Math 08-08-09

រឿង សោភ័ណ្ឌ

កំណែលំហាត់

គណិតវិទ្យា

ភាគ 1

១០

កំណែមានៈ

-គ្រប់លំហាត់

-គ្រប់មេរៀន

-ពន្យល់ក្បោះក្បាយ

© Read and Think Group

គណិតវិទ្យា ភាគ1

ថ្នាក់ទី10

បោះពុម្ពផ្សាយដោយ

ក្រុម អាន និង គិត

គណៈកម្មការនិពន្ធ និងរៀបរៀង

លោក អៀង សោភ័ណ្ឌ

បច្ចេកទេសកុំព្យូទ័រ និងពិនិត្យ

លោក អៀង សោភ័ណ្ឌ

លោក សុន សៅលី, ក. គឹម ម៉ារ៉ាឌី

យុវសិស្ស

អៀង សោភា,ស្រាង សុធារិទ្ធ,ទីង ឡាយតេរ៉ាង,

ប្បូត សំណាង,គឹម សុទ្ធា

រចនាក្រប

លោក អៀង សោភ័ណ្ឌ

© រក្សាសិទ្ធិគ្រប់យ៉ាង, កញ្ញា-2008

ឯកសារយោង

[1] សៀវភៅ គណិតវិទ្យា ភាគ1+2 ថ្នាក់ទី10(ថ្មី,2008), ក្រសួងអប់រំយុវជន និង កីឡា។

[2] សៀវភៅ គណិតវិទ្យា ភាគ1+2 ថ្នាក់ទី10(ថ្មី,2008) សំរាប់ គ្រូ, ក្រសួងអប់រំយុវជន និង កីឡា។

[3] Math-Problems Vol.1+2+3, រៀង សោភ័ណ្ឌា, ក្រុម អាន និង គិត ។

[4] សៀវភៅ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី7,8,9,10,11,12, ក្រសួងអប់រំយុវជន និង កីឡា។

[5] សៀវភៅ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី7,8,9,10,11,12, សំរាប់ គ្រូ, ក្រសួងអប់រំយុវជន និង កីឡា។

[6,7,...] និងសៀវភៅយ៉ាងច្រើនទៀត...។

កថាមុខ

សៀវភៅកំណែ គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី 1០ ភាគ1 រួមមាន ៥ជំពូក។ ដើម្បីជាជំនួយដល់ប្អូនៗសំរាប់ស្វ័យសិក្សា ជាមួយនឹង កម្មវិធីសិក្សាថ្មីនេះ ទើបខ្ញុំបាទរៀបចំកំណែនេះឡើង។

ការរៀបចំកំណែនេះ គឺគ្រប់មេរៀន និងលំហាត់ ដែលសុទ្ធតែយកលំនាំតាម សៀវភៅ គណិតវិទ្យា ភាគ1+២ ថ្នាក់ទី1០(ថ្មី.2008), ក្រសួងអប់រំយុវជន និង កីឡា។

ដើម្បីឲ្យសៀវភៅសិក្សានេះ កាន់តែល្អប្រសើរ យើងខ្ញុំនឹងរង់ចាំទទួលការរិះគន់ និងកែលំអក្នុងន័យស្ថាបនាពីសំណាក់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូនិងសិស្សានុសិស្សដោយក្តីរីករាយ។

គណៈកម្មការនិពន្ធនិងរៀបរៀង,ភ្នំពេញ, ០៨-០៨-០៨

រឿង សោភ័ណ្ឌា

និមិត្តសញ្ញាដែលប្រើក្នុងសៀវភៅគណិតវិទ្យា

□,□,□,□,□ : *សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ-ចំនួនគត់-សនិទាន-ចំនួនពិត-ចំនួនកុំផ្លិចរៀងគ្នា*

$A = \{a, b, c\}$	:	សំណុំដែលមានធាតុ $a; b; c$	
$\bar{A}$	:	សំណុំរងបំពេញនៃ A	
$\varnothing$	:	សំណុំទទេ	
$n(A)$	:	ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A	
$\cup$	:	ប្រជុំ	$A \cup B$
$\cap$	:	ប្រសព្វ	$A \cap B$
$\in$	:	ជាធាតុនៃ	$a \in A$
$\subset$	:	នៅក្នុង	$A \subset B$
$\wedge$	:	ឈ្នាប់ និង	$p \wedge q$
$\vee$	:	ឈ្នាប់ ឬ	$p \vee q$
$\bar{P}$	:	សំណើឈ្នាប់មិននៃសំណើ P	
$\Rightarrow$	:	ឈ្នាប់នាំឲ្យ	$p \Rightarrow q$
$\Leftrightarrow$	:	ឈ្នាប់សមមូល	$p \Leftrightarrow q$
ត. (P)	:	តម្លៃភាពពិតនៃសំណើ p	
$[a, b]$	:	ចន្លោះបិទ	$a \le x \le b$
(a, b)	:	ចន្លោះបើក	$a < x < b$
$(a, b]$	:	ចន្លោះកន្លះបើកខាងឆ្វេង	$a < x \le b$
$[a, b)$	:	ចន្លោះកន្លះបើកខាងស្តាំ	$a \le x < b$
$\frac{24}{10} = 2.4$	:	អានថា 2 ចុច 4	

$P(n, r)$	៖ ចម្លាស់នៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ
$C(n, r)$	៖ បន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុ
$n!$	៖ $n! = 1\times2\times3\times4\ldots\times n$
$\overline{x}$	៖ មធ្យម $\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots x_n}{N}$
M_e	៖ មេដ្យាន
M_o	៖ ម៉ូត
$f(x)$	៖ អនុគមន៍នៃ x
Δx	៖ កំណើននៃអថេរ
Δf	៖ កំណើននៃអនុគមន៍
$A(a, b)$	៖ កូអរដោនេនៃចំណុច A
sin	៖ ស៊ីនុស
cos	៖ កូស៊ីនុស
tan	៖ តង់សង់
AB	៖ អង្កត់ AB ឬ ប្រវែង AB
D	៖ បន្ទាត់ D
$\angle A$	៖ មុំ A ឬរង្វាស់នៃមុំ A
$\overline{AB}$	៖ វ៉ិចទ័រ AB
$\lvert\overline{AB}\rvert$	៖ ប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\overline{AB}$
$\vec{u}(a, b)$	៖ កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$
$\vec{u}\cdot\vec{v}$	៖ ផលគុណស្កាលែនៃវ៉ិចទ័រ
P	៖ ប្លង់ P
$P // Q$	៖ ប្លង់ស្របគ្នា
$P \perp Q$	៖ ប្លង់កែងគ្នា
$P \cap Q$	៖ ប្លង់ប្រសព្វគ្នា

បញ្ជីអត្ថបទ

ជំពូកទី1 : តក្កវិជ្ជា សំណុំនិងចំនួន 1

1. តក្កវិទ្យា 1
2. សំណុំ 28
3. ចំនួន 49

ជំពូកទី2 : ពហុធា 63

1. ពហុធា 63
2. ប្រមាណវិធីចែកពហុធា 77

ជំពូកទី3 : សមីការនិងវិសមីការ 119

1. សមីការដឺក្រេទី2មានមួយអញ្ញាត 119
2. ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ 132
3. វិសមីការ 145

ជំពូកទី4 : ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់ 165

1. កូអរដោនេនៃចំណុច 165
2. សមីការបន្ទាត់ 173
3. សមីការរង្វង់ 180
4. ដំណោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប 195

ជំពូកទី5 : អនុគមន៍និងក្រាបអនុគមន៍ 206

1. អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍ 206
2. អនុគមន៍ដឺក្រេទី2និងក្រាបរបស់វា 214
3. អនុគមន៍សនិទាន អនុគមន៍អសនិទាន 228

មេរៀនទី១ តក្កវិទ្យា

មេរៀនសង្ខេប

*សំណើគឺជាអំណះអំណាងមួយដែលគេអាចសម្រេចបានជាពិត ឬក៏មិនពិត។

*បើ p ជាសំណើពិត នោះ p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនឹង 1 គឺ $ត.(p)=1$ ។

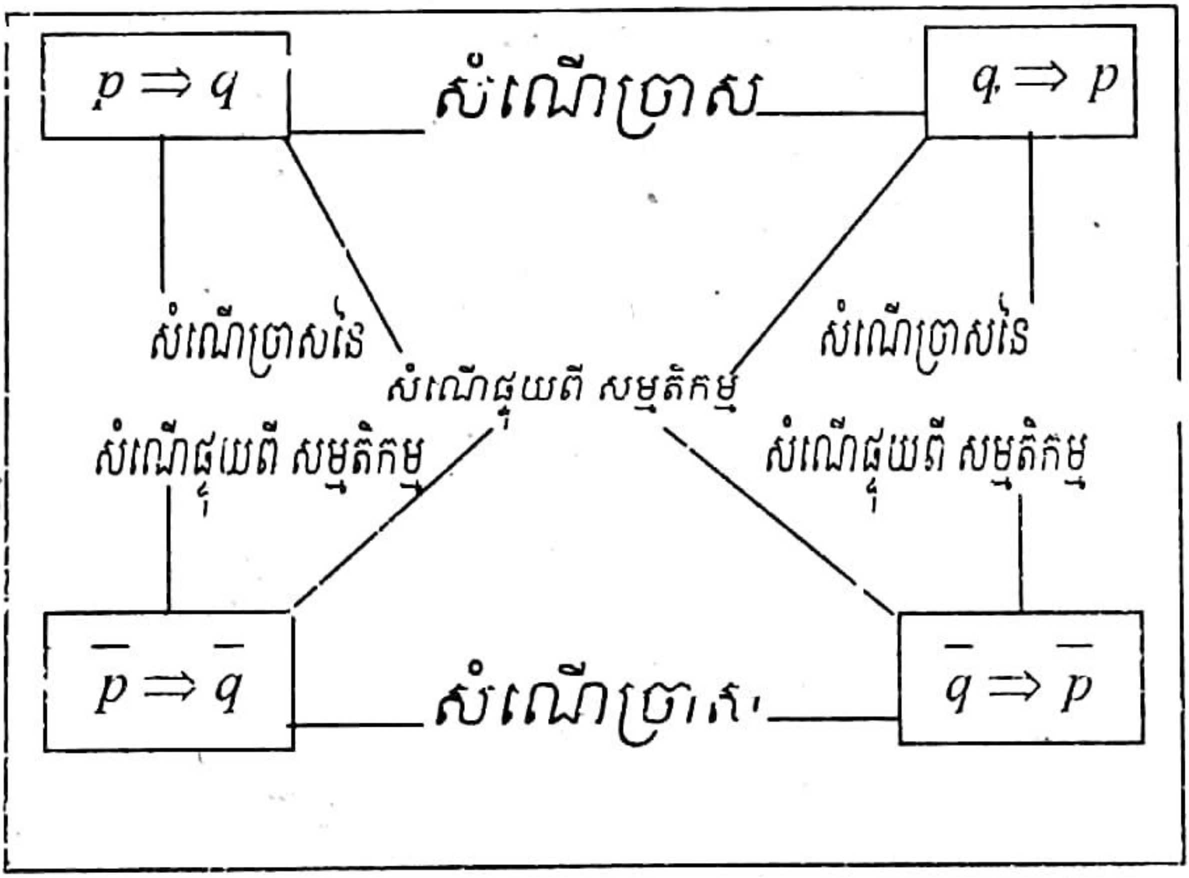
*បើ p ជាសំណើមិនពិត នោះ p មានតម្លៃភាពពិតស្មើនិង 0 គឺ $ត.(p)=0$

*ឈ្នាប់ និង $(\wedge)$: សំណើ $p\wedge q$ ពិតតែក្នុងករណីដែល p,q ជាសំណើពិតទាំងពីរ។

*ឈ្នាប់ ឬ $(\vee)$: សំណើ $p\vee q$ មិនពិតតែក្នុងករណីដែល p និង q ជាសំណើមិនពិតទាំងពីរ។

*ឈ្នាប់ មិន($\overline{\ }$): សំណើ p និង $\overline{p}$ សំណើ មានតំលៃភាពពិតខុសគ្នា។

*ឈ្នាប់ នាំឲ្យ($\Rightarrow$): សំណើ $p \Rightarrow q$ មិនពិតតែក្នុងករណីដែល p ពិត តែ q មិនពិត។ p លក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ដើម្បី q ។ q ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ដើម្បី p ។



*ឈ្នាប់សមមូល($\Leftrightarrow$): សំណើ

$p \Leftrightarrow q$ ពិតតែក្នុងករណីដែលសំណើ p និងសំណើ q មានតម្លៃភាពពិតដូចគ្នា។ p ជាលក្ខខណ្ឌចាំបាច់ និងគ្រប់គ្រាន់ដើម្បី q ។

*ប្រភេទនៃសម្រាយបញ្ជាក់ សម្រាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទាល់ សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម សម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត សម្រាយបញ្ជាក់តាមទ្វេលក្ខខណ្ឌ និងសម្រាយបញ្ជាក់តាមឧទាហរណ៍ផ្ទុយ។

លំហាត់

1. គេមានសំណើពីរ

p: ចំនួនសិស្សមធ្យមសិក្សាកំពុងកើនឡើង និង q: សិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។សរសេរជាឃ្លាចំពោះសំណើនីមួយៗដូចខាងក្រោម៖

ក) $p \wedge q$ ខ) $p \vee q$ គ) $\overline{q}$ ។

2. គេមានសំណើពីរ

p : ដារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា

q : ដារ៉ាដណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា។

ចូរសរសេរសំណើខាងក្រោមដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាតក្កវិទ្យា។

ក, ដារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា និង ដារ៉ាដណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា។

ខ, ដារ៉ាមិនមែនជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា។

គ, ដារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាឬដារ៉ាដណ្តើមបានមេដាយក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យា។

ឃ, ដារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាឬដារ៉ាដណ្តើមមិនបានមេដាយមាសក្នុងការប្រឡងគណិតវិទ្យាទេ

3. គេមានសំណើបី ៖

p : សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក

q : សិស្សានុសិស្សគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមាន
លក្ខណៈល្អ

r : សិស្សានុសិស្សសប្បាយក្នុងការសិក្សា
គណិតវិទ្យា ។

ចូរសរសេរសំណើផ្សំខាងក្រោមដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាតក្កវិទ្យា

ក, សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក និងគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈមិនល្អ។

ខ, សិស្សានុសិស្សសប្បាយក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា និង គិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈល្អ ។

គ, សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក ឬគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខណៈមិនល្អ ។

ឃ, សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក ឬគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមានលក្ខពរាៈល្អ ។

4. សរសេរសំណើបដិសេធនៃសំនើដូចខាងក្រោម

ក, ម៉ាស៊ីនផ្ញើសារជាប់រវល់និងម៉ាស៊ីនថតចំឡងខូច។

ខ, បាល់ទី 1 ពណ៌ស ឬបាល់ទី 2 ពណ៌ក្រហម ។

គ, អាវយឺតមានស្នាមប្រឡាក់ និង មិនមែនលក់នៅហាងសូរិយា ។

5. កំនត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោម

ក, ផែនដីមានទំហំមិនធំជាងព្រះច័ន្ទទេ ។

ខ, 3+4=7 និង ខែមករាមានចំនួន 32 ថ្ងៃ ។

គ, 3+4=7 ឬ ខែមករាមានចំនួន 32 ថ្ងៃ ។

ឃ, និស្សិតមហាវិទ្យាល័យខ្លះផឹកកាហ្វេ និង និស្សិតទាំងអស់មានទូរស័ព្ទដៃ ។

6. សង់តារាងភាពពិតនៃសំណើនីមួយៗដូចខាងក្រោម

ក) $\overline{p}\vee\overline{q}$ ខ) $\overline{\overline{p}\vee q}$ គ) $p\vee\left(q\wedge\overline{p}\right)$ ។

7. កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោមតាមករណីនីមួយៗ ខាងក្រោម៖

*ករណីទី 1: p ពិត q មិនពិត និង r ពិត

*ករណីទី 2 : p មិនពិត q មិនពិត និង r ពិត

ក) $\overline{p}\vee(q\wedge r)$ ខ) $(\overline{p}\wedge r)\wedge q$ គ) $(\overline{p}\wedge\overline{q})\vee\overline{r}$

ឃ) $(\overline{p}\vee\overline{q})\vee\overline{r}$ ង) $(p\wedge\overline{q})\vee r$ ។

8. ដោយប្រើតារាងភាពពិត

ចូរបញ្ជាក់គូសំណើដែលសមមូលគ្នា៖

ក) $p\vee\overline{q}$ និង $\overline{p}\wedge q$ ខ) $\overline{p}\wedge q$ និង $\overline{p\vee\overline{q}}$

គ) $q\wedge(\overline{p}\vee q)$ និង $\overline{\overline{p}\vee q}$ ។

9. គេមានសំណើ

p : គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខសេស

q : គ្រាប់ឡុកឡាក់មិនចេញលេខ 5 ។

ដោយប្រើលក្ខណៈរបស់ដឺម៉ដេន (De Morgan) ចំពោះសំណើខាងក្រោម និង សរសេរសំណើដែលបានទាំងនោះឲ្យទៅជាឃ្លាប្រយោគ ។

ក) $\overline{p\wedge q}$ ខ) $\overline{p\vee\overline{q}}$ គ) $\overline{\overline{p}\wedge q}$ ឃ) $\overline{p\wedge\overline{q}}$

ង) $\overline{\overline{p}\vee\overline{q}}$ ។

10. កំនត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោម:

ក, បើ $10+5=15$ នោះ $56\div 7=8$ ។

ខ, បើ 2 ជាចំនួនគត់គូ 6 និង ជាចំនួនគត់សេស នោះ 15 គឺជាចំនួនគត់សេស

គ, (ត្រីកោណមួយមាៈនជ្រុង 4 ឬការេមានជ្រុង 3) និង ចតុកោណមានជ្រុង 4

11. ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ចូរបង្ហាញថាបើ $x^2-1<0$ នោះ $-1<x<1$ ។

12. សរសេរសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើខាងក្រោម៖

ក) បើខ្ញុំសិក្សាគណិតវិទ្យានោះខ្ញុំនឹងប្រឡងជាប់អាហារូបករណ៍ ។

ខ) បើ x ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន នោះ x^2 ជាចំនួនមិនអវិជ្ជមាន ។

គ) បើផែនដីវិលជុំវិញព្រះអាទិត្យ នោះព្រះច័ន្ទ នឹង

វិលជុំវិញផែនដី។

13. ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិត

ក) បង្ហាញថា $\sqrt{5}$ ជាចំនួនអសនិទាន

ខ) បង្ហាញថា $\sqrt{p}$ ជាចំនួនអសនិទានចំពោះគ្រប់ចំនួនបឋម p ។

14. រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយពីអំណះអំណាងខាងក្រោម៖

ក) ផលគុណនៃចំនួនអសនិទានពីរខុសគ្នាជាចំនួនអសនិទាន ។

ខ) បើ $x \geq \sqrt{7}$ នោះ $x \geq 3$ ។

គ) $f(n) = n^2 + n + 1$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបផង និងជាពហុគុណនៃ 3 ផងចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបអវិជ្ជមាន n ។

15. ប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មដើម្បីបង្ហាញករណីខាងក្រោម៖

ក) គេមាន x និង y ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន និង

xy ជាចំនួនគត់សេស នោះ និង ក៏ជាចំនួនគត់សេសនោះ x និង y ក៏ជាចំនួនគត់សេសដែរ ។

ខ) គេមាន $x(x-2)<0$ នោះ $0<x<2$ ។

ដំណោះស្រាយ

1). គេមានសំណើពីរ តាងដោយ

p : ចំនួនសិស្សមធ្យមសិក្សាកំពុងកើនឡើង

q : សិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា

<u>សរសេរជាឃ្លាចំពោះសំណើ</u>៖

ក) $p\wedge q$: ចំនួនសិស្សមធ្យមសិក្សាកំពុងកើនឡើង និងសិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។

ខ) $p\vee q$: ចំនួនសិស្សមធ្យមសិក្សាកំពុងកើនឡើង រឺ សិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។

គ) $\overline{q}$: សិស្សភាគច្រើនមិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ។

2). គេមានសំណើពីរ :

p : ដារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា

q : ដារ៉ាជណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រលងគណិតវិទ្យា

<u>សរសេរសំណើខាងក្រោមដោយនិមិត្តសញ្ញា តក្កវិទ្យា</u>

ក) ដារ៉ាជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា ហើយ ដារ៉ាជណ្តើមបានមេដាយមាសក្នុងការប្រលងគណិតវិទ្យា ។ គឺ $p \wedge q$ ។

ខ) $\overline{p}$

គ) $p \vee q$

ឃ) $p \vee \overline{q}$

ង) $\overline{p} \wedge \overline{q}$

3). គេមានសំណើបី៖

p : សិស្សានុសិស្សដោះស្រាយលំហាត់ដោយលំបាក ។

q : សិស្សានុសិស្សគិតថាការបង្រៀនរបស់គ្រូមាន

លក្ខណៈល្អ ។

r : សិស្សានុសិស្សសប្បាយក្នុងការសិក្សា

គណិតវិទ្យា ។

<u>សរសេរសំណើផ្សំដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាតក្កវិទ្យា</u>

ក) $p \wedge \overline{q}$

ខ) $r \wedge q$

គ) $p \vee \overline{q}$

ឃ) $p \wedge q$

4). <u>សរសេរសំណើបដិសេធ</u>៖

ក) ម៉ាស៊ីនផ្ញើសារនៅទំនេរ រឺ ម៉ាស៊ីនថតចំលងមិន

ខូច ។

ខ) បាល់ទី 1 ពណ៌ខុសពី ស និង បាល់ទី 2 ពណ៌ខុស

ពី ក្រហម ។

គ) អាវយឺតគ្មានស្នាមប្រឡាក់ រឺ លក់នៅហាង

សុរិយា ។

5). កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោម

ក) សំណើមិនពិត

ខ) សំណើមិនពិត

គ) សំណើពិត

ឃ) សំណើមិនពិត

6). <u>សង់តារាងភាពពិតនៃសំណើ</u>៖

ក) $\overline{p} \vee \overline{q}$

p	q	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$\overline{p} \vee \overline{q}$
1	1	0	0	1
1	0	0	1	1
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1

ខ) $\overline{\overline{p} \vee q}$

p	q	$\overline{p}$	$\overline{p} \vee q$	$\overline{\overline{p} \vee q}$
1	1	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	0

គ) $p \vee \left(q \wedge \overline{p}\right)$

p	q	$\overline{p}$	$q \wedge \overline{p}$	$p \vee \left(q \wedge \overline{p}\right)$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	0	1	0	0

7) កំនត់តម្លៃភាពពិត នៃសំណើខាងក្រោម

<u>ករណីទី 1</u>៖ p ពិត ,q មិនពិត និង r ពិត

ក) $\overline{p}\vee(q\wedge r)$

យើងនិងកំនត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើនេះតាមតារាងភាពពិតដូចខាងក្រោម៖

p	q	r	$\overline{p}$	$q\wedge r$	$\overline{p}\wedge(q\wedge r)$
1	0	1	0	0	0

ដូចនេះ $\left(\overline{p}\vee(q\wedge r)\right)=0$ ។

<u>សំគាល់</u>៖ ចំពោះលំហាត់បន្តបន្ទាប់ទៀតប្អូនៗសាកល្បងព្យាយាមធ្វើតាមគំរូខាងលើ ។

ខ) $\left(\left(\overline{p}\wedge r\right)\wedge q\right)=0$

គ) $\left(\left(\overline{p}\wedge\overline{q}\right)\vee\overline{r}\right)=0$

ឃ) $\left(\left(\overline{p}\wedge\overline{q}\right)\vee\overline{r}\right)=0$

ង) $((p \wedge \overline{q}) \vee r) = 1$

ករណីទី 2៖ p មិន q មិនពិត និង r ពិត

ក) 1 ; ខ) 0 ; គ) 1 ; ឃ) 1 ; ង) 1

8). *ដោយប្រើតារាងភាពពិតចូរបញ្ជាក់គូសំណើដែលសមមូលគ្នា៖*

ក) $p \vee \overline{q}$ និង $\overline{p} \wedge q$

p	q	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$p \vee \overline{q}$	$\overline{p} \wedge q$
1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0

តាមតារាងភាពពិត $p \vee \overline{q}$ និង $\overline{p} \wedge q$ ជាសំណើមិនសមមូលគ្នា ។

<u>សំគាល់</u>៖ *សំណើពីរ រឺ ច្រើនសមមូលគ្នាកាលណាវាមានតំលៃភាពពិតដូចគ្នា ។*

ខ) $\overline{p}\wedge q$ និង $\overline{p\vee\overline{q}}$

p	q	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$\overline{p}\wedge q$	$p\vee\overline{q}$	$\overline{p\vee\overline{q}}$
1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0

តាមតារាងភាពពិតយើងឃើញថាសំណើ $\overline{p}\wedge q$ និង $\overline{p\vee\overline{q}}$ សមមូលគ្នា ។

គ) $q\wedge\left(\overline{p}\wedge q\right)$ និង $\overline{\overline{p}\vee q}$

p	q	$\overline{p}$	$\overline{q}$	$\overline{p}\vee q$	$q\wedge\left(\overline{p}\vee q\right)$	$\overline{p}\vee q$	$\overline{\overline{p}\vee q}$
1	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	0

តាមតារាងភាពពិតយើងបាន៖ $q\wedge(\overline{p}\vee q)$ និង $\overline{\overline{p}\vee q}$ មិនសមមូលគ្នា ។

9). គេមានសំណើ

p : គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខសេស

q : គ្រាប់ឡុកឡាក់មិនចេញលេខ 5

ដោយប្រើលក្ខណៈរបស់ De Morgan ចំពោះសំណើខាងក្រោម និង សរសេរសំណើដែលបានទាំងនោះឲ្យទៅជាឃ្លាប្រយោគ ។

ក) តាមលក្ខណៈ De Morgan យើងបាន

$\overline{p\wedge q}=\overline{q}\vee\overline{p}$: គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខគូ រឺលេខ 5 ។

ខ) តាមលក្ខណៈ De Morgan យើងបាន

$\overline{p\vee\overline{q}}=\overline{p}\wedge\overline{\overline{q}}=\overline{p}\wedge q$: គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខគូ ។

គ) តាមលក្ខណៈ De Morgan យើងបាន

$\overline{\overline{p}\wedge q}=\overline{\overline{p}}\vee\overline{q}=p\vee\overline{q}$:គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខសេស ។

ឃ) តាមលក្ខណៈ De Morgan យើងបាន

$\overline{p \wedge \overline{q}} = \overline{p} \vee \overline{\overline{q}} = \overline{p} \vee q$: គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខគូ រឺ មិនចេញលេខ 5 ។

ង) តាមលក្ខណៈ De Morgan យើងបាន

$\overline{\overline{p} \vee \overline{q}} = \overline{\overline{p}} \wedge \overline{\overline{q}} = p \wedge q$: គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខសេស ដែលខុសពីលេខ 5 ។

10). <u>កំនត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើខាងក្រោម៖</u>

ក). បើ $10+5=15$ នោះ៖ $56 \div 7 = 8$

តាង $p: 10+5=15$

$q: 56 \div 7 = 8$

យើងបាន៖ តំលៃភាពនៃ $(p)=1$,

តំលៃភាពនៃ $(q)=1$

សំណើនៃ (ក) ទៅជា៖ $p \Rightarrow q$

គេបាន តំលៃភាពពិត $(p \Rightarrow q)=1$

ដូចនេះ **សំណើខាងលើពិត**

ខ). តាង $p:2$ ជាចំនួនគត់គូ =1

$q:6$ ជាចំនួនគត់សេស =0

$r:15$ ជាចំនួនគត់សេស =1

សំណើនៃសំនួរ (ខ) ទៅជា៖ $(p\wedge q)\Rightarrow r$

យើងនឹងបកស្រាយតាមតារាងភាពពិត

p	q	r	$p\wedge q$	$(p\wedge q)\Rightarrow r$
1	0	1	0	1

ដូចនេះ តំលៃភាពពិតនៃ $\boxed{\left[(p\wedge q)\Rightarrow r\right]=1}$

គ) តាង p : ត្រីកោណមួយមានជ្រុង $4=0$

q : ការេមានជ្រុង $=0$

r : ចតុកោណមានជ្រុង $4=1$

សំណើនៃសំនួរ គ) ទៅជា :

$(p\vee q)\wedge r$

យើងនិងបកស្រាយតាមតារាងភាពពិត

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge r$
0	0	1	0	0

ដូចនេះ $\tau\left[(p \vee q) \wedge r\right] = 0$

11) បង្ហាញថាបើ $x^2 - 1 < 0$ នោះ $-1 < x < 1$

តាង $p : x^2 - 1 < 0$

$q : -1 < x < 1$

នាំឱ្យ $\overline{p} : x^2 - 1 \geq 0$

$\overline{q} : x \leq -1 \vee x \geq 1$

ឧបមាថា : $x \leq -1$ ឬ $x \geq 1$

+ចំពោះ $x \leq -1$

នាំឲ្យ : $x^2 \geq 1$ ហើយ $x^2 - 1 \geq 0$ (1)

+ចំពោះ $x \geq 1$

នាំឲ្យ : $x^2 > 1$ ហើយ $x^2 - 1 \geq 0$ (2)

តាម (1)&(2) បញ្ជាក់ថាសំណើ $\overline{p}: x^2 - 1 \geq 0$

ឲ្យយើងទាញបាន : $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$ (ពិត)

ដូចនេះ $p \Rightarrow q$ (ពិត) គឺ

បើ $x^2 - 1$ នោះ $-1 < x < 1$

12) <u>សសេរសំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្មនៃសំណើ:</u>

ក) បើខ្ញុំប្រលងមិនជាប់អាហារូបករណ៍នោះខ្ញុំមិនសិក្សាគណិតវិទ្យា ។

ខ) បើ x^2 zជាចំនួនអវិជ្ជមាននោះ x ជាចមនួនគត់រ៉ឺឡាទីបមិនវិជ្ជមាន ។

គ) បើព្រះច័ន្ទនឹងមិនវិលជុំវិញផែនដីនោះមិននោះមិនវិលជុំវិញព្រះអាទិត្យ ។

13) ដោយប្រើសម្រាយបញ្ជាក់តាមសំនើផ្ទុយពីការពិត

ក) <u>បង្ហាញថា $\sqrt{5}$ ជាចំនួនអសនិទាន</u>

ឧបមា : $\sqrt{5}$ ជាចំនួនសនិទាន

តាង $\sqrt{5}=\frac{a}{b} / a,b\in \mathbb{N}^*$

$\Rightarrow a^2=5b^2$ (1)

យើងបំបែក a និង b ជាផលគុណនៃកត្តាបឋម

យើងបាន : $\begin{cases} a=a_1,a_2,...,a_n \\ b=b_1,b_2,...,b_m \end{cases}$

ដែល a_i,b_j ជាចំនួនបឋម

$i=\overline{1,n}; j=\overline{1m}$ (យើងអចាសរសេរ

$a_1,a_2,...,a_n,b_1,b_2,...,b_m$ ជាចំនួនបឋម)

(1) ទៅជា : $\underbrace{(a_1,a_2,...,a_n)^2}_{\text{មាន } 2n \text{ កត្តា}}=\underbrace{5(b_1,b_2,...,b_m)^2}_{\text{មាន } 2m+1 \text{ កត្តា}}$

យើងសង្កេតឃើញថាអង្គទី១ មានចំនួន

ចំនួនកត្តាបឋមជាចំនួនគូ តែអង្គទី2មានចំនួន

$2m+1$ ចំនួនកត្តាបឋមជាចំនួនសេស ។ នាំឲ្យសមភាព (1) ផ្ទុយពីការពិត ។

ដូចនេះ: $\sqrt{5}$ ជាចំនួនសនិទាន

ខ) បង្ហាញថា

$\sqrt{n}$ ជាចំនួនអសនិទានចំពោះគ្រប់ចំនួនបឋម p:

ឧបមា $\sqrt{p}$ ជាចំនួនសនិទាន

តាង $\sqrt{p}=\frac{m}{n} / m,n\in \square ,n\neq 0$

$\Rightarrow m^2 = pn^2 \qquad (1)$

តែ $\begin{cases} m=m_1,m_2,...,m_r \\ n=n_1,n_2,...,n_q \end{cases}$

ដែល $m_1,m_2,...,m_r,n_1,n_2,...,n_q$ ជាចំនួនបឋម ។

(1) ទៅជា

$(m_1,m_2,...,m_r)^2 = p(n_1,n_2,...,n_q)^2$ (ផ្ទុយពីការពិត)

ព្រះអង្គទី1មាន $2n$ កត្តាបឋម តែអង្គទី

(ជំនួសសំនួរ គ.)

ដូចនេះ

$\sqrt{p}$ ជាចំនួនអសនិទាន , $\forall p$ បឋម

14) <u>រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយនៃអំណះអំណាង</u>

ក) យក $\sqrt{12}\times\sqrt{13}=\sqrt{36}=6\notin$ □

ខ) យក $x=\sqrt{8}$ តែ $x=\sqrt{8}<3$

គ) យក $n=-1$ នោះ $f(-1)=1\in$ □

តែមិនមែនជាពហុគុណនៃ ទេ ។

15) សម្រាយបញ្ជាក់ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម ដើម្បីបង្ហាញ

ក) គេមាន x និង y ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាននិង xy ជាចំនួនគត់សេសនោះ x និង y ក៏ជាចំនួនគត់សេសដែរ

ឧបមា x ឬ y ជាចំនួនគត់គូ

យើងបានបីករណីដូចខាងក្រោម

+ករណីទី $x=2k, y=2m+1$

$\Rightarrow xy = 2k(2m+1)$ ជាចំនួនគត់គូផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

+ករណីទី $x = 2k+1, y = 2m$

$\Rightarrow xy = 2m(2k+1)$ ជាចំនួនគត់គូផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

+ករណី $x = 2k, y = 2m$

$\Rightarrow xy = 2k.2m = 2(2mk)$ ជាចំនួនគត់គូផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

ដូចនេះ

x និង y ជាចំនួនគត់សេស

ខ) គេមាន : $x(x-2) < 0$ នោះ $0 < x < 2$

ឧបមា : $x \le 0$ ឬ $x \ge 2$

+ករណី $x \le 0$:

នាំ៖ $x - 2 \le -2$

$\Rightarrow x(x-2) \ge 0$ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

+ករណី $x \geq 2$:

នោះ៖ $x-2 \geq 0$

$x(x-2) \geq 0$ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

ដូចនេះ៖

$$x(m-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$$

មេរៀនទី2 សំណុំ

មេរៀនសង្ខេប

★ សំណុំគឺជាបណ្តុំនៃវត្ថុ ដែលកំណត់ដោយលក្ខខណ្ឌជាក់លាក់ ។

★ ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A តាងដោយ $n(A)$ ។

★ សំណុំទទេ គឺជាសំណុំដែលគ្មានធាតុសោះ ហើយតាងដោយ $\varnothing$ ។

★ ការកំណត់សំណុំមានពីររបៀប៖ កំណត់តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងកំណត់តាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុ ។

★ សំណុំរាប់អស់ជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុជាចំនួនកំណត់ ។

សំណុំអនន្តជាសំណុំដែលមានចំនួនធាតុច្រើនរាប់

មិនអស់ ។

★ សំណុំស្មើគ្នា កាលណាសំណុំទាំងពីរមានបញ្ជីឈ្មោះធាតុដូចគ្នា ។

★ A ជាសំណុំរងនៃ B លុះត្រាតែគ្រប់ $x\in A$ នោះ $x\in B$ ។

★ បើ A ជាសំណុំរងនៃ B នោះ $n(A)\le n(B)$ ។

★ បើ A ជាសំណុំរងផ្ទាល់នៃ B នោះ $n(A)<n(B)$ ។

★ សំណុំសកល គឺជាសំណុំដែលមានគ្រប់ធាតុដែលគេបានជ្រើសរើសយកមកសិក្សា ។

★ សំណុំរងបំពេញ $\overline{A}=\{x/x\notin A, x\in U\}$ ។

★ សំណុំប្រសព្វ $A\cap B=\{x\in A$ និង $x\in B\}$ ។

★ សំណុំប្រជុំ $A\cup B=\{x\in A$ ឬ $x\in B\}$ ។

★ សំណុំ A និង B ជាសំណុំដាច់គ្នា លុះត្រាតែ $A\cap B=\varnothing$ ។

★ ចំពោះគ្រប់សំណុំ A និង សំណុំសកល U គេបាន៖

$A\cap\overline{A}=\varnothing$, $A\cup\overline{A}=U$ ។

★ បើ A និង B ជាសំណុំរាប់អស់ នោះគេបាន

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ ។

★ លក្ខណៈដឺម៉ស៊េន (De Morgan)៖

$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}, \overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$ ។

★ លក្ខណៈផ្តុំ៖ $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

★ លក្ខណៈបំបែក៖

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

លំហាត់

1. កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និង កំណត់ចំនួនធាតុនៃសំណុំដូចខាងក្រោម៖

ក. $A=$ សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប ដែលធំជាង -2 និងតូចជាង 5 ។

ខ. $B =$ សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបដែលធំជាង ឬស្មើ 3 និងតូចជាងឬស្មើ 15 ។

គ. $C = \{x / x$ ជាពហុគុណនៃ 3 និង $1 \le x \le 25\}$

ឃ. $D = \{x / x$ ជាពហុគុណនៃ 5 និង $7 \le 2x \le 25\}$ ។

2. កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាសំណុំ និងតាមការរាប់ឈ្មោះធាតុ :

ក. $A =$ សំណុំចំនួនគត់សេសវិជ្ជមានតូចជាង 13 ។

ខ. $B =$ សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ 7 ចំនួនដំបូងគេ ។

គ. $C =$ សំណុំនៃពហុគុណវិជ្ជមាននៃ 3 ដែលតូចជាង 19 ។

ឃ. $D =$ សំណុំនៃពហុគុណនៃ 5 ដែលនៅចន្លោះពី 4 ដល់ 26 ។

3. គេមានសំណុំ $F = \{x / x$ ជាចំនួនរ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានដែលជាតួចែកនៃ $30\}$ និង $R = \{x / x$ ជាចំនួន

គត់គូនិងជាពហុគុណនៃ ដែល $2 \le x \le 30\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំ F និង R តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

ខ. កំណត់ធាតុនៃ x ដែល $x \in F$ និង $x \in R$ ។

4. គេឲ្យសំណុំ $A = \{x / x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន ដែល $x^2 < 15\}$ និងសំណុំ

$B = \{x / x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន និង x ជាតួចែកនៃ 45 ។

ក. កំណត់សំណុំ A និងសំណុំ B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

ខ. កំណត់ x ដែល $x \in A$ និង $x \in B$ ។

គ. កំណត់សំណុំ $U = \{x / x \in A$ ឬ $x \in B\}$ ។

5. គេឲ្យសំណុំសកល $U = (5,6,7,8,9,10,11,12,13)$ ។

ក. $A = \{x / x \in U$ និង x ជាពហុគុណនៃ $3\}$ ។

ខ. $B = \{x / x \in U$ និង x ជាចែកនៃ $60\}$ ។

គ. $C=\{x/x\in U$ និង x ជាចំនួនបឋម $\}$ ។

6. គេឲ្យសំណុំ $\{x/x=3n+2, n$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចជាង ឬស្មើ $9\}$ និង $B=\{x/x=6m-1, m$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចជាង ឬស្មើ $5\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។

ខ. កំណត់ទំនាក់ទំនងរវាង A និង B ដោយប្រើសញ្ញា $\subseteq$ ។

7. គេឲ្យសំណុំសកល $U=\{x/x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល $1\le x\le 20\}$ ។

ក. $A=\{x/x$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $3\}$ ។

ខ. $B=\{x/x$ ជាពហុគុណនៃ $3\}$ ។

រួចបង្ហាញថា $n(A)+n(B)=n(U)$ ។

8. គេមានសំណុំសកល $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ ហើយនិងសំណុំរងពីរ $A=\{a,c,e\}$ និង $B=\{b,d,f,h\}$ ។ កំណត់សំណុំ $\overline{A}$ និង $\overline{B}$ តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។ តើ A គឺជាសំណុំរងផ្ទាល់នៃ $\overline{B}$ ដែរឬទេ ?

9. គេឲ្យសំណុំ

$A=\{x/1\le x\le 5\}, B=\{x/0<x<3\}$ និង $C=\{x/|x|>2\}$ ដែល x ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន ។កំណត់សំណុំខាងក្រោម :

ក. $A\cup B$ ។

ខ. $B\cap C$ ។

គ. $\overline{B}\cap C$ ។

10. គេឲ្យសំណុំសកល $U=\{x/x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន $\}$ ហើយនិងសំណុំរងពីរ

$A=\{x/x\in U$ និង $x\geq 5\}$ និង $B=\{x/x\in U$ និង $x<12\}$ ។កំណត់ $n(A\cap B)$ និង $n(\overline{A})$ ។

11. គេតាងចំនួនធាតុនៃសំណុំ $\overline{A},\overline{B}$ និង $A\cap B$ នៅក្នុងដ្យាក្រាមវិន ។ គេឲ្យ $n(\overline{A}\cap B)=n(A\cap\overline{B})$ ។

ក. កំណត់តំលៃ x

ខ. កំណត់ $n(A)$ និង $n(B)$ ។

12. គេមានបីសំណុំ A,B និង C ដែល $U=A\cup B\cup C$ ។

តាងដោយចំនួននៃសំណុំវងទាំងបីនៅក្នុងដ្យាក្រាមវិន ។

ក. គេឲ្យ $n(A\cap B)=n(B\cup C)$ ចូររកតំលៃនៃ x ។

ខ. គេឲ្យ $n(B\cap\overline{C})=n(\overline{A}\cap C)$ ចូររកតំលៃនៃ y ។

គ. រក $n(U)$ ។

13. គេមានដ្យាក្រាមវ៉ែនតាងសំណុំបី A,B និង C ។

ចូរគូសឆ្នូតរកសំណុំដូចខាងក្រោម :

ក. $(A\cap B)\cap\overline{C}$ ។

ខ. $(A\cap\overline{B})\cup C$ ។

14. តាមការសម្ភាសអតិថិជនចំនួន 130 នាក់បានឲ្យដឹងថា មានអតិថិជនចំនួន 74 នាក់ចូលចិត្តទិញផលិតផលនៅក្នុងស្រុកចំនួន 70 នាក់ចូលចិត្តទិញផលិតផលបរទេសនិងចំនួន 41 នាក់ចូលចិត្តផលិតផលទាំងពីរនេះ ។ រកចំនួនអតិថិជនដែលចូលចិត្តទិញផលិតផលដូចករណីខាងក្រោម :

ក. ទិញតែផលិតផលក្នុងស្រុក ។

ខ. ទិញតែផលិតផលក្រៅស្រុក ។

គ. មិនទិញផលិតផលទាំងពីរ ។

ដំណោះស្រាយ

1, <u>កំណត់សំណុំតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ និងកំណត់ចំនួនធាតុនៃសំណុំខាងក្រោម</u>

ក. $A=\{-1,0,1,2,3,4\}$

$n(A)=6$

ខ. $B=\{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12;13,14,15\}$

$n(B)=13$

គ. $C=\{3,6,9,12,15,18,21,24\}$

$n(C)=8$

ឃ. $D=\{5,10,15\}$

$n(D)=3$

2) <u>កំណត់សំណុំតាមលក្ខណៈរួមនៃធាតុដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញាសំណុំ និងតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ:</u>

ក.

$A = \{x / x$ ជាចំនួនគត់សេសវិជ្ជមានតូចជាង$13\}$

$\Rightarrow A = \{1,3,5,7,9,11\}$

ខ. $B = \{x / x$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

7 ចំនួនដំបូងគេ $\}$

$B = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

គ. $C = \{x / x$ ជាពហុគុណវិជ្ជ-

ា ដែលតូចជាង $19\}$

$C = \{3,6,9,12,15,18\}$

ឃ. $D = \{x / x$ ជាពហុគុណនៃ

5 ដែលនៅចន្លោះ 4 ដល់ $26\}$

$\Rightarrow D = \{5,10,15,20,25\}$

3) ក. <u>កំនត់សំណុំ F និង R តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ</u>

មាន : $F = \{x / x \in \mathbb{N}^{+} \wedge$ ជាតួចែកនៃ $30\}$

$\Rightarrow$ $\boxed{F = \{1,2,3,5,6,15,30\}}$

និង $R=\{x/x$ គត់គូ $\wedge$ ជាពហុគុណនៃ $3 \wedge 2 \leq x \leq 30\}$

ខ. <u>កំនត់ធាតុនៃ x ដែល $x \in F \wedge x \in R$</u>

ដោយ $\{6,30\} \in F \wedge \{6,30\} \in R$

ដូចនេះ $\boxed{x \in \{6,30\}}$

4) ក. <u>កំនត់ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ :</u>

មាន : $A=\{x/x \in \square^{+} \wedge x^2 < 15\}$

$\Rightarrow \boxed{A=\{1,2,3\}}$

និង $B=\{x/x \in \square^{+} \wedge$ ជាតួចែកនៃ $45\}$

$\Rightarrow \boxed{B=\{3,5,9,15,45\}}$

ខ. <u>កំនត់ x ដែល $x \in A \wedge x \in B$:</u>

មាន $A=\{1,2,3\}$

$B=\{3,5,9,15,45\}$

$\Rightarrow \{1,2\} \notin B$

ដូចនេះ $\boxed{x \in \{1,2\}}$

គ. កំណត់ U

មាន : $U=\{x/x\in A\vee x\in B\}$

ដោយ : $A=\{1,2,3\}$

$B=\{3,5,9,15,45\}$

ដូចនេះ $\boxed{U=\{1,2,3,5,9,15,45\}}$

5) កំណត់សំណុំខាងក្រោមតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ

មាន : $U=\{5,7,8,9,10,11,12,13\}$

ក. $A=\{x/x\in U\wedge x$ ជាពហុគុណនៃ $3\}$

$\Rightarrow \boxed{A=\{6,9,12\}}$

ខ. $B=\{x/x\in u\wedge x$ ជាតួចែកនៃ $60\}$

$\Rightarrow \boxed{B=\{5,6,10,12\}}$

គ. $C=\{x/x\in u\wedge x$ បឋម $\}$

$\Rightarrow \boxed{C=\{5,7,11,13\}}$

6) ក. កំណត់ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ

$A=\{x/x=3n+2,n\in ℕ^*,n\leq 9\}$

$$\Rightarrow \boxed{A=\{5,8,11,14,17,20,23,26,29\}}$$

ខ. <u>កំណត់ទំនាក់ទំនង A និង B ដោយប្រើសញ្ញា $\subseteq$</u>

ដោយគ្រប់ធាតុនៃសំណុំ ជាធាតុនៃសំណុំ A

ដូចនេះ៖ $\boxed{B\subseteq A}$

7) <u>កំណត់សំណុំរងតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ</u>

មាន : $U=\{x / x\in \square^{+} \wedge 1\le x\le 20\}$

$\Rightarrow U=\{1,2,3,4,5,...,18,19,20\}$

ក. $A=\{x / x$ មិនមែនជាពហុគុណនៃ $3\}$

$\Rightarrow A=\{1,2,4,5,7,8,10,11,13,14,16,17,19,20\}$

ដូចនេះ៖ $\overline{A}=\{x / x\notin A, x\in U\}$

$$\boxed{A=\{3,6,9,12,15,18\}}$$

ខ. $B=\{x / x$ ជាពហុគុណនៃ $3\}$

$\Rightarrow B=\{3,6,9,12,15,18\}$

$\Rightarrow \overline{B}=\{x / x\notin B, x\in U\}$

ដ.

$$E = \{1,2,4,5,7,8,10,11,13,14,16,17,19,20\}$$

បង្ហាញថា $n(A)+n(B)=n(U)$

មាន $n(A)=14$

$n(B)=6$

$n(U)=20$

$\Rightarrow n(A)+n(B)=14+6=20=n(U)$

ដូចនេះ $n(A)+n(B)=n(U)$

8) +<u>កំណត់ $\overline{A}$ និង $\overline{B}$ តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ</u>

មាន $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$

$A=\{a,c,e\}$

$\Rightarrow \overline{A}=\{x / x\in A, x\in U\}$

$\Rightarrow$ $\overline{A}=\{b,d,f,g,h\}$

ហើយ : $B=\{d,b,f,h\}$

$\Rightarrow \overline{B}=\{x / x\in B, x\in U\}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\overline{B}=\{a,c,e,g\}}$

+ដោយ $A=\{a,c,e\}$ នោះ A ជាសំណុំរងផ្ទាល់នៃ $\overline{B}$ ។

៦) <u>កំណត់សំណុំខាងក្រោម :</u>

មាន x ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិរ៉ឺឡាទីបរិជ្ជមាន

ហើយ $A=\{x/1\le x\le 5\}$

$\Rightarrow A=\{1,2,3,4,5\}$

$B=\{x/0<x<5\}$

$\Rightarrow B=\{1,2,3,4\}$

$C=\{x/|x|>2\}$

$\Rightarrow C=\{\ \}$

ដូចនេះ ក. $A\cup B=\{0,1,2,3,4,5\}$

ខ. $B\cap C=\varnothing$

គ. $\overline{B}\cap C=\{x/x\ge 3\}$ ។

10) កំណត់ $n(A\cap B)$ និង $n(\overline{B})$

មាន $U=\{x/x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន $\}$

$\Rightarrow U=\{1,2,3,..,\}$

$A=\{x/x\in U\wedge x\geq 5\}$

$\Rightarrow A=\{5,6,7,8,...,\}$

$B=\{x/x\in U\wedge x<12\}$

$=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$

យើងបាន : $A\cap B=\{x\in A\wedge x\in B\}$

$\Rightarrow A\cap B=\{5,6,7,8,9,10,11\}$

ដូចនេះ $\boxed{n(A\cap B)=7}$

ម្យ៉ាងទៀត $\overline{A}=\{x/x\notin A, x\in U\}$

$\Rightarrow \overline{A}=\{1,2,3,4\}$

ដូចនេះ $\boxed{n(\overline{A})=4}$

11) ក. <u>កំណត់តំលៃ</u> x

យើងមាន : $n(\overline{A}\cap B)=n(A\cap\overline{B})$

តាមដ្យាក្រាមវ៉ិន, គេបាន

$n(\overline{A}\cap B)=2x-5$

$n(A\cap\overline{B})=x+7$

$\Rightarrow 2x-5=x+7$

$\boxed{x=12}$

ខ. កំ $n(B)$

តាមដ្យាក្រាមវ៉ិន ,គេបាន

$n(A)=(2x-5)+2=2\times12-3=21$

$n(B)=2+x+7=2+12+7=21$

ដូចនេះ៖ $\boxed{n(A)=n(B)=21}$

12) ក. <u>រក x</u>

តាមរូប ,យើងបាន $n(A\cap B)=x$

និង $n(B\cap C)=4$

សម្មតិកម្ម : $n(A\cap B)=n(B\cap C)$

$\Leftrightarrow \boxed{x=4}$

ខ. រក y

តាមរូប, យើងបាន $n(B\cap\overline{C})=x+6$

និង $n(\overline{A}\cap C)=4+y$

សម្មតិកម្ម : $n(B\cap\overline{C})=n(\overline{A}\cap C)$

$\Leftrightarrow x+6=4+y$

$\Leftrightarrow y=4+6-4$

$\Leftrightarrow \boxed{y=6}$

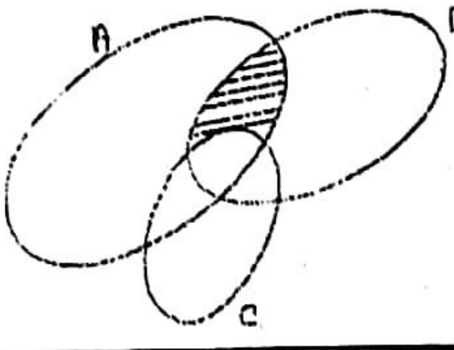
គ. រក $n(U)$

មាន $U=A\cup B\cup C$

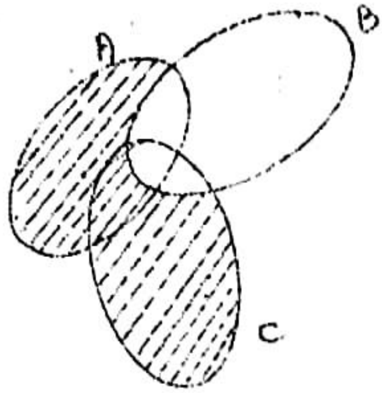
$\Rightarrow n(U)=8+x+6+4+y$

ដូចនេះ $\boxed{n(U)=8+4+6+4+6=28}$

13) ក. ផ្នែកធូតតាងឲ្យសំណុំ $(A\cap B)\cap\overline{C}$



ខ. ផ្នែកឆូតតាងឲ្យសំណុំ $(A\cap\overline{B})\cup C$



14) ក. <u>ចំនួនអបិតិជនដែលចូលចិត្តទិញផលិតផលក្នុងស្រុក</u>

តាង

L : សំណុំអបិតិជនចូលចិត្តទិញផលិតផលក្នុងស្រុក

F : សំណុំអបិតិជនចូលចិត្តផលិតផលក្រៅស្រុក

U : សំណុំអបិតិជនទាំងអស់

គេបាន $n(L\cap\overline{F})=n(L)-n(L\cap F)$

$=74-41=33$

ដូចនេះ $\boxed{n(L\cap\overline{F})=33}$

ខ.<u>ចំនួនអតិថិជនដែលចូលចិត្តទិញតែផលិតផលក្រៅស្រុក</u>

គេបាន $n\left(F\cap\overline{L}\right)=n(F)-n(L\cap F)$

$$=70-41=29$$

ដូចនេះ $\boxed{n\left(F\cap\overline{L}\right)=29}$

គ. <u>ចំនួនអតិថិជនដែលមិនទិញផលិតផលទាំងពីរប្រភេទ</u>

កំនត់ដោយ

$$n\left(\overline{L\cup F}\right)=n(U)-n(L\cup F) \qquad (*)$$

តែ $n(L\cup F)=n(L)+n(F)-n(L\cap F)$

$$=74+70-41=103$$

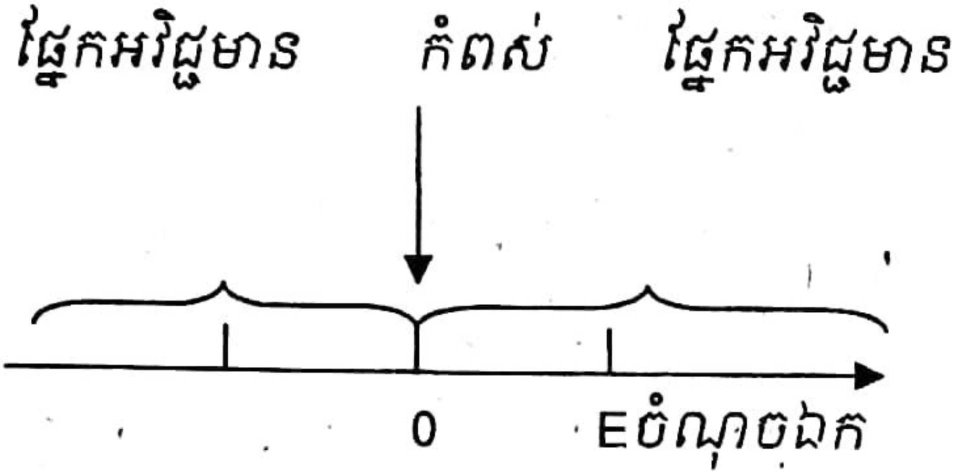
$(*)$ ទៅជា : $n\left(\overline{L\cup F}\right)=130-103$

ដូចនេះ $\boxed{n\left(\overline{L\cup F}\right)=27}$

មេរៀនទី3 ចំនួន

មេរៀនសង្ខេប

+បន្ទាត់ចំនួន



+លក្ខណៈនៃតំលៃដាច់ខាត a:

$|a| = a$ បើ $a \geq 0$

$|a| = -a$ បើ $a < 0$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត

$a, |a| \geq 0, |a| = 0$ លុះត្រាតែ $a = 0$ ។

+សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ □ $=\{1,2,...,\}$ ។

+សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប □ $=\{...,-2,...,\}$ ។

+ចំនួនសនិទានមានទម្រង់ $\frac{m}{n}$ ដែល m និង n ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប

+សំណុំចំនួនសនិទាន តាងដោយ □ ។

ចំណែកថ្នាក់នៃចំនួនពិត

- ចំនួនពិត
  - ចំនួនសនិទាន
    - ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប
      - ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន :1,2,3,...
      - 0
      - ចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបអវិជ្ជមាន :-1,-2,-3
    - មិនមែនចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប : $\frac{1}{8}, \frac{4}{3}, \dots$
  - ចំនួនអសនិទាន : $\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \pi, \dots$

+ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a និង b

គេបាន: $a<b \Leftrightarrow \sqrt{a}<\sqrt{b}$

+ចំពោះ $a>b$ និង $b>0$ គេបាន

: $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}, \sqrt{a^2}=\left(\sqrt{a}\right)^2, \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ។

+ទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10មានរាង :

$$abcd_2=a\times10^3+b\times10^2+c\times10+d$$

+ ទម្រង់ពន្លាតនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 2មានរាង:

$$abcd_2=a\times2^3+b\times2^2+d$$ ។

លំហាត់

1.បញ្ជាក់តម្លៃនៃចំនួនពិត

x ដោយប្រើសញ្ញាវិសមភាពដោយដឹងថា

x ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់

កាលណាគេសរសេរជាចំនួនទសភាគ ។

2.គណនាកន្សោម $\sqrt{48}-\frac{\sqrt{27}}{2}+\frac{1}{\sqrt{12}}$ ។

3. រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម

ចំពោះ $x=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ និង $y=\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ ។

ក) $x+y$ ខ) xy គ) x^2y+xy^2 ឃ) $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$

4. ក. សម្រួលកន្សោម $\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$ ។

ខ. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃ

ដោយប្រើលទ្ធផលនៃ $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ សំនួរ ក. ។

5. សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ពន្លាត:

ក. 123 ខ. 4321 គ. 65432 ឃ. 123456។

6. សរសេរចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនប្រព័ន្ធរាប់គោល10:

ក. $\left(3\times10^5\right)+\left(2\times10^3\right)+\left(1\times10\right)+4$ ។

ខ.

$$\left(8\times10^7\right)+\left(7\times10^6\right)+\left(6\times10^4\right)+\left(5\times10^3\right)+\left(4\times10^2\right)+3$$

គ.

$$\left[\left(3\times10^3\right)+\left(2\times10^2\right)+1\right]+\left[\left(4\times10^4\right)+\left(1\times10^3\right)+\left(1\times10^2\right)+\left(4\times10^1\right)+3\right]$$

7. បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល

ក. 1001_2 ខ. 100001_2 ។

គ. 10011001_2 ឃ. 101010011_2 ។

8. បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល2:

ក. 19 ខ. 123 គ. 1234 ឃ. 12345។

9. ប្រៀបធៀបចំនួនក្នុងគូចំនួនយនទីមួយៗ ហើយ គណនាផលដករវាងចំនួនទី 1 និងទី 2 ក្នុងគូចំនួនទីមួយៗដូចខាងក្រោម :

ក. 10_{10} និង 10_2 ខ. 100_{10} និង 100_2 គ. 123_{10} និង 1101_2 ។

1) <u>បញ្ជាក់តំលៃនៃចំនួនពិត</u> x

យើងសិក្សាលើសំណុំចំនួនពិត □

ដោយដឹងថា x ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់កាលណាគេសរសេរចំនួនទសភាគ

យើងបាន $[10]=10$ (អានថា $[10]$ ផ្នែកគត់នៃ 10)

$[10,1]=10$

.

.

.

$[99,1]=99$ ជាលេខពីរខ្ទង់

$[99,9]=99$ ជាលេខពីរខ្ទង់

តែ $[100]=100$ ជាលេខបីខ្ទង់ (មិនយក)

ដូចនេះ: $10 \le x < 100$

2) <u>គណនា</u>

$$\sqrt{48}-\frac{\sqrt{27}}{2}+\frac{1}{\sqrt{12}}$$

$$=4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{12}}{12}$$

$$=4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$=\frac{24\sqrt{3}-9\sqrt{3}+\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{14\sqrt{3}}{6}=\boxed{\underline{8\sqrt{3}}}$$

3) រកតំលៃនៃកន្សោម

ចំពោះ $x=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$$y=\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

ក. $x+y=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

$$=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{7}}{7-5}$$

ដូចនេះ · $\boxed{x+y=\sqrt{7}}$

ខ. $x.y=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}.\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{7^2}-\sqrt{5^2}}$

$$=\frac{1}{7-5}=\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{xy=\frac{1}{2}}$

គ. $x^2y+xy^2=xy(x+y)$

$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{7}\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{x^2y+xy^2=\frac{\sqrt{7}}{2}}$

ឃ. $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}$

$$=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{7}\right)^2-2.\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=12$$

ដូចនេះ $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=12$

4) ក. សំរួលកន្សោម

$$\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$$

$$=\left[\left(1+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]\left[\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\right]$$

$$=\left(1+\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{3^2}=1+2\sqrt{2}+2-3$$

$$=\boxed{2\sqrt{2}}$$

ខ. <u>បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង</u>

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}}{\left[\left(1+\sqrt{2}\right)\right]\left[\left(1+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]}$$

$$=\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \boxed{\frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}$$

5. សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ពន្លាត :

ក. $123 = 1\times10^2 + 2\times10 + 3$

ខ. $4321 = 4\times10^3 + 3\times10^2 + 2\times10 + 1$

គ. $65432 = 6\times10^4 + 5\times10^3 + 4\times10^2 + 3\times10 + 2$

ឃ. $123456 = 1\times10^5 + 2\times10^4 + 3\times10^3 + 4\times10^2 + 5\times10 + 6$

6. សរសេរចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធរាប់គោល 10:

ក. $(3\times10^5) + (2\times10^3) + (1\times10) + 4$

$= 300000 + 2000 + 10 + 4$

$= \boxed{302014}$

ខ.

$(8\times10^7)+(7\times10^6)+(6\times10^4)+(5\times10^3)+(4\times10^2)+3$

$=80000000+7000000+60000+5000+400+3$

$=$ 87065403

គ.

$[(3\times10^3)\times(2\times10^2)+1]+[(4\times10^4)+(1\times10^3)+(1\times10^2)+(4\times10^1)+3]$

$=3201+41143$

$=$ 44344

7. <u>បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10:</u>

ក. $1001_2=1\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1$

$=$ 9

ខ.

$100001_2=1\times2^5+0\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1$

$= \boxed{33}$

គ. $10011001_2 = 1\times2^7 + 0\times2^6 + 0\times2^5 +$

$1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1$

$= 128 + 16 + 8 + 1$

$= \boxed{153}$

ឃ. $101010011_2 = 1\times2^8 + 0\times2^7 + 1\times2^6 +$

$0\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1$

$= 256 + 64 + 16 + 2 + 1$

$= \boxed{339}$

8. <u>បំប្លែងចំនួនខាងក្រោមទៅជាចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល 2</u>:

ក. $19 = 10011_2$

ខ. $123 = 1111011_2$

គ. $1234 = 1001101001_2$

ឃ. $12345 = 110000001\ 101_2$

<u>*សំគាល់ :*</u>

សូមមើលមេរៀននៅក្នុងសៀវភៅពុម្ពសិស្សត្រង់ទំព័រ 47 ផ្នែក ឃ. ។

9. *ប្រៀបធៀបចំនួនក្នុងគូនីមួយៗហើយគណនាផលដករវាងចំនួនទី1 និងទី2ក្នុងគូនីមួយៗខាងក្រោម:*

ក. 10_2 និង 10_{10}

មាន $10_2 = 1\times 2 + 0 = 2_{10}$

$\Rightarrow 10 > 2_{10} = 10_2$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{array}{l} 10_{10} - 10_2 = 8_{10} \\ 10_{10} > 10_2 \end{array}}$

ខ. 100_{10} និង 100_2

មាន $: 100_2 = 1\times 2^2 + 1\times 2 + 10 = 4_{10}$

$\Rightarrow 100_{10} > 4_{10} = 1002$

ដូចនេះ៖

$$100_{10} - 100_2 = 96_{10}$$
$$100_{10} > 100_2$$

គ. 123_{10} និង 1101_2

ដោយ $1101_2 = 13_{10}$

ដូចនេះ៖

$$123_{10} - 1101_2 = 110_{10}$$
$$123_{10} > 1101_2$$

លំហាត់ជំពូកទី 1

1. គេមានសំណើ p : ចំនួនសិស្សថយ

q : សិស្សភាគច្រើនចូលចរៀនភាសាខ្មែរ

សរសេរជាឃ្លាចំពោះសំណើនីមួយៗដូចខាងក្រោម:

ក. $\overline{p} \wedge q$ ខ. $p \vee \overline{q}$ ។

2. គេមានសំណើ "បើការសម្ភាសធ្វើការរបស់អ្នកបានលទ្ធផលល្អ នោះអ្នកនិងបានការងារធ្វើ "។

បើសិនជាអ្នកបានសម្ភាស និងបានការងារធ្វើ តើអ្នកសន្និដ្ឋានថាការសម្ភាសរបស់អ្នកបានលទ្ធផលល្អដែរឬទេ ? ចូរពន្យល់ ? ។

3. គេឲ្យសំ.ណុំសាកល

$U = \{x / x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល $1 \leq x \leq 20\}$ ។

ក.កំនត់សំណុំរងខាងក្រោមតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះជាតុ :

$A = \{x / x\ 2\}$ ជាពហុគុណនៃ

$B = \{x / x$ ជាពហុគុណនៃ $3\}$

$C = \{x / x$ ជាពហុគុណនៃ $6\}$

ខ. កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើទីមួយៗ

$C \subset A; B \subset A, C \subset B$ ។

4. កំណត់គ្រប់ចំនួនគតើធ្មជាតិពី 1 ដល់ 100 ដែលជាពហុគុណនៃ 3 និង ជាពហុគុណនៃ 5 ។

5. គេឲ្យសំណុំសាកល

$U = \{x / x$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិដែល $3 \le x \le 20\}$ និងសំណុំរងពីរ

$A = \{x / x$ ជាចំនួនគត់សេស $\}$ និង

$B = \{x / x$ ជាចំនួនបឋម $\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះជាតុ

ខ. រំណាត់សំណុំ $C=\{x/x\in A$ និង $x\in B\}$ និង $D=\{x/x\in A$ ឬ $x\in B\}$ តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។ តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះសំណុំ C និង B សំណុំ D និង A ?

6. រកលក្ខខណ្ឌនៃសំណើពីរ p និង q ដើម្បីឲ្យសំណើ តាមការរៀបរាប់តាមករណីដូចខាងក្រោម :

ក. (p និង q) ពិត

ខ. មិន (p ឬ q) ពិត ។

គ. (p និង q) មិនពិត

ឃ. មិន (p ឬ q) មិនពិត ។

7. p ជាសំណើពិត q ជាសំណើមិនពិត r និង ជាសំណើពិត ។

កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើៈដូចខាងក្រោម :

ក. $(p\vee\overline{q})\wedge(\overline{p\wedge r})$ ។

ខ. $(\overline{r}\vee\overline{p})\vee\overline{q}$ ។

គ. $\left(\bar{p}\vee\bar{q}\right)\vee\left(\bar{r}\vee q\right)$ ។

ឃ. $\left(\bar{r}\vee\bar{q}\right)\wedge\left(\bar{r}\vee\bar{p}\right)$ ។

8. រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយនៃអំណះអំណាងខាងក្រោម:

ក.

$f(x)=x^2-27x+k, k\in\square, f(x)=0$ មានឫសបី ចំពោះគ្រប់តម្លៃ k ។

ខ. $f(n)=(n+1)(n+2)(n+3)$ ចែកដាច់នឹង 12 ចំពោះគ្រប់តម្លៃ n ។

9. គេឲ្យសំណុំ

$G=\{x/x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល $3x<5$ ឬ $5<x\leq 8\}$ និងសំណុំ $p=\{x/x$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមានដែល$10\leq 3x+24\}$ ។

ក. កំណត់សំណុំ G និង p តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ

ខ. កំណត់ធាតុ x ដែល $x\in G$ និង $x\notin p$ ។

10. គេឲ្យសំណុំសាកល $U=\{x/x$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានទីបនិង $3\le x\le 8\}$ ។ $A=\{x/10<x^2\le 25\}$ និង $B=\{x/8x-9>30\}$ ជាសំណុំរងនៃ U ។

ក. កំណត់សំណុំ A និង B តាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ ។ រកធាតុ x ដែល $x\in A$ និង $x\notin B$ ។

ខ. តើ $A\subseteq B$ ជាសំណើពិតឬទេ ?

11. តាមការសម្ភាសអតិថិជនចំនួន 145 នាក់ បានឲ្យដឹងថា មានអតិថិជនចំនួន 90 នាក់ចូលចិត្តទិញអាវចំនួន 50 នាក់ចូលចិត្តទិញខោ និងចំនួន 41 នាក់ចូលចិត្តទិញទាំងអាវនិងខោ ។

រកចំនួនអតិថិជនដែលចូលចិត្តទិញដូចករណីខាងក្រោម :

ក. ទិញតែអាវ ។

ខ. ទិញតែខោ ។

គ. មិនទិញអ្វីសោះ ។

12. គេឲ្យចំនួនពិតមិនសូន្យ a និង b ដែល $A=ab, B=|ab|, C=|a||b|, D=-ab$ ។

តាមករណីខាងក្រោម តើចំនួន A,B,C និង D ស្មើគ្នាដែរឬដែរ?

ក. a និង b មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

ខ. a និង b មានសញ្ញាខុសគ្នា ។

13. ដោយប្រើសំរាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីរសម្មិតកម្មចូរបង្ហាញថា :

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n បើ $n^2>25$ នោះ $n>5$ ។

14. ដោយប្រើសំរាយបញ្ជាក់តាមសំណើផ្ទុយពីការពិតបង្ហាញថា :

ក. $x+\frac{1}{x}>2$ ចំពោះគ្រប់ $x>1$ ។

ខ. គ្មានចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប p និង q ដែល

$\frac{p^2}{q^2}=2$ ។

15. គណនាផលបូក និងផលដកនៃចំនួនក្នុងប្រព័ន្ធគោល ដូចខាងក្រោម :

ក. 110_2+101_2

ខ. 1011_2+101_2

គ. 1101_2-1001_2

16. ΔABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល B ហើយមានជ្រុង $AB=1$ ។ D ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង BC ដែល $AD=CD=2$ ។

រកប្រវែងជ្រុង AC ?

ដំណោះស្រាយ

1) <u>សរសេរជាឃ្លា</u>

ក. $\overline{p}\wedge q$: ចំនួនកើនឡើងនិងសិស្សភាគច្រើនចូលចិត្តរៀនភាសាខ្មែរ ។

ខ. $p\vee\overline{q}$: ចំនួនសិស្សថយចុះរឺសិស្សភាគច្រើនមិនចូលចិត្តរៀនភាសារខ្មែរ ។

2) តាងសំណើ :

p : ការសម្ភាសធ្វើការបានលទ្ធផលល្អ

q : អ្នកនឹងបានការងារធ្វើ

គេមាន $\begin{Bmatrix} p\Rightarrow q \\ q \end{Bmatrix}$ ពិត , នោះ $\begin{Bmatrix} p \\ p \end{Bmatrix}$ អាចពិតឬមិនពិត

ដូចនេះ យើងមិនអាចសន្និដ្ឋានថាការសម្ភាសបានលទ្ធផលល្អទេ ។

3) ក. <u>កំណត់សំណុំរងតាមការរៀបរាប់ឈ្មោះធាតុ</u>

$A=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}$

$B=\{3,6,9,12,15,18\}$

$C=\{6,12,18\}$

ខ. <u>កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើនីមួយៗ</u> :

ក. $(C\subset A)=1$

ខ. $(B\subset A)=0$

គ. $(C\subset B)=1$

4) តាង ជាសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិពី 1 ដល់ 100 ដែលជាពហុគុណនៃ 3 និង ពហុគុណនៃ 5

ដូចនេះ $A=\{15,30,45,60,75,90\}$

5) ក. $A=\{3,5,7,9,11,13,1517,19\}$

$B=\{3,5,7,11,13,17,19\}$

ខ. $C=A\cap B=\{3,5,7,11,13,17,19\}$

$D=A\cup B=\{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

6) រកលក្ខខណ្ឌនៃសំណើ

ក. p ពិត និង q មិនពិត

ខ. p មិនពិត និង q មិនពិត

គ. p និង q មានតម្លៃភាពពិតខុសគ្នា

ឃ. p និង q មានតម្លៃភាពពិតខុសគ្នា ។

7) កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើ

ដើម្បីកំណត់តម្លៃភាពពិតនៃសំណើទាំងនេះ យើងត្រូវសង់តារាងតម្លៃភាពពិតរបស់វា,ដូចនេះ

ក. ត.$\left(\left(p \vee \overline{q}\right) \wedge \left(\overline{p \wedge r}\right)\right) = 1$

ខ. ត.$\left(\left(\overline{r} \vee \overline{p}\right) \vee \overline{q}\right) = 1$

គ. ត.$\left(\left(\overline{p} \vee \overline{q}\right) \vee \left(\overline{r} \vee q\right)\right) = 1$

ឃ. ត.$\left(\left(\overline{r} \vee \overline{q}\right) \wedge \left(\overline{r} \vee \overline{p}\right)\right) = 0$

8) រកឧទាហរណ៍ផ្ទុយ :

ក. បើយក $k = 26$ នោះ $f(x) = 0$

យើងអាចសរសេរ : $f(x) = x^2 - 27x + 26 = 0$

មានរឹស ផ្សេងគ្នាគឺ $x_1 = 1, x_2 = 26$

មានន័យថា សមីការមានឬសតែពីរគត់

ខ. យក $n = 0 \Rightarrow f(x) = 6$

មិនចែកដាច់នឹង12 ទេ ។

9) ក. $G = \{1, 6, 7, 8\}$

$p = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

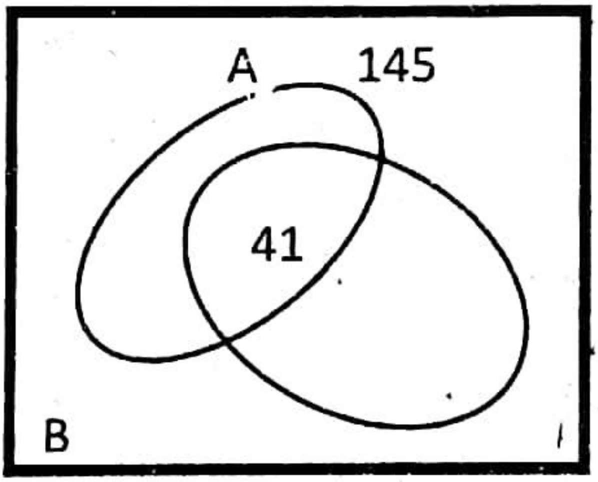
ខ. $x = 1$

10) ក. $A = \{4, 5\}$

$B = \{5, 6, 7, 8\}$

ខ. $A \subseteq B$ ជាសំណើពិត

11)



តាង U : សំណុំអបិតិជនទាំងអស់ដែលបានសម្ភាស

A : សំណុំអបិតិជនដែលចូលចិត្តទិញអាវ

B : សំណុំអបិតិជនដែលចូលចិត្តទិញខោ

$A \cap B$: សំណុំអបិតិជនដែលចូលចិត្តទិញខោនិងអាវ

<u>រកចំនួនអបិតិជនដែលចូលចិត្ត</u>

ក. ទិញតែអាវគឺ :

$$n\left(A \cap \overline{B}\right) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 90 - 41 = \boxed{49} \text{ នាក់}$$

ខ. ទិញតែខោគឺ:

$$n\left(B \cap \overline{A}\right) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 50 - 41 = \boxed{9} \text{ នាក់}$$

គ. មិនទិញអ្វីសោះគឺ :

$$n\left(\overline{A \cup B}\right) = n(u) - n(A \cup B) \quad (1)$$

តែ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$= 90 + 50 - 41 = 99$$

(1) នោះគេបាន : $n(\overline{A\cup B})=145-99=$ **46** នាក់

12) $a,b\in \square^*, A=ab, B=|ab|,$

$C=|a|.|b|, D=-ab$ ។

ក. ករណី a និង b មានអញ្ញាតដូចគ្នា,

គេបាន: $a.b>0$

ម្យ៉ាងទៀត $|ab|=|a|.|b|=a.b\neq -ab$

ដូចនេះ $A=b=C\neq D$

ខ. a និង b មានអញ្ញាតខុសគ្នា នោះ $ab<0$

គេបាន : $|ab|=|a|.|b|=-ab\neq ab$

ដូចនេះ: $A\neq B=D=C$

13) ដោយប្រើសំរាយបញ្ជាក់សំណើផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

បង្ហាញថា : $\forall n\in \square$, បើ $n^2>25$ នោះ $n>5$.

តាង $p: n^2>25$

$q: n > 5$

ឧបមាថា : $\bar{q}: n \leq 5$ នោះគេបាន :

$$n = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$n = 1 \Rightarrow n^2 = 1$$

$$n = 2 \Rightarrow n_2 = 4$$

ចំពោះ $n = 3 \Rightarrow n^2 = 9$

$$n = 4 \Rightarrow n^2 = 16$$

$$n = 5 \Rightarrow n^2 = 25$$

មានន័យថា $n^2 \leq 25$ ផ្ទុយពីសម្មតិកម្ម

គេបាន $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ ជាសំណើពិត

ហើយ $p \Rightarrow q$ ជាសំណើពិតដែរ ។

ដូចនេះ បើ $n^2 > 25$ នោះ $n > 5, \forall n \in \square$.

មេរៀនទី1 ពហុធា

មេរៀនសង្ខេប

ឯកធា និង ពហុធា

+ឯកធា គឺជាកន្សោមដែលប្រមាណវិធីលើអថេរ មានតែវិធីគុណ និងស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្ត គត់វិជ្ជមាន ឬសូន្យ ។

+ឯកធាដូចគ្នា គឺជាឯកធាដែលមានផ្នែកអថេរដូចគ្នា ។

+ដឺក្រេ នៃឯកធា ជាផលបូកនិទស្សន្តរបស់អថេរ នីមួយៗនៃឯកធា ។

+ពហុធា ជាផលបូកនៃច្រើនឯកធាខុសគ្នា ។

+ដឺក្រេ នៃពហុធា គឺជាដឺក្រេរបស់តួដែលមានដឺក្រេ ខ្ពស់ជាងគេ ។

ប្រមាណវិធីលើពហុធា

+ដើម្បីបូក ឬដកពីរពហុធា គេត្រូវបូក ឬដកឯកធាដែលដូចគ្នា

+ដើម្បីគុណពហុធា និងពហុធាគេយកតួទីមួយៗនៃពហុធាទីមួយ គុណនិងគ្រប់តួនៃពហុធាទីពីរ រួចធ្វើប្រមាណវិធី ។

រូបមន្ត

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - a - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

លំហាត់

1. តាង $A = x^2 + xy - 3y^2, B = 2x^2 - xy + 4y^2, C = -3x^2 + 5y^2$

សម្រួលសន្សោមខាងក្រោម :

ក. $A - B + C$

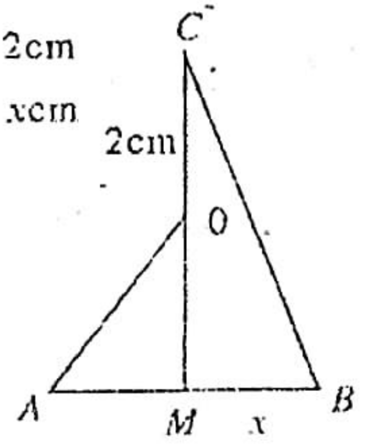
ខ. $A - 2B + 3C$

គ. $3(-A + B) + 2C$

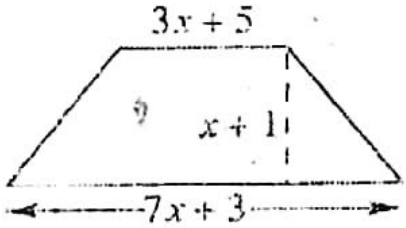
2. សរសេរពហុធាដែលតំណាងអោយផ្ទៃក្រឡាដូចក្នុងរូបខាងក្រោម :

ក. $OM = OC = 2\text{cm}$

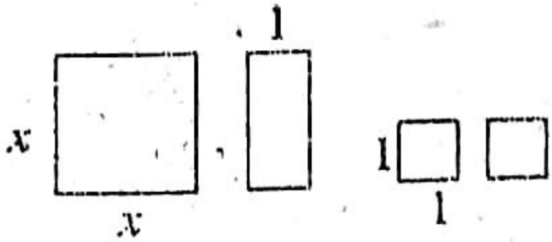
$AM = MB = x\text{cm}$



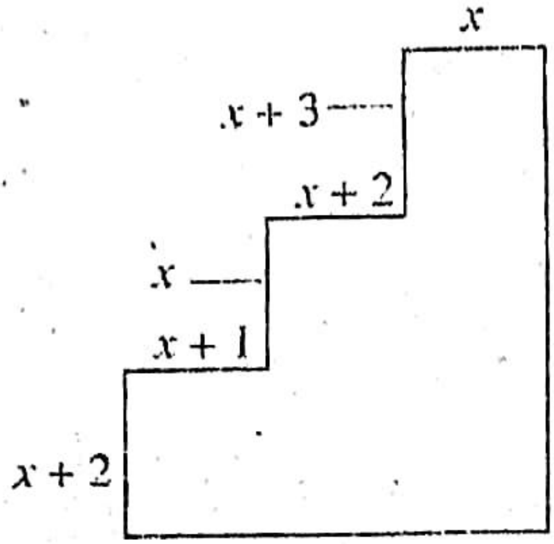
គ.



ខ.



ឃ.



3. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម:

ក. $(2a-3b)(4a+5b)$

ខ. $(3x-1)(x^2+7x-5)$

គ. $(x+1)(x-1)(x^2+1)$

ឃ. $(2a-b+3c)^2$

ង. $\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^3$

ច. $(a-2)(a^2 2a+4)$

4. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម:

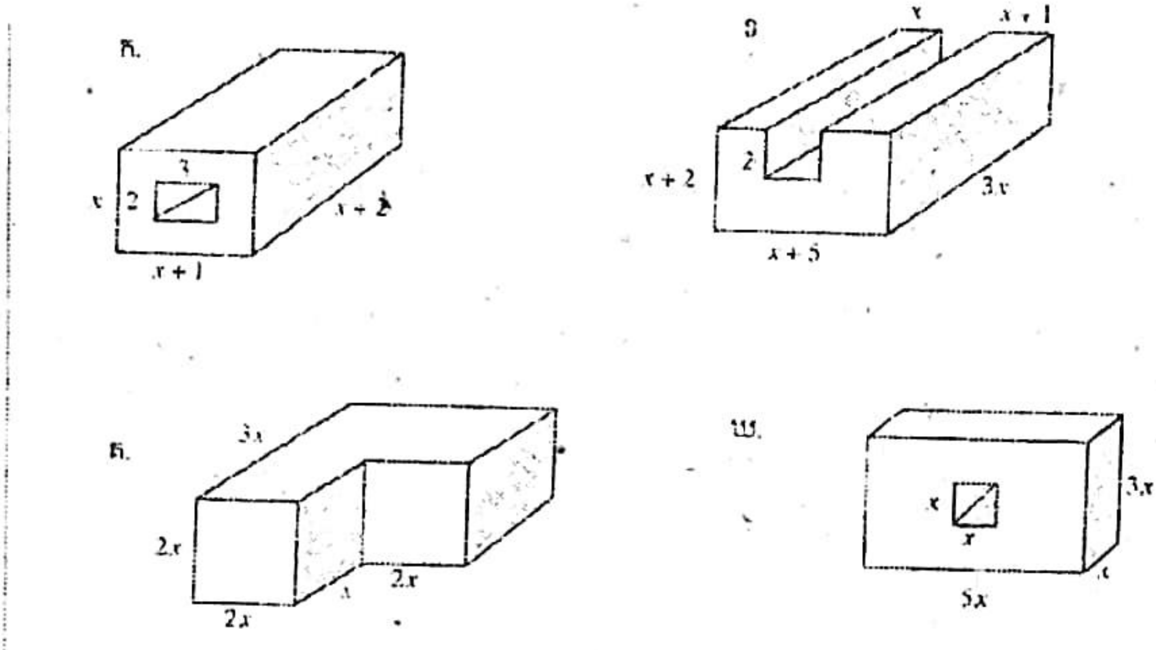
ក. $(a+b-3)(a+b+1)$

ខ. $(x+y+z)(x-y+z)$

គ. $(x+y)^2(x-y)^2$

ឃ. $(x+2)(x-6)(x-8)(x+4)$

5. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុប និងមាឌនៃរូបខាងក្រោម:



6. ដាក់កន្សោមជាផលគុណកត្តា

ក. $3a^2b-18b^2$

ខ. $x^2-11x+24$

គ. $x(x-4)-5$

ឃ. $6x^2+13x-8$

ង. $(a-3)^2-(a-3)$

ច. x^2-x-y^2-y

7. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក. $(x-y)(x-y+5)+6$

ខ. $a^2-2ab+b^2-9$

គ. $x^2-(4a-3b)x-12ab$

ឃ. $4(x-3y)^2-9(x-3y)+5$

ង. $(2x-3)^3-(2y-x)^3$

ច. $x^2+xy-6y^2+5x+35y-36$

ដំណោះស្រាយ

1) <u>*សំរួលកន្សោម*</u>

$$A = x^2 + xy - 3y^2$$

$$B = 2x^2 - xy + 4y^2$$

$$C = -3x^2 + 5y^2$$

ក. $A - B + C = \left(x^2 + xy - 3y^2\right) - \left(2x^2 - xy + 4y^2\right)$

$-\left(2x^2 - xy + 4y^2\right) + \left(-3x^2 + 5y^2\right)$

$= \boxed{-4x^2 + 2xy - 2y^2}$

ខ. $A - 2B + 3C = -2x^2 + 3xy + y^2$

គ. $C = 3\left(-A + B\right) + 2C = -3x^2 - 6xy + 31y^2$

2) <u>*សរសេរពហុធាដែលតាងឲ្យផ្ទៃក្រឡាដូចរូប*</u>:

ក. $3x$

ខ. $x^2 + x + 2$

គ. $4x^2 + 6x + 2$

ឃ. $6x^2+14x+6$

3) <u>ពន្លាតកន្សោម</u>

ក. $(2a-3b)(4a5b)=8a^2-2ab-15b^2$

ខ. $3x^3+20x^2-22x+5$

គ. x^4-1

ឃ. $4a^2+b^2+9c^2-4ab+12ac-6bc$

(ប្រើរូបមន្ត:

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$)

ង. $x^3-x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{27}$

ច. a^3-8

4) <u>ពន្លាតកន្សោម</u>

ក. $(a+b-3)(a+b+1)=(a+b)^2+(a+b)$

$-3(a+b)-3$

$=a^2+2ab+b^2-2a-2b-3$

$=a^2+b^2+2ab-2a-2b-3$

ខ. $(x+i-z)(x-y+z)$

$=(x+y)(x-y)+z(x+y)-z(x-y)-z^2$

$=x^2-y^2+z(x+y-x+y)-z^2$

$=x^2-y^2-z^2 2yz$

គ. $(x+y)^2(x-y)^2$

$=[(x+y)(x-y)]^2=(x^2-y^2)^2$

$=x^4-2x^2y^2+y^4$

ឃ. $(x+2)(x-6)(x-8)(x+4)$

$=(x^2-4x-12)(x^2-4x-32)$

$=x^4-8x^3-28x^2+176x+384$

5) <u>គណនាក្រឡាផ្ទៃសរុបនិងមាឌនៃរូប</u>

តាង S_t ជាផ្ទៃសរុប និង V ជាមាឌ

ក. $S_t \doteq 6x^2+12x-12$

$V=x^3+3x^2-4x-12$

ខ. $S_t=14x^2+72x+4$

$V=3x^3+27x^2+6x$

គ. $S_t = 48x^2, V = 20x^3$

ឃ. $S_t = 44x^2, V = 14x^3$

6) ដាក់ផលគុណកត្តា:

ក. $3ab^2 - 18ab^2 = 3ab(a - 6b)$

ខ. $x^2 - 11x + 2x = x^2 - 3x - 8x + 24$

$= x(x-3) - 8(x-8)$

$= (x-3)(x-8)$

គ. $x(x-4) - 5 = x^2 - 4x - 5$

$= x^2 + x - 5x - 5$

$= x(x+1) - 5(x+1)$

$= (x+1)(x-5)$

ឃ. $6x^2 + 13x - 8$

$= 6x^2 + 16x - 3x - 8$

$= 3x(2x-1) + \varepsilon(2x+1)$

$= (2x-1)(3x+8)$

ង. $(a-3)^2 - (a-3)$

$=(a-3)(a-4)$

ច. x^2-x-y^2-y

$=(x+y)(x-y-1)$

7) ដាក់ជាផលគុណកត្តា:

ក. $(x-y)(x-y+5)+6$

$=(x-y+2)(x-y+3)$

ខ. $(a-b-3)(a-b+3)$

គ. $(x-4a)(x+3b)$

ឃ. $(4x-12y-5)(x-3y-1)$

ង. $(3x-2y-3)(3x^2-9x+4y^2-6y+9)$

ច. $(x-2y+9)(x+3y-4)$

មេរៀនទី2 ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

មេរៀនសង្ខេប

ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

ជាទូទៅ: គេឲ្យកន្សោមពីរ A និង B ដែលមានអថេរដូចគ្នា ហើយមានដឺក្រេ m និង n រៀងគ្នា ។ បើ $m \geq n$ គេអាចរកកន្សោមពីរជគុណិត Q និង R ដែល $A = B \times R$ ។ ដឺក្រេនៃ R តូចជាង ដឺក្រេនៃ B ។ Q ជាផលចែកហើយ R ជាសំណល់ក្នុងវិធីចែក ។ ផលចែក Q មានដឺក្រេ $m-n$ ។បើ $R = 0$ នោះគេថា A ចែកដាច់នឹង B ។

តួចែករួមធំបំផុត និងពហុជាគុណរួមតូចបំផុត

-តួចែករួមធំបំផុតនៃកន្សោម និង

គឺជាផលគុណកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ។

-ពហុជារួមតូចបំផុត គឺជាផលគុណគ្រប់កត្តាមិនរួម និងគ្រប់កត្តារួម ដែលមាននិទស្សន្តធំជាងគេ ។

វិធាន

* ដើម្បីគណនាតួចែករួមធំបំផុត

1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាគ្រប់តួទាំងអស់ ។

2. ជ្រើសរើសយកតែកត្តារួម ដែលមិនមាននិទស្សន្តតូចជាងគេ ។

3. តួចែករួមធំបំផុតជាផលគុណកត្តារួមទាំងនោះ ។

* ដើម្បីគណនាពហុគុណរួមធំបំផុត

1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាគ្រប់តួទាំងអស់ ។

2. ជ្រើសរើសយកកត្តាមិនរួម និងកត្តារួមដែលមាននិទស្សន្តធំជាងគេ ។

3. ពហុធារួមតូចបំផុតជាផលគុណនៃកត្តាទាំងនោះ។

ប្រមាណវិធីបូក ឬដកកន្សោមប្រភាគ

$$\frac{A}{B}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C} \text{ និង } \frac{A}{C}-\frac{B}{C}=\frac{A-B}{C}(C\neq 0) \text{ ។}$$

វិធាន

1. តម្រូវប្រភាគនីមួយៗឲ្យមានភាគបែងរួម ។

2. ធ្វើប្រមាណវិធីបូក ឬដកតែភាគយក រក្សាទុកភាគបែងរួម ។

3. សម្រួលលទ្ធផល ។

ប្រមាណវិធីគុណ និងប្រមាណវិធីចែក

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{A\times C}{B\times D} \text{ និង}$$

$$\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{A\times D}{B\times C}(B\neq 0, C\neq 0, D\neq 0) \text{ ។}$$

វិធាន

1. ដាក់ភាគយក និងភាគនៃកន្សោមប្រភាគទាំងអស់ជាផលគុណកត្តា ។

2. សម្រួលប្រភាគនីមួយៗ ។

3. ធ្វើប្រមាណវិធីគុណ ឬចែកតាមរូបមន្តខាងលើ ។

លំហាត់

1. ធ្វើប្រមាណចែកខាងក្រោម :

ក. $(4x^3-3x-9)\div(2x-3)$

ខ. $(a^4+2a+5-10a^2-4a^3)\div(5a+4-a^2)$

2. រកតួចែករួមធំបំផុត និងពហុគុណរួមតូចបំផុតចំពោះករណីនីមួយៗខាងក្រោម :

ក. $12a^2b^3c, 18a^2bc^2$ និង $30a^4c^2$

ខ. $x^2-9, 6x^2+7x-3$ និង $2x^2-17x-30$

គ. $x^2+7x+10$ និង x^2-25

ឃ. x^2+3x+2 និង $2x^2+x-1$

ង. x^2-x-2 និង $-x^2-x+2$

ច. x^2+x-6, x^2+4x+3 និង x^2+3x

ឆ. a^3-2a^2, a^3-4a និង a^3-a^2-2a

ជ. $(y+z)^2-x^2, (z+x)^2-y^2$ និង $(x+y)^2-z^2$ ។

3. គណនាខាងក្រោម:

ក. $\frac{a-1}{a}-\frac{a}{a-1}+\frac{1}{a-1}$

ខ. $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}$

គ. $\frac{2x-1}{x-1}-\frac{x+2}{x+1}-\frac{x^2+3}{x^2-1}$

ឃ. $\frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+4}+\frac{(a+1)^2}{a^2-8}\times\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-2}$

4. គេដឹងថាកន្សោមពីជគណិត ជាអនុគមន៍នៃ ចែកនឹង ហើយបានផលចែកគឺ និងសំណល់គឺ ។ រកកន្សោមពីជគណិតនេះ ។

5. ពេលដែល ចែកនឹងកន្សោមពីជគណិត ហើយបាន ផលចែកគឺ និងសំណល់ ។ រកកន្សោមពីជគណិត

1) <u>ធ្វើប្រមាណវិធីចែក:</u>

ក. $\frac{4x^{\cdot}-3x-9}{2x-3}=2x^2+3x+3$

ខ. $-a^2-a+1+\frac{a+1}{-a^2+5a+4}$

2) <u>រកតួចែករួមធំបំផុត</u> $PGCD$ &

<u>ពហុគុណរួមតូចបំផុត</u> $PPCM$

ក. $PGCD=6a^2c$

$PPCD=180a^4b^3c^2$

ខ.

គ. $PGCD=x+5$

$PPCD=(x+2)(x+5)(x-5)$

ឃ. $PGCD=2x+3$

$PPCM=(4x^2-9)(x-10)(3x+1)$

ង. $PGCD=1$

$PPCM=(x+1)(x+2)(x-2)(-x+1)$

ច. $PGCD=x+3$

$PPCM=x(x+1)(x-2)(x+3)$

ច. $PGCD = x+y+z$

$$PPCM = (x+y+z)(x-y+z)$$

$$(x+y+z)(-x+y+z)$$

3) <u>គណនា</u>

ក. $\frac{a-1}{a}-\frac{a}{a-1}+\frac{1}{a-1}$

$$=\frac{(a-1)^2-a^2+a}{a(a-1)}$$

$$=-\frac{1}{a}$$

ខ. $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}$

$$=\frac{4x+6}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$$

គ. $\frac{2x-1}{x-1}-\frac{x-2}{x+1}-\frac{x^2+3}{x^2-1}$

$$=\frac{(2x-1)(x+1)-(x+2)(x-1)-x^2+3}{x^2-1}$$

$$=\frac{-2}{x^2-1}$$

ឃ. $\left(\frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+4}\div\frac{(a+1)^2}{a^3-8}\right)\times\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-2}$

$$=\frac{(a+1)(a+2)}{a^2+2a+4}\times\frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{(a+1)^2}\times\frac{(a+1)(a+3)}{(a-1)(a+2)}$$

$$=\frac{(a-2)(a+3)}{(a-1)(a+2)}$$

4) រកកន្សោមពីជគណិត $p(x)$

តាមសម្មតិកម្ម យើងបាន:

$$p(x)=(x^3-2)(3x^2+1)+(4x+5)$$

$$\boxed{p=3x^5+x^3-6x^2+4x-7}$$

5) <u>រកកន្សោមពីជគណិត p</u>

តាមសម្មតិកម្ម យើងបាន,

$$x^3-4x^2+5x+3$$

$$=p\left(2x^2-3x+1\right)+(-2x+5)$$

$$\Rightarrow p=\frac{6x^4-7x^3-4x^2+5x+3+2x-5}{2x^2-3x+1}$$

$$=\frac{6x^4-7x^3-4x^2+5x+2x-5}{2x^2-3x+1}$$

$$\boxed{p=3x^2+x-2}$$

លំហាត់ជំពូកទី 2

កម្រិត 1

1/ ចូររកដឺក្រេនៃកន្សោមពហុធានីមួយៗខាងក្រោម រួចកំណត់ផងដែរថាតើវាជាឯកធា ទ្វេធា ឬ ត្រីធា ។

ក. $-6x^3+11$ កន្សោមនេះមាន....2.....តួដូចនេះវាជា.....ទ្វេធា......ស្វ័យគុណដែលធំជាងគេ x គឺ...3...

ដូចនេះដឺក្រេនៃកន្សោមគឺ ...3.....

ខ. $2x-3x^2+4$ កន្សោមនេះមាន...3....តួដូចនេះវាជា...ត្រីធា....ស្វ័យគុណដែលធំជាងគេនៃ x គឺ....2....

ដូចនេះដឺក្រេនៃកន្សោមគឺ....2.......

2/ ចូរធ្វើប្រមាណវិធីបូក និងដកនៃកន្សោមពហុធាខាងក្រោម៖

ក. $\left(-5x^3+2x^2\right)+\left(3x^3-4x^2\right)=$

$$\left(-5x^3+3x^3\right)+\left(2x^2-4x^2\right)=-2x^3-2x^2$$

ខ. $\left(2y^2+5y-3\right)-\left(3y^2-3y+6\right)$

$= (2y^2+5y-3)+(-\underline{3}\,y^2+\underline{3}\,y-\underline{6})$

$= (\underline{2}\,y^2-\underline{3}\,y^2)+(\underline{5}\,y+\underline{3}\,y)-\underline{3}-\underline{6}$

$= \dots y^2+\underline{8}\,y-\underline{9}$

គ. $(-4a^3+2a^2-5a)+(5a^3-7a^2+3a+4)=$

$\underline{a^3-5a^2-2a+4}$

ឃ. $(13c^2-9c-6)-(8c^2+5c+4)=\underline{5c^2-14-10}$

ង. $(6n^2+4)+(3n^3-3n^2+2n)=\underline{3n^3+3n^2+2n+4}$

ច. $(-6+5k+8k^2)-(9k^2-4k+5)=\underline{-k^2+9k-11}$

3/ គេបានសន្មត់ថា ចំពោះប្រមាណវិធីដក $2xy-3yz+4zx$ ពីកន្សោមពីជគណិតមួយ ។ តាមកំហុស គេបានបន្ថែមកន្សោមទាំងនេះបញ្ចូលគ្នា និងទទួលបាន $2yz+zx-2xy$ ។ ចូររកចម្លើយត្រឹមត្រូវ ។

4/ ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា៖

ក. $x^3-x^2y-30xy^2$ ខ. $p^3-p^2q-pq^2+q^3$

គ. $x^2+ax-bx-3ab$ ឃ. $x^2y+y^2z-y^3-x^2z$

ង. $\left(x^2+2x\right)^2-2\left(x^2+2x\right)-3$ ច. $9x^4-34x^2y^2+25y^4$

ឆ. $x^2-2(a-1)x-2a+1$ ជ. $x^2+3xy-5x+2y^2-7y+6$

5/ ចូររកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a ដែលកន្សោមពីជគណិត $x^3+ax^2+x+2-a$ ដាច់នឹង x^2+2x-1 ។

6/ ចំពោះ $a^n=3$ ចូររកតម្លៃនៃ $\dfrac{a^{2n}-a^{-n}}{a^{2n}+a^{-n}}$ ។

កម្រិត 2

1/ ចូរបង្ហាញសមភាព $\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{3}}$ ពិត។

2/ ប្រៀបធៀប $\dfrac{7}{3-\sqrt{2}}$ និង $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}$ ។

3/ បើ $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ ចូររកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $x-\dfrac{1}{x}$ ខ. $x^2-\dfrac{1}{x^2}$ គ. $x^3-\dfrac{1}{x^3}$ ។

4/ រកចំនួនសនិទាន a និង b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព

$\dfrac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=a+b\sqrt{5}$ ។

5/ បើដកកន្សោមពីផលគុណិត p ពី $\frac{x^3}{x+1}$ នោះយើងបាន លទ្ធផលស្មើនឹង $\frac{a}{x+1}$ ។ ចូររកតម្លៃនៃ a និងកន្សោម ពីផលគុណិត p ។ យើងសន្មត់ a ជាចំនួនថេរ ។

6/ ចូរគណនាកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2$

ខ. $\frac{x-z}{(y-z)(x-y)}-\frac{y-z}{(x-y)(z-x)}+\frac{x-y}{(z-x)(y-z)}$.

គ. $\frac{a^2-bc}{(a+b)(c+a)}-\frac{b^2-ca}{(b+c)(a+b)}+\frac{c^2-ab}{(c+a)(b+c)}$ ។

7/ ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃកន្សោមខាងក្រោម ៖

ក. $x^3(x-1)+11x^2(x-1)-42x(x-1)$

ខ. $x^3(2x-1)+4x^2(2x-1)-21x(2x-1)$

គ. $x^4(x^2-25)-10x^2(x^2-25)-9(x^2-25)$

ឃ. $3x^4(y^2-4)+7x^2(y^2-4)-6(y^2-4)$

ង. $2x^2y^2(xy+1)+3xy(xy+1)-9(xy+1)$

ច. $2x^2(2-y)+xy(2-y)-10y^2(2-y)$

8/ ក. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់នៃកន្សោម $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ ហើយសម្រួល ។

ខ. សន្មត់ថា a ជាចំនួនគត់ និង b ជាចំនួនពិតធំជាង ឬស្មើនឹង 0 និង តូចជាង 1 ។ ហើយគេឲ្យ $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=a+b$ ចូររកតម្លៃ $\frac{1}{b}-a$ ។

9/ ចូររកកន្សោមពីជគណិតពីរដែលតួចែករួមធំបំផុតស្មើ នឹង $x-2$ និង ពហុគុណ រួមធំបំផុតស្មើនឹង $3x^3+8x^2-13x-30$ ។

10/ នៅក្នុងចតុកោណកែងដូចក្នុងរូបខាងស្តាំ ។ ចូររកកន្សោម៖

ក. ផ្ទៃនៃផ្នែកដែលឆូត ។

ខ. ប្រសិនបើបរិមាត្រនៃចតុកោណធំស្មើនឹង 24 ។ ចូររកតម្លៃនៃ x ។

11/ ប្រវែងបណ្តោយនៃចតុកោណកែងមួយលើសទទឹង 3 ម៉ែត ។ ប្រសិនបើ បណ្តោយកើនឡើង 2 ម៉ែត និងទទឹងថយចុះ 1 ម៉ែតនោះយើងបានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា ។ រកប្រវែងបណ្តោយ និងទទឹង ។

13/ ការេចំនួនគត់ដែលធំ នៃចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នាលើសផល

គុណ នៃចំនួនគត់ជាប់គ្នា 10 ។ ចូររកចំនួនគត់មួយដែលតូច ។

14/ គេង $P(x)=x^2+2x-15$, $D(x)=x-3$,

$Q(x)=x+5$ ។

ក. បង្ហាញថា $\dfrac{P(x)}{D(x)}=Q(x)$

ខ. បង្ហាញសមភាព ៖

(1). $\dfrac{P(1)}{D(1)}=Q(1)$ (2). $\dfrac{P(2)}{D(2)}$ ...

(3). $\dfrac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)}=Q\left(-\frac{1}{2}\right)$ (4). $\dfrac{P(3)}{D(3)}=Q(3)$

គ. រកលក្ខខណ្ឌ $a\in$ ❏ ដែល $\dfrac{P(a)}{P(a)}=Q(a)$

15/ រកផលចែកនៃ x^2+2x-3 ចែកផលគុណនៃ x គុណនឹង $x-3$ ។

16/ បើផលបូកនៃ x^2+3x-2 និង $-2x^2$ ... ចែក និង $x-1$ តើផលចែករបស់វាស្មើប៉ុន្មាន ?

17/ បើគេចែក x^2-2x-3 និង $P(x)$ គេបានផលចែក $x+2$ និងសំណល់ 5 ។ រក $P(x)$

18/ ប្រអប់សំបុត្រមួយរាងប្រលេពីប៉ែតកែងដូចក្នុងរូប ។ បើប្រអប់សំបុត្រនេះមានមាឌស្មើនិង w^2+10w^2+16 ។ គណនាប្រវែង BB'។

ដំណោះស្រាយ

កម្រិត 1

3/ $-6xy+8yz-7zx$

4/ ដាក់ជាផលគុណកត្តា

ក. $x^3-x^{2y}-30xy^2$

$=x\left(x^2-xy-30y^2\right)$

$=x\left(x^2-6xy+5xy-30y^2\right)$

$=x\left[x(x-6y)+5y(x-6y)\right]$

$=x(x-6y)(x+5y)$

ខ. $p^3-p^2q-pq^2+q^3$

$=p^2(p-q)-q^2(p-q)$

$=(p-q)(p-q)(p+q)$

$=(p-q)^2(p+q)$

គ. $x^2+ax-3bx-3ab$

$=x(x+a)-3b(\ldots+a)$

$=(x+a)(x-3b)$

ឃ. $x^2y+y^2z-y^3-x^2z$

$=y^2(z-y)+x^2(y-z)$

$=(y-z)(x^2-y^2)$

$=(x-y)(x+y)(y-z)$

ង. $(x+1)^2(x-1)(x+3)$

ច. $(3x+5y)(3x-5y)(x+y)(x-y)$

ឆ. $(x+1)(x-2a+1)$

ជ. $(x+y-2)(x+2y-3)$

5/ <u>រកចំនួនថេរ</u> a ៖

តាង $P(x)=x^3+ax^2 \ldots -a$

$Q(x)=x^2+2x-\ldots$

ដោយ $P(x)$ ចែកដាច់នឹង $Q(x)$ នោះយើងបានលទ្ធ.
ឯកធាតុដោយ $R(x)=mx+b$,$m\neq 0$ យើងសង្កេត
ឃើញថាកាលណា $P(x)$ ចែក $Q(x)$ យើងទាញបានថា៖

$$mx=\frac{x^3}{x^2}=x$$

$$\Rightarrow m=1 \text{ (លេខមេគុណ)}$$

នោះ $R(x)=x+b$

តែ $P(x)=Q(x).R(x)$

$$=\left(x^2+2x-1\right)(x+b)$$

$$=x^3+(b+2)x^2+(2b-1)x-b$$

ដោយផ្ទឹមលេខមេគុណយើងបាន៖

$$\begin{cases}a=b+2\\2b-1=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=1\end{cases}$$

ដូចនេះ $\boxed{a=3}$

6/ គណនា៖

$$\frac{a^{2n}-a^{-n}}{a^{2n}+a^{-n}}=\frac{\left(a^{n}\right)^{2}-\frac{1}{a^{n}}}{\left(a^{n}\right)^{2}+\frac{1}{a^{n}}}$$

$$=\frac{\left(a^{n}\right)^{3}-1}{\left(a^{n}\right)^{3}+1}=\frac{3^{3}-1}{3^{2}+1}$$

$$=\boxed{\frac{13}{14}}$$

កម្រិត2

1/ បង្ហាញថា៖ $\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{3}}$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}\right)^{2}=\left(\sqrt{6+2\sqrt{3}}\right)^{2}$$

$$\Leftrightarrow 3+\sqrt{6}+3-\sqrt{6}+2\sqrt{9-6}=6+2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 6+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}$$ (ពិត)

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{3}}}$

2/ <u>ប្រៀបធៀប៖</u> $a=\frac{7}{3-\sqrt{2}}$ និង $b=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ ៖

យើងមាន៖ $a=\dfrac{7\left(\sqrt{5}-2\right)}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}$

$$=\frac{7\sqrt{5}-14}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}$$

ហើយ៖ $b=\dfrac{\left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(3-\sqrt{2}\right)}$

$$\Rightarrow a-b=\frac{7\sqrt{5}-14-3+\sqrt{2}}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}$$

$$=\frac{7\sqrt{5}+\sqrt{2}-17}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}>0$$

$\Rightarrow a-b>0$

ដូចនេះ: $\boxed{a>b}$

3/ <u>គណនា , បើ</u> $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ ៖

ក. $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\Rightarrow\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{13}-3}{2}$

ដូចនេះ: $x-\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{13}+3}{2}-\frac{\sqrt{13}-3}{2}=\boxed{3}$

ខ. យើងមាន៖ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=3^2$

$\Leftrightarrow x^2-2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=9$

$\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=\boxed{11}$

គ. ដោយ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^3=3^3=27$

$x^3-3.x^2.\frac{1}{x}+3.x.\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}=27$

$x^3-\frac{1}{x^3}-3x+3.\frac{1}{x}=27$

$x^3-\frac{1}{x^3}-3\left(x-\frac{1}{x}\right)=27$

$x^3-\frac{1}{x^3}-3.3=27$

ដូចនេះ: $x^3-\frac{1}{x^3}=\boxed{36}$

4/ <u>រកចំនួនសនិទាន</u> a <u>និង</u> b ៖

មាន៖ $\dfrac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=a+b\sqrt{5}$

$$\Leftrightarrow a+b\sqrt{5}=\frac{\left(40+17\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}$$

$$\Leftrightarrow a+b\sqrt{5}=\frac{-5-6\sqrt{5}}{4-5}$$

$$\Rightarrow a+b\sqrt{5}=5+6\sqrt{5}$$

ដូចនេះ: $\boxed{a=5\ ,\ b=6}$

5/ <u>រក</u> a <u>និង</u> p ៖

តិកម្ម៖ $\dfrac{x^3}{x+1}-p=\dfrac{a}{x+1}$

ចំនួនថេរ a & p ជាកន្សោមពីជគណិត

$$\Leftrightarrow x^3-p\left(x+1\right)=a$$

យើងសង្កេតឃើញថាអង្គទី2គឺជាចំនួនថេរ

$\Rightarrow$ អង្គទី1 ៖ $x^3-p\left(x+1\right)=x^3-\left(x+1\right)\left(x^2-x+1\right)$

$$=x^3-\left(x^3+1\right)$$

$$=-1$$

ដូចនេះ: $\boxed{a=-1\ \&\ p=x^2-x+1}$

6/ <u>គណនាកន្សោមខាងក្រោម</u>៖

ក. $A=(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2$

ប្រើរូបមន្ត $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

ដូចនេះ: $\boxed{A=4\left(a^2+b^2+c^2\right)}$

ខ. $B=\dfrac{x-z}{(y-z)(x-y)}-\dfrac{y-z}{(x-y)(z-x)}+\dfrac{x-y}{(z-x)(y-z)}$

$$B=\frac{-(z-x)^2-(y-z)^2+(x-y)^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{-z^2+2xz-x^2-y^2+2yz-z^2+x^2-2xy+y^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{-2z^2+2xz+2yz-2xy}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{2(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{B=\dfrac{2}{x-y}}$

គ. $c=\dfrac{a^2-bc}{(a+b)(c+a)}+\dfrac{b^2-ca}{(b+c)(a+b)}+\dfrac{c^2-ab}{(c+a)(b+c)}$

$=\dfrac{(a^2-bc)(b+c)+(b^2-ca)(c+a)+(c^2-ab)(a+b)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$

ដូចនេះ៖ $\boxed{c=0}$

7/ <u>ដាក់ជាផលគុណកត្តា៖</u>

ក. $(x-1)(x^3+11x^2-42x)$

$=x(x-1)(x^2+11x-42)$

$=\boxed{x(x-1)(x-3)(x+14)}$

ខ. $x(2x-1)(x^2+4x-21)=\boxed{x(2x-1)(x-7)(x-3)}$

គ. $(x^2-25)(x^4-10x^2+9)$

$=(x^2-25)(x^2-1)(x^2-9)$

$=\boxed{(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)(x+5)(x-5)}$

ឃ. $(y^2-4)(3x^4+7x^2-6)$

$=\boxed{(x^2+3)(3x^2-2)(y-2)(y+2)}$

ង. $(xy+1)(2x^2y^2+3xy-9)$

$$=\boxed{(xy+1)(xy+3)(2xy-3)}$$

ច. $(2-y)(2x^2+xy-10y^2)$

$$=\boxed{(x-2y)(2-y)(2x+5y)}$$

8/ ក. <u>បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ហើយសំរួល</u>៖

$$\sqrt{19-8\sqrt{3}}=\sqrt{4^2-2.4.\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}$$

$$=\sqrt{\left(4-\sqrt{3}\right)^2}$$

$$=\boxed{\left(4-\sqrt{3}\right)}$$

ខ. <u>រកតំលៃ</u> $\frac{1}{b}-a$ ៖

សម្មតិកម្ម៖ $a\in □ \ ,b\in □ \ /0\le b<1$

និង $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=a+b$

តែ $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=4-\sqrt{3}$

$$\Rightarrow a+b=4-\sqrt{3}$$

$\Rightarrow a=4$ និង $b=-\sqrt{3}$ (ព្រោះ $0\le\sqrt{3}<1$)

$$\Rightarrow \frac{1}{b}-a=-\frac{1}{\sqrt{3}}-4=\frac{-\sqrt{3}}{3}-4$$

ដូចនេះ $\boxed{\Rightarrow \frac{1}{b}-a=\frac{-\sqrt{3}-12}{3}}$

9/ <u>រកកន្សោមពីផលគុណតពីរ៖</u>

តាងដោយ p និង q

តាមសម្មតិកម្ម៖ $PGCD(p,q)=x-2$

$$PPCM(p,q)=3x^3+8x^2-13x-30$$

តាមលក្ខណៈ៖ $PGCD(p,q)\times PPCM(p,q)=p.q$

រឺ $p.q=(x-2)\left(3x^3+8x^2-13x-30\right)$ (1)

យើងបាន p និង q ជាពហុធាដឺក្រេទី 2នៃ x

$\Rightarrow p$ រឺ q ត្រូវមានកត្តាមួយស្មើនិង $(x-2)$

ឧបមាថាកន្សោម $p=(x-2)(ax-b)$

និង $q=\left(cx^2+dx+c\right)$

យក $\left(3x^3+8x^2-13x-30\right)$ ចែកនិង $(x-2)$

បានលទ្ធផលគឺ $3x^2+14x+15=(x+3)(3x+5)$

$$\Rightarrow p.q=(x-2)(x-2)(x+3)(3x+5)$$

យើងទាញបាន៖ $\begin{cases} p=(x-2)(x+3) \\ q=(x-2)(3x+5) \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{\begin{array}{l} p=x^2+x-6 \\ q=3x^2-x-10 \end{array}}$

10/ ក. តាង S ជាក្រលាផ្ទៃផ្នែកធូត

T ជាផ្ទៃមិនធូត

A ជាផ្ទៃចតុកោណកែងធំ

$\Rightarrow A=S+T$

$\Rightarrow S=A-T$

គេមាន៖ $A=x^2+8x+15$

និង $T=x(2x+1)=2x^2+x$

ដូចនេះ: $\boxed{S=-x^2+7x+15}$

ខ. <u>រកតំលៃ</u> x

សម្មតិកម្ម p (បរិមាត្រចតុកោណកែងធំ) $=24$

តែ $p=\left[(x+3)+(x+5)\right]2$

$=(2x+8)2=4(x+4)$

$$\Rightarrow 4(x+4)=24$$

$$x+4=6$$

ដូចនេះ: $\boxed{x=2}$

11/ ដូចនេះ: បណ្តោយស្មើ 8 និងទទឹងស្មើ 5

12/ ដូចនេះ: បណ្តោយស្មើ 12 និងទទឹងស្មើ 6

13/ <u>រកចំនួនគត់មួយដែលតូច</u>៖

តាងពីរចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នាដោយ $n(n+1)$

តាមសម្មតិកម្មគេបាន៖

$$(n+1)^2=n(n+1)+10$$

ដូចនេះ: $\boxed{n=9}$

14/ ក. <u>បង្ហាញថា</u>៖ $\dfrac{P(x)}{D(x)}=Q(x)$

មាន $\dfrac{P(x)}{D(x)}=\dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$

$$=\frac{(x-3)(x+5)}{(x-3)}$$

$$=x+5=Q(x)$$ (ពិត)

ខ. <u>បង្ហាញសមភាព</u>៖

(1). $\frac{P(1)}{D(1)}=\frac{1^2+2-15}{1-3}=6$

$=1+5=6\ Q(1)$ (ពិត)

(2). $\frac{P(-2)}{D(-2)}=\frac{4-4-15}{-2-3}=3$

$=-2+5=\ Q(-2)$ (ពិត)

(3). $\frac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)}=Q\left(-\frac{1}{2}\right)$ (ពិត)

(4). $\frac{P(3)}{D(3)}=Q(3)$ (ពិត)

គ. <u>រកលក្ខណ</u> $a\in$ □ ៖

ដែល $\frac{P(a)}{D(a)}=Q(a)$

$\Leftrightarrow\frac{a^2+2a-15}{a-3}=a+5$

$\boxed{\Leftrightarrow a\neq 3}$

15/ រកផលចែក

គេបាន៖ $\frac{x^2+2x-3}{x(x-3)}=\frac{x^2+2x-3}{x^2-3x}$

ដូចនេះ: ផលចែក $=1$

16/ រកផលចែក q ៖

គេបាន៖ $(x^2+3x-2)+(-2x^2+x-1)$ ចែកដាច់នឹង $(x-1)$

$\Rightarrow(-x^2+4x-3)$ ចែកដាច់នឹង $(x-1)$

$\Rightarrow(x-1)(-x+3)$ ចែកដាច់នឹង $(x-1)$

ដូចនេះ: $\boxed{q=-x+3}$

17/ រក $P(x)$ ៖

គេបាន៖ $x^2-2x-3=(x+2).p(x)+5$

$\Rightarrow(x+2)p(x)=x^2-2x-8$

$$p(x)=\frac{x^2-2x-8}{x+2}\ ,\ x\neq-2$$

ដូចនេះ: $\boxed{P(x)=x-4}$

18/ គណនា BB' ៖

តាង $BB'=p(x)$

សម្មតិកម្មមាន $V = w^3 + 10w^2 + 16w$

តែ $V = w(w+8).p(x)$

$\Rightarrow w(w+8)\,p(x) = w^3 + 10w^2 + 16w$

ដូចនេះ៖ $\boxed{p(x) = BB' = w+2}$

មេរៀនទី1 សមីការដឺក្រេទី2មាន1អញ្ញាត

មេរៀនសង្ខេប

ចំនួនកុំផ្លិច

+ ឯកតានិមិត្ត តាងដោយ i ដែល $i=\sqrt{-1}$ ហើយ $i^2=-1$ ។

+ ឫសការេនៃចំនួនអវិជ្ជមាន $-a$ គឺ $\sqrt{-a}=\sqrt{a(-1)}$ $=\sqrt{a}.\sqrt{-1}=\sqrt{a}i$ ។

+ និយមន័យចំនួនកុំផ្លិច៖ ចំនួនកុំផ្លិច ជាចំនួនដែលសរសេរក្នុងទម្រង់ $a+bi$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

បើ $b=0$ នោះចំនួន $a+bi=a+0i=a$ ជាចំនួនពិត ។

បើ $b\neq 0$ នោះចំនួន $a+bi$ ជាចំនួននិមិត្ត ។

+ចំនួនកុំផ្លិចស្មើគ្នា

ចំនួនកុំផ្លិច $a+bi$ ស្មើនឹង $c+di$ លុះត្រា $a=c$ និង $b=d$ ។

▣ ប្រមាណវិធីលើចំនួនកុំផ្លិច

+ ប្រមាណវិធីបូក៖ $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

+ ប្រមាណវិធីដក៖ $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

+ ប្រមាណវិធីគុណ៖ $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad-bc)i$

+ ប្រមាណវិធីចែក៖ ចំពោះ $c+di\neq 0$

$$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$

+ ចំនួនកុំផ្លិច $a+bi$ និង $a-bi$ ហៅថា ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នា ។

សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាត

សមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាតជាសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ ។

វិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាតមាន៖

1. ដោះស្រាយតាមផលគុណកត្តា៖ បើ $A\times B=0$ នោះ $A=0$ ឬ $B=0$ ។

2. ដោះស្រាយតាមលក្ខណៈឫសការេ៖ b ជាចំនួនពិតបើ៖ $x^2=b$ នោះ $x=\pm\sqrt{b}$ ។

3. ដោះស្រាយតាមការបំពេញជាការេទ្វេធា៖

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$ ។

4. ដោះស្រាយតាមរូបមន្តដឺក្រេទី 2៖

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

5. ដោះស្រាយតាមឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta = b^2 - 4ac$

+$\Delta > 0$ សមីការមានឫសពីរ

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta = 0$ សមីការមានឫសឌុប $x_1 = x_2 = -\frac{b}{a}$

) សមីការមានឫសជា ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នាគឺ

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{-\Delta}i}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{-\Delta}i}{2a}$$ ។

6. ទំនាក់ទំនងរវាងឫស និងមេគុណនៃសមីការដឺក្រេទី 2៖

បើ α និង β ជាឫសរបស់សមីការ $ax^2 + bx + c = 0$

+នោះផលបូកឫស $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ផលគុណឫស

$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$ ។

+ $ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)(x-\beta)$ ។

+ គេអាចបង្កើតសមីការដោយស្គាល់ផលបូក S និងផលគុណឫស P គឺ $x^2 - Sx + P = 0$ ។

លំហាត់

1. គណនាកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $3-i-4-\sqrt{-9}$　　　ខ. $\frac{-4-\sqrt{-12}}{2}$

គ. $\sqrt{-24}\left(\sqrt{-\frac{4}{9}}+\sqrt{-\frac{1}{4}}\right)$

2. កំណត់តម្លៃ a និង b នៃសមភាពខាងក្រោម៖

ក. $-8+6i = a+bi$　　　ខ. $a+bi+\left(\sqrt{4}-\sqrt{-16}\right) = -1-6i$

គ. $(2a+1)+(2b+3)i = 5+12i$　　　ឃ. $\frac{a+bi}{3+2i} = \frac{8}{13}+\frac{12}{13}i$

3. គណនា

ក. $15i-(3-25i)+\sqrt{-81}$ ខ. $(-1+i)-\sqrt{2}-\sqrt{-2}$

គ. $(3-4i)^2$ ឃ. $(2+i)^3$

ង. $\frac{2+3i}{2-3i}+\frac{i}{1-i}$ ច. $2i\left(\frac{i+1}{2i-1}-\frac{3i}{i+2}\right)$ ។

4. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $(x-1)^2-8(x-1)=0$ ខ. $\left(y+\frac{5}{8}\right)^2+\frac{49}{16}=0$

គ. $5\sqrt{5}x^2-10x+\sqrt{5}=0$ ឃ. $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}=0$

ង. $3iy^2-y+2i=0$

ច. $(x-1)^2+4(x-1)(x-3)-2(2x-3)=0$

5. គេមានសមីការ $x^2-x+8=0$ ដែលមានឫស α និង β ។

គណនា៖ $\frac{\beta}{1+\alpha^2}+\frac{\alpha}{1+\beta^2}$

ខ. $\alpha^4+\beta^4$

៦. គេមាន α និង β ជាឫសពីររបស់សមីការខាងក្រោម៖

ក. $(x-8)(x-9)+(x-10)(x-12)=0$ ។

គណនា $2(11-\alpha)(11-\beta)$ ។

ខ. $x(x+1)+(x+1)(x+2)+(x+2)(x+3)+(x+3)(x+1)=0$

គណនា $(\alpha+2)(\beta+2)$ ។

7. ពូសុខមានចំការមួយរាងចតុកោណកែងមានទទឹងស្មើនឹង $12m$ និងបណ្តោយស្មើនឹង $16m$ ។ គាត់ចង់ធ្វើផ្លូវមួយជុំវិញក្នុងចំការនោះ ដោយឲ្យទទឹងមានប្រវែងស្មើៗគ្នា ហើយផ្ទៃក្រឡាដីដែលនៅសល់ពីធ្វើផ្លូវស្មើនឹងពាក់កណ្តាលផ្ទៃក្រឡាចំការទាំងមូល ។ តើពូសុខត្រូវយកទទឹងផ្លូវប្រវែងប៉ុន្មាន ?

8. គេបោះបាល់មួយពីកំពូលអាគារតាមទិសឈរ ។ រយៈពេល t វិនាទីក្រោយមក បាល់មានកម្ពស់ $-5t^2+30t+35$ ម៉ែត្រពីដី ។

ក. រកកម្ពស់អាគារនោះ ។

ខ. រករយៈពេលដែលបាល់ទៅហួសអាគាររួចធ្លាក់ចុះមកវិញ ។

គ. រករយៈពេលដែលបាល់ធ្លាក់មកដល់ដី ។

ដំណោះស្រាយ

1. <u>គណនាកន្សោម៖</u>

ក. $3-i-4-\sqrt{-9}=-1-i-\sqrt{(3i)^2}$

$=-1-i-3i$

$=\boxed{-1-4i}$

ខ. $\dfrac{-4-\sqrt{-12}}{2}=\dfrac{-4-2\sqrt{3}i}{2}$

$=\boxed{-2-\sqrt{3}i}$

គ. $\sqrt{-24}\left(\sqrt{\dfrac{4}{9}}+\sqrt{-\dfrac{1}{4}}\right)=2\sqrt{6}i\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}i\right)$

$=\boxed{\dfrac{4\sqrt{6}}{3}i-\sqrt{6}}$ $(i^2=-1$

2. <u>កំណត់តម្លៃ</u> $a\,\&\,b\in\square$ ៖

ក. $-8+6i=a+bi$

$\Rightarrow\boxed{a=-8,b=6}$

ខ. $a+bi+\left(\sqrt{4}-\sqrt{-16}\right)=-1-6i$

$$a+bi=-2+4i-1-6i$$

$$a+bi=-3-2i$$

$$\Rightarrow \boxed{a=-3, b=-2}$$

គ. $(2a+1)+(2b+3)i=5+12i$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+1=5 \\ 2b+3=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{a=2, b=\frac{9}{2}}$$

ឃ. $\frac{a+bi}{3+2i}=\frac{8}{13}+\frac{12}{13}i$

$$\frac{8}{13}+\frac{12}{13}i=\frac{(a+bi)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}$$

$$=\frac{3a-2ai+3bi+2b}{9+4}$$

$$=\frac{3a+2b}{13}+\frac{-2a+3b}{13}i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a+2b=8 \\ -2a+3b=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{a=0, b=4}$$

3. គណនា៖

ក. $15i-(3-25i)+\sqrt{-81}=\boxed{-3+49i}$

ខ. $(-1+i)-\sqrt{2}-\sqrt{-2}=\boxed{\left(-1-\sqrt{2}\right)+\left(1-\sqrt{2}\right)i}$

គ. $(3-4i)^2=9-2.3.4i+(4i)^2=\boxed{-7-24i}$

ឃ. $(2+i)^3=\boxed{2+11i}$

ង. $-\dfrac{23+37i}{26}$

ច. $\dfrac{18-4i}{5}$

4. ដោះស្រាយសមីការ៖

ក. $(x-1)^2-8(x-1)=0$

$(x-1)(x-1-8)=0$

$\Rightarrow \boxed{x=1 \vee x=9}$

ខ. $\left(y+\dfrac{5}{8}\right)^2+\dfrac{49}{16}=0$

$\left(y+\dfrac{5}{8}\right)^2=-\left(\dfrac{7}{4}\right)^2=\left(\dfrac{7}{4}i\right)^2$

$$\Rightarrow y+\frac{5}{8}=\pm\sqrt{\left(\frac{7}{4}i\right)^2}=\pm\frac{7}{4}i$$

$$\Rightarrow \boxed{y=-\frac{5}{8}\pm\frac{7}{4}i}$$

គ. $5\sqrt{5}x^2-10x+\sqrt{5}=0$

$$\Rightarrow 5\sqrt{5}^2x^2-10\sqrt{5}x+\sqrt{5}^2=0$$

$$\Rightarrow (5x)^2-2.(5x).\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2=0$$

$$\Rightarrow \left(5x-\sqrt{5}\right)^2=0$$

$$\Rightarrow 5x-\sqrt{5}=0$$

$$\boxed{x=\frac{\sqrt{5}}{5}}$$

ឃ. $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}=0$

$$3x^2-4x+5=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x=\frac{2\pm\sqrt{11}i}{3}}$$

ង. $iy^2-y+2i=0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$= (-1)^2 - 4(3i)(2i)$$
$$= 1 + 24 = 5^2$$
$$\Rightarrow y = \frac{1 \pm 5}{6i}$$
$$\Rightarrow \boxed{y = -i \vee y = \frac{2i}{3}}$$

ច. $(x-1)^2 + 4(x-1)(x-3) - 2(2x-3) = 0$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 22x + 19 = 0$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{11 \pm \sqrt{26}}{5}}$$

5. មាន α, β ជាឫសសមីការ: $x^2 - x + 8 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 - \alpha + 8 = 0 \\ \beta^2 - \beta + 8 = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} S = \alpha + \beta = 1 \\ P = \alpha\beta = 8 \end{cases}$$

ក. ពន្លាត $\frac{B}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha}{1+\beta^2}$

$$\frac{(\alpha+\beta) + \left\{(\alpha+\beta)\left[(\alpha+\beta)^2 - 3\alpha\beta\right]\right\}}{1 + (\alpha+\beta) - 2\alpha\beta + (\alpha\beta)^2}$$

$$\frac{1+1\left(1^2-3\times 8\right)}{1+1-2\times 8+8^2}=-\frac{22}{50}=\boxed{-\frac{11}{25}}$$

ខ. $\alpha^4+\beta^4=\left(\alpha^2\right)^2+\left(\beta^2\right)^2=\left(\alpha^2+\beta^2\right)^2-2\alpha^2\beta^2$

$\alpha+\beta=1,\alpha\beta=8$ នាំឲ្យ $\alpha^4+\beta^4=97$

6. ក. $2x^2-39x+192=0$

មាន $\alpha+\beta=\dfrac{39}{2},\alpha\beta=\dfrac{192}{2}=96$

$2(11-\alpha)(11-\beta)=2\left[(121-11)(\alpha+\beta)+\alpha\beta\right]=5$

ដូចនេះ ចំលើយគឺ $\boxed{5}$

ខ. $4x^2+13x+11=0,\alpha+\beta=\dfrac{-13}{4}$

$\alpha\beta=\dfrac{11}{4}$

$(\alpha+2)(\beta+2)=\dfrac{1}{4}$ ។

7. $(16-2x)(12-2x)=\dfrac{1}{2}16\times 12$

$x^2-14x+24=0$

$(x-2)(x-12)=0$

$x=2,12$ ។ $x=2m$ ជាចំលើយ

8. ក. $t=0 \Rightarrow h=35m$

ខ. $-5t^2+30t+35=35$

$t=0, t=6$

$t=0$ បាល់ទើបតែបោះ ។

$t=6$ វិនាទីជាចំលើយ ។

គ. បាល់ប៉ះនឹងដីកាលណា $h=0$

$-5t^2+30t+35=0$

$-5\left(t^2-6t-7\right)=0$

$-5(t-7)(t+1)=1$

$t=7, t=-1$

$t>0$ បាល់ប៉ះនឹងដីកាលណា $t=7$ វិនាទី ។

មេរៀនទី 2 **ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់**

មេរៀនសង្ខេប

+ *សមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាតផ្គុំគ្នាបង្កើតបានជាប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានបីអញ្ញាត ។ គេប្រើវិធីបំបាត់ដោយបូកឬវិធីបំបាត់ដោយជំនួសក្នុងការដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការនេះ ។*
+ *ប្រព័ន្ធសមីការដែលផ្គុំដោយសមីការដឺក្រេទី1 និងសមីការដឺក្រេទី2 ដោះស្រាយតាមវិធីបំបាត់ និងជំនួស ។*
+ *ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់ងាយៗ ដោយប្រើការដាក់ជាផលគុណកត្តា ។*
+ *ទ្រឹស្តីបទសំណល់៖ បើ R ជាសំណល់ក្នុងការចែកកន្សោមពហុធា $f(x)$ និង $x-\alpha$ នោះ យើងបាន*

$R = f(\alpha)$ ។

+ ទ្រឹស្តីបទកត្តា៖ បើគេចែកពហុធា $f(x)$ និង $x-\alpha$ មានសំណល់ 0 គេថា $x-\alpha$ ជាកត្តានៃ $f(x)$ ឬបើគេជំនួស α ក្នុង $f(x)$ គេបាន $f(\alpha)=0$ ។

លំហាត់

1. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 3x-y-3z=0 \\ x-2y+5z=1 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=5 \\ z+x=6 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}=9 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=9 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{3}{z}=-9 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ x^2+2xy+2y^2=5 \end{cases}$

ច. $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ 9x^2-4y^2=108 \end{cases}$

2. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $x^3-3x^2+4x-4=0$

ខ. $12x^3-8x^2-3x+2=0$

គ. $x^4-2x^2-15=0$

ឃ. $x^4+8x^3+9x^2-8x-10=0$

ង. $x^4-16x^2+16=0$

ច. $x(x+1)(x+2)(x+3)=24$ ។

3. កំណត់តម្លៃ k ដែលនាំឲ្យពហុធា $p(x)=x^3-4x^2-7x+k$ ចែកដាច់នឹង $x-1$ រួចដោះស្រាយសមីការ $p(x)=0$ ទៅតាមតម្លៃ k នោះ ។

4. ពហុធា $p(x)$ ចែកនឹង $x-1$ មានសំណល់ 4 ហើយ $p(x)$ ចែកនឹង $x-3$ មានសំណល់ 10 ។ រកសំណល់ នៅពេលដែល $p(x)$ ចែកនឹង $(x-1)(x-3)$ ។

5. គេមានសមីការ $x^3+ax^2-2x+b=0$ ។ ដោយស្គាល់ឫសមួយនៃសមីការគឺ $1+\sqrt{3}i$ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b រួចដោះស្រាយសមីការតាមតម្លៃ a និង b នោះ ។

6. គេឲ្យ x^2+x-6 ជាកត្តានៃពហុធា $f(x)=2x^4+x^3-ax^2+bx+a+b-1$ ។ ចូររកតម្លៃ a និង b ?

ដំណោះស្រាយ

1. *ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖*

ក. $\begin{cases} x+y+z=6 & (1) \\ 3x-y-3z=0 & (2) \\ x-2y+5z=1 & (3) \end{cases}$

យក $(1)+(2): 4x-2z=6$

$$2x-z=3 \quad (4)$$

យក $2\times(2)-(3): 5x-11z=-1 \quad (5)$

យក $11\times(4)-(5): 17x=34$

$$x=2$$

តាម $(4) \Rightarrow z=1$

តាម $(1) \Rightarrow y=3$

ដូចនេះ $\boxed{x=2, y=3, z=1}$

ខ/. $\begin{cases} x+y=3 & (1) \\ y+z=5 & (2) \\ z+x=6 & (3) \end{cases}$

យក $(1)+(2)+(3)$:

$$2(x+y+z)=14$$

$$x+y+z=7\ (4)$$

យក $(4)-(2),(4)-(3),(4)-(1)$

ដូចនេះ $\boxed{x=2, y=1, z=4}$

គ/. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}=9 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=9 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{3}{z}=-9 \end{cases}$

តាង $a=\dfrac{1}{x}, b=\dfrac{1}{y}, c=\dfrac{1}{z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+2b+c=9 & (1) \\ a-2b+3c=9 & (2) \\ a+b-3c=-9 & (3) \end{cases}$$

យក $(1)+(2): 2a+4c=18$

$$a+2c=9 \quad (4)$$

យក $(2)+(3)\times 2: 3a-3c=-9$

$$a-c=-3$$
$$2a-2c=-6 \quad (5)$$

យក $(4)+(5): 3a=3 \Rightarrow a=1$

$$\Rightarrow c=a+3=1+3=4$$
$$(3) \Rightarrow b=-9-a+3c=-9-1+12=2$$

ដូចនេះ $\boxed{x=1, y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{4}}$

ឃ/. $\begin{cases} 2x+y=5 & (1) \\ x^2+y^2=25 & (2) \end{cases}$

$(1) \Rightarrow y=5-2x$

$(2) \Rightarrow x^2 + (5-2x)^2 = 25$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=5 \\ y=-3 \end{array}\right.$

ដូចនេះ $(x,y) = (0;5)$ រឺ $(4;-3)$

ង/. $(x = y = 1)$ រឺ $(x = 3, y = -2)$

ច/. $(x = 4; y = -3)$

2. ដោះស្រាយសមីការ៖

ក. $x^3 - 3x^2 + 4x - 4 = 0$

$(x-2)(x^2 - x + 2) = 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x^2 - x + 2 = 0 \end{array}\right.$

$\Delta = 1 - 8 = -7 = \sqrt{7}i$

$\Rightarrow x_{2,3} = \dfrac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x \in \left\{2, \dfrac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}\right\}}$

$$-3x^2-3x+2=0$$

$$\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(12x^2-3\right)=0$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-\frac{2}{3}=0\\4x^2-1=0\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\\x=\pm\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

ដូចនេះ $\boxed{x\in\left\{\pm\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right\}}$

គ. $x^4-2x^2-15=0$

$$\left(x^2\right)^2-2\left(x^2\right)-15=0$$

$$\left(x^2+3\right)\left(x^2-5\right)=0$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{3}i\\x=\pm\sqrt{5}\end{array}\right.$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{x\in\left\{\pm\sqrt{5},\pm\sqrt{3}i\right\}}$

ឃ. $x^4+8x^3+9x^2-8x-10=0$

$p(\pm1)=0 \Rightarrow x=\pm1$ ជាឫសសមីការ

$$\Rightarrow (x^2-1)(x^2+8x+10)=10$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm1 \\ x=-4\pm\sqrt{6} \end{array}\right.$$

ដូចនេះ $\boxed{x\in\left\{\pm1,-4\pm\sqrt{6}\right\}}$

ង. $x^4-16x^2+16=0 \Rightarrow \boxed{x\in\left\{-2\pm\sqrt{6},2\pm\sqrt{6}\right\}}$

ច. $x(x+1)(x+2)(x+3)=24$

$(x^2+3x+2)(x^2+3x)-24=0$

តាង $t=x^2+3x$

$\Rightarrow (t+2)t-24=0$

$\Rightarrow t^2+2t-24=0$

$\Delta'_t=1+24=5^2$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=-1+5=4 \\ t_2=-1-5=-6 \end{array}\right.$$

+ គេបាន៖ $x^2+3x-4=0$

$$(x-1)(x+4)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

+ គេបាន៖ $x^2+3x+6=0$

$$\Rightarrow \Delta = 9-24=\left(\sqrt{15}i\right)^2$$

$$\Rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{15}i}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{x\in\left\{\frac{-3\pm\sqrt{15}i}{2},-4;1\right\}}$

3. -រកតម្លៃ k ៖

$$p(x)=x^3-4x^2-7x+k$$

ដោយ $p(1)=k-10$

តែ $p(1)=0\Rightarrow \boxed{k=10}$

-<u>ដោះស្រាយសមីការ</u> $p(x)=0$

សមីការ៖ $p(x)=0$

$$\Leftrightarrow x^3-4x^2-7x+10=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x-5)=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x\in\{1,-2,5\}}$$

4. រកសំណល់នៃ $p(x)$ ពេលចែកនឹង $(x-1)(x-3)$

គេបាន៖ $p(x)=(x-1)(x-3)q(x)+ax+b$

ឲ្យ៖ $\begin{cases} x=1\Rightarrow p(1)=a+b \\ x=3\Rightarrow p(3)=3a+b \end{cases}$

តាមទ្រឹស្តីបទសំណល់

$p(1)=4$ និង $p(3)=10$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ 3a+b=10 \end{cases}\Rightarrow a=3,b=1$$

ដូចនេះ៖ សំណល់របស់ $p(x)$ គឺ $3x+1$ ។

១. ជំនួស $x=1+\sqrt{3}i$ ចូលសមីការ

$\Rightarrow a=1,b=12$

$\Rightarrow x^3+x^2-2x+12=(x+3)(x^2-2x+4)=0$

$$\Rightarrow \boxed{x=-3,1\pm\sqrt{3i}}$$

6. $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

$f(-3)=0, f(2)=0$

$\Rightarrow \boxed{a=16, b=3}$

មេរៀនទី3 វិសមីការ

មេរៀនសង្ខេប

+ លក្ខណៈវិសមភាព៖ ចំពោះ a,b និង c ជាចំនួនពិត

បើ $a>b$ នោះ $a+b>b+c, a-c>b-c$

$a>b$ និង $c>0$ នោះ $ac>bc$

$a>b$ និង $c<0$ នោះ $ac<bc$

$a>b$ និង $c=0$ នោះ $ac=bc$ ។

+ វិសមីការដឺក្រេទី1 មានមួយអញ្ញាតមានទម្រង់ $Ax+B>0$ និង $Ax+B<0$ ដែល A និង B ជាចំនួនពិត ។

+ វិសមីការពីរផ្គុំគ្នា បង្កើតជាប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី1 មានមួយអញ្ញាត ។

+ សំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី1 គឺតម្លៃ x

ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នា ក្នុងវិសមីការទាំងពីរ ។

+ សមីការដឺក្រេទី1 ដែលមានតម្លៃដាច់ខាតហើយ $c>0, |Ax+B| = C$ មានន័យថា $Ax+B=C$ ឬ $Ax+B=-C$ ។

+ វិសមីការដឺក្រេទី 1 ដែលមានតម្លៃដាច់ខាត $C>0$

$|Ax+B|<C$ មានន័យថា $Ax+B>-C$ និង $Ax+B<C$ ឬ $-C<Ax+B<C$

$|Ax+B|>C$ មានន័យថា $Ax+B<-C$ ឬ $Ax+B>C$

+ វិសមីការដឺក្រេទី 2 មានមួយអញ្ញាតមានរាង $ax^2+bx+c>0$ ឬ $ax^2+bx+c<0$ ដែល $a\neq 0$ ។

+ ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី 2 $f(x)=ax^2+bx+c$

ក. $\Delta<0: f(x)$ មានសញ្ញាដូច a ជានិច្ច ។

ខ. $\Delta=0: f(x)$ មានឫសឌុប ហើយមានសញ្ញាដូ

កាលណា $x \neq -\frac{b}{2a}$ ។

គ. $\Delta > 0 : f(x)$ មានឫសពីរ α និង β ។

+ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច a កាលណា $x < \alpha, \beta < x$ ។

+ $f(x)$ មានសញ្ញាផ្ទុយពី a កាលណា $\alpha < x < \beta$ ។

+ $f(x) = 0$ កាលណា $x = \alpha, x = \beta$ ។

+ វិសមីការដឺក្រេទី 2 ផ្គុំគ្នាបង្កើតជាប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី 2 ។ តម្លៃ x ផ្ទៀងផ្ទាត់ព្រមគ្នារបស់វិសមីការទាំងពីរជាសំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

+ មធ្យមនព្វន្ត និង មធ្យមធរណីមាត្រ

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ដែល $a > 0, b > 0$ ។ $\frac{a+b}{2}$ ហៅថាមធ្យមនព្វន្ត, $\sqrt{ab}$ ហៅថាមធ្យមធរណីមាត្រ ។

លំហាត់

1. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $5-2(y-1)\le 2(4+y)$

ខ. $4(2x+1)+5\ge 2(3$

គ. $y+1<\frac{3}{2}y-3$

ឃ. $\frac{2(x-4)}{10}>2-\frac{x}{5}$

ង. $1-\frac{x}{3}<\frac{1}{3}(2x-3)$

ច. $\frac{2}{5}(y-5)-\frac{2}{3}(2-y)\le 2$ ។

2. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\begin{cases}-4x-5\ge 0\\ 3x-2\ge 0\end{cases}$

ខ. $\begin{cases}2x+7>5x-9\\ x-8\le 4x-3\end{cases}$

គ. $\begin{cases} y+1 \geq \dfrac{1}{3}(y+5) \\ \dfrac{1}{2}(3y+7)-1<0 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} 6(x+1)>2x-5 \\ 25-\dfrac{6-x}{2} \leq 3x \end{cases}$ ។

3. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $2(x-3)+5<5x-6 \leq \dfrac{3x+4}{3}$

ខ. $3x^2-6x+1<2x^2-17$

គ. $x^2+5x-3>3x^2-2x$

ឃ. $x^2+3x \leq \dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{15}{2}$ ។

4. កំណត់តម្លៃ c នៃវិសមីការ $x^2+7x+9>8x+c$ មានចម្លើយចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ។

5. គេឲ្យសំណុំពីរ A និង B ដូចខាងក្រោម៖

$A=\left\{x/6x^2-7x-5>0\right\}, B=\left\{x/x^2-2x-8<0\right\}$

ចូររកចំនួនគត់ក្នុងចំណោមធាតុនៃ $A\cap B$ ។

6. ចូរបង្ហាញវិសមភាពខាងក្រោមចំពោះ $a>0$, $b>0, c>0, x>0, y>0$ ។

ក. $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8$

ខ. $(ab+bc+ca)^2\geq 3abc(a+b+c)$

គ. $2x^2\geq 3xy-2y^2$

ឃ. $x^2+y^2\geq 2(x-y-1)$ ។

7. គេមានវិសមីការ $(a-1)x^2-2(a-1)x+3\geq 0$ ។ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យវិសមីការមានឫស ។

ដំណោះស្រាយ

1). ក. $y \geq -\frac{1}{4}$

ខ. $x \geq -2$

គ. $y > 8$

ឃ. $x > 7$

ង. $x > 2$

ច. $y \leq 5$

2). ក. គ្មានចំលើយ

ខ. $-\frac{5}{3} < x < \frac{16}{3}$

គ. គ្មានចំលើយ

ឃ. $x \geq \frac{44}{5}$

3). ក. $\frac{5}{3} < x \leq \frac{11}{6}$

ខ. គ្មានចំលើយ

គ. $\frac{1}{3}<x<3$

ឃ. $-15\le x\le 2$ ។

4). $x^2+7x+9>8x+c$

$x^2-x+9+c>0$

$\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases}\Delta=-35-4c<0, c>-\frac{35}{4}$

5). $A=\left\{x/x<-\frac{1}{2}, x>\frac{5}{3}\right\}$

$B=\{x/-2<x<4\}$

$A\cap B$ គឺ $-2<x<-\frac{1}{2}$

$\frac{5}{3}<x<4$ ។

6) $a>0,b>0,c>0,x>0,y>0$

ក. $a+\frac{1}{b}\ge 2\sqrt{\frac{a}{b}}$ (1)

$b+\frac{1}{c}\ge 2\sqrt{\frac{b}{c}}$ (2)

$$c+\frac{1}{a}\geq 2\sqrt{\frac{c}{a}} \quad (3)$$

គុណ (1),(2) និង (3) គេបាន៖

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8$$

ខ. $(ab+bc+ca)^2\geq 3abc(a+b+c)$

$$(ab+bc+ca)^2-3abc(a+b+c)$$

$$=\frac{1}{2}\left[(ab-bc)^2+(bc-ca)^2+(ca-ab)^2\right]\geq 0$$

$\Rightarrow (ab+bc+ca)^2\geq 3abc(a+b+c)$ ពិត

គ. $2x^2-\left(3xy-2y^2\right)=2\left(x-\frac{3}{4}y\right)+\frac{7}{8}y^2\geq 0$

$\Rightarrow 2x^2\geq 3xy-2y^2$ ។

ឃ. $\left(x^2+y^2\right)-2(x-y-1)$

$$=(x-1)^2+(y+1)^2\geq 0$$

$\Rightarrow x^2+y^2\geq 2(x-y-1)$ ។

7). $(a-1)x^2-2(a-1)x+3\geq 0$

$(1)\, a=1 \Rightarrow 3 \geq 0$ ពិត

$(2)\, a \neq 1 \Rightarrow a-1>$ ឬ $a>1$

$(3)\, \Delta' = (a-1)^2 - 3(a-1) \leq 0$

$(a-1)(a-4) \leq 0$

$(1),(2)$ និង $(3) \Rightarrow 1 \leq a \leq 4$ ។

លំហាត់ជំពូកទី 3

1. គណនា៖

ក. $\left(\sqrt{-50}-\sqrt{72}+\right)\left(\sqrt{27}+\sqrt{-75}\right)$

ខ. $\left(\sqrt{2}+i\right)^2-\left(\sqrt{2}-i\right)^2$

គ. $\dfrac{1}{\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{1-i}}$

ឃ. $\dfrac{1+3\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i}+\dfrac{3\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}i}$

រកតម្លៃនៃចំនួនពិត និង នៃសមីការខាងក្រោម៖

$+b)+abi=3+i$

ខ. $2+\left(a+b^2\right)i=a-b+4i$

គ. $(-1+i)(a+bi)=1-3i$

ឃ. $(2+i)a-(1-3i)b+(5+6i)=0$

3. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $(x-1)^2+3(x-1)+2=0$

ខ. $(x-1)(x-2).(x-3)=24$

គ. $(x-1)^2+4(x-1)(x-3)-2(2x-3)^2=0$

ឃ. $(x^2-x)^2-4(x^2-x)-12=0$ ។

4. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

ក. $\begin{cases}3x-2y-z=11\\2x-5y-2z=3\\-5x-y+2z=-33\end{cases}$

ខ. $\begin{cases}x-2y=3\\x^2-4xy+y^2=6\end{cases}$ ។

5. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $x^2-8x+12>0$

ខ. $3x^2-5x+4>3-x^2$

គ. $(2x-1)(x-4)>18$

ឃ. $|x^2-8x+6|<6$

6. ក. ដោះស្រាយសមីការ $5x^2-3x^2-32x-12=0$

៦. គេឲ្យពហុធា $f(x)=2x^3-9x^2+Ax+B$ ដែល A និង B ជាចំនួនថេរ ។

ពហុធានេះចែកនឹង $x+1$ ឬចែកនឹង $x-2$ មាន សំណល់ 3 ដូចគ្នា ។

(1). រកតម្លៃ A និង B

(2). ដោះស្រាយសមីការ $f(x)-3=0$ ។

(3) . ដោះស្រាយសមីការ $f(2x)-3=0$ ។

7. គេមាន a,b,x,y ជាចំនួនវិជ្ជមាន និង $a+b=1$ ។

បង្ហាញថា $\sqrt{ax+by}>a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$ ។

8. គេមានសមីការ $x^2-2(k-3)x+4k=0$ ដែលមាន ឬសពីរ α និង β ។

ក. រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឬសទាំងពីរវិជ្ជមាន ។

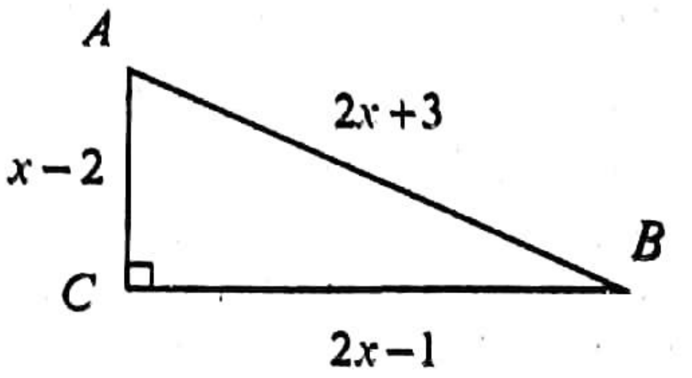
ខ. រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឬសទាំងពីរអវិជ្ជមាន ។

9. គេឲ្យ ABC ជាត្រីកោណដែលមានមុំ ABC ជាមុំកែង (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។

ក. ប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករសរសេរសមីការដែលមានអញ្ញាត x ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $x^2-20x-4=0$ ។

គ. រកផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ ABC ។



10. កម្មករពីរនាក់ជួសជុលផ្ទះមួយ ។ កម្មករទី 1 ធ្វើបានពាក់កណ្ដាល រួចឲ្យកម្មករទី 2 បង្ហើយកិច្ចការដែលនៅសល់ ។ កិច្ចការបានចប់ក្នុងរយៈពេល $12h30mn$ តែបើកម្មករទាំងពីរធ្វើការរួមគ្នានោះ គេអាចបញ្ចប់កិច្ចការនេះក្នុងរយៈពេល $6h$ ។

តើកម្មករទីមួយៗ ត្រូវចំណាយពេលប៉ុន្មានម៉ោង ដើម្បី

ជួសជួលផ្ទះនោះហើយ ។

11. ក្រុមហ៊ុនផលិតវិទ្យុលក់តម្លៃ $10 ក្នុងមួយគ្រឿង ។ ម្ចាស់ក្រុមហ៊ុនប៉ាន់ស្មានថា បើគេលក់តម្លៃ $x ក្នុងមួយគ្រឿងនោះភ្ញៀវនឹងទិញប្រហែល $80-x$ វិទ្យុក្នុង 1 ខែៗ ។

ក. រកតម្លៃចំនួនថេរ A និង B ដែលប្រាក់ចំណេញរបស់ក្រុមហ៊ុនដោយឲ្យកន្សោម $-x^2+Ax+B$ ។

ខ. កំណត់តម្លៃវិទ្យុ បើគេលក់បានចំណេញ $1000 ។

គ. តើប្រាក់ចំណេញអាចឡើងដល់ $2000 ឬទេ ?

12. សួនផ្កាមួយរាងចតុកោណកែងមានទទឹង $30m$ និងបណ្ដោយ $40m$ ។ គេចង់ធ្វើផ្លូវពីរកាត់គ្នាក្នុងសួនផ្កានោះ (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ដែលមានទទឹងផ្លូវស្មើគ្នាៗ និងផ្ទៃក្រឡាផ្លូវស្មើនឹង $325m^2$ ។

គណនាទទឹងផ្លូវនោះ ?

ដំណោះស្រាយ

1). ក. $-\sqrt{6}(43+15i)$

ខ. $4\sqrt{2}i$

គ. 1

ឃ. $\sqrt{3}+2i$

2). ក. $a=\frac{3+\sqrt{5}}{2}, b=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

ឬ $a=\frac{3-\sqrt{5}}{2}, b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

ខ. $a=0, b=-2$

គ. $a+bi=-2+i, a=-2, b=1$

ឃ. $\begin{cases}2a-b=-5\\a+3b=-6\end{cases}, a=-3, b=-1$

3). ក. $x=-1,0$

ខ. $x=5,\frac{1\pm\sqrt{23}i}{2}$

គ. $x=\frac{3\pm\sqrt{6}i}{3}$

ឃ. $x=-2,3,\frac{1\pm\sqrt{7}i}{2}$

4). ក. $x=4, y=3, z=-5$

ខ. $(x=1, y=-1),(x=5, y=1)$

5). ក. $x\in(-\infty,2)\cup(6,+\infty)$

ខ. $x\in\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)\cup(1,+\infty)$

គ. $x\in\left(-\infty,-\frac{11}{2}\right)\cup(3,+\infty)$

ឃ. $0<x<2$ និង $6<x<8$

6). ក. តាង $f(x)=5x^3-3x^2-32x-12$

$f(-2)=0\Rightarrow f(x)=(x+2)(5x+2)(x-3)=0$

គេបាន $\boxed{x=-\frac{2}{5},-2,3}$

ខ. 1. $f(x)=2x^3-9x^2+Ax+B$

$f(-1)=3, f(2)=3$

គេបាន $\begin{cases} B = A+14 \\ B = -2A+23 \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{A=3, B=17}$ ។

2. $f(x)-3=0$

$g(x)=2x^3-9x^2+3x+14=0$

$g(-1)=0 \Rightarrow g(x)=(x+1)(2x-7)(x-2)=0$

$\boxed{x=-1,2,\frac{7}{2}}$ ។

3. $f(2x)-3=h(x)$

$$h(x)=8x^3-18x^2+13x+7$$

$$x=1,\frac{1}{2},\frac{7}{4} \text{ ។}$$

7). $\sqrt{ax+by}^2-\left(a\sqrt{x}+b\sqrt{y}\right)^2=ab\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$

ដោយ $ab>0$

$\Rightarrow ab\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{ax+by} \geq a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$

8). $\Delta'=(k-1)(k-9)\geq 0(1)$

$\alpha+\beta=2(k-3)>0 \quad (2)$

$\alpha\beta=4k>0 \quad (3)$

$(1)\Rightarrow k\le 1, 9\le k \quad (4)$

$(2)\Rightarrow k>3 \quad (5)$

$(3)\Rightarrow k>0 \quad (6)$

$(4),(5),(6)\Rightarrow \boxed{k\ge 9}$ ។

9). ក. $x^2-20x-4=0$

ខ. $x=10\pm 2\sqrt{26}$ ឬ $\boxed{x_1=-0.198, x_2=20.198}$ ។

គ. យើងយក x ជាចំនួនវិជ្ជមាន

ដូចនេះ $x=10+\sqrt{104}$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $s=\frac{1}{2}\left(8+\sqrt{104}\right)\left(19+2\sqrt{104}\right)$

$=180+35\sqrt{26}=358.46$

ដូចនេះ $\boxed{s=358.56}$ ឯកផ្ទៃតាក្រឡា ។

10. $\frac{t_1}{2}$ រយៈពេលក្រុម 1 ធ្វើការ

$\frac{t_2}{2}$ រយៈពេលក្រុម 2 ធ្វើការ

$$\frac{t_1}{2}+\frac{t_2}{2}=\frac{25}{2}\Rightarrow t_1+t_2=25$$

$$\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}=\frac{1}{6}\Rightarrow t_1t_2=150$$

$$x^2-25x+150=0,\ t_1=15, t_2=10$$

11. ប្រាក់ចំណេញ

$$p=(80-x)(x-10)$$

ក. $A=90, B=800$

ខ. $p=100\Rightarrow x=30, y=60$ ។

គ. $p=2000$ មិនអាចទេ ។

12. $30x+40x-x^2=325$ ឬ $x^2-70x+325=0$

$x=5, x=65$

$x=65$ មិនអាច

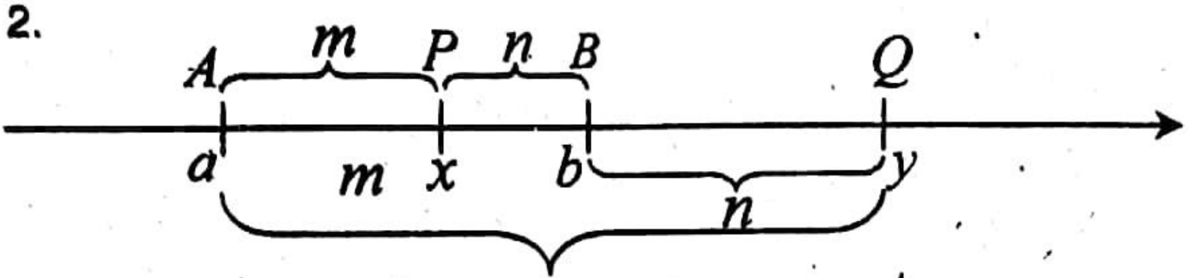
$x=5$ ទទឹងផ្លូវ $5m$ ។

មេរៀនទី1 កូអរដោនេនៃចំនុច

មេរៀនសង្ខេប

1. *ចម្ងាយរវាងចំណុច និង គឺ ។*

2.



- បើ P ចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$ នោះ គេបាន

ក. $AP:PB=m:n$

ខ. $x=\dfrac{mb+na}{m+n}$

គ. គឺ $m=n=$ *នោះ* $x=\dfrac{a+b}{2}$

- បើ Q ចែកអង្កត់ AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m:n$ នោះគេបាន

ក. $QA:QB=m:n$

ខ. $y=\frac{mb-na}{m-n}$

3. ចម្ងាយរវាងចំណុច $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ គឺ

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

ចម្ងាយរវាងគល់តម្រុយ និង ចំណុច $P(x,y)$ គឺ

$$OP=\sqrt{x^2+y^2}$$

4. កូអរដោនៃចំណុចចែកក្នុងនៃអង្កត់មួយក្នុងតម្រុយ

កូអរដោនេ $p\left(\frac{mx_b+nx_a}{m+n},\frac{my_b+ny_a}{m+n}\right)$ ។

ចំណុច P កណ្តាល AB គឺ $p\left(\frac{x_a+x_b}{2},\frac{y_a+y_b}{2}\right)$ ។

កូអរដោនេនៃចំណុចចែកក្រៅនៃអង្កត់មួយក្នុងតម្រុយ

កូអរដោនេ $Q\left(\frac{mx_a-nx_a}{m-m},\frac{my_b-ny_a}{m-n}\right)$ ។

លំហាត់

1. *គេឲ្យចំណុច* $A(-3), B(2), C(5)$ *និង* $D\left(-\frac{3}{2}\right)$ *នៅលើបន្ទាត់ចំនួនពិត ។*

   ក. *ដៅចំណុច* A, B, C *និង* D *។*

   ខ. *កំណត់ចម្ងាយ* AO, AB, BC *និង* DC *។*

2. *គេឲ្យពីរចំណុច* $A(-3)$ *និង* $B(8)$ *។ តាង* P *ជាចំណុចក្នុងនៃ* AB *តាមផលធៀប* $2:3$ *ហើយ* Q *ជាចំណុចចែកក្រៅនៃអង្កត់* AB *តាមផលធៀប* $4:3$ *។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្តាល* M *នៃអង្កត់* PQ *។*

3. *គេឲ្យពីរចំណុច* $E(2)$ *និង* $F(6)$ *។ តាង* D *ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ* EF *តាមផលធៀប* $4:3$ *និង* G *ជាចំណុចចែកក្រៅនៃ* EF *តាមផលធៀប* $1:3$ *។ ចូររកប្រវែង* DG *។*

4. *គេឲ្យត្រីកោណមួយ ដែលកំពូល* $A(-2,4), B(0,9)$ *និង* $C(3,2)$ *។ តើត្រីកោណនេះជាត្រីកោណកែងឬទេ?*

5. *រកកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងបីនៃត្រីកោណ ដែលចំណុច*

កណ្តាលនៃជ្រុងគឺ $(-2,3),(3,-1)$ និង $(5,4)$ ។

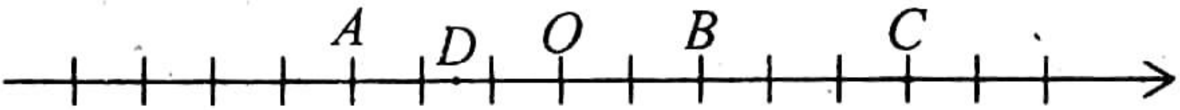
6. រកកូអរដោនេនៃកំពូល D នៃចតុកោណកែង $ABCD$ បើកូអរដោនេនៃកំពូល $A(0,0),(0,5)$ និង $C(8,0)$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាវា ។

7. រកកូអរដោនេនៃកំពូល D នៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ បើកូអរដោនេនៃកំពូល $A(-2,5),B(4,3)$ និង $C(-2,3)$ ។

8. រកកូអរដោនេនៃចំណុច E ចែកក្នុង និង F ចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB តាមផលធៀប $2:3$ ចំពោះគូចំណុច $A(1,3)$, $B(-2,5)$ រួចរកប្រវែង EF ។

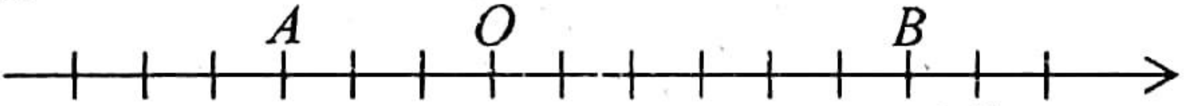
ដំណោះស្រាយ

1. ក.



ខ. $AO=3, AB=5, BC=3, DC=6,5$

2.



ដោយ P ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ AB តាមផលធៀប $2:3$

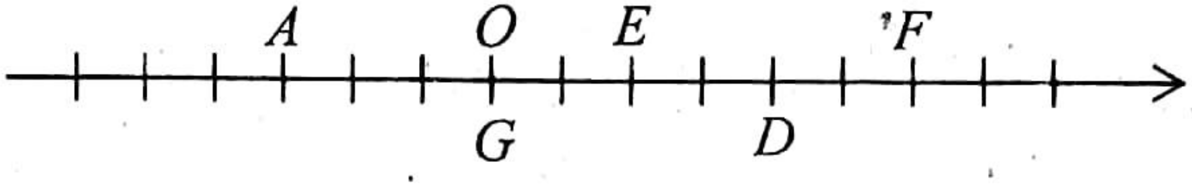
គេបាន៖ $\left(\frac{AP}{PB}=\frac{m}{n}\right)$ នោះ $\frac{P-(-3)}{8-P}=\frac{2}{3}$ នោះ $P=\frac{7}{5}$

ហើយ Q ជាចំណុចចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB តាមផលធៀប

$4:3\ \frac{AQ}{QB}=\frac{4}{3}$ នោះ $\frac{y+3}{y-8}=\frac{4}{3}$ នោះ $y=41$ កូអរដោនេនៃ

ចំណុចកណ្ដាល M នៃអង្កត់ PQ គឺ $\frac{4+\frac{7}{5}}{2}=21.23$

3.



D ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ EF តាមផលធៀប $4:3$

$\frac{ED}{DF}=\frac{3}{4}$ នោះ $\frac{x-2}{6-x}=\frac{4}{3}$ នោះ $x=\frac{30}{7}$

G ជាចំណុចចែកក្រៅនៃ EF តាមផលធៀប $1:3$

$\frac{EG}{FG}=\frac{1}{3}$ នោះ $\frac{y-2}{y-6}=\frac{1}{3}$ នោះ $y=0$ ប្រវែង

$DG=\dfrac{30}{7}$ (ឯកតាប្រវែង)

4. $AB\left(0-(-2),9-4\right), AB\left(2,5\right)$

នោះ $AB=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$ នោះ $AB^2=29$

$AC\left(3-(-2),2-9\right), AC\left(5,-2\right)$

នោះ $AC=\sqrt{5^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$ នោះ $AC^2=29$

នោះ $BC=\sqrt{3^2+(-7)^2}=\sqrt{29}$ នោះ $BC^2=58$

យើងឃើញថា $AB^2+AC^2+BC^2$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ។

5. យក $A(-2,3), B(3,-1)$ និង $C(5,4)$

កូអរដោនេនៃ I កណ្ដាល AB គឺ $I\left(\dfrac{-2+3}{2},\dfrac{3-1}{2}\right)$

នោះ $I\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

កូអរដោនេនៃ J កណ្ដាល AC គឺ $J\left(\dfrac{-2+5}{2},\dfrac{3+4}{2}\right)$

នោះ $J\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{7}{2}\right)$

កូអរដោនេនៃ K កណ្ដាល CB គឺ $K\left(\frac{3+5}{2},\frac{4-1}{2}\right)$

នោះ $K\left(4,\frac{3}{2}\right)$

6. កូអរដោនេនៃកំពូល D នៃចតុកោណកែង $ABCD$

គឺ $D(8,5)$ ក្រឡាផ្ទៃ $ABCD$ គឺ $5\times 8=40$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

7. កូអរដោនេនៃកំពូល $D(x,y)$ នៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$

គេបាន $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$

$(x+2,y+3)=(-2-4,5-3)$

នោះ $\begin{cases}x+2=-6\\ y+3=2\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}x=-8\\ y=1\end{cases}$

ដូចនេះកូអរដោនេនៃកំពូល $D(-8,-1)$ ។

8. បើ $E(x,y)$ ចែកអង្គ AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $2:3$ ។

កូអរដោនេនៃចំណុច $E\left(\frac{nx_a+mx_b}{m+n},\frac{ny_a+my_b}{m+n}\right)$

$E\left(\frac{3.1+2.(-2)}{2+3},\frac{3.3+2.5}{2+3}\right)$

$$E\left(-\frac{1}{5},\frac{19}{5}\right)$$

បើ $F(x,y)$ *ចែកអង្គ* AB *ខាងក្រៅតាមផលធៀប* 2 : 3 ។

កូអរដោនេនៃចំណុច $F\left(\frac{2.(-2)-3.1}{2-3},\frac{2.5-3.3}{2-3}\right)$

$$F(7,-1)$$

កូអរដោនេនៃ $EF\left(7+\frac{1}{5};-1-\frac{19}{5}\right)$

$$EF\left(\frac{36}{5},\frac{24}{5}\right)$$

នោះ $EF=\sqrt{\left(\frac{36}{5}\right)^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{1872}}{5}=8.65$

(ឯកតាប្រវែង) ។

មេរៀនទី2 សមីការបន្ទាត់

មេរៀនសង្ខេប

1. បន្ទាត់ $y = mx + n$ និង $y = m'x + n'$ បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា លុះត្រាតែ $m = m'$ បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា លុះត្រាតែ $m.m' = -1$

2. សមីការបន្ទាត់កាត់ចំណុច (x_1, y_1) មានមេគុណប្រាប់ទិស m គឺ $y - y_1 = m(x - x_1)$

មីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច (x_1, y_1) និង

) គឺ $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

4. ចម្ងាយ d រវាងចំណុច (x_1, y_1) និងបន្ទាត់ $ax + by + c = 0$ គឺ $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

លំហាត់

1. រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(2,5)$ មានមេគុណប្រាប់ទិស ស្របតាមបន្ទាត់ពីរចំណុច $B(-5,3)$ និង $C(2,-1)$ ។

2. រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(3,1)$ ស្របទៅ និងបន្ទាត់ $L: 2x-3y-5=0$ ។

3. រកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $B(-1,1)$ កែងទៅនិងបន្ទាត់ $L: x+3y+4=0$ ។

4. បង្ហាញថាបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(a,0)$ និង $(0,b)$ មានសមីការ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ សន្មត $ab \neq 0$ ។

5. ក្នុងប្លង់គូអរដោនេគេមានចំណុច $A(1,-3), B(2,-1)$ និងបន្ទាត់ $D: y=x-2$ ។

   ក. រកសមីការបន្ទាត់ AB ។

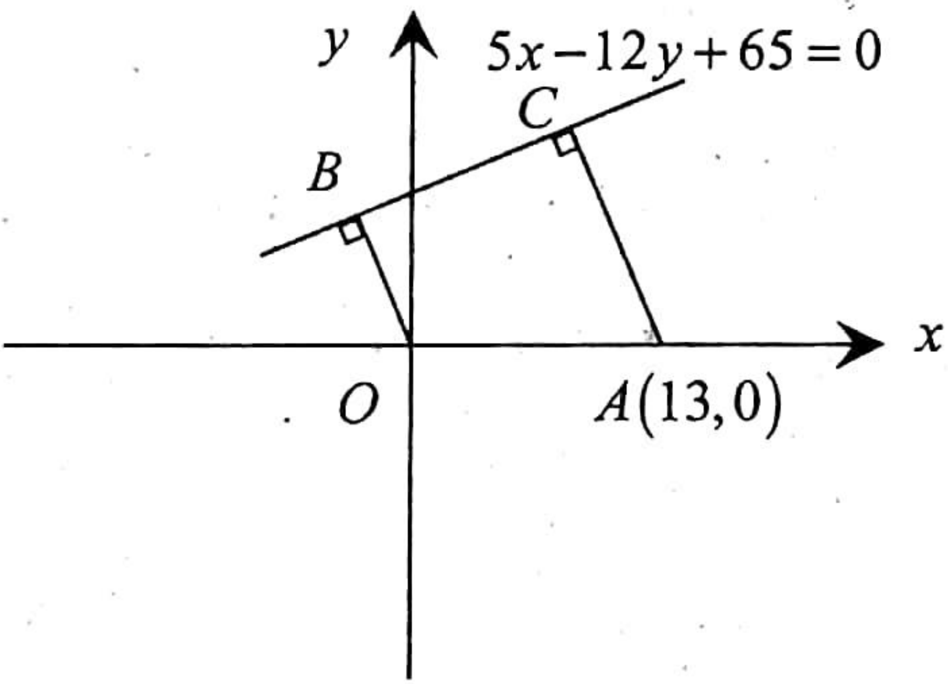
   ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ L ស្របនឹងបន្ទាត់ AB កាត់គល់ O ។

គ. គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ I នៃបន្ទាត់ D និង L ។

6. រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំនុចគល់ និងកាត់តាមចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $L_1 : 2x - y - 1 = 0$ និង $L_1 : x + 2y - 2 = 0$ ។

7. តាង B និង C ជាចំណោលកែងនៃ O និង $A(13,0)$ រៀងគ្នាទៅលើបន្ទាត់ $5x - 12y + 65 = 0$ ។

គណនាក្រឡាផ្ទៃចតុកោណព្នាយ $OACB$ ។



8. បង្ហាញថាកម្ពស់ ឬបន្ទាយកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច ។

9. គេមានបន្ទាត់ $D: y = 2x + 3$ និងចំណុច $A(5,1)$ ជាចំណុចនង់ដែលមិននៅលើបន្ទាត់ D ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច Q កណ្ដាលអង្កត់ AP ពេលដែលចំណុច P ផ្លាស់ទីលើបន្ទាត់ D ។

10. រកសំណុំចំណុចដែលមមានផលធៀបចម្ងាយ O និង $A(3,0)$ ស្មើ $2:1$ ។

ដំណោះស្រាយ

1. មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ គឺ បន្ទាត់ L'

$$a = \frac{3-(-1)}{-5-2} = -\frac{4}{7}$$

បន្ទាត់ L មានរាង៖

$y = a'x + b$ ដោយ $L \square L'$ នោះ $a' = -\frac{4}{7}$

ដូចច្នេះបន្ទាត់ $L: y = -\frac{4}{7}x + \frac{43}{7}$

2. បន្ទាត់ $D: y = ax + b$ ដោយ $D \square L$ នោះ $a = \frac{2}{3}$

ដូចេ្នះ បន្ទាត់ $D: y = \frac{2}{3}x - 1$

3. បន្ទាត់ $D: y = 3x - 8$ ។

4. បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(a,0)$ និង $B(0.b)$

សមីការ ដោយ $\frac{y-0}{x-a} = \frac{b-0}{0-a} \Leftrightarrow ay + bx = ab$

ដោយ $ab \neq 0$ គេបាន $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

5. ក. $AB: y = 2x + 5$

ខ. $L: y = 2x$

គ. បន្ទាត់ D និង L ប្រសពគ្នាត្រង់ $I(-2,-4)$ ។

6. បន្ទាត់ L_1 និង L_2 ប្រសពគ្នាត្រង់ $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

បន្ទាត់ $L: y = ax$ កាត់តាមចំណុច $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

នោះ $\frac{3}{5} = \frac{4}{5}(a \Rightarrow a) = \frac{3}{4}$

ដូចនេះបន្ទាត់ $L: y=\frac{3}{4}x$ ។

7. ចំងាយ $|OB|=\frac{65}{13}=5$, $|AC|=10$

$$B\left(x=-\frac{25}{13}, y=\frac{60}{13}\right) , \ C\left(x=\frac{119}{13}, y=\frac{120}{13}\right)$$

$$BC=12 \ , \ S=\frac{(5+10)12}{2}=90$$

8. តាងបន្ទាត់ BC ជាអ័ក្សអាប់ស៊ីស, បន្ទាត់កែង AO ពី A ទៅ BC ជាអ័ក្សអរដោនេ និង O ជាគល់តំរុយ នោះគេបានកូអរដោនេកំពល $A(0,a), B(b,0), C(c,0)$ ។ (i) បើ $b\neq 0$ និង $c\neq 0$ សមីការបន្ទាត់ CM ពី C កែងជ្រុង

AC គឺ $y=\frac{b}{a}(x-a)=\frac{b}{a}x-\frac{bc}{a}$

សមីការបន្ទាត់ BN ពី B ទៅកែងជ្រុង AC គឺ

$y=\frac{c}{a}(x-c)=\frac{c}{a}x-\frac{bc}{a}$

MC និង BN កាត់តាមគ្នាត្រង់ចំណុច $\left(0,-\frac{bc}{a}\right)$ នៅ

ស័ក្សអរដោនេ ។

ដូចេ្នះ បន្ទាត់ទាំងបីកាត់គ្នាត្រង់មួយចំណុចនៅលើបន្ទាត់ កែងបីស្របគ្នាត្រង់កំពូលមុំកែង ។ ចំណុចប្រសព្វបន្ទាត់ទាំងបី នេះហៅថា អរត្វូសង់នៃ ΔABC ។

មេរៀនទី 3 ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់

មេរៀនសង្ខេប

1. សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(a,b)$ និងកាំ r គឺ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
2. រង្វង់ដែលមានផ្ចិតជាគល់តំរុយ $O(0,0)$ និងកាំ r មានសមីការស្តង់ដា $x^2+y^2=r^2$ ។
3. សមីការទូទៅនៃរង្វង់គឺ $x^2+y^2+Ax+Bx+C=0$
4. សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ $x^2+y^2=r^2$ ត្រង់ចំណុច (x_0,y_0) គឺ $x_0x+y_0y=r^2$
5. គេឲ្យសមីការរង្វង់ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ និងបន្ទាត់ $D: y=mx+n$ នោះគេបាន

$$(x-a)^2+\left[(mx+n)^2-b\right]^2=r^2 \quad (1)$$

បើ Δ ជាឌីសគ្រីមីណង់នៃសមីការ (1) គេបាន

ក. បើ $\Delta>0$ នោះបន្ទាត់ និងរង្វង់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុច

ខ. បើ $\Delta = 0$ នោះបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់

គ. បើ $\Delta < 0$ នោះបន្ទាត់ និងរង្វង់មិនប្រសព្វគ្នាទេ

ចំណេះដឹងបន្ថែម

សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ត្រង់ចំណុច (x_0,y_0) គឺ $(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$

លំហាត់

1. សរសេរសមីការរង្វង់ជាទំរង់ស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ដោយស្គាល់ផ្ចិត I និងកាំ r ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

   ក. $I(0,0)$, $r=1$

   ខ. $I(0,1)$, $r=\sqrt{2}$

   គ. $I(2,0)$, $r=\sqrt{3}$

   ឃ. $I(1,1)$, $r=2$

   ង. $I(-1,3)$, $r=2$

   ច. $I(-2,-2)$, $r=3$

2. កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលមានសមីការស្តង់ដាដូចខាងក្រោម៖

ក. $x^2+y^2=9$

ខ. $(x-2)^2+(y-1)^2=16$

គ. $(x-1)^2+(y+2)^2=25$

ឃ. $x^2+(y-1)^2=36$

3. កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលមានសមីការស្តង់ដាដូចខាងក្រោម៖

ក. $x^2+y^2+4x=6$

ខ. $x^2+y^2-6x+2y=6$

គ. $2x^2+2y^2-2x+2y=1$

ឃ. $3x^2+3y^2-2x-3y+1=0$

4. សរសេរសមីការទូទៅ $x^2+y^2-4x+2y+4=0$ ជាទំរង់សមីការស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ រួចសង់ក្រាប ។

5. សរសេរសមីការទូទៅ $2x^2+2y^2-8x=0$ ជាទំរង់

សមីការស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

រូបសង់ក្រាប ។

6. រកសមីការរង្វង់ទូទៅកាត់តាមបីចំណុចខាងក្រោម៖

ក. $(1,0),(0,1)$ និង $(3,4)$

ខ. $(2,2),(-2,1)$ និង $(2,3)$

7. រកសមីការនៃរង្វង់ខាងក្រោម៖

ក. រង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(2,1)$ និងកាត់តាមចំណុច $A(-1,3)$ ។

ខ. រង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $C(3,\sqrt{3})$ និង $D(2,-2)$ ហើយមានផ្ចិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

គ. រង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $E(1,2)$ ហើយប៉ះទៅអ័ក្សកូអរដោនេទាំងពីរ ។

8. គេឲ្យបីចំណុច $A(0,0),B(4,2)$ និង $C(5,1)$ ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP^2+BP^2+CP^2=49$ ។

9. គេមានចំណុច $A(5,4)$ នៅលើរង្វង់

$(x-2)^2+(y-3)^2=10$ ។ រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុចនេះ ។

10. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុច $A(3,4)$ ទៅនឹងរង្វង់ $x^2+y^2=25$ ។

11. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះគូសចេញពីចំណុច $B(0,-2)$ ប៉ះទៅរង្វង់ $x^2+y^2=1$ ។

12. គេមានសមីការរង្វង់ $x^2+y^2=13$ និងបន្ទាត់ $x+5y=13$ មានចំណុចប្រសព្វពីរផ្សេងគ្នា ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងនេះ ។

13. គេមានសមីការរង្វង់ $x^2+y^2=1$ និង $y=mx+2$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។ សិក្សា m ចំនួននៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់ ។

14. រកសមីការនៃរង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $O(0,0)$, $A(1,2)$ និង $B(4,3)$ ។

15. រកសមីការនៃរង្វង់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(1,3)$, $B(2,0)$ និង $C(-1,-1)$ ហើយរកកូអរដោនេនៃផ្ចិត និងប្រវែងកាំរបស់វា ។

16. គេឲ្យបណ្ដុំចំណុចបី $A(1,0), B(-2,-3)$ និង $C(-5,-3)$ ។ រកសំណុំចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$AP^2 = BP^2 + CP^2$

17. គេមានបន្ទាត់ $3y = x + 5$ និងរង្វង់

$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ ។

ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់កាត់រង្វង់ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និងរង្វង់នោះ ។

គ. គណនាចំងាយរវាងពីរចំណុចប្រសព្វនេះ ។

18. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $y = 3x + 5$ កាត់រង្វង់

$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ តាមអង្កត់ធ្នូមួយ និងគណនាប្រវែងអង្កត់ធ្នូនេះ ។

19. បង្ហាញថារង្វង់ $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ និង

$x^2 + y^2 - x + y - 12 = 0$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា និងរកសមីការនៃអង្កត់ធ្នូរួមនោះ ។

20. បង្ហាញថារង្វង់ $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ និង

$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ អរតូកូណាល់គ្នា ។

ដំណោះស្រាយ

1. *សរសេរសមីការរង្វង់ជាទំរង់ស្តង់ដា*

ទំរង់ស្តង់ដានៃសមីការរង្វង់គឺ៖

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ មានផ្ចិត $I(a,b)$ និងកាំ r

ក. $x^2+y^2=1$

ខ. $x^2+(y-1)^2=2$

គ. $(x-2)^2+y^2=3$

ឃ. $(x-1)^2+(y-1)^2=2$

ង. $(x+1)^2+(y+2)^2=4$

ច. $(x+2)^2+(y+2)^2=9$

2. *កំណត់ និងកាំនៃរង្វង់*

តាមរូបមន្តសមីការស្តង់ដានៃសមីការរង្វង់

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ *ដែលមានផ្ចិត* $I(a;b)$ *និងកាំ* r ។

ដូចនេះគេបាន៖

ក. *ផ្ចិត* $I(0,0)$ *កាំ* $r=3$

ខ. ផ្ចិត $I(2,1)$ កាំ $r=4$

គ. ផ្ចិត $I(1,-2)$ កាំ $r=5$

ឃ. ផ្ចិត $I(0,1)$ កាំ $r=6$

3. <u>កំណត់ផ្ចិត និងកាំរង្វង់៖</u>

ពិនិត្យមើលលំហាត់ពី "ក" ដល់ "ឃ" គេឲ្យឃើញនូវសមីការទូទៅនៃរង្វង់គឺ

$$x^2+y^2+Ax+By+C=0$$

ដែលយើងត្រូវបំលែងទៅជា

ទំរង់ស្តង់ដា $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ដែលមានផ្ចិត $I(a,b)$ និងកាំ r ដែលយើងត្រូវរក ។

<u>ឧទាហរណ៍៖</u>

$$x^2+y^2+4x=6$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+2.2.x+2^2\right)+\left(y^2+2.y.0+0^2\right)-2^2=6$$

$$\Leftrightarrow \left(x+2\right)^2+\left(y+0\right)^2=\sqrt{10}^2$$

$$\Rightarrow I(-2;0)\;\&\; r=\sqrt{10}$$

ដូចនេះ

ក. ផ្ចិត $I(-2,0)$ កាំ $r=\sqrt{10}$

ខ. ផ្ចិត $I(3,-1)$ កាំ $r=4$

គ. ផ្ចិត $I(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ កាំ $r=1$

ឃ. ផ្ចិត $I(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$ កាំ $r=\frac{1}{6}$

4. <u>សរសេរសមីការទំរង់ទូទៅជាទំរង់ដា៖</u>

មាន $x^2+y^2-4x+2y+4=0$

$$\left(x^2-2.2.x+2^2\right)+\left(y^2+2.y.1+1\right)^2-2^2-1+4=0$$

$$(x-2)^2+(y+1)^2=1^2$$

ដូចនេះ $\boxed{(x-2)^2+(y+1)^2=1}$

5. $\boxed{(x-2)^2+(y+0)^2=2^2}$

6. <u>រកសមីការរង្វង់ទទៅកាត់តាមបីចំណុច</u>

សមីការរង្វង់ទូទៅមានរាង៖

$$x^2+y^2+Ax+By+c=0$$

ក. កាត់តាមចំណុច

★ $(1,0)$ នោះ៖ $1+0+A+0+C=0$

$A+C=-1 \qquad (1)$

★ $(0;1)$ នោះ៖ $0+1+0+B+C=0$

$B+C=-1 \qquad (2)$

★ $(3;4)$ នោះ៖ $9+16+3A+4B+C=0$

$3A+4B+C=-25 \quad (3)$

តាម $(1),(2)$ និង (3) យើងបាន៖

$$\begin{cases} A+C=-1 & (1) \\ B+C=-1 & (2) \\ 3A+4B+C=-25 & (3) \end{cases}$$

★ យក $(3)-(1): 2A+4B=-24$

$\Rightarrow A+2B=-12 \quad (4)$

★ យក $(3)-(2): 3A+3B=-24$

$\Rightarrow A+B=-8 \qquad (5)$

★ យក $(4)-(5): B=-4$

$\Rightarrow A=-8-B=-8+4=-4$

$\Rightarrow C=-1-A=-1+4=3$

ដូចនេះ៖ $\boxed{(C)..x^2+y^2-4x-4y+3=0}$

ខ. ធ្វើរបៀបដូចគ្នា

ដូចនេះ $\boxed{(C): x^2+y^2+\frac{1}{2}x-5y+1=0}$

7. <u>រកសមីការរង្វង់</u>

ក. សមីការរង្វង់ត្រូវរករាង $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

មានផ្ចិត $I(2,1); A(-1,3)$

$$\Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=r^2$$

ដោយ $r=IA \Rightarrow r^2=IA^2$

$$\Rightarrow r^2=(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2$$

$$=(-1-2)^2+(3-1)^2$$

$$=9+4=13$$

ដូចនេះ $\boxed{(C): (x-2)^2+(y-1)^2=\left(\sqrt{13}\right)^2}$

ខ. $\begin{cases}(a+4)^2+(y-b)^2=r^2\\(4-x)^2+(5-b)^2=r^2\\2a-b=1\end{cases}$

នោះ $a=1, b=1, r^2=25$ គេបាន

$$(x-1)^2+(y-1)^2=25$$

គ. យកផ្ចិត $I(a,a)$ នោះ:

$$(1-a)^2+(2-a)^2=a^2 \text{ គេបាន } a=1,\ a=5$$

ដូចនេះ: $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

ឬ $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

8. តាងកូអរដោនេនៃចំណុច $P(x,y)$

គេបាន $AP^2=x^2+y^2$

$BP^2=(x-4)^2+(y-2)^2$

និង $CP^2=(x-5)^2+(y-1)^2$

នោះ៖ $AP^2+BP^2+CP^2=49$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-6x-2y-1=0$$

រៀបសមីការនេះឡើងវិញគេបាន $(x-3)^3+(y-1)^2=11$

ដូច្នេះ សំណុំចំណុចនៃ P ជារង្វង់ដែលមានកាំស្មើ $\sqrt{11}$

និងផ្ចិត $(3,1)$

9. សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $3x+y-19=0$

10. សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $3x+y-25=0$

11. សមីការបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ $y=\sqrt{3x}-2$ ឬ $y=-\sqrt{3x}-2$

12. បន្ទាត់ និងរង្វង់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $(2,3)$ និង $(-2,3)$

13. ចំពោះ $m<-\sqrt{3}, m>\sqrt{3}$ នោះបន្ទាត់ប៉ះជារង្វង់ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ចំពោះ $m=-\sqrt{3}, m=\sqrt{3}$ នោះបន្ទាត់ប៉ះជារង្វង់ត្រង់មួយចំណុច ។

ចំពោះ $-\sqrt{3}<m<\sqrt{3}$ នោះបន្ទាត់មិនកាត់រង្វង់ទេ ។

14. សមីការនៃរង្វង់ $x^2+y^2-7x+y=0$ ។

15. សមីការនៃរង្វង់ $x^2+y^2-2x-4=0$,

$$(x-0)^2+(y-1)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$$

ដូចនេះ សមីការនៃរង្វង់មានផ្ចិត $I(0,1)$ និងកាំ $r=\sqrt{5}$ ។

16. សំណុំចំណុចនៃចំណុច P គឺជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(-8,-6)$ និងកាំ $r=3\sqrt{6}$ ។

17. ក. យក $x=3y-5$ ជំនួសក្នុងសមីការរង្វង់គេបាន $y^2-5y+4=0$ មាន $\Delta=9>0$

ដូចនេះ បន្ទាត់កាត់រង្វង់ ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ខ. បន្ទាត់កាត់រង្វង់ត្រង់ $A(7,1)$ និង $B(-2,4)$

គ. $AB=3\sqrt{10}$ (ឯកតាប្រវែង)

18. យក $y=3x+5$ ជំនួសក្នុងរង្វង់ គេបាន $x^2+x=0$

បន្ទាត់កាត់រង្វង់ត្រង់ $A(0,5)$ និង $B(-1,2)$ ។

បន្ទាត់កាត់រង្វង់តាមអង្កត់ធ្នូ $AB=\sqrt{10}$ (ឯកត្តាប្រវែង) ។

19. $x^2+y^2-2y-4-\left(x^2+y^2-x+y-12\right)=0$

$\Leftrightarrow x-3y+8=0$ នេះគឺជាសមីការបន្ទាត់កាត់រង្វង់ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នាគឺ $A(-2,2)$ និង $(1,3)$ ។

20. $x^2+y^2+2x-8y+5=0$

$0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-4)^2=12$

ជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(-1,4)$ និងកាំស្មើ $r_1=\sqrt{12}$

$x^2+y^2-4x-4y+7=0\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-2)^2=1$

ជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត $J(2,2)$ និងកាំស្មើ $r_2=1$

នោះ $r_1^2+r_2^2=13$ ហើយ $d=IJ$

ដែល $d^2=IJ^2=\left(2-(1)^2\right)+(2-4)^2$

នោះ $d^2 = r_1^2 + r_2^2$

នេះបញ្ជាក់ថា រង្វង់ $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ និង

$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ អរតូកូណាល់គ្នា ។

មេរៀនទី4

ដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប

មេរៀនសង្ខេប

របៀបដោះស្រាយវិសមីការតាមក្រាប គេត្រូវ:

1. *សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ។*
2. *តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយវិសមីការនីមួយៗ ។*

របៀបដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការតាមក្រាប គេត្រូវ:

1. *សង់ក្រាបតាងសមីការនីមួយៗ ។*
2. *តាមក្រាបកំណត់តំបន់ចម្លើយវិសមីការនីមួយៗ ។*
3. *យកតំបន់ចម្លើយរួមជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។*

លំហាត់

1. *ដោះស្រាយវិសមីការ*

និងប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប:

ក. $x+2y-4>0$

ខ. $1 < x^2 + y^2 < 4$

គ. $x^2 + y^2 \leq 2x + 3$

ឃ. $x^2 + y^2 < 9,\ x + y > 2$

ង. $0 < x < 1\ ,0 < y < 1\ ,\ x^2 + y^2 > 1$

2. ក. សង់បន្ទាត់ $D : y = -x + 2$ និង

$D' = x - 2y - 2 = 0$ ក្នុងតំរុយតែមួយៗ

ខ. ទាញរកគូរចម្លើយប្រព័ន្ធសមិការតាមក្រាភិច

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ x - 2y - 2 = 0 \end{cases}$$

3. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម :

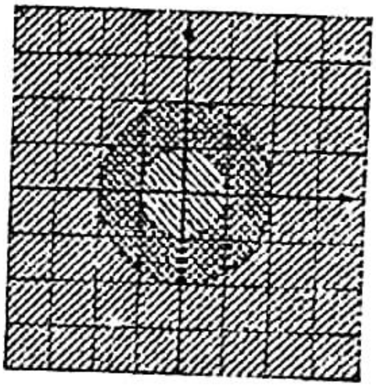
ក. $\begin{cases} x + 4 < 0 \\ y \geq x - 2 \\ y < 2 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 4x + 3y + 6 \geq 0 \\ y \geq 2x - 5 \\ 3x - 4y \geq 0 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

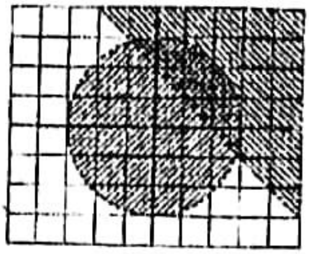
1. ក. វិសមីការមានតំបន់ចំលើយជាកន្ទះប្លង់ដែលគូសធូតបិតនៅខាងលើបន្ទាត់ព្រំដែន ។

ខ. វិសមីការមានតំបន់ចំលើយស្ថិតនៅក្នុង និងលើរង្វង់ផ្ចិត O កាំស្មើ 1 និងរង្វង់ផ្ចិត O កាំស្មើ 2

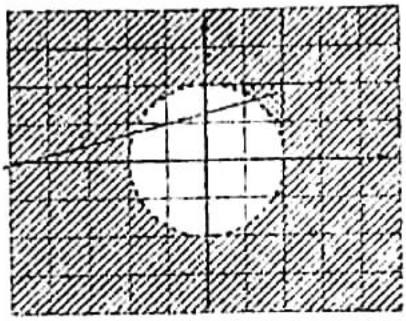


គ. វិសមីការមានតំបន់ចំលើយបិតនៅក្នុង និងលើរង្វង់ផ្ចិត $(1,0)$ កាំស្មើ 2 ។

ឃ. វិសមីការមានតំបន់ចំលើយឋិតក្នុងអង្កត់ថាស



ង.



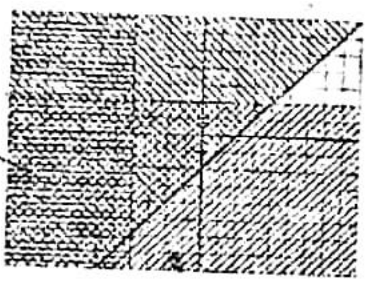
2. ក. បន្ទាត់ $D: y = -x+2$ និង បន្ទាត់

$D': x-2y-2=0$ កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច $(2,0)$

ខ. គូចំលើយប្រព័ន្ធសមីការ $(2,0)$

3. ក.

តំបន់ចំលើយ

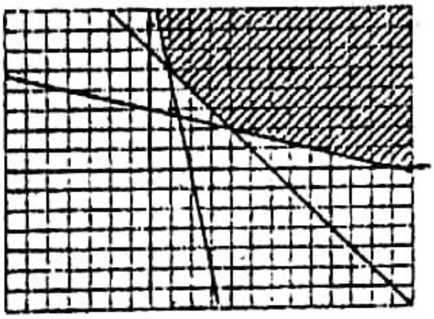


ខ.

តំបន់ចំលើយក្នុងត្រីកោណ

គ.

តំបន់ចំលើយគឺផ្នែកធូត



លំហាត់ជំពូកទី 4

1. គេឲ្យចំណុចពីរ $A(-2)$ និង $B(5)$ ។ តាង C ជាចំណុចចែកក្នុងនៃ AB តាមផលធៀប $3:2$ ។ និង D ជាចំណុចចែកក្រៅនៃ AB តាមផលធៀប $1:3$ រកប្រវែង CD ។
2. រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ចែកក្នុងនិង N ចែកក្រៅនៃអង្កត់ AB តាមផលធៀប $1:3$ ចំពោះគូចំណុច $A(-1,3)$, $B(-2,-5)$ រួចរកប្រវែង MN ។
3. រកសមីការបន្ទាត់នៃមេដ្យាទ័ររបស់អង្កត់ AB ចំពោះ $A(2,3)$ និង $B(4,5)$ ។
4. សមីការនៃបន្ទាត់ ℓ_1 និង ℓ_2 គឺ $3x+4y-18=0$ និង $x-2y+4=0$ រៀងគ្នា ។ រកតំលៃនៃចំនួនថេរ k បើបន្ទាត់ $y=kx$ កាត់តាមចំណុចប្រសព្វនៃ ℓ_1 និង ℓ_2 ។
5. រកតំលៃនៃចំនួនថេរ a បើចំណុចទាំងបី $A(a,a+4)$, $B(-2,6)$ និង $C(7,5)$ ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។
6. រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលខ័ណ្ឌដោយបន្ទាត់បី $x+y-7=0, 3x-2y-1=0$ និង $x-4y+3=0$ ។

7. កំណត់ផ្ចិត និងកាំនៃរង្វង់ដែលកាត់តាមបីចំណុច $A(8,4)$, $B(3,-1)$ និង $C(6,8)$ ។

8. រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $(1,5)$ ហើយប៉ះរង្វង់ $x^2+y^2=1$ ។

9. កំណត់ប្រព័ន្ធវិសមីការដែលមានតំបន់ចម្លើយស្ថិតនៅក្នុង ΔABC ដែលមានកំពូល $A(2,0)$, $B(-3,0)$ និង $C(0,4)$ ហើយជ្រុងនៃត្រីកោណមិនគិតបញ្ចូលទេ ។

10. រកតំលៃនៃចំនួនថេរ a ឲ្យបន្ទាត់ $ax+4y=1$ និង $x+(a-3)y=2$ ស្របគ្នា ។

11. រកតំលៃចំនួនថេរ a ឲ្យបន្ទាត់ $ax+y+1=0$ និងរង្វង់ $x^2+y^2+4x+3=0$ ប៉ះគ្នា ។

12. គេឲ្យចំនុចនឹងពីរ $A(2,0)$ និង $B(0,1)$ ។ រកសំណុំចំណុចនៃចំណុច P ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AP:PB=2:1$ ។

13. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងរង្វង់ $x^2+y^2-4y-4=0$ និង $x^2+y^2-2x=0$ ។

14. កំណត់តំលៃរបស់ r ឲ្យរង្វង់ $(x-4)^2+(y-3)^2=4$ និង $x^2+y^2=r^2$ មិនមានចំណុចរួម ។

ដំណោះស្រាយ

1. $C\left(\frac{11}{5}\right), D\left(-\frac{11}{2}\right)$ ប្រវែង $CD = 7.7$ ។
2. $M\left(-\frac{5}{4}, 1\right), N\left(-\frac{1}{2}, 7\right)$ ប្រវែង $MN = \frac{\sqrt{585}}{4}$ ។
3. $y = -x + 7$
4. $y = k = \frac{3}{2}$
5. $a = \frac{8}{5}$
6. ប្រសព្វរវាង L_1 និង L_2 គឺ $A(3,4)$

   ប្រសព្វរវាង L_1 និង L_3 គឺ $B(5,2)$

   ប្រសព្វរវាង L_2 និង L_3 គឺ $C(1,2)$

   $S \approx \sqrt{\sim 24.95} \approx 5$
7. $A = -6, B = -8$ និង $C = 0$

   $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$ ជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត

$I(3,4)$ និងកាំ $r = 5$ ។

8. សមីការ បន្ទាត់ប៉ះ $x=1$ និង $5y-12x-13=0$

9. $\begin{cases} y<0 \\ y<\dfrac{4}{3}x+4 \\ y<-2x+4 \end{cases}$

10. $a=1, a=4$

11. $\left(1+a^2\right)x^2+2(a\div 2)x+4=0 \quad (1)$

ដើម្បីអោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ លុះត្រាតែសមីការ (1) មានរឹសឌុប

គេបាន $\dfrac{\Delta}{4}=0 \Rightarrow (a\div 2)^2-4\left(1+a^2\right)=0$

$\Rightarrow a(-3a\div 4)=0$

គេបាន $a=0, a=\dfrac{4}{3}$

12. តាងកូអរដោនេនៃចំនុច $P(x,y)$ គេបាន

$AP^2=(x-2)^2+y^2, BP^2=x^2+(y-1)^2$

$\dfrac{AP}{BP}=\dfrac{2}{1} \Rightarrow AP=2BP \Rightarrow AP^2 4BP^2$ នោះ

$$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2+\left(y-\frac{4}{3}\right)^2=\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2$$

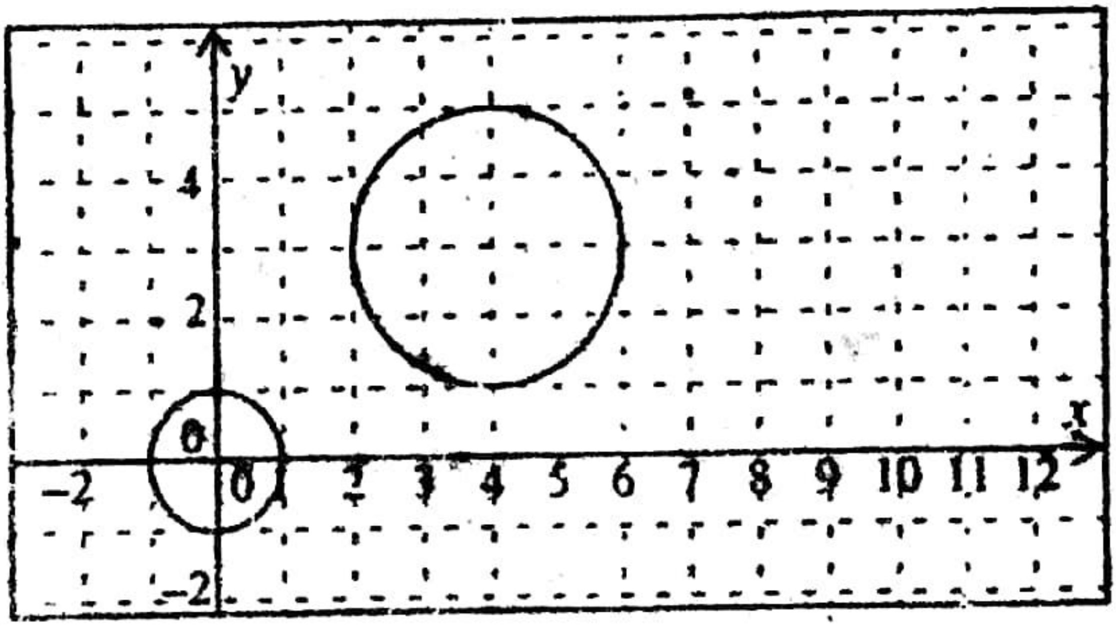
ដូច្នេះ សំណុំចំណុចនៃចំណុច P ជារង្វង់ផ្ចិត

$I=\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$ និងកាំ $r=\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ។

13. កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វគឺ $(2,0)$ និង $\left(\frac{2}{5},-\frac{4}{5}\right)$ ។

14. កំណត់តំលៃរបស់ r អោយរង្វង់

$(x-4)^2+(y-3)^2=0$ និង $x^2+y^2=4$ មិនមានចំណុចរួម



រង្វង់ $(x-4)^2+(y-3)^2=4$ មានផ្ចិត $I(4,3)$

រង្វង់ $x^2+y^2=r^2$ មានផ្ចិត $O(0,0)$ នោះចំងាយមានផ្ចិត $OI=5$

ដើម្បីរង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម លុះត្រាតែ $2+r<5 \Rightarrow 0<r<3$ និង $r<7$ ។

មេរៀនទី1 អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍

មេរៀនសង្ខេប

1. ដែនកំនត់នៃអនុ. f ដែលតាងដោយ D គឺសំណុំអថេរ x ដែលបណ្ដាលឲ្យអនុ. $y=f(x)$ មានតំលៃ ។

2. សំណុំរូបភាពនៃអនុ. f ដែលតាងដោយ I គឺសំណុំតំលៃ $y=f(x),\forall x$ នៅលើដែនកំនត់ D ។

3. f ជាអនុ.កំនត់លើចន្លោះ $[a,b]$ ។

បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x}>0$ នោះគេថា f ជាអនុ.កើនលើ $[a,b]$ ។

បើ $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$ នោះគេថា f ជាអនុ.ចុះលើ $[a,b]$ ។

4. ដើម្បីរកអនុ.ច្រាសនៃ f គេត្រូវ

- ជំនួស $f(x)$ ដោយ y ។
- ប្ដូរ x ជា y និង y ជា x គេបានសមី.ថ្មី

រូបទាញរកតំលៃ y ។

- បើសមីការថ្មីនេះមិនតាង y ជាអនុ.នៃ x ទេ នោះអនុ. $f(x)$ គ្មានអនុ.ច្រាសទេ ។
- ជំនួស y ដោយ $f^{-1}(x)$ ។

5. ក្រាបនៃអនុ. $y=f(x)$ និង ក្រាបនៃអនុ.ច្រាសរបស់វាគឺ $y=g(x)$ ឆ្លុះគ្នាធៀបទៅនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។

លំហាត់

1. គេមានអនុ. f កំនត់លើ□ ដោយ $f(x)=x^2-4x+2$ ។ ចំពោះគ្រប់តំលៃនៃ $x\in\{-1,0,1,2\}$ ចូរកំនត់តំលៃ $f(x)$ ។

2. គេមានអនុ. f កំនត់លើ□ ដោយ $f(x)=2(x-1)^2+1$ ។

គណនា $f(-1),\ 2f(1),\ f(-\frac{1}{2})$ ។

3. គេមានអនុ. $g: x\mapsto 3-2x$ ។

ដោយមានជំនួយពីក្រាប $y=3-2x$ ។

ក/ រកសំណុំរូបភាពនៃអនុ. g ត្រូវនឹងដែនកំណត់

$\{x\in \square \mid -1\le x\le 2\}$ ។

ខ/ រកដែនកំណត់នៃអនុ.g ត្រូវនឹងសំណុំរូបភាព

$\{x\in \square \mid -3\le y\le 2\}$ ។

4. រកដែនកំណត់នៃអនុ.ខាងក្រោម៖

$a/\ f(x)=4\sqrt{x-3}-\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}}$, $c/\ f(x)=4\sqrt{3-2x}-\dfrac{3x}{x^2-3x+2}$

$b/\ f(x)=\sqrt{5x-4}-\dfrac{1}{x-3}$, $d/\ f(x)=\sqrt[3]{x-5}-\sqrt[4]{4-x}$

5. គេឲ្យអនុ. $f(x)=x+3, x\ge 0$ និង

$g(x)=x^2, -2\le x\le 3$ ។ រកសំណុំរូបភាពនៃអនុ. f,g

6. គេឲ្យអនុ. $f(x)=2x-3$ និង $g(x)=x^2+2$ ។

សិក្សាភាពកើន-ចុះ នៃអនុ. f,g ដោយប្រើ $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ & $\dfrac{\Delta g}{\Delta x}$ ។

7. រកអនុ.ច្រាសនៃអនុ. f នីមួយៗខាងក្រោម៖

$a/\ f(x)=2x+3$, $c/\ f(x)=\dfrac{1}{x}-3,\ x\ne 0$

$b/\ f(x)=2-x$, $d/\ f(x)=\dfrac{3}{x-1}$

8. សង់ក្រាបតាងអនុ.ខាងក្រោម៖

$a/\ y=|x+1|$ $b/\ y=|x-1|+2$

9. ក. រកអនុ.ច្រាសនៃអនុ. $f(x)=x+3$ ។

ខ. សង់ក្រាបតាងអនុ. f និង f^{-1} ។

ដំណោះស្រាយ

1. កំនត់តំលៃ $f(x)\ ,x\in\{-1,0,1,2\}$

យើងមាន៖ $f(x)=x^2-4x+2$

ដូចនេះ $f(-1)=7, f(0)=2, f(1)=-1, f(2)=-2$ ។

2. កំនត់តំលៃ $f(-1),\ 2f(1),\ f(-\frac{1}{2})$

យើងមាន៖ $f(x)=2(x-1)^2+1$

ដូចនេះ $f(-1)=9, 2f(1)=2, f(-\frac{1}{2})=\frac{11}{2}$ ។

3. ក. សំណុំរូបភាពនៃអនុ. g គឺ $-1\le y\le 5$.

ខ. ដែនកំណត់នៃអនុ.g គឺ

$$D=\left\{x\in \mathbb{R}\ /\frac{1}{2}\le x\le 3\right\}$$

4. រកដែនកំណត់នៃអនុ.ខាងក្រោម៖

$a/ D=\{x\in\mathbb{R} / 3\le x\le 5\}$, $c/ D=\left]-\infty,\frac{3}{2}\right]-\{1\}$

$b/ D=\left[\frac{4}{5},+\infty\right[-\{3\}$, $d/ D=\left]-\infty,4\right]$

5. - សំណុំរូបភាពនៃអនុ. f គឺ $\{y\in\mathbb{R} / y\ge 3\}$

- សំណុំរូបភាពនៃអនុ. g គឺ $\{y\in\mathbb{R} / 0\le y\le 9\}$ ។

6. f ជាអនុ.កើនគ្រប់ $x_1<x_2<0$ នោះ អនុ. g ចុះ គ្រប់ $0<x_1<x_2$ នោះ អនុ. g កើន ។

7. អនុ.ច្រាសនៃអនុ. f គឺ៖

$a/ f^{-1}(x)=\frac{x-3}{2}$, $c/ f^{-1}(x)=\frac{1}{x+3}$,

$b/ f^{-1}(x)=2-x$, $d/ f^{-1}(x)=\frac{3}{x}+1$

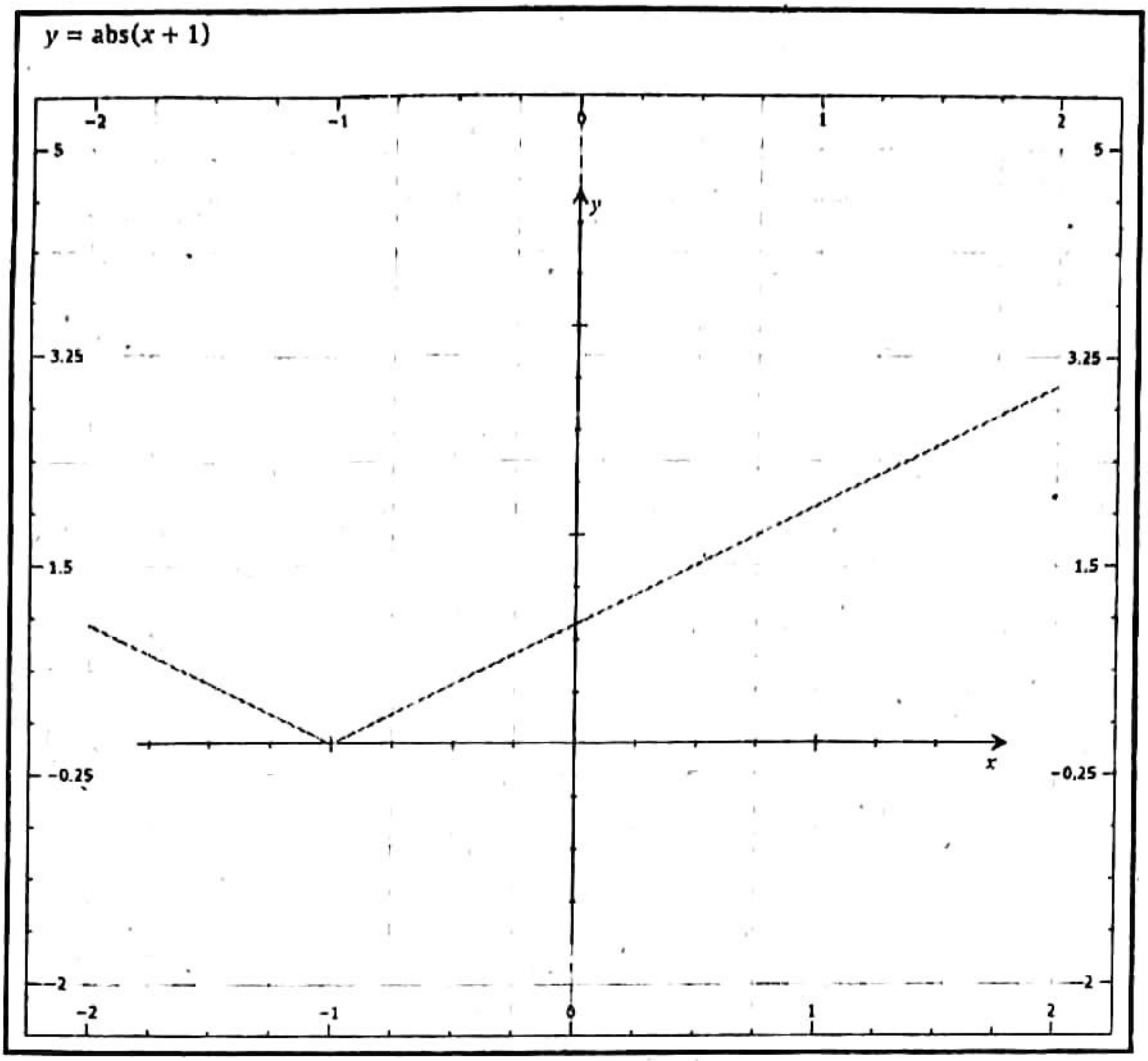
8. សង់ក្រាបតាងអនុ.

$a/ y=|x+1|$

$\Rightarrow D=\mathbb{R}$ ដូចនេះ $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow y=|x+1|\ge 0$

គេបានសំណុំរូបភាព $i=\{y / y\ge 0\}$

នោះបើ $x \geq -1 \Rightarrow y = x+1, \quad x < -1 \Rightarrow y = -(x+1)$

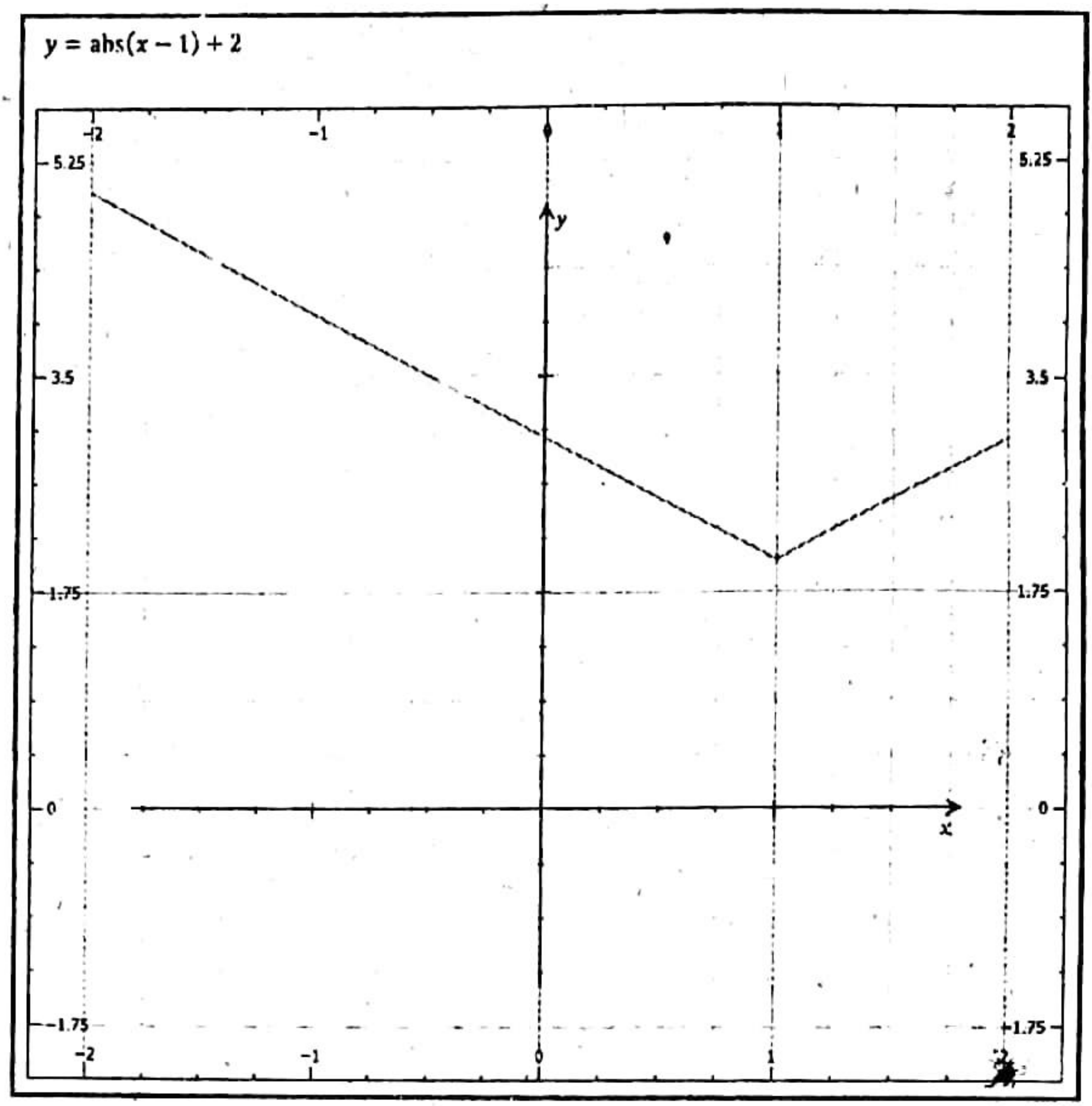


$b \,/\, y = |x-1| + 2$

$\Rightarrow D = \mathbb{R}$ ដូចនេះ $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y = |x-1| + 2 \geq 0$

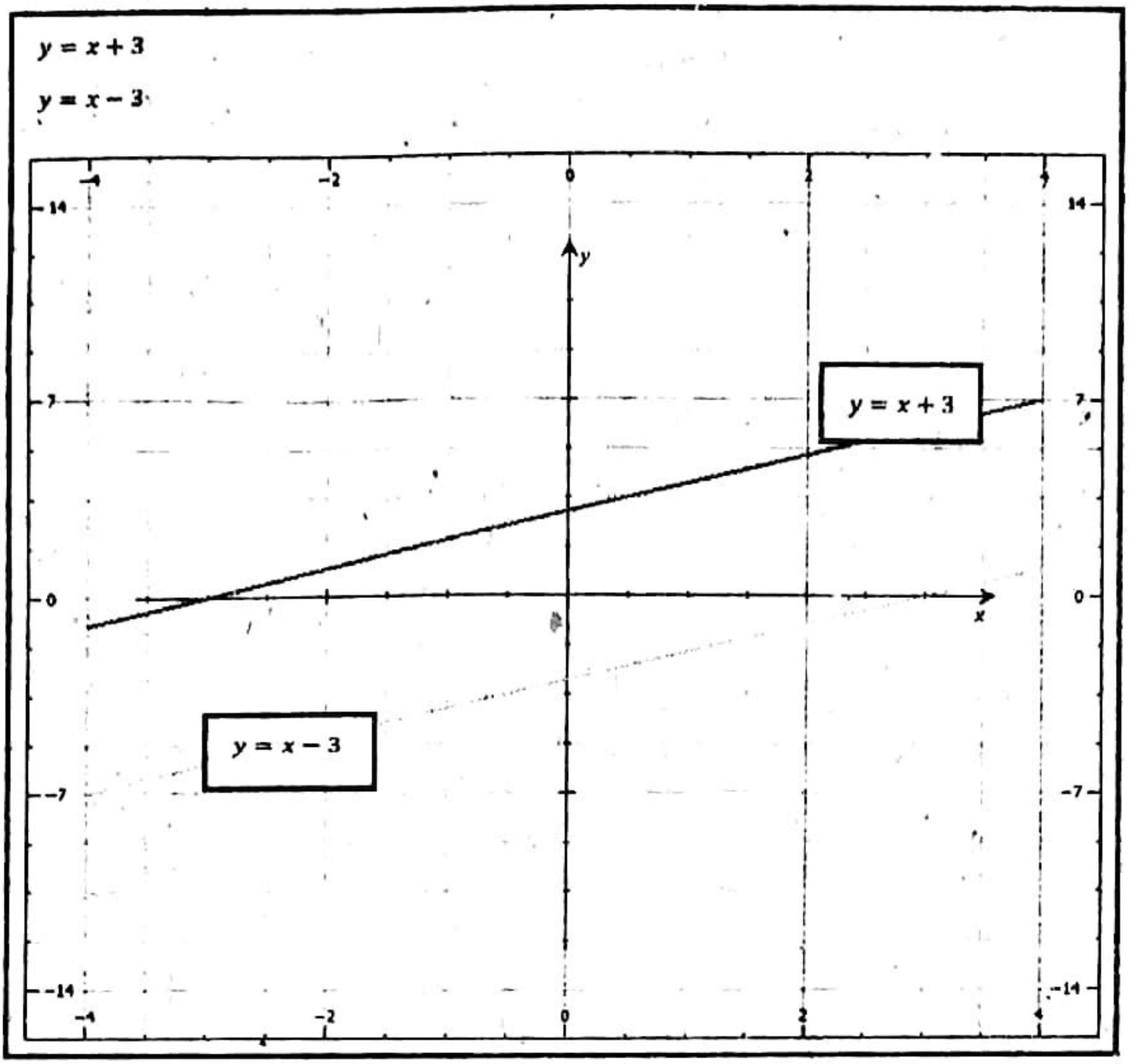
គេបានសំណុំរូបភាព $I = \{y \,/\, y \geq 0\}$

នោះបើ $x \geq 1 \Rightarrow y = x+1, \quad x < 1 \Rightarrow y = -(x+1)$



9. ក. អនុ.ច្រាសនៃអនុ. f គឺ $f^{-1}(x)=x-3$ ។

ខ. សង់ក្រាបតាងអនុ. f និង f^{-1} ។



y = x + 3
y = x − 3
y = x + 3
y = x − 3
x
y
14
7
0
−7
−14
−4
−2
0
2
4

មេរៀនទី2 អនុគមន៍ដឺក្រេទី2និងក្រាបរបស់វា

មេរៀនសង្ខេប

1. ក្រាបតាង $y = a(x-p)^2 + q$ ជារូបកិលនៃក្រាប $y = ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

- រំកិលទៅស្តាំ បើ $p > 0$ ។ - រំកិលទៅឆ្វេង បើ $p < 0$ ។

2. ក្រាបនៃអនុ. $y = a(x-p)^2 + q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូល ដែលបានដោយរំកិលក្រាប $y = ax^2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន p ឯកតា ហើយ ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន q ឯកតា ។ ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p,q) និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = p$ ។

3. $$y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a(x-p)^2 + q$$

ដែល $p = -\dfrac{b}{2a}, q = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ ។

ក្រាបនៃអនុ. $y = ax^2 + bx + c$ ជាប៉ារ៉ាបូលដែលបាន

ដោយរំកិលក្រាប $y=ax^2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន $p=-\frac{b}{2a}$ ឯកតា ហើយ ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន $q=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ឯកតា ។ ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $\left(p=-\frac{b}{2a}, q=-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x=-\frac{b}{2a}$ ។

4. ក្រាបតាង $y=a(x-p)^2+q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានមកដោយរំកិលក្រាបតាង $y=ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្ស ។

ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p, q) និងអ័ក្សឆ្លុះ $x=p$ ។

5. តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី2៖

$y=ax^2+bx+c$

-បើ $a>0$ នោះ អនុគមន៍មានតម្លៃអប្បបរមាស្មើ $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ត្រង់ $x=-\frac{b}{2a}$ ហើយអនុគមន៍គ្មាន

អតិបរមា ទេ ។

-បើ $a<0$ នោះ អនុគមន៍មានតម្លៃ អតិបរមាស្មើ $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ត្រង់ $x=-\frac{b}{2a}$ ហើយអនុគមន៍គ្មានអប្បបរមាទេ ។

លំហាត់

1.សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $y=\frac{3}{2}x^2$ ខ. $y=-\frac{1}{3}x^2$ គ. $y=-\frac{3}{2}x^2$

2.រកអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ដែលក្រាបបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y=-3x^2$ ដែលកំពូលស្ថិតនៅលើចំនុចខាងក្រោម ៖

ក. $(-2,0)$ ខ. $(0,2)$ គ. $(-1,4)$

3.សង់ក្រាបប៉ារ៉ាបូលនីមួយៗ រកកំពូលរបស់វា និងចំនុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ៖

ក. $y=3x^2-2x$ ខ. $y=(x+1)(x-3)$

គ. $y=-2x^2-4x+6$

4.កំនត់អនុគមន៍ដែលក្រាបជាប៉ារ៉ាបូលដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម ៖

ក. កូអរដោនេនៃកំពូល $(3,-1)$ ហើយក្រាបកាត់តាមចំនុច$(6,0)$ ។

ខ.ក្រាបកាត់តាមបីចំណុច$(-1,-3)$, $(0,1)$ និង $(1,3)$ ។

គ.ក្រាបកាត់តាមពីរចំនុច$(1,1)$ និង$(4,4)$ ហើយ លនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ប៉ារ៉ាបូលខាងក្រោមមានក្រាបតាង $y=ax^2+bx+c$ ។

កំនត់សញ្ញានៃ a,b,c និង$\Delta=b^2-4ac$ ចំពោះក្រាបទាំងពីរខាងក្រោម ៖

ក. មានរូប ខ.មានរូប

6.កំណត់តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍បើវាមានដែនកំណត់ភ្ជាប់ខាងក្រោម ៖

ក. $y=3x-x^2\,(-1\le x\le 2)$ ។

ខ. $y=x^2+5x+4\,(-3\le x\le 0)$ ។

7.កំណត់ចំនួនចំនុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល $y=x^2+2kx+1$ និងបន្ទាត់ $y=2x-3$ តាមតម្លៃ k ។

8.សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=|x-4|$ ។

9.គេមាន $f(x)=x^2-4x+3$ និង $f(x)=x^2-4x+3$ ។

ក.ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $\forall x$, $f(x)=g(x)$

ខ.ទាញជាផលគុណកត្តានៃ $f(x)$

10.ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2 > 9$ ខ. $x(x-2) < 3$

គ. $x^2 + 5x - 6 < 0$ ឃ. $2x^2 - 7x + 3 \geq 0$

ង. $4x(x-1) \leq 3$ ច. $(1-x)^2 \geq 17 - 2x$

ឆ. $(x+2)^2 < x(4-x) + 40$

11. គេមាន $f(x) = x^2 - 2x - 5$

ក. កំណត់កូអរដោនេកំពូលនៃប៉ារ៉ាបូល រួចទាញជាទម្រង់ $f(x) = (x-\alpha)^2 + \beta$ ។

ខ. សង់ប៉ារ៉ាបូលក្នុងតំរុយកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលនិងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

12. គេមានអនុគមន៍ $f(x) = x^2 + 3x - 1$ និង $g(x) = 4 - x^2$ ។

ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និង g ក្នុងតំរុយកូអរដោនេ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = g(x)$ រួចបកស្រាយតាមបែបក្រាភិច ។

គ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x) \le g(x)$ តាមក្រាប ។

13.គេមានអនុគមន៍ f កំនត់ដោយ $f(x)=|2x-1|$ ចំពោះ$-1 \le x \le 3$ ។

ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងរកសំណុំរូបភាពតាងអនុគមន៍ f ។

ខ.ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x) \le 3$ ។

គ.សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=x+1$ រួចដោះស្រាយសមីការ$|2x-1|=x+1$ តាមក្រាប ។

ដំណោះស្រាយ

1.ក. $y=\frac{3}{2}x^2$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{3}{2}x^2$ កាត់តាមចំនុចខាងក្រោម

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	6	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{8}$	0	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{2}$	6

ខ. $y=-\frac{1}{3}x^2$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=-\frac{1}{3}x^2$ កាត់តាមចំនុច ខាងក្រោម ៖

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	-3

2.ក. $(-2,0)$ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ដែលក្រាបបានមក ដោយរំកិលក្រាបតាង $y=-3x^2$ ចំនួន -2 ឯកតាស្រប អ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 0 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេគឺ $y=-3(x+2)^2$ ។

ខ. $(-2,0)$ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ដែលក្រាបបានមក

វា ក្រាបតាង $y=-3x^2$ ចំនួន -2 ឯកតាស្រប
អ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 0 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេគឺ
$y=-3x^2+2$ ។

គ. $(-1,4)$ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ដែលក្រាបបានមក
ដោយរំកិលក្រាបតាង $y=-3x^2$ ចំនួន -1 ឯកតាស្រប
អ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 4 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេគឺ
$y=-3(x+1)^2+4$ ។

3.ក. $y=3x^2-2$

នោះ $y=3\left(x^2-\frac{2}{3}x\right)=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}$ ប៉ារ៉ាបូល
មានកំពូល $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ ចំនុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលជាមួយ
អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ

$$3x^2-2x=0 \Leftrightarrow x(3x-2)=0 \Rightarrow x=0, x=\frac{2}{3}$$

ប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច

$(0,0)$ និង $\left(\frac{2}{3},0\right)$ ។

ខ. $y=(x+1)(x-3)$ នោះ៖

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$ ប៉ារ៉ាបូល

មានកំពូល$(1,4)$ ប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស

ត្រង់ចំណុច$(-1,0)$ និង$(3,0)$ ។

គ. $y=-2x^2-4x+6$ នោះ៖

$y=-2\left(x^2+2x-3\right)=-2(x+1)^2+8$ ប៉ារ៉ាបូល

មានកំពូល$(-1,8)$ ប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វជាមួយអ័ក្ស

អាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុច$(1,0)$ និង$(-3,0)$ ។

4.ក. $y=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x$ ខ. $y=-x^2+3x+1$

គ. $y=\frac{1}{9}x^2-\frac{4}{9}x+\frac{4}{9}$

5.កំណត់សញ្ញានៃ a,b,c និង $\Delta=b^2-4ac$

$a>0$ ព្រោះភាពផតបែរទៅរកផ្នែក $y>0$

$c>0$ ព្រោះក្រាបកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុច

$b>0$ ព្រោះអាប់ស៊ីសកំពូលវិជ្ជមាន

$\Delta>0$ ព្រោះក្រាបកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីរចំណុច

$a<0$ ព្រោះភាពផតបែរទៅរកផ្នែក $y<0$

$c<0$ ព្រោះក្រាបមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស

$b<0$ ព្រោះអាប់ស៊ីសកំពូលអវិជ្ជមាន

$\Delta<0$ ព្រោះក្រាបមិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស

6.ក. អនុគមន៍មានតំលៃអតិបរមាស្មើ $\frac{9}{4}$ ត្រង់ $x=\frac{3}{2}$ ហើយអនុគមន៍មានតំលៃអប្បបរមាស្មើ -4 ត្រង់ $x=-1$ ។

ខ. អនុគមន៍មានតំលៃអប្បបរមាស្មើ $-\frac{9}{4}$ ត្រង់ $x=-\frac{5}{2}$ ហើយអនុគមន៍មានតំលៃអតិបរមាស្មើ 4 ត្រង់ $x=0$ ។

7.ចំពោះ $\frac{\Delta}{4}>0$ ឬ $k<-1$,នោះបន្ទាត់កាត់

តាមប៉ារ៉ាបូលត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ។

ចំពោះ $\frac{\Delta}{4}=0$ ឬ $k=-1$, នោះបន្ទាត់ប៉ះជាប៉ារ៉ាបូល។

ចំពោះ $\frac{\Delta}{4}<0$ ឬ $-1<k<3$ នោះបន្ទាត់មិនកាត់ប៉ារ៉ាបូលទេ ។

9.ក. $f(x)=x^2-4x+4$

$$=x^2-2\cdot x\cdot 2+2^2-2^2+3$$

$$=(x-2)^2-1=g(x)$$

ចំពោះ $\forall x$, $f(x)=g(x)$

ខ. $f(x)=(x-3)(x-1)$

10. ក. $x<-3, x>3$ ខ. $-1<x<3$

គ. $-6<x<1$ ឃ. $x\le\frac{1}{2}, 3\ge$

ង. $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{3}{2}$ ច. $x\le 4, x\ge 4$

ឆ. $-3\sqrt{2}<x<3\sqrt{2}$

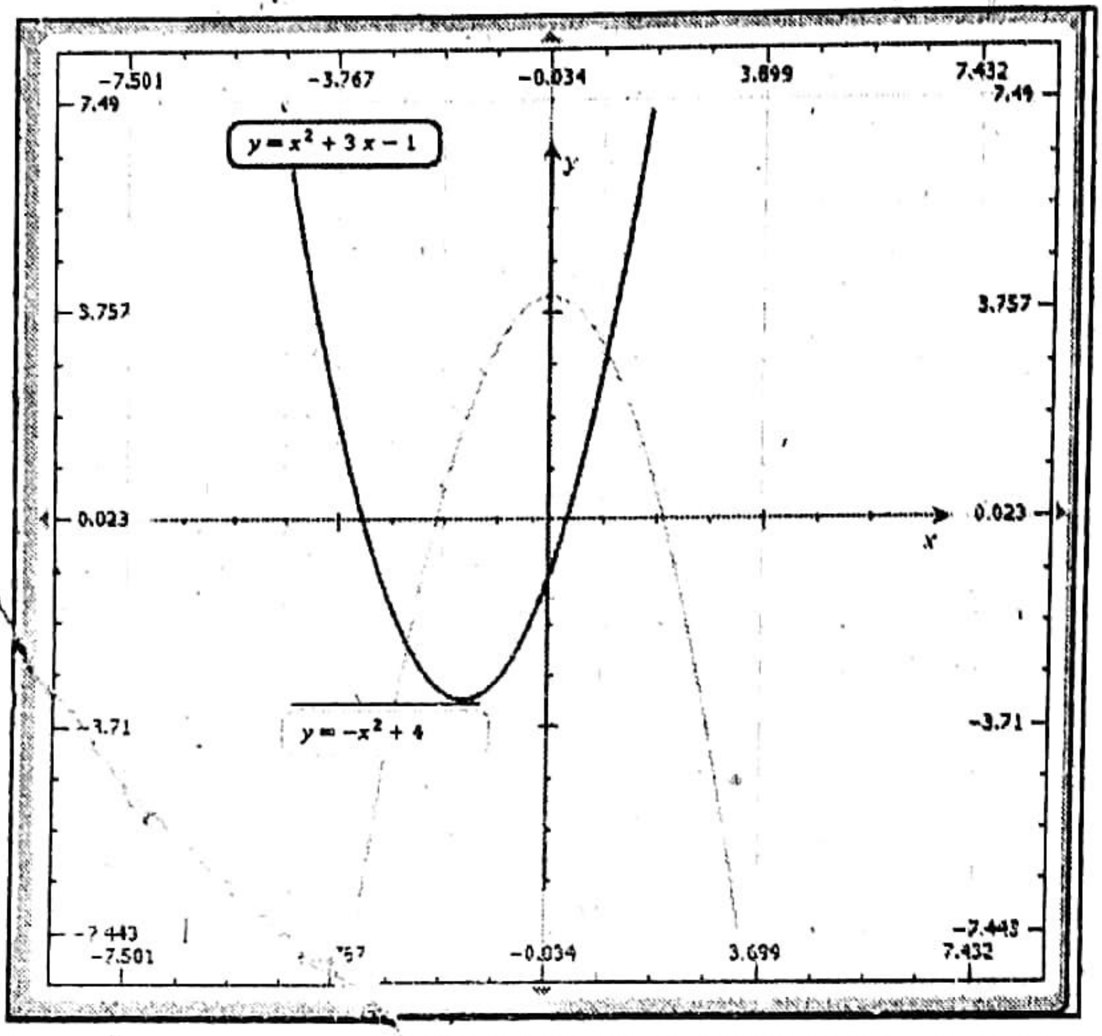
11.ក. ប៉ារ៉ាបូលតាង $f(x)=x^2-2x+5$ នេះមាន

កំពូល $S\left(-\frac{b}{2a},\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ ឬ $S(1,6)$ រូបទាញ

$f(x)=(x-1)^2-6$ ។

ខ.ដូចនេះប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំនុច $\left(1-\sqrt{6},0\right)$ ។

12. ក.



គ.វិសមភាព $f(x) \le g(x)$ តាមក្រាបមានសំណុំ

ចំលើយ $-\frac{5}{2} \le x \le 1$ ។

13. ខ. $-1 \le x \le 2$

គ. $x = 0, x = 2$ ជាឫសសមីការ

14. សំណុំរូបភាព $I = \{y / y \ge -10\}$

មេរៀនទី3

អនុគមន៍សនិទាន អនុគមន៍អសនិទាន

មេរៀនសង្ខេប

1.អនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$ កើនជានិច្ច ចំពោះ $a<0$ និងចុះជានិច្ចចំពោះ $a>0$ ។

ក្រាបតាង $y=\frac{a}{x}$ មានអាស៊ីមតូតដែលមានទមីការ $x=0$, $y=0$ និងមានគល់ $O(0,0)$ ជាផ្ចិតធ្លុះ ។

2.ក្រាបតាង $y=\frac{a}{x-p}+q$ គឺជាអ៊ីពែបូលដែលបានដោយរំកិលក្រាប $y=\frac{a}{x}$ ចំនួន p ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងចំនួន q ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

អ៊ីពែបូលមាន អាស៊ីមតូតឈរនិងដេកដែលមានសមីការរៀងគ្នា $x=p$ និង $y=q$ ។

3.ក្រាបតាង $y=\sqrt{x}$ គឺជាផ្នែកប៉ារ៉ាបូលដែលជារូបឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលដែលជារូបឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូល $y=x^2$ ធៀបទៅនិងបន្ទាត់ $y=x$ ហើយត្រូវនឹង $y\geq 0$ ។

4.ក្រាបតាង $y=\sqrt{ax+b}$ បានរំកិលក្រាបតាង $y=\sqrt{ax}$ ចំនួន $p=-\dfrac{b}{a}$ ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

លំហាត់

1. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y=\dfrac{2}{x}$ ៖

ក.ចំនួន -5 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ខ. ចំនួន -4 ឯកតា ស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

គ. ចំនួន -5 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 5 ឯកតា ស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

2.សង់ក្រាប និងកំណត់អាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍

ខាងក្រោម ៖

ក. $y=\frac{4}{x+3}$ ។

ខ. $y=4-\frac{2}{x+1}$ ។

3.កំណត់កូអរដោនេចំនុចប្រសព្វរវាងក្រាបតា $y=\frac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $y=\frac{5}{2}-x$ ។

4. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយបំលែងក្រាបតាង $y=2\sqrt{x}$ តាមរំកិលក្រាបចំនួន 2 ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅឆ្វេង ។

5.សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $y=\sqrt{3x-5}$ ។

ខ. $y=-\sqrt{4-x}$ ។

6.រកអនុគមន៍ច្រាស និងរកដែនកំណត់តាងអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម ៖

ក. $f(x)=\frac{2}{3}x+5$ ។

ខ. $f(x)=\frac{1}{x+2}+1$ ។

គ. $f(x)=\sqrt{1-x}$ ។

ឃ. $f(x)=-\sqrt{x+4}$ ។

ដំណោះស្រាយ

1.ក. $y=\frac{2}{x+5}$ ខ. $y=\frac{2}{x}-4$

គ. $y=\frac{2}{x-3}+5$

2.ក.អាប់ស៊ីសឈរ $x=-3$ និងអាប់ស៊ីសដេក $y=0$ ។

ខ. អាប់ស៊ីសឈរ $x=-1$ និងអាប់ស៊ីសដេក $y=4$ ។

3. កូអរដោនេចំនុចប្រសព្វគឺ $\left(\frac{1}{2},2\right)$ និង $\left(2,\frac{1}{2}\right)$ ។

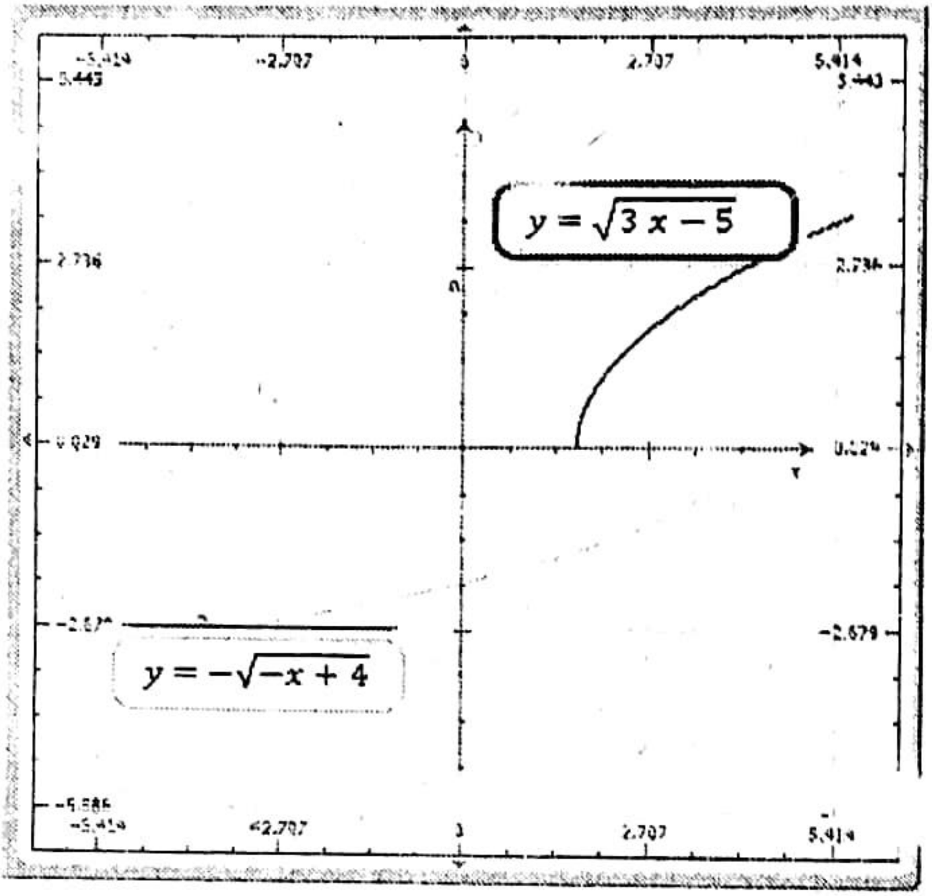
4. $y=2\sqrt{x+2}$

5.ក. $y=\sqrt{3x-5}$

តារាងតំលៃលេខ

x	$\frac{5}{2}$	2	3	6
y	0	1	2	$\sqrt{13}$

ដៅចំនុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងក្រោម



ខ. $y=-\sqrt{x-4}$

តារាងតំលៃលេខ

x	4	2	0	−5
y	0	$-\sqrt{2}$	−2	−3

ដៅចំនុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់គេបានក្រាបដូចខាងលើ។

6.ក.អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=\frac{2}{3}x+5$ គឺ

$f^{-1}(x)=\frac{3x-15}{2}$ ។ f^{-1} កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x

ខ. អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=\frac{1}{x+2}+1$ គឺ

$f^{-1}(x)=\frac{1}{x-1}-2$ ។ f^{-1} កំណត់ចំពោះ $\{x\in \mathbb{R} \mid x\neq 1\}$

គ. អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{1-x}$ គឺ

$f^{-1}(x)=1-x^2$ ។ f^{-1} កំណត់ចំពោះ $\{x\in \mathbb{R} \mid x\geq 0\}$

ឃ. អនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=-\sqrt{x+4}$

គឺ $f^{-1}(x)=x^2-4$ ។ f^{-1} កំណត់ចំពោះ $\{x\in \mathbb{R} \mid x\leq 0\}$

លំហាត់ជំពូកទី 5

1.កំណត់តម្លៃ p និង q ដែលអនុគមន៍ $y=x^2+px+q$ មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x=4$ និងអនុគមន៍មានតំលៃស្មើ5 ត្រង់ $x=2$ ។

2.កំណត់តម្លៃk ដែលប៉ារ៉ាបូល $y=2x^2+kx+4$ ប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

3.កំណត់តំលៃ a ដើម្បីអោយប៉ារ៉ាបូល $y=a(x-2)^2-3$ ប្រសព្វអ័ក្សអាប់ស៊ីសខាងអវិជ្ជមាន។

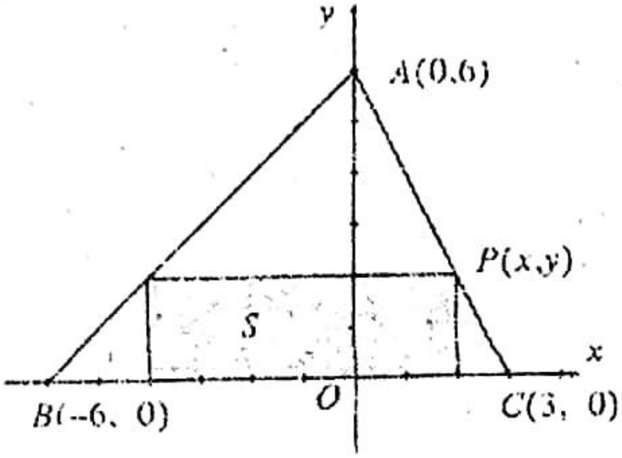
4.កំណត់សំណុំតំលៃ p ដែលសមីការ $x^2-2xp+p-2=0$ មានឫសមួយវិជ្ជមាននិងឫសមួយទៀតអវិជ្ជមាន ។

5.ក្រាបតាង $y=x^2+2px+q$ កាត់តាមចំនុច $(2,1)$ និងកំពូលវានៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ កំណត់តំលៃ p និង q ។

6. ចំនុច $p(x,y)$ នៅលើជ្រុង AC នៃត្រីកោណ ΔABC ដូចរូបខាងក្រោម៖

ក. គណនាក្រលាផ្ទៃ S នៃចតុកោណកែងជាអនុគមន៍នៃ x ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុច P ដើម្បីឲ្យ S មានតំលៃអតិបរមារួចគណនាតំលៃ S ។



7. កំណត់សំណុំតំលៃនៃ a ដែលវិសមីការ $x^2+ax+(a+3)>0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$

8. កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y=\sqrt{2x-1}$ និងបន្ទាត់ $y=x+k$ ចំពោះតំលៃ $k=-1$

.ក ...នៃចំនុចដែលឋិតនៅលើក្រាបតាង

- $y=-2$

ក. $(.....,0)$ ខ. $(0,......)$

គ. $(-2,......)$ ឃ. $(.......,3)$

10.កំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

.លអោយ ៖

ក.បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំនុច $(2,-3)$ និង $(-1,-5)$ ។

ខ. បន្ទាត់កាត់តាមចំនុច $(-1,3)$ និងមានមេគុណ

ប្ញប់ទិសស្មើ2 ។

គ.បន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស $(y'y)$ កាត់ចំណុច $(2,5)$ ។

ឃ. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(-1,3)$ និងស្របនឹងបន្ទាត់

ីការ $y=-4$ ។

ង. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(1,4)$ និងកែងនឹងបន្ទាត់

$-\frac{1}{2}x+3$ ។

11. ដោះស្រាយតាមក្រាភិចប្រព័ន្ធ៖ $\begin{cases} x-2>0 \\ y\geq 0 \\ x-y-4<0 \\ x+2y-16\leq 0 \end{cases}$

12. គេមានអនុគមន៍ f និង g កំណត់ដោយ ៖

$f(x)=-(x+2)^2+4$ និង $g(x)=\dfrac{2}{x-3}+1$ ។

សង់ខ្សែកោងតាង f និង g ។

13. ក. សង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល $(P): y=x^2$ អ៊ីពែបូល $(H): y=\dfrac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $(D): y=\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2}$ ក្នុងតំរុយតែមួយ ។

ខ. ដោយមានជំនួយពីក្រាភិចខាងលើ ចូរដោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការខាងក្រោម ៖

(1). $x^2=\dfrac{x+1}{2}$ (2). $x^2=\dfrac{1}{x}$

(3). $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{1}{x}$ (4). $2x^2\geq x+1$

(5). $\dfrac{2}{x}>x+1$ (6). $x^2<\dfrac{1}{x}$

14.គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ៖

$f(x)=2x^3+12x-3$ ។ កំណត់ចំនួនពិត a,α,β

ដែល $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ ។

15.គេមានប៉ារ៉ាបូល $(P): y=ax^2+bx+c$ កាត់

តាមចំណុច $A(-1,0)$, $B(1,3)$ និង $C(3,4)$ និងបន្ទាត់

$(D): y=x+2$ ។

ក. កំណត់ចំនួនពិត a,b និង c រួចសង់ក្រាបតាង

ប៉ារ៉ាបូល ។

ខ.ដោះស្រាយវិសមីការ $-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{7}{4}\le x+2$

តាមក្រាភិច ។

ដំណោះស្រាយ

1. $p=-8, q=17$

2. $k=\pm 4\sqrt{2}$

3. គ្មាន a

4. $p < 2$

5. ចំពោះ $p = -1$ នោះ $p = 1$

ចំពោះ $p = -3$ នោះ $p = 9$

6.ក.គណនាក្រលាផ្ទៃ S នៃចតុកោណកែងជាអនុគមន៍នៃ x

$S = S_{OSPT} + S_{OTQR} = xy + y + TQ$ ដែល $0 < x < 3$

ដូចនេះ $S = -6x^2 + 18x, 0 < x < 3$ ។

ខ. S មានតំលៃអតិបរមាស្មើ $\frac{27}{2}$ ចំពោះ $x = \frac{3}{2}$

។អរដោនេនៃចំនុច $p\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ ។

$2 < a < 6$

8.សង់ក្រាបតាង $y = \sqrt{2x-1}$ តារាងតំលៃលេខ

x	$\frac{1}{2}$	1	3	5
y	0	1	$\sqrt{5}$	3

ដៅចំណុចទាំងនេះរួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

បន្ទាត់ $y=x-1$ កាត់តាមចំនុច$(0,1)$ និង$(1,0)$

តាមក្រាបគេបានគូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ

$2+\sqrt{1},1+\sqrt{2}$ ។

9.បំពេញគូនៃចំនុចដែលឋិតនៅលើក្រាបតាង

$2x-y=-2$

ក. $(-1,0)$

ខ. $(0,2)$

គ. $(-2,2)$

ឃ. $\left(\frac{1}{2},3\right)$

10.ក. $y=\frac{2}{3}x-\frac{13}{3}$

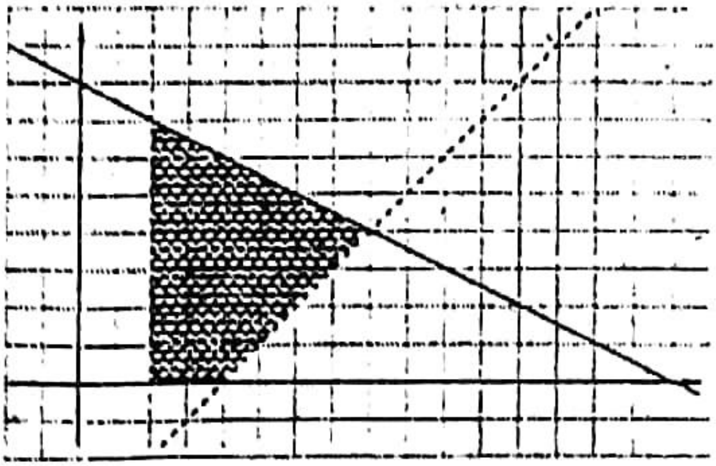
ខ. $y=2x+5$

គ. $x=2$

ឃ. $y=3$

ង. $y=2x+2$

11.

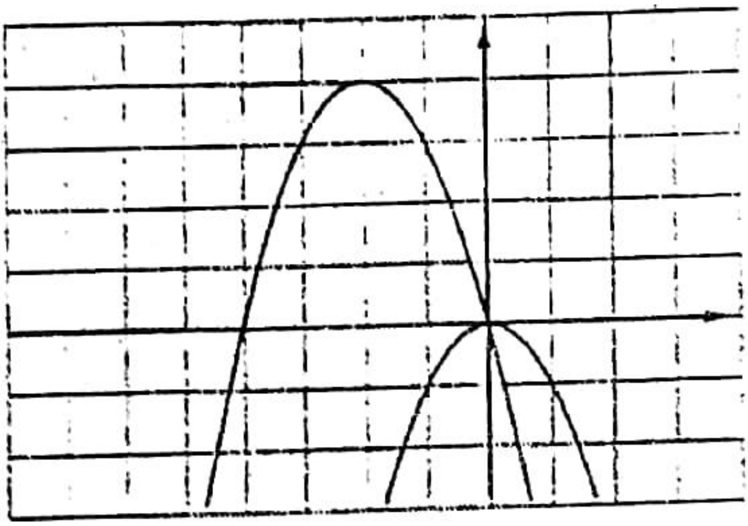


12. សង់ខ្សែកោងតាង $f(x)=-(x+2)^2+4$

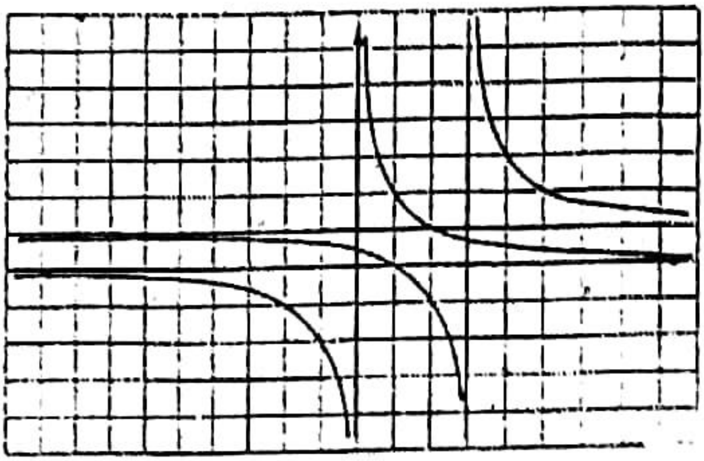
ក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=-x^2$ ជាប៉ារ៉ាបូល

កាត់តាមចំណុច

x	-2	-1	0	-1	2
y	-4	-1	0	-1	-4



$g(x)=\frac{2}{x-3}+1$



13.ក.សង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល $(P): y=x^2$ អ៊ីពែបូល $(H): y=\frac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $(D): y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ ក្នុងតំរុយ

. តួអរដោនេតែមួយក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល $(P): y=x^2$

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4

អ៊ីពែបូល $(H): y=\frac{1}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x|x\neq 0\}$

កាត់តាមចំណុច

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	1	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$(D): y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ កាត់ចំនុច $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ និង $(-1,0)$

ខ. ដោយមានជំនួយពីក្រាភិចខាងលើ ដោះស្រាយ សមីការ និងវិសមីការខាងក្រោម៖

(1). $x^2=\frac{x+1}{2}$ (2). $x^2=\frac{1}{x}$

(3). $\frac{x+1}{2}=\frac{1}{x}$ (4). $2x^2\geq x+1$

(5). $\frac{2}{x}>x+1$ (6). $x^2<\frac{1}{x}$

(1).តាមក្រាបភិចសមីការ $x^2=\frac{x+1}{2}$ មានឫស $x=-\frac{1}{2}, x=1$

(2). តាមក្រាបភិចសមីការ $x^2=\frac{1}{x}$ មានឫស $x=1$

(3). តាមក្រាបភិចសមីការ $\frac{x+1}{2}=\frac{1}{x}$ មានឫស $x=2, x=1$

(4). តាមក្រាបភិចសមីការ $2x^2 \geq x+1$ មានសំណុំឫស $x \in \left]-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [1, +\infty[$

(5). តាមក្រាបភិចសមីការ $\frac{2}{x} > x+1$ មានសំណុំឫស $x \in]-\infty, -2[\cup \left]0, \frac{1}{2}\right[$

(6). តាមក្រាបភិចសមីការ $x^2 < \frac{1}{x}$ មានសំណុំឫស $x \in]0,1[$ ។

14. $f(x)=2x^3+12x-3=2(x^2+6x)-3$

$= 2\left(x^2 + 6x\right) - 21$ ហើយ $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

នោះ $2\left(x^2 + 6x\right) - 21 = a(x-\alpha)^2 + \beta$ ផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់

x គេបាន $a = 2, \alpha = -3, \beta = -21$ ។

15.ក. $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{3}{2}, c = \frac{7}{4}$ ហើយ

$(P): \left(y = \frac{1}{4}x^2\right) + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$

ខ.សំណុំឫសវិសមីការ $x \in \mathbb{R}$

សូមរង់ចាំរកជាវបន្តនូវភាគទី២បន្តទៀត និង កំណែរូបវិទ្យា គីមីវិទ្យា និងជីវវិទ្យា ដែលនឹងចេញផ្សាយឆាប់នេះ!