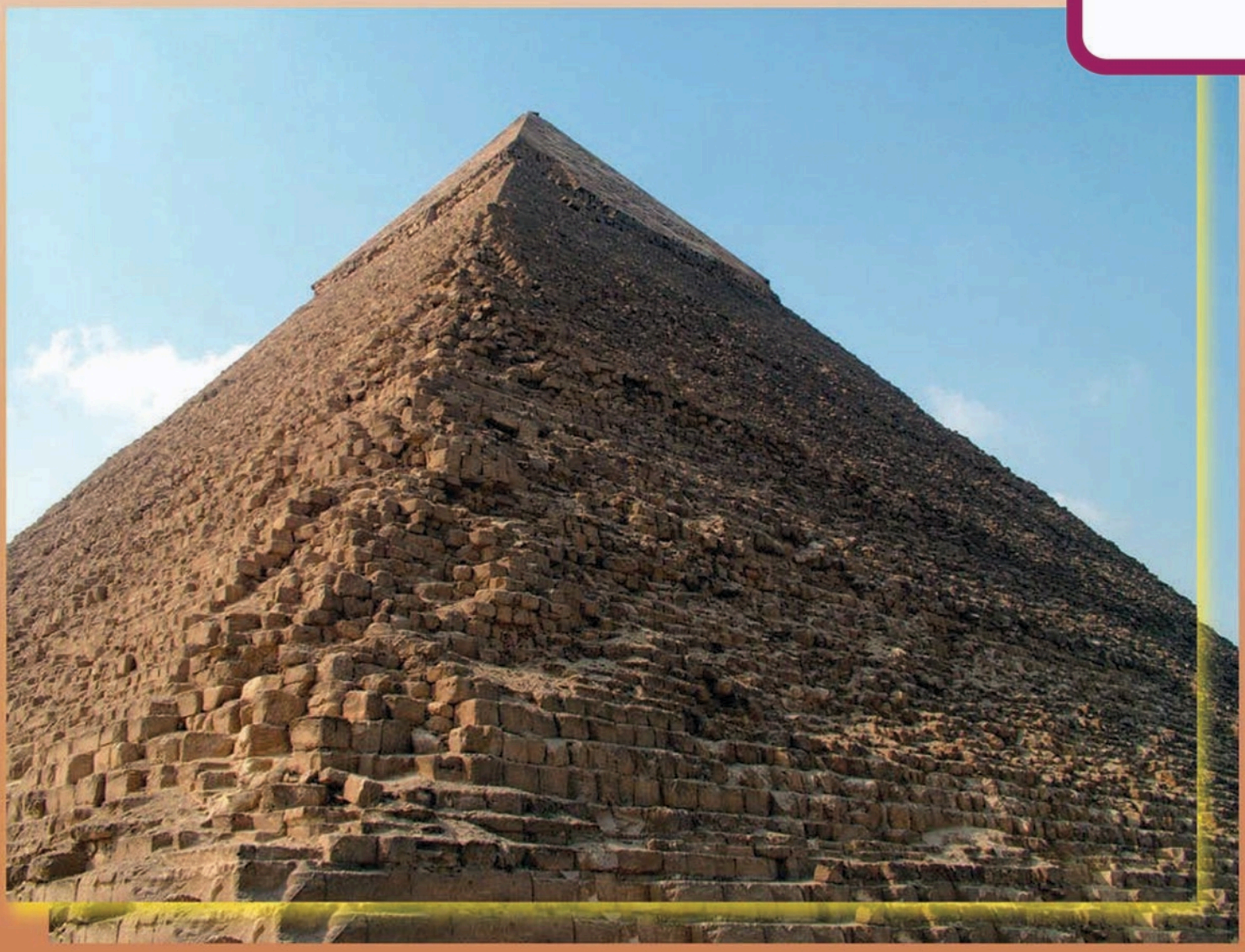
សម្រាប់លក់

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

ភាគ 1

ទី ១០



គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកចាយ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី ១០

បោះពុម្ពផ្សាយដោយ

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

អគារ ១៤៨ មហាវិថី ព្រះនរោត្តម ភ្នំពេញ

krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

គណៈកម្មការនិពន្ធ

	លោក	អ៊ឹ ស៊ាងលី	អ្នកស្រី	អ៊ុក សុមនី
	លោក	សឹម វិសុទ្ធ	អ្នកស្រី	ទី ប៉ូលីរ៉ែត
	លោក	ចាន់ រ៉ាដា	លោក	ឆួ រ៉ែត
	លោក	បាន គនហោង		
អ្នកនាយអត្ថបទ	លោកស្រី	ឈាង ណាវីន		
វិចិត្រករ	លោក	តន់ ជាតិ		
អ្នករៀបរៀង	លោក	ឱក លីនដា	លោក	ព្រំ ងួន
អ្នករចនាទំព័រ	លោក	ខែម ម៉ារី		

សូមថ្លែងអំណរគុណចំពោះការ

ជួយឧបត្ថម្ភរបស់អង្គការ **JICA**

បានទទួលការអនុញ្ញាតឱ្យបោះពុម្ពផ្សាយពី ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា តាមប្រកាសលេខ៧៦០ **អយក.ប្រក.** ចុះថ្ងៃទី១៤ ខែមិថុនា ឆ្នាំ២០០៧ ដើម្បីប្រើប្រាស់នៅតាមសាលារៀន ។

ហាមថតចម្លងសៀវភៅនេះ

រក្សាសិទ្ធិ ©

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

បោះពុម្ពលើកទី១៣ ឆ្នាំ ២០២០ ចំនួន ៣៥ ០០០ ច្បាប់

ISBN 9-789-995-000-714

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

អារម្ភកថា

សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី 10 ភាគ I រួមមាន 5 ជំពូក សិក្សាអំពី **តក្កវិទ្យា សំណុំ** និង**ចំនួនពហុធា សមីការ** និង**វិសមីការ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់ អនុគមន៍** ។

ការរៀបចំសៀវភៅមានទម្រង់ដូចខាងក្រោម :

- មេរៀននីមួយៗបានបញ្ជាក់អំពីវត្ថុបំណងច្បាស់លាស់
- ខ្លឹមសារមេរៀន ផ្តើមចេញពីឧទាហរណ៍ក្នុងជីវភាពរស់នៅ
- មានលំហាត់ប្រតិបត្តិសម្រាប់ពង្រឹងចំណេះដឹងសិស្ស
- ចុងមេរៀនមានសង្ខេបគន្លឹះមេរៀនសម្រាប់ឱ្យសិស្សចងចាំនូវអ្វីដែលបានរៀន
- មេរៀននីមួយៗមានលំហាត់និងលំហាត់សម្រាប់ជំពូក ។

សៀវភៅសិក្សានេះមានការចូលរួមពី :

- អ្នកឯកទេសជប៉ុនដែលបានជួយផ្តល់យោបល់សម្រាប់អ្នកនិពន្ធ
- លោកគ្រូ អ្នកគ្រូដែលបានសាកល្បងបង្រៀននូវសៀវភៅសិក្សានេះ
- គណៈកម្មការវាយតម្លៃដែលបានជួយត្រួតពិនិត្យ និងផ្តល់យោបល់ ។

ដើម្បីឱ្យសៀវភៅសិក្សាកាន់តែល្អប្រសើរ យើងខ្ញុំនឹងទទួលរាល់ការរិះគន់ និងកែលម្អបន្ថែមពីសំណាក់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូដោយក្តីរីករាយ ។

គណៈកម្មការនិពន្ធ

youtube.com/moeys
krobo
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys

បញ្ជីអត្ថបទ

ជំពូកទី1 : តក្កវិទ្យា សំណុំនិងចំនួន.....1

1. តក្កវិទ្យា 2
2. សំណុំ 18
3. ចំនួន 36

ជំពូកទី2 : ពហុធា.....53

1. ពហុធា 54
2. ប្រមាណវិធីចែកពហុធា 78

ជំពូកទី3 : សមីការនិងវិសមីការ.....91

1. សមីការដឺក្រេទី2មានមួយអញ្ញាតិ 92
2. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ 116
3. វិសមីការ 130

ជំពូកទី4 : ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់.....155

1. កូអរដោនេនៃចំណុច 156
2. សមីការបន្ទាត់ 168
3. សមីការរង្វង់ 180
4. ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប 188

ជំពូកទី5 : អនុគមន៍និងក្រាបអនុគមន៍.....193

1. អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍ 194
2. អនុគមន៍ដឺក្រេទី2និងក្រាបរបស់វា 204
3. អនុគមន៍សនិទាន អនុគមន៍អសនិទាន 220

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

និមិត្តសញ្ញាដែលប្រើក្នុងសៀវភៅគណិតវិទ្យា

$\mathbb{N}$	:	សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ
$\mathbb{Z}$	:	សំណុំចំនួនគត់ រ៉ឹឡាទីប
$\mathbb{Q}$	:	សំណុំចំនួនសនិទាន
$\mathbb{R}$	:	សំណុំចំនួនពិត
$\mathbb{C}$	:	ចំនួនកុំផ្លិច
$A = \{a,\ b,\ c\}$	:	សំណុំដែលមានធាតុ $a;\ b;\ c$
$\bar{A}$	:	សំណុំរងបំពេញនៃ A
$\varnothing$	:	សំណុំទទេ
$n(A)$	:	ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A
$\cup$	:	ប្រជុំ $A \cup B$
$\cap$	:	ប្រសព្វ $A \cap B$
$\in$	:	ជាធាតុនៃ $a \in A$
$\subset$	:	នៅក្នុង $A \subset B$
$\wedge$	:	ឈ្នាប់ និង $p \wedge q$
$\vee$	:	ឈ្នាប់ ឬ $p \vee q$
$\bar{P}$	:	សំណើឈ្នាប់មិននៃសំណើ P
$\Rightarrow$	:	ឈ្នាប់នាំឱ្យ $p \Rightarrow q$
$\Leftrightarrow$	:	ឈ្នាប់សមមូល $p \Leftrightarrow q$
$t.\ (P)$	:	តម្លៃភាពពិតនៃសំណើ p
$[a,\ b]$	:	ចន្លោះបិទ $o \le x \le b$
$(a,\ b)$	:	ចន្លោះបើក $o < x < b$
$(a,\ b]$	:	ចន្លោះកន្លះបើកខាងឆ្វេង $a < x \le b$
$[a,\ b)$	:	ចន្លោះកន្លះបើកខាងស្តាំ $o \le x < b$
$\frac{24}{10} = 2.4$	:	អានថា 2 ចុច 4

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

$P(n\ ,\ r)$	:	ចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ
$C(n\ ,\ r)$	:	បន្សុំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ
$n!$	:	$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \times n$
$\bar{x}$	:	មធ្យម $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots x_n}{N}$
M_e	:	មេដ្យាន
M_o	:	ម៉ូត
$f(x)$	:	អនុគមន៍នៃ x
Δx	:	កំណើននៃអថេរ
Δf	:	កំណើននៃអនុគមន៍
$A(a,\ \ b)$	:	កូអរដោនេនៃចំណុច A
sin	:	ស៊ីនុស
cos	:	កូស៊ីនុស
tan	:	តង់សង់
AB	:	អង្កត់ AB ឬ ប្រវែង AB
D	:	បន្ទាត់ D
$\angle A$	:	មុំ A ឬរង្វាស់នៃមុំ A
$\overrightarrow{AB}$	:	វិចទ័រ AB
$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	:	ប្រវែងនៃវិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$
$\vec{u}(a,\ \ b)$	:	កូអរដោនេនៃវិចទ័រ $\vec{u}$
$\vec{u} \cdot \vec{v}$	:	ផលគុណស្កាលែនៃពីរវិចទ័រ
P	:	ប្លង់ P
$P \mathbin{/\!/} Q$	:	ប្លង់ស្របគ្នា
$P \perp Q$	:	ប្លង់កែងគ្នា
$P \cap Q$	:	ប្លង់ប្រសព្វគ្នា

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys

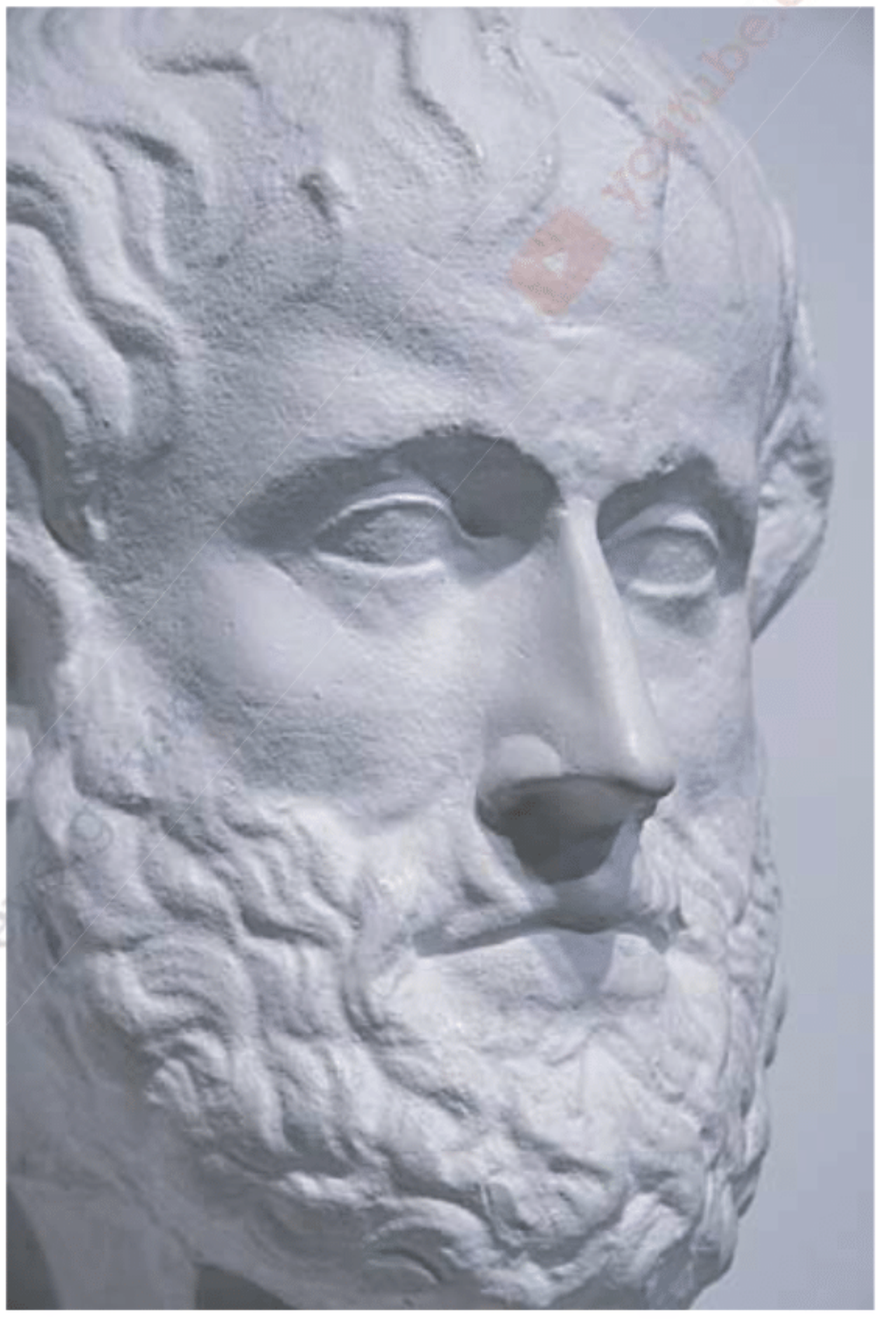
ជំពូក 1

តក្កវិទ្យា សំណុំ និងចំនួន

❶ តក្កវិទ្យា

❷ សំណុំ

❸ ចំនួន



លោក អារីស្តូត (Aristotle 384-322 មុនគ្រិស្តសករាជ)
ទស្សន:វិទូ និងវិទ្យាសាស្ត្រវិទូ ។

នៅក្នុងជំពូកនេះ គេចាប់ផ្តើមសិក្សាអំពីបញ្ហត្តិមូលដ្ឋាននៃតក្កវិទ្យា សំណុំ និងរបៀបធ្វើសម្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យា តាមបែបតក្កវិទ្យាដែលជាមធ្យោបាយដ៏សំខាន់មួយក្នុងការអភិវឌ្ឍបំណិនគិត និងការដោះស្រាយចំណោទបញ្ហាតាមបែបគណិតវិទ្យា ។ បន្ទាប់ពីទទួលបានបញ្ហត្តិមូលដ្ឋាននៃតក្កវិទ្យា សំណុំ និងបំណិនក្នុងការធ្វើសម្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យា គេនឹងអាចឈានទៅសិក្សាពីសញ្ញាណ និងប្រមាណវិធីនៃចំនួនសនិទាន អសនិទាន ចំនួនពិត និងសិក្សាអំពីសញ្ញាណនៃប្រព័ន្ធរបាប់ និងការបំប្លែងប្រព័ន្ធគោលដប់ទៅជាប្រព័ន្ធគោលពីរ និងច្រាសមកវិញដែលមានសារៈសំខាន់សម្រាប់ការសិក្សាផ្នែកអេឡិចត្រូនិច ។

មេរៀនទី

1 តក្កវិទ្យា

1.1 សំណើ

ខ្លឹមបំណង

- រកឃើញសញ្ញាណនៃសំណើ
- កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើ ។

ពាក្យគន្លឹះ

អំណះអំណាង សំណើ តម្លៃភាពពិត ។

ក្នុងការពិភាក្សាគ្នា គេតែងសង្កេតឃើញថា មានការលើកទ្បើងនូវអំណះអំណាងផ្សេងៗគ្នាដែលអំណះអំណាងខ្លះពិត ខ្លះមិនពិត (ពេលដែលគេដឹង) និងខ្លះទៀតមិនអាចសន្និដ្ឋានបាន(ពេលដែលគេមិនដឹង) ។ ដូចជាអំណះអំណាងខាងក្រោមនេះ :

ក. “ 5 ជាចំនួនបឋម ” ជាអំណះអំណាងពិត ។

ខ. “ ខែធ្នូមាន30 ថ្ងៃ ” ជាអំណះអំណាងមិនពិត ។

គ. “ សុភីមានមាឌតូច ” ជាអំណះអំណាងមិនអាចថាពិត ឬមិនពិតព្រោះគេមិនបានកំណត់ថាទំហំខ្លួនប៉ុនណាដែលបញ្ជាក់ថាមានមាឌតូចនោះ ។

អំណះអំណាង (ក) ដែលគេអាចសម្រេចបានថាពិត និងអំណះអំណាង (ខ) ដែលគេអាចសម្រេចថាមិនពិត ហៅថា**សំណើ** ។ ចំណែកអំណះអំណាង (គ) ដែលគេមិនអាចសម្រេចបាន មិនមែនជាសំណើទេ ។

និយមន័យ សំណើ គឺជាអំណះអំណាងទាំងឡាយណាដែលគេអាចសម្រេចថាពិត ឬក៏មិនពិត ។

គេតាងឈ្មោះនៃសំណើដោយអក្សរ p , q , r , s, ……

ឧទាហរណ៍ p : ភ្នំពេញជារាជធានីនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

q : ភ្នំពេញជាមជ្ឈមណ្ឌលសេដ្ឋកិច្ចនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

r : ប្រាសាទអង្គរវត្តស្ថិតនៅក្នុងខេត្តសៀមរាប ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

តម្លៃភាពពិត

- បើសំណើ p ពិតនោះគេថា p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនឹង 1 ។

  គេកំណត់សរសេរ $\text{ត.}(p) = 1$ ។

- បើសំណើ p មិនពិតនោះគេថា p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនឹង 0 ។

  គេកំណត់សរសេរ $\text{ត.}(p) = 0$ ។

ប្រតិបត្តិ ចូរជ្រើសរើសអំណះអំណាងដែលជាសំណើក្នុងចំណោមអំណះអំណាងខាងក្រោម ហើយកំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើទាំងនោះ ។

ក. សត្វគោតូចជាងសត្វឆ្មា ។

ខ. 2007 ចែកដាច់នឹង 3 ។

គ. ថ្ងៃស្អែកនឹងមានភ្លៀងខ្លាំងបំផុតនៅភ្នំពេញ ។

1.2 ឈ្នាប់តក្កវិទ្យា

ក. ឈ្នាប់និង ($\wedge$)

គេអាចភ្ជាប់សំណើ p ជាមួយសំណើ q ខាងលើដោយប្រើ " ឈ្នាប់និង " នោះគេបានសំណើ : " ភ្នំពេញជារាជធានី និងជាមជ្ឈមណ្ឌលសេដ្ឋកិច្ចនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា " ដែលហៅថា **សំណើឈ្នាប់និង** នៃសំណើទាំងពីរ ។

គេកំណត់សរសេរ : $p \wedge q$ (អានថា : p និង q) ។

សម្គាល់ សំណើ $p \wedge q$ ពិតតែក្នុងករណីសំណើ p និង q ពិតទាំងពីរ ។

ខន្ធបំណង

- កំណត់សំណើឈ្នាប់និង សំណើឈ្នាប់ ឬ សំណើឈ្នាប់មិន សំណើឈ្នាប់នាំឱ្យ សំណើឈ្នាប់សមមូល
- បកស្រាយតម្លៃភាពពិតនៃសំណើឈ្នាប់និង ឈ្នាប់ឬ ឈ្នាប់មិន តាមតារាងភាពពិត ។

ពាក្យគន្លះ

- សំណើឈ្នាប់ " និង " សំណើឈ្នាប់ ឬសំណើឈ្នាប់**មិន** សំណើបដិសេធ សំណើលក្ខខណ្ឌ
- សំណើទ្វេលក្ខខណ្ឌ ឈ្នាប់ និងឈ្នាប់ ឬ ឈ្នាប់មិន ឈ្នាប់នាំឱ្យ និងឈ្នាប់សមមូល ។

youtube.com/moeys
www.elibrary.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

តារាងភាពពិត

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

ឧទាហរណ៍ គេមានសំណើពីរ p : “ 7 ជាតួចែកនៃ 15 ” និង q :“ 7 ជាចំនួនបឋម ” ។ កំណត់សំណើ $p \wedge q$ និងតម្លៃភាពពិតនៃ $(p \wedge q)$ ។

ចម្លើយ $p \wedge q$: “ 7 ជាតួចែកនៃ 15 និងជាចំនួនបឋម” ។

ត. $(p) = 0$ ហើយ ត. $(q) = 1$ នោះ ត. $(p \wedge q) = 0$ ។

ប្រតិបត្តិ គេមានសំណើពីរ : r : 24 ជាពហុគុណនៃ 6 s : 24 ជាចំនួនគត់គូ ។

ចូរកំណត់សំណើ $r \wedge s$ និង ត. $(r \wedge s)$ ។

ខ. ឈ្នាប់ឬ ($\vee$)

គេភ្ជាប់សំណើ p ជាមួយសំណើ q ខាងលើដោយប្រើឈ្នាប់ឬ នោះគេបានសំណើ “ ភ្នំពេញជារាជធានី ឬជាមជ្ឈមណ្ឌលសេដ្ឋកិច្ចនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា ” ដែលគេហៅថាសំណើឈ្នាប់ឬនៃសំណើទាំងពីរ ។

គេកំណត់សរសេរ $p \vee q$ (អានថា p ឬ q) ។

សំណើ $p \vee q$ ជាសំណើមិនពិតតែក្នុងករណីសំណើ p , q មិនពិតទាំងពីរ ។

តារាងភាពពិត

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ឧទាហរណ៍ គេមានសំណើពីរ : r : 2006 ចែកដាច់នឹង 3 និង s : 2006 ជាចំនួនគត់គូ ។ កំណត់សំណើ $r \vee s$ និងតម្លៃភាពពិតនៃ $r \vee s$ ។

ចម្លើយ គេបាន $r \vee s$: “ 2006 ចែកដាច់នឹង 3 ឬជាចំនួនគត់គូ ” ដោយ ត. $(r) = 0$

ត. $(s) = 1$ នោះ ត. $(r \vee s) = 1$ ។

ប្រតិបត្តិ គេមានសំណើពីរដូចខាងក្រោម :

p : 37 ជាចំនួនបឋម

q : 37 ចែកដាច់នឹង 5 ។ ចូរកំណត់សំណើ $p \vee q$ និង ត. $(p \vee q)$ ។

គ. ឈ្មោះមិន $(\bar{\ })$

គេមានសំណើ p : ដារ៉ាជាសិស្សចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។ គេអាចសរសេរប្រយោគបដិសេធ នៃសំណើ p នេះជា " ដារ៉ាជាសិស្ស **មិន** ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា " ដែលគេហៅថាសំណើឈ្មោះមិន (សំណើបដិសេធ) នៃ p ។ គេកំណត់សរសេរ $\bar{p}$ (អានថាមិន p) ។

សំណើ p និងសំណើ $\bar{p}$ មានតម្លៃភាពពិតខុសគ្នា ។

តារាងភាពពិត

p	$\bar{p}$
1	0
0	1

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានសំណើ r : 3 ជាតួចែកនៃ 2007 s : $1^2+2^2+3^2<(1+2+3)^2$

q : $1^3+2^3+3^3 \geq (1+2+3)^3$ ។

កំណត់សំណើឈ្មោះមិន និងតម្លៃភាពពិតនៃសំណើឈ្មោះមិនរបស់សំណើខាងលើ ។

ចម្លើយ គេបាន $\bar{r}$: 3 មិនមែនជាតួចែកនៃ 2007

$\bar{s}$: $1^2+2^2+3^2 \geq (1+2+3)^2$

$\bar{q}$: $1^3+2^3+3^3<(1+2+3)^3$

តម្លៃភាពពិត ត. $(\bar{r})=0$ ត. $(\bar{s})=0$ ត. $(\bar{q})=1$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានសំណើ p : រថយន្តទេសចរណ៍នេះមានពណ៌មាស ។

គេបាន $\bar{p}$ រថយន្តទេសចរណ៍នេះមានពណ៌ខុសពីពណ៌មាស ។ គេបាន $\bar{\bar{p}}$: រថយន្តទេសចរណ៍នេះមិនមានពណ៌ខុសពីពណ៌មាស មានន័យថា រថយន្តទេសចរណ៍មានពណ៌មាស ។ ដូចនេះ សំណើ $\bar{\bar{p}}$ និង p គឺជាសំណើតែមួយ ។

ជាទូទៅ : សំណើ $\bar{\bar{p}}$ និង p គឺជាសំណើតែមួយ ។ គេសរសេរ $\bar{\bar{p}}=p$

សម្គាល់ ដើម្បីសរសេរសំណើឈ្មោះមិននៃសំណើមួយ គេច្រើនដាក់ឈ្មោះមិននៅពីមុខកិរិយាស័ព្ទ និងគុណនាម ឬជំនួសដោយគុណនាមផ្ទុយរបស់វា ។

ឧទាហរណ៍ 3 គេមានសំណើពីរ p : អាវយឺតនេះផលិតដោយក្រុមហ៊ុនអរិយធម៌ ។

q : អាវយឺតនេះមានគុណភាពល្អ ។

កំណត់សំណើ $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{p} \wedge \bar{q}$ និង $\bar{p} \vee \bar{q}$ ។

ចម្លើយ គេបានសំណើដូចខាងក្រោម ៖

$\bar{p}$: អាវយឺតនេះ មិនបានផលិតដោយក្រុមហ៊ុនអរិយធម៌ទេ ។

$\bar{q}$: អាវយឺតនេះ មិន មានគុណភាពល្អ ។

$\bar{p} \wedge \bar{q}$: អាវយឺតនេះមិនបានផលិតដោយក្រុមហ៊ុនអរិយធម៌ និងមិនមានគុណភាពល្អ ។

$\bar{p} \vee \bar{q}$: អាវយឺតនេះមិនបានផលិតដោយក្រុមហ៊ុនអរិយធម៌ ឬមិនមានគុណភាពល្អ ។

ប្រតិបត្តិ គេមានសំណើពីរ :

r : កុំព្យូទ័រនេះមានអានុភាពខ្លាំង

s : កម្មវិធីអ៊ិនធឺណេតនៃកុំព្យូទ័រនេះដំណើរការបានស្រួល ។

កំណត់សំណើ $\bar{r}$, $\bar{s}$, $\bar{r} \wedge \bar{s}$ និង $\bar{r} \vee \bar{s}$ ។

ជាទូទៅ គេមានសំណើពីរ p និង q នោះគេបាន :

លក្ខណៈដឺម៉ជេន (De Morgan)

(i) . $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$

(ii) . $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

តារាងភាពពិត

p	q	$p \wedge q$	$\overline{p \wedge q}$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{p} \vee \bar{q}$
1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	1

p	q	$p \vee q$	$\overline{p \vee q}$	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{p} \wedge \bar{q}$
1	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1

ឃ. ឈ្នាប់នាំឱ្យ ($\Rightarrow$)

គេមានសំណើ p : 15 ចែកដាច់នឹង 3 និង q : 15 ជាពហុគុណនៃ 5 ។ គេបង្កើតសំណើថ្មី " បើ 15 ចែកដាច់នឹង 3 នោះ 15 ជាពហុគុណនៃ 5 " ដែលភ្ជាប់សំណើ p ជាមួយ q ដោយឈ្នាប់នាំឱ្យ ហៅថា **សំណើឈ្នាប់នាំឱ្យ** (ឬសំណើលក្ខខណ្ឌ) នៃសំណើ p, q ។

គេកំណត់សរសេរ $p \Rightarrow q$ (អានថា p នាំឱ្យ q) p ជាបុព្វសំណើ q ជាវិបាក ។

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានសំណើពីរ : p : ស្រីរ័ត្នទៅបណ្ណាល័យ ។

q : ស្រីរ័ត្នសិក្សាស្រាវជ្រាវ ។

កំណត់សំណើ $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow p$, $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ។

ចម្លើយ $p \Rightarrow q$: បើស្រីរ័ត្នទៅបណ្ណាល័យនោះ នាងនឹងសិក្សាស្រាវជ្រាវ ។

$q \Rightarrow p$: បើស្រីរ័ត្នសិក្សាស្រាវជ្រាវ នោះនាងទៅបណ្ណាល័យ ។

$\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$: បើស្រីរ័ត្នមិនសិក្សាស្រាវជ្រាវ នោះនាងមិនទៅបណ្ណាល័យទេ ។

សម្គាល់ សំណើ $q \Rightarrow p$ ហៅថាសំណើច្រាសនៃសំណើ $p \Rightarrow q$ ។

សំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ហៅថាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើ $p \Rightarrow q$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានសំណើ

p : រស្មីចុះឈ្មោះរៀនគណនេយ្យ

q : រស្មីរៀនផ្នែកតុលាការឧក្រិដ្ឋកម្ម ។ សរសេរសំណើ " បើរស្មីរៀនផ្នែកតុលាការឧក្រិដ្ឋកម្ម នោះគាត់មិនចុះឈ្មោះរៀនគណនេយ្យ " ដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាឈ្នាប់នាំឱ្យ ។

ចម្លើយ $q \Rightarrow \bar{p}$ ។

ជាទូទៅ សំណើ $p \Rightarrow q$ មិនពិតតែក្នុងករណីសំណើ p ពិត ហើយសំណើ q មិនពិត ក្រៅពីនេះវាជាសំណើពិត ។

បើ p : ជាសំណើពិត នោះ $\bar{p}$ ជាសំណើមិនពិត

q : ជាសំណើមិនពិត នោះ $\bar{q}$ ជាសំណើពិត

ដូចនេះ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ជាសំណើមិនពិត ចំពោះករណី p ពិត ហើយ q មិនពិតក្រៅពីនេះវាជាសំណើពិត ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

សន្និដ្ឋាន សំណើ $(p \Rightarrow q)$ និង $(\bar{q} \Rightarrow \bar{p})$ មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។

ប្រតិបត្តិ ក្រុមហ៊ុនកាហ្វេស្រការនាគបានផ្សាយពាណិជ្ជកម្មថា " បើអ្នកផឹកកាហ្វេស្រការនាគ នោះអ្នកនឹងមិនមានអារម្មណ៍ស្ពឹកឡើយ " ។ តាងសំណើលក្ខខណ្ឌនោះដោយប្រើសញ្ញាឈ្មាប់ ។

ង. ឈ្មាប់សមមូល ($\Leftrightarrow$)

ឧបមាថាអ្នកនិយាយទៅកាន់មិត្តម្នាក់របស់អ្នកថា " បើខ្ញុំជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា " " នោះខ្ញុំបានពិន្ទុ គណិតវិទ្យាល្អ "ដែលតាងដោយ $p \Rightarrow q$ បន្ទាប់មកអ្នកនិយាយទៅមិត្តម្នាក់ទៀតរបស់អ្នកថា " បើខ្ញុំបានពិន្ទុគណិតវិទ្យាល្អនោះ ខ្ញុំជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា " ដែលតាងដោយ $q \Rightarrow p$ ។ បើគេបង្រួមសំណើ $p \Rightarrow q$ និង $q \Rightarrow p$ ដោយប្រើឈ្មាប់សមមូលគេបាន " ខ្ញុំជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា លុះត្រាតែខ្ញុំបានពិន្ទុគណិតវិទ្យាល្អ"ដែលគេហៅថាសំណើឈ្មាប់សមមូលនៃសំណើ p និង q ។

គេកំណត់សរសេរ $p \Leftrightarrow q$ (អានថា p សមមូល q) ។

ឧទាហរណ៍ ចូរពិនិត្យមើលសំណើ " ខ្ញុំទៅផ្សារលុះត្រាតែខ្ញុំអស់ម្ហូបញ្ចុំ " ។

សំណើនេះមានន័យថា " បើខ្ញុំទៅផ្សារនោះខ្ញុំអស់ម្ហូបញ្ចុំ និងបើខ្ញុំអស់ម្ហូបញ្ចុំ នោះខ្ញុំនឹងទៅផ្សារ " ។

ដូចនេះ ដើម្បីឱ្យសំណើខាងលើនេះពិត គេត្រូវរកឱ្យឃើញករណីដែលធ្វើឱ្យសំណើ " បើខ្ញុំទៅផ្សារ នោះខ្ញុំអស់ម្ហូបញ្ចុំ " និងសំណើ " បើខ្ញុំអស់ម្ហូបញ្ចុំ នោះខ្ញុំនឹងទៅផ្សារ " ពិតទាំងពីរព្រមគ្នា។

ជាទូទៅ $p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

សម្គាល់ សំណើឈ្មាប់សមមូលពិតតែក្នុងករណីដែលសំណើទាំងពីរមានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ គេមានសំណើពីរ p : $x^2 + x - 2 = 0$

q : $x = 1$, $x = -2$ ។

ក. បង្ហាញថា $p \Rightarrow q$ ជាសំណើពិត , $q \Rightarrow p$ ជាសំណើពិត

ខ. បង្ហាញថា $p \Leftrightarrow q$ ។

facebook.com/moeys
www.moeys.gov.kh

1.3 ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់

ផ្នែកដ៏មានសារៈសំខាន់ក្នុងគណិតវិទ្យា គឺការធ្វើសម្រាយបញ្ជាក់គណិតវិទ្យា ។ គេមានរបៀបធ្វើសម្រាយបញ្ជាក់ផ្សេងៗគ្នាជាច្រើន ប៉ុន្តែគេនឹងលើកយកប្រភេទសម្រាយបញ្ជាក់ចំណោទដែលមានលក្ខណៈរួម និងប្រើប្រាស់ញឹកញាប់ជាងគេមកសិក្សា ។

ក. សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់

ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់នេះគឺជាការស្រាយបញ្ជាក់ត្រង់ៗទៅតាមអ្វីដែលគេចង់បាន ។

ឧទាហរណ៍ 1 បង្ហាញថាបើ x និង y ជាចំនួនសនិទានគោះ $x+y$ គឺជាចំនួនសនិទាន ។

ចម្លើយ បើ x និង y ជាចំនួនសនិទានគោះ គេអាចតាង $x=\frac{a}{b}$ និង $y=\frac{m}{n}$ ដែល $a,\ b,\ m$ និង n ជាចំនួនគត់រឹទ្ធាទីប ហើយ $b\neq 0\ ,\ n\neq 0$ ។

គេបាន $x+y=\frac{a}{b}+\frac{m}{n}=\frac{an+bm}{bn}$

ដោយ $an+bm$ និង bn ជាចំនួនគត់រឹទ្ធាទីប នោះ $x+y$ ជាចំនួនសនិទាន ។

ឧទាហរណ៍ 2 បង្ហាញថាបើ $|x|>|y|$ នោះ $x^2>y^2$ ។

ចម្លើយ ដោយ $|x|>|y|$ នោះគេបាន $|x|^2>|y|^2$

ប៉ុន្តែ $|x|^2=x^2$ និង $|y|^2=y^2$ ដូចនេះ $x^2>y^2$ ។

ប្រតិបត្តិ បង្ហាញថា ក. បើ x និង y ជាចំនួនគត់សេសនោះ $x+y$ ជាចំនួនគត់គូ ។

ខ. បើ x និង y ជាចំនួនគត់សេសនោះ xy ជាចំនួនគត់សេស ។

ខ្លឹមបំណង

- ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់
- ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម
- ដោះស្រាយលំហាត់ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌនិងតាមឧទាហរណ៍ផ្ទុញ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ ។
- សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ។
- សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិតតាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុញ លក្ខខណ្ឌចាំបាច់ លក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ ។

facebook.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ខ. សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

គេដឹងថាសំណើ $p \Rightarrow q$ និងសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។ សំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ជាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើ $p \Rightarrow q$ ។ ដូចនេះ ដើម្បីបង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ពិត នោះគេអាចបង្ហាញថាសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិតជាការស្រេច ព្រោះថាគេយកសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ មកបង្ហាញ វាមានភាពងាយស្រួលជាងការបង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ចំពោះករណីមួយចំនួន។

របៀបដោះស្រាយ

ឧបមាថា គេចង់បង្ហាញសំណើ $p \Rightarrow q$ ពិត

- ***ជំហានទី 1*** ត្រូវកំណត់សំណើ p និងសំណើ q ឱ្យបានត្រឹមត្រូវ។
- ***ជំហានទី 2*** ត្រូវកំណត់សំណើ $\bar{p}$ និងសំណើ $\bar{q}$ ។
- ***ជំហានទី 3*** គេផ្តើមពី $\bar{q}$ បញ្ជាក់រហូតគេបានសំណើ $\bar{p}$ ដែលជាសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម គឺមានន័យថាគេបានបង្ហាញថា $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិត។ ដូចនេះគេបាន $p \Rightarrow q$ ជាសំណើពិត។

ឧទាហរណ៍ បើ n^2 ជាចំនួនគត់គូ នោះបង្ហាញថា n ជាចំនួនគត់គូ។

ចម្លើយ

- ***ជំហានទី 1*** កំណត់សំណើ p និងសំណើ q

  តាង p : n^2 ជាចំនួនគត់គូ

  q : n ជាចំនួនគត់គូ។

គេបានសំណើដើម “ បើ n^2 ជាចំនួនគត់គូ នោះ n ជាចំនួនគត់គូ ” អាចតាងដោយសំណើ $p \Rightarrow q$ ។

- ***ជំហានទី 2*** កំណត់សំណើ $\bar{p}$ និងសំណើ $\bar{q}$

  គេបានសំណើ $\bar{p}$: n^2 ជាចំនួនគត់សេស $\bar{q}$: n ជាចំនួនគត់សេស។

  គេបានសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ គឺ “បើ n ជាចំនួនគត់សេសនោះ n^2 ជាចំនួនគត់សេស” ។

- ***ជំហានទី 3*** បង្ហាញថាសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិត

ដោយសំណើ $\bar{q}$: n ជាចំនួនគត់សេសនោះគេអាចតាង $n = 2k+1$ ដែល k ជាចំនួនគត់។

គេបាន $n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1 = 2(2k^2+2k)+1$

$= 2m+1$ ដែល $m = 2k^2+2k$ ជាចំនួនគត់។

ដូចនេះ n^2 ជាចំនួនគត់សេសដែលផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម។ គេបានសំណើ $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ពិត នោះ $p \Rightarrow q$ ក៏ពិតដែរ។

ដូចនេះ "បើ n^2 ជាចំនួនគត់គូ នោះ n ជាចំនួនគត់គូ" ជាសំណើពិត។

ប្រតិបត្តិ ក. បង្ហាញថាចំពោះចំនួនគត់ m និង n បើផលគុណ mn មិនមែនជាពហុគុណនៃ 3 នោះ m និង n ក៏មិនមែនជាពហុគុណនៃ 3 ដែរ។

ខ. បង្ហាញថាបើមុំឆ្លាស់ក្នុងពីរនៃបន្ទាត់ពីរជាមុំស្មើគ្នា នោះបន្ទាត់ទាំងពីរនោះស្របគ្នា។

គ. សម្រាយបញ្ហាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត

ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់នេះមានសារៈប្រយោជន៍បំផុត សម្រាប់បង្ហាញចំណោទបញ្ហាមួយចំនួនដែលពេលខ្លះគេមិនអាចរកបាននូវចំណុចចាប់ផ្តើមយកមកបកស្រាយតាមសម្រាយបញ្ជាក់ធម្មតា។ វិធីនេះតម្រូវឱ្យគេផ្តើមចេញពីសំណើឈ្នាប់មិននៃសំណើដែលគេនឹងត្រូវបង្ហាញថាពិត រហូតទទួលបានសំណើថ្មី ដែលផ្ទុយពីទ្រឹស្តីក្នុងគណិតវិទ្យា។ ដូចនេះ សំណើឈ្នាប់មិនជាសំណើមិនពិត មានន័យថាសំណើដើមដែលតម្រូវឱ្យបង្ហាញនោះត្រូវតែពិត។

របៀបដោះស្រាយ

- ***ជំហានទី 1*** តាង p ជាសំណើដែលត្រូវបង្ហាញ។
- ***ជំហានទី 2*** កំណត់សំណើ $\bar{p}$ ។
- ***ជំហានទី 3*** ឧបមាថាសំណើ $\bar{p}$ ពិត។ រួចបកស្រាយបន្តបន្ទាប់រហូតដល់បានលទ្ធផលផ្ទុយពីទ្រឹស្តីគណិតវិទ្យា។ គេបានសំណើ $\bar{p}$ មិនពិត។

ដូចនេះ សំណើ p ពិត (ព្រោះតម្លៃភាពពិតរវាងសំណើ p និងសំណើ $\bar{p}$ មានតម្លៃផ្ទុយគ្នា)។

ឧទាហរណ៍ បង្ហាញថា $\sqrt{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន។

ចម្លើយ

- ***ជំហានទី 1*** តាងសំណើ p : "$\sqrt{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន"។
- ***ជំហានទី 2*** គេបានសំណើ $\bar{p}$: "$\sqrt{2}$ គឺជាចំនួនសនិទាន"។
- ***ជំហានទី 3*** ឧបមាថាសំណើ $\bar{p}$ ពិត នោះគេអាចសរសេរ $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនគត់បឋមរវាងគ្នា។

គេបាន $\frac{a^2}{b^2} = 2$ ឬ $a^2 = 2b^2$

គេបាន a^2 គឺជាពហុគុណនៃ 2 ដូចនេះ a^2 ជាចំនួនគត់គូ នោះ a ក៏ជាចំនួនគត់គូដែរ ។

តាង $a = 2k$ ដែល k ជាចំនួនគត់

គេបាន $2b^2 = a^2 = 4k^2$

$b^2 = 2k^2$

ដូចនេះ b^2 ជាចំនួនគត់គូនោះ b ក៏ជាចំនួនគត់គូដែរ ។

ដោយ a និង b ជាចំនួនគត់គូនោះ a និង b មាន 2 ជាតួចែករួមដែលផ្ទុយពីលក្ខខណ្ឌដែល a និង b ជាចំនួនគត់បឋមរវាងគ្នា នោះគេបាន $\sqrt{2}$ មិនមែនជាចំនួនសនិទាន ។ ដូចនេះ $\sqrt{2}$ ជាចំនួនអសនិទាន ។

ប្រតិបត្តិ ក. បង្ហាញថា $\sqrt{3}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន

ខ. បង្ហាញថា $\sqrt[4]{2}$ គឺជាចំនួនអសនិទាន ។

ឃ. សម្រាយបញ្ហាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ

ជំហាននៃសម្រាយបញ្ជាក់ $p \Leftrightarrow q$

- ***ជំហានទី 1*** បង្ហាញលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ $p \Rightarrow q$
- ***ជំហានទី 2*** បង្ហាញលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ $q \Rightarrow p$

ឧទាហរណ៍ បង្ហាញថា $x^2 + 5x + 6 = 0$ លុះត្រាតែ $x = -2$ ឬ $x = -3$

ចម្លើយ តាង p : $x^2 + 5x + 6 = 0$ q : $x = -2$ ឬ $x = -3$

បង្ហាញថា $p \Rightarrow q$ គឺបង្ហាញថា $(x^2 + 5x + 6 = 0) \Rightarrow (x = -2$ ឬ $x = -3)$:

បើ $x^2 + 5x + 6 = 0$ នោះគេបាន $(x + 2)(x + 3) = 0$

នោះ $x + 2 = 0$ ឬ $x + 3 = 0$

គេបាន $x = -2$ ឬ $x = -3$ ។

ដូចនេះ $x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x = -2$ ឬ $x = -3)$ (1)

បង្ហាញថា $q \Rightarrow p$ គឺបង្ហាញថា $(x = -2$ ឬ $x = -3) \Rightarrow (x^2 + 5x + 6 = 0)$:

បើ $x = -2$ នោះ $x^2 + 5x + 6 = (-2)^2 + 5(-2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

facebook.com/groups/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

បើ $x = -3$ នោះ $x^2+5x+6 = (-3)^2+5(-3)+6 = 9-15+6 = 0$

ដូចនេះ $(x = -2$ ឬ $x = -3) \Rightarrow x^2+5x+6 = 0$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន $(x^2+5x+6 = 0) \Leftrightarrow (x = -2$ ឬ $x = -3)$ ។

ប្រតិបត្តិ បង្ហាញថា

ក. $x^3-4x = 0$ លុះត្រាតែ $(x = 0$ ឬ $x = -2$ ឬ $x = 2)$ ។

ខ. $x^2+y^2 = 0$ លុះត្រាតែ $(x = 0$ និង $y = 0)$ ។

សម្គាល់ គេមានសំណើពីរ p និង q

- បើ $p \Rightarrow q$ នោះគេបានសំណើ p ជាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ q និង q ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់សម្រាប់ p ។
- បើ $p \Leftrightarrow q$ នោះគេថាសំណើ p ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ និងលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ q

តាមឧទាហរណ៍ខាងលើ គេបានសំណើ $x^2+5x+6 = 0$ គឺជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ និងគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់សំណើ $x = -2$ ឬ $x = -3$ ។

ង. សម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ

វិធីនេះតម្រូវឱ្យគេរកឧទាហរណ៍មួយមកបញ្ជាក់ថា សំណើត្រូវបង្ហាញជាសំណើមិនពិត ។

ឧទាហរណ៍ 1 តើពិតដែរឬទេ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន x គេបានចំនួនគត់វិជ្ជមាន y ដែល $x = y^2$?

ចម្លើយ យក $x = 5$ គេបាន $y^2 = 5$

ដូចនេះ គេមិនអាចរកបានចំនួនគត់វិជ្ជមាន y ដែល $y^2 = 5$ បានទេ ។ ដូចនេះ សំណើខាងលើមិនពិត ។

សម្គាល់ ការយកតម្លៃ $x = 5$ មកបញ្ជាក់ថា សំណើមិនពិតបែបនេះហៅថា **ឧទាហរណ៍ផ្ទុយ** ។

ដូចនេះឧទាហរណ៍ផ្ទុយមួយប៉ុណ្ណោះអាចធ្វើឱ្យសំណើ ឬអំណះអំណាងនោះមិនពិតបាន ។

ឧទាហរណ៍ 2 តើសំណើ p : " ប្រជាជនរស់នៅទីក្រុងភ្នំពេញគឺជាជនជាតិខ្មែរ " ពិតឬមិនពិត ?

ចម្លើយ ជនជាតិចិនម្នាក់ឈ្មោះគីមហេង ជាប្រជាជនដែលរស់នៅទីក្រុងភ្នំពេញ ។ ការលើកយកជនជាតិចិនម្នាក់ឈ្មោះគីមហេង មកបញ្ជាក់ថាសំណើមិនពិត បែបនេះហៅថា **ឧទាហរណ៍ផ្ទុយ** ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ បង្ហាញថាសំណើខាងក្រោមនេះមិនពិតដោយប្រើឧទាហរណ៍ផ្ទុយ :

ក. អង្គការអាស៊ានមានសមាជិកមកពីគ្រប់ប្រទេសក្នុងទ្វីបអាស៊ី ។

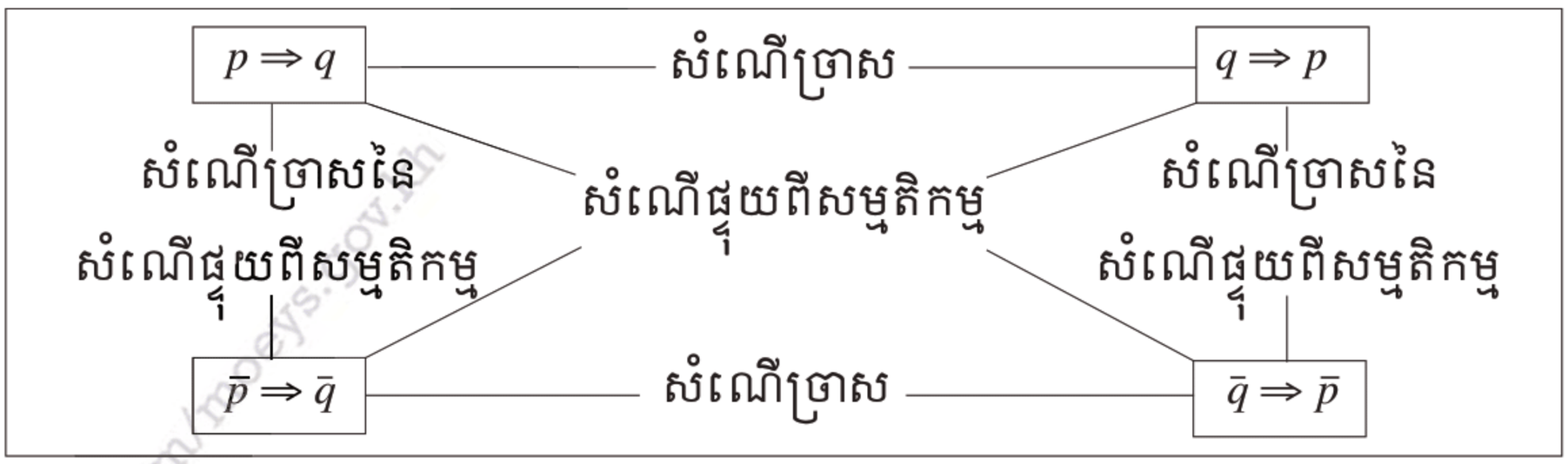
ខ. គ្រប់ចំនួនបឋមគឺជាចំនួនគត់សេស ។

គ. បើ p និង q ជាចំនួនបឋម ហើយ $n = p^2 + q^2$ នោះ n ជាចំនួនបឋម ។

ឃ. បើ $a > b$ នោះ $a^2 > b^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b ។

មេរៀនសង្ខេប

- សំណើគឺជាអំណះអំណាងមួយដែលគេអាចសម្រេចបានថាពិត ឬក៏មិនពិត
- បើ p ជាសំណើពិត នោះ p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនឹង 1 គឺ ត.$(p) = 1$
- បើ p ជាសំណើមិនពិត នោះ p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនឹង 0 គឺ ត.$(p) = 0$
- ឈ្មោះប់និង ($\wedge$) : សំណើ $p \wedge q$ ពិតតែក្នុងករណីដែល p, q ជាសំណើពិតទាំងពីរ ។
- ឈ្មោះប់ឬ ($\vee$) : សំណើ $p \vee q$ មិនពិតតែក្នុងករណីដែល p និង q ជាសំណើមិនពិតទាំងពីរ ។
- ឈ្មោះប់មិន ($^-$) : សំណើ p និងសំណើ $\bar{p}$ មានតម្លៃភាពពិតខុសគ្នា ។
- ឈ្មោះប់នាំឱ្យ ($\Rightarrow$) : សំណើ $p \Rightarrow q$ មិនពិតតែក្នុងករណីដែល p ពិត តែ q មិនពិត ។
  p ជាលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ដើម្បី q ។ q ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ដើម្បី p ។



- ឈ្មោះប់សមមូល ($\Leftrightarrow$) : សំណើ $p \Leftrightarrow q$ ពិតតែក្នុងករណីដែលសំណើ p និងសំណើ q មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា ។ p ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ និងគ្រប់គ្រាន់ដើម្បី q ។
- ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់ : សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ និងសម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

លំហាត់

1. គេមានសំណើពីរ p : ចំនួនសិស្សមធ្យមសិក្សាកំពុងកើនឡើង និង q : សិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា។ សរសេរជាឃ្លាចំពោះសំណើនីមួយៗដូចខាងក្រោម ៖

ក. $p \wedge q$ ខ. $p \vee q$ គ. $\bar{q}$ ។

2. គេមានសំណើពីរ :

p : ជារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា

q : ជារ៉ាដណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា។ ចូរសរសេរសំណើខាងក្រោមដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាតក្កវិទ្យា។

ក. ជារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា និងជារ៉ាដណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា ។

ខ. ជារ៉ាមិនមែនជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា។

គ. ជារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា ឬជារ៉ាដណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា ។

ឃ. ជារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា ឬជារ៉ាដណ្តើមមិនបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យាទេ ។

ង. ជារ៉ាមិនមែនជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា និងដណ្តើមមិនបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា។

3. គេមានសំណើបី : p : សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក

q : សិស្សានុសិស្សគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈល្អ

r : សិស្សានុសិស្សសប្បាយក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា។

ចូរសរសេរសំណើផ្សំខាងក្រោមដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាតក្កវិទ្យា :

ក. សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក និងគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈមិនល្អ ។

ខ. សិស្សានុសិស្សសប្បាយក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា និងគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈល្អ ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/MoEYS

គ. សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក ឬគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈមិនល្អ ។

ឃ. សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក ឬគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈល្អ ។

4. សរសេរសំណើបដិសេធនៃសំណើដូចខាងក្រោម :

ក. ម៉ាស៊ីនផ្ញើសារជាប់រវល់ និងម៉ាស៊ីនថតចម្លងខូច ។

ខ. បាល់ទី 1 ពណ៌ស ឬបាល់ទី 2 ពណ៌ក្រហម ។

គ. អាវយឺតមានស្នាមប្រឡាក់ និងមិនមែនលក់នៅហាងសុរិយា ។

5. កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោម :

ក. ផែនដីមានទំហំមិនធំជាងព្រះច័ន្ទទេ ។

ខ. $3+4=7$ និង ខែមករាមានចំនួន 32 ថ្ងៃ ។

គ. $3+4=7$ ឬ ខែមករាមានចំនួន 32 ថ្ងៃ ។

ឃ. និស្សិតមហាវិទ្យាល័យខ្លះផឹកកាហ្វេ និងនិស្សិតមហាវិទ្យាល័យទាំងអស់មានទូរស័ព្ទដៃ ។

6. សង់តារាងភាពពិតនៃសំណើនីមួយៗដូចខាងក្រោម :

ក. $\bar{p} \vee \bar{q}$ ខ. $\overline{\bar{p} \vee q}$ គ. $p \vee (q \wedge \bar{p})$ ។

7. កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោមតាមករណីនីមួយៗ ខាងក្រោម :

- ***ករណីទី1 :*** p ពិត q មិនពិត និង r ពិត
- ***ករណីទី2 :*** p មិនពិត q មិនពិត និង r ពិត

ក. $\bar{p} \vee (q \wedge r)$ ខ. $(\bar{p} \wedge r) \wedge q$ គ. $(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee \bar{r}$ ឃ. $(\bar{p} \vee \bar{q}) \vee \bar{r}$ ង. $(p \wedge \bar{q}) \vee r$ ។

8. ដោយប្រើតារាងភាពពិត ចូរបញ្ជាក់គូសំណើដែលសមមូលគ្នា :

ក. $p \vee \bar{q}$ និង $\bar{p} \wedge q$ ខ. $\bar{p} \wedge q$ និង $\overline{p \vee \bar{q}}$ គ. $q \wedge (\bar{p} \vee q)$ និង $\overline{\bar{p} \vee q}$ ។

9. គេមានសំណើ p : គ្រាប់ឡុកទ្បាក់ចេញលេខសេស

q : គ្រាប់ឡុកទ្បាក់មិនចេញលេខ 5 ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

ដោយប្រើលក្ខណៈរបស់ដឺម៉ជេន (De Morgan) ចំពោះសំណើខាងក្រោម និងសរសេរសំណើដែលបានទាំងនោះឱ្យទៅជាឃ្លាប្រយោគ ។

ក. $\overline{p \wedge q}$ ខ. $\overline{p \vee \bar{q}}$ គ. $\overline{\bar{p} \wedge q}$ ឃ. $\overline{p \wedge \bar{q}}$ ង. $\overline{\bar{p} \vee \bar{q}}$ ។

10. កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោម :

ក. បើ $10+5=15$ នោះ $56 \div 7 = 8$ ។

ខ. បើ 2 ជាចំនួនគត់គូ និង 6 ជាចំនួនគត់សេស នោះ 15 គឺជាចំនួនគត់សេស

គ. (ត្រីកោណមួយមានជ្រុង 4 ឬការេមានជ្រុង 3) និងចតុកោណមានជ្រុង 4

11. ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ចូរបង្ហាញថាបើ $x^2-1<0$ នោះ $-1<x<1$ ។

12. សរសេរសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើខាងក្រោម :

ក. បើខ្ញុំសិក្សាគណិតវិទ្យានោះខ្ញុំនឹងប្រឡងជាប់អាហារូបករណ៍ ។

ខ. បើ x ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន នោះ x^2 ជាចំនួនមិនអវិជ្ជមាន ។

គ. បើផែនដីវិលជុំវិញព្រះអាទិត្យ នោះព្រះច័ន្ទនឹងវិលជុំវិញផែនដី ។

13. ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត :

ក. បង្ហាញថា $\sqrt{5}$ ជាចំនួនអសនិទាន

ខ. បង្ហាញថា $\sqrt{p}$ ជាចំនួនអសនិទាន ចំពោះគ្រប់ចំនួនបឋម p ។

14. រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយនៃអំណះអំណាងខាងក្រោម :

ក. ផលគុណនៃចំនួនអសនិទានពីរខុសគ្នា ជាចំនួនអសនិទាន ។

ខ. បើ $x \geq \sqrt{7}$ នោះ $x \geq 3$ ។

គ. $f(n)=n^2+n+1$ គឺជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបផង និងជាពហុគុណនៃ 3 ផងចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបអវិជ្ជមាន n ។

15. ប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ដើម្បីបង្ហាញករណីខាងក្រោម :

ក. គេមាន x និង y ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន និង xy ជាចំនួនគត់សេស នោះ x និង y ក៏ជាចំនួនគត់សេសដែរ ។

ខ. គេមាន $x(x-2)<0$ នោះ $0<x<2$ ។

facebook.com/groups/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

មេរៀនទី

2 សំណុំ

2.1 សញ្ញាណនៃសំណុំ

ក. សំណុំកំណត់តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ

ឧទាហរណ៍ 1 សុខាបានប្រមូលជ្រើសរើសអក្សរ $m,\ a,\ t,\ h,\ s$ ដើម្បីសរសេរពាក្យ Maths ។

អក្សរ $m,\ a,\ t,\ h,\ s$ អាចបង្កើតបានជាសំណុំមួយ ។ បើគេតាង A ជាសំណុំខាងលើ នោះគេកំណត់សរសេរ : $A = \{m,\ a,\ t,\ h,\ s\}$ ។

គេតាងឈ្មោះនៃសំណុំដោយអក្សរធំ ដូចជា $A,\ B,\ C,\ D,\ F,\ldots$ ។ អក្សរនីមួយៗនៃសំណុំ A ហៅថា**ធាតុ** នៃ A ។

គេបានកំណត់សំណុំ $A = \{m,\ a,\ t,\ h,\ s\}$ ដោយរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុទាំងអស់នៃ A ។

គេបាន a ជាធាតុមួយនៃ A ហើយគេកំណត់សរសេរ $a \in A$ (អានថា a ជាធាតុនៃ A) ។ ផ្ទុយទៅវិញ b មិនមែនជាធាតុនៃ A ទេ នោះគេកំណត់សរសេរ : $b \notin A$ (អានថា b មិនមែនជាធាតុនៃ A) ។ គេបាន សំណុំកំណត់ដោយលក្ខខណ្ឌជាក់លាក់ ព្រោះគេអាចបញ្ជាក់ថា វត្ថុណាមួយជាធាតុនៃ A ឬមិនមែនធាតុនៃ A ។

ខ្លឹមសារ

- កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ និងកំណត់ចំនួនធាតុនៃសំណុំ
- បកស្រាយសំណុំដោយប្រើដ្យាក្រាមវិន
- រកឃើញសំណុំរាប់អស់សំណុំអនន្ត សំណុំទទេ សំណុំរង សំណុំរងបំពេញ ។

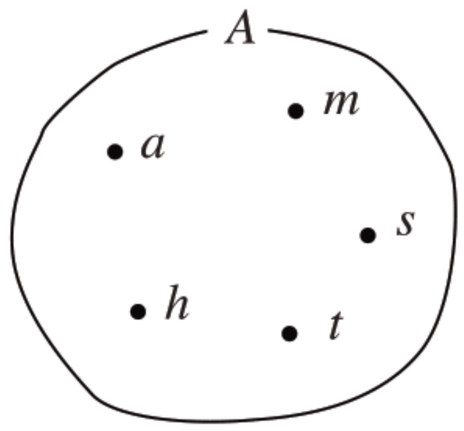
ពាក្យគន្លឹះ

សំណុំ ធាតុ បញ្ជីធាតុ ចំនួនធាតុនៃសំណុំ សំណុំរាប់អស់ សំណុំអនន្ត សំណុំទទេ សំណុំស្មើគ្នា សំណុំសកល សំណុំរង សំណុំរងផ្ទាល់ សំណុំរងបំពេញ ដ្យាក្រាមវិន

ឧទាហរណ៍ 2 តាមរបៀបដូចគ្នានេះដែរ បើ D ជាសំណុំនៃថ្ងៃប្រចាំសប្តាហ៍ នោះគេបាន :

D = { ច័ន្ទ , អង្គារ , ពុធ , ព្រហស្បតិ៍ , សុក្រ , សៅរ៍ , អាទិត្យ } ។

គេអាចតាងធាតុទាំងអស់នៃសំណុំដោយចំណុចនៅក្នុងខ្សែបិទជិតហៅថា **ដ្យាក្រាមវិន** (Venn Diagram) ។ ចំពោះសំណុំ A ខាងលើគេអាចតាងជាដ្យាក្រាមវិនដូចខាងស្តាំ ។



ជាទូទៅ សំណុំគឺជាបណ្តុំនៃវត្ថុ ដែលកំណត់ដោយលក្ខខណ្ឌជាក់លាក់ ។
ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A គេកំណត់សរសេរដោយ $n(A)$ ។

សម្គាល់

- សំណុំដែលគ្មានធាតុគេហៅថា **សំណុំទទេ** ហើយតាងដោយ $\varnothing$ ឬ $\{\ \}$ ។ គេបាន :

  $n(\varnothing) = 0$ ។

- ធាតុនីមួយៗនៃសំណុំមិនមានភាពច្រំដែលមានន័យថាធាតុនីមួយៗនៃសំណុំត្រូវតែខុសៗគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ 3 ក. កំណត់សំណុំតួចែកវិជ្ជមាននៃ 6 ។

ខ. កំណត់សំណុំចំនួនគត់**រឹទ្ធាទីប** ដែលធំជាង -3 តែតូចជាង 3 ។

ចម្លើយ ក. សំណុំតួចែកវិជ្ជមាននៃ 6 តាងដោយ $B = \{1, 2, 3, 6\}$ ។

ខ. សំណុំចំនួនគត់**រឹទ្ធាទីប** ដែលធំជាង -3 តែតូចជាង 3 តាងដោយ

$C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់សំណុំដោយរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ កំណត់ចំនួនធាតុ និងគូសដ្យាក្រាមវិនតាងសំណុំនីមួយៗខាងក្រោម :

ក. សំណុំនៃចំនួនគត់គូវិជ្ជមានតូចជាងឬស្មើ 10 ។

ខ. សំណុំនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិដែលតូចជាង 8 តែធំជាង ឬស្មើ 1 ។

ខ. សំណុំកំណត់តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានសំណុំពីរ E និង F ដែលកំណត់ដោយ

$E = \{x | x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចជាង $10\}$ ។

$F = \{y | y^2 - 4 = 0\}$ ។

facebook.com/kroumoeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

គេសង្កេតឃើញថា x និង y ជាធាតុនៃសំណុំ E និង F រៀងគ្នា ដែលកំណត់ដោយលក្ខណៈរួមនៃធាតុ “ x ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចជាង 10 ” និង “ $y^2 - 4 = 0$ ”រៀងគ្នា។ គេថាសំណុំ E និង F កំណត់តាម **លក្ខណៈរួមនៃធាតុ** ។

ជាទូទៅ សំណុំនៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់តាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ គឺកំណត់ដោយ $\{x|x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ$\}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 កំណត់សំណុំខាងក្រោមតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ និងតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ហើយបញ្ជាក់ចំនួនធាតុរបស់វា :

ក. សំណុំចំនួនបឋមតូចជាង ឬស្មើនឹង 23 ។

ខ. សំណុំចំនួនដែលជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ 20 ។

គ. សំណុំចំនួនគត់សេសដែលចែកជាច់នឹង 2 ។

ចម្លើយ

ក. $A = \{x|x$ ជាចំនួនបឋមតូចជាងឬស្មើនឹង $23\}$ (កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ)

$= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$ (កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ)

គេបាន : $n(A) = 9$ ។

ខ. $B = \{x|x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $20\}$ (តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ)

$= \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ (តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ)

គេបាន : $n(B) = 6$ ។

គ. $C = \{x|x$ ជាចំនួនគត់សេសដែលចែកជាច់នឹង $2\}$ (តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ)

$= \varnothing$ ព្រោះចំនួនសេសចែកមិនជាច់នឹង 2 ទេ (ដោយ C ជាសំណុំទទេ នោះគេមិនអាចកំណត់វាតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុទេ)

គេបាន : $n(C) = 0$ ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ និងតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ហើយកំណត់ចំនួនធាតុនៃសំណុំខាងក្រោម :

ក. សំណុំចំនួនគត់សេសវិជ្ជមានតូចជាង ឬស្មើ 10 ។

ខ. សំណុំចម្លើយនៃសមីការ $(x-1)(x-3)=0$ ។

គ. សំណុំចំនួនគត់សេសវិជ្ជមានដែលតូចជាង 20 និងធំជាង 2 ។

គ. សំណុំរាប់អស់ និងសំណុំអនន្ត

ឧទាហរណ៍ ក. គេមានសំណុំ $A=\{x|x^2=4\}=\{2,-2\}$

គេបាន : $n(A)=2$ ជាចំនួនកំណត់ ។ ដោយ A មានចំនួនធាតុជាចំនួនកំណត់ នោះគេថា A ជាសំណុំរាប់អស់ ។

ខ. សំណុំ $B=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន $\}$

$=\{1,2,3,4,5,\ldots\}$ មានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់ នោះគេថា B ជាសំណុំអនន្ត ។

ជាទូទៅ សំណុំចែកចេញជាពីរប្រភេទ :

(1) **សំណុំរាប់អស់** គឺជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុ ជាចំនួនកំណត់ ។

(2) **សំណុំអនន្ត** គឺជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់ ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់ប្រភេទនៃសំណុំដូចខាងក្រោម :

ក. សំណុំ $C=\{x|x^2-16=0\}$ ។

ខ. សំណុំ $D=\{x|x>0\}$ ។

គ. $\{y|y$ ចំនួនគត់សេសវិជ្ជមាន $\}$ ។

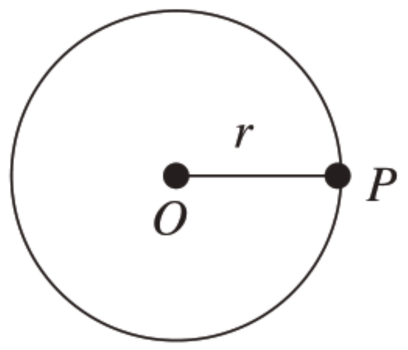
ឃ. $\{2n|0\le n\le 3$, n ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីប $\}$ ។

ឃ. សំណុំដែលមានធាតុមិនមែនជាចំនួន

គេបានសិក្សាសំណុំដែលមានធាតុជាចំនួនរួចហើយ ។ តើអាចមានសំណុំដែលមានធាតុមិនមែនជាចំនួនដែរឬទេ ?

ឧទាហរណ៍ 1 រង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងមានកាំ r គឺជាសំណុំនៃចំណុចទាំងអស់នៅក្នុងបួង់ ដែលមានចំងាយថេរ r ពីចំណុច O ហើយកំណត់ដោយ $\{P|OP=r\}$ ។

សំណុំចំណុចនៅផ្នែកខាងក្នុងនៃរង្វង់នេះ កំណត់ដោយ $\{P|OP<r\}$ ហើយសំណុំចំណុចនៅផ្នែកខាងក្រៅនៃរង្វង់នេះកំណត់ដោយ $\{P|OP>r\}$ ។



ឧទាហរណ៍ 2 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=ax+b$ គឺជាសំណុំចំណុច $(x,\ y)$ ទាំងអស់ដែលមានកូអរដោនេ x និង y ជាចំនួនពិត ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $y=ax+b$ ។

គេកំណត់សរសេរ : $\{(x,\ y)|y=ax+b\}$ ។

ប្រតិបត្តិ ប្រើនិមិត្តសញ្ញាសំណុំដើម្បីតាងក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=x^2$ ។

ង. សំណុំស្មើគ្នា

គេមានសំណុំបី $A,\ B$ និង C ដែល $A=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបដែល $0<x<4\}$

$B=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន ដែល $x\leq 3\}$

$C=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបដែល $3<x<5\}$

គេបាន : $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{1,\ 2,\ 3\}$, $C=\{4\}$ ។

គេសង្កេតឃើញថាសំណុំ A និង B មានបញ្ជីធាតុដូចគ្នា គេថា A និង B ជា**សំណុំស្មើគ្នា**។

គេកំណត់សរសេរ : $A=B$ ។

តែសំណុំ A និង C ព្រមទាំងសំណុំ B និង C មានបញ្ជីធាតុមិនដូចគ្នា គេថាសំណុំ A និង C ហើយ B និង C ជាសំណុំមិនស្មើគ្នា។

គេកំណត់សរសេរ : $A\neq C$, $B\neq C$ ។

និយមន័យ សំណុំពីរស្មើគ្នា កាលណាសំណុំទាំងពីរមានបញ្ជីធាតុដូចគ្នា។

ឧទាហរណ៍ កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងប្រៀបធៀបសំណុំខាងក្រោម :

$A=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន និង $3x\leq 12\}$

$B=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន និង $1\leq x\leq 4\}$

$C=\{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន និង $x^2\leq 36$ ។

ចម្លើយ ចំពោះសំណុំ A គេបាន $3x\leq 12\Leftrightarrow x\leq 4$ ដោយ x ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន នោះគេអាចសរសេរបញ្ជីធាតុនៃសំណុំ A គឺ $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
krou
facebook.com

- ចំពោះសំណុំ B គេបាន : $B = \{1, 2, 3, 4\}$

- ចំពោះសំណុំ C គេបាន : $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ដូចនេះ គេបាន : $A = B$, $A \neq C$ និង $B \neq C$ ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងប្រៀបធៀបសំណុំខាងក្រោម :

$D = \{x | x$ ជាចំនួនគត់វិទ្យាទីបវិជ្ជមាន និង $5x \leq 16\}$

$E = \{x | x$ ជាចំនួនគត់វិទ្យាទីបវិជ្ជមាន និង $\sqrt{x} \leq 2\}$

$F = \{x | x$ ជាចំនួនគត់វិទ្យាទីបវិជ្ជមាន និង $x^2 < 25\}$ ។

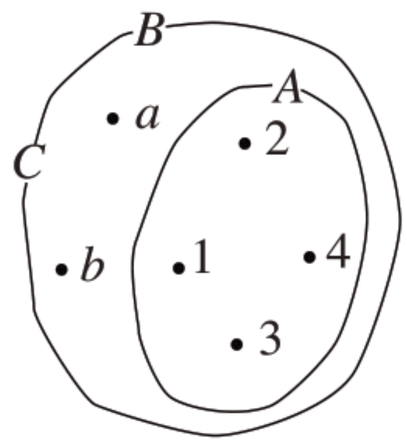
ច. សំណុំរង សំណុំសកល និងសំណុំរងបំពេញ

■ សំណុំរង

គេមានបីសំណុំ $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$

$C = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$ ។



គេឃើញថាគ្រប់ធាតុនៃសំណុំ A គឺជាធាតុរបស់សំណុំ B គេកំណត់សរសេរ $x \in A \Rightarrow x \in B$ នោះគេថា សំណុំ A ជាសំណុំរងនៃសំណុំ B គេកំណត់សរសេរ $A \subseteq B$ ។

ដូចគ្នាដែរ គ្រប់ធាតុនៃសំណុំ C គឺជាធាតុរបស់សំណុំ B គេកំណត់សរសេរ $x \in C \Rightarrow x \in B$ នោះគេថាសំណុំ C ជាសំណុំរងនៃសំណុំ B គេកំណត់សរសេរ $C \subseteq B$ ។

និយមន័យ A ជាសំណុំរងនៃ B លុះត្រាតែគ្រប់ $x \in A$ នោះ $x \in B$

$A \subseteq B \Leftrightarrow$ គ្រប់ $x \in A \Rightarrow x \in B$ ។

ដូចនេះសំណុំ A និងសំណុំ C សុទ្ធតែជាសំណុំរងនៃសំណុំ B ប៉ុន្តែសំណុំទាំងពីរនេះមានចំនួនធាតុខុសគ្នា ហើយ $n(A) = 4 < n(B)$ និង $n(C) = 6 = n(B)$ ។ ដោយ $n(A) < n(B)$ នោះគេហៅថា A ជា **សំណុំរងផ្នាល់** នៃសំណុំ B ។

ជាទូទៅ
- បើ A ជា **សំណុំរង** នៃសំណុំ B មានន័យថា $A \subseteq B$ នោះ $n(A) \leq n(B)$ ។
- បើ A ជា **សំណុំរងផ្នាល់** នៃសំណុំ B មានន័យថា $A \subset B$ នោះ $n(A) < n(B)$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

សម្គាល់ ចំពោះគ្រប់សំណុំ A គេបាន $A \subseteq A$ និង $\varnothing \subseteq A$ ។

បើសំណុំ A មិនមែនជាសំណុំរងនៃសំណុំ B នោះគេកំណត់សរសេរ $A \not\subset B$ ។

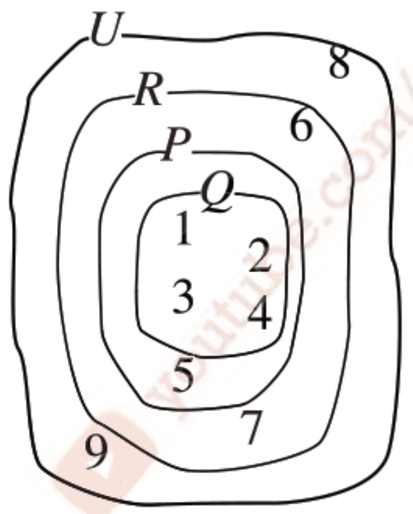
■ សំណុំសកល

ឧបមាថា គេមានបីសំណុំ P, Q និង R ដូចខាងក្រោម :

$P = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន និង $3x \leq 15\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$Q = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន និង $\sqrt{x} \leq 2\} = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន និង $x^2 \leq 49\} = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ ។



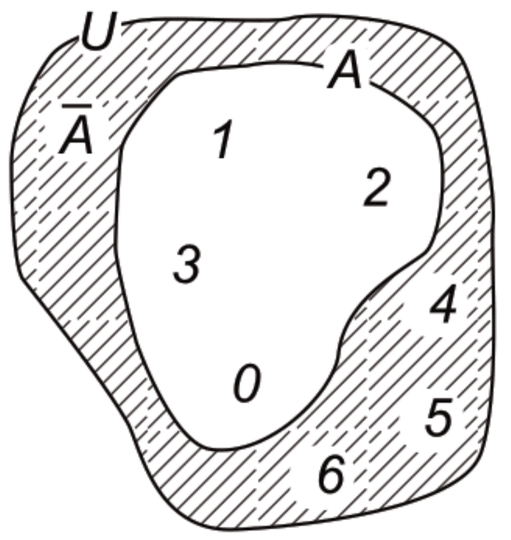
បើគេកំណត់សំណុំ $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ នោះគេបាន : សំណុំទាំងបីសុទ្ធតែជាសំណុំរងនៃសំណុំ U ។ សំណុំ U ហៅថា **សំណុំសកល** ។

និយមន័យ សំណុំសកល គឺជាសំណុំមានគ្រប់ធាតុដែលគេបានជ្រើសរើសយកមកសិក្សា ។

■ សំណុំរងបំពេញ

គេមានសំណុំសកល $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ និងសំណុំ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ។ គេអាចកំណត់បាននូវសំណុំ $\{4, 5, 6\}$ មួយទៀតដែលគ្រប់ធាតុរបស់វាជាធាតុរបស់ U តែមិនមែនជាធាតុរបស់សំណុំ A ។ សំណុំថ្មីនេះ ហៅថា **សំណុំរងបំពេញនៃសំណុំ** A ដែលតាងដោយ $\bar{A}$ ។

គេបាន : $\bar{A} = \{4, 5, 6\}$ ។



និយមន័យ A ជាសំណុំរងនៃសំណុំសកល U ។

សំណុំរងបំពេញនៃសំណុំ A គឺជា

សំណុំដែលកំណត់ដោយ $\bar{A} = \{x|x \notin A, \quad x \in U\}$ ។

ឧទាហរណ៍ គេអោយសំណុំសកល $U = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$ និងសំណុំ $P = \{a, 1, 2\}$ ។ កំណត់សំណុំរងបំពេញនៃ P ។

ចម្លើយ សំណុំរងបំពេញនៃ P កំណត់ដោយ : $\bar{P} = \{x|x \notin P \ , x \in U\} = \{b, c, 3, 4\}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh

សង្កេត តាមឧទាហរណ៍ខាងលើនេះ គេបាន : $n(U) = 7$, $n(P) = 3$ និង $n(\bar{P}) = 4$

ដូចនេះ $n(U) = n(P) + n(\bar{P})$ ។

ជាទូទៅ បើ U ជាសំណុំសកល និង $\bar{A}$ ជាសំណុំរងបំពេញនៃសំណុំ A

នោះ $n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$ ។

ប្រតិបត្តិ គេឱ្យសំណុំសកល $U = \{x | x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបដែល $0 < x \leq 11\}$ និងសំណុំរងពីរ A និង B ដែល $A = \{x | \ 0 < 2x < 7\}$, $B = \{x | \ \ 0 < 2x < 20\}$ ។

ក. សរសេរសំណុំរងបំពេញ $\bar{A}$ និងកំណត់ចំនួនធាតុរបស់សំណុំនោះ ។

ខ. សរសេរសំណុំរងបំពេញ $\bar{B}$ និងកំណត់ចំនួនធាតុរបស់សំណុំនោះ ។

គ. ចូរបញ្ជាក់ថា សំណើណាពិត ហើយសំណើណាមិនពិត ចំពោះសំណើដូចខាងក្រោម :

$\bar{A} \subseteq \bar{B}$, $\bar{B} \not\subset A$ និង $A \not\subset B$ ។

2.2 ប្រមាណវិធីលើសំណុំ

ក. ប្រសព្វនៃសំណុំ

គេមានសំណុំពីរ

$A = \{x | x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $8\}$

$= \{1, 2, 4, 8\}$ ។

$B = \{x | x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $12\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ។

គេបានសំណុំ $\{1, 2, 4\}$ ដែលមានធាតុជាធាតុរួមរបស់ A ផង និង B ផង ហើយដែលជាតួចែករួមវិជ្ជមាននៃ 8 និង 12 ។ គេថាសំណុំនេះជាប្រសព្វនៃសំណុំ A និង B ។

គេកំណត់សរសេរ $A \cap B$ (អានថា A ប្រសព្វ B) ។

វត្ថុបំណង

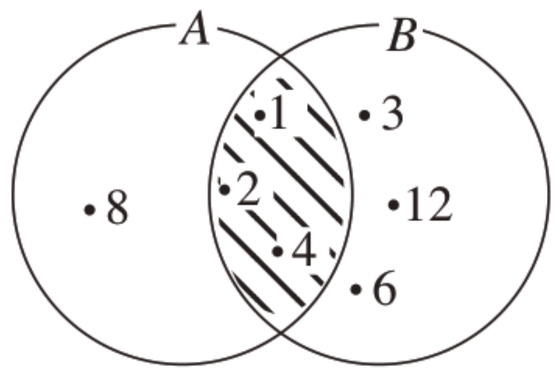
- កំណត់ប្រសព្វ និងប្រជុំនៃសំណុំពីរ
- រកឱ្យឃើញសំណុំដាច់គ្នា
- កំណត់ចំនួនធាតុនៃប្រជុំរវាងសំណុំពីរ ។

ពាក្យគន្លឹះ

ប្រសព្វ ប្រជុំនៃសំណុំ សំណុំដាច់គ្នា

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

គេបាន $A \cap B = \{1, 2, 4\}$ ហើយ $n(A \cap B) = 3$ ។



និយមន័យ $A \cap B = \{x | x \in A$ និង $x \in B\}$

ចំនួនធាតុនៃ $A \cap B$ តាងដោយ $n(A \cap B)$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានពីរសំណុំ $A = \{x | x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $15\}$ និង $B = \{x | x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $30\}$ ។

កំណត់សំណុំ $A \cap B$ និង $n(A \cap B)$ ។

ចម្លើយ ដោយ $A = \{x | x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $15\} = \{1, 3, 5, 15\}$ និង

$B = \{x | x$ ជាតួចែកវិជ្ជមាននៃ $30\} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

គេបាន $A \cap B = \{x | x$ ជាតួចែករួមវិជ្ជមាននៃ 15 និង $30\}$

$= \{1, 3, 5, 15\}$

ដូចនេះ $n(A \cap B) = n(A) = 4$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានពីរសំណុំ $R = \{a, b, c, 2, 4, 6\}$ និង $P = \{1, 3, 5, 7\}$ ។

កំណត់សំណុំ $R \cap P$ និង $n(R \cap P)$ ។

ចម្លើយ ដោយសំណុំទាំងពីរនេះគ្មានធាតុរួម នោះគេបាន : $R \cap P = \varnothing$ និង $n(R \cap P) = 0$

តាមឧទាហរណ៍ 2 គេបាន $R \cap P = \varnothing$ ដូចនេះគេហៅសំណុំ R និង P ជាសំណុំដាច់គ្នា។

ជាទូទៅ សំណុំ A និង B ជា សំណុំដាច់គ្នា លុះត្រាតែ $A \cap B = \varnothing$ ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់ប្រសព្វនិងចំនួនធាតុនៃប្រសព្វ របស់គូសំណុំនីមួយៗខាងក្រោម :

ក. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ និង $B = \{2, 4, 6\}$ ខ. $R = \{1, 2, 4, 8\}$ និង $P = \{1, 3, 9\}$

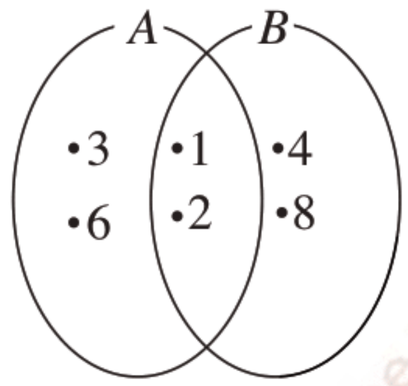
គ. $C = \{1, 2, 3, 6\}$ និង $D = \{4, 7\}$ ឃ. $M = \{m, a, t, h\}$ និង $N = \{c, u, t\}$ ។

facebook.com/... youtube... krou... moeys.gov.kh

ខ. ប្រជុំនៃសំណុំ

គេមានពីរសំណុំ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ និង

$B = \{1, 2, 4, 8\}$ ។



គេអាចបង្កើតបានសំណុំ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ដែលមានធាតុជាធាតុរបស់ A តែមិនជារបស់ B ឬជាធាតុរបស់ B តែមិនជារបស់ A ឬជាធាតុរួមរបស់សំណុំទាំងពីរ ។ សំណុំនេះហៅថា **ប្រជុំនៃសំណុំ** A និង B ។

គេកំណត់សរសេរ $A \cup B$ (អានថា A ប្រជុំ B) ។

គេបាន $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ហើយ $n(A \cup B) = 6$ ។

និយមន័យ $A \cup B = \{x | x \in A$ ឬ $x \in B\}$

ចំនួនធាតុនៃ $A \cup B$ តាងដោយ $n(A \cup B)$ ។

សម្គាល់ $x \in A$ ឬ $x \in B$ មានន័យថា $x \in A$ តែ $x \notin B$ ឬ $x \in B$ តែ $x \notin A$ ឬ $x \in A \cap B$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានសំណុំសកល $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ និង $A = \{x | x \in U$ និង x ជាចំនួនគត់សេស $\}$ ។ បង្ហាញថា $A \cap \bar{A} = \varnothing$ និង $A \cup \bar{A} = U$ ។

ចម្លើយ ដោយ $A = \{x | x \in U$ និង x ជាចំនួនគត់សេស $\}$ នោះគេបាន :

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$\bar{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

ដូចនេះ $A \cap \bar{A} = \varnothing$ និង $A \cup \bar{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = U$ ។

ជាទូទៅ ចំពោះគ្រប់សំណុំ A និងសំណុំសកល U

គេបាន $A \cap \bar{A} = \varnothing$ និង $A \cup \bar{A} = U$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានពីរសំណុំ $A = \{1, 2, 3, 6, o, p, k\}$ និង $B = \{k, r, 1, 2, 4, 8\}$ ។

កំណត់សំណុំ $A \cap B$, $A \cup B$, $n(A \cap B)$ និង $n(A \cup B)$ ។

ចម្លើយ ដោយ $A \cap B = \{x | x \in A$ និង $x \in B\}$

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh

នោះគេបាន : $A \cap B = \{1, 2, k\}$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $A \cup B = \{x | x \in A$ ឬ $x \in B\}$

នោះគេបាន $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, o, p, k, r\}$ ។

$n(A \cap B) = 3$ ហើយ $n(A \cup B) = 10$ ។

តាមរយៈឧទាហរណ៍នេះ គេបាន $n(A \cup B) = 10 = 7 + 6 - 3$

$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ។

ជាទូទៅ បើគេមានសំណុំរាប់អស់ពីរ A និង B នោះគេបាន :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 អង្គការក្រៅរដ្ឋាភិបាលមួយបានចុះស៊ើបសួរពត៌មានអំពីការចូលចិត្តសិក្សាមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែររបស់សិស្សចំនួន 150 នាក់នៅវិទ្យាល័យមួយក្នុងរាជធានីភ្នំពេញ ។ គេទទួលបានពត៌មានថា មានសិស្សចំនួន 102 នាក់ចូលចិត្តសិក្សាគណិតវិទ្យា ចំនួន 71 នាក់ចូលចិត្តសិក្សាភាសាខ្មែរ និងចំនួន 40 នាក់ចូលចិត្តសិក្សាមុខវិជ្ជាទាំងពីរ ។

ក. តើមានសិស្សចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលចូលចិត្តសិក្សាតែមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាមួយប៉ុណ្ណោះ ?

ខ. តើមានសិស្សចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលចូលចិត្តសិក្សាតែមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែរមួយប៉ុណ្ណោះ ?

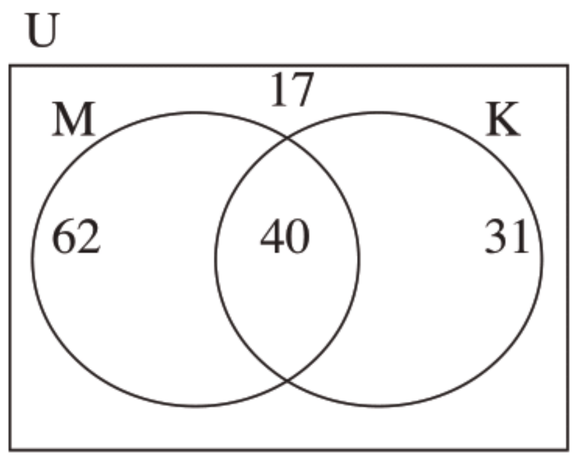
គ. តើមានសិស្សចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលចូលចិត្តសិក្សាយ៉ាងហោចណាស់មួយមុខវិជ្ជា ?

ឃ. តើមានសិស្សចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលមិនចូលចិត្តសិក្សាមុខវិជ្ជាទាំងពីរ ?

ចម្លើយ តាង U ជាសំណុំសិស្សទាំងអស់

M ជាសំណុំសិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាគណិតវិទ្យា

K ជាសំណុំសិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាភាសាខ្មែរ ។



គេបាន $n(M) = 102$, $n(K) = 71$ និង $n(M \cap K) = 40$

ក. ចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាតែមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា

$n(M \cap \overline{K}) = n(M) - n(M \cap K) = 102 - 40 = 62$

ដូចនេះ សិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាតែមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាមានចំនួន 62 នាក់ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

ខ. ចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាតែមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែរ

$$n(\overline{M} \cap K) = n(K) - n(M \cap K)$$

$$= 71 - 40 = 31 \text{ ។}$$

ដូចនេះ សិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាតែមុខវិជ្ជាភាសាខ្មែរមានចំនួន 31 នាក់ ។

គ. ចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាយ៉ាងហោចណាស់មួយមុខវិជ្ជា

$$n(M \cup K) = n(M) + n(K) - n(M \cap K)$$

$$= 102 + 71 - 40$$

$$= 133 \text{ ។}$$

ដូចនេះ សិស្សដែលចូលចិត្តសិក្សាយ៉ាងហោចណាស់មួយមុខវិជ្ជាមានចំនួន 133 នាក់ ។

ឃ. ចំនួនសិស្សដែលមិនចូលចិត្តសិក្សាមុខវិជ្ជាទាំងពីរ

$$n(U) - n(M \cup K) = 150 - 133 = 17$$

ដូចនេះ សិស្សដែលមិនចូលចិត្តសិក្សាមុខវិជ្ជាទាំងពីរមានចំនួន 17 នាក់ ។

ប្រតិបត្តិ តាមការសាកសួរពត៌មានពីសិស្សចំនួន 160 នាក់ បានឱ្យដឹងថាមានសិស្សចំនួន 79 នាក់ចូលចិត្តអានសៀវភៅនៅបណ្ណាល័យ 65 នាក់ចូលចិត្តអានសៀវភៅនៅផ្ទះ និង 41 នាក់ចូលចិត្តអានសៀវភៅនៅកន្លែងទាំងពីរនេះ ។ រកចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តអានសៀវភៅតាមករណីដូចខាងក្រោម:

ក. នៅបណ្ណាល័យតែម្យ៉ាងប៉ុណ្ណោះ ។

ខ. នៅផ្ទះតែម្យ៉ាងប៉ុណ្ណោះ ។

គ. នៅកន្លែងផ្សេងពីកន្លែងទាំងពីរនោះ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

2.3 លក្ខណៈនៃប្រមាណវិធីលើសំណុំ

ក. លក្ខណៈដឺម៉ាជេន De Morgan

ចំពោះគ្រប់ពីរសំណុំ A និង B គេបាន :

ក. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ ។

ខ. $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ។

ចង្កូមំណង

- បកស្រាយលក្ខណៈរបស់ DeMorgan លក្ខណៈផ្តុំ លក្ខណៈបំបែកនៃប្រសព្វ និងប្រជុំ
- រកចំនួនធាតុនៃប្រជុំរវាងបីសំណុំ

ពាក្យគន្លឹះ

លក្ខណៈផ្តុំ លក្ខណៈបំបែក

សម្រាយបញ្ជាក់

គេបាន $A \cup B = \{x | x \in A \text{ ឬ } x \in B\}$

$\overline{A \cup B} = \{x | x \notin A \text{ និង } x \notin B\}$

$= \{x | x \notin A\} \cap \{x | x \notin B\}$

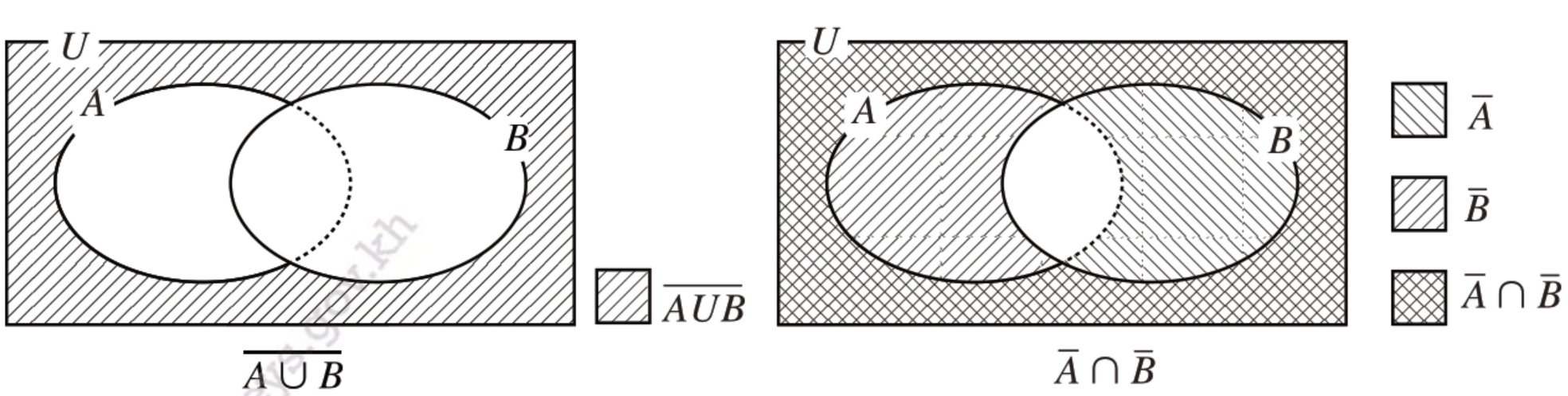
$= \bar{A} \cap \bar{B}$

ដូចនេះ $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ ។

ខ. តាមរបៀបដូចខាងលើដែរគេបាន : $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ។

ការបង្ហាញតាមដ្យាក្រាមវិន :

ក.



ខ. សិស្សអាចគូសដ្យាក្រាមវិនដោយខ្លួនឯង ។

ខ. លក្ខណៈផ្តុំ

គេមានបីសំណុំ A, B និង C គេបាន :

ក. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

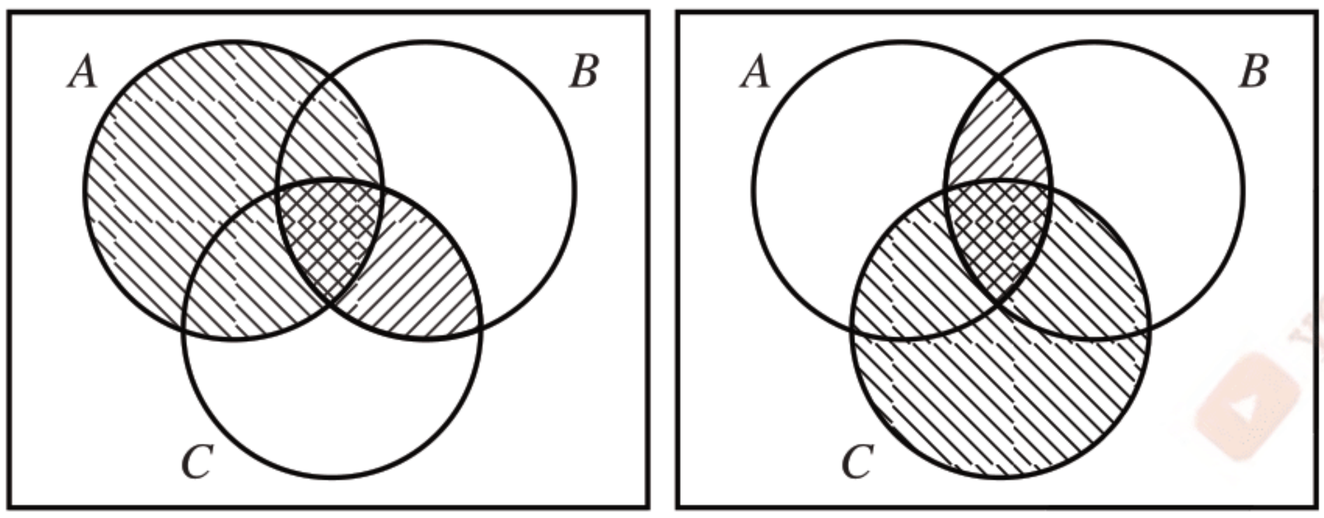
ខ. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

សម្រាយបញ្ជាក់

ការបង្ហាញតាមដ្យាក្រាម ៖

ក.



$B \cap C$ $A \cap B$

$A \cap (B \cap C)$ $(A \cap B) \cap C$

ខ. សិស្សអាចគូសដ្យាក្រាមវិនដោយខ្លួនឯង ។

គ. លក្ខណៈបំបែក

គេមានបីសំណុំ A, B និង C គេបាន ៖

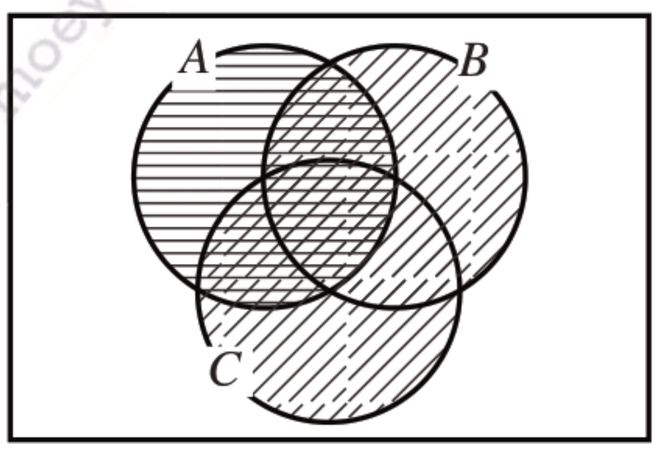
ក. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ។

ខ. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ។

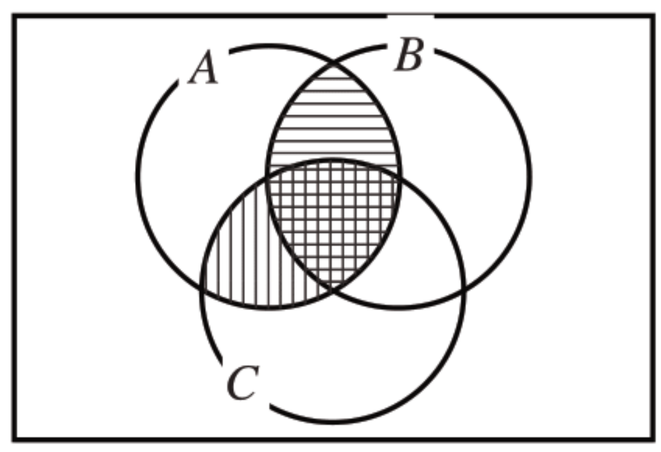
សម្រាយបញ្ជាក់

ការបង្ហាញតាមដ្យាក្រាមវិន ៖

ក.



$A \cap (B \cup C)$



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$

ខ. គូសដ្យាក្រាមវិនដោយខ្លួនឯង ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

មេរៀនសង្ខេប

- សំណុំគឺជាបណ្តុំនៃវត្ថុ ដែលកំណត់ដោយលក្ខខណ្ឌជាក់លាក់ ។
- ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A តាងដោយ $n(A)$ ។
- សំណុំទទេ គឺជាសំណុំដែលគ្មានធាតុសោះ ហើយតាងដោយ $\varnothing$ ។
- ការកំណត់សំណុំមានពីរវិធី : កំណត់តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងកំណត់តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ ។
- សំណុំរាប់អស់ ជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុ ជាចំនួនកំណត់ ។ សំណុំអនន្តជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- សំណុំស្មើគ្នា កាលណាសំណុំទាំងពីរមានបញ្ជីឈ្មោះធាតុដូចគ្នា ។
- A ជាសំណុំរងនៃ B លុះត្រាតែគ្រប់ $x \in A$ នោះ $x \in B$ ។
- បើ A ជាសំណុំរងនៃ B នោះ $n(A) \le n(B)$ ។
- បើ A ជាសំណុំរងផ្នែលនៃ B នោះ $n(A) < n(B)$ ។
- សំណុំសកល គឺជាសំណុំដែលមានគ្រប់ធាតុដែលគេបានជ្រើសរើសយកមកសិក្សា ។
- សំណុំរងបំពេញ $\bar{A} = \{x | x \notin A \ , \ x \in U\}$ ។
- សំណុំប្រសព្វ $A \cap B = \{x \in A$ និង $x \in B\}$ ។
- សំណុំប្រជុំ $A \cup B = \{x \in A$ ឬ $x \in B\}$ ។
- សំណុំ A និង B ជាសំណុំដាច់គ្នា លុះត្រាតែ $A \cap B = \varnothing$ ។
- ចំពោះគ្រប់សំណុំ A និង សំណុំសកល U គេបាន $A \cap \bar{A} = \varnothing \ , \ A \cup \bar{A} = U$ ។
- បើ A និង B ជាសំណុំរាប់អស់ នោះគេបាន $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ។
- លក្ខណៈដឺម៉ជេន(DeMorgan): $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \ , \ \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ ។
- លក្ខណៈផ្តុំ : $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ។
- លក្ខណៈបំបែក : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys

លំហាត់

1. កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងកំណត់ចំនួនធាតុនៃសំណុំខាងក្រោមនេះ :

   ក. A = សំណុំចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីប ដែលធំជាង -2 និងតូចជាង 5 ។

   ខ. B = សំណុំចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបធំជាង ឬស្មើ 3 និងតូចជាងឬស្មើ 15 ។

   គ. $C = \{x|x$ ជាពហុគុណនៃ 3 និង $1 \le x \le 25\}$ ។

   ឃ. $D = \{x|x$ ជាពហុគុណនៃ 5 និង $7 \le 2x \le 31\}$ ។

2. កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាសំណុំ និងតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ :

   ក. A = សំណុំចំនួនគត់សេសវិជ្ជមានតូចជាង 13 ។

   ខ. B = សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ 7 ចំនួនដំបូងគេ ។

   គ. C = សំណុំនៃពហុគុណវិជ្ជមាននៃ 3 ដែលតូចជាង 19 ។

   ឃ. D = សំណុំនៃពហុគុណនៃ 5 ដែលនៅចន្លោះពី 4 ដល់ 26 ។

3. គេមានសំណុំ $F = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន ដែលជាតួចែកនៃ $30\}$ និង $R = \{x|x$ ជាចំនួនគត់គូ និងជាពហុគុណនៃ 3 ដែល $2 \le x \le 30\}$ ។

   ក. កំណត់សំណុំ F និង R តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

   ខ. កំណត់ធាតុនៃ x ដែល $x \in F$ និង $x \in R$ ។

4. គេឱ្យសំណុំ $A = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន ដែល $x^2 < 15\}$ និងសំណុំ $B = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹឡាទីបវិជ្ជមាន និង x ជាតួចែកនៃ 45 $\}$ ។

   ក. កំណត់សំណុំ A និងសំណុំ B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

   ខ. កំណត់ x ដែល $x \in A$ និង $x \notin B$ ។

   គ. កំណត់សំណុំ $U = \{x|x \in A$ ឬ $x \in B\}$ ។

5. គេឱ្យសំណុំសកល $U = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ ។

   កំណត់សំណុំខាងក្រោមតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ :

   ក. $A = \{x|x \in U$ និង x ជាពហុគុណនៃ $3\}$ ។

   ខ. $B = \{x|x \in U$ និង x ជាតួចែកនៃ $60\}$ ។

   គ. $C = \{x|x \in U$ និង x ជាចំនួនបឋម $\}$ ។

facebook.com/groups/moeys.gov.kh
moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

6. គេឱ្យសំណុំ $A = \{x|x = 3n+2 \ , \ n$ ជាចំនួនគត់**ធម្មជាតិ**តូចជាង ឬស្មើ $9\}$ និង

$B = \{x|x = 6m-1 \ , \ m$ ជាចំនួនគត់**ធម្មជាតិ**តូចជាង ឬស្មើ $5\}$

ក. កំណត់សំណុំ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

ខ. កំណត់ទំនាក់ទំនងរវាង A និង B ដោយប្រើសញ្ញា $\subseteq$ ។

7. គេឱ្យសំណុំសកល $U = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបវិជ្ជមានដែល $1 \le x \le 20\}$ ។

កំណត់សំណុំរងខាងក្រោមតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ :

ក. $A = \{x|x$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $3\}$ ។

ខ. $B = \{x|x$ ជាពហុគុណនៃ $3\}$ ។

រួចបង្ហាញថា $n(A)+n(B) = n(U)$ ។

8. គេមានសំណុំសកល $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ហើយនិងសំណុំរងពីរ $A = \{a, c, e\}$ និង $B = \{b, d, f, h\}$ ។ កំណត់សំណុំ $\bar{A}$ និង $\bar{B}$ តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។ តើ A គឺជា សំណុំរងផ្នាល់នៃ $\bar{B}$ ដែរឬទេ ?

9. គេឱ្យសំណុំ $A = \{x|1 \le x \le 5\}$, $B = \{x|0 < x < 3\}$ និង $C = \{x||x| > 2\}$ ដែល x ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន ។ កំណត់សំណុំខាងក្រោម :

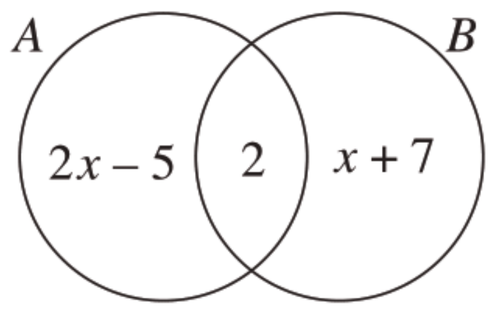
ក. $A \cup B$ ។

ខ. $B \cap C$ ។

គ. $\bar{B} \cap C$ ។

10. គេឱ្យសំណុំសកល $U = \{x|x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន $\}$ ហើយនិងសំណុំរងពីរ $A = \{x|x \in U$ និង $x \ge 5\}$ និង $B = \{x|x \in U$ និង $x < 12\}$ ។ កំណត់ $n(A \cap B)$ និង $n(\bar{A})$ ។

11. គេតាងចំនួនធាតុនៃសំណុំ $\bar{A}$, $\bar{B}$ និង $A \cap B$ នៅក្នុងដ្យាក្រាមវិន ។ គេឱ្យ $n(\bar{A} \cap B) = n(A \cap \bar{B})$ ។

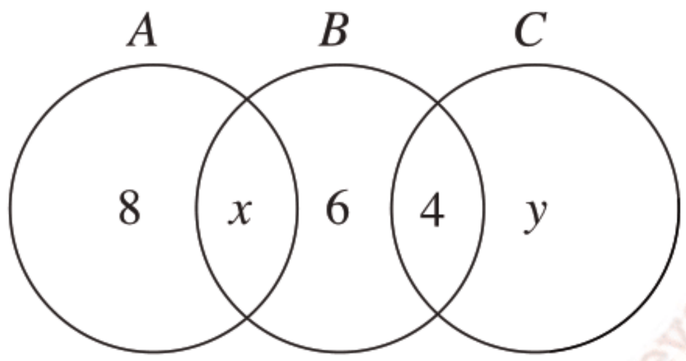


ក. កំណត់តម្លៃ x

ខ. កំណត់ $n(A)$ និង $n(B)$ ។

facebook.com/krou.moeys
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

12. គេមានបីសំណុំ A, B និង C ដែល $U = A \cup B \cup C$ ។
តាងចំនួនធាតុនៃសំណុំរងទាំងបីនេះនៅក្នុងដ្យាក្រាមវិន ។

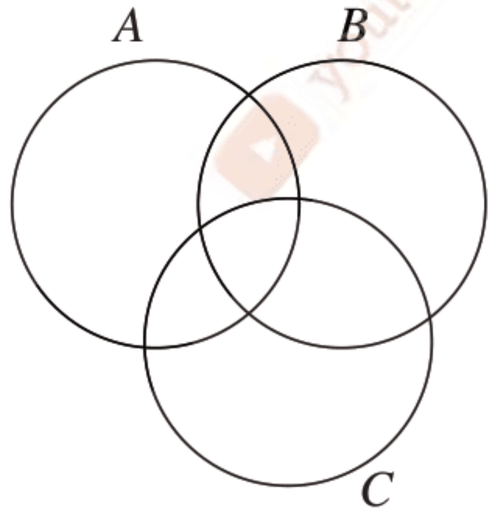


ក. គេឱ្យ $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ ចូររកតម្លៃនៃ x ។

ខ. គេឱ្យ $n(B \cap \overline{C}) = n(\overline{A} \cap C)$ ចូររកតម្លៃនៃ y ។

គ. រក $n(U)$ ។

13. គេមានដ្យាក្រាមវិនតាងសំណុំបី A, B និង C ។
ចូរគូសឆ្នូតរកសំណុំដូចខាងក្រោម:



ក. $(A \cap B) \cap \overline{C}$ ។

ខ. $(A \cap \overline{B}) \cup C$ ។

14. តាមការសម្ភាសអតិថិជនចំនួន 130 នាក់បានឱ្យដឹងថា មានអតិថិជនចំនួន 74 នាក់ចូលចិត្តទិញផលិតផលដែលផលិតនៅក្នុងស្រុក ចំនួន 70 នាក់ចូលចិត្តទិញផលិតផលបរទេសនិងចំនួន 41 នាក់ចូលចិត្តទិញផលិតផលទាំងពីរនេះ ។ រកចំនួនអតិជនដែលចូលចិត្តទិញផលិតផលដូចករណីខាងក្រោម :

ក. ទិញតែផលិតផលក្នុងស្រុក ។

ខ. ទិញតែផលិតផលក្រៅស្រុក ។

គ. មិនទិញប្រភេទផលិតផលទាំងពីរ ។

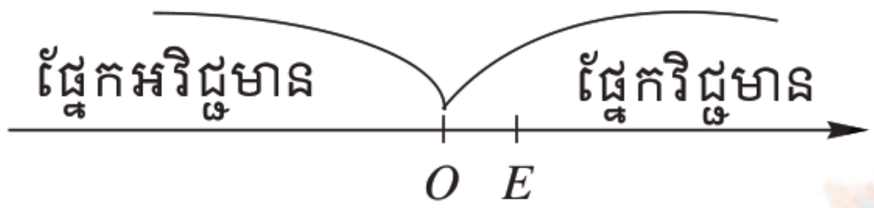
facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

3 ចំនួន

3.1 ចំនួនពិត

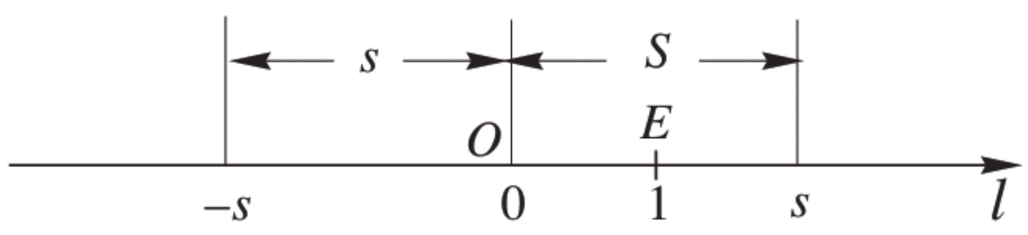
ក. បន្ទាត់ចំនួន

គេឱ្យចំណុច O និងចំណុច E មួយផ្សេងទៀតនៅលើបន្ទាត់ l ។ បើគេមិនរាប់បញ្ចូលចំណុច O ទេ នោះគេអាចចែកបន្ទាត់ l ជាពីរផ្នែកនៅសងខាងនៃចំណុច O ។ ផ្នែកដែលមានចំណុច E ហៅថា **ផ្នែកវិជ្ជមាន** និងផ្នែកដែលគ្មានចំណុច E ហៅថា **ផ្នែកអវិជ្ជមាន** ។



ចំពោះគ្រប់ចំណុចនៅលើបន្ទាត់ l ដែលមានអង្កត់ OE ជាឯកតាប្រវែង ត្រូវគ្នានឹងចំនួនតាមរបៀបដូចខាងក្រោម :

- ចំណុច O ត្រូវនឹងចំនួន 0 ។
- គ្រប់ចំណុចនៅផ្នែកវិជ្ជមាន ហើយមានចម្ងាយ s ពីចំណុច O ត្រូវគ្នានឹងចំនួនវិជ្ជមាន s ។
- គ្រប់ចំណុចនៅផ្នែកអវិជ្ជមាន ហើយមានចម្ងាយ s ពីចំណុច O ត្រូវនឹងចំនួនអវិជ្ជមាន $(-s)$ ។



វត្ថុបំណង

- រកឃើញនូវសញ្ញាណនៃចំនួនពិត
- ប្រៀបធៀបចំនួនពិត គណនាតម្លៃដាច់ខាតនៃចំនួនពិត
- ធ្វើចំណែកថ្នាក់ចំនួនពិត ។

ពាក្យគន្លឹះ

- វិជ្ជមាន អវិជ្ជមាន កូអរដោនេ
- បន្ទាត់ចំណុចគល់ ចំនួនឯកតា ចំនួនពិត តម្លៃដាច់ខាត
- ចំនួនពិត តម្លៃដាច់ខាត ចំនួនគត់ ធម្មជាតិ ចំនួនគត់ ចំនួនសនិទាន និង ចំនួនអសនិទាន ។

facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

តាមរបៀបនេះ គ្រប់ចំណុច M នៅលើ l ត្រូវគ្នានឹងចំនួនតែមួយគត់ មានន័យថា ចំណុចផ្សេងគ្នាត្រូវគ្នានឹងចំនួនផ្សេងគ្នា។ ចំនួន x ដែលត្រូវនឹងចំណុច M ហៅថា **កូអរដោនេ** នៃចំណុច M ។ គេកំណត់សរសេរ $M(x)$ ។

ក្នុងករណីនេះបន្ទាត់ l ហៅថាបន្ទាត់ចំនួនដែលមានចំណុច O ជាគល់និង E ជាចំណុចឯកតា។ កូអរដោនេនៃចំណុចគល់ស្មើនឹង 0 និងកូអរដោនេនៃចំណុចឯកតាស្មើនឹង 1 ។

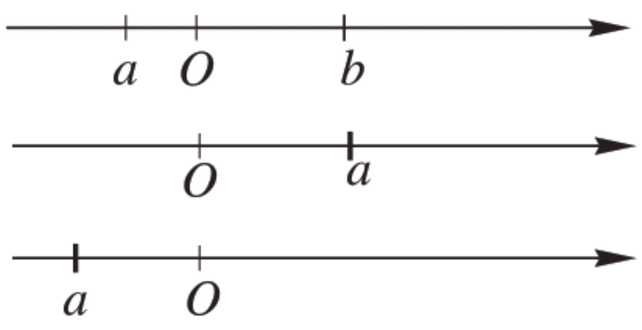
គ្រប់ចំនួនដែលត្រូវគ្នានឹងគ្រប់ចំណុចនៅលើបន្ទាត់ចំនួន ហៅថា **ចំនួនពិត**។ បើគេគូសបន្ទាត់ចំនួនជាបន្ទាត់ដេក នោះផ្នែកវិជ្ជមានត្រូវនៅខាងស្តាំ និងផ្នែកអវិជ្ជមាននៅខាងឆ្វេង។

ប្រតិបត្តិ ដៅចំនួនដូចខាងក្រោមនៅលើបន្ទាត់ចំនួន :

ក. 4 ខ. -3 គ. 2×5 ឃ. -1×5 ង. $-\frac{3}{4}$ ។

ខ. ការប្រៀបធៀបចំនួនពិត

គេដៅចំនួនវិជ្ជមាននៅលើបន្ទាត់ចំនួនដោយចំណុចជាច្រើននៅផ្នែកខាងស្តាំនៃគល់ និងគេដៅចំនួនអវិជ្ជមានដោយចំណុចជាច្រើននៅផ្នែកខាងឆ្វេងនៃគល់ ។ បើគេនិយាយថា ចំនួនពិត b ធំជាងចំនួនពិត a ឬ a តូចជាង b នោះគេនិយាយថាចំណុច b នៅខាងស្តាំនៃចំណុច a ។



គេកំណត់សរសេរ : $a<b$ ឬ $b>a$ ។

- បើ a វិជ្ជមាន គេសរសេរ $a>0$ ។
- បើ a អវិជ្ជមាន គេសរសេរ $a<0$ ។

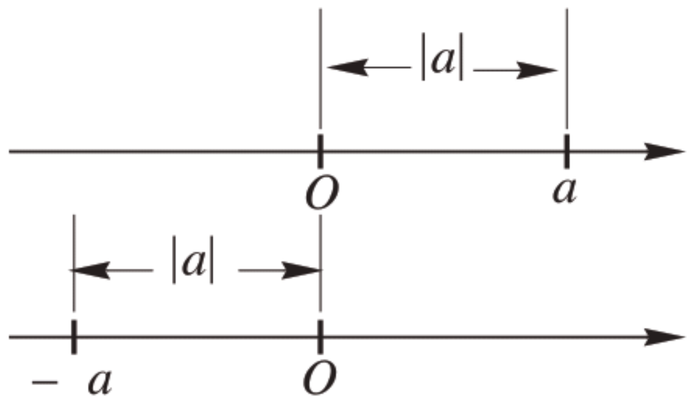
គេអាចប្រៀបធៀបចំនួនពិតតាមលក្ខណៈខាងក្រោម :

ក. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b គេអាចបានទំនាក់ទំនងមួយក្នុងចំណោមទំនាក់ទំនង $a<b$, $a=b$, $a>b$ ។

ខ. $(a<b \text{ និង } b<c)\Rightarrow a<c$ ។

គ. $a>b\Leftrightarrow a-b>0$ ។

គ. តម្លៃដាច់ខាតនៃចំនួនពិត



ចម្ងាយពីគល់ O ទៅចំណុច a នៅលើបន្ទាត់ចំនួន ហៅថា **តម្លៃដាច់ខាត** នៃចំនួន a ។ តម្លៃដាច់ខាតនៃចំនួនពិត a កំណត់ដោយ $|a|$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 $|3| = 3$, $|-3| = 3$, $|0| = 0$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 គណនាតម្លៃខាងក្រោម :

ក. $|8|$ ខ. $|-10|$ គ. $|2 \times 5|$ ឃ. $\left|-\frac{1}{3}\right|$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 កំណត់ចំនួនពិត x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $|x| = 7$ ។

តាមនិយមន័យនៃតម្លៃដាច់ខាត គេទាញបានលក្ខណៈខាងក្រោម :

- $|a| = a$ បើ $a \geq 0$
- $|a| = -a$ បើ $a < 0$
- ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a គេបាន $|a| \geq 0$
- $|a| = 0$ លុះត្រាតែ $a = 0$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 បង្ហាញថាសមភាព $|-a| = |a|$ ពិត ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a ។

ចម្លើយ ពិនិត្យសមភាពនេះចំពោះ $a \geq 0$ និង $a < 0$

(i) ចំពោះ $a \geq 0$ គេបាន $|a| = a$ និង $-a \leq 0$ នោះ $|-a| = -(-a) = a = |a|$

(ii) ចំពោះ $a < 0$ គេបាន $|a| = -a$ និង $-a > 0$ នោះ $|-a| = -a = |a|$

តាម (i) និង (ii) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតនៃ a គេបាន $|-a| = |a|$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 បង្ហាញថា $a^2 = |a|^2$ ពិត ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a ។

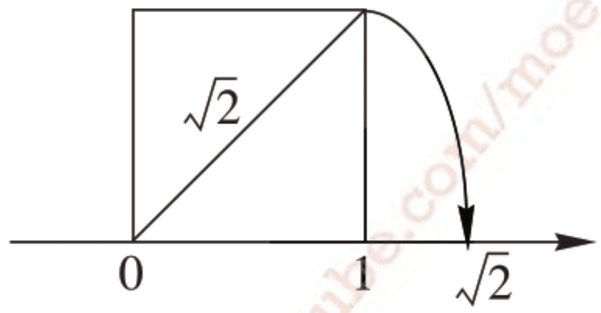
ឃ. ចំណែកថ្នាក់នៃចំនួនពិត

គេតាងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ 1, 2, 3, ... ដោយ $\mathbb{N}$ ។ គេបាន $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$ ។ ផលបូក និងផលគុណនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ។ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន 1, 2, 3, ... គ្រប់ចំនួនគត់អវិជ្ជមាន –1, –2, –3, ... និងសូន្យបង្កើតបានជាសំណុំនៃចំនួនគត់រឹទ្ធាទីបដែលតាងដោយ $\mathbb{Z}$ ។ ផលបូក ផលដក និងផលគុណនៃចំនួនគត់រឹទ្ធាទីបជាចំនួនគត់រឹទ្ធាទីប ។

គ្រប់ចំនួនដែលមានទម្រង់ $\frac{m}{n}$ ដែល m និង n ជាចំនួនគត់**រឹទ្ធាទីប** ហើយ $n \neq 0$ ហៅថា **ចំនួនសនិទាន** ។ គេតាងសំណុំនៃចំនួនសនិទានដោយ $\mathbb{Q}$ ។

គ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឹទ្បាទីប m អាចសរសេរជាទម្រង់ $\frac{m}{1}$ នោះវាក៏ជាចំនួនសនិទានដែរ ។ ផលបូក ផលដក ផលគុណ និងផលចែកនៃចំនួនសនិទាន ក៏ជាចំនួនសនិទានផងដែរ ។

មានចំណុចជាច្រើននៅលើបន្ទាត់ចំនួន ដែលមិនមែនជាចំនួនសនិទាន ។



ឧទាហរណ៍ 1 កាវេដែលមានប្រវែងជ្រុងស្មើនឹង 1 មានប្រវែងអង្កត់ទ្រូងស្មើនឹង $\sqrt{2}$ ។ គេអាចដៅចំនួន $\sqrt{2}$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនបាន ។ ចំនួន $\sqrt{2}$ មិនមែនជាចំនួនសនិទានទេ ។

ចំនួនពិតដែលមិនមែនជាចំនួនសនិទានហៅថា **ចំនួនអសនិទាន** ។ $\sqrt{2}$ ជាចំនួនអសនិទាន ។ ចំនួនថេរ π ក៏ជាចំនួនអសនិទានដែរ ។

សំគាល់ គេអាចសរសេរចំនួនសនិទាន ដែលមិនមែនជាចំនួនគត់ឱ្យទៅជាចំនួនទសភាគកំណត់ ឬ ចំនួនទសភាគខួប ។

ឧទាហរណ៍ 2 $\frac{1}{8} = 0.125$ ជាចំនួនទសភាគកំណត់ ។

$-\frac{4}{3} = -1.333\ldots$ ជាចំនួនទសភាគខួបដែលមាន 3 ជាខួប ។

$\frac{9}{74} = 0.1216216216\ldots$ ជាចំនួនទសភាគខួប ដែលមាន 216 ជាខួប ។

គេអាចសរសេរចំនួនអសនិទានឱ្យទៅជាចំនួនទសភាគអនន្តដែលគ្មានខួប ។

ឧទាហរណ៍ 3 $\sqrt{2} = 1.41421356237\ldots\ldots$ ជាចំនួនទសភាគអនន្តដែលគ្មានខួប ។

$\pi = 3.14159\ldots\ldots$ ជាចំនួនទសភាគអនន្តដែលគ្មានខួប ។

ប្រតិបត្តិ តើចំនួនណាខ្លះជាចំនួនសនិទាន ចំនួនអសនិទាន ក្នុងចំណោមចំនួនទាំងនេះ

$0,\ 3,\ \pi,\ -5,\ \frac{2}{7},\ -\frac{9}{4},\ \sqrt{8},\ \sqrt{0.16}\ ,\ \sqrt{3+1}$?

ចំណែកថ្នាក់នៃចំនួនពិត

- **ចំនួនពិត**
  - ចំនួនសនិទាន
    - ចំនួនគត់រ៉ឹទ្បាទីប
      - ចំនួនគត់រ៉ឹទ្បាទីបវិជ្ជមាន $1,\ 2,\ 3,\ \ldots$
      - 0
      - ចំនួនគត់រ៉ឹទ្បាទីបអវិជ្ជមាន $-1,\ -2,\ -3,\ \ldots$
    - មិនមែនចំនួនគត់រ៉ឹទ្បាទីប $\frac{1}{8},\ -\frac{4}{3},\ \ldots$
  - ចំនួនអសនិទាន $\sqrt{2},\ -\sqrt{3},\ \pi,\ \ldots$

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

3.2 កន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ក. ការគណនាកន្សោមដែលមានរ៉ាឌីកាល់

■ ឫសការេនៃចំនួនពិតវិជ្ជមាន ឬសូន្យ

គេថាចំនួនពិត x ជាឫសការេនៃចំនួនពិតវិជ្ជមាន ឬសូន្យ a កាលណា $x^2 = a$ ។

ចំនួនវិជ្ជមាន a មានឫសការេពីរ ដែលជាចំនួនផ្ទុយគ្នា។ គេតាងឫសការេវិជ្ជមាននៃ a ដោយ $\sqrt{a}$ និងឫសការេអវិជ្ជមាននៃ a ដោយ $-\sqrt{a}$ ។

ដូចនេះ $(\sqrt{a})^2 = a, (-\sqrt{a})^2 = a$ ។

ឧទាហរណ៍ 1

- ឫសការេនៃ 4 គឺ $\sqrt{4} = 2$ និង $-\sqrt{4} = -2$ ។
- ឫសការេនៃ 0 គឺ 0 ហើយកំណត់ដោយ $\sqrt{0} = 0$ ។
- ចំនួនអវិជ្ជមាន គ្មានឫសការេនៅក្នុងសំណុំចំនួនពិតទេ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ចូរឱ្យឧទាហរណ៍នៃចំនួនពិត a មួយដែលមិនផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព $\sqrt{a^2} = a$ ហើយបង្ហាញថា $\sqrt{a^2} = |a|$ ពិតចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a ។

■ **ផលគុណ និងផលចែកនៃឫសការេ**

ផលគុណ និងផលចែកនៃឫសការេ

ចំពោះ $a > 0$ និង $b > 0$

(i) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, (ii) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

(iii) $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ ។

ខ្លឹមសារសំខាន់

- សម្រួល និងប្រៀបធៀបកន្សោមឫសការេនៃចំនួនពិតវិជ្ជមាន ឬសូន្យ
- បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ភាគបែង
- សម្រួលកន្សោមឫសការេពីរជាន់ ។

ពាក្យគន្លឹះ

ឫសការេ រ៉ាឌីកាល់ ។

facebook.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ 2 គណនា $\sqrt{20}$, $\sqrt{10}\times\sqrt{45}$, $\sqrt{0\cdot 03}$, $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ ។

ចម្លើយ

- $\sqrt{20} = \sqrt{2^2\times 5} = \sqrt{2^2}\times\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
- $\sqrt{10}\sqrt{45} = \sqrt{2\times 5}\times\sqrt{3^2\times 5} = \sqrt{3^2\times 5^2\times 2} = 3\times 5\times\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$
- $\sqrt{0.03} = \sqrt{\dfrac{3}{100}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{100}} = \dfrac{\sqrt{3}}{10}$
- $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{27}{3}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 គណនាកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{\dfrac{3}{4}}$ ខ. $(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})(3\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ។

ចម្លើយ

ក. $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{\dfrac{3}{4}} = \sqrt{2^2\times 3}-\sqrt{3^2\times 3}+\sqrt{\dfrac{3}{2^2}}$

$= 2\sqrt{3}-3\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ។

ខ. $(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})(3\sqrt{2}-\sqrt{3}) = (2\sqrt{2}+5\sqrt{3})\times 3\sqrt{2}+(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})\times(-\sqrt{3})$

$= 12+15\sqrt{6}-2\sqrt{6}-15 = -3+13\sqrt{6}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចូរគណនាកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $\sqrt{8}-\sqrt{18}+\sqrt{72}$ ខ. $\sqrt{20}-3\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{5}{9}}+\sqrt{50}$

គ. $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ ឃ. $(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ។

■ ប្រៀបធៀបឬសការ៉េនៃចំនួនវិជ្ជមានពីរ

ចំពោះចំនួនវិជ្ជមាន a និង b គេបាន :

$a<b \Leftrightarrow a-b<0$ (1)

តែ $a-b = \sqrt{a^2}-\sqrt{b^2} = (\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$

តាម (1) គេបាន : $a<b \Leftrightarrow (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})<0$

$a<b \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})<0$ ព្រោះ $\sqrt{a}+\sqrt{b}>0$

$a<b \Leftrightarrow \sqrt{a}<\sqrt{b}$

ដូចនេះ **បើ $a>0$, $b>0$ គេបាន $a<b \Leftrightarrow \sqrt{a}<\sqrt{b}$** ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ឧទាហរណ៍ 4 ប្រៀបធៀប $1+\sqrt{3}$ និង $\sqrt{7}$ ។

ចម្លើយ ដោយចំនួនទាំងពីរជាចំនួនវិជ្ជមាន នោះគេអាចប្រៀបធៀបតម្លៃរបស់វាដោយលើកអង្គទាំងពីរជាការេ ហើយគេគណនាផលដក :

$$(1+\sqrt{3})^2-(\sqrt{7})^2 = (4+2\sqrt{3})-7 = 2\sqrt{3}-3 = \sqrt{12}-\sqrt{9}>0 \quad \text{ព្រោះ } \sqrt{12}>\sqrt{9}$$

គេបាន : $(1+\sqrt{3})^2>(\sqrt{7})^2$

តាមលក្ខណៈ: $a>b \Leftrightarrow \sqrt{a}>\sqrt{b}$ ចំពោះករណី $a>0 \quad b>0$

ដូចនេះ $1+\sqrt{3}>\sqrt{7}$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 ប្រៀបធៀប

ក. $2\sqrt{7}$ និង $3\sqrt{3}$ ខ. $2+\sqrt{6}$ និង $2\sqrt{5}$ ។

ខ. ការបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

គេអាចបំប្លែងប្រភាគដែលមានភាគបែងជា**រ៉ាឌីកាល់** ទៅជាប្រភាគដែលគ្មានរ៉ាឌីកាល់នៅភាគបែង ។

ឧទាហរណ៍ 1 បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃប្រភាគខាងក្រោម :

ក. $\dfrac{1}{\sqrt{12}}$ ខ. $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ ។

ចម្លើយ

ក. $\dfrac{1}{\sqrt{12}} = \dfrac{1}{\sqrt{2^2\times 3}} = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ (បញ្ចេញចំនួនខ្លះពី**រ៉ាឌីកាល់**)

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2(\sqrt{3})^2}$ (គុណតួទាំងពីរនៃប្រភាគនឹង**រ៉ាឌីកាល់**នៅភាគបែង)

ដូចនេះ $\dfrac{1}{\sqrt{12}} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ ។

ខ. $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$ (គុណតួទាំងពីរនៃប្រភាគនឹងកន្សោមផ្លាស់នៃភាគបែង)

$= \dfrac{(\sqrt{5})^2+\sqrt{5}\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$

ដូចនេះ $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \dfrac{5+\sqrt{10}}{3}$ ។

facebook.com/kroumoeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃប្រភាគខាងក្រោម :

ក. $\frac{1}{\sqrt{28}}$ ខ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ គ. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 រកតម្លៃប្រហែលនៃ $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$ ដោយដឹងថា $\sqrt{7}\approx 2.6458$ ។

គ. ការសម្រួលកន្សោមដែលមានរ៉ាឌីកាល់ពីរជាន់

ដោយ $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{3\times 2}+2 = 5+2\sqrt{6}$

$\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ អាចបំប្លែងដូចខាងក្រោម :

$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ ។

គេហៅការបំប្លែងបែបនេះហៅថា **ការសម្រួលកន្សោមដែលមានរ៉ាឌីកាល់ពីរជាន់** ។

ឧទាហរណ៍ 1 កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែល $a>b$ ដោយដឹងថា $a+b=7$ និង $ab=10$ ។

សម្រួលកន្សោម $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$ ។

ចម្លើយ គេមាន $\left.\begin{matrix} a+b=7=5+2 \\ ab=10=5\times 2 \end{matrix}\right\}$ នោះ $a=5\ ,\ b=2$

គេបាន $\sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{5+2+2\sqrt{5\times 2}} = \sqrt{\sqrt{5}^2+\sqrt{2}^2+2\times \sqrt{5}\times\sqrt{2}}$

$= \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{5}+\sqrt{2}$ ។

ដូចនេះ $\sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{5}+\sqrt{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 សម្រួលកន្សោម $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$

យក $\left.\begin{matrix} a+b=8=5+3 \\ ab=15=5\times 3 \end{matrix}\right\}$ នោះ $a=5\ ,\ b=3$

គេបាន $\sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{5+3-2\sqrt{5\times 3}} = \sqrt{\sqrt{5}^2+\sqrt{3}^2+(-2)\times \sqrt{5}\times\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$ ។

ជាទូទៅ $\sqrt{a\pm 2\sqrt{ab}+b} = \sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ ចំពោះ $a>b>0$ ។

ប្រតិបត្តិ សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ ខ. $\sqrt{6-2\sqrt{8}}$ គ. $\sqrt{7+\sqrt{24}}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

3.3 ប្រព័ន្ធរបាប់

ក. ប្រព័ន្ធរបាប់គោលដប់

ដើមឡើយគេប្រើម្រាមដៃ និងម្រាមជើងទាំងដប់ដើម្បីរាប់ចំនួន ។ ពេលគេមិនអាចរាប់ចំនួនដែលធំជាងចំនួនម្រាមដៃ និងម្រាមជើង គេចាប់ផ្តើមយកដុំថ្ម បបំណែកឈើសំរាប់រាប់ចំនួន ។

បន្ទាប់មកទើបគេបង្កើតលេខដែលមានន័យតំណាងសញ្ញា 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 និងលេខ 9 ។ សំណុំនៃលេខទាំងនេះគេហៅថា **ប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10** រកឃើញដោយជនជាតិ ហិណ្ឌូ និងយកទៅប្រើប្រាស់នៅអឺរ៉ុបតាមរយៈជនជាតិអារ៉ាប់ ។

ឧទាហរណ៍ 1 សុភីមានស្ករគ្រាប់ចំនួន $n = 147$ គ្រាប់ ហើយនាងចង់ច្រកស្ករគ្រាប់ទាំងនោះចូលក្នុងថង់តាមជំហានដូចខាងក្រោមនេះ :

- **ជំហានទី 1 :** នាងច្រកស្ករគ្រាប់ 10 គ្រាប់ចូលក្នុងថង់តូចៗបានចំនួន 14 ថង់ និងសល់ 7 គ្រាប់រាយ ។
- **ជំហានទី 2 :** នាងច្រកថង់ស្ករគ្រាប់តូចៗចំនួន 10 ថង់ចូលក្នុងថង់ធំមួយ នាងបានថង់ធំ 1 ថង់តូច 4 និង 7 គ្រាប់រាយ ។

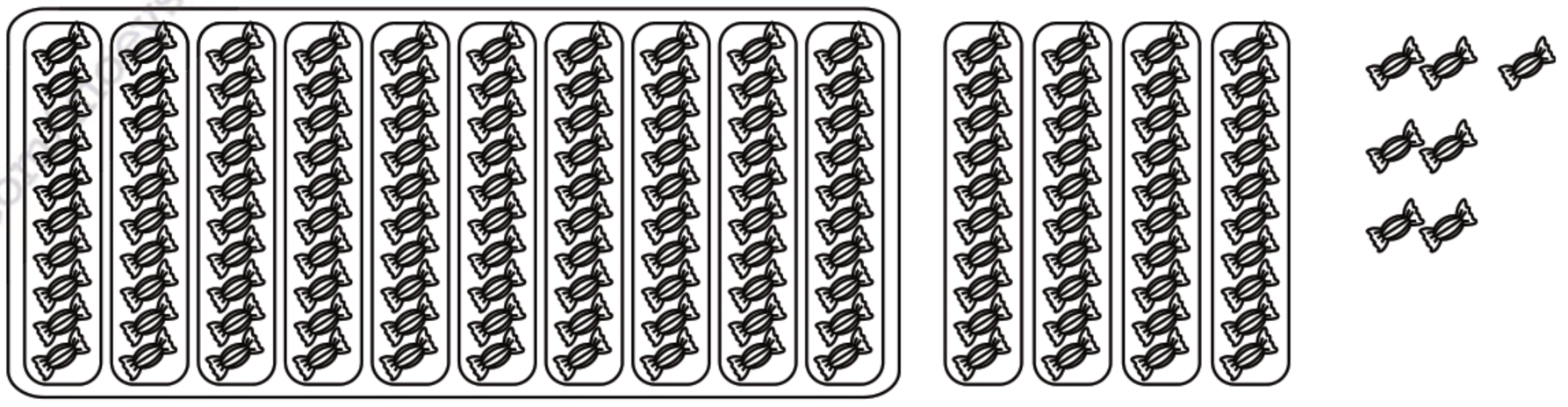
ខ្លឹមសារ

- កំណត់បាននូវសញ្ញាណនៃប្រព័ន្ធគោល 10 និងប្រព័ន្ធគោល 2
- សរសេរទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 និងគោល 2
- បំប្លែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 2 ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 និងច្រាសមកវិញ ។

ពាក្យគន្លះ

- ប្រព័ន្ធគោល 10 សន្ទស្សន៍
- ប្រព័ន្ធគោល 2 ទម្រង់ពន្លាត ។

គេបាន



$$
\begin{array}{lcccc}
1 \text{ ថង់ធំ} & + & 4 \text{ ថង់តូច} & + & 7 \text{ គ្រាប់រាយ} \\
\downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \\
1 \times 10^2 & + & 4 \times 10 & + & 7 \\
n = 147 = 1 \times 10^2 & + & 4 \times 10 & + & 7
\end{array}
$$

ដប់

facebook.com/groups/krou.moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

សម្គាល់ ក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 គេមិនចាំបាច់សរសេរសន្ទស្សន៍ 10 ទេ ។

គេអាចសរសេរ $147_{ដប់}$ ឬ 147_{10} ដោយងាយជា 147

កំណត់សរសេរ $147 = 1 \times 10^2 + 4 \times 10 + 7$ ហៅថាទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួន 147 ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ។

ជាទូទៅ $n = abcd_{10} = a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ក. $1234 = 1000 + 200 + 30 + 4$

$= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4$ (ជាទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួន 1234) ។

ខ. $27003 = 20000 + 7000 + 3$

$= 2 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 3$ (ជាទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួន 27003) ។

របៀបហៅចំនួន

ឧបមាថាគេមានចំនួន 341 213 679 821 នោះគេអាចហៅឈ្មោះខ្ទង់នីមួយៗដូចខាងក្រោម :

3	4	1	2	1	3	6	7	9	8	2	1
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
ម៉ឺនកោដិ	ពាន់កោដិ	រយកោដិ	ដប់កោដិ	កោដិ	លាន	សែន	ម៉ឺន	ពាន់	រយ	ដប់	រាយ

ដូចនេះ គេហៅចំនួន 341 213 679 821 ថាបីម៉ឺនបួនពាន់មួយរយម្ភៃមួយកោដិបីលានប្រាំមួយសែនប្រាំពីរម៉ឺនប្រាំបួនពាន់ប្រាំបីរយម្ភៃមួយ ។

ប្រតិបត្តិ

1. សរសេរទម្រង់ពន្លាតខាងក្រោមនេះជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 :

ក. $3 \times 10^6 + 5 \times 10^4 + 7 \times 10$

ខ. $9 \times 10^7 + 1 \times 10^6 + 7 \times 10^3 + 2$

គ. $8 \times 10^8 + 1 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 1$

ឃ. $1 \times 10^9 + 2 \times 10^8 + 5 \times 10^5 + 9 \times 10$ ។

facebook.com/kroumoeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

2. ហៅឈ្មោះតាមឈ្មោះខ្ទង់ ហើយសរសេរជាទម្រង់ពន្ធាតនៃចំនួនខាងក្រោម :

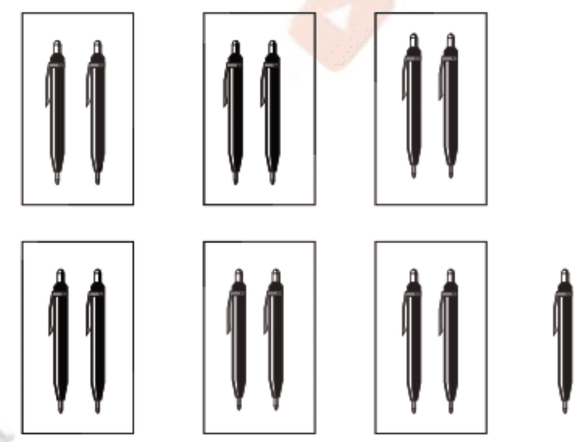
ក. 123 345 456 ខ. 987 098 678 002

គ. 987 654 321 001 ឃ. 100 700 800 123 ។

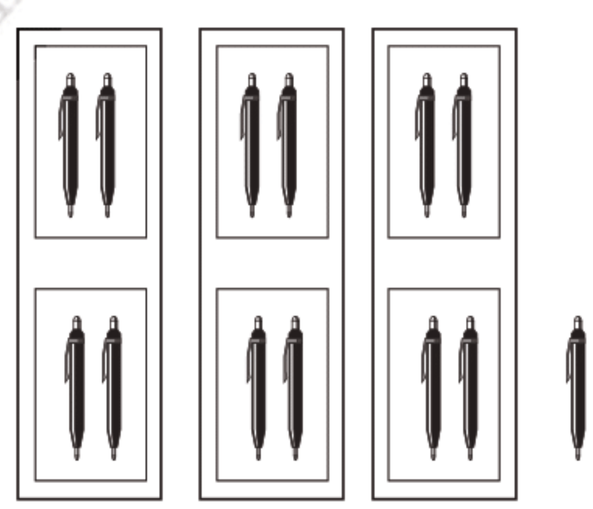
ខ. ប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2

ឧទាហរណ៍ សុភាមានប៊ិចចំនួន $n = 13$ ដើម ។ នាងចង់រៀបប៊ិចដាក់ក្នុងប្រអប់តាមជំហាននីមួយៗ ដូចខាងក្រោមនេះ

- **ជំហានទី 1 :** នាងរៀបប៊ិចដាក់ក្នុងប្រអប់តូចៗ ដែលក្នុងប្រអប់នីមួយៗមានប៊ិច 2 ដើម ។ នាងបាន 6 ប្រអប់តូច និងសល់ប៊ិចរាយ 1 ។ (ដូចរូបខាងស្តាំ)

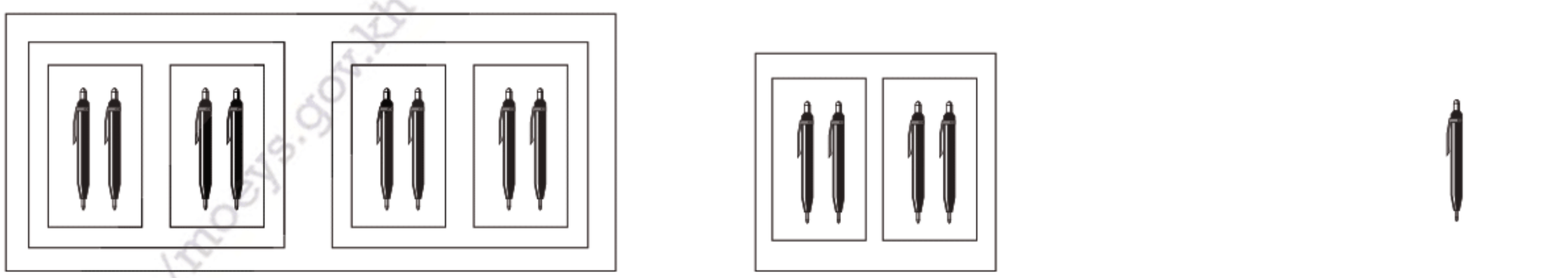


- **ជំហានទី 2 :** នាងយកប្រអប់តូចៗ 2 ប្រអប់ដាក់ក្នុងប្រអប់មធ្យម នាងបាន 3 ប្រអប់មធ្យម និងនៅសល់ប៊ិចរាយ 1 ។ (រូបខាងស្តាំ)



- **ជំហានទី 3 :** នាងយកប្រអប់មធ្យម 2 ប្រអប់ដាក់ក្នុងប្រអប់ធំ 1 ។ នាងបាន 1 ប្រអប់ធំ 1 ប្រអប់មធ្យម និងសល់ប៊ិចរាយ 1 ។ (ដូចរូបខាងក្រោម)

គេបាន :



1 ប្រអប់ធំ $+$ 1 ប្រអប់មធ្យម $+ 0$ ប្រអប់តូច $+ 1$ ដើមរាយ

$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 + 1$

ហើយ $n = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1$ ជាទម្រង់ពន្ធាតនៃ n ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2

$1\ 1\ 0\ 1$

គេកំណត់សរសេរ $n = 1101_2$: អានថា n ស្មើនឹង មួយ មួយ សូន្យ មួយ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោលពីរ ។

ជាទូទៅ $n = abcd_2 = a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2 + d$ ។

សម្គាល់ ចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2 តែងតែចាប់ផ្តើមដោយលេខ 1 នៅខ្ទង់ធំជាងគេបំផុត បើមានលេខ 0 នៅខ្ទង់ធំជាងគេបំផុត នោះតម្លៃលេខនៃខ្ទង់នេះគ្មានតម្លៃ ។

ឧទាហរណ៍ 2 $0101010_2 = 101010_2$ ។

ប្រតិបត្តិ ចូរអាន និងសរសេរទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនខាងក្រោម :

ក. 10010110_2 ខ. 10111000_2 គ. 111000111_2 ឃ. 1010110011_2 ។

គ. ការបំប្លែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2 ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10

ឧទាហរណ៍ បំប្លែងចំនួន 100110_2 ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ។

ចម្លើយ គេបាន : $100110_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0$

$= 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38$ ដូចនេះ $100110_2 = 38$ ។

ប្រតិបត្តិ ចូរបំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 :

ក. 10010110_2 ខ. 10111000_2 គ. 111000111_2 ឃ. 1010110011_2 ។

ឃ. ការបំប្លែងចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ទៅជាចំនួនប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2

ឧទាហរណ៍ បំប្លែងចំនួន $n = 21$ ក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 ទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2

គេប្រើគោលការណ៍ដូចការរៀបបិចដាក់ក្នុងប្រអប់នៃឧទាហរណ៍ខាងលើដែរ ។

- *ជំហានទី 1 :* គេចែក 21 នឹង 2 : $21 = 2 \times 10 + \underline{1}$ (បាន 10 ប្រអប់តូច និងសល់រាយ 1) ។
- *ជំហានទី 2 :* គេចែក 10 នឹង 2 : $10 = 2 \times 5 + \underline{0}$ (បាន 5 ប្រអប់មធ្យម និងសល់ 0 ប្រអប់តូច) ។
- *ជំហានទី 3 :* គេចែក 5 នឹង 2 : $5 = 2 \times 2 + \underline{1}$ (បាន 2 ប្រអប់ធំ និងសល់ 1 ប្រអប់មធ្យម) ។

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

• ***ជំហានទី 4 :*** គេចែក 2 នឹង 2 : $2 \times \underline{1} + 0$ (បាន 1 ប្រអប់ធំបំផុត និងសល់ 0 ប្រអប់ធំ) ។

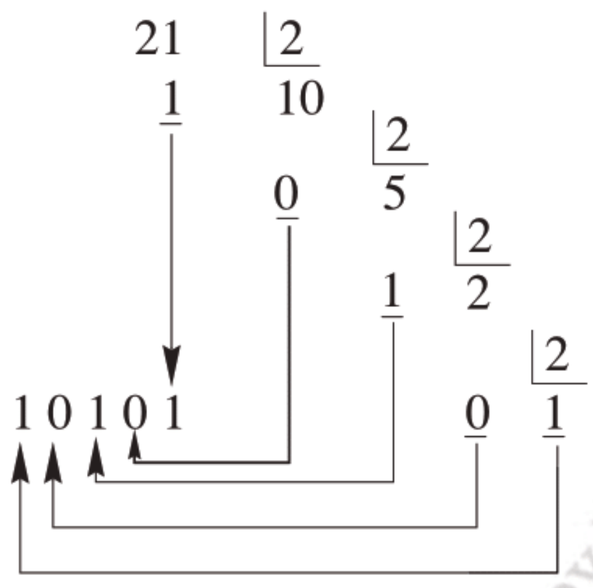
គេបាន $n = 21 = 2 \times 10 + 1 = 2(2 \times 5 + 0) + 1$

$= 2[2(2 \times 2 + 1)] + 1 = 2^4 + 2^2 + 0 \times 2 + 1$

$= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1$

$n = 10101_2$ ។

ក្នុងការប្រតិបត្តិ :



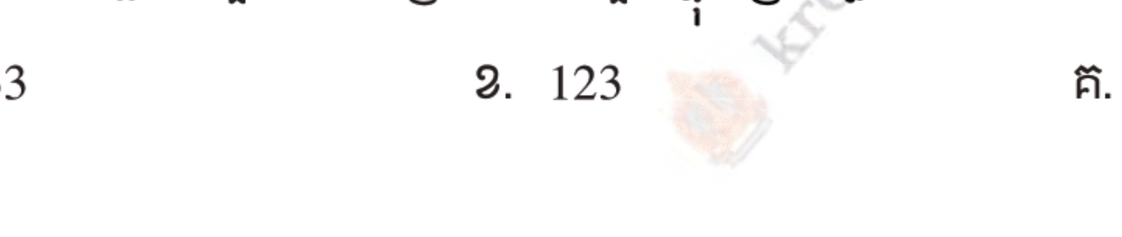
ដូចនេះ $n = 21 = 10101_2$ ។

ប្រតិបត្តិ បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2 :

ក. 33 ខ. 123 គ. 317 ។

មេរៀនសង្ខេប

• បន្ទាត់ចំនួន



• លក្ខណៈនៃតម្លៃដាច់ខាត a :

$|a| = a$ បើ $a \geq 0$

$|a| = -a$ បើ $a < 0$

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a , $|a| \geq 0$, $|a| = 0$ លុះត្រាតែ $a = 0$ ។

- សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ $\mathbb{N} = \{1 , 2 , \ldots\}$ ។
- សំណុំចំនួនគត់ រឹទ្ធាទីប $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ ។
- ចំនួនសនិទានមានទម្រង់ $\frac{m}{n}$ ដែល m និង n ជាចំនួនគត់ រឹទ្ធាទីប ។
- សំណុំចំនួនសនិទាន តាងដោយ $\mathbb{Q}$ ។

ចំណែកថ្នាក់នៃចំនួនពិត

- **ចំនួនពិត**
  - ចំនួនសនិទាន
    - ចំនួនគត់ រឹទ្ធាទីប
      - ចំនួនគត់ រឹទ្ធាទីបវិជ្ជមាន : $1, 2, 3, \ldots$
      - 0
      - ចំនួនគត់ រឹទ្ធាទីបអវិជ្ជមាន : $-1, -2, -3, \ldots$
    - មិនមែនចំនួនគត់ រឹទ្ធាទីប : $\frac{1}{8}, -\frac{4}{3}, \ldots$
  - ចំនួនអសនិទាន: $\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \pi, \ldots$

- ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a និង b គេបាន : $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ ។
- ចំពោះ $a > b$ និង $b > 0$ គេបាន : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ។
- ទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 មានរាង:

  $abcd_{10} = a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d$ ។
- ទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2 មានរាង:

  $abcd_2 = a \times 2^3 + b \times 2^2 + c \times 2 + d$ ។

លំហាត់

1. បញ្ជាក់តម្លៃនៃចំនួនពិត x ដោយប្រើសញ្ញាវិសមភាពដោយដឹងថា x ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មាន លេខពីរខ្ទង់ កាលណាគេសរសេរវាជាចំនួនទសភាគ ។
2. គណនាកន្សោម $\sqrt{48} - \frac{\sqrt{27}}{2} + \frac{1}{\sqrt{12}}$ ។
3. រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម ចំពោះ $x = \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$ និង $y = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$:

   ក. $x + y$ ខ. xy គ. $x^2y + xy^2$ ឃ. $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ ។
4. ក. សម្រួលកន្សោម $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$ ។

   ខ. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃ $\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ ដោយប្រើលទ្ធផលនៃសំនួរ ក. ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh

5. សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ពន្លាត :

ក. 123 ខ. 4321 គ. 65432 ឃ. 123456 ។

6. សរសេរចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 10 :

ក. $(3 \times 10^5) + (2 \times 10^3) + (1 \times 10) + 4$ ។

ខ. $(8 \times 10^7) + (7 \times 10^6) + (6 \times 10^4) + (5 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + 3$ ។

គ. $[(3 \times 10^3) + (2 \times 10^2) + 1] + [(4 \times 10^4) + (1 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + 3]$ ។

7. បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 :

ក. 1001_2 ខ. 100001_2 ។

គ. 10011001_2 ឃ. 101010011_2 ។

8. បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោល 2 :

ក. 19 ខ. 123 គ. 1234 ឃ. 12345 ។

9. ប្រៀបធៀបចំនួនក្នុងគូចំនួននីមួយៗ ហើយគណនាផលដកវាងចំនួនទី 1 និងទី 2 ក្នុងគូចំនួននីមួយៗដូចខាងក្រោម :

ក. 10_{10} និង 10_2 ខ. 100_{10} និង 100_2 គ. 123_{10} និង 1101_2 ។

លំហាត់ជំពូក

1. គេមានសំណើ p : ចំនួនសិស្សថ្នាក់ចុះ q : សិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនភាសាខ្មែរ សរសេរជាឃ្លាចំពោះសំណើនីមួយៗដូចខាងក្រោម :

ក. $\bar{p} \wedge q$ ខ. $p \vee \bar{q}$ ។

2. គេមានសំណើ " **បើការ**សម្ភាសធ្វើការរបស់អ្នកបានលទ្ធផលល្អ នោះអ្នកនឹងបានការងារធ្វើ " ។ បើសិនជាអ្នកបានសម្ភាស និងបានការងារធ្វើ តើអ្នកសន្និដ្ឋានថាការសម្ភាសរបស់អ្នកបានលទ្ធផលល្អដែរឬទេ ? ចូរពន្យល់ ? ។

3. គេឱ្យសំណុំសាកល $U = \{x | x$ ជាចំនួនគត់វិទ្យាទីបវិជ្ជមានដែល $1 \leq x \leq 20\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំរងខាងក្រោមតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ :

$A = \{x | x$ ជាពហុគុណនៃ $2\}$

$B = \{x | x$ ជាពហុគុណនៃ $3\}$

$C = \{x|x$ ជាពហុគុណនៃ $6\}$ ។

ខ. កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើនីមួយៗ $C \subset A$, $B \subset A$, $C \subset B$ ។

4. កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិពី 1 ដល់ 100 ដែលជាពហុគុណនៃ 3 និងជាពហុគុណនៃ 5 ។

5. គេឱ្យសំណុំសាកល $U = \{x|x$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិដែល $3 \le x \le 20\}$ និងសំណុំរងពីរ $A = \{x|x$ ជាចំនួនគត់សេស $\}$ និង $B = \{x|x$ ជាចំនួនបឋម $\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

ខ. កំណត់សំណុំ $C = \{x|x \in A$ និង $x \in B\}$ និង $D = \{x|x \in A$ ឬ $x \in B\}$ តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។ តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះសំណុំ C និង B សំណុំ D និង A ?

6. រកលក្ខខណ្ឌនៃសំណើពីរ p និង q ដើម្បីឱ្យសំណើតាមករណីនីមួយៗខាងក្រោម :

ក. (p និង q) ពិត

ខ. មិន (p ឬ q) ពិត ។

គ. (p និង q) មិនពិត

ឃ. មិន (p ឬ q) មិនពិត ។

7. p ជាសំណើពិត q ជាសំណើមិនពិត និង r ជាសំណើពិត ។ កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើដូចខាងក្រោម :

ក. $(p \vee \bar{q}) \wedge (p \wedge \bar{r})$ ខ. $(\bar{r} \vee \bar{p}) \vee \bar{q}$ គ. $(\bar{p} \vee \bar{q}) \vee (\bar{r} \vee q)$ ឃ. $(\bar{r} \vee \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee \bar{p})$ ។

8. រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយនៃអំណះអំណាងខាងក្រោម :

ក. $f(x) = x^2 - 27x + k$, $k \in \mathbb{Z}$, $f(x) = 0$ មានឫសបីចំពោះគ្រប់តម្លៃ k ។

ខ. $f(n) = (n+1)(n+2)(n+3)$ ចែកជាច់នឹង 12 ចំពោះគ្រប់តម្លៃ n ។

9. គេឱ្យសំណុំ $G = \{x|x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $3x < 5$ ឬ $5 < x \le 8\}$ និងសំណុំ $P = \{x|x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $10 \le 3x \le 24\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំ G និង P តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

ខ. កំណត់ធាតុ x ដែល $x \in G$ និង $x \notin P$ ។

10. គេឱ្យសំណុំសាកល $U = \{x|x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $3 \le x \le 8\}$ ។ $A = \{x|10 < x^2 \le 25\}$ និង $B = \{x|8x - 9 > 30\}$ ជាសំណុំរងនៃ U ។

ក. កំណត់សំណុំ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។ រកធាតុ x ដែល $x \in A$ និង $x \notin B$ ។

ខ. តើ $A \subseteq B$ ជាសំណើពិតឬទេ ?

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

11. តាមការសម្ភាសអតិថិជនចំនួន 145 នាក់ បានឱ្យដឹងថា មានអតិថិជនចំនួន 90 នាក់ចូលចិត្តទិញអាវ ចំនួន 50 នាក់ចូលចិត្តទិញខោ និងចំនួន 41 នាក់ចូលចិត្តទិញទាំងអាវ និងខោ ។
រកចំនួនអតិថិជនដែលចូលចិត្តទិញដូចករណីខាងក្រោម :

ក. ទិញតែអាវ ។

ខ. ទិញតែខោ ។

គ. មិនទិញអ្វីសោះ ។

12. គេឱ្យចំនួនពិតមិនសូន្យ a និង b ដែល $A = ab$, $B = |ab|$, $C = |a||b|$, $D = -ab$ ។
តាមករណីខាងក្រោម តើចំនួន A, B, C និង D ស្មើគ្នាដែរឬទេ ?

ក. a និង b មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

ខ. a និង b មានសញ្ញាខុសគ្នា ។

13. ដោយប្រើសំរាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មចូរបង្ហាញថា :
ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n បើ $n^2 > 25$ នោះ $n > 5$ ។

14. ដោយប្រើសំរាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត បង្ហាញថា :

ក. $x + \frac{1}{x} > 2$ ចំពោះគ្រប់ $x > 1$ ។

គ. គ្មានចំនួនគត់វិទ្យាទីប p និង q ដែល $\frac{p^2}{q^2} = 2$ ។

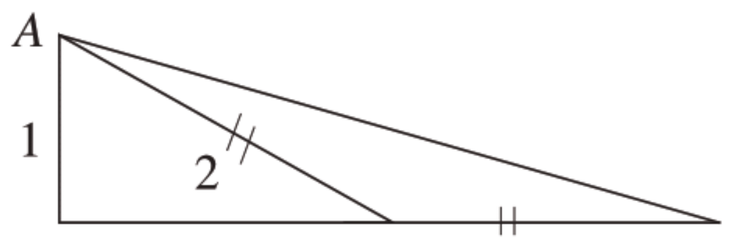
15. គណនាផលបូក និងផលដកនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 2 ដូចខាងក្រោម :

ក. $110_2 + 101_2$ ។

ខ. $1011_2 + 101_2$ ។

គ. $11001_2 - 1001_2$ ។

16. ΔABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល B ហើយមានជ្រុង $AB = 1$ ។ D ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង BC ដែល $AD = CD = 2$ ។
រកប្រវែងជ្រុង AC ។



facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ជំពូក 2

ពហុធា

❶ ពហុធា

❷ ប្រមាណវិធីបែកពហុធា

Blaise Pascal 1623 - 1662

គណិតវិទូ រូបវិទូ ទស្សនវិទូ

គេសង់ត្រីកោណ Pascal ដូចវិធីខាងក្រោម :

នៅជួរទី 5 គេឃើញថា

4 បានដោយ $1+3$

6 បានដោយ $3+3$

ត្រីកោណ Pascal ងាយស្រួលឱ្យគេចងចាំ

មេគុណទ្វេធានៃ $(a+b)^n$

ឧទាហរណ៍

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

facebook.com/khmeys.gov.kh

មេរៀនទី

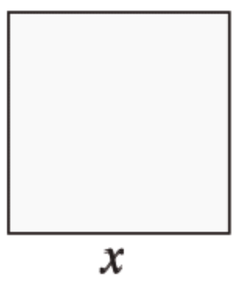
1 ពហុធា

1.1 សញ្ញាណនៃពហុធា

ក. ឯកធា

■ សញ្ញាណឯកធា

ឧទាហរណ៍ 1 សួនច្បារមួយរាងជាការេដែលមានប្រវែងជ្រុងស្មើនឹង x ម៉ែត្រ ។



បើគេគុណ 4 នឹងប្រវែងជ្រុង x ម៉ែត្រ នោះគេបាន $4x$ ម៉ែត្រ ដែលជាបរិមាត្រនៃសួនច្បារនោះ ។

កន្សោម $4x$, 2 , a , $-3b$, $\sqrt{3y}$, $\frac{4}{5}x^2$ ដែលប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែវិធីគុណ និងស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬសូន្យ ហៅថា **ឯកធា** ។

ទក្ខចំណេះ

- រកឱ្យឃើញឯកធា ឯកធាដូចគ្នា ពហុធា
- ធ្វើប្រមាណវិធីលើឯកធា

ពាក្យគន្លឹះ

- ឯកធា ឯកធាដូចគ្នា
- ពហុធា
- មេគុណ អថេរ
- ដឺក្រេ

និយមន័យ **ឯកធា** គឺជាកន្សោមពីជគណិតដែលប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែវិធីគុណ និងស្វ័យគុណ ដែលមាននិទស្សន្តជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ឬ សូន្យ ។

សម្គាល់ x^{-1} , $3y^{-2}$, $-\sqrt{2}ab^{-3}$, ... មិនមែនជាឯកធាទេ ពីព្រោះស្វ័យគុណមាននិទស្សន្តជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

ប្រតិបត្តិ 1 ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមនេះ តើកន្សោមណាខ្លះដែលជាឯកធា ?

m , -15 , $2a+b$, $\frac{4}{x}$, $\sqrt{3}x^2y$, $5xy^{-2}$, $-\frac{3}{7}xy^4z$, $\sqrt{xy}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou moeys

ឧទាហរណ៍ 2 ក. តួ $\frac{2}{5}x^3$ ជាឯកធាមានអថេរ x និងមេគុណ $\frac{2}{5}$ ។

ខ. តួ $3ab^2$ ជាឯកធាមានអថេរ a , b និងមេគុណ 3 ។

គ. តួ -5 ជាឯកធាមានគុណ -5 (និទស្សន្តនៃអថេរគឺ សូន្យ) ព្រោះគេអាចសរសេរ $-5 = -5x^0$ ដែល $x \neq 0$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចូរបំពេញអថេរ និងមេគុណនៃឯកធាក្នុងតារាងខាងក្រោម :

ឯកធា	អថេរ	មេគុណ
$2y$		
$\sqrt{2}xy^3$		
$-\frac{4}{5}abc^2$		

■ ឯកធាដូចគ្នា

ឧទាហរណ៍ 1 កន្សោម $-2bx^2y$ ជាឯកធាមានផ្នែកអថេរ bx^2y (អថេរ b , x និង y) និងមេគុណ -2 ។

កន្សោម $\frac{3}{5}bx^2y$ ជាឯកធាមានផ្នែកអថេរ bx^2y (អថេរ b , x និង y) និងមេគុណ $\frac{3}{5}$ ។

ឯកធាទាំងពីរខាងលើនេះមានផ្នែកអថេរ bx^2y ដូចគ្នាហៅថា **ឯកធាដូចគ្នា** ។

និយមន័យ **ឯកធាដូចគ្នា** គឺជាឯកធាដែលមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ 2 ក. កន្សោម $-2xyz^2$ និង $\frac{1}{2}xyz^2$ ជាឯកធាដូចគ្នា ពីព្រោះឯកធាទាំងពីរ មានផ្នែកអថេរ xyz^2 ដូចគ្នា ។

ខ. កន្សោម $3xyz$ មានផ្នែកអថេរ xyz និង $-xyz^2$ មានផ្នែកអថេរ xyz^2 ។ ឯកធាទាំងពីរជាឯកធាមិនដូចគ្នាទេ ពីព្រោះឯកធាទាំងពីរមានផ្នែកអថេរមិនដូចគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ ចូរជ្រើសរើសឯកធាដែលដូចគ្នាក្នុងឯកធាខាងក្រោម :

$2xy$, $-3x^2y$, $-\frac{1}{2}yx$, $\sqrt{5}yx^2$, ay , $4ax$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
krou.
facebook.com/moeys

■ ដឺក្រេនៃឯកធា

និយមន័យ **ដឺក្រេនៃឯកធា** ជាផលបូកនិទស្សន្តរបស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា ។

ឧទាហរណ៍ 1

- ឯកធា $-2x$ មានដឺក្រេ 1 ព្រោះនិទស្សន្តនៃអថេរ x ស្មើនឹង 1
- ឯកធា $3xy$ មានដឺក្រេ 2 ព្រោះផលបូកនិទស្សន្តនៃអថេរ x និង y គឺ $1+1=2$
- ឯកធា ax^2y មានដឺក្រេ 4 ព្រោះផលបូកនិទស្សន្តនៃអថេរ a , x និង y គឺ $1+2+1=4$

ឧទាហរណ៍ 2

ឯកធា	អថេរ	មេគុណ	ដឺក្រេ
$-10ab^2c$	a, b និង c	-10	$1+2+1=4$
$-\frac{1}{2}abx^2y^3z$	a, b, x, y និង z	$-\frac{1}{2}$	$1+1+2+3+1=8$

ប្រតិបត្តិ ចូរបំពេញមេគុណ និងដឺក្រេនៃឯកធាក្នុងតារាងខាងក្រោម :

ឯកធា	អថេរ	មេគុណ	ដឺក្រេ
$\frac{1}{2}x$	x		
$-4ax^2y^3z$	a, x, y និង z		
$10ax^2y^3z^2$	a, x, y និង z		
$\sqrt{2}bc^5d^2$	b, c និង d		

សម្គាល់ ចំពោះឯកធាដែលមានអក្សរច្រើន មានករណីខ្លះគេជ្រើសរើសអក្សរមួយចំនួនជាអថេរ ហើយផ្នែកដែលនៅសល់ជាមេគុណនៃឯកធានោះ ។

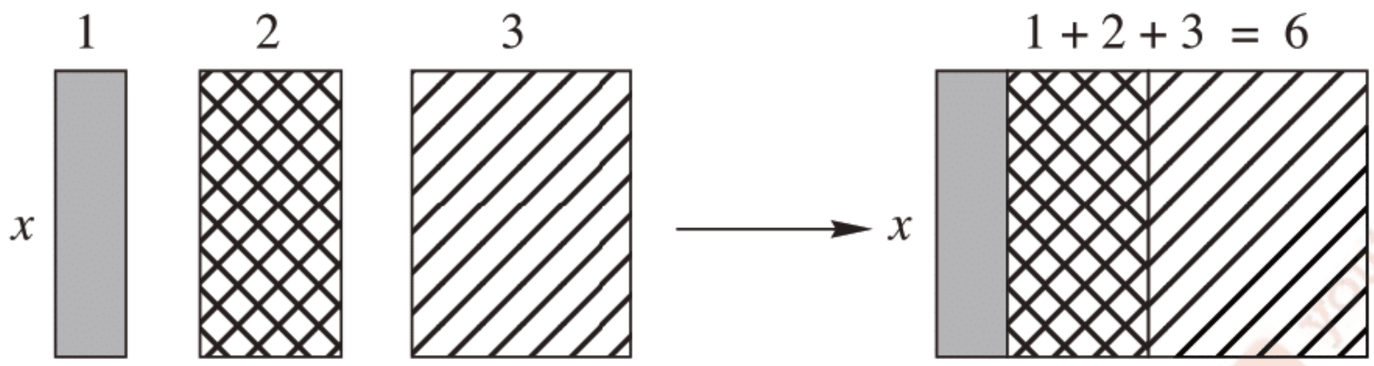
ឧឧទាហរណ៍ 3 $-10ax$ ជាឯកធាមានអថេរ x និងមេគុណ $-10a$

$\frac{1}{3}mbx^2yz$ ជាឯកធាមានអថេរ x, y, z និងមេគុណ $\frac{1}{3}mb$

ខ. ប្រមាណវិធីលើឯកធា

■ វិធីបូក និងដកឯកធា

ឧទាហរណ៍ 1 ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងនីមួយៗក្នុងរូបទី 1 គឺ : x , $2x$ និង $3x$ រៀងគ្នា ។



(រូបទី 1) *(រូបទី 2)*

(រូបទី 2) គឺការផ្គុំនៃចតុកោណកែងនីមួយៗ ក្នុងរូបទី 1 ដែលមានផ្ទៃក្រឡា $6x$ ។ ដូចនេះផលបូកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងក្នុងរូបទី 1 ស្មើផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងក្នុងរូបទី 2 ។

គេបាន $x + 2x + 3x = (1 + 2 + 3)x = 6x$ ។ (បូកមេគុណ និងមេគុណហើយគុណលទ្ធផល និងផ្នែកអថេរ)

ឧទាហរណ៍ 2 ក. $4x - 2x = (4 - 2)x$

$= 2x$ ។

ខ. $x^2 + 3x^2 = (1 + 3)x^2$

$= 4x^2$ ។

ជាទូទៅ ដើម្បីគណនាផលបូក ឬផលដកនៃឯកធាដូចគ្នាគេត្រូវធ្វើប្រមាណវិធីបូកឬដក តែផ្នែកមេគុណ រួចយកលទ្ធផលគុណនឹងផ្នែកអថេរ ។

ឧទាហរណ៍ 3 $10x^2y + 5x^2y - x^2y = (10 + 5 - 1)x^2y = 14x^2y$ ។

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក. $5x + 7x + x$

ខ. $x^2 - 10x^2 + 11x^2$

គ. $8x^2y^2z + 13x^2y^2z - x^2y^2z$ ។

facebook.com/groups/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

■ វិធីគុណឯកធា

រំលឹក

បើ m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាននោះ គេបាន

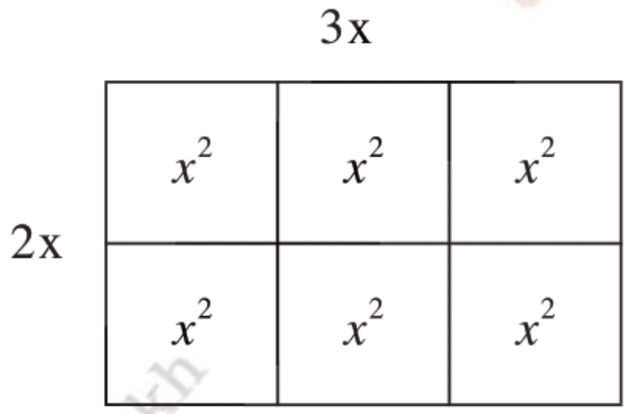
(1) $a^m a^n = a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$

(3) $(ab)^n = a^n b^n$

(4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (បើ $a \neq 0$) ។

ឧទាហរណ៍ 1 ស្រះទឹកមួយរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានវិមាត្រ $2x$ និង $3x$ ។ នោះគេបានផ្ទៃក្រឡានៃស្រះទឹកនេះជាផលគុណរវាង $2x$ និង $3x$ គឺ



$$(2x)(3x) = (2)(x)(3)(x)$$

$$= (2)(3)(x)(x) \quad \leftarrow \text{ផ្ដុំមេគុណ និងមេគុណ អថេរ និងអថេរ}$$

$$= 6x^2 \quad \leftarrow \text{ធ្វើប្រមាណវិធីគុណមេគុណ និងមេគុណ អថេរ និងអថេរ}$$

ជាទូទៅ ដើម្បីគណនាផលគុណនៃឯកធា គេផ្ដុំមេគុណ និងមេគុណ ផ្នែកអថេរ និងផ្នែកអថេរ រួចធ្វើវិធីគុណនៃមេគុណ និងធ្វើវិធីគុណនៃផ្នែកអថេរ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គណនា

ក. $\left(\frac{1}{2}x\right)(-3x^2)$ ខ. $(\sqrt{5}x^2y^3)(4xy)$ ។

ចម្លើយ

ក. $\left(\frac{1}{2}x\right)(-3x^2) = \left(\frac{1}{2}\right)(-3)(x)(x^2)$

$$= -\frac{3}{2}x^3 \text{ ។}$$

ខ. $(\sqrt{5}x^2y^3)(4xy) = (\sqrt{5})(4)(x^2)(x)(y^3)(y) = 4\sqrt{5}x^3y^4$ ។

ក្នុងការប្រតិបត្តិ គេអាចគណនាដោយខ្លី

$(\sqrt{5}x^2y^3)(4xy) = 4\sqrt{5}x^3y^4$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក. $(10ab)(a^2b^2)$ ខ. $(\sqrt{2}xy^5)\left(-\frac{5}{7}x^2y^3\right)$

គ. $\left(-\frac{13}{5}abc^2\right)\left(-\frac{1}{3}\right)a^2bc^5$ ឃ. $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}x^3y^5z^7\right)(-\sqrt{3}xyz)$ ។

■ វិធីចែកឯកធា

ឧទាហរណ៍ 1 គណនាបណ្តោយនៃស៊ុមរូបថតមួយមានរាងជាចតុកោណកែង គេដឹងថាទទឹងស្មើនឹង $3x$ ម៉ែត្រហើយផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $15x^2$ ម៉ែត្រការេ ។ ដើម្បីរកបណ្តោយគេត្រូវធ្វើវិធីចែក

$$\frac{15x^2}{3x} = \frac{3 \times 5 \times x \times x}{3 \times x} = 5x$$

បណ្តោយនៃចតុកោណកែងស្មើនឹង $5x$ ម៉ែត្រ ។

> **ជាទូទៅ** ដើម្បីចែកឯកធានឹងឯកធា គេត្រូវសរសេរភាគយក និងភាគបែងជាផលគុណកត្តា ហើយចែកមេគុណនឹងមេគុណ ផ្នែកអថេរនឹងអថេរ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គណនា $\frac{10ab^2}{5ab}$ ។

ចម្លើយ $\frac{10ab^2}{5ab} = \frac{2 \times 5 \times a \times b \times b}{5 \times a \times b} = 2b$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 គណនា $-\frac{7x^2yz^2}{4xyz}$ ។

ចម្លើយ $-\frac{7x^2yz^2}{4xyz} = -\frac{7 \times x \times x \times y \times z \times z}{4 \times x \times y \times z} = -\frac{7}{4}xz$ ។

ក្នុងការប្រតិបត្តិគេអាចគណនាដោយខ្លី

$-\frac{7x^2yz^2}{4xyz} = -\frac{7}{4}xz$ ។

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក. $\frac{a^2x^2}{10ax^2}$ ខ. $\frac{-\sqrt{5}x^7y^2z^3}{4x^2yz}$

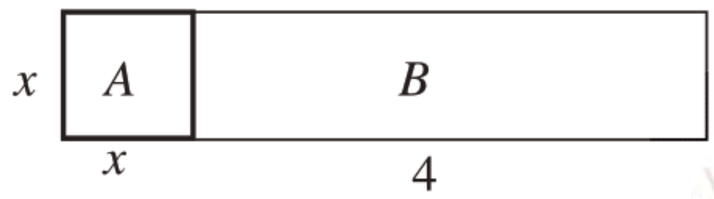
គ. $-\frac{32a^{10}b^5c^6}{6abc^3}$ ឃ. $-\frac{-12m^7n^2}{15m^2n}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
www.youtube.com/moeys

គ. ពហុធា

■ សញ្ញាណពហុធា

ឧទាហរណ៍ 1 សួនបន្លែមួយរាងជាចតុកោណកែង ដែលផ្ដុំដោយការេមានជ្រុងប្រវែង x ម៉ែត្រ និងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ x ម៉ែត្រ និង 4 ម៉ែត្រ ។ សួនបន្លែនេះមានផ្ទៃក្រឡាសរុបជាផលបូកផ្ទៃក្រឡានៃការេ A និងផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែង B ដែលស្មើនឹង x^2+4x ម៉ែត្រការេ ។



កន្សោម x^2+4x ជាផលបូកនៃឯកធា x^2 និង $4x$ ដែលមាន x^2 និង $4x$ ជាតួ ។

ឧទាហរណ៍ 2

កន្សោម $\frac{1}{2}x^3-5x=\frac{1}{2}x^3+(-5x)$ ជាផលបូកនៃឯកធា $\frac{1}{2}x^3$ និង $-5x$ ហៅថាពហុធា ដែលមាន $\frac{1}{2}x^3$ និង $-5x$ ជាតួ ។

ជាទូទៅ ពហុធា ជាផលបូកនៃច្រើនឯកធាខុសគ្នា ហើយឯកធានីមួយៗនោះហៅថា តួនៃពហុធា ។

សម្គាល់

- ឯកធាដែលមានមួយតួហៅថា ឯកធា ។
- ពហុធាដែលមានពីរតួហៅថា ទ្វេធា ។
- ពហុធាដែលមានបីតួហៅថា ត្រីធា ។

ឧទាហរណ៍ 3 ខ. $4x-3$ ជាទ្វេធា

គ. $-\frac{1}{2}x^3+3x-5$ ជាត្រីធា ។

ឧទាហរណ៍ 4

ពហុធា	អថេរ	តួនៃពហុធា
$x-2$	x	x និង -2
$\frac{3}{4}x^2-2x+5$	x	$\frac{3}{4}x^2$, $-2x$ និង 5
$-x^2y+3y+20$	x និង y	$-x^2y$, $3y$ និង 20

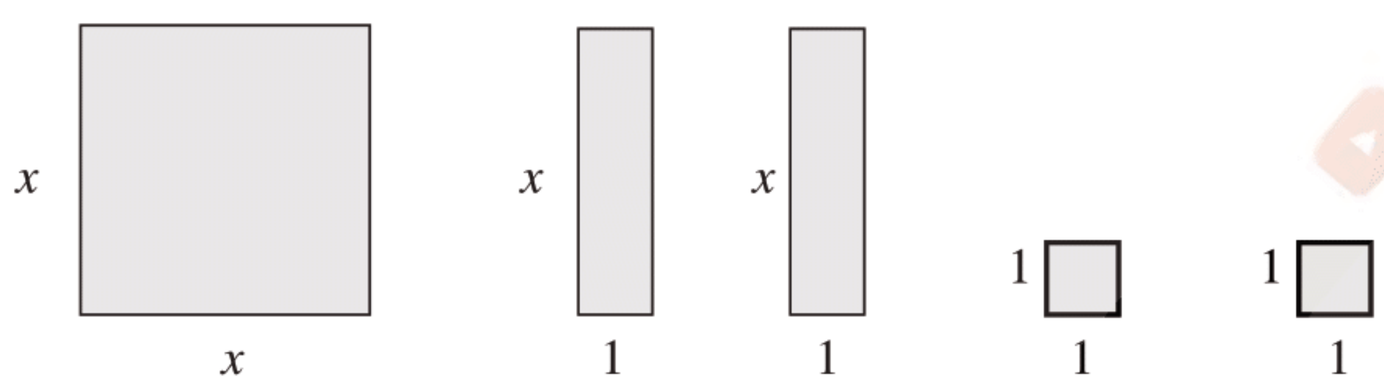
facebook.com/... krou... youtube.com/moeys moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 ក្នុងកន្សោមខាងក្រោមនេះ តើកន្សោមណាខ្លះជាពហុធា រួចបញ្ជាក់តួនៃពហុធានីមួយៗ?

ក. $3x^2 - \frac{1}{2}$ ខ. $-\frac{1}{3x} + 5x^2$ គ. $3x + \sqrt{5}y - 2xy^2$ ឃ. $2x^{-2} + 5x$

ង. $\frac{m^2+5}{m^2-4}$ ច. $12x^2yz$ ឆ. $8x^4 - 2x + \frac{1}{x}$ ជ. $2x^{-2}yz^3$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចូរសរសេរពហុធាដែលតំណាងឱ្យផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃផ្ទៃទាំងអស់ក្នុងរូបខាងក្រោម :



■ ដឺក្រេនៃពហុធា

ឧទាហរណ៍ 1

ក. $5x + 3$ មានដឺក្រេខ្ពស់នៃ x ស្មើ 1

ខ. $x^2 - 3x + 2$ មានដឺក្រេខ្ពស់នៃ x ស្មើ 2

គ. $-2x^2 - 5xy^2 + 1$ មានដឺក្រេខ្ពស់ ស្មើ 3 ចំពោះអថេរ x និង y ។

ជាទូទៅ ដឺក្រេនៃពហុធា គឺជាដឺក្រេរបស់តួដែលមានដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេ ។

ឧទាហរណ៍ 2

ក. ពហុធា $-3x + 2$ ជាពហុធាដឺក្រេទី 1 នៃ x រៀបតាម **លំដាប់ស្ទុយគុណចុះ** ។

ខ. ពហុធា $1 - 3x + 2x^2$ ជាពហុធាដឺក្រេទី 2 នៃ x រៀបតាម **លំដាប់ស្ទុយគុណកើន** ។

ប្រតិបត្តិ ចូរបំពេញតារាងខាងក្រោម :

ពហុធា	អថេរ	ដឺក្រេ	រៀបតាមលំដាប់កើន	រៀបតាមលំដាប់ចុះ
$x + 2 - 4x^2$	x			
$t^3 + 3bt - 2b^2t^2 + b^3$	t			
$\frac{1}{2}my^2 - 3 + my + \frac{1}{3}y^4$	y			

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

1.2 ប្រមាណវិធីបូក ដក និងគុណលើពហុធា

ក. ប្រមាណវិធីបូក ប្រមាណវិធីដកលើពហុធា

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យពហុធា $A = 2x^2 + 4x - 2$ និង $B = 4x^2 - 3x - 8$ ។ គណនា $A + B$ ។

ចម្លើយ

$$A + B = (2x^2 + 4x - 2) + (4x^2 - 3x - 8)$$

$$= (2x^2 + 4x^2) + (4x - 3x) + (-2 - 8)$$

(បូកឯកធាដូចគ្នា)

$$= 6x^2 + x - 10 \quad ។$$

ទន្ទឹមចាំ

ធ្វើប្រមាណវិធី បូក ដក គុណ ឯកធា និងពហុធាពីរ ឬច្រើន ។

ពាក្យគន្លឹះ

បូក ដក គុណ ឯកធា ពហុធា

ឧទាហរណ៍ 2 គេឱ្យពហុធា $M = -3x^2 + x - 5$ និង $N = 7x^2 - 3x + 1$ ។ គណនា $M - N$ ។

ចម្លើយ $M - N = (-3x^2 + x - 5) - (7x^2 - 3x + 1)$

$= (-3x^2 - 7x^2) + (x + 3x) + (-5 - 1)$ (ដកឯកធាដូចគ្នា)

$= -10x^2 + 4x - 6$ ។

ជាទូទៅ ដើម្បី**បូក** ឬ**ដក**ពីរពហុធា គេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដូចគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ 1 គណនា $M + N$ និង $M - N$

ក. $M = x^2 - 3x + 5$ និង $N = 2x^2 + x - 2$

ខ. $M = 2x^2 + y + 10$ និង $N = x^2 - 10y + 20$

គ. $M = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 7$ និង $N = \frac{3}{2}x^2 + 5x - 4$ ។

សម្គាល់ វិធីបូក ឬដកខាងលើនេះគេអាចដោះស្រាយតាមរបៀបដូចខាងក្រោម ។

ឧទាហរណ៍ 3 គេឱ្យពហុធា $A = x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 3$ និងកន្សោម $B = 2x^4 - 3x^2 + 4x + 1$ ។

គណនា $A + B$ និង $A - B$ ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

ចម្លើយ គណនា $A+B$

$$\begin{array}{rl} & x^4-3x^3+5x^2 \qquad -3 \\ + &)\quad 2x^4 \qquad -3x^2+4x+1 \\ \hline & 3x^4-3x^3+2x^2+4x-2 \end{array}$$

គណនា $A-B$

$$\begin{array}{rl} & x^4-3x^3+5x^2 \qquad -3 \\ - &)\quad 2x^4 \qquad -3x^2+4x+1 \\ \hline & -x^4-3x^3+8x^2-4x-4 \end{array}$$

ប្រតិបត្តិ 2 តាមរបៀបដូចខាងលើ គណនា $A+B$ និង $A-B$ ។

ក. $A = x^3+2$ និង $B = x^2+3x$

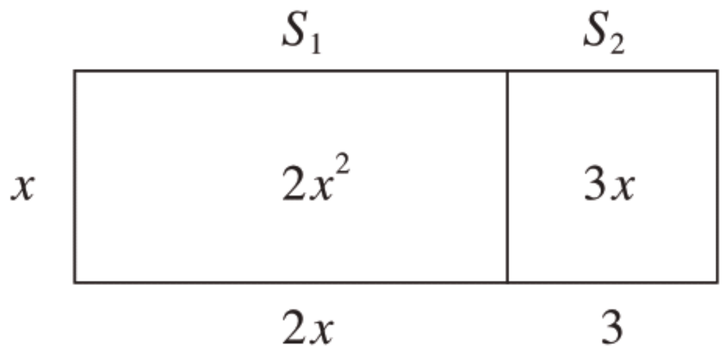
ខ. $A = x^4-3x^2+1$ និង $B = x^5+2x^3+3x+2$

គ. $A = x^3+3x^2y+10xy-4$ និង $B = x^3-3xy$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 ត្រីកោណមួយមានប្រវែងជ្រុងគឺ $2x+y$, $3x+7y$ និង $4x-y$ ។ គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណនេះ ។

ខ. ប្រមាណវិធីគុណលើពហុធា

ឧទាហរណ៍ 1 ផ្ទាំងគំនូរមួយរាងចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $2x+3$ និង x គិតជាម៉ែត្រ ដូចក្នុងរូបខាងស្តាំ ។



តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទាំងគំនូរ

នោះគេបាន : $S = x(2x+3)$ ។

ម្យ៉ាងទៀតផ្ទាំងគំនូរនេះផ្គុំដោយចតុកោណកែងពីរ ដែលមានផ្ទៃក្រឡាគឺ S_1 និង S_2 រៀងគ្នា ។

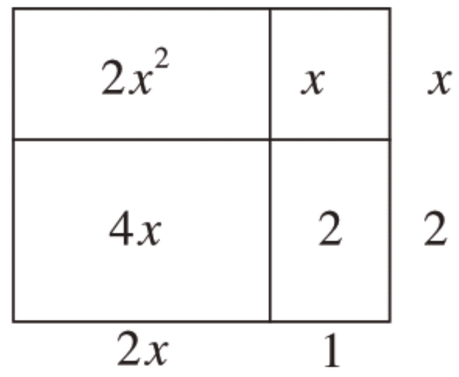
គេបាន $S = S_1 + S_2$

$x(2x+3) = 2x^2+3x$: គុណគ្រប់តួនៃពហុធាទី 1 និងគ្រប់តួនៃពហុធាទី 2 ហើយបានលទ្ធផលបង្រួមជាស្រេច ។

ដូចនេះ គេបាន $S = x(2x+3) = 2x^2+3x$ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ 2 ទីធ្លានៃសាលារៀនមួយ មានរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានវិមាត្រ $2x+1$ និង $x+2$ គិតជាម៉ែត្រ ។



គេបានផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងគឺ

$(2x+1)(x+2) = 2x^2+4x+x+2$ ៖ គុណគ្រប់តួនៃពហុធាទី 1 និងគ្រប់តួនៃពហុធាទី 2

$= 2x^2+5x+2$ ៖ បង្រួមលទ្ធផល

ជាទូទៅ ដើម្បីគុណពហុធានឹងពហុធាគេយកតួនីមួយៗនៃពហុធាទីមួយ គុណគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចបង្រួមលទ្ធផល ។

ឧទាហរណ៍ 3 គណនាផលគុណនៃពហុធា $4x^2$ និង $2x^3+xy-3y^2$

ចម្លើយ $4x^2(2x^3+xy-3y^2) = 4x^2(2x^3)+4x^2(xy)-4x^2(3y^2)$

$= 8x^{2+3}+4x^{2+1}y-12x^2y^2$

$= 8x^5+4x^3y-12x^2y^2$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 គណនា

ក. $(2ab)(-3a^2b^2)^3$ ខ. $(-x+4)\left(\frac{1}{2}x+3\right)$ គ. $(x^3+xy-4y^2)(x+y)$ ។

សម្គាល់ គេអាចគណនាផលគុណនៃពហុធាតាមរបៀបដូចខាងក្រោមបានដែរ ។

ឧទាហរណ៍ 4 គណនាផលគុណនៃពហុធា $1+x^3-6x$ និង $2x-3$

ចម្លើយ ជាដំបូង គេត្រូវរៀបពហុធាតាមលំដាប់ដឺក្រេចុះ ឬកើន

$$\begin{array}{rl} & x^3-6x+1 \\ \times\ ) & 2x-3 \\ \hline & 2x^4-12x^2+2x \quad \longleftarrow (x^3-6x+1)(2x) \\ + \ ) & -3x^3+18x-3 \quad \longleftarrow (x^3-6x+1)(-3) \\ \hline & 2x^4-3x^3-12x^2+20x-3 \end{array}$$

ប្រតិបត្តិ 2 គណនាប្រមាណវិធីគុណខាងក្រោម :

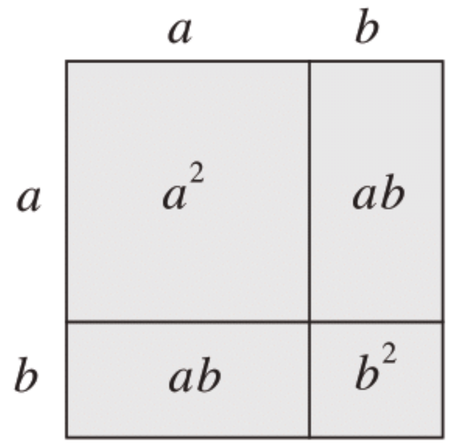
ក. $(2x^2-4x+1)(3x-4)$ ខ. $(a^2-3a+5)(a^2+4a-3)$

គ. $(-3x+x^2-1)(2+x-5x^2)$ ឃ. $(4x+3)(2x-x^3-1)$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

គ. រូបមន្តពន្ធាត

■ ពន្ធាតការេនៃទ្វេធា



- ពន្ធាត $(a+b)^2$

a និង b វិជ្ជមាន

$(a+b)^2$ គឺជាផ្ទៃក្រឡាការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $(a+b)$ ហើយផ្ទៃក្រឡានេះ ស្មើផលបូកផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកតូចៗខាងក្នុង ។

$$(a+b)^2 = a^2+ab+ba+b^2$$

$$= a^2+2ab+b^2 \text{ ។}$$

ជាទូទៅ $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$

$$= a^2+ab+ba+b^2$$

$$= a^2+2ab+b^2 \text{ ។}$$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2}$ (1) ។

ឧទាហរណ៍ 1 ពន្ធាត $(x+1)^2$ ។

ចម្លើយ $(x+1)^2 = x^2+2\times x\times 1+1^2$

$$= x^2+2x+1 \text{ ។}$$

ឧទាហរណ៍ 2 ពន្ធាត $\left(2x+\frac{3}{2}y\right)^2$ ។

ចម្លើយ $\left(2x+\frac{3}{2}y\right)^2 = (2x)^2+2(2x)\left(\frac{3}{2}y\right)+\left(\frac{3}{2}y\right)^2$

$$= 4x^2+6xy+\frac{9}{4}y^2 \text{ ។}$$

ប្រតិបត្តិ 1 ពន្ធាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(x+5)^2$ ខ. $\left(\frac{1}{2}x+3\right)^2$ គ. $\left(\frac{4}{5}x+\frac{y}{2}\right)^2$ ។

- ពន្ធាត $(a-b)^2$

a និង b វិជ្ជមាន ហើយ $a>b$

$(a-b)^2$ គឺជាផ្ទៃក្រឡាការេ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a-b$ ។ គេបាន

facebook.com/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

$$(a-b)^2 = a^2 - b(a-b) - ab = a^2 - ab + b^2 - ab$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{។}$$

ជាទូទៅ

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$$

$$= a^2 - ab - ba + b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{។}$$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ (2) ។

ឧទាហរណ៍ 1 ពន្លាត $(x-1)^2$ ។

ចម្លើយ $(x-1)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2$

$$= x^2 - 2x + 1 \quad \text{។}$$

ឧទាហរណ៍ 2 ពន្លាត $\left(\frac{1}{2}x - y\right)^2$ ។

ចម្លើយ $\left(\frac{1}{2}x - y\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}x\right)y + y^2$

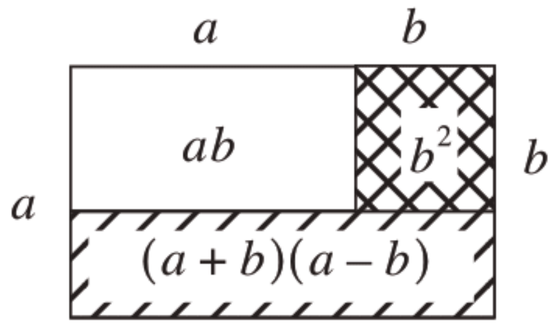
$$= \frac{1}{4}x^2 - xy + y^2 \quad \text{។}$$

ប្រតិបត្តិ 2 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(x-5)^2$ ខ. $\left(\frac{3}{2}x - 2y\right)^2$ គ. $\left(\frac{4}{5}x - \frac{y}{2}\right)^2$ ។

- **ពន្លាត $(a+b)(a-b)$**

  បើ a និង b វិជ្ជមាន ហើយ $a > b$ ។ ដូចក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ គេបានផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងផ្ទៃកឆ្លុតគឺ $(a+b)(a-b)$ ។



  ម្យ៉ាងទៀតផ្ទៃក្រឡាដដែលនេះស្មើនឹង $a(a+b) - ab - b^2 = a^2 + ab - ab - b^2$

  ($a(a+b)$ ជាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងទាំងមូល) $= a^2 - b^2$

  ដូចនេះ គេបាន $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ។

  ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b គេបាន ជាទូទៅ $\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$ (3) ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ 1 ពន្លាត $(x+3)(x-3)$ ។

ចម្លើយ $(x+3)(x-3) = x^2-3^2$

$= x^2-9$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ពន្លាត $\left(\frac{1}{2}x+3y\right)\left(\frac{1}{2}x-3y\right)$ ។

ចម្លើយ $\left(\frac{1}{2}x+3y\right)\left(\frac{1}{2}x-3y\right) = \left(\frac{1}{2}x\right)^2-(3y)^2 = \frac{1}{4}x^2-9y^2$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(x-5)(x+5)$ ខ. $\left(10x+\frac{1}{2}y\right)\left(10x-\frac{1}{2}y\right)$ គ. $\left(\frac{4}{5}x-\frac{y}{2}\right)\left(\frac{4}{5}x+\frac{y}{2}\right)$ ។

- ពន្លាត $(a+b+c)^2$

$(a+b+c)^2 = ((a+b)+c)^2$

$= (a+b)^2+2c(a+b)+c^2$

$= a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$

$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac}$ (4) ។

ឧទាហរណ៍ ពន្លាតកន្សោម $(x+y+2)^2 = x^2+y^2+2xy+4x+4y+4$ ។

ប្រតិបត្តិ 4 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

ក. $(3+a+2b)^2$ ខ. $(x^2+y+z^2)^2$ គ. $\left(\frac{1}{2}x^2+3y+\frac{3}{4}z\right)^2$ ។

■ ពន្លាតគូបនៃទ្វេធា

- ពន្លាត $(a+b)^3$

$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2+2ab+b^2)$

$= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$

$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$ (5) ។

ឧទាហរណ៍ 1 ពន្លាត $(x+1)^3$ ។

ចម្លើយ $(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$ ។

facebook.com/... youtube.com/moeys www.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $(x+5)^3$ ខ. $(x+3y)^3$ គ. $(2x+5y)^3$ ឃ. $\left(\frac{1}{2}x^2+y\right)^3$ ។

- **ពន្លាត $(a-b)^3$**

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)^2$$

$$= (a-b)(a^2-2ab+b^2)$$

$$= a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3$$

$$= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$ (6) ។

ឧទាហរណ៍ 2 ចូរពន្លាត $(x-1)^3$ ។

ចម្លើយ $(x-1)^3 = x^3-3x^2+3x-1$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $(x-5)^3$ ខ. $(2x-3y)^3$ គ. $\left(\frac{1}{2}x^2-y\right)^3$ ឃ. $(ab-3cd)^3$ ។

- **ពន្លាត $(a-b)(a^2+ab+b^2)$**

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3}$ (7) ។

ឧទាហរណ៍ 3 ពន្លាត $(x-1)(x^2+x+1)$ ។

ចម្លើយ $(x-1)(x^2+x+1) = x^3-1$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $(x-3)(x^2+3x+9)$ ខ. $(2x-1)(4x^2+2x+1)$

គ. $(\sqrt{2}x-3y)(2x^2+3\sqrt{2}xy+9y^2)$ ។

- **ពន្លាត $(a+b)(a^2-ab+b^2)$**

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3 = a^3+b^3$$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3}$ (8) ។

ឧទាហរណ៍ 4 ពន្លាត $(x+1)(x^2-x+1)$ ។

ចម្លើយ $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 4 ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $(x+2)(x^2-2x+4)$

ខ. $(3x+5)(9x^2-15x+25)$

គ. $\left(\frac{1}{4}x+4y\right)\left(\frac{1}{16}x^2-xy+16y^2\right)$ ។

រូបមន្តសង្ខេប

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ ។

1.3 ការដាក់ជាផលគុណកត្តា

ក. ការដាក់ជាកត្តារួម

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យកន្សោម $ab+ac-ad$ ។ គេសង្កេតឃើញថាគ្រប់តួនៃកន្សោមនេះមាន a ដូចគ្នា។ ដូចនេះកន្សោម $ab+ac-ad$ អាចសរសេរជា $ab+ac-ad = a(b+c-d)$ គេថាគេបានដាក់ a ជា**កត្តារួម** រួចកន្សោម $a(b+c-d)$ ហៅថា **ផលគុណកត្តា** ។

វត្ថុបំណង

- ដាក់ជាកត្តាចំពោះកន្សោមដែលមានកត្តារួម
- ដាក់កន្សោមដឺក្រេទីពីរ និងទីបីជាផលគុណកត្តា ។

ពាក្យគន្លឹះ

- កត្តារួម
- ដាក់ជាផលគុណកត្តា

facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ឧទាហរណ៍ 2 តួនីមួយៗនៃកន្សោម $x(2y-3)-2(2y-3)$ មាន $(2y-3)$ ដូចគ្នា។ គេអាចដាក់ $(2y-3)$ ជាកត្តារួម ៖

$$x(2y-3)-2(2y-3) = (2y-3)(x-2)\ ។$$

ប្រតិបត្តិ 1 ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $6kp^2-21p^2$ ខ. $2p^2q-4pqr$

គ. $24x^3y+30x^2y^3$ ឃ. $a^2bc-ab^2c+abc^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ដាក់កន្សោម $(3x+1)(x-2)+(2-x)y$ ជាផលគុណកត្តា

ចម្លើយ $(3x+1)(x-2)+(2-x)y = (3x+1)(x-2)-(x-2)y$

$$= (x-2)(3x+1-y)$$

$$= (x-2)(3x-y+1)\ ។$$

ប្រតិបត្តិ 2 ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $5x(x-3)-4(3-x)$ ខ. $6x-3xy-2+y$ គ. $5x+10xy+4+8y$ ។

ខ. ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី 2 ជាផលគុណកត្តា

តាមរូបមន្តពន្លាត និងលក្ខណៈឆ្លុះនៃសមភាព $A = B \Leftrightarrow B = A$ គេបាន ៖

(1) $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ (2) $a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$

(3) $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដាក់ជាផលគុណកត្តាចំពោះកន្សោមខាងក្រោម

ក. x^2+6x+9 ខ. $m^2-20m+100$ គ. $4p^2q^2-9t$ ។

ចម្លើយ ដាក់ជាផលគុណកត្តា

ក. x^2+6x+9

ប្រើរូបមន្ត $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

$$x^2+6x+9 = x^2+2\times 3\times x+3^2 = (x+3)^2\ ។$$

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ខ. $m^2 - 20m + 100$

ប្រើរូបមន្ត $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

$m^2 - 20m + 100 = m^2 - 2 \times 10 \times m + 10^2$

$= (m-10)^2$ ។

គ. $4p^2q^2 - 9t^2$

ប្រើរូបមន្ត $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$4p^2q^2 - 9t^2 = (2pq)^2 - (3t)^2 = (2pq+3t)(2pq-3t)$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $x^2 + 10x + 25$ ខ. $a^2b^2 + 4abc + 4c^2$ គ. $y^2 - 16y + 64$

ឃ. $4m^2 - 20mn + 25n^2$ ង. $81x^2 - 64y^2$ ច. $144a^2b^2 - 169c^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដាក់ជាកត្តានៃកន្សោមដែលមានរាង $x^2 + (a+b)x + ab$

$x^2 + (a+b)x + ab = x^2 + ax + bx + ab$

$= (x^2 + ax) + (bx + ab)$

$= x(x+a) + b(x+a)$

$= (x+a)(x+b)$

ដូចនេះ $\boxed{x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)}$ (4) ។

ប្រតិបត្តិ 2 ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $x^2 + 8x + 12$

ខ. $y^2 - 10y + 24$

គ. $m^2 - 12m + 32$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 បំពេញចំនួនគត់វិជ្ជមាននៅក្នុងប្រអប់ ដើម្បីឱ្យកន្សោមនីមួយៗមានទម្រង់ជាការេនៃទ្វេធាដឺក្រេទី 1 :

ក. $x^2 + 4x + \square$ ខ. $x^2 - 6x + \square$

គ. $a^2 + \square\, a + 1$ ឃ. $4a^2 - \square\, a + 9$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

គ. ការដាក់កន្សោម $acx^2+(ad+bc)x+bd$ ជាផលគុណកត្តា

គេអាចសរសេរ

$$acx^2+(ad+bc)x+bd = acx^2+adx+bcx+bd$$
$$= ax\times cx+ax\times d+b\times cx+b\times d$$
$$= ax(cx+d)+b(cx+d)$$
$$= (cx+d)(ax+b)$$

ដូចនេះ គេបានរូបមន្ត $\boxed{acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)}$ (5) ។

ឧទាហរណ៍ ដាក់ជាកត្តា នូវកន្សោមខាងក្រោម ដោយប្រើរូបមន្ត (5)

ក. $6x^2-13x-15$

ខ. $12x^2-25x+12y^2$ ។

ចម្លើយ ក. តាង a, b, c និង d ជាបួនចំនួនផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការខាងក្រោម :

$$\left.\begin{aligned} ac &= 6\\ bd &= -15\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ចូររកតម្លៃដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ផងដែរចំពោះសមីការខាងក្រោម :

$$ad+bc = -13 \qquad (2)$$

ការគណនាដែលបង្ហាញខាងស្តាំ គេថា (1) និង (2) ទាំងពីរនេះ គឺផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយ $a=6$, $b=5$, $c=1$, $d=-3$ ។

ac	bd	$ad+bc$
a	b	$\longrightarrow bc$
c	d	$\longrightarrow ad$
		$ad+bc$

6	-15	-13
6	5	$\longrightarrow 5$
1	-3	$\longrightarrow -18$
		-13

ដូចនេះ $6x^2-13x-15 = (6x+5)(x-3)$ ។

ខ. គេឱ្យ $12x^2-25xy+12y^2$ គឺជាកន្សោមដឺក្រេទី 2 នៃ x ហើយការគណនាដូចបង្ហាញខាងស្តាំ ។

12	$12y^2$	$-25y$
3	$-4y$	$\longrightarrow -16y$
4	$-3y$	$\longrightarrow -9y$
		$-25y$

ដូចនេះ $12x^2-25xy+12y^2 = (3x-4y)(4x-3y)$ ។

www.facebook.com/groups/khmermathematics
www.moeys.gov.kh
www.youtube.com/moeys

ប្រតិបត្តិ ដាក់ជាផលគុណកត្តានូវកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $2x^2+3x+1$ ខ. $2x^2-13x+6$

គ. $-3a^2+5a+2$ ឃ. $6p^2-4pq-16q^2$

ង. $8x^2-26xy+15y^2$ ច. $-35x^2-16xy+12y^2$ ។

ឃ. ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី 3 ជាផលគុណកត្តា

■ រូបមន្តផលបូក ផលដកនៃគូប

តាមរូបមន្តពន្លាត និងលក្ខណៈឆ្លុះនៃសមភាព $A=B \Rightarrow B=A$ គេបាន :

(6) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(7) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ ។

ឧទាហរណ៍ ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

ក. x^3+27 ខ. $8a^3-1$ ។

ចម្លើយ ក. $x^3+27=x^3+3^3$

$=(x+3)(x^2-3x+9)$ ។

ខ. $8a^3-1=(2a)^3-1^3$

$=(2a-1)(4a^2+2a+1)$ ។

ប្រតិបត្តិ ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាកត្តា :

ក. a^3+27 ខ. $64x^3+125$

គ. $8p^3-125q^3$ ឃ. $1000n^3-\frac{1}{8}p^3$ ។

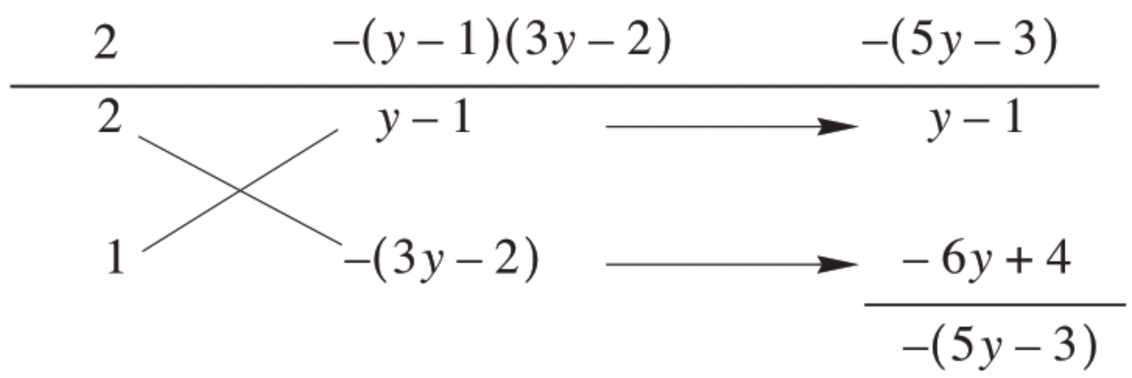
ង. របៀបផ្សេងៗទៀតក្នុងការដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តា

ឧទាហរណ៍ 1 ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

$2x^2-5xy-3y^2+3x+5y-2$ ។

ចម្លើយ ដោយរៀបតាមដឺក្រេលំដាប់ចុះនៃ x គេបាន :

$2x^2-(5y-3)x-(3y^2-5y+2)=2x^2-(5y-3)x-(y-1)(3y-2)$ ។



តាមលទ្ធផលខាងលើនេះ គេបាន :

$$2x^2-(5y-3)x-(3y^2-5y+2)=\{2x+(y-1)\}\{x-(3y-2)\}=(2x+y-1)(x-3y+2)$$

ប្រតិបត្តិ 1 ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $x^2+3xy+2y^2+x-y-6$ ខ. $2x^2-3xy-2y^2+x+3y-1$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

ក. x^4-13x^2+36 ខ. $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$ ។

ចម្លើយ ក. តាង $x^2=X$ នោះគេបាន

$$x^4-13x^2+36=X^2-13X+36$$
$$=(X-9)(X-4)$$
$$=(x^2-9)(x^2-4)$$
$$=(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)$$ ។

ខ. $(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6$

តាង $x^2+x=X$ គេបាន :

$$(x^2+x+2)(x^2+x-3)-6=(X+2)(X-3)-6$$
$$=X^2-X-12$$
$$=(X+3)(X-4)$$
$$=(x^2+x+3)(x^2+x-4)$$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា :

ក. $(x-y)^2-4(x-y)+4$

ខ. $(a+1)^3+(a-1)^3$

គ. $x^4+x^2y^2-2y^4$ ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

មេរៀនសង្ខេប

ឯកធា និងពហុធា

- **ឯកធា** គឺជាកន្សោមដែលប្រមាណវិធីលើអថេរមានតែវិធីគុណ និងស្វ័យគុណដែលមាន និទស្សន្តគត់វិជ្ជមាន ឬសូន្យ ។
- **ឯកធាដូចគ្នា** គឺជាឯកធាដែលមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា ។
- **ដឺក្រេនៃឯកធា** ជាផលបូកនិទស្សន្តរបស់អថេរនីមួយៗនៃឯកធា ។
- **ពហុធា** ជាផលបូកនៃច្រើនឯកធាខុសគ្នា ។
- **ដឺក្រេ** នៃពហុធា គឺជាដឺក្រេរបស់តួដែលមានដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេ

ប្រមាណវិធីលើពហុធា

- ដើម្បីបូក ឬដកពីរពហុធា គេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដែលដូចគ្នា
- ដើម្បីគុណពហុធា និងពហុធាគេយកតួនីមួយៗនៃពហុធាទីមួយ គុណគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចធ្វើប្រមាណវិធី ។

រូបមន្ត

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

$$acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)$$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

លំហាត់

1. តាង $A = x^2 + xy - 3y^2$, $B = 2x^2 - xy + 4y^2$ និង $C = -3x^2 + 5y^2$ ។

   សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម :

   ក. $A - B + C$

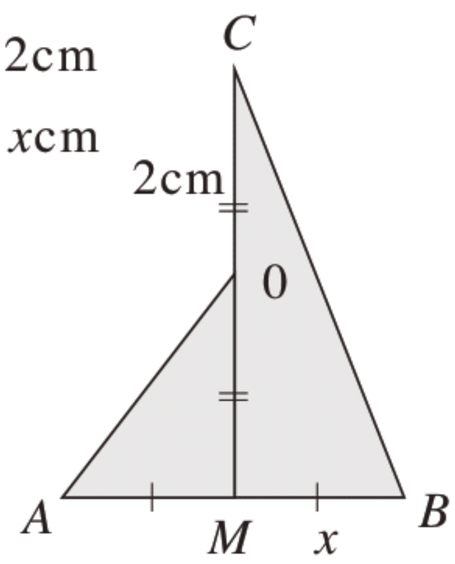
   ខ. $A - 2B + 3C$

   គ. $3(-A + B) + 2C$ ។

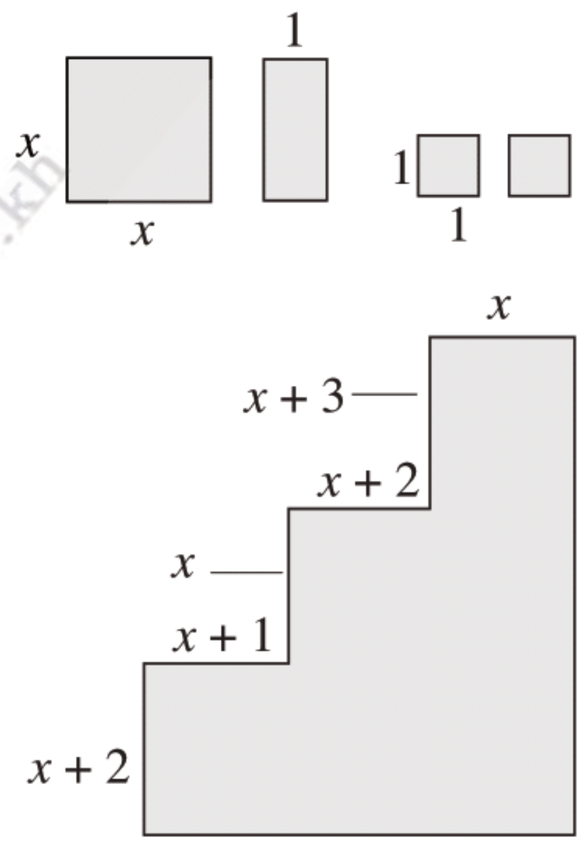
2. សរសេរពហុធាដែលតំណាងឱ្យផ្ទៃក្រឡាដូចក្នុងរូបខាងក្រោម :

   ក. $OM = OC = 2\text{cm}$

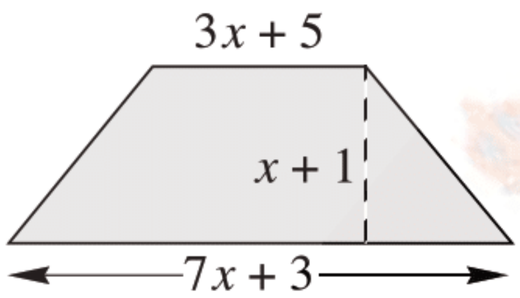
   $AM = MB = x\text{cm}$



   ខ.



   គ.



   ឃ.

3. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

   ក. $(2a - 3b)(4a + 5b)$

   ខ. $(3x - 1)(x^2 + 7x - 5)$

   គ. $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$

   ឃ. $(2a - b + 3c)^2$

   ង. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3$

   ច. $(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$ ។

4. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម :

   ក. $(a + b - 3)(a + b + 1)$

   ខ. $(x + y - z)(x - y + z)$

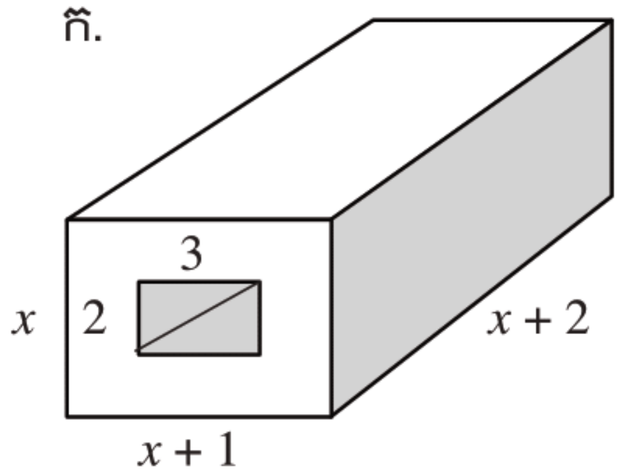
   គ. $(x + y)^2(x - y)^2$

   ង. $(x + 2)(x - 6)(x - 8)(x + 4)$ ។

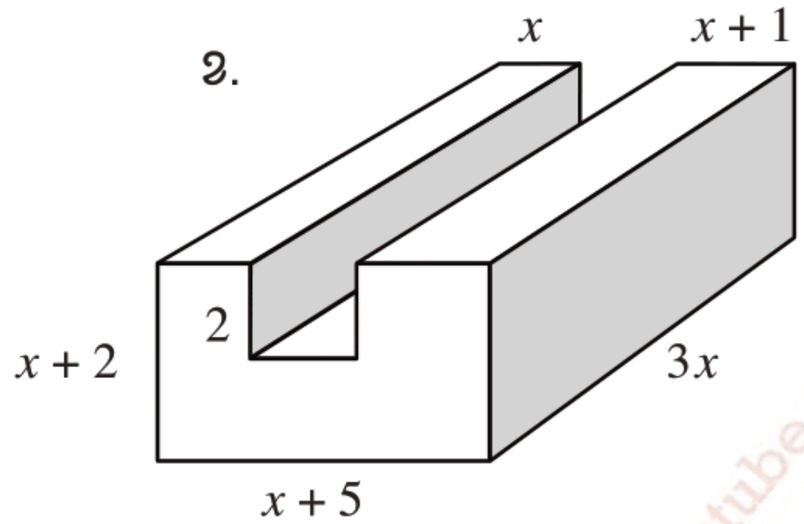
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

5. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុប និងមាឌនៃរូបខាងក្រោម :

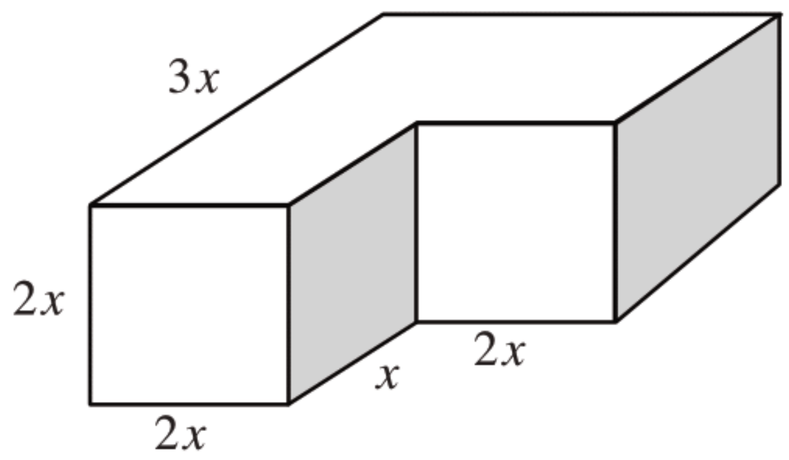
ក.



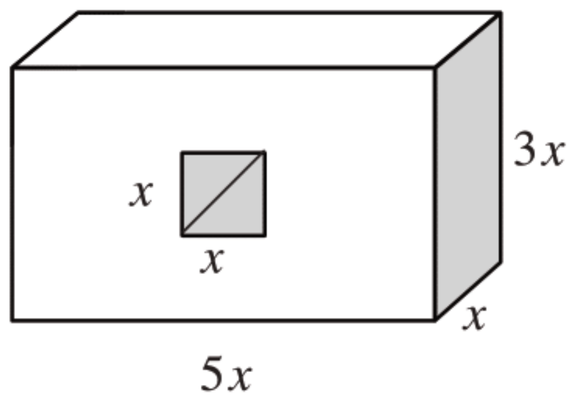
ខ.



គ.



ឃ.



6. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $3a^2b - 18ab^2$

ខ. $x^2 - 11x + 24$

គ. $x(x-4) - 5$

ឃ. $6x^2 + 13x - 8$

ង. $(a-3)^2 - (a-3)$

ច. $x^2 - x - y^2 - y$ ។

7. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាកត្តា

ក. $(x-y)(x-y+5) + 6$

ខ. $a^2 - 2ab + b^2 - 9$

គ. $x^2 - (4a-3b)x - 12ab$

ឃ. $4(x-3y)^2 - 9(x-3y) + 5$

ង. $(2x-3)^3 - (2y-x)^3$

ច. $x^2 + xy - 6y^2 + 5x + 35y - 36$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

2 ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

2.1 ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

ឧទាហរណ៍ 1 ក្នុងវិធីចែករវាងចំនួន 18 និង 3 គេអាចសរសេរ $18 \div 3 = \frac{18}{3} = 6$ ។ ដូចនេះ $18 = 3 \times 6$ ។ នោះគេថា 18 **ចែកដាច់នឹង** 3 ។ 3 ជា **តួចែក**នៃ 18 ហើយ 18 ជាផលគុណនៃ 3 និង 6 ។

ជាទូទៅ បើគេឱ្យកន្សោមពីរ A និង B រួចមានកន្សោម Q មួយដែល $A = B \times Q$ នោះគេថា A ចែកដាច់នឹង B ។ B ជាតួចែក Q ជាផលចែក និង A ជាតំណាំងចែកឬជាផលគុណនៃ B និង Q ។ គេកំណត់សរសេរ $A \div B = Q$ ។

គន្លឹះគន្លង

ធ្វើប្រមាណវិធីចែកពហុធា និងពហុធា

ពាក្យគន្លឹះ

- ចែកដាច់
- តួចែក
- តំណាំងចែក
- ផលចែក
- សំណល់

ឧទាហរណ៍ 2 ដោយ $x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$ នោះ គេថាកន្សោម $x-1$ ជាតួចែក $x-4$ ជាផលចែករវាងកន្សោម $x^2 - 5x + 4$ និង $x-1$ ហើយ $x^2 - 5x + 4$ ជាផលគុណ $x-1$ និង $x-4$ ។

គេកំណត់សរសេរ : $(x^2 - 5x + 4) \div (x-1) = x-4$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 បើគេមានកន្សោម $A = 6x^2 + 5x - 4$ និង $B = 2x - 1$ ។ គណនា $A \div B$ ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ចម្លើយ គេគណនាតាមរបៀបខាងក្រោមនេះ :

$$\begin{array}{r|l} 6x^2+5x-4 & \\ -\quad 6x^2-3x & 2x-1 \\ \hline 8x-4 & \\ -\quad 8x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad 3x+4 \\ \hline 2x-1\big)\ 6x^2+5x-4 \\ -\quad 6x^2-3x \qquad \leftarrow (2x-1)\times 3x \\ \hline 8x-4 \\ -\quad 8x-4 \qquad \leftarrow (2x-1)\times 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

ដូចនេះ $A \div B = (3x+4)$ ឬ $6x^2+5x-4 = (2x-1)(3x+4)$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ធ្វើប្រមាណវិធីចែកខាងក្រោម :

ក. $(x^2+6x-55) \div (x-5)$

ខ. $(6y^4-10y^2+y^3+6+7y) \div (2y+3)$

គ. $(5a^2+2a^3-1) \div (-1+2a+a^2)$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 ធ្វើប្រមាណវិធីចែក $(2x^3-3x^2-x+4) \div (2x^2+2x-3)$ ។

ចម្លើយ

$$\begin{array}{r} \quad x-\frac{5}{2} \\ \hline 2x^2+2x-3\big)\ 2x^3-3x^2-x+4 \\ -\quad 2x^3+2x^2-3x \\ \hline -5x^2+2x+4 \\ -\quad -5x^2-5x+\frac{15}{2} \\ \hline 7x-\frac{7}{2} \end{array}$$

តាង $Q = x-\frac{5}{2}$ ជាផលចែក $R = 7x-\frac{7}{2}$ ជាសំណល់នៃវិធីចែក

គេបាន $2x^3-3x^2-x+4 = (2x^2+2x-3)\left(x-\frac{5}{2}\right)+\left(7x-\frac{7}{2}\right)$ ។

ជាទូទៅ គេឱ្យកន្សោមពីរ A និង B ដែលមានអថេរដូចគ្នា ហើយមានដឺក្រេ m និង n រៀងគ្នា។ បើ $m \geq n$ គេអាចរកកន្សោមពីជគណិត Q និង R ដែល $A = B \times Q + R$ ។ **ដឺក្រេនៃ R តូចជាង ដឺក្រេនៃ B** ។ Q ជាផលចែក ហើយ R ជាសំណល់ក្នុងវិធីចែក។ ផលចែក Q មានដឺក្រេ $m-n$ ។ បើ $R = 0$ នោះគេថា A ចែកដាច់នឹង B ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 2　ធ្វើប្រមាណវិធីចែកខាងក្រោម ៖

ក. $(4x-5)\div(x+2)$

គ. $(x^3-x^2+x-1)\div(x+2)$

ខ. $(3x^2+2x+1)\div(3x-4)$

ឃ. $(3x^2+5x-2)\div(2x+1)$ ។

ឧទាហរណ៍ 5　ចែក (y^4-2y^2-y+8) នឹង (y^2-y-2) ។

ចម្លើយ

$$
\begin{array}{r|l}
y^4-2y^2-y+8 & y^2-y-2 \\
\cline{2-2}
y^4-y^3-2y^2 & y^2+y+1 \\
\cline{1-1}
y^3-y+8 & \\
y^3-y^2-2y & \\
\cline{1-1}
y^2+y+8 & \\
-\ y^2-y-2 & \\
\cline{1-1}
2y+10 &
\end{array}
$$

គេទទួលបាន $y^4-2y^2-y+8=(y^2-y-2)(y^2+y+1)+(2y+10)$ ។

ប្រតិបត្តិ 3　ធ្វើប្រមាណវិធីចែកខាងក្រោម ៖

ក. $(a^4+7a-1)\div(a^2+2)$

ខ. $(x^4-25x^2+8x-3)\div(x^2-3x+1)$

គ. $(x^5-2x^3-4x+5)\div(3x^3+2)$

ឃ. $\left(\frac{1}{2}x^4+4x^2+x+5\right)\div(3x^2+2)$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

2.2 តួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃពហុធា

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានឯកធា $75x^3y^4$ និង $45x^2y^5$ ។

គេសរសេរ : $75x^3y^4 = 3 \times 5^2 \times x^3 \times y^4$

$45x^2y^5 = 3^2 \times 5 \times x^2 \times y^5$

គេសង្កេតឃើញថា ឯកធាទាំងពីរនេះមាន $3 \times 5 \times x^2 \times y^4$ ជាកត្តារួមដែលក្នុងនេះកត្តានីមួយៗមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ ។

គេថាកន្សោម $3 \times 5 \times x^2 \times y^4 = 15x^2y^4$ ជា **តួចែករួមធំបំផុត** នៃ $75x^3y^4$ និង $45x^2y^5$ ។

ម្យ៉ាងទៀតកន្សោម $3^2 \times 5^2 \times x^3 \times y^5 = 225x^3y^5$ ហៅថា **ពហុគុណរួមតូចបំផុត**នៃ $75x^3y^4$ និង $45x^2y^5$ ។

ខ្លឹមសារ

រកឱ្យឃើញតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុត ។

ពាក្យគន្លឹះ

- តួចែករួមធំបំផុត
- ពហុគុណរួមតូចបំផុត

ជាទូទៅ

- **តួចែករួមធំបំផុត** នៃកន្សោម A និង B គឺជាផលគុណកត្តារួម ដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ ។
- **ពហុគុណរួមតូចបំផុត** នៃកន្សោម A និង B គឺជាផលគុណកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តធំជាងគេ និងកត្តាមិនរួមទាំងអស់ ។

វិធាន

◆ **ដើម្បីគណនាតួចែករួមធំបំផុតនៃ A និង B**

1. ដាក់ A និង B ជាផលគុណកត្តា ។
2. ជ្រើសរើសកត្តារួម ដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ ។
3. តួចែករួមធំបំផុតជាផលគុណនៃកត្តារួម ដែលមានទិស្សន្តតូចជាងគេទាំងនោះ ។

◆ **ដើម្បីគណនាពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃ A និង B**

1. ដាក់ A និង B ជាផលគុណកត្តា ។
2. ជ្រើសរើសយកកត្តាមិនរួម និងកត្តារួមដោយយកនិទស្សន្តធំជាងគេ ។
3. ពហុគុណរួមតូចបំផុតជាផលគុណនៃកត្តាទាំងនោះ ។

facebook.com/moeys youtube.com/moeys moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ 2 រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃកន្សោម :

$A = 54x^3y^5$, $B = 36x^4y^2$ និង $C = 90x^6y^3$ ។

ចម្លើយ $A = 54x^3y^5 = 2^1 \times 3^3 \times x^3 \times y^5$, $B = 36x^4y^2 = 2^2 \times 3^2 \times x^4 \times y^2$,

$C = 90x^6y^3 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times x^6 \times y^3$ ។

ដូចនេះ គេបាន $2^1 \times 3^2 \times x^3 \times y^2 = 18x^3y^2$ ជាតួចែករួមធំបំផុត ។

$2^2 \times 3^3 \times 5 \times x^6 \times y^5 = 540x^6y^5$ ជាពហុគុណរួមតូចបំផុត ។

ឧទាហរណ៍ 3 រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតនៃកន្សោម $x^2(x-1)$ និង $x(x-1)(x+1)$ ។

ចម្លើយ គេអាចដោះស្រាយតាមវិធីម្យ៉ាងទៀតដូចខាងក្រោម :

x^2 | $(x-1)$

x | $(x-1)$ | $(x+1)$

---

x | $(x-1)$ | _____ តួចែករួមធំបំផុត ។

$x^2 \times (x-1) \times (x+1)$ _____ ពហុគុណរួមតូចបំផុត ។

ដូចនេះ តួចែករួមធំបំផុតគឺ $x(x-1)$ និងពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $x^2(x-1)(x+1)$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុត

ក. $3x^5$, $4x^7$ និង $5x^3$

ខ. $25x^3y^2$, $30x^6y^3$ និង $15x^2y^4$

គ. $4x^2 - 2x - 12$ និង $4x^2 - 16$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ក. គេឱ្យកាវមួយចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានកាំស្មើនឹង r ចូររកតួចែករួមធំបំផុតនៃផ្ទៃក្រឡាកាវ និងផ្ទៃក្រឡារង្វង់ ។

ខ. តាង S_1 និង S_2 ជាផ្ទៃបាត និងផ្ទៃខាងរៀងគ្នានៃស៊ីឡាំងបរិវត្តមួយដែលមានកាំនៃបាតស្មើនឹង r និងកំពស់ស្មើនឹង h ។ ចូររកតួចែករួមធំបំផុតនៃ S_1 និង S_2 ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

2.3 ប្រមាណវិធីលើប្រភាគសនិទាន

ក. សម្រួលកន្សោមប្រភាគ

វត្ថុបំណង

- សម្រួលកន្សោមប្រភាគ
- ប្រមាណវិធីរវាងកន្សោមប្រភាគពីរឬច្រើន ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ភាគយក ភាគបែង
- កន្សោមប្រភាគ ឬកន្សោមសនិទាន

កន្សោមដែលមានទំរង់ $\frac{A}{B}(B \neq 0)$ ហៅថា **ប្រភាគសនិទាន** ហើយ A គឺជាតំណាំងចែក និង B គឺជាតួចែក ។

កន្សោមប្រភាគ $\frac{A}{B}$ និង $\frac{A'}{B'}(B \neq 0,\ B' \neq 0)$ សមមូលគ្នា កាលណាវាផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព

$$A \times B' = A' \times B$$

ពេលដែល A ចែកដាច់នឹង B នោះគេបាន $\frac{A}{B}$ ជាផលចែក ។ កន្សោមប្រភាគ $\frac{A}{1}$ គឺសមមូលនឹងកន្សោមពីជគណិត A ។

ជាទូទៅ $\frac{A \times C}{B \times C} = \frac{A}{B}\ (B \neq 0,\ C \neq 0)$ ។

ដូចនេះ បើតំណាំងចែក និងតួចែកមានតួចែករួម នោះគេអាចសម្រួលប្រភាគឱ្យទៅជាប្រភាគមិនអាចសម្រួលបាន ។

បើគេចែកតំណាំងចែក និងតួចែក ដោយតួចែករួមធំបំផុតរបស់វា នោះគេបានកន្សោមប្រភាគដែលមិនអាចសម្រួលបាន ។

ឧទាហរណ៍ 1 សម្រួលកន្សោម $\frac{2x^2 - x - 1}{x^3 - 1}$ ។

ចម្លើយ $\frac{2x^2 - x - 1}{x^3 - 1} = \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ចូរសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម និងបំលែងវាទៅជាកន្សោមប្រភាគដែលមិនអាចសម្រួលបាន :

ក. $\frac{3a^2b^3c}{9ab^4c^3}$ ខ. $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$ គ. $\frac{a^3 - a^2 - 2a}{a^3 - 4a}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 សរសេរកន្សោមប្រភាគ $\frac{2}{x+1}$ និង $\frac{3}{x-1}$ ឱ្យទៅជាកន្សោមប្រភាគដែលមានតួចែកដូចគ្នា (គឺភាគបែងរួម) ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ចម្លើយ គេបាន : $\frac{2}{x+1}=\frac{2(x-1)}{(x+1)(x-1)}$ និង $\frac{3}{x-1}=\frac{3(x+1)}{(x-1)(x+1)}$ ។

ការធ្វើភាគបែងឱ្យស្មើគ្នាហៅថា ការតម្រូវភាគបែងនៃកន្សោមប្រភាគឱ្យដូចគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ 2 តម្រូវភាគបែងនៃកន្សោមប្រភាគនីមួយៗខាងក្រោម :

ក. $\frac{x^2+x+1}{x+1}$, $\frac{x^2-x+1}{x-1}$ ខ. $\frac{x}{yz}$, $\frac{y}{zx}$, $\frac{z}{xy}$ គ. $\frac{1}{x+y}$, $\frac{1}{y-x}$, $\frac{1}{x^2-y^2}$ ។

ខ. ប្រមាណវិធីបូក និងប្រមាណវិធីដកនៃកន្សោមប្រភាគ

រំលឹក

ប្រមាណវិធីបូក និងប្រមាណវិធីដកនៃកន្សោមប្រភាគដែលមានភាគបែងដូចគ្នា អាចអនុវត្តវិធីដូចតទៅ ៖ $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{1+2}{5}=\frac{3}{5}$ និង $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1-2}{5}=-\frac{1}{5}$ ។

ជាទូទៅ $\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}$ និង $\frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}(C\neq 0)$ ។

វិធាន

1. តម្រូវប្រភាគនីមួយៗឱ្យមានភាគបែងរួម ។
2. ធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកតែភាគយក រក្សាទុកភាគបែងរួម ។
3. សម្រួលលទ្ធផល ។

ឧទាហរណ៍ គណនា $\frac{x+8}{x^2+x-2}-\frac{x+4}{x^2+3x+2}$ ។

ចម្លើយ

$$\frac{x+8}{x^2+x-2}-\frac{x+4}{x^2+3x+2}=\frac{x+8}{(x+2)(x-1)}-\frac{x+4}{(x+2)(x+1)}$$

$$=\frac{(x+8)(x+1)-(x+4)(x-1)}{(x+2)(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{x^2+9x+8-x^2-3x+4}{(x+2)(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{6x+12}{(x+2)(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{6(x+2)}{(x+2)(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{6}{(x-1)(x+1)}$$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 គណនាកន្សោមប្រភាគខាងក្រោម :

ក. $\frac{x}{x^2-1}-\frac{1}{x^2-1}$ ខ. $\frac{x+2}{x-2}+\frac{4}{2-x}$

គ. $\frac{1}{1+a}+\frac{2a}{1-a^2}$ ឃ. $\frac{x-2}{x^2-x+1}-\frac{1}{x+1}+\frac{x^2+x+3}{x^3+1}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 បង្ហាញថា $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}$

គ. ប្រមាណវិធីគុណ និងប្រមាណវិធីចែក

រំលឹក ប្រមាណវិធីគុណ និងចែកនៃកន្សោមពីជគណិត

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times3}{2\times4}=\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{1\times4}{2\times3}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ។

ជាទូទៅ $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A\times C}{B\times D}$ និង $\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{A\times D}{B\times C}$ $(B\neq0,\ C\neq0,\ D\neq0)$ ។

វិធាន

1. ដាក់ភាគយក និងភាគបែងនៃកន្សោមប្រភាគទាំងអស់ជាផលគុណកត្តា
2. សម្រួលកន្សោមប្រភាគនីមួយៗ ។
3. ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ ឬចែកតាមរូបមន្តខាងលើ ។

ឧទាហរណ៍ គណនាកន្សោមប្រភាគ $\frac{x^2-2x-3}{x^2-4}\div\frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+4}$ ។

ចម្លើយ $\frac{x^2-2x-3}{x^2-4}\div\frac{x^2-4x+3}{x^2+4x+4}=\frac{x^2-2x-3}{x^2-4}\times\frac{x^2+4x+4}{x^2-4x+3}=\frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x-2)}\times\frac{(x+2)^2}{(x-3)(x-1)}$

$=\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)}$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 គណនាកន្សោមប្រភាគខាងក្រោម :

ក. $\frac{x^2-49}{x^2+2x}\times\frac{x+2}{x-7}$ ខ. $\frac{2a-1}{a^2-2a+1}\times\frac{a^2-3a+2}{4a^2-1}$

គ. $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}\div\frac{x^3-8}{2x+4}$ ឃ. $\frac{2x^3+7x^2+6x}{3x^2+5x-2}\div\frac{4x^3-9x}{6x^2-11x+3}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 សម្រួលកន្សោមប្រភាគ : ក. $\frac{x-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}$ ខ. $\frac{\frac{a+2}{2}}{a-\frac{2}{a+1}}$ ។

facebook.com/... youtube.com/moeys moeys.gov.kh krou...

ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

ជាទូទៅ គេឱ្យកន្សោមពីរ A និង B ដែលមានអថេរដូចគ្នា ហើយមានដឺក្រេ m និង n រៀងៗគ្នា។ បើ $m \geq n$ គេអាចរកកន្សោមពីជគណិត Q និង R ដែល $A = B \times Q + R$ ។ **ដឺក្រេនៃ R តូចជាង ដឺក្រេនៃ B** ។ Q ជាផលចែក ហើយ R ជាសំណល់ក្នុងវិធីចែក។ ផលចែក Q មានដឺក្រេ $m-n$ ។ បើ $R = 0$ នោះគេថា A ចែកដាច់នឹង B ។

តួចែករួមធំបំផុត និងពហុធាគុណរួមតូចបំផុត

- តួចែករួមធំបំផុតនៃកន្សោម A និង B គឺជាផលគុណកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ។
- ពហុគុណរួមតូចបំផុត គឺជាផលគុណគ្រប់កត្តាមិនរួម និងគ្រប់កត្តារួម ដែលមាននិទស្សន្តធំជាងគេ។

វិធាន

◆ ដើម្បីគណនាតួចែករួមធំបំផុត

1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាគ្រប់តួទាំងអស់ ។
2. ជ្រើសរើសយកតែកត្តារួម ដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ ។
3. តួចែករួមធំបំផុតជាផលគុណនៃកត្តារួមទាំងនោះ ។

◆ ដើម្បីគណនាពហុគុណរួមធំបំផុត

1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាគ្រប់តួទាំងអស់
2. ជ្រើសរើសយកកត្តាមិនរួម និងកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តធំជាងគេ
3. ពហុគុណរួមតូចបំផុតជាផលគុណនៃកត្តាទាំងនោះ ។

facebook.com/krou.khmoeys
krou.khmoeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ប្រមាណវិធីបូក ឬដកកន្សោមប្រភាគ

$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C}$ និង $\frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}$ $(C\neq 0)$ ។

វិធាន

1. តម្រូវប្រភាគនីមួយៗឱ្យមានភាគបែងរួម ។
2. ធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកតែភាគយក រក្សាទុកភាគបែងរួម ។
3. សម្រួលលទ្ធផល ។

ប្រមាណវិធីគុណ និងប្រមាណវិធីចែក

$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A\times C}{B\times D}$ និង $\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{A\times D}{B\times C}$ $(B\neq 0,\ C\neq 0,\ D\neq 0)$ ។

វិធាន

1. ដាក់ភាគយក និងភាគបែងនៃកន្សោមប្រភាគទាំងអស់ ជាផលគុណកត្តា ។
2. សម្រួលកន្សោមប្រភាគនីមួយៗ ។
3. ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ ឬចែកតាមរូបមន្តខាងលើ ។

លំហាត់

1. ធ្វើប្រមាណវិធីចែកខាងក្រោម :

   ក. $(4x^3-3x-9)\div(2x-3)$ ខ. $(a^4+2a+5-10a^2-4a^3)\div(5a+4-a^2)$ ។

2. រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតចំពោះករណីនីមួយៗខាងក្រោម :

   ក. $12a^2b^3c$, $18a^3bc^2$ និង $30a^4c^2$ ខ. $4x^2-9$, $6x^2+7x-3$ និង $2x^2-17x-30$

   គ. $x^2+7x+10$ និង x^2-25 ឃ. x^2+3x+2 និង $2x^2+x-1$

   ង. x^2-x-2 និង $-x^2-x+2$ ច. x^2+x-6 , x^2+4x+3 និង x^2+3x

   ឆ. a^3-2a^2 , a^3-4a និង a^3-a^2-2a ជ. $(y+z)^2-x^2$, $(z+x)^2-y^2$ និង $(x+y)^2-z^2$ ។

3. គណនាខាងក្រោម :

   ក. $\frac{a-1}{a}-\frac{a}{a-1}+\frac{1}{a-1}$ ខ. $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}$

   គ. $\frac{2x-1}{x-1}-\frac{x+2}{x+1}-\frac{x^2+3}{x^2-1}$ ឃ. $\frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+4}\div\frac{(a+1)^2}{a^3-8}\times\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-2}$ ។

4. គេដឹងថាកន្សោមពីជគណិត p ជាអនុគមន៍នៃ x ចែកនឹង $3x^2+1$ ហើយបានផលចែក x^3-2 និងសំណល់ $4x-5$ ។ រកកន្សោមពីជគណិតនេះ ។

5. ពេលដែល $6x^4-7x^3-4x^2+5x+3$ ចែកនឹងកន្សោមពីជគណិត p ហើយបានផលចែក $2x^2-3x+1$ និងសំណល់ $-2x+5$ ។ រកកន្សោមពីជគណិត p

— លំហាត់ជំពូក —

កម្រិត 1

1. ចូររកដឺក្រេនៃកន្សោមពហុធានីមួយៗខាងក្រោម រួចកំណត់ផងដែរថាតើវាជាឯកធា ទ្វេធា ឬ ត្រីធា ។

   ក. $-6x^3+11$ កន្សោមនេះមាន _____ តួដូចនេះវាជា _____

   ស្វែយគុណដែលធំជាងគេនៃ x គឺ _____ ដូចនេះដឺក្រេនៃកន្សោមគឺ _____

   ខ. $2x-3x^2+4$ កន្សោមនេះមាន _____ តួដូចនេះវាជា _____

   ស្វែយគុណដែលធំជាងគេនៃ x គឺ _____ ដូចនេះដឺក្រេនៃកន្សោមគឺ _____

2. ចូរធ្វើប្រមាណវិធីបូក និងដកនៃកន្សោមពហុធាខាងក្រោម :

   ក. $(-5x^3+2x^2)+(3x^3-4x^2) = (___x^3+___x^3)+(___x^2-___x^2) = ___x^3-___x^2$

   ខ. $(2y^2+5y-3)-(3y^2-3y+6) = (2y^2+5y-3)+(___y^2+___y-___)$

   $= (___y^2+___y^2)+(___y+___y)-___-___ = ___y^2+___y-___$

   គ. $(-4a^3+2a^2-5a)+(5a^3-7a^2+3a+4) =$ _____

   ឃ. $(13c^2-9c-6)-(8c^2+5c+4) =$ _____

   ង. $(6n^2+4)+(3n^3-3n^2+2n) =$ _____

   ច. $(-6+5k+8k^2)-(9k^2-4k+5) =$ _____

3. គេបានសន្មតថា ចំពោះប្រមាណវិធីដក $2xy-3yz+4zx$ ពីកន្សោមពីជគណិតមួយ ។ តាមកំហុសគេបានបន្ថែមកន្សោមទាំងនេះបញ្ចូលគ្នា និងទទួលបាន $2yz+zx-2xy$ ។ ចូររកចម្លើយត្រឹមត្រូវ ។

4. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ។

   ក. $x^3-x^2y-30xy^2$ ខ. $p^3-p^2q-pq^2+q^3$ គ. $x^2+ax-3bx-3ab$ ។

ឃ. $x^2y+y^2z-y^3-x^2z$ ង. $(x^2+2x)^2-2(x^2+2x)-3$ ច. $9x^4-34x^2y^2+25y^4$

ឆ. $x^2-2(a-1)x-2a+1$ ជ. $x^2+3xy-5x+2y^2-7y+6$ ។

5. ចូររកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a ដែលកន្សោមពីជគណិត $x^3+ax^2+x+2-a$ ដាច់នឹង x^2+2x-1 ។

6. ចំពោះ $a^n=3$ ចូររកតម្លៃនៃ $\dfrac{a^{2n}-a^{-n}}{a^{2n}+a^{-n}}$ ។

កម្រិត 2

1. ចូរបង្ហាញសមភាព $\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{3}}$ ពិត ។

2. ប្រៀបធៀប $\dfrac{7}{3-\sqrt{2}}$ និង $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ ។

3. បើ $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ ចូររកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $x-\dfrac{1}{x}$ ខ. $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ គ. $x^3-\dfrac{1}{x^3}$ ។

4. រកចំនួនសនិទាន a និង b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព $\dfrac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=a+b\sqrt{5}$ ។

5. បើដកកន្សោមពីជគណិត p ពី $\dfrac{x^3}{x+1}$ នោះយើងបានលទ្ធផលស្មើនឹង $\dfrac{a}{x+1}$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ a និងកន្សោមពីជគណិត p ។ យើងសន្មត a ជាចំនួនថេរ ។

6. ចូរគណនាកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2$

ខ. $\dfrac{x-z}{(y-z)(x-y)}-\dfrac{y-z}{(x-y)(z-x)}+\dfrac{x-y}{(z-x)(y-z)}$

គ. $\dfrac{a^2-bc}{(a+b)(c+a)}+\dfrac{b^2-ca}{(b+c)(a+b)}+\dfrac{c^2-ab}{(c+a)(b+c)}$ ។

7. ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃកន្សោមខាងក្រោម :

ក. $x^3(x-1)+11x^2(x-1)-42x(x-1)$ ខ. $x^3(2x-1)+4x^2(2x-1)-21x(2x-1)$

គ. $x^4(x^2-25)-10x^2(x^2-25)-9(x^2-25)$ ឃ. $3x^4(y^2-4)+7x^2(y^2-4)-6(y^2-4)$

ង. $2x^2y^2(xy+1)+3xy(xy+1)-9(xy+1)$ ច. $2x^2(2-y)+xy(2-y)-10y^2(2-y)$ ។

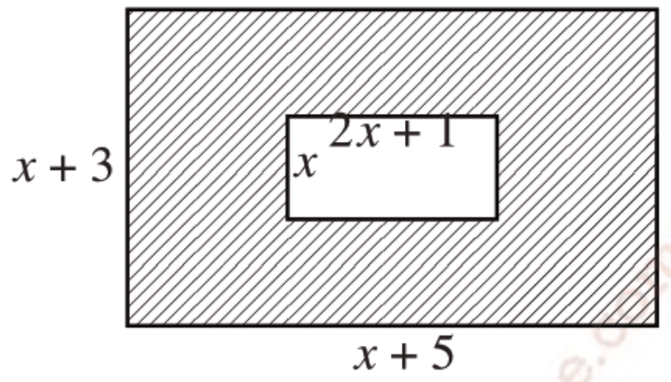
8. ក. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់នៃកន្សោម $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ ហើយសម្រួល ។

ខ. សន្មតថា a ជាចំនួនគត់ និង b ជាចំនួនពិតធំជាង ឬស្មើនឹង 0 និងតូចជាង 1 ។ ហើយគេឱ្យ $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=a+b$ ចូររកតម្លៃ $\dfrac{1}{b}-a$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh krou.moeys.gov.kh youtube.com/moeys

9. ចូររកកន្សោមពីជគណិតពីរដែលតួចែករួមធំបំផុតស្មើនឹង $x-2$ និងពហុគុណ រួមធំបំផុតស្មើនឹង $3x^3+8x^2-13x-30$ ។

10. នៅក្នុងចតុកោណកែងដូចក្នុងរូបខាងស្តាំ។ ចូរកកន្សោម ៖



ក. ផ្ទៃនៃផ្នែកដែលឆូត

ខ. ប្រសិនបើបរិមាត្រនៃចតុកោណធំស្មើនឹង 24 ។

ចូររកតម្លៃនៃ x ។

11. ប្រវែងបណ្តោយនៃចតុកោណកែងមួយលើសទទឹង 3 ម៉ែត្រ។ ប្រសិនបើ បណ្តោយកើនឡើង 2 ម៉ែត្រ និងទទឹងថយចុះ 1 ម៉ែត្រ នោះយើងបានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា។ រកប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹង ។

12. ប្រវែងបណ្តោយនៃចតុកោណកែងមួយស្មើពីរដងទទឹង ។ ប្រសិនបើប្រវែងបណ្តោយថយចុះ 4 ម៉ែត្រ និងទទឹងកើនឡើង 3 ម៉ែត្រ នោះយើងបានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា។ រកប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹង ។

13. ការេចំនួនគត់ដែលធំ នៃចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នាលើសផលគុណនៃចំនួនគត់ជាប់គ្នា 10 ។ ចូររកចំនួនគត់មួយដែលតូច ។

14. តាង $P(x)=x^2+2x-15$, $D(x)=x-3$ និង $Q(x)=x+5$ ។

ក. បង្ហាញថា $\dfrac{P(x)}{D(x)}=Q(x)$

ខ. បង្ហាញសមភាព : (1). $\dfrac{P(1)}{D(1)}=Q(1)$ (2). $\dfrac{P(-2)}{D(-2)}=Q(-2)$

(3). $\dfrac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)}=Q\left(-\frac{1}{2}\right)$ (4). $\dfrac{P(3)}{D(3)}=Q(3)$ ។

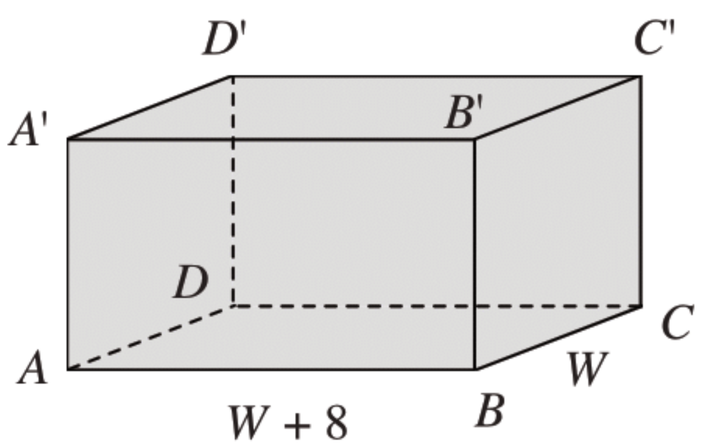
គ. រកលក្ខខណ្ឌ $a\in\mathbb{R}$ ដែល $\dfrac{P(a)}{D(a)}=Q(a)$

15. រកផលចែកនៃ x^2+2x-3 ចែកនឹងផលគុណនៃ x គុណនឹង $x-3$

16. បើផលបូកនៃ x^2+3x-2 និង $-2x^2+x-1$ ចែកដាច់នឹង $x-1$ តើផលចែករបស់វាស៊ើប៉ាន់?

17. បើគេចែក x^2-2x-3 នឹង $P(x)$ គេបានផលចែក $x+2$ និងសំណល់ 5 ។ រក $P(x)$

18. ប្រអប់សំបុត្រមួយរាងប្រលេពីប៉ែតកែងដូចរូបខាងស្តាំ ។ បើប្រអប់សំបុត្រនេះមានមាឌស្មើនឹង w^3+10w^2+16w ។ គណនាប្រវែង BB'



ជំពូក 3

សមីការ ឯកធាវិសមីការ

❶ សមីការដឺក្រេទី 2

❷ ប្រព័ន្ធសមីការ

❸ វិសមីការ

កសិករម្នាក់មានដីស្រែរាងកាកេ ស្រែនោះផ្តល់ផលស្រូវជាមធ្យមបាន a (kg) ក្នុង 1m^2 បើ x ជារង្វាស់ជ្រុងនៃដីស្រែគិតជា m ហើយ b តាងឱ្យផលស្រូវសរុប :

គេបានរូបមន្ត : $ax^2 = b$ ។

នេះគឺជាទម្រង់នៃសមីការដឺក្រេទី 2 មុនគេបង្អស់ដែលត្រូវបានប្រើប្រាស់ក្នុងការគណនារកទិន្នផលស្រូវ តាំងពី 3 000 ឆ្នាំ មុនគ្រឹះសករាជ ។

មិនត្រឹមតែប៉ុណ្ណោះ សមីការនេះមានសារសំខាន់សម្រាប់ឱ្យគេរករង្វាស់ជ្រុងដីស្រែ x បើគេចង់បានដីស្រែទទួលបានផលស្រូវណាមួយ ។

រង្វាស់ជ្រុងនោះគឺ : $\boldsymbol{x = \sqrt{\frac{b}{a}}}$ ។

មេរៀនទី

1 សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត

1.1 ចំនួនកុំផ្លិច

ក. ឯកតានិមិត្ត

យើងបានសិក្សារួចមកហើយចំពោះការគណនា $x^2 = 2$ នាំអោយ $x = \pm\sqrt{2}$ ជាចម្លើយក្នុងសំណុំចំនួនពិត។ ចំពោះ $x^2 = -2$ គ្មានចម្លើយក្នុង សំណុំចំនួនពិតទេ ព្រោះការេនៃមួយចំនួនពិតមិន អាចស្មើនឹងចំនួនអវិជ្ជមាន។

ដើម្បីគណនាតម្លៃ x បែបនេះ គេបង្កើតចំនួនថ្មីមួយតាងដោយនិមិត្តសញ្ញា i ។

> i ហៅថា "**ឯកតានិមិត្ត**" ដែល $i = \sqrt{-1}$ ហើយ $i^2 = -1$ ។

ដូចនេះតាមតម្លៃ $i^2 = -1$ គេបាន

$$(\sqrt{2}i)^2 = (\sqrt{2})^2 i^2 = 2 \times (-1) = -2$$

$$(-\sqrt{2}i)^2 = (-\sqrt{2})^2 i^2 = 2 \times (-1) = -2$$

ដូចនេះ $\sqrt{2}i$ និង $-\sqrt{2}i$ ជាចម្លើយរបស់សមីការ $x^2 = -2$ ។

វត្ថុបំណង

- បង្ហាញសញ្ញាណឯកតានិមិត្ត
- សរសេរឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន $-a$ ជាទម្រង់ $\sqrt{a}i$ ដែល $a > 0$
- កំណត់និយមន័យចំនួនកុំផ្លិច ចំនួននិមិត្ត ចំនួនកុំផ្លិចស្មើគ្នា
- បូក ដក គុណ ចែក ចំនួនកុំផ្លិច

ពាក្យគន្លឹះ

- ឯកតានិមិត្ត ចំនួននិមិត្ត ឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន ចំនួនកុំផ្លិច ផ្នែកពិត ផ្នែកនិមិត្ត ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នា កន្សោមឆ្លាស

ខ. ឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន

ឫសការេនៃ $-a$ ដែល $a > 0$ គឺជាចំនួន x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម :

$$x^2 = -a \qquad (1)$$

ដោយ $(\sqrt{a}i)^2 = ai^2 = -a$

សមីការ (1) អាចសរសេរជា $x^2 = (\sqrt{a}i)^2$

ដូចនេះ $x^2 - (\sqrt{a}i)^2 = 0$

យើងបាន $(x - \sqrt{a}i)(x + \sqrt{a}i) = 0$

$x - \sqrt{a}i = 0$ ឬ $x + \sqrt{a}i = 0$

នាំឱ្យ $x = \sqrt{a}i$ ឬ $x = -\sqrt{a}i$ ។

ជាទូទៅ ឫសការ៉េនៃចំនួនអវិជ្ជមាន $-a$ គឺ $\sqrt{a}i$ និង $-\sqrt{a}i$

ចំពោះ $a > 0$ គេកំណត់ $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$ ជាឫសការ៉េគោលនៃ $-a$

ចំពោះ $a = 0$, $\sqrt{0} = 0$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 គណនា $\sqrt{-3}$, $\sqrt{-9}$, $\sqrt{-\frac{1}{16}}$ ។

ចម្លើយ $\sqrt{-3} = \sqrt{3}i$, $\sqrt{-9} = \sqrt{9}\,i = 3i$, $\sqrt{-\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{1}{16}}\,i = \frac{1}{4}\,i$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គណនា ក. $\sqrt{-9} + \sqrt{-49}$ ខ. $\sqrt{-10} \times \sqrt{-90}$

គ $\frac{\sqrt{-64}}{\sqrt{-4}}$ ឃ. $\sqrt{-5}(\sqrt{-45} - \sqrt{-4})$ ។

ចម្លើយ ក. $\sqrt{-9} + \sqrt{-49} = \sqrt{9}i + \sqrt{49}i = 3i + 7i = 10i$

ខ. $\sqrt{-10} \times \sqrt{-90} = \sqrt{10}i \times \sqrt{90}i = \sqrt{10 \times 90}\ i^2$

$= \sqrt{900}\ i^2 = -30$

គ. $\frac{\sqrt{-64}}{\sqrt{-4}} = \frac{\sqrt{64}i}{\sqrt{4}i} = \sqrt{16} = 4$

ឃ. $\sqrt{-5}(\sqrt{-45} - \sqrt{-4}) = \sqrt{5}i(3\sqrt{5}i - 2i)$

$= (\sqrt{5}i)(3\sqrt{5}i) - (\sqrt{5}i)(2i)$

$= 3\sqrt{5}^2 i^2 - 2\sqrt{5}i^2 = -15 + 2\sqrt{5}$ ។

សម្គាល់ $\sqrt{-10} \times \sqrt{-90} = -30 \neq \sqrt{(-10)(-90)} = \sqrt{900} = 30$ ។

ដូចនេះ រូបមន្ត $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ មិនពិតចំពោះ $a < 0$, $b < 0$ ។

facebook.com/moeys youtube.com/moeys www.curriculum.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ គណនា

ក. $\sqrt{-36}$ ខ. $\sqrt{-54}$ គ. $\sqrt{-\frac{16}{25}}$

ឃ. $\sqrt{-50}-\sqrt{-8}$ ង. $\sqrt{-18}\times\sqrt{-3}$ ច. $\sqrt{-5}(\sqrt{-16}-\sqrt{-10})$ ។

គ. និយមន័យចំនួនកុំផ្ទិច

ចំនួន $2+3i$, $1-4i$ ដែលមាន $2, 3, 1, -4$ ជាចំនួនពិតហៅថា ចំនួនកុំផ្ទិច ។

និយមន័យ ចំនួនកុំផ្ទិច គឺជាចំនួនដែលមានទម្រង់ $a+bi$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

- បើ $b=0$ នោះចំនួន $a+bi=a+0\cdot i=a$ ជា**ចំនួនពិត** ។
- បើ $b\neq 0$ នោះចំនួន $a+bi$ ជា **ចំនួននិមិត្ត** ។

សំណុំចំនួនកុំផ្ទិច តាងដោយអក្សរ $\mathbb{C}$ ។ ទម្រង់ស្តង់ដានៃចំនួនកុំផ្ទិចសរសេរ $a+bi$ ដែលមាន a ជា “ **ផ្នែកពិត** ” និង b ជា “ **ផ្នែកនិមិត្ត** ” ។

ឧទាហរណ៍ 1 $3i$, $-2i$, $1+4i$, $3-5i$, $-\frac{1}{2}-\frac{7}{4}i$ ចំនួនទាំងអស់នេះជាចំនួនកុំផ្ទិច ។

ឧទាហរណ៍ 2 បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ស្តង់ដានៃចំនួនកុំផ្ទិច រួចកំណត់ផ្នែកពិតនិងផ្នែកនិមិត្ត ។

ក. $\sqrt{-40}$ ខ. $2-\sqrt{-25}$ គ. 5 ។

ចម្លើយ ក. $\sqrt{-40}=\sqrt{4\times 10}i=2\sqrt{10}i=0+2\sqrt{10}i$ មាន 0 ជាផ្នែកពិតនិង $2\sqrt{10}$ ជាផ្នែកនិមិត្ត ។

ខ. $2-\sqrt{-25}=2-\sqrt{25}i=2-5i$ មាន 2 ជាផ្នែកពិតនិង -5 ជាផ្នែកនិមិត្ត ។

គ. $5=5+0i$ មាន 5 ជាផ្នែកពិត 0 ជាផ្នែកនិមិត្ត ។

ប្រតិបត្តិ បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមជាចំនួនកុំផ្ទិច រួចកំណត់ផ្នែកពិតនិងផ្នែកនិមិត្ត ។

ក. $3-\sqrt{-16}$

ខ. $\sqrt{-45}+\sqrt{25}$

គ. $-\sqrt{-9}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ឃ. និយមន័យចំនួនកុំផ្ទិចស្មើគ្នា

> ចំនួនកុំផ្ទិចពីរ $a+bi$ និង $c+di$ **ស្មើគ្នា**
>
> លុះត្រាតែ $a = c$ និង $b = d$ ។
>
> ក្នុងករណី $a+bi = 0$ ពិត លុះត្រាតែ $a = b = 0$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 គណនាតម្លៃនៃចំនួនពិត x និង y ដែលធ្វើអោយសមភាពខាងក្រោមពិត ។

ក. $(x+5)+8yi = 0$ ខ. $(3x+1)+(y-1)i = 7-3i$ ។

ចម្លើយ តាមនិយមន័យចំនួនកុំផ្ទិចស្មើគ្នា យើងបាន

ក. $x+5 = 0 \Rightarrow x = -5$

$8y = 0 \Rightarrow y = 0$

ដូចនេះ $x = -5$, $y = 0$ ។

ខ. $3x+1 = 7 \Rightarrow x = 2$

$y-1 = -3 \Rightarrow y = -2$

ដូចនេះ $x = 2$, $y = -2$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 តើចំនួនកុំផ្ទិច $\sqrt{4}+\sqrt{-45}$ និង $2-3\sqrt{5}i$ ស្មើគ្នាឬទេ ?

ចម្លើយ $\sqrt{4}+\sqrt{-45} = 2+\sqrt{45}i = 2+3\sqrt{5}i$ ។

ដូចនេះចំនួនកុំផ្ទិច $2+3\sqrt{5}i$ និង $2-3\sqrt{5}i$ មិនស្មើគ្នាទេ ព្រោះផ្នែកនិមិត្តមានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ រកតម្លៃចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យសមភាពខាងក្រោមពិត :

ក. $(5-\sqrt{-4})-(a+bi) = 6$ ខ. $(6+5i)(a+bi) = 38-9i$ ។

ឃ. ប្រមាណវិធីលើចំនួនកុំផ្ទិច

■ វិធីបូក និងវិធីដកចំនួនកុំផ្ទិច

ឧទាហរណ៍ គណនា ក. $(3+5i)+(4-2i)$ ខ. $(4+3i)-(10-2i)$ ។

ចម្លើយ ក. $(3+5i)+(4-2i) = (3+4)+(5-2)i = 7+3i$ ។

ខ. $(4+3i)-(10-2i) = (4-10)+(3+2)i = -6+5i$ ។

ដើម្បីបូក ឬដកចំនួនកុំផ្ទិចពីរ យើងបូក ឬ **ដកផ្នែកពិត និងផ្នែកពិត** ហើយ **ផ្នែកនិមិត្ត និងផ្នែកនិមិត្ត** ដាច់ដោយឡែកពីគ្នា ។

facebook.com/moeys.gov.kh

ជាទូទៅ $(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$

$(a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$ ។

■ វិធីគុណចំនួនកុំផ្ទិច

ឧទាហរណ៍ គណនា ក. $(2-i)(-\sqrt{-9})$ ខ. $(2-i)(4+3i)$ ។

ចម្លើយ ក. $(2-i)(-\sqrt{-9}) = (2-i)\cdot(-3i) = -6i+3i^2$

$= -6i-3 = -3-6i$ ។

ខ. $(2-i)(4+3i) = 8+6i-4i-3i^2$

$= 8-3(-1)+2i = 11+2i$ ។

ជាទូទៅ $(a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$ ។

ប្រតិបត្តិ ក. $(2+7i)+(4-3i)$ ខ. $(2-4i)-(1-i)$

គ. $(-6+5i)+(1+2i)$ ឃ. $(-6i)(i)(6i)$ ។

■ ចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់

ចំនួនកុំផ្ទិចពីរមានទម្រង់ $a+bi$ និង $a-bi$ ហៅថា **ចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់** ។ **ជាទូទៅ** ផលគុណចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នាមានទម្រង់ $(a+bi)(a-bi) = a^2-(bi)^2 = a^2-b^2i^2$

$= a^2-b^2(-1) = a^2+b^2$ ។

ឧទាហរណ៍

ចំនួនកុំផ្ទិច	ចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់	ផលគុណ
$4-5i$	$4+5i$	$4^2+5^2 = 41$
$1+2i$	$1-2i$	$1^2+2^2 = 5$
$-2 = -2+0i$	$-2 = -2-0i$	$(-2)^2+0^2 = 4$
$i = 0+i$ ។	$-i = 0-i$ ។	$0^2+1^2 = 1$ ។

ប្រតិបត្តិ គេមាន β ជាចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់នៃចំនួនកុំផ្ទិច α ។ បង្ហាញថា $\alpha+\beta$ និង $\alpha\beta$ ជាចំនួនពិតទាំងពីរ ។

facebook.com/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

■ វិធីចែកចំនួនកុំផ្ទិច

ឧទាហរណ៍ គណនា ក. $\frac{5}{3-2i}$ ខ. $\frac{2+3i}{4-2i}$ ។

ចម្លើយ ក. $\frac{5}{3-2i} = \frac{5(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}$ (គុណនឹងចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់នៃភាគបែង)

$= \frac{15+10i}{3^2+2^2} = \frac{15+10i}{13} = \frac{15}{13} + \frac{10}{13}i$ (ទម្រង់ស្តង់ដា) ។

ខ. $\frac{2+3i}{4-2i} = \frac{(2+3i)(4+2i)}{(4-2i)(4+2i)}$ (គុណនឹងចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់នៃភាគបែង)

$= \frac{8+4i+12i+6i^2}{4^2+2^2} = \frac{8+16i-6}{20} = \frac{2+16i}{20}$

$= \frac{1}{10} + \frac{4}{5}i$ ។

ដើម្បីរកផលចែកចំនួនកុំផ្ទិច $\frac{a+bi}{c+di}$ យើងត្រូវគុណភាគយកនិងភាគបែងជាមួយនឹង **ចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់** $c-di$ នៃភាគបែង ។ ផលគុណ $(c+di)(c-di) = c^2+d^2$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន ហើយ $c+di \neq 0$ ។

ជាទូទៅ ***ចំពោះ*** $c+di \neq 0$

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}\ i$$ ។

ប្រតិបត្តិ គណនាផលចែកខាងក្រោម :

ក. $\frac{3+2i}{i}$ ខ. $\frac{3}{2+\sqrt{-3}}$ គ. $\frac{3-4i}{-7-5i}$ ។

អនុវត្ត : តាង m ជាចំនួនពិត ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ $\frac{3+i}{1+i} + \frac{m-i}{1-i}$ ជាចំនួនពិត ។

ចម្លើយ $\frac{3+i}{1+i} + \frac{m-i}{1-i} = \frac{(3+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + \frac{(m-i)(1+i)}{(1+i)(1-i)}$

$= \frac{4-2i}{2} + \frac{m+1+(m-1)i}{2}$

$= \frac{m+5}{2} + \frac{m-3}{2}\ i$ ។

ដើម្បីឱ្យ $\frac{3+i}{1+i} + \frac{m-i}{1-i}$ ជាចំនួនពិត លុះត្រាតែផ្នែកនិមិត្ត $\frac{m-3}{2} = 0$ ។

ដូចនេះ $m-3 = 0$ ឬ $m = 3$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $m = 3$ នាំឱ្យ : $\frac{3+i}{1+i} + \frac{m-1}{1-i} = \frac{m+5}{2} + \frac{m-3}{2}\ i$

$= \frac{3+5}{2} + \frac{3-3}{2} = 4$ ។

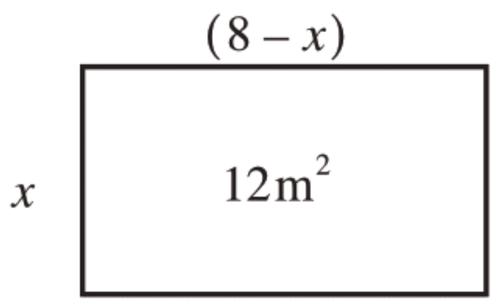
facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh

1.2 សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត

ក. និយមន័យ

ឧទាហរណ៍ 1 ទីធ្លាមួយមានរាងចតុកោណកែង ដែលមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $12m^2$ ហើយបរិមាត្រស្មើនឹង $16m$ ។ ចូររកប្រវែងទទឹងនៃទីធ្លានោះ ។

ចម្លើយ តាង x ជាទទឹងរបស់ទីធ្លានោះប្រវែង បណ្តាយទីធ្លាស្មើនឹង $\frac{16-2x}{2} = 8-x$ ។



តាមបម្រាប់នៃចំណោទ យើងបានសមីការ $x(8-x) = 12$ ។

ដោយពន្លាត និងបង្រួមលទ្ធផល គេបានសមីការ $x^2 - 8x + 12 = 0$ ដែលមានដឺក្រេទី 2 នៃអញ្ញាត x សមីការនេះហៅថា **សមីការដឺក្រេទី 2 នៃ x** ។

ឧទាហរណ៍ 2 សមីការ $x^2 - 3x - 4 = 0$

$x^2 + 8x = 0$, $3x^2 - 4x + 4 = 0$, $x^2 - 4 = 0$

ជា **សមីការដឺក្រេទី 2** មានមួយអញ្ញាត x ។

និយមន័យ សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត x មានរាង $ax^2 + bx + c = 0$ ដែលមានមេគុណ a , b និង c ជាចំនួនពិត ហើយ $a \neq 0$ ។

តម្លៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការហៅថាឫសនៃសមីការ ។ ដោះស្រាយសមីការ គឺរកឫសនៃសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា 2 និង 6 ជាឫសនៃសមីការ $x^2 - 8x + 12 = 0$ ។

ខ្លឹមបំណង

- កំណត់និយមន័យសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត
- ដោះស្រាយសមីការទី 2 តាមផលគុណកត្តា ។
- ដោះស្រាយសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^2 = b$ និង សមីការ $(x+b)^2 = n$
- ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 ដោយបំពេញជាការេទ្វេធា ។

ពាក្យគន្លឹះ

- សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត
- ផលគុណកត្តា
- រូបមន្តការេប្រាកដ
- ការេទ្វេធា

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

ចម្លើយ ចំពោះ $x = 2$: $2^2 - 8 \times 2 + 12 = 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ចំពោះ $x = 6$: $6^2 - 8 \times 6 + 12 = 0$

$0 = 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ប្រតិបត្តិ 1 តើសមីការណាខ្លះជាសមីការដឺក្រេទី 2 ក្នុងចំណោមសមីការខាងក្រោម :

ក. $x(x-2) = 3$ ខ. $3x^2 + x - 2 = x(3x-2)$ គ. $x^2 - 6 = 2x(1-x)$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចំពោះ $x = -2$, $x = 3$ តើតម្លៃមួយណាដែលជាឫសនៃសមីការ ខាងលើ ?

ខ. ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2

■ ដោះស្រាយសមីការតាមផលគុណកត្តា

នារីមានរូបទេសភាពមួយរាងចតុកោណកែងមានបណ្តោយ 16cm និងទទឹង12cm ។ នាងចង់បង្រួមរូបភាពនោះឱ្យត្រូវនឹងស៊ុមដែលមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងពាក់កណ្តាលផ្ទៃក្រឡារូបភាពដើម ។ តើនារីត្រូវថតបង្រួមបណ្តោយ និងទទឹងប៉ុន្មានដើម្បីឱ្យរូបភាពថ្មីត្រូវនឹងស៊ុម ។

តាង x ជាប្រវែងដែលត្រូវបង្រួមលើបណ្តោយ និងទទឹង ។

រូបភាពថ្មីមានបណ្តោយ $16 - x$ និងទទឹង $12 - x$ ។

ផ្ទៃក្រឡារូបទេសភាពដើមគឺ $16 \times 12 = 192\text{cm}^2$

ផ្ទៃក្រឡារូបភាពថ្មីស្មើនឹង $\frac{1}{2} \times 192 = 96\text{cm}^2$

ផ្ទៃក្រឡារូបភាពថ្មីគឺ $(16-x)(12-x) = \frac{1}{2} \times 192$ ។

យើងដោះស្រាយសមីការ

$(16-x)(12-x) = 96$, $x^2 - 28x + 96 = 0$

$x^2 - 24x - 4x + 96 = 0$, $x(x-24) - 4(x-24) = 0$

គេបាន $(x-24)(x-4) = 0$

$x - 24 = 0 \Rightarrow x = 24$ ឬ $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

$x = 4$ ជាចម្លើយ ។

នារីមិនអាចបង្រួមទំហំរូប 24cm បានទេ ព្រោះបណ្តោយរូបដើមស្មើ 16cm និងទទឹងស្មើនឹង 12cm ។

ដូចនេះ 24 មិនមែនជាចម្លើយទេ។ នារីអាចបង្រួមទទឹង និងបណ្តាយរូបបានចំនួន $4cm$ ។

យើងបានបណ្តាយ $16-4=12\text{cm}$ និងទទឹង $12-4=8\text{cm}$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $(16-x)(12-x)=96$ ជំនួស $x=4$ គេបាន

$(16-4)(12-4)=96$ ឬ $12\times 8=96$

$96=96$ ពិត ។

ជាទូទៅ **ផលគុណនៃពីរកត្តា** ស្មើនឹងសូន្យ លុះត្រាតែកត្តាណាមួយស្មើនឹងសូន្យ ។

$A\times B=0$ លុះត្រាតែ $A=0$ ឬ $B=0$ ។

ឧទាហរណ៍ ដោះស្រាយសមីការ ក. $x^2-2x-8=0$ ខ. $x(x-2)=35$ ។

ចម្លើយ ក. គេបាន : $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$

$x+2=0$ ឬ $x-4=0$

$x=-2$ ឬ $x=4$ ។

សមីការមានឫសពីរគឺ $x=-2$, 4 ។

ខ. គេបាន : $x^2-2x=35$

$x^2-2x-35=0$

$(x-7)(x+5)=0$

$x-7=0$ ឬ $x+5=0$

$x=7$ ឬ $x=-5$ ។

សមីការមានឫសពីរគឺ $x=7$, -5 ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $5x^2-45=0$

ខ. $(x-4)(x+1)=-4$

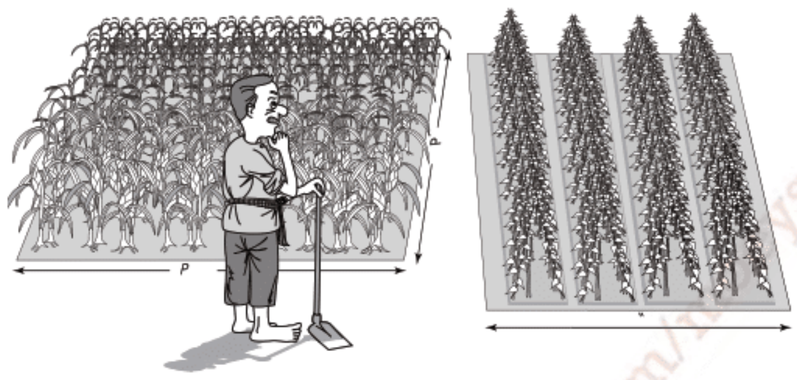
គ. $9x^2+12=3+12x+5x^2$

ឃ. $6x^2+5x-4=0$

ង. $(3x-1)^2-25x^2=0$

ច. $8x^2+x-1=3x^2-2x+1$ ។

■ ដោះស្រាយសមីការតាមលក្ខណៈប្ងសការេ



ពូសុខមានដីចម្ការពោតមួយកន្លែងរាងចតុកោណកែង ដែលមានបណ្តោយប្រវែង 80m និងទទឹង 45m ។ គាត់ទិញដីមួយកន្លែងទៀតរាងការេធ្វើចម្ការសណ្តែក ហើយមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡាចម្ការពោតដែរ ។

តើដីចម្ការក្រោយនេះត្រូវមានជ្រុងប្រវែងប៉ុន្មាន?

តាង x ជាប្រវែងជ្រុងដីចម្ការសណ្តែករាងការេ $(x > 0)$

ផ្ទៃក្រឡាដីរាងចតុកោណកែងស្មើផ្ទៃក្រឡាដីរាងការេ គេបាន $x^2 = 45 \times 80 = 3600\text{m}^2$

$x^2 = 3600$ នាំឱ្យ $x = \pm\sqrt{3600} = \pm 60$ ។

ដោយ $x > 0$ នាំឱ្យ $x = 60\text{m}$ ។

ដូចនេះ ចម្ការរាងការេនោះត្រូវមានជ្រុងប្រវែង 60m ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2 - 6x + 9 = 16$ ខ. $(2x+1)^2 = 5$ ។

ចម្លើយ

ក. $x^2 - 6x + 9 = 16$

$(x-3)^2 = 16$

$x - 3 = \pm\sqrt{16}$

$x - 3 = 4$ ឬ $x - 3 = -4$

$x = 7$ ឬ $x = -1$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ

$x = 7, -1$ ។

ខ. $(2x+1)^2 = 5$

$2x + 1 = \pm\sqrt{5}$

$2x = -1 \pm \sqrt{5}$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

ដូចនេះសមីការមានចម្លើយ

$x = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ។

ជាទូទៅ សមីការ $x^2 = b$ ដែល b ជាចំនួនវិជ្ជមាន មានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x = \sqrt{b}$, $-\sqrt{b}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2+9=0$ ខ. $2(3x-5)^2+32=0$ ។

ចម្លើយ ក. $x^2+9=0$

$x^2=-9$

$x=\pm\sqrt{-9}=\pm\sqrt{9}i$

$x=\pm3i$ ។

ខ. $2(3x-5)^2+32=0$

$(3x-5)^2=-16$

$3x-5=\pm\sqrt{-16}=\pm\sqrt{16}i=\pm4i$

$x=\dfrac{5\pm4i}{3}$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម តាមលក្ខណៈប្ងសការេ ។

ក. $(x-2)^2=10$ ខ. $3(5x+4)^2-81=0$

គ. $(y-3)^2=-5$ ឃ. $7+25(2y+3)^2=0$ ។

■ ដោះស្រាយសមីការដោយបំពេញជាការេ

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយសមីការ $x^2+6x=7$ ។

ចម្លើយ គេត្រូវដាក់អង្គខាងឆ្វេងនៃសមីការជាការេទ្វេធា ដោយយកមេគុណ 6 នៃ x ចែកនឹង 2 រួចលើកជាការេ បន្ទាប់មកបូកលើអង្គទាំងពីរនៃសមីការ ។

គេបាន $x^2+6x+\left(\dfrac{6}{2}\right)^2=7+\left(\dfrac{6}{2}\right)^2$

$x^2+6x+9=7+9$

$(x+3)^2=16$

$x+3=\pm\sqrt{16}=\pm4$

ដូចនេះ $x+3=4$ ឬ $x+3=-4$

$x=1,-7$ ជាប្ងសនៃសមីការ ។

ជាទូទៅ ដើម្បីបំពេញជា **ការេទ្វេធា** ចំពោះកន្សោម x^2+bx គេបូកនឹង $\left(\dfrac{b}{2}\right)^2$ ដែលជាការេនៃពាក់កណ្តាល មេគុណនៃ x ។ ហើយគេបាន $x^2+bx+\left(\dfrac{b}{2}\right)^2=\left(x+\dfrac{b}{2}\right)^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2+4x+5=0$ ខ. $3x^2-5x-4=0$ ។

ចម្លើយ ក. $x^2+4x+5=0$

$x^2+4x=-5$

$x^2+4x+4=-5+4$

$(x+2)^2=-1$

$x+2=\pm\sqrt{-1}=\pm i$

$x+2=\pm i$

ដូចនេះ $x=-2\pm i$ ។

ខ. $3x^2-5x-4=0$

$3x^2-5x=4$

$x^2-\frac{5}{3}x=\frac{4}{3}$

$x^2-\frac{5}{3}x+\left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{4}{3}+\frac{25}{36}$

$\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{73}{36}$

$x-\frac{5}{6}=\pm\frac{\sqrt{73}}{6}$

$x=\frac{5}{6}\pm\frac{\sqrt{73}}{6}$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ដោយបំពេញជាការេ ។

ក. $x^2+5x+2=0$ ខ. $x(2x+3)=6$ គ. $3x^2-2x+1=0$

ឃ. $x^2-10x+25=0$ ង. $2x^2-x-2=0$ ច. $x^2-4x+8=0$ ។

1.3 រូបមន្តសមីការដឺក្រេទី 2

ក. ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត

ដោះស្រាយសមីការ $ax^2+bx+c=0$

ដើម្បីឱ្យបានមេគុណ x^2 ស្មើនឹង 1 គេចែកអង្គទាំងពីរនឹង a ។

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

លើក $\frac{c}{a}$ ទៅអង្គទី 2 យើងបាន

$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

បូក $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ លើអង្គទាំងពីរ

$x^2+\frac{b}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

វត្ថុបំណង

- ប្រើរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី 2 ក្នុងការរកឫសសមីការ ។
- កំណត់តម្លៃឫសសមីការតាមតម្លៃឌីសគ្រីមីណង់ Δ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ឌីសគ្រីមីណង់
- ឫសឌុប

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

ដូចនេះ $x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

គេបានឫសនៃសមីការដឺក្រេទី 2 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ហៅថារូបមន្តឫសនៃសមីការដឺក្រេទី 2 ។

កន្សោម $\Delta=b^2-4ac$ ហៅថាឌីសគ្រីមីណង់នៃសមីការដឺក្រេទី 2 ។

ជាទូទៅ ចម្លើយនៃសមីការ $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$

តាមឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=b^2-4ac$

(1) ចំពោះ $\Delta>0$ នោះសមីការមានឫសពីរជា **ចំនួនពិតផ្សេងគ្នា**

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ។

(2) ចំពោះ $\Delta=0$ នោះសមីការមាន**ឫសឌុប** $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$ ។

(3) ចំពោះ $\Delta<0$ នោះសមីការមានឫសពីរជាចំនួន **កុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នាគឺ**

$x_1=\frac{-b+\sqrt{-\Delta}i}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{-\Delta}i}{2a}$ ។

តាម (1) និង (2) យើងបាន $\Delta\geq 0$ សមីការមានឫសជា **ចំនួនពិត** ។

សម្គាល់ ក្នុងសមីការ $ax^2+bx+c=0$ បើ b ជាចំនួនគូ នោះ $b=2b'$ ។ ដូចនេះ សមីការមានទម្រង់ $ax^2+2b'x+c=0$ ដែលមាន $\Delta=4b'^2-4ac=4(b'^2-ac)$ ។

ក្នុងករណីនេះ ដើម្បីដោះស្រាយសមីការ គេគណនាតាម $\Delta'=b'^2-ac$ ។ ឫសនៃសមីការកំណត់ដូចខាងក្រោម :

- បើ $\Delta'>0$ សមីការមានឫសពិតពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$, $x_2=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$ ។
- បើ $\Delta'=0$ សមីការមានឫសឌុប $x_1=x_2=-\frac{b'}{a}$ ។
- បើ $\Delta'<0$ សមីការមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នា គឺ $x_1=\frac{-b'+\sqrt{-\Delta'}i}{a}$, $x_2=\frac{-b'-\sqrt{-\Delta'}i}{a}$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមដោយប្រើរូបមន្ត :

ក. $9x^2-12x+4=0$ ខ. $2x^2-4x+5=0$ ។

ចម្លើយ ក. $9x^2-12x+4=0$

តាមរូបមន្តសមីការដឺក្រេទី 2 គេបាន

$x = \dfrac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(9)(4)}}{2 \times 9} = \dfrac{12 \pm \sqrt{0}}{18} = \dfrac{12}{18} = \dfrac{2}{3}$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = \dfrac{2}{3}$ ។

ខ. $2x^2 - 4x + 5 = 0$

តាមរូបមន្ត សមីការដឺក្រេទី 2 គេបាន :

$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(5)}}{2(2)} = \dfrac{4 \pm \sqrt{-24}}{4}$

$= \dfrac{4 \pm 2\sqrt{6}i}{4} = \dfrac{2 \pm \sqrt{6}i}{2}$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយពីរគឺ $x = \dfrac{2 + \sqrt{6}i}{2}$, $x = \dfrac{2 - \sqrt{6}i}{2}$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមដោយប្រើរូបមន្ត :

ក. $x^2 - 6x - 7 = 0$ ខ. $3x^2 - 5x + 1 = 0$

គ. $3x^2 + 2x + 1 = 0$ ឃ. $4x^2 + 3x + 2 = 0$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ប្រើឌីសគ្រីមីណង់ ដើម្បីកំណត់ប្រភេទចម្លើយនៃសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2 - 2x + 1 = 0$ ខ. $2x^2 + 5x - 4 = 0$

គ. $16x^2 - 40x + 25 = 0$ ឃ. $5x^2 - 3x + 4 = 0$ ។

ចម្លើយ ក. $x^2 - 2x + 1 = 0$ មាន $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$ ។

គេបាន $\Delta' = b'^2 - ac = (-1)^2 - (1)(1) = 0$ ។ $\Delta' = 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសឌុប ។

ខ. $2x^2 + 5x - 4 = 0$ មាន $a = 2$, $b = 5$, $c = -4$ ។

គេបាន $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(2)(-4) = 57 > 0$

$\Delta > 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរជាចំនួនពិតផ្សេងគ្នា ។

គ. $16x^2 - 40x + 25$ មាន $a = 16$, $b = -40$, $c = 25$ ។

គេបាន $\Delta' = b'^2 - ac = (-20)^2 - (16)(25) = 0$ ។

$\Delta = 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសឌុប ។

ឃ. $5x^2 - 3x + 4$ មាន $a = 5$, $b = -3$, $c = 4$ ។

គេបាន $\Delta = (-3)^2 - 4(5)(4) = -71 < 0$ ។

ដូចនេះសមីការមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នា ។

facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ប្រតិបត្តិ 2 ប្រើឌីសគ្រីមីណង់ ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2 - 10x + 21 = 0$ ខ. $2y^2 + 12y + 19 = 0$

គ. $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 = 0$ ឃ. $y^2 - 20y + 51 = 0$ ។

អនុវត្ត ដោះស្រាយសមីការ $x^2 + (m-8)x + m = 0$ ទៅតាមតម្លៃ m ។ ចំពោះ $m = 0$, $m = 2$, $m = 4$, $m = 8$ ។

ចម្លើយ $x^2 + (m-8)x + m = 0$ (1)

- ចំពោះ $m = 0$ សមីការ (1) ទៅជា $x^2 - 8x = 0$ ។

  $x^2 - 8x = 0$ ឬ $x(x-8) = 0$ ឬ $x = 0$, $x - 8 = 0 \Rightarrow x = 0$, $x = 8$ ។

- ចំពោះ $m = 2$ សមីការ (1) ទៅជា $x^2 - 6x + 2 = 0$ គេបាន $\Delta' = (3)^2 - 2 = 7 > 0$

  $\Rightarrow x = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = 3 \pm \sqrt{7}$ ។

- ចំពោះ $m = 4$ សមីការ (1) ទៅជា $x^2 - 4x + 4 = 0$ ឬ $(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$ ។

- ចំពោះ $m = 8$ សមីការ Δ ទៅជា $x^2 + 8 = 0$ ឬ $x^2 = -8$

  នាំឱ្យ $x = \pm\sqrt{-8} = \pm\sqrt{8}i = \pm 2\sqrt{2}i$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 រកតម្លៃ k នាំឱ្យសមីការ $x^2 - kx + 9 = 0$ មានឫសឌុប ។ គណនាឫសឌុបនោះ ។

ចម្លើយ សមីការមានឫសឌុប $\Leftrightarrow \Delta = 0$ ។

$\Delta = b^2 - 4ac = (-k)^2 - 4(9) = k^2 - 36 = 0$

$k^2 - 36 = 0 \Rightarrow k^2 = 36$ ឬ $k = \pm\sqrt{36} = \pm 6$ ។

បើ $k = 6$ សមីការទៅជា $x^2 - 6x + 9 = 0$ ឬ $(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$ ។

បើ $k = -6$ សមីការទៅជា $x^2 + 6x + 9 = 0$ ឬ $(x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$ ។

ដូចនេះ $k = 6 \Rightarrow x = 3$ និង $k = -6 \Rightarrow x = -3$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 ក. រកតម្លៃ a ដែលនាំឱ្យសមីការ $(a-2)x^2 + (3a-6)x + 2a - 3 = 0$ មានឫសឌុប ហើយរកតម្លៃឫសឌុបនោះ ។

ខ. រកតម្លៃ k ដែលនាំឱ្យសមីការ $4x^2 - 2kx + k + 3 = 0$ មានឫសឌុប ។ ចូររកឫសឌុបនោះ ។

1.4 ទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណ

ក. គណនាផលបូក និងផលគុណឫស

គេមានសមីការ $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ ។ បើ α និង β ជាឫសពីរនៃសមីការដឺក្រេទី 2 នោះ

$\alpha=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, $\beta=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ។

យើងបាន

$\alpha+\beta=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}+\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=-\dfrac{b}{a}$ ។

$\alpha\beta=\left(\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=\dfrac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}=\dfrac{c}{a}$ ។

ជាទូទៅ ទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណនៃសមីការដឺក្រេទី 2

បើ α និង β ជាឫសពីរនៃសមីការដឺក្រេទី 2

$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$

នោះ $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$ ។

វត្ថុបំណង

- រកផលបូក និងផលគុណឫសនៃសមីការដឺក្រេទី 2 តាមលេខមេគុណនៃសមីការ
- សរសេរសមីការដឺក្រេទី 2 ដោយស្គាល់ឫស ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ផលបូកឫស
- ផលគុណឫស
- កន្សោមដឺក្រេទី 2

ឧទាហរណ៍ 1 រកផលបូក និងផលគុណឫសនៃសមីការ :

ក. $x^2-13x+42=0$ ខ. $2x^2+3x-7=0$ ។

ចម្លើយ ក. គេបាន $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=13$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}=42$ ។

ខ. គេបាន $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{3}{2}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}=-\dfrac{7}{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេតាង α និង β ជាឫសពីរនៃសមីការ $2x^2-3x-4=0$ ។ ចូររកតម្លៃកន្សោមខាងស្តាំ : ក. $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$ ខ. $\alpha^2+\beta^2$ ។

ចម្លើយ សមីការ (1) មាន $\alpha+\beta=\dfrac{3}{2}$ និង $\alpha\beta=-2$ ។

ក. $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{\frac{3}{2}}{-2}=-\dfrac{3}{4}$ ។

ខ. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-2(-2)=\dfrac{25}{4}$ ។

facebook.com/groups/krou.moeys.gov.kh
www.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ សមីការ $2x^2+8x+3=0$ មានឫស α និង β ។ គណនា :

ក. $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$ ខ. $\alpha^2+\beta^2$ ។

ខ. អនុវត្តចំពោះផលបូក និងផលគុណឫស

ក. មុខាគណនាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី 2 ងាយ

ក្នុងសមីការ $x^2-5x+6=0$ គេបាន $x^2-5x+6=0$

$2+3$ 2×3

សមីការនេះមានផលបូកឫសស្មើនឹង 5 និងផលគុណឫសស្មើនឹង 6 ។ ដូចនេះឫសទាំងពីរគឺ 2 និង 3 ។

ខ. ដោយស្គាល់ឫសមួយគេអាចទាញរកឫសមួយទៀត

ក្នុងសមីការ $ax^2+bx+c=0$ ។ បើ $x=1$ គេបាន $a+b+c=0$ ។

បើ $x=-1$ គេបាន $a-b+c=0$ ។ ដូចនេះ

- បើ $a+b+c=0$ សមីការ $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ មានឫស $x_1=1$ និង $x_2=\frac{c}{a}$ ។
- បើ $a-b+c=0$ សមីការ $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ មានឫស $x_1=-1$ និង $x_2=-\frac{c}{a}$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 រកឫសនៃសមីការ $2x^2+7x-9=0$ ។

ចម្លើយ គេឃើញថា $a+b+c=2+7-9=0$ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x_1=1$ និង $x_2=\frac{c}{a}=-\frac{9}{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 រកឫសនៃសមីការ $5x^2-3x-8=0$ ។

ចម្លើយ គេពិនិត្យឃើញថា $a-b+c=5+3-8=0$ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x_1=-1$ និង $x_2=-\frac{c}{a}=\frac{8}{5}$ ។

ប្រតិបត្តិ ក. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{4}{x-2}-\frac{x-3}{x+4}=0$ ។

ខ. គេមានសមីការ $-x^2+x+a=0$ ។

កំណត់តម្លៃ a ដោយដឹងថា $x=-1$ ជាឫសមួយនៃសមីការ ។ រកឫសមួយទៀតនៃសមីការ ។

គ. ការដាក់កន្សោមដឺក្រេទី 2 ជាផលគុណកត្តា

គេមានសមីការ $ax^2+bx+c=0$ ដែលមាន α និង β ជាឫស។ គេបានតាមទំនាក់ទំនងឫស និងមេគុណ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ ។

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}\right)$$
$$=a[x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta]$$
$$=a(x-\alpha)(x-\beta)\ ។$$

ជាទូទៅ បើសមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា α និង β នោះកន្សោមដឺក្រេទី 2 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$ ។

សម្គាល់ ក្នុងករណីដែលសមីការដឺក្រេទី 2 មានឫសឌុបនោះគេបាន $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី 2 $6x^2+13x-5$ ជាផលគុណកត្តា។

ចម្លើយ គេដោះស្រាយសមីការ $6x^2+13x-5=0$ នោះគេបានឫស $x_1=\frac{1}{3}$ និង $x_2=-\frac{5}{2}$ ។

គេបាន $6x^2+13x-5=6\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left[x-\left(-\frac{5}{2}\right)\right]$

$$=6\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(x+\frac{5}{2}\right)=(3x-1)(2x+5)\ ។$$

ឧទាហរណ៍ 2 ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី 2 ខាងក្រោមនេះជាផលគុណកត្តា

ក. $2x^2-3x-1$ ខ. x^2-2x+5 ។

ចម្លើយ ក. បើគេដោះស្រាយសមីការ $2x^2-3x-1=0$ នោះគេបានឫស $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ ។

ដូចនេះ $2x^2-3x-1=2\left(x-\frac{3+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{17}}{4}\right)$ ។

ខ. បើគេដោះស្រាយសមីការ $x^2-2x+5=0$ នោះគេបានឫស $x=1\pm2i$ ។

ដូចនេះ $x^2-2x+5=[x-(1+2i)][x-(1-2i)]=(x-1-2i)(x-1+2i)$ ។

ប្រតិបត្តិ ដាក់កន្សោមដឺក្រេទី 2 ខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា។

ក. $2x^2+x-21$ ខ. $2x^2-11x+12$

គ. x^2+2x-1 ឃ. $2x^2-3x+2$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

ឃ. បង្កើតសមីការដឺក្រេទី 2ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណប្ញស

សមីការដឺក្រេទី 2 ដែលមានប្ញស α និង β មានរាង $(x-\alpha)(x-\beta)=0$

ឬ $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ ។ ដូចនេះ សមីការនេះមានរាង $x^2-Sx+P=0$ ។

ជាទូទៅ សមីការដឺក្រេទី 2 ដែល α និង β ជាប្ញស

ហើយ $\alpha+\beta=S$ និង $\alpha\beta=P$ មានរាង $x^2-Sx+P=0$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 រកសមីការដឺក្រេទី2 ដែលមានប្ញស $\alpha=3+2\sqrt{2}$, $\beta=3-2\sqrt{2}$ ។

ចម្លើយ គេបាន $S=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=6$ និង $P=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=9-8=1$ ។

ដូចនេះ សមីការនោះគឺ $x^2-6x+1=0$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានសមីការ $x^2-3x+4=0$ ដែលមាន α និង β ជាប្ញស។ ចូររកសមីការ

ដែលមានប្ញស α^2 និង β^2 ។

ចម្លើយ សមីការ $x^2-3x+4=0$ ផលបូកប្ញសមាន $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=3$ និងផលគុណប្ញស

$\alpha\beta=\frac{c}{a}=4$ ។

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\times4=1$

$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=4^2=16$ ។

ដូចនេះ សមីការដែលមានប្ញស α^2, β^2 មានទម្រង់ $x^2-x+16=0$ ។

ប្រតិបត្តិ សមីការ $x^2-2x+7=0$ មានប្ញស α និង β ។

រកសមីការដឺក្រេទី 2 ដែលមានប្ញស $\alpha+2$ និង $\beta+2$ ។

អនុវត្ត រកពីរចំនួនដោយស្គាល់ផលបូកស្មើនឹង 20 និងផលគុណស្មើនឹង 51 ។

ចម្លើយ បើ x_1 និង x_2 ជាចំនួនទាំងពីរនោះ $\begin{cases}x_1+x_2=20\\x_1x_2=51\end{cases}$

គេបាន $S=20$, $P=51$ ។

ដើម្បីរកចំនួននោះ គេត្រូវដោះស្រាយសមីការ

$x^2-20x+51=0$, $\Delta'=49>0$

$x_1=10-7=3$, $x_2=10+7=17$

ដូចនេះ ចំនួនទាំងពីរនោះគឺ 3 និង 17 ។

facebook.com/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

1.5 អនុវត្តសមីការដឺក្រេទី2 មានមួយអញ្ញាត

វត្ថុបំណង

ប្រើវិធីផ្សេងៗដើម្បីដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមីការដឺក្រេទី2 មានមួយអញ្ញាត ។

ពាក្យគន្លឹះ

វិធានដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី2

គេប្រើដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2សម្រាប់ដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី 2 ទៅតាមជំហានដូចក្នុងដំណោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី1 ដែរ ។

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានពីរចំនួនដែលមានផលដកស្មើនឹង 8 និងផលគុណចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 128 ។ គណនាចំនួនទាំងពីរនោះ ។

ចម្លើយ តាង x ជាចំនួនមួយ នោះ $x+8$ ជាចំនួនមួយទៀត ។ ផលគុណចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 128

គេបាន $x(x+8) = 128$ ឬ $x^2+8x-128 = 0$

ដោះស្រាយសមីការនេះ គេបាន $x_1 = 8$; $x_2 = -16$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ បើ $x = 8$, $x+8 = 16$ គេបាន $x(x+8) = 8\times 16 = 128$ ។

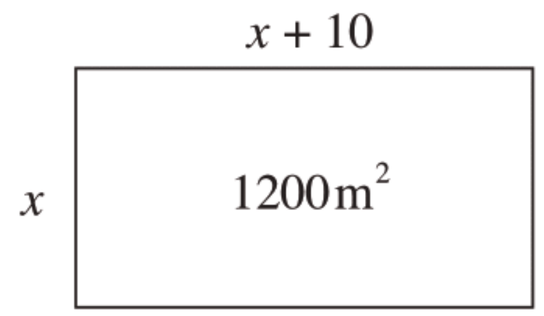
បើ $x = -16$, $x+8 = -16+8 = -8$

គេបាន $x(x+8) = -16(-8) = 128$ ពិត ។

ដូចនេះ ចំណោទមានចម្លើយពីរគឺ $(8,\ 16)$, $(-16,\ -8)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ចម្ការមួយមានរាងចតុកោណកែង មានបណ្តោយលើសទទឹង 10m ។ គេចង់សង់របងព័ទ្ធជុំវិញចម្ការនោះ ។ រកប្រវែងរបង បើចម្ការនោះមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង 1200m^2 ។

ចម្លើយ តាង x ជាទទឹង នោះបណ្តោយគឺ $x+10$ ។



គេបាន $x(x+10) = 1200\text{m}^2$ ឬ $x^2+10x-1200 = 0$

ដោះស្រាយសមីការ គេបាន $x_1 = -40$; $x_2 = 30$ ។

ដោយជ្រុងចម្ការយកតម្លៃវិជ្ជមាន ដូចនេះ $x = 30$ ។

គេបានបណ្តោយ $x+10 = 30+10 = 40\text{m}$ ។

ប្រវែងរបង $(30+40)\times 2 = 140\text{m}$ ។

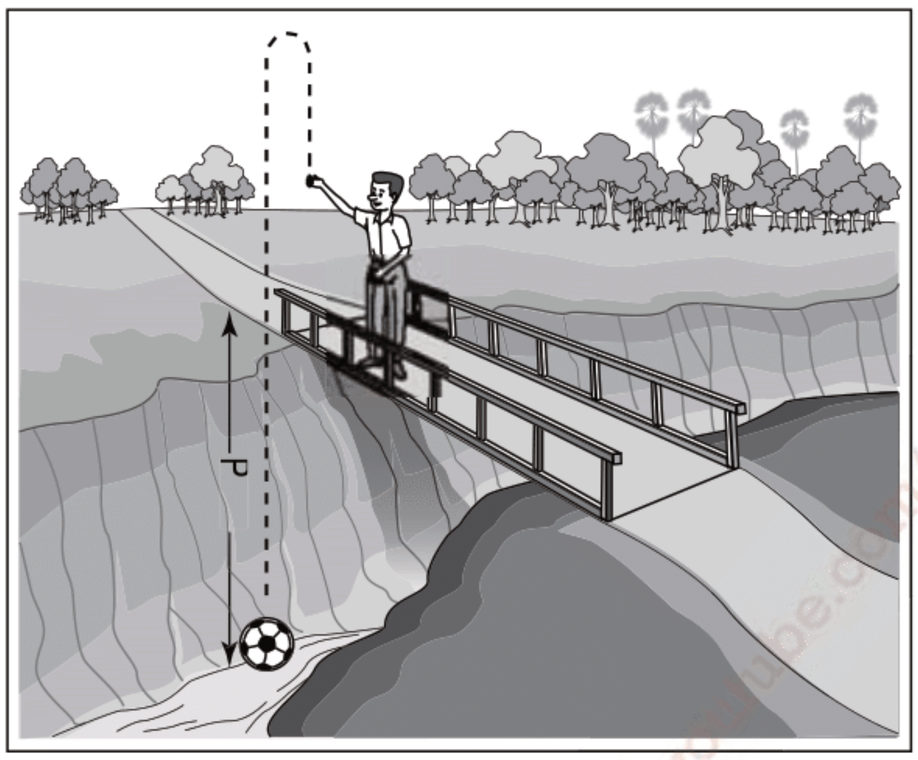
ផ្ទៀងផ្ទាត់ ផ្ទៃក្រឡា $30\text{m}\times 40\text{m} = 1200\text{m}^2$ ត្រឹមត្រូវ ។

ដូចនេះ របងចម្ការត្រូវមានប្រវែង 140m ។

facebook.com/groups/... youtube.com/moeys kh.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ 3 បុរសម្នាក់បោះបាល់ពីលើស្ពានទៅក្នុងទឹកស្ទឹងមួយ តាមទិសឈរដូចរូបខាងស្តាំ។ កម្ពស់ h (គិតជា m) បាល់ដែលបោះក្នុងរយៈពេល t (គិតជាវិនាទី) ឱ្យសមីការ

$h = -5t^2 + 40t + 50 \quad , \ t \geq 0$ ។



ក. រកឃើញ:ពេលដែលបាល់បោះធ្លាក់ពីស្ពានទៅផ្ទៃទឹកដែលមានកម្ពស់ 50m ។

ខ. រកឃើញ:ពេលដែលបាល់ធ្លាក់ប៉ះនឹងផ្ទៃទឹក ។

ចម្លើយ ក. រយៈពេលដែលបាល់ធ្លាក់ចុះកម្ពស់ 50m ពីស្ពានទៅទឹក ជាឫសរបស់សមីការ :

$$-5t^2 + 40t + 50 = 50 \qquad \text{ឬ} \quad -5t^2 + 40t = 0 \quad \text{ឬ} \quad 5t^2 - 40t = 0$$

$$\text{ឬ} \quad 5t(t-8) = 0 \Rightarrow t = 0 \ \text{ឬ} \ t - 8 = 0 \Rightarrow t = 8 \ \text{វិនាទី ។}$$

$t = 0$ ជារយៈពេលដែលបាល់ធ្លាក់ចុះមកដល់ត្រឹមស្ពាន មិនមែនជាចម្លើយ ។

ដូចនេះបាល់ធ្លាក់ចុះពីស្ពានដល់ទឹកកម្ពស់ 50m ក្នុងរយៈពេល 8 វិនាទី ។

ខ. កាលណាបាល់ធ្លាក់ចុះដល់ទឹក គេបានកម្ពស់ $h = 0$

ដូចនេះ $-5t^2 + 40t + 50 = 0$ ឬ $5t^2 - 40t - 50 = 0$

$$t^2 - 8t - 10 = 0$$

$\Delta' = 4^2 - (-10) = 26 \quad , \quad \sqrt{\Delta'} = \sqrt{26}$

$t = \dfrac{4 \pm \sqrt{26}}{8} = 4 \pm \sqrt{26}$ ។ ដោយ $t \geq 0$

ដូចនេះ បាល់ធ្លាក់មកដល់ដីក្នុងរយៈពេល $4 + \sqrt{26} = 9.099$ វិនាទី ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

មេរៀនសង្ខេប

ចំនួនកុំផ្ទិច

- ឯកតានិមិត្ត តាងដោយ i ដែល $i = \sqrt{-1}$ ហើយ $i^2 = -1$ ។
- ឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន $-a$ គឺ $\sqrt{-a} = \sqrt{a(-1)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{a}i$ ។
- និយមន័យចំនួនកុំផ្ទិច : ចំនួនកុំផ្ទិច ជាចំនួនដែលសរសេរក្នុងទម្រង់ $a+bi$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

  បើ $b = 0$ នោះចំនួន $a+bi = a+0i = a$ ជាចំនួនពិត ។

  បើ $b \neq 0$ នោះចំនួន $a+bi$ ជាចំនួននិមិត្ត ។
- ចំនួនកុំផ្ទិចស្មើគ្នា

  ចំនួនកុំផ្ទិច $a+bi$ ស្មើនឹង $c+di$ លុះត្រាតែ $a = c$ និង $b = d$ ។

■ ប្រមាណវិធីលើចំនួនកុំផ្ទិច

- ប្រមាណវិធីបូក : $(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$
- ប្រមាណវិធីដក : $(a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$
- ប្រមាណវិធីគុណ : $(a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$
- ប្រមាណវិធីចែក : ចំពោះ $c+di \neq 0$

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}\ i$$

- ចំនួនកុំផ្ទិច $a+bi$ និង $a-bi$ ហៅថា ចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នា ។

សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត

សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាតជាសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^2+bx+c = 0$, $a \neq 0$ ។

វិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាតមាន :

1. ដោះស្រាយតាមផលគុណកត្តា : បើ $A \times B = 0$ នោះ $A = 0$ ឬ $B = 0$ ។
2. ដោះស្រាយតាមលក្ខណៈឫសការេ : b ជាចំនួនពិត បើ : $x^2 = b$ នោះ $x = \pm\sqrt{b}$ ។
3. ដោះស្រាយតាមការបំពេញជាការេទ្វេធា : $x^2+bx+\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x+\frac{b}{2}\right)^2$ ។

www.moeys.gov.kh
www.youtube.com/moeys
facebook.com/

4. ដោះស្រាយតាមរូបមន្តដីក្រែទី 2 : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

5. ដោះស្រាយតាមឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta = b^2 - 4ac$ ។

- $\Delta > 0$ សមីការមានឫសពីរ $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta = 0$ សមីការមានឫសឌុប $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{a}$
- $\Delta < 0$ សមីការមានឫសជាចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នាគឺ $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{-\Delta}i}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{-\Delta}i}{2a}$ ។

6. ទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណនៃសមីការដីក្រែទី 2 :

បើ α និង β ជាឫសរបស់សមីការ $ax^2 + bx + c = 0$

- នោះផលបូកឫស $S = \alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}$ ផលគុណឫស $P = \alpha\beta = \dfrac{c}{a}$ ។
- $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ ។
- គេអាចបង្កើតសមីការដោយស្គាល់ផលបូក S និងផលគុណឫស P គឺ $x^2 - Sx + P = 0$ ។

លំហាត់

1. គណនាកន្សោមខាងក្រោម ៖

ក. $3 - i - 4 - \sqrt{-9}$ ខ. $\dfrac{-4 - \sqrt{-12}}{2}$ គ. $\sqrt{-24}\left(\sqrt{-\dfrac{4}{9}} + \sqrt{-\dfrac{1}{4}}\right)$ ។

2. កំណត់តម្លៃ a និង b នៃសមភាពខាងក្រោម :

ក. $-8 + 6i = a + bi$ ខ. $a + bi + (\sqrt{4} - \sqrt{-16}) = -1 - 6i$

គ. $(2a + 1) + (2b + 3)i = 5 + 12i$ ឃ. $\dfrac{a + bi}{3 + 2i} = \dfrac{8}{13} + \dfrac{12}{13}i$ ។

3. គណនា

ក. $15i - (3 - 25i) + \sqrt{-81}$ ខ. $(-1 + i) - \sqrt{2} - \sqrt{-2}$ គ. $(3 - 4i)^2$

ឃ. $(2 + i)^3$ ង. $\dfrac{2 + 3i}{2 - 3i} + \dfrac{i}{1 - i}$ ច. $2i\left(\dfrac{i + 1}{2i - 1} - \dfrac{3i}{i + 2}\right)$ ។

4. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $(x - 1)^2 - 8(x - 1) = 0$ ខ. $\left(y + \dfrac{5}{8}\right)^2 + \dfrac{49}{16} = 0$

គ. $5\sqrt{5}x^2 - 10x + \sqrt{5} = 0$ ឃ. $\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{2}{3}x + \dfrac{5}{6} = 0$

ង. $3iy^2 - y + 2i = 0$ ច. $(x - 1)^2 + 4(x - 1)(x - 3) - 2(2x - 3) = 0$ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh

5. គេមានសមីការ $x^2 - x + 8 = 0$ ដែលមានឫស α និង β ។

គណនា : ក. $\dfrac{\beta}{1+\alpha^2} + \dfrac{\alpha}{1+\beta^2}$

ខ. $\alpha^4 + \beta^4$ ។

6. គេមាន α និង β ជាឫសពីររបស់សមីការខាងក្រោម :

ក. $(x-8)(x-9) + (x-10)(x-12) = 0$ ។

គណនា $2(11-\alpha)(11-\beta)$ ។

ខ. $x(x+1) + (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) + (x+3)(x+1) = 0$ ។

គណនា $(\alpha+2)(\beta+2)$ ។

7. ពួសុខមានចម្ការមួយរាងចតុកោណកែងមានទទឹងស្មើនឹង 12m និងបណ្តោយស្មើនឹង 16m ។ គាត់ចង់ធ្វើផ្លូវមួយជុំវិញក្នុងចម្ការនោះ ដោយឱ្យទទឹងផ្លូវមានប្រវែងស្មើៗគ្នា ហើយផ្ទៃក្រឡាដីដែលនៅសល់ពីធ្វើផ្លូវស្មើនឹងពាក់កណ្តាលផ្ទៃក្រឡាចម្ការទាំងមូល ។ តើពួសុខត្រូវយកទទឹងផ្លូវប្រវែងប៉ុន្មាន ?

8. គេបោះបាល់មួយពីកំពូលអាគារតាមទិសឈរ ។ រយៈពេល t វិនាទីក្រោយមក បាល់មានកម្ពស់ $-5t^2 + 30t + 35$ ម៉ែត្រពីដី ។

ក. រកកម្ពស់អាគារនោះ ។

ខ. រករយៈពេលដែលបាល់ទៅហួសអាគាររួចធ្លាក់ចុះមកវិញ ។

គ. រករយៈពេលដែលបាល់ធ្លាក់មកដល់ដី ។

facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

2 ប្រព័ន្ធសមីការ និងសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់

2.1 ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត

សមីការដឺក្រេទី 1 ដែលជាប់ទាក់ទង នឹងបីអញ្ញាតហៅថា សមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត ។ សមីការទាំងនេះផ្គុំគ្នាបង្កើតបានជា **ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត ។**

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត :

$$\begin{cases} x+y+z = 13 & (1) \\ x+2y-z = 7 & (2) \\ 3x-y+z = 23 & (3) \end{cases}$$

ចម្លើយ គេបំបាត់អញ្ញាត z ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 ដែលមានតែអញ្ញាត x និង y ។

យកសមីការ $(1)+(2)$ បាន $2x+3y = 20$ (4)

យកសមីការ $(2)+(3)$ បាន $4x+y = 30$ (5)

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដែលមានសមីការ (4) និង (5)

យកសមីការ $(4)-(5)\times 3$ បាន $-10x = -70$ ឬ $x = 7$ ។

យកតម្លៃ $x = 7$ ជំនួសក្នុង (5) : $4\times 7+y = 30$

$y = 2$ ។

យកតម្លៃ x និង y ជំនួសក្នុង (1) គេបាន $z = 4$ ។

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $(x=7\ ,\ y=2\ ,\ z=4)$ ។

វត្ថុបំណង

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត ដោយប្រើវិធីបំបាត់ដោយបូក និងជំនួស ។

ពាក្យគន្លឹះ

ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត

facebook.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} 2x - y - 5z = 3 & (1) \\ 5x - y + 14z = -11 & (2) \\ 7x - 2y + 9z = -5 & (3) \end{cases}$$

ចម្លើយ បំបាត់ y ក្នុងគូសមីការ :

$\begin{cases} 2x - y - 5z = 3 & (1) \\ 7x - 2y + 9z = -5 & (3) \end{cases}$ និង $\begin{cases} 5x - y + 14z = -11 & (2) \\ 7x - 2y + 9z = -5 & (3) \end{cases}$

គុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការ (1) និង (2) ជាមួយ (–2) ហើយបូកតួនីមួយៗនៃសមីការ គេបាន:

$$\begin{array}{r} -4x + 2y + 10z = -6 \\ 7x - 2y + 9z = -5 \\ \hline 3x + 19z_0 = -11 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -10x + 2y - 28z = 22 \\ 7x - 2y + 9z = -5 \\ \hline -3x - 19z = 17 \end{array}$$

បូកលទ្ធផលទាំងពីរនៃសមីការ គេបាន

$$\begin{array}{r} 3x + 19z = -11 \\ -3x - 19z = 17 \\ \hline 0 = 6 \text{ មិនពិត} \end{array}$$

ដោយលទ្ធផលមិនពិត បញ្ជាក់ថាប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចម្លើយ។ សំណុំចម្លើយគឺ $\varnothing$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម :

ក. $\begin{cases} 4x + y - 3z = 11 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ x + y + z = -3 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ y + 2z = -1 \\ z + 5x = 7 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ 2x + 3y + z = 8 \\ 3x + y + 2z = 9 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} 3x + y - 2z = 2 \\ -6x - 2y + 4z = -2 \\ 9x + 3y - 6z = 6 \end{cases}$ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

2.2 ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 និងសមីការដឺក្រេទី 2

ប្រព័ន្ធសមីការនេះ **ផ្គុំដោយសមីការដឺក្រេទី 1** និង **សមីការដឺក្រេទី 2** មានពីរអញ្ញាត ។

គេប្រើវិធីបំបាត់អញ្ញាតមួយដោយជំនួសក្នុងការដោះស្រាយ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

ចម្លើយ គេមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y = x - 1 & (1) \\ x^2 + y^2 = 13 & (2) \end{cases}$

យក (1) **ជំនួសក្នុង** (2) :

$x^2 + (x-1)^2 = 13$ ឬ $2x^2 - 2x - 12 = 0$ ឬ $x^2 - x - 6 = 0$

ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 នោះគេបាន $x = -2$, $x = 3$ ។

បើ $x = -2$ នោះ (1) : $y = -3$

បើ $x = 3$ នោះ (1) : $y = 2$ ។

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = -2,\ y = -3)$ ឬ $(x = 3,\ y = 2)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2 - y = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$ ។

ចម្លើយ ប្រព័ន្ធសមីការអាចសរសេរ :

$$\begin{cases} x^2 - y = 0 & (1) \\ y = 2 - x & (2) \end{cases}$$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) : $x^2 - 2 + x = 0$

សមីការនេះមានឫស $x = 1$, $x = -2$

បើ $x = 1$ នោះ (2) : $y = 1$

បើ $x = -2$ នោះ (2) : $y = 4$ ។

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x = 1,\ y = 1)$ ឬ $(x = -2,\ y = 4)$ ។

ខ្លឹមសារ

ប្រើវិធីបំបាត់ និងជំនួសក្នុងការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 និងសមីការដឺក្រេទី 2 ។

ពាក្យគន្លឹះ

បំបាត់អញ្ញាត វិធីជំនួស

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍3 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=11 \\ xy=30 \end{cases}$ ។

ចម្លើយ ដោយ $x+y=11$ និង $xy=30$ នោះ x និង y ជាឫសនៃសមីការ

$t^2-11t+30=0$ ។

ដោះស្រាយសមីការនេះ គេបាន $t=5$, 6 ។

ដូចនេះសមីការមានឫស $(x=5,\ y=6)$ ឬ $(x=6,\ y=5)$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម :

ក. $\begin{cases} y=x+2 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} y=\sqrt{3}x \\ x^2+y^2=48 \end{cases}$ គ. $\begin{cases} x+y=25 \\ xy=150 \end{cases}$ ។

អនុវត្ត ដីចំការមួយរាងចតុកោណកែងមានផ្ទៃក្រឡា 4284m^2 ហើយមានបរិមាត្រប្រវែង 270m ។ គណនាវិមាត្រនៃចំការនោះ ។

ចម្លើយ តាង x , y ជាវិមាត្រនៃចតុកោណកែង $(x>y>0)$

យើងបាន : $\begin{cases} 2(x+y)=270 \\ xy=4284 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+y=135 & (1) \\ xy=4284 & (2) \end{cases}$

យើងបានសមីការ : $t^2-135t+4284=0$

$\Delta=1089=33^2$, $t=\dfrac{135\pm 33}{2}$ ។

$x_1=\dfrac{135-33}{2}=51$ នោះ $y_1=135-51=84$ ។

$x_2=\dfrac{135+33}{2}=84$ នោះ $y_2=135-84=51$ ។

ដូចនេះដោយ $x>y$ វិមាត្រចំការគឺ $x=84\text{m}$, $y=51\text{m}$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} 2(84+51)=2\times 135=270 \\ 84\times 51=4284 \end{cases}$ ពិត ។

ប្រតិបត្តិ 2 ពីរចំនួនមានផលគុណស្មើនឹង 12 ហើយផលបូកការេរបស់វាស្មើនឹង 25 ។ គណនាចំនួននីមួយៗ ។

2.3 សមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ចាយ

សមីការដែលតាងដោយ : ($ពហុធាដែលមានដឺក្រេ\ n$) $= 0$ ហៅថាសមីការដឺក្រេទី n ។

ឧទាហរណ៍ 1 $x^3 + x^2 - 3x - 6 = 0$ ជាសមីការដឺក្រេទី 3 ។

$2x^4 - 3x^2 - x + 2 = 0$ ជាសមីការដឺក្រេទី 4 ។

គេអាចដោះស្រាយ **សមីការលំដាប់ខ្ពស់ងាយៗ** បានដោយការដាក់ **ជាផលគុណកត្តា** ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយសមីការ $x^3 = 1$ ។

ចម្លើយ លើក 1 មកអង្គទី 1 គេបាន $x^3 - 1 = 0$

ប្រើរូបមន្ត $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

គេបាន $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$

$x - 1 = 0$ ឬ $x^2 + x + 1 = 0$

$x = 1$ ឬ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = 1\ ,\ \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ដោះស្រាយសមីការ $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ ។

ចម្លើយ $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x^3 + 3x^2) - (4x + 12) = 0$ គេអាច **ដាក់ជាកត្តា**

បាន $x^2(x+3) - 4(x+3) = 0$

$(x+3)(x^2 - 4) = 0$

$(x+3)(x+2)(x-2) = 0$ ។

សមីការមានចម្លើយ $x = -3\ ,\ -2,\ 2$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 ដោះស្រាយសមីការ $x^4 = 1$ ។

ចម្លើយ គេបាន $x^4 - 1 = 0$ ។

ខ្លឹមសារ

ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 3 និងសមីការដឺក្រេទី 4 ងាយៗតាមការដាក់ផលគុណកត្តា ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់
- ផលគុណកត្តា

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

គេតាង $x^2 = t$ នាំឱ្យ $t^2 - 1 = 0$ នាំឱ្យ $t = \pm 1$ ។

បើ $t = x^2 = 1$ នោះ $x = \pm 1$ ។

បើ $t = x^2 = -1$ នោះ $x = \pm i$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = -1,\ 1\ ,\ -i,\ i$ ។

ឧទាហរណ៍ 5 ដោះស្រាយសមីការ $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ ។

ចម្លើយ តាង $x^2 = t$

គេបាន $t^2 - 2t - 8 = 0$

ដោះស្រាយសមីការនេះ គេបាន $t = 4$ ឬ $t = -2$

បើ $t = x^2 = 4 \Rightarrow x \pm 2$ ។

បើ $t = x^2 = -2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}\ i$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = -2,\ 2\ ,\ -\sqrt{2}i\ ,\ \sqrt{2}i$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^3 = 8$ ខ. $x^3 - 9x = 0$ គ. $4x^4 = 64$ ឃ. $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

ង. $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$ ច. $3x^4 - 2x^2 = 0$ ឆ. $y^4 - 13y^2 + 36 = 0$

ជ. $y^5 = 25y^3$ ឈ. $x^4 + x^2 = 12$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ដោះស្រាយសមីការ $x^3 - 4x^2 - 11x + 2 = 0$ បញ្ជាក់ចម្លើយក្នុងទម្រង់ $a \pm b\sqrt{2}$ ដែល a និង b ជាចំនួនគត់ ។

ប្រតិបត្តិ 3 គេឱ្យ $f(x) = x^4 + 3x^3 - 12x^2 + 2x + 4$ និង $g(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + x - 2$ ដោះស្រាយសមីការ $f(x) - g(x) = 0$ ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

2.4 ទ្រឹស្តីបទសំណល់ និងទ្រឹស្តីបទផលគុណកត្តា

ក្នុងផ្នែកនេះ គេនឹងលើកយកពហុធា $f(x)$ ឬ $g(x)$ មកសិក្សា រួចរកតម្លៃកន្សោមទាំងនេះតាមតម្លៃរបស់ x ។

ឧទាហរណ៍ គេមានពហុធា $f(x) = x^3 - 5x + 6$ ។

គេបាន $f(2) = 2^3 - 5 \times 2 + 6 = 4$

$$f(i) = i^3 - 5i + 6 = 6 - 6i \text{ ។}$$

បើគេយកកន្សោម $f(x) = x^3 - 5x + 6$ ចែកនឹង $x - 2$ គេបាន $x^3 - 5x + 6 = (x-2)\cdot(x^2 + 2x - 1) + 4$

វិធីចែកនេះមាន **សំណល់** ស្មើនឹង 4

គេសង្កេតឃើញថា $f(2) = 4$ ។

ជាទូទៅ កាលណាគេចែកពហុធា $f(x)$ នឹងទ្វេធាដឺក្រេទី 1 $x - \alpha$ នោះ គេបានសំណល់ជាចំនួនថេរ ។

ទ្រឹស្តីបទសំណល់

បើ R ជា សំណល់ ក្នុងការចែកកន្សោមពហុធា $f(x)$ នឹង $x - \alpha$ នោះគេបាន $R = f(\alpha)$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

បើគេយក $q(x)$ ជាផលចែករវាង $f(x)$ នឹង $x - \alpha$ ហើយ R ជា**សំណល់**នោះ គេបានទំនាក់ទំនង : $f(x) = (x - \alpha)q(x) + R$ ។

ជំនួស α ទៅក្នុងសមីការនេះ គេបាន $f(\alpha) = (\alpha - \alpha)q(\alpha) + R = R$ ។

ដូចនេះ $f(\alpha) = R$ ។

ខ្លឹមសាំង

- ស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទសំណល់ និងទ្រឹស្តីបទកត្តា
- រកសំណល់ និងកត្តានៃវិធីចែកពហុធា ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ទ្រឹស្តីបទសំណល់
- ទ្រឹស្តីបទកត្តា

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 5x + 6 & x - 2 \\ \hline x^3 - 2x^2 & x^2 + 2x - 1 \\ \hline 2x^2 - 5x & \\ -\ 2x^2 - 4x & \\ \hline -x + 6 & \\ -\ -x + 2 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ ចូររកសំណល់នៃ $f(x) = x^3 + 3x + 4$ ចែកនឹង $x - 2$, $x + 3$ ។

ចម្លើយ $f(x) = x^3 + 3x + 4$ ។

សមីការ $x - 2 = 0$ មានឫស $x = 2$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់ $f(2) = 2^3 + 3(2) + 4 = 18$ ។

ដូចនេះ សំណល់ $R = 18$ ។

សំណល់នៃ $f(x)$ ចែកនឹង $x + 3$ គឺ $f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 4 = -27 - 9 + 4 = -32$

ដូចនេះ សំណល់ $R = -32$ ។

ប្រតិបត្តិ រកសំណល់នៃប្រមាណវិធីចែកដូចខាងក្រោម :

ក. $(x^3 + 2x - 12) \div (x + 1)$,

ខ. $(4x^3 - 2x^2 - 9) \div (2x - 1)$,

គ. $(2x^3 + x^2 - x + 7) \div (x + 2)$

ឃ. $(3x^2 - 2x + 2) \div (x + 3)$ ។

ទ្រឹស្តីបទកត្តា

$f(x)$ ជាពហុធា។ បើ α ជាចម្លើយនៃសមីការ $f(x) = 0$

នោះ $x - \alpha$ ជា **កត្តា**របស់ពហុធា $f(x)$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់

ឧបមាថា $q(x)$ ជាផលចែក គេបាន $f(x) = (x - \alpha)q(x) + R$

ដូចនេះ $f(\alpha) = (\alpha - \alpha)q(\alpha) + R$

$f(\alpha) = 0 + R$

ដោយ $f(\alpha) = 0$, $R = 0$ ។

ដូចនេះ $f(x) = (x - \alpha)q(x)$ ។

ពហុធា $f(x)$ **ចែកដាច់នឹង** $x - \alpha$ ។

facebook.com/... youtube.com/moeys moeys.gov.kh

សម្គាល់ ពហុធា $f(x)$ អាចចែកដាច់នឹងទ្វេធាដឺក្រេទី 1 $ax+b$ ប្រសិនបើ $f\left(-\frac{b}{a}\right)=0$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ពហុធា $f(x)=x^3-2x^2+4x-8$ អាចចែកដាច់នឹង $x-2$ ដោយ $f(2)=0$ ។

ដូចនេះ $x-2$ ជាកត្តានៃ $f(x)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 រកតម្លៃ p ដែលនាំឱ្យពហុធា x^3-3x^2+4x+p ចែកដាច់នឹង $x-2$ ។

ចម្លើយ តាង $f(x)=x^3-3x^2+4x+p$

នាំឱ្យ $f(2)=2^3-3\times 2^2+4\times 2+p=0$

គេបាន $4+p=0$ ឬ $p=-4$ ។ ដូចនេះ $p=-4$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ពហុធា $f(x)$ ចែកនឹង $x-2$ មានសំណល់ 5 និងនៅពេល $f(x)$ ចែកនឹង $x-3$ មានសំណល់ 9 ។

ចូររកសំណល់របស់ពហុធា $f(x)$ ចែកនឹង $(x-2)(x-3)$ ។

ចម្លើយ តាង $q(x)$ ជាផលចែករវាង $f(x)$ និង $(x-2)(x-3)$ ។ ដោយសារសំណល់ជាពហុធាដែលមានដឺក្រេទី 1 ឬតូចជាងនេះ គេអាចសរសេរ :

$f(x)=(x-2)(x-3)q(x)+ax+b \qquad (1)$

ជំនួស $x=2$ ក្នុង (1) គេបាន $f(2)=2a+b$

ជំនួស $x=3$ ក្នុង (1) គេបាន $f(3)=3a+b$

តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់ គេបាន : $f(2)=5$ និង $f(3)=9$ ។ ដូចនេះ $\begin{cases}2a+b=5\\3a+b=9\end{cases}$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការនេះ គេបាន $a=4$, $b=-3$ ។

ដូចនេះ សំណល់របស់ពហុធា $f(x)$ គឺ $4x-3$ ។

ប្រតិបត្តិ ក. ចូរពិនិត្យមើលថា តើពហុធាខាងក្រោមអាចចែកដាច់នឹង $x-3$ ឬទេ? តើ $x+3$ ជាកត្តានៃពហុធាទាំងនោះឬទេ?

1. x^3-2x^2-5x+6 , 2. $x^4+x^3-8x^2-9x-9$ ។

ខ. រកតម្លៃ a ដែលនាំឱ្យពហុធា x^4-2x+a ចែកដាច់នឹង $x+2$ ។

គ. ពហុធា $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-4$ និង $f(x)$ ចែកនឹង $x+3$ មានសំណល់ 14 ។ រកសំណល់នៅពេលដែល $f(x)$ ចែកនឹង x^2-x-12 ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh

2.5 ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេខ្ពស់ ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$

ខ. $x^3 - 3x^2 + 4x - 4 = 0$ ។

ចម្លើយ ក. តាង $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$

ដោយ $f(-2) = 0$ នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x+2$ ដែលមានផលចែក $x^2 - x - 6$ ។

គេបាន $f(x) = (x+2)(x^2 - x - 6)$

$f(x) = 0$ នោះ $(x+2)(x^2 - x - 6) = 0$

គេបាន $x + 2 = 0$ ឬ $x^2 - x - 6 = 0$

$x = -2$ ឬ $x = -2, 3$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = -2$, $x = 3$ (ព្រោះ -2 ជាឫសឌុប)។

ខ. តាង $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ ដោយ $f(2) = 0$ នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-2$ បានផលចែក $x^2 - x + 2$ ។

គេបាន $f(x) = (x-2)(x^2 - x + 2)$

$f(x) = 0$ នោះ $(x-2)(x^2 - x + 2) = 0$

គេបាន $x - 2 = 0$ ឬ $x^2 - x + 2 = 0$, $x = 2$, $x = \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = 2$, $\frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 3 = 0$ ខ. $4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x + 2 = 0$ ។

ចម្លើយ ក. តាង $f(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 3$ ។

ដោយ $f(1) = 0$ នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-1$ បានផលចែក $g(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ $g(-3) = 0$ នោះ $g(x)$ ចែកដាច់នឹង $x+3$ បានផលចែក $x^2 - x - 1$ ។

ដូចនេះ $f(x) = (x-1)(x+3)(x^2 - x - 1)$ ។

វត្ថុបំណង

- ប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេខ្ពស់
- អនុវត្តសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ក្នុងចំណោទ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ចែកដាច់
- ទ្រឹស្តីបទកត្តា

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

$f(x) = 0$ នោះ $(x-1)(x+3)(x^2-x-1) = 0$

គេបាន $x-1=0$ ឬ $x+3=0$ ឬ $x^2-x-1=0$

$$x = 1 \quad , \quad x = -3 \quad , \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $x = -3 \ , \ 1 \ , \ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ។

ខ. តាង $f(x) = 4x^4 - 4x^3 - 9x^2 + x + 2$ ។

ដោយ $f(-1) = 0$ នោះ $f(x)$ អាចចែកដាច់នឹង $x+1$ បានផលចែក $4x^3 - 8x^2 - x + 2 = g(x)$ ។ ដោយ $g(2) = 0$ នោះ $g(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-2$ បានផលចែក $4x^2 - 1$ ។

គេបាន $g(x) = (x-2)(4x^2-1)$

$= (x-2)(2x+1)(2x-1)$ ។

ដូចនេះ $f(x) = (x+1)(x-2)(2x+1)(2x-1)$

$f(x) = 0 \Rightarrow x+1=0$ ឬ $x-2=0$ ឬ $2x+1=0$ ឬ $2x-1=0$

ដូចនេះ $x = -1 \ , \ 2 \ , \ \pm\frac{1}{2}$ ជាចម្លើយសមីការ ។

ជាទូទៅក្នុងការដោះស្រាយ សមីការដឺក្រេទី 3 គេរកឃើញ ចម្លើយមួយម្តង រួចហើយនៅសល់សមីការដឺក្រេទី 2 ដែលត្រូវដោះស្រាយបន្ត ។ ដូចនេះ សមីការដឺក្រេទី 3 មិនអាចមានចម្លើយច្រើនជាង 3 ទេ ។

កាលណាគេដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 4 គេបានរកឃើញ **ចម្លើយមួយម្តង** រួចហើយនៅសល់ សមីការដឺក្រេទី 3 ដែលគេត្រូវដោះស្រាយបន្តទៀត ។ ដូចនេះ សមីការដឺក្រេទី 4 មិនអាចមានចម្លើយច្រើនជាងបួនទេ ។

គេអាចពង្រីកករណីដូចខាងលើនេះចំពោះសមីការដឺក្រេទី 5 ផងដែរ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^3 - 3x^2 - 8x - 4 = 0$

ខ. $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$

គ. $x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2 = 0$

ឃ. $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2 = 0$

ង. $27y^4 + 15y^2 = 2$

ច. $x^3 + 2x^2 + 3x - 6 = 0$

ឆ. $x^4 - 5x - 6 = 0$

ជ. $5x^3 - 3x^2 - 32x - 12 = 0$ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

អនុវត្តសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់

ក. គេមានសមីការ $x^3-4x^2+ax+b=0$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b ដោយស្គាល់ឫសមួយនៃសមីការគឺ $1+2i$ រួចដោះស្រាយសមីការតាមតម្លៃ a និង b ។

ចម្លើយ គេមាន $1+2i$ ជាឫសមួយនៃសមីការ

គេបាន $(1+2i)^3-4(1+2i)^2+a(1+2i)+b=0$

$-11-2i-4(-3+4i)+a+2ai+b=0$

$-11-2i+12-16i+a+2ai+b=0$

$(b+1+a)+(2a-18)i=0$

គេបាន $a+b+1=0$ និង $2a-18=0$

នាំឱ្យ $a=9$, $b=-10$ ។ ជំនួសតម្លៃ a និង b

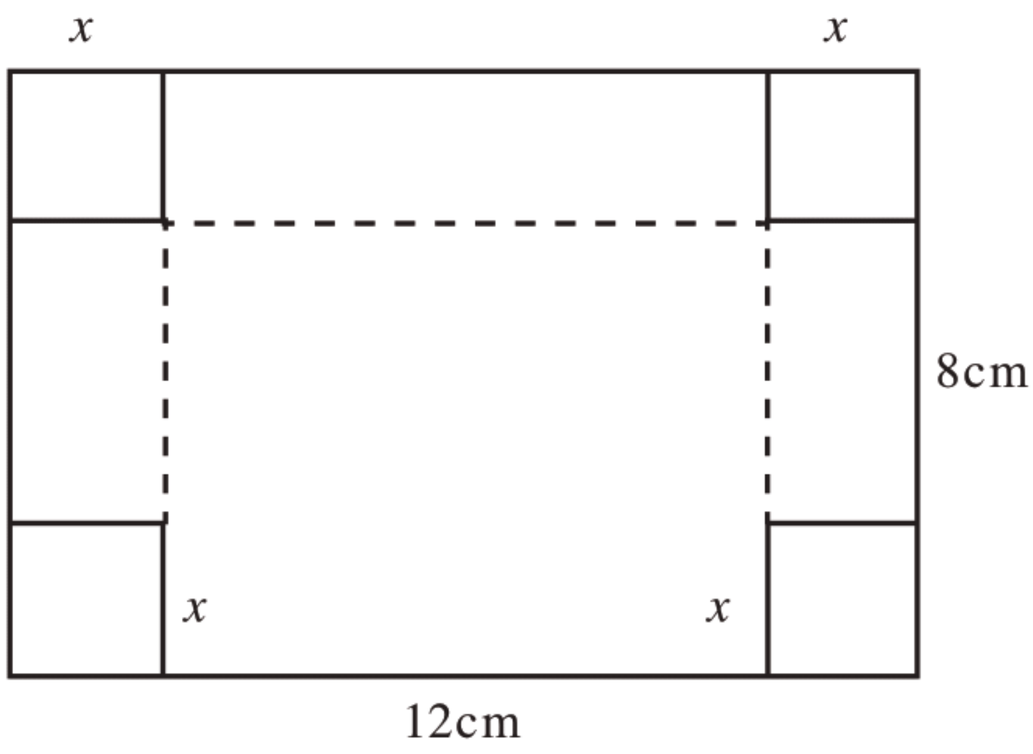
ក្នុងសមីការ $x^3-4x^2+9x-10=0$

គេបាន $(x-2)(x^2-2x+5)=0$

$x-2=0$ ឬ $x^2-2x+5=0$ ។

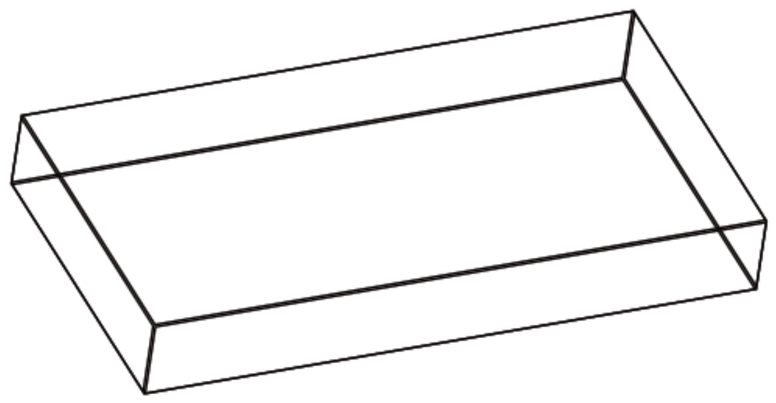
ដូចនេះ $x=2$; $1\pm2i$ ។

ខ. គេធ្វើប្រអប់មួយពីក្រដាសកាតុងរឹងរាងចតុកោណកែងដែលមានបណ្តោយ 12cm និងទទឹង 8cm ដូចរូបខាងស្តាំ។ គេកាត់កាសេរបួនដែលមានជ្រុង $x$cm ចេញពីបួនកាច់ជ្រុងរបស់ក្រដាសនោះរួចបត់បណ្តោយនិងទទឹងតាមចំណុចៗ



(ដូចរូប) ដើម្បីធ្វើជាប្រអប់មួយដែលមានរាងប្រលេពីប៉ែតកែង ។ ចូររកតម្លៃ x បើមាឌនៃប្រអប់នេះស្មើនឹង 64cm^3 ។

facebook.com/... youtube.com/moeys www.moeys.gov.kh



ចម្លើយ តាមលក្ខខណ្ឌនៃចំណោទ យើងបានទទឹងបាតនៃប្រអប់គឺ $(8-2x)\text{cm}$ ហើយបណ្តោយ $(12-2x)\text{cm}$ និងកម្ពស់ $x\text{cm}$ ។

ដូចនេះគេបាន $x(8-2x)(12-2x) = 64$

ឬ $x^3 - 10x^2 + 24x - 16 = 0$

$(x-2)(x^2-8x+8) = 0$

ដូចនេះ $x = 2$ ឬ $x = 4 \pm 2\sqrt{2}$ ។

លក្ខខណ្ឌនៃចំណោទ $0 < x < 4$ ។

ដូចនេះ $x = 2$ ឬ $4-2\sqrt{2}\text{cm}$ ជាចម្លើយ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចូររកតម្លៃ x បើមាឌនៃប្រអប់ក្នុងលំហាត់អនុវត្ត 2 ស្មើនឹង 36cm^3 ។

មេរៀនសង្ខេប

- សមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាតផ្គុំគ្នាបង្កើតជាប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត ។ គេប្រើវិធីបំបាត់ដោយបូក ឬវិធីបំបាត់ដោយជំនួសក្នុងការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការនេះ ។
- ប្រព័ន្ធសមីការដែលផ្គុំដោយសមីការដឺក្រេទី 1 និងសមីការដឺក្រេទី 2 ដោះស្រាយតាមវិធីបំបាត់ និងជំនួស ។
- ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយៗ ដោយប្រើការដាក់ជាផលគុណកត្តា ។
- **ទ្រឹស្តីបទសំណល់ :** បើ R ជាសំណល់ក្នុងការចែកកន្សោមពហុធា $f(x)$ និង $x-\alpha$ នោះយើងបាន $R = f(\alpha)$ ។
- **ទ្រឹស្តីបទកត្តា :** បើគេចែកពហុធា $f(x)$ និង $x-\alpha$ មានសំណល់ 0 គេថា $x-\alpha$ ជាកត្តានៃ $f(x)$ ឬបើគេជំនួស α ក្នុង $f(x)$ គេបាន $f(\alpha) = 0$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys

លំហាត់

1. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម :

ក. $\begin{cases} x+y+z = 6 \\ 3y-y-3z = 0 \\ x-2y+5z = 1 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} x+y = 3 \\ y+z = 5 \\ z+x = 6 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z} = 9 \\ \frac{1}{x}-\frac{2}{y}+\frac{3}{z} = 9 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{3}{z} = -9 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} 2x+y = 5 \\ x^2+y^2 = 25 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} 3x+2y = 5 \\ x^2+2xy+2y^2 = 5 \end{cases}$

ច. $\begin{cases} 3x+2y = 6 \\ 9x^2-4y^2 = 108 \end{cases}$ ។

2. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^3-3x^2+4x-4 = 0$

ខ. $12x^3-8x^2-3x+2 = 0$

គ. $x^4-2x^2-15 = 0$

ឃ. $x^4+8x^3+9x^2-8x-10 = 0$

ង. $x^4-16x^2+16 = 0$

ច. $x(x+1)(x+2)(x+3) = 24$ ។

3. កំណត់តម្លៃ k ដែលនាំឱ្យពហុធា $p(x) = x^3-4x^2-7x+k$ ចែកដាច់នឹង $x-1$ រួចដោះស្រាយសមីការ $p(x) = 0$ ទៅតាមតម្លៃ k នោះ ។

4. ពហុធា $p(x)$ ចែកនឹង $x-1$ មានសំណល់ 4 ហើយ $p(x)$ ចែកនឹង $x-3$ មានសំណល់ 10 ។ រកសំណល់នៅពេលដែល $p(x)$ ចែកនឹង $(x-1)(x-3)$ ។

5. គេមានសមីការ $x^3+ax^2-2x+b = 0$ ។ ដោយស្គាល់ឫសមួយនៃសមីការគឺ $1+\sqrt{3}i$ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b រួចដោះស្រាយសមីការតាមតម្លៃ a និង b នោះ ។

6. គេឱ្យ x^2+x-6 ជាកត្តានៃពហុធា $f(x) = 2x^4+x^3-ax^2+bx+a+b-1$ ។ ចូររកតម្លៃ a និង b ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
krou.
facebook.com/

មេរៀនទី

3 វិសមីការ

3.1 វិសមភាព

ក. សញ្ញាណវិសមភាព

ខ្លឹមសារ

- បង្ហាញសញ្ញាណវិសមភាព
- កំណត់លក្ខណៈនៃវិធីបូក ដក គុណនិងចែករបស់វិសមភាព ។

ពាក្យគន្លឹះ

- វិសមភាព
- ទិសដៅ
- លក្ខណៈវិសមភាព

គេបានសិក្សារួចមកហើយពីការប្រៀបធៀបពីរចំនួនមិនស្មើគ្នាដោយប្រើសញ្ញា $>$, $<$, $\geq$ និង $\leq$ ដូចជា: $5 > -2$, $-3 < 7$, $-3 \leq a$, $4 \geq 4$, $a < b$, $a + b > c$ សំណេរទាំងអស់នេះហៅថា វិសមភាព ។

វិសមភាព $5 > -2$ មាន 5 ជាអង្គទី 1 និង -2 ជាអង្គទី 2 ។

វិសមភាព $5 > -2$ និង $3 > 1$ ជាវិសមភាពមានទិសដៅដូចគ្នា ។

វិសមភាព $-3 < 7$ និង $5 > -2$ ជាវិសមភាពមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា ។

ខ. លក្ខណៈវិសមភាព

គេមានវិសមភាព $5 > 2$ (1)

- បើគេបូកអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព នឹង 3 គេបាន $8 > 5$ មាន **ទិសដៅដូចវិសមភាពដើម** ។
- បើគេដកអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព (1) នឹង 3 គេបាន: $5 - 3 > 2 - 3$ ឬ $2 > -1$ មាន **ទិសដៅដូចវិសមភាពដើម** ។

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ជាទូទៅ ចំពោះ a , b និង c ជាចំនួនពិត

បើ $a>b$ នោះ $a+c>b+c$, $a-c>b-c$

បើគេបូក ឬដកចំនួនតែមួយលើអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព

គេបាន **វិសមភាពថ្មី** មាន **ទិសដៅដូចវិសមភាពដើម** ។

គេមានវិសមភាព $4>-3$ (2) ។

- បើគេគុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនេះនឹង 3 គេបាន $12>-9$ មាន **ទិសដៅដូចវិសមភាពដើម** ។
- បើគេគុណអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព (2) នឹង -3 គេបាន $-12<9$ មាន **ទិសដៅផ្ទុយពីវិសមភាពដើម** ។

ជាទូទៅ ចំពោះ a , b និង c ជាចំនួនពិត

(1). បើ $a>b$ និង $c>0$ នោះ $ac>bc$

(2). បើ $a>b$ និង $c<0$ នោះ $ac<bc$ ។

ករណី (1) និង (2) ក៏ពិតចំពោះវិធីចែកដែរ ។

ប្រតិបត្តិ ចូរបំពេញសញ្ញា $>$ ឬ $<$ ក្នុងប្រអប់ខាងក្រោម :

ក. $-4<-1$ នោះ $-4+2$ $\square$ $-1+2$ ។

ខ. $2>-3$ នោះ $2-3$ $\square$ $-3-3$

គ. $-5<4$ នោះ (-5) (-2) $\square$ $4(-2)$

ឃ. $2>-6$ នោះ $2\div 4$ $\square$ $(-6)\div 4$ ។

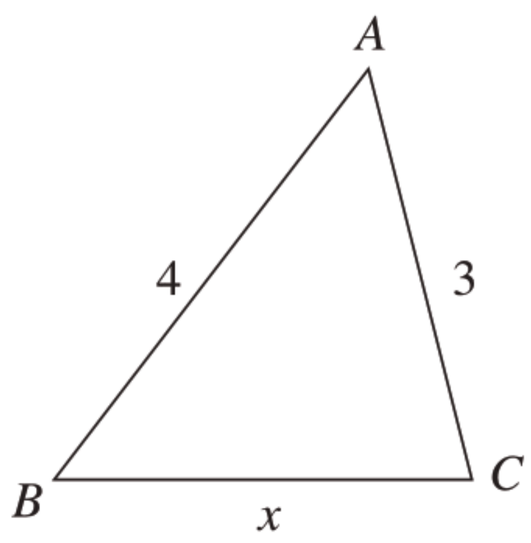
facebook.com/groups/moeys.gov.kh
www.youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

3.2 វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត

ក. សញ្ញាណវិសមីការ

គេមាន ΔABC (ដូចរូបខាងក្រោម)។

តាមលក្ខណៈវិសមភាពក្នុងត្រីកោណគេបាន $x < 3 + 4$ និង $x + 3 > 4$ និង $x + 4 > 3$ ។ សំនេរទាំងនេះហៅថា វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត x ។



ឧទាហរណ៍ រកចំនួនដែលថែម 3 តូចជាង 7 ។

ចម្លើយ តាង x ជាចំនួនត្រូវរក។

គេបាន $x + 3 < 7$ ជា **វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត** ។

និយមន័យនេះ ក៏ពិតចំពោះសញ្ញា $<$, $\leq$ និង $\geq$ ដែរ។ ដូចជា $3x + 6 \geq 0$, $y < -3$, $3(x-5) \leq 6 - 3x$ ជាវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។

ជាទូទៅ វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត មានទម្រង់ $Ax + B > 0$ ដែល A និង B ជាចំនួនពិត ។

ចម្លើយរបស់វិសមីការ គឺគ្រប់តម្លៃនៃអញ្ញាតដែលធ្វើឱ្យវិសមីការពិត ។ ដោះស្រាយវិសមីការ គឺរកសំណុំ ឬសនៃវិសមីការ សំណុំនៃគ្រប់ចម្លើយរបស់វិសមីការ ។

ខ្លឹមសារ

- បង្ហាញសញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត
- ប្រើលក្ខណៈវិសមភាពក្នុងការដោះស្រាយវិសមីការ
- ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី 1 ។

ពាក្យគន្លឹះ

- វិសមីការ
- សំណុំចម្លើយ
- បន្ទាត់ចំនួន
- ទ្វេធាដឺក្រេទី 1

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រែទី 1 មានមួយអញ្ញាត

គេអាចប្រើលក្ខណៈវិសមភាពក្នុងការដោះស្រាយវិសមីការ ។ វិធីដោះស្រាយមានលក្ខណៈប្រហែលគ្នានឹងវិធីដោះស្រាយសមីការដែរ ។

ឧទាហរណ៍1 ដោះស្រាយវិសមីការ $15+2x>-11$ ។

ចម្លើយ $15+2x>-11$

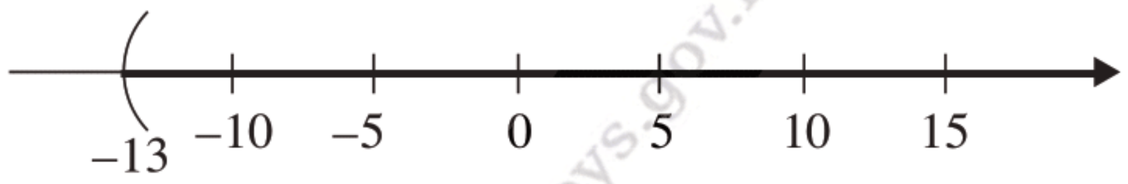
គេបាន : $15+2x-15>-11-15$ (ដក 15 លើអង្គទាំងពីរ)

$2x>-26$ (ចែកនឹង 2)

$x>-13$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x>-13\}$ ឬ $x\in(-13,\ +\infty)$ ។

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន ដូចខាងក្រោម :



ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $5(y-3)-7y\geq 4(y-3)+9$ ។

ចម្លើយ $5(y-3)-7y\geq 4(y-3)+9$

$5y-15-7y\geq 4y-12+9$ (លក្ខណៈបំបែក)

$-2y-15\geq 4y-3$

$-2y-15-4y\geq 4y-3-4y$ (ដក $4y$ លើអង្គទាំង 2)

$-6y-15\geq -3$

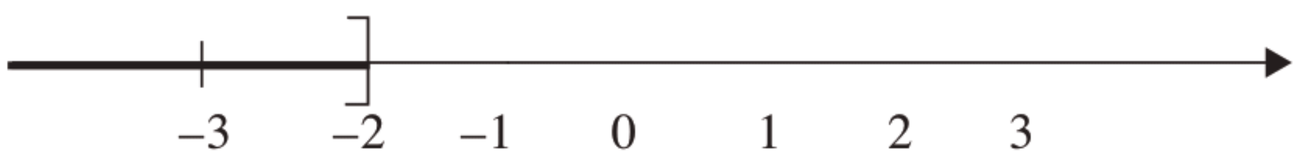
$-6y-15+15\geq -3+15$ (បូកនឹង 15)

$-6y\geq 12$ (ចែកអង្គទាំង 2 នឹង -2 ប្តូរទិសដៅ)

$y\leq -2$ ។

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{y|y\leq 2\}$ ឬ $y\in(-\infty,\ -2]$ ។

អាចបកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួនដូចខាងក្រោម :



ឧទាហរណ៍ 3 បូជាបានធ្វើតែសបួនមុខវិជ្ជា ។ នាងទទួលបានពិន្ទុបីមុខវិជ្ជាដំបូងគឺ 89 , 92 និង 82 ។ តើបូជាត្រូវការពិន្ទុតែសមុខវិជ្ជាចុងក្រោយប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយបានមធ្យមនៃពិន្ទុតែសទាំងបួនមុខយ៉ាងតិចស្មើនឹង 90 ។

ចម្លើយ តាង x ជាពិន្ទុតែសចុងក្រោយ ។ ដោយមធ្យមនៃពិន្ទុទាំងបួនមុខយ៉ាងតិចស្មើនឹង 90 នោះ

គេបាន $\frac{89+92+82+x}{4} \geq 90$ ។

$\frac{4(89+92+82+x)}{4} \geq 4\times 90$ (គុណអង្គទាំងពីរនឹង 4)

គេបាន $89+92+82+x \geq 360$, $263+x \geq 360$ ។

$263+x-263 \geq 360-263$, $x \geq 97$ ។

ដូចនេះ បូជាត្រូវយកពិន្ទុតែសទីបួនយ៉ាងតិច 97 ពិន្ទុ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម រួចបកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន ។

ក. $3x-4<7x+20$ ខ. $\frac{(x-2)}{3} \geq 6$

គ. $8+\frac{6}{5}y \leq \frac{8}{5}y+12$ ឃ. $\frac{2x-6}{5} > \frac{3x+2}{5}$ ។

គ. សញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី 1

កន្សោមពីជគណិត $f(x)=3x-9$, $g(x)=-5x+2$ ហៅថា ទ្វេធាដឺក្រេទី 1 ។

ជាទូទៅ ទ្វេធាដឺក្រេទី 1 មានរាង $f(x)=ax+b$ ដែល $a\neq 0$ ។

ឧទាហរណ៍ : គេមានទ្វេធាដឺក្រេទី 1 $f(x)=3x-9$ ។

ចំពោះ $x=3$, $f(3)=3\times 3-9=0$ នោះ $x=3$ ជាឫសនៃទ្វេធា ។

ចំពោះ $x=1$, $f(1)=3\times 1-9=-6$ នោះទ្វេធាមានតម្លៃអវិជ្ជមាននៅត្រង់ $x=1$ ។

ចំពោះ $x=4$, $f(4)=3\times 4-9=3$ នោះទ្វេធាមានតម្លៃវិជ្ជមាននៅត្រង់ $x=4$ ។

គេសង្កេតឃើញថា តម្លៃទ្វេធា អាចស្មើនឹង សូន្យ វិជ្ជមាន និងអវិជ្ជមាន ទៅតាមតម្លៃនៃ x ។

ដើម្បីសិក្សាសញ្ញាទ្វេធា $f(x)=3x-9$ គេត្រូវឱ្យ $f(x)=0$; $3x-9=0$ នោះ $x=3$

បើ $x>3$ នោះ $3x-9>0$, $f(x)>0$ ។

បើ $x<3$ នោះ $3x-9<0$, $f(x)<0$ ។

គេបានតារាងសញ្ញានៃ $f(x) = 3x - 9$ ដូចខាងក្រោម :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f(x) = 3x - 9$		$-$	0	$+$	

សិក្សាសញ្ញាដូចគ្នាដែរចំពោះទ្វេធា $g(x) = -5x + 2$ ។

$g(x) = 0 \Leftrightarrow -5x + 2 = 0$ ឬ $x = \frac{2}{5}$ ។

បើ $x > \frac{2}{5}$ នោះ $-5x + 2 < 0$, $g(x) < 0$ ។

បើ $x < \frac{2}{5}$ នោះ $-5x + 2 > 0$, $g(x) > 0$ ។

គេបានតារាងសញ្ញានៃ $g(x) = -5x + 2$ ដូចខាងក្រោម :

x	$-\infty$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$g(x) = -5 + 2$		$+$	0	$-$	

ជាទូទៅ ចំពោះទ្វេធា $f(x) = ax + b$ មាន $x = -\frac{b}{a}$ ជាឫស
គេកំណត់ សញ្ញាទ្វេធា ទៅតាម សញ្ញារបស់ a ។

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$	សញ្ញាផ្ទុយពី a		0	សញ្ញាដូច a	

ប្រតិបត្តិ សិក្សាសញ្ញាទ្វេធាខាងក្រោម :

ក. $f(x) = -3x + 21$ ខ. $g(x) = \frac{x}{4} + 1$ ។

ឃ. ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី 1

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $7x > -14$ ខ. $-3x - 6 > 0$ ។

ចម្លើយ ក. គេមាន $7x > -14$ ឬ $7x + 14 > 0$

តាង $f(x) = 7x + 14$ ។ $f(x) = 0 \Rightarrow 7x + 14 = 0$ ឬ $x = -2$ ។

គេបានតារាងសញ្ញាទ្វេធាដូចខាងក្រោម :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x) > 0$		—	0	$+$	

តាមតារាង $f(x)>0$ កាលណា $x>-2$ ឬ $x\in(-2,\ +\infty)$ ។

ខ. តាង $g(x)=-3x-6>0$ ។ $g(x)=0\Rightarrow -3x-6=0$ ឬ $x=-2$ ។

គេបានតារាងសញ្ញាទ្វេធា :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)>0$		$+$	0	$-$	

តាមតារាង $g(x)>0$ កាលណា $x<-2$ ឬ $x\in(\ -\infty\ ,\ -2\ )$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោមតាមសញ្ញាទ្វេធា

ក. $4x-6>0$ ខ. $-4x+\frac{5}{4}\le 0$

គ. $3y+2-5>-y+7+2y$ ឃ. $-2-\frac{3}{2}y\ge 0$ ។

3.3 ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត

ក. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 1

ឧទាហរណ៍ 1 សឿនចង់ធ្វើច្បារដំណាំមួយរាងចតុកោណកែង ដែលមានបណ្តោយប្រវែង 7m ។ តើសឿនត្រូវយកទទឹងនោះប្រវែងប៉ុន្មានម៉ែត្រខ្លះដើម្បីឱ្យច្បារនោះមានបរិមាត្រធំជាង 20m និងផ្ទៃក្រឡាតូចជាង $42m^2$ ។

ចម្លើយ តាង x ជាប្រវែងទទឹងច្បារ x គិតជាម៉ែត្រ និង $x>0$ ។

តាមបំរាប់នៃចំណោទ យើងបានសមីការពីរ :

$$\begin{cases} 2(x+7)>20 & (1)\\ 7x<42 & (2)\end{cases}$$

វិសមីការទាំងពីរជ្រុំគ្នាបង្កើតជា ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។ តម្លៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នាក្នុងវិសមីការទាំងពីរជា សំណុំចម្លើយ នៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

ខ្លឹមសារ

- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ និងបកស្រាយចម្លើយលើបន្ទាត់ចំនួន
- ដោះស្រាយវិសមីការមានតម្លៃដាច់ខាត
- អនុវត្តប្រព័ន្ធវិសមីការក្នុងចំណោទ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- បន្ទាត់ចំនួន
- តម្លៃដាច់ខាត

តាមវិសមការ (1) : $2(x+7)>20$

គេបាន $2x+14>20 \Leftrightarrow 2x>6 \Leftrightarrow x>3$ ។

តាមវិសមីការ (2) : $7x<42$ ឬ $x<6$ ។

តម្លៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នាក្នុងវិសមីការ (1) និង (2) គឺ $3<x<6$ ។

ដូចនេះ សឿនត្រូវយកទទឹងច្បារដំណាំនោះប្រវែង 4m ឬ 5m ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ $\begin{cases} 2x+5\le 3 & (1) \\ 14-5x>4 & (2) \end{cases}$

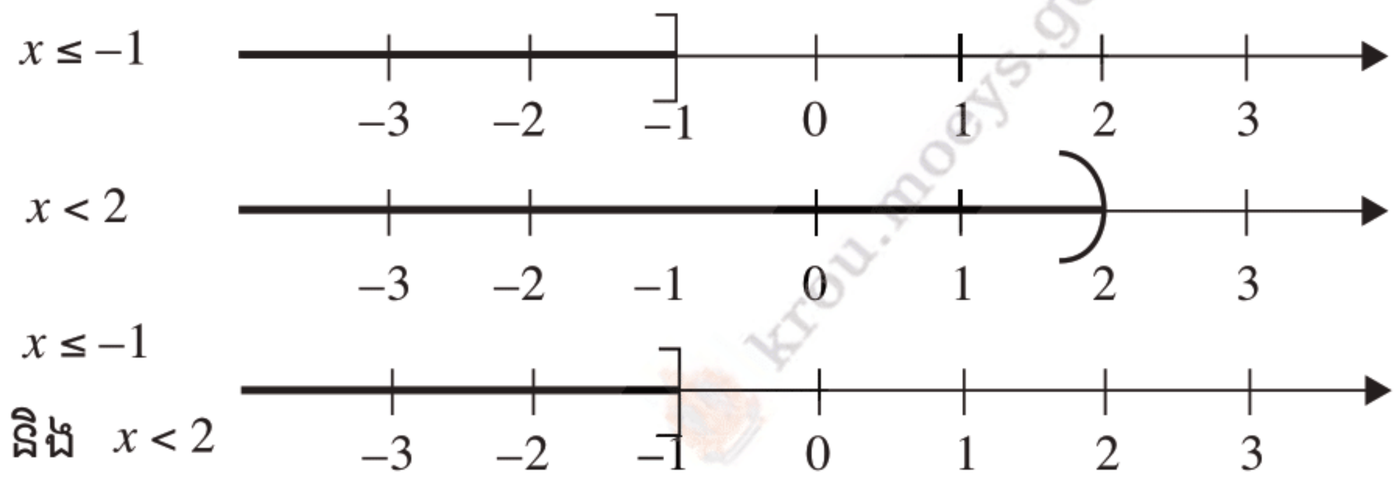
ចម្លើយ តាម (1) : $2x+5\le 3 \Leftrightarrow 2x\le -2 \Leftrightarrow x\le -1$

តាម (2) : $14-5x>4 \Leftrightarrow -5x>-10 \Leftrightarrow x<2$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ទៅនឹងវិសមីការដើមយើងបាន $x\le -1$ និង $x<2$ ពិត ។

ចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $x\le -1$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នាក្នុងវិសមីការទាំងពីរ ។

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន :



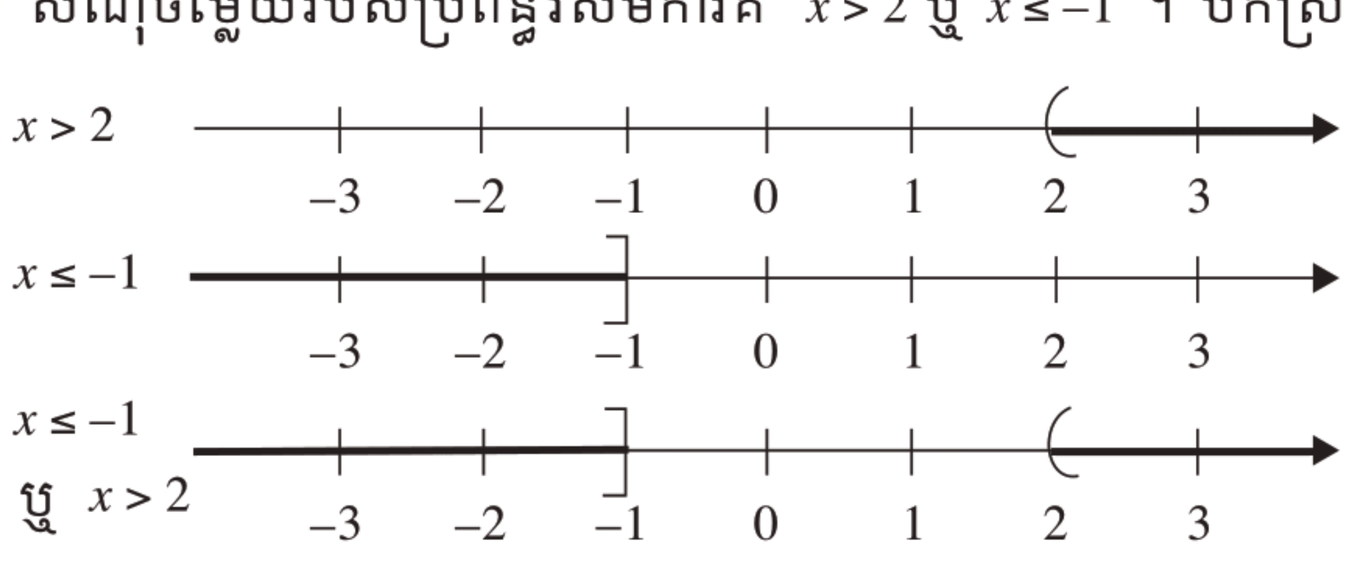
គេអាចថាប្រព័ន្ធវិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x\le -1\}$ ឬ $x\in(-\infty, -1]$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} 3x-5>2x-3 & (1) \\ -2x+7\ge 9 & (2) \end{cases}$

ចម្លើយ តាម (1) : $3x-5>2x-3 \Leftrightarrow 3x-2x>5 \Leftrightarrow x>2$

តាម (2) : $-2x+7\ge 9 \Leftrightarrow -2x\ge 2 \Leftrightarrow x\le -1$

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $x>2$ ឬ $x\le -1$ ។ បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន :



សំណុំចម្លើយប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $\{x|x>2\}\cap\{x|x\le -1\}=\varnothing$ ។

facebook.com/kroumoeys
www.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $\begin{cases} 2x + 5 \geq 5x - 4 \\ x - 7 \geq 2x - 3 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 5 - x > 7 \\ 2x + 3 \geq 13 \end{cases}$

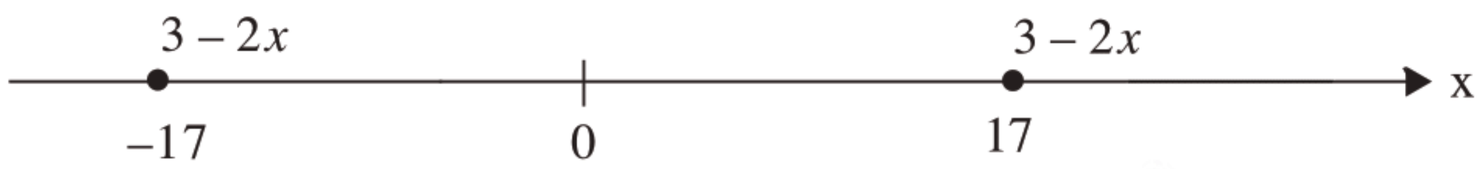
គ. $\begin{cases} 2x - 7 \leq 6x + 5 \\ 4x - 11 \leq 4 + x \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} 5 < 4(y + 2) - 5y \\ \frac{1}{2}y + 3 > 2 \end{cases}$ ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការដែលមានតម្លៃដាច់ខាត

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយសមីការ $|3 - 2x| = 17$ ។

ចម្លើយ ដោយ $|3 - 2x| = 17$ នោះកន្សោម $3 - 2x$ តាងចំនួនដែលមាន 17 ឯកតាពីគល់អ័ក្ស ។



គេត្រូវដោះស្រាយសមីការពីរគឺ : $3 - 2x = 17$ ឬ $3 - 2x = -17$

$-2x = 14$ ឬ $-2x = -20$

$x = -7$ ឬ $x = 10$ ។

សំណុំចម្លើយនៃសមីការគឺ $\{-7 \ , \ 10\}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $|3 - 2x| > 17$ ។

ចម្លើយ ដោយ $|3 - 2x| > 17$ នោះកន្សោម $3 - 2x$ តាងចំនួនដែលធំជាង 17 ឯកតាពីគល់អ័ក្ស ។

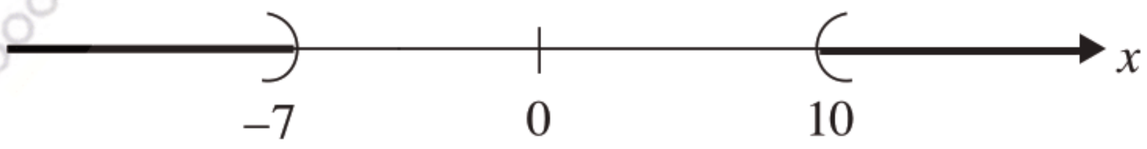
គេត្រូវដោះស្រាយវិសមីការពីរគឺ : $3 - 2x < -17$ ឬ $3 - 2x > 17$

$-2x < -20$ ឬ $-2x > 14$

$x > 10$ ឬ $x < -7$ ។

សំណុំចម្លើយនៃវិសមីការគឺ $x \in (-\infty \ , \ -7) \ \cup \ (10 \ , \ +\infty)$ ។

បកស្រាយលើបន្ទាត់នៃចំនួន



facebook.com/
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
krou.

ឧទាហរណ៍ 3 ដោះស្រាយវិសមីការ $|3-2x| \le 17$ ។

ចម្លើយ ដោយ $|3-2x| \le 17$ នោះកន្សោម $3-2x$ តាងចំនួនដែលតូចជាង 17 ឯកតាពីគល់បន្ទាត់ចំនួន ។ គេត្រូវដោះស្រាយវិសមីការពីរគឺ :

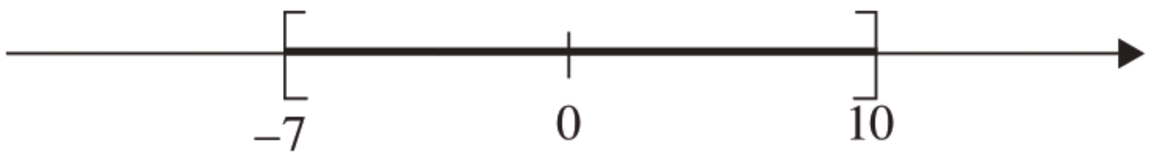
$$-17 \le 3-2x \le 17$$

$-2x \ge -20$ និង $-2x \le 14$

$x \le 10$ និង $x \ge -7$

សំណុំចម្លើយនៃវិសីមការគឺ $x \in [-7,\ 10]$ ។

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន ។



ជាទូទៅ ចំពោះសមីការ និងវិសមីការដឺក្រេទី 1 ដែលមានតម្លៃដាច់ខាត ហើយ $C > 0$ គេបាន :

1 . $|Ax+B| = C$ មានន័យថា $Ax+B = C$ ឬ $Ax+B = -C$ ។

2 . $|Ax+B| < C$ មានន័យថា $Ax+B > -C$ និង $Ax+B < C$

(ឬយើងអាចសរសេរ $-C < Ax+B < C$) ។

3 . $|Ax+B| > C$ មានន័យថា $Ax+B < -C$ ឬ $Ax+B > C$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម រួចបកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន ។

ក. $|2x-3| < 4$

ខ. $|2x-1| - 3 \ge 2$

គ. $\left|\frac{x-8}{2}\right| \le 4$

ឃ. $|8x-7| > 1$ ។

facebook.com/kromoeys
youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh

3.4 វិសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត

ក. សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី 2

វិសមីការដែលជាប់ទាក់ទងនឹងពហុធាដឺក្រេទី 2 ហៅថា វិសមីការដឺក្រេទី 2 ។

ឧទាហរណ៍ $2x^2+3x-5<0$, $x^2\le 4$,

$x^2+5x+6>0$ **ជាវិសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត x ។**

ជាទូទៅ វិសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត x មានរាង $ax^2+bx+c>0$ ឬ $ax^2+bx+c<0$ ដែល $a\neq 0$ ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី 2

ត្រីធាដឺក្រេទី 2 មានរាង $f(x)=ax^2+bx+c$ ដែល $a\neq 0$ ។

ករណី $\Delta>0$

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2-3x-10\le 0$ (1)

ចម្លើយ គេសិក្សាសញ្ញានៃ $f(x)=x^2-3x-10$ ។

$\Delta=49>0$, $x_1=-2$ $x_2=5$ ។ ដាក់ $f(x)$ ជាកត្តា

គេបាន : $f(x)=x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$ ។

ខ្លឹមសារ

- បង្ហាញសញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត
- ដោះស្រាយវិសមីការតាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី 2
- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 2
- អនុវត្តវិសមីការដឺក្រេទី 2

ពាក្យគន្លឹះ

- វិសមីការដឺក្រេទី 2
- សញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី 2
- អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫស

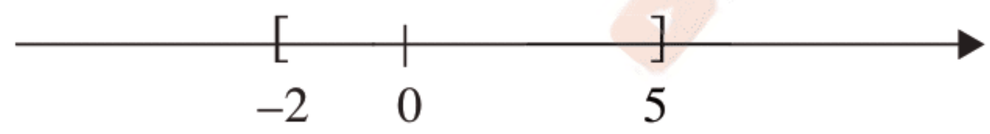
facebook.com/moeys
moeys.gov.kh

តារាងសញ្ញានៃ $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)=(x+2)(x-5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាងគេសង្កេតឃើញថា វិសមីការ (1) ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះតម្លៃ x ដែលនាំឱ្យ $f(x)\le 0$ គឺ $-2\le x\le 5$ ។ ដូចនេះចម្លើយនៃវិសមីការ (1) គឺ $-2\le x\le 5$ ឬ $x\in[-2\ ,\ 5]$ ។

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន



ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $2x^2-7x+3>0$ ។

ចម្លើយ តាង $f(x)=2x^2-7x+3$ ។ $\Delta=25>0$ នាំឱ្យ $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=3$ ។

គេដាក់ $f(x)$ ជាកត្តា

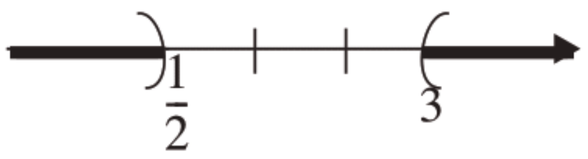
គេបាន $f(x)=(2x-1)(x-3)$ ។ គេសិក្សាសញ្ញានៃ $f(x)$ តាមតារាងខាងក្រោម :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)=(2x-1)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាងនេះចម្លើយនៃវិសមីការដើមគឺ

$x<\frac{1}{2}$, $3<x$ ឬ $x\in\left(-\infty,\ \frac{1}{2}\right)\cup(3,\ +\infty)$ ។

ចម្លើយលើបន្ទាត់ចំនួន



ជាទូទៅ បើសមីការ $ax^2+bx+x=0$ មាន $\Delta>0$ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ α និង β គេអាចដាក់ជាផលគុណកត្តា $f(x)=ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$ ។

គេនឹង សិក្សាសញ្ញានៃត្រីធា ax^2+bx+c ដោយគ្រាន់តែសិក្សា សញ្ញាផលគុណ a និង $(x-\alpha)(x-\beta)$ ។ ចំពោះ $a>0$ គេបានតារាងដូចខាងក្រោម :

x	$-\infty$		α		β	$+\infty$
$x-\alpha$	$-$		0	$+$		$+$
$x-\beta$	$-$			$-$	0	$+$
$(x-\alpha)(x-\beta)$	$+$		0	$-$	0	$+$
$f(x)$	សញ្ញាដូច a		សញ្ញាផ្ទុយ a		សញ្ញាដូច a	

គេបានរូបមន្តទូទៅដូចខាងក្រោម :

ចម្លើយនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2

ចំពោះ $\Delta > 0$ និង $a > 0$ សមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា α និង β ដែល $\alpha < \beta$ នោះ

(1) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c > 0$ គឺ $x < \alpha$, $\beta < x$ ។

(2) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c < 0$ គឺ $\alpha < x < \beta$ ។

(3) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c \geq 0$ គឺ $x \leq \alpha$, $\beta \leq x$ ។

(4) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c \leq 0$ គឺ $\alpha \leq x \leq \beta$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2 - 2x - 2 > -0$ ខ. $2x^2 - 3x - 2 < 0$ គ. $-5x^2 - 3x + 2 \leq 0$

ឃ. $3x^2 - 7x + 10 \geq 2x^2$ ង. $(x+1)(x+4) > 18$ ច. $\frac{5x^2}{2} - \frac{x}{6} \geq \frac{1}{3}$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ដោះស្រាយវិសមីការ $1 + 2x - x^2 \geq 0$ ។

ចម្លើយ គុណអង្គទាំងពីរនឹង (-1) ដើម្បីឱ្យមេគុណ x^2 ជាចំនួនវិជ្ជមាន នោះគេបាន :

$x^2 - 2x - 1 \leq 0$ ដោះស្រាយ $x^2 - 2x - 1 = 0$ ។

$\Delta' = 2 > 0$ សមីការមានឫស $x = 1 \pm \sqrt{2}$ ។ ដោយ $a = 1 > 0$

តាមរូបមន្តខាងលើ គេបានចម្លើយនៃវិសមីការគឺ $1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ចូររកតម្លៃ p និង q បើចម្លើយនៃវិសមីការ

$x^2 + px + q > 0$ គឺ $x < -3$, $2 < x$ ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/

■ ករណី $\Delta = 0$

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការ $16x^2 - 8x + 1 > 0$ ។

ចម្លើយ តាង $f(x) = 16x^2 - 8x + 1$ ។ $\Delta = 16 - 16 = 0$

នាំឱ្យ $x_1 = x_2 = \frac{1}{4}$ ។ ដាក់ $f(x)$ ជាកត្តា គេបាន $f(x) = 16\left(x - \frac{1}{4}\right)^2$, $f(x) = 0$

$\Rightarrow x = \frac{1}{4}$ ហើយ $a = 16 > 0$ ។

គេបាន $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a លើកលែងតែ $x = \frac{1}{4}$ ។

ដូចនេះ វិសមីការដើមមានចម្លើយគ្រប់ចំនួនពិត លើកលែងតែ $x = \frac{1}{4}$ ឬ $\left\{x | x \neq \frac{1}{4}\right\}$ ឬ $x \in \left(-\infty, \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $10x + x^2 + 25 < 0$ ។

ចម្លើយ តាង $f(x) = x^2 + 10x + 25$ ។ $\Delta' = 25 - 25 = 0$ ហើយ $a = 1 > 0$ នាំឱ្យ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a មានន័យថា $f(x) \geq 0$, $x = -5$ នាំឱ្យ $f(-5) = 0$ ។

ដូចនេះ វិសមីការ (1) គ្មានចម្លើយ ។

ជាទូទៅ បើសមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ មានឫស α ជាឫសឌុប

គេបាន $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2$ ។

ចំពោះ $a > 0$ នោះវិសមភាព $a(x - \alpha)^2 \geq 0$ ពិតជានិច្ច ។

ពេល $x = \alpha$ នោះគេបាន $a(x - \alpha)^2 = 0$ ។

គេបានរូបមន្តទូទៅដូចខាងក្រោម :

ចម្លើយនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2

ចំពោះ $\Delta = 0$ និង $a > 0$ សមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ មានឫសឌុប

(1) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c > 0$ គឺគ្រប់ចំនួនពិតទាំងអស់ លើកលែងតែ α ។

(2) $ax^2 + bx + c < 0$ មិនមានចម្លើយ ។

(3) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c \geq 0$ គឺឫសពិតទាំងអស់ ។

(4) ចម្លើយនៃ $ax^2 + bx + c \leq 0$ គឺ $x = \alpha$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2-4x+4>0$ ខ. $4x^2+4x+1<0$ គ. $9x^2-12x+4\geq 0$ ឃ. $64\leq 16x-x^2$ ។

■ ករណី $\Delta<0$

សមីការ $ax^2+bx+c=0$ គ្មានឫសជាចំនួនពិតទេ មានឫសជាចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នា ។

$\Delta=b^2-4ac$ គេបានត្រីធា $f(x)=ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)\right]$

ឬ $=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{-\Delta}{4a^2}\right]$

មាន $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2\geq 0$, $\frac{-\Delta}{4a^2}>0$ ដោយ $\Delta<0$ និង $a>0$ ។

ដូចនេះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a ជានិច្ច ។

គេបានរូបមន្តទូទៅដូចខាងក្រោម :

ចម្លើយនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2

ចំពោះ $\Delta<0$ និង $a>0$ សមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫសជាចំនួនកុំផ្ទិចឆ្លាស់គ្នា នោះ

(1) ចម្លើយនៃ $ax^2+bx+c>0$ គឺគ្រប់ចំនួនពិតទាំងអស់ ។

(2) $ax^2+bx+c<0$ គ្មានចម្លើយ ។

(3) ចម្លើយនៃ $ax^2+bx+c\geq 0$ គឺចំនួនពិតទាំងអស់ ។

(4) $ax^2+bx+c\leq 0$ គ្មានចម្លើយ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការ $2x^2+5x+7>0$ ។

ចម្លើយ ត្រីធា $f(x)=2x^2+5x+7$ មាន $\Delta=25-56=-31<0$ និងមេគុណ $a=2>0$

នាំឱ្យ $f(x)>0$ ជានិច្ច ។

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយជាសំណុំចំនួនពិតទាំងអស់ ឬ $x\in(-\infty\ ,\ +\infty\ )$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2+x+1\leq 0$ ។

ចម្លើយ ត្រីធា $f(x)=x^2+x+1$ មាន $\Delta=1-4=-3<0$ និងមេគុណ $a=1>0$ នាំឱ្យ $f(x)>0$ ។ ដូចនេះវិសមីការគ្មានចម្លើយ ។

ប្រតិបត្តិ ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $2x^2+3x+4>0$ ខ. $x^2+2x+5<0$ គ. $2x^2-4x+3\geq 0$ ឃ. $5x\geq x^2+9$ ។

គ. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រែទី 2 មានមួយអញ្ញាត

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}3x^2-11x-4<0 & (1)\\ 2x^2+x-1\geq 0 & (2)\end{cases}$

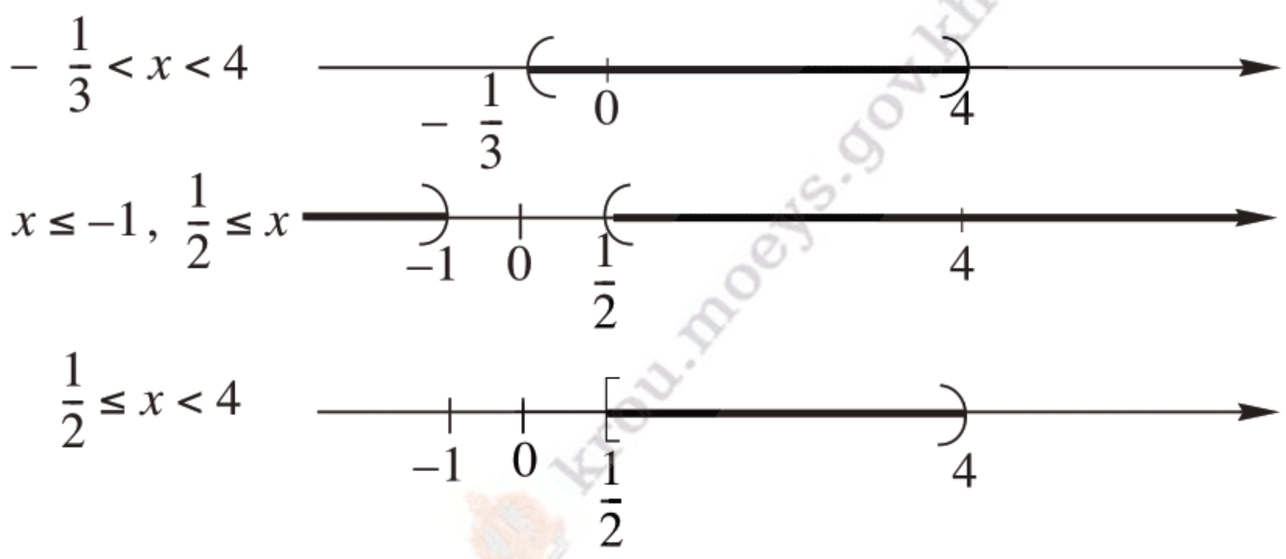
ចម្លើយ តាមវិសមីការ (1) : គេដាក់ជាកត្តា : $3x^2-11x-4=(3x+1)(x-4)<0$

ចម្លើយនៃវិសមីការ (1) គឺ $-\frac{1}{3}<x<4$ (3)

វិសមីការ (2) : $2x^2+x-1\geq 0$ គេដាក់ជាកត្តា $2x^2+x-1=\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)\geq 0$

ចម្លើយនៃ (2) គឺ $x\leq -1$, $\frac{1}{2}\leq x$ (4)

បកស្រាយ (3) និង (4) នៅលើបន្ទាត់ចំនួន ដើម្បីកំណត់តម្លៃរួម ។ គេបាន $\frac{1}{2}\leq x<4$ ។



ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x\in\left[\frac{1}{2}\ ,\ 4\right)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}x^2+x-6>0 & (1)\\ x^2+3x-4\geq 0 & (2)\end{cases}$

ចម្លើយ ត្រីធា $f(x)=x^2+x-6$ មានឫស $x_1=-3$, $x_2=2$ ។

$g(x)=x^2+3x-4$ មានឫស $x_1=1$, $x_2=-4$ ។

គេបានតារាង

x	$-\infty$		-4		-3		1		2		$+\infty$
$f(x)$	+		+	0	−		−	0	+		
$g(x)$	+	0	−		−	0	+		+		
$\begin{cases}f(x)\\ g(x)\end{cases}$	+	0						0	+		

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou...

វិសមីការ (1) មានសំណុំចម្លើយ $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ ។

វិសមីការ (2) មានសំណុំចម្លើយ $(-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$ ។

ដូចនេះប្រព័ន្ធវិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $S = S_1 \cap S_2$ គឺ $S = (-\infty, -4] \cup (2, +\infty)$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \le 0 \\ x^2 - 9x + 14 < 0 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} -x^2 + 3x + 4 \ge 0 \\ (2x^2 + 3)(x^2 - 3x) > 0 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} x^2 + x - 3 > 0 \\ x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} x^2 + x - 20 \le 0 \\ 2x^2 + 7x + 3 > 0 \end{cases}$ ។

ឃ. អនុវត្តវិសមីការ

ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការ $x^3 - 2x^2 - 8x \le 0$ ។

ចម្លើយ យើងដាក់ជាផលគុណកត្តាត្រីធា

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 8x = x(x^2 - 2x - 8)$$

$$= x(x + 2)(x - 4)$$

សិក្សាសញ្ញាត្រីធា $f(x)$ តាមតារាងខាងក្រោម

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x-4$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

សំណុំចម្លើយនៃវិសមីការគឺ $x \in (-\infty, -2] \cup [0, 4]$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{(x^2 + 3x - 4)}{x^2 - 9} > 0$

ចម្លើយ អង្គទី 1 នៃវិសមីការជាកន្សោមប្រភាគ ។ មានន័យលុះត្រាតែ $x^2 - 9 \ne 0$ គឺ $x \ne 3$ ឬ $x \ne -3$ ។

ក្នុងករណីនេះ គេគ្រាន់តែសិក្សាផលចែកសញ្ញានៃពីរត្រីធា ។

ត្រីធា $f(x) = x^2 + 3x - 4$ មានឫស $x_1 = 1$ ឬ $x_2 = -4$ ។

ត្រីធា $g(x) = x^2 - 9$ មានឫស $x_1 = -3$, $x_2 = 3$ ។

សិក្សាសញ្ញា $\frac{f(x)}{g(x)}$ តាមតារាងខាងក្រោម :

x	$-\infty$		-4		-3		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

តាមតារាងសំណុំចម្លើយរបស់វិសមីការគឺ

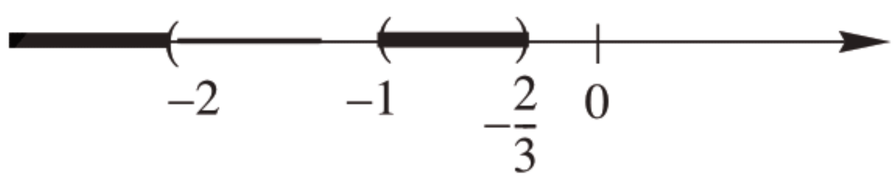
$x \in (-\infty, -4) \cup (-3, 1) \cup (3, +\infty)$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 គេឱ្យសមីការ $x^2 + 2mx - 3m - 2 = 0$ ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។

ចម្លើយ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន លុះត្រាតែ :

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} \Delta' = m^2 - (3m - 2) = m^2 + 3m + 2 > 0 \\ S = -2m > 0 \\ P = -3m - 2 > 0 \end{cases}$$

គេបាន $\begin{cases} (m+2)(m+1) > 0 \\ m < 0 \\ m < -\frac{2}{3} \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} m < -2 \ , \ -1 < m \\ m < 0 \\ m < -\frac{2}{3} \end{cases}$



ដូចនេះ $m \in (-\infty, -2) \cup \left(-1, -\frac{2}{3}\right)$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 សិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសនៃសមីការ $mx^2 - 2(2m-3)x + 2m - 1 = 0$ (1) តាមតម្លៃនៃ m ។

ចម្លើយ គេបាន $\Delta' = 2m^2 - 11m + 9$, $\Delta' = 0$, $m = 1$, $m = \frac{9}{2}$ ។

$P = \frac{2m-1}{m}$

បើ $P = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$ និង $S = \frac{2(2m-3)}{m}$

បើ $S = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$ ។

m	Δ'	P	S	$x_1 < x_2$	
$+\infty$					
9	$+$	$+$	$+$	$0 < x_1 < x_2$	
$\frac{9}{2}$	0				$x_1 = x_2 = 0$
3	$-$	$+$	$+$		} សមីការមានឫសជាចំនួនកុំផ្ទិច
$\frac{3}{2}$			0		
	$-$	$+$	$-$		
1	0				$x_1 = x_2 = -1$
$\frac{1}{2}$	$+$	$+$	$-$	$x_1 < x_2 < 0$	
		0			$x_1 = 0 \ , \ x_2 = -8$
0	$+$	$-$	$-$	$x_1 < 0 < x_2$	
$-\infty$	$+$	$-$	$-$	$x_1 < 0 < x_2$	សមីការដឺក្រេទី 1 មានឫស $x = \frac{1}{6}$ ។

3.5 ការបង្ហាញវិសមភាព

ឧទាហរណ៍ 1 ចូរបង្ហាញវិសមភាព $a^2 + b^2 \geq ab$ ។

ចម្លើយ $a^2 + b^2 \geq ab \Rightarrow a^2 + b^2 - ab > 0$

$$a^2 - ab + b^2 = \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2$$

ដោយ a និង b ជាចំនួនពិត គេបាន

$\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0$, $\frac{3}{4}b^2 \geq 0$ នាំឱ្យ $\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$

ដូចនេះ $a^2 - ab + b^2 \geq 0$ ។

សម្គាល់ បើ $a^2 + b^2 = ab$ នោះ $\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 = 0$ ។

ដូចនេះ $\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 = 0$ និង $b = 0$ ។

នាំឱ្យ $a = b = 0$ ។

ការបង្ហាញវិសមភាពនេះពិតចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a, b ។

ប្រតិបត្តិ 1 ចូរបង្ហាញវិសមភាពខាងក្រោម :

ក. $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ ខ. $5x^2 - 4xy + 6y^2 \geq 0$ គ. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ចូរបង្ហាញវិសមភាព $a>b \Leftrightarrow a^2>b^2$ ចំពោះ $a>0$, $b>0$ ។

ចម្លើយ $a>b \Rightarrow a-b>0$ វាមានលក្ខណៈគ្រប់គ្រាន់ ដើម្បីបង្ហាញថា

$a-b>0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b)>0$ ។

ដោយ $a>0$ និង $b>0$ នោះ $a+b>0$ ។

ដូចនេះ សញ្ញានៃ $a-b$ និង $(a-b)(a+b)$ ដូចគ្នា ។

នាំឱ្យ $a-b>0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b)>0$ ។

ឬ $a>b \Leftrightarrow a^2-b^2>0$ ឬ $a^2>b^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 ចូរបង្ហាញវិសមភាព $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$ ចំពោះ $a>0$, $b>0$ ។

ចម្លើយ $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$ លុះត្រាតែ $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{a+b})^2$

ដូចនេះ គេអាចស្រាយបញ្ជាក់ថា $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{a+b})^2$

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-(\sqrt{a+b})^2 = a+2\sqrt{ab}+b-(a+b) = 2\sqrt{ab}>0$$

ដូចនេះ $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2>(\sqrt{a+b})^2$ ។ តាមការបង្ហាញនេះ គេអាចថា $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 បង្ហាញវិសមភាព $\sqrt{a}-\sqrt{b}<\sqrt{a-b}$ ចំពោះ $a>b>0$ ។

មធ្យមនព្វន្ត និងមធ្យមធរណីមាត្រ

ចំពោះ $a\geq 0$, $b\geq 0$

$$\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$$

សមភាពនេះពិត លុះត្រាតែ $a=b$

សម្រាយបញ្ជាក់

បើគេតាង $\sqrt{a}=x$, $\sqrt{b}=y$ នោះ $a=x^2$, $b=y^2$, $\sqrt{ab}=xy$ ។

ដូចនេះ $\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{x^2+y^2}{2}-xy=\frac{x^2+y^2-2xy}{2}$

$$=\frac{(x-y)^2}{2}\geq 0$$

ដូចនេះ $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh

ម៉្យាងវិញទៀត $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ ពិតនៅពេលដែល $\frac{(x-y)^2}{2} = 0$

កាលណា $x = y$ ឬ $a = b$ ។

$\frac{a+b}{2}$ ហៅថា **មធ្យមនព្វន្ត** និង $\sqrt{ab}$ ហៅថា **មធ្យមធរណីមាត្រ** នៃ a និង b ។

ប្រតិបត្តិ 3 ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាពខាងក្រោមចំពោះ $a>0$, $b>0$

ក. $a^2+ab+b^2 \geq 0$ ខ. $5x^2-4xy+6y^2 \geq 0$ គ. $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$

ក. $a+\frac{1}{a} \geq 2$ ខ. $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{c}\right) \geq 4$ គ. $\sqrt{x}+\sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$ ។

មេរៀនសង្ខេប

- លក្ខណៈវិសមភាព : ចំពោះ a, b និង c ជាចំនួនពិត

  បើ $a>b$ នោះ $a+b>b+c$, $a-c>b-c$

  $a>b$ និង $c>0$ នោះ $ac>bc$

  $a>b$ និង $c<0$ នោះ $ac<bc$

  $a>b$ និង $c=0$ នោះ $ac=bc$ ។

- វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាតមានទម្រង់ $Ax+B>0$ និង $Ax+B<0$ ដែល A និង B ជាចំនួនពិត ។
- វិសមីការពីរផ្គុំគ្នា បង្កើតជាប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត ។
- សំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 1 គឺតម្លៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នា ក្នុងវិសមីការទាំងពីរ ។
- សមីការដឺក្រេទី 1 ដែលមានតម្លៃដាច់ខាត ហើយ $C>0$ $|Ax+B| = C$ មានន័យថា $Ax+B = C$ ឬ $Ax+B = -C$ ។
- វិសមីការដឺក្រេទី 1 ដែលមានតម្លៃដាច់ខាត $C>0$

  $|Ax+B|<C$ មានន័យថា $Ax+B>-C$ និង $Ax+B<C$ ឬ $-C<Ax+B<C$

  $|Ax+B|>C$ មានន័យថា $Ax+B<-C$ ឬ $Ax+B>C$

facebook.com/... youtube.com/moeys moeys.gov.kh krou...

- វិសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាតមានរាង $ax^2+bx+c>0$ ឬ $ax^2+bx+c<0$ ដែល $a\neq 0$ ។
- ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី 2 : $f(x)=ax^2+bx+c$ ។

  ក. $\Delta<0$: $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a ជានិច្ច ។

  ខ. $\Delta=0$: $f(x)$ មានឫសឌុប ហើយមានសញ្ញាដូច a កាលណា $x\neq -\frac{b}{2a}$ ។

  គ. $\Delta>0$: $f(x)$ មានឫសពីរ α និង β ។

  - $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a កាលណា $x<\alpha$, $\beta<x$ ។
  - $f(x)$ មានសញ្ញាផ្ទុយពី a កាលណា $\alpha<x<\beta$ ។
  - $f(x)=0$ កាលណា $x=\alpha$, $x=\beta$ ។
- វិសមីការដឺក្រេទី 2 ផ្គុំគ្នា បង្កើតជាប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 2 ។ តម្លៃ x ផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នារបស់វិសមីការទាំងពីរជាសំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការ ។
- មធ្យមនពូន្ត និងមធ្យមធរណីមាត្រ $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ ដែល $a>0$, $b>0$ ។

  $\frac{a+b}{2}$ ហៅថាមធ្យមនពូន្ត

  $\sqrt{ab}$ ហៅថា មធ្យមធរណីមាត្រ ។

លំហាត់

1. ដោះស្រាយវិសីមការខាងក្រោម :

   ក. $5-2(y-1)\leq 2(4+y)$

   ខ. $4(2x+1)+5\geq 2(3x)+5$

   គ. $y+1<\frac{3}{2}y-3$

   ឃ. $\frac{2(x-4)}{10}>2-\frac{x}{5}$

   ង. $1-\frac{x}{3}<\frac{1}{3}(2x-3)$

   ច. $\frac{2}{5}(y-5)-\frac{2}{3}(2-y)\leq 2$ ។

2. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម :

   ក. $\begin{cases}-4x-5\geq 0\\ 3x-2\geq 0\end{cases}$

   ខ. $\begin{cases}2x+7>5x-9\\ x-8\leq 4x-3\end{cases}$

   គ. $\begin{cases}y+1\geq\frac{1}{3}(y+5)\\ \frac{1}{2}(3y+7)-1<0\end{cases}$

   ឃ. $\begin{cases}6(x+1)>2x-5\\ 25-\frac{6-x}{2}\leq 3x\end{cases}$ ។

3. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $2(x-3)+5<5x-6\le\dfrac{3x+4}{3}$ ខ. $3x^2-6x+1<2x^2-17$

គ. $x^2+5x-3>3x^2-2x$ ឃ. $x^2+3x\le\dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{15}{2}$ ។

4. កំណត់តម្លៃ c នៃវិសមីការ $x^2+7x+9>8x+c$ មានចម្លើយចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ។

5. គេឱ្យសំណុំពីរ A និង B ដូចខាងក្រោម :

$A=\{x/6x^2-7x-5>0\}$, $B=\{x/x^2-2x-8<0\}$

ចូររកចំនួនគត់ក្នុងចំណោមធាតុនៃ $A\cap B$ ។

6. ចូរបង្ហាញវិសមភាពខាងក្រោមចំពោះ $a>0$, $b>0$, $c>0$, $x>0$, $y>0$ ។

ក. $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{1}{c}\right)\left(c+\dfrac{1}{a}\right)\ge 8$ ខ. $(ab+bc+ca)^2\ge 3abc(a+b+c)$

គ. $2x^2\ge 3xy-2y^2$ ឃ. $x^2+y^2\ge 2(x-y-1)$ ។

7. គេមានវិសមីការ $(a-1)x^2-2(a-1)x+3\ge 0$ ។ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យវិសមីការមានឫស ។

លំហាត់ជំពូក

1. គណនា

ក. $(\sqrt{-50}-\sqrt{72})(\sqrt{27}+\sqrt{-75})$ ខ. $(\sqrt{2}+i)^2-(\sqrt{2}-i)^2$

គ. $\dfrac{1}{\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{1-i}}$ ឃ. $\dfrac{1+3\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i}+\dfrac{3\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}i}$ ។

2. ចូររកតម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b នៃសមីការខាងក្រោម :

ក. $(a+b)+abi=3+i$ ខ. $2+(a+b^2)i=a-b+4i$

គ. $(-1+i)(a+bi)=1-3i$ ឃ. $(2+i)a-(1-3i)b+(5+6i)=0$ ។

3. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម :

ក. $(x-1)^2+3(x-1)+2=0$ ខ. $(x-1)(x-2)\cdot(x-3)=24$

គ. $(x-1)^2+4(x-1)(x-3)-2(2x-3)^2=0$ ឃ. $(x^2-x)^2-4(x^2-x)-12=0$ ។

4. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} 3x-2y-z=11 \\ 2x-5y-2z=3 \\ -5x-y+2z=-33 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} x-2y=3 \\ x^2-4xy+y^2=6 \end{cases}$ ។

5. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2-8x+12>0$

ខ. $3x^2-5x+4>3-x^2$

គ. $(2x-1)(x+4)>18$

ឃ. $|x^2-8x+6|<6$ ។

6. ក. ដោះស្រាយសមីការ $5x^2-3x^2-32x-12=0$ ។

ខ. គេមានកន្សោម $f(x)=2x^3-9x^2+Ax+B$ ដែល A និង B ជាចំនួនថេរ ។

កន្សោមនេះចែកនឹង $x+1$ ឬចែកនឹង $x-2$ មានសំណល់ 3 ដូចគ្នា ។

(1). រកតម្លៃ A និង B ។

(2). ដោះស្រាយសមីការ $f(x)-3=0$ ។

(3). ដោះស្រាយសមីការ $f(2x)-3=0$ ។

7. គេមាន a , b , x , y ជាចំនួនវិជ្ជមាន និង $a+b=1$ ។

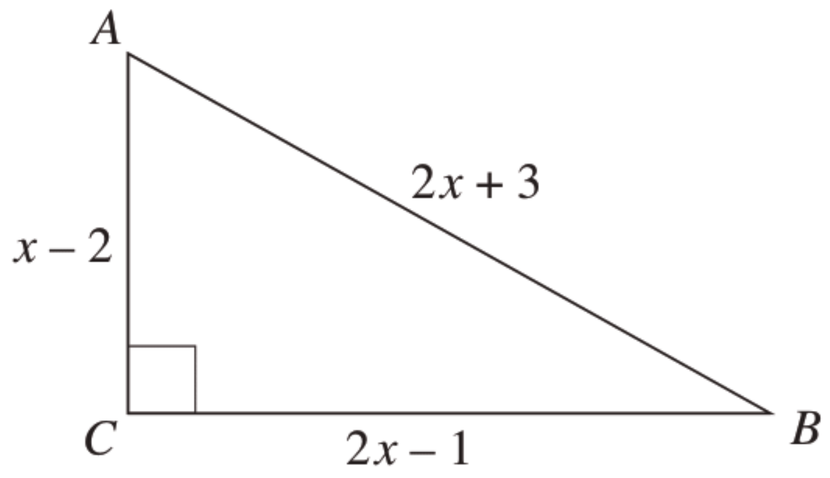
បង្ហាញថា $\sqrt{ax+by}\geq a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$ ។

8. គេមានសមីការ $x^2-2(k-3)x+4k=0$ ដែលមានឫសពីរ α និង β ។

ក. រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឫសទាំងពីរវិជ្ជមាន ។

ខ. រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឫសទាំងពីរអវិជ្ជមាន ។

9. គេឱ្យ ABC ជាត្រីកោណដែលមានមុំ ACB ជាមុំកែង (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។



ក. ប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រសរសេរសមីការដែលមានអញ្ញាត x ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $x^2-20x-4=0$ ។

គ. រកផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ ABC ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

10. កម្មករពីរនាក់ជួសជុលផ្ទះមួយ ។ កម្មរទី 1 ធ្វើបានពាក់កណ្តាល រួចឱ្យកម្មករទី 2 បង្ហើយកិច្ចការដែលនៅសល់ ។ កិច្ចការនេះបានចប់ក្នុងរយៈពេល $12h30\text{mn}$ តែបើកម្មករទាំងពីរធ្វើការរួមគ្នានោះ គេអាចបញ្ចប់កិច្ចការនេះក្នុងរយៈពេល 6h ។

    តើកម្មករនីមួយៗ ត្រូវចំណាយពេលប៉ុន្មានម៉ោង ដើម្បីជួសជុលផ្ទះនោះហើយ ។

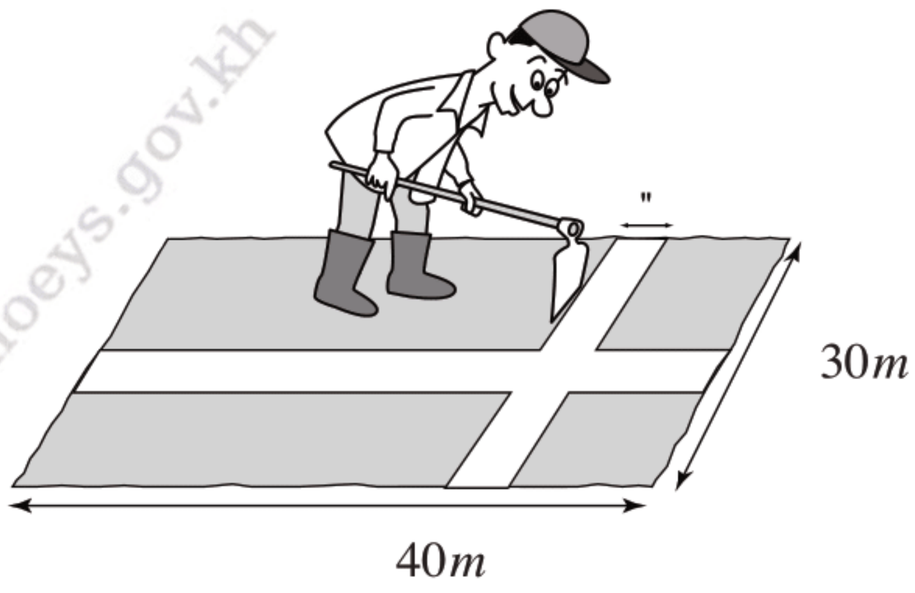
11. ក្រុមហ៊ុនមួយផលិតវិទ្យុលក់តម្លៃ $\$10$ ក្នុងមួយគ្រឿង ។ ម្ចាស់ក្រុមហ៊ុនប៉ាន់ស្មានថា បើគេលក់តម្លៃ $\$\,x$ ក្នុងមួយគ្រឿងនោះភ្ញៀវនឹងទិញប្រហែល $80-x$ វិទ្យុក្នុង 1 ខែៗ ។

    ក. រកតម្លៃចំនួនថេរ A និង B ដែលប្រាក់ចំណេញរបស់ក្រុមហ៊ុនឱ្យដោយកន្សោម $-x^2+Ax+B$ ។

    ខ. កំណត់តម្លៃវិទ្យុ បើគេលក់បានចំណេញ $\$1000$ ។

    គ. តើប្រាក់ចំណេញអាចឡើងដល់ $\$2000$ ឬទេ ?

12. សួនផ្កាមួយរាងចតុកោណកែងមានទទឹង 30m និងបណ្តោយ 40m ។ គេចង់ធ្វើផ្លូវពីរកាត់គ្នាក្នុងសួនផ្កានោះ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ដែលមានទទឹងផ្លូវស្មើៗគ្នា និងផ្ទៃក្រឡាផ្លូវស្មើនឹង 325m^2 ។ គណនាទទឹងផ្លូវនោះ ។



facebook.com/groups/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ជំពូក 4

ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

1. កូអរដោនៃចំណុច
2. សមីការបន្ទាត់
3. សមីការរង្វង់
4. ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប

René Descartes 1596-1650

គណិតវិទូ និង ទស្សនវិទូ

យើងបានសិក្សារូបធរណីមាត្រ បន្ទាត់ និងរង្វង់រួចមកហើយ ។ នៅក្នុងជំពូកនេះ យើងនឹងសិក្សាបន្ទាត់ និងរង្វង់ ដែលឋិតនៅក្នុងប្លង់ប្រកបដោយ ប្រព័ន្ធកូអរដោនេ (xoy) ក្នុងករណីនេះគេអាចបកស្រាយបន្ទាត់ ឬរង្វង់ដោយសមីការពីជគណិតដែលមានទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ធ្វើយ៉ាងនេះបំណងឱ្យការសិក្សាធរណីមាត្រមានលក្ខណៈងាយស្រួល ។

លោក René Descartes ជាអ្នកបង្កើតឱ្យមានទំនាក់ទំនងរវាងធរណីមាត្រ និងពីជគណិតដើម្បីងាយស្រួលប្រើប្រាស់ក្នុងវិស័យផ្សេងៗទៀត ។

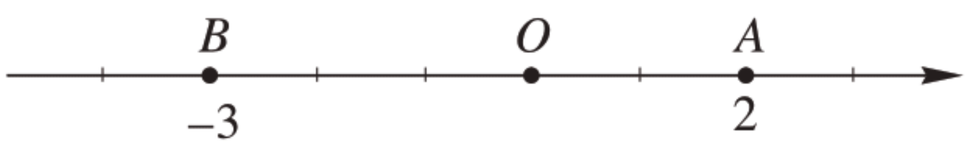
facebook.com/kroumoeys
www.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

មេរៀនទី

1 កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើបន្ត

1.1 កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើបន្ទាត់

ក. បន្ទាត់ចំនួនពិត



ឧទាហរណ៍ 1 ចំណុច A ស្ថិតនៅចម្ងាយ 2 ឯកតាខាងស្តាំគល់តម្រុយ O ហើយចំណុច B ស្ថិតនៅចម្ងាយ 3 ឯកតាខាងឆ្វេងគល់តម្រុយ O នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយ ។

គេថា A មាន**កូអរដោនេ** $+2$ (ឬ 2)

គេកំណត់សរសេរ $A(2)$ ។

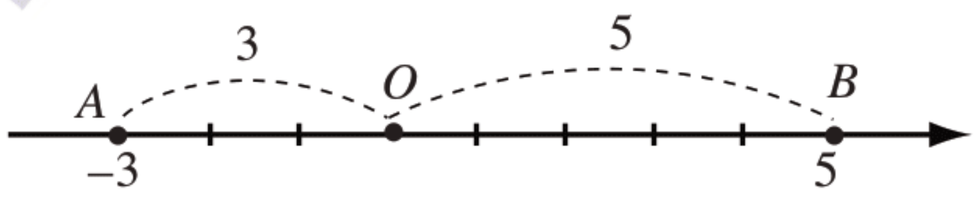
B មាន **កូអរដោនេ** -3

គេកំណត់សរសេរ $B(-3)$ ។

ជាទូទៅ គ្រប់ចំណុច M នៃបន្ទាត់មានចំនួនពិត x មួយគត់ដែលជាកូអរដោនេនៃ ចំណុច M គេកំណត់សរសេរ $M(x)$ ។

ខ. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

ឧទាហរណ៍ 2 ផ្លូវត្រង់មួយតាងដោយបន្ទាត់ចំនួនពិតដែលមានគល់តម្រុយ O ។



ខ្លឹមសារសំខាន់

- កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត
- កំណត់ចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត
- កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចមួយដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$
- កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចមួយដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m : n$ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- កូអរដោនេ
- គល់តម្រុយ O
- ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច
- ចែកខាងក្នុង ចែកខាងក្រៅ ផលធៀប
- កូអរដោនេចំណុចកណ្តាល

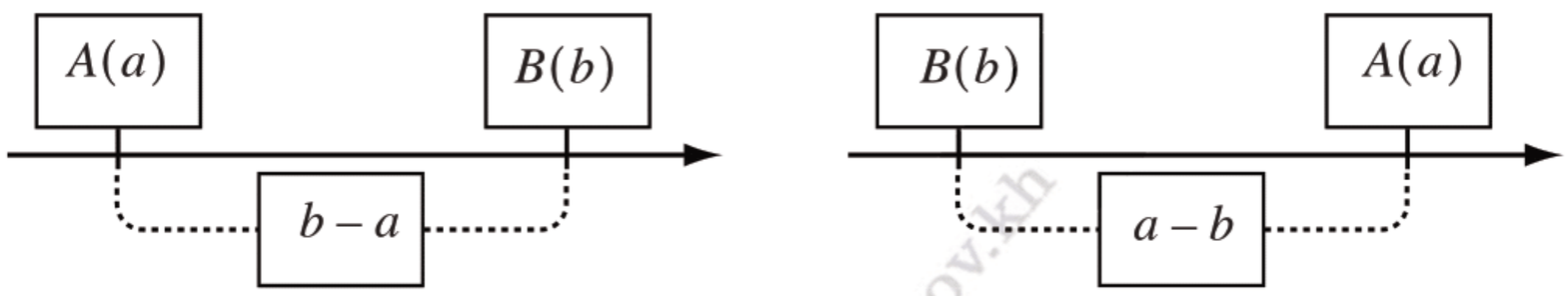
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

សុខឈរនៅត្រង់ចំណុច $A(-3)$ ហើយចំណតរថយន្តនៅត្រង់ចំណុច $B(5)$ នៃផ្លូវ L តើសុខឈរនៅចម្ងាយប៉ុន្មានឯកតាពីចំណតរថយន្ត ។ ចម្ងាយពី A ទៅគល់តម្រុយ O មាន 3 ឯកតា ហើយចម្ងាយពី O ទៅ B មាន 5 ឯកតា ។ គេអាចបកស្រាយតាមក្បួនរដាន់នៃចំណុចទាំងពីរ

$AB = |5-(-3)| = |8| = 8$ ។

ដូចនេះ សុខឈរនៅចម្ងាយ 8 ឯកតាពីចំណត ។

ជាទូទៅ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(a)$ និង $B(b)$ កំណត់ដោយ $AB = |b-a| = |a-b|$ ។

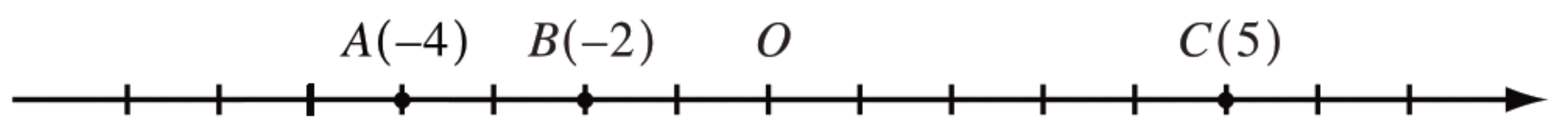


ឧទាហរណ៍ 3 គេឱ្យចីចំណុច $A(-4)$, $B(-2)$ និង $C(5)$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត ។

ក. ដៅចំណុច $A(-4)$, $B(-2)$ និង $C(5)$ ។

ខ. កំណត់ចម្ងាយ AO, AB និង BC ។

ចម្លើយ



ចម្ងាយ $AO = |0-(-4)| = 4$ ចម្ងាយ $AB = |-2-(-4)| = 2$ ចម្ងាយ $BC = |5-(-2)| = 7$

ប្រតិបត្តិ 1 គេឱ្យចីចំណុច $M(-3)$, $N(1.5)$ និង $P(4)$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត ។

ក. ដៅចំណុច M, N និង P

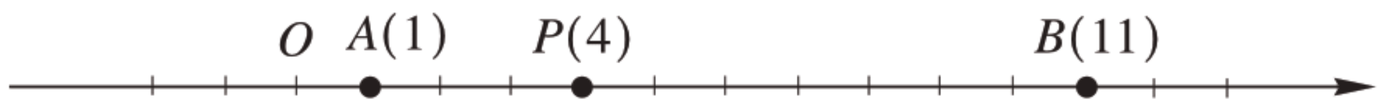
ខ. កំណត់ចម្ងាយ OM, MN និង PM ។

គ. ចំណុចចែកខាងក្នុង

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យចំណុច $A(1)$, $B(11)$ និង $P(4)$ នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយដែលមានគល់ O ។ គណនាផលធៀបចម្ងាយ $AP : PB$ ។

facebook.com/moeys youtube moeys.gov.kh

ចម្លើយ

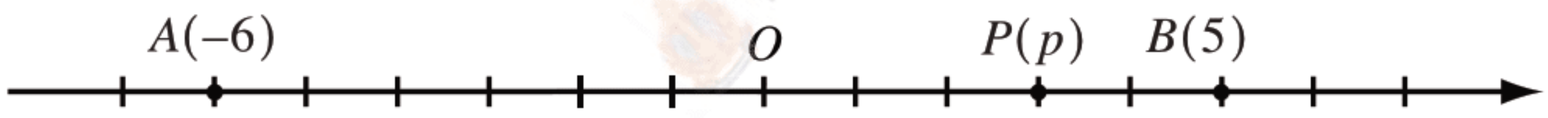


$AP = |4-1| = 3$, $PB = |11-4| = 7$ នោះ $AP : PB = 3 : 7$ ហើយ P ជាចំណុចនៃអង្កត់ AB ។ គេថាចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប 3 :7 ។

ជាទូទៅ គេឱ្យចំណុច P នៅលើអង្កត់ AB ។ បើចំណុច P ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $AP : PB = m : n$ $\left(\text{ឬ } \frac{AP}{PB} = \frac{m}{n}\right)$ ចំពោះ $m > 0$ និង $n > 0$ នោះគេថាចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេឱ្យចំណុច $A(-6)$, $B(5)$ និង $P(p)$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយ ។ កំណត់តម្លៃ p ដើម្បីឱ្យចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប 9 : 2 ។

ចម្លើយ $AP = p+6$, $PB = 5-p$ ដោយចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងផលធៀប 9 : 2 គេបាន $AP : PB = (p+6) : (5-p) = 9 : 2$ នោះ $p = 3$ ។



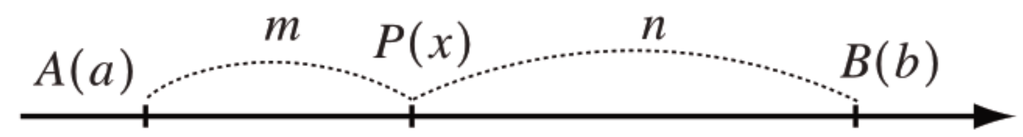
ប្រតិបត្តិ 1 គេឱ្យ $A(-3)$ និង $B(2)$ និង $P(p)$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយ ។

កំណត់តម្លៃ p ដើម្បីឱ្យចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប 2 : 1 ។

ឧទាហរណ៍ 3 គេឱ្យចំណុចពីរ $A(a)$ និង $B(b)$ ។ បង្ហាញថា កូអរដោនេ x នៃចំណុច P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$ ដែល $x = \frac{mb+na}{m+n}$

ចម្លើយ ក. ករណី $a < b$ គេបាន $a < x < b$ ព្រោះ P នៅចន្លោះ A និង B

$AP = x-a$, $PB = b-x$ ។



ដោយ $AP : PB = m : n$

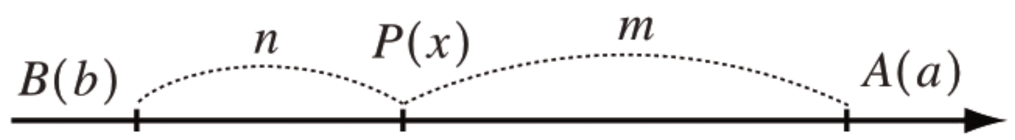
នោះ $(x-a) : (b-x) = m : n$

ដូចនេះ $x = \frac{mb+na}{m+n}$ ។

facebook.com/kroumoeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

ខ. ករណី $a > b$ គេបាន $b < x < a$ ព្រោះ P នៅចន្លោះ B និង A

$BP = x - b$, $PA = a - x$ ។



ដោយ $PA : BP = m : n$

នោះ $(a - x) : (x - b) = m : n$

ដូចនេះ $x = \frac{mb + na}{m + n}$ ។

ទ្រឹស្តីបទ $A(a)$ និង $B(b)$ ជាពីរចំណុច បើចំណុច $P(x)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$ នោះ $x = \frac{mb + na}{m + n}$ ។

សម្គាល់ បើ $P(x)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB នោះ $m = n$ ហើយ $x = \frac{a + b}{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 គេឱ្យចំណុចពីរ $A(-5)$ និង $B(7)$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចខាងក្រោម

ក. ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB ។

ខ. ចំណុចដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $3 : 2$ ។

ចម្លើយ ក. បើ $I(x)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB នោះគេបាន $x = \frac{(-5) + 7}{2} = 1$ ។

ខ. បើ $P(x)$ ជាចំណុចចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $3 : 2$ នោះគេបាន :

$$x = \frac{mb + na}{m + n} = \frac{3 \times 7 + 2 \times (-5)}{3 + 2} = \frac{11}{5}$$ ។

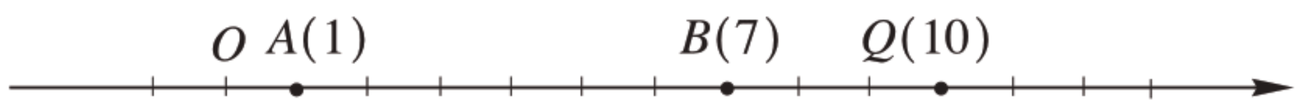
ឃ. ចំណុចចែកខាងក្រៅ

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យ $A(1)$, $B(7)$ និង $Q(10)$ នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយដែលមានគល់ O ។ គណនាផលធៀបចម្លាយ $AQ : QB$ ។

ចម្លើយ $AQ = |10 - 1| = 9$, $QB = |10 - 7| = 3$

នោះ $AQ : QB = 9 : 3 = 3 : 1$ (ភាគយក > ភាគបែង)

ហើយ Q ឋិតនៅលើបន្ទាយនៃអង្កត់ AB ខាងស្តាំគេថាចំណុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $3 : 1$ ។



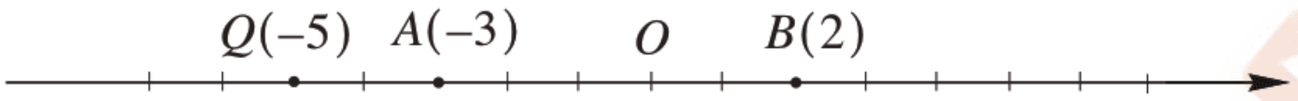
facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ឧទាហរណ៍ 2 គេឱ្យ $A(-3)$, $B(2)$ និង $Q(-5)$ នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយដែលមានគល់ O ។ គណនាផលធៀបចម្ងាយ $AQ : QB$ ។

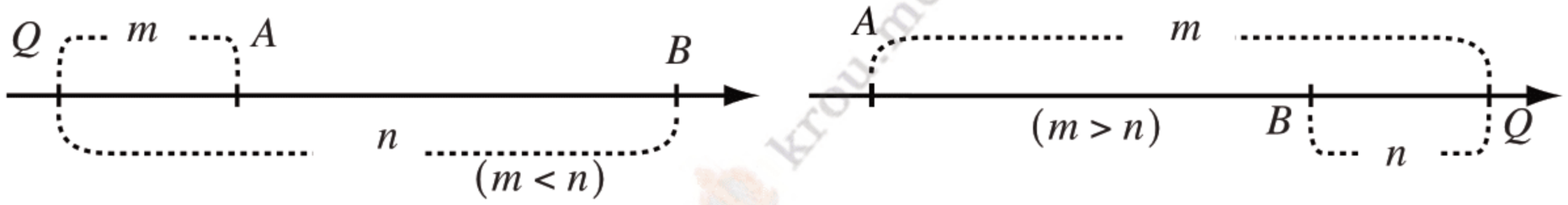
ចម្លើយ $AQ = |-3-(-5)| = |+2| = 2$

$QB = |2-(-5)| = |7| = 7$ នោះ

$AQ : QB = 2 : 7$ (ភាគយក < ភាគបែង) ហើយ Q ឋិតនៅលើបន្ទាយនៃអង្កត់ AB ខាងឆ្វេង គេថាចំណុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $2:7$ ។



ជាទូទៅ គេឱ្យចំណុច Q នៅលើបន្ទាយ AB ។ បើចំណុច Q ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $AQ : QB = m : n$ $\left(\text{ឬ } \frac{AQ}{QB} = \frac{m}{n}\right)$ ចំពោះគ្រប់ $m>0$ និង $n>0$ ហើយ $m \neq n$ នោះគេថាចំណុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m : n$ ។



(បើ $m<n$ នោះ Q ស្ថិតនៅខាងឆ្វេង A) (បើ $m>n$ នោះ Q ស្ថិតនៅខាងស្តាំ B)

ប្រតិបត្តិ 1 គេឱ្យចំណុច $A(-3)$, $B(2)$ និង $Q(x)$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយ ។ កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យចំណុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $3:2$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេឱ្យចំណុចពីរ $A(a)$ និង $B(b)$ ។ បង្ហាញថា កូអរដោនេ x នៃចំណុច Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m : n$ នោះ $x = \frac{mb-na}{m-n}$ ។

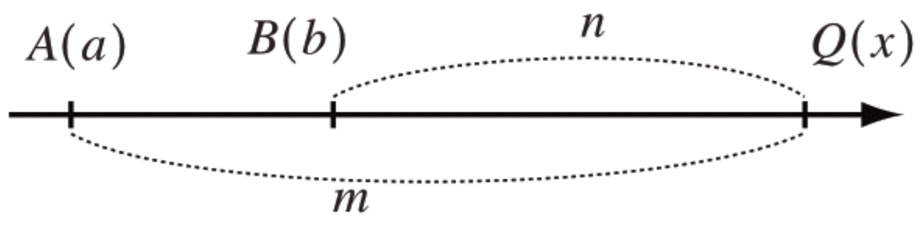
ចម្លើយ

ក. ឧបមាថា $m>n$ ករណី $a<b$ គេបាន $a<b<x$ ព្រោះ Q នៅខាងស្តាំ B

គេបាន $AQ = x-a$, $QB = x-b$

ដោយ $AQ : QB = m : n$

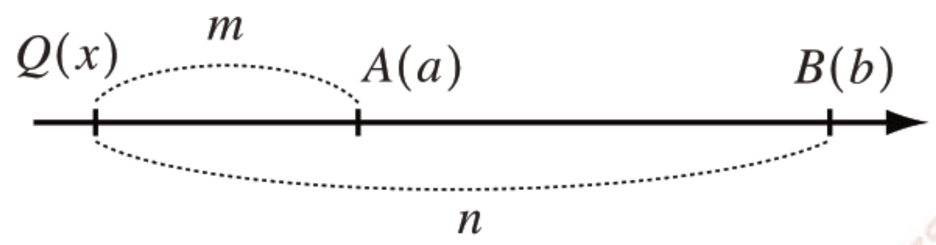
នោះ $(x-a) : (x-b) = m : n$



facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ដូចនេះ $x = \frac{mb - na}{m - n}$ ។

ខ. ឧបមាថា $m < n$ ករណី $a < b$ គេបាន



$x < a < b$ ព្រោះ Q នៅខាងឆ្វេង B

$$AQ = a - x \ , \ QB = b - x$$ ។

ដោយ $AQ : QB = m : n$

នោះ $(a - x) : (b - x) = m : n$

ដូចនេះ $x = \frac{mb - na}{m - n}$ ។

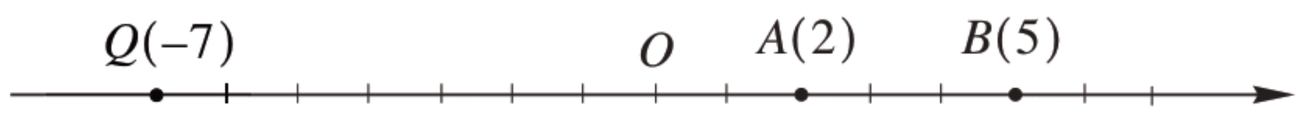
គេអាចសម្រាយដូចគ្នាដែរថា $x = \frac{mb - na}{m - n}$ ចំពោះករណី $b < a$ ។

ទ្រឹស្តីបទ $A(a)$ និង $B(b)$ ជាពីរចំណុច បើ $Q(x)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m : n$ នោះ $x = \frac{mb - na}{m - n}$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 គេឱ្យចំណុចពីរ $A(2)$ និង $B(5)$ នៃបន្ទាត់ចំនួនពិតមួយ ដែលមានគល់ O ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $3 : 4$ ។

ចម្លើយ ***បើ*** $Q(x)$ ជាចំណុចចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $3 : 4$ នោះគេបាន :

$$x = \frac{mb - na}{m - n} = \frac{3 \times 5 - 4 \times 2}{3 - 4} = -7$$



ប្រតិបត្តិ 2 គេឱ្យពីរចំណុច $A(1)$ និង $B(5)$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចខាងក្រោម :

ក. ចំណុចដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $3 : 2$ ។

ខ. ចំណុចដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $1 : 4$ ។

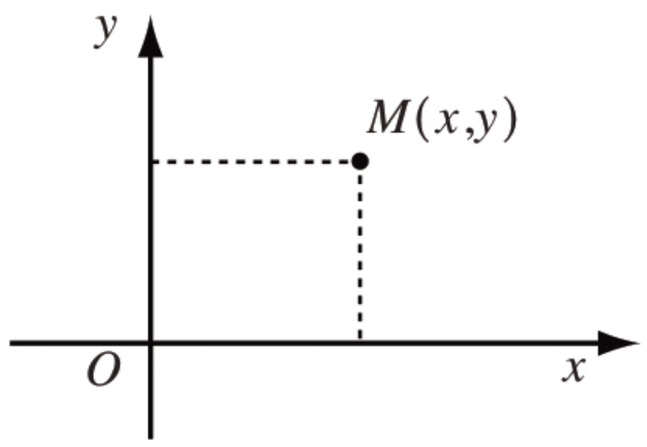
facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

1.2 កូអរដោនេនៃចំណុចនៅក្នុងប្លង់

ក. តម្រុយកូអរដោនេ

គ្រប់ចំណុច M នៃប្លង់កូអរដោនេ កំណត់ដោយគូមានលំដាប់ $(x,\ y)$ ដែល x ជាអាប់ស៊ីស និង y ជាអរដោនេនៃ M ។

គេកំណត់សរសេរ $M(x,\ y)$ ។



តម្រុយកូអរដោនេ ផ្គុំដោយបន្ទាត់ចំនួនពិតពីរនៅក្នុងប្លង់តែមួយ ដែលបន្ទាត់មួយជាបន្ទាត់ដេក ហៅថា អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់មួយទៀតជាបន្ទាត់ឈរហៅថា អ័ក្សអរដោនេ ហើយបន្ទាត់ទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O មួយ ហៅថា គល់តម្រុយកូអរដោនេ ។

ខ្លឹមចំណេះ

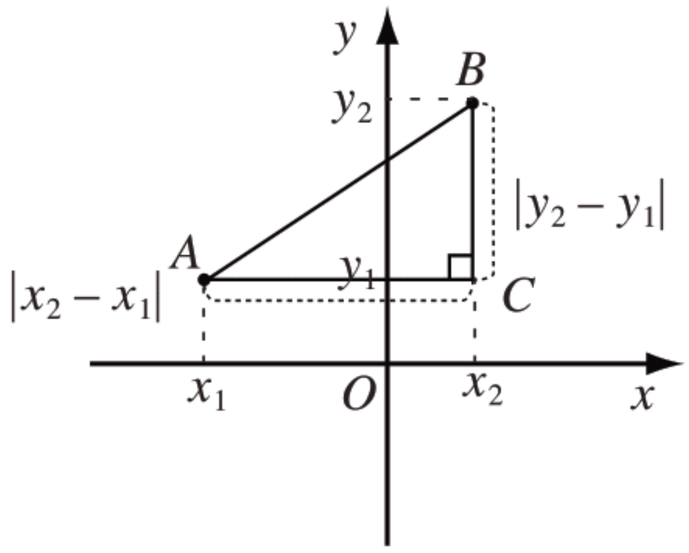
- កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចនៅក្នុងប្លង់
- ដៅចំណុចនៅក្នុងប្លង់
- កំណត់ចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនៅក្នុងប្លង់
- កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចមួយដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- តម្រុយកូអរដោនេ អ័ក្សអាប់ស៊ីស អ័ក្សអរដោនេ គល់ កាដ្រង់ គូ
- គល់តម្រុយ O
- ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច កូអរដោនេចំណុចចែកក្នុង ចែកក្រៅ អាប់ស៊ីសអរដោនេ កូអរដោនេ ។

ខ. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុចនៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ

គេអាចប្រើទ្រឹស្តីពីតាគ័រ ដើម្បីរកចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(x_1,\ y_1)$ និង $B(x_2,\ y_2)$ ។ គេសន្មតថាអង្កត់ AB មិនស្របទៅនឹងអ័ក្សកូអរដោនេ ។



facebook.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

គេអាចបង្កើតត្រីកោណកែង ABC ដោយ C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ដេកគូសចេញពី A និងបន្ទាត់ឈរគូសចេញពី B នោះគេបាន :

$AC = |x_2 - x_1|$, $BC = |y_2 - y_1|$ តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

គេបាន $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ។

រូបមន្ត : ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(x_1, y_1)$ និង $B(x_2, y_2)$ គឺ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ករណីពិសេស ចម្ងាយរវាងគល់តម្រុយ និងចំណុច $P(x,y)$ គឺ $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$

ឧទាហរណ៍ 1 រកចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $P(-2, 1)$ និង $Q(1, 3)$ នៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ ។

ចម្លើយ ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $P(-2, 1)$ និង $Q(1, 3)$ គឺ $PQ = \sqrt{[1-(-2)]^2 + (3-1)^2}$

$PQ = \sqrt{13}$

ដូចនេះ ចម្ងាយរវាង P និង Q គឺ $PQ = \sqrt{13}$

ប្រតិបត្តិ 1 រកចម្ងាយរវាងគូនៃចំណុចខាងក្រោម :

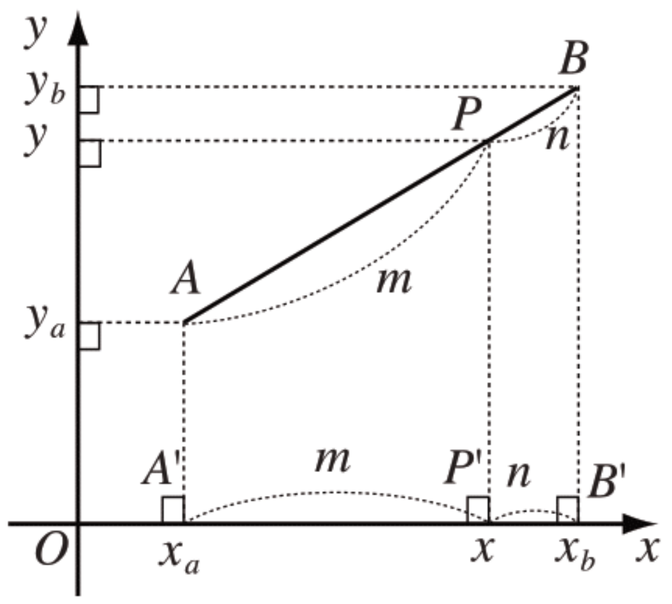
ក. $O(0, 0)$ និង $A(2, 3)$ ខ. $B(-3, 1)$ និង $C(5, 0)$

គ. $D(3, -2)$ និង $E(-2, -3)$ ឃ. $F(3, 0)$ និង $G(3, -1)$ ។

គ. ចំណុចចែកខាងក្នុង

ឧទាហរណ៍ 1 បង្ហាញថាបើ $P(x, y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$ ដែលចំណុច $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$

នោះ $P\left(\frac{mx_b + nx_a}{m+n} , \frac{my_b + ny_a}{m+n}\right)$ ។



facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ចម្លើយ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ xOy គេមានចំណុច $A(x_a,\ y_a)$, $B(x_b,\ y_b)$ ។

គូសបន្ទាត់ AA' , BB' និង PP' កែងរៀងគ្នាទៅនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

គេបាន P' ជាចំណុចចែកអង្កត់ខាងក្នុង A', B' តាមផលធៀប $m : n$ ។

ដោយកូអរដោនេនៃចំណុច A', B' និង P' គឺ x_a , x_b និង x រៀងគ្នា នោះរូបមន្តចំពោះចំណុចចែកខាងក្នុងនៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិតគឺ $x = \dfrac{mx_b + nx_a}{m+n}$

សម្រាយបញ្ជាក់ដូចគ្នាដែរ ដោយគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងអ័ក្សអរដោនេ $y = \dfrac{my_b + ny_a}{m+n}$

ដូចនេះ កូអរដោនេនៃចំណុច P គឺជា $P\left(\dfrac{mx_b + nx_a}{m+n},\ \dfrac{my_b + ny_a}{m+n}\right)$ ។

ទ្រឹស្តីបទ $A(x_a\ , y_a)$ និង $B(x_b\ , y_b)$ ចំណុចពីរក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។

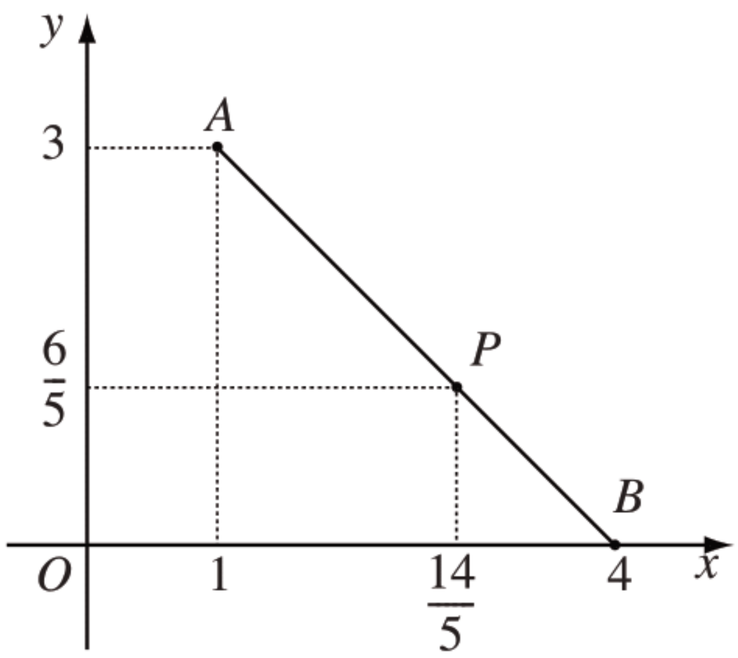
បើចំណុច $P(x,\ y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m : n$

នោះ $P\left(\dfrac{mx_b + nx_a}{m+n},\ \dfrac{my_b + ny_a}{m+n}\right)$ ។

សម្គាល់ បើ $P(x,\ y)$ ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB នោះ $m = n$ ហើយ $P\left(\dfrac{x_a + x_b}{2},\ \dfrac{y_a + y_b}{2}\right)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានចំណុច $A(1,\ 3)$, $B(4,\ 0)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច $P(x,\ y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $3 : 2$ ។

ចម្លើយ បើ $P(x,y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $3 : 2$ ។



កូអរដោនេចំណុច P គឺ

$$P\left(\frac{3\times 4 + 2\times 1}{3+2},\ \frac{3\times 0 + 2\times 3}{3+2}\right)$$

$$P\left(\frac{14}{5},\ \frac{6}{5}\right)$$

ប្រតិបត្តិ 1 គេមានចំណុច $A(-1,\ -3)$, $B(-4,\ 2)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។

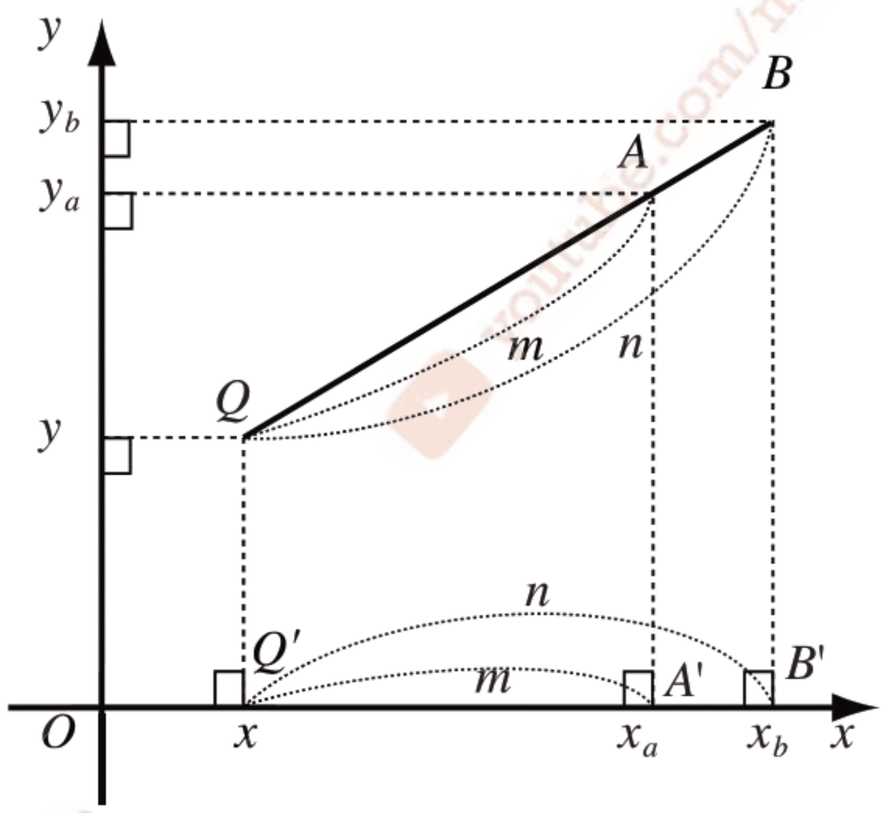
រកកូអរដោនេនៃចំណុច $P(x,\ y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $2 : 1$ ។

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com

ឃ. ចំណុចចែកខាងក្រៅ

ឧទាហរណ៍ 1 បង្ហាញថាបើ $Q(x,\ y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m : n$ ដែលចំណុច $A(x_a,\ y_a)$, $B(x_b,\ y_b)$ នោះ $Q\left(\frac{mx_b - nx_a}{m-n},\ \frac{my_b - ny_a}{m-n}\right)$ ។

ចម្លើយ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ xoy គេមានចំណុច $A(x_a,y_a)$, $B(x_b,y_b)$ ។



គូសបន្ទាត់ AA', BB' និង QQ' កែងរៀងគ្នាទៅនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

គេបាន $AQ : BQ = A'Q' : B'Q' = m : n$

ដោយចំណុច Q' ជាចំណុចចែកអង្កត់ខាងក្រៅ ។ A', B' និង Q' គឺ x_a, x_b និង x រៀងគ្នា នោះរូបមន្តចំពោះចំណុចចែកក្រៅនៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត គឺ $x = \frac{mx_b - nx_a}{m-n}$ ។

សម្រាយដូចគ្នាដែរ ដោយគូសបន្ទាត់កែងទៅនឹងអ័ក្សអរដោនេ គេបាន $y = \frac{my_b - ny_a}{m-n}$

ដូចនេះ កូអរដោនេនៃចំណុច $Q\left(\frac{mx_b - nx_a}{m-n}\ ,\ \frac{my_b - ny_a}{m-n}\right)$ ។

ទ្រឹស្តីបទ ជាចំណុចពីរ $A(x_a\ ,y_a)$ និង $B(x_b\ ,y_b)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។
បើចំណុច $Q(x,\ y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m : n$
នោះ $Q\left(\frac{mx_b - nx_a}{m-n},\ \frac{my_b - ny_a}{m-n}\right)$

ឧទាហរណ៍ 2 គេមានចំណុច $A(1,\ 3)$, $B(4,\ 0)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។
រកកូអរដោនេនៃចំណុច $Q(x,\ y)$ ចែកខាងក្រៅអង្កត់ AB តាមផលធៀប $3 : 2$ ។

ចម្លើយ បើ $Q(x,\ y)$ ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $3 : 2$ ។

កូរអរដោនេនៃចំណុច $Q\left(\frac{3\times 4 - 2\times 1}{3-2}\ ,\ \frac{3\times 0 - 2\times 3}{3-2}\right)$

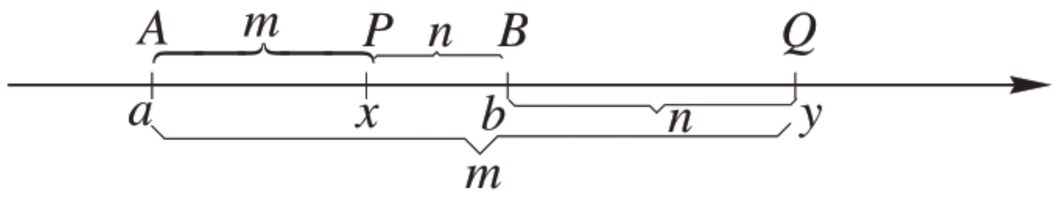
ដូចនេះ $Q(10,\ -6)$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 គេមានពីរចំណុច $E(-3,\ 4)$, $F(5,\ -1)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។
រកកូអរដោនេនៃចំណុចចែកក្រៅនៃអង្កត់ EF តាមផលធៀប $1 : 3$ ។

facebook.com/moeys
moeys.gov.kh

មេរៀនសង្ខេប

1. ចម្ងាយរវាងចំណុច $A(a)$ និង $B(b)$ គឺ $AB = |b-a| = |a-b|$ ។

2. 

- បើ P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$ នោះគេបាន

ក. $AP:PB = m:n$ ខ. $x = \dfrac{mb+na}{m+n}$ គ. បើ $m=n$ នោះ $x = \dfrac{a+b}{2}$

- បើ Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m:n$ នោះគេបាន

ក. $AQ:QB = m:n$ ខ. $y = \dfrac{mb-na}{m-n}$

3. ចម្ងាយរវាងចំណុច $A(x_1, y_1)$ និង $B(x_2, y_2)$ គឺ $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

ចម្ងាយរវាងគល់តម្រុយ និងចំណុច $P(x, y)$ គឺ $OP = \sqrt{x^2+y^2}$

4. កូអរដោនេនៃចំណុចចែកក្នុងនៃអង្កត់មួយក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ $P\left(\dfrac{mx_b+nx_a}{m+n}, \dfrac{my_b+ny_a}{m+n}\right)$ ។

ចំណុច P កណ្តាល AB គឺ $P\left(\dfrac{x_a+x_b}{2}, \dfrac{y_a+y_b}{2}\right)$ ។

កូអរដោនេនៃចំណុចចែកក្រៅនៃអង្កត់មួយក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ $Q\left(\dfrac{mx_b-nx_a}{m-n}, \dfrac{my_b-ny_a}{m-n}\right)$ ។

លំហាត់

1. គេឱ្យចំណុច $A(-3)$, $B(2)$, $C(5)$ និង $D\left(-\dfrac{3}{2}\right)$ នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត ។

ក. ដៅចំណុច A, B, C និង D ។

ខ. កំណត់ចម្ងាយ AO, AB, BC និង DC ។

2. គេឱ្យពីរចំណុច $A(-3)$ និង $B(8)$ ។ តាង P ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ AB តាមផលធៀប $2:3$ ហើយ Q ជាចំណុចចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB តាមផលធៀប $4:3$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល M នៃអង្កត់ PQ ។

3. គេឱ្យពីរចំណុច $E(2)$ និង $F(6)$ ។ តាង D ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ EF តាមផលធៀប $4:3$ និង G ជាចំណុចចែកក្រៅនៃ EF តាមផលធៀប $1:3$ ។ ចូររកប្រវែង DG ។

youtube.com/moeys
facebook.com/groups/moeys.gov.kh

4. គេឱ្យត្រីកោណមួយ ដែលកំពូល $A(-2, 4)$, $B(0, 9)$ និង $C(3, 2)$ ។ តើត្រីកោណនេះជាត្រីកោណកែងឬទេ ?

5. រកកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណ ដែលចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងគឺ $(-2, 3)$, $(3, -1)$ និង $(5, 4)$ ។

6. រកកូអរដោនេកំពូល D នៃចតុកោណកែង $ABCD$ បើកូអរដោនេនៃកំពូល $A(0, 0)$, $B(0, 5)$ និង $C(8, 0)$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាវា ។

7. រកកូអរដោនេនៃកំពូល D នៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ បើកូអរដោនេនៃកំពូល $A(-2, 5)$, $B(4, 3)$ និង $C(-2, 3)$ ។

8. រកកូអរដោនេនៃចំណុច E ចែកក្នុង និង F ចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB តាមផលធៀប $2 : 3$ ចំពោះគូចំណុច : $A(1, 3)$, $B(-2, 5)$ រួចរកប្រវែង EF ។

krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

2 សមីការបន្ទាត់

2.1 និយមន័យ

សមីការបន្ទាត់ដែលមានរាងទូទៅ $y = ax + b$ ដែល a ហៅថាមេគុណប្រាប់ទិស ហើយ b ជាអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងអ័ក្សអរដោនេ ។

ក. សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុចមួយ និងស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស

បន្ទាត់ L កាត់តាមចំណុច $A(x_1, y_1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស m ។

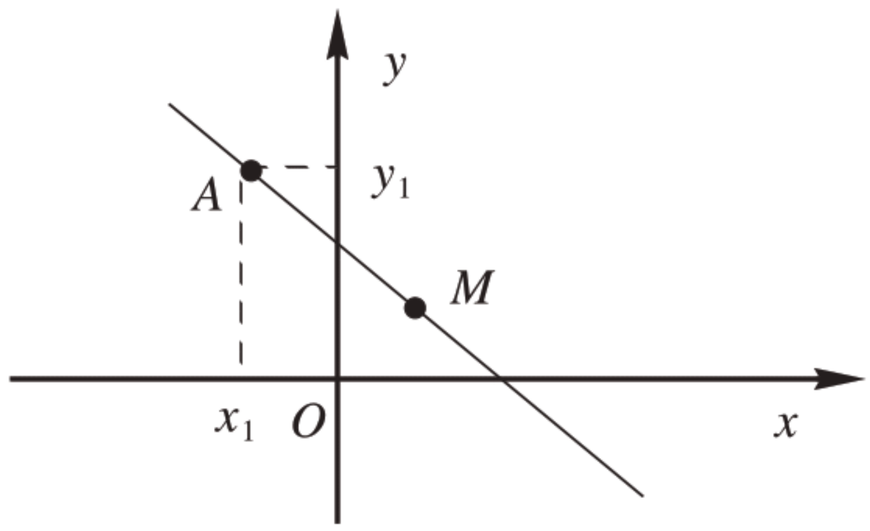
ចំពោះគ្រប់ចំណុច $M(x, y)$ នៃបន្ទាត់ L ផ្សេងពីចំណុច $A(x_1, y_1)$ មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ L គឺ

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ ។}$$

ខ្លឹមចំណេះ

- សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុចមួយ និងស្គាល់មេគុណប្រាប់ទិស
- សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច
- បកស្រាយភាពស្របគ្នា និងភាពកែងគ្នានៃបន្ទាត់ ។



ជាទូទៅ សមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច (x_1, y_1) និងមានមេគុណប្រាប់ទិស m គឺ $y - y_1 = m(x - x_1)$ ។

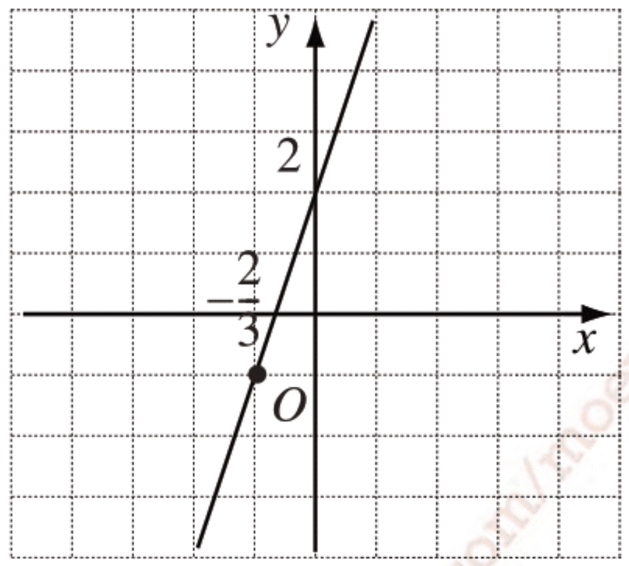
ឧទាហរណ៍ 1 កំណត់សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(0, 2)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស 3 ។

facebook.com/khmoeys.gov.kh
youtube.com/moeys
khmoeys.gov.kh

ចម្លើយ សមីការបន្ទាត់ $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = 3(x - 0)$

$y = 3x + 2$



ប្រតិបត្តិ កំណត់សមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(-1, 1)$ និង មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -3 ។

ខ. សមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច

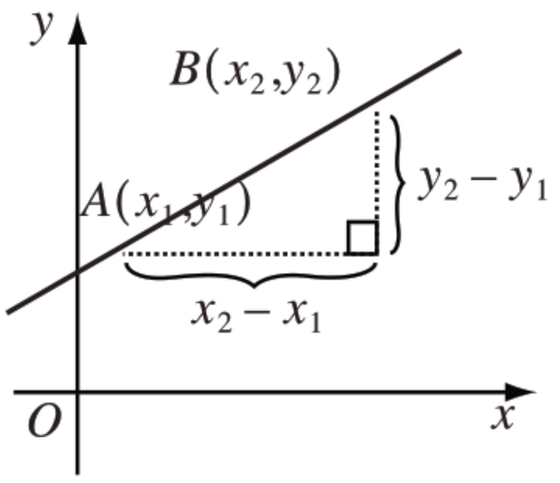
បន្ទាត់ L កាត់តាមពីរចំណុច $A(x_1, y_1)$ និង $B(x_2, y_2)$ ដែលករណី $x_1 \neq x_2$ ។

បន្ទាត់ L មានមេគុណប្រាប់ទិស $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ។

ដោយបន្ទាត់ L កាត់តាមចំណុច $A(x_1, y_1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស m នោះ L មានសមីការ

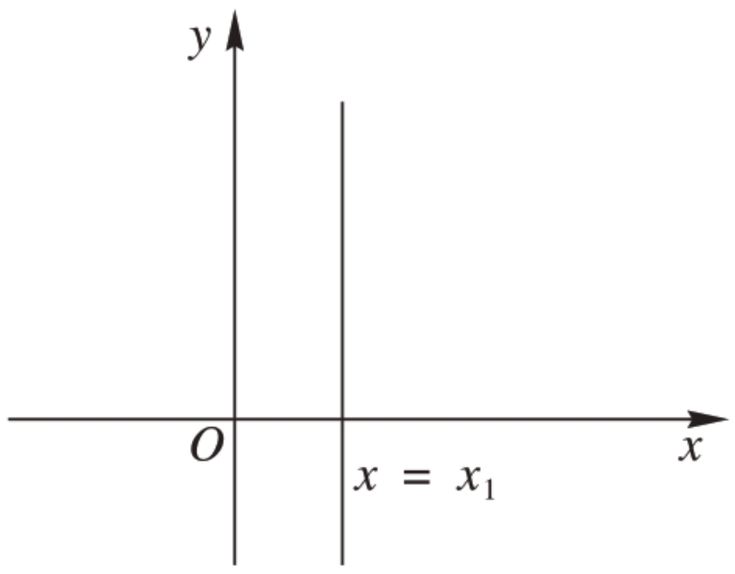
$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ។



ករណីពិសេសបើ $x_1 = x_2$

គេបានសមីការបន្ទាត់ $x = x_1$ ។



ជាទូទៅ សមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច (x_1, y_1) និង (x_2, y_2) គឺ

ចំពោះ $x_1 \neq x_2$: $y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

ចំពោះ $x_1 = x_2$: $x = x_1$ ។

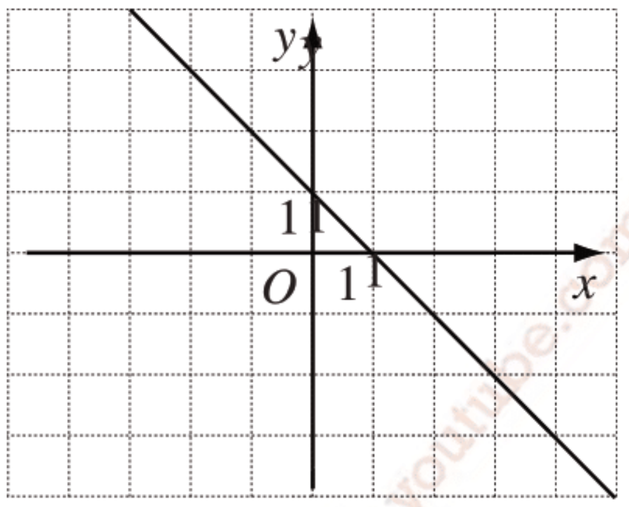
facebook.com/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ឧទាហរណ៍ 1 កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមពីរចំណុច $A(-2,\ 3)$ និង $B(-1,\ 2)$ ។

ចម្លើយ សមីការនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមពីរចំណុច $A(-2,\ 3)$ និង $B(-1,\ 2)$ គឺ

$$L:\ y-3=\frac{2-3}{-1-(-2)}\ [x-(-2)]$$

$$y=-x+1\ \text{។}$$



សម្គាល់ បើគេបំលែងសមីការ $y=-x+1$ ជាទម្រង់

$x+y-1=0$ នោះគេបានសមីការទូទៅនៃបន្ទាត់ L ។ ជាទូទៅ ទម្រង់សមីការបន្ទាត់គឺ $ax+by+c=0$ ។

ប្រតិបត្តិ ក. កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ ដែលកាត់តាមគូនៃចំណុចខាងក្រោម :

(1) $A(2,\ 3)$ និង $B(10,\ 5)$ (2) $C(5,\ -1)$ និង $D(-1,\ 8)$ ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ពីរ $x+y-4=0$ និង $2x-y+1=0$ ។

កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចប្រសព្វនេះ និងចំណុច $(-2,\ 1)$ ។

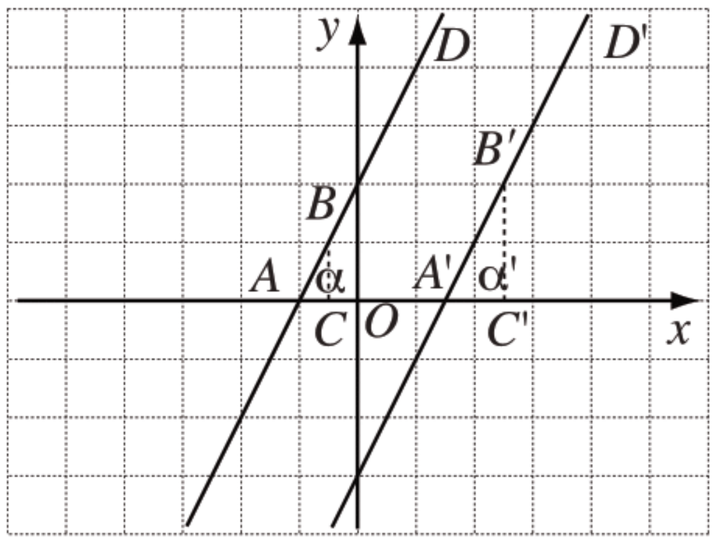
គ. បន្ទាត់ស្របនិយមន័យ

បន្ទាត់ពីរស្របគ្នា កាលណាបន្ទាត់ទាំងពីរស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ ហើយគ្មានចំណុចរួម ។

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ $D:\ y=mx+n$ និង $D':\ y=m'x+n'$ ។

បង្ហាញថា បន្ទាត់ D ស្រប D' លុះត្រាតែ $m=m'$

ចម្លើយ យកចំណុច A ជាប្រសព្វនៃបន្ទាត់ $D:\ y=mx+n$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ហើយ B ជាចំណុចមួយនៅលើបន្ទាត់ D និង C ជាចំណោលកែងនៃ B មកលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ D គឺ $m=\frac{BC}{AC}$ ។



យកចំណុច A' ជាប្រសព្វនៃបន្ទាត់ $D':\ y=m'x+n'$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ហើយ B' ជាចំណុចមួយនៅលើបន្ទាត់ D' និង C' ជាចំណោលកែងនៃ B' មកលើអ័ក្សអាប់ស៊ីសនោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ D' គឺ $m'=\frac{B'C'}{A'C'}$ ដោយបន្ទាត់ $D\ /\!/\ D'\Leftrightarrow \alpha=\alpha'$ នោះ $\Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$

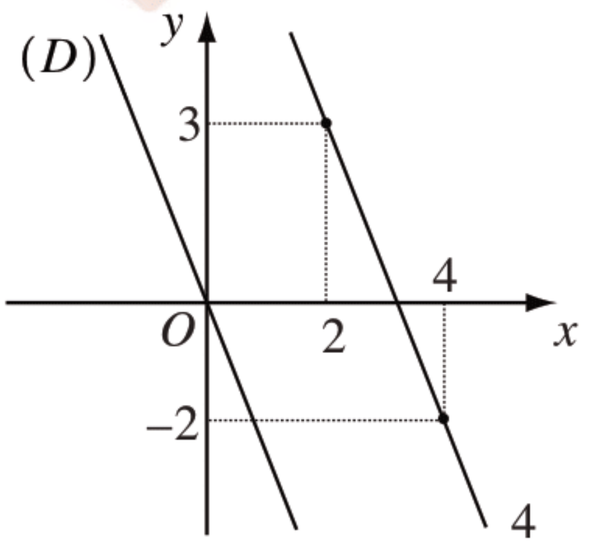
គេបាន $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} \Leftrightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'} \Leftrightarrow m = m'$

ជាទូទៅលក្ខខណ្ឌស្របគ្នានៃបន្ទាត់ពីរ

គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ $D : y = mx + n$ និង $D' : y = m'x + n'$

បន្ទាត់ D ស្រប D' លុះត្រាតែ $m = m'$ ឬ $D \mathbin{/\!/} D' \Leftrightarrow m = m'$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 បន្ទាត់ D កាត់គល់ O ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច $(2, 3)$ និង $(4, -2)$ ។ រកសមីការនៃបន្ទាត់ D ។



ចម្លើយ រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ D' កាត់តាមចំណុច $(2, 3)$ និង $(4, -2)$ គឺ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-3}{4-2} = -\frac{5}{2}$

បន្ទាត់ $D \mathbin{/\!/} D'$ នោះ $m = m' = -\frac{5}{2}$

បន្ទាត់ $D : y = -\frac{5}{2}x$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 តើបន្ទាត់ណាខ្លះជាបន្ទាត់ដែលស្របគ្នាក្នុងចំណោមបន្ទាត់ខាងក្រោមនេះ

ក. $L_1 : 6x + 3y = 1$ ខ. $L_2 : y = 3x - 2$

គ. $L_3 : 2x - y = 5$ ឃ. $L_4 : y = -2x + 5$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(2, 1)$ ហើយស្របទៅនឹងបន្ទាត់ $D : y = 2x + 5$ ។

ឃ. បន្ទាត់កែង

ឧទាហរណ៍ គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ $D : y = mx + n$ និង $D' : y = m'x + n'$ បង្ហាញថាបន្ទាត់ D កែង D' លុះត្រាតែ $mm' = -1$ ។

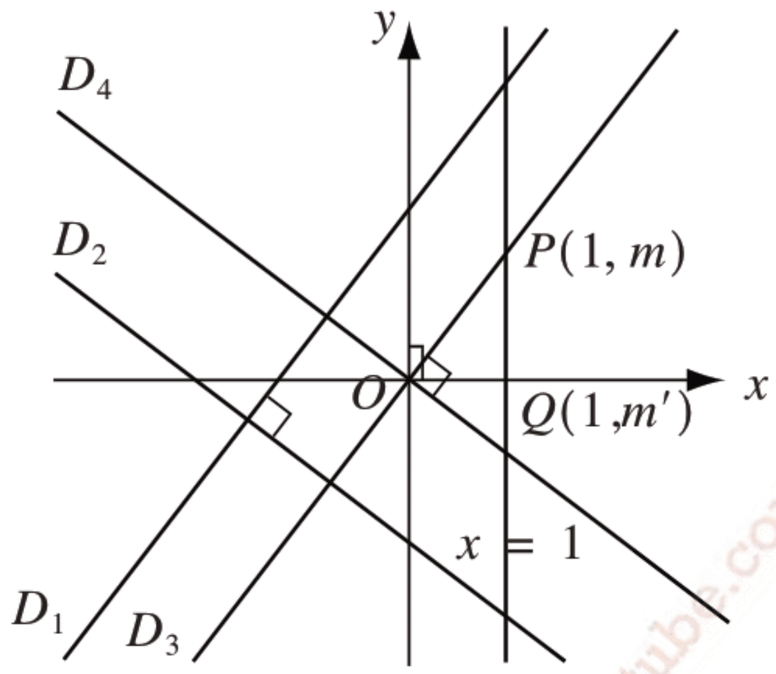
ចម្លើយ បើបន្ទាត់ពីរខាងក្រោមជាបន្ទាត់កែងគ្នា :

$D_1 : y = mx + n$

$D_2 : y = m'x + n'$

សង់បន្ទាត់ $D_3 : y = mx$ និង $D_4 : y = m'x$ ។

តាង P និង Q ជាចំណុចប្រសព្វរៀងគ្នារវាង បន្ទាត់ $x = 1$ ជាមួយ D_3 និង D_4 ។



បើ OP កែងទៅនឹង OQ លុះត្រាតែ

$$PQ^2 = OP^2 + OQ^2 \qquad (1)$$

ដោយកូអរដោនេនៃ $P(1, m)$ និង $Q(1, m')$

នោះសមីការ (1) អាចសរសេរ :

$$(m - m')^2 = (1^2 + m^2) + (1^2 + m'^2)$$

$\Leftrightarrow m^2 - 2mm' + m^2 = 2 + m^2 + m'^2$ ហើយ $mm' = -1$ ។

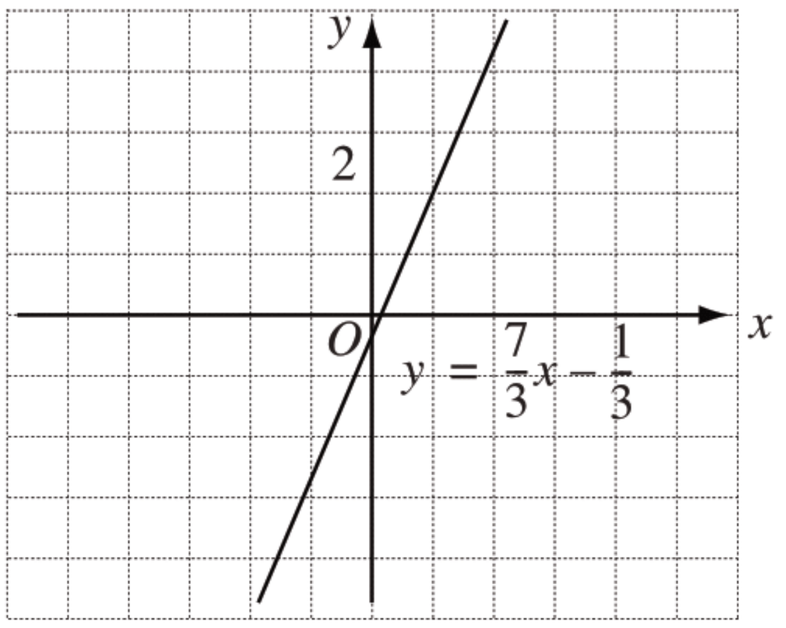
ជាទូទៅ លក្ខខណ្ឌកែងគ្នានៃបន្ទាត់ពីរ

គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ $D : y = mx + n$ និង $D' : y = m'x + n'$

បន្ទាត់ D កែង D' លុះត្រាតែ $mm' = -1$ ឬ $D \perp D' \Leftrightarrow mm' = -1$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 បន្ទាត់ D កាត់តាមចំណុច $A(1, 2)$ ហើយកែងទៅនឹងបន្ទាត់ D' កាត់តាមចំណុចពីរ $B(3, -2)$ និង $C(-4, 1)$ ។ រកសមីការបន្ទាត់ D ។

ចម្លើយ តាង m និង m' ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃសមីការបន្ទាត់ D និង D' ។ បន្ទាត់ D' កាត់តាមចំណុច $B(3, -2)$ និង $C(-4, 1)$ នោះ $m' = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{1 - (-2)}{-4 - 3} = -\dfrac{3}{7}$



បើបន្ទាត់ $D \perp D'$ នោះ $mm' = -1$

ដូចនេះ $m = -\dfrac{1}{m'} = \dfrac{7}{3}$

សមីការបន្ទាត់ $D : y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = \dfrac{7}{3}(x - 1)$ ដូចនេះ $D : y = \dfrac{7}{3}x - \dfrac{1}{3}$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ក្នុងប្លង់កូអរដោនេគេមានចំណុច $A(2, 3)$ និង $B(1, 2)$ ។

ក. រកសមីការបន្ទាត់ AB ។

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ L កាត់កាមគល់ O ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ AB ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

2.2 ចម្ងាយរវាងចំណុច និងបន្ទាត់

ទ្រឹស្តីបទ

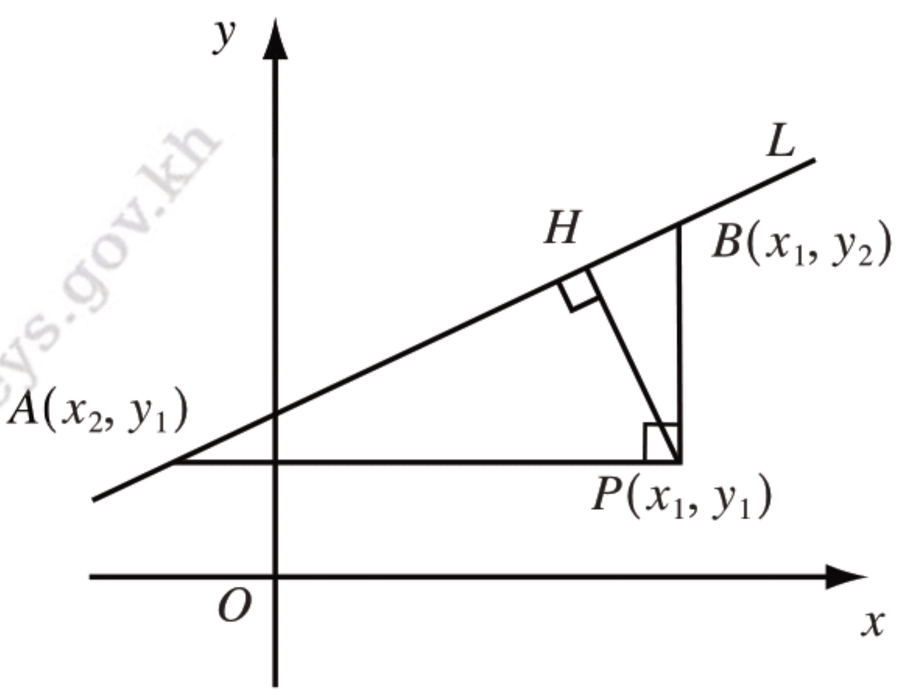
កំណត់ចម្ងាយពីចំណុចមួយទៅបន្ទាត់មួយ

ពាក្យគន្លឹះ

ចម្ងាយ

ចំណុច $P(x_1, y_1)$ ជាចំណុចមិននៅលើបន្ទាត់ $L: ax+by+c=0$ គេសន្មតថា $a \neq 0$ និង $b \neq 0$ ។

តាមចំណុច $A(x_2, y_1)$ និង $B(x_1, y_2)$ នៃបន្ទាត់ L គេគូសបន្ទាត់ពីរដែលស្របរៀងគ្នានឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេ ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $P(x_1, y_1)$ ។



តាង $ax_1+by_1+c=k$ (1)

ដោយចំណុច A និង B លើ L នោះ

$ax_2+by_1+c=0$ (2)

$ax_1+by_2+c=0$ (3)

គេបាន

$(1)-(2): a(x_1-x_2)=k$

$(1)-(3): b(y_1-y_2)=k$

នោះ $x_1-x_2=\frac{k}{a}$, $y_1-y_2=\frac{k}{b}$ (4)

ក្នុងត្រីកោណកែង PAB ដែលមានកម្ពស់ PH គេបាន : $PH \cdot AB = PA \cdot PB$ នោះ

$$PH=\frac{PA\times PB}{AB} \Rightarrow PH^2=\frac{PA^2\times PB^2}{AB^2}$$

ដោយ $PA^2=(x_1-x_2)^2$, $PB^2=(y_1-y_2)^2$, $AB^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$

គេបាន : $PH^2=\frac{PA^2\cdot PB^2}{AB^2}=\frac{(x_1-x_2)^2\cdot(y_1-y_2)^2}{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\frac{\frac{k^2}{a^2}\cdot\frac{k^2}{b^2}}{\frac{k^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}}=\frac{k^2}{a^2+b^2}$ តាម (4)

ដូចនេះ $PH=\frac{|k|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ចម្ងាយរវាងចំណុចមួយ និងបន្ទាត់មួយ

ចម្ងាយ d រវាងចំណុច $(x_1,\ y_1)$ និងបន្ទាត់ $ax+by+c=0$

គឺ $d=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ។

សម្គាល់ រូបមន្តនេះពិតចំពោះ $(a=0$ និង $b\neq 0)$ ឬ $(a\neq 0$ និង $b=0)$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 ក. រកចម្ងាយ d ពីចំណុចគល់តម្រុយ O ទៅបន្ទាត់ $4x-3y-5=0$ ។

ខ. រកចម្ងាយ d ពីចំណុច $(3,\ \sqrt{2})$ ទៅបន្ទាត់ $\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y=2$ ។

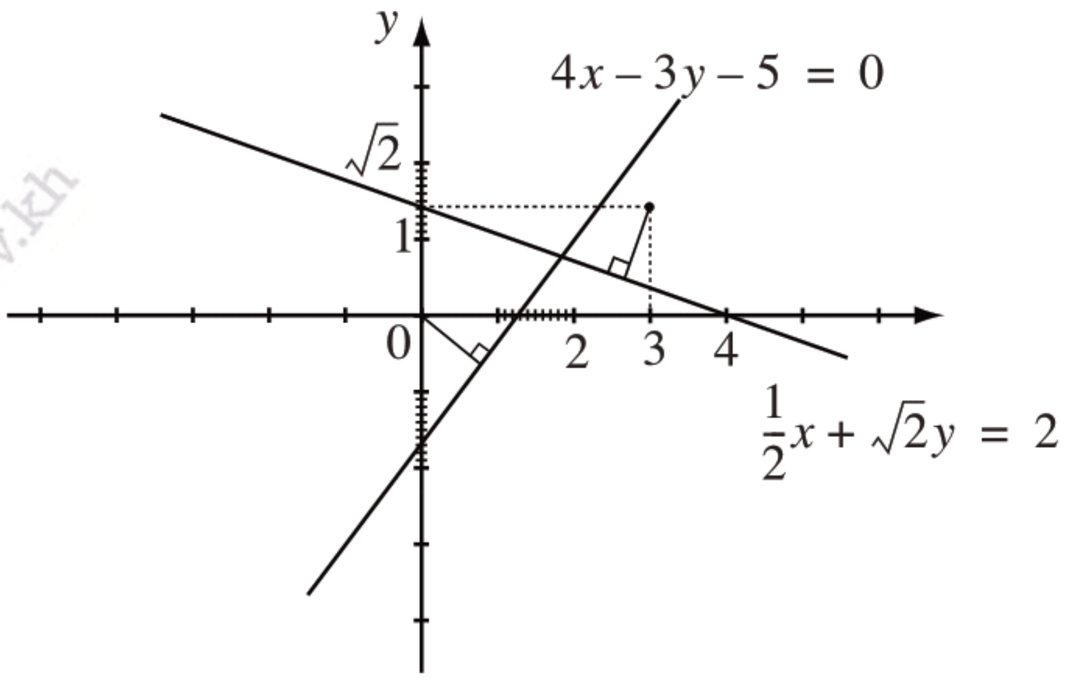
ចម្លើយ ក. ចម្ងាយ d ពីចំណុចគល់តម្រុយ O ទៅបន្ទាត់ $4x-3y-5=0$ គឺ

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad d=\frac{|4\times 0-3\times 0-5|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{|-5|}{5}=1$$

ខ. ចម្ងាយពីចំណុច $(3,\ \sqrt{2})$ ទៅបន្ទាត់ $\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y=2$ ឬ $\frac{1}{2}x+\sqrt{2}y-2=0$

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$d=\frac{\left|\frac{1}{2}\times 3+\sqrt{2}\times\sqrt{2}-2\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+(\sqrt{2})^2}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}}=1$$



ប្រតិបត្តិ ក. គណនាចម្ងាយពីចំណុច $A(0,\ 2)$ ទៅបន្ទាត់ $D_1:\ x+\sqrt{2}y-10=0$ ។

ខ. គណនាចម្ងាយពីចំណុច $B(-3,\ 2)$ ទៅបន្ទាត់ $D_2:\ 3x+2y-3=0$ ។

www.facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou

2.3 ការប្រើកូអរដោនេ ដើម្បីបង្ហាញលក្ខណៈនៃរូប

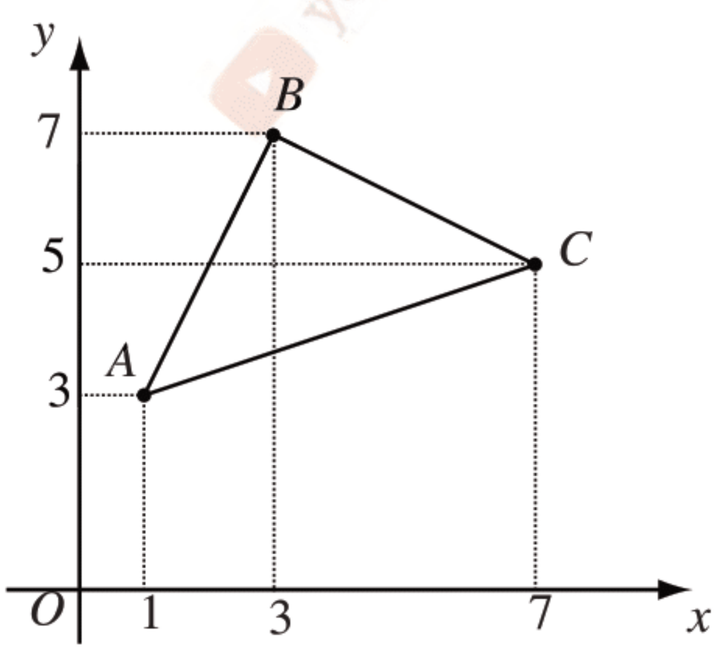
ខ្លឹមសាន

បង្ហាញលក្ខណៈនៃរូបធរណីមាត្រ ដោយប្រើកូអរដោនេ

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យចំណុច $A(1,\ 3)$, $B(3,\ 7)$ និង $C(7,\ 5)$ ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ ។

បង្ហាញថា ΔABC ជាត្រីកោណកែង ។

ចម្លើយ មេគុណប្រាប់ទិស m នៃបន្ទាត់ AB គឺ $m = \frac{7-3}{3-1} = 2$



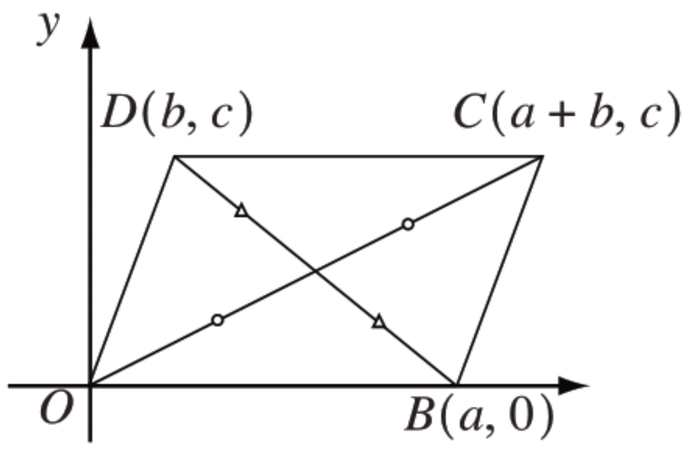
មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ BC គឺ $m' = \frac{5-7}{7-3} = -\frac{1}{2}$

$m \cdot m' = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ នោះ $AB \perp BC$

ដូចនេះ ΔABC ជាត្រីកោណកែង ។

ឧទាហរណ៍2 បង្ហាញថាអង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយកាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នា ។

ចម្លើយ គេដាក់កំពូល A ត្រួតលើគល់ O B នៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។



គេបាន : $A(0,\ 0)$, $B(a,\ 0)$, $D(b,\ c)$ និង $C(a+b,\ c)$ ។

តាង I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង AC គឺ $I\left(\frac{a+b}{2},\ \frac{c}{2}\right)$ (1)

J ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង DB គឺ $J\left(\frac{a+b}{2},\ \frac{c}{2}\right)$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបានចំណុច I ត្រួតស៊ីលើ J

ដូចនេះ អង្កត់ទ្រូង AC ប្រសព្វ BD ត្រង់ចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នា ។

ប្រតិបត្តិ ក. បង្ហាញថាមេដ្យានដែលគូសចេញពីកំពូលនៃមុំកែងស្មើពាក់កណ្តាលអ៊ីប៉ូតេនុស ។

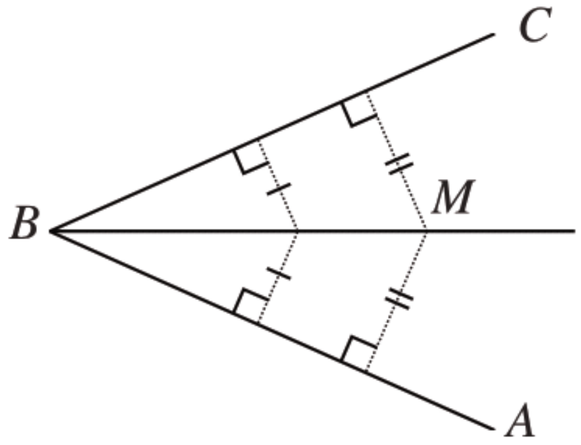
ខ. បង្ហាញថាអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណស្មើកែងគ្នា ។

facebook.com/... youtube.com/... moeys.gov.kh

2.4 សមីការនៃសំណុំចំណុច

ក. សំណុំចំណុច

ឧទាហរណ៍ 1 គេមានមុំស្រួច $\angle ABC$ មួយ។ ចំណុច M ផ្លាស់ទីក្នុងមុំ $\angle ABC$ ហើយមានចម្ងាយស្មើពីជ្រុងទាំងពីរនៃមុំ។



វត្ថុបំណង

កំណត់សមីការនៃសំណុំចំណុច

ពាក្យគន្លឹះ

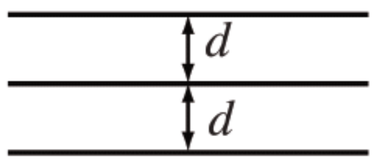
សំណុំចំណុច

បំលាស់ទីនៃចំណុច M បង្កើតបានជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle ABC$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនេះហៅថា សំណុំចំណុចនៃចំណុច M ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ " នៅក្នុង $\angle ABC$ និងមានចម្ងាយស្មើពីជ្រុងទាំងពីរនៃមុំ " ។

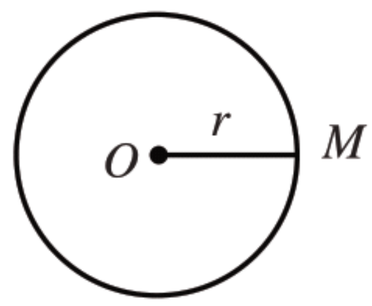
គេកំណត់សរសេរ : $\{M|M$ នៅក្នុង $\angle ABC$ និងមានចម្ងាយស្មើពីជ្រុងទាំងពីរនៃមុំនោះ $\}$ ។

ជាទូទៅ សំណុំចំណុចនៃចំណុច ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ p គឺជារូបធរណីមាត្រផ្គុំដោយចំណុចទាំងអស់ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ p ។

ឧទាហរណ៍ 2 ក. សំណុំចំណុចនៃចំណុចដែលមានចម្ងាយ ថេរ d ពីបន្ទាត់នឹង L គឺជាបន្ទាត់ស្របពីរ L_1 និង L_2 ដែលស្របនិងចម្ងាយ d ពីបន្ទាត់នឹង L ។



ខ. សំណុំចំណុចនៃចំណុចដែលមានចម្ងាយ ថេរ r ពីចំណុចនឹង O មួយគឺ $\{M|OM = r\}$ ជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ r ។



ឧទាហរណ៍ 3 រកសំណុំនៃចំណុច P ដែលមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីចំណុចនឹងពីរ A និង B ។

ចម្លើយ យកបន្ទាត់ AB ជាអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងយកមេដ្យាទ័រនៃ AB ជាអ័ក្សអរដោនេ។

តាង $A(a, 0)$ និង $B(-a, 0)$ ដែល $a \neq 0$ និងយក $P(x, y)$ ។

(1) លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យគឺ $PA = PB$

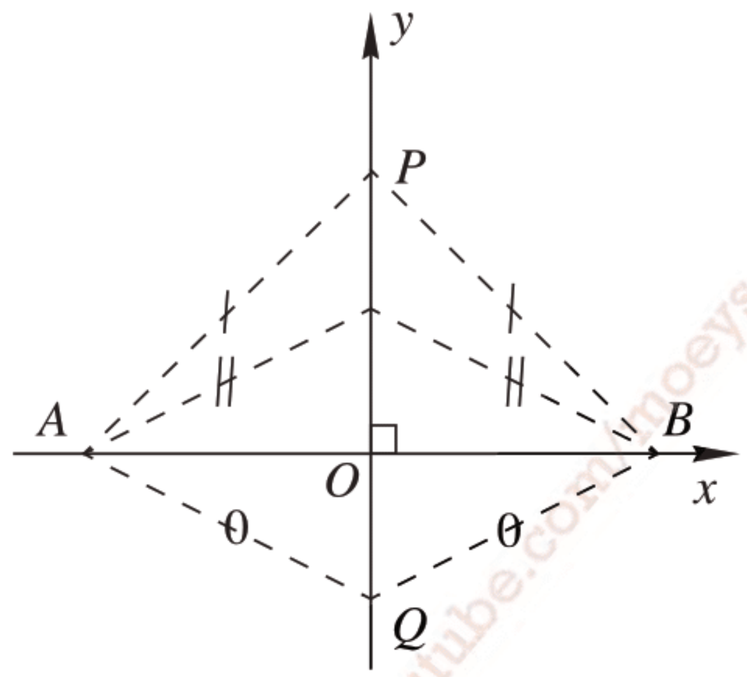
ឬ $PA^2 = PB^2$

តាមរូបមន្តចម្ងាយរវាងពីរចំណុច គេបាន

$(x-a)^2 + y^2 = (x+a)^2 + y^2$ ។

ដោះស្រាយសមីការនេះ គេបាន $4ax = 0$

ដោយ $a \neq 0$ គេបាន $x = 0$ ។



សមីការនៃសំណុំចំណុចនៃចំណុច P គឺបន្ទាត់

$x = 0$ ឬអ័ក្សអរដោនេ ។

(2) ច្រាសមកវិញយក $Q(0, y)$ ជាចំណុចនៅលើអ័ក្សអរដោនេ នោះ

$QA = \sqrt{a^2 + y^2}$ និង $QB = \sqrt{a^2 + y^2}$

ដូចនេះ $QA = QB$ ។

ចំណុចនីមួយៗនៅលើអ័ក្សអរដោនេ គឺមានចម្ងាយស្មើពីចំណុចនឹងពីរ A និង B ។

ដូចនេះ សំណុំចំណុចនៃចំណុច P គឺជាមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ AB ។

ជាទូទៅ ដើម្បីបង្ហាញថារូប F ជាសំណុំចំណុចដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ P ដែលឱ្យ ។ គេត្រូវបង្ហាញថា :

1. គ្រប់ចំណុចដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យត្រូវនៅលើរូប F ។
2. គ្រប់ចំណុចនៅលើរូប F ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ ។

ខ. សមីការនៃសំណុំចំណុច

ឧទាហរណ៍ គេឱ្យចំណុចនឹងពីរ $A(2, 0)$ និង $B(0, 1)$ ។

រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $AP^2 - BP^2 = 1$ ។

facebook.com/
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
krou.

ចម្លើយ យក $P(x,\ y)$ ដែល $AP^2 - BP^2 = 1$

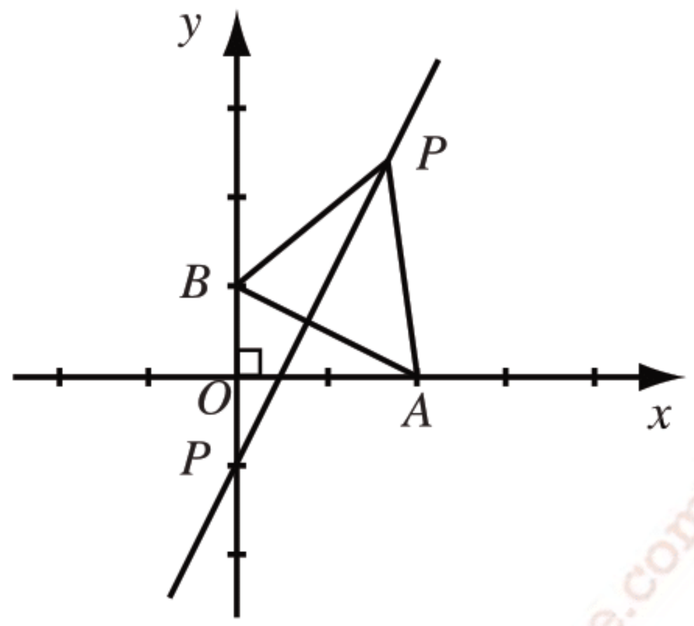
$[(x-2)^2 + y^2] - [x^2 + (y-1)^2] = 1$

$2x - y - 1 = 0$ ជាសមីការសំណុំចំណុចនៃ P ។

ច្រាសមកវិញ បើចំណុច P មួយនៅលើបន្ទាត់

$2x - y - 1 = 0$

នោះ P បំពេញលក្ខខណ្ឌ $AP^2 - BP^2 = 1$



ដូចនេះ សមីការសំណុំចំណុចនៃចំណុច P គឺ បន្ទាត់ $2x - y - 1 = 0$

ប្រតិបត្តិ គេឱ្យចំណុចនឹងពីរ $A(2,\ 0)$ និង $B(-2,\ 0)$ ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $AP^2 - BP^2 = 16$ ។

មេរៀនសង្ខេប

1. បន្ទាត់ $y = mx + n$ និង $y = m'x + n'$:

   បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា លុះត្រាតែ $m = m'$

   បន្ទាត់ទាំងពីរកែងគ្នា លុះត្រាតែ $m \cdot m' = -1$

2. សមីការបន្ទាត់កាត់ចំណុច $(x_1,\ y_1)$ មានមេគុណប្រាប់ទិស m គឺ $y - y_1 = m(x - x_1)$

3. សមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(x_1,\ y_1)$ និង $(x_2,\ y_2)$ គឺ $y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\ (x - x_1)$

4. ចម្ងាយ d រវាងចំណុច $(x_1,\ y_1)$ និងបន្ទាត់ $ax + by + c = 0$ គឺ $d = \dfrac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ។

youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

លំហាត់

1. រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(2,\ 5)$ មានមេគុណប្រាប់ទិស ស្របនឹងបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $B(-5,\ 3)$ និង $C(2,\ -1)$ ។

2. រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(3,\ 1)$ ស្របទៅនឹងបន្ទាត់ $L:\ 2x-3y-5=0$ ។

3. រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $B(-1,\ 1)$ កែងទៅនឹងបន្ទាត់ $L:\ x+3y+4=0$ ។

4. បង្ហាញថាបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(a,\ 0)$ និង $B(0,\ b)$ មានសមីការ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ សន្មត $ab\neq 0$ ។

5. ក្នុងប្លង់កូអរដោនេគេមានចំណុច $A(1,\ -3)$, $B(2,\ -1)$ និងបន្ទាត់ $D:\ y=x-2$ ។

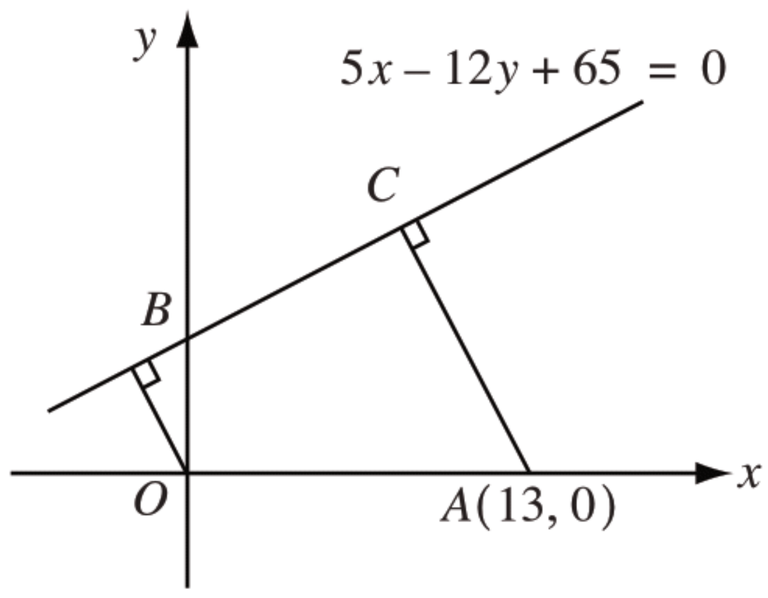
   ក. រកសមីការបន្ទាត់ AB ។

   ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ L ស្របនឹងបន្ទាត់ AB កាត់គល់តម្រុយ O ។

   គ. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ I នៃបន្ទាត់ D និង L ។

6. រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចគល់ និងកាត់តាមចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $L_1:\ 2x-y-1=0$ និង $L_2:\ x+2y-2=0$ ។

7. តាង B និង C ជាចំណោលកែងនៃគល់តម្រុយ O និង $A(13,\ 0)$ រៀងគ្នាទៅលើបន្ទាត់ $5x-12y+65=0$ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណាញ $OACB$ ។



8. បង្ហាញថាកម្ពស់ ឬបន្លាយកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់មួយចំណុច ។

9. គេមានបន្ទាត់ $D:\ y=2x+3$ និងចំណុច $A(5,\ 1)$ ជាចំណុចនឹងដែលមិននៅលើបន្ទាត់ D ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច Q កណ្តាលអង្កត់ AP ពេលដែលចំណុច P ផ្លាស់ទីលើបន្ទាត់ D ។

10. រកសំណុំចំណុចដែលមានផលធៀបចម្ងាយពីគល់តម្រុយ O និង $A(3,\ 0)$ ស្មើ $2:1$ ។

facebook.com/... youtube.com/moeys www.moeys.gov.kh

មេរៀនទី

3 សមីការរង្វង់

3.1 សមីការរង្វង់

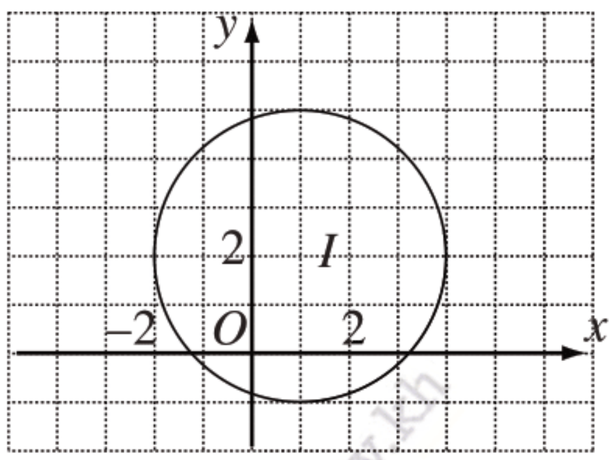
ក. សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់

ឧទាហរណ៍ 1 រកសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(1,\ 2)$ និងកាំ $r = 3$ ។

ដោយរង្វង់គឺជាសំណុំនៃចំណុចដែលមានចម្ងាយស្មើ 3 ពីផ្ចិត I នោះចំពោះគ្រប់ចំណុច $P(x,\ y)$ គេបាន $IP = 3$ ឬ $IP^2 = 9$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2$$

សមីការខាងលើនេះហៅថា សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ផ្ចិត $I(1,\ 2)$ កាំ $r = 3$ ។



ខ្លឹមចំណេះ

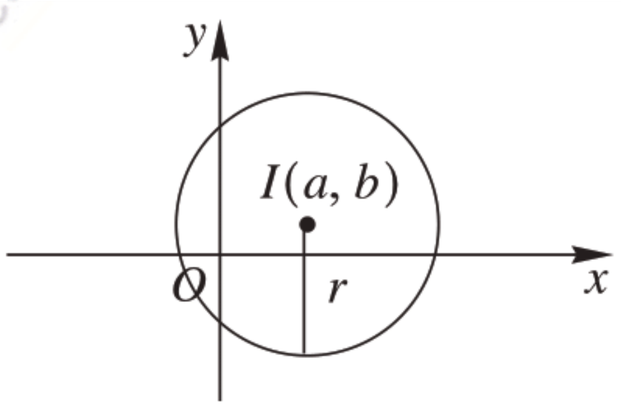
- រកសមីការស្តង់ដានៃរង្វង់
- រកសមីការទូទៅនៃរង្វង់
- រកផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ ។

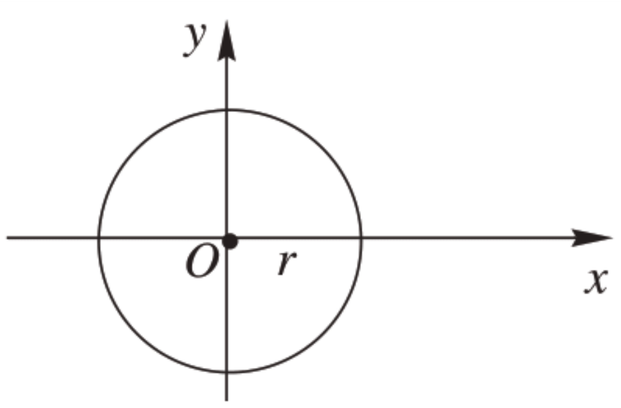
ពាក្យគន្លះ

- រង្វង់
- សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់
- សមីការទូទៅនៃរង្វង់ ។

ជាទូទៅ សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(a,\ b)$ និងកាំ r គឺ

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \text{ ។}$$





សម្គាល់ រង្វង់ដែលមានផ្ចិតជាគល់តម្រុយ $O(0,\ 0)$ និងកាំ r មានសមីការស្តង់ដា $x^2 + y^2 = r^2$

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ រកសមីការរង្វង់ខាងក្រោម :

ក. រង្វង់ដែលមានកាំស្មើ $\sqrt{3}$ និងផ្ចិត $I(-1,\ 1)$ ។

ខ. រង្វង់ដែលមានផ្ចិត $J(-1,\ -2)$ ដែលកាត់តាមគល់តម្រុយ O ។

គ. រង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AB ដែល $A(-3,\ 0)$ និង $B(1,\ 0)$ ។

ខ. សមីការទូទៅនៃរង្វង់

សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានកាំ r និងផ្ចិត $(a,\ b)$ គឺ

$$(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2 \Leftrightarrow x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-r^2 = 0$$

បើ $A = -2a$, $B = -2b$, $C = a^2+b^2-r^2$

គេបាន $x^2+y^2+Ax+By+C = 0$ ហៅថា **សមីការទូទៅនៃរង្វង់** ។

ជាទូទៅ សមីការទូទៅនៃរង្វង់គឺ $x^2+y^2+Ax+By+C = 0$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលមានសមីការទូទៅ $x^2+y^2+2x-2y+1 = 0$ ។

ចម្លើយ បំលែងសមីការដែលឱ្យ

គេបាន $(x^2+2x)+(y^2-2y) = -1$ ឬ $(x+1)^2+(y-1)^2 = 1$

គឺជាសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $(-1,\ 1)$ និងកាំ $r = 1$ ។

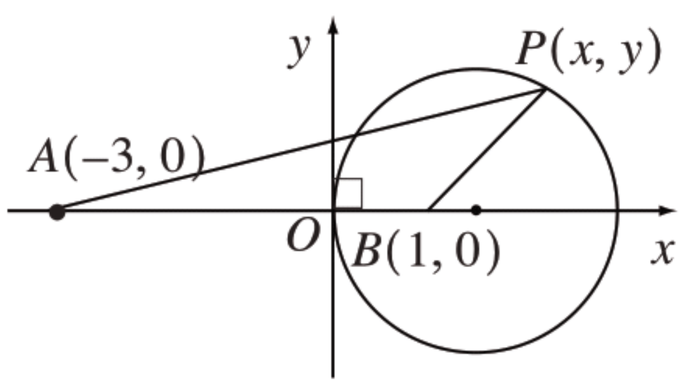
ប្រតិបត្តិ 1 កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលមានសមីការទូទៅដូចខាងក្រោម :

ក. $x^2+y^2-6x+4y+4 = 0$ ខ. $3x^2+3y^2-2x-3y+1 = 0$

ប្រតិបត្តិ 2 កំណត់តម្លៃនៃមេគុណ $A,\ B$ និង C ដែលរង្វង់ $x^2+y^2+Ax+By+C = 0$ កាត់តាមចំណុចបី $E(-6,\ 6)$, $F(-2,\ 8)$ និង $G(1,\ -1)$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេឱ្យចំណុចនឹងពីរ $A(-3,\ 0)$ និង $B(1,\ 0)$ ។

រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP : BP = 3 : 1$ ។



ចម្លើយ តាង $(x,\ y)$ ជាកូអរដោនេនៃចំណុច P

ដោយកូអរដោនេចំណុច P ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP : BP = 3 : 1$ ។

គេបាន $AP = 3PB$ ។ លើកអង្គទាំងពីរជាការេ គេបាន $AP^2 = 9PB^2$

តាមរូបមន្តចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $(x+3)^2 + y^2 = 9\{(x-1)^2 + y^2\}$ ។

រៀបសមីការនេះឡើងវិញ $x^2 - 3x + y^2 = 0$ ឬ $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$ ។

ដូចនេះ សំណុំចំណុចនៃចំណុច P ជារង្វង់ដែលមានកាំ $\frac{3}{2}$ និងផ្ចិត $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ។

សម្គាល់ បើគេឱ្យចំណុចនឹងពីរ A និង B នោះសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP : BP = m : n$ ចំពោះ $m \neq n$ គឺជារង្វង់ ។ រង្វង់នេះហៅថា “ រង្វង់អាប៉ូឡូនុស ” ហើយចុងនៃអង្កត់ផ្ចិតទាំងពីរជាចំណុចចែកក្នុង និងចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB ។

ប្រតិបត្តិ 3 គេឱ្យចំណុចពីរ $A(-2, 0)$ និង $B(3, 0)$ ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP : PB = 3 : 2$ ។

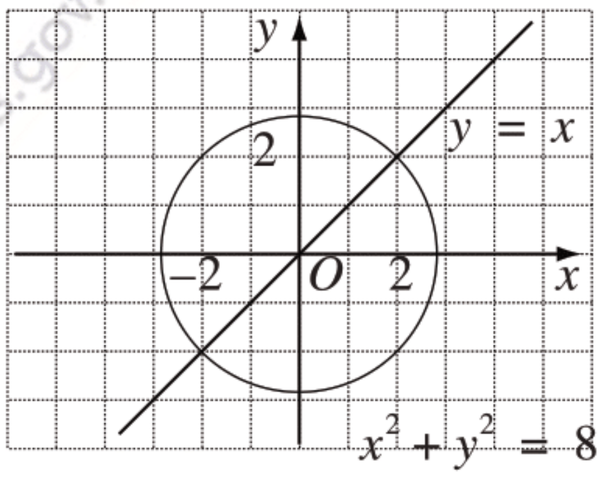
3.2 រង្វង់ និងបន្ទាត់

ក. ចំណុចប្រសព្វនៃរង្វង់ និងបន្ទាត់

ឧទាហរណ៍ 1 រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ $y = x$ និងរង្វង់ $x^2 + y^2 = 8$ ។

ចម្លើយ កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} y = x & (1) \\ x^2 + y^2 = 8 & (2) \end{cases}$$



ជំនួស (1) ក្នុងសមីការ (2) : $x^2 + x^2 = 8$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

ចំពោះ $x = 2$ នោះ $y = 2$

ចំពោះ $x = -2$ នោះ $y = -2$

គេបានកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វគឺ $(-2, -2)$, $(2, 2)$ ។

ខ្លឹមសារ

- រកចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងរង្វង់
- សិក្សាទីតាំងរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់
- កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

ពាក្យគន្លឹះ

ចំណុចប្រសព្វ ឌីសគ្រីមីណង់ Δ, ប៉ះ សមីការអាប់ស៊ីស

facebook.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ប្រតិបត្តិ 1 រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $2x-y-2=0$ និងរង្វង់ $x^2+y^2-x+4y=0$ ។

កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់គឺជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការដែលផ្គុំដោយសមីការរង្វង់ និងសមីការបន្ទាត់ ។

បើគេមានរង្វង់ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ និងបន្ទាត់ $D: y=mx+n$

នោះគេបានប្រព័ន្ធ $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2=r^2 & (1)\\ y=mx+n & (2)\end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1)

គេបាន $(x-a)^2+[(mx+n)^2-b]^2=r^2$ (1)

តាង Δ ជាឌីសគ្រីមីណង់នៃសមីការ (1) គេបាន :

1. បើ $\Delta>0$ នោះបន្ទាត់ និងរង្វង់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុច
2. បើ $\Delta=0$ នោះបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់
3. បើ $\Delta<0$ នោះបន្ទាត់ និងរង្វង់មិនប្រសព្វគ្នាទេ ។

ឧទាហរណ៍ កំណត់តម្លៃនៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y=mx-2$ និងរង្វង់ $x^2+y^2=1$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ចម្លើយ កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់គឺជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការដែលផ្គុំដោយសមីការរង្វង់ និងសមីការបន្ទាត់

គេបាន $\begin{cases}y=mx-2 & (1)\\ x^2+y^2=1 & (2)\end{cases}$

យក (1) ជំនួសក្នុង (2) គេបាន $x^2+(mx-2)^2=1$

$(1+m^2)x^2-4mx+3=0$ (3)

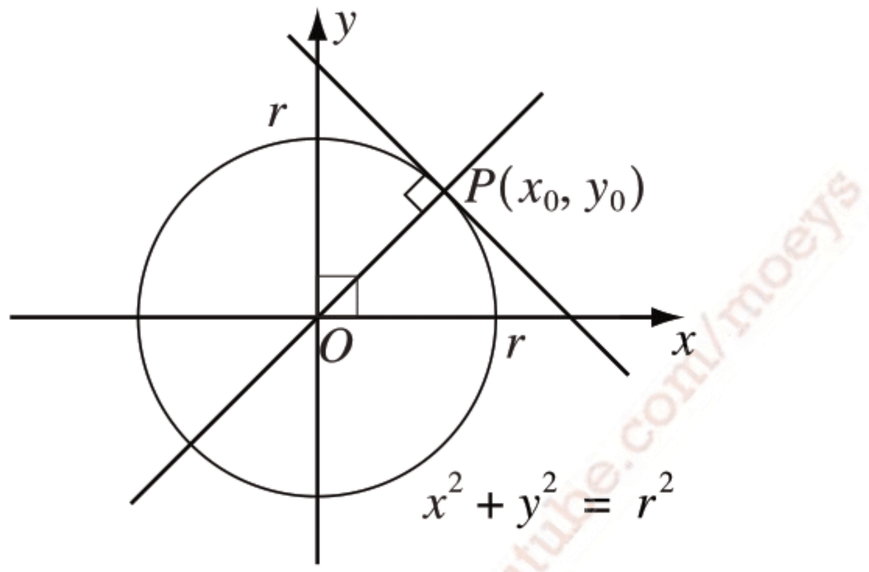
ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់និងរង្វង់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា លុះត្រាតែសមីការ (3) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា គេបាន $\frac{\Delta}{4}>0\Leftrightarrow(2m)^2-3(1+m^2)>0\Leftrightarrow m^2-3>0$

គេបាន $m<-\sqrt{3}$, $m>\sqrt{3}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 គេមានរង្វង់ $x^2+y^2=1$ និងបន្ទាត់ $y=2x+n$ ដែល n ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។ សិក្សាចំនួនចំណុចស្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់ទៅតាមតម្លៃ n ។

ខ. បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់

បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ គឺជាបន្ទាត់ដែលកែងទៅនឹងកាំរង្វង់ត្រង់ចុងនៃកាំដែលហៅថាចំណុចប៉ះ ។ គេអាចរកសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះតាមលក្ខណៈនេះ ។



គេយកចំណុច $P(x_0,\ y_0)$ នៅលើរង្វង់ $x^2 + y^2 = r^2$ ។

- ករណី $x_0 y_0 \neq 0$:

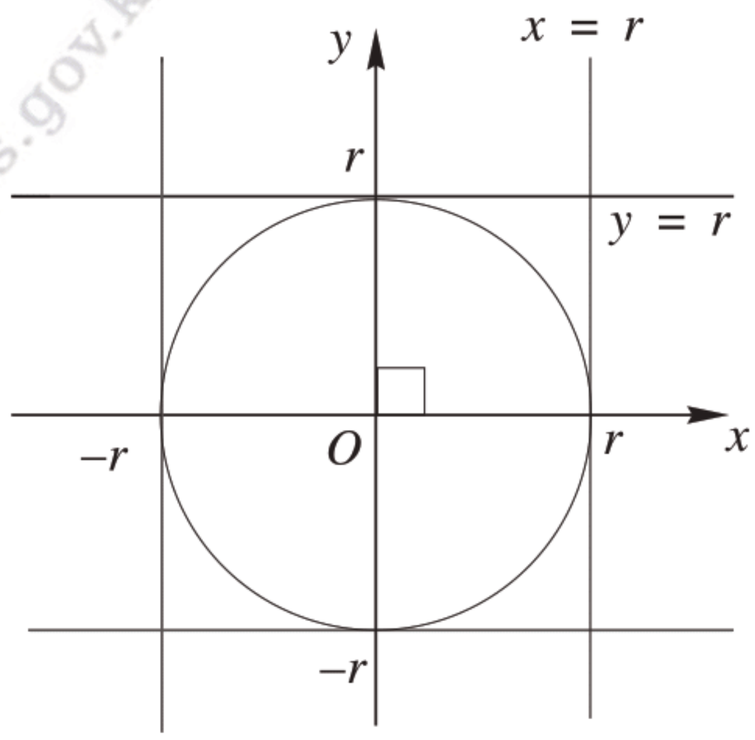
ដោយមេគុណប្រាប់ទិសនៃកាំ OP គឺ $\frac{y_0}{x_0}$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុច P គឺ $-\frac{x_0}{y_0}$ ។

ដូចនេះ សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ PT គឺ $y - y_0 = -\frac{x_0}{y_0}(x - x_0)$

$y_0(y - y_0) = -x_0(x - x_0)$ នោះ $x_0 x + y_0 y = x_0^2 + y_0^2$ (1)

ដោយចំណុច $(x_0,\ y_0)$ ស្ថិតនៅលើបរិមាត្ររង្វង់

នោះ $x_0^2 + y_0^2 = r^2$ ។



តាម (1) គេបានសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់គឺ

$x_0 x + y_0 y = r^2$ ។

- ករណី $x_0 y_0 = 0$ នោះ $x_0 = 0$ ឬមួយ

  $y_0 = 0$ គេបានចំណុច P ស្ថិតនៅលើអ័ក្ស

  កូអរដោនេ ។

ចំពោះ $P(r,\ 0)$ នោះសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះគឺ $x = r$

ចំពោះ $P(-r,\ 0)$ នោះសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះគឺ $x = -r$

ចំពោះ $P(0,\ r)$ នោះសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះគឺ $y = r$

ចំពោះ $P(0,\ -r)$ នោះសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះគឺ $y = -r$ ។

ជាទូទៅ សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2 + y^2 = r^2$ ត្រង់ចំណុច $(x_0,\ y_0)$ គឺ $x_0 x + y_0 y = r^2$

ប្រតិបត្តិ

ក. រកសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2 + y^2 = 13$ ត្រង់ចំណុច $(2,\ 3)$ ។

ខ. រកតម្លៃនៃ n ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y = x + n$ ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ $x^2 + y^2 = 4$ ។

facebook.com/krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

មេរៀនសង្ខេប

1. សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(a,\ b)$ និងកាំ r គឺ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

2. រង្វង់ដែលមានផ្ចិតជាគល់តម្រុយ $O(0,\ 0)$ និងកាំ r មានសមីការស្តង់ដា $x^2+y^2=r^2$ ។

3. សមីការទូទៅនៃរង្វង់គឺ $x^2+y^2+Ax+Bx+C=0$

4. សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=r^2$ ត្រង់ចំណុច $(x_0,\ y_0)$ គឺ $x_0x+y_0y=r^2$

5. គេឱ្យសមីការរង្វង់ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ និងបន្ទាត់ $D:\ y=mx+n$

   នោះគេបាន $(x-a)^2+[(mx+n)^2-b]^2=r^2$ $\quad(1)$

   បើ Δ ជាឌីសគ្រីមីណង់នៃសមីការ (1) គេបាន

   ក. បើ $\Delta>0$ នោះបន្ទាត់ និងរង្វង់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុច

   ខ. បើ $\Delta=0$ នោះបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់

   គ. បើ $\Delta<0$ នោះបន្ទាត់ និងរង្វង់មិនប្រសព្វគ្នាទេ ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម

សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ត្រង់ចំណុច $(x_0,\ y_0)$ គឺ

$(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh

លំហាត់

1. សរសេរសមីការរង្វង់ជាទម្រង់ស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ដោយស្គាល់ផ្ចិត I និងកាំ r ក្នុងករណីខាងក្រោម :

   ក. $I(0,\ 0)$, $r=1$ ខ. $I(0,\ 1)$, $r=\sqrt{2}$

   គ. $I(2,\ 0)$, $r=\sqrt{3}$ ឃ. $I(1,\ 1)$, $r=2$

   ង. $I(-1,\ 3)$, $r=2$ ច. $I(-2,\ -2)$, $r=3$ ។

2. កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលមានសមីការស្តង់ដាដូចខាងក្រោម :

   ក. $x^2+y^2=9$ ខ. $(x-2)^2+(y-1)^2=16$

   គ. $(x-1)^2+(y+2)^2=25$ ឃ. $x^2+(y-1)^2=36$ ។

3. កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលមានសមីការទូទៅដូចខាងក្រោម :

   ក. $x^2+y^2+4x=6$ ខ. $x^2+y^2-6x+2y=6$

   គ. $2x^2+2y^2-2x+2y=1$ ឃ. $3x^2+3y^2-2x-3y+1=0$ ។

4. សរសេរសមីការទូទៅ $x^2+y^2-4x+2y+4=0$ ជាទម្រង់សមីការស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ រួចសង់ក្រាប ។

5. សរសេរសមីការទូទៅ $2x^2+2y^2-8x=0$ ជាទម្រង់សមីការស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ រួចសង់ក្រាប ។

6. រកសមីការរង្វង់ទូទៅកាត់តាមបីចំណុចខាងក្រោម :

   ក. $(1,\ 0)$, $(0,\ 1)$ និង $(3,\ 4)$ ខ. $(2,\ 2)$, $(-2,\ 1)$ និង $(2,\ 3)$ ។

7. រកសមីការនៃរង្វង់ខាងក្រោម :

   ក. រង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(2,\ 1)$ និងកាត់តាមចំណុច $A(-1,\ 3)$ ។

   ខ. រង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $C(3,\ \sqrt{3})$ និង $D(2,\ -2)$ ហើយមានផ្ចិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

   គ. រង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $E(1,\ 2)$ ហើយប៉ះទៅអ័ក្សកូអរដោនេទាំងពីរ ។

8. គេឱ្យបីចំណុច $A(0,\ 0)$, $B(4,\ 2)$ និង $C(5,\ 1)$ ។

   រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP^2+BP^2+CP^2=49$ ។

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com/kroumoeys

9. គេមានចំណុច $A(5,\ 4)$ នៅលើរង្វង់ $(x-2)^2+(y-3)^2=10$ ។
   រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុចនេះ ។

10. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុច $A(3,\ 4)$ ទៅនឹងរង្វង់ $x^2+y^2=25$ ។

11. រកសមីការបន្ទាត់គូសចេញពីចំណុច $B(0,\ -2)$ ប៉ះទៅរង្វង់ $x^2+y^2=1$ ។

12. គេមានសមីការរង្វង់ $x^2+y^2=13$ និងបន្ទាត់ $x+5y=13$ មានចំណុចប្រសព្វពីរផ្សេងគ្នា ។
   រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងនេះ ។

13. គេមានសមីការរង្វង់ $x^2+y^2=1$ និងបន្ទាត់ $y=mx+2$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។
   សិក្សាតាម m ចំនួននៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់ ។

14. រកសមីការនៃរង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $O(0,\ 0)$, $A(1,\ 2)$ និង $B(4,\ 3)$ ។

15. រកសមីការនៃរង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(1,\ 3)$, $B(2,\ 0)$ និង $C(-1,\ -1)$
   ហើយរកកូអរដោនេនៃផ្ចិត និងប្រវែងកាំរបស់វា ។

16. គេឱ្យចំណុចនឹងបី $A(1,\ 0)$, $B(-2,\ -3)$ និង $C(-5,\ -3)$ ។ រកសំណុំចំណុច P ដែល
   ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP^2=BP^2+CP^2$ ។

17. គេមានបន្ទាត់ $3y=x+5$ និងរង្វង់ $x^2+y^2-6x-2y-15=0$ ។

   ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់កាត់រង្វង់ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

   ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងរង្វង់នោះ ។

   គ. គណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចប្រសព្វនេះ ។

18. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $y=3x+5$ កាត់រង្វង់ $x^2+y^2-2x-6y+5=0$ តាមអង្កត់ធ្នូមួយ និងគណនា
   ប្រវែងអង្កត់ធ្នូនេះ ។

19. បង្ហាញថារង្វង់ $x^2+y^2-2y-4=0$ និង $x^2+y^2-x+y-12=0$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុច
   ផ្សេងគ្នា និងរកសមីការនៃអង្កត់ធ្នូរួមនោះ ។

20. បង្ហាញថារង្វង់ $x^2+y^2+2x-8y+5=0$ និង $x^2+y^2-4x-4y+7=0$ អរតូកូណាល់គ្នា ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

4.1 ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប

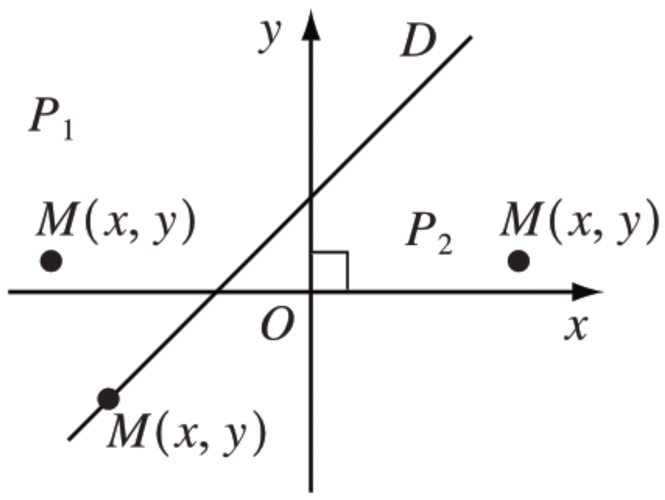
ភក្តិបំណង

ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប ។

ពាក្យគន្លឹះ

- ព្រំដែន
- កន្លះប្លង់
- តំបន់ចម្លើយ

បន្ទាត់ $D : y = x + 1$ ចែកប្លង់កូអរដោនេជាកន្លះប្លង់ពីរគឺ P_1 ជាកន្លះប្លង់នៅលើបន្ទាត់ D និង P_2 ជាកន្លះប្លង់នៅខាងក្រោមបន្ទាត់ D ។ ចំណែកឯបន្ទាត់ D ជាព្រំដែននៃកន្លះប្លង់ទាំងពីរ ។



- គ្រប់ $M(x, y)$ នៃ D មាន $y = x + 1$
- គ្រប់ $M(x, y)$ នៃ P_1 មានអរដោនេ $y > x + 1$
- គ្រប់ $M(x, y)$ នៃ P_2 មានអរដោនេ $y < x + 1$ ។

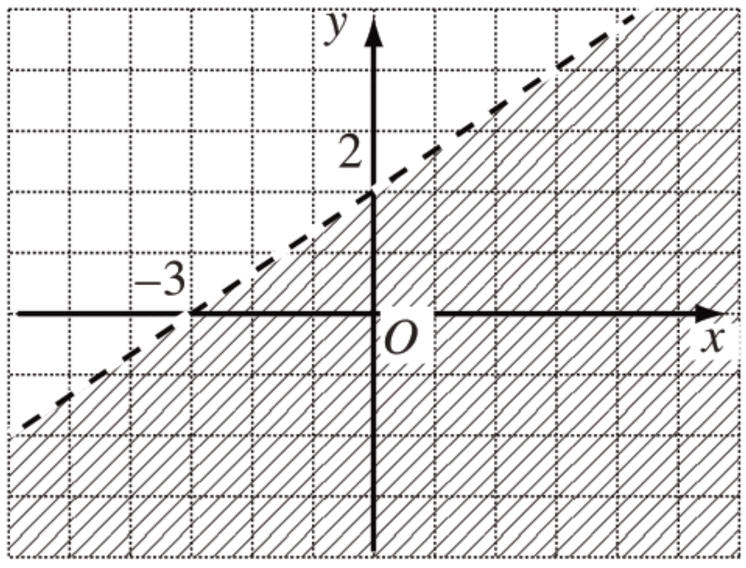
ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការ $2x - 3y + 6 > 0$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ ដោយបំលែងវិសមីការដែលឱ្យ

គេបាន $y < \frac{2}{3}x + 2$ ។

សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = \frac{2}{3}x + 2$

ដូចនេះ វិសមីការមានតំបន់ចម្លើយជាកន្លះប្លង់ដែលគូសឆ្លុតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ព្រំដែន ។



របៀបដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប គេត្រូវ :

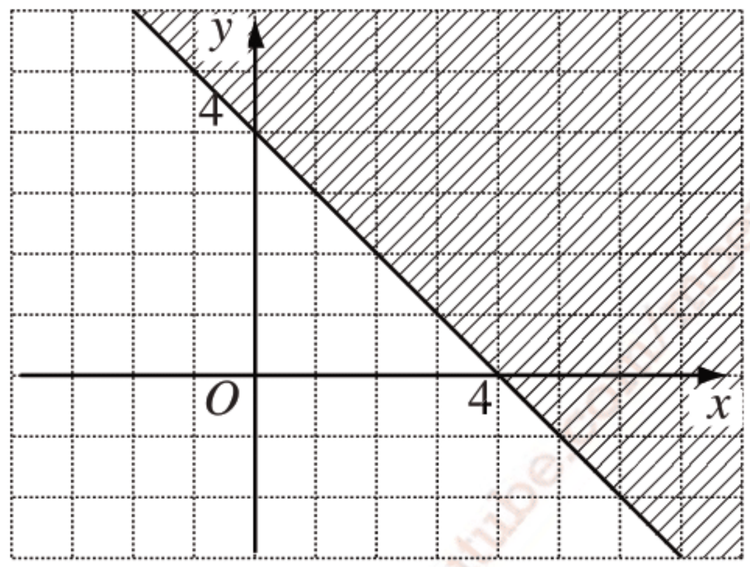
1. សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ។
2. តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយវិសមីការនីមួយៗ ។

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $x+y-4\geq 0$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ ដោយបំប្លែងវិសមីការដែលឱ្យ

គេបាន $y\geq -x+4$ ។

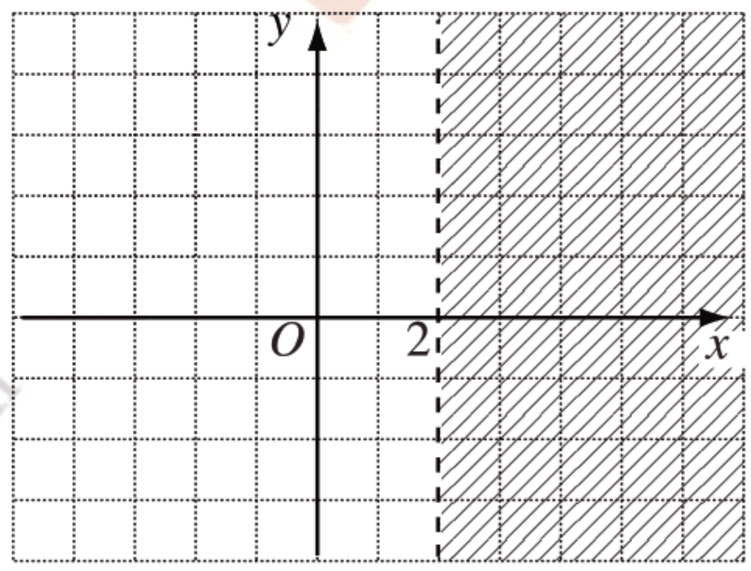


សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=-x+4$

ដូចនេះ វិសមីការមានតំបន់ចម្លើយជាកន្លះប្លង់នៅខាងលើបន្ទាត់ព្រំដែន និងនៅលើបន្ទាត់ព្រំដែនផង ។

ឧទាហរណ៍ 3 ដោះស្រាយវិសមីការ $x>2$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ សំណុំចំណុច $(x,\ y)$ ទាំងអស់ដែលមានអាប់ស៊ីស x ផ្ទៀងផ្ទាត់ $x>2$ និង y អរដោនេ y ណាមួយ ។ ដូចនេះ កន្លះប្លង់ខាងស្តាំនៃបន្ទាត់ $x=2$ គឺជាតំបន់ចម្លើយ ។



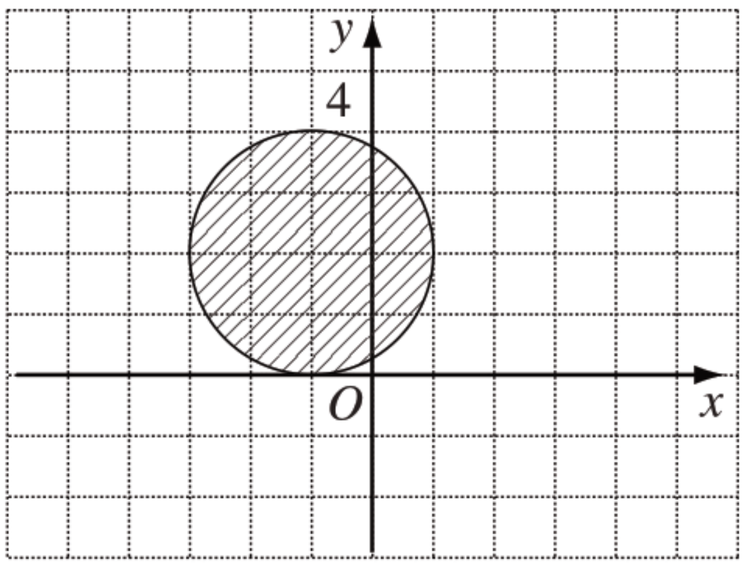
សម្គាល់ បន្ទាត់ដាច់ៗបញ្ជាក់ថាចំណុចនៅលើបន្ទាត់មិនមែនជាចម្លើយនៃវិសមីការទេ ។

ប្រតិបត្តិ 1 ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប :

ក. $y>3x-2$ ខ. $2x+4y\leq 5$ គ. $x<3$ ឃ. $y\geq 2$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2+y^2+2x-4y+1\leq 0$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ វិសមីការអាចសរសេរ $(x+1)^2+(y-2)^2\leq 2^2$ ។



វិសមីការនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ចំណុច $(x,\ y)$ ដែលមានចម្ងាយតូចជាងឬស្មើ 2 ពីផ្ចិត $I(-1,\ 2)$ នៃរង្វង់ $(x+1)^2+(y-2)^2=2^2$

សង់រង្វង់ $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ ។

ដូចនេះ គ្រប់ចំណុចនៅលើរង្វង់ និងផ្នែកខាងក្នុងរង្វង់ជាតំបន់ចម្លើយនៃវិសមីការ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប :

ក. $x^2+y^2\leq 4$ ។

ខ. $x^2+y^2-4x-2y-1>0$ ។

4.2 ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប

វត្ថុបំណង

ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប ។

ពាក្យគន្លឹះ

តំបន់ចម្លើយ

សំណុំនៃចំណុចដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធវិសមីការ ហៅថាតំបន់ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

ដូចនេះតំបន់ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសីមការ ជាតំបន់នៃតំបន់ចម្លើយរបស់វិសមីការនីមួយៗនៃប្រព័ន្ធ ។

ឧទាហរណ៍1 ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម :

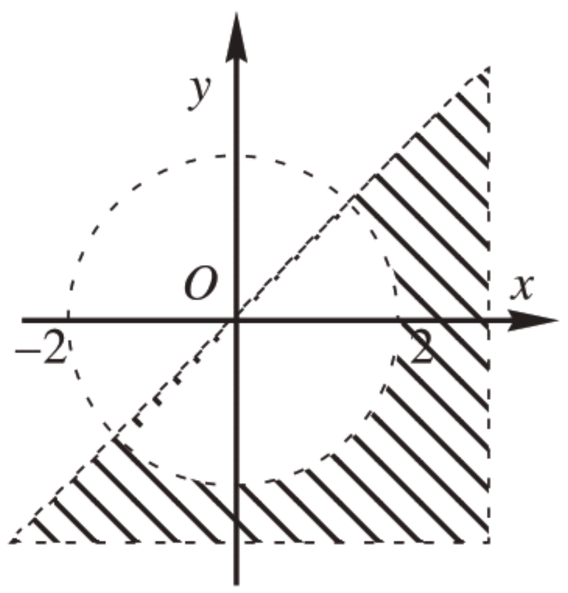
$$\begin{cases} x^2 + y^2 > 4 & (1) \\ y < x + 1 & (2) \end{cases}$$

ចម្លើយ សង់រង្វង់ $x^2 + y^2 = 4$

សង់បន្ទាត់ $y = x + 1$

វិសមីការ (1) $x^2 + y^2 > 4$ មានតំបន់ចម្លើយជាផ្នែកប្លង់ចិតខាងក្រៅរង្វង់តាងដោយ M ។

វិសមីការ (2) $y < x + 1$ មានតំបន់ចម្លើយជាផ្នែកប្លង់ចិតខាងក្រោមបន្ទាត់ តាងដោយ N ។



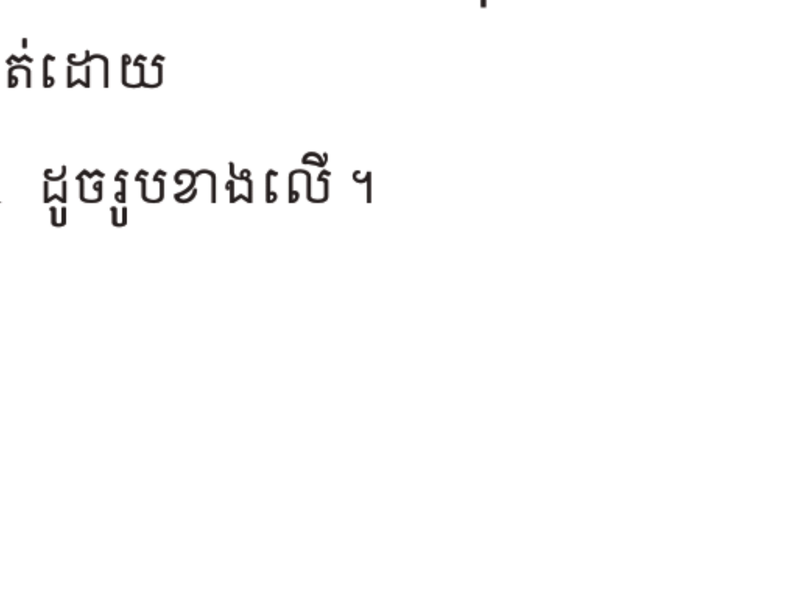
តំបន់ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការគឺជាផ្នែកប្លង់ដែលកំណត់ដោយ $M \cap N$ ដែលជាផ្នែកគូសឆ្លុតនៅខាងក្រោមបន្ទាត់ $y = x + 1$ ដូចរូបខាងលើ ។

របៀបដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប គេត្រូវ :

1. សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ។
2. តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយវិសមីការនីមួយៗ
3. យកតំបន់ចម្លើយរួមជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសីមការ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $(x - y)(x + y - 1) > 0$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ វិសមីការដែលឱ្យសមមូលទៅនឹងគូនៃវិសមីការ $\begin{cases} x - y > 0 \\ x + y - 1 > 0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x - y < 0 \\ x + y - 1 < 0 \end{cases}$



សង់បន្ទាត់ $y = x$ និង $y = -x + 1$

ដូចនេះ ផ្នែកប្លង់ដែលជាប្រជុំនៃផ្នែកប្លង់ ដែលតាងដោយប្រព័ន្ធវិសមីការទាំងពីរ ។ រូបខាងលើនេះ គឺផ្នែកប្លង់ដែលជាតំបន់ចម្លើយប្រព័ន្ធវិសមីការទាំងពីរ ។

facebook.com/moeys youtube.com/moeys edu.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប :

ក $\begin{cases} y < 2x + 1 \\ 3y > x - 2 \\ y < -x + 2 \end{cases}$

ខ $\begin{cases} x^2 + y^2 < 4 \\ x + y > 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$

ប្រតិបត្តិ គូសផ្នែកបន្ថែងដែលតាងតំបន់ចម្លើយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $(x-1)(x+2y) > 0$

ខ. $(x+y+1)(x-2y+4) \le 0$ ។

មេរៀនសង្ខេប

របៀបដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប គេត្រូវ :

1. សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ។
2. តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយវិសមីការនីមួយៗ ។

របៀបដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប គេត្រូវ :

1. សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ។
2. តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយវិសមីការនីមួយៗ ។
3. យកតំបន់ចម្លើយរួមជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

លំហាត់

1. ដោះស្រាយវិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប :

ក. $x + 2y - 4 > 0$

ខ. $1 < x^2 + y^2 < 4$

គ. $x^2 + y^2 \le 2x + 3$

ឃ. $x^2 + y^2 < 9$, $x + y > 2$

ង. $0 < x < 1$, $0 < y < 1$, $x^2 + y^2 > 1$ ។

2. ក. សង់បន្ទាត់ $D : y = -x + 2$ និង $D' : x - 2y - 2 = 0$ ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

ខ. ទាញរកគូចម្លើយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាហ្វិក $\begin{cases} y = -x + 2 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$

3. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $\begin{cases} x + 4 < 0 \\ y \ge x - 2 \\ y < 2 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 4x + 3y + 6 \ge 0 \\ y \ge 2x - 5 \\ 3x - 4y \ge 0 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} x \ge 0 \ , \ y \ge 0 \\ 5x + y \ge 10 \\ x + y \ge 6 \\ x + 4y \ge 12 \end{cases}$

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

លំហាត់ជំពូក

1. គេឱ្យចំណុចពីរ $A(-2)$ និង $B(5)$ ។ តាង C ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ AB តាមផលធៀប $3:2$ និង D ជាចំណុចចែកក្រៅនៃ AB តាមផលធៀប $1:3$ រកប្រវែង CD ។
2. រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ចែកក្នុងនិង N ចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB តាមផលធៀប $1:3$ ចំពោះគូចំណុច $A(-1,\ 3)$, $B(-2,\ -5)$ រួចរកប្រវែង MN ។
3. រកសមីការបន្ទាត់នៃមេដ្យាទ័ររបស់អង្កត់ AB ចំពោះ $A(2,\ 3)$ និង $B(4,\ 5)$ ។
4. សមីការនៃបន្ទាត់ l_1 និង l_2 គឺ $3x+4y-18=0$ និង $x-2y+4=0$ រៀងគ្នា។ រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ k បើបន្ទាត់ $y=kx$ កាត់តាមចំណុចប្រសព្វនៃ l_1 និង l_2 ។
5. រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a បើចំណុចទាំងបី $A(a,\ a+4)$, $B(-2,\ 6)$ និង $C(7,\ 5)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។
6. រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលខ័ណ្ឌដោយបន្ទាត់បី $x+y-7=0$, $3x-2y-1=0$ និង $x-4y+3=0$ ។
7. កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលកាត់តាមបីចំណុច $A(8,\ 4)$, $B(3,\ -1)$ និង $C(6,\ 8)$ ។
8. រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $(1,\ 5)$ ហើយប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=1$ ។
9. កំណត់ប្រព័ន្ធវិសមីការដែលមានតំបន់ចម្លើយស្ថិតក្នុងត្រីកោណ ABC ដែលមានកំពូល $A(2,\ 0)$, $B(-3,\ 0)$ និង $C(0,\ 4)$ ហើយជ្រុងនៃត្រីកោណមិនគិតបញ្ចូលទេ ។
10. រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a ឱ្យបន្ទាត់ $ax+4y=1$ និង $x+(a-3)y=2$ ស្របគ្នា។
11. រកតម្លៃចំនួនថេរ a ឱ្យបន្ទាត់ $ax+y+1=0$ និងរង្វង់ $x^2+y^2+4x+3=0$ ប៉ះគ្នា។
12. គេអោយចំណុចនឹងពីរ $A(2,\ 0)$ និង $B(0,\ 1)$ ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP:PB=2:1$ ។
13. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងរង្វង់ $x^2+y^2-4y-4=0$ និង $x^2+y^2-2x=0$ ។
14. កំណត់តម្លៃរបស់ r ឱ្យរង្វង់ $(x-4)^2+(y-3)^2=4$ និង $x^2+y^2=r^2$ មិនមានចំណុចរួម ។

ជំពូក ៥

អន្ទុគមន៍

1. អន្ទុគមន៍ និចក្រាបនៃអន្ទុគមន៍
2. អន្ទុគមន៍ជីក្រេតទី 2
3. អន្ទុគមន៍ សនិទាន-អសនិទាន

ខែ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ទម្ងន់គិតជា (kg)	2.7	3.4	4.1	4.8	5.5	6.2	6.9	7.6	8.2	8.9

តារាងខាងលើគឺជាទម្ងន់ទារក ដែលគេបានស្រង់ជាទៀងទាត់ក្នុងមួយខែម្តង គេសម្គាល់ឃើញថា ទម្ងន់បានប្រែប្រួលទៅតាមខែនីមួយៗ ទំនាក់ទំនងរវាងខែ និងទម្ងន់ហៅថាអនុគមន៍។ នៅក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រ គេតែងតែប្រើអនុគមន៍ដើម្បីសិក្សារូបវិទ្យា គីមីវិទ្យា និងជីវវិទ្យា។

facebook.com/kru.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

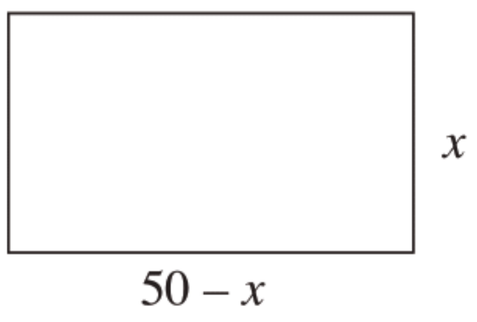
មេរៀនទី

1 អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍

1.1 សញ្ញាណនៃអនុគមន៍

ឧទាហរណ៍ 1 នារីបានលក់ក្រូចឆ្មារ x ផ្លែក្នុងតម្លៃ 50 រៀលក្នុង 1 ផ្លែ ហើយនាងទទួលបានប្រាក់ចំណូល $y = 50x$ រៀល ។

ឧទាហរណ៍ 2 បើគេសង់សួនច្បារចតុកោណកែងមួយដែលមានបរិមាត្រស្មើ 100 (ម៉ែត្រ) និងទទឹងគឺ x (ម៉ែត្រ) នោះផ្ទៃក្រឡា y គឺ $y = x(50 - x)$ (ម៉ែត្រការ៉ែ)ដែល $0 < x < 50$ ។



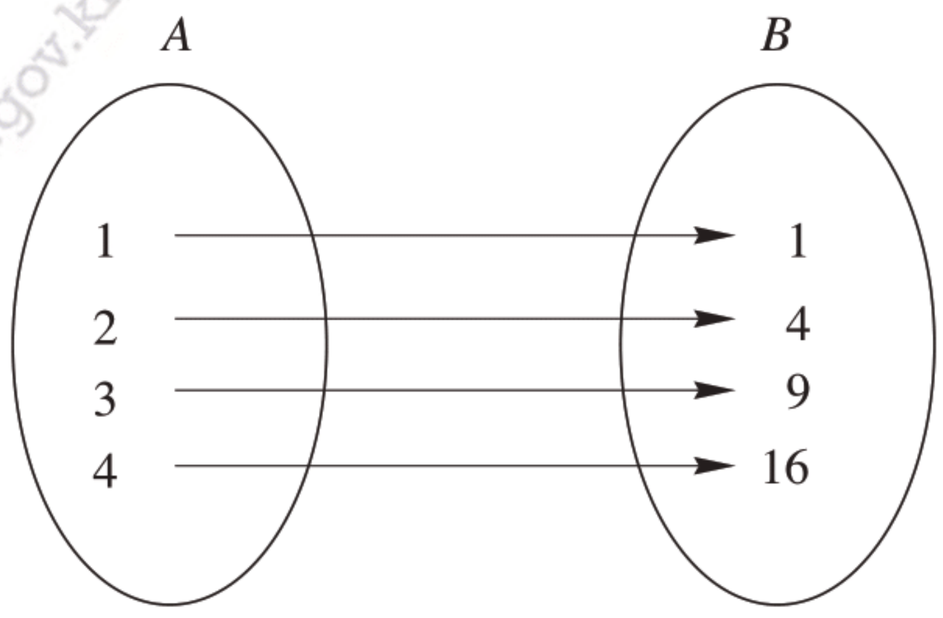
ខ្លឹមចំណេះ

កំណត់សញ្ញាណអនុគមន៍ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- អនុគមន៍
- អថេរមិនអាស្រ័យ
- អថេរអាស្រ័យ
- សំណុំដើម
- សំណុំចុង ។

ឧទាហរណ៍ 3 ធាតុ x នៃសំណុំ $A = \{1,2,3,4\}$ ទាក់ទងនឹងធាតុ y នៃសំណុំ $B = \{1,4,9,16\}$ តាមទំនាក់ទំនង " មានការេស្មើនឹង " គឺ " $y = x^2$ " ដូចក្នុងដ្យាក្រាមព្រួញខាងក្រោម :



សំណួរ ពិនិត្យទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ខាងលើ ។ ចំពោះតម្លៃនីមួយៗនៃ x តើមានតម្លៃ y ប៉ុន្មានដែលគេរកបាន ?

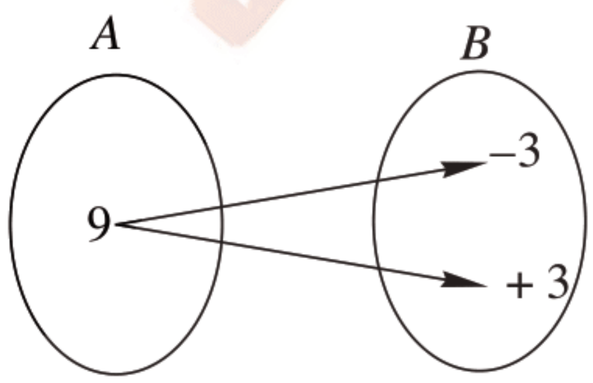
facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ចម្លើយ ចំពោះតម្លៃនីមួយៗនៃ x គេអាចរកបានតម្លៃ y តែមួយគត់ ។ ទំនាក់ទំនងទាំងបីខាងលើនេះហៅថា អនុគមន៍ពីសំណុំមួយទៅសំណុំមួយផ្សេងទៀត ។

និយមន័យ A និង B ជាសំណុំមិនទទេ ។

បើទំនាក់ទំនង f ពីសំណុំ A ទៅសំណុំ B ភ្ជាប់ធាតុនីមួយៗនៃសំណុំ A ទៅនឹងធាតុតែមួយគត់នៃសំណុំ B នោះទំនាក់ទំនង f ហៅថាអនុគមន៍ពីសំណុំ A ទៅសំណុំ B ។

ចំពោះទំនាក់ទំនង $y^2 = x$ បើគេឱ្យ $x = 9$ នោះគេបាន $y = -3$ ឬ $y = +3$ ក្នុងករណីដែលតម្លៃ x មួយបណ្តាលឱ្យ y មានតម្លៃពីរបែបនេះ គេថា $y^2 = x$ មិនមែនជាអនុគមន៍ទេ ។ ដ្យាក្រាមរបស់វា គឺធាតុមួយនៃសំណុំ A ភ្ជាប់ទៅធាតុពីរនៃសំណុំ B ។



បើ f ជាអនុគមន៍ពីសំណុំ A ទៅសំណុំ B នោះគេកំណត់សរសេរ :

$$f : A \to B$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

A ហៅថា **សំណុំដើម** ហើយ x ជាធាតុដើមនិង x ហៅថាអថេរមិនអាស្រ័យ ។

B ហៅថា **សំណុំចុង** ហើយ y ជារូបភាពនៃ x តាម f និង $y = f(x)$ ហៅថាអថេរអាស្រ័យ ។

ប្រតិបត្តិ តើទំនាក់ទំនងនីមួយៗខាងក្រោមជាអនុគមន៍ឬទេ ? ព្រោះអ្វី ?

ក. $y = (x-4)^2$ ខ. $x = (y+1)^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 ចំពោះ $f(x) = x^2 + 2x$ គេអាចគណនាតម្លៃ :

$f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 = 8$

$f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$

$f(-3) = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) = 3$ ជាដើម ។

ប្រតិបត្តិ ចំពោះ $g(x) = -x^2 + 3x - 4$ ។ គណនាតម្លៃខាងក្រោម :

ក. $g(1)$ ខ. $g(0)$ គ. $g(-2)$ ឃ. $g(k)$ ។

facebook.com/krou... youtube.com/moeys moeys.gov.kh

1.2 ដែនកំណត់ និងសំណុំរូបភាព

ឧទាហរណ៍ 1 តើគេអាចគណនា $f(x)$ និង $g(x)$ ឬទេ ?

ក. $f(x) = 2x + 1$ ខ. $g(x) = \frac{1}{x}$

ចម្លើយ ក. $f(x) = 2x + 1$ មានតម្លៃចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ. $g(x) = \frac{1}{x}$ មានតម្លៃចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq 0$ ។

គេថាអនុគមន៍ f កំណត់ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x និងអនុគមន៍ g កំណត់ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x លើកលែងសូន្យ ។

ខ្លឹមសារ

- រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍
- កំណត់តម្លៃនៃអនុគមន៍
- រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍

ពាក្យគន្លឹះ

ដែនកំណត់

សំណុំរូបភាព

1. ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ D គឺសំណុំអថេរ x ដែលបណ្តាលឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានតម្លៃ ។
2. សំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ I គឺសំណុំតម្លៃ $y = f(x)$ ចំពោះគ្រប់ x នៅលើដែនកំណត់ D ។

ឧទាហរណ៍ 2 ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $y = \frac{1}{x-2}$ ។

ខ. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $y = \sqrt{x}$ ។

ចម្លើយ ក. ប្រភាគ $\frac{1}{x-2}$ គ្មានន័យចំពោះភាគបែងស្មើនឹងសូន្យ ។

ដោយ $x - 2 = 0$ នាំឱ្យ $x = 2$ ។

អនុគមន៍មានន័យលុះត្រាតែ $x \neq 2$

ដូចនេះ ដែនកំណត់ $D = \{x | x \neq 2\}$ ។

ខ. អនុគមន៍ $y = \sqrt{x}$ មានន័យចំពោះគ្រប់ $x \geq 0$

គេបានដែនកំណត់នៃអនុគមន៍គឺ $D = \{x | x \geq 0\}$ ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh
www.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ :

ក. $y = -x + 3$

ខ. $y = \dfrac{1}{x+1}$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = -2x + 3$

ខ. $y = -2x + 3 \qquad (x \geq 1)$ ។

ចម្លើយ ក. អនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ ដូចនេះ គេបានសំណុំរូបភាព I ជាសំណុំចំនួនពិត ។

ខ. ចំពោះគ្រប់ $x \geq 1$ គេបាន : $-2x \leq -2$

$$\Leftrightarrow -2x + 3 \leq -2 + 3$$

នោះ $y \leq 1$ ។

គេបាន សំណុំរូបភាព $I = \{y | y \leq 1\}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 រកសំណុំរូបភាពនៃអុនគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = x - 2$

ខ. $y = 3x - 4 \qquad (x < 2)$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 បើថាសមួយមានកាំ x នោះផ្ទៃក្រឡារបស់វាកំណត់ដោយ πx^2 ។ រកដែនកំណត់និងសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ $y = \pi x^2$ ។

ចម្លើយ កាំ x នៃថាសជាចំនួនវិជ្ជមាន គេបានដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $D = \{x | x > 0\}$

ម្យ៉ាងទៀត $y = \pi x^2 > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបានសំណុំរូបភាព $I = \{y | y > 0\}$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 បើ t ជារយៈពេលនៃចល័តមួយដែលមានល្បឿន 15km/h នោះចម្ងាយចរវាកំណត់ដោយ $15t$ ។ រកដែនកំណត់ និងសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ $y = 15t$ ។

facebook.com/groups/moeys
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

1.3 អនុគមន៍កើន និងអនុគមន៍ចុះ

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = 2x - 1$ និង $g(x) = -x + 2$ ។ ចូរពិនិត្យថាតម្លៃ $f(x)$ និង $g(x)$ កើនឡើង ឬចុះនៅពេលតម្លៃ x កើនឡើង ។

ចម្លើយ បើតម្លៃ x កើនឡើង នោះតម្លៃ $f(x)$ ក៏កើនឡើងដែរ ។

បើតម្លៃ x កើនឡើង នោះតម្លៃ $g(x)$ ថយចុះ ។

ចំពោះ x_1 និង x_2 ដែល $x_2 > x_1$

គេកំណត់ កំណើនអថេរ $\Delta x = x_2 - x_1$ និងកំណើនអនុគមន៍ $\Delta f = f(x_2) - f(x_1)$ ។

គេអាចសិក្សាភាពកើន ឬចុះនៃអនុគមន៍ដោយពិនិត្យផលធៀប $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ ។

ចំពោះអនុគមន៍ $f(x) = 2x - 1$ និង $g(x) = -x + 2$ យើងបាន

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(2x_2 - 1) - (2x_1 - 1)}{x_2 - x_1} = \frac{2(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = 2 > 0$$

$$\frac{\Delta g}{\Delta x} = \frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(-x_2 + 2) - (-x_1 + 2)}{x_2 - x_1} = \frac{-(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = -1 < 0 \quad ។$$

ខ្លឹមសារសំខាន់

កំណត់ទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍លើចន្លោះ

ពាក្យគន្លឹះ

- កំណើនអថេរ
- កំណើនអនុគមន៍

ជាទូទៅ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $[a, b]$ ។

បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x} > 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ $[a, b]$ ។

បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x} < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ចុះនៅលើចន្លោះ $[a, b]$ ។

ប្រតិបត្តិ គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = 3x - 5$ និង $g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ ។ សិក្សាភាពកើន ឬចុះនៃអនុគមន៍ f និង g ដោយប្រើផលធៀប $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ និង $\frac{\Delta g}{\Delta x}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou

1.4 ក្រាបនៃអនុគមន៍

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = x^2 - 4$ ។

គណនាតម្លៃនៃអនុគមន៍ f ។

ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ $x \in \{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$

គេបាន :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

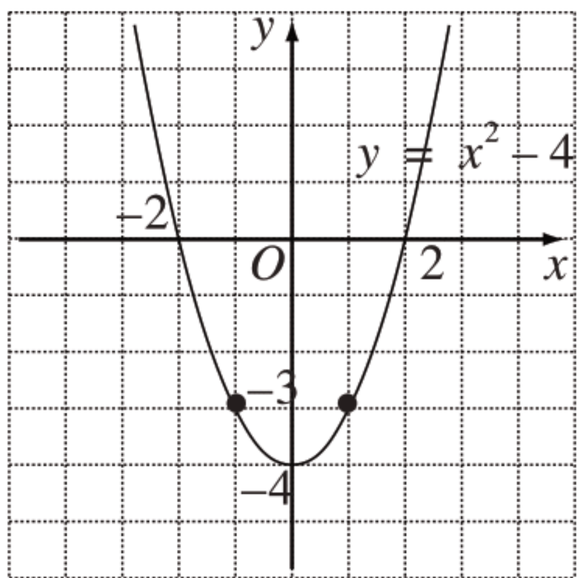
ខ្លឹមសារសង្ខេប

សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

ពាក្យគន្លឹះ

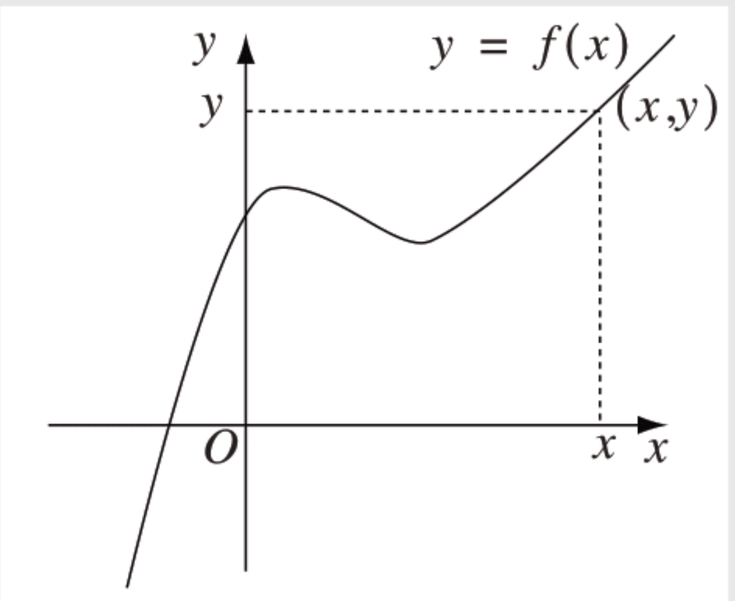
ក្រាប

ដៅចំណុចទាំងនេះក្នុងតំរុយកូអរដោនេរួចភ្ជាប់គេបានសំណុំចំណុចទាំងនេះបង្កើតបានជាក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x) = x^2 - 4$ ។



ជាទូទៅ : ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = f(x)$ គឺជាសំណុំចំណុច (x,y) ដែល x នីមួយៗនៅក្នុងដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ហើយ $y = f(x)$ ។ ក្រាប f ជាសំណុំ :

$\{(x,y) \mid y = f(x),\ x \in D\}$ ។



ប្រតិបត្តិ គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{1}{x}$ ចំពោះ $x > 0$ ។

ក. ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ $x \in \left\{\frac{1}{4}\ ,\ \frac{1}{2}\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 4\right\}$ គណនាតម្លៃ $f(x)$ ។

ខ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x) = \frac{1}{x}$ ចំពោះ $x > 0$ ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys
www.moeys.gov.kh

ចំណេះដឹងបន្ថែម : ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = |x|$

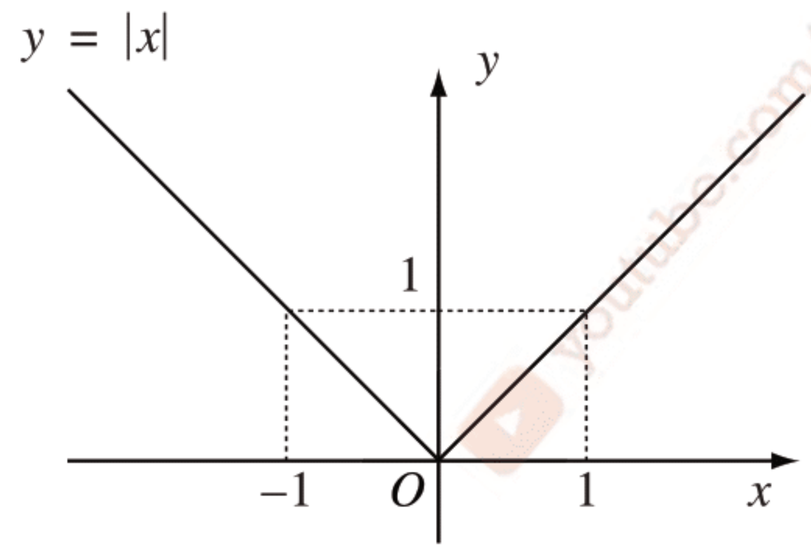
ចំពោះអនុគមន៍ $y = |x|$ មានដែនកំណត់ $D = \mathbb{R}$

ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ នោះ $y = |x| \geq 0$ ។ គេបានសំណុំរូបភាព $I = \{y | y \geq 0\}$

ចំពោះ $x \geq 0,\ y = x$

ចំពោះ $x < 0,\ y = -x$ ។

ក្រាបនៃអនុគមន៍មានរាងជាអក្សរ V ដូចរូបខាងស្តាំ ។



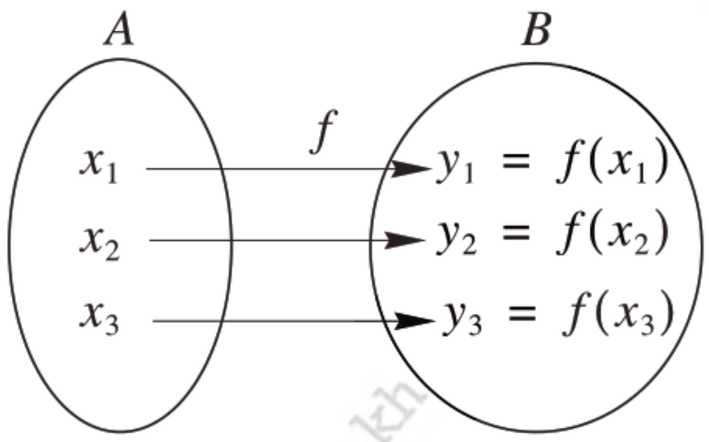
ប្រតិបត្តិ សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = |x + 2|$ ។

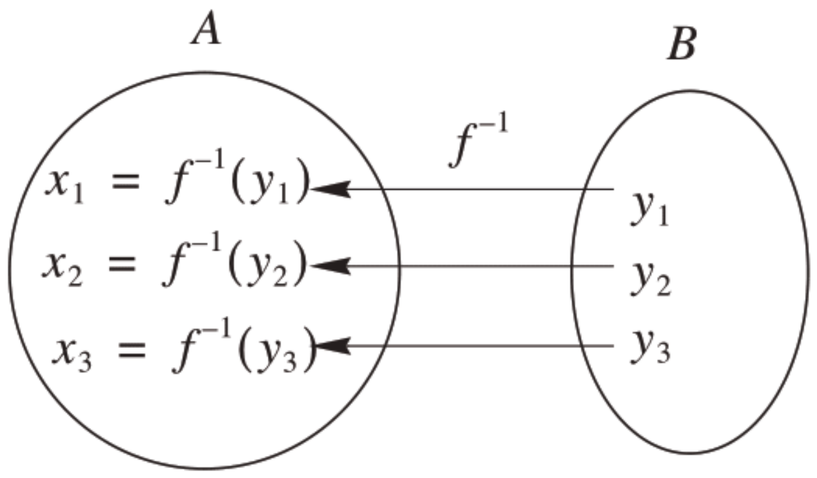
ខ. $y = |-x + 1| + 2$ ។

1.5 អនុគមន៍ច្រាស

គេមានដ្យាក្រាមព្រួញតាងអនុគមន៍ $f : A \to B$ គេភ្ជាប់ធាតុនៃសំណុំដើម A ទៅធាតុនៃសំណុំរូបភាព B តាមអនុគមន៍ f



ចំពោះអនុគមន៍ f នេះបង្កើតបានអនុគមន៍ f^{-1} ដោយភ្ជាប់ធាតុនៃសំណុំ B ទៅធាតុសំណុំ A វិញ ដូចដ្យាក្រាមខាងស្តាំនេះ :



គេថា f^{-1} ជា **អនុគមន៍ច្រាស** នៃអនុគមន៍ f ។

ខគ្គុបំណង

កំណត់អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍មួយដែលមានអនុគមន៍ច្រាស ។

ពាក្យគន្លឹះ

អនុគមន៍ច្រាស

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

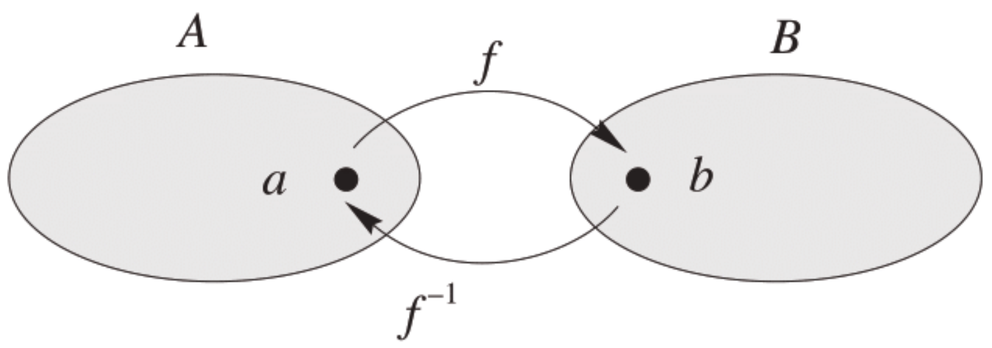
ជាទូទៅ បើ f ជាអនុគមន៍មួយទល់មួយ :

(1). f មានអនុគមន៍ច្រាស f^{-1}

(2). b ជារូបភាពនៃ a តាម $f \Leftrightarrow a$ ជារូបភាពនៃ b តាម f^{-1}

មានន័យថា $b = f(a) \Leftrightarrow a = f^{-1}(b)$ ។

មានដ្យាក្រាមបង្ហាញដូចខាងក្រោម :



ឧទាហរណ៍ 1 រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = 3x + 1$ ។

ចម្លើយ ជំនួស $f(x)$ ដោយ y គេបាន $y = 3x + 1$

ប្តូរ x ជា y និង y ជា x គេបាន $x = 3y + 1$ នោះ $y = \frac{x-1}{3}$

ជំនួស y ដោយ f^{-1} គេបាន $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$

ដូចនេះ អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = 3x + 1$ គឺ $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$ ។

វិធាន ដើម្បីរកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ f គេត្រូវ

- ជំនួស $f(x)$ ដោយ y ។
- ប្តូរ x ជា y និង y ជា x គេបានសមីការថ្មី រួចទាញរកតម្លៃ y ។
- បើសមីការថ្មីនេះមិនតាង y ជាអនុគមន៍នៃ x ទេ នោះអនុគមន៍ f គ្មានអនុគមន៍ច្រាសទេ ។
- ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = -2x - 4$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ក. រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = 2x + 3$ ។

ខ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងអនុគមន៍ច្រាស f^{-1} ។

ចម្លើយ ក. ដែនកំណត់ និងសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ $f(x) = 2x + 3$ ជាសំណុំចំនួនពិតទាំងអស់ ។

ជំនួស $f(x)$ ដោយ y

គេបាន $y = 2x + 3$

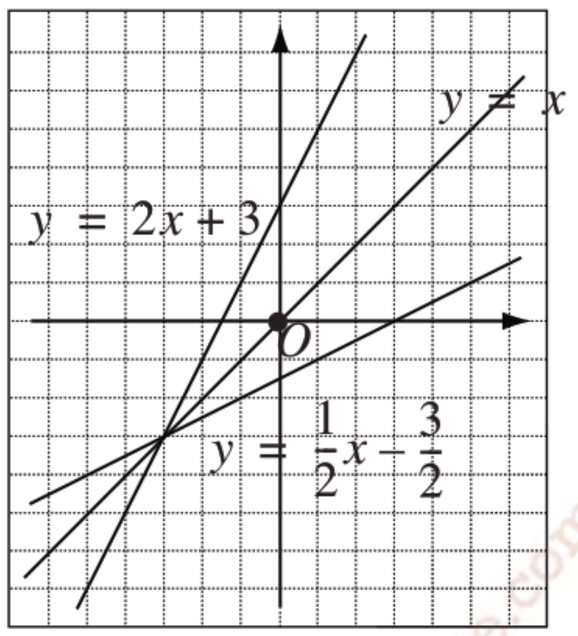
ប្តូរ x ជា y និង y ជា x

គេបាន $x = 2y + 3$ នោះ $y = \frac{x-3}{2} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

ដូចនេះ អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = 2x + 3$ គឺ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ ។

ខ.



សម្គាល់ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = 2x + 3$ និងអនុគមន៍ច្រាសរបស់វា $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ គឺឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 ក. រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = -3x - 2$ ។

ខ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងអនុគមន៍ច្រាស f^{-1} ។

មេរៀនសង្ខេប

1. ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ D គឺសំណុំអថេរ x ដែលបណ្តាលឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានតម្លៃ ។

2. សំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ I គឺសំណុំតម្លៃ $y = f(x)$ ចំពោះគ្រប់ x នៅលើដែនកំណត់ D ។

3. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $[a, b]$ ។

   បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x} > 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ $[a, b]$ ។

   បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x} < 0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍ចុះនៅលើចន្លោះ $[a, b]$ ។

4. ដើម្បីរកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ f គេត្រូវ

   - ជំនួស $f(x)$ ដោយ y ។
   - ប្តូរ x ជា y និង y ជា x គេបានសមីការថ្មី រួចទាញរកតម្លៃ y ។
   - បើសមីការថ្មីនេះមិនតាង y ជាអនុគមន៍នៃ x ទេ នោះអនុគមន៍ f គ្មានអនុគមន៍ច្រាសទេ ។
   - ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$ ។

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

5. ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = f(x)$ និងក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាសរបស់វាគឺ $y = g(x)$ ឆ្លុះគ្នាធៀបទៅនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។

លំហាត់

1. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ : $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ។ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ $x \in \{-1, 0, 1, 2\}$ កំណត់តម្លៃ $f(x)$ ។

2. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ : $f(x) = 2(x-1)^2 + 1$ ។
   គណនា $f(-1)$, $2f(1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ។

3. គេមានអនុគមន៍ $g : x \mapsto 3 - 2x$ ។ ដោយមានជំនួយពីក្រាបតាង $y = 3 - 2x$ ។
   ក. រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ g ត្រូវនឹងដែនកំណត់ $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \le x \le 2\}$ ។
   ខ. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ g ត្រូវនឹងសំណុំរូបភាព $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \le y \le 2\}$ ។

4. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :
   ក. $f(x) = 4\sqrt{x-3} - \frac{3x}{\sqrt{5-x}}$
   ខ. $f(x) = \sqrt{5x-4} + \frac{1}{x-3}$
   គ. $f(x) = 4\sqrt{3-2x} - \frac{3x}{x^2-3x+2}$
   ឃ. $f(x) = \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[4]{4-x}$ ។

5. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = x + 3$, $x \ge 0$ និង $g(x) = x^2$, $-2 \le x \le 3$ ។ រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ f, g ។

6. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = 2x - 3$ និង $g(x) = x^2 + 2$ ។ សិក្សាភាពកើន ឬចុះនៃអនុគមន៍ f និង g ដោយប្រើផលធៀប $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ និង $\frac{\Delta g}{\Delta x}$ ។

7. រកអនុគមន៍ច្រាស ចំពោះអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម :
   ក. $f(x) = 2x + 3$
   ខ. $f(x) = 2 - x$
   គ. $f(x) = \frac{1}{x} - 3$, $x \ne 0$
   ឃ. $f(x) = \frac{3}{x-1}$ ។

8. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :
   ក. $y = |x + 1|$
   ខ. $y = |x - 1| + 2$ ។

9. ក. រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x) = x + 3$ ។
   ខ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងអនុគមន៍ច្រាស f^{-1} ។

មេរៀនទី

2 អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 និងក្រាប

2.1 អនុគមន៍ $y = ax^2$

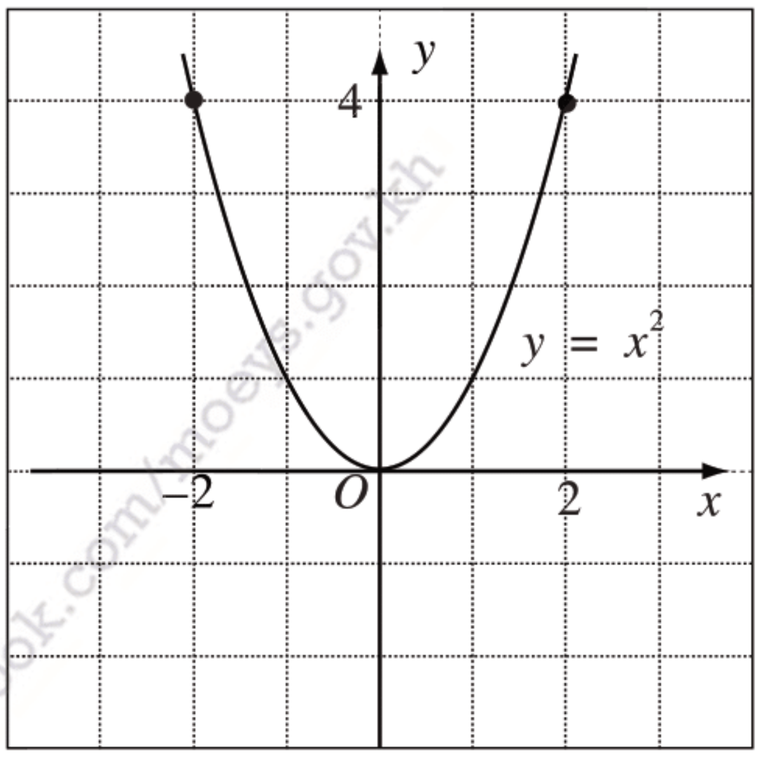
អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 មានមួយអថេរគឺជាអនុគមន៍ដែលដឺក្រេនៃអថេរស្មើ 2 ។

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ ។

ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4

ដៅចំណុចទាំងនេះ រួចភ្ជាប់គេបានក្រាបដូចខាងក្រោម



ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងលើហៅថា “ ប៉ារ៉ាបូល ” ។ ចំណុច $O(0, 0)$ នៃប៉ារ៉ាបូលនេះដែលស្ថិតនៅទាបជាងគេហៅថា “ កំពូល ” ហើយអ័ក្សអរដោនេជា “ អ័ក្សឆ្លុះ ” នៃប៉ារ៉ាបូលនេះ ។ ប៉ារ៉ាបូលនេះបែរភាពផតឡើងលើ ។

ខ្លឹមបំណង

- សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2
- សិក្សាភាពកើននិងចុះនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2
- កំណត់កំពូលនិងអ័ក្សឆ្លុះនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ។

ពាក្យគន្លឹះ

- កំពូល
- អ័ក្សឆ្លុះ
- កំណើនអថេរ
- កំណើនអនុគមន៍ ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh

ពិនិត្យភាពចុះ និងកើននៃអនុគមន៍ $y = x^2$ ។

គេបាន : កំណើនអថេរ $\Delta x = x_2 - x_1$

កំណើនអនុគមន៍ $\Delta f = f(x_2) - f(x_1) = x_2^2 - x_1^2 = (x_2 + x_1)(x_2 - x_1)$

ដូចនេះផលធៀប $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{(x_2 + x_1)(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = x_2 + x_1$ ។

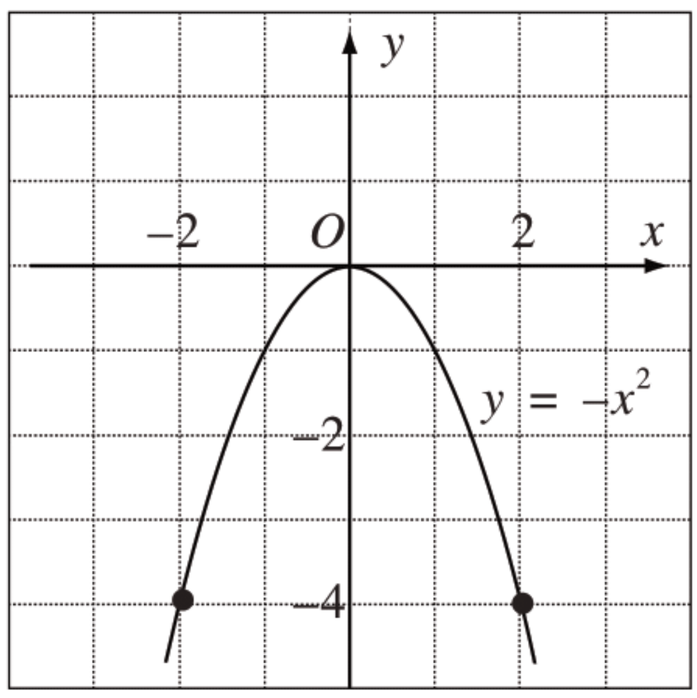
ចំពោះគ្រប់ x_1, x_2 ដែល $x_1 < x_2 < 0$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} = x_2 + x_1 < 0$ ហើយត្រូវគ្នានឹងប៉ារ៉ាបូលចុះ ។ គេថា f ជាអនុគមន៍ចុះ ចំពោះ $x < 0$ ។

ចំពោះគ្រប់ x_1, x_2 ដែល $0 < x_1 < x_2$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} = x_2 + x_1 > 0$ ហើយត្រូវគ្នានឹងប៉ារ៉ាបូលកើនឡើង ។ គេថា f ជាអនុគមន៍កើន ចំពោះ $x > 0$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = -x^2$ ។

ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = -x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	-4



ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

ចំណុច $O(0, 0)$ នៃប៉ារ៉ាបូលនេះដែលស្ថិតនៅខ្ពស់ជាងគេក៏ហៅថា " កំពូល " ហើយអ័ក្សអរដោនេក៏ជា " អ័ក្សឆ្នុះ "នៃប៉ារ៉ាបូលនេះដែរ ប៉ារ៉ាបូលនេះបែរភាពផតចុះក្រោម ។

ប្រតិបត្តិ 1 ពិនិត្យភាពចុះ និងកើននៃអនុគមន៍ $y = -x^2$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \frac{1}{2}x^2$ និង $y = 2x^2$ ។

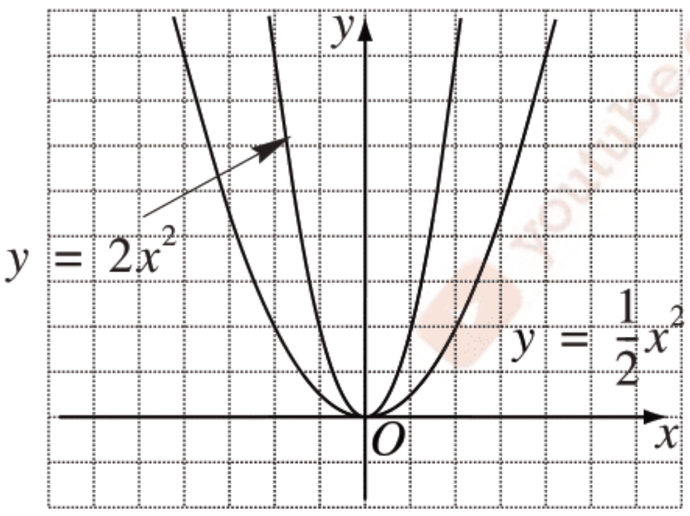
ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \frac{1}{2}x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	8	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	2	8

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = 2x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y	8	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	2	8

ដៅចំណុចទាំងនោះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ



ប្រតិបត្តិ 2 សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

ក. $y = -2x^2$

ខ. $y = -\frac{1}{2}x^2$ ។

ជាទូទៅ

- ចំពោះ $a > 0$ ប៉ារ៉ាបូល $y = ax^2$ បែរភាពផតឡើងលើ ។
- ចំពោះ $a < 0$ ប៉ារ៉ាបូល $y = ax^2$ បែរភាពផតចុះក្រោម ។

2.2 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2$

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ និង $y = (x-2)^2$ រួចទាញសន្និដ្ឋានពីក្រាប ។

ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = (x-2)^2$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

x	0	1	2	3	4
y	4	1	0	1	4

ទស្សនាទាន

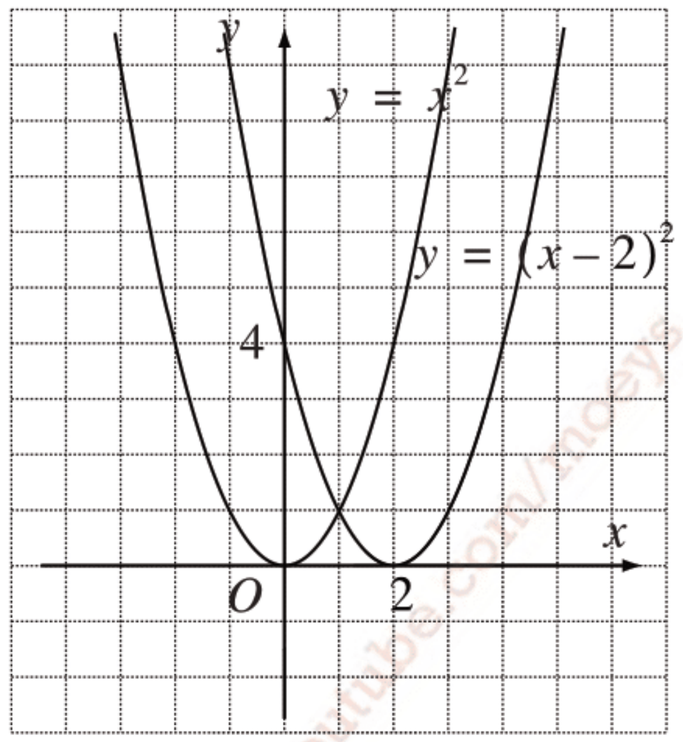
សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2$ តាមបំលែងកិលស្របអ័ក្សនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = ax^2$

ពាក្យគន្លឹះ

បំលែងកិលក្រាប

facebook.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ។



តាមក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងលើ គេអាចសន្និដ្ឋានបានថា ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = (x-2)^2$ បានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = x^2$ ចំនួន 2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

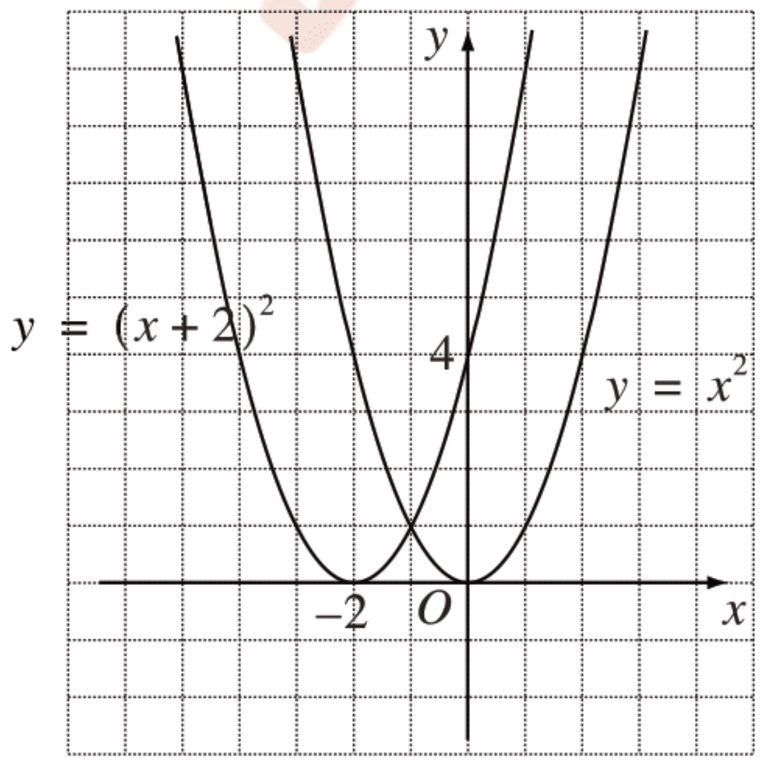
ឧទាហរណ៍ 2 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ និង $y = (x+2)^2$ រួចទាញសន្និដ្ឋានពីក្រាប។

ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = (x+2)^2$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

x	-4	-3	-2	-1	0
y	4	1	0	1	4



ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

តាមក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងស្តាំ គេអាចសន្និដ្ឋានបានថាក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = (x+2)^2$ បានដោយការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = x^2$ ចំនួន -2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

ជាទូទៅ ក្រាបតាង $y = a(x-p)^2$ ជារូបកិលនៃក្រាបតាង $y = ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។

- រំកិលទៅស្តាំ បើ $p > 0$ ។
- រំកិលទៅឆ្វេង បើ $p < 0$ ។

ប្រតិបត្តិ សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោមដោយប្រើក្រាបតាង $y = 3x^2$

ក. $y = 3(x+2)^2$

ខ. $y = 3(x-1)^2$

facebook.com/moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

2.3 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2 + q$

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ និង $y = (x-2)^2 + 1$ រួចទាញសន្និដ្ឋានពីក្រាប ។

ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

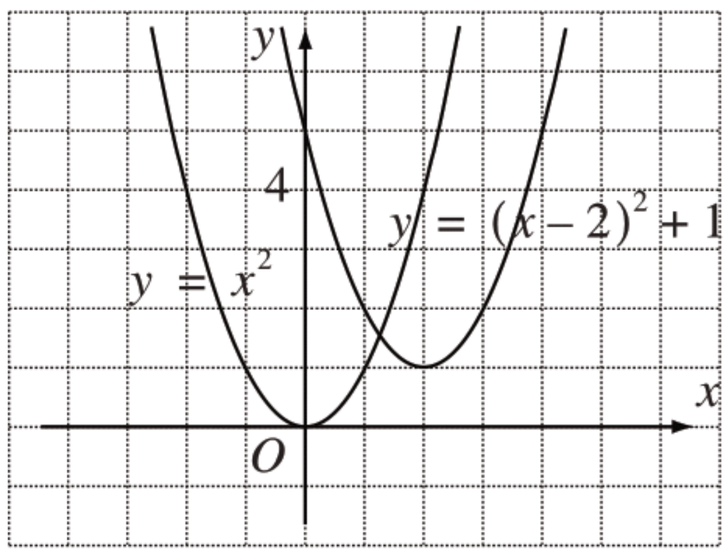
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = (x-2)^2 + 1$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

x	0	1	2	3	4
y	5	2	1	2	5

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបាន ក្រាបដូចខាងស្តាំ

តាមក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងលើគេអាចសន្និដ្ឋានបានថា ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = (x-2)^2 + 1$ បានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = x^2$ ចំនួន 2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសហើយបន្ទាប់មករំកិលស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន 1 ឯកតា ។



ខគ្គុចំណេះ

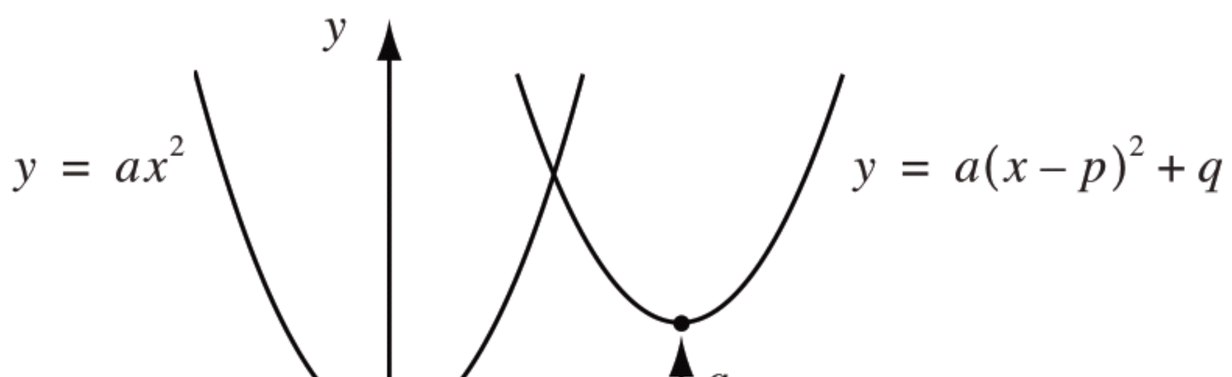
សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2 + q$ តាមបំលែងកិលស្របអ័ក្សនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = ax^2$ ។

ពាក្យគន្លឹះ

- បំលែងកិលក្រាប
- កំពូល
- អ័ក្សឆ្លុះ ។

ជាទូទៅ **ក្រាបនៃអនុគមន៍** $y = a(x-p)^2 + q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = ax^2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន p ឯកតា ហើយស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន q ឯកតា ។

ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p, q) និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = p$ ។



facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 ក. សង់ក្រាបតាង $y = \frac{1}{2}x^2$ ។ ខ. ទាញរកក្រាបតាង $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = 3(x-4)^2 + 1$ ខ. $y = \frac{1}{3}(x+2)^2 - 1$ គ. $y = -2(x-1)^2 + 3$ ។

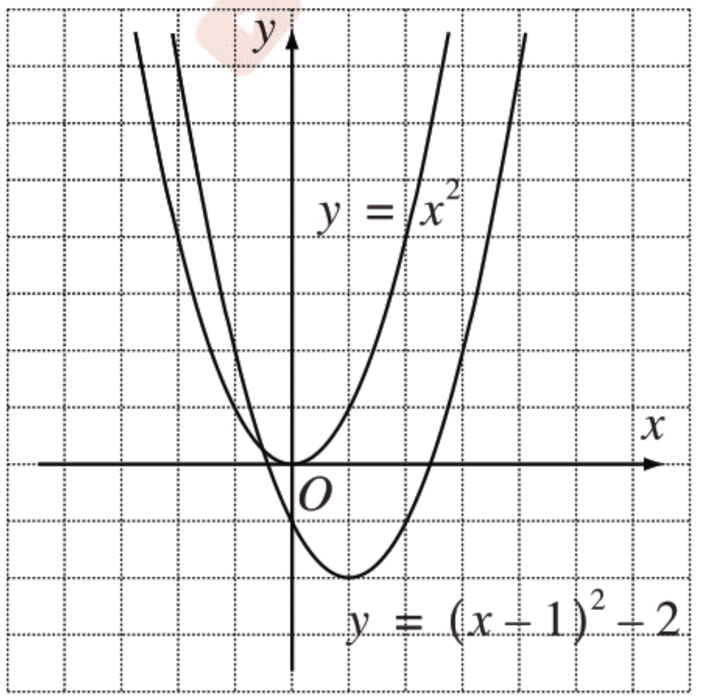
ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាង $y = x^2 - 2x - 1$ ។

ចម្លើយ គេមាន $y = x^2 - 2x - 1$

$= (x^2 - 2x + 1) - 2 = (x-1)^2 - 2$ ។

ក្រាប $y = x^2 - 2x - 1$ ជាប៉ារ៉ាបូលបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = x^2$ ចំនួន 1 ឯកតា ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ហើយរំកិលស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន 2 ឯកតា។

ដូចនេះ កូអរដោនេនៃកំពូលគឺ $(1, -2)$ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ។



ជាទូទៅ $y = ax^2 + bx + c = a\left[x + \frac{b}{2a}\right]^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a(x-p)^2 + q$

ដែល $p = -\frac{b}{2a}$ និង $q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ ។

ក្រាបនៃ $y = ax^2 + bx + c$ ជាប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = -\frac{b}{2a}$ ។

ប្រតិបត្តិ 3 កំណត់កូអរដោនេនៃកំពូល និងសមីការអ័ក្សឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលខាងក្រោម :

ក. $y = x^2 + 2x + 3$ ខ. $y = -2x^2 + 8x + 1$ ។

ប្រតិបត្តិ 4 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = 5x^2 + 2x - 3$ ខ. $y = 2x - \frac{1}{2}x^2$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh youtube.com/moeys

2.4 តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

ខ្លឹមបំណង

កំណត់តម្លៃអតិបរមា និង
អប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

ពាក្យគន្លះ

អតិបរមា អប្បបរមា

ឧទាហរណ៍ 1 គេឱ្យអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

$$y = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2$$

ដោយ $(x-1)^2 \geq 0$

គេបាន $y = (x-1)^2 + 2 \geq 2$ ហើយអនុគមន៍មានតម្លៃ**អប្បបរមា** ស្មើ 2 កាលណា $x = 1$ ។ តែគ្មានតម្លៃអតិបរមាទេ នៅលើ $\mathbb{R}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 គេឱ្យអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

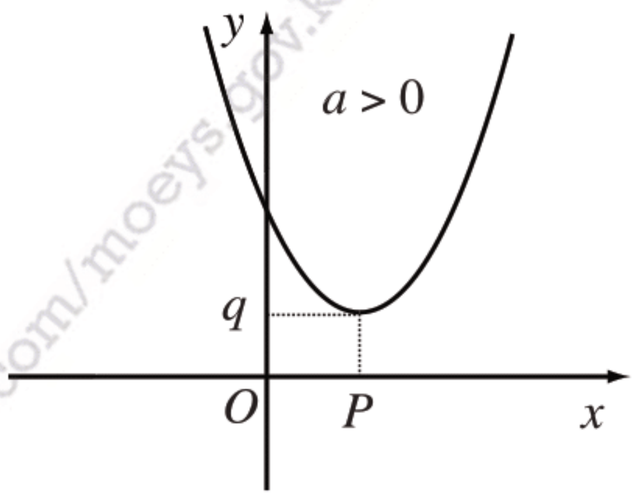
$$y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x-1)^2 + 3$$

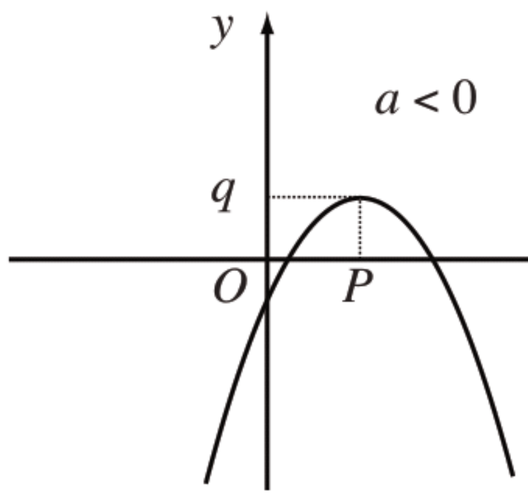
ដោយ $-2(x-1)^2 \leq 0$ នោះគេបាន $y = -2(x-1)^2 + 3 \leq 3$ នោះ**អនុគមន៍មានតម្លៃអតិបរមា** ស្មើ 3 កាលណា $x = 1$ ។ តែគ្មានតម្លៃអប្បបរមាទេនៅលើ $\mathbb{R}$ ។

ជាទូទៅ តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 : $y = ax^2 + bx + c$

- បើ $a > 0$ នោះ អនុគមន៍មានតម្លៃ**អប្បបរមា**ស្មើ $y = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$
ត្រង់ $x = -\dfrac{b}{2a}$ ហើយ អនុគមន៍គ្មាន **អតិបរមា** ទេ ។
- បើ $a < 0$ នោះ**អនុគមន៍មានតម្លៃ** អតិបរមា ស្មើ $y = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$
ត្រង់ $x = -\dfrac{b}{2a}$ ហើយអនុគមន៍គ្មាន **អប្បបរមា** ទេ ។

ដូចនេះ បើគេសរសេរ $y = ax^2 + bx + c = a(x-p)^2 + q$ នោះគេបានក្រាបដូចខាងក្រោម





ឧទាហរណ៍ 3 កំណត់តម្លៃអតិបរមានៃ $y = -2x^2 + 3x + 4$ ។

ចម្លើយ អនុគមន៍ $y = -2x^2 + 3x + 4$ មានតម្លៃ **អតិបរមា** ស្មើ

$y = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a} = -\dfrac{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 4}{4(-2)} = \dfrac{41}{8}$ ត្រង់ $x = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{3}{2(-2)} = \dfrac{3}{4}$

Facebook.com/moeys.gov.kh
Youtube.com/moeys

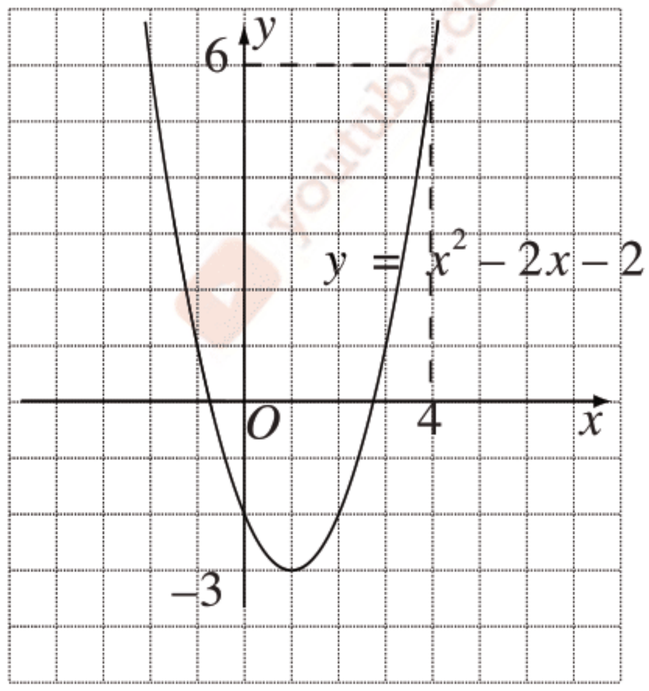
ប្រតិបត្តិ 1 ក. កំណត់តម្លៃអតិបរមានៃ $y = -2x^2 + 3x + 4$ ។

ខ. កំណត់តម្លៃអប្បបរមានៃ $y = x^2 - 4x - 3$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 កំណត់តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ $y = x^2 - 2x - 2$ បើមានដែនកំណត់ $D = \{x | -1 \le x \le 4\}$ ។

ចម្លើយ សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x^2 - 2x - 2$ ក្រោបជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

x	-1	0	1	4
y	1	-2	-3	6



តាមក្រាបនៃអនុគមន៍មានដែនកំណត់

$D = \{x | -1 \le x \le 4\}$

គេបាន $y = x^2 - 2x - 2 = (x-1)^2 - 3$ អនុគមន៍មានតម្លៃអប្បបរមាស្មើ -3 ត្រង់ $x = 1$ ហើយអនុគមន៍មានតម្លៃអតិបរមាស្មើ 6 ត្រង់ $x = 4$ ។

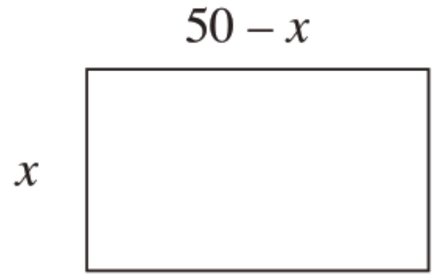
ប្រតិបត្តិ 2 កំណត់តម្លៃអប្បបរមា និងអតិបរមានៃអនុគមន៍ដីក្រែទី 2 ខាងក្រោម :

ក. $y = x^2 - 4x \ (0 \le x \le 3)$ ខ. $y = -x^2 + 3x \ (-2 \le x \le 1)$

ឧទាហរណ៍ 5 គេសង់សួនច្បារចតុកោណកែងមួយដែលមានបរិមាត្រស្មើ 100m ។

កំណត់វិមាត្រចតុកោណកែងដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃសួនច្បារនេះមានតម្លៃធំបំផុត រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានោះ ។

ចម្លើយ កំណត់វិមាត្រចតុកោណកែង



តាង x ជាទទឹង នោះបណ្តោយគឺ $50 - x$

គេបានផ្ទៃក្រឡា S នៃសួនច្បារគឺ $S = (50 - x)x$

$S = -x^2 + 50x = -(x - 25)^2 + 625$ នោះ S មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x = 25$

ចំពោះ $x = 25$ នោះ $50 - x = 25$ ហើយ $S = 625$

ដូចនេះ S មានតម្លៃ **ធំបំផុត** កាលណាចតុកោណកែងមានវិមាត្រ $25m$, $25m$ ។

ផ្ទៃក្រឡា **ធំបំផុត** $S = 625m^2$ ។

facebook.com/groups/moeys.gov.kh
facebook.com/moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 3 គេកាត់ខ្សែមួយដែលមានប្រវែង $60cm$ ជាពីរផ្នែក ហើយគេបត់ខ្សែទាំងនោះជាការេពីរ ។ តើគេត្រូវកាត់ខ្សែត្រង់ណាដើម្បីឱ្យផលបូកផ្ទៃក្រឡានៃការេទាំងពីរមានតម្លៃតូចបំផុត ។

2.5 ដំណោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប

ក. ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប

ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad (1)$$

ដោយប្រើក្រាបនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (2)$$

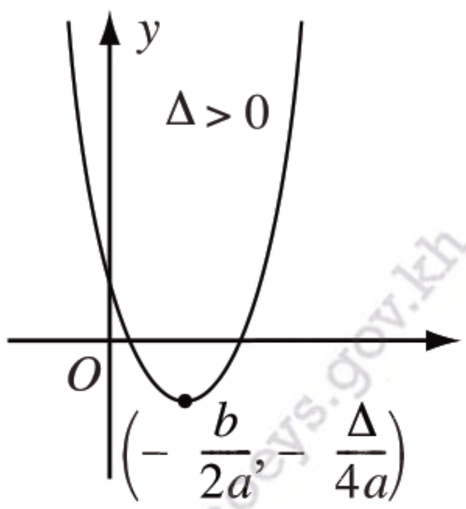
តាង $\Delta = b^2 - 4ac$ ជា**ឌីសគ្រីមីណង់** នៃសមីការ (1)

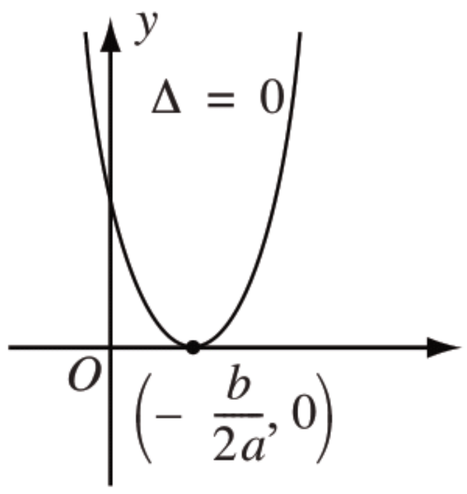
$$y = ax^2 + bx + c = a\left[x + \frac{b}{2a}\right]^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

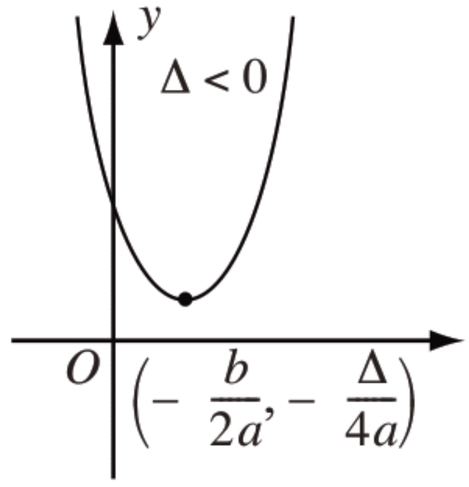
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

ដូចនេះក្រាបនៃ (2) មានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ ។

ចំពោះ $a > 0$ គេមានករណីដូចខាងក្រោម :







ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1, x_2 ។	ប៉ារ៉ាបូលប៉ះនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$ សមីការ (1) មានឫសឌុប $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ ។	ប៉ារ៉ាបូលមិនជួបអ័ក្សអាប់ស៊ីស សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួនពិត ។

ខគ្គុំណង

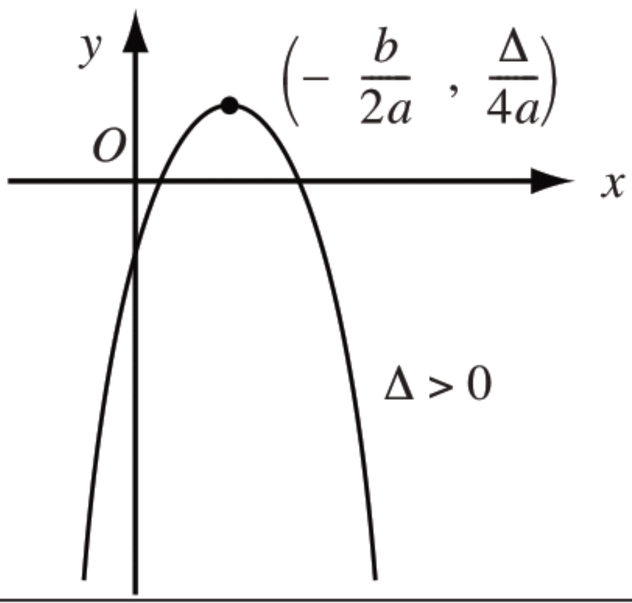
ដោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប ។

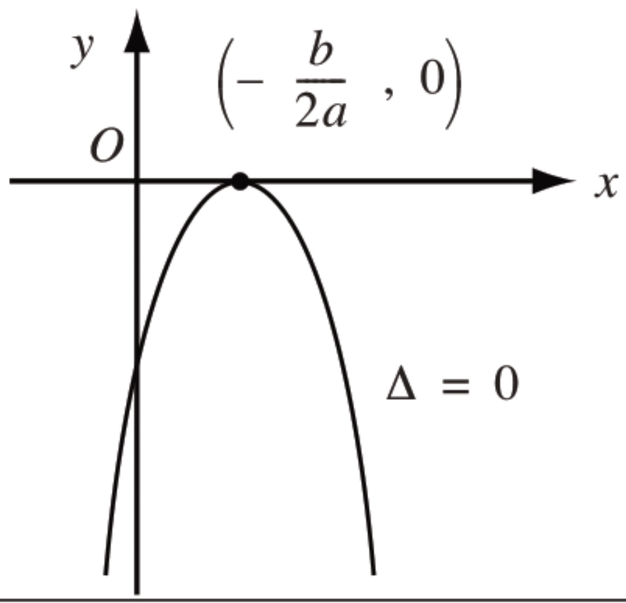
ពាក្យគន្លឹះ

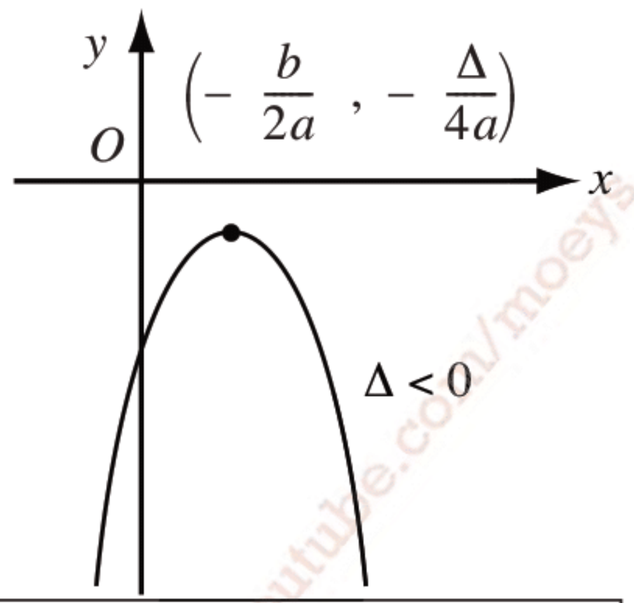
ឌីសគ្រីមីណង់ ប្រសព្វ ប៉ះ

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com/

ចំពោះ $a<0$ គេមានករណីដូចខាងក្រោម :







ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 , x_2 ។	ប៉ារ៉ាបូលប៉ះនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ $\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$ សមីការ (1) មានឫសឌុប $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ ។	ប៉ារ៉ាបូលមិនជួបអ័ក្សអាប់ស៊ីស សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួនពិត ។

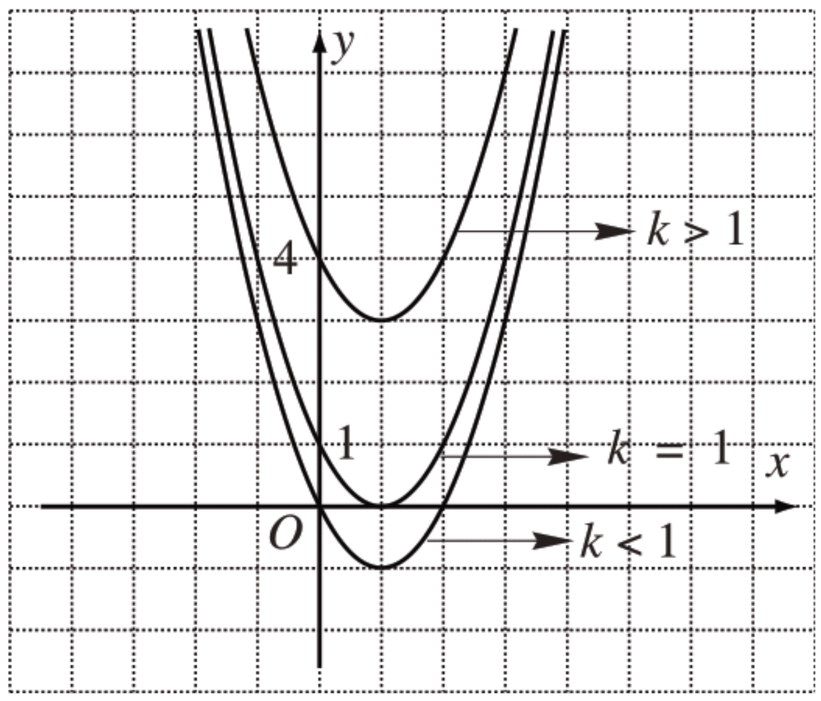
ឧទាហរណ៍ 1 សិក្សាចំនួនចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលតាង $y = x^2 - 2x + k$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅតាមតម្លៃ k ។

ចម្លើយ តាង Δ ជា ឌីសគ្រីមីណង់នៃ សមីការ $x^2 - 2x + k = 0$ នោះ $\frac{\Delta}{4} = 1 - k$ ។

ចំពោះ $\frac{\Delta}{4} > 0$ ឬ $k < 1$ នោះក្រាបកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ចំពោះ $\frac{\Delta}{4} = 0$ ឬ $k = 1$ នោះក្រាបប៉ះជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់មួយចំណុច ។

ចំពោះ $\frac{\Delta}{4} < 0$ ឬ $k > 1$ នោះក្រាបមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសទេ ។



ដូចនេះ ចំពោះ $k < 1$ នោះមានចំណុចប្រសព្វ 2 ។

ចំពោះ $k = 1$ នោះមានចំណុចប្រសព្វ 1 និងចំពោះ $k > 1$ នោះគ្មានចំណុចប្រសព្វ ។

ប្រតិបត្តិ សិក្សាចំនួនចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល

តាង $y = x^2 - mx + 4$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅតាមតម្លៃ m ។

facebook.com/moeys.gov.kh

ខ. ដំណោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប

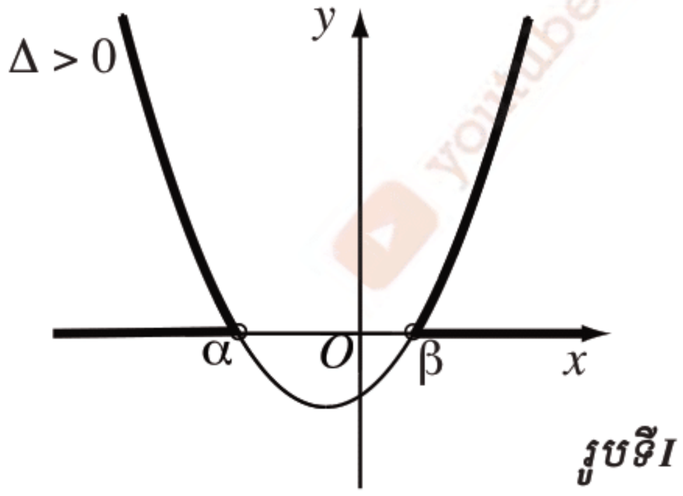
ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 ដោយប្រើក្រាបនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 $y = ax^2 + bx + c$ (1)

បើ $a > 0$

តាងឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta = b^2 - 4ac$ ហើយ α និង β ជាឫសពិតមិនស្មើគ្នានឹង $\alpha < \beta$ នៃសមីការដឺក្រេទី 2 $ax^2 + bx + c = 0$ (2)

បើ $\Delta > 0$ ក្រាបតាងអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺរូប *I* និង *II* ។

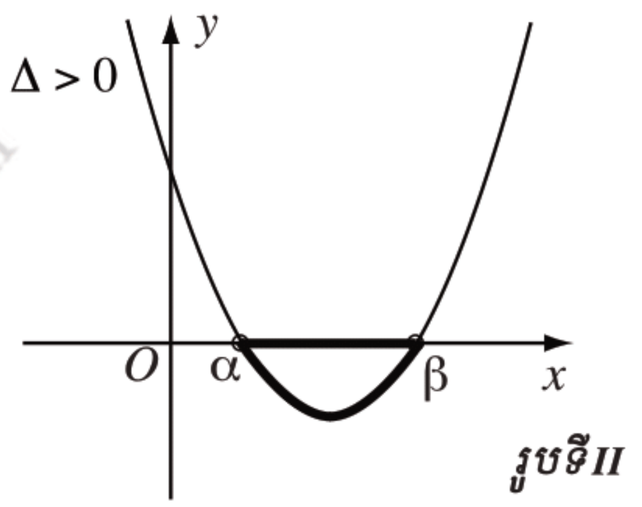
សំណុំឫសនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2 $ax^2 + bx + c > 0$ គឺសំណុំនៃតម្លៃ x ដែល $y > 0$ នៅលើក្រាបនៃ (1) គឺ $x < \alpha$, $x > \beta$ ។



រូបទី I

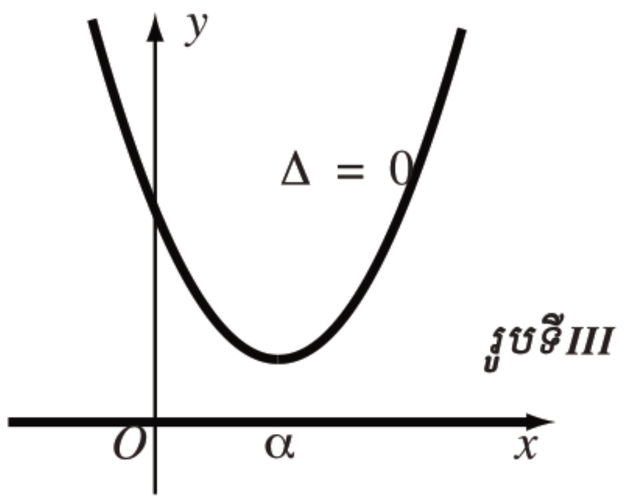
សំណុំឫសនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2

$ax^2 + bx + c < 0$ គឺ $\alpha < x < \beta$ ។



រូបទី II

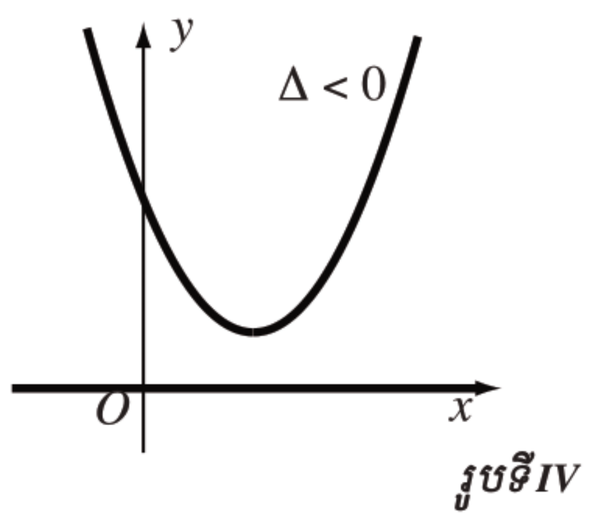
បើ $\Delta = 0$ សមីការ (2) មានឫសឌុប α នោះក្រាប តាង (1) ដូចក្នុងរូប *III* ។



រូបទី III

សំណុំឫសនៃ $ax^2 + bx + c > 0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់លើកលែងតែ α ហើយ $ax^2 + bx + c < 0$ គ្មានឫសទេ ។

បើ $\Delta < 0$ តាមក្រាបក្នុងរូប *IV* គេបានសំណុំឫសនៃ $ax^2 + bx + c > 0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់ ហើយ $ax^2 + bx + c < 0$ គ្មានឫសទេ ។



រូបទី IV

facebook.com/moeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

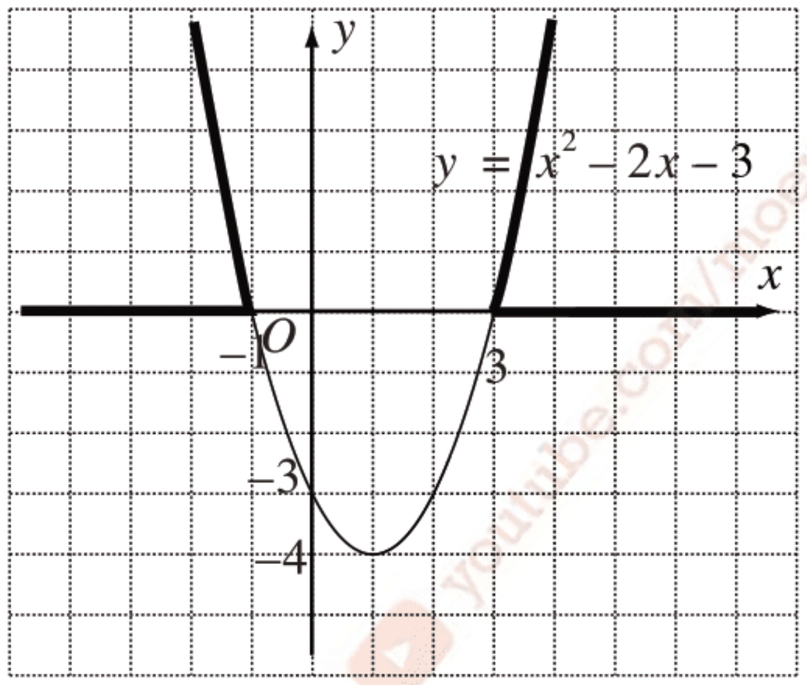
ឧទាហរណ៍ 1 ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2-2x-3>0$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ សង់ក្រាបតាង $y=x^2-2x-3$ មាន

ឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=(-2)^2-4\cdot 1(-3)=16$

$$x_1=\frac{2+4}{2}=3\ ,\ x_2=\frac{2-4}{2}=-1$$

x	-1	0	1	2	3
y	0	-3	-4	-3	0



តាមក្រាបគេឃើញថាវិសមីការមានសំណុំចម្លើយ

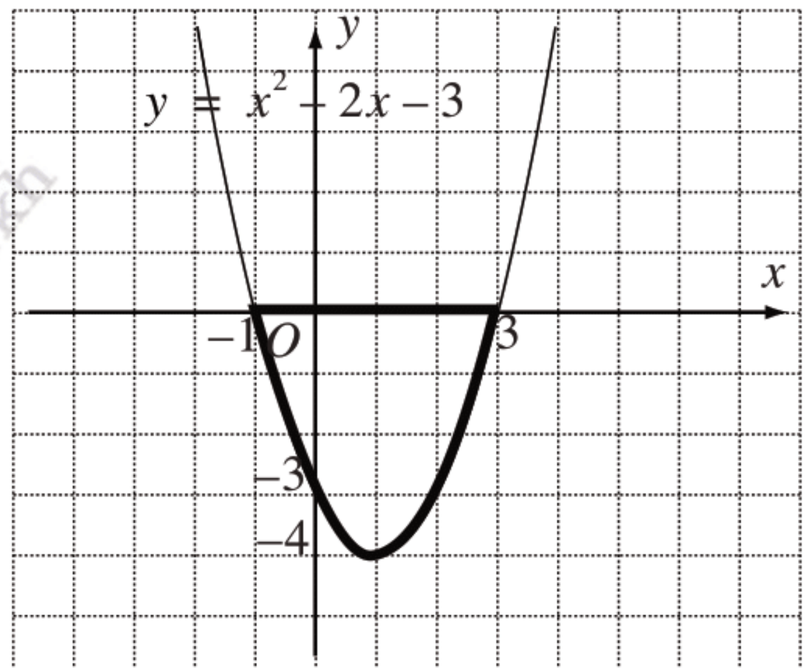
$x<-1$ ឬ $x>3$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $x^2-2x-3<0$ តាមក្រាប ។

ចម្លើយ សង់ក្រាប $y=x^2-2x-3$ មាន

ឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=(-2)^2-4\cdot 1(-3)=16$

$$x_1=\frac{2+4}{2}=3\ ,\ x_2=\frac{2-4}{2}=-1$$ ។



x	-1	0	1	2	3
y	0	-3	-4	-3	0

តាមក្រាបគេឃើញថាវិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $-1<x<3$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប :

ក. $x^2+4x+1<0$ ខ. $3x^2+7x+3\geq 0$ គ. $-x^2+7x+3>0$ ឃ. $x^2-4x+4\leq 0$ ។

ការអនុវត្តនៃក្រាប

ឧទាហរណ៍ 1 កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការ $x^2+2(2k+1)x+(k+1)=0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នាហើយវិជ្ជមានទាំងពីរ ។

ចម្លើយ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា ហើយវិជ្ជមានទាំងពីរលុះត្រាតែប៉ារ៉ាបូលតាង $y=x^2+2(2k+1)x+(k+1)$ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុចនៅខាងស្តាំគល់តម្រុយ 0 ។

facebook.com/... moeys.gov.kh

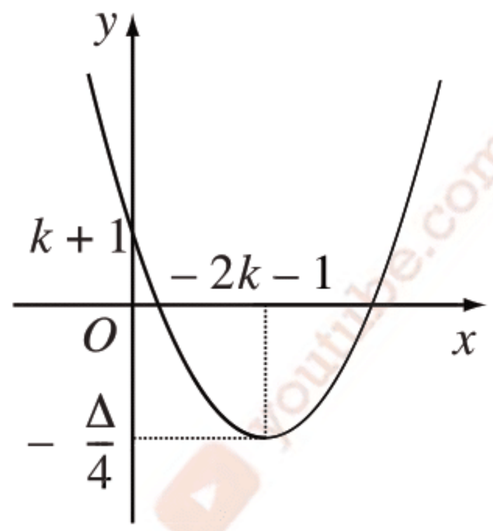
ដោយមេគុណនៃ x^2 ជាចំនួនវិជ្ជមាននោះប៉ារ៉ាបូលបែរភាពផតទៅខាងលើ ។

តាង Δ ជាឌីសគ្រីមីណង់នៃសមីការ $x^2+2(2k+1)x+(k+1)=0$

នោះប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $\left(-2k-1,\ -\frac{\Delta}{4}\right)$ ហើយប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ $(0,\ k+1)$ ។

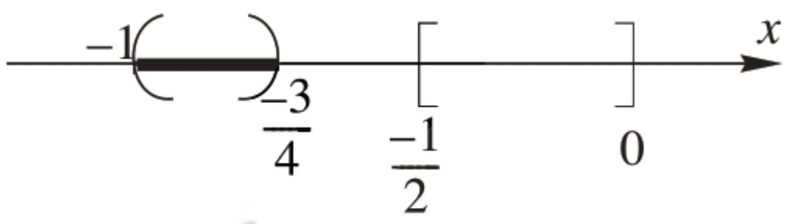
ដូចនេះ លក្ខខណ្ឌខាងលើសមមូលនឹង

$$\begin{cases} -\dfrac{\Delta}{4} = -\{(2k+1)^2-(k+1)\} < 0 & (1) \\ -2k-1>0 & (2) \\ k+1>0 & (3) \end{cases}$$



តាម (1) $-\{(2k+1)^2-(k+1)\}<0$

គេបាន $-4k^2-3k<0 \Leftrightarrow 4k\left(k+\frac{3}{4}\right)>0$



គេបាន $k<-\frac{3}{4}\ ,\ k>0$

ពី (2) គេបាន $k<-\frac{1}{2}$

ពី (3) គេបាន $k>-1$

ដូចនេះ សំណុំនៃតម្លៃ k គឺ $-1<k<-\frac{3}{4}$ ។

ប្រតិបត្តិ កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការ $x^2-kx+4=0$ មានឫសទាំងពីរអវិជ្ជមាន ។

ចំណេះដឹងបន្ថែម : ក្រាប និងវិសមីការ

ឧទាហរណ៍ 1 ប្រើក្រាប ដើម្បីដោះស្រាយវិសមីការ $x^2<2x$ (1)

ណែនាំ គេអាចដោះស្រាយវិសមីការ $x^2<2x$ តាមក្រាប តាមរបៀបដូចខាងក្រោម :

- សង់ក្រាបតាង $y=x^2$ និង $y=2x$ ក្នុងតំរុយកូអរដោនេតែមួយ ។
- កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបទាំងពីរ ។
- ទាញរកសំណុំចម្លើយតាមក្រាប ។

ចម្លើយ សង់ក្រាបតាង $y=x^2$ (2) និង $y=2x$ (3)

ក្រាបតាង $y=x^2$ ជាប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមចំណុច

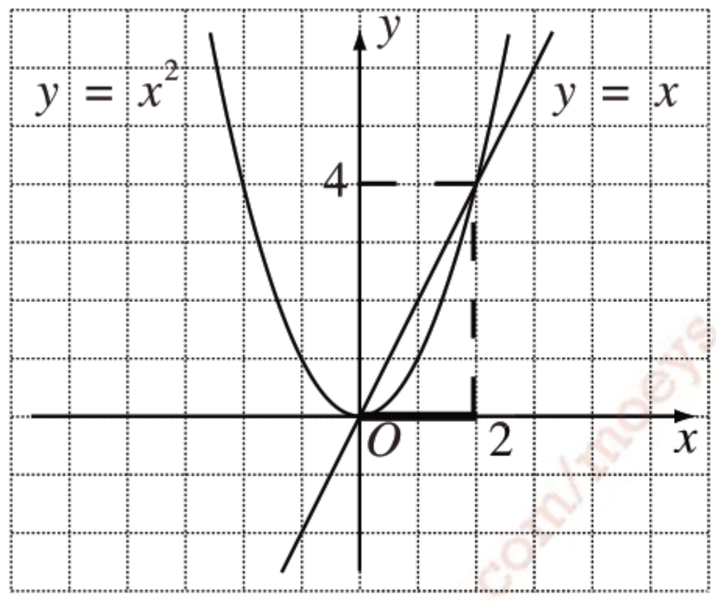
x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

ក្រាបតាង $y = 2x$ ជាបន្ទាត់កាត់តាមគល់តម្រុយ O និងចំណុច

x	2
y	4

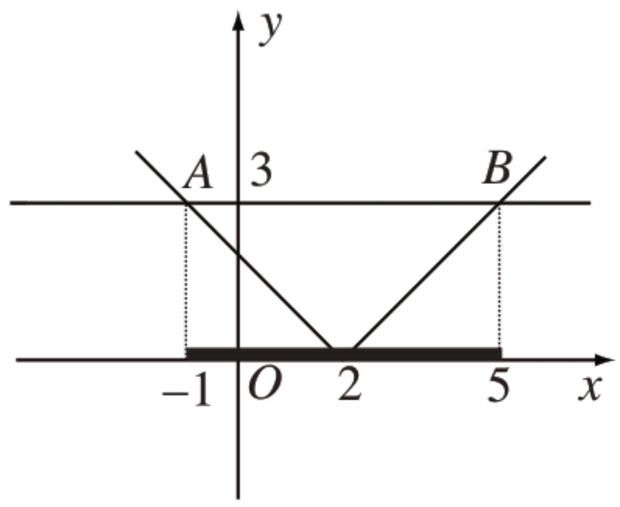
ប៉ារ៉ាបូល និងបន្ទាត់ប្រសព្វគ្នាត្រង់គល់ O និងចំណុច $A(2, 4)$ ។



តាមក្រាបគេឃើញថា ក្រាបនៃអនុគមន៍តាង $y = x^2$ ស្ថិតនៅខាងក្រោមនៃក្រាបតាង $y = 2x$ ចំពោះ $0 < x < 2$ ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in (\ 0, 2\ )$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 ដោះស្រាយវិសមីការ $|x-2| < 3$ ។

ចម្លើយ សង់ក្រាបតាង $y = |x-2|$ និង $y = 3$



សង់ក្រាបតាង $y = |x-2| = \begin{cases} x-2 & , x \geq 2 \\ -x+2 & , x < 2 \end{cases}$

ក្រាបទាំងពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុច A និង B ។

ដោយចំណុច $A(-1, 3)$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ $y = -x+2$ និង $y = 3$ ហើយចំណុច $B(5, 3)$ ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ $y = x-2$ និង $y = 3$ ។

តាមក្រាបគេឃើញថា ក្រាបនៃអនុគមន៍តាង $y = |x-2|$ ស្ថិតនៅក្រោមក្រាបតាងនៃ $y = 3$ ចំពោះ $-1 < x < 5$ ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in (\ -1, 5\ )$ ។

ប្រតិបត្តិ ដោះស្រាយវិសមីការ $|2x-6| < 4$ ។

មេរៀនសង្ខេប

1. ក្រាបតាង $y = a(x-p)^2$ ជារូបកិលនៃក្រាបតាង $y = ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របនឹងអ័ក្ស អាប់ស៊ីស ។
   - រំកិលទៅស្តាំ បើ $p > 0$ ។
   - រំកិលទៅខាងឆ្វេង បើ $p < 0$ ។
2. ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2 + q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានដោយ **រំកិលក្រាប** តាង $y = ax^2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន p ឯកតាហើយស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន q ឯកតា។ ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p, q) និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = p$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

3. $y = ax^2 + bx + c = a\left[x + \frac{b}{2a}\right]^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a(x - p)^2 + q$ ដែល $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ ។
ក្រាបនៃ $y = ax^2 + bx + c$ ជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = ax^2$ ស្របអ័ក្ស
អាប់ស៊ីសចំនួន $p = -\frac{b}{2a}$ ឯកតាហើយស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន $q = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ ឯកតា។
ប៉ារ៉ាបូលនេះមានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = -\frac{b}{2a}$ ។

4. ក្រាបតាង $y = a(x - p)^2 + q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានមកដោយរំកិលក្រាបតាង $y = ax^2$ ចំនួន p
ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងចំនួន q ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។
ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p, q) និងអ័ក្សឆ្លុះ $x = p$ ។

5. តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 : $y = ax^2 + bx + c$

- បើ $a > 0$ នោះ អនុគមន៍មានតម្លៃអប្បបរមាស្មើ $y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$
ត្រង់ $x = -\frac{b}{2a}$ ហើយអនុគមន៍គ្មាន អតិបរមា ទេ ។
- បើ $a < 0$ នោះ អនុគមន៍មានតម្លៃ អតិបរមាស្មើ $y = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$
ត្រង់ $x = -\frac{b}{2a}$ ហើយ អនុគមន៍គ្មាន អប្បបរមាទេ ។

លំហាត់

1. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :
ក. $y = \frac{3}{2}x^2$ ខ. $y = -\frac{1}{3}x^2$ គ. $y = -\frac{3}{2}x^2$ ។

2. រកអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ដែលក្រាបបានមកដោយរំកិលក្រាបតាង $y = -3x^2$ ដែលកំពូលស្ថិតនៅ
លើចំណុចខាងក្រោម :
ក. $(-2, 0)$ ខ. $(0, 2)$ គ. $(-1, 4)$ ។

3. សង់ក្រាបប៉ារ៉ាបូលនីមួយៗ រកកំពូលរបស់វា និងចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស
ក. $y = 3x^2 - 2x$ ខ. $y = (x + 1)(x - 3)$ គ. $y = -2x^2 - 4x + 6$ ។

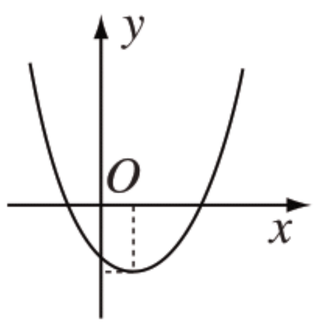
4. កំណត់អនុគមន៍ដែលក្រាបជាប៉ារ៉ាបូលដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម :
ក. កូអរដោនេនៃកំពូល $(3, -1)$ ហើយក្រាបកាត់តាមចំណុច $(6, 0)$ ។
ខ. ក្រាបកាត់តាមបីចំណុច $(-1, -3)$, $(0, 1)$ និង $(1, 3)$ ។
គ. ក្រាបកាត់តាមពីរចំណុច $(1, 1)$ និង $(4, 4)$ ហើយកំពូលនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

youtube.com/moeys
facebook.com/moeys.gov.kh
moeys.gov.kh

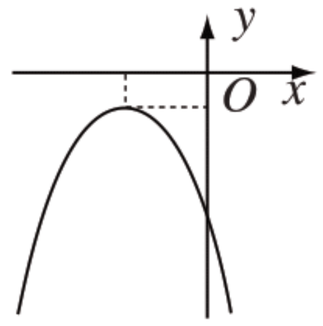
5. ប៉ារ៉ាបូលខាងក្រោមមានក្រាបតាង $y = ax^2 + bx + c$ ។

កំណត់សញ្ញានៃ a, b, c និង $\Delta = b^2 - 4ac$ ចំពោះក្រាបទាំងពីរខាងក្រោម :

ក.



ខ.



6. កំណត់តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍បើវាមានដែនកំណត់ភ្ជាប់ខាងក្រោម :

ក. $y = 3x - x^2 \quad (-1 \le x \le 2)$ ។ ខ. $y = x^2 + 5x + 4 \quad (-3 \le x \le 0)$ ។

7. កំណត់ចំនួនចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល $y = x^2 + 2kx + 1$ និងបន្ទាត់ $y = 2x - 3$ តាមតម្លៃ k ។

8. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = |x - 4|$ ។

9. គេមាន $f(x) = x^2 - 4x + 3$ និង $g(x) = (x-2)^2 - 1$ ។

ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $\forall x$, $f(x) = g(x)$ ខ. ទាញជាផលគុណកត្តានៃ $f(x)$

10. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

ក. $x^2 > 9$ ខ. $x(x-2) < 3$ គ. $x^2 + 5x - 6 < 0$ ឃ. $2x^2 - 7x + 3 \ge 0$

ង. $4x(x-1) \le 3$ ច. $(1-x)^2 \ge 17 - 2x$ ឆ. $(x+2)^2 < x(4-x) + 40$ ។

11. គេមាន $f(x) = x^2 - 2x - 5$ ។

ក. កំណត់កូអរដោនេកំពូលនៃប៉ារ៉ាបូល រួចទាញជាទម្រង់ $f(x) = (x-\alpha)^2 + \beta$ ។

ខ. សង់ប៉ារ៉ាបូលក្នុងតំរុយកូអរដោនេ រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

12. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = x^2 + 3x - 1$ និង $g(x) = 4 - x^2$ ។

ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និង g ក្នុងតំរុយកូអរដោនេ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = g(x)$ រួចបកស្រាយតាមបែបក្រាហ្វិក ។

គ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x) \le g(x)$ តាមក្រាប ។

13. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = |2x - 1|$ ចំពោះ $-1 \le x \le 3$ ។

ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងរកសំណុំរូបភាពតាងអនុគមន៍ f ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x) \le 3$ ។

គ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = x + 1$ រួចដោះស្រាយសមីការ $|2x - 1| = x + 1$ តាមក្រាប ។

facebook.com/kroumoeys
youtube.com/moeys
moeys.gov.kh

មេរៀនទី

3 អនុគមន៍សនិទាន និងអនុគមន៍អសនិទាន

3.1 អនុគមន៍សនិទាន និងក្រាប

អនុគមន៍ $y = \frac{4}{x}$, $y = -\frac{1}{2x+3}$,
$y = \frac{3x+4}{x-2}$ ដែលមានភាគយក និងភាគបែងជាពហុធា
នៃ x ហៅថា **អនុគមន៍សនិទាន** នៃអថេរ x ។

ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ **សនិទានជាសំណុំតម្លៃ**
អថេរដែលធ្វើឱ្យភាគបែងមានតម្លៃខុសពីសូន្យ ។

ឧទាហរណ៍

- អនុគមន៍ $y = \frac{4}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \neq 0\}$
- អនុគមន៍ $y = -\frac{1}{2x+3}$
  មានដែនកំណត់ $\left\{x|x \neq -\frac{3}{2}\right\}$
- អនុគមន៍ $y = \frac{3x+4}{x-2}$
  មានដែនកំណត់ $\{x|x \neq 2\}$ ។

ប្រតិបត្តិ រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ :
$y = -\frac{x-1}{3-x}$, $y = \frac{3x+4}{x+4}$, $y = -\frac{2}{x-1}$ ។

ក. ក្រាបនៃ $y = \frac{a}{x}$

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាង $y = \frac{1}{x}$ ។ អនុគមន៍ $y = \frac{1}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \neq 0\}$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

ខ្លឹមបំណង

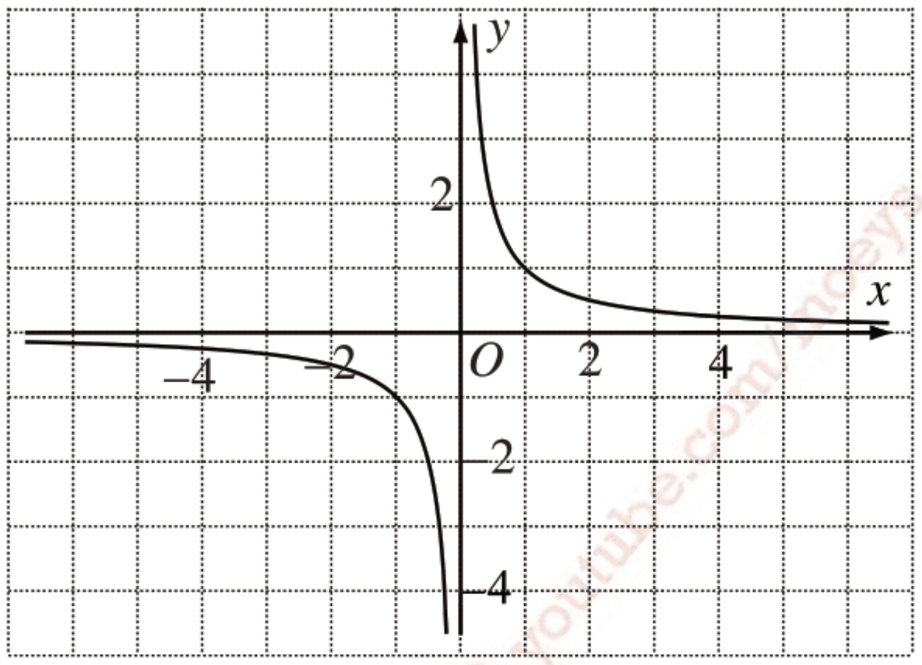
- កំណត់សញ្ញាណនៃអនុគមន៍ **សនិទាន**
- សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍សនិទាន $y = \frac{a}{x}$
- កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍សនិទានងាយៗ
- បំលែងកិលក្រាបនៃអនុគមន៍សនិទាន ។

ពាក្យគន្លឹះ

- អនុគមន៍សនិទាន
- អ៊ីពែបូល
- អាស៊ីមតូត
- ផ្ដិតឆ្ពុះ

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com/moeys

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងក្រោម



ពិនិត្យភាពចុះ និងកើននៃអនុគមន៍ $y = \frac{1}{x}$ ។

គេបាន កំណើនអថេរ $\Delta x = x_2 - x_1$

កំណើនអនុគមន៍

$$\Delta f = f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{-(x_2 - x_1)}{x_2 x_1}$$

ដូចនេះ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} = -\frac{1}{x_2 x_1}$

- ចំពោះគ្រប់ x_1, x_2 ដែល $x_1 < x_2 < 0$

  គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} < 0$ ហើយត្រូវគ្នានឹងក្រាបចុះកាន់តែទាប ។

- ចំពោះគ្រប់ x_1, x_2 ដែល $0 < x_1 < x_2$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} < 0$ ហើយត្រូវគ្នានឹងក្រាបចុះកាន់តែទាប ។ នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះ ចំពោះ $x < 0$ និង $x > 0$ ។

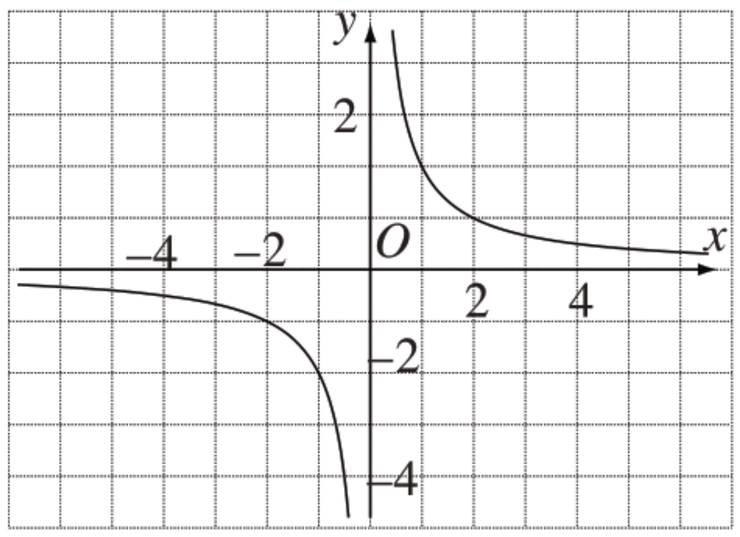
ក្រាប $y = \frac{1}{x}$ ខិតជិតអ័ក្សអាប់ស៊ីសកាលណា x ខិតជិតអនន្ត ហើយខិតជិតអ័ក្សអរដោនេកាលណា x ខិតជិតសូន្យនោះអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេហៅថា អាស៊ីមតូតនៃក្រាប $y = \frac{1}{x}$ ។

ជាទូទៅ ចំពោះអនុគមន៍ $y = \frac{a}{x}$ កំណត់លើ $\{x | x \neq 0\}$ ។

គេបាន កំណើនអថេរ $\Delta x = x_2 - x_1$

កំណើនអនុគមន៍ $\Delta f = f(x_2) - f(x_1) = \frac{a}{x_2} - \frac{a}{x_1} = \frac{-a(x_2 - x_1)}{x_2 \cdot x_1}$

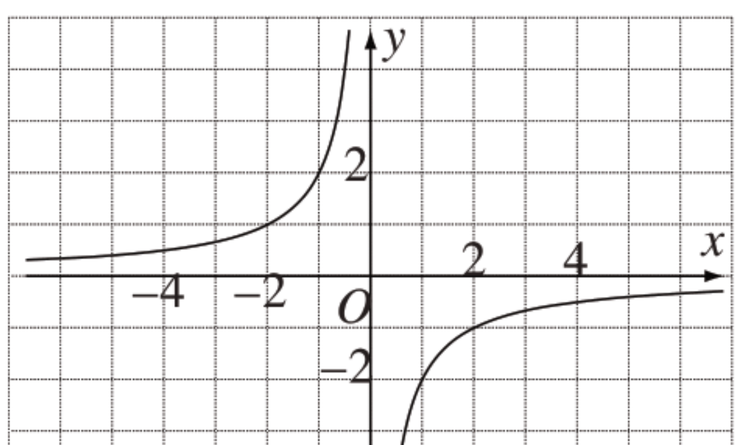
គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} = -\frac{a}{x_2 \cdot x_1}$ ។



- ចំពោះ $a > 0$ និង $0 < x_1 < x_2$ ឬ $x_1 < x_2 < 0$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} < 0$

  នោះ f ជាអនុគមន៍ចុះ ចំពោះ $x < 0$ និង $x > 0$ ។

- ចំពោះ $a < 0$ និង $0 < x_1 < x_2$ ឬ $x_1 < x_2 < 0$ គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} > 0$



នោះ f ជាអនុគមន៍កើន ចំពោះ $x < 0$ និង $x > 0$ ។

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \frac{a}{x}$ ដែល $a \neq 0$ ហៅថា “ អ៊ីពែបូល ” ដែលមានអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេជាអាស៊ីមតូត ។

facebook.com/groups/moeys.gov.kh
www.moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 1 សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍

ក. $y = \frac{2}{x}$ ខ. $y = -\frac{3}{x}$ ។

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបអនុគមន៍ $y = \frac{1}{x}$ ហើយរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបនោះ និងបន្ទាត់ $y = x$ ។

ចម្លើយ សង់ក្រាបតាង $y = \frac{1}{x}$ ។ អនុគមន៍ $y = \frac{1}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \neq 0\}$

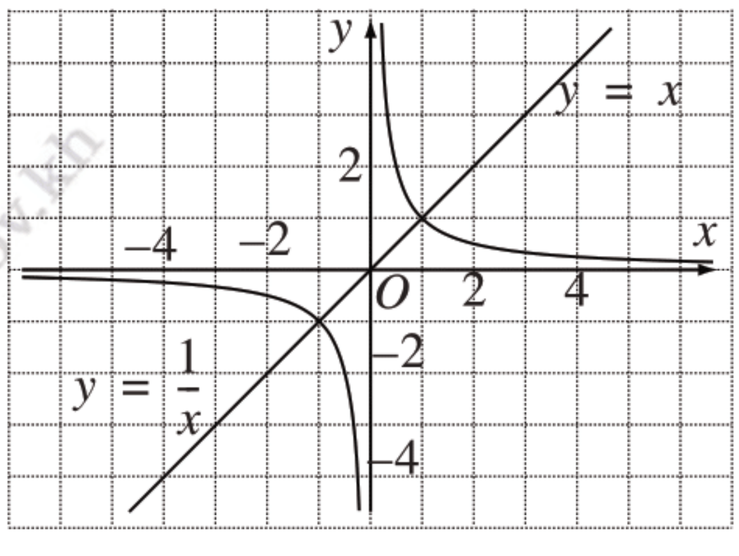
តារាងតម្លៃលេខ

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

បន្ទាត់ $y = x$ កាត់គល់តម្រុយ O និងតាមចំណុច $(1, 1)$ ។

តាមក្រាបគេបានកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វគឺ $(-1, -1)$ និង $(1, 1)$ ។



ប្រតិបត្តិ 2 សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = \frac{4}{x}$ ហើយរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង និងបន្ទាត់ $y = x$ ។

ខ. ក្រាបនៃ $y = \frac{a}{x-p} + q$

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \frac{4}{x}$ និង $y = \frac{4}{x-2} - 1$ រួចទាញសន្និដ្ឋានពីក្រាប ។

ចម្លើយ $y = \frac{4}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \neq 0\}$ ។

តារាងតម្លៃលេខ

x	-5	-3	-1	1	3	5
y	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{4}{3}$	-4	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$

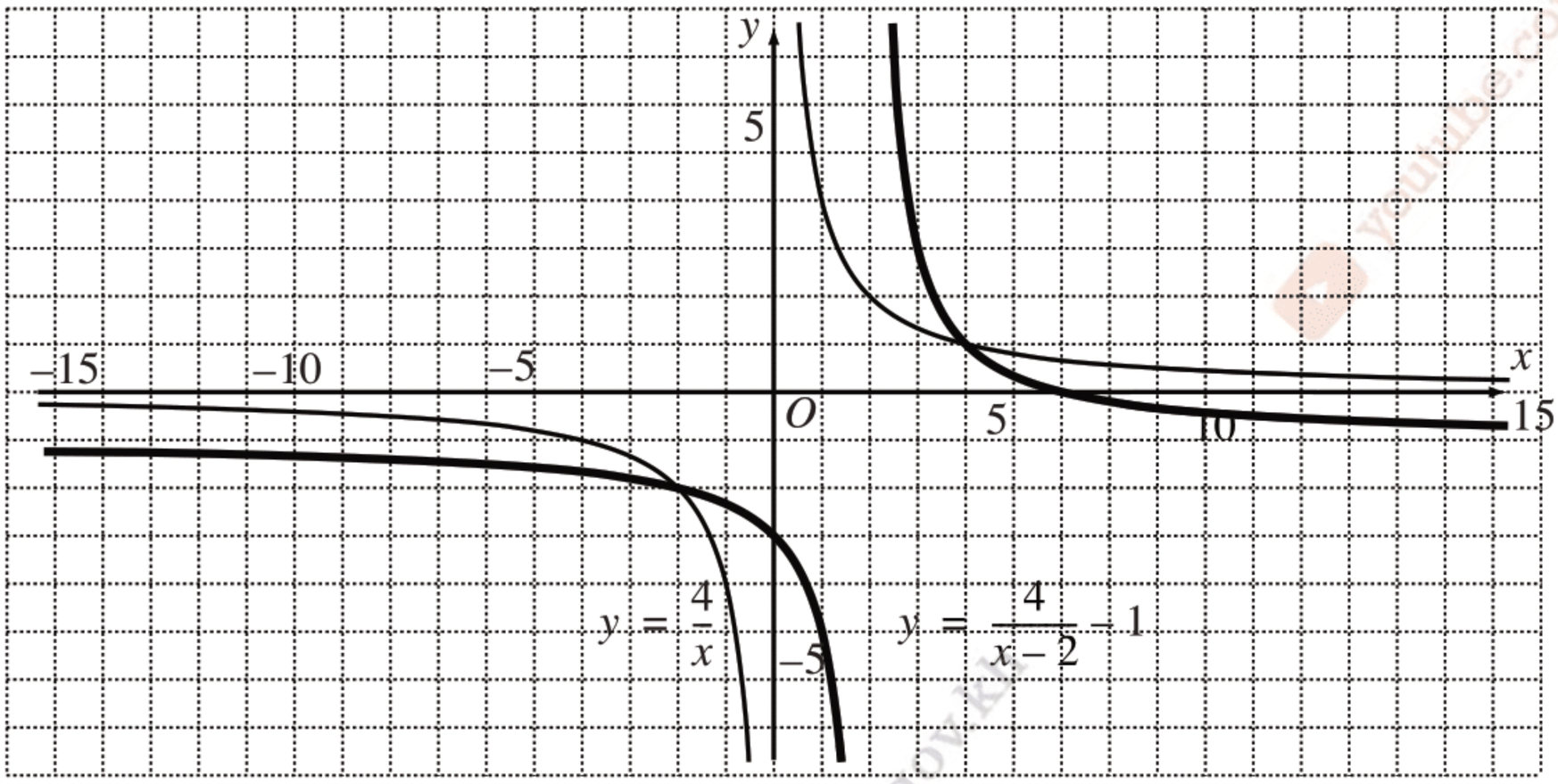
$y = \frac{4}{x-2} - 1$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \neq 2\}$ ។

youtube.com/moeys
www.moeys.gov.kh
facebook.com

តារាងតម្លៃលេខ

x	-6	-2	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	6	10
y	$-\frac{3}{2}$	-2	-9	7	0	$-\frac{1}{2}$

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងក្រោម



តាមក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងលើ គេអាចសន្និដ្ឋានបានថាក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = \frac{4}{x-2} - 1$ បានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \frac{4}{x}$ ចំនួន 2 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង -1 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ ។

ជាទូទៅ ក្រាបតាង $y = \frac{a}{x-p} + q$ គឺជាអ៊ីពែបូលដែលបានមកដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \frac{a}{x}$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងចំនួន q ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

អ៊ីពែបូលនេះមានអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកដែលមានសមីការរៀងគ្នា $x = p$ និង $y = q$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍

ក. $y = -\frac{2}{x}$ ខ. $y = -\frac{2}{x} + 5$ គ. $y = -\frac{2}{x-2}$ ឃ. $y = -\frac{2}{x-2} + 5$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 សង់ក្រាបនិងកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = \frac{2}{x-3}$ ខ. $y = \frac{3}{x+1} - 2$ គ. $y = -\frac{1}{x-3} + 4$ ។

facebook.com/... kroum... moeys.gov.kh

ប្រតិបត្តិ 3 y ជាអនុគមន៍នៃ x ។ សង់ក្រាបតាង y ដែលកំណត់ដោយសមីការខាងក្រោម :

ក. $(x+1)y = -1$ ខ. $(x-1)(y+2) = 4$ ។

គ. ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

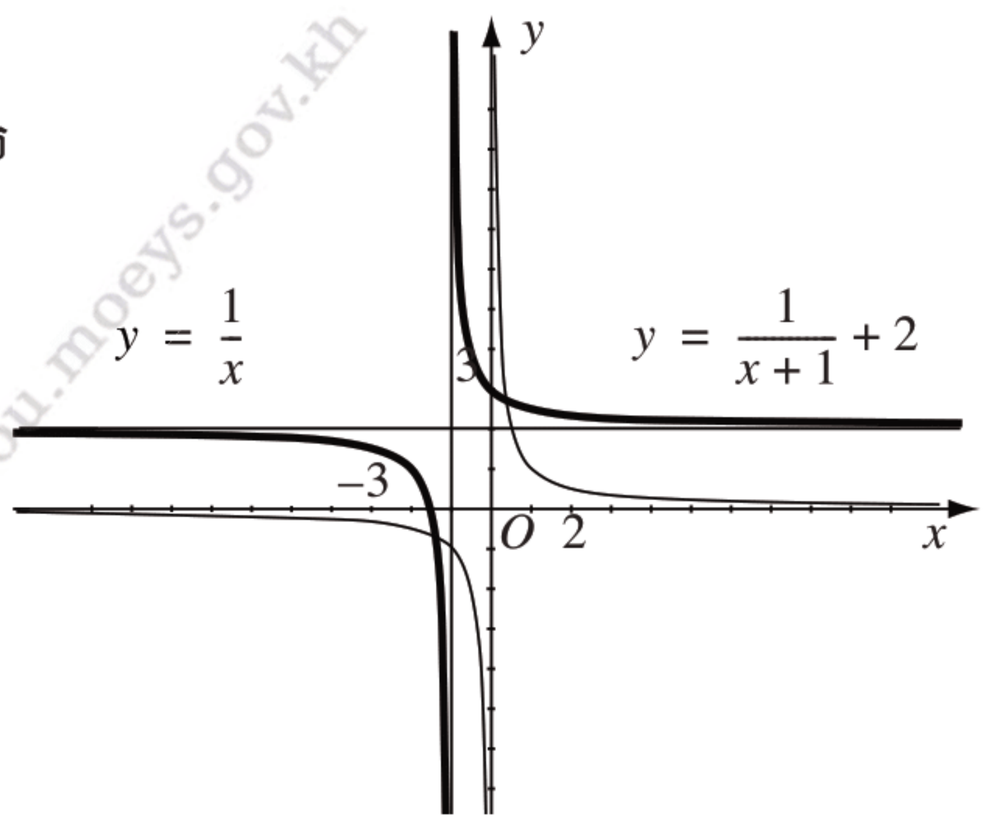
ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ ។

ចម្លើយ គេមាន $y = \dfrac{2x+3}{x+1} = \dfrac{1}{x+1} + 2$ ។ សង់ក្រាបតាង $y = \dfrac{1}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x | x \neq 0\}$ ។

តារាងតម្លៃលេខ

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$

ដូចនេះ ក្រាបតាង $y = \dfrac{1}{x+1} + 2$ បានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \dfrac{1}{x}$ ចំនួន -1 ឯកតាស្របអ័ក្ស អាប់ស៊ីស និងចំនួន 2 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។



- **អាស៊ីមតូតឈរ** $x = -1$
- **អាស៊ីមតូតដេក** $y = 2$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 សង់ក្រាបនិងកំណត់សមីការអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y = \dfrac{3x}{x-1}$

ខ. $y = \dfrac{1-2x}{x+2}$

គ. $y = \dfrac{x-1}{2-x}$ ។

facebook.com/kroumoeys.gov.kh
youtube.com/moeys

3.2 អនុគមន៍អសនិទានចាយ និចក្រាប

ខ្លឹមបំណង

- កំណត់សញ្ញាណនៃអនុគមន៍ **អសនិទាន**
- រកដែនកំណត់នៃនុគមន៍អសនិទាន
- សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍អសនិទាន
- ធ្វើរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍អសនិទាន ។

ពាក្យគន្លឹះ

អនុគមន៍អសនិទាន ។

អនុគមន៍ $y = \sqrt{x}$, $y = 3\sqrt{2-x}$, $y = \sqrt{x^2+1}+5$,... ដែលជាកន្សោមមានអថេរ x នៅក្រោមរ៉ាឌីកាល់ហៅថា**អនុគមន៍អសនិទាន**នៃអថេរ x ។

ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍អសនិទានគឺជាសំណុំនៃតម្លៃអថេរដែលធ្វើឱ្យកន្សោមរ៉ាឌីកាល់មានន័យ ។

ឧទាហរណ៍ 1 - អនុគមន៍ $y = \sqrt{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \geq 0\}$

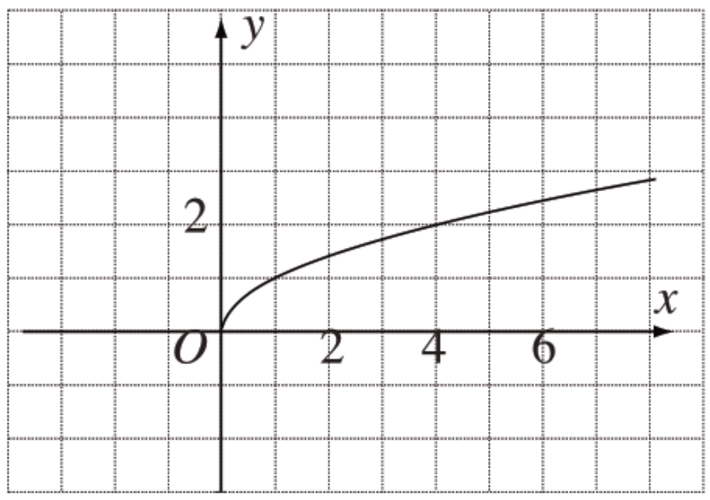
- អនុគមន៍ $y = 3\sqrt{2-x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \leq 2\}$
- អនុគមន៍ $y = \sqrt{x^2+1}+5$ មានដែនកំណត់ $\{x|x \in \mathbb{R}\}$ ។

ក. ក្រាបនៃ $y = \sqrt{ax}$

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$ ។

ចម្លើយ តារាងតម្លៃលេខ

x	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
y	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3



ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

ឧទាហរណ៍ 2 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$ ។

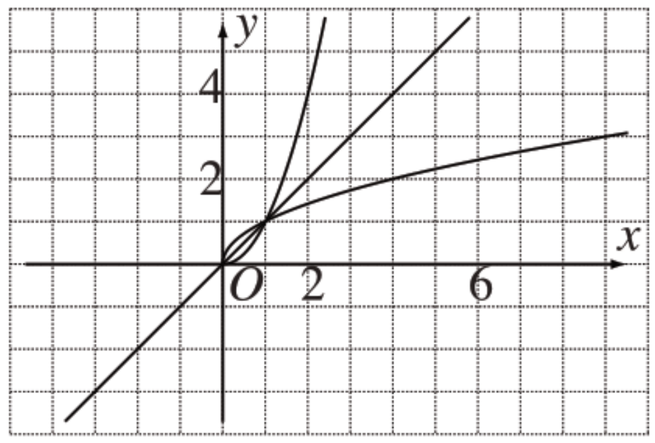
ចម្លើយ ចំណុចលើក្រាបតាង $y = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$

មានកូអរដោនេ (x, y) ស្ថិតនៅលើក្រាបតាង $y^2 = x$, $y \geq 0$ (1)

ដោយប្តូរ x ជា y និង y ជា x នៅក្នុង (1)

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

គេបានសមីការ $y = x^2$, $(x \geq 0)$ ដែលជាអនុគមន៍ច្រាសនៃ (1)



ដូចនេះ ក្រាបតាង $y^2 = x$ និងក្រាបតាង $y = x^2$ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។

ជាទូទៅ ក្រាបតាង $y = \sqrt{x}$ គឺជារូបឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលតាង $y = x^2$ តាមបំលែងឆ្លុះធៀបទៅនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ដែលត្រូវនឹង $x \geq 0$ ។

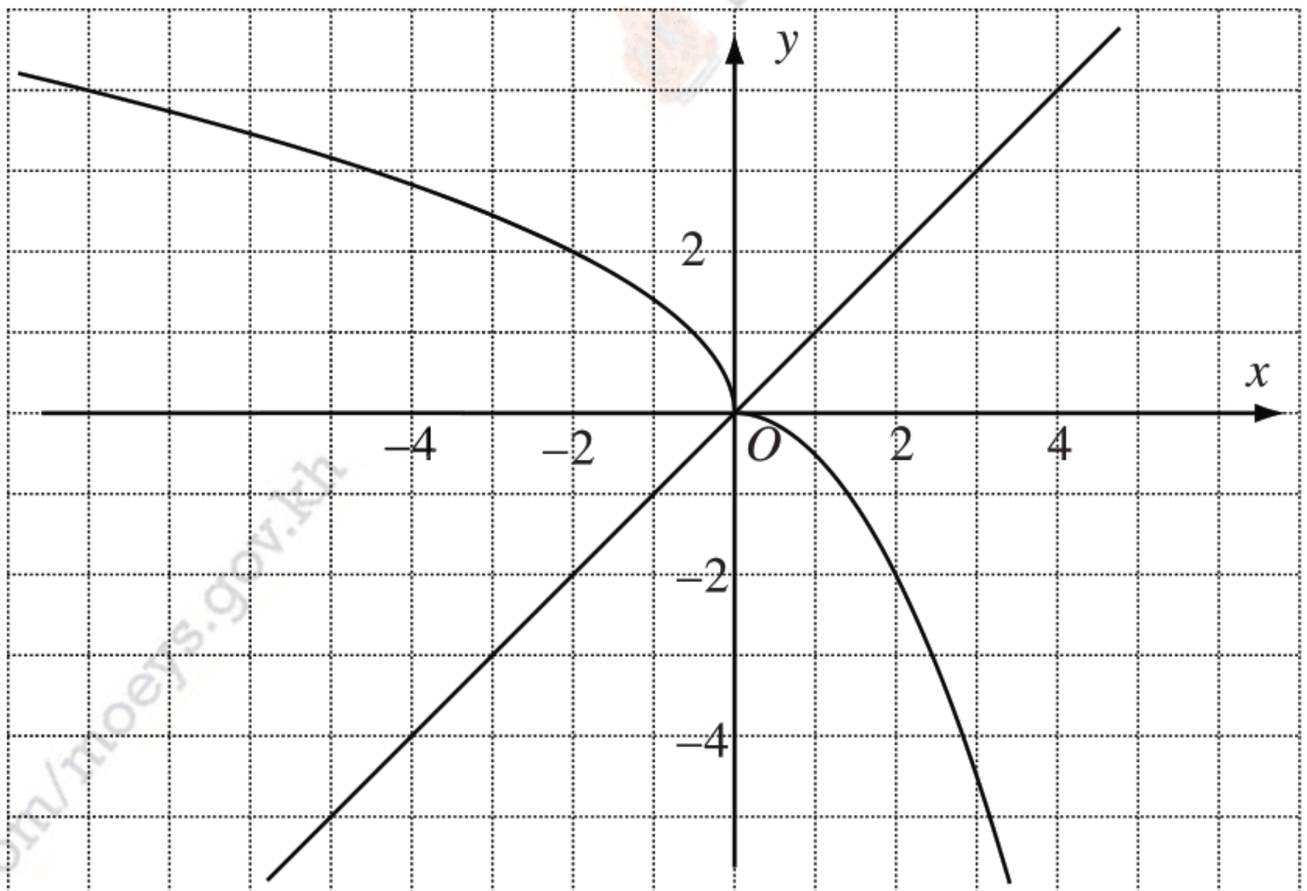
ឧទាហរណ៍ 3 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{-2x}$ ។

ចម្លើយ $y = \sqrt{-2x}$ សមមូល $y^2 = -2x$, $x \geq 0$ ។

ប្តូរ x ជា y និង y ជា x ចំពោះ $y^2 = -2x$ គេបាន $x^2 = -2y$ ។

ដូចនេះ $y = -\frac{1}{2}x^2$ ជាអនុគមន៍ច្រាសនៃ $y^2 = -2x$ ។

សង់រូបឆ្លុះនៃក្រាបតាង $y = -\frac{1}{2}x^2$ ធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ហើយយកផ្នែកត្រូវនឹង $y \geq 0$ នោះក្រាបដែលបានគឺជាក្រាបតាង $y = \sqrt{-2x}$ ។



ប្រតិបត្តិ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = -\sqrt{x}$ $(x \geq 0)$ ។

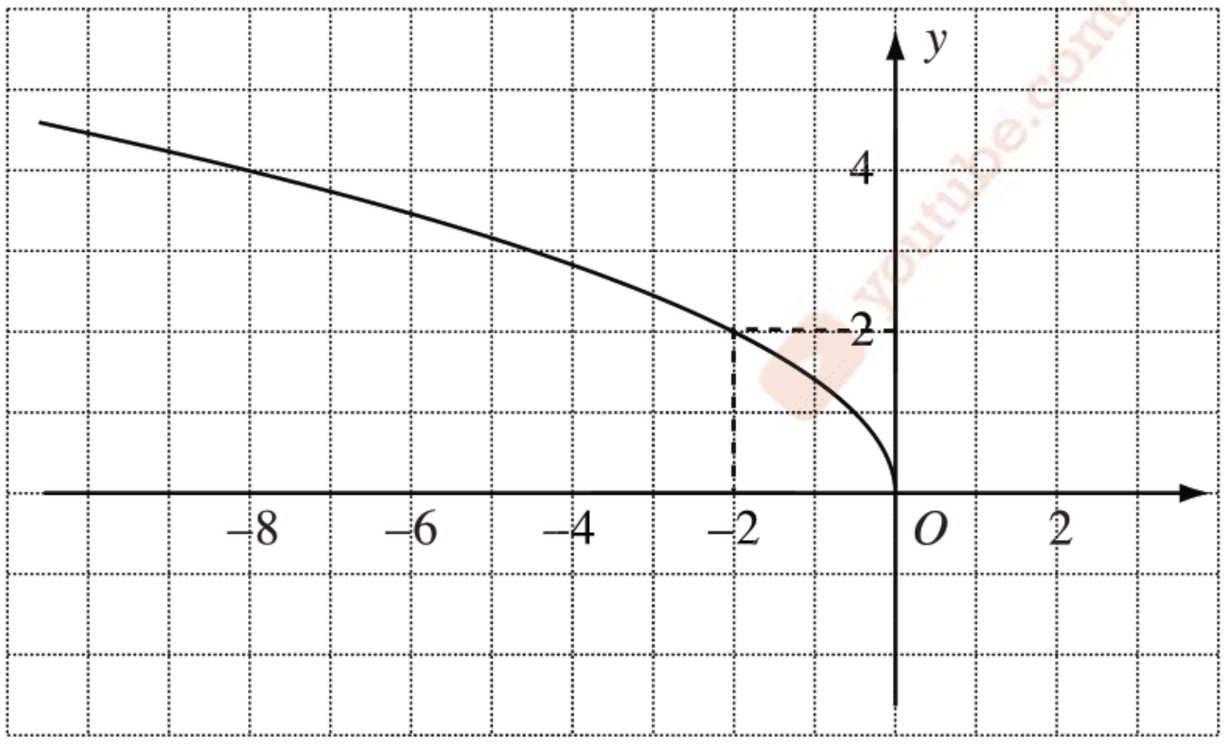
ឧទាហរណ៍ 4 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{-2x}$ ។

ចម្លើយ អនុគមន៍ $y = \sqrt{-2x}$ មានដែនកំណត់ $\{x | x \leq 0\}$ ។

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{2}$	-2	-8
y	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

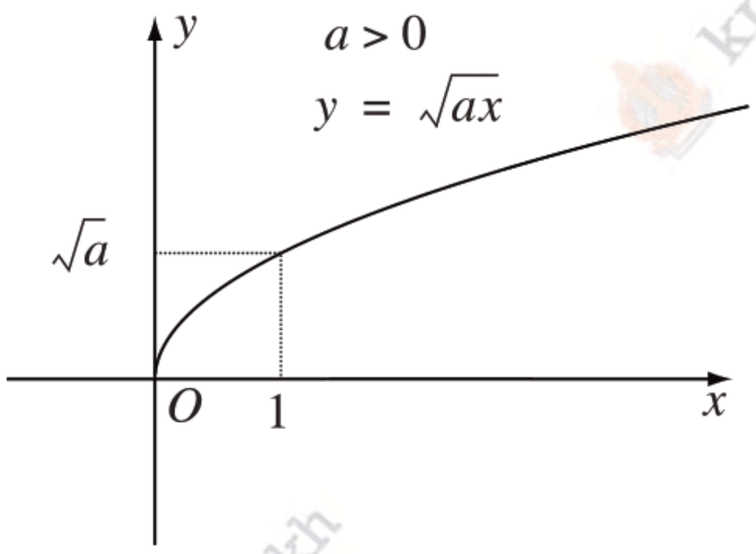


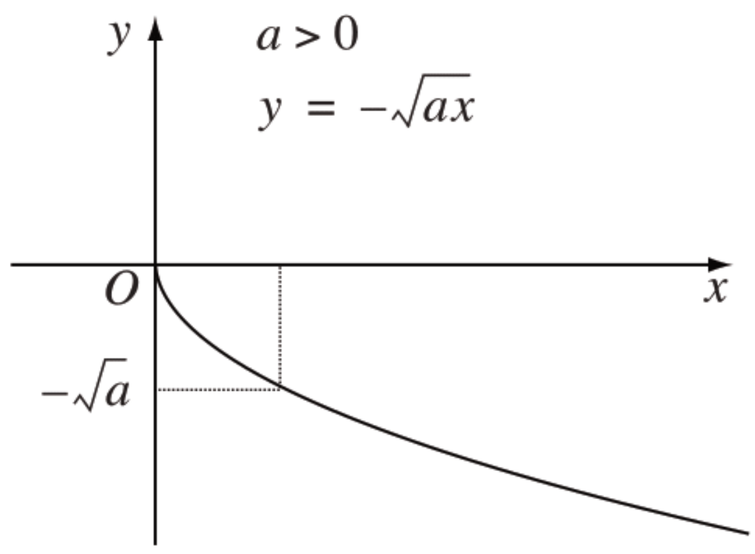
ប្រតិបត្តិ 2 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន

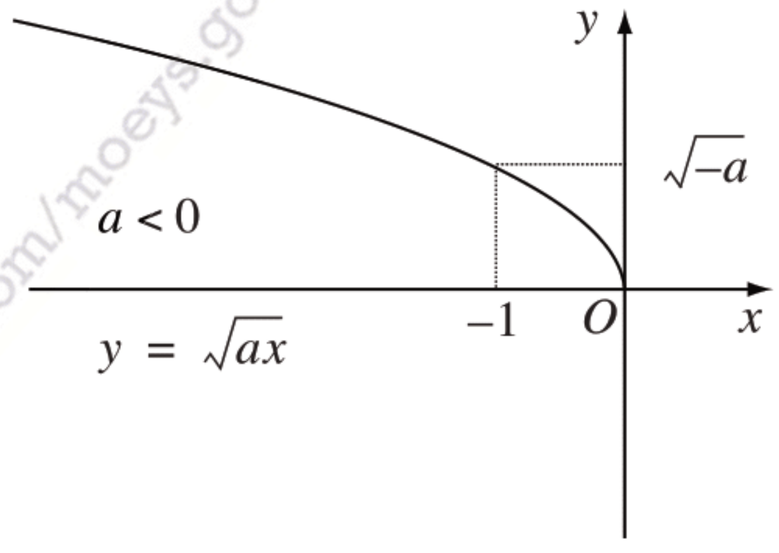
ក. $y = \sqrt{2x}$

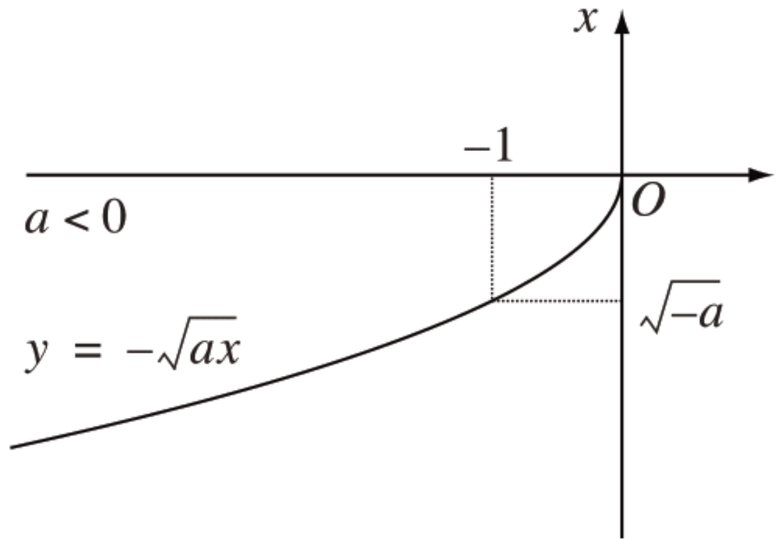
ខ. $y = \sqrt{-\frac{1}{2}x}$ ។

ជាទូទៅ ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{ax}$ មានរាងដូចខាងក្រោម អាស្រ័យតាមសញ្ញានៃ a ។









ប្រតិបត្តិ 3 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន

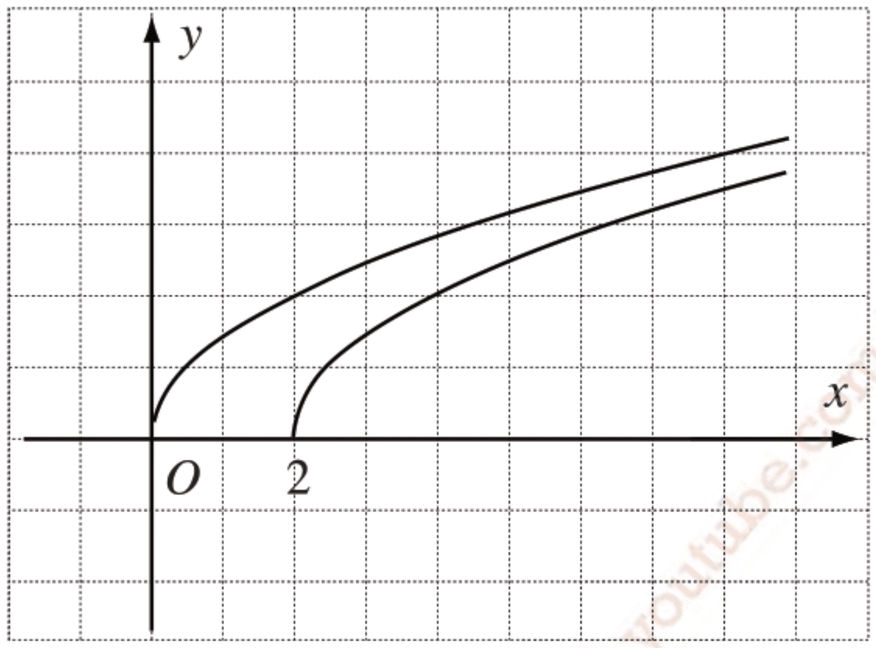
ក. $y = \sqrt{3x}$ ។

ខ. $y = -\sqrt{-x}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou

ខ. ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \sqrt{ax+b}$

ឧទាហរណ៍ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{2x-4}$ ។

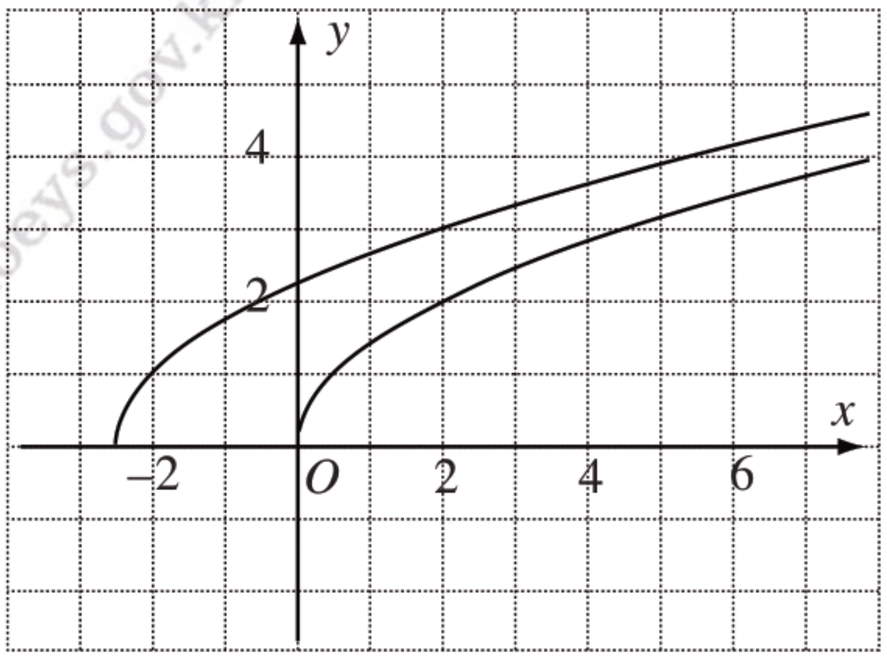


ចម្លើយ សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{2x}$ ហើយរំកិលក្រាបនោះចំនួន 2 ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ គេបានក្រាបតាង

$$y = \sqrt{2(x-2)} = \sqrt{2x-4} \text{ ។}$$

ជាទូទៅ ក្រាបតាង $y = \sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)} = \sqrt{a(x-p)}$ បានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \sqrt{ax}$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ដែល $p = -\frac{b}{a}$ ។

ឧទាហរណ៍ 2 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{2x+5}$ ។



ចម្លើយ ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{2x+5}$ អាចបំលែងជា $y = \sqrt{2\left(x+\frac{5}{2}\right)}$ $= \sqrt{2\left(x-\left(-\frac{5}{2}\right)\right)}$ ក្រាបនេះបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \sqrt{2x}$ ចំនួន $-\frac{5}{2}$ ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ប្រតិបត្តិ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទានខាងក្រោម

ក. $y = \sqrt{x-3}$ ខ. $y = \sqrt{1-x}$ គ. $y = \sqrt{2x-4}+2$ ។

ឧទាហរណ៍ 3 កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប $y = \sqrt{2x+5}$ និងបន្ទាត់ $y = \frac{1}{2}x$ ។

ចម្លើយ វិធីទី 1 កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វជាចម្លើយនៃសមីការអាប់ស៊ីស $\sqrt{2x+5} = \frac{1}{2}x$ (1)

លើកអង្គទាំងពីរនៃ (1) ជាការេ $2x+5 = \frac{1}{4}x^2$ ឬ $x^2-8x-20 = 0$

គេបាន $x = -2$, $x = 10$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $x = -2$ គេបាន $\sqrt{1} = -1$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់

$x = 10$ គេបាន $\sqrt{25} = 5$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

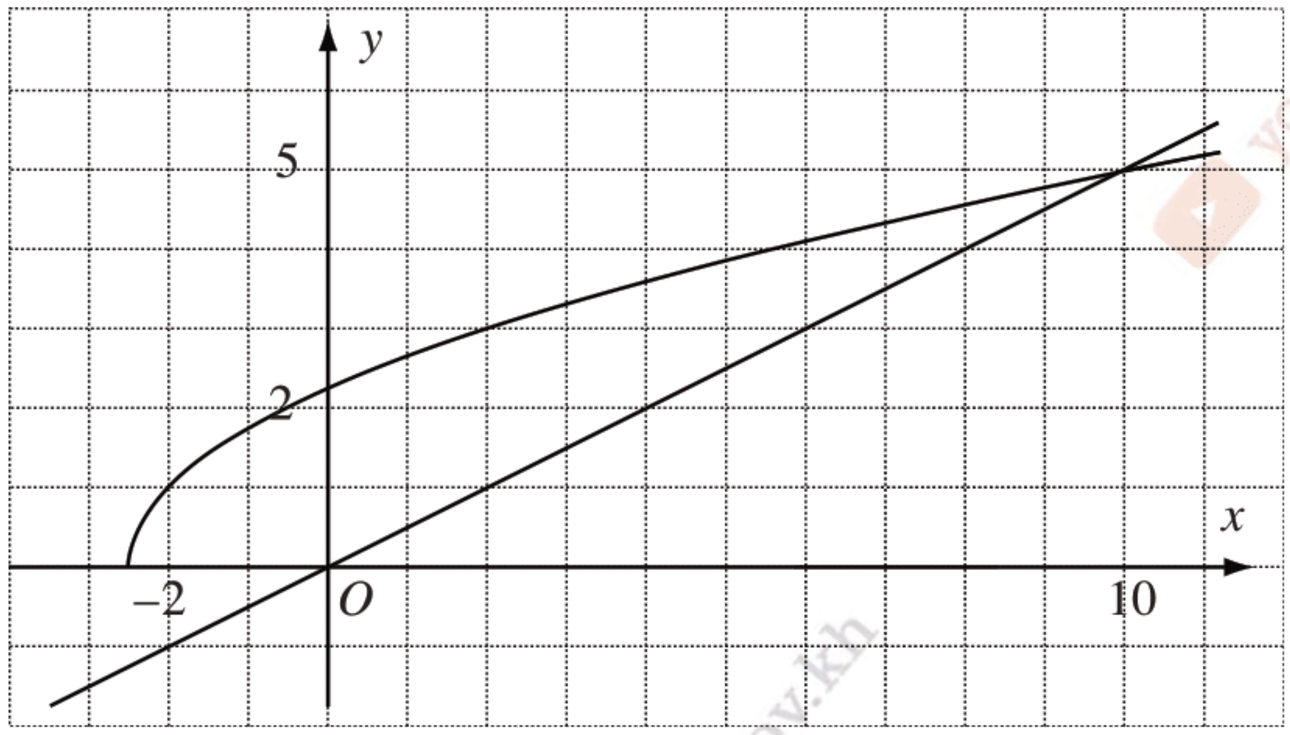
ដូចនេះ កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វគឺ (10, 5) ។

facebook.com/groups/krou.moeys.gov.kh
krou.moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

• **វិធីទី 2** សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{2x+5}$ និងក្រាបតាង $y = \frac{1}{2}x$ សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍អសនិទាន $y = \sqrt{2x+5}$ ។

តារាងតម្លៃលេខ

x	$-\frac{5}{2}$	-2	2
y	0	1	3



តាមក្រាបគេបានកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វគឺ $(10,\ 5)$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វនៃក្រាបតាងគូអនុគមន៍ខាងក្រោម

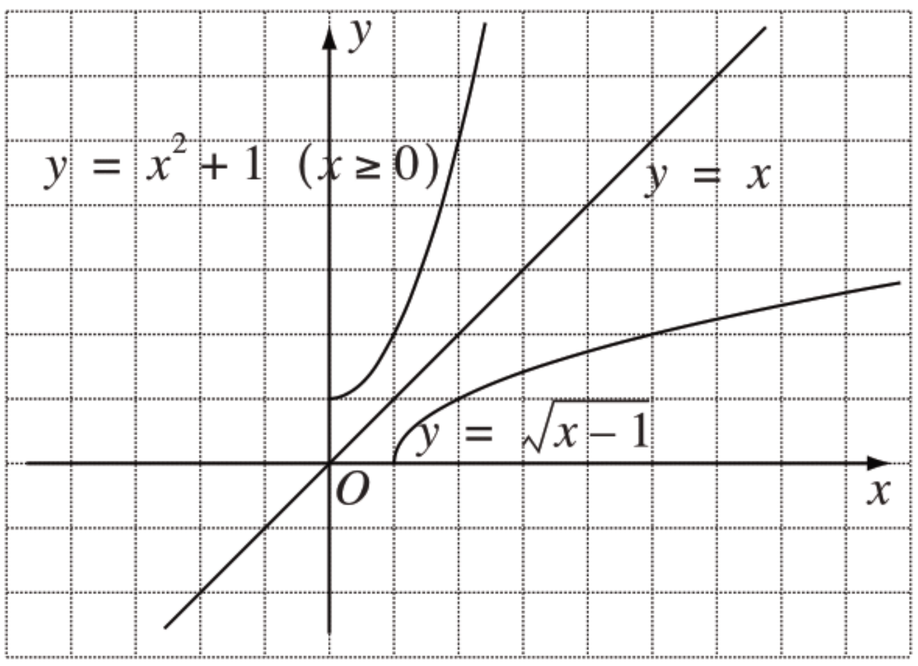
ក. $\begin{cases} y = \sqrt{x-2} \\ y = \frac{1}{3}x \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} y = -\sqrt{x} \\ y = x-1 \end{cases}$ ។

facebook.com/moeys.gov.kh
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh

3.3 ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស

ឧទាហរណ៍ 1 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = x^2 + 1 (x \geq 0)$ និង **ក្រាបអនុគមន៍ច្រាស** របស់វាគឺ $y = \sqrt{x-1}$ គឺ ឆ្លុះគ្នា ធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ដូចបានបង្ហាញក្នុងរូបខាងក្រោម



ចំណាំ

សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាសដោយប្រើក្រាបនៃអនុគមន៍ដើម ។

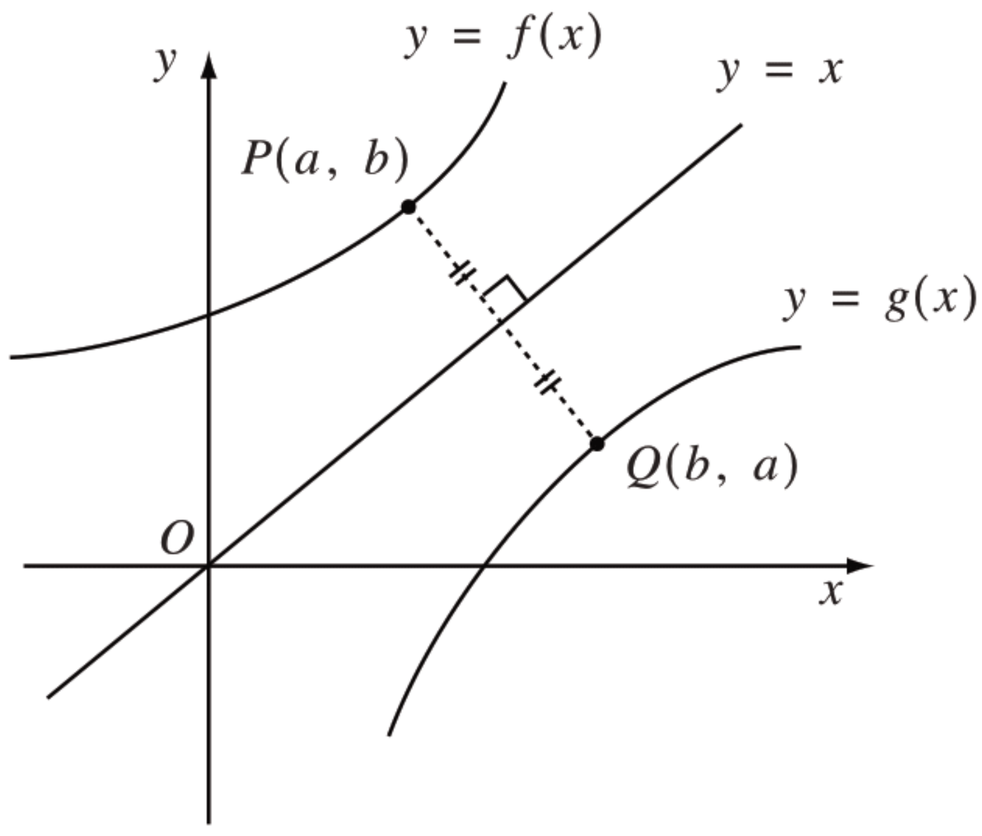
ពាក្យគន្លឹះ

- ក្រាបអនុគមន៍ច្រាស
- ឆ្លុះគ្នា

ជាទូទៅ បើអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានអនុគមន៍ច្រាស $y = g(x)$ យើងបាន $b = f(a)$ សមមូល $a = g(b)$ ។

ដូចនេះ ចំណុច $P(a, b)$ ស្ថិតនៅលើក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = f(x)$ គឺសមមូលទៅនឹងចំណុច $Q(b, a)$ ស្ថិតនៅលើក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស $y = g(x)$ ។

ចំណុច $P(a, b)$ និង $Q(b, a)$ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។



facebook.com/moeys
moeys.gov.kh
youtube.com/moeys

សន្និដ្ឋាន ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ និងក្រាបតាងអនុគមន៍ច្រាស $y = g(x)$ របស់ f ឆ្លុះគ្នា ធៀបទៅនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ។

ប្រតិបត្តិ 1 សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម និងរកអនុគមន៍ច្រាសរបស់វា

ក. $y = x^2 - 1 \ \ (x \geq 0)$ ខ. $y = \frac{2}{x} + 1 \ \ (x > 0)$ ។

ឧទាហរណ៍ 4 រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $y = x^2 + 1$ ដែលមានដែនកំណត់ $\{x|x \leq 0\}$ រួចរកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ច្រាសនេះ ។

ចម្លើយ គេមាន $y = x^2 + 1 \ \ \{x|x \leq 0\}$ ចំពោះ x គេបាន : $x = -\sqrt{y-1}$ ។

ដូចនេះ អនុគមន៍ច្រាសគឺ $y = -\sqrt{x-1}$

ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ច្រាសគឺ $\{x|x \geq 1\}$ ។

ប្រតិបត្តិ 2 រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $y = x^2 - 2$ ដែលមានដែនកំណត់ $\{x|x \leq 0\}$ រួចរកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ច្រាសនេះ ។

មេរៀនសង្ខេប

1. អនុគមន៍ $y = \frac{a}{x}$ កើនជានិច្ច ចំពោះ $a < 0$ និងចុះជានិច្ចចំពោះ $a > 0$ ។
   ក្រាបតាង $y = \frac{a}{x}$ មានអាស៊ីមតូតដែលមានសមីការ $x = 0$, $y = 0$ និងមានគល់តម្រុយ $O(0, 0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។
2. ក្រាបតាង $y = \frac{a}{x-p} + q$ គឺជាអ៊ីពែបូលដែលបានដោយរំកិលក្រាប $y = \frac{a}{x}$ ចំនួន p ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងចំនួន q ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។
   អ៊ីពែបូលមាន អាស៊ីមតូតឈរ និងដេកដែលមានសមីការរៀងគ្នា $x = p$ និង $y = q$ ។
3. ក្រាបតាង $y = \sqrt{x}$ គឺជាផ្នែកប៉ារ៉ាបូលដែលជារូបឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូល $y = x^2$ ធៀបទៅនឹងបន្ទាត់ $y = x$ ហើយត្រូវនឹង $y \geq 0$ ។
4. ក្រាបតាង $y = \sqrt{ax+b}$ បានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \sqrt{ax}$ ចំនួន $p = -\frac{b}{a}$ ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

លំហាត់

1. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = \frac{2}{x}$:

   ក. ចំនួន -5 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស

   ខ. ចំនួន -4 ឯកតា ស្របអ័ក្សអរដោនេ

   គ. ចំនួន 3 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 5 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

2. សង់ក្រាប និងកំណត់អាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

   ក. $y = \frac{4}{x+3}$

   ខ. $y = 4 - \frac{2}{x+1}$ ។

3. កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y = \frac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $y = \frac{5}{2} - x$ ។

4. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយបំលែងក្រាបតាង $y = 2\sqrt{x}$ តាមរំកិលក្រាបចំនួន 2 ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅឆ្វេង ។

5. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :

   ក. $y = \sqrt{3x-5}$

   ខ. $y = -\sqrt{4-x}$ ។

6. រកអនុគមន៍ច្រាស និងរកដែនកំណត់តាងអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម :

   ក. $f(x) = \frac{2}{3}x + 5$

   ខ. $f(x) = \frac{1}{x+2} + 1$

   គ. $f(x) = \sqrt{1-x}$

   ឃ. $f(x) = -\sqrt{x+4}$ ។

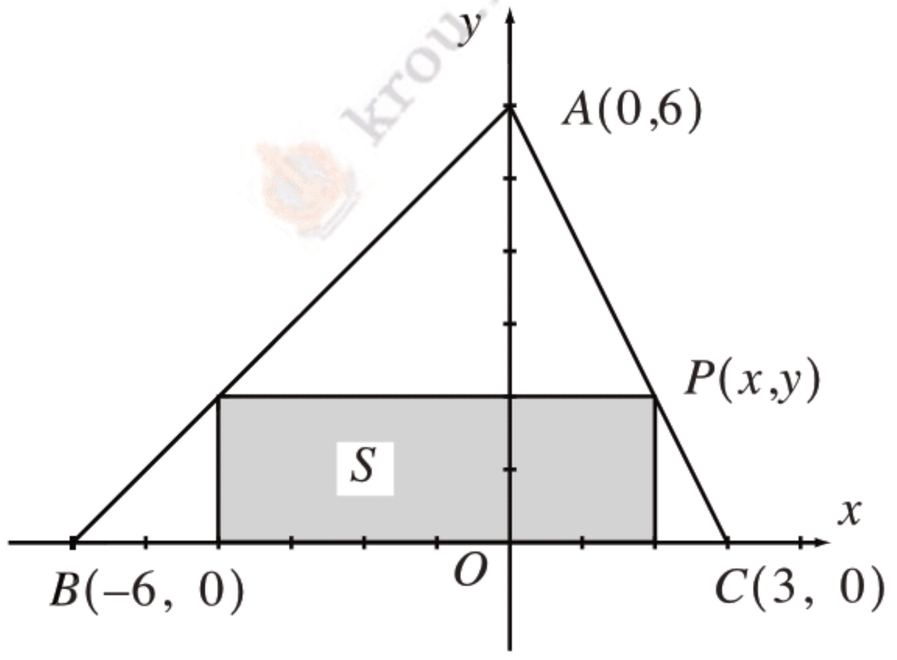
youtube.com/moeys
krou.moeys.gov.kh
facebook.com/

លំហាត់ជំពូក

1. កំណត់តម្លៃ p និង q ដែលអនុគមន៍ $y = x^2 + px + q$ មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x = 4$ និងអនុគមន៍មានតម្លៃស្មើ 5 ត្រង់ $x = 2$ ។
2. កំណត់តម្លៃ k ដែលប៉ារ៉ាបូល $y = 2x^2 + kx + 4$ ប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។
3. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យប៉ារ៉ាបូល $y = a(x-2)^2 - 3$ ប្រសព្វអ័ក្សអាប់ស៊ីសខាងអវិជ្ជមាន ។
4. កំណត់សំណុំតម្លៃ p ដែលសមីការ $x^2 - 2xp + p - 2 = 0$ មានឫសមួយវិជ្ជមាន និងឫសមួយទៀតអវិជ្ជមាន ។
5. ក្រាបតាង $y = x^2 + 2px + q$ កាត់តាមចំណុច $(2,\ 1)$ និងកំពូលវានៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ កំណត់តម្លៃ p និង q ។
6. ចំណុច $p(x,\ y)$ នៅលើជ្រុង AC នៃត្រីកោណ ΔABC ដូចរូបខាងក្រោម :

   ក. គណនាក្រឡាផ្ទៃ S នៃចតុកោណកែងជាអនុគមន៍នៃ x ។

   ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច P ដើម្បីឱ្យ S មានតម្លៃអតិបរមារួចគណនាតម្លៃ S ។



7. កំណត់សំណុំតម្លៃនៃ a ដែលវិសមីការ $x^2 + ax + (a+3) > 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។
8. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y = \sqrt{2x-1}$ និងបន្ទាត់ $y = x + k$ ចំពោះតម្លៃ $k = -1$ ។
9. បំពេញគូនៃចំណុចដែលឋិតនៅលើក្រាបតាង $2x - y = -2$

   ក. $(\ldots\ldots,\ 0)$ ខ. $(0,\ \ldots\ldots)$

   គ. $(-2,\ \ldots\ldots)$ ឃ. $(\ldots\ldots,\ 3)$

facebook.com/kroumoeys
kroumoeys.gov.kh

10. កំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ :

ក. បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(2, -3)$ និង $(-1, -5)$ ។

ខ. បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(-1, 3)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 2 ។

គ. បន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស $(y'y)$ កាត់ចំណុច $(2, 5)$ ។

ឃ. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(-1, 3)$ និងស្របនឹងបន្ទាត់សមីការ $y = -4$ ។

ង. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(1, 4)$ និងកែងនឹងបន្ទាត់ $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ។

11. ដោះស្រាយតាមក្រាហ្វិកប្រព័ន្ធ : $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ y \geq 0 \\ x - y - 4 < 0 \\ x + 2y - 16 \leq 0 \end{cases}$ ។

12. គេមានអនុគមន៍ f និង g កំណត់ដោយ :

$f(x) = -(x+2)^2 + 4$ និង $g(x) = \frac{2}{x-3} + 1$ ។

សង់ខ្សែកោងតាង f និង g ។

13. ក. សង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល $(P) : y = x^2$ អ៊ីពែបូល $(H) : y = \frac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $(D) : y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ក្នុងតំរុយកូអរដោនេតែមួយ ។

ខ. ដោយមានជំនួយពីក្រាហ្វិកខាងលើ ចូរដោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការខាងក្រោម :

(1). $x^2 = \frac{x+1}{2}$ (2). $x^2 = \frac{1}{x}$ (3). $\frac{x+1}{2} = \frac{1}{x}$

(4). $2x^2 \geq x + 1$ (5). $\frac{2}{x} > x + 1$ (6). $x^2 < \frac{1}{x}$ ។

14. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ : $f(x) = 2x^2 + 12x - 3$ ។

កំណត់ចំនួនពិត a, α, β ដែល $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ ។

15. គេមានប៉ារ៉ាបូល $(P) : y = ax^2 + bx + c$ កាត់តាមចំណុច $A(-1, 0)$, $B(1, 3)$ និង $C(3, 4)$ និងបន្ទាត់ $D : x + 2$ ។

ក. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c រួចសង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4} \leq x + 2$ តាមក្រាហ្វិក ។

youtube.com/moeys
moeys.gov.kh
facebook.com/kroumoeys