទាត់ដែលប៉ះរង្វង់ត្រង់ M កាត់បន្ទាត់ D ត្រង់ T ។ បង្ហាញថា AM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $QMO$ និង $TMP$ ។

គ. បង្ហាញថា $\Delta AIO\sim\Delta ATM$ ហើយ $\Delta AIP\sim\Delta AOM$ ។

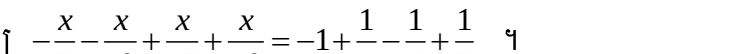
ឃ. គណនា AQ , AI , AP បើ AT = x , OA = R ។

*វិ. ប៊ុនរ៉ានី ហ៊ុន សែន វត្តភ្នំ. ថ្ងៃទី ០៣ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ង៉ែត ចាន់សុខ*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ $-\frac{x}{5}-\frac{x}{10}+\frac{x}{15}+\frac{x}{20}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$ ។

II. សម្រួល $\frac{x^2-1}{|x+1|}$ ។

III. រកគ្រប់តម្លៃ m ដែល $m\neq 0$ ដើម្បីឱ្យសមីការ $(m-2)x-m+5=0$ មានឫសវិជ្ជមាន ។

IV. ស្រាយបំភ្លឺសមភាព $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$ ។

V. អត្តពលករពីរនាក់រត់ដោយចលនាស្មើនៅលើផ្លូវមួយមានរាងជារង្វង់ ដែលមានរង៉ 480 m ។ បើអត្តពលករទាំងពីររត់តាមទិសដៅផ្ទុយគ្នា នោះអ្នកទាំងពីរជួបគ្នា 45 វិនាទីម្តង ។ បើអត្តពលករទាំងពីររត់តាមទិសដៅតែមួយ នោះអ្នករត់ល្បឿនជែងអ្នករត់យឺត រាល់បីនាទី ។

ក. គណនាល្បឿននៃអត្តពលករទាំងពីរ ។

ខ. ឧបមាថា A ជាចំណុចចេញដំណើរ តើអត្តពលករម្នាក់ៗ រត់ប៉ុន្មានជុំបានជួបគ្នាត្រង់ A ។

VI. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មួយចារឹកក្នុងរង្វង់ (C) ដែល $\hat{B}=\hat{C}+90^o$ ។

ក. បង្ហាញថា អង្កត់ផ្ចិត AA'= 2R នៃរង្វង់ (C) ស្របនឹង $[BC]$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AB^2+AC^2=4R^2$ ។

គ. គេឱ្យ $[AH]$ ជាកម្ពស់តូសចេញពីកំពូល A ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $AH^2=HB\cdot HC$ ។

*ឫស្សីកែវ. ថ្ងៃទី ២៨ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ ផន សារ៉ាត*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ១. គណនា $A=\left(\frac{3}{4}\right)^{2000}\div\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{1/1/2}}$ ។

២. ចូរកំណត់ទីតាំងវង់ក្រចក ដើម្បីឱ្យបានសមភាព : $B=8\div4+2\div2+9\div3+3\div3-4=0$ ។

II. ១. ចូរដាក់កន្សោម A ជាផលគុណកត្តា ដែល $A=a\left(b^2-c^2\right)-b\left(a^2-c^2\right)+c\left(a^2-b^2\right)$ ។

២. បង្ហាញថា : បើ $a+b=c$ នោះ $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=0$ ដែល $a\neq0$ , $b\neq0$ , $c\neq0$ ។

III. ១. ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{x}{2004}+\frac{x+1}{2005}+\frac{x+2}{2006}+\frac{x+3}{2007}=4$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ $\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2 & (1)\\ 2\sqrt{x+3}+\sqrt{y+1}=4 & (2)\end{cases}$ ។

IV. ១. ចូររកបីចំនួនគត់សេសតគ្នា ដោយដឹងថា ផលបូកចំនួនទាំងបីស្មើនឹង 909 ។

២. ចូររកបួនចំនួនគត់គូ ដោយដឹងថាផលបូកចំនួនទាំងបួនស្មើនឹង 1028 ។

V. គេមានវង្វង់ផ្ចិត O មួយចារឹកក្រៅត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល B និងកម្ពស់ $[AP]$ ដែលបន្លាយវាកាត់វង្វង់ត្រង់ K ។ គេបន្លាយកាំ $[AO]$ កាត់វង្វង់ត្រង់ $F$ រួចគូស $[OM]\perp[BC]$ ដែលបន្លាយវាកាត់វង្វង់ត្រង់ E ។ H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ ។

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $BCK=CBF=BCH$ និង $FAE=EAK$ ។

ខ. បង្ហាញថា $FK=2MP$ ។

គ. ចូរស្រាយបំភ្លឺថាបីចំណុច F , M , H ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

ឃ. ចូរប្រៀបធៀប OM និង AH ។

*អូរបែកក្អម. ថ្ងៃទី ១៣ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ឃុន ពិសិដ្ឋ*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. បង្ហាញថា : $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}=\sqrt{3}+1$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3+x}{2002}-\frac{2+x}{2003}-\frac{x+1}{2004}=-3$ ។

III. គេឱ្យបីចំនួន $a$ , $b$ , $x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់តំនាក់ទំនងទាំងបីខាងក្រោម :

$a^2-2b+1=0$ , $b^2-2x+1=0$ , $x^2-2a+1=0$ ។

ចូរគណនាផលបូក $S=a^{2005}+b^{2005}+x^{2005}$ ។

IV. គេឱ្យសមីការ $(x+1)(x+4)(x+5)(x+6)=m$ ។

ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫស ។

ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប ។

គ. ដោះស្រាយសមីការបើ m = 8 ។

V. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ មានចំណុច $A(-3\,,2)$ ; $B(9\,,2)$ និង $C(3\,,10)$ ។ គណនាបរិមាត្រ និងក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ។

VI. គេឱ្យបន្ទាត់ $D_1:2-3x+y=0$ និង $D_2:4-m+(1-m)x+my=0$ ។ រកតម្លៃ m ដែលនាំឱ្យ :

ក. បន្ទាត់ $D_1$ និង $D_2$ កាត់គ្នាលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ខ. បន្ទាត់ $D_1$ និង $D_2$ កែងគ្នា ។

VII. ជ្រុងនៃការេ ABCD មានរង្វាស់ស្មើ 1 ។ នៅលើជ្រុង $[AB]$ និងជ្រុង $[AD]$ ដៅចំណុច E និង F ដែលបរិមាត្រត្រីកោណ AEF ស្មើ 2 ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $ECF=45^o$ ។

*អនុ. ទួលព្រាសាទសែនសុខ. ថ្ងៃទី ០៩ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ពុទ្ធ វ័ន្ត*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ១. ដាក់ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 1 នូវពហុធា : $P=x^3+2x^2-5x-6$ ។

២. ដាក់ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី 2 នូវទ្វេធា : $A=x^4+64$ ។

៣. បង្ហាញថា ផលបូក $S=39^{51}+51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

II. គេមាន $\begin{cases} ax-by-cz-dt=0 \\ bx+ay-dz+ct=0 \\ cx+dy+az-bt=0 \\ dx-cy+bz+at=0 \end{cases}$ ។ បង្ហាញថា $x=y=z=t=0$ ឬ $a=b=c=d=0$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

ក. $\begin{cases} x^2+y^2=65 \\ (x-1)(y-1)=18 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{13}{36} \end{cases}$ គ. $\begin{cases} \frac{yz}{x}=\frac{10}{3} \\ \frac{zx}{y}=\frac{15}{2} \\ \frac{xy}{z}=\frac{6}{5} \end{cases}$ ។

IV. ១. បរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់ស្មើនឹង 80 cm ។ យើងសន្មត់ថា $BC=a$ , $AC=b$ , $AB=c$ ។ គេឱ្យ $a$ , $b$ , $c$ សមាមាត្រនឹងចំនួន 5 , 7 , 4 ។ គណនា $a$ , $b$ , $c$ ។

២. តាមចំណុច M នៅលើ $[BC]$ គេគូស $[ME]//[AB]$ ដែល $E\in[AC]$ ។ គេឱ្យ $[MB]=x$ ហើយ y ជាបរិមាត្រនៃចតុកោណ ABME ។ គណនា y ជាអនុគមន៍នៃ x ។

៣. សង់បន្ទាត់ D តាងអនុគមន៍នៃ y ដែលរកឃើញក្នុងសំណួរទី ២ ។

៤. គណនាតម្លៃ x បើ y = 56 ។

V. ABC ជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R ហើយ [AH] ជាកម្ពស់ ។ គេសន្មត់ $AH=ha$ , $AC=b$ , $AB=c$ , $BC=a$ ។ S ជាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $abc=4RS$ ។

*វិ. វត្តកោះ : ដោយ ពាន ថន*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សម្រួលកន្សោម : $A=\left(\frac{x+1}{x-1}-\frac{2x+1}{2x-1}\right)\div\left(\frac{2x+1}{x-1}-\frac{x+1}{2x-1}\right)$ ។

$$B=\left(\frac{m+1}{1-m}-\frac{1-m}{1+m}-\frac{4m^2}{m^2-1}\right)\div\left[-2\left(\frac{1}{m^3+m^2}-\frac{1-m}{m^2}-1\right)\right]$$ ។

II. ១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ដែលមាន x ជាអញ្ញាត និង m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត :

$$\frac{5x-m}{6}-1=\frac{2x+m}{5}-\frac{m}{5}-\frac{5(5-x)}{20}$$ ។

២. រកតម្លៃ m គត់វិជ្ជមាន ដើម្បីឱ្យ $0<x<10$ ។

III. គណនាកន្សោម : $A=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2004}\times\left(2-\sqrt{3}\right)^{2005}$ ។

$$B=\sqrt{\frac{5+2\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}}}+\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{5+2\sqrt{6}}}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-25\right)^2}$$ ។

IV. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R អង្កត់ផ្ចិត AB ។ សង់កាំ OI កែងនឹង AB ។ J ជាចំណុចមួយលើធ្នូតូច AI ។ BJ កាត់ OI ត្រង់ K ហើយ AJ កាត់ OI ត្រង់ L និង AK កាត់រង្វង់ត្រង់ P ។

១. ស្រាយបំភ្លឺថា B , P , L នៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

២. បង្ហាញថាចតុកោណ AOKJ និង JKPL ចារឹកក្នុងរង្វង់ ។

៣. ប្រដូច $\Delta BOK$ និង $\Delta ALO$ រួចបង្ហាញថា $OK\times OL=R^2$ ។

៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា OJ ប៉ះរង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណ JKPL ។

*ភ្នំពេញ : ថ្ងៃទី ១៤ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ឈឹម សេង*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $5^{2001}+5^{2002}+5^{2003}$ ចែកដាច់នឹង 31 ។

II. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ ។

III. គេឱ្យ $a\neq 0$ , $b\neq 0$ និង $a+b+c=0$ ។

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^3+b^3+c^3=3abc$ ។

ខ. គេតាង $c=-2n$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a^3+b^3+c^3}{a^2+b^2-c^2}=3n$ ។

IV. ចាបមួយហ្វូងហើរទៅទំលើផ្កាឈូកក្នុងស្រះមួយ។ បើចាបមួយទំលើផ្កាឈូកមួយ នោះមានចាបមួយគ្មានផ្កាឈូកទំ តែបើចាបពីរទំផ្កាឈូកមួយ នោះនៅសល់ផ្កាឈូកមួយទំនេរ។ រកចំនួនផ្កាឈូក និងចំនួនចាប ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2-3x+6=2y & (1) \\ y^2-3y+6=2x & (2) \end{cases}$ ។

VI. អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណាព្យាយសមបាត ចែកចតុកោណាព្យាយនេះបានត្រីកោណចំនួន 4 ដែលក្នុងនោះក្រឡាផ្ទៃ ត្រីកោណពីរ ជាប់នឹងបាតមានរង្វាស់ $S_1$ និង $S_2$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណាព្យាយខាងលើ ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ។ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [AB] , D ជាចំណុចមួយនៅលើ [MB] ដែល 2MD = DB , $MCD=BCD$ ។ ចូរបង្ហាញថា $ACD=90^o$ ។

*វិ. ហ៊ុន សែន ប៊ុនរ៉ានីវត្តភ្នំ : ថ្ងៃទី ០៩ មីនា ២០០៥*

*ដោយ រៀល រដ្ឋា*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ផលបូក $\left(385a^3+1001b^5\right)$ ចែកដាច់នឹង 77 ។

II. គេឱ្យ $x$ , $y$ , $z$ ដែល $\begin{cases} x^2+2y+1=0 \\ y^2+2z+1=0 \\ z^2+2x+1=0 \end{cases}$ ។ គណនា $A=x^{2000}+y^{2000}+z^{2000}$ ។

III. គេឱ្យសមីការ $(4-m)x^2-4x+m=0$ ។ មានឫសពីរគឺ $x_1$ , $x_2$ ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានផលបូកការេនៃឫសស្មើ 10 ។

IV. កុកមួយហើរជួបក្រសារមួយហ្វូងក៏ស្រែកសួរថា "សួស្តី! មិត្តទាំង 100 " ពេលនោះមេខ្យល់នៃហ្វូងក្រសារឆ្លើយថា "ទេ! ចំនួនពួកយើងមិនគ្រប់ 100 ទេ" ចំនួនពួកយើងបូកនឹងចំនួនពួកយើង បន្ថែមពាក់កណ្តាលចំនួនពួកយើង ហើយថែម $\frac{1}{4}$ នៃចំនួនពួកយើង ព្រមទាំងមិត្តឯងទៀតទើបគ្រប់ចំនួន 100 ។ គណនាចំនួនក្រសារនៅក្នុងហ្វូង ។

V. គេឱ្យបីចំណុច A , B , C ស្ថិតនៅលើ (xy) ។ គូសត្រីកោណសម័ង្ស ABD និងត្រីកោណសម័ង្ស BCE នៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់នេះ ។

   ១. ស្រាយបំភ្លឺថា AE = CD ។

   ២. គេឱ្យ M និង N កណ្តាលជ្រុង [AE] និង [CD] ។ បង្ហាញថាជ្រុង BM = BN ។

   ៣. ស្រាយបំភ្លឺថា ត្រីកោណ BMN ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

*វិ. ហ៊ុន សែន ប៊ុនរ៉ានីវត្តភ្នំ : ថ្ងៃទី ០៧ មីនា ២០០៥*

*ដោយ មៅ ឌូច*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនា $S=\frac{a}{(a-b)(a-c)}+\frac{b}{(b-c)(b-a)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)}$ ។

II. គេឱ្យបីចំនួន $x$ , $y$ , $z$ ខុសពីសូន្យ ដែល $x+y+z=1$ និង $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$ ។ បង្ហាញថា $x^2+y^2+z^2=1$ ។

III. ដាក់ជាផលគុណកត្តានូវកន្សោម $A=ab\left(x^2+y^2\right)-xy\left(a^2+b^2\right)$ ។

IV. ស្រាយបញ្ជាក់សមភាព $\frac{1-ax+(a+x)x}{2ax-a^2x^2-1}\div\left[1+\frac{a^2+2ax+x^2}{(1-ax)^2}\right]=-\frac{1}{1+a^2}$ ។

V. ១. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ រកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(6\,,\,2)$ និង $B(2\,,\,-2)$ រួចរកសមីការខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់អង្កត់ [AB] ។

២. គេឱ្យចំណុច $C(-2\,,\,6)$ ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ CAB ជាត្រីកោណសមបាត ។

VI. រង្វង់មួយកាំមានរង្វាស់ R ។ គេគូសអង្កត់ធ្នូពីរកែងគ្នា [BC] និង [DE] ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ A ហើយ [BB'] ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់នោះ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $AB^2+AC^2+AD^2+AE^2=4R^2$ ។

VII. ត្រីកោណសមបាត BAC និង ADC កែងត្រង់ A និង D មានជ្រុងរួម [AC] ហើយតាំងនៅសងខាងជ្រុងរួមនេះ។ គេឱ្យ $AB=AC=a$ ។

១. បង្ហាញថាចតុកោណ ABCD ជាចតុកោណញាយកែង ។

២. គណនា BC , AD , BD ។

៣. អង្កត់ទ្រូងទាំងពីររបស់ចតុកោណកាត់គ្នាត្រង់ O ។ បង្ហាញថា $\Delta OAD\sim\Delta COB$ រួចរកផលធ្យៀបដំណូច ព្រមទាំងគណនា OA , OB , OC , OD ។

*ភ្នំពេញ : ថ្ងៃទី ២៣ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ ប្រាក់ កាណូឌី*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ១. បង្ហាញថា $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$ ។

២. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=\frac{5\sqrt[3]{2\sqrt{27}}+2\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{9\sqrt{16}}}$ ។

II. គេឱ្យ a និង b ជាពីរចំនួនមានសញ្ញាដូចគ្នា ។ បង្ហាញថា ក. $a^2+b^2\geq 2ab$ ខ. $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ ។

III. ១. ដាក់ជាផលគុណកត្តា $E=12(x+3)^2-27(x-5)^2$ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ $4x^4-5x^2+1=0$ ។

៣. ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{-x+1}{1+\sqrt{2}}+\frac{x+1}{1-\sqrt{2}}\geq x+4$ ។

៤. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}\frac{x}{a+2}+\frac{y}{a-2}=\frac{1}{a-2}\\ \frac{x}{a+2}-\frac{y}{a-2}=\frac{1}{a+2}\end{cases}$ ។

IV. ១. គណនាបីចំនួន $x$ , $y$ , $z$ ដោយដឹងថាផលបូកវាស្មើនឹង 292 ហើយ x និង y សមាមាត្រនឹងចំនួន 150 និង 90 ហើយ y និង z សមាមាត្រនឹងចំនួន 24 និង 21 ។

២. គេឱ្យកន្សោម $E=(a-1)x^2+2(b^2-4)x+3c-15$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ a , b និង c ដើម្បីឱ្យពហុធា E = 0 ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ x ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}9x-6y-10z=1\\ -6x+4y+7z=0\\ x^2+y^2+z^2=9\end{cases}$ ។

VI. គេឱ្យរង្វង់ C (O , R) អង្កត់ផ្ចិត [AB] ដែលបន្ទាត់ AB កែងនឹងបន្ទាត់ D ត្រង់ H ។(B នៅចន្លោះ O និង H) ។ M $\in$ C (O , R) បន្ទាត់ AM , BM និងបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ M កាត់បន្ទាត់ T រៀងគ្នាត្រង់ D , C និង I ។ បន្ទាត់ AC កាត់រង្វង់ត្រង់ E ។

១. បង្ហាញថា I ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [DC] រួចទាញបញ្ជាក់ថា (IE) ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ C (O , R) ។

២. K ជាចំណុចប្រសព្វរវាង (OI) និង (ME) , J ជាចំណុចប្រសព្វរវាង (ME) និង (AB) ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $OJ\times OH=OI\times OK=R^2$ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់(ME) កាត់តាមចំណុចនឹងមួយកាលណា M រត់លើរង្វង់ (C) ។

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ប្រសិនបើ $a^{2004}bc^{2005}=2^{2004}$ និង $ab^{2004}=2$ ។ គណនាផលគុណ $P=abc$ ។

II. រកពីរតួបន្ទាប់នៃស៊ីតចំនួន 1002 , 2005 , 4011 , ..... , ..... ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ក. $\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{2}{y-2}=\dfrac{3}{z-3}\\ x+2y+3z=56\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{2xy}=8\sqrt{2}\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=4\end{cases}$ ។

IV. គណនាផលបូក S ដោយស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្តទូទៅជាមុនសិនគឺ : $\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}=\ldots$ រួចទើបគណនា :

$S=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ ។

V. គេឱ្យ [AM] ជាមេដ្យានៃត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ។ ហើយមាន AB = 4cm , AC = 5cm ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ AMB និងត្រីកោណ AMC ។

VI. មាន [Sx) , [Sy) និង [Sz) តាមលំដាប់នេះ ដែល $xSy=60^o$ , $ySz=90^o$ ។ ចំណុច A , B និង C នៅលើកន្លះបន្ទាត់ទាំងបីរៀងគ្នា ដោយ SA = SB = SC = a ។

១. គណនា AB , BC និង AC ជាអនុគមន៍នៃ a ។ រួចប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

២. H ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [AC] ។ បង្ហាញថា [SH] កែងនឹងផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ។

បន្ថែម : $xSz=120^o$ ។

*វិ. ប៊ុនរ៉ានី ហាស វត្តភ្នំ. ថ្ងៃទី ១៤ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ ហួត វិទ្ធី*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ : $\frac{\sqrt[4]{125}\times\sqrt{\sqrt[4]{2\sqrt[4]{5}}}}{\sqrt[4]{625}\times\sqrt{10}}$ ។

II. គេឱ្យ $x>y>0$ និង $2x^2+2y^2=5xy$ ។ គណនា $E=\frac{x+y}{x-y}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2=13\\xy=6\end{cases}$ ។

IV. គេឱ្យសមីការ $x^3-(4a+34)x^2+4a(a+2)x-4(a^2-1)=0$ ។

ក. ដោះស្រាយសមីការចំពោះ $a=-\frac{1}{2}$ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការខាងលើឱ្យជាប់អនុគមន៍នៃ a ។

V. ចំការមួយរាងជាចតុកោណកែង។ ក្រឡាផ្ទៃវាស្មើពីរដងនៃផលបូកបណ្តោយ និងទទឹង។ គណនាវិមាត្រចំការ ។

VI. បង្ហាញថា $39^{51}+51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

VII. គណនា $B=101\times10001\times100000001\times...\times1\underbrace{00...00}_{2^n-1\text{ នៅលេខ }0}1$ ។

VIII. គេមានប្រអប់បួនដូចគ្នា និងប៉ុនគ្នា។ ក្នុងប្រអប់ទី១មានឃ្លីស 1 ក្រហម 1 ។ ក្នុងប្រអប់ទី២មានឃ្លីស 2 ក្រហម 3 ក្នុងប្រអប់ទី៣មានឃ្លីស 3 ក្រហម 5 ។ ក្នុងប្រអប់ទី៤មានឃ្លីស 4 ក្រហម 7 ។ គេជ្រើសរើសប្រអប់មួយ រួចគេយកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យ ចេញពីប្រអប់នោះ ។ ប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេរើសយកប្រអប់ទី១ ស្មើនឹង $\frac{1}{10}$ ។ គណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេរើសយកបានឃ្លីពណិស ។

IX. គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត [AD] និងផ្ចិត O ហើយ $AB=2\sqrt{5}$ cm , $BC=2\sqrt{5}$ cm និង $CD=6$cm ។ គណនាកាំរង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណនេះ ។

*ភ្នំពេញ. ថ្ងៃទី ០៥ កុម្ភៈ ២០០៤*

*ដោយ តាំង ទ្រី*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ☙☙ 📖 ❧❧

I. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម : $A=(2005-0)(2005-1)(2005-2)\times...\times(2005-3005)$

$$B=\frac{15\sqrt[3]{2\sqrt{27}}-8\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[4]{9\sqrt[3]{16}}}-\frac{\sqrt[4]{9\sqrt[3]{16}}-5\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}$$ ។

II. ១. គេឱ្យ $1-x^2>0$ ចូរសម្រួលកន្សោម $A(x)=\left(\frac{1+\sqrt{1-x}}{1-x+\sqrt{1-x}}+\frac{1-\sqrt{1+x}}{1+x-\sqrt{1+x}}\right)^2\times\frac{x^2-1}{2}+1$ ។

២. គេឱ្យ $a\geq 1$ ។ បង្ហាញថា $f(a)=\left(1-\frac{4}{1}\right)\left(1-\frac{4}{9}\right)\left(1-\frac{4}{25}\right)\times...\times\left[1-\frac{4}{(2a-1)^2}\right]$ ជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

III. ១. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt[3]{12-x}+\sqrt[3]{14+x}=2$ ។

២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^3+1=2y & (1)\\ y^3+1=2x & (2)\end{cases}$ ។

IV. ១. ត្រីកោណ ABC សមបាតកំពូល A , [AH] ជាកម្ពស់ ។ ត្រីកោណសមបាត ABC មានបរិមាត្រ 32 cm និងមានក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹង 48 $cm^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុង និងកម្ពស់ [AH] នៃត្រីកោណ ABC ។

<u>បញ្ជាក់</u> រង្វាស់ជ្រុង និងកម្ពស់យកតែចំនួនគត់ ។

២. H ជាអតូសង់នៃត្រីកោណ ABC ។

ក. បង្ហាញថា H' ជាចំណុចឆ្លុះនៃ H ធ្យៀបនឹង (BC) ស្ថិតនៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. I , M និង Q ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅរៀងគ្នានៃត្រីកោណ AHB , AHC និង BHC ។

បង្ហាញថា (IM)//(BC) និង (MQ)//(AB) ។

*អនុ ហស បូរី១០០ខ្ពង. ថ្ងៃទី ២៥ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ ជ័យ សំអុន*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គេឱ្យសមភាព $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=(x+y-2z^2)+(y+z-2x^2)+(x+z-2y^2)$ ។
បង្ហាញថា $x=y=z$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2\\ \frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}=4\end{cases}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $2x^2+2x+1=\sqrt{4x+1}$ ។

IV. គេឱ្យកន្សោម $A=(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)+y^4$ ។ បង្ហាញថាកន្សោម A ជាការេប្រាកដ ។

V. គណនាកន្សោម : $B=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+...+\frac{1}{1+2+3+...+100}$ ។

VI. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ទីប្រជុំទម្ងន់ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅ និងអរតូសង់ នៃត្រីកោណមួយ ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា ។

*អនុ ហស បូរី១០០ខ្ពង. ថ្ងៃទី ០១ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ទក់ យូអូន*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. បង្ហាញថា : $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}=\sqrt{3}+1$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3+x}{1997}-\frac{2+x}{1998}-\frac{x+1}{1999}=-3$ ។

III. គេឱ្យបីចំនួន $x$ , $y$ , $z$ សមាមាត្រនឹងចំនួន 5 , 7 , 11 ។

១. គណនាចំនួនទាំងបីកាលណា :

ក. $x-2y+3z=48$ ។

ខ. $x-my+z=72$ , $m$ ជាចំនួនគត់ដែលគេឱ្យ ។ រកតម្លៃនៃ m មិនត្រូវមាន ។

២. ក្នុងលទ្ធផលនៃសំណួរ ១.(ខ) គេចង់ឱ្យ $x$ , $y$ , $z$ ជាចំនួនគតវិជ្ជមាន ។ តើចំនួន 16-7m ត្រូវបំពេញលក្ខខណ្ឌយ៉ាងណា ? តើមានតម្លៃ m ប៉ុន្មានដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌនេះ ?

៣. គេចង់ឱ្យ $|m|$ ជាចំចំនួនគត់ ។ គណនា m (មានចម្លើយច្រើន) និងតម្លៃរបស់ $x$ , $y$ , $z$ ។

IV. គេឱ្យការេ ABCD មានជ្រុងប្រវែង a ។ គេសង់ត្រីកោណសម័ង្ស ដែលមានអង្កត់ផ្នែង [AC] ជាជ្រុង ហើយមានកំពូល E នៅខាង B ។ O ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង [AC] ។

ក. បង្ហាញថាចំណុច E , B , O និង D រត់ត្រង់គ្នា ។

ខ. គណនា BE ជាអនុគមន៍នៃ a ។

គ. បង្ហាញថា $EB\times ED=AB^2$ ។

ឃ. ពី E គេគូសបន្ទាត់ (EP) ប៉ះរង្វង់ចារឹកក្រៅការេត្រង់ P ។ បង្ហាញថា EP = a ។

*ដោយ ហាក់ សម្បត្តិ*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. រកចំនួនដែលមានលេខពីរខ្ទង់ $\overline{ab}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overline{ab}^2-\overline{ba}^2=1980$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-5}{2000}+\frac{x-3}{2002}=\frac{x-2000}{5}+\frac{x-2002}{3}$ ។

III. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង : $A=\frac{-2}{\sqrt[8]{4}+\sqrt[8]{16}+\sqrt[8]{64}+\sqrt[8]{256}}$ ។

IV. គណនាបីចំនួនវិជ្ជមាន $a$ , $b$ , $c$ ដោយដឹងថា $ab=30$ , $ac=40$ , $bc=75$ ។

V. គេមានប្រាក់មួយចំនួនចែកឱ្យមនុស្សបីនាក់ A , B , C ។ ប្រាក់ចំណែក A និង B លើសចំណែក C ចំនួន 500 រ ប្រាក់ចំណែក A និង C លើសចំណែក B ចំនួន 330 រ និង ប្រាក់ចំណែក B និង C លើសចំណែក A ចំនួន 60 រ។

   ១. រកចំនួនប្រាក់ដែលត្រូវចែកឱ្យមនុស្សទាំងបី ។

   ២. គណនាប្រាក់ដែលមនុស្សម្នាក់ត្រូវទទួលបាន ។

VI. ដោះស្រាយសមីការ : $0.\overline{17}\div 2.\overline{3}=x\div 0.\overline{3}$ ។

VII. គេឱ្យការេ ABCD និង M មួយនៅលើ BC ។ (AM) កាត់ (DC) ត្រង់ N ។

   ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}$ ។

VIII. កំណត់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ដោយដឹងថាកម្ពស់ AH និងមេដ្យាន AM ចែក $\angle BAC$ ជាបីចំណែកដែលមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ។

*អនុ. ផ្សារដើមថ្កូវ. ០១ មីនា ២០០៥*

*ដោយ ឆេង គីមតេង*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

ᏍᏍ 🕮 ᏯᏯ

I. សម្រួលកន្សោម $E=\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[3]{625}}}\div\sqrt[3]{2\sqrt{80}}$ ។

II. គេមានពីចំនួន $a>b>0$ បង្ហាញថា គ្រប់ចំនួន $n\in\mathbb{N}^*$ គេបាន $a^n>b^n$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}a\times b=8\\ \sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=3\end{cases}$ ។

IV. ប៊ីងមួយនៅក្នុងអណ្តូងមួយមានជម្រៅ 7m ។ សត្វប៊ីងនេះខំតោងឡើងមកលើ ដែលក្នុងមួយថ្ងៃតោងឡើងបាន 3m តែធ្លាក់ចុះវិញ 1m ។ តើប៉ុន្មានថ្ងៃទើបប៊ីងនេះ ឡើងផុតពីអណ្តូង ?

V. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត COB ដែលមានបាត [OB] និងកម្ពស់ [OA] ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AC^2+OB^2=AB^2+OC^2$ ។

*វិ ហស ជម្ពូវ័ន . ២៨ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ ស្រ៊ុន សារឿន*

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ១. តើចំនួន $A=2^n\times5^{2n+1}$ , $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួនប៉ុន្មាន ?

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $200^{300}$ និង $300^{200}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-4}{2001}+\frac{x-3}{2002}+\frac{x-2}{2003}+\frac{x-1}{2004}=4$ ។

III. ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{-x+1}{1+\sqrt{2}}+\frac{x+1}{1-\sqrt{2}}\geq x+4$ ។

IV. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ ដៅចំណុច $A(-6\,,\,0)\,;\,B(6\,,\,0)$ និង $C(3\,,\,9)$ ។

១. សរសេរសមីការជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ។

២. សរសេរសមីការមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

V. គេឱ្យត្រីកោណកែងសមបាត PMN កែងត្រង់ M ។ ក្នុងមុំ $\angle MNP$ គេគូសកន្លះបន្ទាត់ [Nx) ដែលកាត់ [MP] ត្រង់ D ។ តាមចំណុច P គេគូសបន្ទាត់កែងនឹង [Nx) ត្រង់ E ហើយកន្លះបន្ទាត់នេះកាត់ (MN) ត្រង់ F ។

១. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (FD) កែងនឹង [NP] រួចគណនារង្វាស់មុំ $NFD$ ។

២. បង្ហាញថា M , D , E , F ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ រួចបញ្ជាក់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ ។

៣. បង្ហាញថា $MD=MF$ ។

៤. ក្នុងករណី $MNx=30^o$ និង $NP=a$ ។ គណនា MN និង DM ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

*វិ សាមគ្គី (ភ្នំពេញ) . ២០ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ វ៉ន វណ្ណា*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនាកន្សោម $E=\left(\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}\right)\left(\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}\right)^2$ ។

II. គេឱ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A មានបរិមាត្រ 12cm និងផ្ទៃក្រឡា $6cm^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC នេះ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{x+y}{xy}=1\\ \dfrac{y+z}{yz}=2\\ \dfrac{x+z}{xz}=5\end{cases}$ ។

IV. គេឱ្យកន្សោម $A=\dfrac{x^8+3x^4+4}{x^4+x^2+2}$ ។

១. សម្រួលប្រភាគ A ។

២. រកតម្លៃ x ដែលនាំឱ្យ A = 4 ។

V. គេឱ្យរង្វង់នឹង C(O , R) ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ R និងអង្កត់ផ្ចិត [AB] ។ H ជាចំណុចមួយដែលចែកអង្កត់ [AB] តាមផលធ្យៀប $\dfrac{1}{3}$ ដោយ H នៅចន្លោះ A និង B ហើយ HA < HB ។ គេគូសអង្កត់ផ្ចិត [CD] កែងនឹង [AB] ត្រង់ H ។

១. គណនា HA និង HB ជាអនុគមន៍នៃ R ហើយទាញបញ្ជាក់ថា H ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [OA] ។

២. គណនា CH , CA និង CB ជាអនុគមន៍នៃ R ។

៣. P ជាចំណុចអថេរនៅលើ [CD] ។ បន្ទាត់ (AP) កាត់ C(O , R) ត្រង់ M' ជាចំណោលកែងនៃ M លើ [AB]

ក. រកសំណុំចំណុចនៃផ្ចិតរង្វង់ ចារឹកក្រៅចតុកោណ HPMB កាលណា P រត់លើ [CD] ។

ខ. ប្រៀបធ្យៀបត្រីកោណ AHP ; AMB និង BMM' ហើយទាញរកតម្លៃនៃផលគុណ $AP\times AM$ ជាអនុគមន៍នៃ R ។

៤. គេសន្មត់ថា $PAH=30^o$ ។ ក្នុងករណីនេះគណនា AP , AM និង BM ជាអនុគមន៍នៃ R ។

*អនុវិ. ទួលស្វាយព្រៃ*

# វិញ្ញាសាស្តើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ✍✍ 📖 ☺☺

I. គេឱ្យ $a+b+c=1$ , $a^2+b^2+c^2=1$ និង $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $xy+yz+zx=0$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{1}{(3x+1)(3x+2)}+\frac{1}{(3x+2)(3x+3)}+\frac{1}{(3x+3)(3x+4)}=\frac{2}{3x+4}$ ។

III. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=x^{17}-12x^{16}+12x^{15}-12x^{14}+12x^{13}-...-12x^2+12x-1$ ចំពោះ $x=11$ ។

IV. រកចំនួនគត់ដែលនៅចន្លោះ 40 និង 50 ដោយដឹងថា បើប្តូរលំដាប់លេខ គេបានជួបចំនួនថ្មីមួយទៀត ស្មើនឹង $\frac{32}{23}$ នៃចំនួននោះ ។

V. គេមានត្រីកោណសម័ង្ស ABC និងរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណនេះ មានកាំ R ។ គេភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាល D នៃផ្នែ AC ទៅចំណុចកណ្តាល H នៃជ្រុង [BC] និងបន្លាយ [DH] ឱ្យប្រសព្វរង្វង់ត្រង់ចំណុច M ។

១. ប្រាប់ប្រភេទត្រីកោណ DCH ។

២. គណនា DH ជាអនុគមន៍នៃ R ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $HD\times HM=HC\times HB$ ។

៤. រកតម្លៃ HM និង DH ជាអនុគមន៍នៃ R ។

*វ. សាមគ្គី (ភ្នំពេញ)*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ☙☙ 📖 ❧❧

I. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ ។

II. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-4}{2001}+\frac{x-3}{2002}+\frac{x-2}{2003}+\frac{x-1}{2004}=4$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x+y+z=18\\x+2y+z=1\\x+y+2z=2\end{cases}$ ។

V. តាមចំណុច O នៅក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស ABC គេគូសអង្កត់កែងទៅនឹងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។
បង្ហាញថា ផលបូកចម្ងាយពីចំណុច O ទៅជ្រុងទាំងបី ស្មើនឹងរង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណនោះ ។

VI. គេមានត្រីកោណសម័ង្ស ABC ដែល $AB=AC=BC=a$ និងមាន [AH] ជាកម្ពស់ ។ I ជាចំណុចមួយនៅលើ [AH] ដែល $AI=\frac{AH}{3}$ ។ បន្ទាត់ស្របនឹង [AH] គូសចេញពី C ជួបបន្ទាត់ (BI) ត្រង់ M ។

១. គណនា CM និង MB ជាអនុគមន៍នៃ a ។

២. គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ AHCM ជាអនុគមន៍នៃ a ។

*វិ. សាមគ្គី ថ្ងៃទី ២៥ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ ហាំ សារុន*

# វិញ្ញាសាស្តើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដោះស្រាយសមីការ : ក. $5x^2=3$ ខ. $(2x-3)^2=5x^2$

II. គេឱ្យកន្សោម $A=5x^3-7x^2+2x$ និង $B=2x-2-\left(x^3+5x^2-6x\right)$ ។

ក. ដាក់កន្សោម A និង B ជាផលគុណនៃកត្តា ។

ខ. សម្រួលប្រភាគ $E=\frac{A}{B}$ ។

គ. គណនាតម្លៃលេខនៃ E ចំពោះ $x=\sqrt{2}$ ។

III. កំណត់តម្លៃ m និង n ដើម្បីឱ្យសមីការជាឯលក្ខណៈភាព : $\frac{-1}{x-3}+\frac{m}{x-4}=\frac{n}{(x-3)(x-4)}$ ។

IV. គេឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2y-x=4 & (D)\\ y+2x=7 & (D')\end{cases}$ ។

១. ក. សង់បន្ទាត់ទាំងពីរនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមែតែមួយ ។

ខ. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច M ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

២. សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $P(-2\,,\,5)$ និង $Q(4\,,\,2)$ ។ រួចបង្ហាញថាបន្ទាត់នេះកាត់តាមចំណុច M ដែលរកបានខាងលើ ។

៣. បន្ទាត់ទី១កាត់អ័ក្ស x'x ត្រង់ចំណុច A និងបន្ទាត់ទី២កាត់អ័ក្ស y'y ត្រង់ B ។ សរសេរសមីការ បន្ទាត់ AB ។

៤. បង្ហាញថា AM កែងនឹង BM រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ AMB ។

V. គេមានត្រីកោណកែង ABC ដែល AB = 4cm ; AC = 3cm ។ គេភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នា A' , C' , B' នៃជ្រុង BC , AB , AC ។

១. ប្រៀងធ្យៀបត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ A'B'C' ។

២. ប្រៀបធ្យៀបរង្វាស់កម្ពស់ A'P នៃត្រីកោណ A'B'C' និងកម្ពស់ AQ នៃត្រីកោណ AB'C' ។

គេឱ្យត្រីកោណ ABC មួយ ដែល AB = c , AC = b និង មុំ $A=45^o$ ។ BH ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC ដែល $[BH]\perp[AC]$ ។ គណនា BC ជាអនុគមន៍នៃ b និង c ។

*ដោយ S.B*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ☙☙ 📖 ❧❧

I. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង : $A=\dfrac{20}{3+\sqrt{5}+\sqrt{2+2\sqrt{5}}}$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=-3 \\ x+z=-2 \\ xy+yz+zx=2 \end{cases}$ ។

III. គេឱ្យ $a>b>1$ ។ ចូរប្រៀបធៀប $\dfrac{a-1}{b-1}$ , $\dfrac{a}{b}$ និង $\dfrac{a+1}{b+1}$ ។

IV. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់ជ្រុង a , b , c និងត្រីកោណ A'B'C' មានរង្វាស់ជ្រុង a' , b' , c' ។ ឧបមាថា $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ ចូរបង្ហាញថា $\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'}=\sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}$ ។

V. កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ A របស់ត្រីកោណ ABC កាត់រង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណនេះត្រង់ D ។
ស្រាយបំភ្លឺវិសមីការ $AD>\dfrac{AB+AC}{2}$ ។

*វិ. ព្រះសុីសុវត្ថិ. ថ្ងៃទី ០៥ កុម្ភៈ ២០០៥*

*ដោយ អ៊ឹង គីមហ៊ាង*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $x=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ និង $y=\sqrt{51+10\sqrt{2}}-\sqrt{51-10\sqrt{2}}$ ។

II. គេឱ្យ $M=2\sqrt{40\sqrt{12}}-2\sqrt{\sqrt{75}}-3\sqrt{5\sqrt{48}}$ និង $N=\dfrac{2}{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}-\dfrac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}-\dfrac{3}{\sqrt{7+2\sqrt{10}}}$ ។

បង្ហាញថា M = N ។

III. បង្ហាញថា ក. $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{9999}+\sqrt{10000}}=99$ ។

ខ. $\dfrac{1}{\sqrt{1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{10000}}>100$ ។

IV. ដោះស្រាយសមីការ : ក. $(x+2004)^{2004}-x^{2004}=0$ ។

ខ. $\dfrac{1+x}{x}+\dfrac{2+x}{x}+\dfrac{3+x}{x}+...+\dfrac{2004+x}{x}+\dfrac{2005+x}{x}$ ។

V. ក. សរសេរជាផលគុណកត្តានូវសមភាព : $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c}$ ។

ខ. បង្ហាញថា បើបីចំនួនមិនសូន្យ $a$ , $b$ , $c$ ហើយមានពីរចំនួនផ្ទុយគ្នាយ៉ាងតិច នោះគេបានទំនាក់ទំនង :

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c}$ ។

គ. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $x$ , $y\in\mathbb{N}$ : $\begin{cases} x<y \\ x+y<20 \\ x+\dfrac{2}{3}y=15 \end{cases}$ ។

VI. នៅម៉ោង 6h30mn នារីមួយក្រុមចាប់ផ្តើមស្ទូងស្រូវពីភ្លឺម្ខាងទៅភ្លឺម្ខាងទៀតដែលមានចម្ងាយ 100m ដោយល្បឿន 30m/h ហើយយុវជនមួយក្រុមទៀតចាប់ផ្តើមស្ទូងពីភ្លឺម្ខាងដោយល្បឿន 20m/h ។

ក. តើក្រុមទាំងពីរស្ទូងជួបគ្នានៅម៉ោងប៉ុន្មាន ? ខ. តើក្រុមនីមួយៗស្ទូងបានប្រវែងប៉ុន្មានម៉ែត្រ ?

VII. គេឱ្យការេ OACB ផ្ទៃត I ។ សង់រង្វង់ផ្ទៃត P (P នៅលើ AB) កាត់តាម O កាត់បន្ទាត់ (OA) ត្រង់ M និង (OB) ត្រង់ N ។ ក. ប្រដូចត្រីកោណ CMA , CNB និង CPI ។ គណនា $\dfrac{AM}{PI}$ រួចបង្ហាញថា $(CP)\perp(MN)$ ។

ខ. សង់ C' ដែលជាចុងទី២នៃអង្កត់ [CC'] នៃរង្វង់ (P) បន្ទាត់ទាញពី C' កែងនឹង [OC'] កាត់ [MN] ត្រង់ Q ។ បង្ហាញថា [CC') ពុះមុំ OCQ ។

*វិ. ព្រះស៊ីសុវត្ថិ. ថ្ងៃទី ១៣ មីនា ២០០៥*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដោះស្រាយសមីការ $3^{2+x}+3^{2-x}=30$ ។

II. ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $abc=1$ និង $a^3=36$ នោះគេបាន $\frac{a^2}{3}+b^2+c^2>ab+bc+ca$ ។

III. សម្រួលប្រភាគ $A=\frac{|x-1|+|x|+x}{3x^2-4x+1}$ ដោយ $x<0$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}\frac{x+y}{xyz}=\frac{1}{2}\\ \frac{y+z}{xyz}=\frac{5}{6}\\ \frac{x+z}{xyz}=\frac{2}{3}\end{cases}$ ។

V. ជ្រុងពីរនៃចតុកោណកែង ABCD មានរង្វាស់ 20cm និង 30cm ។ កំណត់ទីតាំងរបស់កំពូលប្រលេឡ្លក្រាម MNPQ ដែលចំណុច M , N , P , Q នៅលើជ្រុងរៀងគ្នា [BC] , [AB] , [AD] , [DC] និង $MB=BN=QD=DP$ ដើម្បីឱ្យផ្ទៃប្រលេឡ្លក្រាមធំបំផុត រួចគណនាផ្ទៃធំបំផុតនោះ ។

VI. ក្នុងត្រីកោណ ABC មេដ្យាន [AA'] , [BB'] និង [CC'] កាត់គ្នាត្រង់ G ។ F ជាចំណុចកណ្តាល [BG] ។ ពី F គេទាញបន្ទាត់ស្របនឹង (AB) ហើយពី G គេទាញបន្ទាត់ស្របនឹង (AC) ហើយបន្ទាត់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ E ។ បង្ហាញថា ចំណុច B', E , C' រត់ត្រង់ជួរ ។

*វិ. ទួលទំពូង. ថ្ងៃទី ០៩ មីនា ២០០៥*

*ដោយ អ៊ុក សាម៉ាណា*

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. $n$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $(n\in\mathbb{N})$ ។ រកចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ ដើម្បីឱ្យពីចំនួន $n+12$ និង $n-77$ ជាការេប្រាកដ ។

II. ក. ប្រៀបធៀប $1+2012^2$ និង $2013^2-2\cdot 2012$ ។

ខ. ដោយមិនប្រើ $2012^2=4048144$ និង $2013^2=4052169$ ចូររកតម្លៃនៃ :

$$A=\sqrt{1+2012^2+\left(\frac{2012}{2013}\right)^2}+\frac{2012}{2013}$$ ។

III. បង្ហាញថា $N=2013\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់ ។

IV. គេឱ្យបីចំនួន $a$ , $b$ , $c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $a^2+2b+1=0$ , $b^2+2c+1=0$ , $c^2+2a+1=0$

ចូរគណនាកន្សោម $F=a^{14}+b^2+c^{2013}+2012$ ។

V. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត [BC] ដែល BC = 5cm ។ គេគូសអង្កត់ធ្នូ [BA] ដែល BA = 3cm ។

ក. គណនារង្វាស់ជ្រុង AC ។

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $\cos^2 ABC+\sin^2 ABC=1$

គ. គេគូសមេដ្យាន [BM] នៃត្រីកោណ ABC ដែលបន្លាយរបស់វា កាត់រង្វង់ផ្ចិត ត្រង់ចំណុច D ។

ពង្ហាញថា $MB\times MD=MA^2$ ។

*អនុ. ស្ដី(ខ). ថ្ងៃទី ២៤ មករា ២០១៣*

*ដោយ អាន សុខគន្ធា*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ☙☙ 📖 ❧❧

I. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2012}+\sqrt{2014}$ និង $2\sqrt{2013}$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx \\ x^{2013}+y^{2013}-z^{2013}=2013^{2013} \end{cases}$ ។

III. គណនាផលបូក $S=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\dfrac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{(n+1)}}$ ។

IV. បង្ហាញថា $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$ ។

V. គេឱ្យ $ax+by+cz=0$ និង $a+b+c=\dfrac{1}{2013}$ ។

ចូរគណនាកន្សោម $A=\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{bc(y-z)^2+ac(x-z)^2+ab(x-z)^2}$ ។

VI. ABC ជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R ។ ហើយ [AH] ជាកម្ពស់ ។ គេសន្មត់ $AH=h_a$ , $AC=b$ , $AB=c$ , $BC=a$ ។ S ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $abc=4RS$ ។

*អនុ. ស្ពឺ(ខ). ថ្ងៃទី ២៤ មករា ២០១៣*

*ដោយ អាន សុខគន្ធា*

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សរសេរកន្សោម A និង B ជាផលគុណកត្តា ៖

$A=a\left(x^2+1\right)+x\left(a^2+1\right)$

$B=\left(2x+3\right)^2-9\left(x-5\right)^2$

II. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេគេឱ្យបីចំណុច $A(1\,,8)$ , $B(-2\,,-1)$ , $C\left(\frac{2}{3}\,,7\right)$ ។ បង្ហាញថាចំណុចទាំងបីរត់ត្រង់គ្នា។

III. គេឱ្យបីចំនួន a , b , c ខុសពីសូន្យ ដែល $a+b+c=1$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។ បំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

IV. រកតម្លៃអតិបរមានៃប្រភាគ $K=\frac{3x^2+14}{x^2+4}$ ។

V. គេឱ្យរង្វង់ពីមានផ្ចិតរួម O ។ តាមចំណុចប្រសព្វ E រវាងអង្កត់ទ្រូង [AC] និង [BD] គូសបន្ទាត់ស្របនឹងបាត ដែលកាត់ជ្រុងទ្រេត [AD] និង [BC] ត្រង់ពីរចំណុច M និង N ។ រកតម្លៃនៃផលធៀប $\frac{ME}{EN}$ ។

VI. ត្រីកោណ ABC មានមេដ្យាន [AM] ។ គេដៅចំណុច E លើជ្រុង [AB] ដែល $BE=2EA$ ។ CE កាត់ [AM] ត្រង់ O។

ក. បង្ហាញថា O កណ្ដាល [AM] ។

ខ. បង្ហាញថា $CE=4OE$ ។

*អនុវិ. ទឹកល្អក់. ថ្ងៃទី ១០ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ លឹម វណ្ណា*

# វិញ្ញាសាស្ទើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សម្រួលកន្សោម ៖ $E=\sqrt{2x^2-y^2+2x\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}}$ ។

II. ដាក់កន្សោម $A=a^2b^2(b-a)+b^2c^2(c-b)-a^2c^2(c-a)$ ជាផលគុណកត្តា ។

III. ពីសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ បង្ហាញថា $\frac{ad+bc}{2ab}=\frac{2cd}{ad+bc}$ ។

IV. គេរៀបសៀវភៅលើថ្នាក់ទូមួយ ដែលមានបណ្តោយ 110 cm ។ សៀវភៅបារាំងនីមួយមានកម្រាស់ 7cm ហើយសៀវភៅខ្មែរនីមួយមានកម្រាស់ 4cm ។ រៀបពេញទូក្តី មិនពេញទូក្តី គេចង់ឱ្យសៀវភៅខ្មែរ និងសៀវភៅបារាំងមានប្រវែងស្មើគ្នាលើថ្នាក់នេះ ។ រកទំនាក់ទំនងសៀវភៅខ្មែរ និងសៀវភៅបារាំង ។

V. ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន H ជាអរតូសង់, O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ, D ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង [BC] , E ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [AC] ហើយ G ជាចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យាន។

   ១) ក. បង្ហាញថា $\Delta ABH$ និង $\Delta DOE$ ដូចគ្នា ។

      ខ. បង្ហាញថា $AH=2DO$ ។

   ២) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta AHG$ និង $\Delta DOG$ ដូចគ្នា ។

   ៣) ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $H$ , $G$ , $O$ រត់ត្រង់គ្នា ។

      ខ. គណនាផលធៀប $GH$ និង $GO$ ។

*វិ. ព្រះស៊ីសុវត្ថិ. ថ្ងៃទី ០៩ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ អ៊ឹង គឹមហ៊ាង*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនា $A=\sqrt{11-6\sqrt{2}}+\sqrt{11+6\sqrt{2}}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $x^4+3x^2-10=0$ ។

III. ស្រាយបំភ្លឺថា $y=\sqrt{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

IV. គេឱ្យ a , b , c ជាបីចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់តំនាក់ទំនងទាំងបីដែលឱ្យខាងក្រោម ៖

$a^2+2b+1=0$ , $b^2+2c+1=0$ , $c^2+2a+1=0$ ។ ចូរគណនាផលបូក $S=a^{2004}+b^{2004}+c^{2004}$ ។

V. រកសមីការបន្ទាត់មួយដែលកាត់តាមគល់ O ហើយដែលមានមុំ $30^o$ ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

*វិ. ព្រះយុគន្ធរ. ថ្ងៃទី ១០ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ ស្រី សុចិត្រា*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ✍✍ 📖 ☺☺

I. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-4}{2001}+\frac{x-3}{2002}+\frac{x-2}{2003}+\frac{x-1}{2004}=4$ ។

II. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ។

III. ១) រកតម្លៃ n ប្រសិនបើ $\frac{3}{2}+\frac{9}{2}+\frac{15}{2}+...+\frac{6n-3}{2}=\frac{75}{2}$ ។

២) គណនា $A=\frac{\left(6+12+18+...+96\right)^2}{\left(12+24+36+...+192\right)^2}$ ។

IV. គណនានាផលបូក $S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ ។

V. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល $\hat{A}=20^o$ ។ ខាងក្នុងមុំ $A\hat{B}C$ គូសកន្លះបន្ទាត់ [Bx) ដែល $C\hat{B}x=20^o$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB^3+BC^3=3AB^2BC$ ។

VI. ក្នុងការេ ABCD គេឱ្យចំណុច O ដែល $O\hat{A}B=O\hat{B}A=15^o$ ។ គណនារង្វាស់មុំ $O\hat{C}D$ ។

*ភ្នំពេញ. ថ្ងៃទី ០៣ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៣*
*ដោយ ហួត វិទ្ធី*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដោះស្រាយសមីការ $(24x-1)(12x-1)(8x-1)(6x-1)=330$ ។

II. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x$ , $y$ ចំនួន $A=(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)+y^4$ ជាការេប្រាកដ។

III. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $7^{2002}+7^{2003}+7^{2004}$ ចែកដាច់នឹង 57 ។

IV. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $2\sqrt[20]{1+\sqrt{5}}<1+\sqrt[20]{6+2\sqrt{5}}$ ។

V. គេឱ្យបន្ទាត់ $(D_1): 2-3x+y=0$ និង $(D_2): 4-m+(1-m)x+my=0$ ។ កំណត់តម្លៃ $m$ ដែលនាំឱ្យ ៖

ក. បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ កាត់គ្នាលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ខ. បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ កែងគ្នា ។

VI. ជ្រុងនៃការេ ABCD មានរង្វាស់ស្មើ 1 ។ នៅលើជ្រុង [AB] និង [AD] ដៅចំណុច E និង F ដែលបរិមាត្រ $\Delta AEF$ ស្មើនឹង 2 ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $E\hat{C}F=45^o$ ។

*វិ. ឫស្សីកែវ. ថ្ងៃទី ០៣ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ ជន សារ៉ាត*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

## ☆☆ 📖 ☆☆

I. ប្រៀបធៀបចំនួនខាងក្រោម ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ៖

ក. $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ និង $\sqrt{21}$ ។

ខ. $2^{2004}\sqrt{3+\sqrt{2}}$ និង $1+{}^{2004}\sqrt{11+\sqrt{72}}$ ។

II. ក. គេឱ្យ $\begin{cases} ax^3=by^3=cz^3 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \end{cases}$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[3]{xa^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$ ។

ខ. គេឱ្យចំនួនគត់ $n\geq 1$ បំភ្លឺថា $\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+...+\frac{1}{n(n+1)}<1$ ។

III. ក. គេឱ្យពីរចំនួនវិជ្ជមាន $x$ , $y$ ដែលមាន $2xy-y=4x^2-2x-1$ ។

គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A={}^{2004}\sqrt{xy}+{}^{2003}\sqrt{y^3}$ ។

ខ. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $f(x)=x^{17}-13x^{16}+13x^{15}-13x^4+...-13x^2+13x-1$ ចំពោះ $x=12$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 15x+9y+z=300 \\ x+y+z=100 \end{cases}$ ( $x$ , $y$ , $z$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន) ។

V. បរិមាត្រនៃប្រលេឡ្យូក្រាម ABCD មានរង្វាស់ស្មើនឹង $48\,\text{cm}^2$ ។ រង្វាស់កម្ពស់ប្រលេឡ្យូក្រាមសមាមាត្រនឹង 5 , 7 ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងប្រលេឡ្យូក្រាម ABCD ។

VI. គេឱ្យចតុកោណកែង ABCD មួយដែលមាន [AB] ជាទទឹង ហើយ E ជាចំណោលកែងនៃ D លើ [AC] ហើយ F និង H ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ [AE] និង [BC] ។ កំណត់ប្រភេទត្រីកោណ DFH ។

*វិ. ទូលទំពូង. ថ្ងៃទី ១០ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ លី ប៊ុនគង់*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ក្នុងតម្រុយអរតូណោមេគេឱ្យសមីការបន្ទាត់ $(D_1): y=-2x+4$ និង $(D_2): y=-\frac{1}{2}x+4$ ។

ក. សង់បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ និងគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ T របស់បន្ទាត់ទាំងពីរ ។

ខ. បន្ទាត់ $(D_1)$ និង $(D_2)$ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ A និង B ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $TO^2=OA\times OB$ ។

គ. តើអ្នកយល់យ៉ាងណាចំពោះរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $TAB$ ។ រួចគណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $TAB$ ។

II. គេឱ្យចតុកោណកែងដែលមានប្រវែងជ្រុង x និង y ។ បរិមាត្ររបស់វាស្មើនឹង 110 m ។ បើគេបន្ថែមលើជ្រុងទីមួយ 5m និងជ្រុងទីពីរ 2m នោះក្រឡាផ្ទៃកើនលើសមុន 150 $m^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយ ។

III. មានចតុកោណញ្ញាយ ABCD កែងត្រង់ A និង D (ដោយ [AB] ជាបាតធំ) ។ ស្រាយបំភ្លឺថាបើរង្វាស់អង្កត់ទ្រូង [AC] ជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងរង្វាស់បាតទាំងពីរ អង្កត់ទ្រូងនេះកែងទៅនឹងជ្រុង [BC] ។

IV. មានរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត [AB] ។ O' ជាចំណុចកណ្តាលនៃផ្នែ AB ។ រង្វង់ផ្ចិត O' កាត់តាម A និង B ។ M និង N ជាចំណុចនៃផ្នែធំរង្វង់ផ្ចិត O'។ (MA) , (MB) ជួប (O) ត្រង់ C និង D ហើយ (NA) , (NB) ជួប (O) ត្រង់ E និង F។ ប្រដូចត្រីកោណ MAD និង NBE ។

*អនុ. សំរោងអណ្តែត. ថ្ងៃទី ០២ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ លឹម សេង*

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ១) គេមានពីរកន្សោម $A=100^2-99^2+98^2-97^2+...-3^2+2^2-1$ និង

$B=100+99+98+97+..+3+2+1$ ។ ចូរប្រៀបធៀបកន្សោម A និង B ។

២) សរសេរ $E=\sqrt[3]{54}+\left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{3}}+\sqrt[3]{-\frac{1}{4}}$ ជាស្ម័យគុណនៃ 2 ។

៣) ដោះស្រាយសមីការ ក. $3x^3+x^2-8x+4=0$ ។

ខ. $\frac{x-1}{2000}+\frac{x-2}{1999}+\frac{x-3}{1998}=3$ ។

៤) បង្ហាញថាផលបូក $39^{51}+51^{39}$ ចែកដាច់នឹងចំនួន 45 ។

II. ប្រអប់មួយមានរាងជាប្រឡេពីរប៉ែតកែង មានវិមាត្រ 18 cm , 24 cm និង 36 cm ។ ចូររកចំនួនគូបដែលមានទ្រនុងធំបំផុត អាចរៀបបំពេញក្នុងប្រអប់នេះបាន ។

III. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេមានចំណុច A(-3 , 2) ; B(9 , 2) និង C(3 , 10) ។

គណនាបរិមាត្រ និងក្រឡាភ្ជៃនៃត្រីកោណ ABC ។

IV. គេមានត្រីកោណសម័ង្ស ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំមានរង្វាស់ស្មើ R ។

គណនាជ្រុងនៃត្រីកោណជាអនុគមន៍នៃ R ។

V. គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយ ដែលអង្កត់ទ្រូងប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។ តាម B គេគូសបន្ទាត់ស្របនឹង [AD] កាត់អង្កត់ទ្រូង [AC] ត្រង់ E និងតាម A គេគូសបន្ទាត់ស្របនឹង [BC] កាត់អង្កត់ទ្រូង [BD] ត្រង់ F ។

១) បង្ហាញថា $OA\times OB=OC\times OF=OD\times OE$ ។

២) បង្ហាញថា $(EF)\|(CD)$ ។

*ឫស្សីកែវ. ថ្ងៃទី ១២ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ លឹម វ៉ី*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ១) ប្រៀបធៀបពីរចំនួន ៖ $\sqrt{1999}+\sqrt{2001}$ និង $2\sqrt{2000}$ ។

២) គណនា $S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+...+\frac{1}{1999\sqrt{1998}+1998\sqrt{1999}}+\frac{1}{2000\sqrt{1999}+1999\sqrt{2000}}$

II. ១) គណនា $A=\sqrt[3]{9+\sqrt{80}}+\sqrt[3]{9-\sqrt{80}}$ ។

២) គណនា $B=A+\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}\times\left(2-\sqrt{3}\right)$ ។

III. ១) កំណត់ a , b ដើម្បីឱ្យពហុធា $x^4+2x^3+ax^2+bx+1$ ជាការេនៃត្រីធាដឺក្រេទី២ ។

២) រកពីរចំនួនគត់ x , y ដែល $x^2-y^2=24$ ។

៣) បើ a , b , c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ។

បង្ហាញថា $ab+bc+cd<a^2+b^2+c^2<2\left(ab+bc+cd\right)$ ។

IV. ១) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x+xy+y=1\\y+yz+z=3\\z+zx+x=7\end{cases}$ ។

២) គេឱ្យបីចំនួន a , b , c ដែល $a+b+c=abc$ ។ បំភ្លឺថា

$a\left(b^2-1\right)\left(c^2-1\right)+b\left(a^2-1\right)\left(c^2-1\right)+c\left(a^2-1\right)\left(b^2-1\right)=4abc$ ។

៣) ក. ដោះស្រាយសមីការ $x^2-\left(2m-3\right)x+m^2-3m=0$ ។

ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យប្រសរ $1<x_1<x_2<6$ ។

V. ១) មានត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A និងកម្ពស់ [AH] , $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ ជារង្វាស់កាំរង្វង់ចារឹក្នុងរៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC , AHB និង AHC ។ បង្ហាញថា $R_1+R_2+R_3=AH$ ។

២) គេឱ្យរង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា (O) និង (O') ហើយកាត់គ្នាត្រង់ A និង B ។ គេគូសអង្កត់ផ្ចិត [AC] និង [AD] នៃរង្វង់ (O) និង (O') , បន្ទាត់ (CA) កាត់រង្វង់ (O') ត្រង់ E ។

ក. បំភ្លឺថា B ជាចំណុចកណ្តាលនៃធ្នូ EBD ។

ខ. បង្ហាញថា $AC\cdot CE=2BE^2$ ។

*វិ. ព្រះស៊ីសុវត្ថ. ថ្ងៃទី ០៧ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ សុិន សុគន្ធ*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. រកពីចំនួន ដែលស្គាល់ផលបូក $S=1+3\sqrt{3}$ និងផលគុណ $P=2\left(3+\sqrt{3}\right)$ ។

II. គេឱ្យប្រភាគ $F=\frac{A}{B}=\frac{2x+4}{x-1}$ ។ កំណត់តម្លៃ x ដែលនាំឱ្យ $A\geq 0$ និង $B<0$ ។

III. សម្រួលប្រភាគ $A=\frac{\left(4x^2-4x+1\right)\left[\left(x-1\right)^2-4\right]}{\left(x^2-6x+9\right)\left[x^2-1+x\left(x+1\right)\right]}$ រួចហើយគណនាតម្លៃ A ចំពោះ $x=\frac{1}{2}$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x+3y-z=4\\4x+2y+3z=1\\6x+y+2z=-7\end{cases}$ ។

V. ក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងមួយនៅដដែល កាលណាគេថែម 2.5 dm លើបណ្តោយ និងដក $\frac{2}{3}$ dm ពីទទឹង ឬកាលណាគេដក 2.5 dm ពីបណ្តោយ និងថែម $\frac{4}{3}$ dm លើទទឹង ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងគិតជា $dm^2$ ។

VI. កាក់មួយមានមុខ A និង B គេបោះបីដង ។ រកប្រូបាបដែលគេបោះបាន ៖

១) AAB តាមលំដាប់នៃអក្សរ ។

២) បានអក្សរ A ពីរដង និង B មួយដង ដោយមិនគិតលំដាប់អក្សរ ។

៣) យ៉ាងតិចបានអក្សរ A មួយ ។

VII. គេឱ្យរង្វង់ C(O , R) មាន [CD] កែងនឹងអង្កត់ផ្ចិត [AB ] ត្រង់ H ។ ចំណុច M របស់ធ្នូ BC តាម M គេគូសបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ ដែលកាត់ (DC) ត្រង់ T ហើយ [CD] ជួប [AH] ត្រង់ I ។

១) បង្ហាញថា [MA) ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle CMD$ ។

២) រកប្រភេទ $\Delta TIM$ ។

៣) ក. ប្រៀបធៀប $\Delta ACM$ និង $\Delta IMD$ ។

ខ. បង្ហាញថា $MA\times MI=MC\times MD$ ។

៤) បង្ហាញថាចតុកោណ HIMB ចារឹកក្នុងរង្វង់ ដែលត្រូវបញ្ជាក់ទីតាំងរបស់ផ្ចិតរបស់វា ។

៥) ក្នុងត្រីកោណកែង AMB មាន $M\hat{A}B"=30^o$ ។ គណនា AH និង MB ជាអនុគមន៍នៃ R ។

*អនុវិ.ពងទឹក. ថ្ងៃទី ..... ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*(មិនស្គាល់អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា)*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. បំភ្លឺថាផកបូក $385a^3+1001b^5$ ចែកដាច់នឹង 77 ។

II. រកតម្លៃអតិបរមានៃប្រភាគ $K=\dfrac{3x^2+14}{x^2+4}$ ។

III. គេឱ្យ a , b , c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$ ។

IV. គេឱ្យ x , y , z ដែល $\begin{cases}x^2+2y+1=0\\y^2+2z+1=0\\z^2+2x+1=0\end{cases}$ ។ គណនា $A=x^{2000}+y^{2000}+z^{2000}$ ។

V. គេឱ្យសមីការ $(4-m)x^2-4x+m=0$ មានឫសពីរគឺ $x_1$ , $x_2$ ។

កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានផលបូកការេនៃឫសស្មើ 10 ។

VI. $G$ ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ $\Delta ABC$ ។ H , K , K' ជាចំណោលកែងរៀងគ្នានៃកំពូល A , B , C លើ $(\Delta)$ ដែលកាត់តាម $G$ ។ បំភ្លឺថា $AH=BK+CK'$ ។

ណែនាំ ៖ សិស្សត្រូវដៅចំណុចកណ្តាល [KK'] , [AG] រួចចំណោលកែង [AG] លើ $(\Delta)$ ។

VII. គេឱ្យរង្វង់ (C) ផ្ចិត C កាំ R ។ I ជាចំណុចមួយដែល $OI=\dfrac{R}{3}$ ។ [MN] ជាអង្កត់ផ្ចិរលជុំវិញ I ។

ក. រកតម្លៃអប្បបរមានៃ [MN] ។

ខ. រកតម្លៃអតិបរមានៃ [MN] ។

គ. J ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [MN] ។ រកសំណុំចំណុចនៃ J កាលណា [MN] វិលជុំវិញ I ។

*វិ ហស ប៊ុនរ៉ានីវត្តភ្នំ. ថ្ងៃទី ២៣ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៤*

*(មិនស្គាល់អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា)*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សម្រួល ៖ ក. $A=\sqrt{4^{x+1}\sqrt{16^x+16^x}}$ ខ. $B=\dfrac{\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{27}}$

គ. $C=\dfrac{2}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$ ឃ. $D=\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}}\times\sqrt[3]{1+\sqrt{3}}$ ។

II. គណនា $x^4+\dfrac{1}{y^4}$ បើ $\left(x+\dfrac{1}{y}\right)^4=1296$ និង $\dfrac{x}{y}=4$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x-12}{77}+\dfrac{x-11}{78}=\dfrac{x-74}{15}+\dfrac{x-73}{16}$ ។

IV. គណនា $A=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

V. ត្រីកោណ ABC និងចំណុច O នៅក្នុងត្រីកោណនេះ ។ គូស $[OD]\perp[BC]$ ត្រង់ $D$ ហើយ $[OE]\perp[AC]$ ត្រង់ $C$ រួចហើយ $[OF]\perp[AB]$ ត្រង់ $F$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $BD^2+CE^2+AF^2=DC^2+AE^2+FB^2$ ។

VI. ត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A មានកម្ពស់ [AH] ដែល H ចោលកែងលើ [AC] ត្រង់ E និងលើ $[AB]$ ត្រង់ D ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\dfrac{AB}{AC}=\sqrt[3]{\dfrac{BD}{EC}}$ ។

*វិហស ប៊ុនរ៉ានីវត្តភ្នំ. គ្មានការបរិច្ឆេទ*

*ដោយ ដែត សូសភ្ជិ*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គេមាន $A=\left(1-3\sqrt{3}\right)\sqrt{26+2\sqrt{26+2\sqrt{28+6\sqrt{3}}}}-1$ និង $B=\sqrt{3}\left(2\sqrt{27}-\sqrt{48}+\sqrt{3}\right)$ ។
បង្ហាញថា A ចែកដាច់នឹង B ។

II. សម្រួលកន្សោម $A=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ ។

III. ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $a$ , $b$ ជាឫសនៃត្រីធា $x^2+px+1$ ហើយ $c$ , $d$ ជាឫសនៃត្រីធា $x^2+qx+1$ ដែលគេមាន $(a-c)(b-c)(a+d)(c+d)=q^2-p^2$ ។

IV. ដោះស្រាយសមីការ $x^3+3ax^2+3\left(a^2-bc\right)x+a^3+b^3+c^3-3abc=0$ ។

V. រង្វង់មួយមានកាំរង្វាស់ $R$ គេគូសខ្សែធ្នូពីរកែងគ្នា [BC] និង [DE] ដែលប្រសព្វគ្នាត្រង់ A ។ ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថា $|AB|^2+|AC|^2+|AD|^2+|AE|^2=4R^2$ ។

VI. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O កាំប្រវែង $a$ ។ [BC] ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ ហើយ $[AB]$ ជាអង្កត់ធ្នូមានប្រវែង $a$ ។

ក. គណនា $|AC|$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ និង គណនារង្វាស់មុំរបស់ត្រីកោណ ABC ។

ខ. D ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ ។ $[CD]$កាត់ $[AO]$ត្រង់ $E$ បន្ទាត់គូសតាម $E$ ហើយស្រប $(AB)$ កាត់ $(AC)$ ត្រង់ $F$ ។ បង្ហាញថា $F$ ចែកអង្កត់ $[AC]$តាមផលធៀប $\frac{1}{2}$ ។ គណនា $|AF|$ និង $|CF|$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។ បង្ហាញថា ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $BFC$ ស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $ABC$ ។

គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(OF)$ ជាខ្សែមេដ្យាទ័រនៃ $[BC]$ ។ $(OF)$ កាត់កន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ត្រង់ $G$ ($G$ និង $A$ នៅលើកន្លះរង្វង់ផ្សេងៗគ្នា) ។ $(AG)$ និង $(BF)$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $H$ ។ តើ $H$ ជាអ្វីចំពោះត្រីកោណ $ABC$ ។

*វិ ឫស្សីកែវ. គ្មានការបរិច្ចេទ*
(មិនស្គាល់អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា)

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. $a$ , $b$ , $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ។ បង្ហាញថា $ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2\le 2(ab+bc+ac)$ ។

II. សម្រួលកន្សោម $A=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ ។

III. ក. គេមាន $x^2+x+1=0$ ។ គណនា $x^{14}+\frac{1}{x^{14}}$ ។

ខ. ឧបមាថា $x^2+x+1=0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x^{1930}+\frac{1}{x^{1930}}=x^{1945}+\frac{1}{x^{1945}}=x^{1987}+\frac{1}{x^{1987}}$ ។

IV. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x+1}{x^2+2x}+\frac{x+6}{x^2+12x+35}=\frac{x+2}{x^2+4x+3}+\frac{x+5}{x^2+10x+24}$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ក. $\begin{cases}x+2y-3z+4v=31\\3x+3y-4z-v=8\\2x-y-5x+3v=13\\2x+2y-z+v=17\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\frac{x}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{v}{5}\\xyz+xyv+yzv+xzv=-20\end{cases}$ ។

VI. គេឱ្យ $[AB]\perp[CD]$ ត្រង់ $O$ ។ លើ $[OB]$ ដៅចំណុច $M$ លើ $[OC]$ ដៅចំណុច $N$ ដែល $\hat{OCM}=\hat{OBD}$ , $\hat{OBN}=\hat{OCA}$ ។ បង្ហាញថា $(AN)\|(DM)$ ។

*អនុ. អូរបែកក្អម . ថ្ងៃទី ០៣ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៣*

*ដោយ ឃុន ពិសិដ្ឋ*

# វិញ្ញាសាស្ដើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=4\\ xy=27\end{cases}$ ។

II. សម្រួលកន្សោម $E=\sqrt{12+6\sqrt{3}}-\sqrt[3]{729}-\sqrt[4]{9}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ រួចបកស្រាយចម្លើយដោយក្រាបតិច ៖

ក. $x^2+2x+1<0$

ខ. $(t-2)^3>0$ ។

IV. ក្នុងថង់មួយមានបិទចំនួន 8 ដើម ដែលមានពណ៌ខ្មៅ និងពណ៌ក្រហម។ គេដឹងថាប្រូបាបដែលចាប់យកបិទមួយដើមពណ៌ខ្មៅគឺ 37.50% ។ តើក្នុងថង់នោះមានបិទខ្មៅប៉ុន្មានដើម និងបិទក្រហមប៉ុន្មានដើម ?

V. ទិន្នន័យចំនួនសិស្ស ដែលមានចំណូលចិត្តខុសៗគ្នាលើមុខវិជ្ជាកាយសម្ព័ន្ធ ត្រូវបានរៀបក្នុងតារាងខាងក្រោម ៖

| ចំណូលចិត្ត | ហែលទឹក | រត់ចម្ងាយ | លោតកម្ពស់ | ឡើងខ្សែពួរ |
|---|---|---|---|---|
| ចំនួនសិស្ស | 230 | 150 | 75 | 300 |

ចូរតាងទិន្នន័យនេះដោយដ្យាក្រាមសសរ ដោយយកលើកន្លះបន្ទាត់ដេក 1 cm តាង 50 នាក់ ។

VI. ក. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច $\begin{cases}y<x+2 & (1)\\ x+2y>-2 & (2)\end{cases}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $I\left(0\,,\frac{1}{2}\right)$ ជាចំណុចកណ្ដាលអង្កត់ $[PQ]$ បើ $P$ និង $Q$ ជាប្រសព្វនៃបន្ទាត់ព្រំដែន តាងវិសមីការ $(1)$ និង $(2)$ ជាមួយអ័ក្ស $(yy')$ ។

VII. គេមានចតុកោណកែង ABCD មួយ ដែល $AB>AD$ ។ បន្ទាត់គូសចេញពី A កែងនឹងអង្កត់ទ្រូង $[BD]$ ត្រង់ H ។ I កណ្ដាល $[BH]$, $J$ កណ្ដាល $[CD]$។ គណនារង្វាស់មុំ $A\hat{I}J$ ។

*ភ្នំពេញ . ថ្ងៃទី ០៦ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៣*
*ដោយ ស្រឿង សុងហៀក*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សម្រួលកន្សោម $A=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

II. គណនាកន្សោម $\dfrac{35\left(27^8+2\cdot 9^{11}\right)}{15\left(81^6-12\cdot 3^{19}\right)}$ ។

III. គេឱ្យ $x>y>0$ និង $2x^2+2y^2=5xy$ ។ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $E=\dfrac{x+y}{x-y}$ ។

IV. គណនា $A=\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{56}+\dfrac{1}{72}+\dfrac{1}{90}$ ។

$B=\dfrac{1}{15}+\dfrac{1}{35}+\dfrac{1}{63}+\dfrac{1}{99}$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{x}{5}=-\dfrac{y}{3}=\dfrac{3}{4}\\ xy+yz+zx=-21\end{cases}$ ។

VI. ចូរបង្កើតសមីការដឺក្រេទី២នៃ $x$ ដោយដឹងឫសទាំងពីរគឺ $\dfrac{1}{10-\sqrt{72}}$ និង $\dfrac{1}{10+6\sqrt{2}}$ ។

VII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មាន $[AM];[BN]$ និង $[CP]$ ជាកម្ពស់ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $[MA];[NB]$ និង $[PC]$ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងនៃត្រីកោណ MNP ។ ( H ជាចំណុចប្រសព្វនៃកំពូលទាំងបី) ។

*អនុវិ. វត្តភ្នំ . ថ្ងៃទី ០៩ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៣*

*ដោយ ឆេង គឹមតេង*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x}=\frac{1}{a+b+x}$ ( $x$ ជាអញ្ញាត , $a+b\neq 0$ ) ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}\\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{13}{36}\end{cases}$ , $\left(x\neq 0\,,\,y\neq 0\right)$ ។

III. ចូរបង្ហាញថា $\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(x-y)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{xy}}{x-y}=1$ , $\left(x>0\,,\,y>0\,,\,x\neq y\right)$ ។

IV. គេឱ្យ $K=\frac{3a^2+14}{a^2+4}$ កំណត់តម្លៃអតិបរមានៃប្រភាគ $K$ ។

V. ចូរបង្ហាញថាផលបូក $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ , $n$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

VI. នៅក្នុងអនុវិទ្យាល័យមួយ សិស្សថ្នាក់ទី 9A មាន 40 នាក់ សិស្សថ្នាក់ទី 9B មាន 36 នាក់។ លោកគ្រូកីឡាចង់រៀបសិស្សនៃថ្នាក់នីមួយៗជាជួរ ដែលលៃយ៉ាងណាឱ្យសិស្ស ក្នុងមួយជួរៗមានចំនួនស្មើគ្នា។ តើលោកគ្រូអាចរៀបសិស្សក្នុងមួយជួរ បានសិស្សច្រើនបំផុតប៉ុន្មាននាក់ ?

VII. គេឱ្យបន្ទាត់មួយ រួចនៅលើបន្ទាត់នេះគេដៅចំណុច A , B , C ដែល AB = 5cm, BC = 12 cm ។ នៅផ្នែកតែម្ខាងនៃ (AC) គូស [Ax) និង [Cy) កែងរៀគ្នាត្រង់ A និង C រួចលើ [Ax) និង [Cy) ដៅចំណុច P និង M ដែល AP = 4cm និង CM = 15cm ភ្ជាប់ឱ្យបាន [BM] និង [BP] ។

   ១) ប្រៀបធៀប $\frac{AP}{AB}$ និង $\frac{BC}{CM}$ ។ ប្រដូចត្រីកោណ $BAP$ និង $MBC$ ។

   ២) បង្ហាញថា $PBM$ ជាត្រីកោណកែង រួចគណនារង្វាស់ជ្រុងវា ។

   ៣) H ជាចំណោលកែងនៃចំណុច B លើ [MP] ។ បង្ហាញថា PABH និង BCMH ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលត្រូវបញ្ជាក់ទីតាំងផ្ចិតរបស់វា ។

   ៤) ចូរស្រាយបំភ្លឺថា AHC ជាត្រីកោណកែង ។

*វិ. ព្រះស៊ីសុវត្ថិ . ថ្ងៃទី ១០ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*
*ដោយ ហ៊ូ គឹមឈឿន*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ✍✍ 📖 ᘐᘐ

I. គេឱ្យ $ab=1$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^5+b^5=\left(a^3+b^3\right)\left(a^2+b^2\right)-(a-b)$ ។

II. គេឱ្យ $x$ , $y$ , $z$ ដែល $\begin{cases} x^2+2y+1=0 \\ y^2+2z+1=0 \\ z^2+2x+1=0 \end{cases}$ ។ គណនាកន្សោម $A=x^{2000}+y^{2000}+z^{2000}$ ។

III. ត្រីកោណ $ABC$ មាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន និង $[AH]$ ជាកម្ពស់។ ស្រាយបំភ្លឺថា $AB^2+AC^2=2AM^2+\dfrac{BC^2}{2}$ ។

IV. គេឱ្យ $0<a<1$ , បើ $x(1+a)=2\sqrt{a}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+1}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-1}}=\sqrt{1-a}\left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}}\right)$$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y-2002}=2003 \\ \sqrt{x-2002}+\sqrt{x+1}=2003 \end{cases}$ ។

VI. ស្រាយបពញ្ជាក់ថា ទីប្រជុំទម្ងន់ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹក្រៅត្រីកោណ និងអរតូសង់នៃត្រកោណមួយ ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា ។

*វិ. ហស ប៊ុនវ៉ានីវត្តភ្នំ . ថ្ងៃទី ២៥ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៤*
*ដោយ ស្រឿង សុងហៀក*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គេមានពីរចំនួន $x$ និង $y$ មានសញ្ញាដូចគ្នា។ បង្ហាញថា ៖ ក. $x^2+y^2\geq 2xy$ ខ. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $x^{2003}+\sqrt{3}x^{2002}=-2x^{2001}$ ។

III. គេឱ្យបីចំនួន $a$ , $b$ , $x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងទាំងបីខាងក្រោម ៖

$a^2-2b+1=0$ , $b^2-2x+1=0$ , $x^2-2a+1=0$ ។ ចូរគណនាផលបូក $S=a^{2003}+b^{2003}+c^{2003}$ ។

IV. $a$ , $b$ ជាពីរចំនួនវិជ្ជមាន ។ ចូរសម្រួលកន្សោម $A=\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{2}\right)\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}\right)^{-1}$ ។

V. គេឱ្យពីចំនួន $a$ និង $b$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $a-b=1$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ៖

$(a+b)\left(a^2+b^2\right)\left(a^4+b^4\right)-\left(a^8-b^8\right)=0$ ។

VI. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{x}{a+2}-\frac{1}{a-2}=-\frac{y}{a-2}\\ \frac{x}{a+2}-\frac{1}{a+2}=\frac{y}{a-2}\end{cases}$ ។

VII. P ជាបរិមាត្រត្រីកោណ ABC ។ $[AA']$, $[BB']$ និង $[CC']$ ជាមេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណនេះ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $2\left(AA'+BB'+CC'\right)<3P$ ។

VIII. មុំ $xoy$ មានរង្វាស់ $120^o$ , $[oz)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $xoy$ ។ M ជាចំណុចមួយនៅលើ $[oz)$ ។ តាម M គេគូសបន្ទាត់មួយកាត់ $[ox)$ និង $[oy)$ រៀងគ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ តាម M គូសបន្ទាត់មួយស្របនឹង $[oy)$ ហើយកាត់ $[ox)$ ត្រង់ $M'$ ។ តាម B គូសបន្ទាត់មួយស្របនឹង $[oz)$ ហើយកាត់បន្លាយ $[ox)$ ត្រង់ $B'$ ។

១) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{AM'}{OA}=\frac{AM}{AB}=\frac{MM'}{OB}$ និង $\frac{OA}{AB'}=\frac{AM}{AB}=\frac{OM}{BB'}$ ។

២) បញ្ជាក់ថា $\frac{1}{OM}=\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}$ ។

*អនុវិ. ជា ស៊ីម ឈូកវ៉ា . ថ្ងៃទី ០៤ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៣*

*ដោយ ជ័យ លី*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

## ✍✍ 📖 ✍✍

I. ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ ខាងក្រោម ៖

១) $3x^2-2x-5=0$ ២) $x^2-2x=-4$

៣) $x^2-0.4x-0.16=0$ ៤) $x^2+7x=-15$ ។

II. ដោះស្រាយវិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម រួចបកស្រាយលើអ័ក្សនៃចំនួន ៖

១) $\frac{2+x}{3}-\frac{3(x-4)}{2}-\frac{1}{4}\geq\frac{3x-7}{6}-\frac{3(5-3x)}{2}$ ២) $\frac{x-5}{2}+\frac{x-3}{4}<\frac{x-1}{3}-\frac{x+2}{6}$

៣) $\begin{cases}3(14x-3)>3x-2\\4(x-4)>3x-14\end{cases}$ ៤) $\begin{cases}6x+\frac{5}{7}>4x+7\\\frac{-8x+3}{2}<-2x+25\end{cases}$ ។

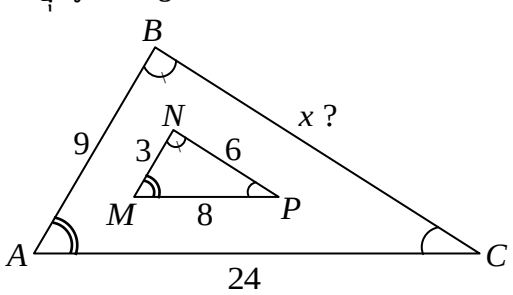
III. សួនច្បារមួយមានរាងជាចតុកោណកែង មានក្រឡាផ្ទៃ $720\ m^2$ ។ បើគេបន្ថែមបណ្តោយ 6 m និងបន្ថយទទឹង 4 m នោះផ្ទៃក្រឡារបស់វាមិនផ្លាស់ប្តូរទេ ។ គណនាបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងនេះ ។

IV. កំពូលនៃត្រីកោណ ABC មួយមានកូអរដោនេរៀងគ្នា (3 , 0) ; (10 , 3) និង (3 , 6) ។

ក. បង្ហាញថា ត្រីកោណនេះ ជាត្រីកោណសមបាត ។

ខ. គណនាបរិមាត្ររបស់ត្រីកោណនេះ ។

V. គណនា $x$ ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ៖




*វ. ហស ជម្លៀន . ថ្ងៃទី ០៤ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៣*

*(មិនស្គាល់អ្នកធ្វើវិញ្ញាសា)*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. គណនាផលបូក $A=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+...+\frac{1}{99\times 100}$ ។

$B=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{899}+\sqrt{900}}$ ។

II. គេឱ្យសមីការ $(x+3)(x+4)(x+4)(x+6)=m$ ។

ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫស ។

ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប ។

គ. ដោះស្រាយសមីការបើ $m=8$ ។

III. គេឱ្យបីចំនួន $x$ , $y$ , $z$ ជាចំនួនគតើរ៉ឺឡាទីបដែល $x+y+z=0$ និង $x^2+y^2+z^2=2$ ។

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x^3+y^3+z^3=3xyz$ ។

ខ. គណនាផលបូក $S=xy+yz+xz$ ។

IV. $[Ox)$ និង $[Ny)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ $MON$ និង $MNO$ របស់ត្រីកោណ $MON$ ។ ពីកំពូល $M$ គេទម្លាក់ចំណោលកែងទៅលើ $[Ox)$ និង $[Ny)$ រៀងគ្នាត្រង់ $A$ និង $B$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(AB)$ ស្របនឹង $[NO]$ ។

V. គេឱ្យចតុកោណាញ្ញាយ ABCD ដែលមានបាតតូច $AB=4$ dm , ជ្រុងទ្រេត $AD=3.5$ dm ជ្រុងទ្រេត $[BC]$ ផ្គុំជាមួយអង្កត់ទ្រូង $[BD]$ បានត្រីកោណ $BCD$ និង $S_{\Delta ABD}=6$ dm$^2$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណាញ្ញាយ ABCD ។

*អនុវិ. ជា ស៊ីម ឈូកវ៉ា . (គ្មានការបរិច្ឆេទ)*

*ដោយ ជ័យ សំអុន*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ $\dfrac{\sqrt[4]{125}\times\sqrt{\sqrt[4]{2\sqrt[4]{5}}}}{\sqrt[4]{625}\times\sqrt{10}}$ ។

II. គេឱ្យ $x>y>0$ និង $2x^2+2y^2=5xy$ ។ គណនា $E=\dfrac{x+y}{x-y}$ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2=13\\xy=6\end{cases}$ ។

IV. គេឱ្យសមីការ $x^3-(4a+34)x^2+4a(a+2)x-4(a^2-1)=0$ ។

ក. ដោះស្រាយសមីការចំពោះ $a=-\dfrac{1}{2}$ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការខាងលើជាប់អនុគមន៍នៃ $a$ ។

V. ចំការមួយមានរាងជាចតុកោណកែង។ ក្រឡាផ្ទៃវាស្មើពីរដងនៃផលបូកបណ្តោយ និងទទឹង ។ គណនាវិមាត្រចំការ ។

VI. បង្ហាញថា $39^{51}+51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

VII. គណនា $B=101\times10001\times1000001\times...\times1\underbrace{00...00}_{2^n-1\text{ លេខ }0}1$ ។

VIII. គេមានប្រអប់បួនដូចគ្នា និងប៉ុនគ្នា។ ក្នុងប្រអប់ទីមួយ មានឃ្លីស 1 និងឃ្លីក្រហម 1 ក្នុងប្រអប់ទីពីរមាន ឃ្លីស 2 និង ឃ្លីក្រហម 3 ក្នុងប្រអប់ទីបីមាន ឃ្លីស 3 និង ឃ្លីក្រហម 5 ក្នុងប្រអប់ទីបួនមាន ឃ្លីស 4 និង ឃ្លីក្រហម 7 ។ គេជ្រើសរើសយកប្រអប់មួយ រួចគេយកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នេះ។ ប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេរើសយកប្រអប់ទីមួយស្មើនឹង $\dfrac{1}{10}$ ។ គណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យគេរើសបានឃ្លីស ។

IX. គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត $[AD]$ និងផ្ចិត O ហើយ $AB=2\sqrt{5}$ cm , $BC=2\sqrt{5}$ cm និង $CD=6$ cm ។ គណនាកាំរង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណនេះ ។

*វិ. ហស ប៊ុនរ៉ានីវត្តភ្នំ . ថ្ងៃទី ២៥ ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០០៤*
*ដោយ ស្រឿង សុងហៀក*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ✍✍ 📖 ✍✍

I. គណនា $A=\dfrac{\sqrt[4]{5^3}\times\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[2]{5^{11}}}$ ។

II. សម្រួល $B=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ ៖ ក. $\left(x^2-7x\right)^2=2\left(x^2-7x\right)+48$

ខ. $\dfrac{1}{(3x+1)(3x+2)}+\dfrac{1}{(3x+2)(3x+3)}+\dfrac{1}{(3x+3)(3x+4)}=\dfrac{2}{3x+4}$ ។

IV. ប្រៀបធៀប $\sqrt{2\sqrt{\dfrac{2}{5}}+\dfrac{19}{15}}$ និង $\sqrt{\dfrac{2}{3}}+\sqrt{\dfrac{3}{5}}$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x+2y=3xy\\ y+6x=4xy\end{cases}$ ។

VI. រកតម្លៃអតិបរមានៃប្រភាគ $K=\dfrac{3x^2+14}{x^2+4}$ ។

VII. គេមានត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល A ដោយដឹងថា $\hat{A}=2\hat{B}$ ។ គណនារង្វាស់មុំនីមួយៗ ។

VIII. ត្រីកោណសម័ង្ស ABC និងរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណមានកាំ $R$ ។ គេភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាល D នៃផ្នែ AC ទៅចំណុចកណ្តាល H នៃជ្រុង [BC] និងបន្លាយ [DH] ឱ្យប្រសព្វរង្វង់ត្រង់ចំណុច M ។

ក. ប្រាប់ឈ្មោះត្រីកោណ $DCH$ ។

ខ. គណនា DH ជាអនុគមន៍នៃ R ។

គ. ស្រាយបំភ្លឺថា $HD\times HM=HC\times HB$ ។

*វិ. សាមគ្គី. ថ្ងៃទី ១២ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ ជួន សុខន*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

## ☙☙ 📖 ❧❧

I. គណនាកន្សោម $A=2\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}\right)^{-1}+3\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)^{-1}$ ។

$$B=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)}$$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ $4^x\times16^{3x-1}=8$ ។

III. គេឱ្យសមីការ $mx^2-(m+n-1)x-2m+n+8=0$ ។ គណនា $m$ និង $n$ បើផលបូកឫស $S=4$ និងផលគុណឫស $P=2$ ។

IV. គេមានបីចំនួនវិជ្ជមាន $a$ , $b$ , $c$ ដោយដឹងថា $a$ និង $b$ សមាមាត្រនឹងចំនួន 50 និង 70 ហើយ $b$ និង $c$ សមាមាត្រនឹងចំនួន 7 និង 9 ។ គណនាចំនួន $a$ , $b$ , $c$ បើដឹងថា $a-2b+3c=90$ ។

V. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC មានកំពូល $\hat{B}=20^o$ ។ នៅលើជ្រុង [AB] គេដៅចំណុច M មួយដែល $BM=AC$ ។ គណនារង្វាស់មុំ $A\hat{M}C$ ។

VI. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត [AB] មានកាំប្រវែង $R$ ។ ខ្សែរមេដ្យាទ័រ $(d)$ នៃកាំ [OB] ត្រង់ I ។ M ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់ បន្ទាត់ (AM) និង (BM) ជួប $(d)$ ត្រង់ N និង P ។

ក. បង្ហាញថា $\Delta ANI$ និង $\Delta PBI$ ជាត្រីកោណដូចគ្នា រួចបង្ហាញថា $IN\times IP=IA\times IB=\frac{3}{4}R^2$ ។

ខ. ស្រាយថា A , I , P , M នៅលើរង្វង់តែមួយ រួចបញ្ជាក់ផ្ចិតរបស់វាផង ។

គ. ស្រាយថា $(BN)\perp(AP)$ ។

*វ. ព្រះយុគន្ធរ.*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. បង្ហាញថា $2002^{2003}-2002^{1979}$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

II. គេឱ្យពីចំនួនគត់វិជ្ជមាន a , 36 ដែល a < 36 ។ រក a បើដឹងថា $PPCM(a\,,\,36)=72$ និង $PGCD(a,\,36)=12$ ។

III. បើ $a+b+c=1$ បំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$ ។

IV. ដោះស្រាយសមីការ និងប្រព័ន្ធសមីការ ៖ ក. $\left(x^2+x+3\right)\left(x^2+x\right)=4$ ។

ខ. $\begin{cases}x+y^2=2\\x^2+y=2\end{cases}$ , $(x>0\,;\,y>0$ និង $x+y\neq 1)$ ។

V. សរសេរសមីការមេដ្យានទ័រនៃ [AB] ដោយ $A(2\,,\,3)\;;\;B(4\,,\,4)$ ។

VI. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 2 ពណ៌លឿង 4 និងពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់ឃ្លីពីរ ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាប ដែលចាប់បានឃ្លីពីរមិនមែនពណ៌ខៀវ ។

VII. មនុស្សមួយក្រុមរៀបចំជិះឡានមួយ។ បើមនុស្សម្នាក់អង្គុយកៅអីមួយ នោះសល់មនុស្ស 4 នាក់ គ្មានកន្លែងអង្គុយ ។ បើកៅអីមួយអង្គុយ 2 នាក់ នោះសល់កៅអី 4 គ្មានមនុស្សអង្គុយ។ រកចំនួនមនុស្សមួយក្រុមនោះ ។

VIII. រង្វង់មួយមានកាំ R ចារឹកក្នុងត្រីកោណកែង ABC មានអ៊ីប៉ូតេនុស $BC=20$ cm ។
គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC ជាអនុគមន៍នៃ R ។

IX. ត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។ តាម B គូសបន្ទាត់មួយកែងនឹង (OA) កាត់រង្វង់ត្រង់ M និង (AC) ត្រង់ N។ បញ្ជាក់ប្រភេទត្រីកោណ ABM រួចប្រដូច $\Delta ABC$ និង $\Delta ABN$ ។

X. ក្នុងត្រីកោណ ABC មានកម្ពស់ [AK] និង [BD] កាត់គ្នាត្រង់ H ។ តាមផ្ចិត O នៃរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC ទម្លាក់ចំណោលកែងលើ [AC] ត្រង់ E និង លើ [BC] ត្រង់ F ។

ក. បំភ្លឺថា $AH=2OF$ ។

ខ. G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ ABC ។ បង្ហាញថា H , G , O រត់ត្រង់ជួរ ។

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ពីរចំនួនសនិទានខុសគ្នា a និង b គេមាន $a^2+b^2>2ab$ ។

ខ. អនុវត្តន៍វិសមភាពខាងលើ បង្ហាញថា $\frac{(1999)^2+(2001)^2}{2}>3999999$ ។

II. ក. បំភ្លឺថា ចំពោះគ្រប់តម្លៃ a និង b មានតម្លៃវិជ្ជមានឬសូន្យ ។

ខ. គេមាន $x^2+x+1=0$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x^{14}+\frac{1}{x^{14}}=-1$ ។

III. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $(a+b+c+d)(a-b-c+d)=(a-b+c-d)(a+b-c-d)$ នោះគេបាន $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ ។

ខ. សម្រួលកន្សោម $C=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-2\right)\sqrt{\sqrt{3}+2}$ ។

IV. ក. គណនា $A=(a+b+c)^2-(-a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b+c)^2$ ។

ខ. គេឱ្យ $a+b+c=0$ ។ បង្ហាញថា $\frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}=0$ ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2+xy=37 \quad (1)\\ x^2+z^2+xz=28 \quad (2)\\ y^2+z^2+yz=19 \quad (3)\end{cases}$ ។

VI. ដោះស្រាយសមីការ ៖

ក. $\left(1-\sqrt{2}\right)x^2-2\left(1+\sqrt{2}\right)x+1+3\sqrt{2}=0$ ។

ខ. $\frac{x}{ab}+\frac{x}{bc}+\frac{x}{ac}-1=abc-x(a+b+c)$ ។

គ. $\frac{x}{(a-b)(a-c)}+\frac{x}{(b-a)(b-c)}+\frac{x}{(c-a)(c-b)}=2$ ។

VII. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O កាំប្រវែង a ។ [BC] ជាអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់ ហើយ [AB] ជាអង្កត់ផ្នូរដែលមានប្រវែង a ។

ក. គណនា AC ជាអនុគមន៍នៃ a និងគណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. D ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [AB] ។ [CD] កាត់ [AO] ត្រង់ E បន្ទាត់គូសតាម E ហើយស្របនឹង (AB) កាត់ (AC) ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា F ចែកអង្កត់ [AC] តាមផលធៀប $\frac{1}{2}$ ។ គណនា AF និង CF ជាអនុគមន៍នៃ a ។ បង្ហាញថា ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ BFC ស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

គ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (OF) ជាខ្សែរមេដ្យាទ័រនៃ [BC] ។ (OF) កាត់តាមកន្លះរង្វង់ [BC] ត្រង់ G ( G និង A នៅលើកន្លះរង្វង់ផ្សេងគ្នា) ។ (AG) និង (BF) ប្រសព្វគ្នាត្រង់ H ។ តើ H ជាអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABC ?

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ក. គណនាកន្សោម $A=\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)+\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{5}\right)^2-\left(3\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$ ។

ខ. សម្រួលប្រភាគ $F=\dfrac{(2a+2b)^2+(2a-2b)^2-(3a+b)(3a-b)}{9b^2+6ab+a^2}$ និង $E=\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3\left(\dfrac{\sqrt[3]{2}-1}{3}\right)}$ ។

II. គេឱ្យបីចំនួនវិជ្ជមាន $a$ , $b$ , $c$ ដែល $ab+bc+ca=0$ ។ បំភ្លឺថា $(a+b)(b+c)(c+a)+abc=0$ ។

III. គេឱ្យបីចំនួន $a$ , $b$ , $c$ ដែល $a+b+c=0$ និង $abc\neq 0$ ។

គណនា $E=\dfrac{5}{b^2-a^2+c^2}-\dfrac{5}{b^2-a^2-c^2}+\dfrac{5}{a^2+b^2-c^2}$ ។

IV. ក. បំភ្លឺថា បើចំនួន $a$ , $b$ , $c$ , $d$ ផ្សំបានជាសមាមាត្រ នោះចំនួន $a^n$ , $b^n$ , $c^n$ , $d^n$ ផ្សំបានជាសមាមាត្រដែរ ( n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ) ។

ខ. គេឱ្យចំនួន $a$ , $b$ , $c$ សមាមាត្រនឹងចំនួន $a'$ , $b'$ , $c'$ ។

បំភ្លឺថា $\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a'^2+b'^2+c'^2\right)=\left(aa'+bb'+cc'\right)^2$ ។

V. ក. គេឱ្យបីចំនួនខុសពីសូន្យគឺ $a$ , $b$ , $c$ ដែល $a+b+c=1$ និង $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=0$ ។ បំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

ខ. គេឱ្យបីចំនួន $a$ , $b$ , $c$ ដែល $a+b+c=1$ និង $ab+bc+ca=0$ ។ គណនា $K=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2003}$ ។

VI. កំពូលបីនៃត្រីកោណមួយ មានកូអរដោនេរៀងគ្នា $A(-6\,,-3)$ ; $B(-2\,,5)$ ; $C(4\,,-8)$ ។

ក. កំណត់សមីការរបស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ ។

ខ. កំណត់សមីការកម្ពស់គូសចេញពីចំណុច A ។

គ. រកប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

VII. ក. គេឱ្យ $ax+by=0$ ។ បង្ហាញថា $\dfrac{a^2}{a^2+b^2}+\dfrac{x^2}{x^2+y^2}=1$ ។

ខ. គណនា $\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(x-y)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}+\dfrac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\dfrac{\sqrt{xy}}{x-y}$ ដែល $x$ , $y$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន និង $x\neq 0$ ។

VIII. គេឱ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ $A$ ដែលមាន [AH] ជាកម្ពស់។ E និង D ជាចំណោលកែងនៃ H លើ [AB] និង [AC] ។ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [BC] ។

ក. បង្ហាញថា $[ED]\perp[AM]$ ។

ខ. K ជាប្រសព្វនៃ [AM] និង [HD] ។ បង្ហាញថា $[BK]\|[ED]$ រួចបង្ហាញថា BEDK ជាប្រលេឡ្រូក្រាម ។

គ. បន្ទាត់មួយកាត់តាម M ស្របនឹង [EH] វាកាត់ [AB] ត្រង់ L ។ បង្ហាញថា $(ML)\cap(AH)$ នៅលើ [BK] ។

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

### ๛๛ 📖 ๛๛

I. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង $M=\dfrac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ ។

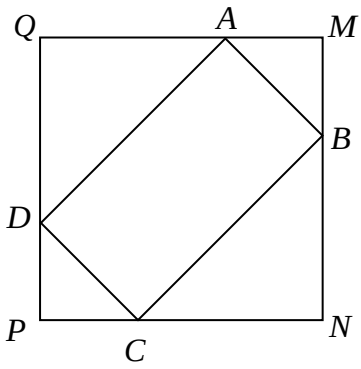
II. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ $\dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $\left(2^{18}-2^{17}\right)\left(2^{15}-2^{14}\right)=2^x$ ។

IV. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=4 & (1) \\ xy-z^2+6z=13 & (2) \end{cases}$ ។

V. គណនានៃផលគុណ $P=\left(\dfrac{1}{a+b+c}\right)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\left(\dfrac{1}{ab+bc+ac}\right)\left(\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{ac}+\dfrac{1}{bc}\right)$ ហើយ $abc=10$ ។

VI. គេឱ្យការេ MNPQ មួយ ដែលមានក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹង $9x^2$ ហើយ ABCD ជាចតុកោណកែងដែលមាន $\dfrac{AM}{AQ}=\dfrac{BM}{BN}=\dfrac{CP}{CN}=\dfrac{DP}{DQ}=\dfrac{1}{2}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង ABCD ?




*វិ. ព្រះយុគន្ធរ ថ្ងៃទី ០៥ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*
*ដោយ វិច្ឆិកា*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃបីកត្តា $A=ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$ ។

II. បង្ហាញថាបីចំណុច $A(2\,,\,2)\,;\,B(-3\,,\,-3)\,;\,C(6\,,\,6)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{4}\\ xy+yz+zx=-21\end{cases}$ ។

IV. គេឱ្យបីចំណុច $A\,,\,B\,,\,C$ តាមលំដាប់នេះលើបន្ទាត់មួយ ដោយ $AB=1$ និង $BC=x$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ នោះគេបាន $\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{AC}{BC}$ ។

V. ឫស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ 10 m ត្រូវខ្យល់វាយឱ្យបាក់ត្រង់ចំណុច M មួយ ហើយចុងឫស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ 3 m ពីគល់ឫស្សី។ គណនាប្រវែងពីគល់ឫស្សីទៅចំណុចដែលបាក់ ។

VI. គេឱ្យ $AB=9\text{cm}$ ។ កំណត់ចំណុច C និង D ដែកផលធៀបអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\dfrac{5}{2}$ ។

VII. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចូ [AB] និង [CD] (AB > CD) កាត់គ្នាត្រង់ P នៅក្រៅរង្វង់មួយ ។ H និង K ជាចំណុចកណ្តាលនៃ [AB] និង [CD] ។

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំណុចកណ្តាល I នៃ [OP] មានចម្ងាយស្មើទៅនឹងចំណុច O , K , P , H ។

ខ. ប្រៀបធៀប $\widehat{HPO}$ និង $\widehat{KPO}$ ។

គ. ប្រៀបធៀប PH និង PK ។

*ដោយ ហាស់ សម្បត្តិ*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ៖ ក. $2\sqrt[20]{1+\sqrt{5}}<1+\sqrt[20]{6+2\sqrt{5}}$ ខ. $\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3}}+\sqrt[3]{3-\sqrt[3]{3}}<2\sqrt[3]{3}$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖ ក. $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2\\ \dfrac{2}{xy}-\dfrac{1}{z^2}=4\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}x+xy+y=2+3\sqrt{2}\\ x^2+y^2=6\end{cases}$ ។

III. ឧបមាថា សមីការ $x^2+px+1=0$ មានឫស $a$ , $b$ និង $x^2+qx+2=0$ មានឫស $b$ , $c$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ $(b-a)(b-c)=pq-6$ ។

IV. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ មានសិស្សប្រុស 10 នាក់ និងសិស្សស្រី 20 នាក់ ។ កម្ពស់មធ្យមនៃសិស្សប្រុស 1.70 m និងកម្ពស់មធ្យមនៃសិស្សស្រី 1.61 m ។ រកកម្ពស់មធ្យមនៃសិស្សទាំងអស់នៅក្នុងថ្នាក់ ។

V. ABCD ជាចតុកោណប៉ោងដែល $[AC]\perp[BD]$ , $AC=20a$ , $BD=12a$ ។ យក M ជាចំណុចនៅលើ [AB] , $N\in[BC]$ , $P\in[AD]$ ដែល $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{2}$ , $\dfrac{BN}{BC}=\dfrac{2}{3}$ , $\dfrac{AP}{AD}=\dfrac{3}{4}$ ។
គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃពហុកោណ MBNP បើ $S_{ABD}=2S_{BCD}$ ។

*ដោយ ង៉ែត ចាន់សុខ*

# វិញ្ញាសាស្នើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង

ᏍᏍ 📖 ᏯᏯ

I. ក. គណនា $A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ ។

ខ. $\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$ ។

គ. សម្រួលរ៉ាឌីកាល់ $\dfrac{\sqrt{a-b}+\dfrac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$ , $(a>b>0)$ ។

ឃ. គណនា $B=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}}$ ។

II. គេឱ្យសមីការដឺក្រេទី២ ៖ $ax^2+2bx+c=0$ មានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta_1$

$bx^2+2cx+a=0$ មានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta_2$

$cx^2+2ax+b=0$ មានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta_3$ ។ ចូរគណនាផលបូក $(\Delta_1+\Delta_2+\Delta_3)$ រួចបង្ហាញថា យ៉ាងតិចណាស់ក៏មានសមីការមួយ ក្នុងចំណោមសមីការទាំងបី មានឫស ។

III. គេឱ្យបីចំនួន $a$ , $b$ , $c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $abc=1$ ។ គណនា $S=\dfrac{1}{1+a+ab}+\dfrac{1}{1+b+bc}+\dfrac{1}{1+c+ca}$ ។

IV. បង្ហាញថា ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ មានប្រវែងខ្លីជាងកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណនោះ ។

V. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O មានអង្កត់ផ្ចិត [AB]។ គូសបន្ទាត់ប៉ះ $(xy)$ ទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ A ។ C ជាចំណុចមួយចល័តលើកន្លះរង្វង់ខ័ណ្ឌដោយ [AB] ។ D និង E ជាចំណោលកែងនៃចំណុច C លើ [AB] និង $(xy)$ ។ M ជាចំនុចកណ្តាលនៃ [DE] ។

ក. បញ្ជាក់ប្រភេទត្រីកោណ AMO ។

ខ. កំណត់សំណុំចំណុច M កាលណា C ចល័តនៅលើរង្វង់ ។

គ. គូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ C ។ បន្ទាត់នេះកាត់ $(xy)$ ត្រង់ F ។

បង្ហាញថា [CA) ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle OCE$ ។

ឃ. បង្ហាញថា ត្រីកោណ AME និងត្រីកោណ AFC ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

*វិ. ឥន្ទ្រទេវី. ថ្ងៃទី ០២ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៤*

*ដោយ ឈាង ភិរុណ*

# វិញ្ញាសាស្មើ ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ៣ ម៉ោង



I. សរសេរជាផលគុណកត្តា $M=a^2+b^2+2ab-1$ $N=-a^2-b^2+1+2ab$

$P=4a^2b^2-\left(a^2+b^2-1\right)^2$ រួចប្រៀបធៀប $M$ និង $\frac{P}{N}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ ៖ ក. $\frac{4-3x}{3x+2}-3=\frac{6}{3x+2}-\frac{12x+1}{3(x-5)}$ ។

ខ. $x-\sqrt{x+2}=4$

គ. $x^4+4x^2-32=0$ ។

III. គេឱ្យបីចំនួនខុសពីសូន្យ $a$ , $b$ , $c$ ដែល $x+y+z=1$ និង $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$ ។ បង្ហាញថា $x^2+y^2+z^2=1$ ។

IV. គេមានត្រីកោណ MNP ដូចនឹងត្រីកោណ M'N'P' ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ MI និង M'I' នៃត្រីកោណទាំងពីរ។ បង្ហាញថា ផលធៀបជ្រុងត្រូវគ្នា $\frac{MI}{M'I'}$ ។

V. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R និងបន្ទាត់ $(D)$ នៅក្រៅរង្វង់នេះ ។ តាមចំណុច A នៃ $(D)$ គេសង់បន្ទាត់ប៉ះ (AB) និង (AC) ទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ B និង C ។ គូសអង្កត់ OE កែងនឹង $(D)$ ត្រង់ E ហើយអង្កត់ធ្នូ BC កាត់ OE និងអង្កត់ OA រៀងគ្នាត្រង់ចំណុច I និងចំណុច H ។

ក. បង្ហាញថា $\Delta OIH$ និង $\Delta OEA$ ដូចគ្នា រួច $OE\times OI=OH\times OA$ ។

ខ. បង្ហាញថា $OB^2=OA\times OH$

*អនុវិ. ទឹកល្អក់. ថ្ងៃទី ០៥ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០០៣*

*ដោយ ហួត ស៊ីណន*

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩
## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំស្រុកបាភ្នំ ខេត្តព្រៃវែង ២០១២-២០១៣
## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $5^{2013}+5^{2014}+5^{2015}$ ចែកដាច់នឹង 31 ។

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ផលគុណបួនចំនួនគត់តគ្នា បន្ថែមនឹងមួយជាការេប្រកដ ។

គ. បង្ហាញថាត្រីកោណដែលមានរង្វាស់មុំ $\alpha$ , $2\alpha$ និង $3\alpha$ ជាត្រីកោណកែង ។

II. ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ និង $\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$ ។

ខ. គណនា $A=\sqrt{2012\times 2013+\sqrt{2013}+\sqrt{2013\times 2014-4026\sqrt{2013}}}$ ។

គ. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃ $N=\dfrac{6+4\sqrt{3}+2\sqrt{5}+\sqrt{15}}{2+3\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ ។

III. គេឱ្យ $a$ , $b$ និង $c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases}a+b+c=0\\ ab+bc+ca=0\end{cases}$ ។

ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម $(a-1)^{14}+b^2+(c+1)^{2013}+2011$ ។

IV. ក. ប្រៀបធៀប $1+2012^2$ និង $2013^2-2\cdot 2012$ ។

ខ. ដោយមិនប្រើ $2012^2=4048144$ និង $2013^2=4052169$

ចូរគណនា $A=\sqrt{1+2012^2+\left(\dfrac{2012}{2013}\right)^2}+\dfrac{2012}{2013}$ ។

V. គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ ។ បង្ហាញថា $AC\times BD=AB\times CD+AD\times BC$ ។

VI. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O$ កាំ $R$ គេគូសអង្កត់ផ្ចូ $AB$ ដែល $AB=R$ រួចគូសអង្កត់ផ្ចូ $AC$ ដែល $B\hat{A}C=45^o$ ។

ក. គណនារង្វាស់មុំ $A\hat{C}B$ និង $A\hat{B}C$ ។

ខ. គណនា $BC$ និង $AC$ ជាអនុគមន៍នៃ $R$ ។

(គេឱ្យ $\cos 45^o=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ , $\cos 30^o=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$)

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩
## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំស្រុកមេសាង ខេត្តព្រៃវែង ២០១២-២០១៣
## វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. គណនា ៖ $M=\sqrt{22-\sqrt{288}}$ , $N=\dfrac{5\sqrt[3]{2\sqrt{27}}+2\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[4]{9\sqrt[3]{16}}}$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖ ក. $\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=2\\ \dfrac{3}{x+y}+\dfrac{4}{x-y}=7\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{4}\\ xy+yz+zx=-21\end{cases}$ ។

III. បង្ហាញថា $A=2012\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់ ។

IV. ក. គេឱ្យ $\dfrac{2a-3b}{3}=\dfrac{3b-4a}{2}$ ។ ចូរគណនា $\dfrac{a^2}{b^2}$ ។

ខ. គេឱ្យ $P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ ចំពោះតម្លៃ $x$ ណាខ្លះដែល $P$ មានតម្លៃអប្បរមា? រកតម្លៃអប្បរមានោះ។

V. ១. គេឱ្យចតុកោណាឆ្ពាយ $ABCD$ កែងត្រង់ $A$ និង $D$ ( $[AB]$ ជាបាតធំ)។
បង្ហាញថា បើ $AC$ ជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងបាតទាំងពីរ នោះ $[AC]\perp[BC]$ ។

២. គេឱ្យ $\Delta ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ។ តាម $B$ គូសបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ ហើយកាត់បន្លាយ $[AC]$ ត្រង់ $P$ ។

ក. ប្រៀបធៀប $\Delta PBA$ និង $\Delta PBC$ ។

ខ. ស្រាយថា $PB^2=PA\times PC$ ។

គ. ស្រាយថា $\dfrac{BA^2}{BC^2}=\dfrac{PA}{PC}$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩
## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែឆ្នាំជាតិ ២០១២-២០១៣
## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (២០ ពិន្ទុ) 1) គណនា $A=2013^3-2013\cdot 2014\cdot 2012$

2) គណនា $B=-1-2-2+4+5+6-7-8-9+...+2014+2015+2016$

3) គណនាតម្លៃនៃ $x$ បើ $x^x=2013^{2013^{2014}}$

4) បើ $4^{4^4}=\sqrt[128]{2^{2^{2^n}}}$ ។ រកតម្លៃនៃ $n$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) 1) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $9^{2009}+9^{2010}+9^{2011}+9^{2012}+9^{2013}$ ចែកដាច់នឹង 11 ។

2) រកតម្លៃ $a,b$ និង $c$ ចំពោះ $a\le b\le c$ ដែល $a+b+c=-1$; $ab+bc+ac=-4$ និង $abc=-2$ ។

III. (១០ ពិន្ទុ) ប្រៀបធៀបចំនួន $A=\dfrac{2013^{1111}+1}{2013^{2222}+1}$ និង $B=\dfrac{2013^{2222}+1}{2013^{3333}+1}$ ។

IV. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$ ។ គណនា $S=\left(8+\dfrac{a}{b}\right)^{13}\times\left(8+\dfrac{b}{c}\right)^{2000}\div\left(8+\dfrac{c}{a}\right)^{2013}$ ។

V. (១០ ពិន្ទុ) សមីការ $x^2+3x+1=0$ មានឫស $x_1$ និង $x_2$ ។

បង្ហាញថាផលគុណ $P=\dfrac{\left(x_1^2+2x\right)}{\left(x_1+1\right)^2}\times\dfrac{\left(x_2^2+2x_2\right)}{\left(x_2+1\right)^2}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

VI. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យបីចំនួន $a,b,c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a^2+2b+1=0$ ; $b^2+2c+1=0$ ; $c^2+2a+1=0$ ។

ចូរគណនា $S=a^{2013}+b^{2013}+c^{2013}$ ។

VII. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យចតុកោណស្មើ $ABCD$ មានជ្រុងស្មើ 5cm ។ អង្កត់ទ្រូងទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ $O$ ។ ដោយប្រវែង $OA$ និង $OB$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2-(2m-1)x+4(m-1)=0$ ។

ក. គណនាតម្លៃ $m$ ។

ខ. រកប្រវែងកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងចតុកោណស្មើ $ABCD$ ។

VIII. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត $O_1$ ប៉ះក្នុងរង្វង់ផ្ចិត $O_2$ ត្រង់ចំណុច $P$ ។ អង្កត់ផ្ចឹ $AB$ នៃរង្វង់ $(O_2)$ ប៉ះនឹងរង្វង់ $(O_1)$ ត្រង់ចំណុច $C$ ។ $PC$ កាត់រង្វង់ $O_2$ ត្រង់ចំណុច $D$ ។

ក. បង្ហាញថា $PD$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle APB$ ។

ខ. បង្ហាញថា $PC^2+AC\cdot BC=PA\cdot PB$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងរាជធានីភ្នំពេញ ២០១២-២០១៣ (១៤/០២/២០១៣)

## វិញ្ញាសាទី២ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) គេតាង $[x]$ ជាចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាងឬស្មើ $x$ ។ ឧទាហរណ៍ $[2.63]=2$ ។
បើ $x=\sqrt{2013^2+2014}$ រកតម្លៃនៃ $[x]$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួន $N=2010\times2011\times2012\times2013+1$ ។ បង្ហាញថា $N$ ជាការេនៃចំនួនគត់មួយ ដែលត្រូវកំណត់ ។

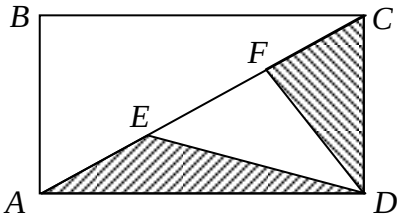
III. (១០ ពិន្ទុ) បន្ទាត់ពីរមានសមីការ $2ax+y=1$ និង $x-4\sqrt{a}y=2$ កែងគ្នា។ រកតម្លៃនៃ $a$ ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) $A$ និង $B$ ជាចំនួនថេរដែល $\dfrac{x-6}{x^2+2x}=\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x+2}$ ។ គណនា $B-A$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $f$ បំពេញទំនាក់ទំនង $f(x)+2f(5-x)=x$ ចំពោះចំនួនពិត $x$ ។ គណនាតម្លៃនៃ $f(1)$ ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គណនាតម្លៃនៃ $A=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ ។

VII. (២០ ពិន្ទុ) ក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែង $ABCD$ ស្មើនឹង $42\ \text{cm}^2$ ។ ចំណុច $E$ និង $F$ ស្ថិតនៅលើអង្កត់ទ្រូង $AC$ ។ បើ $3(AE+FC)=4EF$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡាតំបន់ផ្នែកឆូត ។



# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែឆ្នាំង ខេត្តកណ្តាល (០៣/០៣/២០០៨)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. ដោះស្រាយ និងពិភាក្សាសមីការ $x(x-4)+4m=0$ ។

II. បង្ហាញថា $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}+\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}=2$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3}{x+\frac{1}{x+\frac{x+1}{3-x}}}=x-1$ ។

IV. គេឱ្យបីចំនួន $a=3\sqrt{2}+\sqrt{17}$ ; $b=4+\sqrt{19}$ ; $c=\sqrt{5}\left(\sqrt{3}+2\right)$ ។ បង្ហាញថា $c<b<a$ ។

V. គេរៀប N ផើងជាការេ។

ក. X ជាចំនួនអតិបរមា(ដែលអាច)នៃផើងផ្កា នៃជ្រុងនីមួយៗនោះគេរៀបបានការេមួយដែលមាន X ជួរ ដែលមួយជួរៗមាន X ផើងផ្កាក្នុងករណីនេះគេសង្កេតឃើញថា នៅសល់ផើងផ្កា 34 ដែលមិនត្រូវបានរៀប។ ចូរបង្ហាញថា X មិនអាចតូចជាងមួយចំនួនដែលត្រូវបញ្ជាក់ ។

ខ. បើគេចង់រៀបការេដែលមាន X+1 ជួរ នោះគេត្រូវការផើងផ្កា 15 ទៀតទើបគ្រប់សម្រាប់រៀប។ គណនា X និង N ។

VI. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ហើយមានកម្ពស់ [AD] ។ រង្វង់ផ្ចិត $O_1$ និង $O_2$ ចារឹករៀងគ្នាក្នុងត្រីកោណ ABC និង ACD ។ បន្ទាត់ $(O_1O_2)$ ជួបជ្រុង $[AB]$ និង $[AC]$ រៀងគ្នាត្រង់ K និង L ។ តាង $S_1$ និង $S_2$ ជាផ្ទៃក្រឡា រៀងគ្នានៃត្រីកោណ ABC និង AKL ។ បង្ហាញថា $S_1 \geq 2S_2$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកណ្តាល (១៧/០២/២០១០)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) បង្ហាញថាប្រភាគ $\frac{2010}{x^2-4x+7}$ មានន័យជានិច្ច ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) សម្រួលកន្សោម $A=\frac{\frac{1}{x^2-\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+x+x\sqrt{x}}}$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x-5}-\frac{x-14}{3+\sqrt{x-5}}=3$ ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) ក. បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនសនិទានពីរខុសគ្នា ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a^2+b^2}{2}>ab$ ។

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $999^2+1\,001^2>1\,999\,998$ ។

V. (២០ ពិន្ទុ) ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R គេគូសអង្កត់ផ្ចូពីរ $[AB]$ និង $[CD]$ កែងគ្នាត្រង់ I ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $IA^2+IB^2+IC^2+ID^2=2R^2$ ។

VI. (២៥ ពិន្ទុ) G ជាចំណុចប្រសព្វរវាងមេដ្យានៃត្រីកោណសាម័ញ ABC ។ តាម G គេគូសបន្ទាត់ស្របនឹង AB និង AC កាត់ជ្រុង BC រៀងគ្នាត្រង់ P និង Q ។ ប្រៀបធៀបអង្កត់ BP , PQ និង QC ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកណ្តាល (១៨/០២/២០០៩)

## វិញ្ញាសាទី២ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) $a$ , $b$ , $c$ និង $d$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ គេបាន:

$(ab+cd)^2=(a^2+c^2)(b^2+d^2)$ និង $\sqrt{ab}+\sqrt{cd}=\sqrt{(a+c)(b+d)}$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ដោយដឹងថា $a^2+b^2=41$ ។ ចូរគណនា $a+b$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ និង $y$ ដែលនាំឱ្យកន្សោម: $A=2x^2+9y^2-6xy-6x-12y+30$ មានតម្លៃអប្បបរមា។ គណនាតម្លៃអប្បបរមានោះ។

IV. (២០ ពិន្ទុ) $m$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។ ដោះស្រាយសមីការ $\frac{m^2(x+2)^2}{8}-2(2x+m+1)=(m+1)^2+\frac{m^2(x-2)^2}{8}+1$ ។

V. (២០ ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណមួយដែលមាន $BC=a$ , $CA=b$ , $AB=c$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃមុំ A កាត់ BC ត្រង់ D ។ I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ។

ក. គណនា DB , DC និង $\frac{IA}{ID}$ ជាអនុគមន៍នៃ $a$ , $b$ និង $c$ ។

ខ. បន្ទាត់កាត់តាម I ស្របនឹង BC កាត់ AB ត្រង់ E និង AC ត្រង់ F ។ គណនា EF ។

VI. (២៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យកន្លះរង្វង់ $(O)$ ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត AB = 2R និងកាំ OC កែងនឹង AB ។ នៅក្នុងកន្លះរង្វង់ $(O)$ គេគូសរង្វង់ $(I)$ ផ្ចិត I អង្កត់ផ្ចិត OA និងកន្លះរង្វង់ $(J)$ ផ្ចិត J អង្កត់ផ្ចិត OB ។ ចំណុច $\omega$ នៅលើ OC ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ $(\omega)$ ដែល $(\omega)$ ប៉ះ $(O)$ ត្រង់ C ប៉ះ $(I)$ ត្រង់ M និងប៉ះ $(J)$ ត្រង់ N ។ គេសន្មត់ $C\omega=x$ ។

ក. គណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ $\omega OI$ ជាអនុគមន៍នៃ R និង $x$ ។ ទាញរកតម្លៃ $x$ បន្ទាប់មករកតម្លៃនៃ MN ។

ខ. យក S ជាកំពូលទីបួននៃចតុកោណកែង ដែលមានជ្រុង OI និង $\omega O$ ។ បង្ហាញថាមានរង្វង់ផ្ចិត S ប៉ះក្នុងកន្លះរង្វង់ $(O)$ និងប៉ះក្រៅរង្វង់ $(\omega)$ និងប៉ះក្រៅរង្វង់ $(I)$ ។ រកប្រវែងកាំនៃរង្វង់ $(S)$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង រាជធានីភ្នំពេញ (១៣/០៣/២០០៨)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១៥ ពិន្ទុ) ក. គេសង្កេតឃើញថា:

$$1^2 = \frac{1\cdot 2\cdot 3}{6}$$

$$1^2+2^2 = \frac{2\cdot 3\cdot 5}{6}$$

$$1^2+2^2+3^2 = \frac{3\cdot 4\cdot 7}{6}$$

.....

កំណត់រូបមន្តទូទៅ ដោយប្រើលំនាំឧទាហរណ៍ខាងលើ។

ខ. គណនាផលបូក $S=\frac{1^3+1}{1+1}+\frac{2^3+1}{2+1}+\frac{3^3+1}{3+1}+...+\frac{2008^3+1}{2008+1}$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) តាង $p$ ជាចំនួនបឋមមួយ ដែលចំនួនធំជាងបន្ទាប់ជាការេប្រាកដ។ ចូររកចំនួនបឋម $p$ នោះ ។

III. (១០ ពិន្ទុ) ពហុកោណមួយមានផលបូកមុំក្នុងទាំងអស់តូចជាង $2008^o$ ។ រកចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតនៃពហុកោណនោះ។

IV. (១០ ពិន្ទុ) រកតម្លៃនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ដែល $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=43$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) តាង $n$ ជាចំនួនគត់ ដែលឫសមួយនៃឫសមីការដឺក្រេទី២ : $4x^2-\left(4\sqrt{3}+4\right)x+\sqrt{3}n-24=0$ ជាចំនួនគត់។ រកតម្លៃនៃ $n$ ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គេដឹងថាជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នា ហើយមុំធំបំផុតស្មើពីរដងនៃមុំតូចបំផុត។ រកបរិមាត្រត្រីកោណ ABC ។

VII. (២០ ពិន្ទុ) ទំព័រសៀវភៅមួយត្រូវបានបង់លេខពី 1 ដល់ n ។ សិស្សម្នាក់បានបូកលេខទំព័រទាំងអស់ហើយទទួលបានលទ្ធផល 2008 ។ គេដឹងថា ដោយសារការមិនប្រុងប្រយ័ត្ន សិស្សនោះបានបូកលេខទំព័រមួយចំនួនពីរដង។ ចូររកលេខទំព័រដែលបានបូកពីរដងនោះ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង រាជធានីភ្នំពេញ (១៣/០៣/២០០៨)

## វិញ្ញាសាទី២ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) ឧបមាថា $a \neq 0$ , $b \neq 0$ និង $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = 2008$ ។ រកតម្លៃនៃ $\frac{b+c}{a+b}$ ។

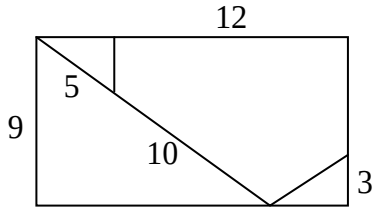
II. (១០ ពិន្ទុ) រកគ្រប់គូ $(x\,,\,y)$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលជាឫសនៃសមីការ $x^2 + 2008^2 = y^2 + 2007^2$ ។

III. (២០ ពិន្ទុ) ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស និងចំណុច P មួយប្រែប្រួលនៅក្នុងប្លង់តែមួយជាមួយត្រីកោណ ABC ដែលត្រីកោណ PAB , PAC , PBA ជាត្រីកោណសមបាត។ តើមានប៉ុន្មានទីតាំងនៃចំណុច P ខុសៗគ្នា ? ចូររៀបរាប់ឈ្មោះត្រីកោណសមបាតទាំងនោះ ដោយប្រាប់កំពូលរបស់វា។

IV. (២០ ពិន្ទុ) ក្មេងប្រុសម្នាក់ឈរលើស្ពានផ្លូវដែកមួយដែលភ្ជាប់ពីចំណុច A ទៅចំណុច B ប្រវែង $\frac{3}{8}$ នៃស្ពានពី A ។ វាឮសំឡេងរថភ្លើងដែលបើក្នុងល្បឿន 100 km/h ជិតមកដល់វា A ។ បើវារត់ទៅខាង A វានឹងជួបរថភ្លើងនៅត្រង់ A ។ បើវារត់ទៅខាង B រថភ្លើងនឹងបុកវានៅត្រង់ B ។ តើវាត្រូវរត់លឿនដូចម្តេច ?

V. (២០ ពិន្ទុ) អ្នកលេងល្បែងបីនាក់ A, B, C លេងល្បែងមួយដោយដឹងថា អ្នកចាញ់សងលុយឱ្យទៅពីនាក់ទៀត តាមចំនួនទឹកប្រាក់ដែលម្នាក់ៗមាន។ គេលេងល្បែងនោះបីដង ដោយម្នាក់ៗចាញ់តែម្តងគត់ ហើយឧបមាថា A ចាញ់នៅលើកទី១ B ចាញ់នៅលើកទី២ និង C ចាញ់នៅលើកទី៣ ។ នៅពេលចប់ល្បែង ម្នាក់ៗមានប្រាក់ចំនួន 16 $ ដូចគ្នា ។ រកចំនួនទឹកប្រាក់ដែលម្នាក់ៗមាន មុនចាប់ផ្តើមលេងល្បែង។

VI. (២០ ពិន្ទុ) ចតុកោណកែងមួយ ត្រូវបានគេពុះជាចំណែកដោយប្រាប់ប្រវែងខ្លះដូចរូបខាងស្តាំ។ ចំណែកទាំងនេះ ត្រូវបានគេរៀបជាការេមួយ។ ចូររកបរិមាត្រនៃការេនោះ ។



# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង រាជធានីភ្នំពេញ (១៨/០២/២០១០)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូររកតម្លៃនៃ $A=\dfrac{246912}{123457^2-123456\times123458}$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $\overline{2a3}+326=\overline{5b9}$ ដែល $\overline{2a3}$ និង $\overline{5b9}$ ជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ បើ $\overline{5b9}$ ចែកដាច់នឹង 9 ចូរគណនា $a+b$ ។

III. (១០ ពិន្ទុ) សម្រួលប្រភាគ $F=\dfrac{1666...66}{6666...64}$ ដោយដឹងថា ភាគយក និងភាគបែងមាន 2010 ខ្ទង់ដូចគ្នា។

IV. (១០ ពិន្ទុ) គេកំណត់ * ជាប្រមាណវិធីគណិតវិទ្យាមួយ ដោយ $a*b=a^b$ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ ។
តើប្រមាណវិធីខាងក្រោមមួយណាត្រឹមត្រូវ? ចូរបញ្ជាក់:

ក. $a*b=b*a$ ខ. $a*(b*c)=(a*b)*c$

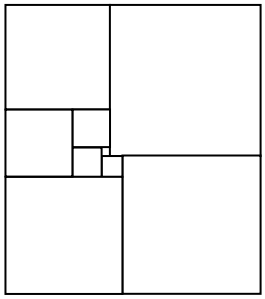
គ. $a*b^n=(a*n)*c$ ឃ. $(a*b)^n=a*(bn)$ ( $a, b, c, n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន)។

V. (២០ ពិន្ទុ) ក្នុងរូបខាងស្តាំ គេដាក់ចំនួនគត់វិជ្ជមានចូលការេតូចៗទាំង 9 ។ ដោយដឹងថាផលបូកចំនួនតាមជួរដេក ជួរឈរ នីមួយៗ និងផលបូកចំនួនតាមអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរស្មើគ្នា។ រកចំនួនគត់ $x$ ។

| | | |
|---|---|---|
| $x$ | 19 | 96 |
| 1 | $d$ | |
| $a$ | $b$ | $c$ |

VI. (២០ ពិន្ទុ) កសិករម្នាក់មានបារីមូរដៃចំនួន 10 ដើម។ ដោយការសន្សំសំចៃ គាត់ជក់អស់បារី 10 ដើមមិនបានបោះចោលកន្ទុយបារីទេ គាត់ពន្លាកន្ទុយបារី 3 មូរបានបារី 1 ដើម។ តើកសិករជក់បានបារីប៉ុន្មានដើម ដោយគ្មានសល់កន្ទុយបារីសោះ ?

VII. (២០ ពិន្ទុ) ចតុកោណកែង ABCD ត្រូវគេចែកជាការេតូចៗចំនួន 9 (ដូចរូប)។ ការេទាំង 9 មានជ្រុងជាចំនួនគត់ a, b, c, d, e, f, g, h និង i តាមលំដាប់កើន ហើយជ្រុងជាប់គ្នាមានតួចែករួមស្មើ 1 ។ រកក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ ABCD ។



# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង រាជធានីភ្នំពេញ (១៨/០២/២០១០)

## វិញ្ញាសាទី២ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១៥ ពិន្ទុ) គេឧបមាថា $a^2+a=-1$ ។ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=a^4+2a^3+4a^2+3a+3$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ដោយឱ្យតម្លៃទៅចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ពី 0, 1, 2, 3, … ចូរបញ្ជាក់តម្លៃ $n$ ដែលនាំឱ្យវិសមភាព $2^n>n^2$ ពិត ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ ដែលមានផលបូកស្មើ 92 និង $a+1$ ជាពហុគុណនៃ $b$ ។

V. (២០ ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណសាម័ញ្ញ ដែលមានមុំ A ជាមុំទាល។ គេគូសកម្ពស់ [AH] និងមេដ្យាន [AO] ( H នៅចន្លោះ B និង O ) ។ គេឱ្យ $HAO=ACB=\alpha$ និង BC = 2a ។ គណនា AH និង AO ជាអនុគមន៍នៃ $\alpha$ និង a ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គេឱ្យការេ ABCD ។ គេបន្លាយជ្រុង AB ទៅខាង B ឱ្យបាន BE = AB ។ M ជាចំណុចនៅក្នុងការេ ដោយ $MAC=MCD=\alpha$ ។

ក. គណនារង្វាស់មុំ $AMC$ គិតជាដឺក្រេ ។

ខ. បង្ហាញថាចតុកោណ AMCE ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ។ បញ្ជាក់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកំពង់ចំ (១៨/០២/២០០៩)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

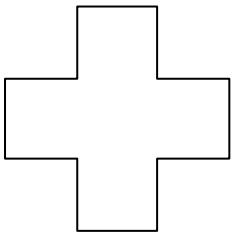
I. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេរៀបសិស្សជាក្រុម។ បើគេរៀបសិស្ស 8 នាក់ក្នុងមួយក្រុមនោះនៅសល់សិស្ស 4 នាក់ ។ តែបើគេរៀបសិស្ស 9 នាក់ក្នុងមួយក្រុម នោះគេខ្វះសិស្សពីរនាក់ទៀត។ រកចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់នោះ។

II. (២០ ពិន្ទុ) គណនា $A=\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\times\sqrt{\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}}$ ។

III. (២០ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} xy=-100 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{5} \end{cases}$ ។

IV. (២០ ពិន្ទុ) គេឱ្យរង្វង់ O និងចំណុច M នៅក្នុងរង្វង់នេះ។ ស្រាយបំភ្លឺថាក្នុងចំណោមអង្កត់ធ្នូកាត់តាមចំណុច M អង្កត់ធ្នូកែងនឹងកាំហើយកាត់តាម M មានរង្វាស់ខ្លីជាងគេ ។

V. (២៥ ពិន្ទុ) គេកាត់ក្រដាសជារាងសញ្ញាកាកបាតក្រហមដូចរូបខាងស្តាំ។ ដែលជ្រុងទាំង 12 មានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយស្មើនឹង 2 cm ។ ចូរកាត់រូបនេះយកបួនចំណែកចេញ ហើយយកបួនចំណែកនោះទៅផ្គុំជាមួយផ្នែកនៅសល់ ឱ្យបានការេមួយ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃការេនោះ។



# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩
## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកំពង់ធំ (១៨/០២/២០០៩)
## វិញ្ញាសាទី២ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១១ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $A=\left[(x-1)-(3x-2)\right]^2-\left[(x-1)^2+(3x-2)^2\right]$ ។

ក. ដាក់ A ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១នៃ $x$ ។

ខ. សម្រួលកន្សោម $B=\dfrac{A}{2x-2}$ ។

គ. គណនាតម្លៃនៃ $x$ កាលណា $B=\sqrt{2}$ ។

II. (១២ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{\dfrac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}-\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{1-\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{2}{y+1}+\dfrac{1}{2x-1}=1 \quad (1)\\ \dfrac{4}{2x-1}+\dfrac{2}{y+1}=3 \quad (2)\end{cases}$ ។

IV. (១២ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយវិសមីការ រួចបកស្រាយតាមក្រាភិច: $\dfrac{5x+4}{5}-6x+2\geq 4-\dfrac{x-6}{3}$ ។

V. (៥០ ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណសមបាទ BAC និង ADC កែងត្រង់ A និង D មានជ្រុងរួម AC ហើយស្ថិតនៅសងខាងជ្រុងរួម។ គេឱ្យ $AB=AC=a$ ។

ក. បង្ហាញថាចតុកោណ ABCD ជាចតុកោណញ្ញាយ។ គណនា BC, AD និង BD ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

ខ. អង្កត់ទ្រូងទាំងពីររបស់ចតុកោណកាត់គ្នាត្រង់ O ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ AOD និង COB ដូចគ្នា និងរកផលធៀបដំណូច។ គណនា OA, OB, OC និង OD ជាអនុគមន៍នៃ $a$ ។

គ. រង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត [BC] កាត់ [BD] ត្រង់ K ។

បង្ហាញថា [CK] ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ BCD ។ គណនា DK និង OK ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តបន្ទាយមានជ័យ (២០០៩-២០១០)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១៥ ពិន្ទុ) ១. ប្រាប់តម្លៃតូចបំផុតនៃត្រីធា $f(x)=x^2-\frac{4}{3}x+\frac{40}{9}$ ។

២. គេឱ្យ $a+b=1$ ។ គណនា $P=2\left(a^3+b^3\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) រកឫសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ $2(x+y)+16=3xy$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ១. គណនា $A=\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}+\sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ ។

២. តើគេត្រូវការប៉ិន្នានលេខ ដើម្បីចុះលេខទំព័រសៀវភៅមួយមាន 333 ទំព័រ?

IV. (១៥ ពិន្ទុ) រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ $(a>b)$ ដោយដឹងថាផលបូកពីរចំនួននោះជាពហុគុណនៃ 9 ហើយ ផលដកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 63 ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) ចតុកោណញ្ញាយ ABCD បាតតូច [AB] ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ A និងមុំ D ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ហើយ H និង K ជាចំណោលកែងនៃ O លើ [AB] និង [CD] ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា AD = AH + DK ។

VI. (១៥ ពិន្ទុ) $a, b, c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R ហើយ [AH] ជាកម្ពស់ S ជាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $abc=4RS$ ។

VII. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យកន្លះរង្វង់ផ្ចិត $(O)$ អង្កត់ផ្ចិត [AB] ។ C ជាចំណុចមួយនៅលើកន្លះរង្វង់។ M និង N ជាចំណោលកែងនៃ A និង B លើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ C ។ D ជាចំណោលកែងនៃ C លើបន្ទាត់ AB ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $CD^2=AM\times BN$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តបន្ទាយមានជ័យ (២០០៩-២០១០)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួនវិជ្ជមាន ។

ក. ប្រៀបធៀប $A=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ និង $B=\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀប $A=\dfrac{a+b}{2}$ និង $B=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ ។

II. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $m, n, p$ និង $q$ ជាបួនចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងខាងក្រោមនេះ ៖

$m^2+2n+1=0$ , $n^2+2p+1=0$

$p^2+2q+1=0$ , $q^2+2m+1=0$ ។ គណនា $I=m^{2010}+n^{2010}+p^{2010}+q^{2010}$ ។

III. (១០ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x+9}{2009}+\dfrac{x+8}{2008}+\dfrac{x+7}{2007}+\dfrac{x+6}{2006}+\dfrac{x+5}{2005}=5$ ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $x_1$ , $x_2$ ជាឫសនៃសមីការ $a^2+pa+1=0$ ហើយ $y_1$ , $y_2$ ជាឫសនៃសមីការ $b^2+qb+1=0$ នោះគេបាន $(x_1-y_1)(x_2-y_1)(x_1+y_2)(x_2+y_2)=q^2-p^2$ ។

V. (១០ ពិន្ទុ) ស្រាយថា បើ $a, b, c$ ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ គេបាន:

$a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ca)$ ។

VI. (១០ ពិន្ទុ) តើ $2^{18}+2^{20}$ ចែកដាច់នឹង 5 ឬទេ? ចូរបង្ហាញ ។

VII. (១០ ពិន្ទុ) ចូរប្រៀបធៀបចំនួន $(1+2000^2)$ និង $(2001^2-2\times2000)$ ។

VIII. (១០ ពិន្ទុ) គេមានក្រដាសប្រាក់ 100 រៀលមួយសន្លឹក ។ គេយកទៅដូរជាក្រដាសរាយបីប្រភេទ ដែលជាប្រភេទក្រដាសប្រាក់ប្រាំកាក់ 1 រៀល និង 20 រៀល ឱ្យបាន 100 សន្លឹក។ រកចំនួនក្រដាស់ប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ។

IX. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណ ABC និង [AD) ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង BAC ។ កាត់ BC ត្រង់ D ។ ស្រាយថា គេបាន $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{DB}{DC}$ ។

X. (១០ ពិន្ទុ) ស្នឹងមួយគេសន្មត់ថាត្រង់។ ភូមិពីរ A និង B ស្ថិតនៅសងខាងស្នឹងនោះ។ ក្រុមសំណង់ចង់សង់ស្ពានឆ្លងកាត់ស្នឹងដើម្បីធ្វើចរាចររវាងភូមិទាំងពីរ។ រកទីតាំងសំណង់ស្ពានដើម្បីធ្វើឱ្យអស់ថ្លៃតិចបំផុត ហើយផ្លូវរវាងភូមិទាំងពីរជិតបំផុត ។



# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកំពង់ស្ពឺ (១៨/០២/២០១០)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (០៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $\frac{1}{x-5}=2$ តើ $\frac{1}{x+2}$ ស្មើប៉ុន្មាន ?

II. (១០ ពិន្ទុ) បង្ហាញថា $\sqrt[4]{49+5\sqrt{24}}+\sqrt[4]{49-5\sqrt{24}}=2\sqrt{3}$ ។

III. (១០ ពិន្ទុ) ប្រៀបធៀប $A=\sqrt{2008}+\sqrt{2010}$ និង $B=2\sqrt{2009}$ ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $A=\frac{1}{1\times 2}+\frac{2}{1\times 2\times 3}+\frac{3}{1\times 2\times 3\times 4}+...+\frac{2009}{1\times 2\times 3\times ...\times 2010}$ ។

បង្ហាញថា $A=1-\frac{1}{1\times 2\times 3\times ...\times 2010}$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $x^2+y^2=1$ និង $bx^2=ay^2$ ដែល $a\neq 0$ , $b\neq 0$ ។

បង្ហាញថា $\frac{x^{2010}}{a^{1005}}+\frac{y^{2010}}{b^{1005}}=\frac{2}{(a+b)^{1005}}$ ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $a$ , $b$ និង $c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់តំនាក់ទំនងខាងក្រោមនេះ ៖

$a+b+c=1$ , $a^2+b^2+c^2=1$ , $a^3+b^3+c^3=1$ ។

គណនាកន្សោម $A=a^{2008}+b^{2009}+c^{2010}$ ។

VII. (២៥ ពិន្ទុ) រង្វង់ផ្ចិត $O_1$ កាំ $r_1$ និងរង្វង់ផ្ចិត $O_2$ កាំ $r_2$ ប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ M ។ រង្វង់ផ្ចិត $O_3$ កាំ $r_3$ មួយទៀតប៉ះខាងក្រៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត $O_1$ ផងហើយប៉ះគ្នាខាងក្រៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត $O_2$ ផង។ បន្ទាត់ប៉ះរួមត្រង់ M នៃរង្វង់ $O_1$ និង $O_2$ ជួបរង្វង់ $O_3$ ត្រង់ A និង B ។ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ [AB] ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $AB=\frac{4r_3\sqrt{r_1r_2}}{r_1+r_2}$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកំពង់ស្ពឺ (១៨/០២/២០១០)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១៥ ពិន្ទុ) គណនាកន្សោម A ដោយឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណនៃបីកត្តា៖ $A=\dfrac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{12}+\sqrt{8}+3+\sqrt{6}}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ដើម្បីឱ្យ $x^2+x+6$ ស្មើនឹង $n^2$ ដែល $x$ ជាចំនួនគត់ ។

III. (២០ ពិន្ទុ) នៅម៉ោង 7h30mn មនុស្សម្នាក់ដើរពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដោយល្បឿន 5 km/h ។ ដល់ទីក្រុង B បានសម្រាកអស់រយៈពេល 1h ហើយបានត្រលប់មកទីក្រុង A វិញ ដោយល្បឿនមធ្យម 20 km/h ។ ពេលត្រលប់មកវិញ គាត់ជិះផ្លូវផ្សេង ដែលឆ្ងាយជាងផ្លូវមុន 17 km ។ គាត់មកដល់ទីក្រុង A នៅម៉ោង 13h6mn ។ រកចម្ងាយផ្លូវដែលជិតជាងគេពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ។

IV. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $1<a<b+c<a+1$ និង $b<c$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $b<a$ ។

V. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណ ABC មាន $\angle A=90^o$ និង $AB=AC=1$ ។ គេបន្លាយ $AC$ ទៅខាង C ឱ្យបាន $CD=BC$ ។ រកក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ BCD គិតជាឯកតាផ្ទៃក្រឡា ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC មានកំពូល A មេដ្យាន [BN] ។ លើបន្ទាត់ AC ដៅចំណុច D ដែល $CD=CA$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $BD=2BN$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តតាកែវ (២២/០៥/២០០៩)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ១៥០

I. (១០ ពិន្ទុ) បញ្ជោញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់: ក. $\sqrt{2+\sqrt[2x+1]{4^x+4^x}}$ ខ. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) បើ $a, b, c$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a<b+c$ ; $b<a+c$ និង $c<a+b$ ហើយ $a^2+b^2+c^2=2$ ។ ចូរបង្ហាញថា $a^2+b^2+c^2+2abc<2$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$ ។

IV. (១០ ពិន្ទុ) រកលេខចុងក្រោយនៃចំនួន $7^{2016}$ ។

V. (១០ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $a, b$ និង $c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់តំនាក់ទំនងខាងក្រោម:
$a^2+2b+1=0$ ; $b^2+2c+1=0$ ; $c^2+2a+1=0$ ។ ចូរគណនា $S=a^{2009}+b^{2009}+c^{2009}$ ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) ឫស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ 10 m ត្រូវខ្យល់វាយបាក់ត្រង់ចំណុច M មួយ ហើយចុងឫស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ 3 m ពីគល់ឫស្សី។ គណនាប្រវែងពីគល់ឫស្សីទៅចំណុច M ។

VII. (២០ ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ រង្វង់ផ្ចិត A និងកាំ AB កាត់ជ្រុង [BC] និង [AC] រៀងគ្នាត្រង់ D និង E ។ បើ BD = 20 , DC = 16 ។ ចូរគណនា $AC^2$ ។

VIII. (២៥ ពិន្ទុ) ABCD ជាការេមួយ ។ គេគូសរង្វង់ផ្ចិត D និងកាំ DA ដែលកាត់អង្កត់ទ្រូង [BD] នៃការេត្រង់ X ។ ដូចគ្នានេះដែរគេគូសរង្វង់ផ្ចិត B និងកាំ BC ដែលកាត់អង្កត់ទ្រូង [BD] នៃការេត្រង់ Y ។ បើ XY = 2 រកក្រឡាផ្ទៃដែលខណ្ឌដោយធ្នូ AXC និងធ្នូ AYC ។

IX. (២៥ ពិន្ទុ) ក្មេងបីនាក់ X, Y, Z មានបាល់ដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម:

ក. បើ Z ឱ្យបាល់មួយទៅ X នោះ Z មានបាល់ពីដងនៃ X ។

ខ. បើ X ឱ្យបាល់បីទៅ Z នោះ Z មានបាល់បួនដងនៃ X ។

១. រកចំណែកបាល់នៃ X និង Z ។

២. រកចំណែកបាល់នៃ Y បើគេដឹងថាចំណែករបស់វាស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃចំនួនបាល់ទាំងអស់ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកំពត (២៧/០២/២០០៩)

## វិញ្ញាសាទី១ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $13x\sqrt[3]{\frac{1}{x}}-2x\sqrt[3]{x}=20$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គេធ្វើប្រអប់មួយពីក្រដាសកាតុងរឹងមានរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានបណ្តោយ 12 cm និងទទឹង 8 cm។ គេកាត់ការេបួនដែលមានជ្រុងរង្វាស់ $x$ cm ចេញពីបួនកាច់ជ្រុងរបស់ក្រដាសនោះ រួចបត់បណ្តោយ និងទទឹងតាមចំណុចៗ ដើម្បីធ្វើប្រអប់មួយរាងប្រលេពីប៉ែតកែង។ ចូររកតម្លៃនៃ $x$ បើមាឌនៃប្រអប់នោះស្មើនឹង $64\ \text{cm}^2$ ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) រកប្រភេទនៃត្រីកោណមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a, b, c$ បើគេដឹងថា $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ ។

IV. (១០ ពិន្ទុ) រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $B=a^2+b^2+ab$ បើគេដឹងថា $a+b=1$ ។

V. (១០ ពិន្ទុ) $a, b, c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។ $x, y, z$ ជារង្វាស់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង។

បង្ហាញថា $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណកែងសមបាត កែងត្រង់ A ។ យក M ជាចំណុចមួយលើ [BC] ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $MB^2+MC^2=2MA^2$ ។

# វិញ្ញាសាឆ្លាប់ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី ៩

## ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំង ខេត្តកំពត (២៧/០២/២០០៩)

## វិញ្ញាសាទី២ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១២០ នាទី ពិន្ទុ ១០០

I. (១០ ពិន្ទុ) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2x+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{x} \\ 2y+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{y} \end{cases}$ ។

II. (១៥ ពិន្ទុ) គេឱ្យ $f(n)=3^{2n}+7$, $(n\in\mathbb{N})$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(n+1)-f(n)$ ចែកដាច់នឹង 8 ។

III. (១៥ ពិន្ទុ) បើ $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានបង្ហាញថា $E=\dfrac{n}{3}+\dfrac{n^2}{2}+\dfrac{n^3}{6}$ ជាចំនួនគត់ ។

IV. (១០ ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់មួយសិស្សដែលទទួលបានតារាងកិត្តិយសមាន $\dfrac{1}{8}$ នៃចំនួនសិស្សដែលមិនទទួលបាន។ បើចំនួនសិស្សដែលបានទទួលត្រូវកើនពីរនាក់ថែមទៀត នោះចំនួនសិស្សនេះត្រូវកើន 20% នៃចំនួនសិស្សមិនបានទទួល។ រកចំនួនសិស្សសរុបក្នុងថ្នាក់នេះ ។

V. (១០ ពិន្ទុ) ត្រីកោណកែងមួយមានប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹង 13 cm និងផលបូកជ្រុងពីរទៀតស្មើ 17 cm ។ រកវង្វាស់ជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែង ។

VI. (២០ ពិន្ទុ) គេឱ្យត្រីកោណ ABC មួយ។ បន្លាយ AB , BC និង CA រៀងគ្នា ឱ្យបាន $BB'=AB$ , $CC'=BC$ និង $AA'=CA$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $S_{A'B'C'}=7S_{ABC}$ ។




# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. ឃល់




# ស្វាគមន៍

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ

### ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ ពីលំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយរបស់វាជាច្រើន ដែលបង្កប់ទៅដោយវិធីសាស្ត្រដោះស្រាយល្អៗ ប្រកបដោយគំនិតប្លែកៗ ។ ខ្ញុំធ្លាប់រៀបចំផ្នែកនេះរួចហើយកាលពីមុន តែមានលំហាត់ចម្រុះថ្នាក់រហូតដល់ថ្នាក់ទី ១២ តែវាមានតិចតួចប៉ុណ្ណោះ សម្រាប់ថ្នាក់ដែលខ្ពស់ជាងថ្នាក់ទី៩ ដូចនេះសូមចាត់ទុកថាលំហាត់ទាំងនោះគ្រាន់ជាការដាក់តាំងលម្អរទៅចុះ ទុកដោះស្រាយនៅពេលយើងរៀនដល់។

ចរិតលក្ខណៈនៅក្នុងផ្នែកនេះ គឺចែកចេញជាពីរក្រុមរួមមមាន ក្រុមប្រធានលំហាត់ល្អៗ និងក្រុមចម្លើយនៃលំហាត់ល្អៗ ដែលផ្គូផ្គងគ្នាទៅដោយលេខរៀងពីខាងមុខចាប់ពី 1 រហូតដល់ 400 ។ សូមកុំព្យាយាមដោះស្រាយលំហាត់ទាំងនេះតាមលំដាប់លំដោយ បើចង់ធ្វើលំហាត់ណា ចូរធ្វើលំហាត់នោះតែម្តងទៅ ។

ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាអ្នកគិតថាគួរ ។

*សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...*

## លំហាត់ល្អៗ

**១.** រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាននៃ $a$ , $b$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ ទំនាក់ទំនង : $a^2+b^2=a+b+8$ ។

**២.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា E ជាការេប្រាកដ ដែល $E=(x+1000)(x+2000)(x+3000)(x+4000)+1000^4$ ។

**៣.** រកលេខនៅខ្ទង់រាយនៃចំនួន : $A=3^{2011}\cdot 7^{2012}+3^{2013}\cdot 7^{2014}$ ។

**៤.** គណនាកន្សោម : $P=\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ ។

**៥.** គណនាតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $F$ មានតម្លៃអប្បបរមា (តូចបំផុត) ដែល : $F=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ ។

**៦.** គណនា $x^2+y^2$ ដោយដឹងថា $x^3+y^3=8100$ និង $x+y=30$ ។

**៧.** ស្រាយបំភ្លឺថា : $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\dfrac{1}{n\cdot(n+1)}<1$ ដែល $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយធំជាង 1 ។

**៨.** គេឱ្យ $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ដែល $n$ ចែកនឹង 7 ឱ្យសំណល់ 5 ហើយ $n$ ចែកនឹង 8 ឱ្យសំណល់ 3 ។

ក. តើ $n$ ចែកនឹង 56 ឱ្យសំណល់ប៉ុន្មាន ? ខ. រកចំនួន $n$ នោះដោយដឹងថា $5616<n<5626$ ។

**៩.** គេឱ្យស៊ីតចំនួនពិត $a_n=\sqrt{1+\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1+\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^2}$ ដែល $n\geq 1$

បង្ហាញថា $A=\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\ldots+\dfrac{1}{a_{20}}$ ជាចំនួនគត់ ។

**១០.** គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមលេខ $A=\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}+\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}$ ។

**១១.** គេឱ្យពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $x$ , $y$ ដែលមាន $2xy-y=4x^2-2x-1$ ។ គណនា $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}$ ។

**១២.** គេឱ្យ $f(x)=x^{2011}-13x^{2010}+13x^{2009}-13x^{2008}+\ldots-13x^2+13x-1$ ។ គណនា $f(12)$ ។

**១៣.** បរិមាត្រនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានរង្វាស់ស្មើនឹង $48cm$ ។ រង្វាស់កម្ពស់នៃប្រលេឡូក្រាមនេះមាន សមាមាត្រ $5:7$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ នោះ ។

**១៤.** រកសមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$ ដោយដឹងថា $A(2\,,\,3)$ និង $B(4\,,\,4)$ ។

**១៥.** ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 2 ឃ្លីពណ៌លឿង 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាប ចាប់បានឃ្លី 2 មិនមែនពណ៌ខៀវ ។

**១៦.** គណនាកន្សោម $A=\dfrac{(6+12+18+\ldots+96)^2}{(12+24+36+\ldots+192)^2}+\dfrac{3}{4}$ ។

**១៧.** គេឱ្យ $x>y>0$ និង $2x^2+2y^2=5xy$ គណនា $E=\dfrac{x+y}{x-y}$ ។

**១៨.** សម្រួលកន្សោម $E=\sqrt{2x^2-y^2+2x\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}}-\sqrt{(x+y)(x-y)}$ ដែល $x>y>0$ ។

**១៩.** ដោយដឹងថា $\sin a-\cos a=\sqrt{2}\sin(45^o-a)$ និង $\sqrt{3}\cos a+\sin a=2\cos(30^o-a)$ ។

ចូរគណនាផលគុណ : ក. $A=(1-\cot 1^o)(1-\cot 2^o)(1-\cot 3^o)\times\cdots\times(1-\cot 44^o)$

ខ. $B=(\sqrt{3}+\tan 1^o)(\sqrt{3}+\tan 2^o)(\sqrt{3}+\tan 3^o)\times\cdots\times(\sqrt{3}+\tan 29^o)$ ។

**២០.** បើគេឱ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a$ , $b$ , $c$ ។ ចូរបង្ហាញថា : $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$ ។

**២១.** គេឱ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a$ , $b$ , $c$ ។ បង្ហាញថា : $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$ ។

**២២.** រកឫសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ : $2(x+y)+16=3xy$ ។

**២៣.** ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ : $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$ មានឫសជានិច្ច ដែលនៅក្នុងសមីការនេះមាន $x$ ជាអញ្ញាត និង $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនពិត ។

**២៤.** គេឱ្យទំនាក់ទំនង : $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$ ។

ខ. ទាញរកផលបូក $S=f\left(\dfrac{1}{2011}\right)+f\left(\dfrac{2}{2011}\right)+f\left(\dfrac{3}{2011}\right)+...+f\left(\dfrac{2010}{2011}\right)$ ។

**២៥.** គណនាលីមីត : $\lim\limits_{x\to 0}x^x$ ។

**២៦.** គណនា : $A=2010\left(2011^{2010}+2011^{2009}+2011^{2008}+...+2011^2+2012\right)+1$ ។

**២៧.** គេឱ្យពីរចំនួន $a$ និង $b$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a-b=1$ ។ បង្ហាញថា $(a+b)\left(a^2+b^2\right)\left(a^4+b^4\right)-\left(a^8-b^8\right)=0$ ។

**២៨.** គណនា $A=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\times...\times\left(1-\dfrac{1}{2011}\right)$ ។

**២៩.** ដោះស្រាយសមីការ : $4x^4-5x^2+1=0$ ។

**៣០.** បើ $abc=1$ សូមបង្ហាញឱ្យជឿថា $\dfrac{1}{ab+a+1}+\dfrac{1}{bc+b+1}+\dfrac{1}{ca+c+1}=1$ ។

**៣១.** គណនា $S=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\dfrac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...\dfrac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ ។

**៣២.** សូមបង្ហាញឱ្យគេជឿថា : $2002^{2003}-2002^{1979}$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

**៣៣.** គ្រប់ចំនួនពិត $a$ , $b$ , $c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=1$ ។ បង្ហាញឱ្យគេជឿថា $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$ ។

**៣៤.** គ្រប់ចំនួនពិត $a,b,c,...,x,y$ វិជ្ជមាន និងខុសពី 1 ។ សូមបង្ហាញឱ្យគេជឿថា :

$\log_a b\times\log_b c\times\log_c d\times...\times\log_x y\times\log_y a=1$ ។

**៣៥.** យើងមាន $f(x)=\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x)+f(y)=f\left(\dfrac{x+y}{1+xy}\right)$ ។

**៣៦.** ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$ ។

**៣៧.** គ្រប់ $a$ និង $b$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន និងខុសពី 1 ។ សូមបង្ហាញថា :

$\left(\log_a b+\log_b a+2\right)\left(\log_a b-\log_{ab} b\right)\cdot\log_b a-1=\log_a b$ ។

**៣៨.** សូមបង្ហាញថា : $\dfrac{1+\cos a}{1-\cos a}-\dfrac{1-\cos a}{1+\cos a}=\dfrac{4\cot a}{\sin a}$ ។

**៣៩.** ដោះស្រាយសមីការ : $5^{\log x}=50-x^{\log 5}$ ។

**៤០.** គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយតែម្តងគត់ ។ គណនាប្រូបាបដែលបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង 5 ។

**៤១.** ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}}}=\sqrt{x}+1$ ។

**៤២.** ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ គេឱ្យ $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{n^2+2n+1}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{n^2-2n+1}}$ ។ គណនាផលបូក $f(1)+f(3)+f(5)+...+f(999997)+f(999999)$ ។

**៤៣.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $a/$ $\begin{cases}5\left(\log_y x+\log_x y\right)=26\\ xy=64\end{cases}$ $b/$ $\begin{cases}4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400}\\ 5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900}\end{cases}$ ។

**៤៤.** គេឱ្យ $a$ និង $n$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន ហើយ $n$ គត់ ដែលផលគុណ $a_1\cdot a_2\cdot a_3\times ...\times a_n=1$ ។ សូមបង្ហាញថា $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times...\times(1+a_n)\geq 2^n$ ។

**៤៥.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $a/$ $\begin{cases}7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342\\ 9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344\end{cases}$ $b/$ $\begin{cases}4^x\cdot 3^{y+1}+27^y=171\\ 8^x+2^x\cdot 3^{1+2y}=172\end{cases}$ ។

**៤៦.** ចំនួនមួយមានលេខប្រាំខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់វារៀបតាមលំដាប់គឺ $x$ , $x+1$ , $x+2$ , $3x$ , $x+3$ ហើយគេដឹងថាចំនួននោះជាការេប្រាកដ ។ ចូររកចំនួននោះ ។

**៤៧.** គណនាផលបូក $S=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$ ។

**៤៨.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $f(n)=3^{2n}+7$ ចែកដាច់នឹង 8 ដែល $n$ ជាចំនួនគត់ ។

**៤៩.** មាន $f(x)=2x+1$ និង $g[f(x)]=x^2+3x+1$ ។ សូមគណនា $g(3)$ ។

**៥0.** គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ស្រាយបំភ្លឺថា $\dfrac{n}{3}+\dfrac{n^2}{2}+\dfrac{n^3}{6}$ ក៏ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ ។

**៥១.** គណនាផលបូក $S=\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+...+\dfrac{1}{2010\cdot 2011}$ ។

**៥២.** គេឧបមាថា $x^2+x+1=0$ ។ ចូរគណនា $x^{2011}+\dfrac{1}{x^{2011}}$ ។

**៥៣.** ចំនួនមួយជាការេប្រាកដមានរាង $\overline{abcd}$ ។ ដោយដឹងថា $\overline{ab}-\overline{cd}=1$ ចូររកចំនួន $\overline{abcd}$ នោះ ។

**៥៤.** សូមបង្ហាញថា $n!>3^n$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $n\geq 7$ ។

**៥៥.** អនុគមន៍ $f$ កំណត់ដោយ $f(x+a)=\dfrac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x\geq 0$ និង $a>0$ ។ សូមបង្ហាញឱ្យឃើញថា $f$ ជាអនុគមន៍ខួបលើចន្លោះ $[0,+\infty)$ ។

**៥៦.** ចំពោះ $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times 3\times 2\times 1$ ( $n!$ អានថា $n$ ហ្វាក់តូរៀល) ។ បង្ហាញថា $0!=1$ ។

**៥៧.** បង្ហាញថា $F=\dfrac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ ។

**៥៨.** រកចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចបំផុត ដែលមាន 6 ជាលេខនៅខ្ទង់ឯកតា (ខ្ទង់រាយ) ហើយបើប្តូរលេខ 6 ទៅខាងមុខគេបំផុតវិញ នោះគេនឹងបានចំនួនថ្មី ដែលស្មើនឹង 4 ដងនៃចំនួនដើម ។

**៥៩.** គេឱ្យលក្ខខណ្ឌបី ដែលបុរសបីនាក់ $A,B,C$ ទៅស្តីដណ្តឹងនារីបីនាក់ $1,2,3$ ជាគូអនាគត ដូចខាងក្រោម :

ក. បើបុរស $A$ ជាគូនឹងនារី $1$ នោះ បុរស $B$ ជាគូនឹងនារី $2$

ខ. បើបុរស $A$ ជាគូនឹងនារី $3$ នោះ បុរស $C$ ជាគូនឹងនារី $1$

គ. បើបុរស $B$ មិនជាគូនឹងនារី $3$ នោះ បុរស $C$ ជាគូនឹងនារី $1$ ។

សំណួរសួរថា តើបុរសណា ជាគូនឹងនារីណា ?

**៦០.** រក $11$ ចំនួនមិនអវិជ្ជមាន ដែលចំនួននីមួយៗ ស្មើនឹងការេនៃផលបូកនៃ $10$ ចំនួនផ្សេងទៀត ។

**៦១.** គេឱ្យ $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនពិត ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ca=0 \end{cases}$ ។ គណនា $A=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(a-1)^{2012}$ ។

**៦២.** គណនាផលបូក $S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2010^2}+\frac{1}{2011^2}}$ ។

**៦៣.** ដោះស្រាយសមីការមាន $x$ ជាចំនួនគត់: ក. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=4$

ខ. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=0$ ។

**៦៤.** ដោះស្រាយសមីការ : $\overline{2x9y}=2^x\cdot 9^y$ ។ ( គេសរសេរ $\overline{2x9y}$ បញ្ជាក់ថាជាលេខ៤ខ្ទង់មានន័យថា $0\le x\le 9$ , $0\le y\le 9$ ) ។

**៦៥.** រកគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $N=\overline{a_1a_2a_3..a_n}$ ដែលនាំឱ្យ $\frac{\overline{2a_1a_2a_3..a_n1}}{\overline{1a_1a_2a_3..a_n2}}=\frac{21}{12}$ ។

**៦៦.** គណនាផលបូក : $S=\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ ។

**៦៧.** សម្រួលកន្សោម : $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2012}+\sqrt{3}$ ។

**៦៨.** សូមបង្ហាញឱ្យឃើញថា $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}$ ។

**៦៩.** ចំពោះ $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times 3\times 2\times 1$ ។ គណនាផលបូក $S=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{n}{(n+1)!}$ ។

**៧០.** កំណត់លេខខាងចុងនៃផលបូក : $\Sigma=1^2+2^2+3^2+...+2010^2+2011^2$ ។

**៧១.** កំណត់លេខខាងចុងនៃផលបូក : $\Sigma=1!+2!+3!+...+2010!+2011!$ ។

**៧២.** គេឱ្យ $\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=1$ ។ គណនាតម្លៃ $A=a^{2012}+ab^{2011}$ ។

**៧៣.** ដោះស្រាយសមីការ : $2011^{\log_{2012}x}+x^{\log_{2012}2011}=4022$ ។

**៧៤.** គេឱ្យ $ab=1$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា : $a^5+b^5=\left(a^3+b^3\right)\left(a^2+b^2\right)-(a+b)$ ។

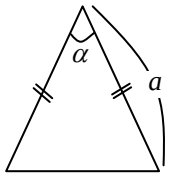
**៧៥.** គេឱ្យ $x$ , $y$ និង $z$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} x^2+2y+1=0 \\ y^2+2z+1=0 \\ z^2+2x+1=0 \end{cases}$ ។ គណនាកន្សោម : $A=x^{2010}+y^{2011}+x^{2012}$ ។

**៧៦.** ពីសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ។ បង្ហាញថា $\frac{ad+bc}{2ab}=\frac{2cd}{ad+bc}$ ។

**៧៧.** $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ចូរសម្រួលកន្សោម : $A=\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{2}\right)\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$ ។

**៧៨.** គេឱ្យ $a+b+c=1$ , $a^2+b^2+c^2=1$ និង $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=m$ ។ ចូរគណនា $P=xy+yz+zx$ ។

**៧៩.** គេឱ្យត្រីកោណសមបាទមួយ ដែលមានមុំមួយមានរង្វាស់ស្មើ $\alpha$ និងជ្រុងពីរដែលអមនឹងមុំនេះ មានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយស្មើ $a$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណនេះ ជាអនុគមន៍នៃ $\alpha$ និង $a$ ។




**៨០.** ប្រៀបធៀបចំនួន ក. $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ និង $\sqrt{21}$ ខ. $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}$ និង $2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$ ។

**៨១.** រកតម្លៃគត់នៃ $x$ , $y$ និង $z$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ : $x+y+z+4=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}$ ។

**៨២.** គេឱ្យ $\begin{cases} ax^3=by^3=cz^3 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \end{cases}$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$ ។

**៨៣.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា ទីប្រជុំទម្ងន់$G$ ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ $O$ និងអរតូសង់នៃត្រីកោណ $H$ នៃត្រីកោណមួយ ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា ។

**៨៤.** គេឱ្យ $P=a^2b^2+5a^2+9b^2-6ab^2-30a+45$ ។ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃចំនួនពិត$a$ និង$b$ បង្ហាញថា $P\geq 0$ ។

**៨៥.** សូមបង្ហាញឱ្យឃើញថា $39^{51}+51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

**៨៦.** គណនា $A=101\cdot 10001\cdot 100000001\times\ldots\times\underbrace{1000\ldots001}_{\text{មាន } 2^n-1 \text{ ដងនៃលេខ } 0}$ ។

**៨៧.** គណនាតម្លៃ $n$ ដែលនាំឱ្យ $\frac{3}{2011}+\frac{9}{2011}+\frac{15}{2011}+\ldots+\frac{6n-3}{2011}=\frac{300}{2011}$ ។

**៨៨.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ក. $\begin{cases} x^2=2x-y \\ y^2=2y-z \\ z^2=2z-x \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=-\frac{1}{12} \\ \frac{1}{c}+\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{7}{12} \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}=\frac{5}{12} \end{cases}$ ។

**៨៩.** ដោះស្រាយសមីការ: $\frac{x-4}{2007}+\frac{x-3}{2008}+\frac{x-2}{2009}+\frac{x-1}{2010}=4$ ។

**៩០.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ។

**៩១.** សម្រួលកន្សោម $B=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ ។

**៩២.** គេឱ្យបីចំនួនរួមមាន : $A=\underbrace{888\ldots88}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 8}$ $B=\underbrace{222\ldots222}_{\text{មាន } n+1 \text{ តួនៃលេខ } 2}$ និង $C=\underbrace{444\ldots444}_{\text{មាន } 2n \text{ តួនៃលេខ } 4}$

ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ ។

**៩៣.** កាលណាបាតនៃត្រីកោណមួយកើនឡើង 10% តើកម្ពស់នៃត្រីកោណនោះត្រូវថយចុះប៉ុន្មានភាគរយ ដើម្បីឱ្យវានៅតែរក្សាក្រឡាផ្ទៃឱ្យនៅដដែល ។

**៩៤.** គេឱ្យ $a$ , $b$ និង$c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ ។ស្រាយថា : $ab+bc+ac\leq a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$ ។

**៩៥.** គេឱ្យបីចំនួន $a,b$ និង $c$ ដែល $a+b+c=0$ និង $abc\neq 0$ ។ គណនា $E$ ដែល $E=\frac{2011}{b^2-a^2+c^2}-\frac{2011}{b^2-a^2-c^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$ ។

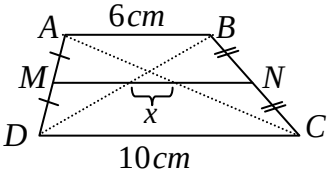
**៩៦.** បង្ហាញថា $2010\cdot 2012\left(2011^2+1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)=\left(2011^{32}-1\right)$ ។

**៩៧.** គេឱ្យ $ABC$ ជាត្រីកោណមួយ ដែលមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន ។ បំភ្លឺថា $2AM<AB+AC$ ។

**៩៨.** ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $x$ , $x+a$ និង $x+2a$ ដែល $x>0$ និង $a$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ រកគ្រប់រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណនេះ ដែលតូចជាង ឬស្មើ 10 ដើម្បីឱ្យវាជាត្រីកោណកែង ។

**៩៩.** ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 3 , 4 , 5 ។ ត្រីកោណនេះជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ។ តាង $A$ , $B$ , $C$ ជាក្រឡាផ្ទៃផ្នែកបួង់ ដែលនៅក្នុងរង្វង់ និងក្រៅត្រីកោណ ហើយ $C$ ជាផ្នែកក្រឡាផ្ទៃដែលធំជាងគេ ។ គណនា $A+B$ ជាអនុគមន៍នឹង $C$ ។

**១០០.** គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ជាចតុកោណព្យាយ និងមាន $MN$ ជាបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្យាយនេះ ។ គណនាប្រវែងបាតមធ្យមនៅចន្លោះអង្កត់ទ្រូង x ដូចរូប? បើគេដឹងថា បាតតូច $AB=6cm$ និងបាតធំ $CD=10cm$ ។




**១០១.** ចូរគណនាផលបូក $S=\frac{1^2}{1\cdot 3}+\frac{2^2}{3\cdot 5}+\frac{3^2}{5\cdot 7}+...+\frac{1000^2}{1999\cdot 2001}$ ។

**១០២.** ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា $\underbrace{\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}}_{\text{មាន } n \text{ រ៉ាឌីកាល់}}+\underbrace{\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}}_{\text{មាន } n \text{ រ៉ាឌីកាល់}}<9$

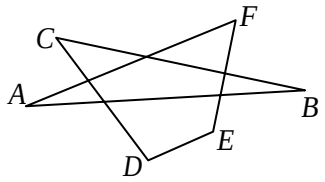
**១០៣.** ក. ចូរគណនាផលបូក $S=1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+3\cdot 4\cdot 5+...+n(n+1)(n+2)$

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4S+1$ ជាការេប្រាកដ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ។

**១០៤.** គេឱ្យ $0<x_1<x_2<x_3<...<x_{12}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7$ ។

**១០៥.** បើ $x$ , $y$ ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2+3xy+y^2=60$ ។ រកតម្លៃធំបំផុតនៃផលគុណ $xy$ ។

**១០៦.** រកផលបូករង្វាស់មុំ (គិតជាដឺក្រេ) នៃមុំ $A,B,C,D,E$ និង $F$ នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ ។




**១០៧.** ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A=111...11222..22$ ដែលមានចំនួនតួនៃលេខ1 និងលេខ2 ស្មើគ្នាគឺ 2011 តួ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A$ ជាផលគុណនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា ។

**១០៨.** ឧបមាថា $x_1$ , $x_2$ ជាឫសនៃសមីការ : $2011x^2-(t-2011)x-2011=0$ ។ រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម : $H=(x_2-x_1)^2+4\left(\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)^2$ ។

**១០៩.** គណនាតម្លៃលេខនៃ $A=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$ ។

**១១០.** គេមានពហុធា $p(x)$ ។ គេដឹងថាសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង $x$ ស្មើ 1 ហើយសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង $x-1$ ស្មើ 2 ។ រកសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង $x(x-1)$ ។ (អ្នកអាចប្រើប្រាស់ជាមួយលំហាត់ទី៨ ទំព័រទី1)

**១១១.** ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$ ចែកដាច់នឹង 31 ។

**១១២.** រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន $2^{3^4}$ ។

**១១៣.** រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន $123456789^{2011}$

**១១៤.** ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

**១១៥.** បញ្ជាក់តម្លៃនៃចំនួនពិត $x$ ដោយប្រើសញ្ញាវិសមភាព។ ដោយដឹងថា $x$ ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់ កាលណាគេសរសេរវាជាចំនួនទសភាគ ។

**១១៦.** ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $\left(1+2000^{\,2}\right)$ និង $\left(2001^{\,2}-2\cdot 2000\right)$

ខ. ដោយមិនប្រើ $2000^2=4000000$ និង $2001^2=4004001$ គណនា $A=\sqrt{1+2000^2+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$ ។

**១១៧.** គេឱ្យចំនាក់ចំនង $\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}=a$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$ ។

**១១៨.** ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2001}+\sqrt{2002}$ និង $2\sqrt{2002}$ ។

**១១៩.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $A=\underbrace{111...111}_{2n\text{ នៃលេខ}1}+\underbrace{444...44}_{n\text{ នៃលេខ}4}+1$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ ។

**១២០.** សម្រួលកន្សោម : $E=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{p}}+\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$ ដែល $(p\,,\,q>0)$ ។

**១២១.** គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម : $A=\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$ ។

**១២២.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$ ។

**១២៣.** គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $S=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}}}$ ។

**១២៤.** ឧបមាថា $a\neq 0\,,\,b\neq 0$ និង $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=2011$ ។ គណនាតម្លៃនៃ $\frac{b+c}{a+b}$ ។

**១២៥.** ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x-7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$ ។

**១២៦.** ដោះស្រាយសមីការ : $x^{2000}+\sqrt{6}x^{1998}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{1999}$ ។

**១២៧.** ដោះស្រាយសមីការ : $\log_2\log_3\log_4 x=2$ ។

**១២៨.** គណនាផលបូក $A=1+11+111+...+\underbrace{111...11}_{n\text{ នៃលេខ}1}$ ។

**១២៩.** ដោះស្រាយសមីការ :ក. $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$ ខ. $\left(x^x\right)^x=x^{\left(x^x\right)}$ ។

**១៣០.** គេឱ្យ $a,b,c$ ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} a+b^2+2ac=29 \\ b+c^2+2ab=18 \\ c+a^2+2bc=25 \end{cases}$ ។ ចូរគណនា $a+b+c$ ។

**១៣១.** គណនាផលបូក $S=1+2+3+...+2011$ ។ (ដោះស្រាយពុំតាមរូបមន្តស្ទីត) ។

**១៣២.** ថ្នាក់ទី $9B$ មានសិស្សសរុប $28$ នាក់ ។ សិស្សប្រុសមានកម្ពស់មធ្យម $1.68m$ និងសិស្សស្រីមានកម្ពស់មធ្យមគឺ $1.60m$ ។ បើដឹងថាកម្ពស់មធ្យមរបស់សិស្សនៅក្នុងថ្នាក់ទាំងអស់គឺ $1.66m$ ។ រកចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់ ។

**១៣៣.** គណនាកន្សោម $A=(a+b+c)^2-(-a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b+c)^2$ ។

**១៣៤.** គេឱ្យ $a+b+c=0$ ។ បង្ហាញថា $\frac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\frac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}=0$ ។

**១៣៥.** កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ ដើម្បីឱ្យពហុធា $x^4+2x^3+ax^2+bx+1$ ជាការេនៃត្រីធាដឺក្រេទី2 $x^2+px+q$ ។

**១៣៦.** ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$ ។

**១៣៧.** គណនា $E=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2-\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$ ។

**១៣៨.** កំណត់តម្លៃ $m$ និង $n$ ដើម្បីឱ្យសមីការ $\frac{1}{x-3}+\frac{m}{x-4}=\frac{n}{(x-3)(x-4)}$ មានឬសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

**១៣៩.** កំណត់តម្លៃ $a$ ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=3 \end{cases}$ មានឬសផ្ទៀងផ្ទាត់ $x>y$ ។

**១៤០.** គេឱ្យ $a,b,c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់$a+b+c=0$ និង $ab+bc+ca=0$ ។ គណនា $D=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(c-1)^{2012}$ ។

**១៤១.** គណនា $S=(1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+...+2010\cdot2012)-(1^2+2^2+3^2+...+2010^2)$ ។

**១៤២.** បង្ហាញថា $A=9^{2011}+8^{2011}+7^{2011}+6^{2011}+5^{2011}-1^{2011}-2^{2011}-3^{2011}-4^{2011}$ ចែកដាច់នឹង $5$ ។

**១៤៣.** គេឱ្យអនុគមន៍ពីរ $f$ និង $g$ កំណត់ដោយ : $f:x\to f(x)=px-2$ ដែល $p$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រពិត និង $g:x\to g(x)=4x+3$ ។

ក. គណនា $f\circ g$ និងគណនា $g\circ f$ ។ ខ. កំណត់តម្លៃ $p$ ដើម្បីឱ្យគេបាន $f\circ g=g\circ f$ ។

**១៤៤.** គេមាន $P_n=\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2^2}\cos\frac{x}{2^3}\times...\times\cos\frac{x}{2^n}$ ។ បង្ហាញថា $P_n=\frac{1}{2^n}\cdot\frac{\sin x}{\sin\frac{x}{2^n}}$ ។

**១៤៥.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការក្នុង $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ នៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2-y^2=5440 \\ PGCD(x,y)=8 \end{cases}$ ។

**១៤៦.** ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ $\mathbb{N}$ នៃសមីការ $xy=3x+2y+37$ ។

**១៤៧.** បំភ្លឺថាចំនួន $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង $8$ ។

**១៤៨.** ស្រាយបំភ្លឺថា បើគេមានសមភាព $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ad+bc)^2$ នោះគេត្រូវបាន $a,b,c$ និង $d$ ជាតួនៃសមាមាត្រមួយ ។

**១៤៩.** គេឱ្យ $ax+by=0$ ។ បង្ហាញថា $\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}=1$ ។

**១៥០.** គេឱ្យ $a+b+c=0$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ដែល $a\neq 0, b\neq 0, c\neq 0$ ។ គណនាតម្លៃនៃ $K=\frac{a^2+b^2+c^2}{2011}$ ។

**១៥១.** បង្ហាញថា $A=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់ ។

**១៥២.** ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{x^2+2x+1}$ ។

**១៥៣.** គណនាបីចំនួនគត់តគ្នា បើគេដឹងថា ផលចែកនៃផលគុណចំនួនទាំងបី នឹងពាក់កណ្តាលការេនៃផលបូកចំនួនទាំងបី ស្មើ $\frac{130}{21}$ ។

**១៥៤.** បើ $x^2yz^3=7^3$ និង $xy^2=7^9$ ។ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃ $xyz$ ។

**១៥៥.** រកតម្លៃលេខនៃ $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}$ ។

**១៥៦.** ចំពោះ $a\neq b\neq c$ គណនាកន្សោម $H=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$ ។

**១៥៧.** គេដាំកូនឈើ 40ដើម ព័ទ្ធជុំវិញចម្ការមួយមានរាងជាចតុកោណកែង។ តើចម្ការនោះអាចមានក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតប៉ុន្មាន ? បើគេដឹងថា គម្លាតពីដើមឈើមួយទៅដើមឈើមួយទៀតមានប្រវែង $2m$ ។

**១៥៨.** បង្ហាញថាចំនួន $\sqrt{3}$ ពុំមែនជាចំនួនសនិទាន។ ( ចំនួនសនិទាន ជាចំនួនមានទម្រង់ជាប្រភាគ $\frac{a}{b}$ ដែល ... ) ។

**១៥៩.** បើ $x$ និង $y$ ជាចំនួនពិត ចូរដោះស្រាយសមីការ $x^2+y^2=0$ ។

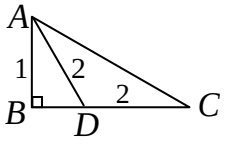
**១៦0.** គណនា $A=2\frac{3}{4}$ $B=2\cdot\frac{3}{4}$ $C=2\times\frac{3}{4}$ $D=2\left(\frac{3}{4}\right)$ $E=2+\frac{3}{4}$ ។

**១៦១.** គណនា $A=2^{2^2}$ $B=\left(2^2\right)^2$ $C=2^{2\cdot 2}$ $D=2^{2+2}$ $E=2\cdot 2^2$ ។

**១៦២.** សរសេរជាទម្រង់ប្រភាគនៃ $A=1.\overline{2}$ $B=0.\overline{12}$ $C=0.1\overline{2}$ $D=1.2\overline{0}$ ។

**១៦៣.** គេមានការេមួយមានជ្រុង$a$ ។ គណនាអង្កត់ទ្រូង និងចម្ងាយខ្លីបំផុតពីចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទៅជ្រុងការេ ។

**១៦៤.** គេមានត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់កំពូល $B$ ហើយមានប្រវែងជ្រុង $AB=1$ ។
$D$ ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង $[BC]$ ដែល $AD=CD=2$ ។ គណនា $AC$ ។




**១៦៥.** ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)x-2011=0$ ។

**១៦៦.** ដោះស្រាយសមីការ $\left(x^2+2x+4\right)\left(x^2+2x+3\right)=x^2+2x+7$ ។

**១៦៧.** ឧបមាថាសមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫស $x_1$ និង $x_2$ ។ តាង $S_n=x_1^n+x_2^n$ ដែល $n$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $aS_{n+1}+bS_n+cS_{n-1}=0$ ។

**១៦៨.** គេឱ្យ $\frac{x^2+2y^2}{306}=\frac{x^2-2y^2}{294}$ ។ គណនា $\frac{x^2}{y^2}$ ។

**១៦៩.** គណនា $A=(x+2)^2-2(x+2)(x-8)+(x-8)^2$ ចំពោះ $x=2011^{2012}$ ។

**១៧0.** គេឱ្យ$a$ , $b$ និង $c$ ជាបីចំនួនខុសពីសូន្យ ដែល $a+b+c=1$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

**១៧១.** រកពីរចំនួនពិតដែលមានផលបូកស្មើ 13 ហើយផលបូកចម្រាសរបស់វាស្មើនឹង $\frac{13}{40}$ ។

**១៧២.** គេឱ្យសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=k$ ។

ក. ដោះស្រាយសមីការ ចំពោះ $k=3$ ។ ខ. កំណត់តម្លៃ $k$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫស ។

**១៧៣.** ប្រៀបធៀបពីរចំនួន : $200^{300}$ និង $300^{200}$ ។

**១៧៤.** ប្រៀបធៀបចំនួន $31^{11}$ និង $17^{14}$ ។

**១៧៥.** បើ $a$ ជាឫសនៃសមីការ $x^{2011}=1$ ហើយ $a\neq 1$ ។ ចូរគណនា $1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}$ ។

**១៧៦.** គណនាផលបូក $S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n$ ។ (ពុំដោះស្រាយតាមរូបមន្តស្វ៊ីតធរណីមាត្រ) ។

**១៧៧.** គណនា $A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ ។

**១៧៨.** កំណត់តម្លៃ $m$ នៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x-4y=7\\3x+y=m\end{cases}$ ដើម្បីឱ្យវាមានឫស $x>0$ និង $y<0$ ។

**១៧៩.** គណនា $E=\sqrt{1+2+3+\ldots+2009+2010+2011+2010+2009+\ldots+3+2+1}$ ។

**១៨0.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}a+b+c=3\\b+a+d=4\\a+c+d=5\\b+c+d=6\end{cases}$ ។

**១៨១.** បង្ហាញថា $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$ ហើយ $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$ ។

**១៨២.** គេឱ្យពហុធា $f(x)=x^n-4x^2+1$ ដែល $n$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ($n\in\mathbb{N}$) ។ កំណត់តម្លៃ $n$ ដើម្បីឱ្យវិធីចែកនៃពហុធាខាងលើ និងពហុធា $(x-3)$ មានសំណល់ស្មើ 46 ។

**១៨៣.** ដោះស្រាយសមីការ : $\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x}}}}}}=1$ ។

**១៨៤.** កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់ $n$ ដែលធ្វើឱ្យ $B=4^{27}+4^{1016}+4^n$ ជាការេប្រាកដនៃមួយចំនួនគត់ ។

**១៨៥.** ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x^4+x^2+1}{x^2}=\frac{x^2+x+1}{x}$ ។

**១៨៦.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : ក. $\begin{cases}x+y+z=6\\xy+yz+zx=12\\\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=3\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3\\\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=3\\\frac{1}{xyz}=1\end{cases}$ ។

**១៨៧.** គេឱ្យ $4^a+4^{-a}=23$ ។ គណនា $2^a+2^{-a}$ ។

**១៨៨.** រកចំនួនលទ្ធភាពទាំងអស់ ក្នុងការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ ដែលមានក្បាលប្រព័ន្ធ : ក. 011 ខ.097 ។

**១៨៩.** ដោយប្រើលេខទាំងបួនមាន : $1, 2, 4$ និង $9$ ។ តើគេអាចបង្កើតបានលេខបួនខ្ទង់ ប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា?

**១៩០.** ឧបមាថាសមីការ $x^2+px+1=0$ មានឫស $a, b$ និងសមីការ $x^2+qx+2=0$ មានឫស $b, c$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(b-a)(b-c)=pq-6$ ។

**១៩១.** ស្រាយបំភ្លឺថា បើគេមាន $a+b+c=abc$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$ នោះយើងបាន $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$ ។

**១៩២.** រកពីរចំនួនដោយដឹងថា ផលបូក ផលគុណ និងផលចែករវាងចំនួនទាំងពីរ ស្មើគ្នា ។

**១៩៣.** គណនាផលគុណ $P=(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\times\ldots\times(1+x^{2^n})$ ។

**១៩៤.** គណនាផលបូក $S=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+2011}$ ។

**១៩៥.** គណនាផលបូក $S=\frac{1}{x^2+x}+\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+5x+6}+\frac{1}{x^2+7x+12}+\frac{1}{x^2+9x+20}$ ចំពោះ $x=95$ ។

**១៩៦.** បើ $abc=1$ បង្ហាញថា $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$ ។

**១៩៧.** រកតម្លៃ $x$ បើ : $\overline{xxx(x-1)}=(x-1)^{x-2}$ ដែល $x$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

**១៩៨.** សម្រួលកន្សោម $A=\log_3 2\cdot\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\log_6 5\cdot\log_7 6\cdot\log_8 7$ ។

**១៩៩.** គណនាផលបូក $S=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_{a^2} x}+\frac{1}{\log_{a^3} x}+\ldots+\frac{1}{\log_{a^k} x}$ ដែល $k$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

**២០០.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{2011}=0 \\ x_1^2+x_2^2+x_3^2+\ldots+x_{2011}^2=0 \\ x_1^3+x_2^3+x_3^3+\ldots+x_{2011}^3=0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^{2011}+x_2^{2011}+x_3^{2011}+\ldots+x_{2011}^{2011}=0 \end{cases}$ ។

**២០១.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមដេទែមីណង់ : $\begin{cases} 3^{\pi}x+3^{-\pi}y=2 \\ 2\cdot 3^{\pi}x-3^{-\pi}y=1 \end{cases}$ ។

**២០២.** គេឱ្យពីចំនួនពិត $x$ និង $y$ មានសញ្ញាដូចគ្នា។ បង្ហាញថា : ក. $x^2+y^2\geq 2xy$ ខ. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$ ។

**២០៣.** សម្រួលកន្សោម : $E=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ និង $F=\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$ ដែល $a>0, b>0$ ។

រួចគណនា : $E+F$ និង $E\cdot F$ ។

**២០៤.** ចំពោះ $x=100$ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម : $A=x^n-100x^{n-1}+x^{n-2}-100x^{n-3}+x^{n-4}-100x^{n-5}$ ។

**២០៥.** គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-\sqrt[3]{8}}}}}$ ។

**២០៦.** គេឱ្យ $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួនគត់តគ្នា ។ ដោយដឹងថា $a^2-b^2=321$ ចូរគណនាតម្លៃនៃ $a$ និង $b$ ។

**២០៧.** ដូចម្តេចដែលហៅថាមុំទល់កំពូល ? បង្ហាញថាមុំទល់កំពូលជាមុំប៉ុនគ្នា ។

**២០៨.** រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ដើម្បីឱ្យ $x^2+x+6$ ស្មើនឹង $n^2$ ដែល $x$ ជាចំនួនគត់ ។

**២០៩.** ប្រៀបធៀបកន្សោម : $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ និង $\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$ ។

**២១០.** គេមានសមីការ $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$ ។

ក. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យ $x=1$ ជាឫសនៃសមីការខាងលើ រួចគណនាឫសមួយទៀត ។

ខ. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប រួចគណនាឫសឌុបទាំងនោះ ។

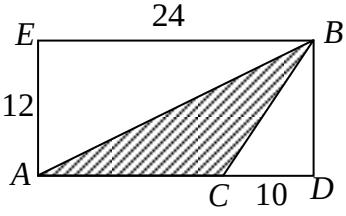
**២១១.** រកពីរចំនួន $x$ និង $y$ ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណ : $\begin{cases}x^2+y^2=25\\xy=12\end{cases}$ ។

**២១២.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2+x+y=8\\x^2+y^2+xy=7\end{cases}$

**២១៣.** ដូចម្តេចដែលហៅថាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ? បង្ហាញថាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលបាតមួយនៃត្រីកោណនោះ ។

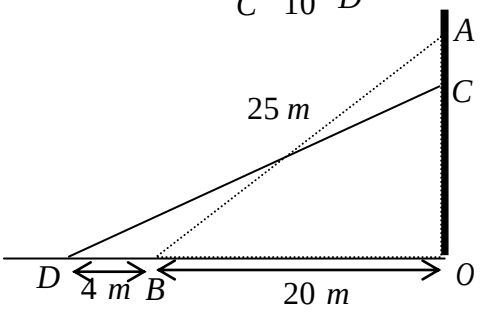
**២១៤.** តើមានចំនួនគត់ $n$ ប៉ុន្មានខ្លះដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7}<\frac{n}{12}<\frac{4}{5}$ ?

**២១៥.** ត្រីកោណ $ABC$ ត្រូវបានកាត់ចេញពីក្រដាសរាងជាចតុកោណកែង ដូចរូបខាងស្តាំ ។ តើក្រដាសដែលនៅសល់មានប៉ុន្មានភាគ ?




**២១៦.** ទាញរក $\frac{1}{x+2012}=?$ បើដឹងថា $\frac{1}{x+2011}=2011$ ។

**២១៧.** របារដែកមួយមានប្រវែង $25m$ ត្រូវបានផ្អែកចុងខាងលើ ទៅលើជញ្ជាំងឈរមួយ ដែលចម្ងាយពីជញ្ជាំងទៅចុងរបារខាងក្រោមមានប្រវែង $20m$ ។ បើគេបង្ខិតរបាចេញពីជញ្ជាំងថែម $4m$ ទៀត តើចុងរបារបានធ្លាក់ចុះចំនួនប៉ុន្មាន $m$ ?( សូមមើលរូបខាងស្តាំ )




**២១៨.** ត្រីកោណ $ABC$ មួយកែងត្រង់ $A$ ហើយមានបរិមាត្រ $60\ cm$ និងមានផ្ទៃក្រឡា $120\ cm^2$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ $ABC$ ។

**២១៩.** បង្ហាញថាត្រីកោណដែលមានរង្វាស់មុំទាំងបី $\alpha$ , $2\alpha$ និង $3\alpha$ ជាត្រីកោណកែង ។

**២២០.** បើគេដឹងថា $f(x)\cdot f(x+1)=9$ និង $f(3)=81$ ។ ចូររក $f(9)$ ។

**២២១.** សុខធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយបីប្រភេទគឺ រថយន្តបាន $\frac{3}{8}$ ហើយម៉ូតូបាន $\frac{3}{5}$ នៃចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់ ។

ក. រកប្រភាគតាងចម្ងាយផ្លូវដែលសុខត្រូវដើរ ។ ខ. រកចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់បើសុខដើរបាន $2\ km$ ។

**២២២.** ក. សរសេរ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$ ។ ខ. សរសេរ $1kg$ ជាភាគរយនៃ $800g$ ។

**២២៣.** អង្កត់ $MN$ មានរង្វាស់ $18cm$ ។ $I$ ជាចំណុចមួយនៅលើ $MN$ ហើយ $MI\neq NI$ ។ $A$ និង $B$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ $MI$ និង $NI$ ។ គណនា $AB$ ។

**២២៤.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា ផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណ ស្មើមុំក្រៅមួយនៃត្រីកោណ ដែលមិនជាប់មុំទាំងពីរនោះ ។

**២២៥.** គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4\right]^{2011^{2012}}$ ។

**២២៦.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 \\ 2^{-x}+2^{-y}+2^{-z}=\dfrac{7}{4} \\ x+y+z=3 \end{cases}$ ។

**២២៧.** $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $a+\sqrt{b}=\sqrt{15+\sqrt{216}}$ ។ ចូរគណនា $\left(\dfrac{2a}{b}\right)^{2011}$ ។

**២២៨.** គេដឹងថា $\log 2=0.3010...$ ។ ចូររកចំនួនខ្ទង់នៃផ្នែកគត់វិជ្ជមាននៃ $A=2^{2011}$ ។

**២២៩.** ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{3\sqrt{x}-5}{2}-\dfrac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$ ។

**២៣០.** ប្រៀបធៀបចំនួន $ab$ និង $PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)$ ចំពោះ $a=90$ , $b=280$ ។

**២៣១.** ផ្ទៀងផ្ទាត់ឯកលក្ខណៈភាព : $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$ ។

**២៣២.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x+y=4 \\ xy-z^2+6z=13 \end{cases}$ ។

**២៣៣.** គេមាននិមិត្តសញ្ញាលោការីត : $Logx$ , $\log x$ , $\lg x$ , $\ln x$ , $\log_{10} x$ , $\log_e x$ ។ តើនិមិត្តសញ្ញាណាខ្លះជាលោការីតទសភាគ (លោការីតគោល 10) ហើយលោការីតណាខ្លះជាលោការីតនេពែ (លោការីតគោល $e$) ?

**២៣៤.** ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 7 , 8 និង 11 ។ រកក្រឡាផ្ទៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ ។

**២៣៥.** គេមានបីចំនួន $a$ , $b$ , $c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=1$ , $a^2+b^2+c^2=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$ ។ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}$ ។

**២៣៦.** បង្ហាញថា : $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$ ។

**២៣៧.** អាយុឪពុកតិចជាងផលបូកអាយុកូនទាំងបី 3ឆ្នាំ ។ បើដឹងថា : អាយុឪពុក និងកូនទាំងបីសមាមាត្រនឹងចំនួន : 15 , 7 , 5 , 4 ។ រកអាយុម្នាក់ៗ ។

**២៣៨.** ប្រៀបធៀបពីរចំនួន : $\left(\dfrac{9}{25}\right)^{60}$ និង $\left(\dfrac{225}{625}\right)^{50}$ ។

**២៣៩.** គេឱ្យសមាមាត្រ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ស្រាយបំភ្លឺថាគេបាន : $\dfrac{ab}{cd}=\dfrac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$ ។

**២៤០.** រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នា ដោយដឹងថាផលដកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 321 ។

**២៤១.** ក្មេងលេងឃ្លីបីនាក់គឺ A , B និង C មានឃ្លីសមាមាត្រនឹង 3 , 4 , 5 ។ ក្រោយពេលឈប់លេងឃ្លីអ្នកទាំងបីមានសមាមាត្រ 15 , 16 , 17 ។ តើក្មេងណាឈ្នះ ក្មេងណាចាញ់ ?

**២៤២.** ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x}{3}-\dfrac{x}{6}+\dfrac{x}{9}-\dfrac{x}{12}=-1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}$ ។

**២៤៣.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x+xy+y=1 \\ y+yz+z=4 \\ z+zx+x=9 \end{cases}$

**២៤៤.** ប្រៀបធៀបចំនួន $2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$ មានលេខ 2 ចំនួន 1001ដង និង $3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}$ មានលេខ 3 ចំនួន 1000ដង ។

**២៤៥.** ដោះស្រាយសមីការ : $x=\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\cdot\sqrt{3-x}$ ។

**២៤៦.** បុរសម្នាក់ធ្វើដំណើរពីរាជធានីភ្នំពេញទៅកាន់ខេត្តស្វាយរៀង។ ក្រោយឆ្លងសាឡាងអ្នកលឿងគាត់ធ្វើដំណើរបន្ត ដល់ត្រង់ចំណុចមួយ គាត់បានចោលភ្នែកឃើញបង្គោលប្រាប់ចម្ងាយដាក់ថា "ស្វាយជ្រុំ $17km$" និងបង្គោលបន្ទាប់ដាក់ថា "ស្វាយរៀង $25km$ "។ សំណួរសួថា តើចម្ងាយពី ស្វាយជ្រុំ ទៅស្វាយរៀងមានប្រវែងប៉ុន្មាន $km$?

**២៤៧.** ចាបមួយហ្វូងហើរទំលើផ្កាឈូកនៃស្រះមួយ។ បើចាបមួយទំលើផ្កាឈូកមួយ នោះមានចាបមួយគ្មានផ្កាឈូកទំ ។ តែបើចាបពីរទំផ្កាឈូកមួយ នោះមានផ្កាឈូកមួយគ្មានចាបទំ។ ចូររកចំនួនចាប និងចំនួនផ្កាឈូក ។

**២៤៨.** សត្វខ្វែកទំលើមែកខ្វាវ បាក់មែកប្រាវងាប់បីរស់ពីរ ចុះបើសត្វ 120 ងាប់ប៉ុន្មាន ? រស់ប៉ុន្មាន ?

**២៤៩.** ដាវី មានអាយុតាងដោយ $x$ បើគិតគូឱ្យខ្ទិច $x$ ជាពហុគុណនៃ8 ដោយដឹងថា $x$ ធំជាង10 និងតូចជាង 20 ។ តើសព្វថ្ងៃ ដាវីស្រីមានអាយុប៉ុន្មាន ?

**២៥0.** កសិកម្មាក់មានចំណីសម្រាប់ផ្តត់ផ្គង់គោរបស់គាត់ 40 ក្បាលបាន 35 ថ្ងៃ។ បើគាត់ទិញគោ 10 ក្បាលបន្ថែមទៀត តើកាត់អាចផ្តត់ផ្គង់ចំណីដដែលឱ្យគោបានប៉ុន្មានថ្ងៃ ?

**២៥១.** គេឱ្យបីចំនួនពិត $a_1$ , $a_2$ និង $a_3$ ដែល $a_1=\sin a_1$ , $a_2=\cos a_1\cdot\sin a_2$ និង $a_3=\cos a_1\cdot\cos a_2$ ។ បង្ហាញថា $a_1^2+a_2^2+a_3^2=1$ ។

**២៥២.** គណនាផលគុណ $P_n=\left(1-x+x^2\right)\left(1-x^2+x^4\right)\left(1-x^4+x^8\right)\times\ldots\times\left(1-x^{2^n}+x^{2^{n+1}}\right)$ ។

**២៥៣.** បើ $a>0$ , $b>0$ និង $c>0$ បង្ហាញថា $\dfrac{3}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}$ ។

**២៥៤.** គណនាផលបូក $S_n=1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\ldots+n\cdot n!$ ដែល $n!=n(n-1)(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1$ ។

**២៥៥.** គណនាផលបូក $\displaystyle\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1}\right)}\right)$ ។

**២៥៦.** សម្រួលកន្សោម : $A=\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$ ។

**២៥៧.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើគេមាន $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ នោះគេបាន : $\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4=\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}$ ។

**២៥៨.** គេមាន $6^2-5^2=11$ , $56^2-45^2=1111$ , $556^2-445^2=111111$ , $5556^2-4445^2=11111111$ , ... ។ ពីការបង្ហាញឧទាហរណ៍ខាងលើចូររករូបមន្តទូទៅ និងស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្តនោះផង។

**២៥៩.** គណនាផលបូក : $S=\cos^2 1^o+\cos^2 2^o+\cos^2 3^o+\ldots+\cos^2 89^o$ ។

**២៦0.** គណនាផលបូក : $S=\sin^2 0^o+\sin^2 1^o+\sin^2 2^o+\ldots+\sin^2 90^o$ ។

**២៦១.** ចូរកំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ ដើម្បីឱ្យចំនួន $\overline{abba}$ ជាគូបប្រាកដនៃមួយចំនួនគត់ ។

**២៦២.** ក. កំណត់តម្លៃលេខនៃអញ្ញាត $a$ , $b$ , $c$ និង $d$ នៃចំនួន $\overline{abcd}$ ដោយដឹងថា $\overline{abcd}\times9=\overline{dcba}$ ។

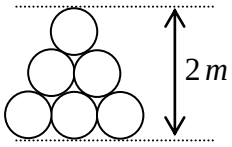
ខ. បញ្ជាក់ថា $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ សុទ្ធតែជាការេប្រាកដនៃមួយចំនួនគត់។

**២៦៣.** ពីរចំនួនដែលជាការេប្រាកដ ដោយដឹងថាផលគុណវា លើសផលបូកវាចំនួន 4844 ។

**២៦៤.** ត្រីកោណកែងមួយមានផ្ទៃក្រឡា $24cm^2$ និងមានបរិមាត្រ $24cm$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណ ។

**២៦៥.** មានពីរចំនួនគត់តគ្នា ដែលចំនួនទីមួយជាចំនួនបឋម និងចំនួនធំបន្ទាប់ជាការេប្រាកដ ។ ចូររកចំនួនទាំងពីរនោះ ។

**២៦៦.** គេមានរង្វង់ប៉ុនៗគ្នាហើយត្រូវបាន
គេរៀបដូចរូបខាងស្តាំ ដែលមាន
កម្ពស់ស្មើនឹង $2m$ ។ រកកាំរង្វង់ ។




**២៦៧.** ស្រាយឱ្យឃើញថា ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ជាត្រីកោណកែងជានិច្ច ។

**២៦៨.** ពហុកោណមួយមានផលបូកមុំក្នុងមិនលើសពី $2011^o$ ។ តើពហុកោណនេះអាចមានចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតប៉ុន្មាន ?

**២៦៩.** ចូរស្រាយថា រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណត្រូវតែតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វាជានិច្ច ។

**២៧០.** បុរសម្នាក់មានបារីមូលដោយដៃ 10 ដើម ។ គាត់ជក់បារីដោយរក្សាកន្ទុយបារី បើជក់អស់បីដើម នោះគាត់អាច
យកបន្ទុយបារីដែលសល់មូលបានមួយដើមថ្មីវិញ ។ តើគាត់ជក់ប៉ុន្មានដងទើបអស់បារីទាំង 10 ដើមគ្មានសល់ ?

**២៧១.** ដោះស្រាយសមីការ ក. $3^x+4^x=5^x$ ខ. $3^x+4^x+5^x=6^x$ ។

**២៧២.** ស្រាយបញ្ជាក់ ពីសមភាព $(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2=(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$
នោះគេបាន $x=y=z$ ។

**២៧៣.** ចូរគណនា $S=ab+cd$ ដោយដឹងថា $a^2+b^2=c^2+d^2=2011$ និង $ac+bd=0$ ។

**២៧៤.** ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{1}{\sin 2a}=\cot a-\cot 2a$ ។

ខ. ចូរគណនាផលបូក $S_n=\dfrac{1}{\sin a}+\dfrac{1}{\sin\dfrac{a}{2}}+\dfrac{1}{\sin\dfrac{a}{2^2}}+\dfrac{1}{\sin\dfrac{a}{2^3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sin\dfrac{a}{2^n}}$ ។

**២៧៥.** ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1+\dfrac{1}{\cos x}=\dfrac{\cot\dfrac{x}{2}}{\cot x}$ ។

ខ. ចូរគណនាផលគុណ $P_n=\left(1+\dfrac{1}{\cos x}\right)\left(1+\dfrac{1}{\cos\dfrac{x}{2}}\right)\left(1+\dfrac{1}{\cos\dfrac{x}{2^2}}\right)\times\ldots\times\left(1+\dfrac{1}{\cos\dfrac{x}{2^n}}\right)$ ។

**២៧៦.** គេឱ្យបួនចំនួន $x,y,z$ និង $t$ វិជ្ជមាន ដោយដឹងថា $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4}=\dfrac{t}{6}$ និង $\dfrac{yzt}{x}+\dfrac{ztx}{y}+\dfrac{txy}{z}+\dfrac{xyz}{t}=14625$ ។
គណនា $x,y,z$ និង $t$ ។

**២៧៧.** គេមានពហុធា $P=x^2+x+1$ និង $Q=2+x-x^2$ ។
ក. កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $P$ មានតម្លៃអប្បបរមា។ ខ. កំណត់តម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $Q$ មានតម្លៃអតិបរមា។

**២៧៨.** រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ តូចបំផុត ដែល $n$ មានសំណល់ $1,2,3,4,5$ ពេលចែកនឹង $2,3,4,5,6$ រៀងគ្នា ។

**២៧៩.** រកចំនួនគត់ $n$ តូចបំផុត ដែល $n$ ចែកដាច់នឹង 7 តែបើចែកនឹង $2,3,4,5,6$ ឱ្យសំណល់ស្មើ 1 ជានិច្ច ។

**២៨០.** ស្រាយបញ្ជាក់ថាកន្សោម $E=\cos^6 x+\sin^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$ មានតម្លៃថេរ គ្រប់តម្លៃរបស់ $x$ ។

**២៨១.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $:\begin{cases}x^3+y^3=9\\xy=2\end{cases}$ ។

**២៨២.** ដោះស្រាយសមីការ $\left(3^{2011}-3^{2010}\right)\left(3^{2009}-3^{2008}\right)=4\times 3^x$ ។

**២៨៣.** សរសេរ $N$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ ដែល $N=(3a-1)^2-4\left(a^2+6a+9\right)$ ។

**២៨៤.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $N=4(4a+1)^2-100$ ចែកដាច់នឹង 32 ។

**២៨៥.** គេឱ្យ $a+b=1$ ។ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $P=2\left(a^3+b^3\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$ ។

**២៨៦.** រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ ដោយដឹងថា $a^2-b^2=24$ ។

**២៨៧.** ការពើរមានផលដកក្រឡាផ្ទៃស្មើ $1152\ m^2$ និងមានផលដកប្រវែងជ្រុងស្មើ $16m$ ។ គណនាជ្រុងការពើនីមួយៗ ។

**២៨៨.** គណនាកន្សោម $A=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}+\dfrac{2}{(2-x)(3-x)}+\dfrac{3}{(1-x)(x-3)}$ ។

**២៨៩.** រកមួយចំនួន ដោយដឹងថា បីដងនៃចំនួននេះ និងការេនៃចំនួនដដែលនេះ ជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។

**២៩0.** គេមានចំនួន $N=12345678910111213..998999$ ដែលចំនួននេះសរសេរពីលេខ 1 ដល់លេខ 999 ។ តើលេខប៉ុន្មាននៅត្រង់ទីតាំងតួទី 2011 រាប់ពីខាងឆ្វេងដៃ ?

**២៩១.** គេឱ្យអនុគមន៍ $f$ កំណត់ $\forall x\in\Re-\{-1,0\}$ ដោយ $x(2x+1)f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x+1$ ។ ចូរគណនា ផលបូក $S=f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(2011)$ ។

**២៩២.** ប្រអប់មួយមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតកែង មានវិមាត្រ $180mm, 600mm, 90mm$ ។ រកចំនួនគូបតិចបំផុតដែលអាចរៀបបំពេញក្នុងប្រអប់នេះ ។

**២៩៣.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x+2y=3xy\\6x+y=4xy\end{cases}$ ។

**២៩៤.** រកពីរចំនួនគត់ $a$ និង $b$ ដែល $a>b$ ។ បើគេដឹងថា ផលបូករបស់វាជាពហុគុណនៃ 15 ហើយផលដកការេរបស់វាស្មើនឹង 45 ។

**២៩៥.** $x,y,z$ ជាចំនួនសនិទានខុសពីសូន្យ ។ បើ $A=\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{y}$ , $B=\dfrac{z}{x}+\dfrac{x}{z}$ , $C=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ ។ បង្ហាញថា តម្លៃនៃ $A^2+B^2+C^2-ABC$ មិនអាស្រ័យនឹង $x,y,z$ ។

**២៩៦.** យុវជនបីនាក់គឺ $A, B, C$ ធ្វើការរត់ប្រណាំងគ្នាចម្ងាយ $100\ m$ ។ ពេលរត់ប្រណាំងគេសង្កេតឃើញថា : ខណៈពេល $A$ រត់ដល់ទី $B$ នៅខ្វះ $10\ m$ ទៀត និងខណៈពេល $B$ រត់ដល់ទី $C$ នៅខ្វះ $10\ m$ ទៀត ។ គេសន្មត់ថាអ្នកទាំងបីរត់ក្នុងល្បឿនថេរ ។ សួរថា ខណៈពេលដែល $A$ រត់ដល់ទី តើ $C$ នៅចម្ងាយប៉ុន្មានម៉ែត្រ ពី $A$ ?

**២៩៧.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $:\begin{cases}-x+y+z=xyz\\x-y+z=xyz\\x+y-z=xyz\end{cases}$ ។

**២៩៨.** គេមាន $a, b, c$ ជាបីចំនួនខុសគ្នា ។ គណនាផលបូក $S=\dfrac{a}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c}{(c-a)(c-b)}$ ។

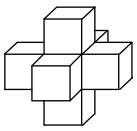
**២៩៩.** រកគ្រប់បណ្តាគូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x^2+x+13=y^2$ ។

**៣០០.** គេមានចំនួន $A=2^n\cdot 5^{2n+1}$ ដែល $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ តើចំនួន $A$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យ (0) ប៉ុន្មាន ?

**៣០១.** គេឱ្យបីចំនួនវិជ្ជមាន $a\,,\,b\,,\,c$ ។ ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x-a}{bc}+\dfrac{x-b}{ac}+\dfrac{x-c}{ab}=2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)$ ។

**៣០២.** រកឫសគូបនៃ $Z=\left(8\,,\,\dfrac{\pi}{4}\right)$ ។

**៣០៣.** គេមានគូបចំនួន 7 មានទំហំប៉ុនៗគ្នាៗ ហើយផ្គុំភ្ជាប់គ្នាបានដូចរូបសូលីតខាងស្តាំ :



ដោយដឹងថាសូលីតនេះមានមាឌ $448cm^3$ ចូររកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់សូលីតនេះ។

**៣០៤.** គេមានត្រីកោណ $ABC$ មួយ និងមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន ។ បង្ហាញឱ្យឃើញថា $2AM<AB+AC$ ។

**៣០៥.** អ្នកបើកបរម្នាក់ចេញពីទីក្រុង $A$ ទៅទីក្រុង $B$ ដោយល្បឿនថេរជារាងរាល់ថ្ងៃ។ គាត់ចាប់អារម្មណ៍ឃើញថា : បើគាត់បន្ថែមល្បឿន $3km/h$ នោះគាត់ទៅដល់គោលដៅ មុនពេលកំណត់ 1ម៉ោង។ តែបើគាត់បន្ថយល្បឿន $2\,km/h$ នោះគាត់ទៅដល់គោលដៅ ក្រោយពេលកំណត់ 1ម៉ោងដែរ។ គណនា រយៈពេលធម្មតា ល្បឿនធម្មតា និងចម្ងាយពីទីក្រុង $A$ ទៅទីក្រុង $B$ ។

**៣០៦.** មួយចំនួនមានផលគុណខ្លួនឯងស្មើនឹងផលបូកខ្លួនឯង។ គណនាមួយចំនួននោះ ។

**៣០៧.** ក្នុងកិច្ចប្រជុំមួយមានមនុស្ស 10 នាក់ បានចូលរួម ហើយអ្នកទាំងនោះបានចាប់ដៃស្វាគមន៍គ្នាទៅវិញទៅមក។ បើដឹងថាអ្នកទាំងអស់បានចាប់ដៃគ្នា គ្រប់ៗគ្នា។ ចូររកចំនួននៃការចាប់ដៃគ្នាទាំងអស់ ។

**៣០៨.** ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $2^9+3^9$ ចែកដាច់នឹង 35 ។

**៣០៩.** សម្រួលប្រភាគសនិទាន : $E=\dfrac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-5ab+6b^2}$ ។

**៣១០.** ត្រីកោណមួយមានបរិមាត្រ $24\,cm$ ។ បើប្រវែងជ្រុងទាំងបីសមាមាត្រវៀងគ្នាគឺ $3:4:5$ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់វា។

**៣១១.** ចំនួនគត់មួយមានលេខពីរខ្ទង់ ដែលមានផលបូកលេខតាមខ្ទង់ស្មើនឹង 9 ។ បើគេដូរខ្ទង់រាយទៅជាខ្ទង់ដប់វិញ នោះគេបានចំនួនថ្មីច្រើនជាងចំនួនចាស់ 63 ។ គណនាចំនួនគត់នោះ ។

**៣១២.** បរិមាត្រនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានរង្វាស់ស្មើ $48\,cm$ ។ រង្វាស់កម្ពស់នៃប្រលេឡូក្រាមសមាមាត្រ $5:7$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

**៣១៣.** រកតម្លៃ $x$ ដែលធ្វើឱ្យកន្សោម $P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ មានតម្លៃតូចបំផុត ? រកតម្លៃតូចបំផុតនោះ ។

**៣១៤.** មនុស្សមួយក្រុមឡើងជិះឡាន។ បើម្នាក់អង្គុយកៅអីមួយ នោះនៅសល់មនុស្ស 4 នាក់គ្មានកន្លែងអង្គុយ។ តែបើមនុស្សពីរនាក់ អង្គុយកៅអីមួយ នោះនៅសល់កៅអី 4 គ្មានមនុស្សអង្គុយ។ រកចំនួនមនុស្ស និងចំនួនកៅអី ។

**៣១៥.** ផលបូកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 1 ។ បង្ហាញថាផលគុណវាតូចជាង ឬស្មើនឹង $\dfrac{1}{4}$ ។

**៣១៦.** ការេមួយមានក្រឡាផ្ទៃ $100\ cm^2$ ចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់មួយ។ រកក្រឡាផ្ទៃនៃការេដែលចារឹកក្នុងរង្វង់ទាំងមូល ។

**៣១៧.** កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត $a$ និង $b$ ដោយដឹងថា $a^2+b^2=0$ ។

**៣១៨.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4}\\ xy+yz+zx=26\end{cases}$ ។

**៣១៩.** គណនាតម្លៃគត់កន្សោមលេខ : $E=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ ។

**៣២០.** ពីរចំនួនមានផលបូកស្មើ12 និងមានផលគុណស្មើ4 ។ គណនាផលបូកចម្រាសចំនួនទាំងពីរតាមពីររបៀបផ្សេងគ្នា ។

**៣២១.** បើ $x^2+3x+8$ ជាកត្តាមួយនៃកន្សោម $x^4+rx^2+s$ ចូរគណនារក $r$ និង $s$ ។

**៣២២.** គណនា $A=2\times4\times6\times...\times2n$ ។

**៣២៣.** គេមាន $S=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\times...\times(1+2^{1024})$ ។ ចូរគណនា $\sqrt[1024]{S+1}$ ។

**៣២៤.** ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូរគណនារកតម្លៃនៃ $A=\dfrac{2012}{1234568^2-1234567\times12345679}$ ។

**៣២៥.** រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ដើម្បីឱ្យ $4+n^4$ ជាចំនួនបឋម ។

**៣២៦.** រកលេខខាងចុងនៃផលគុណ $7^{2012}\times2013^{2010}\times7^{2000}\times2013^{2012}$ ។

**៣២៧.** គណនារកលេខខាងចុងនៃ $A$ ដែល $A=2012^{2013}$ ។

**៣២៨.** រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ ដែលធ្វើឱ្យ $2^n-1$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

**៣២៩.** បង្ហាញថា $12^{2012}-2^{2008}$ ចែកដាច់នឹង 10 ។

**៣៣០.** គេមានចំនួន $A$ ដែល $A=n^5-n$ ។ បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ នោះ $A$ ចែកដាច់នឹង 30 ។

**៣៣១.** គេឱ្យ $f$ ជាអនុគមន៍ពហុធាកំណត់ដោយ $f(x)=x^3-3x$ ។ ចូរគណនា $f(x)$ ចំពោះ $x=\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ។

**៣៣២.** រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ ដែលមានផលបូកស្មើ 92 និង $a+1$ ជាពហុគុណនៃ $b$ ។

**៣៣៣.** ចំពោះចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ , គេឱ្យ $P=(n+1)(n+2)(n+3)\times...\times(n+n)$ និង $P'=1\times3\times5\times...\times(2n-1)$ ។ បង្ហាញថា $P$ ចែកដាច់នឹង $P'$ និងរកផលចែករបស់វាផង ។

**៣៣៤.** គេឱ្យ $\overline{2a3}+326=\overline{5b9}$ ដែល $\overline{2a3}$ និង $\overline{5b9}$ ជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ ។ បើ$\overline{5b9}$ ចែកដាច់នឹង 9 គណនា$a+b$ ។

**៣៣៥.** ឧបមាថា $a^2+a=-1$ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=a^4+2a^3+4a^2+3a+3$ ។

**៣៣៦.** គណនាកន្សោម $A$ ដោយឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណបីកត្តា ដែល $A=\dfrac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{12}+\sqrt{8}+3+\sqrt{6}}$ ។

**៣៣៧.** គណនាតម្លៃលេខនៃ $S=\dfrac{2^2+4^2+6^2+...+200^2}{3^2+6^2+9^2+...+300^2}$ ។

**៣៣៨.** ត្រីកោណកែងមួយមានអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើ $13\,cm$ និងផលបូកជ្រុងពីរទៀតស្មើ $17\,cm$ ។ រកវង្វាស់ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ ។

**៣៣៩.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$ ។

**៣៤០.** បង្ហាញថា $A<6$ ដែល $A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+...+\sqrt[3]{24}}}}$ ។

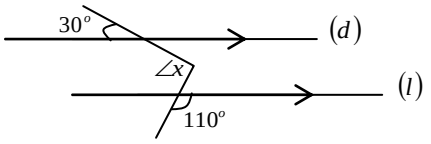
**៣៤១.** ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{x-4}{2008}+\frac{x-3}{2009}-\frac{x-2}{2010}-\frac{x-1}{2011}=0$ ។

**៣៤២.** រកបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នា $x$ , $y$ និង $z$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=6 \\ y+z=10 \end{cases}$ ។

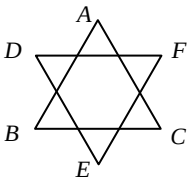
**៣៤៣.** ដោះស្រាយសមីការ : $\sqrt{x+1}=x-1$ ។

**៣៤៤.** គេមានបន្ទាត់ពីរស្របគ្នាគឺ $(d)\parallel(l)$ ។

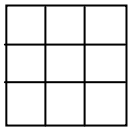
គណនាមុំ : $\angle x$ នៃរូបខាងស្តាំ ។




**៣៤៥.** គេមានត្រីកោណសម័ង្សពីរ គឺ $\Delta ABC$ និង $\Delta DEF$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើ $3\ cm$ ដូចគ្នា។ ត្រីកោណទាំងពីរផ្គុំគ្នាដូចរូបខាងស្តាំ បានត្រីកោណសម័ង្សតូចៗចំនួន ៦ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើ $1\ cm$ ដូចគ្នា។ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃរូបខាងស្តាំ ។




**៣៤៦.** គេមានចំនួន $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។ ចូរយកលេខទាំងនេះទៅបំពេញក្នុងប្រអប់ការេខាងស្តាំ ដើម្បីឱ្យផលបូកជួរដេក ស្មើផលបូកជួរឈរ ស្មើផលបូកអង្កត់ទ្រូង ស្មើនឹង 15 ។



**៣៤៧.** ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $a$ , $b$ និង $c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{a}{24}=\frac{b}{18}=\frac{c}{12}$ ។

ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ បើគេដឹងថា $b+c=10\ cm$ ។

ខ. គណនារង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណ ដែលត្រូវនឹងជ្រុង $a$ ។

**៣៤៨.** ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេរៀបសិស្សជាក្រុម។ បើរៀបសិស្ស ៨ នាក់ក្នុងមួយក្រុម នៅសល់សិស្ស ៤ នាក់ទៀត។ តែបើរៀបសិស្ស ៩ នាក់ក្នុងមួយក្រុម នោះនៅខ្វះសិស្ស ២ នាក់ទៀត។ រកចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់រៀននោះ ។

**៣៤៩.** រកមួយចំនួនបើដឹងថា ចំនួននោះមិនធំជាងពីរ ហើយក៏មិនតូចជាងពីរដែរ។

**៣៥០.** រកមួយចំនួន ដែលមានផលបូកស្មើផលគុណនៃខ្លួនឯង។

**៣៥១.** មធ្យមនៃពីរចំនួនស្មើ 2012 និងមធ្យមនៃបីចំនួនក៏ស្មើនឹង 2012 ដែរ។ ចូររកចំនួនទី 3 ។

**៣៥២.** $x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន មានលេខពីរខ្ទង់។ ចូរគណនា $x$ បើដឹងថា 44 ចែកដាច់នឹង $x$ សល់សំណល់ 10 ។

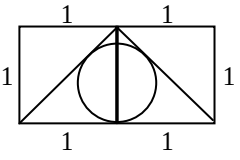
**៣៥៣.** ដោះស្រាយសមីការ $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ ។

**៣៥៤.** កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ ដើម្បីឱ្យកន្សោម $ax^3+bx^2+54x+27$ អាចសរសេរជាគូបនៃទ្វេធាមួយបាន ។ រួចកំណត់ទ្វេធានោះ ។

**៣៥៥.** ត្រីកោណ $ABC$ កែងត្រង់ $A$ មានអ៊ីប៉ូតេនុស $BC=17cm$ និង $AB+AC=23cm$ ។ គណនា $AB$ និង $AC$ ។

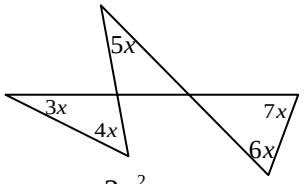
**៣៥៦.** គេឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 3x+7y=m \\ 2x+5y=20 \end{cases}$ ។ កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការវិជ្ជមាន ។

**៣៥៧.** គណនាកាំរង្វង់នៃរូបខាងស្តាំ :




**៣៥៨.** គណនាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ ដែលធ្វើឱ្យចំនួន $n+13$ និងចំនួន $n-76$ ជាការេប្រាកដ ។

**៣៥៩.** គណនាតម្លៃមុំ $x$ គិតជាដឺក្រេ នៃរូបខាងស្តាំ :




**៣៦០.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ដែលមានសមីការនីមួយៗគឺ $\frac{2x^2}{1+x^2}=y\ (1)$ , $\frac{2y^2}{1+y^2}=z\ (2)$ , $\frac{2z^2}{1+z^2}=x\ (3)$ ។

**៣៦១.** ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា ផលបូកមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណស្មើនឹង $180^o$ ។

**៣៦២.** ចូរស្រាយបញ្ជាក់ពីទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ដែលថាក្នុងត្រីកោណកែង $a^2+b^2=c^2$ មាន $c$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុស។

**៣៦៣.** ចូររកចំនួនមួយដែលមានលេខបួនខ្ទង់គឺ $\overline{abca}$ ដោយដឹងថា $\overline{abca}=(5c+1)^2$ ។

**៣៦៤.** គេមានពីរចំនួន $a>b>0$ ។ បង្ហាញថា គ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ នោះគេបាន $a^n>b^n$ ។

**៣៦៥.** គណនាផលគុណ $P=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{12}}{4}\times...\times\frac{\sqrt{9900}}{100}$ ។

**៣៦៦.** ដាក់កន្សោម $P=(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$ ជាផលគុណកត្តា ។

**៣៦៧.** គេឱ្យ $a>b>0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $3a^2+3b^2=10ab$ ។ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{a-b}{a+b}$ ។

**៣៦៨.** គេឱ្យកន្សោម $A=\frac{x-1}{x-3}$ ។ កំណត់តម្លៃ $x$ វិជ្ជមាន ដើម្បីឱ្យ $A$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

**៣៦៩.** បង្ហាញថា បើ $a+b+c=0$ ហើយ $a\neq0$ , $b\neq0$ , $c\neq0$ នោះគេបាន $a^3+b^3+c^3=3abc$ ។

**៣៧០.** ដោះស្រាយសមីការ $(x+2012)^{2012}-x^{2012}=0$ ។

**៣៧១.** គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\left(x^4-x^3-x^2+2x-1\right)^{2012}$ ចំពោះ $x=\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$ ។

**៣៧២.** សួនច្បារមួយមានរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានផ្ទៃក្រឡា 720 $m^2$ ។ បើគេន្លែមបណ្តោយ 6m និងបន្ថយទទឹង 4m នោះផ្ទៃក្រឡារបស់សួន មិនមានការផ្លាស់ប្តូរទេ ។ គណនាវិមាត្រនៃសួនច្បារនោះ។

**៣៧៣.** គេឱ្យពីរចំនួនដែលតូច ឬធំជាងគ្នា 3 ឯកតា។ បើដឹងថាផលបូកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើ 89 ចូររកចំនួនទាំងពីរ ។

**៣៧៤.** គណនាតម្លៃ $x$ , $y$ ដែល $y\geq0$ ពីសមីការ : $x^2-4x+y-6\sqrt{y}+13=0$ ។

**៣៧៥.** ក. ប្រៀបធៀប $3-\sqrt{3}$ និង $\sqrt{6\left(2-\sqrt{3}\right)}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀប $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ និង $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$ ។

**៣៧៦.** ដោះស្រាយសមីការ $(x-2)^4+(x-3)^4=1$ ។

**៣៧៧.** រកចំនួនដែលមានលេខពីរខ្ទង់ $\overline{AB}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overline{AB}^2-\overline{BA}^2=1980$ ។

**៣៧៨.** បើ $ab=4$ , $ac=5$ , $bc=20$ ។ គណនា $a$ , $b$ , $c$ ។

**៣៧៩.** គណនា $A=\left(2025-1^2\right)\left(2025-2^2\right)\left(2025-3^2\right)\times...\times\left(2025-50^2\right)$ ។

**៣៨០.** តើចំនួន $P=1\times2\times3\times...\times100$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួនប៉ុន្មានខ្ទង់ ?

**៣៨១.** តើចំនួន 2012! មានលេខសូន្យនៅខាងចុងប៉ុន្មាន ?

**៣៨២.** គណនា $N=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

**៣៨៣.** ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណិស និងឃ្លីពណិខ្មៅចំនួន 12 គ្រាប់ ។ រកចំនួនឃ្លី ស ដើម្បីឱ្យប្រូបាប នៃឃ្លីខ្មៅស្មើ $\frac{1}{3}$ ។

**៣៨៤.** គេឱ្យ $\Delta ABC$ ដែលមានមេដ្យាន $AM$ , $BN$ និង $CP$ ។

ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $AM+BN+CP<AB+BC+AC$ ។

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $AM+BN+CP>\frac{AB+BC+AC}{2}$ ។

**៣៨៥.** គេឱ្យបីចំនួនគតិរ៉ឹឡាទីបតគ្នា $a$ , $b$ , $c$ ដែល $a<b<c$ ។

ក. គណនាផលបូក $S=a+b+c$ ជាអនុគមន៍នៃ $b$ ។

ខ. ទាញរកតម្លៃនៃ $a$ , $b$ , $c$ ដោយដឹងថា $S=-333$ ។

**៣៨៦.** កុកមួយហើរជួបក្រសាមួយហ្វូងក៏ស្រែកសួរថា "សួស្តីមិត្តទាំង 100 " ។ មេខ្យល់នៃហ្វូងក្រសាបានឆ្លើយតបវិញថា "ទេចំនួនពួកយើងមិនគ្រប់ 100 ទេ" ។ ចំនួនពួកយើងបូកចំនួនពួកយើង បន្ថែមពាក់កណ្តាលនៃចំនួនពួកយើង ហើយថែម $\frac{1}{4}$ នៃពួកយើង ព្រមទាំងមិត្តឯទៀតទើបគ្រប់ 100 ។ ចូររកចំនួនក្រសាក្នុងហ្វូងទាំងអស់ ។

**៣៨៧.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz\\x^{2011}+y^{2011}+z^{2011}=3^{2012}\end{cases}$ ។

**៣៨៨.** បរិមាត្រនៃត្រីកោណ $ABC$ មួយមានរង្វាស់ស្មើ 80 cm ។ បើជ្រុងទាំងបីមានសមាមាត្រស្មើគ្នា 5 , 7 , 4 ។ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ ។

**៣៨៩.** គេឱ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{ab}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}$ ។

**៣៩០.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\2\sqrt{x+3}-\sqrt{y+1}=4\end{cases}$ ។

**៣៩១.** គេមាន $a>1$ , $b>1$ និង $a>b$ ។ ចូរប្រៀបធៀប $\frac{a-1}{b-1}$ , $\frac{a}{b}$ និង $\frac{a+1}{b+1}$ ។

**៣៩២.** ប្រៀបធៀប $A=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ និង $B=\sqrt{51+10\sqrt{2}}-\sqrt{51-10\sqrt{2}}$ ។

**៣៩៣.** ដោះស្រាយសមីការ $\frac{1+x}{x}+\frac{2+x}{x}+\frac{3+x}{x}+\ldots+\frac{2013+x}{x}=0$ ។

**៣៩៤.** ក. ដាក់ជាផលគុណកត្តានូវសមភាព $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ ។

ខ. បង្ហាញថាបើចំនួនពិតមិនសូន្យ $a$ , $b$ , $c$ ហើយមានពីរចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោម $a$ , $b$ , $c$ នោះគេបានទំនាក់ទំនង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ ។

**៣៩៥.** ដោះស្រាយសមីការ $3^{2+x}+3^{2-x}=30$ ។

**៣៩៦.** សម្រួលប្រភាគ $A=\frac{|x-1|+|x|+x}{3x^2-4x+1}$ ដោយ $x<0$ ។

**៣៩៧.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{x+y}{xyz}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{y+z}{xyz}=\dfrac{5}{6}\\ \dfrac{x+z}{xyz}=\dfrac{2}{3}\end{cases}$ ។

**៣៩៨.** ត្រីកោណកែងមួយមានរង្វាស់ជ្រុង ជាបីចំនួនគូតគ្នា ។ គណនាបរិមាត្រ និងក្រឡាផ្ទៃរបស់ត្រីកោណនេះ ។

**៣៩៩.** សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$ ។

**៤០០.** គណនាចម្ងាយពីចំណុច $A(6\,,\,6)$ ទៅបន្ទាត់ $(D)$: $y=-x+4$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ែ ។

**៤០១.**

**៤០២.** ដាក់កន្សោម $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+24$ ជាផលគុណកត្តា ។

**៤០៣.** គេមានបីចំនួន $a\,,\,b\,,\,c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $a^2+b^2+c^2=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា : $a+b^2+c^3=1$ ។

**៤០៤.** គេឱ្យ $ax+by+cz=0$ និង $a+b+c=\dfrac{1}{2005}$ ។ គណនា $A=\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{bc(y-z)^2+ac(x-z)^2+ab(x-y)^2}$ ។

**៤០៥.** ចូរកំណត់តម្លៃ $x$ និង $y$ ដើម្បីឱ្យចំនួន $N=\overline{3x82y}$ ចែកដាច់នឹង 3ផង និងចែកដាច់នឹង 11ផង ។

**៤០៦.** គេមានចំនួន $A=2^{2004}$ ។ ចូររកលេខ : ក. មួយខ្ទង់ខាងចុង ខ. ពីរខ្ទង់ខាងចុង គ. បីខ្ទង់ខាងចុង ។

**៤០៧.** គណនាផលបូក $S_n=\dfrac{1}{10}+\dfrac{2}{10^2}+\dfrac{3}{10^3}+\ldots+\dfrac{n}{10^n}$ ។

**៤០៨.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}(3x+y)^{x-y}=9\\ \sqrt[x-y]{324}=18x^2+12xy+2y^2\end{cases}$ ។

**៤០៩.** គេឱ្យ $a$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។ បង្ហាញថា $\forall n\in\aleph$ , $(a+1)^{n+1}-a(n+1)-1$ ជាពហុគុណនៃ $a^2$ ។

**៤១០.** ដាក់កន្សោមខាងស្តាំជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី1 : $\left(a^2-4b^2\right)+2\left(a^3+2b^3\right)x+a^4-b^4=0$ ។

**៤១១.** ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4a^4-4a^3+5a^2-4a+1\geq 0$ , $a$ ជាចំនួនពិត ។

**៤១២.** គេឱ្យសមីការ $(x+a+b)(x+b+c)(x+c+a)(a+b+c)=abcx$ ។ ដោះស្រាយសមីការបើ $a=2,b=3,c=4$ ។

**៤១៣.** គេឱ្យ $x\,,\,y\,,\,z$ ជាបីចំនួនវិជ្ជមានមិនសូន្យ ។ ចូរបង្ហាញថា $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{1}{z^2}\geq\dfrac{9}{x^2+y^2+z^2}$ ។

**៤១៤.** នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ែគេឱ្យបីចំណុច $A(1,2),B(2,3),C(3,4)$ ។ បន្ទាត់ $(D)$ និង $(L)$ កាត់តាម $C$ ។

ក. សរសេរសមីការបន្ទាត់$(AB)$ ខ. រកសមីការបន្ទាត់ $(D)$ ស្របនឹង $(AB)$ គ. រកបន្ទាត់ $(L)$ កែងនឹង$(AB)$ ។

**៤១៥.** ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x+1}{x^2+2x}+\dfrac{x+6}{x^2+12x+35}=\dfrac{x+2}{x^2+4x+3}+\dfrac{x+5}{x^2+10x+24}$ ។

**៤១៦.** ដោះស្រាយសមីការ $(24x-1)(12x-1)(8x-1)(6x-1)=330$ ។

**៤១៧.** ដោះស្រាយសមីការ $\left(x^2+3x-4\right)^3+\left(2x^2-5x+3\right)^3=\left(3x^2-2x-1\right)^3$ ។

**៤១៨.** បង្ហាញថា $\frac{1}{15}<\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\ldots\times\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$ ។

**៤១៩.** ដាក់ជាផលគុណកត្តានូវសមីការ $16x^5-20x^3+5x+1=0$ បើគេដឹងថា $(-1)$ ជាឫសនៃសមីការនេះ ។

**៤២០.** បើ $a\neq 0$ , $b\neq 0$ , $c\neq 0$ ដែល $a>b>c$ ។ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{a}<\frac{ab+bc+ca}{3abc}$ ។

**៤២១.** រកបីចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីប $a$ , $b$ , $c$ ដោយដឹងថា ចំពោះគ្រប់តម្លៃ $x$ គេបាន : $(x-a)(x-10)+1=(x+b)(x+c)$ ។

**៤២២.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{2000}=1\\x_1+x_3+x_4+\ldots+x_{2000}=2\\x_1+x_2+x_4+\ldots+x_{2000}=3\\\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{1999}=2000\end{cases}$ ដែលមានចំនួន 2000 សមីការ ។

**៤២៣.** ដោះស្រាយសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$ ។

**៤២៤.** គេមានចតុកោណញ្ចាយ $ABCD$ មួយមានបាត $AB=80\,cm$ , $CD=40\,cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណញ្ចាយនេះ បើដឹងថាជ្រុង $AD=68\,cm$ និង $AC=84\,cm$ ។

**៤២៥.** ថ្នាក់ទី 9C មានសិស្សបីប្រភេទគឺ ពូកែ មធ្យម ខ្សោយ ។ នៅដើមឆ្នាំចំនួនសិស្សសមាមាត្រនឹង 3 , 4 , 7 លុះដល់ចុងឆ្នាំចំនួនសិស្សសមាមាត្រនឹង 2 , 5 , 7 ។ បើដឹងថាចុងឆ្នាំសិស្សខ្សោយថយចុះ 10 នាក់ ចូររកចំនួនសិស្សសរុប ។

**៤២៦.** គេឱ្យ $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=k^2$ ដែល $k$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។ បង្ហាញថា $\sqrt{ax}+\sqrt{by}+\sqrt{cz}=\sqrt{(a+b+c)(x+y+z)}$ ។

**៤២៧.** ក. រកបីចំនួនគត់សេសតគ្នា បើផលបូកចំនួនទាំងបីស្មើនឹង 909 ។

ខ. រកបួនចំនួនគត់គូតគ្នា បើដឹងថាផលបូកចំនួនទាំងបួនស្មើនឹង 1028 ។

**៤២៨.** ដោះស្រាយសមីការ $\overline{0.17}\div 2.\overline{3}=x\div 0.\overline{3}$ ។

**៤២៩.** ខ្សែងមួយនៅក្នុងអណ្តូងលូ មានជម្រៅ 7m ។ពេលយប់ខ្សែងនេះវារឡើងលើបាន 3m តែនៅពេលថ្ងៃក្រោមអំណាចនៃកម្តៅវាធ្លាក់ចុះ 1m វិញ ។ ឧបមាថា ខ្សែងព្យាយាមវារឡើងរហូត តើប៉ុន្មានថ្ងៃទើបខ្សែងចេញរួចពីអណ្តូង ។

**៤៣០.** នៅម៉ោង 6:30 mn នារីមួយក្រុមចាប់ផ្តើមស្ទូងស្រូវពីភ្លឺម្ខាង ទៅភ្លឺម្ខាងទៀត ដែលមានចម្ងាយ 100m ដោយល្បឿន 30m/h ហើយបុរសមួយក្រុមទៀតចាប់ផ្តើមស្ទូងពីភ្លឺម្ខាងដោយល្បឿន 20m/h ។

ក.តើក្រុមទាំងពីរស្ទូងជួបគ្នានៅម៉ោងប៉ុន្មាន ?

ខ. តើមួយក្រុមៗស្ទូងបានប្រវែងប៉ុន្មាន m ?

**៤៣១.** គណនាកន្សោម $F=\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}}+\sqrt{x-2-3\sqrt{2x-5}}$ ។

**៤៣២.** គេមានការេ $ABCD$ និងចំណុច $K$ នៅលើអង្កត់ទ្រូង $AC$ ។ បង្ហាញថា $KA^2+KC^2=2KD^2$ ។

**៤៣៣.** គណនាកន្សោម $x^4+\frac{1}{y^4}$ បើដឹងថា $\left(x+\frac{1}{y}\right)^4=1296$ និង $\frac{x}{y}=4$ ។

**៤៣៤.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}ab=8\\\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=3\end{cases}$ ។

**៤៣៥.** គេឱ្យត្រីកោណសមបាត $COB$ ដែលមានបាត $OB$ និងកម្ពស់ $OA$ ។ ស្រាយថា $AC^2+OB^2=AB^2+OC^2$ ។

**៤៣៦.** $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល $A$ មានបរិមាត្រស្មើ $12\ cm$ និងមានក្រឡាផ្ទៃស្មើ $6\ cm^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ នៃត្រីកោណកែង $ABC$ នេះ ។

**៤៣៧.** រកចំនួនគត់ដែលនៅចន្លោះ 40 និង 50 ដោយដឹងថា បើគេប្តូរលំដាប់លេខ នោះគេនឹងបានជួបចំនួនថ្មីមួយទៀតដែលស្មើនឹង $\frac{32}{23}$ នៃចំនួននោះ ។

**៤៣៨.** តាមចំណុច O ក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស ABC គេគូសអង្កត់កែងទៅនឹងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ បង្ហាញថាផលបូកចម្ងាយពីចំណុច O ទៅជ្រុងទាំងបីស្មើនឹងរង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណនោះ ។

**៤៣៩.** បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង $A=\dfrac{20}{3+\sqrt{5}+\sqrt{2+2\sqrt{5}}}$ ។

**៤៤០.** ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x+y=-3\\x+z=-2\\xy+yz+zx=2\end{cases}$ ។

**៤៤១.** គេឱ្យត្រីកោណ $ABC$ មានរង្វាស់ជ្រុង $a$ , $b$ , $c$ និងត្រីកោណ $A'B'C'$ មានរង្វាស់ជ្រុង $a'$ , $b'$ , $c'$ ។ ឧបមាថា $\Delta ABC$ ដូចនឹង $\Delta A'B'C'$ បង្ហាញថា $\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'}=\sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}$ ។

**៤៤២.** $ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ $A$ ដែលមាន $BC=2a$ និង $\angle B=60^o$ ។ កំណត់តម្លៃ $a$ ដើម្បីឱ្យតម្លៃបរិមាត្រស្មើនឹងតម្លៃផ្ទៃក្រឡា ។

**៤៤៣.** នៅមានលំហាត់បន្តជាច្រើនទៀត... ។

**១.** **រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាននៃ** $a$ , $b$

យើងមាន : $a^2+b^2=a+b+8$

យើងបាន : $4a^2+4b^2=4a+4b+32$

$4a^2-4a+1+4b^2-4b+1=34$

$(2a-1)^2+(2b-1)^2=34$

ដោយ $34<36=6^2$ ហើយ $2a-1$ និង $2b-1$ ជាចំនួនសេស

នោះ 34 ជាផលបូកការេចំនួនសេសតូចជាង 6 ។

ចំនួនសេសតូចជាង 6 មាន $1,3,5$

មានតែ $3^2+5^2=34$ ឬ $5^2+3^2=34$ យើងបាន :

- $2a-1=3$ និង $2b-1=5$ នោះ $a=2$ , $b=3$ ឬ
- $2a-1=5$ និង $2b-1=3$ នោះ $a=3$ , $b=2$

ដូចនេះ គូចំនួនផ្សេងផ្គាត់គឺ : $\boxed{\begin{cases}a=2\ ,\ b=3\\a=3\ ,\ b=2\end{cases}}$ ។

**២.** **ស្រាយបញ្ជាក់ថា E ជាការេប្រាកដ** យើងមាន :

$E=(x+1000)(x+2000)(x+3000)(x+4000)+1000^4$

តាង $y=1000$ យើងបាន :

$E=(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)+y^4$

$=(x+y)(x+4y)(x+2y)(x+3y)+y^4$

$=(x^2+4xy+xy+4y^2)(x^2+3xy+2xy+6y^2)+y^4$

$=(x^2+5xy+4y^2)(x^2+5xy+6y^2)+y^4$

$=(x^2+5xy+5y^2-y^2)(x^2+5xy+5y^2+y^2)+y^4$

$=\left[(x^2+5xy+5y^2)^2-y^4\right]+y^4$

$=(x^2+5xy+5y^2)^2$

ដូចនេះ $\boxed{E=(x^2+5xy+5y^2)^2}$ ជាការេប្រាកដ ។

**៣.** **រកលេខនៅខ្ទង់រាយនៃចំនួន** $A$ :

យើងមាន $A=3^{2011}\cdot 7^{2012}+3^{2013}\cdot 7^{2014}$

- ពិនិត្យលេខចុងស្ទ្រាយគុណនៃ 3 :

$3^1=3$ , $3^2=9$ , $3^3=27$ , $3^4=81$

$3^5=243$ , $3^6=729$ , $3^7=2187$ , $3^{\ }=6561$, ...

យើងទាញបានទូទៅ ស្ទ្រាយគុណនៃ 3 : យើងមាន $3^{4k+A}$ , $k\in N$

-បើ $A=0$ នោះលេខចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 1

-បើ $A=1$ នោះលេខចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 3

-បើ $A=2$ នោះលេខចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 9

-បើ $A=3$ នោះលេខចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 7

នាំឱ្យ $3^{2011}=3^{4\cdot 502+3}$ មានលេខចុង 7

$3^{2013}=3^{4\cdot 503+1}$ មានលេខចុង 3

- ពិនិត្យលេខចុងស្ទ្រាយគុណនៃ 7 :

$7^1=7$ , $7^2=49$ , $7^3=343$ , $7^4=2401$

$7^5=16807$, $7^6=...9$, $7^7=...3$ , $7^8=...1$ , ...

យើងទាញបានទូទៅ ស្ទ្រាយគុណនៃ 7 : យើងមាន $7^{4k+A}$ , $k\in N$

-បើ $A=0$ នោះលេខខាងចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 1

-បើ $A=1$ នោះលេខខាងចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 7

-បើ $A=2$ នោះលេខខាងចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 9

-បើ $A=3$ នោះលេខខាងចុងនៃ $3^{4k+A}$ គឺ : 3

នាំឱ្យ $7^{2012}=7^{4\cdot 503+0}$ មានលេខចុង 1

$7^{2014}=7^{4\cdot 503+2}$ មានលេខចុង 9

យើងបាន :

លេខចុង $A$ = លេខចុង 7 × លេខចុង 1 + លេខចុង 3 × លេខចុង 9

= លេខចុង 7 + លេខចុង 7

= លេខចុង 4

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួន } A \text{ មានលេខ 4 នៅខាងចុង}}$ ។

**៤.** **គណនាកន្សោម** $P$ : យើងមានកន្សោម

$P=\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$

$=\dfrac{\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}}{\sqrt{9-12\sqrt{2}+8}}-\dfrac{\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}}{\sqrt{9+12\sqrt{2}+8}}$

$=\dfrac{\sqrt{\sqrt{2^2}-2\sqrt{2}+1^2}}{\sqrt{3^2-12\sqrt{2}+\left(2\sqrt{2}\right)^2}}-\dfrac{\sqrt{\sqrt{2^2}+2\sqrt{2}+1^2}}{\sqrt{3^2+12\sqrt{2}+\left(2\sqrt{2}\right)^2}}$

$=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}}{\sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2}}-\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}}{\sqrt{\left(3+2\sqrt{2}\right)^2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-1}{3-2\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}+1}{3+2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{2}+1\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)}{3^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}$

$=3\sqrt{2}+4-3-2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4-3+2\sqrt{2}=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កន្សោម } P=2}$ ។

**៥.** **គណនាតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $F$ មានតម្លៃអប្បបរមា**

យើងមាន :

$$\begin{aligned}F&=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)\\&=(x-1)(x+6)(x+2)(x+3)\\&=(x^2+6x-x-6)(x^2+3x+2x+6)\\&=(x^2+5x-6)(x^2+5x+6)\\&=(x^2+5x)^2-36\end{aligned}$$

ដោយ $(x^2+5x)^2\geq 0$ នោះ $(x^2+5x)^2-36\geq -36$

នាំឱ្យ $F$ មានតម្លៃអប្បបរមាគឺ $F=-36$

យើងបាន $(x^2+5x)^2-36=-36$

$$\begin{aligned}(x^2+5x)^2&=0\\x^2+5x&=0\\x(x+5)&=0\end{aligned}$$

នាំឱ្យ $x=0$ , $x=-5$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $\boxed{x=0\ ,\ x=-5}$ ។

**៦.** **គណនាតម្លៃនៃ $x^2+y^2$ :**

យើងមាន : $x+y=30$

$$\begin{aligned}(x+y)^3&=30^3\\x^3+3x^2y+3xy^2+y^3&=27000\\x^3+y^3+3xy(x+y)&=27000\end{aligned}$$

ដោយ $x^3+y^3=8100$ និង $x+y=30$

យើងបាន : $8100+3xy\cdot 30=27000$

$$\begin{aligned}90xy&=27000-8100\\xy&=\frac{18900}{90}=210\end{aligned}$$

តែ $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$$\begin{aligned}8100&=30(x^2-210+y^2)\\(x^2-210+y^2)&=270\\x^2+y^2&=270+210\\x^2+y^2&=480\end{aligned}$$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ : $\boxed{x^2+y^2=480}$ ។

**៧.** **ស្រាយបំភ្លឺថា :** $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)}<1$

ពិនិត្យ : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$

តាមលំនាំខាងលើគេអាចបំបែកបាន ដូចខាងក្រោម :

បូកអង្គនឹងអង្គ
$$\begin{cases}\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\\ .....\\ \frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\end{cases}$$

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{1}-\frac{1}{n+1}$$

ឬ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{n}{n+1}$

ចំពោះ $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហើយធំជាង1

គេបាន $n<n+1$ ឬ $\frac{n}{n+1}<1$

នាំឱ្យ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)}<1$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n\cdot(n+1)}<1}$ ។

**៨.** **ក. រកសំណល់បើ $n$ ចែកនឹង 56**

សម្មតិកម្ម : $n$ ចែកនឹង 7 ឱ្យសំណល់ 5

បើតាង $q_1\in\mathbb{N}$ ជាផលចែក នោះគេបាន $n=7q_1+5$

$n$ ចែកនឹង 8 ឱ្យសំណល់ 3

បើតាង $q_2\in\mathbb{N}$ ជាផលចែក នោះគេបាន $n=8q_2+3$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}n=7q_1+5 & |\times 8\\ n=8q_2+3 & |\times 7\end{cases}$

ដកអង្គនឹងអង្គ
$$\begin{array}{r}\begin{cases}8n=56q_1+40\\ 7n=56q_2+21\end{cases}\\ \hline n=56(q_1-q_2)+19\end{array}$$

បើតាង $q$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ដែល $q=q_1-q_2$

យើងបាន $n=56q+19$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃសំណល់ដែល } n \text{ ចែកនឹង } 56 \text{ គឺ } 19}$ ។

**ខ. រកចំនួន $n$ : ដោយ** $5616<n<5626$

នាំឱ្យ $5616<56q+19<5626$

$$\begin{aligned}5597&<56q<5607\\99.946&<q<100.125\end{aligned}$$

ដោយ $q$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ នោះ $q=100$

យើងបាន $n=56\cdot 100+19=5619$

ដូចនេះ ចំនួន $n$ ដែលរកបានគឺ : $n=5619$ ។

**៩.** **បង្ហាញថា** $A=\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+...+\dfrac{1}{a_{20}}$ **ជាចំនួនគត់**

យើងមាន : $a_n=\sqrt{1+\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1+\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^2}$ នាំឱ្យ

$$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1+\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}-\sqrt{1+\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}}{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2-1-\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{1+\left(1^2+2\cdot 1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\right)}-\sqrt{1+\left(1^2-2\cdot 1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\right)}}{1^2+2\cdot 1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2-\left(1^2-2\cdot 1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{\frac{2n^2+2n+1}{n^2}}-\sqrt{\frac{2n^2-2n+1}{n^2}}}{\frac{4}{n}}$$

$$=\frac{n}{4}\cdot\left(\sqrt{\frac{2n^2+2n+1}{n^2}}-\sqrt{\frac{2n^2-2n+1}{n^2}}\right)$$

$$=\frac{1}{4}\left(\sqrt{2n^2+2n+1}-\sqrt{2n^2-2n+1}\right)$$

យើងបាន :

$$+\begin{cases}\dfrac{1}{a_1}=\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{5}-\sqrt{1}\right)\\ \dfrac{1}{a_2}=\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{13}-\sqrt{5}\right)\\ \dfrac{1}{a_3}=\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{25}-\sqrt{13}\right)\\ .....\\ \dfrac{1}{a_{20}}=\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{841}-\sqrt{761}\right)\end{cases}$$

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{20}}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{841}-\sqrt{1}\right)$$

$$=\frac{1}{4}(29-1)=7$$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=7$ ជាចំនួនគត់ ។

**១០.** **គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមលេខ** $A$

យើងមាន : $A=\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}+\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}$

តាមរូបមន្ត $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

នាំឱ្យ : $=a^3+b^3+3ab(a+b)$

$$A^3=\left(\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}+\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}\right)^3$$

$$A^3=182+\sqrt{33125}+182-\sqrt{33125}+$$

$$+3\left(\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}\cdot\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}\right)^3\cdot A$$

$$A^3=364+3\sqrt[3]{182^2-\sqrt{33125^2}}\cdot A$$

$$A^3=364+3\sqrt[3]{33124-33125}\cdot A$$

$$A^3=364-3A$$

$$A^3+3A-364=0$$

ដោយមើលឃើញឫសងាយ $A=7$ យើងបាន :

$$A^3+3A-364=0$$

$$A^3-7A^2+7A^2-49A+52A-364=0$$

$$A^2(A-7)+7A(A-7)+52(A-7)=0$$

$$(A-7)(A^2+7A+52)=0$$

ទាញបាន $\begin{cases}(A-7)=0\\ A^2+7A+52=0\end{cases}$

នាំឱ្យ • $A-7=0\Rightarrow A=7$

• $A^2+7A+52\neq 0$ ព្រោះគ្មានឫស ដោយសារ $\Delta<0$

ដូចនេះ តម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=7$ ។

**១១.** **គណនា** $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}$

យើងមាន : $2xy-y=4x^2-2x-1$

$$y(2x-1)=4x^2-2x-1$$

$$y=\frac{4x^2-2x-1}{2x-1}$$

$$y=\frac{2x(2x-1)-1}{2x-1}$$

$$y=2x-\frac{1}{2x-1}$$

សម្មតិកម្ម $x$ , $y$ ជាចំនួនគត់ នេះមានន័យថា

$y=2x-\dfrac{1}{2x-1}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $\dfrac{1}{2x-1}$ ជាចំនួនគត់

ហើយ $\frac{1}{2x-1}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $2x-1=1$

នាំឱ្យ $x=1$ ទាញបាន $y=2x-\frac{1}{2x-1}$

$=2\cdot1-\frac{1}{2\cdot1-1}=2-1=1$

យើងបាន : $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}=\sqrt{1^{2011}}+\sqrt{1^{2011}}=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}=2}$ ។

**១២.** **គណនា** $f(12)$ : យើងមាន :

$$\begin{aligned}f(x)&=x^{2011}-13x^{2010}+13x^{2009}-13x^{2008}+\\&\quad+\ldots-13x^2+13x-1\\&=x^{2011}-12x^{2010}-x^{2010}+12x^{2009}+\\&\quad+x^{2009}-12x^{2008}-x^{2008}+\\&\quad+\ldots-12x^2-x^2+12x+x-1\\&=x^{2010}(x-12)-x^{2009}(x-12)+\\&\quad+x^{2008}(x-12)-x^{2007}(x-12)+\\&\quad+\ldots-x(x-12)+(x-1)\\&=(x-12)(x^{2010}-x^{2009}+x^{2008}-x^{2007}+\\&\quad+\ldots-x)+(x-1)\end{aligned}$$

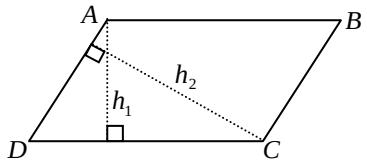
ចំពោះ $x=12$ ជំនួសចូល យើងបាន :

$$\begin{aligned}f(12)&=(12-12)(12^{2010}-12^{2009}+12^{2008}-12^{2007}+\\&\quad+\ldots-12)+(12-1)\end{aligned}$$

$f(12)=0+11=11$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } f(12)=11}$ ។

**១៣.** **គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡ្លូក្រាម** $ABCD$




យើងមានរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡ្លូក្រាម

$S_{ABCD}=AB\cdot h_1$ ឬ $S_{ABCD}=AD\cdot h_2$

ទាញបាន $AB\cdot h_1=AD\cdot h_2$

បានសមាមាត្រ $\frac{h_1}{h_2}=\frac{AD}{AB}$

សម្មតិកម្ម សមាមាត្រកម្ពស់ $5:7$ មានន័យថា $\frac{h_1}{h_2}=\frac{5}{7}$

នាំឱ្យ $\frac{AD}{AB}=\frac{5}{7}$ សមមូល $\frac{AD}{5}=\frac{AB}{7}=\frac{AD+AB}{12}$

តែប្រលេឡ្លូក្រាមមានបរិមាត្រ $48cm$

នាំឱ្យ $2(AB+AD)=48$ នោះ $AB+AD=24$

យើងបាន $\frac{AD}{5}=\frac{AB}{7}=\frac{AD+AB}{12}=\frac{24}{12}=2$

ទំនាក់ទំនងសមាមាត្រ $\frac{AD}{5}=2\Rightarrow AD=10cm$

$\frac{AB}{7}=2\Rightarrow AB=14cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{រង្វាស់ជ្រុងប្រលេឡ្លូក្រាមគឺ } 10cm \text{ និង } 14cm}$ ។

**១៤.** **រកសមីការមេដ្យាម៉ាន់នៃអង្កត់** $[AB]$

សមីការមេដ្យាម៉ាន់នៃអង្កត់ $[AB]$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចកណ្តាលអង្កត់ $[AB]$ ហើយកែងនឹងអង្កត់ $[AB]$ ។

យើងមាន : $A(2,3)$ និង $B(4,4)$

នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ គឺ :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)=I\left(\frac{2+4}{2},\frac{3+4}{2}\right)=I\left(3,\frac{7}{2}\right)$$

-បន្ទាត់ $(AB)$ កាត់តាម $A(2,3)$ នោះ $A\in(AB)$

នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុច $A$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ:

$3=2a+b$ អាចសរសេរជា $2a+b=3$ $(1)$

-បន្ទាត់ $(AB)$ កាត់តាម $B(4,4)$ នោះ $B\in(AB)$

នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុច $B$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ:

$4=4a+b$ អាចសរសេរជា $4a+b=4$ $(2)$

យកសមីការ $(2)-(1)$ យើងបាន :

$$\begin{array}{r}-\begin{cases}4a+b=4 & (2)\\ 2a+b=3 & (1)\end{cases}\\ \hline 2a=1\end{array}$$ នាំឱ្យ $a=\frac{1}{2}$

-សមីការមេដ្យាម៉ាន់ត្រូវរកមានរាង $y=a'x+b'$

ដោយ $y=a'x+b'\perp(AB)$ នោះ $a\times a'=-1$

ឬ $\frac{1}{2}\times a'=-1\Rightarrow a'=-2$

ហើយ មេដ្យាម៉ាន់កាត់ចំណុចកណ្តាល $I$ នោះ $I\in(y=a'x+b')$

យើងបាន : $\frac{7}{2}=(-2)\cdot 3+b' \quad \Rightarrow \quad b'=\frac{7}{2}+6=\frac{19}{2}$

នាំឱ្យសមីការមេដ្យាទ័រដែលត្រូវរកអាចសរសេរ: $y=-2x+\frac{19}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ } [AB] \text{ គឺ: } y=-2x+\frac{19}{2}}$ ។

## ១៥. រកប្រូបាបចាប់បានឃ្លី2 មិនមែនពណ៌ខ្សៀវ

ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់មិនបានឃ្លីពណ៌ខ្សៀវ មានន័យថា :

បានឃ្លីក្រហមទាំង2 ឬ លឿងទាំង2 ឬ ក្រហម1លឿង1

-ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំង2គឺ $P(\text{ក.ក})=\frac{2}{12}\times\frac{1}{11}=\frac{1}{66}$

-ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីលឿងទាំង2គឺ $P(\text{ល.ល})=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$

-ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីក្រហម1លឿង1គឺ :

$P(\text{ក1.ល1})=P(\text{ក.ល})+P(\text{ល.ក})=\left(\frac{2}{12}\times\frac{4}{11}\right)+\left(\frac{4}{12}\times\frac{2}{11}\right)=\frac{4}{33}$

នាំឱ្យ ប្រូបាបចាប់ឃ្លី2មិនមែនពណ៌ខ្សៀវគឺ :

$$P(\text{មិនមែនខ្សៀវ})=P(\text{ក.ក})+P(\text{ល.ល})+P(\text{ក1.ល1})$$
$$=\frac{1}{66}+\frac{1}{11}+\frac{4}{33}$$
$$=\frac{1+6+8}{66}=\frac{15}{66}=\frac{5}{22}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាបចាប់មិនបានឃ្លីពណ៌ខ្សៀវគឺ } P=\frac{5}{22}}$ ។

## ១៦. គណនាកន្សោម $A$ : យើងមាន

$$A=\frac{(6+12+18+\ldots+96)^2}{(12+24+36+\ldots+192)^2}+\frac{3}{4}$$
$$=\frac{(6+12+18+\ldots+96)^2}{(2\cdot 6+2\cdot 12+2\cdot 18+\ldots+2\cdot 96)^2}+\frac{3}{4}$$
$$=\frac{(6+12+18+\ldots+96)^2}{[2(6+12+18+\ldots+96)]^2}+\frac{3}{4}$$
$$=\frac{(6+12+18+\ldots+96)^2}{2^2(6+12+18+\ldots+96)^2}+\frac{3}{4}$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } A=1}$ ។

## ១៧. គណនា $E=\frac{x+y}{x-y}$

ចំពោះ $E=\frac{x+y}{x-y}$ សមមូល $E^2=\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$

យើងមាន : $2x^2+2y^2=5xy$

នាំឱ្យ $2x^2+2y^2=5xy$

$$2(x^2+y^2)=5xy$$
$$x^2+y^2=\frac{5}{2}xy \quad (*)$$

-ថែម $2xy$ លើអង្គទាំងពីរនៃសមីការ $(*)$

យើងបាន $x^2+2xy+y^2=\frac{5}{2}xy+2xy$

សមមូល $(x+y)^2=\frac{9}{2}xy$

-ថែម $-2xy$ លើអង្គទាំងពីរនៃសមីការ $(*)$

យើងបាន $x^2-2xy+y^2=\frac{5}{2}xy-2xy$

សមមូល $(x-y)^2=\frac{1}{2}xy$

យើងបាន : $E^2=\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}=\frac{\frac{9}{2}xy}{\frac{1}{2}xy}=9$

ទាញបាន $E=\sqrt{9}=3$ ព្រោះ $x>y>0$ នោះ $E>0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } E=3}$ ។

## ១៨. សម្រួលកន្សោម $E$ : យើងមាន

$$E=\sqrt{2x^2-y^2+2x\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}}-\sqrt{(x+y)(x-y)}$$
$$=\sqrt{(x^2-y^2)+2x\sqrt{(x^2-y^2)}+x^2}-\sqrt{(x^2-y^2)}$$
$$=\sqrt{\sqrt{(x^2-y^2)}^2+2x\sqrt{(x^2-y^2)}+x^2}-\sqrt{(x^2-y^2)}$$
$$=\sqrt{\left[\sqrt{(x^2-y^2)}+x\right]^2}-\sqrt{(x^2-y^2)}$$
$$=\sqrt{(x^2-y^2)}+x-\sqrt{(x^2-y^2)}=x$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីសម្រួលរួច } E=x}$ ។

## ១៩. គណនាផលគុណ

ក. $A=(1-\cot 1^o)(1-\cot 2^o)(1-\cot 3^o)\times\cdots\times(1-\cot 44^o)$

តាមរូបមន្ត $\dfrac{\cos a}{\sin a}=\cot a$ យើងបាន

$$A=\left(1-\frac{\cos 1^o}{\sin 1^o}\right)\left(1-\frac{\cos 2^o}{\sin 2^o}\right)\left(1-\frac{\cos 3^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{\cos 44^o}{\sin 44^o}\right)$$

$$A=\left(\frac{\sin 1^o-\cos 1^o}{\sin 1^o}\right)\left(\frac{\sin 2^o-\cos 2^o}{\sin 2^o}\right)\left(\frac{\sin 3^o-\cos 3^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sin 44^o-\cos 44^o}{\sin 44^o}\right)$$

ដោយដឹងថា $\sin a-\cos a=\sqrt{2}\sin(45^o-a)$

$$A=\left(\frac{\sqrt{2}\sin 44^o}{\sin 1^o}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\sin 43^o}{\sin 2^o}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\sin 42^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sqrt{2}\sin 1^o}{\sin 44^o}\right)$$

$$A=\sqrt{2}^{44}\times\left(\frac{\sin 44^o}{\sin 1^o}\right)\left(\frac{\sin 43^o}{\sin 2^o}\right)\left(\frac{\sin 42^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sin 1^o}{\sin 44^o}\right)$$

ក្រោយពីសម្រួល យើងបាន $A=2^{22}=4\ 194\ 304$

ដូចនេះ **លទ្ធផលនៃផលគុណគឺ $A=2^{22}=4\ 194\ 304$** ។

ខ. $B=(\sqrt{3}+\tan 1^o)(\sqrt{3}+\tan 2^o)(\sqrt{3}+\tan 3^o)\times\cdots\times(\sqrt{3}+\tan 29^o)$

តាមរូបមន្ត $\dfrac{\sin a}{\cos a}=\tan a$ យើងបាន

$$B=\left(\sqrt{3}+\frac{\sin 1^o}{\cos 1^o}\right)\left(\sqrt{3}+\frac{\sin 2^o}{\cos 2^o}\right)\times\cdots\times\left(\sqrt{3}+\frac{\sin 29^o}{\cos 29^o}\right)$$

$$B=\left(\frac{\sqrt{3}\cos 1^o+\sin 1^o}{\cos 1^o}\right)\left(\frac{\sqrt{3}\cos 2^o+\sin 2^o}{\cos 2^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sqrt{3}\cos 29^o+\sin 29^o}{\cos 29^o}\right)$$

ដោយដឹងថា $\sqrt{3}\cos a+\sin a=2\cos(30^o-a)$

$$B=\left(\frac{2\cos 29^o}{\cos 1^o}\right)\left(\frac{2\cos 28^o}{\cos 2^o}\right)\left(\frac{2\cos 27^o}{\cos 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{2\cos 1^o}{\cos 29^o}\right)$$

$$B=2^{29}\left(\frac{\cos 29^o}{\cos 1^o}\right)\left(\frac{\cos 28^o}{\cos 2^o}\right)\left(\frac{\cos 27^o}{\cos 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\cos 1^o}{\cos 29^o}\right)$$

ក្រោយពីសម្រួល យើងបាន $B=2^{29}=536\ 870\ 912$

ដូចនេះ **លទ្ធផលនៃផលគុណគឺ $B=2^{29}=536\ 870\ 912$** ។

## ២០. ធ្វើបង្ហាញថា : $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$

ដោយ $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន យើងបាន :

- $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0$

$$\sqrt{a^2}-2\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+\sqrt{b^2}\geq 0$$

$$(a+b)\geq 2\sqrt{ab}\qquad (i)$$

ដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន :

- $(b+c)\geq 2\sqrt{bc}\qquad (ii)$
- $(c+a)\geq 2\sqrt{ca}\qquad (iii)$

ដោយគុណអង្គនឹងអង្គនៃ $(i)\times(ii)\times(iii)$ យើងបាន :

$$(a+b)\times(b+c)\times(c+a)\geq 2\sqrt{ab}\times 2\sqrt{bc}\times 2\sqrt{ca}$$

$$(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8\sqrt{ab\cdot bc\cdot ca}$$

$$(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$$

ដូចនេះ **យើងឃើញថា $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$ មែន** ។

## ២១. បង្ហាញថា $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$ :

ដោយ $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន យើងបាន :

- $(a-b)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2\geq 0\Leftrightarrow a^2+b^2\geq 2ab\ (i)$
- $(b-c)^2\geq 0\Leftrightarrow b^2-2ab+c^2\geq 0\Leftrightarrow b^2+c^2\geq 2bc\ (ii)$
- $(c-a)^2\geq 0\Leftrightarrow c^2-2ab+a^2\geq 0\Leftrightarrow c^2+a^2\geq 2ca\ (iii)$

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃ $(i)+(ii)+(iii)$ យើងបាន :

$$\left(a^2+b^2\right)+\left(b^2+c^2\right)+\left(c^2+a\right)^2\geq 2ab+2bc+2ca$$

$$2\left(a^2+b^2+c^2\right)+\geq 2(ab+bc+ca)$$

$$a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$ មែន** ។

## ២២. រកឫសគត់របស់សមីការ

យើងមាន $2(x+y)+16=3xy$

$$2x+2y+16=3xy$$

$$3xy-2x-2y=16$$

$$3xy-2x-2y+\frac{4}{3}=16+\frac{4}{3}\quad (\text{ថែម }\frac{4}{3})$$

$$x(3y-2)-\frac{2}{3}(3y-2)=\frac{48+4}{3}$$

$$\left(x-\frac{2}{3}\right)(3y-2)=\frac{52}{3}$$

$$3\left(x-\frac{2}{3}\right)(3y-2)=52$$

$$(3x-2)(3y-2)=52$$

ដោយចង់រកតែឫសគត់នៃ $x$ និង $y$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

ហើយ $52=\begin{cases}1\times 52\\2\times 26\\4\times 13\end{cases}$ ឬ $52=\begin{cases}52\times 1\\26\times 2\\13\times 4\end{cases}$

-ចំពោះ $\begin{cases}3x-2=1\\3y-2=52\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=3\\3y=54\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=18\end{cases}$

-ចំពោះ $\begin{cases}3x-2=2\\3y-2=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=4\\3y=28\end{cases}$ ( មិនយកព្រោះមិនគត់)

-ចំពោះ $\begin{cases}3x-2=4\\3y-2=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=6\\3y=15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$

ដូចនេះ គូប្លុសគត់ដែលរកឃើញរួមមាន: $\begin{cases}x=1\\y=18\end{cases},\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=18\\y=1\end{cases},\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$ ។

## ២៣ ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការដែលឱ្យមានឫជានិច្ច

យើងមាន $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$

ដោយពន្លាតសមីការខាងលើ យើងបាន :

$$x^2-bx-ax+ab+x^2-cx-bx+bc+x^2-ax-cx+ac=0$$

$$3x^2-2ax-2bx-2cx+ab+bc+ac=0$$

$$3x^2-2(a+b+c)x+(ab+bc+ac)=0$$

ឃើញថាក្រោយពីបង្រួមរួចវាជាសមីការដឺក្រេទី2

ដើម្បីឱ្យសមីការដឺក្រេទី2 មានឫសជានិច្ច លុះត្រាតែ $\Delta'\geq 0$

យើងបាន $\Delta'=b'^2-ac$ ដែល $b'=\frac{b}{2}$

$$\begin{aligned}\Delta'&=[-(a+c+c)]^2-3(ab+bc+ac)\\&=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)-3(ab+bc+ac)\\&=a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ac)\\&=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)\\&=\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ac+a^2)\\&=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]\end{aligned}$$

ដោយ $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនពិត នោះយើងបាន :

- $(a-b)^2\geq 0$
- $(b-c)^2\geq 0$
- $(c-a)^2\geq 0$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\geq 0$$

នាំឱ្យ $\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]\geq 0$ មែន

ដូចនេះ សមីការមានឫសជានិច្ច ។

## ២៤ ក. គណនា $f(x)+f(y)$

យើងមានទំនាក់ទំនង $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$

នាំឱ្យ $f(y)=\frac{4^y}{4^y+2}$

យើងបាន $f(x)+f(y)=\frac{4^x}{4^x+2}+\frac{4^y}{4^y+2}$

$$\begin{aligned}&=\frac{4^x(4^y+2)+4^y(4^x+2)}{(4^x+2)(4^y+2)}\\&=\frac{4^{x+y}+2\cdot 4^x+4^{x+y}+2\cdot 4^y}{4^{x+y}+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y+2^2}\end{aligned}$$

ដោយដឹងថា $x+y=1$ នោះយើងបាន

$$\begin{aligned}f(x)+f(y)&=\frac{4+2\cdot 4^x+4+2\cdot 4^y}{4+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y+2^2}\\&=\frac{8+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y}{8+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y}=1\end{aligned}$$

ដូចនេះ $f(x)+f(y)=1$ តាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ ។

### ខ. ទាញរកផលបូក $S$ : យើងមាន

$$S=f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2}{2011}\right)+f\left(\frac{3}{2011}\right)+\ldots+f\left(\frac{2010}{2011}\right)$$

ដោយយល់ថា $f(x)+f(y)=1$ កាលណា $x+y=1$

ហើយឃើញថា

$\frac{1}{2011}+\frac{2010}{2011}=1$ នោះ $f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2010}{2011}\right)=1$

$\frac{2}{2011}+\frac{2009}{2011}=1$ នោះ $f\left(\frac{2}{2011}\right)+f\left(\frac{2009}{2011}\right)=1$

.....

$\frac{1005}{2011}+\frac{1006}{2011}=1$ នោះ $f\left(\frac{1005}{2011}\right)+f\left(\frac{1006}{2011}\right)=1$

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គ

$$f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2}{2011}\right)+\ldots+f\left(\frac{2010}{2011}\right)=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{\text{មាន 1005 តួ}}$$

$$f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2}{2011}\right)+\ldots+f\left(\frac{2010}{2011}\right)=1\times 1005$$

ដូចនេះ យើងទាញបានផលបូក $S=1005$ ។

## ២៥. គណនាលីមីត $\lim\limits_{x\to 0} x^x$

តាង $y=x^x$ នាំឱ្យ $\ln y=\ln x^x$ សមមូល $\ln y=x\ln x$

យើងអាចបំលែងបាន $\ln y=\dfrac{\ln x}{\dfrac{1}{x}}$ (លក្ខខណ្ឌ $x>0$)

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\dfrac{1}{x}}$ (រាងមិនកំណត់)

-យើងអាចដោះស្រាយតាមរបៀបទី1 (ដោះដោយតាង):

តាង $u=\dfrac{1}{x}$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{1}{u}$ បើ $x\to 0^+$ នោះ $u\to+\infty$

(បានជាហ៊ានដាក់ $x\to 0^+$ ព្រោះ $x>0$ ខិតជិតពីខាងស្តាំ)

យើងបាន :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln x}{\dfrac{1}{x}}=\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln\dfrac{1}{u}}{u}=\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u^{-1}}{u}=-\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$$

(ព្រោះតាមរូបមន្ត $\dfrac{1}{a}=a^{-1}$ , $\log_a b^x=x\log_a b$ , $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=0$)

នាំឱ្យ $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=0 \Leftrightarrow \ln\left(\lim\limits_{x\to 0} y\right)=0$

$\lim\limits_{x\to 0} y=e^0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} x^x=1$ ។

- យើងអាចដោះស្រាយតាមរបៀបទី2 (ឡូពីតាល់):

ចំពោះ $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\dfrac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{1}{x}}{-\dfrac{1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to 0}(-x)=0$

(ធ្វើដេរីវេទាំងភាគយក និងភាគបែង)

នាំឱ្យ $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=0 \Leftrightarrow \ln\left(\lim\limits_{x\to 0} y\right)=0$

$\lim\limits_{x\to 0} y=e^0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} x^x=1$ ។

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $\lim\limits_{x\to 0} x^x=1$ ។

## ២៦. គណនា $A$ : យើងមាន

$$A=2010\left(2011^{2010}+2011^{2009}+2011^{2008}+\ldots+2011^2+2012\right)+1$$

$$A=(2011-1)(2011^{2010}+2011^{2009}+2011^{2008}+$$
$$+\ldots+2011^2+2011+1)+1$$

$$A=\left(2011^{2011}-1^{2011}\right)+1=2011^{2011}-1+1=2011^{2011}$$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=2011^{2011}$ ។

## ២៧. បង្ហាញថា

$$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$$

ពិនិត្យ $a^8-b^8=(a^4-b^4)(a^4+b^4)$

$$=(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$$
$$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$$

តែបម្រាប់ : $a-b=1$

យើងបាន $a^8-b^8=(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$ នាំឱ្យ

$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$

$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=0$

$0=0$

ដូចនេះ $(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$ ។

## ២៨. គណនា $A=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1-\dfrac{1}{2011}\right)$

$$A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{2011}\right)$$
$$=\left(\frac{2-1}{2}\right)\times\left(\frac{3-1}{3}\right)\times\left(\frac{4-1}{4}\right)\times\ldots\times\left(\frac{2011-1}{2011}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\ldots\times\frac{2010}{2011}=\frac{1}{2011}$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $A=\dfrac{1}{2011}$ ។

## ២៩. ដោះស្រាយសមីការ : $4x^4-5x^2+1=0$

យើងមាន : $4x^4-5x^2+1=0$

$$4x^4-4x^2-x^2+1=0$$
$$4x^2(x^2-1)-(x^2-1)=0$$
$$(x^2-1)(4x^2-1)=0$$
$$(x-1)(x+1)(2x-1)(2x+1)=0$$

ផលគុណកត្តាស្មើ 0 លុះត្រាតែកត្តានីមួយៗស្មើ 0 :

យើងបាន :

- $x-1=0 \Rightarrow x=1$
- $x+1=0 \Rightarrow x=-1$
- $2x-1=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$
- $2x+1=0 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

ដូចនេះ សមីការមានឫសបួនគឺ $x=\left\{-1,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2},1\right\}$ ។

**៣០.** **បង្ហាញថា** $\frac{1}{ab+a+1}+\frac{1}{bc+b+1}+\frac{1}{ca+c+1}=1$

ពិនិត្យអង្គទីមួយ :

- $\frac{1}{ab+a+1}=\frac{1}{ab+a+1}$
- $\frac{1}{bc+b+1}=\frac{1}{bc+b+1}\times\frac{a}{a}=\frac{a}{abc+ab+a}$
$=\frac{a}{1+ab+a}$ ព្រោះ $abc=1$
- $\frac{1}{ca+c+1}=\frac{1}{ca+c+1}\times\frac{ab}{ab}=\frac{ab}{a\cdot abc+abc+ab}$
$=\frac{ab}{a+1+ab}$ ព្រោះ $abc=1$

យើងបាន : $\frac{1}{ab+a+1}+\frac{1}{bc+b+1}+\frac{1}{ca+c+1}$
$=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{a}{1+a+ab}+\frac{ab}{1+a+ab}$
$=\frac{1+a+ab}{1+a+ab}=1$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{ab+a+1}+\frac{1}{bc+b+1}+\frac{1}{ca+c+1}=1 \text{ពិតមែន}}$ ។

**៣១.** **គណនា**

$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+...+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$

ពិនិត្យ :

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{(n+1)n}\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)}{\sqrt{(n+1)n}\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)n}(n+1-n)}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)n}}$$
$$=\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{(n+1)n}}-\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)n}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

យើងបាន :

$$\begin{cases}\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\\ \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}=\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}\\ .....\\ \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=\frac{1}{\sqrt{99}}-\frac{1}{\sqrt{100}}\end{cases}+$$

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+...+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{100}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+...+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

ដូចនេះ $\boxed{S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+...+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=\frac{9}{10}}$ ។

**៣២.** **បង្ហាញថា** $2002^{2003}-2002^{1979}$ **ចែកដាច់នឹង** 6

យើងមាន :

$$2002^{2003}-2002^{1979}$$
$$=2002^{1979}\left(2002^{24}-1\right)$$
$$=2002^{1979}(2002-1)\left(2002^{23}+2002^{22}+...+2002+1\right)$$
$$=2\cdot2002^{1978}\cdot2001\left(2002^{23}+2002^{22}+...+2002+1\right)$$
$$=2\cdot2002^{1978}\cdot3\cdot667\left(2002^{23}+2002^{22}+...+2002+1\right)$$
$$=6\cdot2002^{1978}\cdot667\left(2002^{23}+2002^{22}+...+2002+1\right)$$

តាមលទ្ធផល ចំនួន $2002^{2003}-2002^{1979}$ ជាពហុគុណនៃ 6

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួន } 2002^{2003}-2002^{1979} \text{ ចែកដាច់នឹង } 6}$ ។

**៣៣.** **បង្ហាញថា** $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$

យើងមាន $a+b+c=1$ លើកជាការេ យើងបាន

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$$
$$a^2+b^2+c^2=1-2ab-2bc-2ca \quad (i)$$

គ្រប់ចំនួនពិត $a$ , $b$ , $c$ នោះយើងបានវិសមភាព :

$$\begin{cases}a^2+b^2\geq2ab\\ b^2+c^2\geq2bc\\ c^2+a^2\geq2ca\end{cases}+$$

$$2a^2+2b^2+c^2\geq2ab+2bc+2ca \quad (ii)$$

ដោយយក $(i)+(ii)$ នោះយើងបាន :

$$+\begin{cases} a^2+b^2+c^2=1-2ab-2bc-2ca & (i)\\ 2a^2+2b^2+2c^2\geq 2ab+2bc+2ca & (ii)\end{cases}$$
$$3a^2+3b^2+3c^2\geq 1$$

ទាញបាន $3(a^2+b^2+c^2)\geq 1 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$

ដូចនេះ **ឃើញថា $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$ ប្រាកដមែន** ។

**៣៤. បង្ហាញថា** $\log_a b\times\log_b c\times\log_c d\times...\times\log_x y\times\log_y a=1$

តាមរូបមន្តប្តូរគោល $\log_a b=\frac{\log b}{\log a}$ យើងបាន :

$$\log_a b\times\log_b c\times\log_c d\times...\times\log_x y\times\log_y a=1$$
$$\frac{\log b}{\log a}\times\frac{\log c}{\log b}\times\frac{\log d}{\log c}\times...\times\frac{\log y}{\log x}\times\frac{\log a}{\log y}=1$$
$$1=1$$

ដូចនេះ $\log_a b\times\log_b c\times\log_c d\times...\times\log_x y\times\log_y a=1$ ។

**៣៥. បង្ហាញថា** $f(x)+f(y)=f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$

យើងមាន : $f(x)=\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

នាំឱ្យបាន : $f(y)=\log\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$

យើងបាន : $f(x)+f(y)=\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)+\log\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$

$$=\log\left[\left(\frac{1+x}{1-x}\right)\left(\frac{1+y}{1-y}\right)\right]$$
$$=\log\left(\frac{1+x+y+xy}{1-x-y+xy}\right)$$
$$=\log\left(\frac{(1+xy)+(x+y)}{(1+xy)-(x+y)}\right)$$

ដោយចែកទាំងភាគយក និងភាគបែងនឹង $(1+xy)$

នាំឱ្យបាន : $f(x)+f(y)=\log\left(\frac{\frac{(1+xy)+(x+y)}{(1+xy)}}{\frac{(1+xy)-(x+y)}{(1+xy)}}\right)$

$$=\log\left(\frac{1+\frac{x+y}{1+xy}}{1-\frac{x+y}{1+xy}}\right)=f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $f(x)+f(y)=f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$ មែន** ។

**៣៦. ដោះស្រាយសមីការ** $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$

ឃើញថា : $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)=\sqrt{49-48}=1$

ទាញបាន $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)}=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-1}$

យើងបានសមីការថ្មី ( ជំនួស $\sqrt{7+\sqrt{48}}$ ដោយ $\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{48}}}$ )

$$\left(\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{48}}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$$

តាង $t=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x$

សមីការទៅជា $\frac{1}{t}+t=14$ សមមូល $t^2-14t+1=0$

មាន $\Delta'=(-7)^2-1=48$

នាំឱ្យ $t_1=\frac{-(-7)-\sqrt{48}}{1}=7-\sqrt{48}=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2$

$$t_2=\frac{-(-7)+\sqrt{48}}{1}=7+\sqrt{48}=\frac{1}{7-\sqrt{48}}$$
$$=\left(7-\sqrt{48}\right)^{-1}$$
$$=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-2}$$

ចំពោះ $t_1=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2$

នោះ $\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2$

ទាញបាន $x=2$

ចំពោះ $t_2=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-2}$

នោះ $\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-2}$

ទាញបាន $x=-2$

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $x=2\vee x=-2$** ។

**៣៧.** **បង្ហាញថា :**

$(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1=\log_a b$

ពិនិត្យ :

$$(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1$$
$$=\left(\frac{\log b}{\log a}+\frac{\log a}{\log b}+2\right)\left(\frac{\log b}{\log a}-\frac{\log b}{\log ab}\right)\cdot\frac{\log a}{\log b}-1$$
$$=\left(\frac{\log^2 a+2\log a\log b+\log^2 b}{\log a\log b}\right)\left(1-\frac{\log a}{\log ab}\right)-1$$
$$=\left(\frac{(\log a+\log b)^2}{\log a\log b}\right)\left(1-\frac{\log a}{\log a+\log b}\right)-1$$
$$=\left(\frac{(\log a+\log b)^2}{\log a\log b}\right)\left(\frac{\log a+\log b-\log a}{\log a+\log b}\right)-1$$
$$=\left(\frac{(\log a+\log b)^2}{\log a\log b}\right)\left(\frac{\log b}{\log a+\log b}\right)-1$$
$$=\left(\frac{\log a+\log b}{\log a}\right)-1=1+\log_a b-1=\log_a b$$

ដូចនេះ ក្រោយពីបង្ហាញរួចឃើញថា

$\boxed{(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1=\log_a b}$

**៣៨.** **បង្ហាញថា** $\frac{1+\cos a}{1-\cos a}-\frac{1-\cos a}{1+\cos a}=\frac{4\cot a}{\sin a}$

ពិនិត្យ ព្រមទាំងគណនាអង្គទីមួយ យើងបាន :

$$\frac{1+\cos a}{1-\cos a}-\frac{1-\cos a}{1+\cos a}$$
$$=\frac{(1+\cos a)^2-(1-\cos a)^2}{(1-\cos a)(1+\cos a)}$$
$$=\frac{(1+\cos a-1+\cos a)(1+\cos a+1-\cos a)}{(1-\cos a)(1+\cos a)}$$
$$=\frac{2\cos a\times 2}{1-\cos^2 a}=\frac{4\cos a}{\sin^2 a}=\frac{4}{\sin a}\cdot\frac{\cos a}{\sin a}=\frac{4\cot a}{\sin a}$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1+\cos a}{1-\cos a}-\frac{1-\cos a}{1+\cos a}=\frac{4\cot a}{\sin a}\text{ ពិតមែន}}$ ។

**៣៩.** **ដោះស្រាយសមីការ :** $5^{\log x}=50-x^{\log 5}$

ពិនិត្យ $5^{\log x}$ បំពាក់លោការីតនេពែរ គេបាន

$$\ln 5^{\log x}=\log x\cdot\ln 5$$

ហើយ $5^{\log x}$ បំពាក់លោការីតនេពែរ គេបាន

$$\ln x^{\log 5}=\log 5\cdot\ln x$$

ឃើញថា $\log x\cdot\ln 5=\log 5\cdot\ln x$

នាំឱ្យ $5^{\log x}=x^{\log 5}$

ជំនួស $x^{\log 5}$ ដោយ $5^{\log x}$

យើងបានសមីការ $5^{\log x}=50-5^{\log x}$

$$2\times 5^{\log x}=50 \quad\Leftrightarrow 5^{\log x}=25$$
$$5^{\log x}=25 \quad\Leftrightarrow 5^{\log x}=5^2$$

ទាញបាន $\log x=2 \Rightarrow x=10^2=100$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសគឺ } x=100}$ ។

**៤០.** **គណនាប្រូបាប៊ដែលបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង**5

-គ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ 6 នាំឱ្យចំនួនករណីអាចស្មើ 6

-លេខសេសរួមមាន : 1 , 3 , 5 មាន 3 ករណី

នាំឱ្យប្រូបាប៊បោះបានលេខសេសគឺ $P(\text{សេស})=\frac{3}{6}$

-លេខធំជាង5 គឺមានតែលេខ 6 មាន 1 ករណី

នាំឱ្យប្រូបាប៊បោះបានលេខធំជាង5 គឺ $P(\text{ លេខធំជាង } 5)=\frac{1}{6}$

យើងបាន : ប្រូបាប៊ដែលបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង5

គឺ $P(\text{សេស})$ ឬ $P(\text{ លេខធំជាង } 5)=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រូបាប៊បោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង៥ស្មើនឹង}\frac{2}{3}}$ ។

**៤១.** **ដោះស្រាយសមីការ**

យើងមាន $\sqrt{x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}}}=\sqrt{x}+1$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ និងគណនាជាបន្តបន្ទាប់ យើងបាន :

$$\sqrt{x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}}}=\sqrt{x}+1$$
$$x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}}=x+2\sqrt{x}+1$$
$$\sqrt{4x+\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}}=2\sqrt{x}+1$$
$$4x+\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}=4x+4\sqrt{x}+1$$
$$\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}=4\sqrt{x}+1$$
$$16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}=16x+8\sqrt{x}+1$$
$$\ldots+\sqrt{4^n x+3}=8\sqrt{x}+1$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\sqrt{4^n x+3}=2^n\sqrt{x}+1$$
$$4^n x+3=4^n x+2\cdot 2^n\sqrt{x}+1$$
$$2=2\cdot 2^n\sqrt{x}$$
$$2^n\sqrt{x}=1$$
$$2^{2n}x=1$$
$$x=\frac{1}{4^n}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=\frac{1}{4^n}}$ ។

## ៤២. គណនាផលបូក

$$f(1)+f(3)+f(5)+\ldots+f(999997)+f(999999)$$

$$f(n)=\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+2n+1}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{n^2-2n+1}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{(n-1)^2}}$$
$$=\frac{\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)}{\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)\left(\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{(n-1)^2}\right)}$$
$$=\frac{1}{n+1-n+1}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)$$

នាំឱ្យយើងបាន :

$$+\begin{cases} f(1)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{0}\right) \\ f(3)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}\right) \\ f(5)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{4}\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f(999999)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{1000000}-\sqrt[3]{999998}\right) \end{cases}$$

$$f(1)+f(3)+f(5)+\ldots+f(999997)+f(999999)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{10^6}-0\right)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 100=50$$

ដូចនេះ $\boxed{f(1)+f(3)+f(5)+\ldots+f(999997)+f(999999)=50}$ ។

## ៤៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$a/\ \begin{cases} 5\left(\log_y x+\log_x y\right)=26 & (i) \\ xy=64 & (ii) \end{cases}$$

( អ្នកគួចាំរូបមន្តប្តូរគោល $\log_y x=\frac{1}{\log_x y}$ )

-តាម $(i)$ : $5\left(\log_y x+\log_x y\right)=26$

$$\frac{1}{\log_x y}+\log_x y=\frac{26}{5}$$
$$5\log_x^2 y-26\log_x y+5=0$$

តាង $\log_x y=t$ យើងបានសមីការថ្មីគឺ :

$5t^2-26t+5=0$ ( តាមឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta'$ )

មាន $\Delta'=(-13)^2-25=169-25=144$

នាំឱ្យ $t_1=\frac{-(-13)-12}{5}=\frac{1}{5}$ , $t_1=\frac{-(-13)+12}{5}=5$

ចំពោះ $t=\frac{1}{5}$ នាំឱ្យ $\log_x y=\frac{1}{5}\ \Rightarrow\ y=x^{\frac{1}{5}}$

ចំពោះ $t=5$ នាំឱ្យ $\log_x y=5\ \Rightarrow\ y=x^5$

-តាម $(ii)$ : $xy=64$

ករណី $y=x^{\frac{1}{5}}$ នោះ $x\cdot x^{\frac{1}{5}}=64\Leftrightarrow x^{\frac{6}{5}}=2^6\Rightarrow x=2^5$

នាំឱ្យ $y=x^{\frac{1}{5}}\Leftrightarrow y=\left(2^5\right)^{\frac{1}{5}}\Rightarrow y=2$

ករណី $y=x^5$ នោះ $x\cdot x^5=64\Leftrightarrow x^6=2^6\Rightarrow x=2$

នាំឱ្យ $y=x^5 \Leftrightarrow y=2^5 \Rightarrow y=32$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយពីរគឺ : } (x=32\ ,\ y=2) \text{ ឬ } (x=2\ ,\ y=32)}$ ។

$b/$ $\begin{cases} 4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400} & (*) \\ 5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900} & (**) \end{cases}$

តាម $(*)$ : $4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400}$ (បំពាក់ ln លើអង្គទាំងពីរ)

$$\ln\left(4^x\cdot 5^y\right)=\ln\left(\frac{1}{400}\right)$$
$$\ln 4^x+\ln 5^y=\ln 1-\ln 400$$
$$x\ln 4+y\ln 5=0-\ln 20^2$$
$$x\ln 4+y\ln 5=-2\left[\ln(4\cdot 5)\right]$$
$$x\ln 4+y\ln 5=-2\ln 4-2\ln 5 \quad (i)$$

តាម $(**)$ : $5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900}$ (បំពាក់ ln លើអង្គទាំងពីរ)

$$\ln\left(5^x\cdot 6^y\right)=\ln\left(\frac{1}{900}\right)$$
$$\ln 5^x+\ln 6^y=\ln 1-\ln 900$$
$$x\ln 5+y\ln 6=0-\ln 30^2$$
$$x\ln 5+y\ln 6=-2\left[\ln(5\cdot 6)\right]$$
$$x\ln 5+y\ln 6=-2\ln 5-2\ln 6 \quad (ii)$$

តាម $(i)$ និង $(ii)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} x\ln 4+y\ln 5=-2\ln 4-2\ln 5 \\ x\ln 5+y\ln 6=-2\ln 5-2\ln 6 \end{cases}$$

ដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ :

$$D=\ln 4\ln 6-\ln^2 5$$
$$\begin{aligned} D_x &=(-\ln 4-2\ln 5)\ln 6-(-2\ln 5-2\ln 6)\ln 5 \\ &=-2\ln 4\ln 6-2\ln 5\ln 6+2\ln^2 5+2\ln 5\ln 6 \\ &=-2\ln 4\ln 6+2\ln^2 5 \\ &=-2\left(\ln 4\ln 6-\ln^2 5\right) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} D_y &=\ln 4(-2\ln 5-2\ln 6)-\ln 5(-2\ln 4-2\ln 5) \\ &=-2\ln 4\ln 5-2\ln 4\ln 6+2\ln 5\ln 4+2\ln^2 5 \\ &=-2\ln 4\ln 6+2\ln^2 5 \\ &=-2\left(\ln 4\ln 6-\ln^2 5\right) \end{aligned}$$

នាំឱ្យ $\begin{cases} x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-2\left(\ln 4\ln 6-\ln^2 5\right)}{\left(\ln 4\ln 6-\ln^2 5\right)}=-2 \\ y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{-2\left(\ln 4\ln 6-\ln^2 5\right)}{\left(\ln 4\ln 6-\ln^2 5\right)}=-2 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយគឺ : } x=-2\ ,\ y=-2}$ ។

## ៤៤. បង្ហាញថា

$$(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\geq 2^n$$

ដោយ $a$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន នោះយើងបាន :

$$\times\begin{cases} 1+a_1\geq 2\sqrt{a_1} \\ 1+a_2\geq 2\sqrt{a_2} \\ 1+a_3\geq 2\sqrt{a_3} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1+a_n\geq 2\sqrt{a_n} \end{cases}$$
$$(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\geq 2^n\sqrt{a_1a_2a_3\ldots a_n}$$

សម្មតិកម្ម ផលគុណ $a_1\cdot a_2\cdot a_3\times\ldots\times a_n=1$

នោះយើងបាន $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\geq 2^n$

ដូចនេះ $\boxed{(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\geq 2^n}$ ។

## ៤៥. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$a/$ $\begin{cases} 7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342 \\ 9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344 \end{cases}$

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គ យើងបាន :

$$+\begin{cases} 7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342 \\ 9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344 \end{cases}$$
$$16x^3-24x^2y+12xy^2-2y^3=686$$
$$8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3=343$$
$$(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot(2x)\cdot y^2-y^3=7^3$$
$$(2x-y)^3=7^3$$
$$2x-y=7 \quad (i)$$

ដោយដកអង្គនឹងអង្គ យើងបាន :

$$-\begin{cases}7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342\\9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344\end{cases}$$
$$-2x^3+18x^2y-54xy^2+54y^3=-2$$
$$x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3=1$$
$$x^3-3\cdot x^2\cdot(3y)+3\cdot x\cdot(3y)^2-(3y)^3=1$$
$$(x-3y)^3=1^3$$
$$x-3y=1 \quad (ii)$$

តាមរយៈ $(i)$ និង $(ii)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការថ្មីគឺ៖

$\begin{cases}2x-y=7\\x-3y=1\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}2x-y=7\\-2x+6y=-2\end{cases}$

$5y=5\Rightarrow y=1$

នាំឱ្យ $x=1+3y=1+3=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=4\wedge y=1}$ ។

$b/$ $\begin{cases}4^x\cdot3^{y+1}+27^y=171\\8^x+2^x\cdot3^{1+2y}=172\end{cases}$ យើងអាចសរសេរជា

$\begin{cases}(2^x)^2\cdot3\cdot3^y+(3^y)^3=171\\(2^x)^3+2^x\cdot3\cdot(3^y)^2=172\end{cases}$ រៀបឱ្យតាមលំដាប់

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គ :

$$+\begin{cases}3\cdot(2^x)^2\cdot3^y+(3^y)^3=171\\(2^x)^3+3\cdot2^x\cdot(3^y)^2=172\end{cases}$$
$$(2^x)^3+3\cdot(2^x)^2\cdot3^y+3\cdot2^x\cdot(3^y)^2+(3^y)^3=343$$
$$(2^x+3^y)^3=7^3$$
$$2^x+3^y=7 \quad (i)$$

ដោយដកអង្គនឹងអង្គ :

$$-\begin{cases}3\cdot(2^x)^2\cdot3^y+(3^y)^3=171\\(2^x)^3+3\cdot2^x\cdot(3^y)^2=172\end{cases}$$
$$(3^y)^3-3\cdot2^x\cdot(3^y)^2+3\cdot(2^x)^2\cdot3^y-(2^x)^3=-1$$
$$(3^y-2^x)^3=(-1)^3$$
$$3^y-2^x=-1 \quad (ii)$$

ដោយយក $(i)+(ii)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}2^x+3^y=7\\3^y-2^x=-1\end{cases}$$
$$2\cdot3^y=2\cdot3$$
$$3^y=3 \quad \Rightarrow y=1$$

ចំពោះ $y=1$ នោះ $2^x+3^y=7$

$2^x=7-3$

$2^x=2^2 \quad \Rightarrow x=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ } x=2 \text{ និង } y=1}$ ។

## ៤៦. រកចំនួនមានលេខប្រាំខ្ទង់នោះ

-ចំនួនតាមខ្ទង់នីមួយៗត្រូវតែ ធំជាង0 (ព្រោះខ្ទង់ដើមគឺ $x$ បើ $x=0$ វាពុំមែនជាលេខប្រាំខ្ទង់ទេ វាគឺជាលេខបួនខ្ទង់) និងតូចជាង ឬ ស្មើ 9 (ព្រោះ បើធំជាង៩ វាជាលេខច្រើនខ្ទង់ នាំឱ្យចំនួនខ្ទង់លើសពី៥) ។

យើងមានចំនួន : $x$ , $x+1$ , $x+2$ , $3x$ , $x+3$ នាំឱ្យ

$\begin{cases}0<x\le9\\0<x+1\le9\\0<x+2\le9\\0<3x\le9\\0<x+3\le9\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}0<x\le9\\0<x\le8\\0<x\le7\\0<x\le3\\0<x\le6\end{cases}$

តាមរយៈលក្ខខណ្ឌទាំង៥ខាងលើ លក្ខខណ្ឌរួមគឺ $0<x\le3$

មានន័យថា : $x=\{1,2,3\}$

ចំពោះ $x=1$ ចំនួននោះគឺ 12334 មិនយក (ព្រោះមិនជាការេប្រាកដ)

ចំពោះ $x=2$ ចំនួននោះគឺ 23465 មិនយក (ព្រោះមិនជាការេប្រាកដ)

ចំពោះ $x=3$ ចំនួននោះគឺ $34596=186^2$ (ជាការេប្រាកដ)

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនមានលេខប្រាំខ្ទង់នោះគឺ } 34596}$ ។

## ៤៧. គណនាផលបូក $S$ : យើងមាន

$$S=\frac{1}{1+\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt2+\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt3+\sqrt4}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$$

ពិនិត្យ រួចបូកអង្គនិងអង្គ នៃកន្សោមខាងក្រោម

$(\sqrt2-1)(\sqrt2+1)=1 \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt2+1}=\sqrt2-1$

$(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt3+\sqrt2)=1 \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt3+\sqrt2}=\sqrt3-\sqrt2$

$(\sqrt4-\sqrt3)(\sqrt4+\sqrt3)=1 \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt4+\sqrt3}=\sqrt4-\sqrt3$

.....

$(\sqrt{2025}-\sqrt{2024})(\sqrt{2025}+\sqrt{2024})=1\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}}=\sqrt{2025}-\sqrt{2024}$

$$S=\frac{1}{1+\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt2+\sqrt3}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}=\sqrt{2025}-1$$
$$=45-1=44$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលបូកគណនាបាន } S=44}$ ។

**៤៨.** **ស្រាយបញ្ជាក់ថា :** $f(n)=3^{2n}+7$ **ចែកដាច់នឹង** 8

យើងមាន $f(n)=3^{2n}+7$

ចំពោះ $n=0: f(0)=3^0+7=1+7=8$ ចែកដាច់នឹង 8

$n=1: f(1)=3^2+7=9+7=16$ ចែកដាច់នឹង 8

.....

ឧបមាថា វាពិតដល់ $n=k: f(k)=3^{2k}+7$ ចែកដាច់នឹង8

យើងនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថា $n=k+1$ ក៏ចែកដាច់នឹង8 ដែរ

ចំពោះ $n=k+1: f(k+1)=3^{2(k+1)}+7$

$=3^{2k+2}+7$

$=9\cdot 3^{2k}+7$

$=8\cdot 3^{2k}+\left(3^{2k}+7\right)$

ដោយ $8\cdot 3^{2k}$ ចែកដាច់នឹង8 (ព្រោះ $8\cdot 3^{2k}$ ជាពហុគុណនៃ8)

និង $3^{2k}+7$ ចែកដាច់នឹង8 (ឧបមាថាពិត ខាងលើ)

នាំឱ្យ $f(k+1)=8\cdot 3^{2k}+\left(3^{2k}+7\right)$ ចែកដាច់នឹង 8

ដូចនេះ $f(n)=3^{2n}+7$ ចែកដាច់នឹង8 គ្រប់ $n$ ជាចំនួនគត់ ។

***យើងអាចបកស្រាយតាមវិធីម្យ៉ាងទៀត***

$9\equiv 1\ [8]$ (មានន័យថា 9 ចែកដាច់នឹង 8 ឱ្យសំណល់ 1)

$9^n\equiv 1^n\ [8]$ (អាចលើកជាស្ទ្យគុណបាន គ្រប់ $n$ ជាចំនួនគត់)

$3^{2n}\equiv 1\ [8]$ (ព្រោះ $9=3^2$ ហើយ $1^n=1$ )

$3^{2n}+7\equiv 1+7\ [8]$ សមមូល $3^{2n}+7\equiv 8\ [8]$

តែ $8\equiv 0\ [8]$ នាំឱ្យ $3^{2n}+7\equiv 0\ [8]$ ដែរ

ដូចនេះ $f(n)=3^{2n}+7$ ចែកដាច់នឹង8 គ្រប់ $n$ ជាចំនួនគត់ ។

**៤៩.** **គណនា** $g(3)$ :

យើងមាន $f(x)=2x+1$

ឱ្យ $f(x)=3$ សមមូល $2x+1=3\Rightarrow x=1$

ហើយមាន $g[f(x)]=x^2+3x+1$

នាំឱ្យ $g(3)=1^2+3\cdot 1+1$ (ព្រោះ $f(x)=3$ និង $x=1$)

$g(3)=5$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $g(3)=5$ ។

**៥០.** **ស្រាយបំភ្លឺថា** $\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$ **ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន**

តាង $A=\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$

យើងបាន $A=\frac{2n+3n^2+n^3}{6}$

$=\frac{n\left(2+3n+n^2\right)}{6}$

$=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

បើ $A$ ជាចំនួនគត់ លុះត្រាតែ $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង6

មានន័យថា $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង 2 ផង និង3 ផង

-បើ $n$ ជាចំនួនគត់ នោះ$n,(n+1),(n+2)$ ជាបីចំនួនគត់តគ្នា

-បីចំនួនគត់តគ្នាយ៉ាងហោស់ ក៏មានចំនួនគូមួយដែរ

នាំឱ្យ $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង2

-បីចំនួនគត់តគ្នាយ៉ាងហោស់ ក៏មានចំនួនមួយជាពហុគុណ

នៃ3 ដែរ នាំឱ្យ $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង2

នោះយើងបាន $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង6

ដូចនេះ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ នោះ $\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$ ក៏ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ ។

**៥១.** **គណនា** $S=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2010\cdot 2011}$

ពិនិត្យ : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$

តាមលំនាំខាងលើគេអាចបំបែកបាន ដូចខាងក្រោម :

បូកអង្គនឹងអង្គ
$\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$
.....
$\frac{1}{2010\cdot 2011}=\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}$

$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2010\cdot 2011}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2011}$

ឬ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2010\cdot 2011}=\frac{2010}{2011}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនាផលបូក } S=\frac{2010}{2011}}$ ។

**៥២.** **គណនា** $x^{2011}+\frac{1}{x^{2011}}$

យើងមាន $x^2+x+1=0$ ទាញបាន $x+\frac{1}{x}=-1$ នោះ

- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{x^2}=1\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=-1$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^3+\frac{1}{x^3}+x+\frac{1}{x}=1\Leftrightarrow x^3+\frac{1}{x^3}=2$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=(-1)\cdot 2\Leftrightarrow x^4+\frac{1}{x^4}+x^2+\frac{1}{x^2}=-2\Leftrightarrow x^4+\frac{1}{x^4}=-1$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^5+\frac{1}{x^5}+x^3+\frac{1}{x^3}=1\Leftrightarrow x^5+\frac{1}{x^5}=-1$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^5+\frac{1}{x^5}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^6+\frac{1}{x^6}+x^4+\frac{1}{x^4}=1\Leftrightarrow x^6+\frac{1}{x^6}=2$

.....

តាមលំនាំនេះ យើងអាចទាញបានតួទូទៅគឺ :

- $x^n+\frac{1}{x^n}=\begin{cases}-1 & \text{បើ } n\neq 3k\\ 2 & \text{បើ } n=3k\end{cases}$ ដែល $k$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

ដោយ $2011=3\cdot 670+1$ មានទម្រង់ខុសពី $3k$

នាំឱ្យ $x^{2011}+\frac{1}{x^{2011}}=-1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា ឃើញថា } x^{2011}+\frac{1}{x^{2011}}=-1}$ ។

**៥៣.** **រកចំនួន** $\overline{abcd}$ **នោះ**

តាមបម្រាប់ប្រធាន ចំនួន $\overline{abcd}$ ជាការេប្រាកដ

យើងបាន $\overline{abcd}=n^2$ ដែល $n$ ជាចំនួនគត់

យើងសរសេរបាន $\overline{ab00}+\overline{cd}=n^2$

នោះទាញបាន $100\,\overline{ab}+\overline{cd}=n^2$ (1)

បម្រាប់បន្ថែម $\overline{ab}-\overline{cd}=1$ ឬ $\overline{ab}=1+\overline{cd}$ (2)

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) :

$$100\left(1+\overline{cd}\right)+\overline{cd}=n^2$$
$$100+100\overline{cd}+\overline{cd}=n^2$$
$$101\overline{cd}=n^2-100$$
$$\overline{cd}=\frac{(n-10)(n+10)}{101}$$

-យល់ថា : $\overline{cd}$ ជាចំនួនគត់ នោះត្រូវតែមានកត្តាមួយ ក្នុងចំណោមកត្តា $(n-10)$ និង $(n+10)$ ដែលត្រូវតែចែកដាច់នឹង 101 ព្រោះ 101ជាចំនួនបឋម ។ នោះយើងទាញបាន :

$n-10=101$ឬ $n+10=101$

នាំឱ្យ $n=111$ ឬ $n=91$

-ចំពោះ $n=111$ មិនយក ព្រោះ $n^2$ ជាលេខ៤ខ្ទង់ នោះ $n<100$

-ចំពោះ $n=91$ នោះ $n^2=8281$ យក

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួននោះគឺ } \overline{abcd}=n^2=8281}$ ។

**៥៤.** **បង្ហាញថា** $n!>3^n$ **ចំពោះ** $n\geq 7$

យើងមាន $n!>3^n$

-ចំពោះ $n=7$ នោះ $7!=5040>3^7=2187$ : ពិត

-ចំពោះ $n=8$ នោះ $8!=40320>3^8=6561$ : ពិត

.....

-ឧបមាថាវាពិតរហូតដល់ $n=k$ នោះ $k!>3^k$ : ពិត

-យើងនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថា វានៅតែពិតចំពោះ $n=k+1$

យើងបាន $(k+1)!>3^{k+1}$

$$(k+1)\cdot k!>3\cdot 3^k$$

ដោយ $k!>3^k$ ហើយ $(k+1)>7>3$

នោះយើងបាន $(k+1)\cdot k!>3\cdot 3^k$ គឺជាការពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឃើញថា } n!>3^n \text{ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន } n\geq 7}$ ។

-ព្រោះបើ $k!>3^k$ និង $(k+1)>3$ នាំឱ្យ $(k+1)k!>3\cdot 3^k$

ឬ $(k+1)!>3^{k+1}$ ។

**៥៥.** **បង្ហាញឱ្យឃើញថា** $f$ **ជាអនុគមន៍ខួប**

អនុគមន៍ $f$ មានដែនកំណត់ $D=[0,+\infty)$

ចំពោះ គ្រប់ $x\in D$ នោះ $x+2a\in D$ ព្រោះ $a>0$

យើងមាន : $f(x+a)=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}$

នាំឱ្យ $f(x+2a)=f((x+a)+a)$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x+a)-f(x+a)^2}$$
$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}\right)-\left(\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}\right)-\left(\frac{1}{4}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}+f(x)-f(x)^2\right)}$$
$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}-\frac{1}{4}-\sqrt{f(x)-f(x)^2}-f(x)+f(x)^2}$$
$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-f(x)+f(x)^2}$$
$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\left(f(x)-\frac{1}{2}\right)^2}$$
$$=\frac{1}{2}+f(x)-\frac{1}{2}$$
$$=f(x)$$

ព្រោះ $f(x)\geq\frac{1}{2}$ ចំពោះ $x\geq 0$

យើងបាន $f(x+2a)=f(x)$ ចំពោះ គ្រប់ $x\in[0,+\infty)$

ដូចនេះ អនុគមន៏ $f$ ជាអនុគមន៏ខួបនៅលើ $[0,+\infty)$ ។

**៥៦. បង្ហាញឱ្យឃើញថា $0!=1$**

យើងមាន : $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1$

វាពិតចំពោះ $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

មានន័យថា $n=\{1,2,3,\ldots\}$

យើងអាចសរសេរបានដូចទម្រង់ខាងក្រោម :

$n!=n\times(n-1)!$

ព្រោះដោយសារ $(n-1)!=(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1$

យើងទាញបាន $(n-1)!=\frac{n!}{n}$

គណនាតម្លៃជាលេខ ចំពោះ $n=1$

នាំឱ្យ $(1-1)!=\frac{1!}{1}\Leftrightarrow 0!=\frac{1}{1}=1$

ដូចនេះ ឃើញថា $0!=1$ ពិតប្រាកដមែន ។

ព្រោះ $1!=1$

**៥៧. បង្ហាញថា $F=\frac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន**

តាង $d$ ជាតួចែករួមធំបំផុតនៃ $21n+4$ និង $14n+3$

យើងបាន $21n+4=ad$ ដែល $a$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$14n+3=bd$ ដែល $b$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

ចងជាប្រព័ន្ធ $\begin{cases}21n+4=ad & (\times2)\\ 14n+3=bd & (\times3)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}42n+8=2ad & (i)\\ 42n+9=3bd & (ii)\end{cases}$$

ដោយយក $(ii)-(i)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}42n+9=3bd\\ 42n+8=2ad\end{cases}$$
$$1=(3b-2a)d$$

ដោយ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់ នោះ $3b-2a$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ

ហើយ $d$ ជាតួចែករួមធំបំផុត ត្រូវតែជាចំនួនគត់

-យល់ថា : ផលគុណពីរចំនួនគត់ស្មើ 1 មានតែមួយករណីគត់ គឺចំនួនគត់នីមួយៗស្មើគ្នា ហើយស្មើនឹង 1 ។

ទាញបាន $d=1$

ដូចនេះ $F=\frac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ។

**៥៨. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចបំផុត**

-តាមបម្រាប់ : យើងពុំដឹងចំនួនខ្ទង់ នៃចំនួននោះទេ តែវាមានលេខ 6 នៅខ្ទង់ឯកតា (ខ្ទង់រាយ)

-យើងអាចតាងចំនួននោះដោយ : $\overline{a_1a_2a_3..a_n6}$ ដែលទីនេះ $0\leq a_1,a_2,a_3,\ldots a_n\leq9$ និង $\overline{a_1a_2a_3..a_n}$ ជាចំនួនគត់

-យើងបានចំនួនថ្មី $\overline{6a_1a_2a_3..a_n}$

-តាមបម្រាប់យើងបានទំនាក់ទំនង :

$$4\times\overline{a_1a_2a_3..a_n6}=\overline{6a_1a_2a_3..a_n}$$
$$4\left(\overline{a_1a_2a_3..a_n0}+6\right)=\overline{6000..0}+\overline{a_1a_2a_3..a_n}$$
$$4\left(\overline{a_1a_2a_3..a_n}\times10+6\right)=6\times10^n+\overline{a_1a_2a_3..a_n}$$

ដើម្បីឱ្យងាយស្រួលក្នុងការសរសេរ តាង $\overline{a_1a_2a_3..a_n}=A$

យើងបាន : $4(10A+6)=6\cdot10^n+A$

$$40A+24=6\cdot10^n+A$$
$$39A=6\cdot10^n-24$$
$$A=\frac{2\cdot10^n-8}{13}=\frac{2(10^n-4)}{13}$$

-ដោយ $A$ ជាចំនួនគត់ ហើយ 2 ចែកមិនដាច់នឹង 13 នោះ មានតែ $10^n-4$ ចែកដាច់នឹង 13

-យើងនឹងឱ្យតម្លៃ $n$ បន្តបន្ទាប់តូចបំផុតដើម្បីឱ្យ $13|10^n-4$

( មានន័យថា $13$ ជាតួចែកនៃ $10^n-4$ )

-ចំពោះ $n=1:10-4=6$ ចែកមិនដាច់នឹង $13$

$n=2:100-4=96$ ចែកមិនដាច់នឹង $13$

$n=3:1000-4=996$ ចែកមិនដាច់នឹង $13$

$n=4:10000-4=9996$ ចែកមិនដាច់នឹង $13$

$n=5:100000-4=99996$ ចែកដាច់នឹង $13$

.....

-ចំពោះ $n=5$ យើងបាន $A=\dfrac{2\left(10^5-4\right)}{13}=15384$

ដូចនេះ | ចំនួននោះគឺ $153846$ | ។

## ៥៩. តើបុរសណា ជាគូនឹងនារីណា ?

-ឃើញថាមានបុរសបីនាក់ចូលស្តីដណ្តឹងនារីបីនាក់ ។ បុរសដែលចូលស្តីដណ្តឹងដំបូង មានជម្រើសបី បុរសចូលស្តីបន្ទាប់មានជម្រើសពីរ និងបុរសចុងក្រោយមានជម្រើសតែមួយគត់

-តាមគោលការណ៍ផលគុណ : ចំនួនជម្រើសទាំងអស់គឺ $3\times2\times1=3!=6$ ជម្រើស ដែលជម្រើសទាំងនោះរួមមាន:

1) $A$ ជាគូនឹង1 ,$B$ ជាគូនឹង2 ,$C$ ជាគូនឹង3 ( ខុសលក្ខខណ្ឌ គ)

2) $A$ ជាគូនឹង1 ,$B$ ជាគូនឹង3 ,$C$ ជាគូនឹង2 ( ខុសលក្ខខណ្ឌ ក)

3) $A$ ជាគូនឹង2 ,$B$ ជាគូនឹង1 ,$C$ ជាគូនឹង3 ( ខុសលក្ខខណ្ឌ គ)

4) $A$ ជាគូនឹង2 ,$B$ ជាគូនឹង3 ,$C$ ជាគូនឹង1 ( ខុសលក្ខខណ្ឌ គ)

5) $A$ ជាគូនឹង3 ,$B$ ជាគូនឹង1 ,$C$ ជាគូនឹង2 ( ខុសលក្ខខណ្ឌ ខ)

6) $A$ ជាគូនឹង3 ,$B$ ជាគូនឹង2 ,$C$ ជាគូនឹង1

-ឃើញថាដើម្បីគោរពតាមលក្ខខណ្ឌមានតែមួយជម្រើសមួយគត់គឺ:

$A$ ជាគូនឹង3 ,$B$ ជាគូនឹង2 ,$C$ ជាគូនឹង1

ដូចនេះ គូស្វាមីភរិយាថ្មី ដែលគោរពតាមលក្ខខណ្ឌគឺ :

| បុរស $A$ ជាគូនឹងនារី3 បុរស $B$ ជាគូនឹងនារី2 បុរស$C$ ជាគូនឹងនារី1 | ។

## ៦០. រក 11 ចំនួននោះ ដែលមិនអវិជ្ជមាន

តាង11ចំនួននោះដោយ : $x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3\ ,\ ...\ ,\ x_{11}\geq0$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន :

$x_1=\left(x_2+x_3+x_4+...+x_{11}\right)^2 \quad (1)$

$x_2=\left(x_1+x_3+x_4+...+x_{11}\right)^2 \quad (2)$

$x_3=\left(x_1+x_2+x_4+..+x_{11}\right)^2 \quad (3)$

..... ...

$x_{11}=\left(x_1+x_2+x_3+..+x_{10}\right)^2 \quad (11)$

-ដោយដកអង្គនិងអង្គនៃ $(1)-(2)$ យើងបាន :

$$x_1-x_2=\left(x_2+x_3+x_4+...+x_{11}\right)^2-\left(x_1+x_3+x_4+...+x_{11}\right)^2$$

តាមរូបមន្ត $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ នោះ

$$x_1-x_2=\left[\left(x_2+x_3+x_4+...+x_{11}\right)-\left(x_1+x_3+x_4+...+x_{11}\right)\right]\times\left[\left(x_2+x_3+x_4+...+x_{11}\right)+\left(x_1+x_3+x_4+...+x_{11}\right)\right]$$

$$=\left(x_2-x_1\right)\left(x_1+x_2+2x_3+2x_4+...+2x_{11}\right)^2$$

$$=-\left(x_1-x_2\right)\left(x_1+x_2+2x_3+2x_4+...+2x_{11}\right)^2$$

$$\left(x_1-x_2\right)+\left(x_1-x_2\right)\left(x_1+x_2+2x_3+2x_4+...+2x_{11}\right)^2=0$$

$$\left(x_1-x_2\right)\left(1+x_1+x_2+2x_3+2x_4+...+2x_{11}\right)^2=0$$

នាំឱ្យ $\left(x_1-x_2\right)=0\Rightarrow x_1=x_2$

ហើយ $\left(1+x_1+x_2+2x_3+2x_4+...+2x_{11}\right)^2\neq0$

ដោយយក $(1)-(3)$ , $(1)-(4)$ , . . . , $(1)-(11)$ តាមលំនាំខាងលើនោះយើងបាន : $x_1=x_2=x_3=...=x_{11}$

នាំឱ្យ $x_1=\left(x_1+x_1+x_1+...+x_1\right)^2$

$$x_1=\left(10x_1\right)^2$$

$$x_1=100x_1^2$$

$$x_1\left(1-100x_1\right)=0$$

ទាញបាន $x_1=0$ , $1-100x_1=0\Rightarrow x_1=\dfrac{1}{100}$

ដូចនេះ | ចំនួនទាំង 11 ដែលរកឃើញគឺ

$x_1=x_2=x_3=...=x_{11}=0$ ឬ

$x_1=x_2=x_3=...=x_{11}=\dfrac{1}{100}$ | ។

**៦១.** **គណនា** $A=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(a-1)^{2012}$

គេឱ្យ $a$ , $b$ , $c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases}a+b+c=0\\ab+bc+ca=0\end{cases}$

ចំពោះ $a+b+c=0$

$$(a+b+c)^2=0$$
$$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=0$$

ដោយ $ab+bc+ca=0$ នោះយើងបាន

$$a^2+b^2+c^2=0$$

-យល់ថា : ផលបូកការេនៃមួយចំនួនពិតស្មើ 0 មានន័យថា ចំនួនពិតទាំងនោះមានតម្លៃស្មើៗគ្នា ហើយស្មើនឹង 0

-នាំឱ្យ $a=b=c=0$

គេបាន : $A=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(a-1)^{2012}$

$$=(0-1)^{2010}+(0-1)^{2011}+(0-1)^{2012}$$
$$=1+(-1)+1=1$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $A=1$ ។

**៦២.** **គណនា**

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2010^2}+\frac{1}{2011^2}}$$

ឃើញថា $S$ ជាផលបូកមានតួទូទៅគឺ $\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$

ដែលមានចំនួនតួសរុប 2010 តួ

គេអាចសរសេរជា $S=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$

$$S=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^2(n+1)^2+(n+1)^2+n^2}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^2(n^2+2n+1)+(n^2+2n+1)+n^2}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^4+2n^3+n^2+n^2+2n+1+n^2}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^4+2n^3+3n^2+2n+1}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^4+n^3+n^2+n^3+n^2+n+n^2+n+1}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^2(n^2+n+1)+n(n^2+n+1)+(n^2+n+1)}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{(n^2+n+1)^2}{n^2(n+1)^2}}$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}\frac{n^2+n+1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{2010}\frac{n(n+1)+1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{2010}\left[1+\frac{1}{n(n+1)}\right]$$
$$=\sum_{n=1}^{2010}1+\sum_{n=1}^{2010}\frac{1}{n(n+1)}=2010+\sum_{n=1}^{2010}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

យើងបាន $S=2010+\sum_{n=1}^{2010}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$$=2010+\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2011}\right)$$
$$=2011-\frac{1}{2011}=\frac{2011^2-1^2}{2011}$$
$$=\frac{(2011-1)(2011+1)}{2011}=\frac{2010\cdot2012}{2011}$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាផលបូក $S=\frac{2010\cdot2012}{2011}$ ។

* មូលហេតុ $\sum_{n=1}^{2010}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2011}\right)$ មើលលំហាត់ទី៥១ ។

**៦៣.** **ដោះស្រាយសមីការ :**

ក. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=4$

$$\left(x^{2010}-1\right)+\left(x^{2011}-1\right)+\left(x^{2012}-1\right)+\left(x^{2013}-1\right)=0$$

តាមរូបមន្ត: $a^n-1=(a-1)\left(a^{n-1}+a^{n-2}+...+a+1\right)$

- $x^{2010}-1=(x-1)\left(x^{2009}+x^{2008}+...+x+1\right)$
- $x^{2011}-1=(x-1)\left(x^{2010}+x^{2009}+...+x+1\right)$
- $x^{2012}-1=(x-1)\left(x^{2011}+x^{2010}+...+x+1\right)$
- $x^{2013}-1=(x-1)\left(x^{2012}+x^{2011}+...+x+1\right)$

ដើម្បីឱ្យងាយសម្រួលក្នុងការសរសេរ យើងតាង

$X=x^{2009}+x^{2008}+...+x+1$ នោះយើងបាន

$$+\begin{cases}x^{2010}-1=(x-1)X\\x^{2011}-1=(x-1)\left(x^{2010}+X\right)\\x^{2012}-1=(x-1)\left(x^{2011}+x^{2010}+X\right)\\x^{2013}-1=(x-1)\left(x^{2012}+x^{2011}+x^{2010}+X\right)\end{cases}$$

$\left(x^{2010}-1\right)+\left(x^{2011}-1\right)+\left(x^{2012}-1\right)+\left(x^{2013}-1\right)=$
$(x-1)\left(x^{2012}+2x^{2011}+3x^{2010}+4X\right)$

នាំឱ្យ $(x-1)\left(x^{2012}+2x^{2011}+3x^{2010}+4X\right)=0$

ទាញបាន : • $x-1=0 \Rightarrow x=1$

• $x^{2012}+2x^{2011}+3x^{2010}+4X\neq 0$

ព្រោះ $x$ ជាចំនួនគត់

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=1}$ ។

ខ. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=0$

$x^{2010}\left(1+x+x^2+x^3\right)=0$

ទាញបាន : • $x^{2010}=0 \Rightarrow x=0$

• $1+x+x^2+x^3\neq 0$ (ព្រោះ $x$ ជាចំនួនគត់)

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=0}$ ។

**៦៤.** **ដោះស្រាយសមីការ :** $\overline{2x9y}=2^x\cdot 9^y$

-លក្ខខណ្ឌ $0\le x\le 9$ , $0\le y\le 9$ និង $x,y$ ជាចំនួនគត់

-ពិនិត្យ $2^x$ ជាចំនួនគូ នោះ $2^x\cdot 9^y$ ជាចំនួនគូដែរ

នាំឱ្យ $\overline{2x9y}$ ជាចំនួនគូ មានន័យថា $y$ ជាចំនួនគូ ឬ 0 (1)

-ពិនិត្យ បើ $y>4$ នោះ $9^4=6561>\overline{2x9y}$ នាំឱ្យ

$y$ ជាចំនួនគត់តូចជាង៤ មានន័យថា $y=\{0,1,2,3\}$ (2)

-តាម (1) និង (2) ទាញបាន $y=0$ ឬ $y=2$

-ចំពោះ $y=0$ នោះ $\overline{2x90}=2^x\cdot 1 \Leftrightarrow \overline{2x90}=2^x$

តែ $2^x$ ជាចំនួនមិនមានលេខ 0 នៅខាងចុងជាដាច់ខាត

នាំឱ្យ $\overline{2x90}=2^x$ ជាករណីមិនពិត គ្រប់ $x$ ជាចំនួនគត់

-ចំពោះ $y=2$ នោះ $\overline{2x92}=2^x\cdot 9^2 \Leftrightarrow \overline{2x92}=81\cdot 2^x$

ដោយចំនួន $81\cdot 2^x$ ជាពហុគុណនៃ9 នោះ $\overline{2x92}$ ជាពហុគុណ

នៃ9 ដែរ មានន័យថា $\overline{2x92}$ ចែកដាច់នឹង9 ។

-ហើយ $\overline{2x92}$ ចែកដាច់នឹង9 លុះត្រាផលបូកលេខតាមខ្ទង់

គឺ $2+x+9+2=13+x=1+3+x=4+x$ ចែកដាច់នឹង9

មានតែ ចំនួនគត់ $x=5$ តែមួយគត់ដែលនាំឱ្យ $4+x$

ចែកដាច់នឹង9 ( ព្រោះ $0\le x\le 9$ )

-ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $\overline{2x9y}=2^x\cdot 9^y$

$2592=2^5\cdot 9^2$

$2592=32\cdot 81$

$2592=2592$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានចម្លើយ } x=5\,,y=2}$ ។

( កុំឃើញវែងថាពិបាក គេគ្រាន់តែសម្រាយឱ្យយើងយល់ពី

មូលហេតុរបស់វាបានច្បាស់លាស់ប៉ុណ្ណោះ )

**៦៥.** **រកគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ** $N=\overline{a_1a_2a_3..a_n}$

យើងមាន $\dfrac{\overline{2a_1a_2a_3..a_n1}}{\overline{1a_1a_2a_3..a_n2}}=\dfrac{21}{12}$ ដែល

$N=\overline{a_1a_2a_3..a_n}$ មានចំនួន $n$ តួ នាំឱ្យយើងបាន :

• $\overline{2a_1a_2a_3..a_n1}=2\cdot 10^{n+1}+10\left(\overline{a_1a_2a_3..a_n}\right)+1$

$=2\cdot 10^{n+1}+10N+1$

• $\overline{1a_1a_2a_3..a_n2}=1\cdot 10^{n+1}+10\left(\overline{a_1a_2a_3..a_n}\right)+2$

$=10^{n+1}+10N+2$

យើងបាន $\dfrac{2\cdot 10^{n+1}+10N+1}{10^{n+1}+10N+2}=\dfrac{21}{12}$ នាំឱ្យ

$21\left(10^{n+1}+10N+2\right)=12\left(2\cdot 10^{n+1}+10N+1\right)$

$21\cdot 10^{n+1}+210N+42=24\cdot 10^{n+1}+120N+12$

$210N-120N=24\cdot 10^{n+1}-21\cdot 10^{n+1}+12-42$

$90N=3\cdot 10^{n+1}-30$

$N=\dfrac{30\cdot 10^n-30}{90}$

$N=\dfrac{10^n-1}{3}$

ពិនិត្យ $10^n=\underbrace{100...000}_{n \text{ ដងលេខ } 0}$ នាំឱ្យ $10^n-1=\underbrace{99...999}_{n \text{ ដងលេខ } 9}$

យើងបាន $N=\dfrac{10^n-1}{3}=\dfrac{99...999}{3}=\underbrace{33...333}_{n \text{ ដងលេខ } 3}$

នេះមានន័យថា $N=\{3,\ 33,333,\ 3333,...\}$

ផ្សៀងផ្ទាត់ : បើ $N=3$ , $\frac{231}{132}=\frac{21\times11}{12\times11}=\frac{21}{12}$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{គ្រប់ចំនួនគត់រកបានគឺ } N=\underbrace{33...333}_{n \text{ ដងលេខ } 3}}$ ។

**៦៦.** **គណនាផលបូក** :

$$S=\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

ពិនិត្យ : $\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{(n+2)-n}{n(n+1)(n+2)}$

$$=\frac{2}{n(n+1)(n+2)}$$

ទាញបាន $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$

តាមលំនាំនេះ យើងអាចសរសេរបានដូចខាងក្រោម :

$$+\begin{cases}\frac{1}{1\cdot2\cdot3}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1\cdot2}-\frac{1}{2\cdot3}\right]\\ \frac{1}{2\cdot3\cdot4}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2\cdot3}-\frac{1}{3\cdot4}\right]\\ \frac{1}{3\cdot4\cdot5}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3\cdot4}-\frac{1}{4\cdot5}\right]\\ .....\\ \frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]\end{cases}$$

$$S=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1\cdot2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

$$S=\frac{1}{2}\left[\frac{n^2+3n+2-2}{2(n^2+3n+2)}\right]$$

$$S=\frac{n^2+3n}{4(n^2+3n+2)}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនាឃើញថា } S=\frac{n^2+3n}{4(n^2+3n+2)}}$ ។

**៦៧.** **សម្រួលកន្សោម :** $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2012}+\sqrt{3}$

តាង $E=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2012}+\sqrt{3}$

$$=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$$

$$=\left[\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)\right]^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$$

$$=(4-3)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$$

$$=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}$$

$$=2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលបាន } \left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2011}+\sqrt{3}=2}$ ។

**៦៨.** **បង្ហាញថា :** $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}$

ពិនិត្យ : $\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}$

$$=\left(\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)}\right)-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2}{x^2-1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2(x^2+1)-2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{4}{x^4-1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{4(x^4+1)-4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{4x^4+4-4x^4+4}{x^8-1}=\frac{8}{x^8-1}$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}}$ ។

**៦៩.** **គណនាផលបូក** $S=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{n}{(n+1)!}$

ពិនិត្យ : $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{(n+1)-1}{(n+1)!}$

$$=\frac{(n+1)}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

$$=\frac{(n+1)}{(n+1)\cdot n!}-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

( ព្រោះ $(n+1)!=(n+1)\cdot n!$ ឧទា. $5!=5\cdot4!$ )

ឃើញថា គេអាចបំបែក $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$

យើងអាចបំបែកតួនីមួយៗ រួចបូកអង្គនិងអង្គ ដូចខាងក្រោម:

$$+\begin{cases}\frac{1}{2!}=\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}\\ \frac{2}{3!}=\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}\\ \frac{3}{4!}=\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}\\ .....\\ \frac{n}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}\end{cases}$$

$$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{n}{(n+1)!}=\frac{1}{1!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

$$S=1-\frac{1}{(n+1)!}$$

ដូចនេះ $\boxed{S=1-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}}$ ។

**៧០. កំណត់លេខចុងនៃ** $\Sigma=1^2+2^2+3^2+\ldots+2010^2+2011^2$

(យល់ដឹង: គេសរសេរ $[13^2]=9$ មានន័យ លេខខាងចុងនៃ $13^2=169$ មានលេខ 9 នៅខាងចុង ។)

ពិនិត្យ

$[1^2]=[11^2]=[21^2]=\ldots=[2001^2]=1$

$[2^2]=[12^2]=[22^2]=\ldots=[2002^2]=4$

$[3^2]=[13^2]=[23^2]=\ldots=[2003^2]=9$

$[4^2]=[14^2]=[24^2]=\ldots=[2004^2]=6$

$[5^2]=[15^2]=[25^2]=\ldots=[2005^2]=5$

$[6^2]=[16^2]=[26^2]=\ldots=[2006^2]=6$

$[7^2]=[17^2]=[27^2]=\ldots=[2007^2]=9$

$[8^2]=[18^2]=[28^2]=\ldots=[2008^2]=4$

$[9^2]=[19^2]=[29^2]=\ldots=[2009^2]=1$

$[10^2]=[20^2]=[30^2]=\ldots=[2010^2]=0$

ដោយផលបូកលេខចុងៗ នៃដប់ៗតួជាបន្តបន្ទាប់ស្មើៗគ្នា គឺ

$1+4+9+6+5+6+9+4+1+0=45$ ហើយ

$\Sigma=\underbrace{1^2+2^2+3^2+\ldots+2010^2}_{\text{មាន } 201 \text{ នៃដប់ៗតួ}}+2011^2$

នាំឱ្យ $[\Sigma]=[1^2+2^2+3^2+\ldots+2010^2]+[2011^2]$

$=[201\times 45]+[2011^2]$

$=[5+1]=6$

ដូចនេះ $\boxed{\text{លេខខាងចុងនៃ } \Sigma \text{ គឺ } [\Sigma]=6}$ ។

**៧១. កំណត់លេខចុងនៃ** $\Sigma=1!+2!+3!+\ldots+2010!+2011!$

(អ្នកគួគិតថា មួយចំនួនដែលគុណនឹង 10 ឬ បានពីផលគុណនៃ 2 និង5 សុទ្ធសឹងតែផ្តល់ ចំនួនដែលមានលេខ0 ខាងចុង)

រូបមន្ត ហ្វាក់តូរៀល $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1$

យើងបាន :

$[1!]=1$ $[2!]=2$ $[3!]=6$ $[4!]=4$ $[5!]=0$

$[6!]=0$ $[7!]=0$ $[8!]=0$ $[9!]=0$ .....

យើងពិនិត្យឃើញថា លេខខាងចុងនៃចំនួនទាំងឡាយ ដែលធំជាង 4 សុទ្ធតែជាលេខសូន្យដូចៗគ្នា ទាំអស់ នាំឱ្យ :

$\Sigma=1!+2!+3!+\ldots+2010!+2011!$

$[\Sigma]=[1!]+[2!]+[3!]+\ldots+[2010!]+[2011!]$

$=[1+2+6+4+0+0+\ldots+0+0+0]$

$=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{លេខខាងចុងនៃ } \Sigma \text{ គឺ } [\Sigma]=3}$ ។

**៧២. គណនាតម្លៃ** $A=a^{2012}+ab^{2011}$

យើងមាន $\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=1 \quad (*)$

-គុណ $(*)$ នឹង $\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)$ នោះយើងបាន :

$\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)$

$\left(a^2-a^2-1\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)$

$-b-\sqrt{b^2+1}=a-\sqrt{a^2+1} \quad (1)$

-គុណ $(*)$ នឹង $\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)$ វិញម្តង នោះយើងបាន :

$\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)=\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)$

$\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b^2-b^2-1\right)=\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)$

$-a-\sqrt{a^2+1}=b-\sqrt{b^2+1} \quad (2)$

-តាម $(1)$ និង $(2)$ ចងជាប្រព័ន្ធ បូកអង្គ និងសម្រួល

យើងបាន : $+\begin{cases}-b-\sqrt{b^2+1}=a-\sqrt{a^2+1}\\-a-\sqrt{a^2+1}=b-\sqrt{b^2+1}\end{cases}$

$-a-b=a+b$

$-2a=2b$

$a=-b$

-នាំឱ្យ $A=a^{2012}+ab^{2011}$

$=a^{2012}+a(-a)^{2011}=a^{2012}+a(-a)^{2011}$

$=a^{2012}+a\cdot(-1)^{2011}\cdot a^{2011}=a^{2012}+(-1)\cdot a^{2012}$

$=a^{2012}-a^{2012}=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា បានផលមក } A=0}$ ។

**៧៣.** **ដោះស្រាយសមីការ :**

យើងមាន $2011^{\log_{2012}x}+x^{\log_{2012}2011}=4022$

-តាង $A=2011^{\log_{2012}x}$

នាំឱ្យ $\log_{2012}A=\log_{2012}2011^{\log_{2012}x}$

$\log_{2012}A=\log_{2012}x\cdot\log_{2012}2011 \quad (i)$

-តាង $B=x^{\log_{2012}2011}$

នាំឱ្យ $\log_{2012}B=\log_{2012}x^{\log_{2012}2011}$

$\log_{2012}B=\log_{2012}2011\cdot\log_{2012}x \quad (ii)$

ដោយផ្ទឹម $(i)$ និង $(ii)$

យើងបាន $\log_{2012}A=\log_{2012}B$ សមមូល $A=B$

-សមីការទៅជា $2011^{\log_{2012}x}+2011^{\log_{2012}x}=4022$

$2\cdot2011^{\log_{2012}x}=2\cdot2011$

$2011^{\log_{2012}x}=2011^1$

$\log_{2012}x=1$

$x=2012$

ដូចនេះ ក្រោយពីដោះស្រាយសមីការមានឫស $x=2012$ ។

**៧៤.** **ស្រាយថា** $a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$

ពិនិត្យ $(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$

$=(a^5+a^3b^2+a^2b^3+b^5)-(a+b)$

$=a^5+b^5+a^2b^2(a+b)-(a+b)$

$=a^5+b^5+(a+b)(a^2b^2-1)$

ដោយសម្មតិកម្ម តែឱ្យ $ab=1$ នោះ $a^2b^2=1$

យើងបាន $(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$

$=a^5+b^5+(a+b)(1-1)$

$=a^5+b^5+0=a^5+b^5$

ដូចនេះ ឃើញថា $a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$ ។

**៧៥.** **គណនាកន្សោម :** $A=x^{2010}+y^{2011}+x^{2012}$

យើងមាន $\begin{cases}x^2+2y+1=0\\y^2+2z+1=0\\z^2+2x+1=0\end{cases}$ (បូកអង្គនិងអង្គ)

$x^2+2y+1+y^2+2z+1+z^2+2x+1=0$

ឬ $(x^2+2x+1)+(y^2+2y+1)+(z^2+2z+1)=0$

$(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=0$

ដោយ $(x+1)^2\ge0$ , $(y+1)^2\ge0$ , $(z+1)^2\ge0$

មានតែមួយករណីគត់ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការខាងលើគឺ

តម្លៃនៃកត្តានីមួយៗស្មើ 0

យើងបាន: $\begin{cases}(x+1)^2=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1\\(y+1)^2=0 \Leftrightarrow y+1=0 \Rightarrow y=-1\\(z+1)^2=0 \Leftrightarrow z+1=0 \Rightarrow z=-1\end{cases}$

នាំឱ្យ $A=x^{2010}+y^{2011}+x^{2012}$

$=(-1)^{2010}+(-1)^{2011}+(-1)^{2012}$

$=1+(-1)+1=1$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $A=1$ ។

**៧៦.** **បង្ហាញថា** $\dfrac{ad+bc}{2ab}=\dfrac{2cd}{ad+bc}$

យើងមាន $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ នាំឱ្យ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ យើងបាន :

$\dfrac{a}{c}=\dfrac{ad}{cd}=\dfrac{ab}{cb}$ $(1)$ ហើយ $\dfrac{b}{d}=\dfrac{bc}{dc}=\dfrac{ab}{ad}$ $(2)$

នាំឱ្យ $\dfrac{ad}{cd}=\dfrac{bc}{dc}=\dfrac{ad+bc}{cd+dc}=\dfrac{ad+bc}{2cd}$ $(i)$

$\dfrac{ab}{cb}=\dfrac{ab}{ad}=\dfrac{ab+ab}{cb+ad}=\dfrac{2ab}{cb+ad}$ $(ii)$

តាម $(1)$ នោះ $(i)=(ii)$ យើងបាន :

$\dfrac{ad+bc}{2cd}=\dfrac{2ab}{cb+ad}$ នាំឱ្យ $\dfrac{ad+bc}{2ab}=\dfrac{2cd}{cb+ad}$

ដូចនេះ ឃើញថា $\dfrac{ad+bc}{2ab}=\dfrac{2cd}{ad+bc}$ ។

**៧៧.** **សម្រួលកន្សោម**

$A=\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}}-\sqrt{2}\right)\left(\dfrac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$

$=\left[\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2-\sqrt{2}^2\right]\left(\dfrac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$

$=\left[\left(\sqrt{\dfrac{a}{b}}\right)^2+2\cdot\sqrt{\dfrac{a}{b}}\cdot\sqrt{\dfrac{b}{a}}+\left(\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2-2\right]\left(\dfrac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$

$$=\left(\frac{a}{b}+2\sqrt{\frac{ab}{ba}}+\frac{b}{a}-2\right)\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$$
$$=\left(\frac{a}{b}+2+\frac{b}{a}-2\right)\left(\frac{2011ab}{a^2+b^2}\right)$$
$$=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{2011ab}{a^2+b^2}\right)$$
$$=\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)\left(\frac{2011ab}{a^2+b^2}\right)=2011$$

ដូចនេះ **ក្រោយពីសម្រួល $A=2011$** ។

**៧៨. គណនា** $P=xy+yz+zx$

យើងមាន $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=m$

ទាញបាន $x=am$ , $y=bm$ , $z=cm$

នាំឱ្យ $P=xy+yz+zx$
$=(am)(bm)+(bm)(cm)+(cm)(am)$
$=abm^2+bcm^2+cam^2$
$=(ab+bc+ca)m^2$

យើងមាន $a+b+c=1$
$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$
$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=1$
តែសម្មតិកម្មបន្ថែមគឺ $a^2+b^2+c^2=1$

នាំឱ្យ $1+2(ab+bc+ca)=1$
$2(ab+bc+ca)=0$
$ab+bc+ca=0$

យើងបាន $P=(ab+bc+ca)m^2$
$=0\cdot m^2=0$

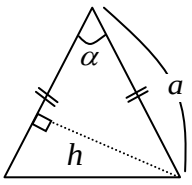
ដូចនេះ **ឃើញថា $P=xy+yz+zx=0$** ។

**៧៩. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណនេះ ជាអនុគមន៍នៃ $\alpha$ និង $a$**

យើងមាន ត្រីកោណសមបាទ

ដោយធ្វើចំណោលកែងពីមុំពុំមែន$\alpha$

នោះយើងបានរូបដូចខាងស្តាំ




ក្នុងត្រីកោណកែងធំមាន $\sin\alpha=\frac{h}{a}$ $\Rightarrow h=a\sin a$

ក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ=(បាត x កម្ពស់)/2

នាំឱ្យ $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}a\cdot a\sin\alpha=\frac{1}{2}a^2\sin\alpha$

ដូចនេះ **ផ្ទៃត្រីកោណសមបាតនេះគឺ $S=\frac{1}{2}a^2\sin\alpha$** ។

**៨០. ប្រៀបធៀបចំនួន**

ក. $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ និង $\sqrt{21}$

ឧបមាថា : $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$

$6+2\sqrt{30}+5>21$ (លើកជាការេ)

$2\sqrt{30}>10$

$4\times30>100$ (លើកជាការេម្តងទៀត)

$120>100$ ពិតប្រាកដមែន

នាំឱ្យការឧបមាគឺត្រឹមត្រូវ មានន័យថា $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$

ដូចនេះ **ក្រោយពីប្រៀបធៀបគឺ $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$** ។

ខ. $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}$ និង $2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$

ពិនិត្យ : $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}$
$=1+\sqrt[2011]{9+2+\sqrt{4\cdot18}}$
$=1+\sqrt[2011]{\sqrt{9}^2+2\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}^2}$
$=1+\sqrt[2011]{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}$

ដោយ $\left(1-\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}\right)^2>0$

$1-2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}+\sqrt[2011]{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}>0$

$1+\sqrt[2011]{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}>2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$

ឬអាចសរសេរ $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}>2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$

ដូចនេះ **លទ្ធផល $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}>2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$** ។

**ផ១.** **រកតម្លៃគត់នៃ** $x$ , $y$ **និង** $z$

យើងមាន សមីការ

$$x+y+z+4=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}$$
$$\Leftrightarrow x-2\sqrt{x-2}+y-4\sqrt{y-3}+z-6\sqrt{z-5}+4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)-2\sqrt{x-2}+1+(y-3)-4\sqrt{y-3}+4+$$
$$+(z-5)-6\sqrt{z-5}+9=0$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-2}-1\right)^2+\left(\sqrt{y-3}-2\right)^2+\left(\sqrt{z-5}-3\right)^2=0$$

ដោយ $\begin{cases}\left(\sqrt{x-2}-1\right)^2\ge 0\\ \left(\sqrt{y-3}-2\right)^2\ge 0\\ \left(\sqrt{z-5}-3\right)^2\ge 0\end{cases}$ ដើម្បីឱ្យផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

ខាងលើគឺមានតែមួយករណីគត់គឺ :

$$\begin{cases}\left(\sqrt{x-2}-1\right)^2=0\\ \left(\sqrt{y-3}-2\right)^2=0\\ \left(\sqrt{z-5}-3\right)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-2}-1=0\\ \sqrt{y-3}-2=0\\ \sqrt{z-5}-3=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{x-2}=1\\ \sqrt{y-3}=2\\ \sqrt{z-5}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=1\\ y-3=4\\ z-5=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ y=7\\ z=14\end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃគត់ដែលរកឃើញ } (x,y,z)=(3,7,14)}$ ។

**ផ២.** **ស្រាយបំភ្លឺថា** $\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$

យើងមាន $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$

នាំឱ្យ $\dfrac{ax^2}{ax^3}+\dfrac{by^2}{by^3}+\dfrac{cz^2}{cz^3}=1$

ដោយ $ax^3=by^3=cz^3$ យើងបាន

$\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{ax^3}=1$ ទាញបាន $\sqrt[3]{a}=\dfrac{\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}}{x}$ (1)

$\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{by^3}=1$ ទាញបាន $\sqrt[3]{b}=\dfrac{\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}}{y}$ (2)

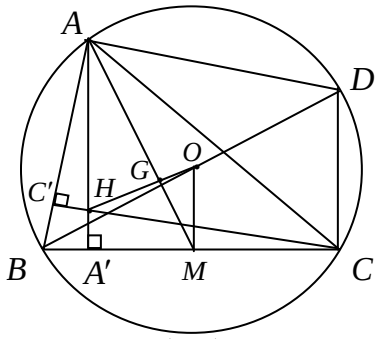
$\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{cz^3}=1$ ទាញបាន $\sqrt[3]{c}=\dfrac{\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}}{z}$ (3)

ដោយយក $(1)+(2)+(3)$ យើងបាន

$$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\cdot\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}$$
$$=\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឃើញថា } \sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}$ ។

**ផ៣.** **ស្រាយបញ្ជាក់ថា** $H$ , $G$ **និង** $O$ **ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា**




(មើលទៅរូបដូចស្មុគស្មាញ តែបើគ្រប់គ្រងបាន គ្មានអ្វីពិបាក!!!)

-ឧបមាថា $O$ ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកកោណ $ABC$ និង $H$ ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ (ចំណុចប្រសព្វកម្ពស់ទាំងបី)

ហើយ $[BD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត $O$

យើងបាន $B\hat{A}D=B\hat{C}D=90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

ទាញបាន $[AB]\perp[AD]$ និង $[BC]\perp[CD]$

ហើយ $[AB]\perp[CH]$ និង $[BC]\perp[AH]$

នាំឱ្យ $[AD]\parallel[CH]$ និង $[CD]\parallel[AH]$

យើងបាន $AHCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម នោះ $[AH]=[CD]$ (1)

-យក $[AM]$ ជាមេដ្យានៃត្រីកោណ $ABC$ នាំឱ្យ $M$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង $[BC]$

យើងបាន $[OM]$ ជាបាតមធ្យមនៃ $\Delta BCD$

នាំឱ្យ $[OM]$ ស្របនឹង $[CD]$ និង $[OM]=\dfrac{1}{2}[CD]$ (2)

តាម (1)&(2) : $[OM]=\dfrac{1}{2}[AH]$ ឬ $\dfrac{AH}{MO}=2$ (3)

-ត្រីកោណ $AHG$ និង $\Delta MOC$ មាន :

មុំ $A\hat{H}G=M\hat{O}G$ មុំឆ្លាស់ក្នុង (ព្រោះ $[OM]$ ស្រប $[AH]$)

មុំ $A\hat{G}H=M\hat{G}O$ មុំទល់កំពូល

នាំឱ្យ ត្រីកោណ $AHG$ និង $\Delta MOC$ ជាត្រីកោណ ដូចគ្នា តាមករណី ម.ម (មុំពីរប៉ុនរវៀងគ្នា)

វិបាក : $\sim \dfrac{\Delta AHG}{\Delta MOG} \Big| \Rightarrow \dfrac{AH}{MO} = \dfrac{AG}{MG}$ (4)

តាម (3)&(4) : នាំឱ្យ $\dfrac{AG}{MG} = 2$ or $AG = 2MG$

នេះបញ្ជាកឱ្យឃើញថា $G$ ពិជាចំណុចប្រជុំទំងន់របស់ $\Delta ABC$

ដូចនេះ $H, G$ និង $O$ ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នាប្រាកដមែន ។

**ផ៤.** **បង្ហាញថា** $P \geq 0$ យើងមាន :

$$\begin{aligned} P &= a^2b^2 + 5a^2 + 9b^2 - 6ab^2 - 30a + 45 \\ &= a^2b^2 - 6ab^2 + 9b^2 + 5a^2 - 30a + 45 \\ &= b^2(a^2 - 6a + 9) + 5(a^2 - 6a + 9) \\ &= (a^2 - 6a + 9)(b^2 + 5) \\ &= (a-3)^2(b^2 + 5) \end{aligned}$$

ដោយ $(a-3)^2 \geq 0$ គ្រប់ $a$ ជាចំនួនពិត

$(b^2 + 5) > 0$ គ្រប់ $b$ ជាចំនួនពិត

នាំឱ្យផលគុណ $(a-3)^2(b^2+5) \geq 0$ ជានិច្ច

ដូចនេះ ក្រោយពីបង្ហាញឃើញថា $P \geq 0$ ជានិច្ច ។

**ផ៥.** **បង្ហាញថា** $39^{51} + 51^{39}$ **ចែកដាច់នឹង** 45

- ពិនិត្យ $39^1$ លេខចុងគឺ 9 $39^2$ លេខចុងគឺ 1

  $39^3$ លេខចុងគឺ 9 $39^4$ លេខចុងគឺ 1

.....

មានទម្រង់ $9^n = \begin{cases} ...9 & \text{បើ } n \text{ ជាចំនួនគត់សេស} \\ ...1 & \text{បើ } n \text{ ជាចំនួនគត់គូ} \end{cases}$

នាំឱ្យ ចំនួន $39^{51}$ ជាចំនួនដែលមានលេខ 9 នៅខាងចុង ។

- ពិនិត្យ $51^1$ លេខចុងគឺ 1 $51^2$ លេខចុងគឺ 1

  $51^3$ លេខចុងគឺ 1 $51^4$ លេខចុងគឺ 1

.....

ឃើញថា ស្ទ័យគុណនៃ51 ជាចំនួនដែលមានលេខ1 ចុងជានិច្ច

នាំឱ្យ ចំនួន $51^{39}$ ជាចំនួនដែលមានលេខ 1 នៅខាងចុង ។

-យើងបានផលបូក $39^{51} + 51^{39}$ ជាចំនួនមានលេខ 0 ចុង

នាំឱ្យ ផលបូក $39^{51} + 51^{39}$ ជាចំនួនចែកដាច់នឹង5 (*)

**-ម្យ៉ាងទៀត**

- $39^{51} = (13 \times 3)^{51} = 13^{51} \cdot 3^{51} = 13^{51} \cdot 3^{49} \cdot 3^2 = 13^{51} \cdot 3^{49} \cdot 9$

នាំឱ្យ ចំនួន $39^{51}$ ចែកដាច់នឹង 9

- $51^{39} = (17 \times 3)^{39} = 17^{39} \cdot 3^{39} = 17^{39} \cdot 3^{37} \cdot 3^2 = 17^{39} \cdot 3^{37} \cdot 9$

នាំឱ្យ ចំនួន $51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 9

យើងបានផលបូក $39^{51} + 51^{39}$ ចែកនឹង 9 (**)

-តាមរយៈ (*) និង (**) : $39^{51} + 51^{39}$ ចែកដាច់នឹង $9 \times 5$

ដូចនេះ $39^{51} + 51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

**ផ៦.** **គណនា** $A$ : យើងមាន

$$A = 101 \cdot 10001 \cdot 100000001 \times \ldots \times \underbrace{1000\ldots001}_{\text{មាន } 2^n - 1 \text{ ដងនៃលេខ } 0}$$

$$= (100+1)(10000+1)(100000000+1) \times \ldots \times (\underbrace{1000\ldots00}_{\text{មាន } 2^n \text{ ដងនៃលេខ } 0} + 1)$$

$$= (10^2+1)(10^4+1)(10^8+1) \times \ldots \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^2-1)(10^2+1)(10^4+1)(10^8+1) \times \ldots \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^4-1)(10^4+1)(10^8+1) \times \ldots \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^8-1)(10^8+1) \times \ldots \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^{2^n}-1)(10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{99}(10^{2^{n+1}}-1)$$

$$= \frac{1}{99}(\underbrace{1000\ldots00}_{\text{មាន } 2^{n+1} \text{ ដងនៃលេខ } 0} - 1)$$

$$= \frac{1}{99}(\underbrace{999\ldots99}_{\text{មាន } 2^{n+1} \text{ ដងនៃលេខ } 9})$$

$$= 10101\ldots01 \text{ ( មាន } 2^{n+1}-1 \text{ខ្ទង់)}$$

ដូចនេះ $A = 10101\ldots01$ ( មាន $2^{n+1}-1$ខ្ទង់) ។

ឧទាហរណ៍: $101 \times 10001 = 1010101$ ពិត ។

**ផ៧.** **គណនាតម្លៃ** $n$ : យើងមាន

$$\frac{3}{2011}+\frac{9}{2011}+\frac{15}{2011}+\ldots+\frac{6n-3}{2011}=\frac{300}{2011}$$
$$\frac{3+9+15+\ldots+(6n-3)}{2011}=\frac{300}{2011}$$
$$3+9+15+\ldots+(6n-3)=300$$
$$3[1+3+5+\ldots+(2n-1)]=3\cdot 100$$
$$1+3+5+\ldots+(2n-1)=100$$
$$n^2=10^2$$
$$n=10$$

អ្នកត្រូវចាំថា $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $n=10$ ។

**ផ៨.** **ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :**

ក. $\begin{cases}x^2=2x-y\\y^2=2y-z\\z^2=2z-x\end{cases}$ យើងបាន:

$$\begin{cases}x^2-2x=-y\\y^2-2y=-z\\z^2-2z=-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x+1=1-y\\y^2-2y+1=1-z\\z^2-2z+1=1-x\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2-2x+1=1-y\\y^2-2y+1=1-z\\z^2-2z+1=1-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2=1-y\\(y-1)^2=1-z\\(z-1)^2=1-x\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1-x)^2=(1-y)\\(1-y)^2=(1-z)\\(1-z)^2=(1-x)\end{cases}$$

ដោយតាង $A=1-x$ , $B=1-y$ , $C=1-z$

យើងបាន: $\begin{cases}A^2=C & (1)\\C^2=B & (2)\\B^2=A & (3)\end{cases}$

-តាម $(1)$: $A^2=C$

-តាម $(2)$: $C^2=B\Rightarrow A^4=B$

-តាម $(3)$: $B^2=A\Rightarrow A^8=A$

នាំឱ្យ $A^8=A\Leftrightarrow A^8-A=0$

$$A(A^7-1)=0$$

នោះ $A=0$ ឬ $A^7-1=0\Leftrightarrow A^7=1\Rightarrow A=1$

-ចំពោះ $A=0$ យើងបាន:

$C=A^2=0^2=0$ ហើយ $B=A^4=0^4=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}A=1-x\\B=1-y\\C=1-z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=1-x\\0=1-y\\0=1-z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}$

-ចំពោះ $A=1$ យើងបាន:

$C=A^2=1^2=1$ ហើយ $B=A^4=1^4=1$

នាំឱ្យ $\begin{cases}A=1-x\\B=1-y\\C=1-z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=1-x\\1=1-y\\1=1-z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$

-យកគូចម្លើយនៃតម្លៃ $A,B,C$ ជំនួសរក $x,y,z$

ដូចនេះ គូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធគឺ $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}$ ។

ខ. $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=-\frac{1}{12} & (1)\\ \frac{1}{c}+\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{7}{12} & (2)\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}=\frac{5}{12} & (3)\end{cases}$ ដោះស្រាយដោយបូកអង្គ

-ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃសមីការ $(1)\&(2)$ យើងបាន :

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{12}+\frac{7}{12}\Leftrightarrow\frac{2}{b}=\frac{6}{12}\Rightarrow b=\frac{2\cdot 12}{6}=4$$

-ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃសមីការ $(1)\&(3)$ យើងបាន :

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=-\frac{1}{12}+\frac{5}{12}\Leftrightarrow\frac{2}{a}=\frac{4}{12}\Rightarrow a=\frac{2\cdot 12}{4}=6$$

-ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃសមីការ $(1)\&(3)$ យើងបាន :

$$\frac{1}{c}+\frac{1}{c}=\frac{7}{12}+\frac{5}{12}\Leftrightarrow\frac{2}{c}=\frac{12}{12}\Rightarrow c=\frac{2\cdot 12}{12}=2$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(a,b,c)=(6,4,2)$ ។

**ផ៩.** **ដោះស្រាយសមីការ** យើងមានសមីការ

$$\frac{x-4}{2007}+\frac{x-3}{2008}+\frac{x-2}{2009}+\frac{x-1}{2010}=4$$
$$\frac{x-4}{2007}-1+\frac{x-3}{2008}-1+\frac{x-2}{2009}-1+\frac{x-1}{2010}-1=0$$
$$\left(\frac{x-4}{2007}-1\right)+\left(\frac{x-3}{2008}-1\right)+\left(\frac{x-2}{2009}-1\right)+\left(\frac{x-1}{2010}-1\right)=0$$
$$\left(\frac{x-4-2007}{2007}\right)+\left(\frac{x-3-2008}{2008}\right)+\left(\frac{x-2-2009}{2009}\right)+\left(\frac{x-1-2010}{2010}\right)=0$$
$$\left(\frac{x-2011}{2007}\right)+\left(\frac{x-2011}{2008}\right)+\left(\frac{x-2011}{2009}\right)+\left(\frac{x-2011}{2010}\right)=0$$

$$(x-2011)\left(\frac{1}{2007}+\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}+\frac{1}{2010}\right)=0$$

នាំឱ្យ $x-2011=0 \Rightarrow x=2011$

ហើយ $\left(\frac{1}{2007}+\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}+\frac{1}{2010}\right)\neq 0$

ដូចនេះ **សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=2011$** ។

## ៩០. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

តាង $n=\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}$ ,$n>0$ នោះ

$$n^2=\left(\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}\right)^2$$
$$=\left(\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)+\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)$$
$$-2\sqrt{\left(\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)}$$
$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\left(\sqrt[4]{8}\right)^2-\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)^2}$$
$$n^2=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\left(\sqrt[4]{8}\right)^2-\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)^2}$$
$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\sqrt{8}-\left(\sqrt{2}-1\right)}$$
$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1}$$
$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\sqrt{2}+1}$$
$$=2\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)$$

ទាញរក $n$ វិញ យើងបាន:

$$n^2=2\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)$$
$$n=\sqrt{2\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)}$$ ព្រោះ $n>0$ ពុំមែន $\pm$ ទេ
$$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}$$

ដោយផ្ទឹមតម្លៃរបស់ $n$ យើងបាន :

$$\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}$$

នាំឱ្យ $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}$

$$=\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$ ។

## ៩១. សម្រួលកន្សោម

$$B=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$
$$=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{\sqrt{x^3}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$
$$=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$
$$=\frac{\left(2\sqrt{x}+x\right)-\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\div\frac{\left(x+\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)}{x+\sqrt{x}+1}$$
$$=\frac{2\sqrt{x}+x-x-\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\div\frac{x+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\div\frac{x-1}{x+\sqrt{x}+1}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\times\frac{x+\sqrt{x}+1}{x-1}=\frac{1}{x-1}\text{ ,}0<x\neq 1$$

ដូចនេះ **ក្រោយពីសម្រួល $B=\frac{1}{x-1}$** ។

## ៩២. ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ

-តាង $x=\underbrace{111\ldots11}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}$ នាំឱ្យ $\underbrace{999\ldots99}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}=9x$

ទាញបាន : $10^n-1=9x \Rightarrow 10^n=9x+1$ (សូមគិត)

-យើងបាន $A=\underbrace{888\ldots88}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}=8\cdot\underbrace{(111\ldots11)}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}=8x$

ហើយ $B=\underbrace{222\ldots222}_{\text{មាន } n+1 \text{ តួនៃលេខ } 2}=\underbrace{222\ldots220}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 2}+2$

$$=\underbrace{222\ldots22}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 2}\times10+2=2x\times10+2=20x+2$$

និង $C=\underbrace{444\ldots444}_{\text{មាន } 2n \text{ តួនៃលេខ } 4}=\underbrace{444\ldots44}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 4}\times10^n+\underbrace{444\ldots44}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 4}$

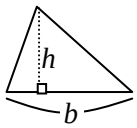
$$=4x(9x+1)+4x=36x^2+4x+4x=36x^2+8x$$

នាំឱ្យ $A+B+C+7$

$$=8x+(20x+2)+(36x^2+8x)+7$$
$$=36x^2+36x+9$$
$$=(6x)^2+2\cdot 6x\cdot 3+3^2$$
$$=(6x+3)^2=(\underbrace{666...66}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 6}+3)^2=\underbrace{666...69}_{\text{មាន } n-1 \text{ តួនៃលេខ } 6}{}^2$$

ដូចនេះ $\boxed{A+B+C+7 \text{ ជាការេប្រាកដ}}$ ។

**៩៣.** **រកភាគរយនៃកម្ពស់ដែលត្រូវថយចុះ**




ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $S=\frac{1}{2}bh$

-តាង $x$ ជាភាគរយនៃកម្ពស់ដែលត្រូវថយចុះ

-បាតត្រីកោណថ្មីបន្ទាប់ពីកើន 10% គឺ $(b+10\%b)$

-កម្ពស់ត្រីកោណថ្មីក្រោយពីថយចុះ $x$ គឺ $(h-xh)$

នាំឱ្យក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណថ្មីគឺ $S'=\frac{1}{2}\left(b+\frac{10}{100}b\right)(h-xh)$

-តាមបម្រាប់ប្រធានក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណទាំងពីស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{1}{2}bh=\frac{1}{2}(b+0.1b)(h-xh)$

$$1=1.1(1-x) \quad \Leftrightarrow \quad 1=1.1-1.1x$$
$$\Rightarrow x=\frac{1.1-1}{1.1}=\frac{0.1}{1.1}\approx 0.09091=9.09\%$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កម្ពស់ត្រូវថយចុះ } \frac{1}{11} \text{ or } 9.09\%}$ ។

**៩៤.** **ស្រាយថា** $ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$

-គ្រប់ $a,b$ និង $c$ ជាចំនួនពិតយើងបាន:

- $(a-b)^2\ge 0 \quad \Rightarrow \quad a^2+b^2\ge 2ab \quad (1)$
- $(b-c)^2\ge 0 \quad \Rightarrow \quad b^2+c^2\ge 2bc \quad (2)$
- $(a-c)^2\ge 0 \quad \Rightarrow \quad a^2+c^2\ge 2ac \quad (3)$

ដោយយក $(1)+(2)+(3)$: យើងបាន

$$2(a^2+b^2+c^2)\ge 2(ab+bc+ac)$$
$$a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ac \quad (*)$$

-ម្យ៉ាងទៀត $a,b$ និង $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ

យើងបាន :

- $a<b+c \quad \Rightarrow \quad a^2<ab+ac \quad (4)$
- $b<a+c \quad \Rightarrow \quad b^2<ab+bc \quad (5)$
- $c<a+b \quad \Rightarrow \quad c^2<ac+bc \quad (6)$

ដោយយក $(5)+(6)+(7)$: យើងបាន

$$a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac) \quad (**)$$

-តាមរយៈ $(*)\&(**)$ យើងបាន :

$$ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$$

ដូចនេះ $\boxed{ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)}$ ។

**៩៥.** **គណនា** $E$ : យើងមាន

$$E=\frac{2011}{b^2-a^2+c^2}-\frac{2011}{b^2-a^2-c^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$

-តាមសម្មតិកម្ម $a+b+c=0$ យើងទាញបាន:

- $a+b+c=0 \quad \Leftrightarrow \quad b+c=-a$

$(b+c)^2=(-a)^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2+2bc+c^2=a^2$

នាំឱ្យ $b^2-a^2+c^2=-2bc \quad (1)$

- $a+b+c=0 \quad \Leftrightarrow \quad a+c=-b$

$(a+c)^2=(-b)^2 \quad \Leftrightarrow \quad a^2+2ac+c^2=b^2$

នាំឱ្យ $b^2-a^2-c^2=2ac \quad (2)$

- $a+b+c=0 \quad \Leftrightarrow \quad a+b=-c$

$(a+b)^2=(-c)^2 \quad \Leftrightarrow \quad a^2+2ab+b^2=c^2$

នាំឱ្យ $a^2+b^2-c^2=-2ab \quad (3)$

-តាម $(1),(2)\&(3)$ យើងបាន

$$E=\frac{2011}{b^2-a^2+c^2}-\frac{2011}{b^2-a^2-c^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$
$$E=\frac{2011}{-2bc}-\frac{2011}{2ac}+\frac{2011}{-2ab}$$
$$=-\frac{2011}{2bc}-\frac{2011}{2ac}-\frac{2011}{2ab}$$
$$=\frac{-2011a-2011b-2011c}{2abc}$$
$$=-2011\left(\frac{a+b+c}{2abc}\right)=0$$

ព្រោះ $a+b+c=0$ និង $abc\ne 0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនាឃើញថា } E=0}$

## ៩៦. បង្ហាញថា

$2010\cdot 2012\left(2011^2+1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)=\left(2011^{32}-1\right)$

ពិនិត្យអង្គទី1 : ( ដោយប្រើរូបមន្ត $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ )

$$\begin{aligned}&2010\cdot 2012\left(2011^2+1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)\\&=(2011-1)(2011+1)\left(2011^2+1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)\\&=\left(2011^2-1\right)\left(2011^2+1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)\\&=\left(2011^4-1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)\\&=\left(2011^8-1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)\\&=\left(2011^{16}-1\right)\left(2011^{16}+1\right)\\&=\left(2011^{32}-1\right)\end{aligned}$$

ដូចនេះ ក្រោយពីការបង្ហាញ ឃើញថា

$\boxed{2010\cdot 2012\left(2011^2+1\right)\left(2011^4+1\right)\left(2011^8+1\right)\left(2011^{16}+1\right)=\left(2011^{32}-1\right)}$

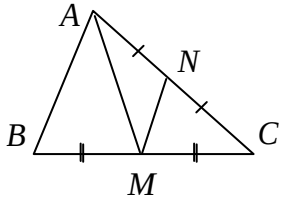
## ៩៧. បំភ្លឺថា $2AM<AB+AC$

-យក $N$ កណ្តាល $[AC]$

នាំឱ្យ $AN=\dfrac{AC}{2}$ (1)

-បម្រាប់ $[AM]$ ជាមេដ្យាន

នាំឱ្យ $M$ កណ្តាល $[BC]$




ទាញបាន $MN$ ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ $ABC$

ហើយ $MN=\dfrac{AB}{2}$ (2)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ $AMN$

គេបាន : $AM<MN+AN$ (3)

-ដោយយក (1)&(2) ជំនួយក្នុង (3)

យើងបាន $AM<\dfrac{AB}{2}+\dfrac{AC}{2}\Leftrightarrow 2AM<AB+AC$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឃើញថា } 2AM<AB+AC \text{ ប្រាកដមែន}}$ ។

## ៩៨. រកគ្រប់រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែង

-ដោយ $a$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នោះយើងបានរង្វាស់ជ្រុង $x<x+a<x+2a$

-ដោយវាជាត្រីកោណកែង តាមពីតាគ័រ

យើងបាន $x^2+(x+a)^2=(x+2a)^2$

$$x^2+x^2+2ax+a^2=x^2+4ax+4a^2$$

$$x^2-2ax-3a^2=0$$

មាន $\Delta'=(-a)^2-\left(-3a^2\right)=a^2+3a^2=4a^2$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-(-a)+\sqrt{4a^2}}{1}=a+2a=3a$ យក

$x=\dfrac{-(-a)-\sqrt{4a^2}}{1}=a-2a=-a$ មិនយក

-យើងបានរង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណគឺ $3a$ , $4a$ , $5a$

រង្វាស់ជ្រុងវែងជាងគេ គឺតូចជាង ឬស្មើ 10 មានន័យថា

$5a\le 10\ \Rightarrow\ a\le 2$

ហើយ $a$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $a=1$ និង $a=2$

- ចំពោះ $a=1$ នោះត្រីកោណមានរង្វាស់ជ្រុង 3, 4, 5
- ចំពោះ $a=2$ នោះត្រីកោណមានរង្វាស់ជ្រុង 6, 8, 10

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែងតូចជាង ឬស្មើ10}\\ \text{គឺ: } 3,\ 4,\ 5 \text{ និង } 6,\ 8,\ 10\end{array}}$ ។

## ៩៩. គណនា $A+B$ ជាអនុគមន៍នឹង $C$

ពិនិត្យលក្ខណៈជ្រុងរបស់ត្រីកោណ

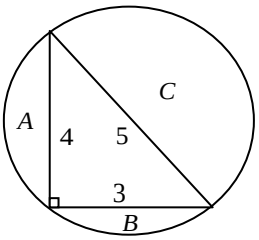
-តាមពីតាគ័រ ឃើញថា:

$3^2+4^2=5^2$ មានន័យថាវាជាត្រីកោណកែង

-ហើយវាជាត្រីកោណជារឹកក្នុងរង្វង់នោះយើងទាញថា

ប្រវែងជ្រុងវែងជាងគេមានរង្វាស់ស្មើ 5 ជាអង្កត់ឱ្យផ្ចិត

-យើងគូសរូបបាបដូចខាងក្រោម:




រង្វង់នេះមាន កាំ $R=\dfrac{5}{2}$

-ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $S_{\Delta}=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 4=6$ ឯកតាផ្ទៃ

-ក្រឡាផ្ទៃរង្វង់ $S=\pi R^2=\pi\cdot\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25\pi}{4}$ ឯកតាផ្ទៃ

-ក្រឡាផ្ទៃផ្នែក $C$ គឺ $C=\dfrac{\pi R^2}{2}=\dfrac{S}{2}=\dfrac{25\pi}{8}$ ឯកតាផ្ទៃ

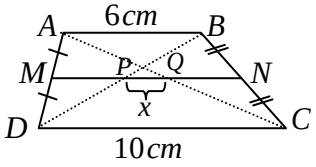
នាំឱ្យ $A+B=S-(S_{\Delta}+C)$

$$=\frac{25\pi}{4}-\left(6+\frac{25\pi}{8}\right)=\frac{25\pi}{8}-6=C-6$$

ដូចនេះ $\boxed{A+B=C-6}$ ។

## ១០០ គណនាប្រវែងបាតមធ្យមនៅចន្លោះអង្កត់ច្រឹង $x$

-តាង $P$ និង $Q$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ច្រឹង និងបាតមធ្យម យើងបាន :




-$MP$ ជាបាតមធ្យមនៃ $\Delta DAB$ ព្រោះ $MP$ កាត់តាមចំណុចចំណុចកណ្តាល $AD$ ហើយស្របនឹង $AB$ (បាតមធ្យមចតុ.ព្រាយ)

នាំឱ្យ $MP=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{6cm}{2}=3cm$

-$MQ$ ជាបាតមធ្យមនៃ $\Delta ACD$ ព្រោះ $MQ$ កាត់តាមចំណុចចំណុចកណ្តាល $AD$ ហើយស្របនឹង $CD$ (បាតមធ្យមចតុ.ព្រាយ)

នាំឱ្យ $MQ=\dfrac{CD}{2}=\dfrac{10cm}{2}=5cm$

-យើងបាន $x=PQ=MQ-MP=5cm-3cm=2cm$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែងចន្លោះអង្កត់ច្រឹងគឺ } x=2cm}$ ។

## ១០១ គណនាផលបូក $S=\dfrac{1^2}{1\cdot3}+\dfrac{2^2}{3\cdot5}+\dfrac{3^2}{5\cdot7}+...+\dfrac{1000^2}{1999\cdot2001}$

-ពិនិត្យ រាងទូទៅនៃតួនីមួយៗរបស់ $S$

$$\begin{aligned}\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}&=\frac{4n^2}{4(2n-1)(2n+1)}\\&=\frac{2n^2+n+2n^2-n}{4(2n-1)(2n+1)}\\&=\frac{n(2n+1)+n(2n-1)}{4(2n-1)(2n+1)}\\&=\frac{1}{4}\left[\frac{n(2n+1)}{(2n-1)(2n+1)}+\frac{n(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}\right]\\&=\frac{1}{4}\left[\frac{n}{(2n-1)}+\frac{n}{(2n+1)}\right]\end{aligned}$$

យើងឱ្យតម្លៃ $n=1,2,3,..,1000$ យើងបាន :

$$\begin{aligned}&\text{បើ } n=1: && \frac{1^2}{1\cdot3}=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{1}+\frac{1}{3}\right]\\&\text{បើ } n=2: && \frac{2^2}{3\cdot5}=\frac{1}{4}\left[\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\right]\\&\text{បើ } n=3: && \frac{3^2}{5\cdot7}=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right]\\&..... && .....\\&\text{បើ } n=1000: && \frac{1000^2}{1999\cdot2001}=\frac{1}{4}\left[\frac{1000}{1999}+\frac{1000}{2001}\right]\end{aligned}$$

$$+\Rightarrow S=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+...+\frac{1000}{1999}+\frac{1000}{2001}\right)$$

$$4S=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+...+\frac{1000}{1999}+\frac{1000}{2001}\right)$$

$$4S=1+\underbrace{\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)+...+\left(\frac{999}{1999}+\frac{1000}{1999}\right)}_{\text{មាន } 999 \text{ តួនៃតួផលបូក}}+\frac{1000}{2001}$$

$$4S=1+\underbrace{(1+1+1+...+1)}_{\text{មានលេខ1 ចំនួន}999\text{ តួ}}+\frac{1000}{2001}$$

$$4S=1000+\frac{1000}{2001}=\frac{2001000+1000}{2001}=\frac{2002000}{2001}$$

$$\Rightarrow S=\frac{4\cdot500500}{4\cdot2001}=\frac{500500}{2001}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលបូកគណនាបានគឺ } S=\dfrac{500500}{2001}}$ ។

## ១០២ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}<9$$

យើងពិនិត្យមើលអង្គទី1 ដូចបង្ហាញខាងក្រោម :

-ចំពោះ $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}<\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{9}}}}$

តែ $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{9}}}}=3$ (បញ្ចេញពីរ៉ាឌីកាល់)

នាំឱ្យបាន : $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}<3 \quad (i)$

-ចំពោះ $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}<\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{36}}}}$

តែ $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{36}}}}=6$ (បញ្ចេញពីរ៉ាឌីកាល់)

នាំឱ្យបាន : $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}<6 \quad (ii)$

-ដោយបូកអង្គនិងអង្គ : $(i)+(ii)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}<3 & (i)\\ \sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}<6 & (ii)\end{cases}$$

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}<9$$

ដូចនេះ យើងអាចស្រាយបញ្ជាក់បានថា :

$$\boxed{\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+...+\sqrt{30}}}}<9}$$

បញ្ជាក់ : ការដោះស្រាយខាងលើគឺមាន n រ៉ាឌីកាល់ដូចគ្នា ។

(អ្នកអាចសង្ខេបការដោះស្រាយឱ្យខ្លីជាងនេះក៏បាន)

## ១០៣ ក. ចូរគណនាផលបូក

$S=1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+3\cdot4\cdot5+...+n(n+1)(n+2)$

យើងពិនិត្យតួនីមួយៗនៃ $S$ មានរាងជា $k(k+1)(k+2)$

តែ $k(k+1)(k+2)$

$$=k(k+1)(k+2)\times\frac{1}{4}\times4$$
$$=\frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(4+k-k)$$
$$=\frac{1}{4}k(k+1)(k+2)[(k+3)-(k-1)]$$
$$=\frac{1}{4}[(k+3)k(k+1)(k+2)-(k-1)k(k+1)(k+2)]$$
$$=\frac{1}{4}[k(k+1)(k+2)(k+3)-(k-1)k(k+1)(k+2)]$$

ដោយតម្លៃ $k=1,2,3,...,n$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}1\cdot2\cdot3=\frac{1}{4}[1\cdot2\cdot3\cdot4-0\cdot1\cdot2\cdot3]\\2\cdot3\cdot4=\frac{1}{4}[2\cdot3\cdot4\cdot5-1\cdot2\cdot3\cdot4]\\3\cdot4\cdot5=\frac{1}{4}[3\cdot4\cdot5\cdot6-2\cdot3\cdot4\cdot5]\\.....\\n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}[n(n+1)(n+2)(n+3)-\\\qquad(n-1)n(n+1)(n+2)]\end{cases}$$
$$1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+3\cdot4\cdot5+...+n(n+1)(n+2)=$$
$$\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } S=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)}$

### ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4S+1$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $S=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

នាំឱ្យ $4S+1=4\times\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)+1$
$$=n(n+3)(n+1)(n+2)+1$$
$$=(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1$$

បើតាង $t=n^2+3n$ យើងងាយស្រួលគុណ នោះ

$$4S+1=t(t+2)+1$$
$$=t^2+2t+1$$
$$=(t+1)^2$$

ឬអាចសរសេរបាន: $4S+1=\left[(n^2+3n)+1\right]^2$

ដូចនេះ $\boxed{4S+1 \text{ ជាការេប្រាកដ}}$ ។

## ១០៤ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7$$

យើងមាន : $0<x_1<x_2<x_3<...<x_{12}$

នាំឱ្យ $x_1+x_2+x_3<x_3+x_3+x_3=3x_3$ (1)

$x_4+x_5+x_6<x_6+x_6+x_6=3x_6$ (2)

$x_7+x_8+x_9<x_9+x_9+x_9=3x_9$ (3)

ដោយយក $(1)+(2)+(3)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}x_1+x_2+x_3<3x_3\\x_4+x_5+x_6<3x_6\\x_7+x_8+x_9<3x_9\end{cases}$$
$$x_1+x_2+x_3+...+x_9<3(x_3+x_6+x_9)$$

ឬសរសេរបាន : $\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_9}{x_3+x_6+x_9}<3$ $(i)$

ហើយ $x_1+x_2+x_3+x_4<x_4+x_4+x_4+x_4=4x_4$ (4)

$x_5+x_6+x_7+x_8<x_8+x_8+x_8+x_8=4x_8$ (5)

$x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12}<x_{12}+x_{12}+x_{12}+x_{12}=4x_{12}$ (6)

ដោយយក $(4)+(5)+(6)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4<4x_4\\x_5+x_6+x_7+x_8<4x_8\\x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12}<4x_{12}\end{cases}$$
$$x_1+x_2+x_3+...+x_{12}<4(x_4+x_8+x_{12})$$

ឬសរសេរបាន : $\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<4$ $(ii)$

ជាលទ្ធផលគ្រាន់តែយក $(i)+(ii)$ ជាការស្រេច

$$+\begin{cases}\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_9}{x_3+x_6+x_9}<3\\\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<4\end{cases}$$

ដូចនេះ

$$\boxed{\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7}$$

## ១០៥ រកតម្លៃធំបំផុតនៃផលគុណ $xy$

យើងមាន $x^2+3xy+y^2=60$

អាចថែមថយ $x^2-2xy+y^2+5xy=60$

$$(x-y)^2+5xy=60$$

$$xy=\frac{60-(x-y)^2}{5}$$

$$xy=12-\frac{(x-y)^2}{5}$$

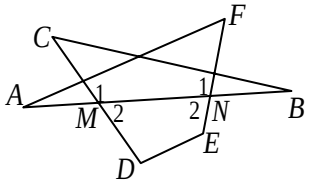
ដោយ $(x-y)^2\geq 0 \Rightarrow \frac{(x-y)^2}{5}\geq 0$

នាំឱ្យ $xy=12-0=12$ ជាតម្លៃធំបំផុត ចំពោះ $x=y$

ដូចនេះ **តម្លៃផលគុណធំបំផុតនៃផលគុណ $xy=12$** ។

## ១០៦ រកផលបូកវង្វាស់មុំ $A,B,C,D,E$ និង $F$

ថែមចំណុច $M$ និង $N$ ត្រង់ប្រសព្វដូចរូប :




ពិនិត្យផលបូកមុំក្នុងនៃ :

-ត្រីកោណ $ANF$ : $A+N_1+F=180^o$ (1)

-ត្រីកោណ $BMC$ : $B+M_1+C=180^o$ (2)

-ចតុកោណ $DMNE$ : $D+M_2+N_2+E=360^o$ (3)

ដោយបូក (1)+(2)+(3) យើងបានផលបូកមុំ :

$$A+B+C+D+E+F+M_1+M_2+N_1+N_2=720^o$$

តែមុំ $M_1+M_2=180^o$ , $N_1+N_2=180^o$

នាំឱ្យ $A+B+C+D+E+F+180^o+180^o=720^o$

ឬ $A+B+C+D+E+F=360^o$

ដូចនេះ **ផលបូកមុំ $A+B+C+D+E+F=360^o$** ។

## ១០៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A$ ជាផលគុណនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា

យើងមាន $A=111...11222..22$ មាន 2011តួដូចគ្នា

(ពិនិត្យដោយយកចិត្តទុកដាក់ពីមួយចំណុចទៅមួយចំណុច)

យើងអាចបំបែក A ជាទម្រង់ងាយដូចខាងក្រោម :

$$A=111...11222..22$$

$$=111...11\cdot 10^{2011}+2(111...11)$$

$$=(111...11)(10^{2011}+2)$$

$$=\frac{1}{9}(999...99)(10^{2011}+2)$$

$$=\frac{1}{9}(999...99)(10^{2011}-1+3)$$

$$=\frac{1}{9}(999...99)(999...99+3)$$

$$=\frac{1}{3}(999...99)\times\frac{1}{3}(999...99+3)$$

$$=(333...33)(333...33+1)$$

ដែលមាន លេខ3ចំនួន 2011 តួ

ដូចនេះ

**$A=111...11222...22=(333...33)(333...33+1)$**
**ដែលមានចំនួនតួនៃលេខ1 ,2និងលេខ3 ស្មើគ្នាគឺ 2011តួ ។**

## ១០៨ រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $H$ :

បើ $x_1$ , $x_2$ ជាឫសមីការ $2011x^2-(t-2011)x-2011=0$

តាមរូបមន្ត ផលបូកផលគុណឫស យើងបាន :

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=\frac{t-2011}{2011}$$

$$x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{-2011}{2011}=-1$$

យើងមាន : $H=(x_2-x_1)^2+4\left(\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)^2$

$$H=(x_2-x_1)^2+4\left(\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}\right)^2$$

$$=(x_2-x_1)^2+4(x_2-x_1)^2\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2$$

$$=(x_2-x_1)^2\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\right]$$

$$=\left(x_2^2-2x_1x_2+x_1^2\right)\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\right]$$

$$=\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\right]$$

ដោយជំនួសតម្លៃនៃផលបូកនិង ផលគុណ យើងបាន :

$$H=\left[\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2-4(-1)\right]\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{-1}\right)^2\right]$$
$$=\left[\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2+4\right]\cdot 10$$
$$=10\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2+40$$

ដោយ $\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2\geq 0$ នាំឱ្យ $10\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2+40\geq 40$

ដូចនេះ **តម្លៃតូចបំផុតនៃ $H=40$ ចំពោះ $t=2011$** ។

**១០៩ គណនាតម្លៃលេខនៃ $A=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$**

យើងមាន : $A=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$

$$A^2=3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}$$
$$A^4=9\times 5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$$
$$A^4=45\cdot\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$$
$$A^4=45A$$

អាចសរសេរ $A^4-45A=0 \Leftrightarrow A\left(A^3-45\right)=0$

នាំឱ្យបាន • $A=0$ មិនយកព្រោះ $A>0$

• $A^3-45=0 \Rightarrow A=\sqrt[3]{45}$ យក

ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនា $A=\sqrt[3]{45}$** ។

**១១០ រកសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង $x(x-1)$**

*(អ្នកត្រូវចាំថា : សំណល់នៃវិធីចែក $f(x)$ និង $(x-a)$ គឺ $r=f(a)$ ដែល $f(x)$ ជាពហុធា និង $r=f(a)$ ជាសំណល់ ។)*

បម្រាប់ $p(x)$ ចែកនឹង $x$ បានសំណល់ 1

មានន័យថា $p(0)=1$

ហើយ $p(x)$ ចែកនឹង $x-1$ បានសំណល់ 2

មានន័យថា $p(1)=2$

-ដឺក្រេនៃសំណល់ចែក ត្រូវតូចជាងដឺក្រេនៃតួចែក

ដោយ $x(x-1)$ ជាពហុធាដឺក្រេទី2 នោះ សំណល់ជាពហុធាដឺក្រេទី1 មានរាងជា $r(x)=ax+b$ ។

-ឧបមាថា $q(x)$ ជាផលចែកនៃ $p(x)$ នឹង $x(x-1)$

យើងបាន : $p(x)=x(x-1)\,q(x)+ax+b$

-ចំពោះ $p(0)=1$ និង $p(1)=2$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases}p(0)=1\\p(1)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0(0-1)q(x)+a\cdot 0+b=1\\1(1-1)q(x)+a\cdot 1+b=2\end{cases}$$

$$\begin{cases}b=1\\a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1\\a=1\end{cases}$$

នោះសំណល់គឺ $r(x)=ax+b=x+1$

ដូចនេះ **សំណល់នៃវិធីចែកគឺ $r(x)=x+1$** ។

**១១១ ស្រាយបញ្ជាក់ $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$ ចែកដាច់នឹង 31**

យើងមាន $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$

$$=5^{2011}\left(1+5+5^2\right)$$
$$=31\cdot 5^{2011}$$

ដូចនេះ **$5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$ ចែកដាច់នឹង 31** ។

**១១២ រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន $2^{3^4}$**

ពិនិត្យស្វ័យគុណនៃ 2 ដូចខាងក្រោម :

$$\begin{array}{lll}\left[2^1\right]=2 & \left[2^5\right]=2 & \left[2^9\right]=2\\ \left[2^2\right]=4 & \left[2^6\right]=4 & \left[2^{10}\right]=4\\ \left[2^3\right]=8 & \left[2^7\right]=8 & \left[2^{11}\right]=8\\ \left[2^4\right]=6 & \left[2^8\right]=6 & \left[2^{12}\right]=6\end{array}\quad\cdots$$

ឃើញថា លេខចុងស្វ័យគុណនៃ 2 មានខួបស្មើ4វិលទៅមក

ហើយ $3^4=81$

នាំឱ្យ $\left[2^{81}\right]=\left[2^{80}\cdot 2\right]=\left[2^{80}\right]\cdot[2]=\left[2^{4\cdot 20}\right]\cdot[2]=[6\cdot 2]=2$

ដូចនេះ **ចំនួន $2^{3^4}$ មានលេខ 2 នៅខាងចុងគេបង្អស់** ។

សម្គាល់ : គេកំណត់សរសេរ $\left[2^{11}\right]=8$ មានន័យថា

លេខខាងចុងនៃ $\left[2^{11}\right]$ គឺលេខ 8 ។

**១១៣ រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន** $123456789^{2011}$

លេខខាងចុងនៃចំនួន $123456789^{2011}$ គឺអាស្រ័យតែលើស្ថិយគុណលេខខាងចុងនៃចំនួននេះប៉ុណ្ណោះ មានន័យថា លេខខាងចុង$123456789^{2011}$ =លេខខាងចុង $9^{2011}$

-ពិនិត្យលេខខាងចុងស្ថិយគុណនៃលេខ 9 :

$[9^1]=9$ , $[9^2]=1$ , $[9^3]=9$ , $[9^4]=1$ , ...

នាំឱ្យ $[9^n]=\begin{cases}9 & \text{បើ } n \text{ សេស}\\ 1 & \text{បើ } n \text{ គូ}\end{cases}$

យើងបាន $[9^{2011}]=9$ ព្រោះ 2011 ជាចំនួនសេស

ដូចនេះ លេខខាងចុងបង្អស់នៃ $123456789^{2011}$ គឺ 9 ។

**១១៤ ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន**

យើងមាន $A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$

$$A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$$
$$=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}^3+3\cdot\sqrt[3]{2}^2+3\cdot\sqrt[3]{2}+1\right)}$$
$$=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(2+3\cdot\sqrt[3]{2}^2+3\cdot\sqrt[3]{2}+1\right)}$$
$$=\sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(1+\sqrt[3]{2}^2+\sqrt[3]{2}\right)}$$
$$=\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}^3+\sqrt[3]{2}^2-1-\sqrt[3]{2}^2-\sqrt[3]{2}}$$
$$=\sqrt[3]{2-1}=1$$

ដូចនេះ $A=1$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

**១១៥ បញ្ជាក់តម្លៃនៃចំនួនពិត $x$ ដោយប្រើសញ្ញាវិសមភាព**

-បម្រាប់ : $x$ ជាចំនួនពិត

មានន័យថា $x$ អាចជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬអវិជ្ជមាន

-សម្មតិកម្ម : $x$ ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់ មានន័យថា $10\le x<100$ (ទម្រង់នេះធ្វើឱ្យ $x$ ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់ជានិច្ច)

-បើតម្លៃ $x$ អវិជ្ជមានយើងបាន $-10\ge x>-100$

ដូចនេះ តម្លៃនៃចំនួនពិតបញ្ជាក់បានគឺ : $10\le x<100$ ឬ $-10\ge x>-100$ ។

**១១៦ ក.ប្រៀបធៀបចំនួន $\left(1+2000^2\right)$ និង $\left(2001^2-2\cdot2000\right)$**

ពិនិត្យ : $2001^2-2\cdot2000$

$$=(1+2000)^2-2\cdot2000$$
$$=1^2+2\cdot1\cdot2000+2000^2-2\cdot2000$$
$$=1+2000^2$$

ដូចនេះ $\left(1+2000^2\right)=\left(2001^2-2\cdot2000\right)$ ។

**ខ. គណនា** $A=\sqrt{1+2000^2+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$

យើងមាន : $A=\sqrt{1+2000^2+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$

ដោយ $\left(1+2000^2\right)=\left(2001^2-2\cdot2000\right)$ យើងបាន :

$$A=\sqrt{2001^2-2\cdot2000+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$$
$$=\sqrt{\left(2001-\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$$
$$=2001-\frac{2000}{2001}+\frac{2000}{2001}$$
$$=2001$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $A=2001$ ។

**១១៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថា** $a^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$

យើងមាន : $\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}=a$

$$a=\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}$$
$$=\sqrt{\sqrt[3]{x^6}+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{\sqrt[3]{y^6}+\sqrt[3]{x^2y^4}}$$
$$=\sqrt{\sqrt[3]{x^4}\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)}+\sqrt{\sqrt[3]{y^4}\left(\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{x^2}\right)}$$
$$=\sqrt[3]{x^2}\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)}+\sqrt[3]{y^2}\sqrt{\left(\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{x^2}\right)}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)}\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3}$$

ចំពោះ $a=\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3}$

យើងអាចទាញបានជា : $a^2=\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3$

ឬ $\sqrt[3]{a^2}=\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}$

តាមរូបមន្ត : $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

យើងបាន : $a^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$

ដូចនេះ យើងស្រាយបានថា $a^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$ ។

**ឧទាហរណ៍ ១១៨ ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2001}+\sqrt{2002}$ និង $2\sqrt{2002}$**

យើងដឹងថា $\sqrt{2001}<\sqrt{2002}$

ថែមអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹង $\sqrt{2002}$ យើងបាន :

$$\sqrt{2001}+\sqrt{2002}<\sqrt{2002}+\sqrt{2002}$$

សមមូល $\sqrt{2001}+\sqrt{2002}<2\sqrt{2002}$

ដូចនេះ ប្រៀបធៀបបាន $\sqrt{2001}+\sqrt{2002}<2\sqrt{2002}$ ។

**ឧទាហរណ៍ ១១៩ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់**

យើងមាន $A=\underbrace{111...111}_{2n\text{ នៃលេខ}1}+\underbrace{444...44}_{n\text{ នៃលេខ}4}+1$

$$A=\frac{1}{9}\underbrace{(999...999)}_{2n\text{ នៃលេខ}9}+\frac{4}{9}\underbrace{(999...99)}_{n\text{ នៃលេខ}9}+1$$

$$A=\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)+\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)+1$$

$$=\frac{1}{9}\cdot 10^{2n}-\frac{1}{9}+\frac{4}{9}\cdot 10^n-\frac{4}{9}+1$$

$$=\frac{1}{9}\cdot 10^{2n}+\frac{4}{9}\cdot 10^n+\frac{4}{9}$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{2n}+4\cdot 10^n+4\right)$$

$$=\frac{1}{3^2}\left(10^n+2\right)^2=\left[\frac{1}{3}\left(10^n-1+3\right)\right]^2$$

$$=\left(\frac{10^n-1}{3}+1\right)^2=\left(\frac{999...99}{3}+1\right)^2$$

$$=\underbrace{(333...33}_{n\text{ នៃលេខ}3}+1)^2=\underbrace{333...34}_{(n-1)\text{ នៃលេខ}3}{}^2$$

ដូចនេះ ចំនួន $A$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ ។

**ឧទាហរណ៍ ១២០ សម្រួលកន្សោម $E$ :**

យើងមាន :

$$E=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{p}}+\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\cdot\left(\frac{p+q}{pq}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^3}\cdot\left(\frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{\sqrt{pq}}\right)$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\left(\frac{p+2\sqrt{pq}+q-2\sqrt{pq}}{pq}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\left(\frac{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2-2\sqrt{pq}}{pq}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\left(\frac{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{pq}-\frac{2\sqrt{pq}}{pq}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$=\frac{1}{pq}-\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$=\frac{1}{pq}$$

ដូចនេះ សម្រួលបាន $E=\frac{1}{pq}$ ។

**ឧទាហរណ៍ ១២១ សម្រួលកន្សោម $E$ :**

យើងមាន : $A=\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$

(ស្រដៀងលំហាត់លេខ ១០ ទំព័រ1)

តាមរូបមន្ត : $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$$=a^3+b^3+3ab(a+b)$$

យើងបាន :

$$A^3=\left(3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)+\left(3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)+$$

$$+3\sqrt[3]{\left(3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)\left(3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)}A$$

$$=6+3\sqrt[3]{3^2-\left(\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)^2}A$$

$$=6+3\sqrt[3]{-\frac{125}{27}}A$$

នាំឱ្យបាន : $A^3=6-5A$

$$A^3+5A-6=0$$
$$A^3-A+6A-6=0$$
$$A(A^2-1)+6(A-1)=0$$
$$(A-1)(A^2+A+6)=0$$

នាំឱ្យ $A-1=0 \Rightarrow A=1$

ហើយ $A^2+A+6>0$

ព្រោះ $\begin{cases} a=1>0 \\ \Delta=1-24<0 \end{cases}$

ដូចនេះ **ក្រោយពីសម្រួលបែបបង្ហែកទេស $A=1$** ។

**១២២ ស្រាយបញ្ជាក់ថា** $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

តាង $A=\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}$

$$A^3=\sqrt[3]{2}-1$$
$$=\frac{\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}{\left(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}$$
$$A^3=\frac{\sqrt[3]{2}^3-1^3}{\left(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}\right)}=\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$$

ហើយ $B=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

$$B=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}\left(1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}\right)$$
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{9}\left(1+\sqrt[3]{2}\right)}\left(1+\sqrt[3]{2}\right)\left(1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}\right)$$
$$=\frac{1}{\sqrt[3]{9}\left(1+\sqrt[3]{2}\right)}\left(1^3+\sqrt[3]{2^3}\right)$$
$$B=\frac{3}{\sqrt[3]{9}\left(1+\sqrt[3]{2}\right)}$$
$$B^3=\frac{27}{9\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^3}=\frac{3}{1+3\cdot1^2\cdot\sqrt[3]{2}+3\cdot1\cdot\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2^3}}$$
$$=\frac{3}{3+3\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{4}}=\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$$

ឃើញថា $A^3=B^3 \Rightarrow A=B$

ដូចនេះ **ស្រាយបានថា $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$** ។

**១២៣ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $S$ :**

យើងមាន : $S=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}}$ , $S>0$

នាំឱ្យ $S^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}}$

$$S^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}}$$
$$S^2=6+S$$
$$S^2-S-6=0$$

មាន $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4(1)(-6)=25=5^2$

យើងបាន $\begin{cases} S_1=\frac{-(-1)-5}{2(1)}=-2 \\ S_2=\frac{-(-1)+5}{2(1)}=3 \end{cases}$

ចំពោះ $S_1=-2$ មិនយក ព្រោះ $S>0$

ដូចនេះ **តម្លៃលេខគណនាបានគឺ $S=3$** ។

**១២៤ គណនាតម្លៃនៃ $\frac{b+c}{a+b}$ :**

យើងមាន $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=2011$ ដែល $a\neq0$ , $b\neq0$

ទាញបាន $\frac{b}{a}=2011 \Rightarrow b=2011a$

ហើយ $\frac{c}{b}=2011 \Rightarrow c=2011b$

នាំឱ្យ $\frac{b+c}{a+b}=\frac{2011a+2011b}{a+b}=\frac{2011(a+b)}{a+b}=2011$

ដូចនេះ **តម្លៃគណនាបានគឺ $\frac{b+c}{a+b}=2011$** ។

**១២៥ ដោះស្រាយសមីការ**

យើងមាន $\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x-7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$

$$\frac{x-1}{1991}-1+\frac{x-5}{1987}-1+\frac{x-7}{1999}-1+\frac{x-11}{1981}-1=0$$
$$\frac{x-1-1991}{1991}+\frac{x-5-1987}{1987}+\frac{x-7-1999}{1999}+\frac{x-11-1981}{1981}=0$$
$$\frac{x-1992}{1991}+\frac{x-1992}{1987}+\frac{x-1992}{1999}+\frac{x-1992}{1981}=0$$
$$(x-1992)\left(\frac{1}{1991}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1999}+\frac{1}{1981}\right)=0$$

នាំឱ្យ $x-1992=0 \Rightarrow x=1992$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=1992}$ ។

**<u>ដោះស្រាយសមីការ</u>**

យើងមានសមីការ $x^{2000}+\sqrt{6}x^{1998}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{1999}$

ទាញបាន $x^{2000}-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{1999}+\sqrt{6}x^{1998}=0$

$\left[x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}\right]x^{1998}=0$

នាំឱ្យ $x^{1998}=0 \Rightarrow x=0$

$x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}=0$

សមីការនេះមាន $S=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ , $P=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{6}$

យើងបាន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt{3}$ ជាឫសនៃសមីការ

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសបីគឺ } x=\{0\ ,\ \sqrt{2}\ ,\ \sqrt{3}\}}$ ។

**<u>ដោះស្រាយសមីការ</u>** $\log_2\log_3\log_4 x=2$

យើងមាន $\log_2\log_3\log_4 x=2$

យើងបាន $\log_2\log_3\log_4 x=2\log_2 2$

$\log_2\log_3\log_4 x=\log_2 2^2$

$\log_3\log_4 x=4$

$\log_3\log_4 x=4\log_3 3$

$\log_4 x=3^4$

$\log_4 x=81\log_4 4$

$x=4^{81}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=4^{81}}$ ។

(រូបមន្តលោការីត $\log_a x=k \Leftrightarrow x=a^k$ )

**<u>គណនាផលបូក</u>** $A=1+11+111+...+111...11$

យើងមាន : $A=1+11+111+...+111...11$ តួចុងមានលេខ 1 ចំនួន $n$ ដង យើងអាចសរសេរ :

$9A=9+99+999+...+999...99$ (តួចុងមាន $n$ ដងលេខ9)

$9A=(10-1)+(100-1)+(1000-1)+...+(10^n-1)$

$9A=10+100+1000+...+10^n-n \quad (*)$

ដោយគុណ $(*)$ នឹង 10 យើងបាន :

$90A=100+1000+10000+...+10^{n+1}-10n \quad (**)$

យើងយក $(**)-(*)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}90A=100+1000+10000+...+10^{n+1}-10n\\ 9A=10+100+1000+...+10^n-10\end{cases}$$

$$81A=10^{n+1}-9n-10$$

ឬអាចសរសេរ : $A=\dfrac{10^{n+1}-9n-10}{81}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលបូកគឺ } A=\dfrac{10^{n+1}-9n-10}{81}}$ ។

**<u>ដោះស្រាយសមីការ</u>** ក. $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$

អ្នកត្រូវចាំ $\boxed{\begin{array}{l}\text{រូបមន្ត : } [f(x)]^{u(x)}=[f(x)]^{v(x)}\\ \text{នាំឱ្យបាន } \begin{cases}f(x)>0\\ [f(x)-1][u(x)-v(x)]=0\end{cases}\end{array}}$

យើងមាន : $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$

អាចសរសេរ $x^{\sqrt{x}}=x^{\frac{x}{2}}$

នាំឱ្យបាន $\begin{cases}x>0\\ [x-1]\left[\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}\right]=0\end{cases}$

យើងបាន • $x-1=0 \Rightarrow x=1$

• $\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{x^2}{4}$

ឬ $4x=x^2 \Leftrightarrow 4x-x^2=0 \Leftrightarrow x(4-x)=0$

នាំឱ្យ $x=0$ , $x=4$

ចំពោះ $x=0$ មិនយក ព្រោះ $x>0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=1 \vee x=4}$ ។

**ខ.** $\left(x^x\right)^x=x^{(x^x)}$ (លំនាំដូចសំណួរ ក.)

យើងបាន : $x^{x\cdot x}=x^{(x^x)} \Leftrightarrow x^{x^2}=x^{(x^x)}$

នាំឱ្យបាន $\begin{cases}x>0\\ [x-1][x^2-x^x]=0\end{cases}$

យើងបាន • $x-1=0 \Rightarrow x=1$

• $x^2-x^x=0 \Leftrightarrow x^2=x^x \Rightarrow x=2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=1 \text{ ឬ } x=2}$ ។

**ទី៣០** **គណនា** $a+b+c$

យើងមាន $\begin{cases} a+b^2+2ac=29 \\ b+c^2+2ab=18 \\ c+a^2+2bc=25 \end{cases}$

ដោយបូកអង្គនិងអង្គ យើងបាន :

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac+a+b+c=72$$
$$(a+b+c)^2+(a+b+c)=72$$
$$(a+b+c)^2+(a+b+c)-72=0$$

តាង $t=a+b+c$ យើងបាន :

សមីការថ្មីងាយសរសេរ និងងាយគិត $t^2+t-72=0$

មាន $\Delta=1+288=289=17^2$

នាំឱ្យ $\begin{cases} t=\dfrac{-1-17}{2}=-9 \\ t=\dfrac{-1+17}{2}=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=-9 \\ a+b+c=8 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } (a+b+c)=\{-9\,,8\}}$ ។

**ទី៣១** **គណនាផលបូក** $S=1+2+3+\ldots+2011$

យើងមាន $S=1+2+3+\ldots+2011$ (1)

ឬសរសេរ $S=2011+2010+2009+\ldots+1$ (2)

ដោយយក (1)+(2) យើងបាន :

$$+\begin{cases} S=1+2+3+\ldots+2011 \\ S=2011+2010+2009+\ldots+1 \end{cases}$$
$$2S=2012+2012+2012+\ldots+2012$$

ដែលមានលេខ 2012 ចំនួន 2011 ដង

យើងបាន :

$$2S=2012\times 2011$$
$$S=\frac{2012\times 2011}{2}=1006\times 2011=2023066$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលបូកគណនាបានគឺ } S=2023066}$ ។

**ទី៣២** **រកចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់**

តាង $x$ ជាចំនួនសិស្សប្រុស

$y$ ជាចំនួនសិស្សស្រី ដែល $x>0\,,\ y>0$

បម្រាប់ : កម្ពស់ មធ្យមសិស្សប្រុស $1.68m$

កម្ពស់ មធ្យមសិស្សស្រី $1.60m$

កម្ពស់ មធ្យមសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់ $1.66m$

យើងបានសមីការ : $1.68x+1.60y=1.66\cdot 28$

$$1.68x+1.60y=46.48 \quad (1)$$

សិស្សសរុបក្នុងថ្នាក់ : $x+y=28$

ឬ $1.68x+1.68y=28\cdot 1.68$

$$1.68x+1.68y=47.04 \quad (2)$$

ដោយយក (2)-(1) យើងបាន :

$$-\begin{cases} 1.68x+1.68y=47.04 \\ 1.68x+1.60y=46.48 \end{cases}$$
$$0.08y=0.56 \Rightarrow y=\frac{0.56}{0.08}=7$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់គឺ } 7 \text{ នាក់}}$ ។

**ទី៣៣** **គណនាកន្សោម** $A$

យើងមាន :

$$A=(a+b+c)^2-(-a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b+c)^2$$

ដោយប្រើរូបមន្ត $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ យើងបាន :

$$A=[(a+b+c)-(-a+b+c)][(a+b+c)+(-a+b+c)]+$$
$$+[(a+b-c)-(a-b+c)][(a+b-c)+(a-b+c)]$$
$$A=[a+b+c+a-b-c][a+b+c-a+b+c]+$$
$$+[a+b-c-a+b-c][a+b-c+a-b+c]$$
$$A=(2a)(2b+2c)+(2b-2c)(2a)$$
$$A=2a(2b+2c+2b-2c)=2a\times 4b=8ab$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កន្សោមដែលគណនាបានគឺ } A=8ab}$ ។

**ទី៣៤** **បង្ហាញថា** $\dfrac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\dfrac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\dfrac{2011}{a^2+b^2-c^2}=0$

យើងមាន $a+b+c=0$ នាំឱ្យ :

- $b+c=-a \Leftrightarrow (b+c)^2=(-a)^2$
$$\Leftrightarrow b^2+2bc+c^2=a^2$$
$$\Leftrightarrow b^2+c^2-a^2=-2bc \quad (1)$$

- $c+a=-b \Leftrightarrow (c+a)^2=(-b)^2$
$$\Leftrightarrow c^2+2ca+a^2=b^2$$
$$\Leftrightarrow c^2+a^2-b^2=-2ca \quad (2)$$

• $a+b=-c \Leftrightarrow (a+b)^2=(-c)^2$

$\Leftrightarrow a^2+2ab+b^2=c^2$

$\Leftrightarrow a^2+b^2-c^2=-2ab \quad (3)$

តាមរយៈ (1) , (2) & (3) យើងបាន :

$$\frac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\frac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$
$$=\frac{2011}{-2bc}+\frac{2011}{-2ca}+\frac{2011}{-2ab}$$
$$=\frac{2011a+2011b+2011c}{-2abc}$$
$$=\frac{2011(a+b+c)}{-2abc}$$
$$=0$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\frac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}=0}$ ។

**១៣៥ កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$**

យើងមាន : $(x^2+px+q)^2$

$=x^4+p^2x^2+q^2+2px^3+2qx^2+2pqx$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

បម្រាប់ : $x^4+2x^3+ax^2+bx+1=(x^2+px+q)^2$

យើងបាន

$x^4+2x^3+ax^2+bx+1$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

ទាញបាន : $\begin{cases}2p=2\\p^2+2q=a\\2pq=b\\q^2=1\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}p=1\\p^2+2q=a\\2pq=b\\q=\pm1\end{cases}$

ចំពោះ $\begin{cases}p^2+2q=a\\2pq=b\end{cases}$

-ករណី $p=1 \& q=1$

នាំឱ្យ $\begin{cases}1^2+2\cdot1=a\\2\cdot1\cdot1=b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$

-ករណី $p=1 \& q=-1$

នាំឱ្យ $\begin{cases}1^2+2\cdot(-1)=a\\2\cdot1\cdot(-1)=b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } \begin{cases}(a=3\,,\ b=2)\\(a=-1\,,\ b=-2)\end{cases}}$ ។

**១៣៦ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$**

ពិនិត្យ :

$\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}$

$=\sqrt[4]{25+20\sqrt{6}+24}+\sqrt[4]{25-20\sqrt{6}+24}$

$=\sqrt[4]{5^2+20\sqrt{6}+\left(2\sqrt{6}\right)^2}+\sqrt[4]{5^2+20\sqrt{6}+\left(2\sqrt{6}\right)^2}$

$=\sqrt[4]{\left(5+2\sqrt{6}\right)^2}+\sqrt[4]{\left(5-2\sqrt{6}\right)^2}$

$=\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

$=\sqrt{\sqrt{3}^2+2\sqrt{6}+\sqrt{2}^2}+\sqrt{\sqrt{3}^2-2\sqrt{6}+\sqrt{2}^2}$

$=\sqrt{\left(\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{យើងបំភ្លឺបានថា } \sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}}$ ។

**១៣៧ គណនា $E$ :**

$E=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2-\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$

$=\left[\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)-\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\right]\times$

$\left[\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)+\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\right]$

$=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\times$

$\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)$

$=\left(-2\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\left(2\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)$

$=-4\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$

$=-4\sqrt{9-5}=-4\sqrt{4}=-8$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } E=-8}$ ។

**១៣៨ កំណត់តម្លៃ $m$ និង $n$**

យើងមាន $\frac{1}{x-3}+\frac{m}{x-4}=\frac{n}{(x-3)(x-4)}$

ប្រភាគមានន័យកាលណា $x\neq3$ , $x\neq4$

គម្រូវភាគបែង រួចលុបភាគបែងចោល យើងបាន :

$$x-4+m(x-3)=n$$
$$x-4+mx-3m=n$$
$$x+mx=n+3m+4$$
$$x=\frac{n+3m+4}{1+m}$$

ដើម្បីឱ្យប្រភាគ $x$ មានតម្លៃច្រើនរាប់មិនអស់ លុះត្រាតែភាគយកស្មើសូន្យ និងភាគបែងស្មើសូន្យ ដូចគ្នា

-យើងបាន :

$$\begin{cases} n+3m+4=0 \\ 1+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-3m-4 \\ m=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=-1 \\ m=-1 \end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } m=n=-1}$ ។

**ទី១៣៩ កំណត់តម្លៃ $a$**

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x+y=a & (1) \\ 2x-y=3 & (2) \end{cases}$

ដោយបូកអង្គនិងអង្គ :

$$+\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=3 \end{cases}$$
$$3x=a+3 \Rightarrow x=\frac{a+3}{3}$$

តាមសមីការ $(1)$: $y=a-x=a-\frac{a+3}{3}=\frac{2a-3}{3}$

ដើម្បីឱ្យផ្ទៀងផ្ទាត់ $x>y$

យើងបាន : $\frac{a+3}{3}>\frac{2a-3}{3}$

$$a+3>2a-3$$
$$a<6$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃកំណត់បានគឺ } a<6}$ ។

**ទី១៤០ គណនា $D=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(c-1)^{2012}$**

សម្មតិកម្ម $a+b+c=0$ និង $ab+bc+ca=0$

នាំឱ្យបាន $(a+b+c)^2=0$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=0$$
$$a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=0$$
$$a^2+b^2+c^2+2\times 0=0$$
$$a^2+b^2+c^2=0$$

យើងបានដឹងហើយថា បើ $a,b,c$ នោះ

$a^2\geq 0$ , $b^2\geq 0$ & $c^2\geq 0$

-មានតែមួយករណីតត់ដែលធ្វើឱ្យ $a^2+b^2+c^2=0$

គឺមានន័យថា $a^2=0$ , $b^2=0$ & $c^2=0$

នាំឱ្យ $a=0$ , $b=0$ & $c=0$

យើងបាន : $D=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(c-1)^{2012}$

$$=(0-1)^{2010}+(0-1)^{2011}+(0-1)^{2012}$$
$$=(-1)^{2010}+(-1)^{2011}+(-1)^{2012}=1-1+1=1$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } D=1}$ ។

**ទី១៤១ គណនា $S$ :**

យើងមាន : $S=(1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+...+2010\cdot 2012)-$
$-(1^2+2^2+3^2+...+2010^2)$

ពិនិត្យ

$$1\cdot 3+2\cdot 4+3\cdot 5+...+2010\cdot 2012$$
$$=(2-1)(2+1)+(3-1)(3+1)+(4-1)(4+1)+...+(2011-1)(2011+1)$$
$$=(2^2-1)+(3^2-1)+(4^2-1)+...+(2011^2-1)$$
$$=2^2+3^2+4^2+...+2011^2-2010$$

នាំឱ្យ

$$S=(2^2+3^2+4^2+...+2011^2-2010)-$$
$$-(1^2+2^2+3^2+...+2010^2)$$
$$=2^2+3^2+4^2+...+2011^2-2010-1^2-2^2-3^2-...-2010^2$$
$$=2011^2-2010-1^2$$
$$=2011^2-2011$$
$$=2011(2011-1)$$
$$=2011\times 2010=4042110$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបានគឺ } S=2011\cdot 2010=4042110}$ ។

**ទី១៤២ បង្ហាញថា $A$ ចែកដាច់នឹង 5 :**

យើងមាន :

$$A=9^{2011}+8^{2011}+7^{2011}+6^{2011}+5^{2011}-1^{2011}-2^{2011}-3^{2011}-4^{2011}$$
$$A=(9^{2011}-4^{2011})+(8^{2011}-3^{2011})+(7^{2011}-2^{2011})+(6^{2011}-1^{2011})+5^{2011}$$

តាមរូបមន្ត :

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+...+a^2b^{n-2}+ab^{n-1})$$

យើងឃើញថា :

$$\bullet\ 9^{2011}-4^{2011}=(9-4)(9^{2010}\cdot 4+9^{2009}\cdot 4^2+...+9\cdot 4^{2010})$$
$$=5k_1 \ , \ k_1=(9^{2010}\cdot 4+9^{2009}\cdot 4^2+...+9\cdot 4^{2010})$$

- $8^{2011}-3^{2011}=(8-3)(8^{2010}\cdot 3+8^{2009}\cdot 3^2+\ldots+8\cdot 3^{2010})$
  $=5k_2$ , $k_2=(8^{2010}\cdot 3+8^{2009}\cdot 3^2+\ldots+8\cdot 3^{2010})$
- $7^{2011}-2^{2011}=(7-2)(7^{2010}\cdot 2+7^{2009}\cdot 2^2+\ldots+7\cdot 2^{2010})$
  $=5k_3$ , $k_3=(7^{2010}\cdot 2+7^{2009}\cdot 2^2+\ldots+7\cdot 2^{2010})$
- $6^{2011}-1^{2011}=(6-1)(6^{2010}\cdot 1+6^{2009}\cdot 1^2+\ldots+6\cdot 1^{2010})$
  $=5k_4$ , $k_4=(6^{2010}\cdot 1+6^{2009}\cdot 1^2+\ldots+6\cdot 1^{2010})$
- $5^{2011}=5\cdot 5^{2010}$
  $=5k_5$ , $k_5=5^{2010}$

យើងបាន : $A=5k_1+5k_2+5k_3+5k_4+5k_5$

$=5(k_1+k_2+k_3+k_4+k_5)$

ឃើញថា $A$ ជាពហុគុណនៃ5 មានន័យថា $A$ ចែកដាច់នឹង5

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $A$ ចែកដាច់នឹង 5 ។

**១៤៣** **ក. គណនា** $fog$ **និងគណនា** $gof$

យើងមាន $f:x\to f(x)=px-2$

$g:x\to g(x)=4x+3$

នាំឱ្យ $fog=f[g(x)]$

$=f[4x+3]$

$=p(4x+3)-2$

$=4px+3p-2$

ហើយ $gof=g[f(x)]$

$=g[px-2]$

$=4(px-2)+3$

$=4px-8+3$

$=4px-5$

ដូចនេះ គណនាបាន $fog=4px+3p-2$

ហើយ $gof=4px-5$ ។

**ខ. គណនា** $p$ **ដើម្បីឱ្យ** $fog=gof$

យើងមាន $fog=4px+3p-2$ និង $gof=4px-5$

នាំឱ្យ $fog=gof$

នោះ $4px+3p-2=4px-5$

$3p=-5+2$

$p=-1$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $p=-1$ ។

**១៤៤** **បង្ហាញថា** $P_n=\frac{1}{2^n}\cdot\frac{\sin x}{\sin\frac{x}{2^n}}$

យើងមាន $P_n=\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2^2}\cos\frac{x}{2^3}\times\ldots\times\cos\frac{x}{2^n}$

តាមរូបមន្ត : $\sin a=2\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}$

យើងឱ្យតម្លៃ $a=x,\frac{x}{2},\frac{x}{4},\frac{x}{8},\ldots,\frac{x}{2^{n-1}}$

$$\times\begin{cases}\sin x=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\\ \sin\frac{x}{2}=2\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4}\\ \sin\frac{x}{4}=2\sin\frac{x}{8}\cos\frac{x}{8}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \sin\frac{x}{2^{n-1}}=2\sin\frac{x}{2^n}\cos\frac{x}{2^n}\end{cases}$$

$$\sin x=2^n\sin\frac{x}{2^n}\underbrace{\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cos\frac{x}{8}\times\ldots\times\cos\frac{x}{2^n}}_{P_n}$$

$\sin x=2^n\sin\frac{x}{2^n}P_n$

ទាញបាន $P_n=\frac{1}{2^n}\cdot\frac{\sin x}{\sin\frac{x}{2^n}}$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $P_n=\frac{1}{2^n}\cdot\frac{\sin x}{\sin\frac{x}{2^n}}$ ។

**១៤៥** **ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការក្នុង** $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$

យើងមាន : $\begin{cases}x^2-y^2=5440 & (1)\\ PGCD(x,y)=8 & (2)\end{cases}$

-តាម $(2)$ : $PGCD(x,y)=8$ មានន័យថា

$x=8a$ & $y=8b$ ដែល $a$ , $b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា

ហើយ $a>b$ ព្រោះ $x^2-y^2=5440>0$

-តាម $(1)$ : $x^2-y^2=5440$

$(x-y)(x+y)=5440$

$(8a-8b)(8a+8b)=5440$

$8^2(a-b)(a+b)=5440$

$(a-b)(a+b)=85$

ដោយ $a,b$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ និងដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$

យើងបានផលគុណកត្តានៃ $85=\begin{cases}1\times85\\5\times17\end{cases}$ ដោយ $a>b$

នោះយើងបាន : $\begin{cases}a-b=1\\a+b=85\end{cases}(i)$ $or$ $\begin{cases}a-b=5\\a+b=17\end{cases}(ii)$

$(i)$ : $\begin{array}{r}+\begin{cases}a-b=1\\a+b=85\end{cases}\\\hline 2a=86\end{array}$ $\Rightarrow a=43$

ហើយ $b=85-a=85-43=42$

$(ii)$ : $\begin{array}{r}+\begin{cases}a-b=5\\a+b=17\end{cases}\\\hline 2a=22\end{array}$ $\Rightarrow a=11$

ហើយ $b=17-a=17-11=6$

-ចំពោះ $a=43,b=42$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x=8a=8\cdot43=344\\y=8b=8\cdot42=336\end{cases}$

-ចំពោះ $a=11,b=6$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x=8a=8\cdot11=88\\y=8b=8\cdot6=48\end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយពីរគឺ $(x,y)=(344,336)$ ឬ $(x,y)=(88,48)$ ។

## ១៤៦ ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ

យើងមាន : $xy=3x+2y+37$

$xy-3x-2y=37$

$xy-3x-2y+6=37+6$

$x(y-3)-2(y-3)=43$

$(y-3)(x-2)=43$

ដោយដោះស្រាយក្នុងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ

មានន័យថា $(y-3)$ និង $(x-2)$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

ហើយផលគុណចំនួនធម្មជាតិស្មើ 43 មានតែពីរករណីគឺ

$43=\begin{cases}43\times1\\1\times43\end{cases}$ យើងបានកត្តានីមួយៗគឺ :

- $\begin{cases}y-3=43\\x-2=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=46\\x=3\end{cases}$

ឬ - $\begin{cases}y-3=1\\x-2=43\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=4\\x=45\end{cases}$

ដូចនេះ សមីការមានឬស $(x=3,y=46)$ ឬ $(x=35,y=4)$ ។

## ១៤៧ បំភ្លឺថាចំនួន $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង 8

យើងមាន : $N=(4n+3)^2-25$

$=(4n+3)^2-5^2$

$=(4n+3-5)(4n+3+5)$

$=(4n-2)(4n+8)$

$=2(2n-1)\times4(n+2)$

$=8(2n-1)(n+2)$

ឃើញថា $N$ ជាពហុគុណនៃ 8 មានន័យថា $N$ ចែកដាច់នឹង8

ដូចនេះ ឃើញថា $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង8 ។

## ១៤៨ បំភ្លឺថាចំនួន $a,b,c$ និង $d$ ជាតួនៃ សមាមាត្រ

សម្មតិកម្ម $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ad+bc)^2$

$a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2=a^2d^2+2adbc+b^2c^2$

$a^2c^2-2adbc+b^2d^2=0$

$(ac-bd)^2=0$

$ac-bd=0$

$ac=bd$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

ដូចនេះ យើងបានតួនៃសមមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ។

## ១៤៩ បង្ហាញថា $\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}=1$ $(*)$

សម្មតិកម្ម : $ax+by=0$

នាំឱ្យ $x=-\frac{by}{a}$ $\Leftrightarrow$ $x^2=\frac{b^2y^2}{a^2}$

យកតម្លៃ $x^2=\frac{b^2y^2}{a^2}$ ជំនួសចូល $(*)$ យើងបាន :

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2y^2}{a^2}}{\frac{b^2y^2}{a^2}+y^2}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2y^2}{a^2}}{\frac{b^2y^2+a^2y^2}{a^2}}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2y^2}{a^2}\times\frac{a^2}{b^2y^2+a^2y^2}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2y^2}{(b^2+a^2)y^2}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2}{a^2+b^2}=1$$

$$\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1$$

$1=1$ ពិត

ដូចនេះ ឃើញថា $\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}=1$ ។

**១៤៩ គណនាតម្លៃនៃ** $K=\frac{a^2+b^2+c^2}{2011}$

សម្មតិកម្ម : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc}=0$$

នាំឱ្យ $ab+bc+ac=0$ ដែល $a\neq0, b\neq0, c\neq0$

សម្មតិកម្មបន្ថែម : $a+b+c=0$

នាំឱ្យ $(a+b+c)^2=0$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=0$$

$$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)=0$$

$$a^2+b^2+c^2+2\times0=0$$

$$a^2+b^2+c^2=0$$

ព្រោះ $ab+bc+ac=0$

យើងបាន : $K=\frac{a^2+b^2+c^2}{2011}=\frac{0}{2011}=0$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $K=0$ ។

**១៥១ បង្ហាញថា** $A$ **ជាចំនួនគត់**

យើងមាន :

$$A=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{20^2}-12\sqrt{5}+3^2}}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-2\sqrt{5}+3}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{\sqrt{5^2}-2\sqrt{5}+1^2}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{5}+1}=2011\sqrt{1}=2011$$

ដូចនេះ ឃើញថា $A=2011$ ជាចំនួនគត់ ។

**១៥២ ដោះស្រាយសមីការ**

យើងមាន : $\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{x^2+2x+1}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ នោះយើងបាន :

$$x^2+4x+4=x^2+2x+1$$

$$2x=-3$$

$$x=-\frac{3}{2}$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+4\left(-\frac{3}{2}\right)+4}=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+2\left(-\frac{3}{2}\right)+1}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}-6+4}=\sqrt{\frac{9}{4}-3+1}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}-2}=\sqrt{\frac{9}{4}-2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

ដូនេះ សមីការមានឫស $x=-\frac{3}{2}$ ។

(បើមិនឱ្យលក្ខខណ្ឌ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់ឱ្យគេ)

## ១៥៣ គណនាបីចំនួនគត់ឥតគ្នា

តាង $n$ ជាចនួនទី2 នោះចំនួនទី1គឺ $(n-1)$ និងទី3គឺ$(n+1)$

ដែល $n$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

-តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសរសេរបាន :

$$\frac{(n-1)n(n+1)}{\left(\frac{(n-1)+n+(n+1)}{2}\right)^2}=\frac{130}{21}$$

$$\frac{(n-1)n(n+1)}{\left(\frac{3n}{2}\right)^2}=\frac{130}{21}$$

$$n(n-1)(n+1)=\frac{130}{21}\times\left(\frac{9n^2}{4}\right)$$

$$n(n^2-1)=\frac{195}{14}n^2$$

$$14(n^2-1)=195n$$

$$14n^2-195n-14=0$$

មាន $\Delta=195^2-4\cdot14\cdot(-14)$

$$=38025+784=38809=197^2$$

នាំឱ្យ $\bullet\ n_1=\frac{-(-195)-197}{2\cdot14}=-\frac{1}{14}$ មិនយក

$\bullet\ n_2=\frac{-(-195)+197}{2\cdot14}=14$

-ចំពោះ $n=14$

យើងបាន ចំនួនទី1គឺ $n-1=14-1=13$

ចំនួនទី3គឺ $n+1=14+1=15$

ដូចនេះ ចំនួនគត់ទាំងបីតគ្នាគឺ $13,\ 14,\ 15$ ។

## ១៥៤ គណនាតម្លៃលេខនៃ $xyz$

សម្មតិកម្ម : $x^2yz^3=7^3\quad(i)$ និង $xy^2=7^9\quad(ii)$

ដោយយក $(1)\times(2)$ យើងបាន :

$$\times\begin{cases}x^2yz^3=7^3\\xy^2=7^9\end{cases}$$

$$x^3y^3z^3=7^{12}\Rightarrow xyz=\sqrt[3]{7^{12}}=7^{\frac{12}{3}}=7^4$$

ដូចនេះ តម្លៃនៃ $xyz=7^4$ ។

## ១៥៥ រកតម្លៃលេខនៃ $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}$

យើងមាន $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}=\frac{2^{2011}(2-1)}{2^{2011}(2+1)}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ តម្លៃនៃ $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}=\frac{1}{3}$ ។

## ១៥៦ គណនាកន្សោម $H$ :

យើងមាន $H=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

កន្សោមនេះមានភាគបែងរួម $(a-b)(a-c)(b-c)$ នោះ

$$H=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}-\frac{b^2}{(b-c)(a-b)}+\frac{c^2}{(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{a^2(b-c)-b^2(a-c)+c^2(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}{(a^2-ac-ab+bc)(b-c)}$$

$$=\frac{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}{a^2b-a^2c-\cancel{abc}+ac^2-ab^2+\cancel{abc}+b^2c-bc^2}$$

$$=\frac{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}=1$$

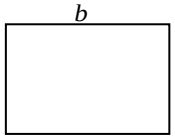
ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា តម្លៃ $H=1$ ។

## ១៥៧ រកក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតនៃចម្ការ

តាង $a$ ជាប្រវែងទទឹង និង $b$ ជាប្រវែងបណ្តោយ

បម្រាប់ : កូនឈើមាន 40 ដើម

គម្លាតនៃកូនឈើ $2\,m$




នាំឱ្យ ចម្ការមានបរិមាត្រ $P=2\times40m$

តែ $P=2(a+b)$

យើងបាន $2(a+b)=2\times40m\ \Leftrightarrow\ a+b=40m$

-ចំពោះចតុកោណកែងដែលមានបរិមាត្រដូចគ្នា គឺចតុកោណកែងមានទទឹងស្មើបណ្តោយមានផ្ទៃធំបំផុត ។

នោះ $a=b\Rightarrow a+a=40\Rightarrow a=20m$

នាំឱ្យ ក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតគឺ :

$$S_{Max}=ab=aa=a^2=(20m)^2=400\ m^2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតនៃចម្ការគឺ } S_{Max}=400\ m^2}$ ។

**១៥៨ បង្ហាញថាចំនួន $\sqrt{3}$ ពុំមែនជាចំនួនសនិទាន**

(ចំនួនសនិទានជាចំនួនមានទម្រង់ជាប្រភាគ $\frac{a}{b}$ ហើយ $a$ និង $b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា (បឋមរវាងគ្នាគឺតួចែករួមធំបំផុតនៃ $a$ និង $b$ ស្មើ1))

-ឧបមាថា $\sqrt{3}$ ជាចំនួនសនិទាន

នាំឱ្យ $\sqrt{3}$ មានទម្រង់ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន

-តាង $\sqrt{3}=\frac{a}{b} \Leftrightarrow 3=\frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2=3b^2$

-ឃើញថា $a^2$ ជាពហុគុណនៃ 3 នោះ $a$ ក៏ជាពហុគុណនៃ 3 ដែរ មានន័យថា $a=3k$ , $k$ ជាចំនួនគត់

-នាំឱ្យ $a^2=3b^2 \Leftrightarrow (3k)^2=3b^2 \Leftrightarrow b^2=3k^2$

-ឃើញថា $b^2$ ជាពហុគុណនៃ 3 នោះ $b$ ក៏ជាពហុគុណនៃ 3 ដែរ មានន័យថា $b=3p$ , $p$ ជាចំនួនគត់

-នាំឱ្យ $\sqrt{3}=\frac{a}{b}=\frac{3k}{3p}=\frac{k}{p}$ អាចសម្រួលបាន មានន័យថាវាពុំបានគោរពតាមលក្ខខណ្ឌចំនួនសនិទាន នោះវាពុំមែនជាចំនួនសនិទានទេ (អញ្ចឹងមានតែ ជាចំនួនអសនិទាន)

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួន } \sqrt{3} \text{ ពុំមែនជាចំនួនសនិទាន}}$ ។

(ខាងលើនេះបកស្រាយតាមសំណើផ្ទុយ តក្កវិទ្យា)

**១៥៩ ដោះស្រាយសមីការ $x^2+y^2=0$**

សម្មតិកម្ម: $x$ និង $y$ ជាចំនួនពិត នោះ $x^2\geq 0$ និង $y^2\geq 0$

មានតែមួយករណីតែដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x^2+y^2=0$ គឺ $x=0$ & $y=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឬ } x=0 \text{ \& } y=0}$ ។

(លំហាត់ខាងលើត្រូវការចំណេះដឹង ពុំមែនបច្ចេកទេសទេ)

**១៦០ គណនា $A$ , $B$ , $C$ , $D$ និង $E$ :**

$$A=2\frac{3}{4}=\frac{(2\times 4)+3}{4}=\frac{8+3}{4}=\boxed{\frac{11}{4}}$$

$$B=2\cdot\frac{3}{4}=\frac{2\times 3}{4}=\frac{6}{4}=\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$C=2\times\frac{3}{4}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times 3}{1\times 4}=\frac{6}{4}=\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$D=2\left(\frac{3}{4}\right)=(2)\frac{(3)}{(2)(2)}=\frac{(3)}{(2)}=\boxed{\frac{3}{2}}$$

$$E=2+\frac{3}{4}=\frac{2\times 4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8+3}{4}=\boxed{\frac{11}{4}}$$

**១៦១ គណនា $A$ , $B$ , $C$ , $D$ និង $E$ :**

$$A=2^{2^2}=2^4=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=\boxed{16}$$

$$B=\left(2^2\right)^2=(4)^2=4\cdot 4=\boxed{16}$$

$$C=2^{2\cdot 2}=2^4=\boxed{16}$$

$$D=2^{2+2}=2^4=\boxed{16}$$

$$E=2\cdot 2^2=2\cdot 4=\boxed{8}$$

**១៦២ សរសេរជាទម្រង់ប្រភាគនៃ $A$ , $B$ , $C$ :**

$A=1.\overline{2}$ មានន័យថា $A=1.22222222222...$

នាំឱ្យ $10A=12.22222222222...$

សិក្សាផលដក

$$-\begin{cases}10A=12.2222222222..\\ A=1.22222222222...\end{cases}$$
$$9A=11 \Rightarrow \boxed{A=\frac{11}{9}}$$

$B=0.\overline{12}$ មានន័យថា $B=0.121212121212...$

នាំឱ្យ $100B=12.121212121212...$

សិក្សាផលដក

$$-\begin{cases}100B=12.1212121212..\\ B=0.121212121212...\end{cases}$$
$$99B=12 \Rightarrow \boxed{B=\frac{12}{99}=\frac{4}{33}}$$

$C=0.1\overline{2}$ មានន័យថា $C=0.122222222222...$

នាំឱ្យ $10C=0.122222222222...$

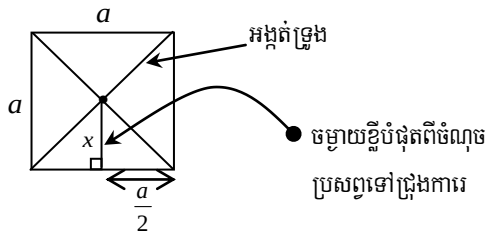
សិក្សាផលដក

$$\frac{\begin{cases}10C=1.222222222222...\\ C=0.122222222222...\end{cases}}{9C=1.1}\Rightarrow \boxed{C=\frac{1.1}{9}=\frac{11}{90}}$$

$D=1.2\overline{0}$ មានន័យថា

$D=1.2000000...=1.2=\frac{12}{10}=\boxed{\frac{6}{5}}$ ។

## ១៦៣ គណនាអង្កត់ទ្រូង និងចម្ងាយខ្លីបំផុតពីចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទៅជ្រុងការេ




-បើ $d$ ជាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងការេដែលមានជ្រុង $a$ ៖

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ : $d^2=a^2+a^2=2a^2$

នាំឱ្យ $d=\sqrt{2a^2}\quad\Rightarrow\quad d=a\sqrt{2}$ ព្រោះ $d>0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{អង្កត់ទ្រូងការេ } d=a\sqrt{2} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

-ចម្ងាយខ្លីបំផុតពីចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទៅជ្រុងការេ គឺជាប្រវែងអង្កត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុចប្រសព្វនោះទៅចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងការេនោះ ។

បើ $x$ ជាប្រវែងខ្លីបំផុតនោះ (តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ)

យើងបាន : $x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\left(\frac{d}{2}\right)^2$

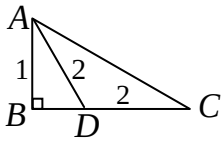
ឬ $x=\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4}}=\sqrt{\frac{a^2}{4}}=\frac{a}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចម្ងាយខ្លីបំផុតគឺ } x=\frac{a}{2} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

## ១៦៤ គណនា $AC$

$ABC$ និង $ABD$ ជាត្រីកោណកែង




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ :

-ចំពោះត្រីកោណកែង $ABD$

$$AD^2=AB^2+BD^2$$
$$\Rightarrow BD^2=AD^2-AB^2$$
$$\Rightarrow BD=\sqrt{AD^2-AB^2}$$
$$\Rightarrow BD=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$$

-ចំពោះត្រីកោណកែង $ABC$

$$AC^2=AB^2+BC^2$$
$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$$
$$=\sqrt{AB^2+(BD+DC)^2}$$
$$=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}+2\right)^2}=\sqrt{1+3+4\sqrt{3}+4}$$
$$=\sqrt{8+4\sqrt{3}}=2\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែង } AC=2\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ ។

## ១៦៥ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមានសមីការ :

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\left(2+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)\left(2-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{4-2-\sqrt{3}}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}\right)x=2011$$
$$\left(\sqrt{4-\sqrt{3^2}}\right)x=2011$$
$$x=2011$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឫសនៃសមីការ } x=2011}$ ។

## ១៦៦ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមានសមីការ :

$$(x^2+2x+4)(x^2+2x+3)=x^2+2x+7$$
$$(x^2+2x+4)(x^2+2x+3)=(x^2+2x+3)+4$$
$$(x^2+2x+4)-(x^2+2x+4)=4$$
$$(x^2+2x+3)[(x^2+2x+4)-1]=4$$
$$(x^2+2x+3)^2=2^2$$
$$(x^2+2x+3)=\pm 2$$

-ចំពោះ $x^2+2x+3=2$

$$x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0$$
$$\Leftrightarrow x+1=0$$
$$\Rightarrow x=-1$$

-ចំពោះ $x^2+2x+3=-2$

$$x^2+2x+1=-4 \Leftrightarrow (x+1)^2=-2$$

ដោយ $(x+1)^2\geq 0$

នាំឱ្យ $(x+1)^2=-2$ ជាសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=-1}$ ។

## ១៦៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $aS_{n+1}+bS_n+cS_{n-1}=0$

ដោយ $x_1$ និង $x_2$ ជាឫសនៃសមីការ $ax^2+bx+c=0$

នោះវាផ្ទៀងផ្ទាត់ : $\begin{cases} ax_1^2+bx_1+c=0 \\ ax_2^2+bx_2+c=0 \end{cases}$

យើងអាចគុណថែម $\begin{cases} ax_1^2+bx_1+c=0 & \left|x_1^{n-1}\right. \\ ax_2^2+bx_2+c=0 & \left|x_2^{n-1}\right. \end{cases}$

យើងបាន $\begin{cases} ax_1^{2+n-1}+bx_1^{1+n-1}+cx_1^{n-1}=0 \\ ax_2^{2+n-1}+bx_2^{1+n-1}+cx_2^{n-1}=0 \end{cases}$

$$+\begin{cases} ax_1^{n+1}+bx_1^n+cx_1^{n-1}=0 \\ ax_1^{n+1}+bx_2^n+cx_2^{n-1}=0 \end{cases}$$

$$a\left(x_1^{n+1}+x_2^{n+1}\right)+b\left(x_1^n+x_2^n\right)+c\left(x_1^{n-1}+x_2^{n-1}\right)=0$$

ដោយ $S_n=x_1^n+x_2^n$ នោះ $S_{n-1}=x_1^{n-1}+x_2^{n-1}$

ហើយ $S_{n+1}=x_1^{n+1}+x_2^{n+1}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងបាន } aS_{n+1}+bS_n+cS_{n-1}=0}$ ។

## ១៦៨ គណនា $\frac{x^2}{y^2}$

តែឱ្យ $\frac{x^2+2y^2}{306}=\frac{x^2-2y^2}{294}$

$$294(x^2+2y^2)=306(x^2-2y^2)$$
$$6\times 49(x^2+2y^2)=6\times 51(x^2-2y^2)$$
$$49x^2+92y^2=51x^2-102y^2$$
$$49x^2-51x^2=-92y^2-102y^2$$
$$-2x^2=-200y^2$$
$$\frac{x^2}{y^2}=\frac{-200}{-2}$$
$$\frac{x^2}{y^2}=100$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \frac{x^2}{y^2}=100}$ ។

## ១៦៩ គណនា $A$ :

តែឱ្យ $A=(x+2)^2-2(x+2)(x-8)+(x-8)^2$

តាមរូបមន្ត $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

យើងបាន $A=[(x+2)-(x-8)]^2$
$=[(x+2)-(x-8)]^2$
$=[x+2-x+8]^2$
$=10^2=100$

ចំពោះ $x=2011^{2012}$ គ្មានទាក់ទងនឹងតម្លៃរបស់ $A$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងគណនាបាន } A=100}$ ។

## ១៧០ ស្រាយបំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$

តែឱ្យ $a+b+c=1$

នាំឱ្យ $(a+b+c)^2=1^2$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=1$$
$$a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=1 \quad (1)$$

សម្មតិកម្មបន្ថែម $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc}=0$$
$$\Rightarrow bc+ac+ab=0 \quad , abc\neq 0$$

នាំឱ្យសមីការ (1) ទៅជា :

$$a^2+b^2+c^2+2\times 0=1$$
$$a^2+b^2+c^2=1$$

ដូចនេះ យើងឃើញថា $a^2+b^2+c^2=1$ ពិតមែន ។

## ❿❼❾ រកពីរចំនួនពិត

តាង $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួនពិតដែលត្រូវរក នោះ

តាមបម្រាប់ : $a+b=13 \quad (1)$

ហើយផលបូកចម្រាសគឺ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{13}{40} \quad (2)$

តាម $(2)$: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{13}{40} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab}=\frac{13}{40}$

ទាញបានផលគុណ $ab=40 \quad (3)$

តាម $(1)$ & $(3)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}a+b=13\\ab=40\end{cases}$

ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណយើងបានសមីការដឺក្រេទី2 ដែលមាន $a$ និង $b$ ជាឫស គឺសមីការ : $x^2-13x+40=0$

មាន $\Delta=(-13)^2-4\cdot 1\cdot 40=169-160=9=3^3$

នាំឱ្យ $\begin{cases}a=\frac{-(-13)-3}{2\cdot 1}=\frac{10}{2}=5\\ b=\frac{-(-13)+3}{2\cdot 1}=\frac{16}{2}=8\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}b=\frac{-(-13)-3}{2\cdot 1}=\frac{10}{2}=5\\ a=\frac{-(-13)+3}{2\cdot 1}=\frac{16}{2}=8\end{cases}$

ដូចនេះ ពីរចំនួនពិតរកបាន $\begin{cases}a=5\\b=8\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=8\\b=5\end{cases}$ ។

## ❿❼❿ ក. ដោះស្រាយសមីការ ចំពោះ $k=3$

គេឱ្យ
$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=k$$
$$[(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)]=3$$
$$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=3$$
$$[(x^2+5x+5)-1][(x^2+5x+5)+1]=3$$
$$(x^2+5x+5)^2-1^2=3$$
$$(x^2+5x+5)^2-2^2=0$$
$$(x^2+5x+5-2)(x^2+5x+5+2)=0$$
$$(x^2+5x+3)(x^2+5x+7)=0$$

នាំឱ្យកត្តានីមួយៗស្មើសូន្យ យើងបាន :

- $x^2+5x+3=0$

មាន $\Delta=25-12=13$

នាំឱ្យ $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$

- $x^2+5x+7=0$

មាន $\begin{cases}a>0\\ \Delta=25-28=-3<0\end{cases}$

នាំឱ្យ សមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ ចំពោះ $k=3$ សមីការមានឫស $x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$ ។

## ខ. កំណត់តម្លៃ $k$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫស

ពីសម្រាយខាងលើពិនិត្យត្រង់កន្សោម :

$$(x^2+5x+5)^2-1^2=k$$
$$(x^2+5x+5)^2=k+1$$

ដោយ $(x^2+5x+5)^2\geq 0$

នាំឱ្យ $k+1\geq 0 \Leftrightarrow k\geq -1$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បានគឺ $k\geq -1$ ។

## ❿❼❽ ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $200^{300}$ និង $300^{200}$

ពិនិត្យ : $200^{300}=(200^3)^{100}=(8000000)^{100}$

ហើយ $300^{200}=(300^2)^{100}=(90000)^{100}$

តាមរយៈលទ្ធផលបង្ហាញថា $(8000000)^{100}>(90000)^{100}$

ដូចនេះ ទាញបានថា $200^{300}>300^{200}$ ។

## ❿❼❼ ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $31^{11}$ និង $17^{14}$

ពិនិត្យ : $31^{11}<32^{11}=2^{5\cdot 11}=2^{55}$ នោះ $31^{11}<2^{55}$

ហើយ $17^{14}>16^{14}=2^{4\cdot 14}=2^{56}$ នោះ $17^{14}>2^{56}$

ដោយ $31^{11}<2^{55}<2^{56}<17^{14}$

ដូចនេះ ប្រៀបធៀបបាន $31^{11}<17^{14}$ ។

**១៧៥** **គណនា** $1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}$

បម្រាប់ : $a$ ជាឫសនៃសមីការ $x^{2011}=1$

មានន័យថា វាផ្ទៀងផ្ទាត់ $a^{2011}=1$

យើងបាន : $a^{2011}-1=0$

$$(a-1)\left(a^{2011}+a^{2011}+a^{2011}+\ldots+a+1\right)=0$$

ឬអាចសរសេរ : $(a-1)\left(1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}\right)=0$

សម្មតិកម្ម : $a\neq 1$ នោះ $a-1\neq 0$

ដូច្នេះមានតែកត្តា $\left(1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}\right)=0$

ដែលនាំឱ្យផលគុណ $(a-1)\left(1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}\right)=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } 1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}=0}$ ។

**១៧៦** **គណនា** $S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n$

យើងមាន : $S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n \quad (1)$

យក $(1)\times 3$ : $3S=3^2+3^3+\ldots+3^{n+1} \quad (2)$

ដោយយក $(2)-(1)$ យើងបាន :

$$\begin{array}{l} -\begin{cases} 3S=3^2+3^3+3^4+\ldots+3^{n+1} \\ S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n \end{cases} \\ \hline 2S=3^{n+1}-3 \end{array} \Rightarrow S=\frac{3^{n+1}-3}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } S=\frac{3^{n+1}-3}{2}}$ ។

**១៧៧** **គណនា** $A$ :

ពិនិត្យតួនីមួយៗមានរាង

$$\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n^2-1}{n^2}$$
$$=\frac{(n-1)(n+1)}{n^2}$$
$$=\frac{n-1}{n}\times\frac{n+1}{n}$$

យើងមាន :

$$A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$

ដោយបំបែកកត្តានីមួយៗយើងបាន :

$$A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$
$$=\left(\frac{2-1}{2}\cdot\frac{2+1}{2}\right)\left(\frac{3-1}{3}\cdot\frac{3+1}{3}\right)\left(\frac{4-1}{4}\cdot\frac{4+1}{4}\right)\times$$
$$\times\ldots\times\left(\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n+1}{n}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\right)\left(\underbrace{\frac{2}{3}}_{1}\cdot\underbrace{\frac{4}{3}}_{1}\right)\left(\underbrace{\frac{3}{4}}_{1}\cdot\underbrace{\frac{5}{4}}_{1}\right)\times\ldots\times\left(\underbrace{\frac{n-1}{n}}_{1}\cdot\frac{n+1}{n}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot\times\ldots\times\frac{n+1}{n}=\frac{n+1}{2n}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } A=\frac{n+1}{2n}}$ ។

**១៧៨** **កំណត់តម្លៃ** $m$ :

យើងមាន : $\begin{cases} 2x-4y=7 \\ 3x+y=m \end{cases}$

ដោយដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ យើងបាន :

$$D=ab'-a'b=2+12=14$$
$$D_x=cb'-c'b=7+4m$$
$$\Rightarrow x=\frac{D_x}{D}=\frac{7+4m}{14}$$
$$D_y=ac'-a'c=2m-21$$
$$\Rightarrow x=\frac{D_y}{D}=\frac{2m-21}{14}$$

ដើម្បីឱ្យវាមានឫស $x>0$ និង $y<0$ លុះត្រាតែ :

$$\begin{cases} \frac{7+4m}{14}>0 \\ \frac{2m-21}{14}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7+4m>0 \\ 2m-21<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m>-\frac{7}{4} \\ m<\frac{21}{2} \end{cases}$$

ឬ អាចសរសេរសរុបយ៉ាងខ្លីគឺ $-\frac{7}{4}<m<\frac{21}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃដែលកំណត់បានគឺ } -\frac{7}{4}<m<\frac{21}{2}}$ ។

**១៧៩** **គណនា** $E$ :

យើងមាន

$E=\sqrt{1+2+3+...+2009+2010+2011+2010+2009+...+3+2+1}$

តាង $S=1+2+3+...+2010$

យើងបាន $E=\sqrt{S+2011+S}=\sqrt{2S+2011}$

ដោយ $+\begin{cases}S=1+2+3+...+2010\\ S=2010+2009+2008+...+1\end{cases}$

$2S=\underbrace{2011+2011+2011+...+2011}_{\text{មាន }2011\text{ ចំនួន }2010\text{ ដង}}$

នាំឱ្យ $2S=2011\times 2010$

យើងបាន $E=\sqrt{2S+2011}$

$=\sqrt{2011\times 2010+2011}$

$=\sqrt{2011(2010+1)}$

$=\sqrt{2011\times 2011}=\sqrt{2011^2}=2011$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $E=2011$ ។

**១៨០** **ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :**

ដោយបូកសមីការទាំងបួនបញ្ចូលគ្នា យើងបាន :

$+\begin{cases}a+b+c=3 & (1)\\ b+a+d=4 & (2)\\ a+c+d=5 & (3)\\ b+c+d=6 & (4)\end{cases}$

$3a+3b+3c+3d=18 \Rightarrow a+b+c+d=6\ (*)$

ដោយយកសមីការ $(*)$ ដកសមីការនីមួយៗបន្តបន្ទាប់

$(*)-(1)\begin{cases}a+b+c+d=6\\ a+b+c=3\end{cases}$ $d=3$

$(*)-(2)\begin{cases}a+b+c+d=6\\ b+a+d=4\end{cases}$ $c=2$

$(*)-(3)\begin{cases}a+b+c+d=6\\ a+c+d=5\end{cases}$ $b=1$

$(*)-(4)\begin{cases}a+b+c+d=6\\ b+c+d=6\end{cases}$ $a=0$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយគឺ $(a,b,c,d)=(0,1,2,3)$ ។

**១៨១** **បង្ហាញថា** : $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$

យើងដឹងហើយថា : $\sqrt{7}<\sqrt{9}=3$ នោះ $\sqrt{7}<3$ $(1)$

$\sqrt[3]{7}<\sqrt[3]{8}=2$ នោះ $\sqrt[3]{7}<2$ $(2)$

$\sqrt[4]{7}<\sqrt[4]{16}=2$ នោះ $\sqrt[4]{7}<2$ $(3)$

ដោយយក : (1)+(2)+(3) : យើងបាន :

$+\begin{cases}\sqrt{7}<3\\ \sqrt[3]{7}<2\\ \sqrt[4]{7}<2\end{cases}$

$\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$

ដូចនេះ យើញថា $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$ ។

**ចំណែកឯ ការបង្ហាញថា** $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$

យើងមាន : $\sqrt{4}=2$ $(1)$

$\sqrt[3]{4}>\sqrt[3]{1}=1$ នោះ $\sqrt[3]{4}>1$ $(2)$

$\sqrt[4]{4}>\sqrt[4]{1}=1$ នោះ $\sqrt[4]{4}>1$ $(3)$

ដោយយក : (1)+(2)+(3) : យើងបាន :

$+\begin{cases}\sqrt{4}=2\\ \sqrt[3]{4}>1\\ \sqrt[4]{4}>1\end{cases}$

$\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$

ដូចនេះ យើញថា $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$ ។

**១៨២** **កំណត់តម្លៃ** $n$ :

តាង $g(x)$ ជាផលចែកនៃ $f(x)=x^n-4x^2+1$ ជាមួយ $(x-3)$ ដែលមានសំណល់ស្មើ 46

យើងបាន : $(x^n-4x^2+1)=(x-3)\times g(x)+46$

បើយើងឱ្យតម្លៃ $x=3$ នោះសមីការទៅជា :

$(3^n-4\cdot 3^2+1)=(3-3)\times g(3)+46$

$3^n-35=0+46$

$3^n=46+35$

$3^n=81 \Leftrightarrow 3^n=3^4 \Rightarrow n=4$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បានគឺ $n=4$ ។

## ១៨៣ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ : $\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x}}}}}}=1$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $1+x\ge 0\Rightarrow x\ge -1$

ពិនិត្យ ទ្រង់ទ្រាយកន្សោយចុងក្រោយគេ :

$$\begin{aligned}2+\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}&=\frac{2\left(1+\sqrt{1+x}\right)+x}{1+\sqrt{1+x}}\\&=\frac{2+2\sqrt{1+x}+x}{1+\sqrt{1+x}}\\&=\frac{1+2\sqrt{1+x}+x+1}{1+\sqrt{1+x}}\\&=\frac{1^2+2\cdot 1\cdot\sqrt{1+x}+\sqrt{(1+x)^2}}{1+\sqrt{1+x}}\\&=\frac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)^2}{1+\sqrt{1+x}}\\&=1+\sqrt{1+x}\end{aligned}$$

បើយើងយកលទ្ធផលនេះទៅជំនួស វានឹងក្លាយទៅជាទម្រង់ដដែលៗវិញ។ បើជំនួសបន្តបន្ទាប់ ចុងក្រោយយើងបាន :

$$\begin{aligned}\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}&=1\\x&=1+\sqrt{1+x}\\x-1&=\sqrt{1+x}\\(x-1)^2&=\sqrt{(1+x)^2}\\x^2-2x+1&=1+x\\x^2-3x&=0\\x(x-3)&=0\\\Rightarrow&\begin{cases}x=0\\x=3\end{cases}\end{aligned}$$

-ចំពោះ $x=0$ មិនយក ព្រោះពេលផ្ទៀងផ្ទាត់ $0\neq 1$

-ចំពោះ $x=3$ យក ព្រោះពេលផ្ទៀងផ្ទាត់ $1=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស }\ x=3}$ ។

## ១៨៤ កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់ $n$

$B=4^{27}+4^{1016}+4^n$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់

-ករណី : $4^n$ ជាតួចុង យើងបាន :

$$\begin{aligned}B&=4^{27}+4^{1016}+4^n\\&=4^{27}\left(1+4^{989}+4^{n-27}\right)\\&=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2^{1978}+\left(2^{n-27}\right)^2\right]\\&=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2\cdot 1\cdot 2^{1977}+\left(2^{n-27}\right)^2\right]\end{aligned}$$

ដើម្បីឱ្យបំពេញរាង $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ លុះត្រាតែ

$$\begin{aligned}2^{n-27}&=2^{1977}\\\Rightarrow\ n-27&=1977\\n&=2004\end{aligned}$$

-ករណី : $4^n$ ជាតួកណ្តាល យើងបាន :

$$\begin{aligned}B&=4^{27}+4^n+4^{1016}\\&=4^{27}\left(1+4^{n-27}+4^{989}\right)\\&=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2^{2n-54}+\left(2^{989}\right)^2\right]\\&=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2\cdot 1\cdot 2^{2n-55}+\left(2^{989}\right)^2\right]\end{aligned}$$

ដើម្បីឱ្យបំពេញរាង $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ លុះត្រាតែ

$$\begin{aligned}2^{2n-55}&=2^{989}\\\Rightarrow\ 2n-55&=989\\n&=\frac{1044}{2}\\n&=522\end{aligned}$$

ដូនេះ $\boxed{\text{តម្លៃដែលកំណត់បានគឺ }\ n=2004\,,\ n=522}$ ។

## ១៨៥ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន : $\dfrac{x^4+x^2+1}{x^2}=\dfrac{x^2+x+1}{x}\quad,\quad x\neq 0$

$$\begin{aligned}x^2+1+\frac{1}{x^2}&=x+1+\frac{1}{x}\\x^2+\frac{1}{x^2}&=x+\frac{1}{x}\\x^2+2+\frac{1}{x^2}-2&=x+\frac{1}{x}\\\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2&=\left(x+\frac{1}{x}\right)\end{aligned}$$

បើតាង $t=x+\frac{1}{x}$ យើងបានសមីការដឺក្រេទី2 :

$$t^2-2=t$$
$$t^2-t-2=0$$

មាន $a-b+c=1-(-1)-2=0$ ជាករណីពិសេស

នាំឱ្យ $t_1=-1$ , $t_2=-\frac{c}{a}=-\frac{(-2)}{1}=2$

-ចំពោះ $t_1=-1$ យើងបាន :

$$x+\frac{1}{x}=-1$$
$$x^2+x+1=0$$
$$x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=0$$
$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=0$$

ដោយ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\geq 0$ , $\frac{3}{4}>0$

នោះ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស

-ចំពោះ $t_2=2$ យើងបាន :

$$x+\frac{1}{x}=2$$
$$x^2-2x+1=0$$
$$(x-1)^2=0$$
$$\Rightarrow \quad x-1=0$$
$$x=1$$

ដូចនេះ ក្រោយពីដោះស្រាយ សមីការមានឫស $x=1$ ។

**១៨៦ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :**

ក. $\begin{cases} x+y+z=6 & (1)\\ xy+yz+zx=12 & (2)\\ \frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=3 & (3)\end{cases}$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ : $x\neq 0$ , $y\neq 0$ , $z\neq 0$

តាម $(1)$ : $x+y+z=6$

$$(x+y+z)^2=6^2$$
$$x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=36$$

ដោយ $(2)$: $xy+yz+zx=12$

នាំឱ្យ $x^2+y^2+z^2+2\times 12=36$

$$x^2+y^2+z^2=12$$
$$2x^2+2y^2+2z^2=24 \quad (*)$$

ហើយ $(2)$: $2xy+2yz+2zx=24 \quad (**)$

យើងយក (*)-(**) នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases}2x^2+2y^2+2z^2=24\\ 2xy+2yz+2zx=24\end{cases}$$
$$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2=0$$
$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

ដោយ $(x-y)^2\geq 0$ , $(y-z)^2\geq 0$ , $(z-x)^2\geq 0$

ដើម្បីឱ្យសមីការផ្ទៀតផ្ទាត់មានតែមួយករណីគត់ គឺកត្តានីមួយៗស្មើសូន្យ មានន័យថា :

$$\begin{cases}x-y=0\\ y-z=0\\ z-x=0\end{cases}\Rightarrow x=y=z$$

តាម $(3)$: $\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=3$ ដោយ $x=y=z$

យើងបាន $\frac{2}{x}+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}=3$

$$\frac{2+2+2}{x}=3 \quad\Leftrightarrow\quad x=\frac{6}{3}\quad\Rightarrow x=2$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានឫស $x=y=z=2$ ។

ខ. $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3 & (1)\\ \frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=3 & (2)\\ \frac{1}{xyz}=1 & (3)\end{cases}$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ : $x\neq 0$ , $y\neq 0$ , $z\neq 0$

-តាម $(1)$: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3$ សមមូល $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=3$

នាំឱ្យ $xy+yz+zx=3$ ព្រោះ $(3)$: $\frac{1}{xyz}=1$

-តាម $(2)$: $\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=3$

$$\frac{x+y+z}{xyz}=3 \Rightarrow x+y+z=3 \quad (1)$$

នាំឱ្យ $(x+y+z)^2=3^2$

$$x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=9$$
$$x^2+y^2+z^2+2\times 3=9$$
$$x^2+y^2+z^2=3 \quad (2)$$

ដោយយក (2)-2×(1) យើងបាន :

$$-\begin{cases} x^2+y^2+z^2=3 \\ 2x+2y+2z=6 \end{cases}$$
$$x^2-2x+y^2-2y+z^2-2z=-3$$
$$(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)+(z^2-2z+1)=0$$
$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=0$$

ដោយ $(x-1)^2\ge 0$ , $(y-1)^2\ge 0$ , $(z-1)^2\ge 0$

ដើម្បីឱ្យសមីការផ្ទៀតផ្ទាត់មានតែមួយករណីគត់ គឺកត្តានីមួយៗស្មើសូន្យ មានន័យថា :

$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-1=0 \\ z-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានឫស $x=y=z=1$ ។

**<u>គណនា</u>** $2^a+2^{-a}$ :

យើងមាន $4^a+4^{-a}=23$

$$(2^a)^2+2+(2^{-a})^2=23+2$$
$$(2^a+2^{-a})^2=25$$
$$2^a+2^{-a}=\sqrt{25}$$
$$2^a+2^{-a}=5$$

សម្គាល់ : ខណៈបំពាក់រ៉ាឌីកាល់ពុំមែន $\pm\sqrt{25}$ ទេ ព្រោះ

$2^a+2^{-a}>0$ ជានិច្ច (ជាអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល)

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $2^a+2^{-a}=5$ ។

## ១៨៧ រកចំនួនលទ្ធភាពទាំងអស់នៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ

យើងបានដឹងហើយថា នៅប្រទេសកម្ពុជាយើងមានប្រព័ន្ធ ទូរស័ព្ទជាច្រើន។ ប្រព័ន្ធខ្លះមានលេខ ៦ខ្ទង់ ខ្លះទៀតមាន លេខ ៧ខ្ទង់ ហើយភ្ជាប់ជាមួយក្បាលប្រព័ន្ធ។ តើចំនួននៃ ការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ យ៉ាងណាដែរ ?

ក. 011

ដោយប្រព័ន្ធ 011 មានលេខ 6ខ្ទង់ភ្ជាប់ជាមួយក្បាលប្រព័ន្ធ ហើយមានទម្រង់ជា : 011 *xxx xxx*

-ជម្រើសនៅតាមខ្ទង់នីមួយៗមាន 10លេខដូចគ្នាគឺ :

$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

( តាមគោលការណ៍រាប់ )

នាំឱ្យ ចំនួនលេខទាំងអស់គឺ :

$$10\times 10\times 10\times 10\times 10\times 10=10^6=1\,000\,000$$

ដូចនេះ ចំនួនលទ្ធភាពនៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទរបស់ប្រព័ន្ធ 011 គឺ 1 000 000 លេខ ។

ខ. 097

ដូចគ្នានឹងប្រព័ន្ធ 011ដែរគ្រាន់តែប្រព័ន្ធ097 មាន៧ខ្ទង់ មានទម្រង់ 097*xxx xxxx*

នាំឱ្យ ចំនួនលេខទាំអស់គឺ :

$$10\times 10\times 10\times 10\times 10\times 10\times 10=10^7=10\,000\,000$$

ដូចនេះ ចំនួនលទ្ធភាពនៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទរបស់ប្រព័ន្ធ 097 គឺ 10 000 000 លេខ ។

## ១៨៩ រកចំនួនរបៀបនៃការបង្កើតលេខ៤ខ្ទង់

យើងមានលេខទាំងបួនគឺ 1 , 2 , 4 និង 9

យើងនឹងបង្កើលេខ៤ខ្ទង់ដែលមាន៤លេខខាងលើ ដោយគិតតាមវិធីដូចខាងក្រោម :

-ខ្ទង់ដំបូងមាន៤ជម្រើស ខ្ទង់ទីពីរមាន៣ជម្រើស ខ្ទង់ទីបីមានពីរជម្រើស និងខ្ទង់ចុងក្រោយមាន១ជម្រើស

-តាមគោលការណ៍រាប់ ចំនួនរបៀប=$4\times 3\times 2\times 1=4!=12$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបក្នុងការបង្កើតលេខ៤ខ្ទង់ ខុសគ្នាមាន 12 របៀប ។

**១៩០ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :** $(b-a)(b-c)=pq-6$

-សម្មតិកម្ម : $a,b$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+px+1=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases} a+b=-p & (1) \\ ab=1 & (2) \end{cases}$

-សម្មតិកម្ម : $b,c$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+qx+2=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases} b+c=-q & (3) \\ bc=2 & (4) \end{cases}$

-ទាញបាន $(a+b)(b+c)=(-p)(-q)=pq$

ហើយ $ab+bc=1+2=3$

ឬ $2(ab+bc)=6$

-ពិនិត្យ $pq-6=(a+b)(b+c)-6$

$=(a+b)(b+c)-2(ab+bc)$

$=ab+ac+b^2+bc-2ba-2bc$

$=b^2-ba-bc+ac$

$=b(b-a)-c(b-a)$

$=(b-a)(b-c)$

ដូចនេះ ឃើញថា $(b-a)(b-c)=pq-6$ ។

**១៩១ ស្រាយបំភ្លឺថាយើងបាន** $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$

សម្មតិកម្ម : $a+b+c=abc$ នាំឱ្យ $\frac{a+b+c}{abc}=1$

យើងមាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$

តាមរូបមន្ត $(a+b+c)^2=a^2+b^2+b^2+2(ab+bc+ac)$

នាំឱ្យ $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2=4$

$\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^2+2\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}\right)=4$

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{c+a+b}{abc}\right)=4$

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\cdot 1=4$

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$

ដូចនេះ ឃើញថា $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$ ។

**១៩២ រកពីរចំនួននោះ :**

តាង $x,y$ ជាពីរចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន : ផលបូក=ផលគុណ=ផលចែក

យើងបាន : $x+y=xy=\frac{x}{y}$

-ពិនិត្យសមភាព : $xy=\frac{x}{y} \Leftrightarrow y=\frac{1}{y}$

នាំឱ្យ $y^2=1 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{1} \Rightarrow y=\pm 1$

-ពិនិត្យសមភាព : $x+y=xy$

ចំពោះ $y=1$ នោះ $x+1=x$ គ្មានតម្លៃ $x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ចំពោះ $y=-1$ នោះ $x-1=-x \Leftrightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ ពីរចំនួននោះគឺ $\frac{1}{2}$ និង $-1$ ។

**១៩៣ គណនាផលគុណ** $P$ **:**

យើងមាន : $P=(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\times\ldots\times(1+x^{2^n})$

-ពិនិត្យ : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

នាំឱ្យ $(a+b)=\frac{a^2-b^2}{(a-b)}$

តាមរូបមន្តខាងលើយើងបាន :

$P=(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\times\ldots\times(1+x^{2^n})$

$=\left(\frac{1-x^2}{1-x}\right)\left(\frac{1-x^4}{1-x^2}\right)\left(\frac{1-x^8}{1-x^4}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x^{2^n}}\right)$

$=\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}$ ដែល $x\neq 1$

ដូចនេះ ផលគុណគណនាបានគឺ $P=\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}$ ។

**១៩៤ គណនាផលបូក** $S$ **:**

យើងមាន :

$S=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+2011}$

ពិនិត្យ : $S_k=1+2+3+\ldots+k$

នាំឱ្យ

$$+\begin{cases} S_k = 1+2+3+\ldots+k \\ S_k = k+(k-1)+\ldots+2+1 \end{cases}$$
$$2S_k = \underbrace{(k+1)+(k+1)+(k+1)+\ldots+(k+1)}_{\text{មាន } k \text{ ដងនៃ } (k+1)}$$

ទាញបាន : $2S_k = k(k+1) \quad \Leftrightarrow \quad S_k = \dfrac{k(k+1)}{2}$

យើងបាន : $S = \dfrac{1}{S_2}+\dfrac{1}{S_3}+\dfrac{1}{S_4}+\ldots+\dfrac{1}{S_{2011}}$

ដោយ $S_k = \dfrac{k(k+1)}{2}$

$$S = \frac{1}{\frac{2(2+1)}{2}}+\frac{1}{\frac{3(3+1)}{2}}+\frac{1}{\frac{4(4+1)}{2}}+\ldots+\frac{1}{\frac{2011(2011+1)}{2}}$$
$$S = \frac{2}{2(2+1)}+\frac{2}{3(3+1)}+\frac{2}{4(4+1)}+\ldots+\frac{2}{2011(2011+1)}$$
$$S = 2\left(\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{2011\cdot 2012}\right)$$

ហើយពិនិត្យតួនីមួយៗនៃ $S$ មានទម្រង់ :

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

នាំឱ្យ

$$S = 2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{2011}-\frac{1}{2012}\right)$$
$$= 2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2012}\right) = 1-\frac{1}{1006} = \frac{1005}{1006}$$

ដូចនេះ ផលបូកគណនាបានគឺ $S = \dfrac{1005}{1006}$ ។

## ១៩៥ គណនាផលបូក $S$ ចំពោះ $x=95$ :

យើងមាន $S = \dfrac{1}{x^2+x}+\dfrac{1}{x^2+3x+2}+\dfrac{1}{x^2+5x+6}+$
$+\dfrac{1}{x^2+7x+12}+\dfrac{1}{x^2+9x+20}$

ដោយ $x^2+x = x(x+1)$

$x^2+3x+2 = (x+1)(x+2)$

$x^2+5x+6 = (x+2)(x+3)$

$x^2+7x+12 = (x+3)(x+4)$

$x^2+9x+20 = (x+4)(x+5)$

នោះ $S = \left(\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\right)+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}+$
$+\left(\dfrac{1}{(x+3)(x+4)}+\dfrac{1}{(x+4)(x+5)}\right)$

$$S = \frac{x+2+x}{x(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+$$
$$+\frac{x+5+x+3}{(x+3)(x+4)(x+5)}$$
$$S = \frac{2}{x(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{2}{(x+3)(x+5)}$$
$$= \frac{2x+6+x}{x(x+2)(x+3)}+\frac{2}{(x+3)(x+5)}$$
$$= \frac{3}{x(x+3)}+\frac{2}{(x+3)(x+5)}$$
$$= \frac{3x+15+2x}{x(x+3)(x+5)} = \frac{5}{x(x+5)}$$

ចំពោះ $x=95$ យើងបាន :

$$S = \frac{5}{x(x+5)} = \frac{5}{95(95+5)} = \frac{5}{5\cdot 19\cdot 100} = \frac{1}{1900}$$

ដូចនេះ ផលបូកគណនាបានគឺ $S = \dfrac{1}{1900}$ ។

## ១៩៦ បង្ហាញឱ្យឃើញពីសមភាព

$$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1} = \frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$$

-ចំពោះ $abc=1$ ពិនិត្យ :

$$\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$$
$$= \left(\frac{1}{1+a+ab}\cdot\frac{c}{c}\right)+\left(\frac{1}{1+b+bc}\cdot\frac{a}{a}\right)+\left(\frac{1}{1+c+ca}\cdot\frac{b}{b}\right)$$
$$= \frac{c}{c+ac+abc}+\frac{a}{a+ab+abc}+\frac{b}{b+bc+cab}$$
$$= \frac{c}{c+ac+1}+\frac{a}{a+ab+1}+\frac{b}{b+bc+1}$$
$$= \frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$$

ដូចនេះ យើងបានសមភាពប្រាកដមែន ។

## ១៩៧ រកតម្លៃ $x$ :

យើងមាន $\overline{xxx(x-1)}=(x-1)^{x-2}$

លេខនៃខ្ទង់នីមួយៗ ជាចំនួនគត់ត្រូវតែធំជាង0 និងតូចជាង១0

យើងបាន $\begin{cases}0<x<10\\0<x-1<10\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<10$

លេខ $x-2$ ជាស្ទ័យគុណត្រូវមានតម្លៃធំជាង0

នោះ $x-2>0\Rightarrow x>2$

សរុបលក្ខខណ្ឌគឺ $3\le x\le 9$

មានន័យថា $x$ អាចមានតម្លៃស្មើ $3,4,5,6,7,8,9$

ប៉ុន្តែ $\overline{xxx(x-1)}$ ជាលេខបួនខ្ទង់ ហើយមានតែ$6^5$ តែមួយគត់ដែលមានលេខបួនខ្ទង់ នាំឱ្យយើងទាញបាន :

$$\begin{cases}x-1=6\\x-2=5\end{cases}\Leftrightarrow x=7$$

នោះយើងបាន : $\overline{xxx(x-1)}=(x-1)^{x-2}$

$$\overline{777(7-1)}=(7-1)^{7-2}$$
$$7776=6^5$$
$$7776=7776$$

ដូចនេះ តម្លៃដែលរកបានគឺ $x=7$ ។

## ១៩៨ សម្រួលកន្សោម $A$ :

(រំលឹករូបមន្តលោការីត $\log_a b\cdot\log_b c=\log_a c$

$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$ , $\log_a a=1$ ...)

យើងមាន :

$$A=\log_3 2\cdot\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\log_6 5\cdot\log_7 6\cdot\log_8 7$$
$$=\log_3 2\cdot(\log_4 3\cdot\log_5 4)\cdot\log_6 5\cdot(\log_7 6\cdot\log_8 7)$$
$$=\log_3 2\cdot\log_5 3\cdot\log_6 5\cdot\log_8 6$$
$$=(\log_3 2\cdot\log_5 3)\cdot(\log_6 5\cdot\log_8 6)$$
$$=\log_5 2\cdot\log_8 5$$
$$=\log_8 2=\log_{2^3} 2=\frac{1}{3}\log_2 2=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ ក្រោយពីសម្រួលឃើញថា $A=\frac{1}{3}$ ។

## ១៩៩ គណនាផលបូក $S$ :

(រំលឹករូបមន្ត $\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$ , $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

យើងមាន :

$$S=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_{a^2} x}+\frac{1}{\log_{a^3} x}+...+\frac{1}{\log_{a^k} x}$$
$$=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\frac{1}{2}\log_a x}+\frac{1}{\frac{1}{3}\log_a x}+...+\frac{1}{\frac{1}{k}\log_a x}$$
$$=\frac{1}{\log_a x}+\frac{2}{\log_a x}+\frac{3}{\log_a x}+...+\frac{k}{\log_a x}$$
$$=\frac{1}{\log_a x}(1+2+3+...+k)$$
$$=\frac{1}{\log_a x}\cdot\frac{k(k+1)}{2}=\frac{k(k+1)}{2\log_a x}$$

ដូចនេះ ផលបូកគណនាបានគឺ $S=\frac{k(k+1)}{2\log_a x}$ ។

## ២00 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+...+x_{2011}=0 & (1)\\x_1^2+x_2^2+x_3^2+...+x_{2011}^2=0 & (2)\\x_1^3+x_2^3+x_3^3+...+x_{2011}^3=0 & (3)\\\cdots\cdots\cdots

ដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ យើងបាន :

$$D = ab' - a'b$$
$$= 3^{\pi}\left(-3^{-\pi}\right) - \left(2\cdot 3^{\pi}\right)\cdot 3^{-\pi}$$
$$= -3^{\pi-\pi} - 2\cdot 3^{\pi-\pi}$$
$$= -1 - 2 = -3$$

$$D_x = cb' - c'b$$
$$= (2)\left(-3^{-\pi}\right) - 1\cdot\left(3^{-\pi}\right)$$
$$= -2\cdot 3^{-\pi} - 3^{-\pi}$$
$$= -3\cdot 3^{-\pi}$$

$$D_y = cb' - c'b$$
$$= 3^{\pi}(1) - 2\cdot 3^{\pi}\cdot(2)$$
$$= 3^{\pi} - 4\cdot 3^{\pi}$$
$$= -3\cdot 3^{\pi}$$

នាំឱ្យ $x = \dfrac{D_x}{D} = \dfrac{-3\cdot 3^{-\pi}}{-3} = 3^{-\pi}$

$y = \dfrac{D_y}{D} = \dfrac{-3\cdot 3^{\pi}}{-3} = 3^{\pi}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x = 3^{-\pi}$ , $y = 3^{\pi}$ ។

**២០២** **បង្ហាញថា ក.** $x^2 + y^2 \geq 2xy$

ដោយ $x$ និង $y$ ជាចំនួនពិតនោះយើងបាន :

$$(x-y)^2 \geq 0$$
$$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$
$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

ដូចនេះ ឃើញថា $x^2 + y^2 \geq 2xy$ ។

**បង្ហាញថា ខ.** $\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} \geq 2$

នៅក្នុងសំណួរ ក. ឃើញថា $x^2 + y^2 \geq 2xy$

សម្មតិកម្ម $x$ និង $y$ មានសញ្ញាដូចគ្នា នោះមានន័យថា

$xy > 0$ ជានិច្ច ពេលចែកនឹង $xy$ វិសមីការ មិនប្តូរទិសដៅ

យើងបាន $\dfrac{x^2}{xy} + \dfrac{y^2}{xy} \geq \dfrac{2xy}{xy} \Leftrightarrow \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} \geq 2$

ដូចនេះ ឃើញថា $\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} \geq 2$ ។

**២០៣** **សម្រួលកន្សោម** $E$ & $F$ :

យើងមាន $E = \dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

$$= \frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$
$$= \frac{\sqrt{a}^2 + 2\sqrt{ab} + \sqrt{b}^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$
$$= \frac{\sqrt{a}^2 - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b}^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$
$$= \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

ហើយ $F = \dfrac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

$$= \frac{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

ដូចនេះ $E = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ , $F = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ។

**គណនា** $E + F$ និង $E \cdot F$

$$E + F = \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) + \left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$$
$$= \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{a}$$
$$E \cdot F = \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right) \times \left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$$
$$= \sqrt{a}^2 - \sqrt{b}^2 = a - b$$

ដូចនេះ $E + F = 2\sqrt{a}$ & $E \cdot F = a - b$ ។

**២០៤** **គណនាតម្លៃនៃកន្សោម** $A$ :

យើងមាន :

$$A = x^n - 100x^{n-1} + x^{n-2} - 100x^{n-3} + x^{n-4} - 100x^{n-5}$$
$$= \left(x^n - 100x^{n-1}\right) + \left(x^{n-2} - 100x^{n-3}\right) + \left(x^{n-4} - 100x^{n-5}\right)$$
$$= x^n - 100\,x^{n-1} + x^{n-2} - 100\,x^{n-3} + x^{n-4} - 100\,x^{n-5}$$
$$= x^{n-1}(x - 100) + x^{n-3}(x - 100) + x^{n-5}(x - 100)$$
$$= (x - 100)\left(x^{n-1} + x^{n-3} + x^{n-5}\right)$$

ចំពោះ $x = 100$

នាំឱ្យ $A = (100 - 100)\left(100^{n-1} + 100^{n-3} + 100^{n-5}\right) = 0$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $A = 0$ ។

**២០៥ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A$ :**

យើងមាន $A=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-\sqrt[3]{8}}}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-\sqrt[3]{8}}}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-2}}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+5}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-5}}$

$=\sqrt[3]{22+5}$

$=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=3}$ ។

**២០៦ គណនាតម្លៃនៃ $a$ និង $b$**

បម្រាប់ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់

ដោយ $a^2-b^2=321>0$ មានន័យថា $a$ ជាចំនួនធំជាង $b$ ហើយសន្និដ្ឋានថា $b=a-1$ ព្រោះ វាជាចំនួនគត់តគ្នា

យើងបាន : $a^2-(a-1)^2=321$

$a^2-(a-1)^2=321$

$a^2-(a^2-2a+1)=321$

$a^2-a^2+2a-1=321$

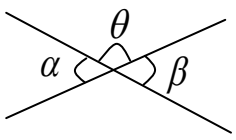
$a=\frac{322}{2}=161$

នាំឱ្យ $b=a-1=161-1=160$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃគណនាបានគឺ } a=161,\ b=160}$ ។

**២០៧ មុំទល់កំពូលជាអ្វី?**

មុំទល់កំពូល ជាមុំមានកំពូលរួមគ្នា ហើយជ្រុងនៃមុំនីមួយៗផ្គុំគ្នាបង្កើតបានបន្ទាត់ពីរកាត់គ្នា និងរង្វាស់មុំទាំងពីរប៉ុនគ្នា ។




យើងនឹងស្រាយថា មុំទល់កំពូល $\alpha$ និង $\beta$ ជាមុំប៉ុនគ្នា

ដោយ $\alpha+\theta=180^o$ និង $\beta+\theta=180^o$ ព្រោះជាមុំរាប

សិក្សាផលដក :

$$-\begin{cases}\alpha+\theta=180^o\\ \beta+\theta=180^o\end{cases}$$

$\alpha-\beta=0 \quad \Rightarrow \quad \alpha=\beta$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មុំទល់កំពូល } \alpha=\beta}$ ។

**២០៨ រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ :**

យើងមាន : $x^2+x+6=n^2$

គុណនឹង4 : $4x^2+4x+24=4n^2$

$(4x^2+4x+1)+23=4n^2$

$(2n)^2-(2x+1)^2=23$

$(2n-2x-1)(2n+2x+1)=1\times 23$

បម្រាប់ : $x$ និង $n$ ជាចំនួនគត់

ហើយ $n>x$ នោះយើងបាន :

$$+\begin{cases}2n-2x-1=1\\ 2n+2x+1=23\end{cases}$$

$4n=24 \quad \Rightarrow \quad n=6$

-ចំពោះ $n=6$ យើងបានសមីការ :

$x^2+x+6=6^2$

$x^2+x-30=0$

ដោយ $5+(-6)=-1$ & $5(-6)=-30$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ែត នោះ $5$ & $-6$ ជាឫសគត់នៃសមីការ

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃដែលកំណត់បានគឺ } n=6}$ ។

**២០៩ ប្រៀបធៀបកន្សោម $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ និង $\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$**

ពិនិត្យ : $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}=\frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)}$

$=\frac{(a+b)}{(a-b)}$

$=\frac{(a+b)}{(a-b)}+\frac{(a-b)}{(a-b)}=\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$

ចំពោះ គ្រប់ចំនួនពិត $a$ និង $b$ ដែល $a\neq b$ នោះ :

$\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}>\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2} \Leftrightarrow a^2+b^2>a^2-b^2 \Rightarrow 2b^2>0$ ពិត

ដោយ $\frac{(a+b)^2}{(a-b)}=\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}<\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធៀបបាន } \frac{(a+b)^2}{(a-b)}<\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}}$ ។

**២១០ ក. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យ $x=1$ ជាឫស**

យើងមាន : $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$ $(*)$

បើ $x=1$ ជាឫសនៃសមីការយើងបាន :

$$(m+1)1^2-(m+3)1+3-m=0$$
$$m+1-m-3+3-m=0$$
$$1-m=0$$
$$m=1$$

ចំពោះ $m=1$ សមីការកា $(*)$ ទៅជា :

$$(1+1)x^2-(1+3)x+3-1=0$$
$$2x^2-4x+2=0$$
$$x^2-2x+1=0$$

មាន $a+b+c=1+(-2)+1=0$ (ជាករណីពិសេស)

នាំឱ្យ $x_1=1$ , $x_2=\frac{c}{a}=\frac{1}{1}=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃ } m=1 \text{ និងឫសមួយទៀតគឺ } x=1}$ ។

**ខ. កំណត់តម្លៃ $m$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប**

សមីការ $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$ $(*)$

មាន $\Delta=b^2-4ac$

$$=[-(m+3)]^2-4(m+1)(3-m)$$
$$=m^2+6m+9-12m+4m^2-12+4m$$
$$=5m^2-2m-3$$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប លុះត្រាតែ $\begin{cases}a>0\\ \Delta=0\end{cases}$

នាំឱ្យ $\begin{cases}m+1>0\\ 5m^2-2m-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ 5m^2-2m-3=0\end{cases}$

សម្រាប់ : $5m^2-2m-3=0$ មាន $a+b+c=0$

នាំឱ្យសមីការមានឫស : $m_1=1$ , $m_2=\frac{c}{a}=\frac{-3}{5}$

យើងនឹងរក ឫសឌុបចំពោះតម្លៃ $m$ នីមួយៗដែលរកបាន

-ចំពោះ $m_1=1$: ដូចមាននៅសំណួរ ក. បង្ហាញរួច

នោះសមីការមានឫឌុបគឺ $x_1=x_2=1$

-ចំពោះ $m_2=\frac{-3}{5}$ សមីការ $(*)$ ទៅជា :

$$\left(-\frac{3}{5}+1\right)x^2-\left(-\frac{3}{5}+3\right)x+3-\left(-\frac{3}{5}\right)=0$$
$$\frac{2}{5}x^2-\frac{12}{5}x+\frac{18}{5}=0$$
$$\frac{2}{5}(x^2-6x+9)=0$$
$$(x^2-6x+9)=0$$
$$(x-3)^2=0$$

នាំឱ្យ សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_1=x_2=3$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{តម្លៃកំណត់បាន } m_1=1\ ,\ m_2=\frac{c}{a}=\frac{-3}{5}\\ \text{និងឫសឌុប } x_1=x_2=1 \text{ ឬ } x_1=x_2=3\end{array}}$ ។

**២១១ រកពីរចំនួន $x$ និង $y$**

យើងស្គាល់ : $\begin{cases}x^2+y^2=25\\ xy=12\end{cases}$ យើងបាន

$$-\begin{cases}x^2+y^2=25\\ 2xy=24\end{cases}$$
$$x^2-2xy+y^2=1$$
$$(x-y)^2=1$$
$$x-y=\pm1$$

-ចំពោះ $x-y=1\Rightarrow x=y+1$

នាំឱ្យ $(y+1)y=12\Leftrightarrow y^2+y-12=0$

មាន $y_1=\frac{-1-\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{-1-\sqrt{49}}{2}=\frac{-8}{2}=-4$

$y_2=\frac{-1+\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{-1+\sqrt{49}}{2}=\frac{6}{2}=3$

បើ $y_1=-4: x=\frac{12}{-4}=-3$ ហើយ $y_2=3:\ x=\frac{12}{3}=4$

-ចំពោះ $x-y=-1\Rightarrow x=y-1$

នាំឱ្យ $(y-1)y=12\Leftrightarrow y^2-y-12=0$

មាន $y_3=\frac{-(-1)-\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{1-7}{2}=-3$

$y_2=\dfrac{-(-1)+\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\dfrac{1+7}{2}=4$

បើ $y_3=-3$: $x=\dfrac{12}{-3}=-4$ ហើយ $y_4=4$: $x=\dfrac{12}{4}=3$

ដូចនេះ ពីរចំនួនដែលកំណត់បានគឺ : $\begin{cases}x=3,y=4\\x=-3,y=-4\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=4,y=3\\x=-4,y=-3\end{cases}$ ។

## ២១២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases}x^2+y^2+x+y=8 & (1)\\x^2+y^2+xy=7 & (2)\end{cases}$

តាង $S=x+y$ និង $P=xy$

តាម (1) : $x^2+2xy+y^2-2xy+x+y=8$

$(x+y)^2-2xy+(x+y)=8$

$S^2-2P+S=8 \quad (3)$

តាម (2) : $x^2+y^2+xy=7$

$x^2+2xy+y^2-2xy+xy=7$

$(x+y)^2-xy=7$

$S^2-P=7$

$P=S^2-7 \quad (4)$

យក (4) ជំនួសក្នុង (3) យើងបាន :

$S^2-2P+S=8$

$S^2-2(S^2-7)+S=8$

$S^2-2S^2+14+S=8$

$-S^2+S+6=0$

$S^2-S-6=0$

នាំឱ្យ $S_1=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{1+24}}{2}=\begin{cases}-2\\3\end{cases}$

តាម (4) បើ $\begin{cases}S=-2 : P=(-2)^2-7=-3\\S=3 : P=(3)^2-7=2\end{cases}$

-ចំពោះ $S=-2$ & $P=-3$ យើងបាន $\begin{cases}x+y=-2\\xy=-3\end{cases}$

$x$ & $y$ ជាឫសនៃសមីការ $X^2+2X-3=0$

មាន $a+b+c=0$ នោះសមីការមានឫស :

$x=1$ , $y=-3$ ឬ $x=-3$ , $y=1$

-ចំពោះ $S=3$ & $P=2$ យើងបាន $\begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases}$

$x$ & $y$ ជាឫសនៃសមីការ $X^2-3X+2=0$

មាន $a+b+c=0$ នោះសមីការមានឫស :

$x=1$ , $y=2$ ឬ $x=2$ , $y=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយបួនគូ :

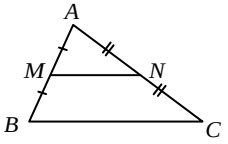
$x=1$ , $y=-3$ ឬ $x=-3$ , $y=1$

$x=1$ , $y=2$ ឬ $x=2$ , $y=1$ ។

## ២១៣ បាតមធ្យមនៃត្រីកោណគឺជាអ្វី?

បាតមធ្យមនៃត្រីកោណ គឺជាអង្កត់ដែលគូសភ្ជាប់ពីចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងពីររបស់ត្រីកោណ ហើយវាស្របនឹងជ្រុងទី3 នៃត្រីកោណនេះ និងមានតម្លៃស្មើពាក់កណ្តាលជ្រុងទី3 ។

យើងនឹងបង្ហាញថា $MN=\dfrac{BC}{2}$




តាមនិយមន័យ

$AM=\dfrac{AB}{2}$ , $AN=\dfrac{AC}{2}$ និងមាន $MN$ ស្របនឹង $BC$

-ត្រីកោណ : $\Delta ABC$ & $\Delta AMN$ មាន :

មុំ $AMN=ABC$ , មុំ $ANM=ACB$ (មុំត្រូវគ្នា)

នាំឱ្យ $\left.\begin{matrix}\Delta AMN\\\Delta ABC\end{matrix}\right|\Rightarrow\dfrac{MN}{BC}=\dfrac{AM}{AB}$

នាំឱ្យ $MN=\dfrac{BC\cdot AM}{AB}=\dfrac{BC\cdot AM}{2AM}=\dfrac{BC}{2}$

ដូចនេះ បាតមធ្យមនៃត្រីកោណកោណស្មើពាក់កណ្តាលនៃបាតទី3 ដែលស្របនឹងវា ។

## ២១៤ រកចំនួនគត់ $n$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\dfrac{2}{7}<\dfrac{n}{12}<\dfrac{4}{5}$

យើងមាន $\dfrac{2}{7}<\dfrac{n}{12}<\dfrac{4}{5}$ ឬអាចសរសេរ $\dfrac{24}{7}<n<\dfrac{48}{5}$

សមមូល $3+\dfrac{3}{7}<n<9+\dfrac{3}{5}$

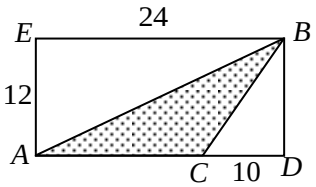
នាំឱ្យ ចំនួនគត់ផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ $n=4,5,6,7,8,9$

ដូចនេះ | ចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ $n=4,5,6,7,8,9$ | ។

## ២១៥ រកភាគដែលនៅសល់

-ត្រីកោណកែង $AEB$ :

$S_{AEB}=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 24=144$




- ត្រីកោណកែង $BDC$ :

$S_{BDC}=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 12=60$

ភាគនៅសល់ $=S_{AEB}+S_{BDC}=144+60=204$ ភាគ

ដូចនេះ | ភាគដែលនៅសល់គឺ 204 ភាគ | ។

## ២១៦ ទាញរក $\frac{1}{x+2012}=?$

យើងមាន : $\frac{1}{x+2011}=2011$

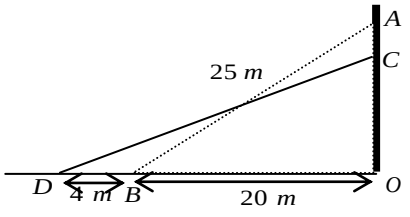
សមមូល $x+2011=\frac{1}{2011}$ ឬ $x=\frac{1}{2011}-2011$

នាំឱ្យ $\frac{1}{x+2012}=\frac{1}{\frac{1}{2011}-2011+2012}$

$=\frac{1}{\frac{1}{2011}+1}=\frac{1}{\frac{1+2011}{2011}}=\frac{2011}{2012}$

ដូចនេះ | ទាញបាន $\frac{1}{x+2012}=\frac{2011}{2012}$ | ។

## ២១៧ រកប្រវែងដែលចុងរបាធ្លាក់ចុះ




ប្រវែងចុងរបាធ្លាក់ចុះគឺ $AC=AO-CO$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

-ចំពោះត្រីកោណកែង $AOB$ មាន :

$AO^2=AB^2-OB^2$

$\Rightarrow AO=\sqrt{AB^2-OB^2}$

$=\sqrt{25^2-20^2}=\sqrt{625-400}=\sqrt{225}$

$=15\ m$

-ចំពោះត្រីកោណកែង $COD$ មាន :

$CO^2=CD^2-OD^2$

$\Rightarrow CO=\sqrt{CD^2-OD^2}$

$=\sqrt{25^2-24^2}=\sqrt{625-576}=\sqrt{49}$

$=7\ m$

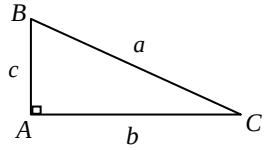
យើងបាន $AC=AO-CO=15m-7m=8m$

ដូចនេះ | ប្រវែងចុងរបាធ្លាក់ចុះគឺ $AC=8m$ | ។

## ២១៨ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ

តាងរូបត្រីកោណនោះដូចរូបខាងក្រោម :

តាមបម្រាប់ប្រធាន




-បរិមាត្រ $a+b+c=60\ cm$

-ក្រឡាផ្ទៃ $\frac{1}{2}bc=120\Leftrightarrow bc=240cm^2$

-តាមពីតាគ័រ $a^2=b^2+c^2$

សរុបមកយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}a+b+c=60 & (1)\\ bc=240 & (2)\\ a^2=b^2+c^2 & (3)\end{cases}$

តាម $(1)$: $a+b=60-c$

$(b+c)^2=(60-a)^2$

$b^2+c^2+2bc=3600-120a+a^2$

$b^2+c^2=3600-120a+a^2-2bc\ \ (4)$

ដោយយក (2) និង (3) ជំនួសក្នុង (4)

$a^2=3600-120a+a^2-2\cdot 240$

$120a=3600-480$

$a=\frac{3120}{120}=26$

នាំឱ្យ $\begin{cases}b+c=60-26=34\\ bc=240\end{cases}$

តាមវ៉ែត $b$ និង $c$ ជាឫសនៃសមីការ :

$x^2-34x+240=0$

មាន $\Delta'=b'^2-ac=(-17)^2-240=289-240=7^2$

នាំឱ្យ $b=\dfrac{-(-17)-7}{1}=10$ , $c=\dfrac{-(-17)+7}{1}=24$

ឬអាច $c=\dfrac{-(-17)-7}{1}=10$ , $b=\dfrac{-(-17)+7}{1}=24$

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណគឺ $10cm$ , $24cm$ , $26cm$ ។

## ២១៩ បង្ហាញថាត្រីកោណមានមុំទាំងបីជាត្រីកោណកែង

បម្រាប់មុំទាំងបីគឺ $\alpha$ , $2\alpha$ និង $3\alpha$

ដោយយើងដឹងថាផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ $180^o$

យើងបាន $\alpha+2\alpha+3\alpha=180^o$

$$6\alpha=180^o \quad \Rightarrow \quad \alpha=30^o$$

មុំទាំងបីនៃត្រីកោណនេះគឺ

$\alpha=30^o$ , $2\alpha=60^o$ , $3\alpha=90^o$

ត្រីកោណនេះមានមុំមួយមានរង្វាស់ $90^o$ វាជាត្រីកោណកែង

ដូចនេះ ត្រីកោណមានមុំទាំងបីជាត្រីកោណកែង ។

## ២២០ រក $f(9)$

យើងមាន $f(x)\cdot f(x+1)=9$ និង $f(3)=81$ នាំឱ្យ

$$f(3)\cdot f(4)=9 \quad \Rightarrow \quad f(4)=\frac{9}{f(3)}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$$

$$f(4)\cdot f(5)=9 \quad \Rightarrow \quad f(5)=\frac{9}{f(4)}=\frac{9}{1/9}=81$$

$$f(5)\cdot f(6)=9 \quad \Rightarrow \quad f(6)=\frac{9}{f(5)}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$$

$$f(6)\cdot f(7)=9 \quad \Rightarrow \quad f(7)=\frac{9}{f(6)}=\frac{9}{1/9}=81$$

$$f(7)\cdot f(8)=9 \quad \Rightarrow \quad f(8)=\frac{9}{f(7)}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$$

$$f(8)\cdot f(9)=9 \quad \Rightarrow \quad f(9)=\frac{9}{f(8)}=\frac{9}{1/9}=81$$

ដូចនេះ រកបាន $f(9)=81$ ។

## ២២១ ក. រកប្រភាគតាងចម្ងាយផ្លូវដែលសុខត្រូវដើរ

-បម្រាប់ : សុខធ្វើដំណើរដោយរថយន្តបាន $\dfrac{3}{8}=\dfrac{15}{40}$

សុខធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូបាន $\dfrac{3}{5}=\dfrac{24}{40}$

នាំឱ្យ ការធ្វើដំណើរតាមរថយន្ត និងម៉ូតូគឺ: $\dfrac{15}{40}+\dfrac{24}{40}=\dfrac{39}{40}$

នោះ ការធ្វើដំណើរដោយថ្មើជើងគឺ $\dfrac{40}{40}-\dfrac{39}{40}=\dfrac{1}{40}$

ដូចនេះ ប្រភាគតាងការធ្វើដំណើរដោយថ្មើជើងគឺ $\dfrac{1}{40}$ ។

### ខ. រកចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់បើសុខដើរបាន $2\ km$

សុខដើរបាន $2\ km$ ត្រូវនឹងប្រភាគ $\dfrac{1}{40}$

មានន័យថា $\dfrac{1}{40}=2\ km$ ចម្ងាយផ្លូវទាំអស់គឺ

$\dfrac{40}{40}=40\times 2\ km=80\ km$

ដូចនេះ ចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់គឺ $80\ km$ ។

## ២២២ ក. សរសេរ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$

ដោយ $1\ km=1000\,m$

យើងបាន $45\times\dfrac{1}{1000}=\dfrac{45}{1000}=\dfrac{4.5}{100}=4.5\%$

ដូចនេះ យើងសរសេរបាន $4.5\%$ ។

### ខ. សរសេរ $1kg$ ជាភាគរយនៃ $800g$

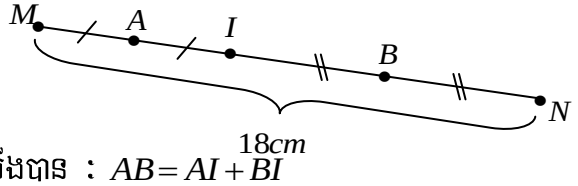
ដោយ $1kg=1000g$

យើងបាន $1000\times\dfrac{1}{800}=\dfrac{1000}{8}\times\dfrac{1}{100}=\dfrac{125}{100}=125\%$

ដូចនេះ យើងសរសេរបាន $125\%$ ។

## ២២៣ គណនាប្រវែង $AB$ :

បម្រាប់ : $MN=18cm$




យើងបាន : $AB=AI+BI$

ដោយ $A$ និង $B$ ជាចំណុចកណ្តាល រៀងគ្នានៃ $MI$ និង $NI$

នាំឱ្យ $AI=\frac{MI}{2}$ និង $BI=\frac{NI}{2}$

នោះ $AB=\frac{MI}{2}+\frac{NI}{2}$

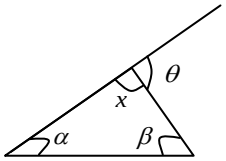
$=\frac{MI+NI}{2}=\frac{MN}{2}=\frac{18cm}{2}=9cm$

ដូចនេះ ប្រវែងគណនាបានគឺ $AB=9cm$ ។

## ២២៤ ស្រាយបញ្ជាក់ថាផលបូកមុំក្នុងពីរស្មើមុំក្រៅមួយ

ឧបមាថា យើងមានត្រីកោណ និង

មុំ ដូចរូបខាងស្តាំ ☞




យើងនឹងបង្ហាញថា $\alpha+\beta=\theta$

-ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ $180^o$

នោះ $\alpha+\beta+x=180^o$

-ហើយមុំ $x+\theta=180^o$ ព្រោះវាជាមុំរាប

សិក្សាផលដក :

$$-\begin{cases}\alpha+\beta+x=180^o\\ x+\theta=180^o\end{cases}$$

$$\alpha+\beta-\theta=0 \quad\Rightarrow\quad \alpha+\beta=\theta$$

ដូចនេះ ផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណស្មើមុំក្រៅមួយ ដែលមិនជាប់នឹងវា ។

## ២២៥ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A$ :

យើងមាន :

$$A=\left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4\right]^{2011^{2012}}$$

ពិនិត្យ : $\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{2^2+4\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\left(2+\sqrt{3}\right)}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{28-10\sqrt{3}}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{5^2-10\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{\left(5-\sqrt{3}\right)^2}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\left(5-\sqrt{3}\right)}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+25-5\sqrt{3}}}-4$

$=\sqrt{4+\sqrt{25}}-4$

$=\sqrt{4+5}-4$

$=-1$

នាំឱ្យ $A=[-1]^{2011^{2012}}$

ដោយ ស្វ័យគុណនៃ $2011$ ជាចំនួនមានលេខ $1$ ចុងជានិច្ច

នាំឱ្យ $A=2011^{2012}=\ldots 1$ ជាចំនួនសេស

យើងបាន $A=[-1]^{2011^{2012}}=-1$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $A=-1$ ។

## ២២៦ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

រំលឹករាងសមីការដឺក្រេទី៣ : តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ៃត សមីការ មានរាង $X^3-SX^2+RX-P=0$ ដែល $a,b,c$ ជាឫស :

$\begin{cases}S=a+b+c\\ R=ab+ac+bc\\ P=abc\end{cases}$ ។ អ្នកអាចផ្ទៀងផ្ទាត់រាងខាងលើ

ដោយការពន្លាតកន្សោម $(x-a)(x-b)(x-c)=0$ ។

យើងមាន $\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7\\ 2^{-x}+2^{-y}+2^{-z}=\frac{7}{4}\\ x+y+z=3\end{cases}$

$$\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7\\ \frac{1}{2^x}+\frac{1}{2^y}+\frac{1}{2^z}=\frac{7}{4}\\ 2^{x+y+z}=2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7\\ \frac{2^y2^z+2^x2^z+2^x2^y}{2^x2^y2^z}=\frac{7}{4}\\ 2^x2^y2^z=8\end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 \\ 2^y2^z+2^x2^z+2^x2^y=\frac{7}{4}\times 8 \\ 2^x2^y2^z=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 \\ 2^y2^z+2^x2^z+2^x2^y=14 \\ 2^x2^y2^z=8 \end{cases}$$

ដើម្បីងាយស្រួល យើងតាង $a=2^x$ , $b=2^y$ , $c=2^z$

យើងបានប្រព័ន្ធថ្មី $\begin{cases} a+b+c=7 \\ bc+ac+ab=14 \\ abc=8 \end{cases}$ តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ៃត

$a,b,c$ ជាឫសនៃសមីការ $X^3-7X^2+14X-8=0$

( មានវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣តាម Cadan ប៉ុន្តែពុំមានក្នុងកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ ដូចនេះយើងនៅតែដោះស្រាយដោយរបៀបទាញឫសងាយ។ សូមចងចាំថាវាពុំមែនហួសសមត្ថភាពរបស់យើងទេ ព្រោះគេរៀបចំលំហាត់បានល្អណាស់ )

សមីការខាងលើមានឫសងាយ : $X=1$

ក្រោយពីចែកពហុធា $X^3-7X^2+14X-8=0$ និង $X=1$

យើងបាន : $(X-1)(X^2-6X+8)=0$

$$(X-1)(X-2)(X-4)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases} X-1=0 \\ X-2=0 \\ X-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X=a=1 \\ X=b=2 \\ X=c=4 \end{cases}$

យើងបាន $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x=2^0 \\ 2^y=2^1 \\ 2^z=2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានឫស } \{x,y,z\}=\{0,1,2\}}$ ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៧</u>** **<u>គណនា</u>** $\left(\frac{2a}{b}\right)^{2011}$

គេឱ្យ $a+\sqrt{b}=\sqrt{15+\sqrt{216}}$

$$\begin{aligned} a+\sqrt{b} &= \sqrt{9+\sqrt{36\cdot 6}+6} \\ &= \sqrt{3^2+6\sqrt{6}+\sqrt{6}^2} \\ &= \sqrt{\left(3+\sqrt{6}\right)^2} \\ &= 3+\sqrt{6} \end{aligned}$$

កន្សោមនៃអង្គទាំងពីរមានទម្រង់ដូចគ្នា និង $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន នាំឱ្យយើងទាញបានករណីតែមួយគត់គឺ :

$$a=3 \ \& \ b=6$$

ចំពោះ $a=3 \ \& \ b=6$ យើងបាន :

$$\left(\frac{2a}{b}\right)^{2011}=\left(\frac{2\cdot 3}{6}\right)^{2011}=\left(\frac{6}{6}\right)^{2011}=1^{2011}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \left(\frac{2a}{b}\right)^{2011}=1}$ ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៨</u>** **<u>រកចំនួនខ្ទង់ផ្នែកគត់នៃចំនួន</u>** $A=2^{2011}$

យើងមាន : $A=2^{2011}$ ដោយបំពាក់លោការីតគោល10

យើងបាន : $\log A=\log 2^{2011}$

$$\log A=2011\cdot\log 2$$

បម្រាប់ : $\log 2\approx 0.301$

នាំឱ្យ $\log A=2011\cdot 0.301$

$$\log A=605.311$$

ដោយចំនួន $605<605.311<606$

នាំឱ្យ $605<\log A<606$

$$10^{605}<A<10^{606}$$

ដោយ $10^{605}$ ជាចំនួនមានលេខ 606ខ្ទង់ ហើយចំនួន $10^{606}$ ជាចំនួនមានលេខ 607ខ្ទង់

ទាញបាន $A$ ជាចំនួនដែលមានលេខ 606ខ្ទង់

ដូចនេះ $\boxed{A=2^{2011} \text{ ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់ 606ខ្ទង់}}$ ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៩</u>** **<u>ដោះស្រាយសមីការ</u>** $\frac{3\sqrt{x}-5}{2}-\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$

យើងមាន $\frac{3\sqrt{x}-5}{2}-\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$ , $x\geq 0$

$$\frac{3\left(3\sqrt{x}-5\right)}{6}-\frac{2\left(2\sqrt{x}-7\right)}{6}=\frac{6\left(\sqrt{x}-1\right)}{6}$$

$$3\left(3\sqrt{x}-5\right)-2\left(2\sqrt{x}-7\right)=6\left(\sqrt{x}-1\right)$$

$$9\sqrt{x}-15-4\sqrt{x}+14=6\sqrt{x}-6$$

$$5\sqrt{x}-1=6\sqrt{x}-6$$

$$\sqrt{x}=5$$

$$x=25$$

ចំពោះ $x=25$ ក្រោយពីផ្ទៀងផ្ទាត់ 4=4 ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=25}$ ។

## ២៣០ ប្រៀបធៀប $ab$ និង $PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)$

យើងមាន $a=90$ , $b=280$ ដោយបំបែកជាកត្តាបឋម :

| $a=90$ | 2 |
|---|---|
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| $b=280$ | 2 |
|---|---|
| 140 | 2 |
| 70 | 2 |
| 35 | 5 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

នាំឱ្យ $a=90=2\cdot 3^2\cdot 5$ និង $b=280=2^3\cdot 5\cdot 7$

យើងបាន : • $ab=90\times 280=25200$

• $PGCD(a,b)=2\times 5=10$

• $PPCM(a,b)=2^3\times 3^2\times 5\times 7=2520$

នោះ $PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)=10\times 2520=25200$

ឃើញថា $ab=PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)=25200$

ដូចនេះ យើងប្រៀបធៀបបាន $ab=PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)$ ។

## ២៣១ ផ្ទៀងផ្ទាត់ឯកលក្ខណៈភាព

$(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

ពិនិត្យ : $(1+\sin x+\cos x)^2$

តាមរូបមន្ត $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

ដោយពន្លាតតាមរូបមន្តខាងលើ យើងបាន :

$(1+\sin x+\cos x)^2$

$=1^2+\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x+2\cos x+2\sin x\cos x$

$=1^2+1+2\sin x+2\cos x+2\sin x\cos x$

$=2(1+\sin x+\cos x+\sin x\cos x)$

$=2[(1+\sin x)+(\cos x+\sin x\cos x)]$

$=2[(1+\sin x)+\cos x(1+\sin x)]$

$=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

ព្រោះ ដោយសារ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

នាំឱ្យ $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

ដូចនេះ $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$ ។

## ២៣២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases}x+y=4\\ xy-z^2+6z=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=4\\ xy=z^2-6z+13\end{cases}$

ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណ យើងបង្កើតបានសមីការ $X^2-4X+(z^2-6z+13)=0$ ដែលមាន $x\,\&\,y$ ជាឫស

មាន $\Delta'=b'^2-ac$

$=(-2)^2-(z^2-6z+13)$

$=4-z^2+6z-13$

$=-z^2+6z-9$

$=-(z^2-6z+9)$

$=-(z-3)^2$

ដោយ $-(z-3)^2\le 0$ មានតែមួយករណីគត់ ដែលនាំឱ្យ សមីការមានឫសគឺ $-(z-3)^2=0$ នោះ $z=3$

-ចំពោះ $z=3$ យើងបានសមីការថ្មី :

$X^2-4X+(3^2-6\cdot 3+13)=0$

$X^2-4X+4=0$

$(X-2)^2=0$

សមីការមានឫសឌុប $X_1=X_2=2$

យើងបានឫសនៃសមីការគឺ : $\begin{cases}X_1=x=2\\ X_2=y=2\end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $x=2$ , $y=2$ , $z=3$ ។

## ២៣៣ បែងចែកនិមិត្តសញ្ញាលោការីត

យើងមាននិមិត្តសញ្ញាលោការីតដូចខាងក្រោម :

$Logx$ , $\log x$ , $\lg x$ , $\ln x$ , $\log_{10} x$ , $\log_e x$

តាមការប្រើប្រាស់ របស់អ្នកគណិតវិទ្យានិមិត្តសញ្ញា :

- លោការីតទសភាគ ឬ លោការីតគោល ១០រួមមាន :

$\log x$ , $\lg x$ , $\log_{10} x$

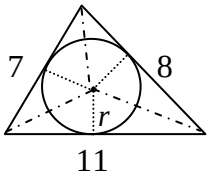
- លោការីតនេពែ ឬ លោការីតគោល $e$ រួមមាន :

$Logx$ , $\ln x$ , $\log_e x$ ។

(លំហាត់ខាងលើ គ្រាន់តែចង់បង្ហាញពីនិមិត្តសញ្ញាលោការីត)

**២៣៤ រកក្រឡាផ្ទៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ**

-តាមរូបមន្តហេរ៉ុង ផ្ទៃនៃត្រីកោណគឺ $S_{\Delta}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ដែលមាន $a,b,c$ ជារង្វាស់ជ្រុង




ហើយ $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ ជាកន្លះបរិមាត្រ

-សម្មតិកម្ម : ត្រីកោណមានរង្វាស់ជ្រុង $7$ , $8$ និង $11$

នោះ $p=\dfrac{7+8+11}{2}=13$

យើងបាន : $S_{\Delta}=\sqrt{13(13-7)(13-8)(13-11)}$

$=\sqrt{13\times6\times5\times2}$

$=2\sqrt{13\times15}$

-ផ្ទៃត្រីកោណធំ បានពីផលបូកផ្ទៃត្រីកោណតូចៗបីដែលមានរង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗជាបាត និងកាំរង្វង់ $r$ នៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ជាកម្ពស់ យើងបាន :

$S_{\Delta}=\left(\dfrac{1}{2}\times7\times r\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times8\times r\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times11\times r\right)$

$=\dfrac{7r}{2}+\dfrac{8r}{2}+\dfrac{11r}{2}=13r$

នាំឱ្យ $13r=2\sqrt{13\times15}\quad\Rightarrow\quad r=\dfrac{2\sqrt{13\times15}}{13}$

-ផ្ទៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណគឺ $S_{O}=\pi r^2$

$S_{O}=\pi\left(\dfrac{2\sqrt{13\times15}}{13}\right)^2$

$=\pi\cdot\dfrac{4\times13\times15}{13^2}=\dfrac{60\pi}{13}$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រកឡារង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណគឺ $S_{O}=\dfrac{60\pi}{13}$ ។

**២៣៥ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម** $P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}$

តាមរូបមន្តឯកលក្ខណៈភាព

$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(a+c)$

សម្មតិកម្ម : $a+b+c=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$

នាំឱ្យ $1^3=1+3(a+b)(b+c)(a+c)$

$3(a+b)(b+c)(a+c)=0$

$(a+b)(b+c)(a+c)=0$

ទាញបាន $\begin{cases}a+b=0\\b+c=0\\a+c=0\end{cases}$

-ចំពោះ $a+b=0$ តាមបម្រាប់ $a+b+c=1$ នោះ $c=1$

ហើយ $a^2+b^2+c^2=1$ នោះ $a^2+b^2=0$ ទាញបាន

$a=0$ , $b=0$ យើងគណនាតម្លៃនៃកន្សោម :

$P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}=0^{2010}+0^{2011}+1^{2012}=1$

-ចំពោះ $b+c=0$ តាមបម្រាប់ $a+b+c=1$ នោះ $a=1$

ហើយ $a^2+b^2+c^2=1$ នោះ $b^2+c^2=0$ ទាញបាន

$b=0$ , $c=0$ យើងគណនាតម្លៃនៃកន្សោម :

$P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}=1^{2010}+0^{2011}+0^{2012}=1$

-ចំពោះ $a+c=0$ តាមបម្រាប់ $a+b+c=1$ នោះ$b=1$

ហើយ $a^2+b^2+c^2=1$ នោះ $a^2+c^2=0$ ទាញបាន

$a=0$ , $c=0$ យើងគណនាតម្លៃនៃកន្សោម :

$P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}=0^{2010}+1^{2011}+0^{2012}=1$

សរុបមក ទោះជាករណីណាក៏ដោយ $P=1$ ជានិច្ច

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $P=1$ ។

**២៣៦ បង្ហាញថា** $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$

យើងមាន $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$

$a^2-a+b^2-b+c^2-c+d^2-d+1\geq0$

$\left(a^2-a+\dfrac{1}{4}\right)+\left(b^2-b+\dfrac{1}{4}\right)+\left(c^2-c+\dfrac{1}{4}\right)+\left(d^2-d+\dfrac{1}{4}\right)\geq0$

$\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(b-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(c-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(d-\dfrac{1}{2}\right)^2\geq0$

ដោយ $\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2\geq0,\left(b-\dfrac{1}{2}\right)^2\geq0,\left(c-\dfrac{1}{2}\right)^2\geq0,\left(d-\dfrac{1}{2}\right)^2\geq0$

នាំឱ្យ $\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(b-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(c-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(d-\dfrac{1}{2}\right)^2\geq0$ ពិតជានិច្ច

ដូចនេះ $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$ ។

## ២៣៧ រកអាយុម្នាក់ៗ

តាង $a$ ជាអាយុឪពុក និង $b,c,d$ ជាអាយុកូនទាំងបី

បម្រាប់ : អាយុអ្នកទាំងបួនមានសមាមាត្រ $15,7,5,4$

បើតាង $x$ ជាផលធ្យើបសមាមាត្រអាយុអ្នកទាំងបួន

យើងបាន : $\frac{a}{15}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}=\frac{d}{4}=x$

ទាញបាន : $\frac{a}{15}=x\Rightarrow a=15x$ $\frac{b}{7}=x\Rightarrow b=7x$

$\frac{c}{5}=x\Rightarrow c=5x$ $\frac{d}{4}=x\Rightarrow d=4x$

សម្មតិកម្ម: អាយុឪពុកតិចជាងផលបូកអាយុកូនទាំងបី 3ឆ្នាំ

យើងបាន $a+3=b+c+d$

$15x+3=7x+5x+4x$

$x=3$

នាំឱ្យ : $\frac{a}{15}=3\Rightarrow a=45$ $\frac{b}{7}=3\Rightarrow b=21$

$\frac{c}{5}=3\Rightarrow c=15$ $\frac{d}{4}=3\Rightarrow d=12$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $45+3=21+15+12\Leftrightarrow 48=48$ ពិត

ដូចនេះ ឪពុកមានអាយុ45ឆ្នាំ និងកូនទាំងបីមានអាយុរៀងគ្នាគឺ : 21ឆ្នាំ, 15ឆ្នាំ, 12ឆ្នាំ ។

## ២៣៨ ប្រៀបធ្យើបពីរចំនួន $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}$ និង $\left(\frac{225}{625}\right)^{50}$

ពិនិត្យ : $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}=\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^{60}=\left(\frac{3}{5}\right)^{2\times 60}=\left(\frac{3}{5}\right)^{120}$

ហើយ $\left(\frac{225}{625}\right)^{50}=\left(\left(\frac{15}{25}\right)^2\right)^{50}=\left(\frac{3}{5}\right)^{2\times 50}=\left(\frac{3}{5}\right)^{100}$

ដោយ $\left(\frac{3}{5}\right)^{120}<\left(\frac{3}{5}\right)^{100}$ ព្រោះវាមានគោល $\frac{3}{5}<1$

នាំឱ្យ $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}=\left(\frac{3}{5}\right)^{120}<\left(\frac{3}{5}\right)^{100}=\left(\frac{225}{625}\right)^{50}$

ដូចនេះ ក្រោយពីប្រៀបធ្យើប $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}<\left(\frac{225}{625}\right)^{50}$ ។

(លំហាត់ខាងលើមានច្រើននាក់ណាស់ ដែលច្រលំភ្លេចគិតថា គោលតូចជាង1)

## ២៣៩ ស្រាយបំភ្លឺថាគេបាន $\frac{ab}{cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

យើងមានសមាមាត្រ : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ សមមូល $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (1)

-គុណ (1) នឹង $\frac{b}{d}$ យើងបាន : $\frac{ab}{cd}=\frac{b^2}{d^2}$ (2)

-គុណ (1) នឹង $\frac{a}{c}$ យើងបាន : $\frac{a^2}{c^2}=\frac{ab}{cd}$ (3)

តាម (2) និង (3) យើងបានផលធ្យើបស្មើតគ្នាគឺ :

$\frac{a^2}{c^2}=\frac{ab}{cd}=\frac{b^2}{d^2}$ ឬអាចសរសេរ $\frac{a^2}{c^2}=\frac{2ab}{2cd}=\frac{b^2}{d^2}$

យើងបាន $\frac{a^2}{c^2}=\frac{2ab}{2cd}=\frac{b^2}{d^2}=\frac{a^2+2ab+b^2}{c^2+2cd+d^2}$

$=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

នាំឱ្យ $\frac{2ab}{2cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}\Leftrightarrow\frac{ab}{cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $\frac{ab}{cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$ ។

## ២៤០ រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នា

តាង $x$ ជាចំនួនទី1 នោះចំនួនទី2 បន្ទាប់គឺ $x+1$

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងបាន :

$(x+1)^2-x^2=321$

$x^2+2x+1-x^2=321$

$2x=321-1$

$x=\frac{320}{2}=160$

ដោយ $x=160$ ជាចំនួនទី1 នោះចំនួនទី2 គឺ $x+1=161$

ដូចនេះ ចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នានោះគឺ 160 និង 161 ។

## ២៤១ តើក្មេងណាឈ្នះ ហើយក្មេងណាចាញ់

តាង $N$ ជាចំនួនឃ្លីសរុប មានន័យថា $A+B+C=N$

-មុនពេលលេង យើងមានសមាមាត្រ :

$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងអាចសរសេរបាន :

$$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}=\frac{A+B+C}{3+4+5}=\frac{N}{12}$$

ទាញបាន :

- $\frac{A}{3}=\frac{N}{12} \Rightarrow A=\frac{3N}{12}=\frac{12N}{48}$
- $\frac{B}{4}=\frac{N}{12} \Rightarrow B=\frac{4N}{12}=\frac{16N}{48}$
- $\frac{C}{5}=\frac{N}{12} \Rightarrow C=\frac{5N}{12}=\frac{20N}{48}$

-ក្រោយពេលលេង យើងមានសមាមាត្រ :

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{16}=\frac{C}{17}$$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងអាចសរសេរបាន :

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{16}=\frac{C}{17}=\frac{A+B+C}{15+16+17}=\frac{N}{48}$$

ទាញបាន :

- $\frac{A}{15}=\frac{N}{48} \Rightarrow A=\frac{15N}{48}$
- $\frac{B}{16}=\frac{N}{48} \Rightarrow B=\frac{16N}{48}$
- $\frac{C}{17}=\frac{N}{48} \Rightarrow C=\frac{17N}{48}$

-ប្រៀបធៀបមុនពេលលេង និងក្រោយពេលលេង :

ក្មេង $A$ : $\frac{12N}{48}<\frac{15N}{48}$ មានន័យថា $A$ ឈ្នះ

ក្មេង $B$ : $\frac{16N}{48}=\frac{16N}{48}$ មានន័យថា $B$ រួចខ្លួន

ក្មេង $C$ : $\frac{20N}{48}>\frac{17N}{48}$ មានន័យថា $C$ ចាញ់

ដូចនេះ ក្មេង : $A$ ឈ្នះ , $B$ រួចខ្លួន និង $C$ ចាញ់ ។

## ២៤២ ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$$

$$-\frac{x}{3}\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$-\frac{x}{3}=1 \Rightarrow x=-3$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-3$ ។

## ២៤៣ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

យើងមាន : $\begin{cases}x+xy+y=1\\y+yz+z=4\\z+zx+x=9\end{cases}$ យើងបាន

$$\begin{cases}x+xy+y=1\\y+yz+z=4\\z+zx+x=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+xy+y+1=1+1\\y+yz+z+1=4+1\\z+zx+x+1=9+1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x(y+1)+(y+1)=2\\y(z+1)+(z+1)=5\\z(x+1)+(x+1)=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(y+1)(x+1)=2 \quad (i)\\(z+1)(y+1)=5 \quad (ii)\\(x+1)(z+1)=10 \quad (iii)\end{cases}$$

ដោយគុណសមីការ : $(i)\times(ii)\times(iii)$ បញ្ចូលគ្នា យើងបាន

$$(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2=100$$
$$(x+1)(y+1)(z+1)=\pm 10$$

-ចំពោះ $(x+1)(y+1)(z+1)=10 \quad (*)$

ចែកសមីការ $(*)$ និងសមីការ $(i),(ii),(iii)$ យើងបាន :

$$\begin{cases}\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(y+1)(x+1)}=\frac{10}{2}\\\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(z+1)(y+1)}=\frac{10}{5}\\\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(x+1)(z+1)}=\frac{10}{10}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z+1=5\\x+1=2\\y+1=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}z=4\\x=1\\y=0\end{cases}$$

-ចំពោះ $(x+1)(y+1)(z+1)=-10 \quad (**)$

ចែកសមីការ $(**)$ និងសមីការ $(i),(ii),(iii)$ យើងបាន :

$$\begin{cases}\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(y+1)(x+1)}=\frac{-10}{2}\\\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(z+1)(y+1)}=\frac{-10}{5}\\\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(x+1)(z+1)}=\frac{-10}{10}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z+1=-5\\x+1=-2\\y+1=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}z=-6\\x=-3\\y=-2\end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយពីរគឺ :
$(x,y,z)=(1,0,4)$ ឬ $(x,y,z)=(-3,-2,-6)$ ។

## ២៤៤ ប្រៀបធៀបចំនួន :

យើងមាន $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}}$ មានលេខ 2 ចំនួន 1001ដង

ហើយ $3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}}$ មានលេខ 3 ចំនួន 1000ដង

ពិនិត្យ : $2^{2^2}=2^4=16$ ហើយ $3^3=27$

ឃើញថា $16<27 \Rightarrow 2^{2^2}<3^3$

យើងដឹងថា $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^2}}}}}$ តូចជាង $3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^3}}}}}$ ដែលមាន 998 ដង

ជាស្វ័យគុណបន្តបន្ទាប់ដូចគ្នា

នោះយើងបាន $16^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^2}}}}}<27^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^3}}}}}$ ដែលមានលេខ2 និងលេខ3

ចំនួន 998 ដងជាស្វ័យគុណបន្តបន្ទាប់ដូចគ្នា

ដោយ $16^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^2}}}}}$ (មាន 998 ដងលេខ 2) $=2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^2}}}}}$ (មាន 1001 ដងលេខ 2)

$27^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^3}}}}}$ (មាន 998 ដងលេខ 3) $=3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^3}}}}}$ (មាន 1000 ដងលេខ 3)

ដូចនេះ $\boxed{2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^2}}}}}\text{ (មាន 1001 ដងលេខ 2)}<3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^3}}}}}\text{ (មាន 1000 ដងលេខ 3)}}$

## ២៤៥ ដោះស្រាយសមីការ

$x=\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\cdot\sqrt{3-x}$

(វាជាសមីការអសនិទាន ចាំបាច់ត្រូវយកចម្លើដែលរកឃើញមកផ្ទៀងផ្ទាត់)

សមីការមានន័យកាលណា :

$$\begin{cases}3-x\ge 0\\4-x\ge 0\\5-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\x\le 4\\x\le 5\end{cases}\Rightarrow x\le 3$$

-ដើម្បីកុំឱ្យវែងពេក និងពិបាកក្នុងការសរសេរ :

យើងតាង $4-x=t\Rightarrow\begin{cases}x=4-t\\3-x=t-1\\5-x=t+1\end{cases}$ យើងបាន :

$4-t=\sqrt{t-1}\cdot\sqrt{t}+\sqrt{t}\cdot\sqrt{t+1}+\sqrt{t+1}\cdot\sqrt{t-1}$

$4-t=\sqrt{(t-1)t}+\sqrt{t(t+1)}+\sqrt{(t+1)(t-1)}$

$4-t=\sqrt{t^2-t}+\sqrt{t^2+t}+\sqrt{t^2-1}$

$(4-t)-\sqrt{t^2-1}=\sqrt{t^2-t}+\sqrt{t^2+t}$

លើកអង្គទាំងពីជាការេ យើងបាន :

$$(4-t)-\sqrt{t^2-1}=\sqrt{t^2-t}+\sqrt{t^2+t}$$

$(4-t)^2-2(4-t)\sqrt{t^2-1}+t^2-1=2t^2+2t\sqrt{t^2-1}$

$(4-t)^2+t^2-1-2t^2=2t\sqrt{t^2-1}+2(4-t)\sqrt{t^2-1}$

$$15-8t=8\sqrt{t^2-1}$$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេម្តងទៀតយើងបាន :

$225-240t+64t^2=64t^2-64$

$240t=289$

$t=\dfrac{289}{240}$

នាំឱ្យ $x=4-t=4-\dfrac{289}{240}=\dfrac{960-289}{240}=\dfrac{671}{240}<3$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ចំពោះ $x=\dfrac{671}{240}$

$\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\cdot\sqrt{3-x}$

$=\sqrt{\dfrac{49}{240}}\cdot\sqrt{\dfrac{289}{240}}+\sqrt{\dfrac{289}{240}}\cdot\sqrt{\dfrac{529}{240}}+\sqrt{\dfrac{529}{240}}\cdot\sqrt{\dfrac{49}{240}}$

$=\sqrt{\dfrac{7^2\cdot 17^2}{240^2}}+\sqrt{\dfrac{17^2\cdot 23^2}{240^2}}+\sqrt{\dfrac{23^2\cdot 7^2}{240^2}}$

$=\dfrac{7\cdot 17}{240}+\dfrac{17\cdot 23}{240}+\dfrac{23\cdot 7}{240}$

$=\dfrac{119+391+161}{240}=\dfrac{671}{240}$

ដោយ $x=\dfrac{671}{240}$ នោះ $\dfrac{671}{240}=\dfrac{671}{240}$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫស } x=\dfrac{671}{240}}$ ។

## ២៤៦ រកចម្ងាយពីស្វាយជ្រុំទៅស្វាយរៀង

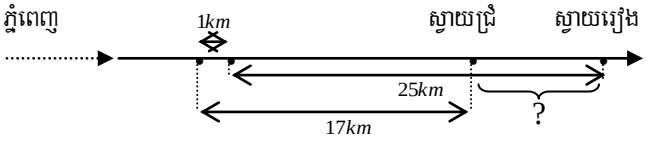
-សម្មតិកម្ម : បង្គោលចម្ងាយទី១ដាក់ថា "ស្វាយជ្រុំ $17km$"

មានន័យថាធ្វើដំណើរ $17km$ ទៀត ដល់ស្វាយជ្រុំ

ហើយ បង្គោលចម្ងាយទី២បន្ទាប់ដាក់ថា "ស្វាយរៀង$25km$"

មានន័យថាធ្វើដំណើរ $25km$ ទៀត ដល់ស្វាយរៀង ។

យើងអាចគូសរូបងាយមើល




តាមរូបយើងអាចបកស្រាយបានយ៉ាងងាយថា

ចម្ងាយពីស្វាយជ្រុំ ទៅស្វាយរៀងគឺ :

$(25+1)-17=26-17=9km$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចម្ងាយពីស្វាយជ្រុំទៅស្វាយរៀងគឺ } 9km}$ ។

## ២៤៧ រកចំនួនចាប និងចំនួនផ្កាឈូក

តាង $x$ ជាចំនួនចាប និង $y$ ជាចំនួនផ្កាឈូក

-តាមសម្មតិកម្ម : ចាបមួយទំផ្កាឈូកមួយ នោះសល់ចាប មួយគ្មានផ្កាឈូកទំ យើងបានសមីការ :

$$x-1=y \quad (i)$$

-ហើយ បើចាបពីរទំផ្កាឈូកមួយ នោះនៅសល់ផ្កាឈូកមួយ គ្មានចាបទំ យើងបានសមីការ :

$$\frac{x}{2}=y-1 \quad (ii)$$

-តាមសមីការ $(i)\&(ii)$ យើងចងជាប្រព័ន្ធសមីការគឺ :

$$\begin{cases} x-1=y \\ \frac{x}{2}=y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x=2y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ -x+2y=2 \end{cases}$$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គនៃសមីការទាំងពីរ យើងបាន :

$$+\begin{cases} x-y=1 \\ -x+2y=2 \end{cases}$$

$$y=3 \quad \Rightarrow \quad x=y+1=3+1=4$$

ដូចនេះ ចាបមានចំនួន4 ក្បាល , ផ្កាឈូកមានចំនួន3 ទង ។

## ២៤៨ រកចំនួនសត្វខ្វែកដែលងាប់ និង រស់

-យើងគួតប្បីគិតថា ក្រៅពីសត្វខ្វែកងាប់ និងរស់វាគ្មានអ្វីទៀតទេ ហើយសម្មតិកម្មនិយាយថា ងាប់បីរស់ពីរ នោះ យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា សត្វទាំងអស់មានចំនួន 5ក្បាល ។

(ក្រៅពីងាប់ និងរស់គ្មានអ្វីទៀតឡើយ)

-ពិចារណាថា : បើសត្វ5 ងាប់3 នោះសត្វ120ងាប់ប៉ុន្មាន?

$$\text{នាំឱ្យ ចំនួនសត្វងាប់} = \frac{120\times 3}{5} = 72 \text{ ក្បាល}$$

បើសត្វ5 រស់2 នោះសត្វ120រស់ប៉ុន្មាន?

$$\text{នាំឱ្យ ចំនួនសត្វរស់} = \frac{120\times 2}{5} = 48 \text{ ក្បាល}$$

ដូចនេះ ចំនួនសត្វខ្វែកដែលងាប់មាន 72 ក្បាល ហើយចំនួនសត្វខ្វែកដែលរស់មាន 48 ក្បាល ។

## ២៤៩ រកអាយុរបស់ដាវីស្រីសព្វថ្ងៃ

-សម្មតិកម្ម : អាយុរបស់ដាវីតាងដោយ $x$ ហើយ $x$ ជាពហុគុណនៃ មានន័យថា $x$ អាចមានតម្លៃ ជាច្រើនដូចជា :

$$0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, \ldots$$

ក្នុងចំណោមលេខទាំងអស់ខាងលើ មានតែលេខ 16 ទេដែលគោរពតាមលក្ខខ័ណ្ឌ ធំជាង10 និងតូចជាង 20

នាំឱ្យតម្លៃ $x$ មានតែមួយគត់គឺ 16

ដូចនេះ សព្វថ្ងៃដាវីស្រីមានអាយុ 16 ឆ្នាំ ។

## ២៥០ រកចំនួនថ្ងៃដែលគាត់ផ្គត់ផ្គង់ចំណីដល់ឱ្យគោ

-យើងសង្កេតឃើញថា កាលណាចំនួនគោកាន់តែច្រើន នោះរយៈពេលស៊ីកាន់តែថយចុះ វាជាសមាមាត្រច្រាស

នាំឱ្យ ចំនួនថ្ងៃដែលត្រូវផ្គត់ផ្គង់គឺ :

$$\frac{40}{(40+10)}\times 35 = \frac{35\times 40}{(40+10)} = \frac{1400}{50} = 28 \text{ ថ្ងៃ}$$

(ពុំមែន $\frac{(40+10)\times 35}{40} = 43.75$ ថ្ងៃនោះទេ)

ដូចនេះ ចំនួនថ្ងៃដែលត្រូវផ្គត់ផ្គង់គឺ 28 ថ្ងៃ ។

## ២៥១ បង្ហាញថា $a_1^2+a_2^2+a_3^2=1$

យើងមាន :

$$a_1=\sin a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1^2=\sin^2 a_1$$
$$a_2=\cos a_1\cdot\sin a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2^2=\cos^2 a_1\cdot\sin^2 a_2$$
$$a_3=\cos a_1\cdot\cos a_2 \quad \Rightarrow \quad a_3^2=\cos^2 a_1\cdot\cos^2 a_2$$

នាំឱ្យ $a_1^2+a_2^2+a_3^2$

$$=\sin^2 a_1+\cos^2 a_1\cdot\sin^2 a_2+\cos^2 a_1\cdot\cos^2 a_2$$
$$=\sin^2 a_1+\cos^2 a_1\left(\sin^2 a_2+\cos^2 a_2\right)$$
$$=\sin^2 a_1+\cos^2 a_1=1$$

ព្រោះ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

ដូចនេះ ឃើញថា $a_1^2+a_2^2+a_3^2=1$ ប្រាកដមែន ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៥២</u> គណនាផលគុណ $P_n$**

ពិនិត្យ : $1+a^2+a^4=\left(1+2a^2+a^4\right)-a^2$

$=\left(1+2a^2+a^4\right)-a^2$

$=\left(1+a^2\right)^2-a^2$

$=\left(1+a^2-a\right)\left(1+a^2+a\right)$

$=\left(1-a+a^2\right)\left(1+a+a^2\right)$

នាំឱ្យ $\left(1-a+a^2\right)=\dfrac{1+a^2+a^4}{1+a+a^2}$

បើប្តូរ $a$ ជា $x^{2^k}$ យើងបាន :

$$\left(1-x^{2^k}+x^{2^{k+1}}\right)=\frac{1+x^{2^{k+1}}+x^{2^{k+2}}}{1+x^{2^k}+x^{2^{k+1}}}$$

យើងឱ្យតម្លៃ $k=0,1,2,3,\ldots,n$

បើ $k=0$ : $\left(1-x+x^2\right)=\dfrac{1+x^2+x^4}{1+x+x^2}$

បើ $k=1$ : $\left(1-x^2+x^4\right)=\dfrac{1+x^4+x^8}{1+x^2+x^4}$

បើ $k=2$ : $\left(1-x^4+x^8\right)=\dfrac{1+x^8+x^{16}}{1+x^4+x^8}$

..... .....

បើ $k=n$ : $\left(1-x^{2^n}+x^{2^{n+1}}\right)=\dfrac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x^{2^n}+x^{2^{n+1}}}$

$$\left(1-x+x^2\right)\left(1-x^2+x^4\right)\left(1-x^4+x^8\right)\times\ldots\times\left(1-x^{2^n}+x^{2^{n+1}}\right)$$
$$=\frac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x+x^2}$$

ឬអាចសរសេរ $P_n=\dfrac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x+x^2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } P_n=\dfrac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x+x^2}}$ ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៥៣</u> <u>បង្ហាញថា</u> $\dfrac{3}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}$**

តាមបម្រាប់ $a>0$ , $b>0$ និង $c>0$

នាំឱ្យ

$a+b+c>a+b \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}$ (1)

$a+b+c>b+c \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{b+c}$ (2)

$a+b+c>c+a \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{c+a}$ (3)

ដោយបូកអង្គនិងអង្គនៃវិសមភាព : (1)+(2)+(3)

យើងបាន :

$$+\begin{cases}\dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}\\ \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{b+c}\\ \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{c+a}\end{cases}$$
$$\frac{3}{a+b+c}<\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឃើញថា } \dfrac{3}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}}$ ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៥៤</u> <u>គណនាផលបូក</u> $S_n=1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\ldots+n\cdot n!$**

ពិនិត្យ : $(k+1)!=(k+1)\cdot k!$

$(k+1)!=k\cdot k!+k!$

នាំឱ្យ $k\cdot k!=(k+1)!-k!$

បើឱ្យតម្លៃ $k=1,2,3,4,\ldots,n$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}1\cdot1!=2!-1!\\ 2\cdot2!=3!-2!\\ 3\cdot3!=4!-3!\\ 4\cdot4!=5!-4!\\ \ldots\ldots\ldots\\ n\cdot n!=(n+1)!-n!\end{cases}$$
$$1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\ldots+n\cdot n!=(n+1)!-1!$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនាឃើញថា } S_n=(n+1)!-1}$ ។

**<u>ឧទាហរណ៍ ២៥៥</u> <u>គណនាផលបូក</u> $\displaystyle\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1}\right)}\right)$**

ពិនិត្យ : $\left(\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n}\right)\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$

តែ $\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)=1$

នាំឱ្យ $\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)}$

យើងបាន $\left(\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n}\right)\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)}$

ទាញបាន $\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)\left(\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n}\right)}$

យើងបាន :

$$\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1}\right)}\right)=\sum_{n=1}^{9999}\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)$$

បើឱ្យតម្លៃ $n=1,2,3,\ldots,9999$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{1}\\ \sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{2}\\ \sqrt[4]{4}-\sqrt[4]{3}\\ \ldots\ldots\\ \sqrt[4]{10000}-\sqrt[4]{9999}\end{cases}$$

$$\sum_{n=1}^{9999}\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=\sqrt[4]{10000}-\sqrt[4]{1}$$

$$\sum_{n=1}^{9999}\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=10-1=9$$

ដូចនេះ $\boxed{\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1}\right)}\right)=9}$ ។

**២៥៦** **សម្រួលកន្សោម** $A=\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$

ដោយ $a^3+b^3+c^3-3abc$

$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+c^3-3a^2b-3ab^2-3abc$$
$$=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$$
$$=(a+b+c)\left[(a+b)^2-(a+b)c+c^2\right]-3ab(a+b+c)$$
$$=(a+b+c)\left[a^2+2ab+b^2-ac-bc+c^2-3ab\right]$$
$$=(a+b+c)\left(a^2+b^2-ac-bc+c^2-ab\right)$$
$$=(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac\right)$$

នាំឱ្យ

$$A=\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$$
$$=\frac{(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)}{\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)}$$
$$=a+b+c$$

ដែល $\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)\neq 0$

ដូចនេះ ក្រោយពីសម្រួល $A=a+b+c$ ។

**២៥៧** **ស្រាយបញ្ជាក់ថាគេបាន** $\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4=\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}$

យើងមាន

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\Leftrightarrow\frac{a^4}{c^4}=\frac{b^4}{d^4}=\frac{a^4+b^4}{c^4+d^4}\qquad(1)$$

ម្យ៉ាងទៀត $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}=\dfrac{a-b}{c-d}$

សមមូល $\left(\dfrac{a}{c}\right)^4=\left(\dfrac{b}{d}\right)^4=\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4\qquad(2)$

តាម (1)&(2) $\dfrac{a^4}{c^4}=\dfrac{b^4}{d^4}=\left(\dfrac{a}{c}\right)^4=\left(\dfrac{b}{d}\right)^4$

នាំឱ្យ $\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}=\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបានថា }\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^4=\frac{a^4+b^4}{c^4+d^4}}$ ។

**២៥៨** **រកអ្នកមន្តទូទៅ**

យើងមានឧទាហរណ៍ :

$$6^2-5^2=11$$
$$56^2-45^2=1111$$
$$556^2-445^2=111111$$
$$5556^2-4445^2=11111111$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

យើងឃើញថា លេខ1 កើនឡើងទ្វេដងជានិច្ច

ដូចនេះ តាមលំនាំគំរូខាងលើនេះយើងទាញបានរូបមន្តទូទៅ

$$\underbrace{555\ldots56}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}}{}^2-\underbrace{444\ldots45}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}}{}^2=\underbrace{111\ldots111}_{\text{មាន } 2n \text{ ខ្ទង់}}$$

**ស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្តខាងលើ**

តាង $A_n=555\ldots56^2-444\ldots45^2$

$$=\left(555\ldots55+1\right)^2-\left(444\ldots44+1\right)^2$$
$$=\left(\frac{5}{9}\cdot999\ldots99+1\right)^2-\left(\frac{4}{9}\cdot999\ldots99+1\right)^2$$
$$=\left[\frac{5}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]^2-\left[\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]^2$$

$$A_n=\left[\frac{5}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]^2-\left[\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]^2$$

$$=\left[\frac{5}{9}\left(10^n-1\right)+1-\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)-1\right]\times$$

$$\times\left[\frac{5}{9}\left(10^n-1\right)+1+\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]$$

$$=\left[\frac{1}{9}\left(10^n-1\right)\right]\left[10^n-1+2\right]$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^n-1\right)\left(10^n+1\right)$$

$$=\frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right)$$

$=\frac{1}{9}(999...999)$ ដែលមានលេខ 9 ចំនួន 2n

$=111...11$ ដែលមានលេខ 1 ចំនួន 2n

ដូចនេះ ជាការពិត រូបបមន្តនេះពិតជាត្រឹមត្រូវគឺ

$$\underbrace{555...56^2}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}} - \underbrace{444...45^2}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}} = \underbrace{111...111}_{\text{មាន } 2n \text{ ខ្ទង់}}$$

**២៥៩ គណនា** $S=\cos^2 1^o+\cos^2 2^o+\cos^2 3^o+\ldots+\cos^2 89^o$

តាមរូបមន្ត $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$

ឬ $\cos\left(90^o-\alpha\right)=\sin\alpha$

នាំឱ្យ $\cos 1^o=\cos\left(90^o-89^o\right)=\sin 89^o$

$\cos 2^o=\cos\left(90^o-88^o\right)=\sin 88^o$

.....

$\cos 44^o=\cos\left(90^o-46^o\right)=\sin 46^o$

នោះយើងបាន :

$\cos^2 1^o=\sin^2 89^o$ ,

$\cos^2 2^o=\sin^2 88^o$

.....

$\cos^2 44^o=\sin^2 46^o$

នោះយើងបាន :

$$\frac{+\begin{cases}\cos^2 1^o+\cos^2 89^o\\ \cos^2 2^o+\cos^2 88^o\\ \cos^2 3^o+\cos^2 87^o\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \cos^2 44^o+\cos^2 46^o\\ \cos^2 45^o\end{cases}}{S}=\frac{+\begin{cases}\cos^2 1^o+\sin^2 1^o=1\\ \cos^2 2^o+\sin^2 2^o=1\\ \cos^2 3^o+\sin^2 3^o=1\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \cos^2 44^o+\sin^2 44^o=1\\ \cos^2 45^o=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\end{cases}}{44+\frac{1}{2}}$$

នោះ $S=44+\frac{1}{2}=\frac{88+1}{2}=\frac{89}{2}$

ដូចនេះ **គណនាបាន $S=\frac{89}{2}$** ។

**២៦០ គណនា**

$S=\sin^2 0^o+\sin^2 1^o+\sin^2 2^o+\ldots+\sin^2 90^o$

( ស្រដៀងលំហាត់ទី២៥៩ )

តាមរូបមន្ត $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

យើងបាន :

$$\frac{+\begin{cases}\sin^2 0^o+\sin^2 90^o\\ \sin^2 1^o+\sin^2 89^o\\ \sin^2 2^o+\sin^2 88^o\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \sin^2 44^o+\sin^2 46^o\\ \sin^2 45^o\end{cases}}{S}=\frac{+\begin{cases}\sin^2 0^o+\cos^2 0^o=1\\ \sin^2 1^o+\cos^2 1^o=1\\ \sin^2 2^o+\cos^2 2^o=1\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \sin^2 44^o+\cos^2 46^o=1\\ \sin^2 45^o=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\end{cases}}{45+\frac{1}{2}}$$

នោះ $S=45+\frac{1}{2}=\frac{90+1}{2}=\frac{91}{2}$

ដូចនេះ **គណនាបាន $S=\frac{91}{2}$** ។

**ឧ១១** **កំណត់តម្លៃ** $a$ & $b$

យើងមានចំនួន $\overline{abba}$ ដែល $1\le a\le 9$ , $0\le b\le 9$

យើងបាន $\overline{abba}=1000a+100b+10b+a$

$=1001a+110b$

$=11(91a+10b)$

សម្មតិកម្ម $\overline{abba}$ ជាគូបប្រាកដនៃចំនួនគត់ នោះរយើងបាន

$$\overline{abba}=k^3$$

$$11(91a+10b)=k^3$$

$$91a+10b=\frac{k^3}{11}$$

ដោយ $a$ & $b$ ជាចំនួនគត់ នោះ $91a+10b$ ជាចំនួនគត់ដែរ

នាំឱ្យ $k^3$ ចែកដាច់នឹង 11 នោះ $k=11n$ , $n$ គឺវិជ្ជមាន

យើងបាន $k^3=(11n)^3$ ដែល $n=1,2,3,\ldots$

តែបើ $n=2$ នោះ $k^3=(22)^3=10648>\overline{abba}$

នាំឱ្យ ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ មានតម្លៃតែមួយគត់គឺ $n=1$

យើងបាន $\overline{abba}=k^3=(11\times 1)^3=11^3=1331$

ទាញបាន តម្លៃ $a=1$ , $b=3$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បានគឺ $a=1$ , $b=3$ ។

**ឧ១២** **ក. កំណត់តម្លៃលេខនៃអញ្ញាត** $a,b,c$ **និង** $d$

យើងមានចំនួន $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ តាមខ្ទង់នីមួយៗនោះ

$1\le a\le 9$ , $0\le b\le 9$ , $0\le c\le 9$ , $1\le d\le 9$

គេឱ្យ $\overline{abcd}\times 9=\overline{dcba}$ (1)

តាមទំនាក់ទំនង(1) នាំឱ្យកំណត់បានតម្លៃ $a=1$ តែមួយគត់

(ព្រោះបើ $a>1$ នោះលទ្ធផលជាលេខ ប្រាំខ្ទង់ )

-ចំពោះ $a=1$ យើងបាន $\overline{1bcd}\times 9=\overline{dcb1}$ (2)

តាមទំនាក់ទំនង(2) នាំឱ្យកំណត់បានតម្លៃ $d=9$ តែមួយគត់

(ព្រោះមានតែករណីនេះទើប $9\times 9=81$ មានលេខ1ចុង)

-ចំពោះ $d=9$ យើងបាន $\overline{1bc9}\times 9=\overline{9cb1}$ (3)

តាមទំនាក់ទំនង (3) ទាញបាន $b=0$

(ព្រោះ $b\times 9$ មិនត្រូវមានត្រាទុកទេ )

-ចំពោះ $b=0$ យើងបាន $\overline{10c9}\times 9=\overline{9c01}$ (4)

តាមទំនាក់ទំនង(4) ទាញបាន $c=8$ ព្រោះ $8\times 9=72$

ហើយថែមត្រាទុក 8 គឺ $72+8=80$ មានលេខ0នៅចុង

-ចំពោះ $c=8$ យើងបាន $1089\times 8=9801$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បានគឺ $a=1$ , $b=0$ , $c=8$ , $d=9$

**ខ. បញ្ជាក់ថា** $\overline{abcd}$ **និង** $\overline{dcba}$ **សុទ្ធតែជាការេប្រាកដ**

ដោយ $\overline{abcd}=1089=33^2$

ហើយ $\overline{dcba}=9801=99^2$

ដូចនេះ ចំនួន $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ សុទ្ធតែជាការប្រាកដ ។

**ឧ១៣** **រកពីរចំនួនជាការេប្រាកដ**

តាង $a=k^2$ ជាចំនួនទី 1 និង $b=n^2$ ជាចំនួនទី 2 ដែល

$k$ & $n$ ជាចំនួនគត់ ហើយ $k>n$ ឬ $k<n$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $ab-(a+b)=4844$

យើងបាន : $ab-a-b=4844$

$$ab-a-b+1=4844+1$$

$$a(b-1)-(b-1)=4845$$

$$(a-1)(b-1)=4845$$

ដោយ $a=k^2$ និង $b=n^2$ នោះយើងបាន :

$$(a-1)(b-1)=4845$$

$$(k^2-1)(n^2-1)=4845$$

$$(k+1)(k-1)(n+1)(n-1)=4845$$

| 4845 | 3 |
|---|---|
| 1615 | 5 |
| 323 | 17 |
| 19 | 19 |
| 1 | |

តែ $4845=3\times 5\times 17\times 19$ ជាផលគុណនៃបួនចំនួនគត់

ដែលមានតែមួយបែបគត់

ដោយ $3\times 5=(4-1)(4+1)$ និង $17\times 19=(18-1)(18+1)$

នោះ$(k+1)(k-1)(n+1)(n-1)=(4+1)(4-1)(18+1)(18-1)$

-ចំពោះ $k>n$ ទាញបាន $k=18$ , $n=4$

-ចំពោះ $k<n$ ទាញបាន $k=4$ , $n=18$

នាំឱ្យ $\begin{cases} a=k^2=18^2=324 \\ b=n^2=4^2=16 \end{cases}$

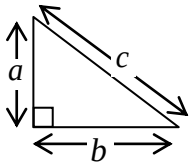
ឬ $\begin{cases} a=k^2=4^2=16 \\ b=n^2=18^2=324 \end{cases}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $324\times16-(324+16)=4844$ ពិត

ហើយ $16\times324-(16+324)=4844$ ពិត

ដូចនេះ ពីរចំនួនដែលជាការេប្រាកដគឺ $324$ & $16$ ។

## ២៦៤ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណ




តាង $a$ , $b$ , $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែង ដែល $c$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុស

-តាមពីតាគ័រ : $a^2+b^2=c^2$ $(1)$

-បម្រាប់ក្រឡាផ្ទៃស្មើ $24cm^2$ នាំឱ្យ $\frac{1}{2}ab=24$ $(2)$

-បម្រាប់បរិមាត្រស្មើ $24cm$ នាំឱ្យ $a+b+c=24$ $(3)$

តាម $(3)$ : $a+b=24-c$ លើកជាការេ

$$a^2+2ab+b^2=24^2-48c+c^2$$

$$(a^2+b^2)+2ab=576-48c+c^2 \quad (4)$$

ដោយយក $(1)$ & $(2)$ ជំនួនសក្នុង $(4)$ យើងបាន :

$$c^2+2\cdot48=576-48c+c^2$$

$$96=576-48c$$

$$48c=576-96 \quad \Rightarrow c=\frac{480}{48}=10cm$$

ចំពោះ $c=10$ នោះ $a+b=14$ និង $ab=48$

តាមវិឡែតយើងបានសមីការ : $x^2-14x+48=0$ ដែលមាន $a$ និង $b$ ជាឫសនៃសមីការ

$\Delta'=b'^2-ac=49-48=1$

នោះ $a=\frac{7-1}{1}=6$ , $b=\frac{7+1}{1}=8$ ឬ $a=8$ , $b=6$

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណកែងគឺ : $6cm$ , $8cm$ , $10cm$ ។

## ២៦៥ រកចំនួនទាំងពីរនោះ

តាង $x$ ជាចំនួនទី 1 ដែល $x$ ជាចំនួនបឋម នោះចំនួនទី2គឺ $x+1$ ហើយ $x+1$ ជាការេប្រាកដ នោះ $x+1=n^2$

យើងបាន $n^2-1=x$ សមមូល $(n-1)(n+1)=x$

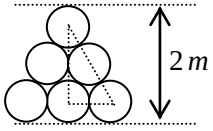
តែ $x$ ជាចំនួនបឋម នាំឱ្យផលគុណរបស់ $x$ គឺ $x=x\cdot1$

យើងបាន $(n-1)(n+1)=1\cdot x$

ទាញបាន : $\begin{cases} n-1=1 \\ n+1=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=2 \\ n+1=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=2 \\ 3=x \end{cases}$

ដូចនេះ ចំនួនទី1គឺ $3$ និងចំនួនទី2គឺ $4$ ។

## ២៦៦ រកកាំរង្វង់




តាង $r$ ជាកាំរង្វង់ដែលត្រូវរក

ដោយភ្ជាប់ផ្ចិតរង្វង់ទាំងបីដូចរូប

នោះយើងបានត្រីកោណកែង ដែលមានទំនាក់ទំនងជាមួយ $r$

តាមពីតាគ័រយើងបាន :

$$(2-2r)^2+(2r)^2=(4r)^2$$

$$4-8r+4r^2+4r^2=16r^2$$

$$8r^2+8r-4=0$$

$$2r^2+2r-1=0$$

តាម $\Delta'=b'^2-ac=1+2=3$

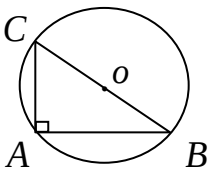
នាំឱ្យ $r_1=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}<0$ មិនយក

$r_1=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ កាំរង្វង់ដែលត្រូវរកគឺ : $r=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ។

## ២៦៧ ស្រាយថាត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ជាត្រីកោណកែង

( មុនបកស្រាយ អ្នកត្រូវស្គាល់ មុំចារឹក និង មុំផ្ចិតជាមុនសិន : មុំចារឹក ជាមុំមានកំពូលលើរង្វង់ និងជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ ឯមុំផ្ចិតជាមុំដែលមានកំពូលលើផ្ចិតរង្វង់ ។



-ទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិត និងមុំចារឹកគឺ

បើ $\theta$ ជាមុំផ្ចិត និង $\alpha$ ជាមុំចារឹកដែលមានធ្នូស្មាត់រួម នោះយើងបានទំនាក់ទំនង : $\alpha=\frac{\theta}{2}$ ។

-ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ ជាត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ ចែករង្វង់ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា

-(មើលរូប) មុំ $\theta$ និង $\angle A$ មានធ្នូស្មាត់រួម $BC$

នាំឱ្យ $\angle A=\frac{\theta}{2}$ ដោយ $\theta$ ជាមុំរាប នោះ $\theta=180^o$

យើងបាន : $\angle A=\frac{180^o}{2}=90^o$ ជាមុំកែង ។

នាំឱ្យ ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់មានមុំកែងជានិងច្ន

ដូចនេះ ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ជាត្រីកោណកែងជានិច្ច ។

## ២៦៨ រកចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតនៃពហុកោណ

-ទំនាក់ទំនងរវាងចំនួនជ្រុង និងមុំនៃពហុកោណគឺ :

បើពហុកោណមួយមាន $n$ ជ្រុងនោះផលបូកមុំក្នុងទាំងអស់នៃពហុកោណគឺ : $180^o(n-2)$

តាមបម្រាប់យើងបាន :

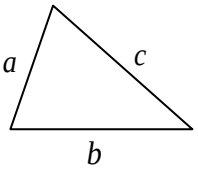
$$180^o(n-2)<2011^o$$
$$n-2<\frac{2011^o}{180^o}$$
$$n<\frac{2011}{180}+2$$
$$n<\frac{1980+31}{180}+2$$
$$n<11+\frac{31}{180}+2$$
$$n<13+\frac{31}{180}$$

តែ $n$ ជាចំនួនជ្រុង ដែលជាចំនួនគត់ នោះ $n=13$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $180^o(13-2)<2011^o \Leftrightarrow 1980^o<2011^o$ ពិត

ដូចនេះ ពហុកោណនេះអាចមានជ្រុងច្រើនបំផុតចំនួន 13 ។

## ២៦៩ ស្រាយថាជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វាជានិច្ច




ឧបមាថាយើងមានត្រីកោណ

ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a$ , $b$ , $c$

និងមានកន្លះបរិមាត្រ $\frac{a+b+c}{2}$

-តាមវិសមភាពនៃត្រីកោណ យើងបាន :

- $a<b+c \Leftrightarrow 2a<a+b+c \Rightarrow a<\frac{a+b+c}{2}$
- $b<a+c \Leftrightarrow 2b<a+b+c \Rightarrow b<\frac{a+b+c}{2}$
- $c<a+b \Leftrightarrow 2c<a+b+c \Rightarrow c<\frac{a+b+c}{2}$

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វាជានិច្ច ។

## ២៧០ រកចំនួនដងនៃការជក់បារីរបស់បុរសនោះ

-បារី 10 ដើម → ជក់បាន 10 ដង

នៅសល់កន្ទុយបារីចំនួន 10 កន្ទុយ $=3$ ដើម និង 1 កន្ទុយ

-បារី 3 ដើម និង 1 កន្ទុយ → ជក់បាន 3 ដង

នៅសល់កន្ទុយបារីចំនួន 4 កន្ទុយ $=1$ ដើម និង 1 កន្ទុយ

-បារី 1 ដើម និង 1 កន្ទុយ → ជក់បាន 1 ដង

នៅសល់ កន្ទុយបារីចំនួន 2 កន្ទុយ ខ្ចីកន្ទុយបារីគេ 1

នាំឱ្យបាន 3 កន្ទុយ $=1$ ដើម → ជក់បាន 1 ដង

នៅសល់កន្ទុយបារី 1 យកសងគេវិញ នោះបារីអស់គ្មានសល់

នាំឱ្យចំនួនដងនៃការជក់បារីគឺ $=10+3+1+1=15$ ដង

ដូចនេះ បុរសនោះត្រូវជក់ចំនួន 15 ដងទើបអស់បារីគាត់ ។

## ២៧១ ដោះស្រាយសមីការ : ក. $3^x+4^x=5^x$

យើងសង្កេតឃើញថា $x=2$ ជាឫសនៃសមីការ

ព្រោះ $3^2+4^2=5^2 \Leftrightarrow 9+16=25 \Leftrightarrow 25=25$ ពិត

យើងនឹងបង្ហាញថាសមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=2$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ : $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x=1$

-ករណី $x>2$ យើងបាន $\left(\frac{3}{5}\right)^x\prec\left(\frac{3}{5}\right)^2$

ហើយ $\left(\frac{4}{5}\right)^x\prec\left(\frac{4}{5}\right)^2$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\prec\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2$

សមមូល $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\prec 1$

នាំឱ្យ $x>2$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

-ករណី $x<2$ យើងបាន $\left(\frac{3}{5}\right)^x\succ\left(\frac{3}{5}\right)^2$

ហើយ $\left(\frac{4}{5}\right)^x\succ\left(\frac{4}{5}\right)^2$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\succ\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2$

សមមូល $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\succ 1$

នាំឱ្យ $x<2$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ } x=2}$ ។

**ដោះស្រាយសមីការ : ខ.** $3^x+4^x+5^x=6^x$

យើងសង្កេតឃើញថា $x=3$ ជាឫសនៃសមីការ ព្រោះ

$3^3+4^3+5^3=6^3 \Leftrightarrow 216=216$ ពិត

យើងនឹងបង្ហាញថាសមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=3$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ : $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x=1$

-ករណី $x>3$ យើងបាន $\left(\frac{3}{6}\right)^x\prec\left(\frac{3}{6}\right)^3$

ហើយ $\left(\frac{4}{6}\right)^x\prec\left(\frac{4}{6}\right)^3$

ហើយនិង $\left(\frac{5}{6}\right)^x\prec\left(\frac{5}{6}\right)^3$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ នោះយើងបាន :

$\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\prec\left(\frac{3}{6}\right)^3+\left(\frac{4}{6}\right)^3+\left(\frac{5}{6}\right)^3$

សមមូល $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\prec 1$

នាំឱ្យ $x>3$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

-ករណី $x<3$ យើងបាន $\left(\frac{3}{6}\right)^x\succ\left(\frac{3}{6}\right)^3$

ហើយ $\left(\frac{4}{6}\right)^x\succ\left(\frac{4}{6}\right)^3$

ហើយនិង $\left(\frac{5}{6}\right)^x\succ\left(\frac{5}{6}\right)^3$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ នោះយើងបាន :

$\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\succ\left(\frac{3}{6}\right)^3+\left(\frac{4}{6}\right)^3+\left(\frac{5}{6}\right)^3$

សមមូល $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\succ 1$

នាំឱ្យ $x<3$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ } x=3}$ ។

**២៧២** **បង្ហាញថា** **គេទាញបាន** $x=y=z$

យើងមានសមភាព

$(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2=(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$

ពិនិត្យ $(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$

តាមរូបមន្ត: $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$

នោះយើងបានកត្តានីមួយៗគឺ :

$$+\begin{cases}(y+z-2x)^2=y^2+z^2+4x^2+2yz-4xy-4xz\\(z+x-2y)^2=z^2+x^2+4y^2+2xz-4yz-4xy\\(x+y-2z)^2=x^2+y^2+4z^2+2xy-4xz-4yz\end{cases}$$

$$(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2=$$
$$6x^2+6y^2+6z^2-6xy-6yz-6xz \quad (1)$$

ពិនិត្យ :

$$(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2$$
$$=y^2-2yz+z^2+z^2-2xz+x^2+x^2-2xy+y^2$$
$$=2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2xz-2yz \quad (2)$$

ដោយធ្វើការផ្ទឹម (1) & (2) នោះយើងបាន

$6x^2+6y^2+6z^2-6xy-6yz-6xz=$

$2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz$

ក្រោយពីធ្វើការទូទាត់ យើងបានលទ្ធផលគឺ :

$$4x^2+4y^2+4z^2-4xy-4yz-4xz=0$$

$$2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz=0$$

$$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2xz+x^2=0$$

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

ផលបូកខាងលើផ្សែងផ្ទាត់មានតែមួយករណីគត់គឺ :

$$\begin{cases}(x-y)^2=0\\(y-z)^2=0\\(z-x)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0\\y-z=0\\z-x=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=y\\y=z\\z=x\end{cases}$$

នាំឱ្យយើងបាន : $x=y=z$

ដូចនេះ គេទាញបាន $x=y=z$ ។

**ឧទាហរណ៍ ទី៣** គណនា $S=ab+cd$

យើងមាន :

$$S=ab+cd=\frac{2011(ab+cd)}{2011}$$

$$=\frac{2011ab+2011cd}{2011}$$

$$=\frac{(c^2+d^2)ab+(a^2+b^2)cd}{2011}$$

$$=\frac{abc^2+abd^2+a^2cd+b^2cd}{2011}$$

$$=\frac{(abc^2+a^2cd)+(abd^2+b^2cd)}{2011}$$

$$=\frac{ac(bc+ad)+bd(ad+bc)}{2011}$$

$$=\frac{(bc+ad)\times 0}{2011}=0$$

ព្រោះ សម្មតិកម្ម $ac+bd=0$

ដូចនេះ គណនាបាន $S=0$ ។

**ឧទាហរណ៍ ទី៧៤** **ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា** $\frac{1}{\sin 2a}=\cot a-\cot 2a$

ពិនិត្យ : $\cot a-\cot 2a$

$$=\frac{\cos a}{\sin a}-\frac{\cos 2a}{\sin 2a}$$

(រូបមន្ត $\cos 2a=2\cos^2 a-1$ , $\sin 2a=2\sin a\cos a$ )

$$=\frac{\cos a}{\sin a}-\frac{2\cos^2 a-1}{2\sin a\cos a}$$

$$=\frac{2\cos^2 a-2\cos^2 a+1}{2\sin a\cos a}$$

$$=\frac{1}{\sin 2a}$$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $\frac{1}{\sin 2a}=\cot a-\cot 2a$ ។

**ខ. គណនាផលបូក**

$$S_n=\frac{1}{\sin a}+\frac{1}{\sin\frac{a}{2}}+\frac{1}{\sin\frac{a}{2^2}}+\frac{1}{\sin\frac{a}{2^3}}+\ldots+\frac{1}{\sin\frac{a}{2^n}}$$

តាមសម្រាយបញ្ជាក់សំណួរ ក. យើងបាន :

$$+\begin{cases}\frac{1}{\sin a}=\cot\frac{a}{2}-\cot a\\ \frac{1}{\sin\frac{a}{2}}=\cot\frac{a}{4}-\cot\frac{a}{2}\\ \frac{1}{\sin\frac{a}{4}}=\cot\frac{a}{8}-\cot\frac{a}{4}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \frac{1}{\sin\frac{a}{2^n}}=\cot\frac{a}{2^{n+1}}-\cot\frac{a}{2^n}\end{cases}$$

$$S_n=\cot\frac{a}{2^{n+1}}-\cot a$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $S_n=\cot\frac{a}{2^{n+1}}-\cot a$ ។

**ឧទាហរណ៍ ទី៧៥** **ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា** $1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}$

ពិនិត្យ : $1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cos x+1}{\cos x}$

(រូបមន្ត $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 \Rightarrow \cos 2a + 1 = 2\cos^2 a$)

$$1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cos x+1}{\cos x}=\frac{2\cos^2\frac{x}{2}}{\cos x}=\frac{2\cos^2\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}}{\cos x\sin\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{\cos\frac{x}{2}\sin x}{\cos x\sin\frac{x}{2}}=\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$$

$$=\tan x\cot\frac{x}{2}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបានថា } 1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}}$ ។

**ខ. គណនាផលគុណ**

$$P_n=\left(1+\frac{1}{\cos x}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2}}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2^2}}\right)\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2^n}}\right)$$

តាមសម្រាយបញ្ជាក់សំណួរ ក. យើងបាន :

$$\times\begin{cases}1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}\\ 1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cot\frac{x}{4}}{\cot\frac{x}{2}}\\ 1+\frac{1}{\cos\frac{x}{4}}=\frac{\cot\frac{x}{8}}{\cot\frac{x}{4}}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ 1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2^n}}=\frac{\cot\frac{x}{2^{n+1}}}{\cot\frac{x}{2^n}}\end{cases}$$

$$P_n=\frac{\cot\frac{x}{2^{n+1}}}{\cot x}=\tan x\cot\frac{x}{2^{n+1}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } P_n=\tan x\cot\frac{x}{2^{n+1}}}$ ។

**ឧទាហរណ៍ ២៧៦** **គណនា** $x, y, z$ **និង** $t$

សម្មតិកម្ម បើយើងឱ្យផលធ្យើប $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{t}{6}=a$

ដែល $a>0$ ព្រោះ បួនចំនួន $x, y, z$ និង $t$ វិជ្ជមាន

ទាញបាន : $x=2a$ , $y=3a$ , $z=4a$ , $t=6a$

នាំឱ្យ $\frac{yzt}{x}+\frac{ztx}{y}+\frac{txy}{z}+\frac{xyz}{t}=14625$ បានជា

$$\frac{72a^3}{2a}+\frac{48a^3}{3a}+\frac{36a^3}{4a}+\frac{24a^3}{6a}=14625$$

$$36a^2+16a^2+9a^2+4a^2=14625$$

$$65a^2=14625$$

$$a^2=225 \Rightarrow a=15$$

យើងបាន :

$$\begin{cases}x=2a\\y=3a\\z=4a\\t=6a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\times15\\y=3\times15\\z=4\times15\\t=6\times15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=30\\y=45\\z=60\\t=90\end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } x=30,\ y=45,\ z=60,\ t=90}$ ។

**ឧទាហរណ៍ ២៧៦** **ក. កំណត់តម្លៃ** $x$ **ដើម្បីឱ្យ** $P$ **មានតម្លៃអប្បបរមា**

យើងមាន : $P=x^2+x+1$ (ដោយធ្វើការថែមថយតួ)

$$P=x^2+x+1$$

$$=x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+1$$

$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\frac{4}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

ដើម្បីឱ្យ $P$ មានតម្លៃអប្បបរមា លុះត្រាតែកន្សោម

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃ } x=-\frac{1}{2} \text{ ធ្វើឱ្យ } P=\frac{3}{4} \text{ មានតម្លៃអប្បបរមា}}$ ។

**ខ. កំណត់តម្លៃ** $x$ **ដើម្បីឱ្យ** $Q$ **មានតម្លៃអតិបរមា**

យើងមាន $Q=2+x-x^2$ អាចសរសេរ :

$$Q=2-x^2+x=2-\left(x^2-x\right)$$

$$Q=2-\left(x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$$
$$=2-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$$
$$=\frac{9}{2}-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

ដើម្បីឱ្យ $Q$ មានតម្លៃអតិបរមា លុះត្រាតែកន្សោម

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow x-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ តម្លៃ $x=\frac{1}{2}$ ធ្វើឱ្យ $Q=\frac{9}{4}$ មានតម្លៃអតិបរមា ។

**២៧៨ រកចំនួនគត់តូចបំផុត $n$**

បើ $a,b,c,d,e$ ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់យើងបាន :

$$\begin{cases}n=2a+1\\n=3b+2\\n=4c+3\\n=5d+4\\n=6e+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=2a+1\\n=3b+2\\n=4c+3\\n=5d+4\\n=6e+5\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}n+1=2a+2\\n+1=3b+3\\n+1=4c+4\\n+1=5d+5\\n+1=6e+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n+1=2(a+1)\\n+1=3(b+1)\\n+1=4(c+1)\\n+1=5(d+1)\\n+1=6(e+1)\end{cases}$$

នាំឱ្យ $n+1$ ត្រូវតែចែកដាច់ជាមួយ $2,3,4,5,6$

មានន័យថា $n+1$ ជាពហុគុណនៃ $2,3,4,5,6$

សម្មតិកម្ម រកតែតម្លៃ $n$ ដែលតូចបំផុត

នាំឱ្យ $n+1=PPCM(2,3,4,5,6)=2^2\times3\times5=60$

ទាញបាន $n=60-1=59$

ដូចនេះ ចំនួនគត់តូចបំផុតដែលត្រូវរកគឺ $n=59$ ។

**២៧៩ រកចំនួនគត់តូចបំផុត $n$**

បើ $a,b,c,d,e$ ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់យើងបាន :

$$\begin{cases}n=2a+1\\n=3b+1\\n=4c+1\\n=5d+1\\n=6e+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n-1=2a\\n-1=3b\\n-1=4c\\n-1=5d\\n-1=6e\end{cases}$$

នាំឱ្យ $n-1$ ត្រូវតែចែកដាច់ជាមួយ $2,3,4,5,6$

មានន័យថា $n-1$ ជាពហុគុណនៃ $2,3,4,5,6$

ដោយ $PPCM(2,3,4,5,6)=2^2\times3\times5=60$

នាំឱ្យពហុគុណបន្តបន្ទាប់នៃ $2,3,4,5,6$ គឺ :

$\{60,120,180,240,300,360,420,...\}$ នោះនាំឱ្យ

$n-1=\{60,120,180,240,300,360,420,...\}$

$n=\{61,121,181,241,301,361,421,...\}$

តែសម្មតិកម្ម $n$ ចែកដាច់នឹង $7$

ហើយ ក្នុងចំណោមតម្លៃ $n$ នីមួយៗ តាមលំដាប់ពីតូចទៅធំ

មានតែតម្លៃ $301$ ទេ ដែលតូចជាងគេ និង ចែកដាច់នឹង $7$

ដូចនេះ ចំនួនគត់តូចបំផុតដែលត្រូវរកគឺ $n=301$ ។

**២៨០ ស្រាយបញ្ជាក់ថាកន្សោម $E$ មានតម្លៃថេរ**

រំលឹក $\cos^2x+\sin^2x=1$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

យើងមាន

$$E=\cos^6x+\sin^6x+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=(\cos^2x)^3+(\sin^2x)^3+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=(\cos^2x+\sin^2x)(\cos^4x-\cos^2x\sin^2x+\sin^4x)+$$
$$+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=\cos^4x-\cos^2x\sin^2x+\sin^4x+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=\cos^4x+2\cos^2x\sin^2x+\sin^4x$$
$$=(\cos^2x+\sin^2x)^2$$
$$=1^2$$
$$=1$$

ដូចនេះ

គ្រប់តម្លៃរបស់ $x$ យើងបានតម្លៃ $E=1$ ថេរជានិច្ច ។

## ២៨១ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^3+y^3=9 & (1) \\ xy=2 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ $(2)$ ទាញបាន $x=\dfrac{2}{y}$ $(3)$ ជំនួសក្នុង $(1)$

យើងបាន $\left(\dfrac{2}{y}\right)^3+y^3=9$

$$\frac{8}{y^3}+y^3=9$$

$$8+y^6=9y^3$$

$$y^6-9y^3+8=0$$

តាង $y^3=t \Rightarrow y^6=t^2$

យើងបាន $t^2-9t+8=0$

សមីការមាន $a+b+c=1+(-9)+8=0$

នាំឱ្យ $t=1$ , $t=8$

ចំពោះ $t=1 \Leftrightarrow y^3=1 \Rightarrow y=1$

នោះតាម $(3)$ : $x=\dfrac{2}{y}=\dfrac{2}{1}=2$

ចំពោះ $t=8 \Leftrightarrow y^3=8 \Rightarrow y=2$

នោះតាម $(3)$ : $x=\dfrac{2}{y}=\dfrac{2}{2}=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2,y=1)$ , $(x=1,y=2)$ ។

## ២៨២ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន $\left(3^{2011}-3^{2010}\right)\left(3^{2009}-3^{2008}\right)=4\times 3^x$

$$3^{2010}(3-1)\cdot 3^{2008}(3-1)=4\times 3^x$$

$$2\times 2\times 3^{2010+2008}=4\times 3^x$$

$$3^{4018}=3^x$$

$$\Rightarrow \quad 4018=x$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=4018$ ។

## ២៨៣ សរសេរ $N$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១

យើងមាន $N=(3a-1)^2-4\left(a^2+6a+9\right)$

$$=(3a-1)^2-2^2(a+3)^2$$

$$=[(3a-1)-2(a+3)][(3a-1)+2(a+3)]$$

$$=(3a-1-2a-6)(3a-1+2a+6)$$

$$=(a-7)(5a+5)$$

ដូចនេះ សរសេរបាន $N=(a-7)(5a+5)$ ។

## ២៨៤ ស្រាយថា $N$ ចែកដាច់នឹង 32 :

យើងមាន $N=4(4a+1)^2-100$

$$=2^2(4a+1)^2-10^2$$

$$=[2(4a+1)-10][2(4a+1)+10]$$

$$=(8a+2-10)(8a+2+10)$$

$$=(8a-8)(8a+12)$$

$$=8(a-1)\times 4(2a+3)$$

$$=32(a-1)(2a+3)$$

ដោយ $N=32(a-1)(2a+3)$ ជាពហុគុណនៃ 32

ដូចនេះ $N$ ជាចំនួនត្រូវតែចែកដាច់នឹង 32 ។

## ២៨៥ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $P$ :

តែឱ្យ $a+b=1$ និងកន្សោម

$$P=2\left(a^3+b^3\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$$

$$=2(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$$

$$=2\left(a^2-ab+b^2\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$$

$$=2a^2-2ab+2b^2-3a^2-3b^2+1$$

$$=-a^2-2ab-b^2+1$$

$$=-\left(a^2+2ab+b^2\right)+1$$

$$=-(a+b)^2+1$$

$$=-1^2+1$$

$$=-1+1$$

$$=0$$

ដូចនេះ តម្លៃលេខនៃកន្សោមគណនាបាន $P=0$ ។

## ២៨៦ រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a$ និង $b$ :

យើងមាន $a^2-b^2=24$

យើងបាន $(a-b)(a+b)=24$

បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់នោះ $(a-b)$ និង $(a+b)$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ ដែលយើងនឹងរកផលគុណពីរចំនួនគត់ស្មើ 24

ដោយ $24=\begin{cases}1\times24\\2\times12\\3\times8\\4\times6\end{cases}$ និង $(a-b)<(a+b)$

នាំឱ្យ $\begin{cases}a-b=1\\a+b=24\end{cases}$ មិនយកព្រោះ $a$ និង $b$ មិនជាចំនួនគត់

ឬ $\begin{cases}a-b=2\\a+b=12\end{cases}$ ដោះស្រាយបានគូចម្លើយ $a=7$ , $b=5$

ឬ $\begin{cases}a-b=3\\a+b=8\end{cases}$ មិនយកព្រោះ $a$ និង $b$ មិនជាចំនួនគត់

ឬ $\begin{cases}a-b=4\\a+b=6\end{cases}$ ដោះស្រាយបានគូចម្លើយ $a=5$ , $b=1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានគូចម្លើយ }\begin{cases}a=7\\b=5\end{cases}\text{ ប }\begin{cases}a=5\\b=1\end{cases}}$ ។

## ២៨៧ គណនាជ្រុងរបស់ការេនីមួយៗ

តាង $a$ ជារង្វាស់ជ្រុងការេធំ (គិតជា $m$)

$b$ ជារង្វាស់ជ្រុងការេតូច (គិតជា $m$)

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases}a^2-b^2=1152\\a-b=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-b)(a+b)=1152\\a-b=16\end{cases}$$

$$\begin{cases}16(a+b)=1152\\a-b=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=72\\a-b=16\end{cases}$$

ដោះស្រាយតាមវិធីបូកបំបាត់ យើងបាន :

$$+\begin{cases}a+b=72\\a-b=16\end{cases}$$

$2a=88\Rightarrow a=44$ នោះ $b=44-16=28$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែងជ្រុងការេនីមួយៗគឺ }44\,m\text{ , }28\,m}$ ។

## ២៨៨ គណនាកន្សោម $A$

$$A=\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{2}{(2-x)(3-x)}+\frac{3}{(1-x)(x-3)}$$

$$=\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{2}{(x-2)(x-3)}-\frac{3}{(x-1)(x-3)}$$

$$=\frac{(x-3)+2(x-1)-3(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$=\frac{x-3+2x-2-3x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$=\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កន្សោមគណនាបានគឺ }A=\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}}$ ។

## ២៨៩ រកមួយចំនួននោះ

តាង $x$ ជាមួយចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានតម្លៃ $3x$ ផ្ទុយពី $x^2$

មានន័យថា $3x=-x^2$

ដោះស្រាយ $3x=-x^2$

$$3x+x^2=0$$

$$x(3+x)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=0\\3+x=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=-3\end{cases}$$

ចំពោះ $x=0$ មិនយកព្រោះ 0 គ្មានចំនួនផ្ទុយទេ

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ }\ -3}$ ។

## ២៩០ រកលេខដែលនៅត្រង់ទីតាំងតួទី 2011

យើងមានលេខសរសេរពី 1 ដល់លេខ 999 គឺ

$N=12345678910111213..998999$

ដើម្បីរកលេខនៅត្រង់ទីតាំងតួទី 2011

យើងសិក្សាតាមផ្នែកៗដូចបង្ហាញខាងក្រោម :

-ពីលេខ $1\to 9$ មានចំនួនតួ : $9\times 1=9$ តួ

-ពីលេខ $10\to 99$ មានចំនួនតួ : $90\times 2=180$ តួ

-ពីលេខ $100\to 199$ មានចំនួនតួ : $100\times 3=300$ តួ

-ពីលេខ $200\to 299$ មានចំនួនតួ : $100\times 3=300$ តួ

-ពីលេខ $300\to 399$ មានចំនួនតួ : $100\times 3=300$ តួ

-ពីលេខ $400\to 499$ មានចំនួនតួ : $100\times 3=300$ តួ

-ពីលេខ $500\to 599$ មានចំនួនតួ : $100\times 3=300$ តួ

-ពីលេខ $600\to 699$ មានចំនួនតួ : $100\times 3=300$ តួ

បើយើងសរុបតួពីលេខ $1\to 699$ វាមានចំនួនតួគឺ

$9+180+6\times 300=1989$ តួ

យើងត្រូវការ 22 តួទៀត ដើម្បីបន្ថែមឱ្យគ្រប់តួទី 2011

ហើយតួបន្តបន្ទាប់ទៀត បន្ទាប់ពី 699 នោះគឺ :

$$700701702703704705706707708709800...999$$

តួទី 1990 តួទី 2000 តួទី 2011

ដូចនេះ **លេខដែលនៅត្រង់ទីតាំងតួទី 2011 គឺលេខ 7** ។

## ២៩១ គណនាផលបូក $S$ :

$S=f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(2011)$

យើងមាន $x(2x+1)f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=x+1 \quad (1)$

បើយើង ជំនួស $x$ ដោយ $\frac{1}{x}$ នោះយើងបាន :

$$\frac{1}{x}\left(2\cdot\frac{1}{x}+1\right)f\left(\frac{1}{x}\right)+f\left(\frac{1}{1/x}\right)=\frac{1}{x}+1$$

$$\frac{1}{x}\left(\frac{2+x}{x}\right)f\left(\frac{1}{x}\right)+f(x)=\frac{1+x}{x}$$

$$\frac{2+x}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)+f(x)=\frac{1+x}{x} \quad (2)$$

ដោយគុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការ $(2)$ នឹង $\frac{x^2}{2+x}$ ដើម្បីឱ្យមេគុណនៃ $f\left(\frac{1}{x}\right)$ ស្មើនឹង 1 យើងបាន :

$$\frac{x^2}{2+x}\left[\frac{2+x}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)+f(x)\right]=\left(\frac{x^2}{2+x}\right)\left(\frac{1+x}{x}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{x^2}{2+x}f(x)=\frac{x+x^2}{2+x} \quad (3)$$

ដោយយកសមីការ $(1)-(3)$ នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases} x(2x+1)f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=x+1 \\ f\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{x^2}{2+x}f(x)=\frac{x+x^2}{2+x} \end{cases}$$

$$\left[x(2x+1)-\frac{x^2}{2+x}\right]f(x)=(x+1)-\left(\frac{x+x^2}{2+x}\right)$$

$$\frac{(2x^2+x)(2+x)-x^2}{2+x}f(x)=\frac{(x+1)(2+x)-(x+x^2)}{2+x}$$

$$(4x^2+2x^3+2x+x^2-x^2)f(x)=x^2+3x+2-x-x^2$$

$$(4x^2+2x^3+2x)f(x)=2x+2$$

$$2x(x^2+2x+1)f(x)=2(x+1)$$

$$f(x)=\frac{2(x+1)}{2x(x+1)^2}$$

$$f(x)=\frac{1}{x(x+1)}$$

$$f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$$

ដោយឱ្យតម្លៃ $x=\{1,2,3,\ldots,2011\}$ យើងបាន :

$$+\begin{cases} f(1)=\frac{1}{1}-\frac{1}{2} \\ f(2)=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \\ f(3)=\frac{1}{3}-\frac{1}{4} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ f(2011)=\frac{1}{2011}-\frac{1}{2012} \end{cases}$$

$$S=\frac{1}{1}-\frac{1}{2012}$$

$$S=\frac{2012-1}{2012}=\frac{2011}{2012}$$

ដូចនេះ **ផលបូកគណនាបាន $S=\frac{2011}{2012}$** ។

## ២៩២ រកចំនួនគូបតិចបំផុតដែលត្រូវរៀបក្នុងប្រអប់

ដើម្បីឱ្យបានចំនួនគូបតិចបំផុតរៀបនៅក្នុងប្រអប់ នោះមាឌរបស់គូបត្រូវធំបំផុត។ នោះយើងត្រូវរកជ្រុងគូបធំបំផុតដែលវិមាត្រទាំងបីរបស់ប្រអប់ចែកដាច់ នឹងជ្រុងរបស់គូប។

-មានន័យថា ជ្រុងរបស់គូបជាតួចែករួមធំបំផុត នៃវិមាត្ររបស់ប្រអប់ ដែលយើងនឹងកំណត់

-បើតាង $a$ ជាជ្រុងរបស់គូប (គិតជា $mm$)

នាំឱ្យ $a=PGCD(180\ ,60\ ,90)=2\times3\times5=30$

ព្រោះ $180=2^2\times3^2\times5$

$600=2^3\times3\times5^2$

$90=2\times3^2\times5$

នាំឱ្យ មាឌគូបស្មើ $V=30^3=27\,000\ mm^3$

មាឌប្រអប់ស្មើ $V=180\cdot600\cdot90=9720\,000\ mm^3$

យើងបាន ចំនួនគូបដែលរៀបបានគឺ $\dfrac{9720000}{27000}=360$ គូប

ដូចនេះ **ចំនួនគូបតិចបំផុតដែលអាចរៀបបានគឺ 360 គូប**។

## ២៩៣ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x+2y=3xy & (1)\\ 6x+y=4xy & (2)\end{cases}$

ដោយសិក្សាផលដកសមីការ : $2\times(2)-(1)$

$$-\begin{cases}12x+2y=8xy\\ 2x+2y=3xy\end{cases}$$

$$10x=5xy \Leftrightarrow 10=5y \Rightarrow y=2$$

ចំពោះ $y=2$ តាមសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$2x+2\times2=3x\times2$

$2x+4=6x$

$4x=4$

$x=1$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=1\ ,\ y=2$**។

## ២៩៤ រកពីរចំនួនគត់ $a$ និង $b$

តាមបម្រាប់ : យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases}a+b=15n\\ a^2-b^2=45\end{cases}$ ដែល $n=\{1\ ,2\ ,3\ ,...\}$ ព្រោះ $a>b$

$$\begin{cases}a+b=15n\\ (a+b)(a-b)=45\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=15n\\ 15n(a-b)=45\end{cases}$$

$$\begin{cases}a+b=15n\\ n(a-b)=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=15n\\ a-b=\dfrac{3}{n}\end{cases}$$

បើ $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់នោះ $a-b$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ

នោះ $\dfrac{3}{n}$ ជាចំនួនគត់ មានន័យថា 3 ត្រូវតែចែកដាច់នឹង $n$

យើងទាញបានតម្លៃ $n$ គឺ $n=1$ ឬ $n=3$

-ចំពោះ $n=1$ : $\begin{cases}a+b=15\\ a-b=3\end{cases}$ ដោះស្រាយតាមបូកបំបាត់

$$+\begin{cases}a+b=15\\ a-b=3\end{cases}$$

$2a=18 \Rightarrow a=9$ ហើយ $b=6$

-ចំពោះ $n=3$ : $\begin{cases}a+b=45\\ a-b=1\end{cases}$ ដោះស្រាយតាមបូកបំបាត់

$$+\begin{cases}a+b=45\\ a-b=1\end{cases}$$

$2a=46 \Rightarrow a=23$ ហើយ $b=22$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយពីរគូគឺ $(a=9\ ,b=6)$ ឬ $(a=23\ ,b=22)$**។

## ២៩៥ បង្ហាញថា $A^2+B^2+C^2-ABC$ មិនអាស្រ័យនឹង $x,y,z$

យើងមាន

$$A=\frac{y}{z}+\frac{z}{y} \Leftrightarrow A^2=\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)^2=\left(\frac{y}{z}\right)^2+\left(\frac{z}{y}\right)^2+2$$

$$B=\frac{z}{x}+\frac{x}{z} \Leftrightarrow B^2=\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}\right)^2=\left(\frac{z}{x}\right)^2+\left(\frac{x}{z}\right)^2+2$$

$$C=\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \Leftrightarrow C^2=\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2=\left(\frac{x}{y}\right)^2+\left(\frac{y}{x}\right)^2+2$$

នាំឱ្យ $A^2+B^2+C^2$

$$=\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+2+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+2+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+2$$

$$=6+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}$$

ហើយ

$$ABC=\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$$

$$=\left(\frac{y}{x}+\frac{xy}{z^2}+\frac{z^2}{xy}+\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$$

$$=\left(1+\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}+1\right)$$

$$=2+\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}$$

យើងបាន $A^2+B^2+C^2-ABC$

$$=6+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-$$

$$\left(2+\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}\right)$$

$$=4$$

ដូចនេះ $\boxed{A^2+B^2+C^2-ABC=4 \text{ មិនអាស្រ័យ } x,y,z}$ ។

## ២៩៦ រកចម្ងាយគម្លាតពី C ទៅ A ខណៈពេល A រត់ដល់ទី

តាង $V_A$ , $V_B$ , $V_C$ ជាល្បឿនរៀងគ្នានៃ $A$ , $B$ , $C$

$t$ ជារយៈពេលដែល $A$ រត់ដល់ទី

$t'$ ជារយៈពេលដែល $B$ រត់ដល់ទី

បម្រាប់ : ខណៈពេល $A$ រត់ដល់ទី $B$ នៅខ្វះ $10\ m$

នាំឱ្យ $V_A\cdot t=100$ $(1)$ និង $V_B\cdot t=90$ $(2)$

យើងធ្វើផលធ្យេប $(1)$ និង $(2)$ យើងបាន :

$$\frac{V_A\cdot t}{V_B\cdot t}=\frac{100}{90}\Leftrightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{10}{9}\Rightarrow V_B=\frac{9V_A}{10}\ (i)$$

បម្រាប់បន្ត : ខណៈពេល $B$ រត់ដល់ទី $C$ នៅខ្វះ $10\ m$

នាំឱ្យ $V_B\cdot t'=100$ $(3)$ និង $V_C\cdot t'=90$ $(4)$

យើងធ្វើផលធ្យេប $(3)$ និង $(4)$ យើងបាន :

$$\frac{V_B\cdot t'}{V_C\cdot t'}=\frac{100}{90}\Leftrightarrow\frac{V_B}{V_C}=\frac{10}{9}\Rightarrow V_B=\frac{10V_C}{9}\ (ii)$$

ដោយផ្ទឹម $(i)$ & $(ii)$ នោះយើងបាន :

$$\frac{9V_A}{10}=\frac{10V_C}{9}\Rightarrow V_A=\frac{100V_C}{81}$$

បើ $t$ ជារយៈពេលដែល $A$ រត់ដល់ទី នោះ

$$V_A\cdot t=100\Leftrightarrow t=\frac{100}{V_A}$$

បើ $d$ ជាចម្ងាយដែល $C$ រត់បានក្នុងរយៈពេល $t$ នោះ

$$d=V_C\cdot t=V_C\cdot\frac{100}{V_A}=V_C\cdot\frac{100}{\frac{100V_C}{81}}=81\ m$$

មានន័យថា ខណៈពេល $t$ ដែល $A$ រត់ដល់ទីចម្ងាយ$100\ m$

ឃើញថា $C$ រត់បានតែចម្ងាយ $81\ m$ ប៉ុណ្ណោះ

នាំឱ្យ គម្លាតពី $C$ ទៅ $A$ គឺ $100\ m-81\ m=19\ m$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចម្ងាយគម្លាតពី } C \text{ ទៅ } A \text{ គឺ } 19\ m}$ ។

## ២៩៧ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases}-x+y+z=xyz & (1)\\ x-y+z=xyz & (2)\\ x+y-z=xyz & (3)\end{cases}$

ផ្ទឹម $(1)$ & $(2)$ យើងបាន :

$$-x+y+z=x-y+z\Rightarrow x=y\ (i)$$

ផ្ទឹម $(2)$ & $(3)$ យើងបាន :

$$x-y+z=x+y-z\Rightarrow y=z\ (ii)$$

ផ្ទឹម $(1)$ & $(3)$ យើងបាន :

$$-x+y+z=x+y-z\Rightarrow z=x\ (iii)$$

តាម $(i)$, $(ii)$ និង $(iii)$ យើងបាន $x=y=z$

ដោយយក $x=y=z$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន :

$$-x+x+x=x\cdot x\cdot x$$

$$x=x^3$$

$$x^3-x=0$$

$$x(x^2-1)=0$$

$$x(x-1)(x+1)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{bmatrix} x=0 \\ x-1=0 \\ x+1=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{bmatrix}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានក្រុមចម្លើយបីគឺ

$$(x=y=z=0) \text{ ឬ } (x=y=z=1) \text{ ឬ } (x=y=z=-1)$$

## ២៩៨ គណនាផលបូក $S$ :

គេឱ្យ $a\neq b\neq c$

$$\begin{aligned} S &= \frac{a}{(a-b)(a-c)}+\frac{b}{(b-c)(b-a)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)} \\ &= \frac{a}{(a-b)(a-c)}-\frac{b}{(b-c)(a-b)}+\frac{c}{(a-c)(b-c)} \\ &= \frac{a(b-c)-b(a-c)+c(a-b)}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{ab-ac-ab+bc+ac-bc}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{0}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

ដូចនេះ តម្លៃផលបូកគណនាបានគឺ $S=0$ ។

## ២៩៩ រកគ្រប់បណ្តាគូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$

យើងមាន $x^2+x+13=y^2$

នាំឱ្យ $y^2-x^2-x=13$ (គុណអង្គទាំងពីរនឹង 4)

$$\begin{aligned} 4y^2-4x^2-4x &= 52 \\ 4y^2-4x^2-4x-1 &= 52-1 \\ 4y^2-(4x^2+4x+1) &= 51 \\ (2y)^2-(2x+1)^2 &= 51 \\ (2y-2x-1)(2y+2x+1) &= 51 \end{aligned}$$

ដោយ $(x\,,\,y)$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នាំឱ្យ $(2y-2x-1)<(2y+2x+1)$

ហើយផលគុណពីរកត្តានៃចំនួនគត់ស្មើនឹង 51 គឺ :

$$51=\begin{bmatrix} 1\times 51 \\ 3\times 17 \end{bmatrix}$$

-ចំពោះ $1\times 51=51$ យើងធ្វើមកត្តាត្រូវគ្នា :

យើងបាន $\begin{cases} 2y-2x-1=1 \\ 2y+2x+1=51 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2y-2x=2 \\ 2y+2x=50 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} y-x=1 \\ y+x=25 \end{cases}$$

$$2y=26 \Rightarrow y=13$$

នោះ $x=y-1=13-1=12$

-ចំពោះ $3\times 17=51$ យើងធ្វើមកត្តាត្រូវគ្នា :

យើងបាន $\begin{cases} 2y-2x-1=3 \\ 2y+2x+1=17 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2y-2x=4 \\ 2y+2x=16 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} y-x=2 \\ y+x=8 \end{cases}$$

$$2y=10 \Rightarrow y=5$$

នោះ $x=y-2=5-2=3$

ដូចនេះ គូចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន មានពីរគូគឺ :

$$(x=12\,,\,y=13) \text{ ឬ } (x=3\,,\,y=5)$$ ។

## ៣០០ តើចំនួន $A$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យ (0) ប៉ុន្មាន ?

យើងមាន $A=2^n\cdot 5^{2n+1}$

$$\begin{aligned} &= 2^n\cdot 5^{n+(n+1)} \\ &= 2^n\cdot 5^n\cdot 5^{n+1} \\ &= 10^n\cdot 5^{n+1} \end{aligned}$$

ដោយ -ស្វ័យគុណនៃ 5 ជាចំនួនមានលេខ 5 ខាងចុងជានិច្ច

នាំឱ្យ $5^{n+1}$ ជាចំនួនដែលមានលេខ5 ខាងចុងជានិច្ច

-ហើយ $10^n$ មានលេខ 0 ចំនួន $n$ ដង

នាំឱ្យផលគុណ $10^n\cdot 5^{n+1}$ មានលេខ 0 ចំនួន $n$ ដង

ដូចនេះ ចំនួន $A=2^n\cdot 5^{2n+1}$ បញ្ចប់ដោយលេខ 0 ចំនួន $n$ ដង ។

## ៣០១ ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ac}+\frac{x-c}{ab}=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{a(x-a)+b(x-b)+c(x-c)}{abc}=2\left(\frac{bc+ac+ab}{abc}\right)$$

$$a(x-a)+b(x-b)+c(x-c)=2(ab+bc+ac)$$

$$ax-a^2+bx-b^2+cx-c^2=2ab+2bc+2ac$$

$$(a+b+c)x=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$

$$(a+b+c)x=(a+b+c)^2$$

$$x=\frac{(a+b+c)^2}{(a+b+c)}$$

$$x=(a+b+c)$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមាន } x=a+b+c \text{ ជាប្ញស}}$ ។

## ៣០២ រកប្ញសគូបនៃ $Z$ :

យើងមាន $Z=\left(8\,,\frac{\pi}{4}\right)$ មានទម្រង់ $Z=(r\,,\alpha)$

ដែល $r$ ជាម៉ូឌុល និង $\alpha$ ជាអាគុយម៉ង់

ប្ញសគូបនៃ $Z$ គឺ

$$Z_k=\left(\sqrt[3]{r}\,,\frac{\alpha+2k\pi}{3}\right) \text{ ដែល } k=\{0\,,1\,,2\}$$

-ចំពោះ $k=0$ : $Z_0=\left(\sqrt[3]{8}\,,\frac{(\pi/4)+2\cdot 0\cdot\pi}{3}\right)$

$$=\left(2\,,\frac{\pi}{12}\right)$$

-ចំពោះ $k=1$ : $Z_1=\left(\sqrt[3]{8}\,,\frac{(\pi/4)+2\cdot 1\cdot\pi}{3}\right)$

$$=\left(2\,,\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}\right)=\left(2\,,\frac{3\pi}{4}\right)$$

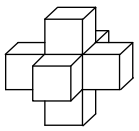
-ចំពោះ $k=2$ : $Z_2=\left(\sqrt[3]{8}\,,\frac{(\pi/4)+2\cdot 2\cdot\pi}{3}\right)$

$$=\left(2\,,\frac{\pi}{12}+\frac{4\pi}{3}\right)=\left(2\,,\frac{17\pi}{12}\right)$$

ដូចនេះ ប្ញសគូបនៃ $Z$ គណនាបានគឺ :

$$\boxed{Z_0=\left(2\,,\frac{\pi}{12}\right),\ Z_1=\left(2\,,\frac{3\pi}{4}\right),\ Z_1=\left(2\,,\frac{17\pi}{12}\right)}$$ ។

## ៣០១ រកក្រឡាផ្ទៃទាំងអស់របស់សូលីត :



យើងមានគូប 7 ផ្គុំភ្ជាប់គ្នាបានជា

សូលីតមានមាឌ $448\ cm^3$

នាំឱ្យគូបនីមួយៗមានមាឌ $V=\frac{448\ cm^3}{7}=64\ cm^3$

ទាញបានទ្រនុងរបស់គូប $a=\sqrt[3]{V}=\sqrt[3]{64\ cm^3}=4\ cm$

គូបនីមួយៗមានផ្ទៃ $6a^2$

-គិតថា : គូប៧ មានគូបមួយនៅកណ្តាលគេ បាត់ផ្ទៃអស់

និងគូប៦ ទៀតបាត់ផ្ទៃអស់១ដូចគ្នា នាំឱ្យផ្ទៃសូលីត :

$$S=7\times 6a^2-\left(6a^2\right)-\left(6\cdot a^2\right)$$

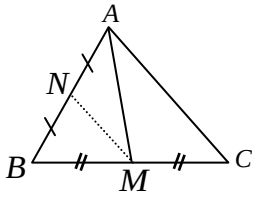
$$=42a^2-12a^2$$

$$=30a^2 \quad , \quad (a=4\ cm)$$

$$=30\cdot(4\ cm)^2=30\times 16\ cm^2=480\ cm^2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់សូលីតគឺ } S=480\ cm^2}$ ។

## ៣០៤ បង្ហាញថា $2AM<AB+AC$




-យើងមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន

នាំឱ្យ ចំណុច $M$ កណ្តាល $BC$

-យកចំណុច $N$ កណ្តាល $AB$

នាំឱ្យ $AN=\frac{AB}{2}$ $(1)$

-ក្នុងត្រីកោណ $ABC$ មាន $MN$ ជាបាតមធ្យម

នាំឱ្យ $MN=\frac{AC}{2}$ $(2)$

-ដោយបូក $(1)+(2)$ យើងបាន :

$$AN+MN=\frac{AB}{2}+\frac{AC}{2}$$

-តែ ក្នុងត្រីកោណ $AMN$ តាមវិសមភាពនៃត្រីកោណ

យើងបាន $AM<AN+MN$ នោះយើងទាញបាន :

$$AM<\frac{AB}{2}+\frac{AC}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 2AM<AB+AC$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{យើងឃើញថា } 2AM<AB+AC}$ ។

## ៣០៥ គណនាល្បឿន រយៈពេល និងចម្ងាយចរ

រំលឹករូបមន្ត ចម្ងាយចរគឺ : $d=v\times t$

តាមបម្រាប់ប្រធាន :

-បើបន្ថែមល្បឿន $3km/h$ ទៅដល់មុនពេលកំណត់ $1\,h$

នាំឱ្យបាន : $(v+3)(t-1)=d \quad (1)$

-បើបន្ថយល្បឿន $2km/h$ ទៅដល់ក្រោយពេលកំណត់ $1\,h$

នាំឱ្យបាន : $(v-2)(t+1)=d \quad (2)$

តាម (1) & (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}(v+3)(t-1)=d\\(v-2)(t+1)=d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}vt-v+3t-3=d\\vt+v-2t-2=d\end{cases}$$

$$\begin{cases}-v+3t-3=d-vt\\v-2t-2=d-vt\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-v+3t-3=0\\v-2t-2=0\end{cases}$$

ព្រោះ $d=v\times t$

បូកអង្គនិងអង្គ : $+\begin{cases}-v+3t-3=0\\v-2t-2=0\end{cases}$

$$t-5=0 \Rightarrow t=5\,h$$

ចំពោះ $v-2t-2=0$

$$v-2\times(5)-2=0$$

$$v-12=0 \Rightarrow v=12\ km/h$$

នាំឱ្យ $d=v\times t=12\times 5=60\ km$

ដូចនេះ យើងគណនាបាន ល្បឿន $v=12km/h$ រយៈពេល $t=5h$ ចម្ងាយចរ $d=60km$ ។

## ៣០៦ គណនាមួយចំនួននោះ

តាង $x$ ជាមួយចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន : $x\times x=x+x$

ឬ $x^2=2x$ នាំឱ្យ $x^2-2x=0$

$$x(x-2)=0 \text{ ទាញបាន } \begin{bmatrix}x=0\\x=2\end{bmatrix}$$

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវគណនាគឺ 0 ឬ 2 ។

## ៣០៧ រកចំនួននៃការចាប់ដៃគ្នាទាំងអស់

ការចាប់ដៃពុំមានច្រំដែលឡើយ នោះយើងគិតឃើញថា :

អ្នកទី១ ចាប់បាន9 ដង , អ្នកទី២ ចាប់បាន8 ដង

អ្នកទី៣ ចាប់បាន7 ដង , អ្នកទី៤ ចាប់បាន6 ដង ...

រហូតដល់អ្នកទី១0 បាន 0 ដង

នាំឱ្យ ចំនួនដងនៃការចាប់ដៃគ្នាគឺ :

$9+8+7+6+5+4+3+2+1+0=45$ ដង

-អ្នកអាចធ្វើតាមរបៀបម្យ៉ាងទៀតគឺ :

មនុស្សមាន ១0នាក់ ហើយចាប់ដៃគ្នាពីរៗនាក់ មានន័យថា:

វាជាបន្សំ នៃ១0ធាតុ ជ្រើសរើសយក២ធាតុ

នាំឱ្យ $C(10\ ,\ 2)=\dfrac{10\ !}{(10-2)!\cdot 2!}=\dfrac{10\cdot 9\cdot 8\ !}{8!\cdot 2!}=45$ ដង

ដូចនេះ ចំនួនដងនៃការចាប់ដៃទាំងអស់គឺ 45 ។

## ៣០៨ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $2^9+3^9$ ចែកដាច់នឹង 35

យើងមាន $2^9+3^9=\left(2^3\right)^3+\left(3^3\right)^3$

$$=\left(2^3+3^3\right)\left(2^6-2^3\cdot 3^3+3^6\right)$$

$$=(8+27)\left(2^6-2^3\cdot 3^3+3^6\right)$$

$$=35\left(2^6-2^3\cdot 3^3+3^6\right)$$

ឃើញថាលទ្ធផលនៃ $2^9+3^9$ ជាពហុគុណនៃ 35

នោះ $2^9+3^9$ ត្រូវតែចែកដាច់នឹង 35

ដូចនេះ ចំនួន $2^9+3^9$ ចែកដាច់នឹង 35 ។

## ៣០៩ សម្រួលប្រភាគសនិទាន $E$ :

យើងមាន $E=\dfrac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-5ab+6b^2}$

$$=\frac{(a-b)(a-2b)}{(a-2b)(a-3b)}=\frac{a-b}{a-3b}$$

ដូចនេះ យើងសម្រួលបាន $E=\dfrac{a-b}{a-3b}$ ។

## ៣១០ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ

តាង $x$ , $y$ , $z$ ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ គិតជា $cm$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ យើងបានផលធ្យើប

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{3+4+5}=\frac{24}{12}=2$$

ព្រោះ បរិមាត្រ $x+y+z=24\ (cm)$

យើងបាន $\frac{x}{3}=2 \Rightarrow x=6\ (cm)$

$\frac{y}{4}=2 \Rightarrow y=8\ (cm)$

$\frac{z}{5}=2 \Rightarrow z=10\ (cm)$

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណគឺ $6cm$ , $8cm$ , $10cm$ ។

## ៣១១ គណនាចំនួនគត់នោះ

តាង $\overline{ab}$ ជាចំនួនគត់ដែលមានលេខពីរខ្ទង់នោះ

នាំឱ្យយើងបាន : $0<a\le 9$ , $0\le b\le 9$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងចងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} a+b=9 \\ \overline{ba}-\overline{ab}=63 \end{cases} \quad (*)$$

ពិនិត្យ $\overline{ba}-\overline{ab}=(10b+a)-(10a+b)$

$=10b+a-10a-b$

$=-9a+9b$

$=9(-a+b)$

នោះយើងបាន ប្រព័ន្ធសមីការ $(*)$ ទៅជា :

$$\begin{cases} a+b=9 \\ 9(-a+b)=63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=9 \\ -a+b=7 \end{cases}$$

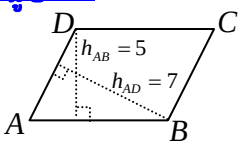
តាមវិធីបូកបំបាត់ $+\begin{cases} a+b=9 \\ -a+b=7 \end{cases}$

$2b=16 \Rightarrow b=8$

ទាញបាន $a=9-b \Leftrightarrow a=9-8 \Rightarrow a=1$

ដូចនេះ ចំនួនគត់នោះគឺ $\overline{ab}=18$ ។

## ៣១២ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡ្រក្រាម $ABCD$ :




តាង $h_{AB}=5$ ត្រូវនឹងជាត $AB$

$h_{AD}=7$ ត្រូវនឹងជាត $AD$

យើងបាន ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡ្រាម $ABCD$ គឺ

$S_{ABCD}=AB\cdot h_{AB}$ ឬ $S_{ABCD}=AD\cdot h_{AD}$

នាំឱ្យ $AB\cdot h_{AB}=AD\cdot h_{AD}$ ទាញបាន $\frac{h_{AB}}{h_{AD}}=\frac{AD}{AB}$

តាមបម្រាប់ សមាមាត្រកម្ពស់ $5:7$ គឺ $\frac{h_{AB}}{h_{AD}}=\frac{5}{7}$

នាំឱ្យ $\frac{AD}{AB}=\frac{5}{7} \Leftrightarrow 5AB=7AD$

$\Rightarrow 5AB-7AD=0 \quad (1)$

បម្រាប់បរិមាត្រ $2(AB+AD)=48\ (cm)$

$AB+AD=24 \quad (2)$

តាម $(1)\ \&\ (2)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$\begin{cases} 5AB-7AD=0 \\ AB+AD=24 \end{cases}$ បូកបំបាត់ដោយយកសមីការ $(2)\times 7$

យើងបាន $+\begin{cases} 5AB-7AD=0 \\ 7AB+7AD=168 \end{cases}$

$12AB=168 \Rightarrow AB=14$

ដោយ $5AB=7AD \Rightarrow AD=\frac{5AB}{7}=\frac{5\times 14}{7}=10$

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុងប្រលេឡ្រក្រាមក្រោយពីគណនាបាន គឺ : $AB=14\ cm$ , $AD=10\ cm$ ។

## ៣១៣ រកតម្លៃ $x$ ដើម្បីឱ្យ $P$ មានតម្លៃតូចបំផុត

យើងមាន $P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$

$=[(x-1)(x+6)][(x+2)(x+3)]$

$=(x^2+5x-6)(x^2+5x+6)$

$=(x^2+5x)^2-6^2$

$=(x^2+5x)^2-36$

ដោយ $(x^2+5x)^2\ge 0$ នាំឱ្យ $(x^2+5x)^2-36\ge -36$

នោះតម្លៃ $P=(x^2+5x)^2-36 \Rightarrow P\ge -36$

មានន័យថា $P$ មានតម្លៃតូចបំផុតស្មើ $-36$

ចំពោះ $x^2+5x=0 \Leftrightarrow x(x+5)=0$

នាំឱ្យ $x=0$ , $x=-5$

ដូចនេះ $\boxed{x=0\ ,\ x=-5 \text{ ជាតម្លៃដែលធ្វើឱ្យ } P=-36 \text{ ជាតម្លៃតូចបំផុត}}$ ។

## ៣១៤ រកចំនួនមនុស្ស និងចំនួនកៅអី

***-របៀបទី១ :*** ( តាមប្រព័ន្ធសមីការ )

តាង $x$ ជាចំនួនមនុស្ស និង $y$ ជាចំណួនកៅអី

ដែល $x$ និង $y$ ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x-y=4 \\ y-4=\dfrac{x}{2} \end{cases}$

ទាញឱ្យងាយ $\begin{cases} x-y=4 \\ x-2y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4+y & (1) \\ x=2y-8 & (2) \end{cases}$

ដោយផ្ទឹម $(1)\ \&\ (2)$ នោះយើងបាន :

$$2y-8=4+y$$
$$2y-y=4+8$$
$$y=12$$

តាម $(1)$ : $x=4+y \Leftrightarrow x=4+12 \Rightarrow x=16$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មនុស្សមានចំនួន } 16 \text{ នាក់ ,កៅអីមានចំនួន } 12}$ ។

***-របៀបទី២*** : ( តាមសមីការ)

តាង $x$ ជាចំនួនមនុស្ស នោះចំនួនកៅអីគឺ $x-4$

ដែល $x$ ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងបានសមីការ :

$$\frac{x}{2}=(x-4)-4$$
$$x=2x-16$$
$$x=16$$

នាំឱ្យ ចំនួនកៅអីគឺ $x-4=16-4=12$

ដូចនេះ $\boxed{\text{មនុស្សមានចំនួន } 16 \text{ នាក់ ,កៅអីមានចំនួន } 12}$ ។

## ៣១៥ បង្ហាញថាផលគុណនៃពីរចំនួននោះតូចជាង ឬស្មើ $\frac{1}{4}$

តាង $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួននោះ

តាមបម្រាប់ $a+b=1$ ( លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

យើងបាន $(a+b)^2=1^2$

$$a^2+2ab+b^2=1$$
$$2ab=1-(a^2+b^2) \quad (1)$$

ម្យ៉ាងទៀត បើ $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួននោះយើងបាន :

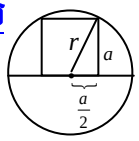
$$(a-b)^2 \geq 0$$
$$a^2-2ab+b^2 \geq 0$$
$$\Rightarrow \quad 2ab \leq (a^2+b^2) \quad (2)$$

ដោយបូកអង្គនិងអង្គនៃ $(1)$ និង $(2)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases} 2ab=1-(a^2+b^2) \\ 2ab \leq (a^2+b^2) \end{cases}$$
$$4ab \leq 1 \quad \Rightarrow \quad ab \leq \frac{1}{4}$$

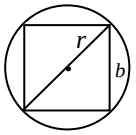
ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលគុណនៃពីរចំនួននោះតូចជាង ឬស្មើ } \frac{1}{4}}$ ។

## ៣១៦ រកផ្ទៃការេដែលចារឹកក្នុងរង្វង់ទាំងមួល




តាង $s$ និង $a$ ជាផ្ទៃ និងជ្រុង នៃការេតូច

$S$ និង $b$ ជាផ្ទៃ និងជ្រុង នៃការេធំ




តាមបម្រាប់ : $s=100\ cm^2$

នាំឱ្យ $a^2=s=100$ នោះ $a=10\ cm$

តាមទ្រឹស្តីបទពីរតាគ័រ $r$ ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស ( កាំរង្វង់)

នោះ $r^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2=\left(\frac{10}{2}\right)^2+10^2=125\ cm^2$

និង $(2r)^2=b^2+b^2 \Leftrightarrow 4r^2=2b^2 \Rightarrow b^2=2r^2$

យើងបាន ផ្ទៃក្រឡាការេធំគឺ $S=b^2$

នាំឱ្យ $S=2r^2 \Leftrightarrow S=2\cdot 125 \Rightarrow S=225\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃការេចារឹកក្នុងរង្វង់ទាំងមួលគឺ } S=225\ cm^2}$ ។

**ឧទាហរណ៍ ៣១៧ កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត $a$ និង $b$ :**

យើងមាន $a^2+b^2=0$

ព្រោះតម្លៃនៃចំនួនពិត $a$ និង $b$ នោះយើងបាន :

$$a^2\geq 0 \quad , \quad b^2\geq 0$$

នាំឱ្យ $a^2+b^2\geq 0$

ចំពោះ $a^2+b^2=0$ មានករណីតែមួយគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ គឺ $\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$ (គ្មានករណីណាផ្សេងទៀតឡើយ)

ដូចនេះ **ចំនួនពិតកំណត់បានគឺ $a=0$ និង $b=0$** ។

**ឧទាហរណ៍ ៣១៨ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ**

យើងមាន $\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4} & (1)\\ xy+yz+zx=26 & (2)\end{cases}$

តាមសមាមាត្រនោះយើងបាន

$$(1):\ \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{2+3+4}=\frac{x+y+z}{9}$$

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{9}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{(x+y+z)^2}{81}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)}{81}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2+2\times 26}{81}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2+52}{81} \quad (i)$$

ព្រោះតាម $(2):\ xy+yz+zx=26$

តែតាមសមាមាត្រ

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2}{4+9+16}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2}{29} \quad (ii)$$

តាម $(i)$ និង $(ii)$ នោះយើងបាន :

$$\frac{x^2+y^2+z^2+52}{81}=\frac{x^2+y^2+z^2}{29}$$

$$29(x^2+y^2+z^2+52)=81(x^2+y^2+z^2)$$

$$29(x^2+y^2+z^2)+29\times 52=81(x^2+y^2+z^2)$$

$$81(x^2+y^2+z^2)-29(x^2+y^2+z^2)=29\times 52$$

$$52(x^2+y^2+z^2)=29\times 52$$

$$x^2+y^2+z^2=29$$

នោះយើងបាន : $\dfrac{x^2}{4}=\dfrac{y^2}{9}=\dfrac{z^2}{16}=\dfrac{29}{29}=1$

នាំឱ្យយើងទាញបាន :

$$\frac{x^2}{4}=1 \quad\Leftrightarrow\quad x^2=4 \quad\Rightarrow\quad x=\pm 2$$

$$\frac{y^2}{9}=1 \quad\Leftrightarrow\quad y^2=9 \quad\Rightarrow\quad y=\pm 3$$

$$\frac{z^2}{16}=1 \quad\Leftrightarrow\quad z^2=16 \quad\Rightarrow\quad z=\pm 4$$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយត្រូវគ្នាគឺ : $(x,y,z=-2,-3,-4)$ ឬ $(x,y,z=2,3,4)$** ។

**ឧទាហរណ៍ ៣១៩ គណនាតម្លៃគត់ នៃកន្សោមលេខ $E$ :**

យើងមាន $E=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

នាំឱ្យ $E^3=\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^3$

$$=(2+\sqrt{5})+3\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)^2\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)+$$

$$+3\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^2+(2-\sqrt{5})$$

$$=4+3\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)$$

$$=4+3\sqrt[3]{2^2-\sqrt{5^2}}E$$

$$E^3=4-3E$$

យើងបាន $E^3+3E-4=0$

$(E-1)(E^2+E-4)=0$ នាំឱ្យ $\begin{cases}E-1=0\\E^2+E-4=0\end{cases}$

ក្រោយពីដោះស្រាយមានតែតម្លៃគត់ $E=1$ ប៉ុណ្ណោះ

ដូចនេះ **គណនាតម្លៃគត់បានគឺ $E=1$** ។

## ៣២០ គណនាផលបូកចម្រាសនៃចំនួនទាំងពីរ

តាង $a$ និង $b$ ជាពីរចំនួននោះ

នាំឱ្យផលបូកចម្រាសចំនួនទាំងពីរគឺ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

-របៀបទី១ : យើងគណនា តាមតម្រូវភាគបែងរួមគឺ $ab$

នាំឱ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}$

ដោយបម្រាប់ ផលបូក $a+b=12$ និងផលគុណ $ab=4$

គេបាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{12}{4}=3$ នោះ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$

-របៀបទី២ : ដោយចែកអង្គ និងអង្គ

យើងមាន $a+b=12$

ដោយចែកអង្គទាំងពីរនឹង $ab$ យើងបាន :

$\frac{a+b}{ab}=\frac{12}{ab} \Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{12}{4}=3$ ព្រោះ $ab=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផលបូកចម្រាសចំនួនទាំងពីរគឺ } \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3}$ ។

## ៣២១ គណនារក $r$ និង $s$ :

បើ $x^2+3x+8$ ជាកត្តាមួយនៃកន្សោម $x^4+rx^2+s$ នោះ

$$\begin{aligned}x^4+rx^2+s&=(x^2+3x+8)(x^2+ax+b)\\&=x^4+ax^3+bx^2+3x^3+3ax^2+3bx+\\&\quad+8x^2+8ax+8b\\&=x^4+(a+3)x^3+(b+3a+8)x^2+\\&\quad+(3b+8a)x+8b\end{aligned}$$

ដោយផ្ទឹមលេខមេគុណត្រូវគ្នានៃ $x$ នោះគេបាន :

$$\begin{cases}a+3=0\\r=b+3a+8\\3b+8a=0\\s=8b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\r=b-9+8\\3b-24=0\\s=8b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\r=7\\b=8\\s=64\end{cases}$$

គេបាន $x^4+7x^2+64=(x^2+3x+8)(x^2-3x+8)$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃគណនាបានគឺ } r=7 \text{ និង } s=64}$ ។

## ៣២២ គណនា $A$ :

យើងមាន $A=2\times4\times6\times\ldots\times2n$

$$\begin{aligned}&=(2\times1)\times(2\times2)\times(2\times3)\times\ldots\times(2\times n)\\&=(\underbrace{2\times2\times2\times\ldots\times2}_{\text{n ដងនៃលេខ 2}})(1\times2\times3\times\ldots\times n)\\&=2^n\cdot n!\end{aligned}$$

ព្រោះ $\underbrace{2\times2\times2\times\ldots\times2}_{\text{n ដងនៃលេខ 2}}=2^n$

និង $n!=1\times2\times3\times\ldots\times n$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃដែលគណនាបាន } A=2^n\cdot n!}$ ។

## ៣២៣ គណនា $\sqrt[1024]{S+1}$ :

យើងមាន

$$\begin{aligned}S&=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})\\&=(2-1)(1+2)(1+2^2)(1+2^4)\times\ldots\times(1+2^{1024})\\&=(2^2-1)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})\\&=(2^4-1)(1+2^4)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})\\&=(2^8-1)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})\\&=\ldots\\&=(2^{1024}-1)(1+2^{1024})\\&=2^{2048}-1\end{aligned}$$

នាំឱ្យ $\sqrt[1024]{S+1}=\sqrt[1024]{2^{2048}-1+1}$

$$\begin{aligned}&=\sqrt[1024]{2^{2048}}\\&=\sqrt[1024]{(2^2)^{1024}}=2^2=4\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \sqrt[1024]{S+1}=4}$ ។

## ៣២៤ គណនា $A$ :

មាន $A=\frac{2012}{1234568^2-1234567\times12345679}$

$$\begin{aligned}&=\frac{2012}{1234568^2-(1234568-1)(1234568+1)}\\&=\frac{2012}{1234568^2-(1234568^2-1)}=\frac{2012}{1}=2012\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } A=2012}$ ។

## ៣២៥ រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ :

យើងមាន $4+n^4=\left(n^4+4n^2+4\right)-4n^2$

$$=\left(n^2+2\right)^2-(2n)^2$$
$$=\left(n^2+2-2n\right)\left(n^2+2+2n\right)$$
$$=\left(n^2-2n+2\right)\left(n^2+2n+2\right)$$

ដោយ $n\in\mathbb{N}$ នោះត្រូវតែ $\left(n^2-2n+2\right)<\left(n^2+2n+2\right)$

បើ $4+n^4$ ជាចំនួនបឋម នោះវាជាផលគុណពីរកត្តា ដែលកត្តាទី១ស្មើនឹង 1 និងកត្តាទី២ស្មើនឹងខ្លួនឯង យើងបាន :

$$\begin{cases}n^2-2n+2=1\\ n^2+2n+2=4+n^4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n^2-2n+1=0\\ n^4-n^2-2n+2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(n-1)^2=0\\ n^2\left(n^2-1\right)-2(n-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n-1=0\\ (n-1)\left(n^3-n^2-2\right)=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}n=1\\ (n-1)^2\left(n^2+2n+2\right)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}n=1\\ n^2+2n+2=0\end{cases}$$

ចំពោះ $n^2+2n+2=0$ មាន :

$\Delta'=1-2=-1<0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ ចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលរកបានគឺ $n=1$ ។

## ៣២៦ រកលេខខាងចុងនៃផលគុណ :

យើងមាន $7^{2012}\times2013^{2010}\times7^{2000}\times2013^{2012}$

$$=7^{2012}\times7^{2000}\times2013^{2010}\times2013^{2002}$$
$$=7^{2012+2000}\times2013^{2010+2002}$$
$$=7^{4012}\times2013^{4012}$$
$$=(7\times2013)^{4012}$$
$$=14091^{4012}$$
$$=\ldots1$$

ស្វ័យគុណនៃមួយចំនួនដែលមានលេខ១ខាងចុង ស្មើនឹងមួយចំនួនដែលមានលេខ១ នៅខាងចុងជានិច្ច ។

ដូចនេះ លេខខាងចុងនៃផលគុណគឺ 1 ។

## ៣២៧ គណនារកលេខខាងចុងនៃ $A$ :

មាន $A=2012^{2013}=(2010+2)^{2013}$

ដោយ 2010 មានលេខខាងចុង 0 នោះលេខខាងចុងនៃ $(2010+2)^{2013}$ អាស្រ័យលើលេខខាងចុងនៃ $2^{2013}$

-ពិនិត្យ លក្ខណៈទូទៅចំពោះស្វ័យគុណនៃ 2 គឺ :

ចំពោះ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,\ldots$ នោះលេខចុងនៃ $2^n$ គឺ $2,4,8,6,2,4,8,6,\ldots$ មានទម្រង់ទូទៅគឺ :

$2^n$ មានលេខខាងចុង 2 បើ $n=4k+1$, $k\in\mathbb{N}$

$2^n$ មានលេខខាងចុង 4 បើ $n=4k+2$, $k\in\mathbb{N}$

$2^n$ មានលេខខាងចុង 8 បើ $n=4k+3$, $k\in\mathbb{N}$

$2^n$ មានលេខខាងចុង 6 បើ $n=4k$, $k\in\mathbb{N}$

ដោយ $2013=4\times503+1$ មានទម្រង់ $n=4k+1$

នាំឱ្យ $2^{2013}=2^{4\times503+1}$ មានលេខខាងចុងគឺ 2

ដូចនេះ លេខខាងចុងនៃ $A$ គឺ 2 ។

## ៣២៨ រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ :

ចំពោះ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,\ldots$ នោះយើងបាន $2^n$ គឺ $2,4,8,16,32,64,128,256,\ldots$ ហើយសំណល់ចែកនៃ $2^n$ នឹង 7 គឺ $2,4,1,2,4,1,2,4,1,\ldots$

ដែលសំណល់នៃផលចែកនេះមានទម្រង់ទូទៅគឺ :

-បើ $n=3k+1$, $k\in\mathbb{N}$ នោះ $2^n\div7$ មានសំណល់ 2

-បើ $n=3k+2$, $k\in\mathbb{N}$ នោះ $2^n\div7$ មានសំណល់ 4

-បើ $n=3k$, $k\in\mathbb{N}$ នោះ $2^n\div7$ មានសំណល់ 1

ចំពោះករណី $2^n\div7$ មានសំណល់ 1 ដែល $n=3k$

នាំឱ្យ $2^n-1\div7$ មានសំណល់ 0 ដែល

មានន័យថា $2^n-1$ ចែកដាច់នឹង 7 ក្នុងករណី $n=3k$

ដូចនេះ $2^n-1$ ចែកដាច់នឹង 7 កាលណា $n$ ជាពហុគុណនៃ 3 ។

**៣២៩ បង្ហាញថា $12^{2012}-2^{2008}$ ចែកដាច់នឹង 10 :**

ដើម្បីឱ្យ $12^{2012}-2^{2008}$ ចែកដាច់នឹង 10 យើងគ្រាន់តែបង្ហាញថាផលកងនៃ $12^{2012}-2^{2008}$ មានលេខសូន្យនៅខាងចុង ។

លេខចុងនៃ$12^{2012}-2^{2008}$ អាស្រ័យលើលេខចុងនៃ$2^{2012}-2^{2008}$

-សិក្សាស្វ័យគុណនៃ 2 គឺ :

ចំពោះ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,\ldots$ នោះលេខចុងនៃ $2^n$ គឺ $2,4,8,6,2,4,8,6,\ldots$ មានទម្រង់ទូទៅគឺ : $2^n$ មានលេខខាងចុង 2 បើ $n=4k+1$, $k\in\aleph$

$2^n$ មានលេខខាងចុង 4 បើ $n=4k+2$, $k\in\aleph$

$2^n$ មានលេខខាងចុង 8 បើ $n=4k+3$, $k\in\aleph$

$2^n$ មានលេខខាងចុង 6 បើ $n=4k$ , $k\in\aleph$

ដោយ $2^{2012}=2^{4\times503}$ មានទម្រង់ $2^{4k}$

នាំឱ្យ $2^{2012}$ ជាចំនួនមានលេខ 6 នៅខាងចុង

និង $2^{2008}=2^{4\times502}$ មានទម្រង់ $2^{4k}$

នាំឱ្យ $2^{2008}$ ជាចំនួនមានលេខ 6 នៅខាងចុងដែរ

យើងបានផលដកនៃ $12^{2012}-2^{2008}$ មានលេខ 0 នៅខាងចុង

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួន } 12^{2012}-2^{2008} \text{ ចែកដាច់នឹង } 10}$ ។

**៣៣០ បង្ហាញថា $A$ ចែកដាច់នឹង 30 :**

ចំពោះ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n$ យើងបាន :

$$\begin{aligned}A&=n^5-n\\&=n(n^4-1)\\&=n(n^2-1)(n^2+1)\\&=n(n-1)(n+1)((n^2-4)+5)\\&=n(n-1)(n+1)(n^2-4)+5n(n-1)(n+1)\\&=n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)+5n(n-1)(n+1)\\&=(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)+5(n-1)n(n+1)\end{aligned}$$

ដោយ $(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$ ជាប្រាំចំនួនតគ្នា

នោះចំនួននេះ ត្រូវចែកដាក់នឹង 2 , 3 និង 5

ឬចំនួននេះត្រូវតែចែកដាច់នឹង 6 និង 5

ហើយ $5(n-1)n(n+1)$ មាន $(n-1)n(n+1)$ ជាបីចំនួនគត់តគ្នានោះ $5(n-1)n(n+1)$ ត្រូវតែចែកដាច់នឹង 2 , 3 និង 5 ឬចំនួននេះត្រូវតែចែកដាច់នឹង 6 និង5

ដោយ $PGCD(6,5)=1$ នោះចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 6 និង5 ជាជំនួនដែលចែកដាច់នឹង 30

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួន } A=n^5-n \text{ ចែកដាច់នឹង } 30}$ ។

**៣៣១ គណនា $f(x)$ :**

យើងមាន $f(x)=x^3-3x$

ចំពោះ $x=\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ នាំឱ្យ

$$\begin{aligned}x^3&=\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^3\\&=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+3\sqrt[3]{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}\times x\\&=2\sqrt{3}+3\sqrt[3]{\sqrt{3^2}-\sqrt{2^2}}\times x\\&=2\sqrt{3}+3x\end{aligned}$$

ទាញបាន $x^3-3x=2\sqrt{3}$ នោះ $f(x)=x^3-3x=2\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } f(x)=2\sqrt{3}}$ ។

**៣៣២ រកពីរចំនួនគត់ $a$ និង $b$ :**

បម្រាប់ $a+b=92$ នាំឱ្យ $a+1+b=93$

ដោយ $a+1$ ជាពហុគុណនៃ $b$ នោះ $a+1=kb$, $k\in\aleph$

យើងបាន $kb+b=93 \Leftrightarrow (k+1)b=93$

នាំឱ្យ $b=\dfrac{93}{k+1}$ ដោយ $b$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នោះ 93 ត្រូវតែចែកដាច់នឹង $k+1$

ដោយ $93=\begin{cases}1\times93\\3\times31\end{cases}$ នោះ $k+1=\begin{cases}1\\93\\3\\31\end{cases}\Rightarrow k=\begin{cases}0\\92\\2\\30\end{cases}$

-ចំពោះ $k=0$ នោះ $b=93$ មិនយក ព្រោះ$a+b=92$

-ចំពោះ $k=92$ នោះ $b=1$

-ចំពោះ $k=2$ នោះ $b=31$

-ចំពោះ $k=30$ នោះ $b=3$

យើងបាន $b=\begin{cases}1\\31\\3\end{cases}$ នាំឱ្យ $a=92-b=\begin{cases}92-1=91\\92-31=61\\92-3=89\end{cases}$

ដូចនេះ ចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលរកឃើញ $(a=91\,,\,b=1)$ $(a=61\,,\,b=31)$ និង $(a=89\,,\,b=3)$ ។

**ពាក្យ៣៣ បង្ហាញថា $P$ ចែកដាច់នឹង $P'$ :**

មាន $P=(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(n+n)$

ហើយ $P'=1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1)$ នោះយើងបាន :

$$\begin{aligned}n!\cdot P&=n!\cdot(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(n+n)\\&=1\times2\times\ldots\times n(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(n+n)\\&=1\times2\times\ldots\times n(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(2n)\\&=(1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1))(2\times4\times6\times\ldots\times(2n))\\&=P'\times((2\times1)(2\times2)(2\times3)\times\ldots\times(2\times n))\\&=P'\times(1\times2\times\ldots\times n)(2\times2\times2\times\ldots\times2)\end{aligned}$$

$$n!\cdot P=P'\times n!\times2^n$$

$$P=2^n\times P'$$

តាមលទ្ធផលបង្ហាញថា $P$ ចែកដាច់នឹង $P'$ បានផលចែក $2^n$

ដូចនេះ $P$ ចែកដាច់នឹង $P'$ បានផលចែក $2^n$ ។

**ពាក្យ៣៤ គណនា $a+b$ :**

យើងមាន $\overline{2a3}+326=\overline{5b9}$ ដែល $0\le a\le9\,,0\le b\le9$

បម្រាប់ប្រធាន : $\overline{5b9}$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឱ្យ $5+b+9$ ចែកដាច់នឹង 9 នោះមានតែ $b=4$

ព្រោះ $5+4+9=18$ ចែកដាច់នឹង 9

យើងបាន $\overline{2a3}+326=549$

$\overline{2a3}=223$ ទាញបាន $a=2$

នាំឱ្យ $a+b=2+4=6$

ដូចនេះ យើងគណនាបាន $a+b=6$ ។

**ពាក្យ៣៥ គណនាកន្សោម $A$ :**

យើងមាន $a^2+a=-1$ និង

$$\begin{aligned}A&=a^4+2a^3+4a^2+3a+3\\&=a^4+2a^3+a^2+3a^2+3a+3\\&=(a^4+2a^3+a^2)+(3a^2+3a)+3\\&=(a^2+a)^2+3(a^2+a)+3\\&=(-1)^2+3(-1)+3\\&=1-3+3\\&=1\end{aligned}$$

ដូចនេះ កន្សោម $A=1$ ត្រូវបានគណនា ។

**ពាក្យ៣៦ គណនា $A$ ឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណបីកត្តា :**

យើងមាន $A=\dfrac{\sqrt2-2}{\sqrt{12}+\sqrt8+3+\sqrt6}$

$$\begin{aligned}&=\frac{\sqrt2-2}{(\sqrt{12}+\sqrt8)+(3+\sqrt6)}\\&=\frac{\sqrt2-2}{\sqrt4(\sqrt3+\sqrt2)+\sqrt3(\sqrt3+\sqrt2)}\\&=\frac{\sqrt2-2}{(\sqrt3+\sqrt2)(\sqrt4+\sqrt3)}\\&=\frac{(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4-\sqrt3)}{(\sqrt3+\sqrt2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4+\sqrt3)(\sqrt4-\sqrt3)}\\&=\frac{(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4-\sqrt3)}{(3-2)(4-3)}\\&=(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4-\sqrt3)\end{aligned}$$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(2-\sqrt3)$ ។

**ពាក្យ៣៧ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $E$ :**

យើងមាន $S=\dfrac{2^2+4^2+6^2+\ldots+200^2}{3^2+6^2+9^2+\ldots+300^2}$

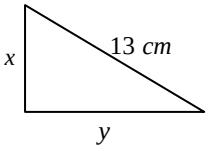
$$\begin{aligned}&=\frac{2^2(1+2^2+3^2+\ldots+100^2)}{3^2(1+2^2+3^2+\ldots+100^2)}\\&=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}\end{aligned}$$

ដូចនេះ តម្លៃលេខគណនាបាន $E=\dfrac{4}{9}$ ។

## ៣៣៨ រកអង្កាស់ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ :

តាង $x$ និង $y$ ជាអង្កាស់ជ្រុងមុំកែង

ដែល $x>0$ , $y>0$ គិតជា $cm$




តាមបម្រាប់យើងបាន :

$$\begin{cases} x^2+y^2=13^2 \\ x+y=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=169 \\ x+y=17 \end{cases}$$

ចំពោះ $x+y=17$ លើកអង្គទាំងទាំងពីរជាការេ

$$x^2+2xy+y^2=289$$

$$2xy=289-\left(x^2+y^2\right)$$

$$xy=\frac{289-169}{2}=60$$

ដោយ $\begin{cases} x+y=17=5+12 \\ xy=60=5\times 12 \end{cases}$

នោះ $x=5, y=12$ ឬ $x=12, y=5$

ដូចនេះ ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ $5cm$ និង $12cm$ ។

## ៣៣៩ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$ :

ពិនិត្យ $9>8 \Leftrightarrow 3^2>2^3 \Rightarrow \left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}>\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$ $(*)$

និង $2^{\sqrt{9}}>2^{\sqrt{6}} \Rightarrow \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}>\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}}$ $(**)$

តាមទំនាក់ទំនង $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន :

$\left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}>\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}}$ ទាញបាន $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

## ៣៤០ បង្ហាញថា $A<6$ :

$$A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots+\sqrt{6}}}}+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\ldots+\sqrt[3]{24}}}}$$

ដោយ $+\begin{cases} \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots+\sqrt{6}}}}<\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots+\sqrt{9}}}}=3 \\ \sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\ldots+\sqrt[3]{24}}}<\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\ldots+\sqrt[3]{27}}}=3 \end{cases}$

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots+\sqrt{6}}}}+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\ldots+\sqrt[3]{24}}}<6$$

$$A<6$$

ដូចនេះ $A<6$ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

## ៣៤១ ដោះស្រាយសមីការ :

$$\frac{x-4}{2008}+\frac{x-3}{2009}-\frac{x-2}{2010}-\frac{x-1}{2011}=0$$

$$\frac{x-2012+2008}{2008}+\frac{x-2012+2009}{2009}-\frac{x-2012+2010}{2010}-\frac{x-2012+2011}{2011}=0$$

$$\frac{x-2012}{2008}+1+\frac{x-2012}{2009}+1-\frac{x-2012}{2010}-1-\frac{x-2012}{2011}-1=0$$

$$\frac{x-2012}{2008}+\frac{x-2012}{2009}-\frac{x-2012}{2010}-\frac{x-2012}{2011}=0$$

$$(x-2012)\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\right)=0$$

នាំឱ្យ $x-2012=0 \Rightarrow x=2012$

ហើយ $\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\neq 0$

ដូចនេះ $x=2012$ ជាឫសនៃសមីការ ។

## ៣៤២ រកបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នា $x$ , $y$ និង $z$ :

យើងមាន $\begin{cases} x+y=6 \\ y+z=10 \end{cases}$

យើងឱ្យតម្លៃនៃ $x$ ដើម្បីគណនាតម្លៃរបស់ $y$ និង $z$ :

ដោយ $x+y=6$ នាំឱ្យ $0<x<6$ នោះ :

បើ $x=1$ យើងបាន $y=5$ និង $z=5$ (មិនយក)

$x=2$ យើងបាន $y=4$ និង $z=6$ (យក)

$x=3$ យើងបាន $y=3$ និង $z=7$ (មិនយក)

$x=4$ យើងបាន $y=2$ និង $z=8$ (យក)

$x=5$ យើងបាន $y=1$ និង $z=9$ (យក)

ដូចនេះ បីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ :
$(x=2, y=4, z=6), (x=4, y=2, z=8)$
$(x=5, y=1, z=9)$ ។

## ៣៤៣ ដោះស្រាយសមីការ :

$\sqrt{x+1}=x-1$ លើកអង្គទាំងពីរជាការេ

$x+1=x^2-2x+1$

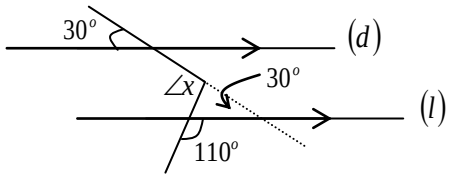
$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0 \Rightarrow x=0$ មិនយក ព្រោះមិនផ្ទៀងផ្ទាត់

$x=3$ យក

ដូចនេះ សមីការមាន $x=3$ ជាឫស ។

## ៣៤៤ គណនាមុំ $\angle x$ :




បន្លាយជ្រុងនៃមុំ $\angle x$ ឱ្យកាត់បន្ទាត់ $(l)$

នោះយើងបានត្រីកោណមួយ នៅក្នុងបន្ទាត់ស្រប ដែលមានមុំ $\angle x$ ជាមុំក្រៅនៃត្រីកោណនេះ មានរង្វាស់ស្មើផលបូកមុំក្នុងពីរដែលមិនជាប់នឹងវា ។

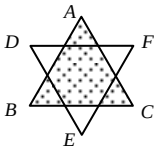
យើងបាន : $\angle x = 30^o + (180^o - 110^o) = 100^o$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{មុំ } \angle x = 100^o \text{ ត្រូវបានគណនាបង្ហាញ}}$ ។

## ៣៤៥ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃរូប :

រំលឹក ត្រីកោណសម័ង្សដែលមានជ្រុង $a$ នោះកម្ពស់របស់វាគឺ : $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a$

ក្រឡាផ្ទៃរូបនេះ បានពីផ្ទៃត្រីកោណធំមួយនិងត្រីកោណតូចបី ដែលសុទ្ធតែត្រីកោណសម័ង្ស ។




បើ $S_{\Delta B}$ ជាផ្ទៃត្រីកោណធំ ( $Big$ =ធំ )

និង $S_{\Delta S}$ ជាផ្ទៃត្រីកោណតូច ( $Small$ =តូច )

នាំឱ្យ $S = S_{\Delta B} + 3S_{\Delta S}$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 \times 3\right) + 3\left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \times 1\right)$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$= 3\sqrt{3} \ cm^2$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រឡាផ្ទៃនៃរូបគឺ } S = 3\sqrt{3} \ cm^2}$ ។

## ៣៤៦ បំពេញលេខក្នុងប្រអប់ :

យើងអាចបំពេញបានតាមបម្រាប់ប្រធាន ដូចខាងក្រោម :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 | →15 |
| 9 | 5 | 1 | →15 |
| 4 | 3 | 8 | →15 |
| ↓15 | ↓15 | ↓15 | ↘15 |

(15 ↑)

## ៣៤៧ ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ

យើងមាន : $\frac{a}{24} = \frac{b}{18} = \frac{c}{12}$ និង $b + c = 10 \ cm$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងបាន :

$$\frac{b}{18} = \frac{c}{12} = \frac{b+c}{18+12} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

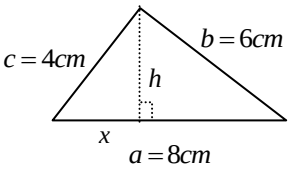
នាំឱ្យ $\frac{a}{24} = \frac{b}{18} = \frac{c}{12} = \frac{1}{3}$

ទាញបាន $\begin{cases} \frac{a}{24} = \frac{1}{3} \\ \frac{b}{18} = \frac{1}{3} \\ \frac{c}{12} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 24 \\ 3b = 18 \\ 3c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \\ c = 4 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l} \text{រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណដែលគណនាបានគឺ :} \\ a = 8cm \ , \ b = 6cm \ , \ c = 4am \end{array}}$

## ខ. គណនារង្វាស់កម្ពស់ដែលត្រូវនឹងជ្រុង $a$ :

យើងគូសរូបបានតាមលទ្ធផល :




តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

យើងបាន :

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 4^2 \\ (8-x)^2 + h^2 = 6^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 16 & (1) \\ 64 - 16x + x^2 + h^2 = 36 & (2) \end{cases}$$

យក $(1)$ ជំនួសក្នុង $(2)$ យើងបាន :

$$64 - 16x + 16 = 36$$

$$-16x = 80 - 36$$

$$x = \frac{-44}{-16} \Rightarrow x = \frac{11}{4}$$

ចំពោះ $x = \frac{11}{4}$ នោះ $h^2 = 16 - x^2$

នាំឱ្យ $h = \sqrt{16 - \left(\frac{11}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{256-121}{16}} = \frac{\sqrt{135}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{កម្ពស់នៃត្រីកោណគឺ } h = \frac{3\sqrt{15}}{4} \ cm}$ ។

**៣៤៨ រកចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះ**

តាង $x$ ជាចំនួនសិស្ស នៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះ (គិតជា នាក់)

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងសរសេរបានសមីការ :

$$\frac{x-4}{8}=\frac{x+2}{9}$$
$$9x-36=8x+16$$
$$9x-8x=16+36$$
$$x=52$$

ដូចនេះ ចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់គឺ 52 នាក់ ។

**៣៤៩ រកមួយចំនួននោះ**

តាង $A$ ជាចំនួននោះ

តាមបម្រាប់យើងបាន : $\begin{cases} A\le 4 \\ A\ge 4 \end{cases} \Rightarrow A=4$

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ 4 ។

**៣៥០ រកមួយចំនួននោះ**

តាង $x$ ជាចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន :

$$x\times x=x+x$$
$$x^2=2x$$
$$x^2-2x=0$$
$$x(x-2)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \end{cases}$ នោះ $\begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ $x=0$ , $x=2$ ។

**៣៥១ រកចំនួនទីបីនោះ**

តាង $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនទី១ , ទី២ , ទី៣ រៀងគ្នា

តាមបម្រាប់ប្រធាន :

$$\frac{a+b}{2}=2012 \Rightarrow a+b=4024$$

ហើយ $\frac{a+b+c}{3}=2012$

នោះ $a+b+c=3\times 2012$

$$4024+c=6036$$
$$c=6036-4024$$
$$c=2012$$

ដូចនេះ ចំនួនទី៣ នោះគឺ 2012 ។

**៣៥២ គណនាចំនួនពីរខ្ទង់ $x$ :**

បម្រាប់ : 44 ចែកដាច់នឹង $x$ សល់សំណល់ 10

បើ $k$ ជាផលចែករវាង 44 និង $x$ ដែល $k\in\mathbb{N}$

យើងបាន : $44=kx+10 \Rightarrow kx=34$

ដោយ $34=2\times 17$ នោះ $kx=2\times 17$

តែ $x$ ជាលេខពីរខ្ទង់ នោះត្រូវតែ $x=17$ , $k=2$

ដូចនេះ ចំនួនពីរខ្ទង់នៃ $x$ គឺ $x=17$ ។

**៣៥៣ ដោះស្រាយសមីការ $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ :**

ពិនិត្យសមីការ : $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$

ការរៃនៃមួយចំនួននៅរក្សាលេខខាងចុងនៅតែ $E$ ដដែល

នាំឱ្យ $E=\{0,1,5,6\}$

-បើ $E=0$ នោះ $\overline{HE}^2$ ត្រូវមានលេខសូន្យពីរនៅខាងចុង

តែ $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ មានលេខខាងចុងមិនដូចគ្នា នោះ $E\neq 0$

-យើងផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $E=\{1,5,6\}$ តាមតម្លៃ $H$ ដែល

លទ្ធផលរបស់ $\overline{HE}^2$ ត្រឹមតែជាលេខបីខ្ទង់ប៉ុណ្ណោះ យើងបាន:

$21^2=441$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ , $31^2=961$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់

$15^2=225$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ , $25^2=625$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$16^2=256$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ , $26^2=676$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់

ឃើញថា $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយ $25^2=625$

ដូចនេះ $E=5$ , $H=2$ , $S=6$ ។

## ៣៥៤ កំណត់តម្លៃ $a$ និង $b$ និងកំណត់ទ្វេធានោះ :

យើងមាន $ax^3+bx^2+54x+27$ ជាគូបនៃទ្វេធា

តាង $(\alpha x+\beta)$ ជាទ្វេធាដែលត្រូវកំណត់

នាំឱ្យ $(\alpha x+\beta)^3=\alpha^3x^3+3\alpha^2\beta x^2+3\alpha\beta^2x+\beta^3$

ធ្វើមលេខមេគុណ : $\begin{cases}\alpha^3x^3+3\alpha^2\beta x^2+3\alpha\beta^2x+\beta^3\\ ax^3+\quad bx^2\ +\ \ 54x\ \ +27\end{cases}$

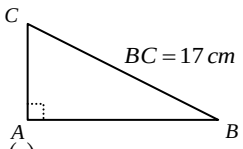
យើងបាន : $\begin{cases}\alpha^3=a\\3\alpha^2\beta=b\\3\alpha\beta^2=54\\\beta^3=27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha^3=a\\3\alpha^2\beta=b\\\alpha=2\\\beta=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}8=a\\36=b\\\alpha=2\\\beta=3\end{cases}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ចំពោះ $a=8$ , $b=36$ និងទ្វេធា $2x+3$

យើងបាន $(2x+3)^3=8x^3+36x^2+54x+27$ ពិត

ដូចនេះ **កំណត់បាន $a=8$ , $b=36$ និងទ្វេធា $2x+3$** ។

## ៣៥៥ គណនារង្វាស់ជ្រុង $AB$ និង $AC$ :




យើងមាន $AB+AC=23\ (cm)$

(លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$AB^2+AC^2+2AB\cdot AC=529\quad(1)$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AB^2+AC^2=BC^2=17^2=289$

នាំឱ្យ $(1)$: $289+2AB\cdot AC=529$

នាំឱ្យ $AB\cdot AC=120$

យើងបាន $\begin{cases}AB+AC=23\\AB\cdot AC=120\end{cases}$ (តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ែត)

ដោយ $\begin{cases}AB+AC=8+15\\AB\cdot AC=8\times15\end{cases}$ នោះ $AB=8$ , $AC=15$

ឬ $\begin{cases}AB+AC=15+8\\AB\cdot AC=15\times8\end{cases}$ នោះ $AB=15$ , $AC=8$

ដូចនេះ **រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណដែលគណនាបានគឺ :**

**$AB=8cm$ , $AC=15cm$ ឬ**

**$AB=15cm$ , $AC=8cm$** ។

## ៣៥៦ កំណត់តម្លៃ $m$ :

យើងមាន $\begin{cases}3x+7y=m\\2x+5y=20\end{cases}$ (ដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់)

$D=\begin{vmatrix}3&7\\2&5\end{vmatrix}=15-14=1$

$D_x=\begin{vmatrix}m&7\\20&5\end{vmatrix}=5m-140$

$\Rightarrow\ x=\dfrac{5m-140}{1}=5m-140$

$D_y=\begin{vmatrix}3&m\\2&20\end{vmatrix}=60-2m$

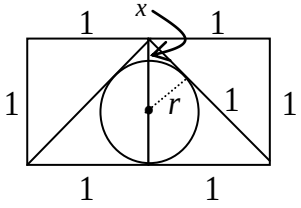
$\Rightarrow\ y=\dfrac{60-2m}{1}=60-2m$

ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយវិជ្ជមានលុះត្រាតែ :

$\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5m-140>0\\60-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>28\\m<30\end{cases}\Rightarrow 28<m<30$

ដូចនេះ **កំណត់បានគឺ $28<m<30$ ឬ $m\in(28,30)$** ។

## ៣៥៧ គណនាកាំរង្វង់នៃរូប :




តាមរូប យើងបាន :

$x+2r=1$ និង

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$\left(\sqrt{2}-1\right)^2+r^2=(x+r)^2$

$2-2\sqrt{2}+1+r^2=x^2+2xr+r^2$

$3-2\sqrt{2}=x^2+2xr$

$3-2\sqrt{2}=x(x+2r)\quad,\ x+2r=1$

$x=3-2\sqrt{2}$

ចំពោះ $x=3-2\sqrt{2}$

នាំឱ្យ $x+2r=1\ \Leftrightarrow\ 3-2\sqrt{2}+2r=1$

$\Leftrightarrow\ 2r=2\sqrt{2}-2$

$\Rightarrow\ r=\sqrt{2}-1$

ដូចនេះ **កាំរង្វង់នៃរូបគឺ $r=\sqrt{2}-1$ ឯកតាប្រវែង** ។

## ៣៥៨ គណនាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n$ :

បម្រាប់ $n+13$ និង $n-76$ ជាការេប្រាកដ

នាំឱ្យ $\begin{cases} n+13>0 \\ n-76>0 \end{cases} \Rightarrow n>76$

តាង $n+13=a^2$ $(1)$ និង $n-76=b^2$ $(2)$

ដែល $a$ និង $b$ ជាចំនួនគត់ ហើយ $a>b$

ដោយយក $(1)-(2)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases} n+13=a^2 \\ n-76=b^2 \end{cases}$$
$$89=a^2-b^2$$

អាចសរសេរ : $(a-b)(a+b)=89$

មានន័យថា 89 ជាផលគុណនៃពីរចំនួនគត់ :

ដោយដឹងថា $1\times 89=89$ (ព្រោះ 89 ជាចំនួនបឋម)

យើងផ្គឹមបាន $\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=89 \end{cases}$ (ដោយបូកអង្គនិងអង្គ)

យើងបាន : $+\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=89 \end{cases}$

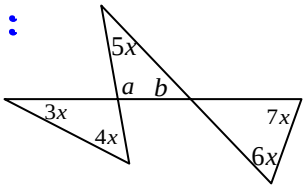
$$2a=90 \quad \Rightarrow \quad a=45$$

នាំឱ្យ $n+13=45^2$ នោះ $n+13=2025$ ឬ $n=2012$

(មិនបាច់សិក្សា $b$ ព្រោះគោលបំណងចង់រកតម្លៃ $n$)

ដូចនេះ ចំនួនគត់ធម្មជាតិគណនាបានគឺ $n=2012$ ។

## ៣៥៩ គណនាតម្លៃនៃមុំ $x$ :




តាមច្បាប់ផលបូកមុំក្នុង

នៃត្រីកោណ យើងបាន :

$$+\begin{cases} 3x+4x+a=180^o \\ 6x+7x+b=180^o \end{cases}$$
$$20x+a+b=180^o \quad (1)$$

ហើយ $5x+a+b=180^o \Rightarrow a+b=180^o-5x$ $(2)$

យើងយក $(2)$ ជំនួសក្នុង $(1)$ នោះយើងនឹងបាន :

$20x+180^o-5x=360^o$ ឬ $15x=180^o \Rightarrow x=12^o$

ដូចនេះ តម្លៃមុំគណនាបានគឺ $x=12^o$ ។

## ៣៦០ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

មាន $\frac{2x^2}{1+x^2}=y$ $(1)$ , $\frac{2y^2}{1+y^2}=z$ $(2)$ , $\frac{2z^2}{1+z^2}=x$ $(3)$

យើងដឹងថា $(1-x)^2\geq 0$

នោះ $1-2x+x^2\geq 0$

$$\Rightarrow \quad 1+x^2\geq 2x$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2x}{1+x^2}\leq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x^2}{1+x^2}\leq x \quad (4)$$

តាមលំនាំដូចគ្នានេះ យើងក៏បាន :

$$\frac{2y^2}{1+y^2}\leq y \quad (5) \quad \text{និង} \quad \frac{2z^2}{1+z^2}\leq z \quad (6)$$

យើងជំនួស: $(1)$ ក្នុង $(4)$ , $(2)$ ក្នុង $(5)$ និង $(3)$ ក្នុង $(6)$

យើងបាន $\begin{cases} y\leq x \\ z\leq y \\ x\leq z \end{cases} \Rightarrow x=y=z$

តាម $(1)$ : $\frac{2x^2}{1+x^2}=y \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x^2}{1+x^2}=x$

$$2x^2=x+x^3$$
$$x^3-2x^2+x=0$$
$$x(x^2-2x+1)=0$$
$$x(x-1)^2=0$$

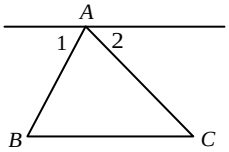
នាំឱ្យ $x=0$ , $x=1$

យើងបាន : $x=y=z=0$ , $x=y=z=1$

ដូចនេះ $x=y=z=0$ , $x=y=z=1$ ។

## ៣៦១ ស្រាយបញ្ជាក់ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ $180^o$

គូសបន្ទាត់កាត់កំពូល $A$ ហើយស្របនឹងជ្រុង $BC$




នាំឱ្យ $B=A_1$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

$C=A_3$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

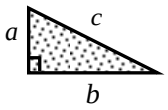
តែ $A+A_1+A_3=180^o$ (មុំរាប)

នោះយើងបាន $A+B+C=180^o$ (ជាផលបូកមុំក្នុង$\Delta$)

ដូចនេះ ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណទាំងអស់ស្មើ $180^o$ ។

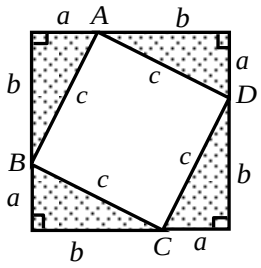
**ឥ៦២ ស្រាយបញ្ជាក់ពីទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $a^2+b^2=c^2$ :**

-យើងមានត្រីកោណកែងដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a$ , $b$ , $c$ ហើយ $c$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុស




-យើងផ្គុំត្រីកោណនេះបានដូចរូបខាងក្រោម :

-ចតុកោណខាងក្រៅ ជាការេមានរង្វាស់ជ្រុង $a+b$ នាំឱ្យ :




ផ្ទៃការេធំ $=(a+b)^2$

$=a^2+2ab+b^2$ ។

-$ABCD$ ជាការេ ព្រោះ ផលបូកមុំស្រួចពីរដែលនៅជាប់មុំនៃចតុកោណនេះ ជាមុំបំពេញគ្នានាំឱ្យ : ផ្ទៃការេតូច $=c^2$

-ត្រីកោណកែងនីមួយៗមាន ក្រឡាផ្ទៃ $=\frac{1}{2}ab$

-តាមរូបដែលផ្គុំ យើងបានទំនាក់ទំនងរវាងក្រឡាផ្ទៃ :

ផ្ទៃការេធំ = ផ្ទៃការេតូច + ផ្ទៃត្រីកោណតូចទាំងបួន

$$a^2+2ab+b^2=c^2+4\left(\frac{1}{2}ab\right)$$

$$a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$$

$$a^2+b^2=c^2+2ab-2ab$$

$$a^2+b^2=c^2$$

ដូចនេះ ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់ ។

**ឥ៦៣ រកមួយចំនួនដែលមានលេខបួនខ្ទង់ $\overline{abca}$ :**

យើងមាន $\overline{abca}=(5c+1)^2$ នោះ $a$ , $b$ , $c$ ជាចំនួនគត់

នាំឱ្យ $0<a\le 9$ , $0\le b\le 9$ , $0\le c\le 9$ (1)

ហើយ $10000>\overline{abca}>961$

$$100^2>(5c+1)^2>31^2$$

$$100>5c+1>31$$

ចំពោះ $5c+1>31 \Leftrightarrow 5c>30 \Rightarrow c>6$ (2)

តាម (1) និង (2) យើងបាន $6<c\le 9 \Rightarrow c=\{7,8,9\}$

ចំពោះ $c=7$ នាំឱ្យ $(5c+1)^2=1296$ មិនយក

ចំពោះ $c=8$ នាំឱ្យ $(5c+1)^2=1681$ យក

ចំពោះ $c=9$ នាំឱ្យ $(5c+1)^2=2116$ មិនយក

( បានជាយក $(5c+1)^2=1681$ ព្រោះលេខ $\overline{abca}$ មានទម្រង់ដូចលេខ 1681 ដែល $a=1$ , $b=6$ , $c=8$

ដូចនេះ ចំនួនមានលេខបួនខ្ទង់នោះគឺ 1681 ។

**ឥ៦៤ បង្ហាញថា $\forall n\in \mathbb{N}$ នោះគេបាន $a^n>b^n$ :**

ពិនិត្យ : $a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+...+b^n\right)$

សម្មតិកម្ម : $a>b>0$ នាំឱ្យ $a-b>0$ និង

$$a^{n-1}+a^{n-2}b+...+b^n>0$$

នាំឱ្យផលគុណ $(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+...+b^n\right)>0$

យើងបាន $a^n-b^n>0$ ទាញបាន $a^n>b^n$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $a^n>b^n$ ។

**ឥ៦៥ គណនាផលគុណ $P=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{12}}{4}\times...\times\frac{\sqrt{9900}}{100}$**

យើងគណនាផលគុណ P បានដូចខាងក្រោម :

$$P=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{12}}{4}\times...\times\frac{\sqrt{9900}}{100}$$

$$=\frac{\sqrt{1\times 2}}{2}\times\frac{\sqrt{2\times 3}}{3}\times\frac{\sqrt{3\times 4}}{4}\times...\times\frac{\sqrt{99\times 100}}{100}$$

$$=\frac{\sqrt{1}\times\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{4}}{4}\times...\times\frac{\sqrt{99}\times\sqrt{100}}{100}$$

$$=\frac{\sqrt{1}\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{4^2}\times...\times\sqrt{99^2}\times\sqrt{100}}{2\times 3\times 4\times...\times 100}$$

$$=\frac{1\times 2\times 3\times 4\times...\times 99\times 10}{2\times 3\times 4\times...\times 100}$$

$$=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$$

ដូចនេះ គណនាបានផលគុណ $P=\frac{1}{10}$ ។

ការងារលំបាក គឺជាសត្រូវនៃការព្យាយាម ...

**៣៦៦ ដាក់កន្សោម P ជាផលគុណកត្តា :**

យើងមាន $P=(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$

តាង $a=x-y$ , $b=y-z$ , $c=z-x$

យើងបាន $P=a^3+b^3+c^3$

ដោយ $a+b+c=x-y+y-z+z-x$

$a+b+c=0$

$a+b=-c$

$(a+b)^3=-c^3$

$a^2+3a^2b+3ab^2+b^3=-c^3$

$a^2+b^3+c^3=-3a^2b-3ab^2$

$a^2+b^3+c^3=-3ab(a+b)$

យើងបាន :

$P=-3(x-y)(y-z)(x-y+y-z)$

$P=-3(x-y)(y-z)(x-z)$

$P=3(x-y)(y-z)(z-x)$

ដូចនេះ ដាក់បាន $P=3(x-y)(y-z)(z-x)$ ។

**៣៦៧ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{a-b}{a+b}$ :**

សម្មតិកម្ម $3a^2+3b^2=10ab$

យើងមាន $P=\frac{a-b}{a+b}$ ដែល $a>b>0$ នោះ $P>0$

នាំឱ្យ $P^2=\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}=\frac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2+2ab}$

$P^2=\frac{3a^2+3b^2-6ab}{3a^2+3b^2+6ab}$

យើងបាន $P^2=\frac{10ab-6ab}{10ab+6ab}=\frac{4ab}{16ab}=\frac{1}{4}$

ទាញបាន $P=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ (ព្រោះ $P>0$)

ដូចនេះ គណនាបាន $P=\frac{1}{2}$ ។

**៣៦៨ កំណត់ $x$ វិជ្ជមាន ដើម្បីឱ្យ $A$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន :**

យើងមាន $A=\frac{x-1}{x-3}$

$A=\frac{(x-3)+2}{x-3}=1+\frac{2}{x-3}$

-ដើម្បីឱ្យ A ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន លុះត្រាតែ $\frac{2}{x-3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ នាំឱ្យ 2 ត្រូវចែកដាច់នឹង $x-3$

-ដោយតួចែកវិជ្ជមាននៃ 2 គឺ 1 ឬ 2 នោះយើងបាន :

$\begin{cases}x-3=1\\x-3=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1+3\\x=2+3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\x=5\end{cases}$

ដូចនេះ កំណត់បានតម្លៃ $x=4$ , $x=5$ ។

**៣៦៩ បង្ហាញថាគេបាន $a^3+b^3+c^3=3abc$ :**

សម្មតិកម្ម : $a+b+c=0$ នោះ $a+b=-c$

យើងបាន :

$(a+b)^3=-c^3$

$a^2+3a^2b+3ab^2+b^3=-c^3$

$a^2+b^3+c^3=-3a^2b-3ab^2$

$a^2+b^3+c^3=-3ab(a+b)$

$a^2+b^3+c^3=-3ab(-c)$

$a^2+b^3+c^3=3abc$

ដូចនេះ បង្ហាញបានថា $a^2+b^3+c^3=3abc$ ។

**៣៧០ ដោះស្រាយសមីការ $(x+2012)^{2012}-x^{2012}=0$**

យើងបាន :

$(x+2012)^{2012}-x^{2012}=0$

$(x+2012)^{2012}=x^{2012}$

$x+2012=\pm x$

-ចំពោះ $x+2012=x$ សមីការគ្មានឫស

-ចំពោះ $x+2012=-x$ នាំឱ្យ $x=-1006$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-1006$ ។

**៣៧១** **គណនាតម្លៃ** $A=\left(x^4-x^3-x^2+2x-1\right)^{2012}$

យើងមាន : $x=\dfrac{2}{\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$

តាង $X=\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}$

$$=\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1-\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-1\right)}{\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-1\right)\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}+1\right)}$$

$$=\frac{2}{\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-1\right)}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{2}{X}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

យើងបាន $A=\left(\sqrt{2}^4-\sqrt{2}^3-\sqrt{2}^2+2\sqrt{2}-1\right)^{2012}$

$$=\left(4-2\sqrt{2}-2+2\sqrt{2}-1\right)^{2012}$$

$$=1^{2012}=1$$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=1$ ។

**៣៧២** **គណនាវិមាត្រនៃសួនច្បារនោះ :**

តាង $a$ ជាបណ្តោយ និង $b$ ជាទទឹង នៃសួន

តាមសម្មតិកម្ម : សួនមានផ្ទៃក្រឡា $720\ \text{m}^2$

យើងបាន $ab=720$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{720}{b}$

ម្យ៉ាងទៀត $(a+6)(b-4)=ab$

$$ab-4a+6b-24=ab$$

$$-4a+6b=24$$

$$2a-3b=-12$$

យើងបាន $2\times\dfrac{720}{b}-3b=-12$

$$2\times\frac{240}{b}-b=-4$$

$$480-b^2=-4b$$

$$b^2-4b-480=0$$

មាន $\Delta'=(-2)^2-(-480)=484=22^2$

នោះ $b=\dfrac{-(-2)-22}{1}=-20<0$ មិនយក

$$b=\frac{-(-2)+22}{1}=24$$

ចំពោះ $b=24$ នោះ $a=\dfrac{720}{b}=\dfrac{720}{24}=30$

ដូចនេះ គណនាបានវិមាត្ររបស់សួនគឺ 30m និង 24m ។

**៣៧៣** **រកចំនួនទាំងពីរ :**

តាង $x$ និង $x+3$ ជាចំនួនទាំងពីរនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន :

$$x^2+(x+3)^2=89$$

$$x^2+x^2+6x+9=89$$

$$2x^2+6x-80=0$$

$$x^2+3x-40=0$$

$$(x+8)(x-5)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x+8=0\\x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-8\\x=5\end{cases}$

-ចំពោះ $x=-8$ នាំឱ្យ $x+3=-8+3=-5$

-ចំពោះ $x=5$ នាំឱ្យ $x+3=5+3=8$

ដូចនេះ ចំនួនទាំងពីរនោះគឺ $-8,-5$ ឬ $5,8$ ។

**៣៧៤** **គណនាតម្លៃ** $x,y$ **ពីសមីការ :**

យើងមានសមីការ $x^2-4x+y-6\sqrt{y}+13=0$

$$\left(x^2-4x+4\right)+\left(y-6\sqrt{y}+9\right)=0$$

$$(x-2)^2+\left(\sqrt{y}-3\right)^2=0$$

ផលបូកនៃពីរការេស្មើ 0 លុះត្រាការេទាំងពីរស្មើ 0 :

យើងបាន $\begin{cases}(x-2)^2=0\\\left(\sqrt{y}-3\right)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=0\\\sqrt{y}-3=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=9\end{cases}$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $x=2,\ y=9$ ។

ចំណាំ : បើមាន $A^2+B^2=0$ នោះយើងបាន :

$A=0$ និង $B=0$

ព្រោះថា $A^2\geq 0,\ B^2\geq 0$ ។

**ពាក្យ ក. ប្រៀបធៀប $3-\sqrt{3}$ និង $\sqrt{6(2-\sqrt{3})}$ :**

ពិនិត្យ $\sqrt{6(2-\sqrt{3})}=\sqrt{12-6\sqrt{3}}$

$=\sqrt{9-6\sqrt{3}+3}$

$=\sqrt{3^2-6\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}$

$=\sqrt{(3-\sqrt{3})^2}=3-\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រៀបធៀបបាន } 3-\sqrt{3}=\sqrt{6(2-\sqrt{3})}}$ ។

**ខ. ប្រៀបធៀប $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ និង $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$**

ពិនិត្យ $\frac{1}{4}\sqrt{48}=\frac{1}{4}\sqrt{16\times3}=\sqrt{3}$

ហើយ $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$

$=\sqrt[4]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}$

$=\sqrt[4]{49-48}=\sqrt[4]{1}=\sqrt{1}$

ដោយសារ $\sqrt{3}>\sqrt{1}$

នាំឱ្យ $\frac{1}{4}\sqrt{48}>\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{4}\sqrt{48}>\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}}$ ។

**ពាក្យ ដោះស្រាយសមីការ $(x-2)^4+(x-3)^4=1$ :**

យើងមានសមីការ $(x-2)^4+(x-3)^4=1$

តាង $t=x-2$ នាំឱ្យ $x-3=t-1$

យើងបានសមីការទៅជា $t^4+(t-1)^4=1$

$t^4+(t-1)^2(t-1)^2=1$

$t^4+(t^2-2t+1)(t^2-2t+1)=1$

$t^4+t^4-2t^3+t^2-2t^3+4t^2-2t+t^2-2t+1=1$

$2t^4-4t^3+6t^2-4t=0$

$2t(t^3-2t^2+3t-2)=0$

$2t(t-1)(t^2-t+2)=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}t=0\\t-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=1\end{cases}$

ហើយ $t^2-t+2$ មាន $\Delta=1-8=-7<0$ គ្មានឫស

-ចំពោះ $t=0$ : $0=x-2\Rightarrow x=2$

-ចំពោះ $t=1$ : $1=x-2\Rightarrow x=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសពីរគឺ } x=2\ ,\ x=3}$ ។

**ពាក្យ រកចំនួនដែលមានលេខពីរខ្ទង់ $\overline{AB}$ :**

យើងមាន $\overline{AB}^2-\overline{BA}^2=1980$

$(10A+B)^2-(10B+A)^2=1980$

$(10A+B-10B-A)(10A+B+10B+A)=1980$

$(9A-9B)(11A+11B)=1980$

$99(A-B)(A+B)=99\times20$

$(A-B)(A+B)=20$

$A^2-B^2=20$

ឃើញថា ការេនៃ $A$ និងការេនៃ $B$ មានលេខចុងដូចគ្នា

ដោយ $0<A\le9$ , $0<B\le9$ យើងបាន :

-បើ $A^2=81\Rightarrow B^2=61$ មិនយក 61 មិនជាការេប្រាកដ

-បើ $A^2=64\Rightarrow B^2=44$ មិនយក 44 មិនជាការេប្រាកដ

-បើ $A^2=49\Rightarrow B^2=29$ មិនយក 29 មិនជាការេប្រាកដ

-បើ $A^2=36\Rightarrow B^2=16$ យក (ជាការេប្រាកដដូចគ្នា)

យើងបាន $A=6$ , $B=4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់នោះគឺ } \overline{AB}=64}$ ។

**ពាក្យ គណនា $a$ , $b$ , $c$ :**

យើងមាន $\begin{cases}ab=4 & (i)\\ac=5 & (ii)\\bc=20 & (iii)\end{cases}$ នាំឱ្យ $(abc)^2=400$

ចំពោះ $(abc)^2=400$ ទាញបាន $abc=\pm20$ $(*)$

-យក $\frac{(*)}{(i)}$ : $\frac{abc}{ab}=\frac{\pm20}{4}\Leftrightarrow c=\pm5$

-យក $\frac{(*)}{(ii)}$ : $\frac{abc}{ac}=\frac{\pm20}{5}\Leftrightarrow b=\pm4$

-យក $\frac{(*)}{(iii)}$ : $\frac{abc}{bc}=\frac{\pm20}{20}\Leftrightarrow a=\pm1$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } \begin{matrix}a=-1\ ,\ b=-4\ ,\ c=-5\\a=1\ ,\ b=4\ ,\ c=5\end{matrix}}$ ។

**ពាក្យ៩ គណនា $A$ :** យើងមាន

$A=(2025-1^2)(2025-2^2)(2025-3^2)\times...\times(2025-50^2)$

ដោយ $2025=45^2$ នោះយើងសរសេរបាន :

$A=(45^2-1^2)(45^2-2^2)(45^2-3^2)\times...\times(45^2-50^2)$

ក្នុងចំណោម កត្តាពី $(45^2-1^2)$ រហូតដល់ $(45^2-50^2)$

ប្រាកដជាមានកត្តាមួយគឺ $(45^2-45^2)=0$

នាំឱ្យ $A$ ជាផលគុណ ដែលមាន 0 ជាកត្តា នោះ $A=0$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A=0$ | ។

**ពាក្យ៨០ រកចំនួនលេខសូន្យនៅខាងចុងរបស់ P :**

យើងមាន $P=1\times2\times3\times...\times100$

ចំនួនលេខសូន្យខាងចុងរបស់ P កើតពីចំនួនជាពហុគុណនៃ 5

នោះយើងគ្រាន់តែរកចំនួនដែលជាពហុគុណនៃ5 ក្នុងចំណោម

លេខពី 1 រហូតដល់ 100 មានន័យថាយើងកំពុងរកចំនួន

លេខនៅខាងចុងទាំងអស់របស់ P

លេខដែលជាពហុគុណ 5 មាន :

5 , 10 ,15 , … , 100 មាន 20 លេខ

តែចំពោះលេខ 25 , 50 , 75 , 100 កើតពីពហុគុណនៃ 5

ដល់ទៅ 2 ដង ខុសពីចំនួនផ្សេងទៀត នោះមានលេខ 5

ចំនួន 4 ទៀត

សរុបពហុគុណនៃ 5 គឺ 20 + 4 = 24 នៃលេខ 5

ដូចនេះ | P មានលេខសូន្យនៅខាងចំនួន 24 | ។

***សម្គាល់ : អ្នកអាចធ្វើតាមរបៀបដូចខាងក្រោម :

-បើ $n_1$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ 5

នោះ $5n_1\le2012$ គណនាបាន $n_1=402$

-បើ $n_2$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^2=25$

នោះ $25n_2\le2012$ គណនាបាន $n_2=80$

-បើ $n_3$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^3=125$

នោះ $125n_3\le2012$ គណនាបាន $n_3=16$

-បើ $n_4$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^4=625$

នោះ $625n_4\le2012$ គណនាបាន $n_4=3$

យើងបាន ចំនួនលេខសូន្យទាំងអស់នៃចំនួន $n_1+n_2=20+4=24$

**ពាក្យ៨១ រកចំនួនលេខសូន្យនៅខាងចុងនៃ 2012!**

ដោយ $2012!=1\times2\times3\times...\times2012$

ចំនួនលេខសូន្យនៅខាងចុងនៃចំនួន 2012! បង្កើតពីលេខដែល

ជាពហុគុណនៃ 5 , $5^2$ , $5^3$ , $5^4$

(មិនយក 5 ព្រោះ $5^5=3125>2012$)

-តាង $n_1$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ 5

នោះ $5n_1\le2012$ គណនាបាន $n_1=402$

-តាង $n_2$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^2=25$

នោះ $25n_2\le2012$ គណនាបាន $n_2=80$

-តាង $n_3$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^3=125$

នោះ $125n_3\le2012$ គណនាបាន $n_3=16$

-តាង $n_4$ ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^4=625$

នោះ $625n_4\le2012$ គណនាបាន $n_4=3$

យើងបាន ចំនួនលេខសូន្យទាំងអស់នៃចំនួន 2012! គឺ

$$n_1+n_2+n_3+n_4=402+80+16+3=501$$

ដូចនេះ | ចំនួន 2012! បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួន 501 | ។

**ពាក្យ៨២ គណនា N :** យើងមាន

$$N=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$$

$$=\sqrt{\frac{8+2\sqrt{15}}{2}}+\sqrt{\frac{8-2\sqrt{15}}{2}}-2\sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}{2}}+\sqrt{\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{2}}-2\sqrt{\frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{2}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{2}}+\frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{2}}-\frac{2\left(\sqrt{5}-1\right)}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{3}-2\sqrt{5}+2}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $N=\sqrt{2}$ | ។

**ពាក្យ៣ រកចំនួនឃ្លីពណិ ស :**

តាង $x$ ជាចំនួនឃ្លីពណិ ស នោះចំនួនឃ្លីពណិខ្មៅគឺ $12-x$

ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីពណិខ្មៅគឺ $P(ខ)=\dfrac{12-x}{12}$ (1)

តែសម្មតិកម្ម ប្រូបាបឃ្លីពណិខ្មៅគឺ $P(ខ)=\dfrac{1}{3}$ (2)

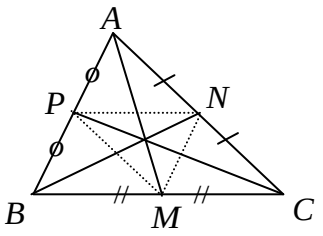
តាម (1) និង (2) យើងបាន :

$$\frac{12-x}{12}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow 12-x=\frac{12}{3}$$
$$\Rightarrow x=12-4$$
$$x=8$$

ដូចនេះ ឃ្លីពណិ ស មានចំនួន 8 គ្រាប់ ។

**ពាក្យ៤ ក. ស្រាយថា** $AM+BN+CP<AB+BC+AC$

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :




ដោយ $AM$ , $BN$ និង $CP$ ជាមេដ្យានៃ $\Delta ABC$ នោះ $M$ , $N$ , $P$ ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ $BC$ , $AC$ , $AB$

$PA=\dfrac{AB}{2}$ , $MB=\dfrac{BC}{2}$ , $NC=\dfrac{AC}{2}$ $(*)$

ម្យ៉ាងទៀត យើងបាន បាតមធ្យម ចំនួនបីគឺ :

$PM=\dfrac{AC}{2}$ , $MN=\dfrac{AB}{2}$ , $NP=\dfrac{BC}{2}$ $(**)$

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង $\Delta AMP$ : $AM<PA+PM$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $AM<\dfrac{AB}{2}+\dfrac{AC}{2}$ (1)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង $\Delta BMN$ : $BN<MB+MN$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $BN<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AB}{2}$ (2)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង $\Delta CPN$ : $CP<NP+NC$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $CP<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AC}{2}$ (3)

យើងបូកអង្គ និងអង្គនៃវិសមីការ (1), (2) និង (3) :

$$+\begin{cases} AM<\dfrac{AB}{2}+\dfrac{AC}{2} \\ BN<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AB}{2} \\ CP<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AC}{2} \end{cases}$$
$$AM+BN+CP<AB+BC+AC$$

ដូចនេះ $\boxed{AM+BN+CP<AB+BC+AC}$ ។

**ខ. ស្រាយថា** $AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}$

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង $\Delta ABM$ : $AM>AB-MB$

តាម $(*)$ អាចសរសេរ $AM>AB-\dfrac{BC}{2}$ $(i)$

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង $\Delta BNC$ : $BN>BC-NC$

តាម $(*)$ អាចសរសេរ $BN>BC-\dfrac{AC}{2}$ $(ii)$

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង $\Delta ACP$ : $CP>AC-PA$

តាម $(*)$ អាចសរសេរ $CP>AC-\dfrac{AB}{2}$ $(iii)$

យើងបូកអង្គ និងអង្គនៃវិសមីការ $(i)$, $(ii)$ និង $(iii)$ :

$$+\begin{cases} AM>AB-\dfrac{BC}{2} \\ BN>BC-\dfrac{AC}{2} \\ CP>AC-\dfrac{AB}{2} \end{cases}$$
$$AM+BN+CP>\frac{AB}{2}+\frac{BC}{2}+\frac{AC}{2}$$

អាចសរសេរ $AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}}$ ។

*****សម្គាល់** : វិសមភាពក្នុងត្រីកោណមួយគឺ :

-ផលបូកជ្រុងពីរត្រូវ > ជ្រុងមួយទៀត

- ផលដកជ្រុងពីរត្រូវ < ជ្រុងមួយទៀត ។

**ពាក្យ ក. គណនា $S=a+b+c$ ជាអនុគមន៍នៃ $b$ :**

យើងមាន $a$ , $b$ , $c$ ជាបីចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបតគ្នា

នាំឱ្យ យើងបាន $a=b-1$ និង $c=b+1$

យើងបាន $S=a+b+c$

$=(b-1)+b+(b+1)$

$=3b$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } S=3b \text{ វាជាអនុគមន៍នៃ } b}$ ។

**ខ. ទាញរកតម្លៃនៃ $a$ , $b$ , $c$ ដោយដឹងថា $S=-333$**

យើងមាន $S=3b$ តែយើងដឹងថា $S=-333$

នាំឱ្យ $3b=-333$ ទាញបាន $b=-111$

នោះយើងបាន $a=b-1$ ឬ $a=-111-1=-112$

និង $c=b+1$ ឬ $c=-111+1=-110$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } a=-112,\ b=-111,\ c=-110}$

**ពាក្យ រកចំនួនក្រសាក្នុងហ្វូងទាំងអស់ :**

តាង $x$ ជាចំនួនក្រសាទាំងអស់នៅក្នុងហ្វូង

តាមបម្រាប់ ដែលជាពាក្យសម្តីរបស់មេខ្យល់នៃហ្វូងក្រសា

យើងសរសេរបានសមីការដូចខាងក្រោម :

$$x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100$$

$$4x+4x+2x+x+4=400$$

$$11x=396$$

$$x=36$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $36+36+18+9+1=100$

$100=100$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនក្រសានៅក្នុងហ្វូងទាំងអស់មានចំនួន } 36}$ ។

**ពាក្យ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ**

យើងមាន $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz & (1) \\ x^{2011}+y^{2011}+z^{2011}=3^{2012} & (2) \end{cases}$

តាម $(1)$ : $x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz$

$2x^2+2y^2+2z^2=2xy+2yz+2xz$

$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2=0$

$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$

ផលបូកនៃច្រើនការេស្មើសូន្យ លុះត្រា ការេនីមួយៗស្មើសូន្យ

យើងបាន $\begin{cases} (x-y)^2=0 \\ (y-z)^2=0 \\ (z-x)^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ y-z=0 \\ z-x=0 \end{cases} \Rightarrow x=y=z$

តាម $(2)$ : $x^{2011}+y^{2011}+z^{2011}=3^{2012}$

យើងបាន $x^{2011}+x^{2011}+x^{2011}=3^{2012}$

$3x^{2011}=3^{2012}$

$x^{2011}=3^{2011}$

$x=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានឫស } x=y=z=3}$ ។

**ពាក្យ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ :**

សម្មតិកម្ម : ត្រីកោណ ABC មានបរិមាត្រ 80 cm

តាង $a$ , $b$ , $c$ ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC

យើងបាន $a+b+c=80$

ដោយជ្រុងទាំងបីមានសមាមាត្ររៀងគ្នា 5 , 7 , 4

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ យើងសរសេរបាន :

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{4}=\frac{a+b+c}{5+7+4}=\frac{80}{16}=5$$

យើងបាន $\begin{cases} \frac{a}{5}=5 \\ \frac{b}{7}=5 \\ \frac{c}{4}=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=25 \\ b=35 \\ c=20 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ជ្រុងទាំងបីមានរង្វាស់ } 25\text{cm} , 35\text{cm} , 20\text{cm}}$ ។

**៣៨៩ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{ab}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}$ :**

យើងមាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c}$$

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^3=\left(-\frac{1}{c}\right)^3$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{3}{ab}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-\frac{1}{c^3}$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{ab}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{ab}\left(-\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=\frac{3}{abc}$$

$$abc\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)=3$$

$$\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}+\frac{ab}{c^2}=3$$

$$P=3$$

ដូចនេះ **គណនាបានតម្លៃនៃកន្សោម $P=3$** ។

**៣៩០ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :**

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2 & (1)\\ 2\sqrt{x+3}-\sqrt{y+1}=4 & (2)\end{cases}$

យើងយក $(1)-2\times(2)$ នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\ 4\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=8\end{cases}$$

$$-3\sqrt{x+3}=-6$$

$$\sqrt{x+3}=2 \quad\Leftrightarrow x+3=4 \Rightarrow x=1$$

យកតម្លៃ $x=1$ ជំនួសក្នុងសមីការ $(1)$ យើងបាន

$(1)$: $\sqrt{1+3}-2\sqrt{y+1}=2 \Leftrightarrow 2-2\sqrt{y+1}=2$

$\Rightarrow -2\sqrt{y+1}=0 \Rightarrow \sqrt{y+1}=0$

$\Rightarrow y+1=0 \Rightarrow y=-1$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=1$ , $y=-1$** ។

**៣៩១ ប្រៀបធៀប $\frac{a-1}{b-1}$ , $\frac{a}{b}$ និង $\frac{a+1}{b+1}$**

យើងមាន $a>1$ , $b>1$ និង $a>b$

យើងបាន $ab+a>ab+b$

$$a(b+1)>b(a+1)$$

$$\frac{a}{b}>\frac{a+1}{b+1} \qquad (1)$$

ហើយ $a>b$ នោះ $-a<-b$

$$ab-a<ab-b$$

$$a(b-1)<b(a-1)$$

$$\frac{a}{b}<\frac{a-1}{b-1} \qquad (2)$$

តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបាន $\frac{a+1}{b+1}<\frac{a}{b}<\frac{a-1}{b-1}$

ដូចនេះ **យើងប្រៀបធៀបបាន $\frac{a+1}{b+1}<\frac{a}{b}<\frac{a-1}{b-1}$** ។

**៣៩២ ប្រៀបធៀប A និង B :**

$$A=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$$

$$=\sqrt[3]{2\sqrt{2}+6+3\sqrt{2}+1}-\sqrt[3]{2\sqrt{2}-6+3\sqrt{2}-1}$$

$$=\sqrt[3]{\sqrt{2^3}+3\sqrt{2^2}+3\sqrt{2}+1^3}-$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{2^3}-3\sqrt{2^2}+3\sqrt{2}-1^3}$$

$$=\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}+1\right)^3}-\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}-1\right)^3}$$

$$=\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{2}-1\right)=2$$

$$B=\sqrt{51+10\sqrt{2}}-\sqrt{51-10\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{50+10\sqrt{2}+1}-\sqrt{50-10\sqrt{2}+1}$$

$$=\sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2+2\cdot5\sqrt{2}+1}-\sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2-2\cdot5\sqrt{2}+1}$$

$$=\sqrt{\left(5\sqrt{2}+1\right)^2}-\sqrt{\left(5\sqrt{2}-1\right)^2}$$

$$=\left(5\sqrt{2}+1\right)-\left(5\sqrt{2}-1\right)=2$$

ក្រោយពីគណនា ឃើញថា $A=2$ និង $B=2$ ដែរ

នាំឱ្យ យើងបាន $A=B=2$

ដូចនេះ **ប្រៀបធៀបបាន $A=B$** ។

**៣៩៣ ដោះស្រាយសមីការ :**

យើងមាន $\frac{1+x}{x}+\frac{2+x}{x}+\frac{3+x}{x}+\ldots+\frac{2013+x}{x}=0$

$$\left(\frac{1}{x}+1\right)+\left(\frac{2}{x}+1\right)+\left(\frac{3}{x}+1\right)+\ldots+\left(\frac{2013}{x}+1\right)=0$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x}+\frac{3}{x}+\ldots+\frac{2013}{x}+2013=0$$

$$(1+2+3+\ldots+2013)\frac{1}{x}=-2013$$

$$x=\frac{1+2+3+\ldots+2013}{-2013}$$

តែ $1+2+3+\ldots+2013=\frac{2013}{2}(1+2013)$

$$=2013\times 1007 .$$

យើងបាន $x=\frac{2013\times 1007}{-2013}=-1007$

ដូចនេះ | សមីការមានឫស $x=-1007$ | ។

**៣៩៤ ក. ដាក់ជាផលគុណកត្តា :**

យើងមាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ យើងបាន

$$\frac{bc+ac+ab}{abc}=\frac{1}{a+b+c}$$

$$(bc+ac+ab)(a+b+c)=abc$$

$$(a+b)(bc+ac+ab)+c(bc+ac+ab)-abc=0$$

$$(a+b)(bc+ac+ab)+(bc^2+ac^2+abc-abc)=0$$

$$(a+b)(bc+ac+ab)+(bc^2+ac^2)=0$$

$$(a+b)(bc+ac+ab)+(a+b)c^2=0$$

$$(a+b)(bc+ac+ab+c^2)=0$$

$$(a+b)(bc+ab+ac+c^2)=0$$

$$(a+b)[b(c+a)+(a+c)c]=0$$

$$(a+b)(a+c)(b+c)=0$$

ដូចនេះ | យើងដាក់ជាផលគុណកត្តាបាន $(a+b)(a+c)(b+c)=0$ | ។

**ខ. មានចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោម $a$ , $b$ , $c$ :**

តាមសម្រាយនៅក្នុងសំណួរ ក. យើងបាន :

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\left(\frac{1}{a+b+c}\right)=(a+b)(b+c)(a+c)$$

បើ $a$ , $b$ , $c$ មានចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចគឺ :

- $a=-b \Rightarrow (a+b)=0$
- $b=-c \Rightarrow (b+c)=0$
- $c=-a \Rightarrow (a+c)=0$

បើមានករណីមួយយ៉ាងតិច ក្នុងចំណោមករណីខាងលើនោះ

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\left(\frac{1}{a+b+c}\right)=0$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$$

ដូចនេះ | បើមានពីរចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោម $a$ , $b$ , $c$ នោះយើងបានទំនាក់ទំនង : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ | ។

**៣៩៥ ដោះស្រាយសមីការ :**

យើងមានសមីការ $3^{2+x}+3^{2-x}=30$

$$3^2\times 3^x+3^2\times 3^{-x}=30$$

$$9\left(3^x+3^{-x}\right)=30$$

$$3^x+3^{-x}=\frac{10}{3}$$

$$3^x+\frac{1}{3^x}=\frac{10}{3}$$

តាង $t=3^x$ ដែល $t>0$ (ព្រោះ $3^x>0$)

យើងបាន $t+\frac{1}{t}=\frac{10}{3} \Leftrightarrow 3t^2-10t+3=0$

មាន $\Delta'=25-9=16$ នោះ $\begin{cases} t_1=\frac{-(-5)-4}{3}=\frac{1}{3}=3^{-1} \\ t_2=\frac{-(-5)+4}{3}=3 \end{cases}$

-ចំពោះ $t_1=3^{-1} \Leftrightarrow 3^x=3^{-1} \Rightarrow x=-1$

-ចំពោះ $t_2=3 \Leftrightarrow 3^x=3 \Rightarrow x=1$

ដូចនេះ | សមីការមានឫសពីរគឺ $x=-1$ ឬ $x=1$ | ។

**៣៩៦ សម្រួលប្រភាគ :**

យើងមាន $A=\dfrac{|x-1|+|x|+x}{3x^2-4x+1}$ ដោយ $x<0$

នាំឱ្យ $|x-1|=-(x-1)$ ហើយ $|x|=-x$

យើងបាន $A=\dfrac{-(x-1)-x+x}{3x^2-4x+1}=\dfrac{-(x-1)}{3x^2-3x-x+1}$

$=\dfrac{-(x-1)}{3x(x-1)-(x-1)}=\dfrac{-(x-1)}{(x-1)(3x-1)}$

$=-\dfrac{1}{3x-1}=\dfrac{1}{1-3x}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សម្រួលប្រភាគបាន } A=\dfrac{1}{1-3x}}$ ។

**៣៩៧ ដោះស្រាយសមីការ :** យើងមាន

$$+\begin{cases}\dfrac{x+y}{xyz}=\dfrac{1}{2} & (1)\\ \dfrac{y+z}{xyz}=\dfrac{5}{6} & (2)\\ \dfrac{x+z}{xyz}=\dfrac{2}{3} & (3)\end{cases}$$

$$\frac{2(x+y+z)}{xyz}=\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{2(x+y+z)}{xyz}=\frac{3+5+4}{6}$$

$$\frac{x+y+z}{xyz}=1 \qquad (4)$$

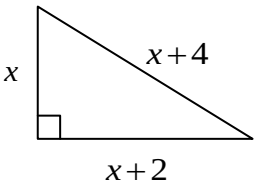
$$\left.\begin{array}{l}(4)-(1):\ \dfrac{z}{xyz}=\dfrac{1}{2}\ \Rightarrow\ xy=2\\ (4)-(2):\ \dfrac{x}{xyz}=\dfrac{1}{6}\ \Rightarrow\ yz=6\\ (4)-(3):\ \dfrac{y}{xyz}=\dfrac{1}{3}\ \Rightarrow\ xz=3\end{array}\right\}\Rightarrow (xyz)^2=36$$

$xyz=\pm 6$ , $\dfrac{xyz}{xy}=\dfrac{\pm 6}{2}\Rightarrow z=\pm 3$

$\dfrac{xyz}{yz}=\dfrac{\pm 6}{6}\Rightarrow x=\pm 1$ , $\dfrac{xyz}{xz}=\dfrac{\pm 6}{3}\Rightarrow y=\pm 2$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ :}\\ x=1\,,\ y=2\,,\ z=3 \quad \text{ឬ}\\ x=-1\,,\ y=-2\,,\ z=-3\end{array}}$ ។

**៣៩៨ គណនាបរិមាត្រ និងក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណនេះ :**




តាង $x$ , $x+2$ , $x+4$ ជាជ្រុងនៃត្រីកោណកែងនេះ

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ យើងបាន :

$$x^2+(x+2)^2=(x+4)^2$$
$$x^2+x^2+4x+4=x^2+8x+16$$
$$x^2-4x-12=0$$
$$x^2-6x+2x-12=0$$
$$(x-6)x+2(x-6)=0$$
$$(x-6)(x+2)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x-6=0\\ x+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=6\\ x=-2\ \text{មិនយក}\end{cases}$

ចំពោះ $x=6$ នោះ $\begin{cases}x+2=6+2=8\\ x+4=6+4=10\end{cases}$

យើញថា ត្រីកោណនេះមានប្រវែងជ្រុង 6 , 8 , 10

នាំឱ្យ បរិមាត្រ P = 6 + 8 + 10 = 24 ឯកតាប្រវែង

ក្រឡាផ្ទៃ $S=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8=24$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l}\text{គណនាបាន បរិមាត្រស្មើ 24 ឯកតាប្រវែង}\\ \text{ក្រឡាផ្ទៃស្មើ 24 ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}\end{array}}$ ។

**៣៩៩ សម្រួលកន្សោម** $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$

-ករណី $x>1$ នាំឱ្យ $|x-1|=x-1$

យើងបាន $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}=\boxed{x+1}$

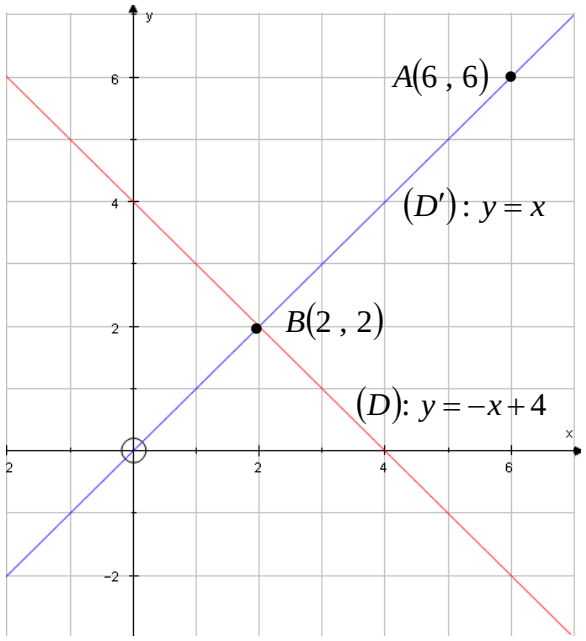
-ករណី $x=1$ នាំឱ្យ $F$ $\boxed{\text{គ្មានន័យ}}$ ។

-ករណី $x<1$ នាំឱ្យ $|x-1|=-(x-1)$

យើងបាន $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{-(x-1)}=\boxed{-(x+1)}$ ។

## ៤០០ គណនាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅបន្ទាត់ (D) :

យើងមានចំណុច $A(6\,,\,6)$ និងបន្ទាត់ $(D)\colon y=-x+4$




-រកបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $A(6\,,\,6)$ និងកែងនឹង $(D)$

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $(D')\colon y=ax+b$

ដោយ $(D')\perp(D) \Rightarrow a=\dfrac{-1}{a'}=\dfrac{-1}{-1}=1$

ហើយ $(D')$ កាត់តាម $A(6\,,\,6)$ នោះ $x=6\,,\,y=6$

យើងបាន $(D')\colon 6=1\times 6+b \Rightarrow b=0$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $(D')\colon y=x$

-រកចំណុចដែល $(D)$ ប្រសព្វនឹង $(D')$ តាងដោយ $B$ :

ផ្នឹមសមីការអាប់ស៊ីស យើងបាន :

$-x+4=x \Leftrightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2\,.$

ចំពោះ $x=2 \Rightarrow y=2$ នាំឱ្យចំណុច $B(2\,,\,2)$

-រកចម្ងាយពីចំណុច $A(6\,,\,6)$ ទៅបន្ទាត់ $(D)\colon y=-x+4$

មានន័យថា រកចម្ងាយពី $A(6\,,\,6)$ ទៅចំណុច $B(2\,,\,2)$

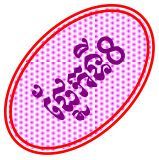
$$\begin{aligned} d=AB&=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\\ &=\sqrt{(2-6)^2+(2-6)^2}\\ &=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\end{aligned}$$

ដូចនេះ ចម្ងាយរកបានគឺ $d=4\sqrt{2}$ ឯកតាប្រវែង ។

## ៤០១ .....(នៅមានបន្ត)




# គណិតវិទ្យា
# អាន. គិត. យល់



# សួស្តីគ្រប់គ្នា

## លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានកំពុងចូលមកកាន់ផ្នែក :

# ការបន្ថែមពិសេសនិងល្អៗ...

### ព័ត៌មានអំពីផ្នែកនេះ

សួស្តី! លោកអ្នកមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន នៅក្នុងផ្នែកនេះលោកអ្នកនឹងបានឃើញ ពីការបន្ថែមជូនពិសេសៗ និងល្អៗ ដូចជាការកម្សាន្តគណិតវិទ្យា តារាងស្ងួយគុណ ខ្នាតនៃរង្វាស់រង្វាល់ ... ។ រាល់អ្វីៗ ដែលសំខាន់ ហើយទាក់ទងនឹងចំណេះដឹងគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ៩ ត្រូវបានខ្ញុំរៀបចំជូនមិត្តអ្នកអាននៅក្នុងផ្នែកនេះ (...) ។

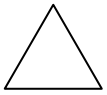
ចរិតលក្ខណៈសំខាន់នៅត្រង់ផ្នែកនេះ គឺការគណនាលេខឱ្យបានរហ័ស ដឹងពីចំណុចល្អៗ ដែលមានទំនាក់ទំនងជាមួយមេរៀនគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ៩ ។ ការកម្សាន្តសប្បាយជាមួយគណិតវិទ្យា ធ្វើឱ្យយើងមានចំណង់ចំណូលចិត្ត ដើម្បីសិក្សាមេរៀនគណិតវិទ្យា ។ លើសពីនេះទៅទៀត ផ្នែកនេះក៏មានបង្ហាញអំពីការរីកចម្រើនរបស់គណិតវិទ្យាផងដែរ ។

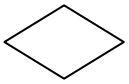
ប្រសិនបើលោកអ្នកមានបញ្ហា ឬចម្ងល់ត្រង់ចំណុចណា ដែលមាននៅក្នុងផ្នែកនេះ លោកអ្នកអាចទាក់ទងទៅកាន់គ្រូ ឬមិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀងសៀវភៅនេះក្នុងពេលវេលាសមស្រប ។

**សូមជូនពរមានសំណាងល្អ ក្នុងការសិក្សាផ្នែកនេះ...**

# កម្សាន្តគណិតវិទ្យា

☺ **កម្សាន្ត** : 001 ក្នុងចំណោមរូបទាំងបួនខាងក្រោម តើរូបណាមួយជារូបដែលមានលក្ខណៈខុសគេ ???



ក. ការេ ខ. ត្រីកោណសម័ង្ស គ. ត្រីកោណកែង ឃ. ចតុកោណស្មើ

☺ **កម្សាន្ត** : 002 អ្នកសួរនរណាម្នាក់នូវសំណួរខាងក្រោម ហើយឱ្យគេឆ្លើយយ៉ាងរហ័សបំផុត :
តើឪពុកក្មេកបងថ្លៃខ្ញុំ ត្រូវជាអ្វីនឹងខ្ញុំ ???

☺ **កម្សាន្ត** : 003 អ្នកសួរនរណាម្នាក់នូវសំណួរខាងក្រោម ហើយឱ្យគេឆ្លើយយ៉ាងរហ័សបំផុត :
តើ $2+2\times2=$ ប៉ុន្មាន ???

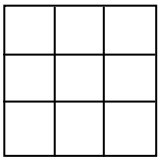
☺ **កម្សាន្ត** : 004 អ្នកសួរនរណាម្នាក់នូវសំណួរខាងក្រោម ហើយឱ្យគេឆ្លើយយ៉ាងរហ័សបំផុត :
លេខនោះមិនធំជាង 2 ហើយមិនតូចជាង 2 តើលេខនោះប៉ុន្មាន ???

☺ **កម្សាន្ត** : 005 បុរសម្នាក់មានកូនឈើតែ 6 ដើម ប៉ុន្តែគាត់អាចដាំបាន 4 ជួរ ដែលក្នុងមួយជួរៗមានកូនឈើ
ចំនួន 3 ដើមជានិច្ច។ តើគាត់ដាំតាមរបៀបយ៉ាងណា ចូរគូសរូបបញ្ជាក់ការដាំ ???

☺ **កម្សាន្ត** : 006 បុរសម្នាក់មានកូនឈើតែ 10 ដើម ប៉ុន្តែគាត់អាចដាំបាន 5 ជួរ ដែលក្នុងមួយជួរៗមានកូនឈើ
ចំនួន 4 ដើមជានិច្ច។ តើគាត់ដាំតាមរបៀបយ៉ាងណា ចូរគូសរូបបញ្ជាក់ការដាំ ???

☺ **កម្សាន្ត** : 007 បុរសម្នាក់មានកូនឈើតែ 12 ដើម ប៉ុន្តែគាត់អាចដាំបាន 6 ជួរ ដែលក្នុងមួយជួរៗមានកូនឈើ
ចំនួន 4 ដើមជានិច្ច។ តើគាត់ដាំតាមរបៀបយ៉ាងណា ចូរគូសរូបបញ្ជាក់ការដាំ ???

☺ **កម្សាន្ត** : 008 គេមានលេខ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ។ ចូរយកលេខទាំងនេះទៅបំពេញក្នុងប្រអប់ការេខាងស្តាំ ដើម្បីឱ្យផលបូកជួរដេក ស្មើផលបូកជួរឈរ ស្មើផលបូកអង្កត់ទ្រូង ស្មើនឹង 15 ។



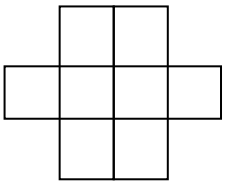
☺ **កម្សាន្ត** : 009 តើលេខប៉ុន្មាន ដែលមានផលបូកស្មើផលគុណនៃខ្លួនឯង ???

☺ **កម្សាន្ត** : 010 ចូរគូសបន្ទាត់ 6 ដើម្បីឱ្យបានត្រីកោណចំនួន 8 ។

☺ **កម្សាន្ត** : 011 សត្វខ្វែកទំលើមែកខ្វាវ ប៉ាក់មែកប្រាវ ងាប់3 រស់2 ចុះបើសត្វ 120 ងាប់ប៉ុន្មានរស់ប៉ុន្មាន ???

☺ **កម្សាន្ត** : 012 តើមានវិធីសាស្ត្រអ្វី ដែលធ្វើឱ្យគេជឿយើងថា 11 បូកថែម 2 ទៀតស្មើនឹង 1 ???

☺ **កម្សាន្ត** : 013 ដោយប្រើលេខ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 ចូរយកលេខទាំងនេះដាក់ក្នុងប្រអប់ទាំង 8 ខាងស្តាំ លៃយ៉ាងណា កុំឱ្យលេខដែលនៅបន្ទាប់គ្នាស្ថិតនៅក្នុងប្រអប់ជាប់គ្នា ឬនៅខ្វែងគ្នាក៏ដោយ ។

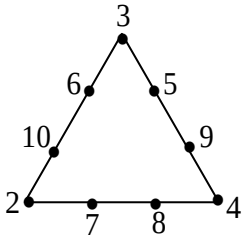


☺ **កម្សាន្ត** : 014 តើគេមើលយ៉ាងដូចម្តេចដឹងថាឆ្នាំណាចូលឆ្នាំនៅថ្ងៃទី 13 ហើយឆ្នាំណាចូលឆ្នាំថ្ងៃទី 14 ???

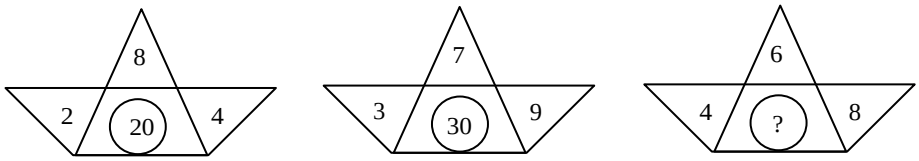
☺ **កម្សាន្ត** : 015 នៅលើផ្លូវត្រង់មួយមានឡានបើកជាជួរ បើដឹងថា ឡានមុខបើកមុខឡានពីរ ឡានកណ្តាលបើកកណ្តាលឡានពីរ ឡានក្រោយបើកក្រោយឡានពីរ តើឡានទាំងអស់មានប៉ុន្មាន ???

☺ **កម្សាន្ត** : 016 ដាវីមានអាយុដូច $x$ បើគិតឱ្យខ្ចិច $x$ ជាពហុគុណនៃ 8 ដោយដឹងថា $x$ ធំជាង 10 និងតូចជាង 20 តើសព្វថ្ងៃដាវីស្រីមានអាយុប៉ុន្មាន ???

☺ **កម្សាន្ត** : 017 នៅជុំវិញត្រីកោណខាងស្តាំគេប្រើចំនួនពី 2 ដល់ 10 ដើម្បីតម្រៀបឱ្យចំនួនដែលនៅលើជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណមានផលបូកស្មើ 21 ។ តើគេត្រូវតម្រៀបចំនួននេះយ៉ាងណា ដើម្បីឱ្យចំនួនលើជ្រុងនីមួយៗមានផលបូកស្មើនឹង 24 វិញម្តង ???

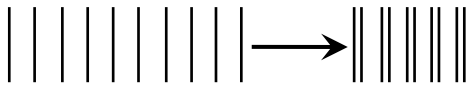



☺ **កម្សាន្ត** : 018 តាមរយៈលំនាំរូបខាងក្រោម តើត្រូវយកលេខប៉ុន្មានមកបំពេញនៅក្នុងប្រអប់សញ្ញា "?" ???

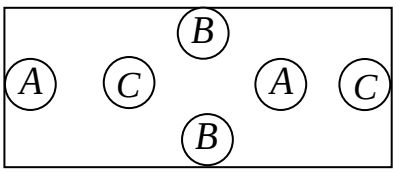



☺ **កម្សាន្ត** : 019 រកបីលេខដែលដូចគ្នា ដែលកន្ទើផលបូកដើម្បីឱ្យស្មើ 24 ។ បូកយ៉ាងណាស្រេចចិត្តឱ្យតែស្មើ 24 ហើយបីលេខនោះគឺជាលេខដូចគ្នា ឧទាហរណ៍ $8+8+8=24$ ។

☺ **កម្សាន្ត** : 020 គេមានបិចចំនួន ១0 ដើមរៀបមួយៗនៅដាច់ដោយឡែកពីគ្នាបានមួយជួរដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរលើកបិចម្តងមួយៗទៅចាប់គូគ្នា ដោយក្នុងការលើកត្រូវរំលងបិចចំនួនពីគត់ ទោះបីជាស្ថិតនៅក្នុងស្ថានភាពបែបណាក៏ដោយគឺរំលងបិចពីរជានិច្ច ដើម្បីឱ្យបិចទាំងអស់នៅជាគូៗ ។



☺ **កម្សាន្ត** : 021 នៅក្នុងរូបចតុកោណកែងខាងក្រោមមានអក្សរ $A$, $B$, $C$ ជាគូៗ ។ ចូរអ្នកគូសខ្សែភ្ជាប់គូអក្សរដែលដូចគ្នា គឺពី $A$ ទៅ $A$ , ពី $B$ ទៅ $B$ និងពី $C$ ទៅ $C$ ដោយមិនឱ្យខ្សែនោះកាត់គ្នាឡើយ ហើយខ្សែដែលគូសភ្ជាប់មិនអាចនៅក្រៅចតុកោណកែងបានឡើយ ។

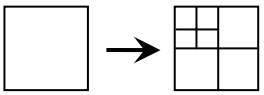



*សម្គាល់ : អ្នកត្រូវចម្លងរូបដាក់ក្រដាសផ្សេងទៀត មិនត្រូវគូសភ្ជាប់លើរូបខាងឆ្វេងនេះឡើង ដើម្បីទុកឱ្យអ្នកក្រោយកម្សាន្តបន្តទៀត ។*

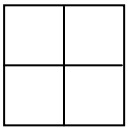
☺ **កម្សាន្ត** : 022 បុរសម្នាក់ចង់ចម្លង ខ្លា , គោ និង ស្មៅ ទៅត្រើយម្ខាងទៀតនៃទន្លេមួយ។ ទូករបស់គាត់តូច ដែលធ្វើឱ្យគាត់អាចចម្លងបានម្តងមួយប៉ុណ្ណោះក្នុងចំណោម ខ្លា , គោ និងស្មៅ ។ គេដឹងថាបើ បុរសនោះមិននៅគឺ ខ្លាស៊ីគោ ឬ គោស៊ីស្មៅ តែបើបុរសនោះនៅគឺគ្មានការស៊ីគ្នាកើតឡើងទេ។ តើគាត់គួចម្លង ខ្លា , គោ និងស្មៅ ទៅត្រើយម្ខាងទៀតដោយវិធីណាទើបគ្មានការបាត់បង់ ។

☺ **កម្សាន្ត** : 023 អ្នកសួរនរណាម្នាក់នូវសំណួរខាងក្រោម ហើយឱ្យគេឆ្លើយយ៉ាងរហ័សបំផុត :
ម្តាយពូសន មានកូនប្រុសបីនាក់គឺ កូនប្រុសបួនគេមានឈ្មោះថា សុខ កូនប្រុសទី២មានឈ្មោះ ថា សៅ តើកូនប្រុសច្បងគេមានឈ្មោះថាអ្វី ???

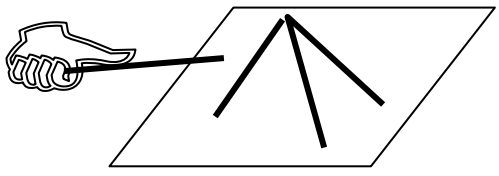
☺ **កម្សាន្ត** : 024 ការេធំមួយគេអាចចែកទៅជាការេតូចជាងចំនួន 7 ដូចរូបខាងស្តាំ ចូរអ្នកចែកការេធំនេះទៅជាការេតូចជាងចំនួន 6 វិញម្តង ។



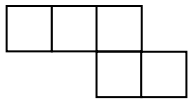
☺ **កម្សាន្ត** : 025 គេប្រើឈើចាក់ធ្មេញដើម្បីរៀបបានការេចំនួន 4 ប៉ុនៗគ្នា។ ចូរប្តូរទីតាំង ឈើចាក់ធ្មេញចំនួន 3 ដើម្បីឱ្យបានការេចំនួន 3 ដែលមានទំហំប៉ុនៗគ្នា។



☺ **កម្សាន្ត** : 026 គេមានមែកឈើពីរមានប្រវែងប្រហែលគ្នា។ កាច់មែកឈើទាំងពីរត្រង់ចំណុចកណ្តាលដូចគ្នា ដោយកាច់មួយឱ្យដាច់ និងមួយទៀតកុំឱ្យដាច់។ គេយកមែកឈើដែលដាច់មួយទៅដាក់ទល់ មែកឈើដែលមិនទាន់ដាច់ ឱ្យមានស្ថានភាពល័ងនឹង (ដូចរូបខាងក្រោម) ។ គេនឹងយកមែក ឈើដែលដាច់មួយទៀតទៅលើកមែកឈើទាំងអស់ឱ្យឡើងផុតពីដីក្នុងពេលតែមួយ ។ តើគេត្រូវលើកដូចម្តេច ???



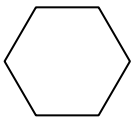
☺ **កម្សាន្ត** : 027 គេប្រើឈើចាក់ធ្មេញដើម្បីរៀបបានការេចំនួន 5 ប៉ុនៗគ្នា។ ចូរប្តូរទីតាំងឈើចាក់ធ្មេញចំនួន 2 ដើម្បីឱ្យបានការេចំនួន 4 ដែលមានទំហំប៉ុនៗគ្នា។



☺ **កម្សាន្ត** : 028 បុរសម្នាក់មានដីស្រែរាងជាការេ ។ គាត់ចង់ដាំបន្ទែលើដីស្រែនេះ ដូចនេះគាត់ត្រូវធ្វើរបង។ បើដឹងថាជ្រុងនីមួយៗត្រូវមានបង្គោល 10 ដើមដូចគ្នា រកចំនួនបង្គោលទាំងអស់ដែលគាត់ត្រូវការ ?

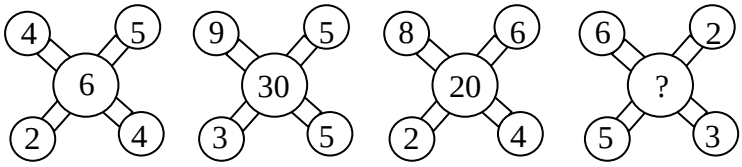
☺ **កម្សាន្ត** : 029 ចូរគូសអង្កត់បីបន្ថែមពីលើរូបខាងស្តាំ ដើម្បីឱ្យវាក្លាយជាប្រអប់ដីស។

*(សូមចម្លងរូបចេញ កុំគូសលើសៀវភៅនេះ ទុកឱ្យអ្នកក្រោយកម្សាន្តបន្ត)*



☺ **កម្សាន្ត** : 030 ចូរបំពេញប្រអប់ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ : $\frac{\text{ច}}{6}=\frac{30}{\text{ស}}=\square$ ។

☺ **កម្សាន្ត** : 031 តាមលំនាំគម្រូនៃរូបបីខាងដើម ចូររកលេខមកជំនួសសញ្ញា "?" ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ :




☺ **កម្សាន្ត** : 032 គេឱ្យលក្ខខណ្ឌបី ដែលបុរសបីនាក់ $A,B,C$ ទៅស្តីដណ្តឹងនារីបីនាក់ $1,2,3$ ជាគូអនាគតដូចខាងក្រោម :

ក. បើបុរស $A$ ជាគូនឹងនារី 1 នោះ បុរស $B$ ជាគូនឹងនារី 2

ខ. បើបុរស $A$ ជាគូនឹងនារី 3 នោះ បុរស $C$ ជាគូនឹងនារី 1

គ. បើបុរស $B$ មិនជាគូនឹងនារី 3 នោះ បុរស $C$ ជាគូនឹងនារី 1 ។

សំណួរសួរថា តើបុរសណា ជាគូនឹងនារីណា ?

☺ **កម្សាន្ត** : 033 រកពីរចំនួនដោយដឹងថា ផលបូក ផលគុណ និងផលចែករវាងចំនួនទាំងពីរ ស្មើគ្នា ។

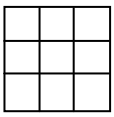
☺ **កម្សាន្ត** : 034 កសិកម្មាក់មានចំណីសម្រាប់ផ្គត់ផ្គង់គោរបស់គាត់ 40 ក្បាលបាន 35 ថ្ងៃ ។
បើគាត់ទិញគោ 10 ក្បាលបន្ថែមទៀត តើកាត់អាចផ្គត់ផ្គង់ចំណីដដែលឱ្យគោបានប៉ុន្មានថ្ងៃ ?

☺ **កម្សាន្ត** : 035 បុរសម្នាក់មានបារីមូលដោយដៃ ១0 ដើម ។ គាត់ជក់បារីដោយរក្សាកន្ទុយបារី បើជក់អស់បីដើម នោះគាត់អាចយកបន្ទុយបារីដែលសល់មូលបានមួយដើមថ្មីវិញ ។
តើគាត់ជក់ប៉ុន្មានដងទើបអស់បារីទាំង ១0 ដើមគ្មានសល់ ?

☺ **កម្សាន្ត** : 036 ក្នុងកិច្ចប្រជុំមួយមានមនុស្ស 6 នាក់ បានចូលរួម ហើយអ្នកទាំងនោះបានចាប់ដៃស្វាគមន៍គ្នាទៅវិញទៅមក ។ បើដឹងថាអ្នកទាំងអស់បានចាប់ដៃគ្នាគ្រប់ៗគ្នា ។ ចូររកចំនួននៃការចាប់ដៃគ្នាទាំងអស់ ។

☺ **កម្សាន្ត** : 037 មធ្យមនៃពីរចំនួនស្មើ 2012 និងមធ្យមនៃបីចំនួនក៏ស្មើនឹង 2012 ដែរ ។ ចូររកចំនួនទី 3 ។

☺ **កម្សាន្ត** : 038 តើរូបខាងស្តាំមានការេទាំងអស់ចំនួនប៉ុន្មាន ?



☺ **កម្សាន្ត** : 039 គេមានអក្សរឡាតាំង T , H , L , K , E , F តើអក្សរណាមានលក្ខណៈខុសគេ ???

☺ **កម្សាន្ត** : 040 ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ ឈ្មោះរបស់សុខ នៅលេខរៀងទី ២0 បើរាប់ពីខាងលើ តែបើរាប់ពីខាងក្រោមវិញ ក៏នៅតែលេខរៀងទី ២0 ដដែល ។ តើថ្នាក់រៀននោះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ ?

# ចម្លើយកម្សាន្តគណិតវិទ្យា

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 001

ក្នុងចំណោមរូបទាំងបួន រូបដែលមានលក្ខណៈខុសគេគឺ:



ត្រីកោណកែង

ព្រោះ រូបផ្សេងៗក្រៅពីត្រីកោណកែង ប្រវែងជ្រុងរបស់វានីមួយៗស្មើៗគ្នា តែដោយឡែកត្រីកោណកែងវាមិនអាចមានប្រវែងជ្រុងទាំងបីស្មើគ្នានោះទេ ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 002

ត្រូវឆ្លើយថា "ឪពុកក្មេកបងថ្លៃខ្ញុំ ត្រូវជាឪពុកបង្កើតខ្ញុំ" ។
ព្រោះ ឪពុកក្មេកបងថ្លៃខ្ញុំ ត្រូវជាឪពុកបងខ្ញុំបង្កើត ហើយ ឪពុកបងខ្ញុំបង្កើត ត្រូវជា ឪពុកបង្កើតខ្ញុំ ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 003

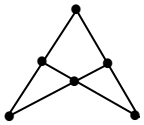
ត្រូវឆ្លើយថា "$2+2\times2=6$" ។
ព្រោះ $2+2\times2$ គេត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីគុណមុនប្រមាណវិធីបូក ដូចនេះ $2\times2=4$ រួច $4+2=6$ ។ កម្សាន្តនេះមនុស្សភាគច្រើនគឺឆ្លើយថា 8 ដោយសារគេពុំបានគិតពីទ្រឹស្តីនៃការធ្វើប្រមាណវិធីគណិតវិទ្យា ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 004

ត្រូវឆ្លើយថា "លេខនោះគឺជាលេខ 2" ។
ព្រោះ បើធំជាង 2 ក៏មិនមែន ហើយតូចជាង 2 ក៏មិនមែន អញ្ចឹងមានតែលេខ 2 ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 005

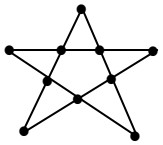
បុរសម្នាក់នោះត្រូវតែដាំតាមរបៀបដូចរូបខាងក្រោម:



ព្រោះ បើដាំតាមរូបខាងលើគឺមានចំនួន 4 ជួរ ហើយក្នុងមួយជួរៗមាន 3 ដើមស្មើៗគ្នា ឯចំនួនកូនឈើមានតែ 6 ដើម ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 006

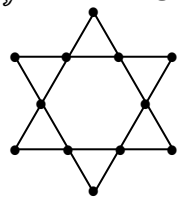
បុរសម្នាក់នោះត្រូវតែដាំតាមរបៀបដូចរូបខាងក្រោម:



ព្រោះ បើដាំតាមរូបខាងលើគឺមានចំនួន 5 ជួរ ហើយក្នុងមួយជួរៗមាន 4 ដើមស្មើៗគ្នា ឯចំនួនកូនឈើមានតែ 10 ដើម ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀង 007

បុរសម្នាក់នោះត្រូវតែដាំតាមរបៀបដូចរូបខាងក្រោម:



ព្រោះ បើដាំតាមរូបខាងលើគឺមានចំនួន 5 ជួរ ហើយក្នុងមួយជួរៗមាន 4 ដើមស្មើៗគ្នា ឯចំនួនកូនឈើមានតែ 10 ដើម ។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 008

យើងអាចបំពេញបានដូចរូបបង្ហាញខាងក្រោម:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 | →15 |
| 9 | 5 | 1 | →15 |
| 4 | 3 | 8 | →15 |
| ↓15 | ↓15 | ↓15 | ↘15 |

ព្រោះ ការបំពេញបែបនេះយើងបូកបានលទ្ធផល 15 ជានិច្ច ទាំងជួរដេក ជួរឈរ និងអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ ។ ខ្ញុំមានសរសេរពីមូលហេតុ នៅក្នុងទំព័រទី ..... ។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 009

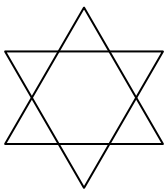
ត្រូវឆ្លើយថា "លេខដែលមានផលបូកស្មើផលគុណខ្លួនឯង គឺលេខ 0 និងលេខ 2 " ។

ព្រោះ $0+0=0\times0$ និង $2+2=2\times2$ ។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 010

យើងគូសបន្ទាត់ចំនួន 6 ហើយបានត្រីកោណចំនួន 8 តាមរបៀបដូចខាងក្រោម:



ព្រោះ ក្នុងរូបនេះមានត្រីកោណតូចៗចំនួន 6 និងត្រីកោណធំចំនួន 2 ទៀត សរុបទាំងអស់ចំនួន 8 ហើយការគូសបន្ទាត់គឺមានតែចំនួន 6 ដូចបម្រាប់ប្រធានក្នុងសំណួរកម្សាន្ត។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 011

ត្រូវឆ្លើយថា "បើសត្វ 120 ងាប់ 72 និងរស់ 48 " ។

ព្រោះ ក្នុងចំណោមសត្វ 5 មានងាប់ 3 និងរស់ 2 នាំឱ្យសត្វ 120 មានងាប់ $\frac{120\times3}{5}=72$ និងរស់ $\frac{120\times2}{5}=48$ ។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 012

ត្រូវឆ្លើយថា "ឧបមាថា ឥឡូវម៉ោង 11 ចុះបើថែម 2 ម៉ោងទៀត គឺវាត្រូវនឹងម៉ោង 1 " ។

ព្រោះ ម៉ោងមានខួបរបស់វា ។ ជាធម្មតា 11 + 2 = 13 តែបើយើងគិតទៅលើម៉ោងគឺម៉ោង 13 ត្រូវនឹងម៉ោង 1 ។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 013

យើងយកលេខទាំងប្រាំបីបំពេញបានដូចខាងក្រោម:

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3 | 5 | |
| 7 | 1 | 8 | 2 |
| | 4 | 6 | |

ព្រោះ ការបំពេញបែបនេះ ធ្វើឱ្យលេខនៅបន្ទាប់គ្នាមិននៅជាប់គ្នា ទោះបីជានៅខ្វែងក៏ដោយ ។



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 014

គេមើលលើលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃឆ្នាំនោះ។

ព្រោះថា បើលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃឆ្នាំនោះចែកដាច់នឹង 4 នោះខែកុម្ភៈដាច់ 29 ថ្ងៃ នាំឱ្យចូលឆ្នាំត្រូវថ្ងៃទី 13 ខែ មេសា តែបើលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃឆ្នាំនោះចែកមិនដាច់នឹង 4 ទេ នោះខែកុម្ភៈដាច់ 28 ថ្ងៃ នាំឱ្យចូលឆ្នាំត្រូវថ្ងៃទី 14 ខែមេសា។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 015

ត្រូវឆ្លើយថា ឡានទាំងអស់មានចំនួនបី:



ព្រោះ យើងដឹងថាឡានមុខ បើកមុខឡានពីរ ឡានកណ្តាលបើកកណ្តាលឡានពីរ និងឡានក្រោយ បើកក្រោយឡានពីរ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 016

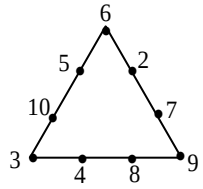
ត្រូវឆ្លើយថា "សព្វថ្ងៃដាវីស្រីមានអាយុ $x=16$ ឆ្នាំ" ។

ព្រោះ មានតែលេខ 16 តែមួយគត់ដែលជាពហុគុណនៃ 8 និងនៅចន្លោះលេខ 10 និងលេខ 20 ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 017

យើងត្រូវតម្រៀបចំនួននោះឡើងវិញដូចខាងក្រោម:

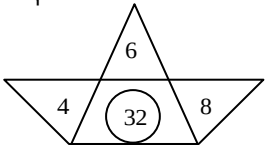



ព្រោះ ការតម្រៀបលេខបែបនេះគឺធ្វើឱ្យផលបូកចំនួននៅលើជ្រុងនីមួយៗស្មើៗគ្នា ហើយស្មើនឹង 24 ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 017

យើងត្រូវ បំពេញក្នុងប្រអប់សញ្ញា "?" ដោយលេខ 32 ។




ព្រោះ តាមលំនាំរូបពីរមុនគឺ $2\times8+4=20$ និង $3\times7+9=30$ ដូចនេះយើងបានលំនាំ $4\times6+8=32$ ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 019

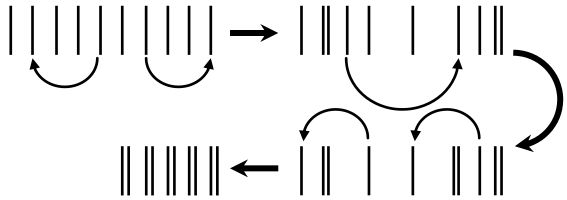
បីលេខដែលត្រូវរកនោះគឺ 2, 2, 2 ។

ព្រោះ បម្រាប់ប្រធានសំណួរគេថាបូកយ៉ាងណាក៏ស្រេចចិត្ត ដូចនេះយើងបូកបាន 22 + 2 = 24 ដូចបម្រាប់ប្រធានបីលេខ ដែលដូចគ្នាគឺ 2, 2, 2 ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 020

យើងលើកបិចចាប់គូតាមសញ្ញាបំព្រួញខាងក្រោម:

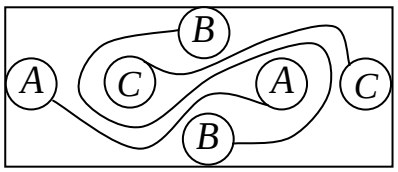


ព្រោះ គ្រប់ជំហានលើករំលងតែបិចពីរគត់ជានិច្ច។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 021

យើងគូសខ្សែភ្ជាប់គូអក្សរដូចគ្នាបានខាងក្រោម:




ព្រោះ ខ្សែទាំងអស់ភ្ជាប់គូអក្សរបានដោយមិនកាត់គ្នា ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 022

បុរសនោះអាចចម្លង ខ្លា គោ និងស្មៅបានតាមវិធី:

យកគោទៅមុនគេ មកវិញយកខ្លាទៅ ទុកខ្លារួចយកគោមកវិញ ទុកគោរួចយកស្មៅទៅ ត្រលប់មកវិញយកគោ ចប់។

ព្រោះ ធ្វើតាមវិធីខាងលើគ្មានការបាត់បង់អ្វីឡើយ។

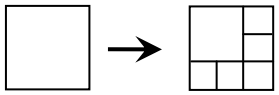
## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 023

កូនប្រុសច្បងគេមានឈ្មោះថា "សន" ។

ព្រោះ បម្រាប់ប្រធាន ម៉ែពូសន មានកូនបីនាក់ សុខ និងសៅ នាំឱ្យកូនម្នាក់ទៀតមានឈ្មោះ សន ។

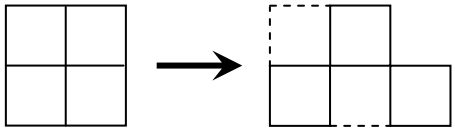
## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 024

យើងចែកការេធំជាការេតូចបានចំនួន 6 ដូចរូបខាងក្រោម



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 025

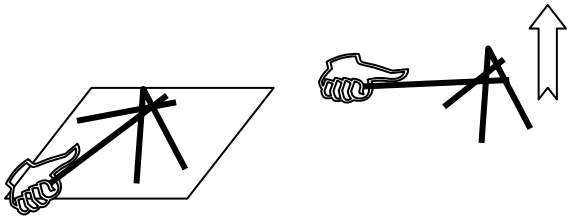
យើងប្តូរទីតាំងឈើចាក់ធ្មេញចំនួនបីដើម្បីបានការេបី:



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 026

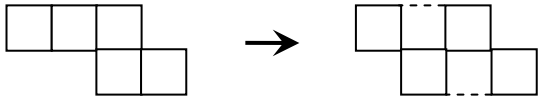
អ្នកត្រូវលើកមែកឈើទាំងនោះតាមរបៀបដូចខាងក្រោម

យកមែកឈើដែលអ្នកកាន់ទៅរង្កៀកថ្មមៗ ត្រង់ចំណុចទល់ លៃលកយ៉ាងណាឱ្យចូលស្ថានភាពដូចរូបខាងក្រោម:



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 027

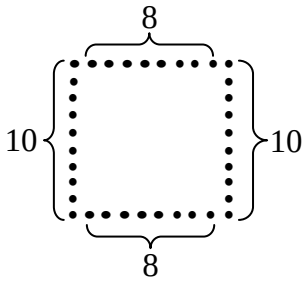
យើងប្តូរទីតាំងឈើចាក់ធ្មេញ 2 ដូចរូបខាងក្រោម



## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 028

ចំនួនបង្គោលដែលគាត់ត្រូវការទាំងអស់គឺ 36 បង្គោល។

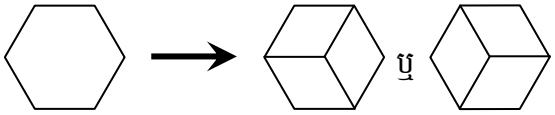
ព្រោះ




ចំនួនបង្គោល $=10+10+8+8=36$ បង្គោល។

## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 029

យើងគូសបន្ថែមអង្កត់បីដើម្បីបានជាប្រអប់ដីស:



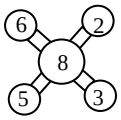

## ចម្លើយ: កម្ម្ចាន្តលេខរៀងទី 030

យើងបំពេញ ប្រអប់បាន $\frac{\text{ច}}{6}=\frac{30}{\text{ស}}=\boxed{1}$

ព្រោះ ច ជាតួអក្សរទី 6 និង ស ជាតួអក្សរទី 30 ។

ដូចនេះ យើងបាន $\frac{\text{ច}}{6}=\frac{\text{ច}}{\text{ច}}=\frac{6}{6}=1$ និង $\frac{30}{\text{ស}}=\frac{\text{ស}}{\text{ស}}=\frac{30}{30}=1$ ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 031

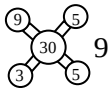



យើងយកលេខមកបំពេញសញ្ញា "?" គឺ ៖

ព្រោះតាមលំនាំគម្រូរូបបីមុនគឺ:




$4\times4-2\times5=6$ ,




$9\times5-3\times5=30$




$8\times4-2\times6=20$ ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 032

គូអនាគតគឺ $A\to3$ , $B\to2$ , $C\to1$ ។

ព្រោះ អាចមានលក្ខខណ្ឌ 6 កើតឡើង តែត្រូវតែមួយគត់គឺ:

១. $A\to1$ , $B\to2$ , $C\to3$ ខុសលក្ខខណ្ឌ គ

២. $A\to1$ , $B\to3$ , $C\to2$ ខុសលក្ខខណ្ឌ ក

៣. $A\to2$ , $B\to1$ , $C\to3$ ខុសលក្ខខណ្ឌ គ

៤. $A\to2$ , $B\to3$ , $C\to1$ ខុសលក្ខខណ្ឌ គ

៥. $A\to3$ , $B\to1$ , $C\to2$ ខុសលក្ខខណ្ឌ ខ

៦. $A\to3$ , $B\to2$ , $C\to1$ គ្មានខុសលក្ខខណ្ឌសោះ

ក្នុងចំណោមលក្ខខណ្ឌទាំង 6 មានត្រូវតែមួយប៉ុណ្ណោះ។

ក្រៅពីលក្ខខណ្ឌទាំង 6 ខាងលើ គ្មានលក្ខខណ្ឌផ្សេងទេ។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 033

ចំនួនទាំងពីរនោះគឺ $\frac{1}{2}$ និង $-1$ ។

ព្រោះ $\frac{1}{2}+(-1)=\frac{1}{2}\times(-1)=\frac{\frac{1}{2}}{-1}$ ស្មើ $-\frac{1}{2}$ ដូចគ្នា

មានផលបូក ផលគុណ និងផលចែកស្មើគ្នា ។

អ្នកអាចមើលលំហាត់ល្អៗលេខរៀងទី

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 034

ចំនួនថ្ងៃដែលផ្គត់ផ្គង់ឱ្យគោបានគឺ 28 ថ្ងៃ ។

ព្រោះ វាជាសមាមាត្រច្រាស។ បើ $x$ ជាចំនួនថ្ងៃដែលគោទាំង 50 ក្បាលស៊ីស្មៅនោះយើងបាន:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{40}\to35\\ \frac{1}{50}\to x\end{array}\right|\Rightarrow x=\left(\frac{1}{50}\times35\right)\div\frac{1}{40}=28$$

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 035

បុរសនោះជក់បារីបាន 15 ទើបអស់បារីគ្មានសល់។ ព្រោះ

10ដើម $\to$ 10ដង (សល់ 10កន្ទុយ = 3ដើម+1កន្ទុយ)

3 ដើម+1 កន្ទុយ $\to$ 3ដង (សល់ 4កន្ទុយ = 1ដើម+1កន្ទុយ)

1 ដើម+1 កន្ទុយ $\to$ 1ដង (សល់ 2កន្ទុយ +ខ្ចីគេ1កន្ទុយ =1ដើម)

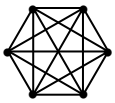
1 ដើម $\to$ 1ដង (សល់ 1កន្ទុយ សងគេវិញ អស់រលីង)

ដូចនេះ សរុបចំនួនដងនៃការជក់បារីគឺ $10+3+1+1=15$ដង។

## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 036

ចំនួនដងនៃការចាប់ដៃទាំងអស់គឺ 15 ដង។

ព្រោះ ចំនួនអង្កត់ខាងក្រោមបង្ហាញពីចំនួនដងនៃការចាប់ដៃ



## ចម្លើយ: កម្ពាន្តលេខរៀងទី 037

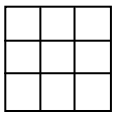
ចំនួនទីបីនោះគឺស្មើ 2012 ។ ព្រោះបើ $A, B, C$ ជាចំនួនទីមួយ ទីពីរ ទីបីរៀងគ្នា យើងបាន $\frac{A+B}{2}=2012$

នោះ $A+B=4024$ ហើយ $\frac{A+B+C}{3}=2012$

នាំឱ្យ $\frac{4024+C}{3}=2012$ ឬ $C=2012$ ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 038

រូបខាងស្តាំមានការេ

ទាំងអស់ចំនួន 14 ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 039

អក្សរដែលមានលក្ខណៈខុសគេគឺអក្សរ K ។
ព្រោះ តួអក្សរនីមួយៗ T , H , L , E , F សុទ្ធសឹងតែកើតឡើងដោយអង្កត់កែងគ្នា លើកលែងតែ K ខុសគេ។



## ចម្លើយ: កម្មវិធីលេខរៀងទី 040

ថ្នាក់រៀននោះមានសិស្សសរុបចំនួន 39 នាក់ ។
ព្រោះ បើរាប់ពីលើដល់ឈ្មោះសុខ គឺលេខរៀងទី 20
បើរាប់ពីក្រោមដល់ឈ្មោះសុខ គឺលេខរៀងទី 20
នាំឱ្យ ចំនួនសិស្សសរុប $=20+20-1=39$ នាក់
ហេតុបានជាដក 1 ដោយសារឈ្មោះសុខត្រូវបានរាប់ពីរដង។

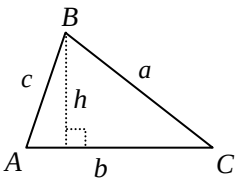
# បរិមាត្រ ផ្ទៃក្រឡា និងមាឌ នៃរូបធរណីមាត្រ

## 1) ត្រីកោណសាម័ញ្ញ

-ត្រីកោណសាម័ញ្ញ ជាត្រីកោណគ្មានលក្ខណៈពិសេស ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{1}{2}bh$

-បរិមាត្រ : $P=a+b+c$



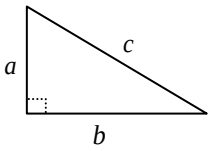

## 2) ត្រីកោណកែង

-ត្រីកោណកែង ជាត្រីកោណមានមុំកែង មានរង្វាស់ $90^o$ ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{1}{2}ab$

-បរិមាត្រ : $P=a+b+c$

-អ៊ីប៉ូតេនុស : $c=\sqrt{a^2+b^2}$



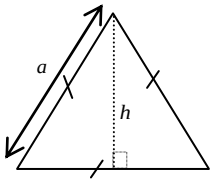

## 3) ត្រីកោណសម័ង្ស

-ត្រីកោណសម័ង្ស ជាត្រីកោណមានជ្រុងទាំងបីប៉ុនគ្នា មុំទាំងបីស្មើគ្នា ស្មើនឹង $60^o$ ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{1}{2}ah=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

-កម្ពស់ : $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

-បរិមាត្រ : $P=3a$



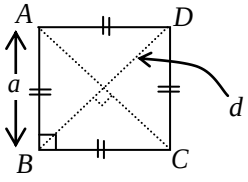

## 4) ការេ

-ជាចតុកោណមានជ្រុងទាំងបួនប៉ុនគ្នា និងមានមុំកែង ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=a^2$

-បរិមាត្រ : $P=4a$

-អង្កត់ផ្ទ្រេង : $d=a\sqrt{2}$



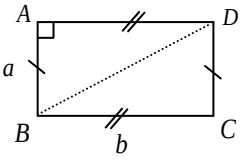

## 5) ចតុកោណកែង

-ជាចតុកោណមានជ្រុងប៉ុនគ្នាពីរៗ និងមានមុំកែង ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=ab$

-បរិមាត្រ : $P=2(a+b)$

-អង្កត់ផ្ទ្រេង : $d=\sqrt{a^2+b^2}$

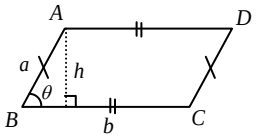



## 6) ប្រលេឡូក្រាម

-ជាចតុកោណ ដែលមានជ្រុងស្របគ្នាពីរៗ ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=bh=ab\sin\theta$

-បរិមាត្រ : $P=2(a+b)$

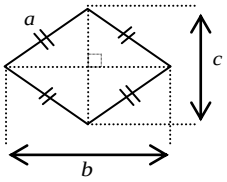



## 7) ចតុកោណស្មើ

-ជាចតុកោណមានជ្រុងទាំងបួនប៉ុនគ្នា និងគ្មានមុំកែង ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{bc}{2}$

-បរិមាត្រ : $P=4a$

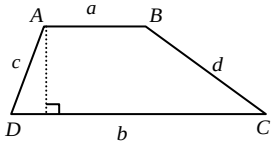



## 8) ចតុកោណញាយ

-ជាចតុកោណមានជ្រុងស្របគ្នាតែពីរ ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{(a+b)h}{2}$

-បរិមាត្រ : $P=a+b+c+d$



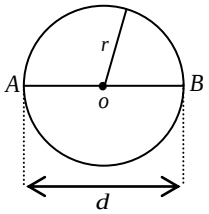

## 9) រង្វង់ (ថាស)

-ជាសំណុំចំណុចជាច្រើនស្ថិតនៅស្មើចម្ងាយពីចំណុចនឹងមួយ( ផ្ចិត) ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\pi r^2=\frac{\pi d^2}{4}$

-បរិមាត្រ : $P=2\pi r=\pi d$

-អង្កត់ផ្ចិត : $d=2r$



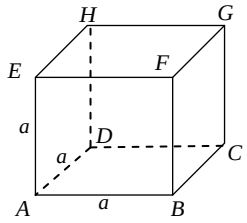
## 10) គូប

-ជារូបធរណីមាត្រក្នុងលំហមានទ្រនុងប៉ុនៗគ្នា ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=6a^2$

-មាឌ : $V=a^3$

-អង្កត់ទ្រូង : $d=a\sqrt{3}$




## 11) ប្រលេពីប៉ែតកែង

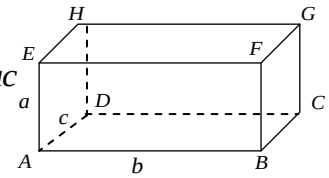
-ជារូបធរណីមាត្រក្នុងលំហមាន

ទ្រនុងមិនប៉ុនគ្នា ។

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=4ab+2ac$

-មាឌ : $V=abc$

-អង្កត់ទ្រូង : $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$




## 12) ស៊ីឡាំង

-ជារូបធរណីមាត្រក្នុងលំហមាន

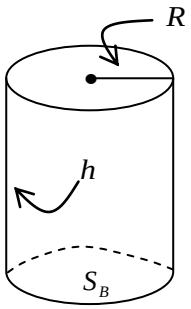
បាតពីរជារង្វង់ប៉ុនគ្នា ។

-ក្រឡាផ្ទៃខាង: $S_L=2\pi Rh$

-ក្រឡាផ្ទៃសរុប : $S_T=S_L+2S_B$

-មាឌ : $V=S_Bh=\pi R^2h$

ដែល $S_L$ ជាក្រឡាផ្ទៃខាង , $S_B$ ជាក្រឡាផ្ទៃបាត។

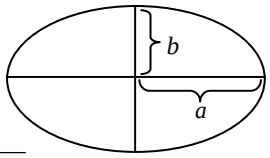



## 13) អេលីប

-(មើលនិយមន័យអេលីប)

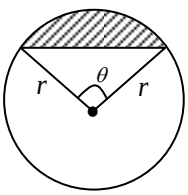
-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\pi ab$

-បរិមាត្រ : $P=2\pi\sqrt{\frac{1}{2}\left(a^2+b^2\right)}$




## 14) ក្រឡាផ្ទៃចំណិតថាស

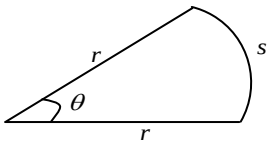
-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{1}{2}r^2(\theta-\sin\theta)$




## 15) ចម្រៀកថាស

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{1}{2}r^2\theta$

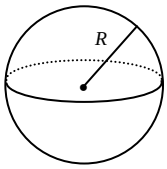
-ប្រវែងធ្នូ : $s=r\theta$




## 16) ស្វ៊ែ

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=4\pi R^2$

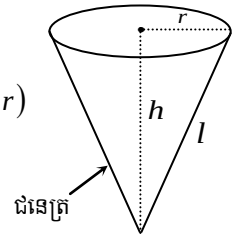
-មាឌ : $S=\frac{4}{3}\pi R^3$




## 17) កោណ

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\pi rl+\pi r^2=\pi r(l+r)$

-មាឌ : $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$

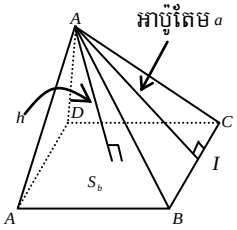



## 18) ពីរ៉ាមីត

-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{1}{2}\times p\times a$

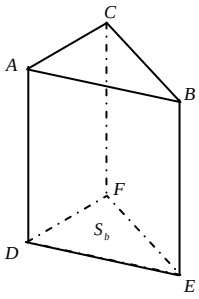
$p$ បរិមាត្របាត , $a$ អាប៉ូតែម

-មាឌ : $V=\frac{1}{3}S_bh$



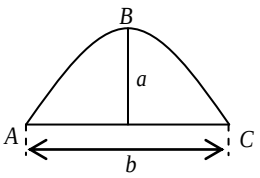

## 19) ព្រីស

-មាឌ : $V=\frac{1}{3}S_bh$




## 20) ចំណិតប៉ារ៉ាបូល

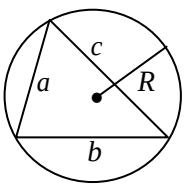
-ក្រឡាផ្ទៃ : $S=\frac{2}{3}ab$




## 21) កាំរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ

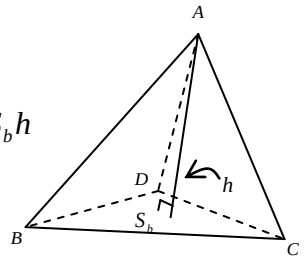
-កាំ $R=\frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$

ដែល $p=\frac{P}{2}=\frac{a+b+c}{2}$



**22) ចតុមុខ**

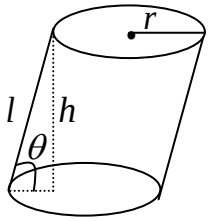
-មាឌ $: V=\frac{1}{3}S_b h$




**23) ស៊ីឡាំងទ្រេត**

-មាឌ $: V=\pi R^2 h=\pi R^2 l\sin\theta$

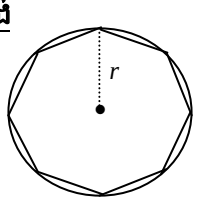
-ក្រឡាផ្ទៃ $: S=2\pi Rl=\frac{2\pi Rh}{\sin\theta}$




**24) ពហុកោណមាន $n$ ជ្រុងចារឹកក្នុងរង្វង់**

$$S=\frac{1}{2}nr^2\sin\frac{2\pi}{n}=\frac{1}{2}nr^2\sin\frac{360^o}{n}$$

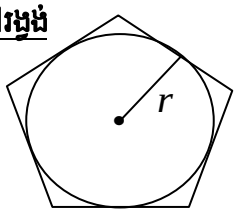
$$P=2nr\sin\frac{\pi}{n}=2nr\sin\frac{180^o}{n}$$




**25) ពហុកោណមាន $n$ ជ្រុងចារឹកក្រៅរង្វង់**

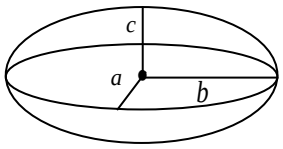
$$S=nr^2\tan\frac{\pi}{n}=nr^2\tan\frac{180^o}{n}$$

$$P=2nr\tan\frac{\pi}{n}=2nr\tan\frac{180^o}{n}$$



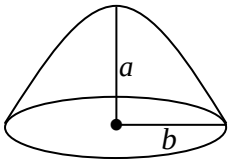

**26) អេលីបបរិវត្ត**

-មានមាឌ $V=\frac{4}{3}\pi abc$



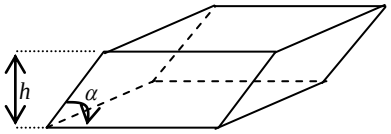

**27) ចំណិតប៉ារ៉ាបូលបរិវត្ត**

-មានមាឌ $V=\frac{1}{2}\pi b^2 a$




**28) ប្រលេពីប៉ែតទ្រេត**

-មានមាឌ $V=S_B h$

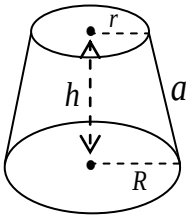



**29) កំណាត់កោណ**

-$S_L=\pi a(R+r)$

-$S_T=\pi a(R+r)+\pi R^2+\pi r^2$

-មាឌ: $V=\frac{\pi h}{3}\left(R^2+r^2+Rr\right)$

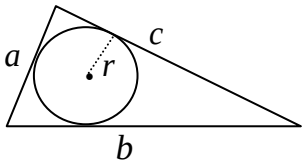



**30) កាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ**

-កាំរង្វង់ចារឹកក្នុង $\Delta$:

ដែលមាន $p=\frac{a+b+c}{2}$

កំណត់ដោយ $r=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$

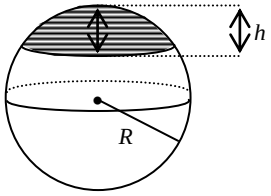



**31) ចំណិតស្វ៊ែ (កន្ទឹបស្វ៊ែ)**

-ក្រឡាផ្ទៃ: $S=2\pi Rh$

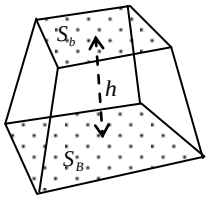
-មាឌចម្រៀកប៊ូល $V=\frac{2}{3}\pi R^2 h$

-មាឌអង្កត់ប៊ូល $V=\frac{1}{3}\pi h^2(3R-h)$




**32) កំណាត់ពីរ៉ាមីត**

-មាឌ $V=\frac{h}{3}\left(S_B+S_b+\sqrt{S_B S_b}\right)$




**សម្គាល់:** នៅមានរូបមន្តជាច្រើនទៀត ដើម្បីគណនាបរិមាត្រ ក្រឡាផ្ទៃ និងមាឌនៃរូបធរណីមាត្រកាន់តែសុក្រិតថែមទៀត ក៏ប៉ុន្តែវាជាបន្ទុកថ្នាក់ខ្ពស់ជាងនេះ ដូចនេះ យើងនឹងបានអានបន្តទៀតនៅថ្នាក់ទី ១២ ។

# តារាងស្វ័យគុណ និងឫសទី $n$ នៃមួយចំនួនពី 1 ដល់ 100

| $n$ | $n^2$ | $n^3$ | $n^4$ | $n^5$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt[4]{n}$ | $\sqrt[5]{n}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 1.414214 | 1.259921 | 1.189207 | 1.148698 |
| 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 1.732051 | 1.442250 | 1.316074 | 1.245731 |
| 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 2.000000 | 1.587401 | 1.414214 | 1.319508 |
| 5 | 25 | 125 | 625 | 3125 | 2.236068 | 1.709976 | 1.495349 | 1.379730 |
| 6 | 36 | 216 | 1296 | 7776 | 2.449490 | 1.817121 | 1.565085 | 1.430969 |
| 7 | 49 | 343 | 2401 | 16807 | 2.645751 | 1.912931 | 1.626577 | 1.475773 |
| 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | 2.828427 | 2.000000 | 1.681793 | 1.515717 |
| 9 | 81 | 729 | 6561 | 59049 | 3.000000 | 2.080084 | 1.732051 | 1.551846 |
| 10 | 100 | 1000 | 10000 | 100000 | 3.162278 | 2.154435 | 1.778279 | 1.584893 |
| 11 | 121 | 1331 | 14641 | 161051 | 3.316625 | 2.223980 | 1.821160 | 1.615394 |
| 12 | 144 | 1728 | 20736 | 248832 | 3.464102 | 2.289428 | 1.861210 | 1.643752 |
| 13 | 169 | 2197 | 28561 | 371293 | 3.605551 | 2.351335 | 1.898829 | 1.670278 |
| 14 | 196 | 2744 | 38416 | 537824 | 3.741657 | 2.410142 | 1.934336 | 1.695218 |
| 15 | 225 | 3375 | 50625 | 759375 | 3.872983 | 2.466212 | 1.967990 | 1.718772 |
| 16 | 256 | 4096 | 65536 | 1048576 | 4.000000 | 2.519842 | 2.000000 | 1.741101 |
| 17 | 289 | 4913 | 83521 | 1419857 | 4.123106 | 2.571282 | 2.030543 | 1.762340 |
| 18 | 324 | 5832 | 104976 | 1889568 | 4.242641 | 2.620741 | 2.059767 | 1.782602 |
| 19 | 361 | 6859 | 130321 | 2476099 | 4.358899 | 2.668402 | 2.087798 | 1.801983 |
| 20 | 400 | 8000 | 160000 | 3200000 | 4.472136 | 2.714418 | 2.114743 | 1.820564 |
| 21 | 441 | 9261 | 194481 | 4084101 | 4.582576 | 2.758924 | 2.140695 | 1.838416 |
| 22 | 484 | 10648 | 234256 | 5153632 | 4.690416 | 2.802039 | 2.165737 | 1.855601 |
| 23 | 529 | 12167 | 279841 | 6436343 | 4.795832 | 2.843867 | 2.189939 | 1.872171 |
| 24 | 576 | 13824 | 331776 | 7962624 | 4.898979 | 2.884499 | 2.213364 | 1.888175 |
| 25 | 625 | 15625 | 390625 | 9765625 | 5.000000 | 2.924018 | 2.236068 | 1.903654 |
| 26 | 676 | 17576 | 456976 | 11881376 | 5.099020 | 2.962496 | 2.258101 | 1.918645 |
| 27 | 729 | 19683 | 531441 | 14348907 | 5.196152 | 3.000000 | 2.279507 | 1.933182 |
| 28 | 784 | 21952 | 614656 | 17210368 | 5.291503 | 3.036589 | 2.300327 | 1.947294 |
| 29 | 841 | 24389 | 707281 | 20511149 | 5.385165 | 3.072317 | 2.320596 | 1.961009 |
| 30 | 900 | 27000 | 810000 | 24300000 | 5.477226 | 3.107233 | 2.340347 | 1.974350 |
| 31 | 961 | 29791 | 923521 | 28629151 | 5.567764 | 3.141381 | 2.359611 | 1.987341 |
| 32 | 1024 | 32768 | 1048576 | 33554432 | 5.656854 | 3.174802 | 2.378414 | 2.000000 |
| 33 | 1089 | 35937 | 1185921 | 39135393 | 5.744563 | 3.207534 | 2.396782 | 2.012347 |
| 34 | 1156 | 39304 | 1336336 | 45435424 | 5.830952 | 3.239612 | 2.414736 | 2.024397 |
| 35 | 1225 | 42875 | 1500625 | 52521875 | 5.916080 | 3.271066 | 2.432299 | 2.036168 |
| 36 | 1296 | 46656 | 1679616 | 60466176 | 6.000000 | 3.301927 | 2.449490 | 2.047673 |
| 37 | 1369 | 50653 | 1874161 | 69343957 | 6.082763 | 3.332222 | 2.466326 | 2.058924 |
| 38 | 1444 | 54872 | 2085136 | 79235168 | 6.164414 | 3.361975 | 2.482824 | 2.069935 |
| 39 | 1521 | 59319 | 2313441 | 90224199 | 6.244998 | 3.391211 | 2.498999 | 2.080717 |
| 40 | 1600 | 64000 | 2560000 | 102400000 | 6.324555 | 3.419952 | 2.514867 | 2.091279 |
| 41 | 1681 | 68921 | 2825761 | 115856201 | 6.403124 | 3.448217 | 2.530440 | 2.101632 |
| 42 | 1764 | 74088 | 3111696 | 130691232 | 6.480741 | 3.476027 | 2.545730 | 2.111786 |
| 43 | 1849 | 79507 | 3418801 | 147008443 | 6.557439 | 3.503398 | 2.560750 | 2.121747 |
| 44 | 1936 | 85184 | 3748096 | 164916224 | 6.633250 | 3.530348 | 2.575510 | 2.131526 |
| 45 | 2025 | 91125 | 4100625 | 184528125 | 6.708204 | 3.556893 | 2.590020 | 2.141127 |
| 46 | 2116 | 97336 | 4477456 | 205962976 | 6.782330 | 3.583048 | 2.604291 | 2.150560 |
| 47 | 2209 | 103823 | 4879681 | 229345007 | 6.855655 | 3.608826 | 2.618330 | 2.159830 |
| 48 | 2304 | 110592 | 5308416 | 254803968 | 6.928203 | 3.634241 | 2.632148 | 2.168944 |
| 49 | 2401 | 117649 | 5764801 | 282475249 | 7.000000 | 3.659306 | 2.645751 | 2.177906 |
| 50 | 2500 | 125000 | 6250000 | 312500000 | 7.071068 | 3.684031 | 2.659148 | 2.186724 |

| $n$ | $n^2$ | $n^3$ | $n^4$ | $n^5$ | $\sqrt{n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt[4]{n}$ | $\sqrt[5]{n}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 51 | 2601 | 132651 | 6765201 | 345025251 | 7.141428 | 3.708430 | 2.672345 | 2.195402 |
| 52 | 2704 | 140608 | 7311616 | 380204032 | 7.211103 | 3.732511 | 2.685350 | 2.203945 |
| 53 | 2809 | 148877 | 7890481 | 418195493 | 7.280110 | 3.756286 | 2.698168 | 2.212357 |
| 54 | 2916 | 157464 | 8503056 | 459165024 | 7.348469 | 3.779763 | 2.710806 | 2.220643 |
| 55 | 3025 | 166375 | 9150625 | 503284375 | 7.416198 | 3.802952 | 2.723270 | 2.228807 |
| 56 | 3136 | 175616 | 9834496 | 550731776 | 7.483315 | 3.825862 | 2.735565 | 2.236854 |
| 57 | 3249 | 185193 | 10556001 | 601692057 | 7.549834 | 3.848501 | 2.747696 | 2.244786 |
| 58 | 3364 | 195112 | 11316496 | 656356768 | 7.615773 | 3.870877 | 2.759669 | 2.252608 |
| 59 | 3481 | 205379 | 12117361 | 714924299 | 7.681146 | 3.892996 | 2.771488 | 2.260322 |
| 60 | 3600 | 216000 | 12960000 | 777600000 | 7.745967 | 3.914868 | 2.783158 | 2.267933 |
| 61 | 3721 | 226981 | 13845841 | 844596301 | 7.810250 | 3.936497 | 2.794682 | 2.275443 |
| 62 | 3844 | 238328 | 14776336 | 916132832 | 7.874008 | 3.957892 | 2.806066 | 2.282855 |
| 63 | 3969 | 250047 | 15752961 | 992436543 | 7.937254 | 3.979057 | 2.817313 | 2.290172 |
| 64 | 4096 | 262144 | 16777216 | 1073741824 | 8.000000 | 4.000000 | 2.828427 | 2.297397 |
| 65 | 4225 | 274625 | 17850625 | 1160290625 | 8.062258 | 4.020726 | 2.839412 | 2.304532 |
| 66 | 4356 | 287496 | 18974736 | 1252332576 | 8.124038 | 4.041240 | 2.850270 | 2.311579 |
| 67 | 4489 | 300763 | 20151121 | 1350125107 | 8.185353 | 4.061548 | 2.861006 | 2.318542 |
| 68 | 4624 | 314432 | 21381376 | 1453933568 | 8.246211 | 4.081655 | 2.871622 | 2.325422 |
| 69 | 4761 | 328509 | 22667121 | 1564031349 | 8.306624 | 4.101566 | 2.882121 | 2.332222 |
| 70 | 4900 | 343000 | 24010000 | 1680700000 | 8.366600 | 4.121285 | 2.892508 | 2.338943 |
| 71 | 5041 | 357911 | 25411681 | 1804229351 | 8.426150 | 4.140818 | 2.902783 | 2.345588 |
| 72 | 5184 | 373248 | 26873856 | 1934917632 | 8.485281 | 4.160168 | 2.912951 | 2.352158 |
| 73 | 5329 | 389017 | 28398241 | 2073071593 | 8.544004 | 4.179339 | 2.923013 | 2.358656 |
| 74 | 5476 | 405224 | 29986576 | 2219006624 | 8.602325 | 4.198336 | 2.932972 | 2.365083 |
| 75 | 5625 | 421875 | 31640625 | 2373046875 | 8.660254 | 4.217163 | 2.942831 | 2.371441 |
| 76 | 5776 | 438976 | 33362176 | 2535525376 | 8.717798 | 4.235824 | 2.952592 | 2.377731 |
| 77 | 5929 | 456533 | 35153041 | 2706784157 | 8.774964 | 4.254321 | 2.962257 | 2.383956 |
| 78 | 6084 | 474552 | 37015056 | 2887174368 | 8.831761 | 4.272659 | 2.971828 | 2.390116 |
| 79 | 6241 | 493039 | 38950081 | 3077056399 | 8.888194 | 4.290840 | 2.981308 | 2.396213 |
| 80 | 6400 | 512000 | 40960000 | 3276800000 | 8.944272 | 4.308869 | 2.990698 | 2.402249 |
| 81 | 6561 | 531441 | 43046721 | 3486784401 | 9.000000 | 4.326749 | 3.000000 | 2.408225 |
| 82 | 6724 | 551368 | 45212176 | 3707398432 | 9.055385 | 4.344481 | 3.009217 | 2.414142 |
| 83 | 6889 | 571787 | 47458321 | 3939040643 | 9.110434 | 4.362071 | 3.018349 | 2.420001 |
| 84 | 7056 | 592704 | 49787136 | 4182119424 | 9.165151 | 4.379519 | 3.027400 | 2.425805 |
| 85 | 7225 | 614125 | 52200625 | 4437053125 | 9.219544 | 4.396830 | 3.036370 | 2.431553 |
| 86 | 7396 | 636056 | 54700816 | 4704270176 | 9.273618 | 4.414005 | 3.045262 | 2.437248 |
| 87 | 7569 | 658503 | 57289761 | 4984209207 | 9.327379 | 4.431048 | 3.054076 | 2.442890 |
| 88 | 7744 | 681472 | 59969536 | 5277319168 | 9.380832 | 4.447960 | 3.062814 | 2.448480 |
| 89 | 7921 | 704969 | 62742241 | 5584059449 | 9.433981 | 4.464745 | 3.071479 | 2.454019 |
| 90 | 8100 | 729000 | 65610000 | 5904900000 | 9.486833 | 4.481405 | 3.080070 | 2.459509 |
| 91 | 8281 | 753571 | 68574961 | 6240321451 | 9.539392 | 4.497941 | 3.088591 | 2.464951 |
| 92 | 8464 | 778688 | 71639296 | 6590815232 | 9.591663 | 4.514357 | 3.097041 | 2.470345 |
| 93 | 8649 | 804357 | 74805201 | 6956883693 | 9.643651 | 4.530655 | 3.105423 | 2.475692 |
| 94 | 8836 | 830584 | 78074896 | 7339040224 | 9.695360 | 4.546836 | 3.113737 | 2.480993 |
| 95 | 9025 | 857375 | 81450625 | 7737809375 | 9.746794 | 4.562903 | 3.121986 | 2.486250 |
| 96 | 9216 | 884736 | 84934656 | 8153726976 | 9.797959 | 4.578857 | 3.130169 | 2.491462 |
| 97 | 9409 | 912673 | 88529281 | 8587340257 | 9.848858 | 4.594701 | 3.138289 | 2.496631 |
| 98 | 9604 | 941192 | 92236816 | 9039207968 | 9.899495 | 4.610436 | 3.146346 | 2.501758 |
| 99 | 9801 | 970299 | 96059601 | 9509900499 | 9.949874 | 4.626065 | 3.154342 | 2.506842 |
| 100 | 10000 | 1000000 | 100000000 | 10000000000 | 10.000000 | 4.641589 | 3.162278 | 2.511886 |

(សូមបញ្ជាក់ថា តារាងខាងលើពុំមែនចុចបញ្ចូលលេខដោយដៃទេ គឺ Computer ជាអ្នកគណនា ដូច្នេះសូមអ្នកកុំបារម្ភណ៍ អំពីសុក្រិតភាពរបស់វា)

# ខាងក្រោមជាតារាងផលធៀបនៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

| ដឺក្រេ | រ៉ាដ្យង់ | $\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\tan\alpha$ | $\cot\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|
| º | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | ------- |
| 1º | 0.0175 | 0.0175 | 0.9998 | 0.0175 | 57.2900 |
| 2º | 0.0349 | 0.0349 | 0.9994 | 0.0349 | 28.6363 |
| 3º | 0.0524 | 0.0523 | 0.9986 | 0.0524 | 19.0811 |
| 4º | 0.0698 | 0.0698 | 0.9976 | 0.0699 | 14.3007 |
| 5º | 0.0873 | 0.0872 | 0.9962 | 0.0875 | 11.4301 |
| 6º | 0.1047 | 0.1045 | 0.9945 | 0.1051 | 9.5144 |
| 7º | 0.1222 | 0.1219 | 0.9925 | 0.1228 | 8.1443 |
| 8º | 0.1396 | 0.1392 | 0.9903 | 0.1405 | 7.1154 |
| 9º | 0.1571 | 0.1564 | 0.9877 | 0.1584 | 6.3138 |
| 10º | 0.1745 | 0.1736 | 0.9848 | 0.1763 | 5.6713 |
| 11º | 0.1920 | 0.1908 | 0.9816 | 0.1944 | 5.1446 |
| 12º | 0.2094 | 0.2079 | 0.9781 | 0.2126 | 4.7046 |
| 13º | 0.2269 | 0.2250 | 0.9744 | 0.2309 | 4.3315 |
| 14º | 0.2443 | 0.2419 | 0.9703 | 0.2493 | 4.0108 |
| 15º | 0.2618 | 0.2588 | 0.9659 | 0.2679 | 3.7321 |
| 16º | 0.2793 | 0.2756 | 0.9613 | 0.2867 | 3.4874 |
| 17º | 0.2967 | 0.2924 | 0.9563 | 0.3057 | 3.2709 |
| 18º | 0.3142 | 0.3090 | 0.9511 | 0.3249 | 3.0777 |
| 19º | 0.3316 | 0.3256 | 0.9455 | 0.3443 | 2.9042 |
| 20º | 0.3491 | 0.3420 | 0.9397 | 0.3640 | 2.7475 |
| 21º | 0.3665 | 0.3584 | 0.9336 | 0.3839 | 2.6051 |
| 22º | 0.3840 | 0.3746 | 0.9272 | 0.4040 | 2.4751 |
| 23º | 0.4014 | 0.3907 | 0.9205 | 0.4245 | 2.3559 |
| 24º | 0.4189 | 0.4067 | 0.9135 | 0.4452 | 2.2460 |
| 25º | 0.4363 | 0.4226 | 0.9063 | 0.4663 | 2.1445 |
| 26º | 0.4538 | 0.4384 | 0.8988 | 0.4877 | 2.0503 |
| 27º | 0.4712 | 0.4540 | 0.8910 | 0.5095 | 1.9626 |
| 28º | 0.4887 | 0.4695 | 0.8829 | 0.5317 | 1.8807 |
| 29º | 0.5061 | 0.4848 | 0.8746 | 0.5543 | 1.8040 |
| 30º | 0.5236 | 0.5000 | 0.8660 | 0.5774 | 1.7321 |
| 31º | 0.5411 | 0.5150 | 0.8572 | 0.6009 | 1.6643 |
| 32º | 0.5585 | 0.5299 | 0.8480 | 0.6249 | 1.6003 |
| 33º | 0.5760 | 0.5446 | 0.8387 | 0.6494 | 1.5399 |
| 34º | 0.5934 | 0.5592 | 0.8290 | 0.6745 | 1.4826 |
| 35º | 0.6109 | 0.5736 | 0.8192 | 0.7002 | 1.4281 |
| 36º | 0.6283 | 0.5878 | 0.8090 | 0.7265 | 1.3764 |
| 37º | 0.6458 | 0.6018 | 0.7986 | 0.7536 | 1.3270 |
| 38º | 0.6632 | 0.6157 | 0.7880 | 0.7813 | 1.2799 |
| 39º | 0.6807 | 0.6293 | 0.7771 | 0.8098 | 1.2349 |
| 40º | 0.6981 | 0.6428 | 0.7660 | 0.8391 | 1.1918 |
| 41º | 0.7156 | 0.6561 | 0.7547 | 0.8693 | 1.1504 |
| 42º | 0.7330 | 0.6691 | 0.7431 | 0.9004 | 1.1106 |
| 43º | 0.7505 | 0.6820 | 0.7314 | 0.9325 | 1.0724 |
| 44º | 0.7679 | 0.6947 | 0.7193 | 0.9657 | 1.0355 |
| 45º | 0.7854 | 0.7071 | 0.7071 | 1.0000 | 1.0000 |

| ដឺក្រេ | រ៉ាដ្យង់ | $\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\tan\alpha$ | $\cot\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 46º | 0.8029 | 0.7193 | 0.6947 | 1.0355 | 0.9657 |
| 47º | 0.8203 | 0.7314 | 0.6820 | 1.0724 | 0.9325 |
| 48º | 0.8378 | 0.7431 | 0.6691 | 1.1106 | 0.9004 |
| 49º | 0.8552 | 0.7547 | 0.6561 | 1.1504 | 0.8693 |
| 50º | 0.8727 | 0.7660 | 0.6428 | 1.1918 | 0.8391 |
| 51º | 0.8901 | 0.7771 | 0.6293 | 1.2349 | 0.8098 |
| 52º | 0.9076 | 0.7880 | 0.6157 | 1.2799 | 0.7813 |
| 53º | 0.9250 | 0.7986 | 0.6018 | 1.3270 | 0.7536 |
| 54º | 0.9425 | 0.8090 | 0.5878 | 1.3764 | 0.7265 |
| 55º | 0.9599 | 0.8192 | 0.5736 | 1.4281 | 0.7002 |
| 56º | 0.9774 | 0.8290 | 0.5592 | 1.4826 | 0.6745 |
| 57º | 0.9948 | 0.8387 | 0.5446 | 1.5399 | 0.6494 |
| 58º | 1.0123 | 0.8480 | 0.5299 | 1.6003 | 0.6249 |
| 59º | 1.0297 | 0.8572 | 0.5150 | 1.6643 | 0.6009 |
| 60º | 1.0472 | 0.8660 | 0.5000 | 1.7321 | 0.5774 |
| 61º | 1.0647 | 0.8746 | 0.4848 | 1.8040 | 0.5543 |
| 62º | 1.0821 | 0.8829 | 0.4695 | 1.8807 | 0.5317 |
| 63º | 1.0996 | 0.8910 | 0.4540 | 1.9626 | 0.5095 |
| 64º | 1.1170 | 0.8988 | 0.4384 | 2.0503 | 0.4877 |
| 65º | 1.1345 | 0.9063 | 0.4226 | 2.1445 | 0.4663 |
| 66º | 1.1519 | 0.9135 | 0.4067 | 2.2460 | 0.4452 |
| 67º | 1.1694 | 0.9205 | 0.3907 | 2.3559 | 0.4245 |
| 68º | 1.1868 | 0.9272 | 0.3746 | 2.4751 | 0.4040 |
| 69º | 1.2043 | 0.9336 | 0.3584 | 2.6051 | 0.3839 |
| 70º | 1.2217 | 0.9397 | 0.3420 | 2.7475 | 0.3640 |
| 71º | 1.2392 | 0.9455 | 0.3256 | 2.9042 | 0.3443 |
| 72º | 1.2566 | 0.9511 | 0.3090 | 3.0777 | 0.3249 |
| 73º | 1.2741 | 0.9563 | 0.2924 | 3.2709 | 0.3057 |
| 74º | 1.2915 | 0.9613 | 0.2756 | 3.4874 | 0.2867 |
| 75º | 1.3090 | 0.9659 | 0.2588 | 3.7321 | 0.2679 |
| 76º | 1.3265 | 0.9703 | 0.2419 | 4.0108 | 0.2493 |
| 77º | 1.3439 | 0.9744 | 0.2250 | 4.3315 | 0.2309 |
| 78º | 1.3614 | 0.9781 | 0.2079 | 4.7046 | 0.2126 |
| 79º | 1.3788 | 0.9816 | 0.1908 | 5.1446 | 0.1944 |
| 80º | 1.3963 | 0.9848 | 0.1736 | 5.6713 | 0.1763 |
| 81º | 1.4137 | 0.9877 | 0.1564 | 6.3138 | 0.1584 |
| 82º | 1.4312 | 0.9903 | 0.1392 | 7.1154 | 0.1405 |
| 83º | 1.4486 | 0.9925 | 0.1219 | 8.1443 | 0.1228 |
| 84º | 1.4661 | 0.9945 | 0.1045 | 9.5144 | 0.1051 |
| 85º | 1.4835 | 0.9962 | 0.0872 | 11.4301 | 0.0875 |
| 86º | 1.5010 | 0.9976 | 0.0698 | 14.3007 | 0.0699 |
| 87º | 1.5184 | 0.9986 | 0.0523 | 19.0811 | 0.0524 |
| 88º | 1.5359 | 0.9994 | 0.0349 | 28.6363 | 0.0349 |
| 89º | 1.5533 | 0.9998 | 0.0175 | 57.2900 | 0.0175 |
| 90º | 1.5708 | 1.0000 | 0.0000 | -------- | 0.0000 |

# ខ្នាតនៃទ្វាស់ទ្វាល់ផ្សេងៗ

សព្វថ្ងៃការប្រើប្រាស់ខ្នាតមានច្រើនសន្ធឹកសន្ធាប់ណាស់ ដើម្បីបំពេញទៅនឹងការរីកចម្រើននៃវិទ្យាសាស្ត្រ ។ មិនតែ ប៉ុណ្ណោះខ្នាតមួយចំនួនត្រូវបានជំនួសដោយខ្នាតថ្មីផ្សេងទៀត ដើម្បីឱ្យស្របទៅនឹងស្តង់ដាអន្តរជាតិ។ នេះហើយជាមូលហេតុដែល នាំឱ្យខ្នាតធម្មតាមួយចំនួនបានបាត់បង់បន្តិចម្តងៗ មួយវិញទៀត ខ្នាតមួយចំនួនធំនៅតែប្រើប្រាស់នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅសព្វថ្ងៃ ប៉ុន្តែគ្មានឯកសារណា បាននិយាយលម្អិត និងរប្បៀបប្រើខ្នាតទាំងនោះឡើយ។ ជាពិសេសដើម្បីកុំឱ្យស្នាដៃខ្មែរបាត់បង់ ដែលបុព្វបុរស បានបន្សល់ទុក ទើបខ្ញុំបានរៀបចំឡើងវិញ អំពីខ្នាតជាច្រើន ជាមួយការស្រាវជ្រាវឯកសារមិនតិច ។ ក្នុងផ្នែកនេះនឹងមានការបង្ហាញខ្នាតផ្សេងៗជាច្រើនរួមមាន :

## ១. ខ្នាតប្រវែង

### ក. ខំនាក់ខំនង់ខ្នាតប្រវែង

| | | |
|---|---|---|
| **<u>ពហុគុណនៃ</u>** $m$ (ធំជាងខ្នាតម៉ែត្រ) | **<u>ទំនាក់ទំនងខ្នាតខ្មែរនិងខ្នាតអន្តរជាតិ</u>** | 1 កែងដៃ = 1 ហត្ថ |
| 1Tm (តេរ៉ាម៉ែត្រ) $=10^{12}$ m | 1 យោជន៍ = 16 km | 1 កាងដៃ = 2 m |
| 1Gm (ជីហ្គាម៉ែត្រ) $=10^{9}$ m | 1 គាវុត = 4 km | 1 inch (អ៊ិញ) $\approx 1.54$ cm |
| 1Mm (ម៉េហ្គាម៉ែត្រ) $=10^{6}$ m | 1 សិន = 40 m | 1 foot (ភុត) $\approx 30.48$ cm |
| 1Km (គីឡូម៉ែត្រ) $=10^{3}$ m | 1 ព្យាម = 20 m | 1 yard (យ៉ា) $\approx 0.9114$ m |
| | 1 ហត្ថ = 0.50 m | 1 feet (ហ្វីត) $\approx 0.3038$ m |
| **<u>អនុពហុគុណនៃ</u>** $m$ (តូចជាងខ្នាតម៉ែត្រ) | 1 ចំអាម = 0.20 m | 1 mile (ម៉ាយ) $\approx 1609.344$ m |
| 1mm (មីលីម៉ែត្រ) $=10^{-3}m$ | 1 តឹក = 0.10 m | 1 yard (យ៉ា) = 3 feet (ហ្វីត) |
| 1μm (មីក្រូម៉ែត្រ) $=10^{-6}m$ | 1 ដឹង = 0.01 m | 1 mile (ម៉ាយ) =1760 yd (យ៉ា) |
| 1nm (ណាណូម៉ែត្រ) $=10^{-9}m$ | 1 គាវុត = 100 សិន | 1 mill , mrin (មីល) $=1852m$ |
| 1pm (ពីកូម៉ែត្រ) $=10^{-12}m$ | 1 យោជន៍ = 400 សិន | 1 m $=10^{10}A^{o}$ (អំស្ត្រុង) |

### ខ. តារាងដំណួយក្នុងការបំបែបខ្នាតប្រវែង

| ... | Km (គីឡូម៉ែត្រ) | hm (ហិចតូម៉ែត្រ) | dam (ដេកាម៉ែត្រ) | m (ម៉ែត្រ) | dm (ដេស៊ីម៉ែត្រ) | cm (សង់ទីម៉ែត្រ) | mm (មីលីម៉ែត្រ) | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | តឹក | ដឹង | | |
| | | | | | | | | |

-ខ្នាតប្រវែងតូចឬធំជាងគ្នាដប់ៗដង។

## ២. ខ្នាតផ្ទៃក្រឡា

### ក. ចំណាត់ចំនួនខ្នាតផ្ទៃក្រៃឌ្បា

| -ពហុគុណនៃ $m^2$ | -អនុពហុគុណនៃ $m^2$ | -ទំនាក់ទំនងខ្នាតខ្មែរជាមួយខ្នាតអន្តរជាតិ |
|---|---|---|
| $1\ Tm^2 = 10^{24}\ m^2$ | $1\ mm^2 = 10^{-6}\ m^2$ | 1 ha (ហិចតា) = 10 000 $m^2$ |
| $1\ Gm^2 = 10^{18}\ m^2$ | $1\ \mu m^2 = 10^{-12}\ m^2$ | 1 *a* (អា) = 100 $m^2$ |
| $1\ Mm^2 = 10^{12}\ m^2$ | $1\ nm^2 = 10^{-18}\ m^2$ | 1 ca (សង់ទីអា) = 1 $m^2$ |
| $1\ Km^2 = 10^{6}\ m^2$ | $1\ pm^2 = 10^{-24}\ m^2$ | |

### ខ. តារាងដំណួយក្នុងការបំលែងខ្នាតផ្ទៃក្រៃឌ្បា

| … | $Km^2$ | | $hm^2$ | | $dam^2$ | | $m^2$ | | $dm^2$ | | $cm^2$ | | $mm^2$ | | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ហិចតា ha | | អា *a* | | សង់ទីអា *ca* | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |

-ខ្នាតផ្ទៃក្រឡាតូចឬធំជាងគ្នាមួយរយៗដង។

## ៣. ខ្នាតមាឌ

### ក. ចំណាត់ចំនួនខ្នាតមាឌ

| | | |
|---|---|---|
| $1\ Tm^3 = 10^{36}\ m^3$ | $1\ pm^3 = 10^{-36} m^3$ | 1 ml (មីលីលីត្រ) = 0.001 $\ell$ |
| $1\ Gm^3 = 10^{27}\ m^3$ | 1 $\ell$ (លីត្រ) $= 1\ dm^3$ | $1\ \ell = 1\ 000$ ml |
| $1\ Mm^3 = 10^{18}$ m | 1 hl (ហិចតូលីត) $= 100\ \ell$ | $1\ mm^3 = 1$ cc |
| $1\ Km^3 = 10^{9} m^3$ | 1 cl (សង់ទីលីត្រ) = 0.01 $\ell$ | 1 ml $= 1\ cm^3$ |
| $1\ mm^3 = 10^{-9}\ m^3$ | 1 dal (ដេកាលីត្រ) = 10 $\ell$ | 1 កាន = 30 $\ell$ |
| $1\ \mu m^3 = 10^{-18}\ m^3$ | 1 dl (ដេស៊ីលីត្រ) = 0.1 $\ell$ | 1 ផ្លាន(ឈើ) = 0.1 $m^3$ |
| $1\ nm^3 = 10^{-27} m^3$ | | |

### ខ. តារាងដំណួយក្នុងការបំលែងខ្នាតមាឌ

| … | $Km^3$ | | | $hm^3$ | | | $dam^3$ | | | $m^3$ | | | $dm^3$ | | | $cm^3$ | | | $mm^3$ | | | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | លីត្រ | | | មីលីលីត្រ | | | cc | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

-ខ្នាតមាឌតូចឬធំជាងគ្នាមួយពាន់ៗដង។

## ៤. ខ្នាតពេល

ឯកតាសំខាន់នៃរយៈពេលគឺ វិនាទី $(s)$ ។ គេតាង ថ្ងៃដោយ j , ម៉ោងដោយ h , នាទីដោយ mn , វិនាទីដោយ s ។

| | | |
|---|---|---|
| 1 សហស.វត្ស = 1000 ឆ្នាំ | 1 ម៉ោង $(h)$ = 60 នាទី $(mn)$ | 1 h (ម៉ោង) = 3600 s (វិនាទី) |
| 1 សតវត្ស = 100 ឆ្នាំ | 1 mn (នាទី) = 60 $s$ (វិនាទី) | 1 j (ថ្ងៃ) = 1440 mn (នាទី) |
| 1 ទស្សវត្ស = 10 ឆ្នាំ | 1 s (វិនាទី) = 60′ (មីនុត) | 1 j (ថ្ងៃ) = 86400 s (វិនាទី) |
| 1 ឆ្នាំ = 365 ថ្ងៃ + 6 ម៉ោង | 1′ (មីនុត) = 60″ (សីកុង) | 1 ឆ្នាំ = 8766 h ម៉ោង |

## ៥. ខ្នាតម៉ាស

| | | |
|---|---|---|
| 1 kg គីឡូក្រាម = 1 000 g ក្រាម | 1 តៅ = 15 $kg$ (អង្គរ) | 1 ជី = 10 ហ៊ុន |
| 1 hg ហិចតូក្រាម = 100 $g$ ក្រាម | 1 នាឡិ = 600 $g$ | 1 ហ៊ុន = 10 លី |
| 1 ដេកាក្រាម $dag$ = 10 $g$ ក្រាម | 1 តម្លឹង = 37.5 $g$ | 1 kg (គីឡូក្រាម) = 10 ខាំ |
| 1 ក្រាម $g$ = 0.001 $kg$ គីឡូក្រាម | 1 ជី = 3.75 $g$ | 1 ខាំ = 100 $g$ |
| 1 ដេស៊ីក្រាម $dg$ = 0.1 $g$ ក្រាម | 1 ហ៊ុន = 0.375 $g$ | 1 តោន (បារាំង) = 1000 kg |
| 1 សង់ទីក្រាម $cg$ = 0.01 $g$ ក្រាម | 1 លី = 0.0375 $g$ | 1 តោន (អាមេរិច) = 907.18 kg |
| 1 មីលីក្រាម $mg$ = 0.001 $g$ ក្រាម | 1 ហាប = 2 ចុង | 1 តោន (អង់គ្លេស) = 1016.05 kg |
| 1 ហាប = 60 $kg$ | 1 ចាំង = 2 តៅ | 1 ជោន $(pound)$ = 0.453 kg |
| 1 ចុង = 30 $kg$ | 1 តៅ = 4 កន្តាំង | 1 ញូតុន $N \approx 100\ g$ |
| 1 ចាំង = 30 $kg$ | 1 នាឡិ = 16 តម្លឹង | |
| | 1 តម្លឹង = 10 ជី | |

## ៦. ខ្នាតសីតុណ្ហភាព

**ខ្នាតសីតុណ្ហភាពមានបី :** អង្សាស្ទែលស្យុស $(^oC)$ , អង្សាកែលវិន $(K)$ , ជារ៉ិនហៃ $(^oF)$ ។

**រូបមន្តបំបែកខ្នាតសីតុណ្ហភាព:**

- $\boxed{K = t + 273}$ : K ជាសី.ភាពកែលវិន , $t$ ជាសី.ភាពអង្សាស្ទែលស្យុស ។
- $\boxed{^oF = \frac{180 \times {}^oC}{100} + 32}$ : $^oF$ ជាសី.ភាពជារ៉ិនហៃ , $^oC$ ជាសី.ភាពអង្សាស្ទែលស្យុស ។

## ៧. ខ្នាតមុំ

| | | |
|---|---|---|
| $1^o$ (ដឺក្រេ) = 60′ (មីនុត) | $180^o$ = 200 Grad (ក្រាត) | $1^o$ = 0.0174533 rad |
| 1′ (មីនុត) = 60″ (សីកុង) | $180^o = \pi$ rad (រ៉ាដ្យង់) | $1^o$ = 1.111111 Grad |
| 1 D = $90^o$ (ដឺក្រេ) | 1 rad $\approx 57^o17'45''$ | 1 rad $\approx 63.662\ Grad$ |
| | | $\pi$ rad = 200 Grad |

## ៨. ខ្នាតផ្សេងៗ

| | | |
|---|---|---|
| 1 ឡូ = 12 | 1 រយ = 10 រ៉ឹល | 1 បាញ់ = 100 g (ថ្នាំ) |
| 1 កេះ (ស្រាប្រៀ) = 24 កំប៉ុង | 1 រ៉ឹល = 10 កាក់ | 1បេ (អង្ករ)= 50 kg |
| 1 ប៊ិច = 25 សុង (បារី) | 1 កាក់ = 10 សេន | 1 បាវក្រចៅ = 100 kg |
| 1 សុង = 10 កញ្ចប់ (បារី) | 1 ដំបរ = 4 (ឬ5បើគិតក្បាច់) | 1 យួរ(ទឹកសុទ្ធ) = 12 ដប |
| 1 កញ្ចប់ = 20 ដើម(បារី) | 1 ផ្លូន = 10 ដំបរ | 1 កំប៉ុង(អង្ក) = 0.25 kg |
| 1 ស៊ី = 0.25 L លីត | 1 ស្លឹក = 10 ផ្លូន | |

ចំពោះខ្នាតផ្សេងៗនេះ មានខ្នាតខ្លះមានការវិវត្តខុសពីមុន ដើម្បីបំពេញតម្រូវការរបស់មនុស្ស។ ទោះបីជាខ្ញុំឃើញខុសយ៉ាងនេះក្តី ក៏ខ្ញុំពុំកែតម្រូវដែរសម្រាប់ការបោះពុម្ពលើកក្រោយ ព្រោះខ្ញុំគិតថា ខ្ញុំសរសេរបានមុននៃការវិវត្តទាំងនោះ ដូចនេះចូលមិត្តអ្នកអានចាត់ទុកថា កាលជំនាន់មុនគេគិតផ្សេង តែឥឡូវគេគិតផ្សឹង ទៅចុះ។

ជាឧទាហរណ៍ កាលពីមុនខ្ញុំឃើញបារីមួយកញ្ចប់មាន 20 ដើម តែក្រោយមក ដោយសារប្រទេសកម្ពុជាមានការរិតបន្តឹងច្បាប់អំពីថ្នាំជក់ ធ្វើឱ្យថ្នាំជក់មានការកើនតម្លៃ ជាហេតុធ្វើឱ្យផលិតករថ្នាំជក់ បង្កើតកញ្ចប់បារីកាន់តែតូចជាងមុន នាំឱ្យចំនួនបារីត្រូវបានបន្តយ មកនៅសល់ត្រឹម 10 ដើមប៉ុណ្ណោះ ម្យ៉ាងវិញទៀត កាលណាកញ្ចប់បារីកាន់តែតូចគឺវាងាយស្រួលក្នុងការទុកដាក់ក្នុងហោប៉ៅ។ ជាបន្តទៀត យើងនឹងតាមដានទាំងអស់គ្នា ថាតើមានអ្វីទៀតដែលនឹងប្រែប្រួល ... ។

## ៩. សេចក្តីបន្ថែម

នៅមានខ្នាតផ្សេងៗជាច្រើនទៀត ដូចជា៖

-ខ្នាតសម្លេងគិតជា ដេស៊ីបែល

-ខ្នាតរញ្ជួយដីគិតជា រ៉ិចស្ទ័រ

-ខ្នាតថាមពលអគ្គិសនីគិតជា kw/h

-ខ្នាតកំលាំងគិតជា ញូតុន (N)

-ខ្នាតម៉ែម៉ូរី គិតជា បៃ

-ចំនួនអាគុយគិតជា គ្រាប់

-ខ្នាតគិតជា គ្រឿង ឈុត សម្រាប់ កំប្លែ រ៉ែ ... ។