គណិតវិទ្យា

មេរៀនសង្ខេប និង លំហាត់

គន្លឹះដោះស្រាយលំហាត់

សមីការ និងវិសមីការ

សម្រាប់ត្រៀមប្រឡងប្រជែងនានា

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ

ឆ្នាំ ២០១៥

អារម្ភកថា

សៀវភៅ **សមីការ វិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការ** នេះសម្រាប់សិស្សថ្នាក់ទី **៧-៨-៩-១០** សិស្សសិក្សាទូទៅ និងនិស្សិត ដែលអ្នកសិក្សាកំពុងកាន់នៅក្នុងដៃនេះ គឺជាស្នាដៃលើកដំបូងដែលពួកយើងខ្ញុំបាននិពន្ធ និងរៀបរៀងឡើងក្នុងគោលបំណង ទុកជាឯកសារសម្រាប់អ្នកសិក្សា ដែលមានបំណងចង់សិក្សាស្រាវជ្រាវ ចង់ចេះ ចង់យល់ដឹងអំពីមេរៀននេះឱ្យបានកាន់តែច្បាស់ និងម្យ៉ាងទៀតដើម្បីជាជំនួយដល់អ្នកសិក្សាដែលមានបំណងត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែផ្នែកគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ និងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ ។

នៅក្នុងសៀវភៅនេះ ពួកយើងខ្ញុំបានខិតខំស្រាវជ្រាវជ្រើសរើសយកនូវរូបមន្ត ទ្រឹស្តីបទ និងលំហាត់យ៉ាងសម្រាំងបំផុត យកមកធ្វើការសរសេរ និងបកស្រាយយ៉ាងលម្អិត ដែលអាចឱ្យលោកអ្នកងាយយល់ឆាប់ចងចាំអំពីវិធីសាស្រ្តនៃការដោះស្រាយ និងស្រាយបំភ្លឺទាំងអស់ ។ ប៉ុន្តែទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏កង្វះខាត និងកំហុសឆ្គងដោយអចេតនាដែលបានកើតឡើង ក៏គង់តែមានជាពុំខាន ទាំងផ្នែកបច្ចេកទេស និងអក្ខរាវិរុទ្ធ ។ អាស្រ័យហេតុនេះ ពួកយើងខ្ញុំដែលជាអ្នករៀបរៀង រង់ចាំដោយក្តីសោមនស្សរីករាយជានិច្ចនូវមតិរិះគន់ ក្នុងន័យស្ថាបនាពីសំណាកអ្នកសិក្សាក្នុងគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានទាំងអស់ ដើម្បីជួយកែលំអសៀវភៅនេះឱ្យកាន់តែមានភាពសុក្រឹតថែមមួយកម្រិតទៀត ។

ចុងបញ្ចប់នេះ ពួកក្រុមយើងខ្ញុំដែលជាអ្នកនិពន្ធ និងរៀបរៀងសូមគោរពអរគុណ និងជូនពរដល់អ្នកសិក្សាទាំងអស់ ឱ្យមានសុខភាពល្អ កម្លាំងពលំមាំមួន ប្រាជ្ញាវាងវៃ និងទទួលជ័យជំនះគ្រប់ភារកិច្ច ។

បាត់ដំបង, ថ្ងៃទី ៣០ ខែកក្កដា ព.ស ២៥៥៩ / គ.ស ២០១៥

រៀបរៀង និងចងក្រងដោយ

គរុសិស្សខេត្ត ពោធិ៍សាត់

១. លោក **ខៀវ សុទីន** (០៩៦ ២៨ ៣០ ៧៣៧)

២.លោក **ទូច គីមហៃ** (០៩៦ ៧៣ ៣៣ ៥៩៥)

៣. លោក **មី ឃឿន** (០៩៦ ៧២ ៦៤ ៩៦៧)

© **រក្សាសិទ្ធិគ្រប់យ៉ាង**

សូមអរគុណ!

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

ពួកយើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នាដែលជាគរុសិស្ស **១២+២ ជំនាន់ទី២៥ ឆ្នាំទី២** ឯកទេស **គណិត-រូបវិទ្យា** នៃមជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគខេត្តបាត់ដំបង សូមសម្តែងនូវសេចក្តីដឹងគុណចំពោះលោកអ្នកមានគុណទាំងពីរ ដែលលោកបានផ្តល់កំណើតដល់យើងខ្ញុំ ព្រមទាំងខំចិញ្ចឹមបីបាច់ថែរក្សាពួកខ្ញុំដោយដៃរបស់លោកផ្ទាល់ មិនត្រឹមតែប៉ុណ្ណោះ ញើសឈាមរបស់លោកដែលបានបញ្ចេញដើម្បីពួកខ្ញុំទាំងប៉ុន្មាន បានក្លាយជាកម្លាំងចលករ អូសទាញយិតយោងពួកខ្ញុំឲ្យចាកឆ្ងាយពីភាពអវិជ្ជា ហើយក្លាយជាមនុស្សដែលមានតម្លៃក្នុងជីវិត រហូតដល់សម្រេចបាននូវសមិទ្ធផលដ៏ធំធេងក្នុងឆាកជីវិតដូចសព្វថ្ងៃនេះ ពោលគឺអាជីពជាគ្រូបង្រៀន ។ ហើយយើងខ្ញុំក៏សូមសម្តែងការដឹងគុណ និងអរគុណផងដែរចំពោះ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យ បងប្អូនប្រុសស្រី និងចាស់ព្រឹទ្ធាចារ្យទាំងអស់ ចាប់តាំងពីថ្ងៃដំបូងនៃការចូលរៀនរបស់ពួកខ្ញុំរហូតមកដល់សព្វថ្ងៃនេះ ពួកលោកប្រៀបបានជាអ្នកមានគុណទីពីររបស់ពួកខ្ញុំដែរ ព្រោះរាល់អនុសាសន៍ណែនាំរបស់លោក រួមផ្សំនឹងចំណេះដឹងដែលលោកប្រគល់ឲ្យ បានបំភ្លឺនូវខ្សែជីវិតរបស់ខ្ញុំឲ្យមានរស្មីឡើង សមដូចពាក្យមួយឃ្លានិយាយថា « គ្រូបង្រៀន គឺជាអ្នកបង្កើតពន្លឺបំភ្លឺទីងងឹត » ។

យើងខ្ញុំក៏សូមថ្លែងអំណរគុណផងដែរ ចំពោះបុព្វបុរសខ្មែរយើងដែលបាន ចងក្រងនូវកម្រងស្នាដៃល្អៗ ជាច្រើនដែលជួយដល់ការស្រាវជ្រាវរបស់ពួកយើងខ្ញុំ និងដកស្រង់នូវឧត្តមគតិល្អៗដើម្បីបញ្ចូលក្នុងឯកសាររបស់ពួកយើងខ្ញុំ ។

សារជាថ្មីម្តងទៀតនេះ យើងទាំងអស់គ្នាក៏សូមថ្លែងអំណរគុណចំពោះលោកគ្រូ **ឈាន ហាង** និងលោកគ្រូ **សាង តិដា** លោកទាំងពីរគឺជាគ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យា (**ចំណេះដឹង និងវិធីសាស្ត្របង្រៀន**) ប្រចាំមជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគខេត្តបាត់ដំបង ដែលលោកទាំងពីរបានផ្តល់នូវចំណេះដឹងថ្មីៗជាច្រើនផ្នែកគណិតវិទ្យា និងវិធីសាស្ត្របង្រៀនគណិតវិទ្យា សីលធម៌រស់នៅ ក៏ដូចជាសីលធម៌វិជ្ជាជីវៈជាគ្រូបង្រៀនផ្តល់នូវចំណេះដឹងផ្នែកសង្គមខាងក្រៅ ដែលជាដើមទុនដ៏សំខាន់ ធ្វើឱ្យពួកយើងខ្ញុំមានសមត្ថភាពគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការធ្វើជាគ្រូបង្រៀនក្នុងពេលឆាប់ៗខាងមុខនេះ ។

ជាចុងក្រោយ ពួកយើងខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណដល់លោកគ្រូអ្នកគ្រូទាំងអស់ដែលបានបង្រៀនពួកយើងខ្ញុំចាប់តាំងពី **ថ្នាក់ទី ០១ ដល់ទី ១២** និងលោកគ្រូអ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យ គ្រូឧទ្ទេស នៃមជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគបាត់ដំបងទាំងអស់ដែលបានបណ្តុះបណ្តាលពួកយើងខ្ញុំកន្លងមក ។ ហើយក៏សូមជូនពរលោកអ្នកដ៏មានគុណទាំងពីរ លោកយាយលោកតា ពុកម៉ែមាមីងបងប្អូន អ្នកសិក្សាទូទៅគ្រប់កម្រិតថ្នាក់ លោកនាយក លោកស្រីនាយិការង សាស្ត្រាចារ្យ គ្រូឧទ្ទេស លោកគ្រូ អ្នកគ្រូទាំងអស់ឱ្យជួបតែជោគជ័យគ្រប់ភារកិច្ច ៕

សូមអរគុណ !

មាតិកា

- អារម្ភកថា...i
- សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ..ii
- មាតិកា...iii

មេរៀនទី១ សមីការ

I. **សមភាព**...១

II. **សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត**...............................១

១.សញ្ញាណសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត...........................១

២. ឫសសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត..............................១

៣.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត..........................២

III. **សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត**...............................៦

១.សញ្ញាណសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត...........................៦

២.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត..........................៦

៣.ទនាក់ទំនងឫស និងមេគុណឫស......................................១០

IV. **សមីការដែលមានរាងផ្សេងៗ**.....................................១៣

១.សមីការប៊ីការេ..១៣

២.សមីការដែលមានអញ្ញាតនៅភាគបែង..................................១៤

៣.សមីការដែលមានអញ្ញាតជាស្វ័យគុណ.................................១៥

៤.សមីការអេសនិទាន..១៧

៥.សមីការច្រើនអថេរ..១៨

៦.ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣តាមវិធីបន្ថែមបន្ថយតួ.....................២០

V. **ចំណោទសមីការ**..២១

❖ **លំហាត់សមីការ**..២៦

មេរៀនទី២ វិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការ

I. **វិសមភាព**..........៣២

II. **វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត**..........៣៤

១.សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត..........៣៤

២.ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត..........៣៤

III. **ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត**..........៣៧

១.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដោយប្រើលក្ខណៈវិសមភាព..........៣៧

២.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ តាមសញ្ញាទ្វេធា..........៣៩

IV. **វិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត**..........៤០

១.សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត..........៤០

២. ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២ តាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី២..........៤១

V. **ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត**..........៤៤

VI. **អនុវត្តន៍វិសមីការ**..........៤៦

VII. **ចំណោទវិសមីការ**..........៤៩

❖ **លំហាត់វិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការ**..........៥០

« ដំណោះស្រាយលំហាត់ »

❖ **ដំណោះស្រាយលំហាត់ សមីការ**..........៥៧

❖ **ដំណោះស្រាយលំហាត់វិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការ**..........១២២

មេរៀនទី១ សមីការ

I. សមភាព

បើគេមាន: $a=b$,$(a,b\in\mathbb{R})$

នោះ $a+c=b+c$

$a-c=b-c$

$a\times c=b\times c$

$a\div c=b\div c$ ដែល $c\neq 0$ និង c ជាចំនួនពិត ។

ឧទាហរណ៍: បើគេមាន: $5=5$ នាំឱ្យ $5+2=5+2$

$7=7$ ពិត

ឬ $5-2=5-2$

$3=3$ ពិត

ឬ $5\times 2=5\times 2$

$10=10$ ពិត

ឬ $5\div 2=5\div 2$

$\frac{5}{2}=\frac{5}{2}$ ពិត ។

II. សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

1. សញ្ញាណសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

បើយើងឱ្យកន្សោមពីជគណិត $ax+b=0$ ឬ $ax+b=c$ គេហៅកន្សោមនេះថា សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ដែល $a,b,c\in\mathbb{R}$,$a\neq 0$ ។

ឧទាហរណ៍: $3x+5=0$, $\frac{1}{7}x-\frac{10}{15}=7$, $\sqrt{2}x+\frac{\sqrt{2}}{3}=3$,... ហៅថា *សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត* ។

ជាទូទៅ: សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតមានទម្រង់ $ax+b=c$ ដែល a, b, c ជាចំនួនថេរ $a\neq 0$, x ជាអញ្ញាត ។

2. ឫសសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ឧបមាថាយើងមានសមីការ $x+7=9$

បើ $x=0$ នោះ $0+7=9$ មិនពិត

បើ $x=1$ នោះ $1+7=9$ មិនពិត

បើ $x=2$ នោះ $2+7=9$ ពិត

បើ $x=3$ នោះ $3+7=9$ មិនពិត

ដូចនេះ: $x=2$ នាំឱ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x=2$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ឧទាហរណ៍: រកឫសនៃសមីការ $5x+1=6$

បើ $x=0$ នោះ $5\times 0+1=6$ មិនពិត

បើ $x=1$ នោះ $5\times 1+1=6$ ពិត

បើ $x=2$ នោះ $5\times2+1=6$ មិនពិត

ដូចនេះ $x=1$ ធ្វើឱ្យសមីការក្លាយជាសមភាពពិត នោះ $x=1$ ជាឫសនៃសមីការ ។

3. ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

វិធាន: ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត គេត្រូវរកតម្លៃអញ្ញាតរបស់វាគឺត្រូវបំបាត់គ្រប់តម្លៃលេខទាំងអស់ដែលនៅជាប់អញ្ញាត ឱ្យនៅសល់តែអញ្ញាត១គត់ស្មើនឹងចំនួនណាមួយ ។

a) *ដោះស្រាយសមីការដោយប្រើវិធីបូក ឬដក*

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x-2=1$

$x-2+2=1+2$ (បូកអង្គទាំងពីរនឹង 2)

$x=3$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=3$ នោះ $x-2=1$

$3-2=1$

$1=1$ ពិត

ដូចនេះ $x=3$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ខ. $x+10=21$

$x+10-10=21-10$ (ដកអង្គទាំងពីរនឹង 10)

$x=11$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=11$ នោះ $x+10=21$

$11+10=21$

$21=21$ ពិត

ដូចនេះ $x=11$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

b) *ដោះស្រាយសមីការដោយប្រើវិធីគុណ ឬចែក*

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $\frac{t}{4}=2$

$\frac{t}{4}\times4=2\times4$ (គុណអង្គទាំងពីរនឹង 4) នោះ $t=8$

ដូចនេះ $t=8$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ខ. $7.2=3x$

$\frac{7.2}{3}=\frac{3x}{3}$ (ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 3) នោះ $2.4=x$

ដូចនេះ $x=2.4$ ជាឫសនៃសមីការ ។

c) *ដោះស្រាយសមីការដោយប្រើវិធីចម្រុះ* (*ជាវិធីដែលយើងប្រើជាទូទៅ*)

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $2x-50=60$

$2x=60+50$

$2x=110$

$x=\dfrac{110}{2}=55$

ដូចនេះ $x=55$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ខ. $5x-(7x-4)-2=5-(3x+2)$

$5x-7x+4-2=5-3x-2$

$-2x+2=-3x+3$

$-2x+3x=3-2$

$x=1$

ដូចនេះ $x=1$ ជាឫសនៃសមីការ ។

វិធាន: ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត គេត្រូវទាញអង្គដែលមានអញ្ញាតមកអង្គម្ខាង ហើយរុញអង្គដែលគ្មានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងទៀតដោយប្តូរសញ្ញា ។ បើសញ្ញាបូក$(+)$ ប្តូរទៅដក$(-)$, ដក$(-)$ ប្តូរទៅបូក$(+)$, គុណ$(\times)$ ប្តូរទៅចែក$(\div)$,ចែក$(\div)$ប្តូរទៅគុណ$(\times)$ ។

d) *ដោះស្រាយសមីការដែលមានភាគបែងជាលេខ*

វិធាន: ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដែលមានភាគបែងជាលេខ គេត្រូវ រកភាគបែងរួមរបស់វា ($PPCM$ នៃភាគបែង) រួចតម្រូវភាគបែង ហើយលុបភាគបែងរួមចោល រួចដោះស្រាយសមីការតាមធម្មតា ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{1}{6}$

ដោយ $2=2$, $4=2^2$, $6=3\times 2$ នាំឱ្យ $PPCM(2,4,6)=2^2\times 3=12$ ជាភាគបែងរួមនៃសមីការ ។

គេបាន $\dfrac{6x}{2\times 6}+\dfrac{3(x-3)}{4\times 3}=\dfrac{2}{6\times 2}$

$\dfrac{6x+3x+9}{12}=\dfrac{2}{12}$

$6x+3x+9=2$

$9x=-7$ នោះ $x=-\dfrac{7}{9}$

ដូចនេះ $x=-\dfrac{7}{9}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ខ. $\dfrac{x-5}{4}-\dfrac{x+7}{12}=\dfrac{1}{8}$

ដោយ $4=2^2$, $12=2^2\times 3$, $8=2^3$ នាំឱ្យ $PPCM(4,12,8)=2^3\times 3=24$ ជាភាគបែងរួមនៃសមីការ ។

គេបាន: $\dfrac{(x-5)6}{4\times 6}-\dfrac{(x+7)2}{12\times 2}=\dfrac{3}{8\times 3}$

$\dfrac{6x-30-2x-14}{24}=\dfrac{3}{24}$

$4x-44=3 \Rightarrow x=\dfrac{47}{4}$

ដូចនេះ $x=\dfrac{47}{4}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

e) ដោះស្រាយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

វិធាន: សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតក្រោយពីបង្រួមរួចហើយមានទម្រង់ $ax=b$

x ជាអញ្ញាត:

i. បើ $a\neq 0$, $b\neq 0$ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=\dfrac{b}{a}$ ។

ii. បើ $a\neq 0$, $b=0$ សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=0$ ។

iii. បើ $a=0$, $b\neq 0$ សមីការមានទម្រង់ $0x=b$ នោះសមីការគ្មានឫស ។

iv. បើ $a=0$, $b=0$ សមីការមានទម្រង់ $0x=0$ នោះសមីការមាននឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ គេឱ្យសមីការ $(m-1)x+5m=2mx+2$ ។

ក. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ខុសពីសូន្យ ។

ខ. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

គ. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ស្មើសូន្យ ។

ឃ. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫស ។

ចម្លើយ

ដោយសមីការ $(m-1)x+5m=2mx+2$

អាចសរសេរជា $(m-1)x-2mx=2-5m$

$-mx-x=2-5m$

$x(m+1)=5m-2$

ក. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ខុសពីសូន្យ

ដើម្បីឱ្យសមីកាមានឫសមួយគត់ខុសពីសូន្យកាលណា $\begin{cases} m+1\neq 0 \\ 5m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m\neq \dfrac{2}{5} \end{cases}$

ដូចនេះ: $m\neq -1$ និង $m\neq \dfrac{2}{5}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ខុសពីសូន្យ ។

ខ. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់កាលណា $\begin{cases} m+1=0 \\ 5m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=\dfrac{2}{5} \end{cases}$

ដូចនេះ: $m=-1$ និង $m=\dfrac{2}{5}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

គ. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ស្មើសូន្យ

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ស្មើសូន្យកាលណា $5m-2=0$ ឬ $m=\dfrac{2}{5}$

ដូចនេះ: $m=\dfrac{2}{5}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់ស្មើសូន្យ ។

ឃ. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫស

ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសកាលណា $m-1=0$ ឬ $m=1$

ដូចនេះ: $m=1$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។

ឧទាហរណ៍ទី២ ដោះស្រាយ និងពិភាក្សាសមីការ $mx+7m=x+3$ (m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត) ។

ចម្លើយ

គេមានសមីការ $mx+7m=x+3$

$$mx-x=3-7m$$
$$(m-1)x=3-7m$$

- បើ $\begin{cases} m-1\neq 0 \\ 3-7m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq \frac{3}{7} \end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសខុសពីសូន្យគឺ: $x=\frac{3-7m}{m-1}$
- បើ $\begin{cases} m-1=0 \\ 3-7m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{3}{7} \end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់
- បើ $m-1=0$ ឬ $m=1$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=-4$ នោះសមីការគ្មានឫស
- បើ $3-7m=0$ ឬ $m=\frac{3}{7}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $-\frac{4}{7}x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគត់ស្មើសូន្យ ។

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫស $x=\frac{3-7m}{m-1}$ ខុសពីសូន្យកាលណា $m\neq 1$ និង $m\neq\frac{3}{7}$ ។
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=1$ និង $m=\frac{3}{7}$ ។
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=\frac{3}{7}$ ។
- សមីការមានឫសមួយគត់ស្មើសូន្យ កាលណា $m=1$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ ដោះស្រាយ និងពិភាក្សាសមីការ $7(m-1)x+5=3mx+2x+7$ (m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត) ។

ចម្លើយ

គេមានសមីការ $7(m-1)x+5=3mx+2x+7$

$$7mx-7x-3mx-2x=7-5$$
$$(4m-9)x=2$$

- បើ $4m-9=0$ ឬ $m=\frac{9}{4}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=2$ នោះសមីការគ្មានឫស
- បើ $4m-9\neq 0$ ឬ $m\neq\frac{9}{4}$ នាំឱ្យសមីការមានឫស១គត់គឺ $x=\frac{2}{4m-9}$

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=\frac{9}{4}$ ។
- សមីការមានឫស១គត់ខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq\frac{9}{4}$ គឺ $x=\frac{2}{4m-9}$ ។

* បញ្ជាក់: ដោយសមីការក្រោយពេលបង្រួមហើយមានតួ $b=2$ ជាចំនួនពិតថេរស្រាប់ ដូចនេះ យើងសិក្សាតែតួ $a=4m-9$ ដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត តែប៉ុណ្ណោះ (ព្រោះ $b\neq 0$ ជានិច្ច) ។

ឧទាហរណ៍ទី៤ ដោះស្រាយ និងពិភាក្សាសមីការ $7x+m+3=2x-m-5$ ។

ចម្លើយ

គេមានសមីការ $7x+m+3=2x-m-5$

$7x-2x=-m-5-m-3$

$5x=-2m-8$

– បើ $-2m-8=0$ ឬ $m=-4$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $5x=0$ នោះសមីការឫសតែ១គត់គឺ $x=0$

– បើ $-2m-8\neq 0$ ឬ $m\neq -4$ នាំឱ្យនោះសមីការឫសតែ១គត់គឺ $x=\dfrac{-2m-8}{5}$

<u>សន្និដ្ឋាន</u>

– សមីការឫសតែ១គត់ $x=0$ កាលណា $m=-4$ ។

– សមីការឫសតែ១គត់ខុសពីសូន្យ $x=\dfrac{-2m-8}{5}$ កាលណា $m\neq -4$ ។

III. សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

1. សញ្ញាណដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

ជាទូទៅ: សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតជាសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^2+bx+c=0$ ដែល $(a\neq 0)$ a, b, c ជាចំនួនពិត , x ជាអញ្ញាត ។

<u>ឧទាហរណ៍:</u> $x^2+7x+\frac{1}{2}=0$, $2x^2-2x+-3=0$, $x^2-9=0$ ជាសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត ។

2. ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

a) *ដោះស្រាយសមីការដោយប្រើផលគុណកត្តា*

ជាទូទៅ: ផលគុណនៃពីរកត្តាស្មើសូន្យ កាលណាកត្តាណាមួយស្មើសូន្យ ។
$A\times B=0$ លុះត្រាតែ $A=0\vee B=0$ ។

<u>ឧទាហរណ៍:</u> ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2-2x-8=0$

$\Leftrightarrow (x-4)(x+2)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-2 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x=4 \text{ ឬ } x=-2 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ខ. $(3x-1)^2-25x^2=0$

$(3x-1)^2-(5x)^2=0$

$(3x-1-5x)(3x-1+5x)=0$

$(-2x-1)(8x-1)=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases} -2x-1=0 \\ 8x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ x=\frac{1}{8} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x=-\frac{1}{2} \text{ ឬ } x=\frac{1}{8} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

គ. $(x-4)(x+1)=-4$

$x^2+x-4x-4+4=0$

$x^2-3x=0$

$(x-3)x=0$

នាំឱ្យ $x=0$ ឬ $x-3=0 \Rightarrow x=3$

ដូចនេះ $\boxed{x=0 \text{ ឬ } x=3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

b) ***ដោះស្រាយសមីការតាមលក្ខណៈឫសការេ***

ជាទូទៅ: សមីការ $x^2=b$ ដែល b ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន មានឫសពីរផ្ទុយគ្នា គឺ $x=\pm\sqrt{b}$ ។

<u>ឧទាហរណ៍:</u> ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $(x-2)^2=9$

$x-2=\pm\sqrt{9}$

$x=\pm3+2$

ដូចនេះ $\boxed{x=5 \text{ ឬ } x=-1 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ខ. $3(5x+4)^2-81=0$

$3(5x+4)^2=81$

$(5x+4)^2=27$

$5x+4=\pm\sqrt{27}$

$5x=-4\pm3\sqrt{3}$

$x=\dfrac{-4\pm3\sqrt{3}}{5}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\dfrac{-4\pm3\sqrt{3}}{5} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

គ. $x^2-6x+9=16$

$(x-3)^2=16$

$x-3=\pm\sqrt{16}$

$x=3\pm4$

ដូចនេះ $\boxed{x=7 \text{ ឬ } x=-1 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ឃ. $x^2+8=1$

$x^2=-7$ សមីការគ្មានឫសក្នុងសំណុំចំនួនពិតទេព្រោះ $x^2>0, \forall x\in\mathbb{R}$ ។

c) ***ដោះស្រាយសមីការដោយបំពេញជាការេទ្វេធា***

ជាទូទៅ: ដើម្បីបំពេញជាការេទ្វេធាចំពោះកន្សោម x^2+bx គេបូកនឹង $\left(\dfrac{b}{2}\right)^2$ ដែលជាការេនៃពាក់កណ្ដាលមេគុណនៃ x ។ ហើយគេបាន $x^2+bx+\left(\dfrac{b}{2}\right)^2=\left(x+\dfrac{b}{2}\right)^2$ ។

<u>ឧទាហរណ៍:</u> ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2+5x+2=0$

$x^2+5x+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+2-\dfrac{25}{4}=0$

$\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2-\dfrac{17}{4}=0$

ខ. $2x^2-x-2=0$

$2\left(x^2-\dfrac{1}{2}x-1\right)=0$

$x^2-\dfrac{1}{2}x-1+\left(\dfrac{1}{4}\right)^2-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$

$x+\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{17}{4}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{17}{4}}-\frac{5}{2}$

$x=\frac{\pm\sqrt{17}-5}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{\pm\sqrt{17}-5}{2}\text{ ជាឫសនៃសមីកា}}$ ។

$\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{17}{16}=0$

$\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$

$x-\frac{1}{4}=\pm\sqrt{\frac{17}{16}}$

$x=\pm\sqrt{\frac{17}{16}}+\frac{1}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{\pm\sqrt{17}+1}{4}\text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

គ. $x^2-4x+8=0$

$x^2-4x+2^2+8-4=0$

$(x-2)^2=-4<0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។

d) ***ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២តាមឌីសគ្រីមីណង់***

❖ សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតមានទម្រង់ $ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$

* មានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=b^2-4ac$

i. បើ $\Delta>0$ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

ii. បើ $\Delta=0$ សមីការមានឫសឌុបគឺ: $x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$

iii. បើ $\Delta<0$ សមីការគ្មានឫសក្នុងចំនួនពិតទេ តែមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់ចាប់ពីថ្នាក់ទី១០ឡើង គឺ: $x_1=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$, $x_2=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ ជាប់ជាអនុគមន៍ i ដែល $i^2=-1$ ជាឯកតានិមិត្ត ។

* បើ b ជាចំនួនគូ គេបាន $\Delta'=(b')^2-ac$ ដែល $b'=\frac{b}{2}$

i. បើ $\Delta'>0$ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ: $x_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$, $x_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$

ii. បើ $\Delta'=0$ សមីការមានឫសឌុបគឺ: $x_1=x_2=\frac{-b'}{a}$

iii. បើ $\Delta'<0$ សមីការគ្មានឫសក្នុងចំនួនពិតទេ តែមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់ចាប់ពីថ្នាក់ទី១០ឡើង គឺ: $x_1=\frac{-b'-i\sqrt{-\Delta'}}{a}$, $x_2=\frac{-b'+i\sqrt{-\Delta'}}{a}$ ជាប់ជាអនុគមន៍ i ដែល $i^2=-1$ ជាឯកតានិមិត្ត ។

<u>ឧទាហរណ៍:</u> ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2-6x-7=0$

មាន $b'=\frac{-6}{2}=-3$

នាំឱ្យ $\Delta'=(b')^2-ac$

$=(-3)^2-1(-7)$

$=9+7=16$

នោះ $\sqrt{\Delta'}=\sqrt{16}=4$

គេបាន $x_1=\frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{3-4}{1}=-1$

$x_2=\frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\frac{3+4}{1}=7$

ដូចនេះ: $x=-1$ ឬ $x=7$ ជាឫសសមីការ ។

ខ. $4x^2+3x+2=0$

មាន $\Delta=3^2-4\times4\times2$

$=9-32=-23<0$ សមីការគ្មានឫស

តែសម្រាប់ថ្នាក់ទី១០ឡើងមានឫសក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច ។

នាំឱ្យ $\sqrt{\Delta}=\sqrt{-23}=i\sqrt{23}$

គេបាន $x=\frac{-3\pm i\sqrt{23}}{8}$ ជាឫសនៃសមីការក្នុង $\mathbb{C}$

ដូចនេះ: $x=\frac{-3\pm i\sqrt{23}}{8}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ឃ. $2y^2+12y+19=0$

មាន $b'=\frac{12}{2}=6$

នោះ $\Delta'=6^2-2\times19$

$=36-38=-2<0$ សមីការគ្មានឫស តែសម្រាប់ថ្នាក់ទី១០ឡើងមានឫសក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច ។

គ. $\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x+1=0$

ឬ $x^2-6x+9=0$

មាន $b'=\frac{-6}{2}=-3$

នាំឱ្យ $\Delta'=(b')^2-ac$

$=(-3)^2-1\times9$

$=9-9=0$

នោះសមីការមានឫសឌុប គឺ: $x_1=x_2=\frac{-b'}{a}=\frac{3}{1}=3$

ដូចនេះ: $x=3$ ជាឫសនៃសមីការ ។

e) *អនុវត្តន៍សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត*

<u>ឧទាហរណ៍ទី១</u> រកតម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការ $(k-2)x^2+(3k-6)x+2k-3=0$ មានឫសឌុប ហើយរកឫសឌុបនោះ ។

<u>ចម្លើយ</u>

យើងមានសមីការ $(k-2)x^2+(3k-6)x+2k-3=0$ មានន័យកាលណា $k-2\neq0$ ឬ $k\neq2$

មាន: $\Delta=(3k-6)^2-4(k-2)(2k-3)$

$=9k^2-36k+36-8k^2+28k-24$

$=k^2-8k+12$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប លុះត្រាតែ $\Delta = 0$

នោះ $k^2 - 8k + 12 = 0$

$\Delta'_k = (-4)^2 - 1\times 12 = 16 - 12 = 4 \Rightarrow \sqrt{\Delta'_k} = 2$, យើងបាន

នោះ $k_1 = \frac{4+2}{1} = 6$, $k_2 = \frac{4-2}{1} = 2$ មិនយក (ព្រោះ $k \neq 2$)

ដូចនេះ $\boxed{k = 6}$ ។

\+ រកឫសឌុបរបស់សមីការ

សមីការមានឫសឌុបគឺ: $x_0 = \frac{-b}{2a} = -\frac{3k-6}{2(k-2)}$

បើ $k = 6$ នោះ $x_0 = -\frac{3\times 6 - 6}{2(6-2)} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{k = 6 \text{ នាំឱ្យសមីការមានឫសឌុបគឺ: } x_0 = -\frac{3}{2}}$ ។

<u>ឧទាហរណ៍ទី២</u> រកតម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការ $4x^2 - 2kx + k + 3 = 0$ មានឫសឌុប ហើយរកឫសឌុបនោះ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គេមានសមីការ $4x^2 - 2kx + k + 3 = 0$

មាន $\Delta'_x = (-k)^2 - 4(k+3)$

$= k^2 - 4k - 12$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប កាលណា $\Delta'_x = 0$

នោះ $k^2 - 4k - 12 = 0$

នាំឱ្យ $\Delta'_k = (-2)^2 - 1\times(-12)$

$= 4 + 12 = 16$

នោះ $\sqrt{\Delta'_k} = 4$

គេបាន: $k_1 = \frac{2-4}{1} = -2$, $k_2 = \frac{2+4}{1} = 6$

ឫសឌុបនៃសមីការគឺ: $x_0 = -\frac{b'_x}{a_x} = \frac{k}{4}$

- បើ $k = -2$ នោះ $x_0 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$
- បើ $k = 6$ នោះ $x_0 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{k = -2 \text{ នោះ } x_0 = -\frac{1}{2} \text{ ឬ } k = 6 \text{ នោះ } x_0 = \frac{3}{2}}$ ។

3. ទំនាក់ទំនងឫស និងមេគុណ

a) គណនាផលបូក ផលគុណឫស

ជាទូទៅ: បើ α , β ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី២ $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ នោះ $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

និង $P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ រកផលបូក និងផលគុណឫសនៃសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2-13x+42=0$ នោះ $\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{13}{1}=13\\ \alpha\times\beta=\dfrac{c}{a}=\dfrac{42}{1}=42\end{cases}$

ខ. $2x^2+3x-7=0$ នោះ $\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{3}{2}\\ \alpha\times\beta=\dfrac{c}{a}=-\dfrac{7}{2}\end{cases}$

ឧទាហរណ៍ទី២ បើ α , β ជាឫសនៃសមីការ $2x^2+8x+3=0$ ។ គណនា:

ក. $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$ ខ. $\alpha^2+\beta^2$

ចម្លើយ

ដោយ α , β ជាឫសនៃសមីការ $2x^2+8x+3=0$

នាំឱ្យ $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{8}{4}=-2$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}=\dfrac{3}{2}$

គណនា:

ក. $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)=\dfrac{3}{2}\times(-4)=-6$

ដូចនេះ $\boxed{\alpha^2\beta+\alpha\beta^2=-6}$ ។

ខ. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-4)^2-2\times\dfrac{3}{2}=13$

ដូចនេះ $\boxed{\alpha^2+\beta^2=13}$ ។

b) ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ផាយ

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^2-5x+6=0$

ដោយ $x^2-5x+6=0$

$2+3 \quad 2\times3$

ដូចនេះ $\boxed{x=2 \text{ ឬ } x=3 \text{ ជាឫសសមីការ}}$ ។

ខ. $x^2-8x+12=0$

ដោយ $x^2-8x+12=0$

$6+2 \quad 6\times2$

ដូចនេះ $\boxed{x=6 \text{ ឬ } x=2 \text{ ជាឫសសមីការ}}$ ។

c) ដោះស្រាយសមីការដោយស្គាល់ឫសមួយទាញរកឫសមួយទៀត

សមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត មានទម្រង់ $ax^2+bx+c=0$, $a\neq0$

- បើ $a+b+c=0$ នាំឱ្យសមីការមានឫស២គឺ: $x_1=1$, $x_2=\dfrac{c}{a}$
- បើ $a-b+c=0$ នាំឱ្យសមីការមានឫស២គឺ: $x_1=-1$, $x_2=-\dfrac{c}{a}$ ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $\frac{4}{x-2}-\frac{x-3}{x+4}=0$

$\frac{4(x+4)-(x-3)(x-2)}{(x-2)(x+4)}=0 \quad ; x\neq 2, x\neq -4$

$4x+16-\left(x^2-5x+6\right)=0$

$4x+16-x^2-5x+6=0$

$-x^2+9x+10=0$

មាន $a=-1$, $b=9$, $c=10$

នាំឱ្យ $a-b+c=-1-9+10=0$

សមីការមានឫសពីរគឺ: $x_1=-1$, $x_2=-\frac{c}{a}=\frac{-10}{-1}=10$

ដូចនេះ $x=-1$ ឬ $x=10$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ខ. $2x^2+7x-9=0$

មាន $a=2$, $b=7$, $c=-9$

នាំឱ្យ $a+b+c=2+7-9=0$

សមីការមានឫសពីរគឺ: $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=-\frac{9}{2}$

ដូចនេះ $x_1=1$ ឬ $x_2=-\frac{9}{2}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

d) ***សរសេរសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតជាផលគុណកត្តា***

ជាទូទៅ: បើសមីការ $ax^2+bx+c=0$ មា នឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ α និង β នោះកន្សោម $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$ ។

បញ្ជាក់: បើសមីការមានឫសឌុប α គេបាន $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)^2$ ។

ឧទាហរណ៍: ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា ៖

ក. x^2+2x-1

បើ $x^2+2x-1=0$

មាន $\Delta'=1+1=2 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{2}$

នាំឱ្យ $x_1=-1-\sqrt{2}$, $x_2=-1+\sqrt{2}$

ដូចនេះ $x^2+2x-1=\left(x+1-\sqrt{2}\right)\left(x+1+\sqrt{2}\right)$ ។

ខ. $-2x^2-3x+2$

បើ $-2x^2-3x+2=0$

មាន $\Delta=9+16=25 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=5$

នាំឱ្យ $x_1=\frac{3-5}{-4}=\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{3+5}{-4}=-2$

ដូចនេះ $-2x^2-3x+2=(-2x+1)(x+2)$ ។

e) ***បង្កើតសមីការដឺក្រេទី២ ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណឫស***

ជាទូទៅ: សមីការដឺក្រេទី២ ដែលមានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ α និង β ដែល $S=\alpha+\beta$ និង $P=\alpha\beta$ កំណត់ដោយ $X^2-SX+P=0$ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ រកសមីការដឺក្រេទី២ដែលមានឫស $\alpha=3+2\sqrt{2}$, $\beta=3-2\sqrt{2}$ ។

ចម្លើយ

ដោយ $S=\alpha+\beta=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=6$

$P=\alpha\beta=\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)=9-8=1$

នាំឱ្យសមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0\Leftrightarrow X^2-6X+1=0$

ដូចនេះ $X^2-6X+1=0$ ជាសមីការដែលត្រូវរក ។

ឧទាហរណ៍ទី២ សមីការ $x^2-2x+7=0$ មានឫស α និង β ។ រកសមីការដឺក្រេទី២ ដែលមានឫស $\alpha+2$ និង $\beta+2$ ។

ចម្លើយ

ដោយ α និង β ជាឫសរបស់សមីការ $x^2-2x+7=0$ នោះ $\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=2\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}=7\end{cases}$

នាំឱ្យ $S=(\alpha+2)+(\beta+2)=(\alpha+\beta)+4=2+4=6$

$P=(\alpha+2)(\beta+2)=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=7+4+4=15$

ដូចនេះ សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-6X+15=0$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ រកពីរចំនួនដោយស្គាល់ផលបូកស្មើ 20 និង ផលគុណស្មើ 51 ។

ចម្លើយ

តាង α ជាចំនួនទី1 , β ជាចំនួនទី 2

តាមបម្រាប់: $\begin{cases}\alpha+\beta=20\\ \alpha\beta=51\end{cases}$ នាំឱ្យ α និង β ជាឫសនៃសមីការ $X^2-20X+51=0$

មាន: $\Delta'=(-10)^2-51=100-51=49$ នោះ $\sqrt{\Delta'}=7$

នាំឱ្យ $\alpha=\dfrac{10-7}{1}=3$, $\beta=\dfrac{10+7}{1}=17$

ដូចនេះ $(\alpha=3\ ,\ \beta=17)$ ឬ $(\beta=3\ \ \alpha=17)$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

IV. សមីការដែលមានរាងផ្សេងៗ

1. សមីការប៊ីការេ

សមីការប៊ីការេ ជាសមីការដែលមានទម្រង់ $ax^4+bx^2+c=0$ ដែល $a\neq 0$ ។ ដើម្បីដោះស្រាយសមីការនេះគេត្រូវ តាង $t=x^2$, $t>0$ សមីការទៅជា $at^2+bt+c=0$ រួចដោះស្រាយវាតាមសមីការដឺក្រេទី២ គេនឹងបានតម្លៃ t_1 , t_2 រួចយកទៅជំនួសក្នុង $t=x^2$ នោះគេបានឫសរបស់សមីការគឺ: $\begin{cases}x^2=t_1\\ x^2=t_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm\sqrt{t_1}\\ x=\pm\sqrt{t_2}\end{cases}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^4-2x^2-15=0$

តាង $t=x^2$, $t>0$, គេបានសមីការ

$t^2-2t-15=0$

មាន $\Delta'=(-1)^2-1(-15)=16\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{16}=4$

នោះ $t_1=\frac{1-4}{1}=-3<0$ (មិនយក) , $t_2=\frac{1+4}{1}=5$

គេបាន $x^2=5\Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$

ដូចនេះ $x=\pm\sqrt{5}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ខ. $x^4-16x^2+16=0$

តាង $t=x^2,\ t>0$

$t^2-16t+16=0$

មាន $\Delta'=(-8)^2-1(16)=64-16=48>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

នោះ $t_1=\frac{16-4\sqrt{3}}{1}=16-4\sqrt{3}$

$t_2=\frac{16+4\sqrt{3}}{1}=16+4\sqrt{3}$

បើ $t=16-4\sqrt{3}$ នោះ $x^2=16-4\sqrt{3}$

ឬ $x=\pm\sqrt{16-4\sqrt{3}}=\pm2\sqrt{4-\sqrt{3}}$

បើ $t=16+4\sqrt{3}$ នោះ $x^2=16+4\sqrt{3}$

ឬ $x=\pm\sqrt{16+4\sqrt{3}}=\pm2\sqrt{4+\sqrt{3}}$

ដូចនេះ $x=\pm2\sqrt{4-\sqrt{3}}$ ឬ $x==\pm2\sqrt{4+\sqrt{3}}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

* ***បញ្ជាក់:*** សមីការដឺក្រេទី២ $at^2+bt+c=0$ អាចដោះស្រាយតាមវិធីណាក៏បានឱ្យតែឃើញតម្លៃ t_1 , t_2 តាមអ្វីដែលយើងបានសិក្សាកន្លងមក ។

2. សមីការដែលមានអញ្ញាតនៅភាគបែង

វិធាន: ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដែលមានអញ្ញាតនៅភាគបែងគេត្រូវ:

- ឱ្យលក្ខខណ្ឌភាគបែងខុសពីសូន្យ
- តម្រូវភាគបែងរួម រួចលុបភាគបែងចោល
- ដោះស្រាយសមីការតាមធម្មតា ។

បញ្ជាក់: ឫសដែលរកឃើញជាន់នឹងលក្ខខណ្ឌមិនយក ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $\frac{x+4}{x-4}-\frac{x-4}{x+4}=\frac{32}{(x-4)(x+4)}$

លក្ខខណ្ឌ: សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}x-4\neq0\\x+4\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq4\\x\neq-4\end{cases}$, យើងបាន

$\frac{(x+4)^2-(x-4)^2}{(x-4)(x+4)}=\frac{32}{(x-4)(x+4)}$

$x^2+8x+16-x^2+8x-16=32$

$16x=32$ ឬ $x=2$

ដូចនេះ $x=2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ខ. $\frac{3x}{x-1}-\frac{2}{x+1}=1$

លក្ខខណ្ឌ: សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}x-1\neq 0\\ x+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -1\end{cases}$, យើងបាន

$$\frac{3x(x+1)-2(x-1)}{(x-1)(x+1)}=1$$

$$3x^2+3x-2x+2=x^2-1$$

$$2x^2+x+3=0$$

មាន $\Delta=1-24=-23<0$

ដូចនេះ **សមីការគ្មានឫស** ។

គ. $\frac{3x-4}{x-2}+\frac{3-x}{3+x}=\frac{3x^2+x}{(x-2)(3+x)}$

លក្ខខណ្ឌ: សមីការមានន័យកាលណា $\begin{cases}x-2\neq 0\\ x+3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\ x\neq -3\end{cases}$, យើងបាន

$$\frac{(3x-4)(x+3)+(3-x)(x-2)}{(x-2)(x+3)}=\frac{3x^2+x}{(x-2)(x+3)}$$

$$3x^2+9x-12-4x+3x-6-x^2+2x=3x^2+x$$

$$-x^2+9x-18=0$$

មាន $\Delta=9^2-4(-18)(-1)=9\Rightarrow\sqrt{\Delta}=3$

នោះ $x_1=\frac{-9-3}{-2}=6$, $x_2=\frac{-9+3}{-2}=3$

ដូចនេះ **$x=6$ ឬ $x=3$ ជាឫសនៃសមីការ** ។

3. សមីការដែលមានអញ្ញាតជាស្វ័យគុណ (សមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល)

ជាទូទៅ: ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដែលមានទម្រង់ $a^x=b\ ,b>0$ គេត្រូវបម្លែងវាឱ្យទៅជា $a^x=a^y$ នោះយើងបាន $x=y$ រួចដោះស្រាយសមីការតាមធម្មតា ។

❖ *រំលឹករូបមន្តស្វ័យគុណ*

1. $a^m\times a^n=a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$, $a\neq 0$
3. $(a^m)^n=a^{mn}$
4.
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$, $b\neq 0$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n=\frac{b^n}{a^n}$, $a\neq 0, b\neq 0$
7. $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $a\neq 0$
8. $a^0=1$
9. $10^{-n}=0.\underbrace{000...0001}_{n \text{ ជាចំនួនខ្ទង់ក្រោយក្បៀស}}$
10. $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$
11. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}=a^{\frac{1}{nk}}$
12. $10^n=1\underbrace{000...000}_{0 \text{ ជាចំនួនខ្ទង់នៃ } n}$

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $4^x+5=2^x+17$

$\Leftrightarrow (2^x)^2-2^x-17+5=0$

$\Leftrightarrow (2^x)^2-2^x-12=0$

តាង $t=2^x$, $t>0$, គេបាន

$t^2-t-12=0$

$\Leftrightarrow t^2+3t-4t-12=0$

$\Leftrightarrow t(t+3)-4(t+3)=0$

$\Leftrightarrow (t+3)(t-4)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t+3=0 \\ t-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3<0 \text{ មិនយក} \\ t=4 \end{array}\right.$

បើ $t=4$ នោះ $2^x=4 \Leftrightarrow 2^x=2^2 \Rightarrow x=2$

ដូចនេះ $\boxed{x=2 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ខ. $4^{x+1}\times 2^x=\sqrt{8}$

$\Leftrightarrow 2^{2(x+2)}\times 2^x=\sqrt{2^3}$

$\Leftrightarrow 2^{2x+4+x}=2^{\frac{3}{2}}$

$\Leftrightarrow 3x+4=\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow 3x=\frac{3}{2}-4$

$\Rightarrow x=-\frac{5}{6}$

ដូចនេះ $\boxed{x=-\frac{5}{6} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

គ. $25^x+15^x=2\cdot 9^x$

$\Leftrightarrow \left(\frac{25}{9}\right)^x+\left(\frac{15}{9}\right)^x=2$ (ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 9^x)

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{2x}+\left(\frac{5}{3}\right)^x-2=0$

តាង $t=\left(\frac{5}{3}\right)^x$, $t>0$, គេបាន

$t^2+t-2=0$

មាន: $a+b+c=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=1 \\ t_2=\frac{c}{a} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=1 \\ t_2=\frac{-2}{1}=-2 \text{ មិនយក} \end{array}\right.$

បើ $t=1$ នោះ $\left(\frac{5}{3}\right)^x=1 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^x=\left(\frac{5}{3}\right)^0 \Rightarrow x=0$

ដូចនេះ $\boxed{x=0 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

4. សមីការអសនិទាន (*មានរ៉ាឌីកាល់សន្ទស្សន៍ពីរ*)

វិធាន: ដើម្បីដោះស្រាយសមីការអសនិទានរ៉ាឌីកាលសន្ទស្សន៍ពីរ គេត្រូវ:
- ឱ្យលក្ខខណ្ឌចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់ធំជាង ឬស្មើសូន្យ
- លើកអង្គទាំងពីរជាការេដើម្បីបំបាត់រ៉ាឌីកាល់
- ដោះស្រាយសមីការតាមធម្មតា រួចរកឫសរបស់សមីការដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌជាចម្លើយ ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $\sqrt{2x-1}=\sqrt{x-1}+1$

លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases}2x-1\ge 0\\ x-1\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge \dfrac{1}{2}\\ x\ge 1\end{cases} \Rightarrow x\ge 1$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ , គេបាន

$\left(\sqrt{2x-1}\right)^2=\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x-1=x-1+2\sqrt{x-1}+1$

$\Leftrightarrow x-1=2\sqrt{x-1}$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=\left(2\sqrt{x-1}\right)^2$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=4x-4$

$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0$

មាន: $a+b+c=0$ នោះ $x_1=1$ ឬ $x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{1}=5$

ដូចនេះ $\boxed{x=1 \text{ ឬ } x=5 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ខ. $\sqrt{x+3-\sqrt{x+5}}=2$

លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases}x+5\ge 0\\ x+3-\sqrt{x+5}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -5\\ x-\sqrt{x+5}>-3\end{cases}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ , គេបាន

$\left(\sqrt{x+3-\sqrt{x+5}}\right)^2=(2)^2$

$\Leftrightarrow x+3-\sqrt{x+5}=4$

$\Leftrightarrow x-1=\sqrt{x+5}$

$\Leftrightarrow (x-1)^2=\left(\sqrt{x+5}\right)^2$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$\Leftrightarrow x^2-2x+1=x+5$

$\Leftrightarrow x^2-3x-4=0$

មាន: $a-b+c=0$ នោះ $x_1=-1$ ឬ $x_2=-\dfrac{c}{a}=-\dfrac{-4}{1}=4$

បើ $x=-1$ នោះ $x-\sqrt{x+5}>-3$

$-1-\sqrt{-1+5}>-3$

$-1-2>-3$

$-3>-3$ មិនពិត

បើ $x=4$ នោះ $x-\sqrt{x+5}>-3$

$4-\sqrt{4+5}>-3$

$4-3>-3$

$1>-3$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{x=4 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

គ. $8+\sqrt{x-1}=6$

លក្ខខណ្ឌ: $x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$

$\sqrt{x-1}=6-8$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=-2<0$ គ្មានឫសព្រោះ គ្រប់ចំនួនដែលឋិតនៅរ៉ាឌីកាលត្រូវវិជ្ជមានជានិច្ច នោះតម្លៃវាក៏ត្រូវវិជ្ជមានដែរ ។

ឃ. $x-5=(6x+73)^{\frac{1}{2}}$

គេអាចសរសេរជា $x-5=\sqrt{6x+73}$ ព្រោះ $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

លក្ខខណ្ឌ: $6x+73\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -\frac{73}{6}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ , គេបាន

$(x-5)^2=\left(\sqrt{6x+73}\right)^2$

$\Leftrightarrow x^2-10x+25=6x+73$

$\Leftrightarrow x^2-16x-48=0$

មាន: $\Delta'=16+48=64 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=8$

នោះ $x_1=\frac{4-8}{1}=-4$, $x_2=\frac{4+8}{1}=12$

ដូចនេះ $\boxed{x=-4 \text{ ឬ } x=12 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

5. សមីការមានច្រើនអថេរ

<u>*ឧទាហរណ៍ទី១*</u> ដោះស្រាយសមីការ $x+y=90$ ដោយដឹងថា $PGCD(x,y)=30$ ។

<u>*ចម្លើយ*</u>

ដោយ: $PPCD(x,y)=30$ នោះ $x=30a\ ,y=30b$

ដែល $PPCD(a,b)=1$ ឬ $a\ ,b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា ។

គេបាន: $x+y=30a+30b=30(a+b)$ តែ $x+y=90$ (សម្មតិកម្ម)

នោះ $a+b=3$ នាំឱ្យ $a=2,b=1$ ឬ $a=1,b=2$

បើ $a=2,b=1$ នោះ $x=60\ ,y=30$

បើ $a=1,b=2$ នោះ $x=30\ ,y=60$

ដូចនេះ $\boxed{(x=60\ ,y=30) \text{ ឬ } (x=30\ ,y=60) \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២ រកតម្លៃ $x \& y$ ដោយដឹងថា $x^2 - y^2 = 1415$ និង $PGCD(x,y) = 17$ ។

ចម្លើយ

ដោយ: $PPCD(x,y) = 17$ នោះ $x = 17a$, $y = 17b$

ដែល $PPCD(a,b) = 1$ ឬ a ,b ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា ។

គេបាន: $x^2 - y^2 = (17a)^2 - (17b)^2$ តែ $x^2 - y^2 = 1415$ (សម្មតិកម្ម)

នោះ $17^2(a^2 - b^2) = 1415$ នាំឱ្យ $(a-b)(a+b) = 1 \times 5$

នោះគេបាន $a - b = 1$ (1) និង $a + b = 5$ (2)

យក (1) បូក (2), យើងបាន $2a = 6 \Rightarrow a = 3$ នោះ $b = 2$

គេបាន: $x = 17 \times 3 = 51$ និង $y = 17 \times 2 = 34$

ដូចនេះ: $x = 51$ និង $y = 34$ ជាឫសនៃសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ ចូររកគូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $(x\ ,y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2 - 249xy - 250y^2 = 6033$ ។

ចម្លើយ

គេមានសមីការ: $x^2 - 249xy - 250y^2 = 6033$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - y^2 - 249xy - 249y^2 = 3 \times 2011$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x+y) - 249y(x+y) = 3 \times 2011$$

$$\Leftrightarrow \quad (x+y)(x-y-249y) = 3 \times 2011$$

$$\Leftrightarrow \quad (x+y)(x-250y) = 3 \times 2011$$

ដោយសារតែតម្លៃ $x,y \in \mathbb{Z}$ នោះយើងមិនអាចកំណត់បានថា $x+y$ ឬ $x-250y$ មួយណាធំជាងនោះទេ

នោះយើងបាន: $\begin{cases} x+y=3 \\ x-250y=2011 \end{cases}$ $(*)$ ឬ $\begin{cases} x+y=2011 \\ x-250y=3 \end{cases}$ $(**)$

តាម $(*)$, យើងបាន $+\begin{cases} x+y=3 \\ x-250y=2011 \end{cases} \times(-1)$

$$251y = -2008$$

$$\Rightarrow y = -8$$

នាំឱ្យ $x = 3 - y = 3 - (-8) = 11$

តាម $(**)$, យើងបាន $+\begin{cases} x+y=2011 \\ x-250y=3 \ \times(-1) \end{cases}$

$$251y = 2008$$

$$\Rightarrow y = 8$$

នាំឱ្យ $x = 2011 - y = 2011 - 8 = 2003$

ដូចនេះ: គូចម្លើយនៃ $(x\ ,y)$ គឺ: $(11,-8)$ ឬ $(-11,8)$ ឬ $(2003,8)$ ឬ $(-2003,-8)$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៤ ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{4\sqrt{3}-6} = \sqrt{x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}}$ ។

លក្ខខណ្ឌ: $x > 0$,$y > 0$ (ព្រោះ $\sqrt{x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}} > 0$)

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ , យើងបាន $\left(\sqrt{4\sqrt{3}-6}\right)^2 = \left(\sqrt{x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}}\right)^2$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} - 6 = x\sqrt{3} + y\sqrt{3} - 2\sqrt{3xy}$$

$$\Leftrightarrow\left(4-2\sqrt{3}\right)\sqrt{3}=\left(x+y-2\sqrt{xy}\right)\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow\left(4-2\sqrt{3}\right)=\left(x+y-2\sqrt{xy}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}-1\right)^2=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\Rightarrow x=3\ ,\ y=1$$

ដូចនេះ $x=3$ ឬ $y=1$ ជាឫសនៃសមីការ ។

<u>*ឧទាហរណ៍ទី៩*</u> ដោះស្រាយសមីការ $x^2+\dfrac{1}{x^2}+y^2+\dfrac{1}{y^2}=4$ ។

$$\Leftrightarrow x^2-2+\frac{1}{x^2}+y^2-2+\frac{1}{y^2}=0$$

$$\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+\left(y-\frac{1}{y}\right)^2=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x-\dfrac{1}{x}=0\\ y-\dfrac{1}{y}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{x}\\ y=\dfrac{1}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=1\\ y^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm1\\ y=\pm1\end{cases}$$

ដូចនេះ $(x=1,y=1)$ ឬ $(x=1,y=-1)$ ឬ $(x=-1,y=1)$ ឬ $(x=-1,y=-1)$ ជាឫសនៃសមីការ ។

6. ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣តាមវិធីបន្ថែមបន្ថយតួ

* ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី៣ $ax^3+bx^2+cx+d=0$ គេត្រូវដាក់វាជាផលគុណកត្តា ។
* យើងអាចរកឫសងាយរបស់សមីការដឺក្រេទី៣ ដោយប្រើទ្រឹស្តីបទកត្តា

តាង $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

បើ $f(\alpha)=0$ នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-\alpha$ ឱ្យលទ្ធផល $g(x)=a_1x^2+b_1x+c_1$

នោះគេបាន: $f(x)=(x-\alpha)g(x)$ ដោយ $f(x)=0\Rightarrow(x-\alpha)g(x)=0$

គេបាន: $\left[\begin{array}{l}x-\alpha=0\\ g(x)=0\end{array}\right.$ រួចដោះស្រាយធម្មតា ។

<u>*ឧទាហរណ៍:*</u> ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $x^3-2x^2-x+2=0$

តាង $f(x)=x^3-2x^2-x+2$

ដោយ $f(1)=1^3-2\times1^2-1+2=0$

គេបាន: $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-1$

យើងបាន: $f(x)=(x-1)(x^2-x-2)$

តែ $f(x)=0$ នោះ: $(x-1)(x^2-x-2)=0$

នោះ: $x-1=0\Rightarrow x=1$

ឬ $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-1\end{array}\right.$$

ម្យ៉ាងទៀត: $x^3-2x^2-x+2=0$

ចែកពហុធា

$$\begin{array}{r|l} & x-1\\ x^2-x-2 & x^3-2x^2-x+2\\ & -x^2-x\\ & -2x+2\\ & 0\end{array}$$

$\left(x^3-2x^2\right)-\left(x-2\right)=0$

$x^2\left(x-2\right)-\left(x-2\right)=0$

$\left(x-2\right)\left(x^2-1\right)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm 1 \text{ ឬ } x=2 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

ខ. $x^3+6x^2+11x+6=0$

តាង $f\left(x\right)=x^3+6x^2+11x+6$

ដោយ $f\left(-1\right)=\left(-1\right)^3+6\left(-1\right)^2-11+6=0$

គេបាន: $f\left(x\right)$ ចែកដាច់នឹង $x+1$

យើងបាន: $f\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(x^2+5x+6\right)$

តែ $f\left(x\right)=0$ នោះ $\left(x+1\right)\left(x^2+5x+6\right)=0$

នោះ $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

ឬ $x^2+5x+6=0$

$\left(x+2\right)\left(x+3\right)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

ចែកពហុធា

$$\begin{array}{r|l} x^2+5x+6 & x^3+6x^2+11x+6 \\ \hline & x+1 \\ & 5x^2+11x \\ & 6x+6 \\ & 0 \end{array}$$

ម្យ៉ាងទៀត:

$x^3+6x^2+11x+6=0$

$x^3+x^2+5x^2+5x+6x+6=0$

$x^2\left(x+1\right)+5x\left(x+1\right)+6\left(x+1\right)=0$

$\left(x+1\right)\left(x^2+5x+6\right)=0$

$\left(x+1\right)\left(x+2\right)\left(x+3\right)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x+2=0 \\ x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x=-1 \text{ ឬ } x=-2 \text{ ឬ } x=-3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

IV. ចំណោទសមីការ

☞ ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី១ មានមួយអញ្ញាតគេត្រូវ ៖

- ❖ តាងអញ្ញាត រួចឱ្យលក្ខខណ្ឌបើមាន
- ❖ សរសេរសមីការ
- ❖ ដោះស្រាយសមីការ
- ❖ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ ។

ឧទាហរណ៍: ក. ម៉ារីមានអាយុ 8 ឆ្នាំ ច្រើនជាងអាយុបូណា។ ផលបូកអាយុរបស់ម៉ារី និងបូណាស្មើនឹង 38 ឆ្នាំ ។ ចូររកអាយុរបស់បូណា ។

ចម្លើយ

☞ រកអាយុរបស់បូណា:

តាង x ជាអាយុរបស់បូណា

$x+8$ ជាអាយុរបស់ម៉ារី , $(0<x<38)$

ដោយផលបូកអាយុអ្នកទាំងពីរស្មើនឹង 38 ឆ្នាំ

គេបានសមីការ: $x+(x+8)=38$

$$x+x+8=38$$
$$2x=38-8$$
$$2x=30$$
$$x=\frac{30}{2}=15$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $x+x+8=38$

$$15+15+8=38$$
$$38=38 \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ **បូណាមានអាយុ 15 ឆ្នាំ** ។

ឧទាហរណ៍: ខ. គេយកសៀវភៅ 280 ក្បាល ទៅចែកដល់សិស្សមួយថ្នាក់ ។ ក្រោយពេលចែកសៀវភៅអស់គេសង្កេតឃើញថា សិស្សម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅ 4 ក្បាល ។

កំណត់ចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់នោះ ?

ចម្លើយ:

☞ រកចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់នោះ

តាង x ជាចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់ $(x>0)$

ដោយគេយកសៀវភៅចំនួន 280 ក្បាលទៅចែកសិស្សមួយថ្នាក់ ហើយសិស្សម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅចំនួន 4 ក្បាល

នោះគេបានសមីការ: $4x=280$

$$4x=280$$

នោះ $x=\frac{280}{4}=70$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: ចំពោះ $x=70$

គេបាន: $4x=280$

សមមូល $4\times 70=280 \Leftrightarrow 280=280$ ពិត

ដូចនេះ **នៅក្នុងថ្នាក់នោះមានសិស្សសរុបចំនួន 70 នាក់** ។

ឧទាហរណ៍: គ. នៅពេលបច្ចុប្បន្ននេះឪពុកមានអាយុ 42 ឆ្នាំ ហើយកូនមានអាយុ 15 ឆ្នាំ ។ តើនៅប៉ុន្មានឆ្នាំទៅមុខទៀតទើបអាយុឪពុកស្មើនឹង 2 ដងអាយុកូន ?

ចម្លើយ:

☞ រករយៈពេលដែលអាយុឪពុកស្មើនឹង 2 ដងអាយុកូន (គិតជាឆ្នាំ) ៖

តាង: t ជារយៈពេលដែលអាយុឪពុកស្មើនឹងពីរដងអាយុកូន ,$(t>0)$

គេបាន: $t+15$ ជាអាយុកូននៅរយៈពេល t ឆ្នាំទៅមុខទៀត

$t+42$ ជាអាយុឪពុកនៅរយៈពេល t ឆ្នាំទៅមុខទៀត

ដោយនៅរយៈពេល t ឆ្នាំទៅមុខទៀតអាយុឪពុកស្មើនឹង 2 ដងអាយុកូន

នោះគេបានសមីការ: $t+42=2(t+15)$

$$t+42=2t+30$$
$$2t-t=42-30$$
$$t=12$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: ចំពោះ $t=12$ គេបាន:

$$t+42=2(t+15)$$
$$12+42=2(12+15)$$
$$54=54 \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ $t=12$ ឆ្នាំទៅមុខទៀតទើបអាយុឪពុកស្មើនឹង 2 ដងអាយុកូន ៕

ឧទាហរណ៍: ឃ. គេមានពីរចំនួនដែលមានផលដកស្មើនឹង 8 ផលគុណនៃចំនួនទាំងពីរនោះស្មើនឹង 128 ។ គណនាចំនួនទាំងពីរនោះ ។

ចម្លើយ:

☞ រកចំនួនទាំងពីរនោះ

តាង: x ជាចំនួនទី១

$x+8$ ជាចំនួនទី២

ដោយផលគុណចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 128

នោះគេបានសមីការ: $x(x+8)=128$

$$x^2+8x=128$$
$$x^2+8x-128=0$$

មាន: $\Delta'=4^2-1\times(-128)$

$=16+128=144>0$ (មានឫសពីរផ្សេងគ្នា)

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{144}=12$$

នាំឱ្យ: $x_1=\dfrac{-4-12}{1}=-16$, $x_2=\dfrac{-4+12}{1}=8$

ចំពោះ $x=-16$ នោះ $x+8=-16+8=-8$

$x=8$ នោះ $x+8=8+8=16$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=8$ នោះ $x+8=16$

នាំឱ្យ $8\times16=128$

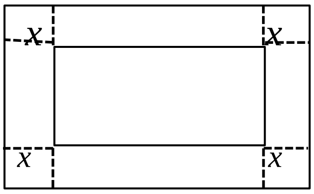
$128=128$ ពិត

បើ $x=-16$ នោះ $x+8=-16+8=-8$

នាំឱ្យ $(-16)(-8)=128 \Rightarrow 128=128$ ពិត

ដូចនេះ **ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ $(-8,-16)\vee(8,16)$** ។

ឧទាហរណ៍: ង. ពូសុខមានចំការមួយមានរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានប្រវែងទទឹងស្មើនឹង $12m$ និងបណ្តោយ $16m$ ។ គាត់ចង់ធ្វើផ្លូវមួយ ជុំវិញក្នុងចំការនោះដោយឱ្យទទឹងផ្លូវមានប្រវែងស្មើៗគ្នា ។ ផ្ទៃក្រឡាដីដែលនៅសល់ពីធ្វើផ្លូវស្មើនឹងពាក់កណ្តាលផ្ទៃក្រឡាចំការទាំងមូល ។ តើពូសុខត្រូវយកទទឹងផ្លូវស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?



ចម្លើយ:

☞ រកប្រវែងទទឹងផ្លូវ ៖

តាង x ជាប្រវែងទទឹងនៃផ្លូវ , $(0<x<12)$

ដោយផ្ទៃដីដែលសល់ពីធ្វើផ្លូវស្មើនឹងពាក់កណ្តាលដីចំការទាំងមូល នោះគេបាន:

សមីការ: $(12-2x)(16-2x)=\dfrac{12\times16}{2}$

ឬ $192-24x-32x+4x^2=96$

ឬ $4x^2-56x+96=0$

ឬ $x^2-14x+24=0$

មាន: $\Delta'=(-7)^2-1\times24$

$=49-24=25>0$

នាំឱ្យ: $\sqrt{\Delta'}=\sqrt{25}=5$

នោះ $x_1=\dfrac{7-5}{1}=2>0$ យក

$x_2=\dfrac{7+5}{1}=12$ មិនយកពីព្រោះ $(0<x<12)$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=2$

នោះសមីការ: $(12-2x)(16-2x)=96$

$(12-4)(16-4)=96$

$96=96$ ពិត

<u>ដូចនេះ:</u> **ទទឹងផ្លូវមានប្រវែង $x=2m$** ។

<u>ឧទាហរណ៍:</u> ច. ផលបូកការេនៃពីរចំនួនតគ្នាស្មើនឹង 113 ។ គណនាចំនួនទាំងពីរនោះ ។

<u>ចម្លើយ:</u>

☞ រកចំនួនទាំងពីរនោះ

តាង: x ជាចំនួនទី១

$x+1$ ជាចំនួនទី២

ដោយផលបូកការេនៃពីរចំនួនតគ្នានេះស្មើ 113 នោះ

គេបានសមីការ: $x^2+(x+1)^2=113$

$$x^2+x^2+2x+1-113=0$$

$$2x^2+2x-112=0$$

$$2(x^2+x-56)=0$$

$$(x^2+x-56)=0$$

ឬ $x^2-7x+8x-56=0$

$$x(x-7)+8(x-7)=0$$

$$(x-7)(x+8)=0$$

គេបាន: $\begin{cases} x-7=0 \\ x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-8 \end{cases}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=7 \Rightarrow x+1=7+1=8$

$$7^2+8^2=113$$

$113=113$ ពិត

បើ $x=-8 \Rightarrow x+1=-8+1=-7$

$$(-8)^2+(-7)^2=113$$

$113=113$ ពិត

<u>ដូចនេះ</u> $(7,8)$ ឬ $(-8,-7)$ ជាចំនួនគត់ដែលត្រូវរក ។

❖ កត្តា៥យ៉ាងដែលកំណត់ការសិក្សារបស់មនុស្សគឺ:

- ➢ កត្តាកំណើត
- ➢ កត្តាគ្រួសារ
- ➢ កត្តាសង្គម និងមជ្ឈដ្ឋានជុំវិញ
- ➢ កត្តាគ្រូ
- ➢ កត្តាខ្លួនឯង

រៀនទៅជាអាវុធ ប្រយុទ្ធនឹងភាពល្ងង់ខ្លៅ

លំហាត់

I. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

1. $4(x-5)=2x-14$

2. $x-(8+4x)=2(3x-4)$

3. $5x-(8-x)=2\left[-4-(3+5x)-13\right]$

4. $-\left[k-(4k+2)\right]=2+(2k+7)$

5. $2-4\left\langle -2x+3\left[-1+5(1-x)-1\right]\right\rangle=0$

6. $\sqrt{3}(x-2)-2\sqrt{2}x=2\left(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2}\right)$

7. $6(7x+8)-7(6x+4)=5(6+7x)-35(x-1)$

8. $8(3-2x)-16(1-x)-3(x-4)=20-3x$

9. $(2x+3)^2-(2x+5)=4x(x+4)+4$

10. $(3x+5)^2+(x-2)^2=(4x+1)^2-6x(x+1)$

11. $(x-2)(3x+4)=x(3x+1)-10$

12. $(2x-2)(2x+5)-4x^2+3=0$

13. $(x+4)^2-(x-4)^2=32$

14. $3(x+1)x-2x(x-1)=(x+1)(x-1)$

15. $(2x+4)(3x-1)=(x-1)(2x+1)+4x^2$

16. $7x(x-1)+8\left(x^2+2x-1\right)=(5x-1)(3x+2)$

17. $x\left(x+3x^2\right)+3x^2-7x(x+1)=3\left(x^3-x^2+12\right)$

18. $(x+1)(x+4)+(x+2)(x+3)=(2x+1)(x-2)+10$

19. $2x+10x^2-x(x-1)=(3x+1)^2+2(x-1)$

20. $\sqrt{3}\left(x^2+3x-1\right)=\sqrt{3}(x-1)^2+2\sqrt{3}x-1$

II. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

1. $\dfrac{5x}{3}+\dfrac{9}{8}=\dfrac{7x}{6}+\dfrac{3}{16}$

2. $\dfrac{2x+1}{3}+\dfrac{5-x}{4}=1-\dfrac{3x+2}{6}$

3. $\dfrac{2(3x-8)}{9}-\dfrac{5(x-3)}{3}=\dfrac{3(x-8)}{4}+\dfrac{17}{36}$

4. $\dfrac{3x-5}{8}+\dfrac{x+12}{12}=1$

5. $\dfrac{x+4}{3}-\dfrac{x-4}{5}=2+\dfrac{3x-1}{15}$

6. $1+\dfrac{2x}{3}-\dfrac{1}{2}-x=\dfrac{1-x}{3}$

7. $3x+\dfrac{5x-3}{3}=37$

8. $\left(\dfrac{3x}{4}-\dfrac{2}{5}\right)+\left(\dfrac{2x}{3}+0.6\right)-\left(\dfrac{7x}{12}-0.3\right)=5.8$

9. $x+\dfrac{3}{2}-\dfrac{4x-3}{4}=1-\dfrac{5x-12}{6}$

10. $8(x-2)+3=7x+\dfrac{2x-1}{2}-3$

11. $\dfrac{(2x+1)^2}{4}-\dfrac{3(x+2)^2}{6}=\dfrac{x(x-2)}{2}$

12. $\dfrac{(x-2)^2}{3}+\dfrac{x(x-3)}{5}=\dfrac{(8x+7)(x-1)}{15}+\dfrac{4}{5}$

13. $\dfrac{x(x+1)}{4}+\dfrac{4x}{8}=\dfrac{2x(x-1)}{6}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{x^2}{12}$

14. $\dfrac{(x-1)(x+5)}{3}+\dfrac{3x(x+7)}{6}=\dfrac{(x+5)(3x-4)}{4}+\dfrac{x^2}{12}$

15. $\dfrac{3}{5}\left[\dfrac{5}{3}\left(\dfrac{x}{4}+1\right)+5\right]-\dfrac{1}{2}=x$

16. $\dfrac{x-4}{2013}+\dfrac{x-3}{2014}+\dfrac{x-2}{2015}+\dfrac{x-1}{2016}+\dfrac{x}{2017}=5$

17. ក. បើ $\dfrac{1}{x+2}=5$ តើ $\dfrac{1}{x+3}$ ស្មើប៉ុន្មាន?

ខ. រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ $\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ ។

18. $\frac{x-ab}{a+b}+\frac{x-bc}{b+c}+\frac{x-ac}{a+c}=a+b+c$ ដែល $a+b\neq 0$,$b+c\neq 0$,$a+c\neq 0$, x ជាអញ្ញាត ។

19. ក. $\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ac}+\frac{x-c}{ab}=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ ដែល $a,b,c\neq 0$ ។

ខ. $\frac{a+b-x}{c}+\frac{a+c-x}{b}+\frac{b+c-x}{a}+\frac{4x}{a+b+c}=1$ ដែល $a,b,c\neq 0$ និង $a+b+c\neq 0$ ។

20. $\frac{3}{2}+\frac{9}{2}+\frac{15}{2}+...+\frac{6x-3}{2}=\frac{75}{2}$ ។

III. *ដោះស្រាយ និងពិភាក្សាសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត (m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត)*

1. $(1-m)x=3m-1$

2. $(x-1)x+4m=x^2$

3. $3mx+4m=13m+2mx$

4. $\frac{2m}{5}x-\frac{m}{10}=1-\frac{7}{10}x$

5. $(3x+2)\frac{m}{3}=1-\frac{m}{2}x$

6. $3mx+5m-1=4m(x-2)+x+m$

7. $4mx(5x-1)=5(4mx+3)x+m-1$

8. $7mx-4m+9=2(x-2m)+5$

9. $2(x-m)+4=4x-(m-x)+1$

10. $\frac{5m}{10}x+\frac{3m-x}{5}=\frac{2x-1}{2}+m$

11. $\frac{2x-m}{6}+\frac{m}{3}=\frac{x-2m}{2}+mx$

12. $2mx+\frac{m-5}{7}=\frac{x-m}{2}+3$

13. $(2m-x)^2+4(1-m)m=x(x+5m)+m-1$

14. $(3m+2x)^2-(9m-1)(m-x)=(2x-1)^2-m(x-4)$

15. $(m-3x)^2+(m-7x)x-2x(x-1)=(m-x)(m+2)$

16. $(m-3)^2+(x+m)^2-2m(m-1)=x^2+7mx-3$

17. $\frac{m^2(x+2)^2}{8}-2(2x+m+1)=(m+1)^2+\frac{m^2(x-2)^2}{8}+1$

IV. *ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ដោយមិនប្រើរូបមន្តឌីសគ្រីមីណង់:*

1. $x^2+14x+24=0$

2. $x(x-2)=24$

3. $x^2-2x-8=0$

4. $4x^2-16=0$

5. $9x^2-21=-5$

6. $x^2-4x+4=0$

7. $x^2+2\sqrt{3}x-1=0$

8. $2x^2+20x-22=0$

9. $(2x-1)^2-25=0$

10. $2x^2-5x+3=0$

11. $3x^2+7x+4=0$

12. $6x^2+5x-11=0$

13. $x^2-14=5x$

14. $x^2-x=3x+12$

15. $x^2-12x+32=0$

16. $x^2-2x+3=0$

17. $4(x-1)^2-(2x-3)^2=0$

18. $x^2+2x=2(x+4)$

19. $3x^2+9x=0$

20. $2x^2+3x-5=0$

V. *ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖*

1. $x^2-9x-22=0$

2. $2x^2+7x-1=0$

3. $3x^2+7x+4=0$

4. $3x^2+5x-11=0$

5. $4x^2-4x-24=0$

6. $4x^2-37x+9=0$

7. $13x-36=x^2$

8. $81x^2+1=18x$

9. $x^2+5x-14=0$

10. $2x^2-x-1=0$

11. $x^2-6x+5=0$

12. $3x^2+8x-4=0$

13. $x^2+x-9=0$ **14.** $2x^2+3x-9=0$ **15.** $x^2+3x+5=0$

16. $6x^2=7x-5$ **17.** $x^2+2x-4=0$ **18.** $x^2+7=4x$

19. $2x^2+5x+1=0$ **20.** $(x+1)(2-x)=7x(x+4)$

VI. បើ α & β ជាឫសនៃសមីការ $x^2+x+1=0$ ។ ដោយមិនដោះស្រាយសមីការ ចូររកតម្លៃ:

1. $\alpha^2+\beta^2$ **2.** $(\alpha-\beta)^2$ **3.** $\alpha^3+\beta^3$

VII. គេឱ្យសមីការ $x^2+2x+3=0$ មានឫស α & β ។ ចូររកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម:

1. $\alpha+\beta$ **2.** $\alpha\beta$ **3.** $(1+\alpha)(1+\beta)$ **4.** $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ **5.** $\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}$

VIII. គេឱ្យសមីការ $x^2-x+8=0$ មានឫស α & β ។ គណនា:

1. $\frac{1}{1+\alpha^2}+\frac{1}{1+\beta^2}$ **2.** $\alpha^4+\beta^4$

IX. គេឱ្យ α & β ជាឫសនៃសមីការ $x^2+2x+4=0$ ។ ចូរបង្កើតសមីការដឺក្រេទី២ដោយស្គាល់ឫសរបស់វាដូចខាងក្រោម ៖

1. $\alpha+3$ និង $\beta+3$ **2.** α^2+1 និង β^2+1 **3.** $2\alpha+4$ និង $2\beta+4$

4. $2\alpha^2-1$ និង $2\beta^2-1$ **5.** $\frac{1}{\alpha}$ និង $\frac{1}{\beta}$ **6.** $\frac{1}{\alpha+1}$ និង $\frac{1}{\beta+1}$ **7.** $\frac{1}{\alpha^2-1}$ និង $\frac{1}{\beta^2-1}$

X. រកតម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការខាងក្រោមមានឫសឌុប ហើយរកឫសឌុបនោះ ៖

1. $(k-2)x^2+(3k-6)x+2k-3=0$ **2.** $4x^2-2kx+k+3=0$

3. $(k+1)x^2-(k+3)x+3-k=0$ **4.** $kx^2+3(k+2)x+3k-1=0$

5. $(k-3)x^2-(2k-1)x+2k-3=0$

XI. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

1. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-5}{x-3}=0$ **2.** $\frac{4x-1}{x-1}+\frac{4x+1}{1-x}=\frac{9}{4}$ **3.** $\frac{x}{x-3}-\frac{2}{x+3}=1$

4. $\frac{x+3}{x-1}-\frac{2x-3}{x+5}=\frac{10-x^2}{(x-1)(x+5)}$ **5.** $\frac{9x^2-25}{(x+2)(3x+5)}=0$ **6.** $\frac{(x-2)(x-1)}{2x-4}+\frac{1}{2}=0$

7. $\frac{2}{5x}-\frac{6}{3x}=1-\frac{7}{15x}$ **8.** $\frac{3}{x}-\frac{8}{3x}+\frac{4}{5x}=\frac{1}{15}$ **9.** $\frac{-\frac{3}{4}}{2x-1}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{8x}{5}}$

10. $\frac{3x-4}{x-2}+\frac{3-x}{3+x}=\frac{2x^2+x}{(x-2)(3+x)}$ **11.** $\frac{3}{x+\frac{1}{1+\frac{x+1}{3-x}}}=x-1$

XII. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

1. $4^x\cdot16^{3x-1}=8$ **2.** $\frac{4^{x+1}}{8^{x-1}}=16^x$ **3.** $\left(2^{2016}-2^{2015}\right)\left(2^{2017}-2^{2016}\right)=8^x$

4. $\left[2\left(2^{\sqrt{x}+1}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}+2}}=4$ **5.** $\left(\frac{1}{5}\right)^{-x-\frac{1}{x}+\frac{3}{2}}=5\sqrt{5}$ **6.** $4^x-5\times2^{x+4}+1024=0$

7. $3\times4^{x+1}+6^{x+1}=18\times9^x$ **8.** $\frac{3^{2x^2+3x}}{9}+x^{2016}(x+1)=x\left(x^{2016}+x^{2015}+\frac{1}{x}\right)$

9. $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$ **10.** $\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$

11. $\sqrt{2x+5}-\sqrt{3x-5}=2$ **12.** $\sqrt{1-x}=\sqrt{6-x}-\sqrt{5-2x}$

13. $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}=1$ **14.** $\sqrt{x-5}-\frac{x-14}{3+\sqrt{x-5}}=3$

15. $\sqrt{x-2-2\sqrt{x-3}}=1$ **16.** $\sqrt{2x+\sqrt{4x-1}}+\sqrt{2x-\sqrt{4x-1}}=6$

17. $\sqrt[3]{13x+17}-\sqrt[3]{13x-37}=\sqrt[3]{2}$ **18.** $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$

19. $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{b}+\sqrt{x-a}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$; $(a>0\ ;b>0\ \&\ a\neq b)$ **20.** $\frac{\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}-\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{1-\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$

XIII. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖

1. $3x^3-10x^2+10x-4=0$ **2.** $x^3-6x^2+11x-6=0$ **3.** $x^3-7x+6=0$

4. $x^3+2x^2-5x-6=0$ **5.** $4x^4-37x^2+9=0$ **6.** $81x^4+1=18x^2$

7. $13x^2-36=x^4$ **8.** $x^4-36=5x^2$ **9.** $x^4-23x^2=-112$

10. $\sqrt{2}x^{2017}-\sqrt{2}x=2\cdot x^{2016}-2$ **11.** $\left(x^2-7x\right)^2=2\left(x^2-7x\right)+48$

12. $a^2b^2x^4-b^4x^2-a^4x^2+a^2b^2=0\ ;a,b\neq0$ និង x ជាអញ្ញាត ។

13. $4x^4=3x^3+x^2$ **14.** $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$

15. $\left(x^2+2x+4\right)\left(x^2+2x+3\right)=x^2+2x+7$ **16.** $\left(x^2+x+3\right)\left(x^2+x\right)=4$

17. $x^4-4x=1$ **18.** $x^{2017}-5x^{2016}+6x^{2015}=0$

19. $\frac{1}{(3x+1)(3x+2)}+\frac{1}{(3x+2)(3x+3)}+\frac{1}{(3x+3)(3x+4)}=\frac{2}{3x+1}$

20. $\frac{1}{x^2+5x+4}+\frac{1}{x^2+11x+28}+\frac{1}{x^2+17x+70}+\frac{2}{x^2+23x+130}=\frac{4}{13}$

XIV. 1. រកតម្លៃ x,y,z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងខាងក្រោម ៖

a) $x+y+z=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}-4$

b) $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{1}{2}(x+y+z)$

c) $x+y+z+47=6\sqrt{x-1}+8\sqrt{y-1}+10\sqrt{z-1}$

2. រកឬសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ $2(x+y)+16=3xy$ ។

3. រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប (x,y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$ ។

4. រកគ្រប់គូ (x,y) ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលជាឬសនៃសមីការ $x^2+2018^2=y^2+2017^2$ ។

5. a.កំណត់តម្លៃ x,y ដើម្បីឱ្យកន្សោម $2x^2+9y^2-6xy-6x-12y+30$ តូចបំផុត ។

b.កំណត់តម្លៃ x,y ដោយដឹងថា $PGCD(x,y)=12$, $x+y=72$ ។

XV. ចំណោទសមីការ

1. រកចំនួនដែលត្រូវថែមលើតួទាំងពីរនៃប្រភាគ $\frac{8}{3}$ ដើម្បីឱ្យវាស្មើនឹងប្រភាគ $\frac{3}{2}$ ។
2. ផលបូកការេនឹងចម្រាសការេនៃមួយចំនួនស្មើនឹង $\frac{17}{4}$ ។ ចូរគណនាចំនួននោះ ។
3. មធ្យមភាគ n ចំនួនគត់ខុសពីសូន្យ $(x_1,x_2,x_3,...,x_n)$ ស្មើនឹង 22 ។ បើគេបន្ថែម 29 ទៅលើ n ចំនួនគត់ទាំងនោះ គេបានមធ្យមភាគថ្មីគឺ 23 ។ តើគេមានចំនួនគត់ទាំងអស់ប៉ុន្មាន ?
4. ការប្រលងមួយមាន 25 សំណួរ ។ ចម្លើយត្រូវមួយបាន 4 ពិន្ទុ ហើយចម្លើយខុសមួយបានពិន្ទុ -1 ។ សិស្សម្នាក់ឆ្លើយបានគ្រប់សំណួរហើយបានពិន្ទុ 70 ។ តើសិស្សនោះឆ្លើយត្រូវបានប៉ុន្មានសំណួរ ?
5. រកពីរចំនួនដែលមានផលបូកស្មើនឹង 25 ហើយផលបូកចម្រាសរបស់វាស្មើនឹង $\frac{1}{6}$ ។
6. ក្បួនរថយន្តមួយខ្សែផ្ទុកអង្ករ $30t$ ពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ។ នៅពេលដែលរៀបចេញដំណើរស្រាប់តែមានរថយន្តពីរមកបន្ថែមទៀត ។ ដូចនេះរថយន្តនីមួយៗត្រូវផ្ទុកអង្ករថយ $\frac{1}{2}t$ ។ រកចំនួនរថយន្តនៃក្បួនដំបូង ។
7. សួនច្បារមួយមានរាងជាចតុកោណកែងដែលមានប្រវែងបណ្តោយលើសទទឹងចំនួន $10m$ ។ គេចង់សង់របងព័ទ្ធជុំវិញសួនច្បារនោះ ។ រកប្រវែងរបងបើសួនច្បារនោះមានក្រឡាផ្ទៃ $1200m^2$ ។
8. សួនផ្កាមួយមានរាងជាចតុកោណកែងដែលមានទទឹង $15m$ និងបណ្តោយ $20m$ ។ គេចង់សង់ផ្លូវព័ទ្ធជុំវិញសួនផ្កានោះដោយឱ្យទទឹងផ្លូវមានប្រវែងស្មើៗគ្នា និងផ្ទៃក្រឡាផ្លូវស្មើនឹង $74m^2$ ។ ចូររកប្រវែងទទឹងផ្លូវនោះ ។
9. ទីធ្លាមួយមានរាងជាចតុកោណកែងដែលមានផ្ទៃក្រឡា $48m^2$ ហើយទទឹងមានប្រវែងស្មើនឹង 75% នៃបណ្តោយ ។ រកបរិមាត្រទីធ្លានោះ ។
10. សួនកម្សាន្តមួយមានរាងចតុកោណកែងដែលមានបណ្តោយ $30m$ និងទទឹង $20m$ ។ គេចង់ពង្រីកទីធ្លានោះដោយបន្ថែមប្រវែងស្មើៗគ្នាទៅលើវិមាត្រទាំងពីរ ដោយឱ្យក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹងពីរដងនៃផ្ទៃក្រឡាចាស់ ។ រកប្រវែងដែលត្រូវបន្ថែមនោះ ។
11. ត្រីកោណ ABC មួយមានក្រឡាផ្ទៃ $120cm^2$ បើគេដឹងថា 4 ដងនៃកម្ពស់វែងជាងបាត $16cm$ ។ គណនារង្វាស់បាត និងកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC ។

12. នៅម៉ោង $7h\ 30mn$ ព្រឹកមនុស្សម្នាក់ដើរពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដោយល្បឿន $5km/h$ ។ ដល់ទីក្រុង B គាត់បានសម្រាកអស់រយៈពេល $1h$ ហើយគាត់បានធ្វើដំណើរត្រលប់មកទីក្រុង A វិញដោយល្បឿនមធ្យម $20km/h$ ។ ពេលត្រលប់មកវិញគាត់ជិះផ្លូវផ្សេងដែលឆ្ងាយជាងផ្លូវមុន $17km$ ។គាត់មកដល់ទីក្រុង A នោះនៅម៉ោង $3h\ 6mn$ ល្ងាច។ រកចម្ងាយផ្លូវដែលជិតជាងគេពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ។
13. n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិមិនសូន្យ ។ រកលក្ខខណ្ឌដែល n ត្រូវបំពេញដើម្បីឱ្យវាស្មើនឹងផលដកនៃការេនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា ។ អនុវត្តន៍: គណនាពីរចំនួនគត់តគ្នាដែលផលដកនៃការេរបស់វាស្មើ 2015 ។
14. គេដឹងថាជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នា ហើយមុំធំបំផុតស្មើនឹងពីរដងនៃមុំតូចបំផុត។ រកបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC ។
15. ឫស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ $10m$ ត្រូវខ្យល់បោកបាក់ត្រង់ចំណុចមួយ ។ ចុងឫស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ $3m$ ពីគល់ឫស្សី ។ គណនាប្រវែងពីគល់ឫស្សីទៅចំណុចបាក់ ។
16. គេធ្វើប្រអប់មួយពីក្រដាសកាត់តុងរឹងរាងចតុកោណកែងដែលមានបណ្តោយ $12cm$ និងទទឹង $8cm$ ។ គេកាត់ការេបួនដែលជ្រុងមានរង្វាស់ $x(cm)$ ចេញពីបួនកាច់ជ្រុងរបស់ក្រដាសនោះ រួចបត់បណ្តោយនិងទទឹងតាមចំណុចដើម្បីធ្វើប្រអប់មួយរាងប្រលេពីប៉ែតកែង ។ រកតម្លៃ x បើមាឌនៃប្រអប់នោះស្មើនឹង $64cm^3$ ។
17. រកតម្លៃ a,b,c ជាវិមាត្រប្រលេពីប៉ែតកែងមួយដែលមានផលធៀប $a \div b \div c = 3 \div 5 \div 8$ ហើយមានក្រឡាផ្ទៃសរុប $15800cm^2$ ។
18. កសិករម្នាក់ភ្ជួរដីមួយកន្លែងបីលើក ។ លើកទី១ភ្ជួរបាន 30% នៃដីទាំងអស់ ។ លើកទី២ ភ្ជួរបាន 60% នៃដីនៅសល់ ។ ដីនៅសល់ 28 អា ទុកភ្ជួរបង្ហើយនៅលើកទី៣ ។ តើដីដែលភ្ជួររួចមានប៉ុន្មានហិចតា ?
19. ក្នុងការសិក្សាស្រាវជ្រាវសិស្ស 800 នាក់ បានឱ្យដឹងថាសិស្សដែលចូលចិត្តរៀន Math មានចំនួនស្មើនឹង 3 ដងនៃចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀន Physics និងមានសិស្សចំនួន 48 នាក់ ចូលចិត្តរៀនទាំងពីរមុខវិជ្ជា ។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀន Math និងចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀន Physics ។
20. ចំនួនសិស្សក្នុងក្រុមទី១មានពីរដងនៃចំនួនសិស្សក្នុងក្រុមទី២ ។ ក្រុមទី១ ដាំកូនឈើបាន 2700 ដើម ចំណែកក្រុមទី២ ដាំបានតែ 1275 ដើម ។ រកចំនួនសិស្សក្នុងក្រុមនីមួយៗ បើគេដឹងថាសិស្សម្នាក់ៗនៃក្រុមទី១ ដាំបាន 5 ដើម លើសសិស្សម្នាក់ៗនៃក្រុមទី២ ។

« ពេជ្រមិនទាន់ច្នៃតម្លៃគ្មាន សិស្សខ្ជិលរៀនគ្មានវិជ្ជា »

មេរៀនទី២ វិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការ

I. វិសមភាព

ជាទូទៅ: បើគេមានវិសមភាព $a>b$ នោះគេបាន: $c\in\mathbb{R}$

1. $a+c>b+c$
2. $a-c>b-c$
3. $\begin{cases} ac>bc \text{ , បើ } c>0 \\ ac<bc \text{ , បើ } c<0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} a\div c>b\div c \text{ , បើ } c>0 \\ a\div c<b\div c \text{ , បើ } c<0 \end{cases}$

ឧទាហរណ៍ទី១ 1. បើ $10>4$

គេបាន: $10+5>4+5$

$19>9$ ពិត

2. បើ $10>4$

គេបាន: $10-5>4-5$

$5>-1$ ពិត

3. បើ $10>4$

គេបាន: $\begin{cases} 10\times 2>4\times 2 \\ 10\times(-2)>4\times(-2) \end{cases}$

ឬ $\begin{cases} 20>8 \\ -28<-8 \end{cases}$ ពិត

4. បើ $10>4$

គេបាន: $\begin{cases} 10\div 2>4\div 2 \\ 10\div(-2)>4\div(-2) \end{cases}$

ឬ $\begin{cases} 5>2 \\ -5<-2 \end{cases}$ ពិត

* ការបង្ហាញវិសមភាព

បើគេមានកន្សោមពីរ $A\&B$

- ដើម្បីឱ្យកន្សោម $A>B$ កាលណា $A-B>0$ ឬ $\frac{A}{B}>1$
- ដើម្បីឱ្យកន្សោម $A<B$ កាលណា $A-B<0$ ឬ $\frac{A}{B}<1$

បញ្ជាក់: ចំពោះវិសមភាពដែលមានសញ្ញា $\geq,\leq$ យើងអនុវត្តន៍ដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ទី២ គេឱ្យ a,b ជាចំនួនពិតខុសពីសូន្យ ។

1. ស្រាយថា $a^2+b^2\geq 2ab$
2. បើ a,b មានសញ្ញាដូចគ្នា ស្រាយថា: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$
3. បើ a,b មានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា ស្រាយថា: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\leq 2$
4. បើ $a>b>0$ ស្រាយថា: $a^2>b^2$

<u>ចម្លើយ</u>

1. ស្រាយថា: $a^2+b^2\geq 2ab$

ដោយ: $(a-b)^2\geq 0$ ជានិច្ច

$a^2-2ab+b^2\geq 0$

$a^2-2ab+b^2+2ab\geq 2ab$

2. ស្រាយថា: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$

គេបាន: $\frac{a^2+b^2}{ab}\geq 2$

ដោយ a,b មានសញ្ញាដូចគ្នា គេបាន: $ab>0$

នាំឱ្យ $\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)ab\geq 2ab$

$a^2+b^2\ge 0$ ពិត

ម្យ៉ាងទៀត: $a^2+b^2\ge 2ab$

$a^2+b^2-2ab\ge 0$

$(a-b)^2\ge 0$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2\ge 2ab}$ ។

$a^2+b^2\ge 2ab$

$a^2+b^2-2ab\ge 0$

$(a-b)^2\ge 0$ ពិត

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge 2}$ ។

3. ស្រាយថា: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\le 2$

គេបាន: $\frac{a^2+b^2}{ab}\le 2$

ដោយ a,b មានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា, គេបាន: $ab<0$

នាំឱ្យ $\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)ab\ge 2ab$

$a^2+b^2\ge 2ab$

$a^2+b^2-2ab\ge 0$

$(a-b)^2\ge 0$ ពិត

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\le 2}$ ។

4. ស្រាយថា: $a^2>b^2$

ដោយ: $a>b>0$

នាំឱ្យ $a-b>0\ ;\ a+b>0$

គេបាន: $(a-b)(a+b)>0$

$\Leftrightarrow a^2-b^2>0$

$\Leftrightarrow\quad a^2>b^2$ ពិត

ដូចនេះ: $\boxed{a^2>b^2}$ ។

វិសមភាពកូស៊ី

ជាទូទៅ: បើ $a\ge 0\ ;\ b\ge 0$ គេបាន: $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ វិសមភាពកើតមានកាលណា $a=b$ ។

ឧទាហរណ៍: ចំពោះ $a>0\ ;\ b>0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

1. $a+\frac{1}{a}\ge 2$

2. $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\right)\ge 4$

ចម្លើយ

បើ $a>0\ ,b>0$

1. ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $a+\frac{1}{a}\ge 2$

តាមវិសមភាពកូស៊ី គេបាន $a+\frac{1}{a}\ge 2\sqrt{a\times\frac{1}{a}}$

$a+\frac{1}{a}\ge 2$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{a+\frac{1}{a}\ge 2}$ ។

2. $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\right)\geq 4$

តាមវិសមភាពកូស៊ី គេបាន $\times\begin{cases}\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\geq 2\sqrt{\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}}\\ \frac{a}{b}+\frac{c}{d}\geq 2\sqrt{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}}\end{cases}$

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\right)\geq 4\sqrt{\frac{acbd}{bdac}}=4$$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{d}{c}\right)\geq 4}$ ។

II. វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

1. សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ជាទូទៅ: វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតមានទម្រង់ $Ax+B>0$ ឬ $Ax+B<0$ ឬ $Ax+B\geq 0$ ឬ $Ax+B\leq 0$ ដែល A,B ជាចំនួនពិត ។

ឧទាហរណ៍: $x+3<7$, $\frac{\sqrt{3}}{2}x+5>\frac{2}{3}$, $\frac{7}{\sqrt{2}}x+3x\geq 3+x$ ហៅថាសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត ។

2. ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

ក. ដោះស្រាយវិសមីការដោយប្រើលក្ខណៈវិសមភាព

* ដោះស្រាយវិសមីការគឺជាការរកគ្រប់តម្លៃនៃអញ្ញាតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមីការ។គេដោះស្រាយដោយប្រើលក្ខណៈវិសមភាព ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $x-2<5$

$x-2+2<5+2$

$x<7$

បកស្រាយលើអ័ក្ស

ដូចនេះ $\boxed{\text{តំបន់ចម្លើយគឺ: } x<7}$ ។

2. $\frac{x}{2}+2>7$

$x+4>14$

$x+4-4>14-4$

$x>10$

បកស្រាយលើអ័ក្ស

ដូចនេះ $\boxed{\text{តំបន់ចម្លើយគឺ: } x>10}$ ។

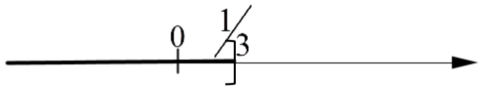
3. $2(x+3) \ge 5x+5$

$2x+6 \ge 5x+5$

$-3x \ge -1$

$x \le \frac{1}{3}$

បកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ សំណុំចម្លើយគឺ: $x \le \frac{1}{3}$ ។

4. $4x+2 \le 6x+2-2x$

$\Leftrightarrow 4x+2 \le 4x+2$

$\Leftrightarrow 4x-4x \le 2-2$

$\Leftrightarrow \quad 0x \le 0$ ក្នុងករណីនេះ តម្លៃ x យកប៉ុណ្ណាក៏វិសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ជានិច្ច ។

ដូចនេះ: វិសមីការមានសំណុំឫសគ្រប់តម្លៃ x ។

5. $3x+2x+5 \le 8x+4-3x$

$\Leftrightarrow 5x+5 \le 5x+4$

$\Leftrightarrow 5x-5x \le 4-5$

$\Leftrightarrow 0x \le -1$ ក្នុងករណីនេះ គ្មានតម្លៃ x ណាដែលធ្វើឱ្យវិសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ ។

ដូចនេះ: វិសមីការគ្មានសំណុំឫសទេ ។

បញ្ជាក់:

* សញ្ញាវង់ក្រចក (ឬ) បានន័យថាត្រង់តម្លៃនៃវង់ក្រចកប្រសព្វ និងអ័ក្សចំនួនមិនយកជាចម្លើយទេ។
* សញ្ញាឃ្នាប [ឬ] បានន័យថាត្រង់តម្លៃនៃឃ្នាបប្រសព្វ និងអ័ក្សចំនួនយកជាចម្លើយ។

ជាទូទៅ: បើវិសមភាពក្រោយពីសម្រួលរួចមានទម្រង់ $ax > b$ គេបាន

$x > \frac{b}{a}$ (បើ $a > 0$ វិសមភាពមិនផ្លាស់ប្តូរទិដៅទេ)

ឬ $x < \frac{b}{a}$ (បើ $a < 0$ វិសមភាពផ្លាស់ប្តូរទិដៅ) ហើយចំពោះ $ax < b$, $ax \ge b$, $ax \le b$ គឺដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយវិសមីការ $5(x-3)-7x \ge 4(x-3)+9$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គេមាន: $5(x-3)-7x \ge 4(x-3)+9$

$\Leftrightarrow 5x-15-7x \ge 4x-12+9$

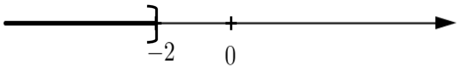
$\Leftrightarrow -2x-15 \ge 4x-3$

$\Leftrightarrow -2x-4x \ge -3+15$

$\Leftrightarrow -6x \ge 12$

$\Rightarrow x \le \frac{12}{-6}$ ព្រោះ $-6<0$

ឬ $x \le -2$



ដូចនេះ $x \le -2$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី១តាមតារាងទ្វេធាដឺក្រេទី១ (ថ្នាក់ទី10 ឡើងទៅ)

a. *សញ្ញាទ្វេធាដឺក្រេទី១*

ជាទូទៅ: ទ្វេធាដឺក្រេទី១មានរាង $f(x)=ax+b$ ដែល $a\neq 0$ ។

បើ $f(x)=0$ នោះ $ax+b=0$ នាំឱ្យ $x=-\frac{b}{a}$ ជាឫស គេបានតារាងសញ្ញាកំណត់ដោយ:

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		មានសញ្ញាផ្ទុយ a	0	មានសញ្ញាដូច a	

ឧទាហរណ៍ទី១ សិក្សាសញ្ញាទ្វេធានៃ $f(x)=-3x+21$ ។

បើ $f(x)=0 \Leftrightarrow -3x+21=0 \Rightarrow x=\frac{-21}{-3}=7$

តារាងសញ្ញាទ្វេធា

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$-\infty$		$+$	0	$-$	

ព្រោះ $a=-3<0$

ដូចនេះ:
បើ $x<7$ ឬ $x\in(-\infty,7)$ នាំឱ្យ $f(x)>0$
បើ $x>7$ ឬ $x\in(7,+\infty)$ នាំឱ្យ $f(x)<0$
បើ $x=7$ នាំឱ្យ $f(x)=0$

ឧទាហរណ៍ទី២ សិក្សាសញ្ញាទ្វេធា $g(x)=\frac{x}{4}+1$ ។

បើ $g(x)=0 \Leftrightarrow \frac{x}{4}+1=0 \Rightarrow x=(-1)\times 4=-4$

តារាងសញ្ញាទ្វេធា

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

ដូចនេះ
បើ $x<-4$ ឬ $x\in(-\infty,-4)$ នាំឱ្យ $g(x)<0$
បើ $x>-4$ ឬ $x\in(-4,+\infty)$ នាំឱ្យ $g(x)>0$
បើ $x=-4$ នាំឱ្យ $f(x)=0$

b. *ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាតតាមសញ្ញាទ្វេធា*

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $-4x+\frac{5}{4}\le 0$

តាង $f(x)=-4x+\frac{5}{4}$

បើ $f(x)=0\Leftrightarrow -4x+\frac{5}{4}=0$

$\Leftrightarrow -4x=-\frac{5}{4}\Rightarrow x=\frac{5}{16}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$5/16$		$+\infty$
$f(x)\le 0$		$+$	0	$-$	

ដូចនេះ $x\ge\frac{5}{16}$ ឬ $x\in\left(\frac{5}{16},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

2. $3y+2-5>-y+7+2y$

$3y-3>y+7$

$2y-10>0$

តាង $f(y)=2y-10$

បើ $f(y)=0\Leftrightarrow 2y-10=0$

$\Leftrightarrow 2y=10\Rightarrow y=5$

តារាងសញ្ញា

y	$-\infty$		5		$+\infty$
$f(y)>0$		$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $y>5$ ឬ $y\in(5,+\infty)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

1. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដោយប្រើលក្ខណៈវិសមភាព

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $\begin{cases}2x+5\ge 5x-4 & (1)\\ x-7\ge 2x-3 & (2)\end{cases}$

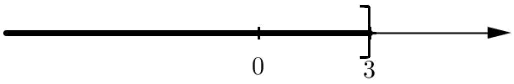
តាម (1) $2x+5\ge 5x-4$

$\Leftrightarrow 2x-5x\geq -4-5$

$\Leftrightarrow -3x\geq -9$

$\Rightarrow x\leq 3$

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន (1)



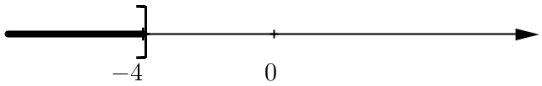
តាម (2) $x-7\geq 2x-3$

$\Leftrightarrow x-2x\geq -4+7$

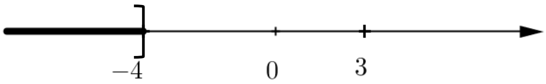
$\Leftrightarrow -x\geq 4$

$\Rightarrow x\leq -4$

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន (2)



តាម (1) និង (2), យើងបាន



តំបន់ចម្លើយផ្ទែកជិត

ដូចនេះ: $x\leq -4$ ឬ $x\in(-\infty,-4]$ ជាសំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

2. $\begin{cases}2x-7\leq 6x+5 & (1)\\ 4x-11\leq 4+x & (2)\end{cases}$

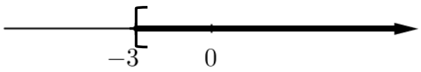
តាម (1) $2x-7\leq 6x+5$

$\Leftrightarrow 2x-6x\leq 5+7$

$\Leftrightarrow -4x\leq 12$

$\Rightarrow x\geq -3$

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន (1)

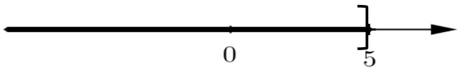


តាម (2) $4x-11\geq 4+x$

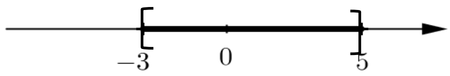
$\Leftrightarrow 3x\leq 15$

$\Rightarrow x\leq 5$

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន (2)



តាម (1) និង (2), យើងបាន



តំបន់ចម្លើយផ្នែកដិត

ដូចនេះ $-3\le x\le 5$ ឬ $x\in[-3,5]$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

3. $\begin{cases}5<4(x+2)-5x & (1)\\ \frac{1}{2}x+3>2 & (2)\end{cases}$

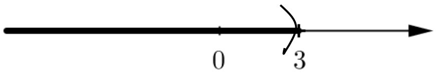
តាម (1) $5<4(x+2)-5x$

$\Leftrightarrow 5<4x+8-5x$

$\Leftrightarrow -3<-x$

$\Rightarrow x<3$

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន (1)

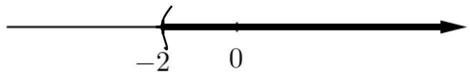


តាម (2) $\frac{1}{2}x+3>2$

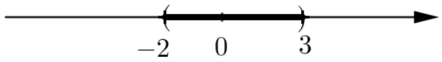
$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x>-1$

$\Rightarrow x>-2$

បកស្រាយលើបន្ទាត់ចំនួន (2)



តាម (1) និង (2), យើងបាន



តំបន់ចម្លើយផ្នែកដិត

ដូចនេះ $-2<x<3$ ឬ $x\in(-2,3)$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

បញ្ជាក់: សំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺជា ប្រសព្វរវាងចម្លើយរបស់វិសមីការនីមួយៗ ។ មានន័យថា ចម្លើយរបស់វាត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់វិសមីការទាំងអស់ក្នុងប្រព័ន្ធនោះ ។

2. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត តាមសញ្ញាទ្វេធា

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $\begin{cases}2x+5\le 3\\ 14-5x>4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2x+2\le 0 & (1)\\ 10-5x>0 & (2)\end{cases}$

តាង $\begin{cases} f(x)=2x+2 \\ g(x)=10-5x \end{cases}$

បើ $\begin{cases} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2=0 \\ 10-5x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1\ (1) \\ x=2\ (2) \end{cases}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ -1	2	$+\infty$
$f(x)\le 0$	$-$ 0	$+$	$+$
$g(x)>0$	$+$	$+$ 0	$-$
$f(x)\cap g(x)$			

ដូចនេះ: $x\le -1$ ឬ $x\in(-\infty,-1]$ ជាសំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

2. $\begin{cases} 5-x>7 \\ 2x+3\ge 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x-2>0 & (1) \\ 2x-10\ge 0 & (2) \end{cases}$

តាម (1) តាង $f(x)=-x-2$

បើ $f(x)=0 \Rightarrow x=-2$

តាម (1) តាង $g(x)=2x-10$ បើ $g(x)=0 \Rightarrow x=5$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ -2	5	$+\infty$
$f(x)>0$	$+$ 0	$-$	$-$
$g(x)\ge 0$	$-$	$-$ 0	$+$
$f(x)\cap g(x)$			

ដូចនេះ: ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មានសំណុំចម្លើយ ។

IV. វិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត(ថ្នាក់ទី១០)

1. សញ្ញាណវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

ជាទូទៅ: វិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាតមានទម្រង់ $ax^2+bx+c>0$ ឬ $ax^2+bx+c<0$ ឬ $ax^2+bx+c\ge 0$ ឬ $ax^2+bx+c\le 0$ ដែល $a\ne 0$, x ជាអញ្ញាត ។

ឧទាហរណ៍: $\frac{1}{2}x^2+5x+3>0$, $\sqrt{2}x^2-\frac{\sqrt{3}}{2}x-1\le 0$, $6x^2-\frac{1}{2}x\ge 0$, $x^2-1<0$ ហៅថាវិសមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត ។

2. ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត តាមសញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី២

a. សញ្ញាត្រីធាដឺក្រេទី២

ជាទូទៅ: បើ $f(x)=ax^2+bx+c$ ជាត្រីធាដឺក្រេទី២ ដែល $a\neq 0$ ។ បើ $f(x)=0$ នោះ $ax^2+bx+c=0$

- បើ $\Delta>0$ សមីការមានឫស $x_1<x_2$ ជាចំនួនពិត គេបាន តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x)$	សញ្ញាដូច a	0	សញ្ញាផ្ទុយ a	0	សញ្ញាដូច a

- បើ $\Delta=0$ សមីការមានឫសឌុប $x_1=x_2=x_0$ ជាចំនួនពិត គេបាន តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$f(x)$	សញ្ញាដូច a	0	សញ្ញាដូច a

- បើ$\Delta<0$ សមីការគ្មានឫសក្នុងចំនួនពិត តែមានឫសក្នុងចំនួនកុំផ្លិច គេបាន តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	សញ្ញាដូច a ជានិច្ច

b. ដោះស្រាយវិសមីកាដឺក្រេទី២ តាមសញ្ញាត្រីធា

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $2x^2-3x-2<0$

តាង $f(x)=2x^2-3x-2$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2-3x-2=0$

$$\Leftrightarrow (2x+1)(x-1)=0$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{1}{2}\ ,\ x_2=2$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	$-1/2$		2	$+\infty$
$f(x)<0$	$+$	0	$-$	0	$+$

ដូចនេះ $-\frac{1}{2}<x<2$ ឬ $x\in\left(-\frac{1}{2},2\right)$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

2. $\frac{5x^2}{2}-\frac{x}{6}\geq\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 15x^2-x-2\geq 0$

តាង $f(x)=15x^2-x-2$

បើ $f(x)=0$ នោះ $15x^2-x-2=0$

មាន $\Delta = 1 - 4\times 15(-2)$

$$= 1 + 80 = 81 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1-9}{30} = -\frac{4}{15} \ , \ x_2 = \frac{1+9}{30} = \frac{1}{3}$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$-\frac{4}{15}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x) \geq 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x \in \left(-\infty, -\frac{4}{15}\right] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

3. $x^2 - 4x + 4 > 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 > 0$

តាង $f(x) = x^2 - 4x + 4$

បើ $f(x) = 0$ នោះ $x^2 - 4x + 4 = 0$

មាន $\Delta = 4^2 - 4\times 4\times 1 = 0$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2\times 1} = 2$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x) > 0$		$+$	0	$+$	

ដូចនេះ $x \in (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

4. $64 \leq 16x - x^2$

$x^2 - 16x + 64 \leq 0$

តាង $f(x) = x^2 - 16x + 64$

បើ $f(x) = 0$ នោះ $x^2 - 16x + 64 = 0$

មាន: $\Delta' = (-8)^2 - 1\times 64 = 0$

នាំឱ្យ $x_0 = -\frac{b'}{a} = 8$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		8		$+\infty$
$f(x) \leq 0$		$+$	0	$+$	

ដូចនេះ វិសមីការគ្មានសំណុំចម្លើយទេ ។

5. $x^2+2x+5<0$

តាង $f(x)=x^2+2x+5$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $x^2+2x+5=0$

មាន: $\Delta'=4-20=-16<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)<0$		$+$	

ដូចនេះ: វិសមីការគ្មានសំណុំចម្លើយទេ ។

6. $5x\geq x^2+9$

$-x^2+5x-9\geq 0$

តាង $f(x)=-x^2+5x-9$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $-x^2+5x-9=0$

មាន: $\Delta=25-36=-11<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)\geq 0$		$-$	

ដូចនេះ: វិសមីការគ្មានសំណុំចម្លើយទេ ។

7. $2x^2-4x+3\geq 0$

តាង $f(x)=2x^2-4x+3$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $2x^2-4x+3=0$

មាន: $\Delta'=4-6=-2<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)\geq 0$		$+$	

វិសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់តម្លៃ x

ដូចនេះ: វិសមភាពមានសំណុំចម្លើយគ្រប់តម្លៃ x ។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី២មានមួយអញ្ញាត

ឧទាហរណ៍: ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $\begin{cases} x^2-6x+5\le 0 \\ x^2-9x+16<0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} -x^2+3x+4\ge 0 \\ \left(2x^2+3\right)\left(x^2-3x\right)>0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x^2+x-5>0 \\ x^2-5x+4<0 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x^2+x-20\le 0 \\ 2x^2+7x+3<0 \end{cases}$

<u>*ចម្លើយ*</u>

✓ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ

1. $\begin{cases} x^2-6x+5\le 0 \ (1) \\ x^2-9x+16<0 (2) \end{cases}$

តាម (1) តាង $f(x)=x^2-6x+5$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2-6x+5=0$

មាន: $a+b+c=0$

នាំឱ្យ $x_1=1$, $x_2=\dfrac{c}{a}=5$

តាម (2) តាង $g(x)=x^2-9x+14$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2-9x+14=0$

មាន: $\Delta=81-56=25\Rightarrow\sqrt{\Delta}=5$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{9-5}{2}=2,\ x_2=\dfrac{9+5}{2}=7$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	1	2	5	7	$+\infty$
$f(x)\le 0$	+	0	−	− 0	+	+
$g(x)<0$	+	+	0 −	−	0	+
$f(x)\cap g(x)$						

ដូចនេះ $x\in(2,5]$ ជាសំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

2. $\begin{cases} -x^2+3x+4\ge 0 \qquad (1) \\ \left(2x^2+3\right)\left(x^2-3x\right)>0 (2) \end{cases}$

តាម (1) តាង $f(x)=-x^2+3x+4$

បើ $f(x)=0$ នោះ $-x^2+3x+4=0$

មាន: $a-b+c=0$

នាំឱ្យ $x_1=-1$, $x_2=-\dfrac{c}{a}=4$

តាម (2) តាង $g(x)=\left(2x^2+3\right)\left(x^2-3x\right)$

បើ $f(x)=0$ នោះ $\left(2x^2+3\right)\left(x^2-3x\right)=0$

គេបាន: $\left[\begin{array}{l}2x^2+3=0\\ x^2-3x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2=-\dfrac{3}{2}\\ x(x-3)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{គ្មានឫស}\\ x=0\ ,\ x=3\end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-1		0		3		4		$+\infty$
$f(x)\ge 0$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x^2+3)$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
(x^2-3x)		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)>0$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)\cap g(x)$											

ដូចនេះ: $x\in[-1,0)\cup(3,4]$ ជាសំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

3. $\begin{cases}x^2+x-3>0 & (1)\\ x^2-5x+4<0 & (2)\end{cases}$

តាម (1) តាង $f(x)=x^2+x-3$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $x^2+x-3=0$

មាន: $\Delta=1-4\times(-3)$

$=1+12=13\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{13}$

គេបាន $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}$, $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$

តាម (2) តាង $g(x)=x^2-5x+4$

បើ $g(x)=0$ នោះ: $x^2-5x+4=0$

មាន: $a+b+c=0$

គេបាន $x_1=1$, $x_2=\dfrac{c}{a}=4$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{13}}{2}$		1		$\frac{-1+\sqrt{13}}{2}$		4		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)<0$		$+$		$+$	0	$-$	0	$-$		$+$	
$f(x)\cap g(x)$											

ដូចនេះ: $x\in\left(\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2},4\right)$ ជាសំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

4. $\begin{cases} x^2+x-20\le 0 \quad (1) \\ 2x^2+7x+3>0 (2) \end{cases}$

តាម (1) តាង $f(x)=x^2+x-20$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2+x-20=0$

មាន: $\Delta=1-4\times(-20)$

$=1+80=13\Rightarrow\sqrt{\Delta}=9$

គេបាន $x_1=\frac{-1-9}{2}=-5$, $x_2=\frac{-1+9}{2}=4$

តាម (2) តាង $g(x)=2x^2+7x+3$

បើ $g(x)=0$ នោះ $2x^2+7x+3=0$

មាន: $\Delta=49-24=25\Rightarrow\sqrt{\Delta}=5$

គេបាន $x_1=\frac{-7-5}{4}=-3$, $x_2=\frac{-7+5}{4}=-\frac{1}{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-5		-3		$-\frac{1}{2}$		4		$+\infty$
$f(x)\le 0$		+	0	−		−		−	0	+	
$g(x)>0$		+		+	0	−	0	+		+	
$f(x)\cap g(x)$											

ដូចនេះ $x\in[-5,-3)\cup\left(-\frac{1}{2},4\right]$ ជាសំណុំចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

VI. អនុវត្តន៍វិសមីការ (*សម្រាប់ថ្នាក់ទី១០ឡើងទៅ*)

ឧទាហរណ៍ទី១ ដោះស្រាយវិសមីការ $x^3-2x^2-8x\le 0$

តាម (1) តាង $f(x)=x^3-2x^2-8x$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^3-2x^2-8x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-2x-8\right)=0$

នាំឱ្យ $x=0$ ឬ $x^2-2x-8=0$

មាន: $\Delta'=1-(-8)=1+8=9\ \Rightarrow\sqrt{\Delta'}=3$

គេបាន $x_1=\frac{1-3}{1}=-2$, $x_2=\frac{1+3}{1}=4$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
x		−		−	0	+		+	
x^2-2x-8		+	0	−		−	0	+	
$f(x)\le 0$		−		+		−		+	

ដូចនេះ $x\in(-\infty,-2]\cup[0,4]$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី២ ដោះស្រាយវិសមីការ $\dfrac{x^2+3x-4}{x^2-9}>0$

តាង $f(x)=x^2+3x-4$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2+3x-4=0$

មាន: $a+b+c=0$

គេបាន $x_1=1$, $x_2=\dfrac{c}{a}=-4$

តាង $g(x)=x^2-9$

បើ $g(x)=0$ នោះ $x^2-3^2=0$ ឬ $(x-3)(x+3)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-3=0\\x+3=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\end{array}\right.$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	-4	-3	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0 $-$	$-$	0 $+$	$+$	
$g(x)$	$+$	$+$	0 $-$	0 $-$	$+$	
$\dfrac{f(x)}{g(x)}>0$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	

ដូចនេះ $x\in(-\infty,-4)\cup(-3,1)\cup(3,+\infty)$ ជាសំណុំចម្លើយនៃ វិសមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ គេឱ្យសមីការ $x^2+2mx-3m-2=0$ ។ រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដើម្បីឱ្យសមីការ $x^2+2mx-3m-2=0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នាជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន កាលណា: $\begin{cases}\Delta'>0\\P>0\\S>0\end{cases}$

នោះ $\begin{cases}m^2-1\times(-3m-2)>0\\\dfrac{-3m-2}{1}>0\\\dfrac{-2m}{1}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+3m+2>0 & (1)\\-3m-2>0 & (2)\\-2m>0 & (3)\end{cases}$

តាម (1) គេបាន: $m^2+3m+2>0$

តាង $f(m)=m^2+3m+2$

បើ $f(m)=0$ នោះ $m^2+3m+2=0$

មាន: $a-b+c=0$ នោះ $m_1=-1$, $m_2=-\frac{c}{a}=-2$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $\quad$ -2 $\quad$ -1 $\quad$ $+\infty$
$f(m)>0$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$

នាំឱ្យ $m\in(-\infty,-2)\cup(-1,+\infty)$ $(*)$

តាម (2) និង (3) $\begin{cases}-3m-2>0\\-2m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<-\frac{2}{3}\\m<0\end{cases} \Rightarrow m<-\frac{2}{3}$ $(**)$

តាម $(*)$ និង $(**)$ គេបាន: $m\in(-\infty,-2)\cup\left(-1,-\frac{2}{3}\right)$

ដូចនេះ $m\in(-\infty,-2)\cup\left(-1,-\frac{2}{3}\right)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។

✓ **ចំណាំ:** សមីការដឺក្រេទី២ $ax^2+bx+c=0$ ដែលមាន x ជាអញ្ញាតមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម ៖

- បើ $a=0$ នាំឱ្យសមីការទៅជាសមីការដឺក្រេទី១ ដែលមានឫស $x=-\frac{c}{b}$ ។
- បើ $a\neq 0$
  - ○ ចំពោះ $\Delta>0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា $x_1<x_2$ គឺ
    - – បើ $P>0$, $S>0$ នោះ $0<x_1<x_2$
    - – បើ $P>0$, $S<0$ នោះ $x_1<x_2<0$
    - – បើ $P<0$ នោះ $x_1<0<x_2$
  - ○ ចំពោះ $\Delta=0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសឌុប គឺ $x_0=-\frac{b}{2a}$
  - ○ ចំពោះ $\Delta<0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុងចំនួនពិត ឬមានឫសពីរក្នុងចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់ ។

ឧទាហរណ៍ទី៤ សិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសនៃសមីការ $mx^2-2(2m-3)x+2m-1=0$ តាមតម្លៃ m ។

ចម្លើយ

យើងមានសមីការ $mx^2-2(2m-3)x+2m-1=0$

– បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការទៅជា $6x-1=0$ សមីការដឺក្រេទី១ ដែលមានឫស $x=\frac{1}{6}$

– បើ $m\neq 0$ សមីការមាន: $\Delta'=(2m-3)^2-m(2m-1)$

$$=4m^2-12m+9-2m^2+m$$

$$=2m^2-11m+9$$

បើ $\Delta'=0$ នោះ $2m^2-11m+9=0$

មាន: $a+b+c=0$ នាំឱ្យ $m_1=1$, $m_2=\frac{c}{a}=\frac{9}{2}$

- $P=\frac{c}{a}=\frac{2m-1}{m}$

  បើ $P=0$ នោះ $\frac{2m-1}{m}=0\Rightarrow m=\frac{1}{2}$

- $S=-\frac{b}{a}=\frac{2(2m-3)}{m}$

  បើ $S=0$ នោះ $\frac{2(2m-3)}{m}=0\Rightarrow m=\frac{3}{2}$

តារាងសញ្ញា

m	Δ'	P	S	អត្ថិភាពនិងសញ្ញាឫស $x_1<x_2$
$-\infty$	$+$	$-$	$-$	សមីការមានឫសពីរ គឺ $x_1<0<x_2$
0				សមីការមានឫសមួយ គឺ $x=\frac{1}{6}$
	$+$	$-$	$-$	សមីការមានឫសពីរ គឺ $x_1<0<x_2$
$\frac{1}{2}$		0		សមីការមានឫសពីរ គឺ $x_1=-8$, $x_2=0$
	$+$	$+$	$-$	សមីការមានឫសពីរ គឺ $x_1<x_2<0$
1	0			សមីការមានឫសឌុប គឺ $x_0=-1$
	$-$	$+$	$-$	សមីការគ្មានឫស ឬ សមីការមានឫសក្នុងចំនួនកុំផ្លិច
$\frac{3}{2}$			0	
	$-$	$+$	$+$	
$\frac{9}{2}$	0			សមីការមានឫសឌុប គឺ $x_1=x_2=x_0=\frac{4}{3}$
$+\infty$	$+$	$+$	$+$	សមីការមានឫសពីរ គឺ $0<x_1<x_2$

VII. ចំណោទវិសមីការ

វិធាន: ដើម្បីដោះស្រាយចំណោទវិសមីការ គេត្រូវ ៖

១. តាងអញ្ញាត (ដាក់លក្ខខណ្ឌបើមាន)

២. សរសេរវិសមីការតាមបម្រាប់ប្រធាន

៣. ដោះស្រាយវិសមីការ

៤. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយ រួចសន្និដ្ឋាន

(យើងនឹងធ្វើការដោះស្រាយលំហាត់ចំណោទវិសមីការនេះនៅក្នុងការអនុវត្តលំហាត់តែម្តង)

លំហាត់

☞ **គម្រិត I** (ថ្នាក់ទី 9)

I. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $5-2(x-1)\le 2(4+x)$
2. $x+1<\frac{3}{2}x-3$
3. $4(2x+1)+5\ge 2(x-3)+1$
4. $1-\frac{x}{3}<\frac{1}{3}(2x-3)$
5. $\frac{2}{5}(x-5)-\frac{2}{3}(2-x)\le 2$
6. $7x+\frac{3}{2}(x-1)+1\ge 0$
7. $x-1\le 3x-\frac{1}{2}$
8. $x\left(x^2+1\right)+5x-2>x^3+x+2$
9. $\frac{1}{2}x^2+3x-1<x\left(\frac{x}{2}+5\right)-\frac{1}{2}$
10. $\frac{5}{3}x+\frac{2x-1}{2}\ge 3x-1$
11. $\frac{4}{5}x-1\ge\frac{2}{3}x-2$
12. $\frac{3}{7}x+\frac{2x-5}{14}+\frac{1-x}{2}\ge 0$
13. $\frac{4}{9}x+\frac{2-3x}{3}+\frac{x^2+1}{2}\le 1+\frac{27x^2}{54}$
14. $\frac{5x-1}{2}+\frac{3x-4}{3}>1$
15. $\frac{2x-\frac{1}{2}}{3}+\frac{4-\frac{2x}{3}}{2}<\frac{2x-1}{3}$ ។

II. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម ៖

1. $\begin{cases}-4x-5>0\\3x-2<0\end{cases}$
2. $\begin{cases}x+1\ge\frac{1}{3}(x+5)\\\frac{1}{2}(3x-1)-1<0\end{cases}$
3. $\begin{cases}2x+7>5x-9\\x-8\le 4x-3\end{cases}$
4. $\begin{cases}6(x+1)>2x-5\\25-\frac{6-x}{2}\le 3x\end{cases}$
5. $\begin{cases}\frac{3x-1}{3}+\frac{1}{5}\ge\frac{x-1}{15}+1\\2x-5\ge\frac{1}{3}(x-5)\end{cases}$
6. $\begin{cases}\frac{7x-3}{2}-\frac{1}{3}x<\frac{2x-1}{6}\\4x-\frac{1}{5}>2x-1\end{cases}$
7. $\begin{cases}\frac{9x-2}{3}+\frac{1}{5}x>1\\\frac{x-2}{2}+1<0\end{cases}$
8. $\begin{cases}\frac{x+20}{2}+\frac{x-2}{5}+1\le\frac{x}{10}\\1-\frac{9x}{2}+3x\ge\frac{1}{2}x-3\end{cases}$
9. $\begin{cases}\frac{x+\frac{1}{2}}{3}-\frac{2-3x}{4}+\frac{1}{2}>0\\\frac{2x-\frac{1}{2}}{2}+\frac{\frac{x-2}{3}}{2}-1\ge 0\end{cases}$
10. $2(x-3)+5<5x-6<\frac{3x+4}{3}$

11. $\begin{cases}\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\le\frac{4x-3}{2}\\2x-1>\frac{3x-4}{4}\end{cases}$

12. $\begin{cases}2x+1<0\\-\frac{x}{2}+2<0\end{cases}$

13. $\begin{cases}3x+\frac{2x-1}{2}\ge\frac{3x+5}{4}\\x-\frac{1-2x}{3}>\frac{x-1}{5}\end{cases}$

14. $\begin{cases}x+1\ge1-\frac{x}{2}\\\frac{x+5}{6}+1\ge3x-1\end{cases}$

15. $\begin{cases}\frac{3x-1}{4}+\frac{x-5}{2}>1\\\frac{2x-3}{2}-\frac{x-3}{4}<2x\end{cases}$ ។

III. ចូររកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោមវិជ្ជមាន ៖

1. $\frac{-2015}{x+\frac{2}{3}x-1}$

2. $\frac{x+\frac{1}{2}}{2017}$

3. $\frac{1}{x+\frac{3}{2}}$

4. $\frac{(3x-5)^2-9(x+2)x}{2016}$

5. $\frac{2x-1}{x-3}$

6. $\frac{3x}{1-x}$

7. $\frac{2x+1}{x}$

8. $\frac{3x+\frac{1}{2}}{7x-1}$

9. $\frac{1}{20x-40}$

10. $\frac{(4x-1)^2-2x(6x-1)-4x^2}{x-1}$ ។

IV. ចូររកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោមអវិជ្ជមាន ៖

1. $\frac{-2}{x+\frac{1}{3}}$

2. $\frac{2x(x-5)+(\sqrt{2}x-1)^2+1}{-2x(x-1)+(3+2x)x+1-x}$

3. $\frac{2015}{x^2-(x-1)(x+2)}$

4. $\frac{7x+2(x-1)+1-9x}{(1-x)^2+2(x-1)-x^2}$

5. $\frac{x(x-1)+2x-(x+2)^2}{x-(x+1)}$

6. $\frac{2x-3}{4x-1}$

7. $\frac{x-3+2(x-3)}{2x+2(x-1)}$

8. $\frac{x-\frac{1}{2}}{3x+\frac{1}{4}}$

9. $\frac{2x-1}{3x+2}$

10. $\frac{(x-1)^2+2-(x-3)x}{2x(x-4)-2x^2}$ ។

V. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់តម្លៃa,b,c គេបាន ៖

1. $a^2+b^2+c^2\ge ab+ac+bc$
2. $a^2\left(1+b^2\right)+b^2\left(1+c^2\right)\left(1+a^2\right)\ge 6abc$
3. $a^2+b^2+c^2\ge\frac{1}{3}(a+b+c)^2$
4. $a^2+b^2+c^2+3\ge 2(a+b+c)$
5. $\left(a^3+b^3\right)^2\le\left(a^2+b^2\right)\left(a^4+b^4\right)$ ។

VI. ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាពខាងក្រោម ៖

1. $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\ge\frac{a+b+c}{2}$ ចំពោះគ្រប់ $a,b,c>0$
2. $a^4+b^4\ge a^3+b^3$ ចំពោះ $a+b=2$
3. $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}>\frac{3}{a+b+c}$ ចំពោះគ្រប់ $a,b,c>0$
4. $x^2+y^2+z^2\ge\frac{1}{3}$ ចំពោះ $x+y+z=1$
5. គេឱ្យa,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$

VII. ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាពខាងក្រោម:

1. $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\ge 8$ បើ $a,b,c>0$
2. $2a^2\ge 3ab-2b^2$ បើ $a,b\ge 0$
3. $(ab+bc+ca)^2\ge 3abc(a+b+c)$
4. $a^2+b^2\ge 2(a-b-1)$
5. $(2a+1)(b+3)(3a+2b)\ge 48ab$ បើ $a,b\ge 0$
6. $ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)\ge 6abc$
7. $2\sqrt{a}+3\sqrt[3]{b}\ge 5\sqrt[5]{ab}$ បើ $a,b\ge 0$
8. $3a^3+7b^3\ge 9ab^2$ បើ $a,b\ge 0$
9. $\sqrt{(a+b)(c+d)}+\sqrt{(a+c)(b+d)}+\sqrt{(a+d)(b+c)}\ge 6\sqrt[4]{abcd}$ ចំពោះគ្រប់ $a,b,c,d\ge 0$
10. $(1+a)(1+b)\ge\left(1+\sqrt{ab}\right)^2$
11. $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}\ge\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ បើ $a,b,c>0$
12. $\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\ge a+b+c$ បើ $a,b,c>0$
13. $a^2+b^2\ge\frac{1}{2}$ បើ $a+b\ge 1$ ។

VIII. ចំណោទវិសមីការ:

1. ចូររកគ្រប់ចំនួនដែលបីដងនៃចំនួននោះ បន្ថែមពាក់កណ្តាលនៃចំនួននោះ ហើយបន្ថយ5 ធំជាងពីរដងចំនួននោះបន្ថយ 3 ។
2. ផលបូកនៃបីចំនួនគត់តគ្នាតូចជាង 1918 តែធំជាង 1914 ។ ចូររកចំនួនគត់ទាំងបីនោះ ។
3. ពាក់កណ្តាលនៃមួយចំនួនថែម5 ធំជាងឬស្មើនឹង3 ដងចំនួននោះបន្ថយ4 ។ រកចំនួននោះ ។
4. បច្ចុប្បន្នឪពុកមានអាយុ32 ឆ្នាំ ហើយកូនគាត់មានអាយុ12 ឆ្នាំ ។ តើនៅក្នុងចន្លោះប៉ុន្មានឆ្នាំទៅមុខទៀតទើបអាយុឪពុកតិចជាងបីដងប៉ុន្តែច្រើនជាងពីរដងអាយុកូន ?
5. គេឱ្យចតុកោណកែងមួយមានវិមាត្រ5m និង $x(m)$ ។ តើ x ត្រូវយកតម្លៃណាខ្លះដើម្បីឱ្យចតុកោណកែងនោះមានបរិមាត្រធំជាង18m និងមានផ្ទៃក្រឡាតូចជាង$50m^2$ ។

6. បង្ហាញថាជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណមានប្រវែងខ្លីជាងកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណនោះ ។
7. សួនមួយមានរាងជាចតុកោណកែង ដែលបណ្តោយមានរង្វាស់លើសបីដងនៃទទឹងប្រវែង $15m$ ។ ដោយដឹងថាបរិមាត្រនៃសួនវែងបំផុតស្មើនឹង $94m$ ។ ចូររកបរិមាត្រអតិបរមានៃសួននោះបើរង្វាស់ជ្រុងជាចំនួនគត់ ។
8. សំបុត្រដែលត្រូវលក់ឱ្យភ្ញៀវមានពីរប្រភេទគឺ A និង B ដែលប្រភេទ A មានចំនួនលើសប្រភេទ B ចំនួន 5 សន្លឹក ។ បើគេលក់សំបុត្រយ៉ាងច្រើនបាន 37 សន្លឹក ។ ចូររកចំនួនសំបុត្រនៃប្រភេទនីមួយៗដែលអាចលក់បានច្រើនបំផុត ។
9. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ដែលមានជ្រុង $AB=12cm, AC=3cm$ ។ តើជ្រុង BC មានប្រវែងប៉ុន្មាន ? បើគេដឹងថាប្រវែងរបស់វាជាពហុគុណនៃ 3 ហើយប្រវែង BC ជាចំនួនគត់ ។
10. បូណាចង់កាត់ក្រណាត់មួយឱ្យបានរាងចតុកោណកែងមួយដែលមានទទឹងប្រវែង $3cm$ និងក្រឡាផ្ទៃនៅចន្លោះ $15cm^2$ ទៅ $24cm^2$ ។ តើបូណាត្រូវជ្រើសរើសយកប្រវែងបណ្តោយប៉ុន្មានខ្លះ បើប្រវែងបណ្តោយជាចំនួនគត់ ?
11. សុខមានក្រដាសប្រាក់ពីរដុំ ។ ដុំទីមួយមានក្រដាសប្រាក់ 500 រៀល ចំនួន 20 សន្លឹក ដុំទីពីរមានក្រដាសប្រាក់ 1000 រៀល ចំនួន 30 សន្លឹក ។ ថ្ងៃមួយសុខហូត 25 សន្លឹក ពីក្រដាសប្រាក់ទាំងពីរដុំនោះ ។ បើសុខចង់បានប្រាក់យ៉ាងតិច 17500 រៀល ហើយយ៉ាងច្រើន 20000 រៀល តើសុខអាចមានក្រដាសប្រាក់ 500 រៀលប៉ុន្មានសន្លឹក ?
12. កសិដ្ឋានចិញ្ចឹមត្រីមួយកន្លែងបានលែងកូនត្រីបួនប្រភេទដែលមានចំនួន 8900 ក្បាល 9200 ក្បាល និង 9000 ក្បាល ។ តើគេត្រូវលែងកូនត្រីប្រភេទចុងក្រោយប៉ុន្មានក្បាលទៀត ដើម្បីឱ្យបានមធ្យមនៃកូនត្រីទាំងបួនប្រភេទយ៉ាងច្រើន 9000 ក្បាល ?
13. អេក្រង់កុំព្យូទ័រមួយមានទទឹងប្រវែង $20cm$ ខ្លីជាងពីរដងនៃប្រវែងបណ្តោយ ។ រកប្រវែងវិមាត្រអតិបរមាគិតជា cm នៃអេក្រង់កុំព្យូទ័រនោះ ដោយដឹថាជ្រុងរបស់វាជាចំនួនគត់ ។
14. រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការ $2(x+1)=5+mx$ មានឫសតូចជាងឬស្មើ 1 ។
15. ពហុកោណមួយមានផលបូកមុំក្នុងទាំងអស់តូចជាង 2008° ។រកចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតនៃពហុកោណ ។
16. គេជួលទូកឆ្លងទន្លេ ហើយទូកដែលត្រូវជួលមានពីរប្រភេទគឺ ទូកធំអាចផ្ទុកមនុស្ស 12 នាក់ ទូកតូចអាចផ្ទុកមនុស្ស 5 នាក់ បើគេមានមនុស្ស 99 នាក់ តើគេត្រូវជួលទូកធំប៉ុន្មាន និងទូកតូចប៉ុន្មាន ? បើគេដឹងថាទូកតូចមានតិចជាង 19 ។
17. សហគមន៍មួយបានកំណត់ឱ្យប្រជាជនខ្ចីប្រាក់ជាក្រុមដូចតទៅ: ក្រុមមានគ្នា 3 នាក់ អាចខ្ចីប្រាក់បាន $300\$$ ក្រុមមានគ្នា 5 នាក់អាចខ្ចីបាន $600\$$ និងក្រុម 10 នាក់អាចខ្ចីបាន $1000\$$ ។ គេដឹងថាក្រុម

មានគ្នា 3 នាក់ស្មើនឹង 2 ដងក្រុមមានគ្នា 5 នាក់ ។ រកចំនួនក្រុមនីមួយៗបើសហគមន៍ចំណាយប្រាក់ឱ្យខ្ចីអស់ 5600$ ។

18. នៅវិទ្យាល័យមួយបានចំណាយប្រាក់ 1000000 រៀល ដើម្បីទិញរង្វាន់ចែកជូនដល់សិស្សពូកែ ។ ក្នុងរង្វាន់នោះប្រភេទ 20000 រៀលក្នុងមួយសម្រាប់មានតិចជាង 10 ដងនៃប្រភេទ 10000 រៀលក្នុងមួយសម្រាប់ ហើយចំនួនរង្វាន់ផ្សេងទៀតគឺប្រភេទ 50000 រៀលក្នុងមួយសម្រាប់ ។ តើវិទ្យាល័យនេះត្រូវទិញរង្វាន់ប្រភេទនីមួយៗចំនួនប៉ុន្មានសម្រាប់ ?

19. កសិករម្នាក់មានដំឡូង 5 ល្អីដែលមានទម្ងន់រៀងគ្នាគឺ $7\,kg, 10\,kg, 14\,kg, 18\,kg$ និង $19\,kg$ ។ គាត់បានលក់ដំឡូង 2 ល្អីឱ្យមនុស្ស 2 នាក់ ។ អ្នកទីមួយទិញបានដំឡូងដែលមានទម្ងន់ 2 ដង ទម្ងន់ដំឡូងនៃអ្នកទីពីរ ។

ក. រកទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់ ។

ខ. កសិករនោះបានយកដំឡូងដែលនៅសល់ទៅលក់បន្តទៀត ។ ដោយមានការតថ្លៃពីអ្នកទិញគាត់លក់បានតម្លៃនៅចន្លោះពី 11200 រៀលទៅ 15400 រៀល។ រកតម្លៃរបស់ដំឡូងក្នុង $1\,kg$ ។

☞ កម្រិតII (ថ្នាក់ទី10)

I. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:

1. $3x^2+3x+4\ge 2\left(x^2-3x+1\right)$
2. $7x^2-x+1<2\left(x^2-3x-2\right)$
3. $\frac{1}{2}x\left(2x+8\right)>x-1$
4. $5x^2-3x+9\ge\frac{1}{2}x+3$
5. $\frac{9}{3}x^2-x+2>1+x^2$
6. $\frac{5}{2}x^2+3x-1\le 2\left(x-3\right)$
7. $\frac{2}{3}x-\frac{x^2}{6}+1<\frac{1}{4}x\left(8x+4\right)$
8. $2x^2+5x+1<0$
9. $\left(x-1\right)^2+3x+1<0$
10. $9x^2-3x+1>7x^2+4x+10$
11. $\left(x-5\right)\left(x+4\right)\le x^2+x\left(2x+4\right)$
12. $3x^2+7x+2<\left(x-1\right)\left(x+2\right)$
13. $5\left(7x-1\right)^2+35>\sqrt{2}+1$
14. $2\left(x+3\right)^2-70\ge 100$
15. $\left(x-3\right)^2-3x+9<4-x$
16. $\left(x+2\right)^2+2\left(x+2\right)\left(x-1\right)+\left(x-1\right)^2>0$
17. $9x^2-x\left(4x+2\right)-7x\ge 0$
18. $\left(x+\frac{5}{8}\right)^2+\frac{49}{16}>0$
19. $5\sqrt{5}x^2-10x+\sqrt{5}\le 0$
20. $2\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x+\sqrt{2}<0$ ។

II. រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោម វិជ្ជមានឬស្មើសូន្យ:

1. $\frac{2x+5}{x^2+2x-1}$
2. $\frac{2x^2+1-x}{7x^2-5x+1}$
3. $\frac{\left(x-1\right)\left(x+2\right)}{\left(x+1\right)\left(x^2+2x-3\right)}$
4. $\frac{5x^2+2x+6}{x^3+3x^2+2x}$
5. $\frac{2x^4-5x^2+3}{x^3-2x^2-5x+6}$ ។

III. រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោម អវិជ្ជមាន:

1. $\frac{7x^2+9x+2}{2017}$
2. $\frac{5x^2-4x+1}{(x+1)(x^2-2)}$
3. $\frac{-3x^2+2x+1}{x^2+2x+1}$
4. $\frac{x^2-36}{x^2+2x-5}$
5. $\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3-1}$ ។

IV. រកតម្លៃ k ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោម មានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ ៖

1. $kx^2+3(k+2)x+3k-1=0$
2. $kx^2-2(k-2)x+4k-2=0$
3. $(k-1)x^2-3kx+2k+3=0$
4. $(k+1)x^2-4kx+k+1=0$
5. $(k-3)x^2+(2k-1)x+2k-3=0$ ។

V. រកតម្លៃ k ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោម មានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ ៖

1. $kx^2+2(k+2)x+3k=0$
2. $(k-1)x^2-2(k-1)x-1+k=0$
3. $(k-3)x^2+4(k+2)x-k=0$
4. $(k-2)x^2+3kx+2k-3=0$
5. $(k+1)x^2-(2k-1)x+k-2=0$ ។

VI. រកតម្លៃ k ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោម គ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ ៖

1. $2kx^2+(k-1)x+3k=0$
2. $3kx^2-2(k+1)x-k+1=0$
3. $(2k-1)x^2-kx+3k-2=0$
4. $(5k-2)x^2+2kx-k-1=0$
5. $(3k-1)x^2-4kx-k+2=0$ ។

VII. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម:

1. $\begin{cases} 2x^2+5x+7\geq 0 \\ x^2-4x+4<0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} \frac{1}{2}x^2-2x+3>0 \\ \frac{3}{2}x^2-x+4\leq 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} \frac{7}{2}x^2+4x-1\leq 0 \\ 3x(x-1)+3\geq 0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} 2x^2+3x-1\geq 0 \\ \frac{1}{2}(x-1)+x^2\geq 2x-1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 5x(x-2)+2x>2(x-1)+1 \\ 9(x^2-2x)+1>3x(1-x) \end{cases}$
6. $\begin{cases} \frac{x+1}{2}+\frac{x^2-1}{6}\geq 2x-3 \\ \frac{(x+1)(x-2)}{4}+\frac{1}{2}\leq x^2+2+\frac{x}{3} \end{cases}$
7. $\begin{cases} \frac{(x+2)x}{2}+\frac{1}{3}<x+2 \\ \frac{x^2+3x+1}{4}+\frac{x+2}{2}\leq x^2 \end{cases}$
8. $\begin{cases} \frac{x^2+3x-1}{5}+\frac{1}{2}<\frac{x^2-1}{3} \\ 2x^2-3x+4<3x(x-2)+5 \end{cases}$
9. $\begin{cases} \frac{2x^2-4}{3}+\frac{1}{2}x>2x \\ \frac{(x-2)(x+5)}{8}-\frac{1}{3}\geq \frac{x^2+1}{2}+\frac{x}{12} \end{cases}$
10. $\begin{cases} \frac{x^2-2}{5}-\frac{3x}{2}<\frac{x-1}{3}-\frac{1}{10} \\ 7x^2+3x-\frac{1}{2}>x^2-1 \end{cases}$ ។

VIII. សិក្សាអត្ថិភាពនិងសញ្ញាឫសរបស់សមីការខាងក្រោម (m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ)៖

1. $mx^2+4(m-2)x+m-5=0$
2. $(m-1)x^2+2(m-2)x+1-m=0$
3. $(m+2)x^2-(1-m)x-2+m=0$
4. $(m-3)x^2-3mx-m=0$
5. $(m+1)x^2-4mx+m-1=0$
6. $(m-1)x^2+(2m-3)x+m+1=0$
7. $\dfrac{x^2-2(m+1)x+2m+5}{x^2-3x+2}=0$

IX. គេឱ្យត្រីកោណមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុង a,b,c ។ ចូរធ្វើការស្រាយបញ្ជាក់ថា សមីការ $a^2x^2+(a^2+b^2-c^2)x+b^2=0$ គ្មានឫស រួចទាញបញ្ជាក់ថា $a^2x^2+(a^2+b^2-c^2)x+b^2>0$ ចំពោះ $\forall x\in\mathbb{R}$ ។

X. គេឱ្យសមីការដឺក្រេទីពីរ: $x^2+2(m+1)x+2m^2-m-3=0$ ។

1. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង $2x_1-x_2=m+5$ ។
2. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ដែលធ្វើយ៉ាងណាឱ្យ $x_1^3+x_2^3=54(x_1+x_2)$ ។
3. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ដែលធ្វើយ៉ាងណាឱ្យ $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\geq\dfrac{2m-3}{10}$ ។

XI. គេឱ្យសមីការដឺក្រេទីពីរ: $x^2+mx+1=0$ ។

1. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)^2>14$ ។
2. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $x_1^3+x_2^3\leq 2$ ។
3. កំណត់តម្លៃ $m\in\mathbb{Z}$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $A=\dfrac{(x_1-x_2)^2}{x_1+x_2+1}$ ជាចំនួនគត់ ។

ស្នងការយល់ពីឧត្តមស្នងការសហប្រជាជាតិ
សម្រាប់ជនភៀសខ្លួន

(U.N.H.C.R : United Nations High Commissioner for Refugees)

* ចាប់ពីឆ្នាំ១៩៥១មកអង្គការនេះបានផ្តល់ជំនួយដល់ជនភៀសខ្លួន ដោយសារសង្គ្រាម ជនទុរភិក្ស និងជនដែលគេត្រូវគេធ្វើទុក្ខបុកម្នេញលើពិភពលោកចំនួនជាង ៣០០.០០០.០០០ នាក់ ។
* នៅឆ្នាំ ១៩៩៤ មនុស្សជិត៣០០.០០០.០០០ នាក់ ដែលជួបប្រទះទុរភិក្សធ្ងន់ធ្ងរនៅក្នុង ៣៦ប្រទេស ហើយដែលបានទទួលជំនួយសង្គ្រោះជាបន្ទាន់ពីអង្គការនានា ។
* ទីស្នាក់ការនៅ: ទីក្រុងសឺណែវ ប្រទេសស្វីស ។

« និយាយពាក្យកុហក ដូចខ្លាក់លាមកចេញពីមាត់ »

ដំណោះស្រាយសមីការ

I. ដោះស្រាយសមីការ

1. $4(x-5)=2x-14$

$4x-20=2x-14$

$4x-2x=-14+20$

$\Rightarrow 2x=6$ ឬ $x=3$

ដូចនេះ $x=3$ ជាឬសនៃសមីការ ។

2. $x-(8+4x)=2(3x-4)$

$x-4x-8=6x-8$

$-3x-6x=-8+8$

$\Rightarrow -6x=0$ ឬ $x=0$

ដូចនេះ $x=0$ ជាឬសនៃសមីការ ។

3. $5x-(8-x)=2[-4-(3+5x)-13]$

$5x-8+x=2(-17-3-5x)$

$5x-8+x=2(20-5x)$

$6x+10x=-40+8$

$\Rightarrow 16x=-32$ ឬ $x=-2$

ដូចនេះ $x=-2$ ជាឬសនៃសមីការ ។

4. $-[k-(4k+2)]=2+(2k+7)$

$-(-k-4k-2)=2+2k+7$

$3k+2=2+2k+7$

$3k-2k=9-2$

$\Rightarrow k=7$

ដូចនេះ $k=7$ ជាឬសនៃសមីការ ។

5. $2-4\langle -2x+3[-1+5(1-x)]-1\rangle=0$

$2-4\langle -2x+3[4-5x]-1\rangle=0$

$2-4\langle -2x+12-15x-1\rangle=0$

$2-4\langle -17x+11\rangle=0$

$2+68x-44=0$

$\Rightarrow 68x=42$ ឬ $x=\frac{42}{68}=\frac{21}{34}$

ដូចនេះ $x=\frac{21}{34}$ ជាឬសនៃសមីការ ។

6. $\sqrt{3}(x-2)-2\sqrt{2}x=2\left(\sqrt{3}x-3-\sqrt{2}x\right)$

$\sqrt{3}x-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}x=2\sqrt{3}x-6-2\sqrt{2}x$

$\sqrt{3}x-2\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-6$

$-\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-6$

$\Rightarrow x=\frac{2\sqrt{3}-6}{-\sqrt{3}}\vee x=\frac{6\sqrt{3}-6}{3}=2\sqrt{3}-2$

ដូចនេះ $x=2\sqrt{3}-2$ ជាឬសនៃសមីការ ។

7. $6(7x+8)-7(6x+4)=5(6+7x)-35(x-1)$

$42x+48-35x-28=30+35x-35x+35$

$42x-35x=65-20$

$\Rightarrow 7x=45$ ឬ $x=\frac{45}{7}$

ដូចនេះ $x=\frac{45}{7}$ ជាឬសនៃសមីការ ។

8. $8(3-2x)-16(1-x)-3(x-4)=20-3x$

$24-16x-16+16x-3x+12=20-3x$

$-3x+3x=20-20$

$\Rightarrow 0x=0$

ដូចនេះ សមីការមានឬសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

9. $(2x+3)^2-(2x+5)=4x(x+4)+4$

$4x^2+12x+9-2x-5=4x^2+16x+4$

$10x-16x=4-4$

$\Rightarrow -6x=0$ ឬ $x=0$

ដូចនេះ $x=0$ ជាឬសនៃសមីការ ។

10. $(3x-5)^2+(x-2)=(4x+1)^2-6x(x+1)$

$9x^2-30x+25+x^2-4x+4=16x^2+8x+1-6x^2-6x$

$10x^2-34x-10x^2-2x=1-29$

$\Rightarrow -36x=-28$ ឬ $x=\frac{7}{9}$

ដូចនេះ $x=\frac{7}{9}$ ជាឬសនៃសមីការ ។

11. $\left(x-2\right)\left(3x+4\right)=x\left(3x+1\right)-10$

$3x^2+4x-6x-8=3x^2+x-10$

$3x^2-2x-3x^2-x=-10+8$

$\Rightarrow -3x=-2$ ឬ $x=\frac{2}{3}$

ដូចនេះ: $x=\frac{2}{3}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

12. $\left(2x-5\right)\left(2x+5\right)-4x^2+3=0$

$4x^2-25-4x^2+3=0$

$\Rightarrow 0x^2=21$

ដូចនេះ: សមីការគ្មានឫស ។

13. $\left(x+4\right)^2-\left(x-4\right)^2=32$

$x^2+8x+16-\left(x^2-8x+16\right)=32$

$\Rightarrow 16x=32$ ឬ $x=2$

ដូចនេះ: $x=2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

14. $3\left(x+1\right)x-2x\left(x-1\right)=\left(x-1\right)\left(x+1\right)$

$3x^2+3x+-2x^2+2x=x^2-1$

$\Rightarrow 5x=-1$ ឬ $x=-\frac{1}{5}$

ដូចនេះ: $x=-\frac{1}{5}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

15. $\left(2x+4\right)\left(3x-1\right)=\left(x-1\right)\left(2x+1\right)+4x^2$

$6x^2-2x+12x-4=2x^2+x-2x-1+4x^2$

$11x=3$

ដូចនេះ: $x=\frac{3}{11}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

16. $7x\left(x-1\right)+8\left(x^2-1+2x\right)=\left(5x-1\right)\left(3x+2\right)$

$7x^2-7x+8x^2-8+16x=15x^2+10x-3x-2$

$9x-7x=-2+8$

$\Rightarrow 2x=6$ ឬ $x=3$

ដូចនេះ: $x=3$ ជាឫសនៃសមីការ ។

17. $x\left(x+3x^2\right)+3x^2-7x\left(x+1\right)=3\left(x^3-x^2+12\right)$

$x^2+3x^3+3x^2-7x^2-7x=3x^3-3x^2+36$

$\Rightarrow -7x=36$ ឬ $x=-\frac{36}{7}$

ដូចនេះ: $x=-\frac{36}{7}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

18. $\left(x+1\right)\left(x+4\right)+\left(x+2\right)\left(x+3\right)=\left(2x+1\right)\left(x-2\right)+10$

$x^2+5x+4+x^2+5x+6=2x^2-4x+x-2+10$

$10x+3x=8-6$

$\Rightarrow 13x=2$ ឬ $x=\frac{2}{13}$

ដូចនេះ: $x=\frac{2}{13}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

19. $2x+10x^2-x\left(x-1\right)=\left(3x+1\right)^2+2\left(x-1\right)$

$2x+10x^2-x^2+x=9x^2+6x+1+2x-2$

$3x-8x=-1$

$\Rightarrow -5x=-1$ ឬ $x=\frac{1}{5}$

ដូចនេះ: $x=\frac{1}{5}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

20. $\sqrt{3}\left(x^2+3x-1\right)=\sqrt{3}\left(x-1\right)^2+2\sqrt{3}x-1$

$\sqrt{3}\left(x^2+3x-1\right)=\sqrt{3}\left(x^2-2x+1\right)+2\sqrt{3}x-1$

$\sqrt{3}x^2+3\sqrt{3}x-\sqrt{3}=\sqrt{3}x^2-2\sqrt{3}x+\sqrt{3}+2\sqrt{3}x-1$

$\Rightarrow 3\sqrt{3}x=2\sqrt{3}-1$ ឬ $x=\frac{2\sqrt{3}-1}{3\sqrt{3}}=\frac{6-\sqrt{3}}{9}$

ដូចនេះ: $x=\frac{6-\sqrt{3}}{9}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

II. *ដោះស្រាយសមីការ*

1. $\frac{5x}{3}+\frac{9}{8}=\frac{7x}{6}+\frac{3}{16}$

ដោយ $3=3$, $8=2^3$, $6=2\times3$, $16=2^4$ នាំឱ្យ $PPCM=2^4\times3=48$

គេបាន: $\frac{80x+54}{48}=\frac{56x+9}{48}$

$80x-56x=9-54$

$\Rightarrow 24x = -45$ ឬ $x = -\frac{45}{24} = -\frac{15}{8}$

ដូចនេះ: $x = -\frac{15}{8}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

2. $\frac{2x+1}{3} + \frac{5-x}{4} = 1 - \frac{3x+2}{6}$

ដោយ $3 = 3$, $4 = 2^2$, $6 = 2\times 3$ នាំឱ្យ $PPCM = 2^2\times 3 = 12$

គេបាន: $\frac{8x+4+15-3x}{12} = \frac{12-6x-4}{12}$

$5x + 6x = 8 - 19$

$\Rightarrow 11x = -11$ ឬ $x = -1$

ដូចនេះ: $x = -1$ ជាឫសនៃសមីការ ។

3. $\frac{2(3x-8)}{9} - \frac{5(x-3)}{3} = \frac{3(x-8)}{4} + \frac{17}{36}$

ដោយ $9 = 3^2$, $3 = 3$, $4 = 2^2$, $36 = 2^2\times 3^2$ នាំឱ្យ $PPCM = 2^2\times 3^2 = 36$

គេបាន: $\frac{24x-64-60x+180}{36} = \frac{27x-216+17}{36}$

$-36x - 27x = -199 - 116$

$\Rightarrow -63x = -315$ ឬ $x = 5$

ដូចនេះ: $x = 5$ ជាឫសនៃសមីការ ។

4. $\frac{3x-5}{8} + \frac{x+12}{12} = 1$

ដោយ $8 = 2^3$, $12 = 2^2\times 3$ នាំឱ្យ $PPCM = 2^2\times 3 = 24$

គេបាន: $\frac{3(3x-5)+2(x+12)}{24} = \frac{24}{24}$

$9x - 15 + 2x + 24 = 24$

$\Rightarrow 11x = 15$ ឬ $x = \frac{15}{11}$

ដូចនេះ: $x = \frac{15}{11}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

5. $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$

$\frac{5(x+4)-3(x-4)}{15} = \frac{30+3x-1}{15}$

$5x + 20 - 3x + 12 = 29 + 3x$

$2x - 3x = 29 - 32$

$\Rightarrow -x = -3$ ឬ $x = 3$

ដូចនេះ: $x = 3$ ជាឫសនៃសមីការ ។

បញ្ជាក់: ការរកភាគបែងរួមនៃសមីការគឺត្រូវរកតាម $PPCM$ ដូចបង្ហាញក្នុងលំហាត់ពីទី 1- 4 សម្រាប់ជាគំរូ ហើយក្នុងការដោះស្រាយយើងអាចរក $PPCM$ នៅខាងក្រៅក្នុងការអនុវត្ត យើងគួរសរសេរតាមរបៀបលំហាត់ទី5 ,6 ,7,…..ឡើងទៅ ។

6. $1+\frac{2x}{3}-\frac{1}{2}-x=\frac{1-x}{3}$

$\frac{6+4x-3-6x}{6}=\frac{2-2x}{6}$

$-2x+2x=2-3$

$\Rightarrow 0x=-1$

ដូចនេះៈ សមីការគ្មានឫស ។

7. $3x+\frac{5x-3}{2}=37$

$\frac{6x+5x-3}{2}=\frac{37\times 2}{2}$

$11x=74+3$

$\Rightarrow x=\frac{77}{11}=7$

ដូចនេះៈ $x=7$ ជាឫសនៃសមីការ ។

8. $\left(\frac{3x}{4}-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{2x}{3}+0.6\right)-\left(\frac{7x}{12}-0.3\right)=5.8$

$\frac{3x}{4}-\frac{2}{5}+\frac{2x}{3}+0.6-\frac{7x}{12}+0.3=5.8$

$\frac{9x+8x-7x}{12}+0.5=5.8$

$\frac{10x}{12}=5.8-0.5$

$\Rightarrow x=\frac{5.3\times 12}{10}=6.36$

ដូចនេះៈ $x=6.36$ ជាឫសនៃសមីការ ។

9. $x+\frac{3}{2}-\frac{4x-3}{4}=1-\frac{5x-12}{6}$

$\frac{12x+18-12x+9}{12}=\frac{12-10x+24}{12}$

$27-36=-10x$

$\Rightarrow x=\frac{9}{10}$

ដូចនេះៈ $x=\frac{9}{10}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

10. $8(x-2)+3=7x+\frac{2x-1}{2}-3$

$\frac{16x-32+6}{2}=\frac{14x+2x-1-6}{2}$

$16x-16x=-7+26$

$\Rightarrow 0x=19$

ដូចនេះៈ សមីការគ្មានឫស ។

11. $\frac{(2x+1)^2}{4}-\frac{3(x+2)^2}{6}=\frac{x(x-2)}{2}$

$\frac{(2x+1)^2}{4}-\frac{(x+2)^2}{2}=\frac{x(x-2)}{2}$

$\frac{(4x^2+4x+1)-2(x^2+4x+4)}{4}=\frac{2x(x-2)}{4}$

$4x^2+4x+1-2x^2-8x-8=2x^2-4x$

$2x^2-4x-2x^2+4x=7$

$\Rightarrow 0x=7$

ដូចនេះ: សមីការគ្មានឫស ។

12. $\frac{(x-2)^2}{3}+\frac{x(x-3)}{5}=\frac{(8x+7)(x-1)}{15}+\frac{4}{5}$

$\frac{5(x^2-4x+4)+3x(x-3)}{15}=\frac{(8x^2-x-7)+12}{15}$

$5x^2-20x+20+3x^2-9x=8x^2-x-7+12$

$8x^2-29x-8x^2+x=5-20$

$\Rightarrow -28x=-15$

$\Rightarrow x=\frac{15}{28}$

ដូចនេះ: $x=\frac{15}{28}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

13. $\frac{x(1+x)}{4}+\frac{4x}{8}=\frac{2x(x-1)}{6}+\frac{1}{2}-\frac{x^2}{12}$

$\frac{6x(1+x)+12x}{24}=\frac{8x(x-1)+12-2x^2}{24}$

$6x+6x^2+12x=8x^2-8x+12-2x^2$

$6x^2+18x-6x^2+8x=12$

$\Rightarrow 26x=12$

$\Rightarrow x=\frac{12}{26}=\frac{6}{13}$

ដូចនេះ: $x=\frac{6}{13}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

14. $\frac{(x-1)(x+5)}{3}+\frac{3x(x+7)}{6}=\frac{(x+5)(3x-4)}{4}+\frac{x^2}{12}$

$\frac{4(x^2+4x-5)+6x(x+7)}{12}=\frac{3(3x^2+11x-20)+x^2}{12}$

$4x^2+16x-20+6x^2+42x=9x^2+33x-60+x^2$

$10x^2+58x-10x^2-33x=-60+20$

$\Rightarrow 25x=-40$

$\Rightarrow x=-\frac{40}{25}=-\frac{8}{5}$

ដូចនេះ: $x=-\frac{8}{5}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

15. $\frac{3}{5}\left[\frac{5}{3}\left(\frac{x}{4}+1\right)+5\right]-\frac{1}{2}=x$

$\frac{x}{4}+1+3-\frac{1}{2}=x$

$\frac{x}{4}-x=-\frac{7}{2}$

$\Rightarrow -3x=-14$ ឬ $x=\frac{14}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{14}{3}\text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

16. $\frac{x-4}{2013}+\frac{x-3}{2014}+\frac{x-2}{2015}+\frac{x-1}{2016}+\frac{x}{2017}=5$

$\frac{x-4}{2013}-1+\frac{x-3}{2014}-1+\frac{x-2}{2015}-1+\frac{x-1}{2016}-1+\frac{x}{2017}-1=0$

$\frac{x-4-2013}{2013}+\frac{x-3-2014}{2014}-1+\frac{x-2-2015}{2015}+\frac{x-1-2016}{2016}+\frac{x-2017}{2017}=0$

$\frac{x-2017}{2013}+\frac{x-2017}{2014}+\frac{x-2017}{2015}+\frac{x-2017}{2016}+\frac{x-2017}{2017}=0$

$\left(\frac{1}{2013}+\frac{1}{2014}+\frac{1}{2015}+\frac{1}{2016}+\frac{1}{2017}\right)(x-2017)=0$

$\Rightarrow x-2017=0$ ឬ $x=2017$

ដូចនេះ $\boxed{x=2017\text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

17. ក. បើ $\frac{1}{x+2}=5$ តើ $\frac{1}{x+3}$ ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

គេមាន: $\frac{1}{x+2}=5\Leftrightarrow x+2=\frac{1}{5}$

$\Leftrightarrow x+2+1=\frac{1}{5}+1$

$\Leftrightarrow x+3=\frac{6}{5}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x+3}=\frac{5}{6}$

ម្យ៉ាងទៀត: $\frac{1}{x+2}=5\Leftrightarrow 1=5x+10\Rightarrow x=-\frac{9}{5}$

នាំឱ្យ $\frac{1}{x+3}=\frac{1}{-\frac{9}{5}+3}=\frac{1}{\frac{6}{5}}=\frac{5}{6}$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{x+3}=\frac{5}{6}}$ ។

ខ. រកតម្លៃ x

$\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

$\frac{x}{3}+1-\frac{x}{6}-\frac{1}{2}+\frac{x}{9}+\frac{1}{3}-\frac{x}{12}-\frac{1}{4}=0$

$\left(\frac{x}{3}+1\right)-\left(\frac{x}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{x}{9}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{x}{12}+\frac{1}{4}\right)=0$

$\frac{x+3}{3}-\frac{x+3}{6}+\frac{x+3}{9}-\frac{x+3}{12}=0$

$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}\right)(x+3)=0$

$\Rightarrow x+3=0$ ឬ $x=-3$

ដូចនេះ: $x=-3$ ជាតម្លៃដែលត្រូវរក ។

18. $\frac{x-ab}{a+b}+\frac{x-bx}{b+c}+\frac{x-ac}{a+c}=a+b+c$

ដោយ $a+b\neq0$, $b+c\neq0$, $a+c\neq0$, x ជាអញ្ញាត

គេបាន $\frac{x-ab}{a+b}-c+\frac{x-bx}{b+c}-a+\frac{x-ac}{a+c}-b=0$

$\frac{x-ab-c(a+b)}{a+b}+\frac{x-bc-a(b+c)}{b+c}+\frac{x-ac-b(a+c)}{a+c}=0$

$\frac{x-ab-ac-bc}{a+b}+\frac{x-bc-ab-ac}{b+c}+\frac{x-ac-ab-bc}{a+c}=0$

$\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\right)(x-ab-ac-bc)=0$

$\Rightarrow x-ab-ac-bc=0$ ឬ $x=ab+bc+ac$

ដូចនេះ: $x=ab+bc+ac$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

19. ក. $\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ac}+\frac{x-c}{ab}=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

ដោយ $a\neq0$, $b\neq0$, $c\neq0$, x ជាអញ្ញាត

គេបាន $\frac{(x-a)a}{abc}+\frac{(x-b)b}{abc}+\frac{(x-c)c}{abc}=2\left(\frac{bc+ac+ab}{abc}\right)$

$\frac{ax-a^2+bx-b^2+cx-c^2}{abc}=\frac{2bc+2ac+2ab}{abc}$

$(a+b+c)x=a^2+b^2+c^2+2bc+2ac+2ab$

$\Rightarrow x=\frac{(a+b+c)^2}{a+b+c}$ ឬ $x=a+b+c$

ដូចនេះ: $x=a+b+c$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ខ. $\frac{a+b-x}{c}+\frac{b+c-x}{a}+\frac{a+c-x}{b}+\frac{4x}{a+b+c}=1$

ដោយ $a\neq0$, $b\neq0$, $c\neq0$, $a+b+c\neq0$, x ជាអញ្ញាត

គេបាន $\frac{a+b-x}{c}+1+\frac{b+c-x}{a}+1+\frac{a+c-x}{b}+1-3-1+\frac{4x}{a+b+c}=0$

$\frac{a+b-x+c}{c}+\frac{b+c-x+a}{a}+\frac{a+c-x+b}{b}-4\left(1-\frac{x}{a+b+c}\right)=0$

$\frac{a+b+c-x}{c}+\frac{a+b+c-x}{a}+\frac{a+b+c-x}{b}-4\left(\frac{a+b+c-x}{a+b+c}\right)=0$

$\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{4}{a+b+c}\right)(a+b+c-x)=0$

$\Rightarrow a+b+c-x=0$ ឬ $x=a+b+c$

ដូចនេះ $\boxed{x=a+b+c \text{ ជាឫសរបស់សមីការ}}$ ។

20. $\frac{3}{2}+\frac{9}{2}+\frac{15}{2}+...+\frac{6x-3}{2}=\frac{75}{2}$

$\frac{3}{2}(1+3+5+...+2x-1)=\frac{75}{2}$

$1+3+5+...+(2x-1)=25$

តែ $1+3+5+...+(2x-1)=x^2$, $x>0$

ព្រោះ $1=1^2$ មាន 1 តួ

$1+3=2^2$ មាន 2 តួ

$1+3+5=3^2$ មាន 3 តួ

$1+3+5+7=4^2$ មាន 4 តួ

……………………

…………………....

$1+3+5+7+...+(2x-3)=(x-1)^2$ មាន $(x-1)$ តួ

$1+3+5+7+...+(2x-3)+(2x-1)=x^2$ មាន x តួ

សមីការទៅជា: $x^2=25$ ឬ $x=5$

ដូចនេះ $\boxed{x=5 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

III. *ដោះស្រាយ និងពិភាក្សាសមីការ* (m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត)

1. $(1-m)x=3m-1$

○ បើ $\begin{cases}1-m\neq 0\\3m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\m\neq\frac{1}{3}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយគត់គឺ $x=\frac{3m-1}{1-m}$ ។

○ បើ $\begin{cases}1-m=0\\3m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\m=\frac{1}{3}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់។

○ បើ $1-m=0\Rightarrow m=1$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=2$ នោះសមីការគ្មានឫស ។

○ បើ $3m-1=0\Rightarrow m=\frac{1}{3}$ ឱ្យសមីការមានរាង $\frac{2}{3}x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫសមយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq 1$ និង $m\neq\frac{1}{3}$
- សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=\frac{1}{3}$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=1$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=1$ និង $m=\frac{1}{3}$ ។

2. $x(x-4)+4m=x^2$

$x^2-4x+4m=x^2$

$-4x=-4m$ ឬ $x=m$

- បើ $m\neq 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ គឺ $x=m$ ។
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ គឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន:

បើ $m\neq 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ គឺ $x=m$ ។
បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ គឺ $x=0$ ។

3. $3mx+4m=13m+2mx$

$3mx-2mx=13m-4m$

$mx=9m$

- បើ $m\neq 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=9$
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ គឺ $x=9$ កាលណា $m\neq 0$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=0$ ។

4. $\frac{2m}{5}x-\frac{m}{10}=1-\frac{7}{10}x$

$\left(\frac{2m}{5}+\frac{7}{10}\right)x=1+\frac{m}{10}$

$(4m+7)x=10+m$

- បើ $\begin{cases}4m+7\neq 0\\ m+10\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -\frac{7}{4}\\ m\neq -10\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{m+10}{4m+7}$ ។
- បើ $\begin{cases}4m+7=0\\ m+10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{7}{4}\\ m=-10\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់
- បើ $4m+7=0\Rightarrow m=-\frac{7}{4}$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=\frac{33}{4}$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m+10=0\Rightarrow m=-10$ ឱ្យសមីការមានរាង $-33x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន:

• សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq -\frac{7}{4}$ និង $m\neq -10$
• សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=-10$
• សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=-\frac{7}{4}$
• សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=-\frac{7}{4}$ និង $m=-10$ ។

5. $\frac{m}{3}(3x+2)=1-\frac{m}{2}x$

$2m(3x+2)=6-3mx$

$6mx+4m=6-3mx$

$9mx = 6-4m$

- បើ $\begin{cases} m\neq 0 \\ 6-4m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq \frac{3}{2}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{6-4m}{9m}$ ។
- បើ $\begin{cases} m=0 \\ 6-4m=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{3}{2}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=0$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=6$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $6-4m=0 \Rightarrow m=\frac{3}{2}$ ឱ្យសមីការមានរាង $\frac{27}{2}x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq 0$ និង $m\neq\frac{3}{2}$
- សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=\frac{3}{2}$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=0$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=0$ និង $m=\frac{3}{2}$ ។

6. $3mx+5m-1=4m(x-2)+x+m$

$3mx-4mx-x=-8m+m-5m+1$

$-mx-x=-12m+1$

$(m+1)x=12m-1$

- បើ $\begin{cases} m+1\neq 0 \\ 12m-1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m\neq \frac{1}{12}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{12m-1}{m+1}$ ។
- បើ $\begin{cases} m+1=0 \\ 12m-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=\frac{1}{12}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់
- បើ $m+1=0 \Rightarrow m=-1$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=-13$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $12m-1=0 \Rightarrow m=\frac{1}{12}$ ឱ្យសមីការមានរាង $\frac{13}{12}x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq -1$ និង $m\neq\frac{1}{12}$
- សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=\frac{1}{12}$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=-1$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=-1$ និង $m=\frac{1}{12}$ ។

7. $4mx(5x-1)=5(4mx+3)x+m-1$

$20mx^2-4mx=20mx^2+15x+m-1$

$-4mx-15x=m-1$

$(4m+15)x=1-m$

○ បើ $\begin{cases}4m+15\neq 0\\1-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq\frac{-15}{4}\\m\neq 1\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{1-m}{14m+15}$ ។

○ បើ $\begin{cases}4m+15=0\\m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{-15}{4}\\m=-1\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់

○ បើ $4m+15=0\Rightarrow m=-\frac{15}{4}$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=\frac{19}{4}$ នោះសមីការគ្មានឫស ។

○ បើ $1-m=0\Rightarrow m=1$ ឱ្យសមីការមានរាង $19x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋានៈ

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq-\frac{15}{4}$ និង $m\neq 1$
- សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=1$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=-\frac{15}{4}$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=-\frac{15}{4}$ និង $m=1$ ។

8. $7mx-4m+9=2(x-2m)+5$

$7mx-4m+9=2x-4m+5$
$7mx-2x=-4$
$(7m-2)x=-4$

○ បើ $7m-2\neq 0\Rightarrow m\neq\frac{2}{7}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=-\frac{4}{7m-2}$ ។

○ បើ $7m-2=0\Rightarrow m=\frac{2}{7}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=-4$ នោះសមីការគ្មានឫស ។

សន្និដ្ឋានៈ

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ គឺ $x=-\frac{4}{7m-2}$ កាលណា $m\neq\frac{2}{7}$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=\frac{2}{7}$ ។

9. $2(x-m)+4=4x-(m-x)+1$

$2x-2m+4=4x-m+x+1$
$2x-5x=2m-4-m+1$
$-3x=m-3$
$3x=3-m$

○ បើ $3-m\neq 0\Rightarrow m\neq 3$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{3-m}{3}$ ។

○ បើ $3-m=0\Rightarrow m=3$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $3x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយ គឺ $x=0$

សន្និដ្ឋានៈ

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ គឺ $x=\frac{3-m}{3}$ កាលណា $m\neq 3$
- សមីការមានឫសមួយ គឺ $x=0$ កាលណា $m=3$ ។

10. $\frac{5m}{10}x+\frac{3m-x}{5}=\frac{2x-1}{2}+m$

$\frac{5mx+6m-2x}{10}=\frac{10x-5+10m}{10}$

$(5m-2)x+6m=10x-5+10m$

$(5m-12)x=4m-5$

○ បើ $\begin{cases}5m-12\neq 0\\4m-5\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq\frac{12}{5}\\m\neq\frac{5}{4}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{5m-12}{4m-5}$ ។

○ បើ $\begin{cases}5m-12=0\\4m-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{12}{5}\\m=\frac{5}{4}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់

○ បើ $5m-12=0\Rightarrow m=\frac{12}{5}$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=\frac{23}{5}$ នោះសមីការគ្មានឫស ។

○ បើ $4m-5=0\Rightarrow m=\frac{5}{4}$ ឱ្យសមីការមានរាង $-\frac{23}{4}x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq\frac{12}{5}$ និង $m\neq\frac{5}{4}$
- សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=\frac{5}{4}$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=\frac{12}{5}$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=\frac{12}{5}$ និង $m=\frac{5}{4}$ ។

11. $\frac{2x-m}{6}+\frac{m}{3}=\frac{x-2m}{2}+mx$

$\frac{2x-m+2m}{6}=\frac{3x-6m+6mx}{6}$

$2x+m=(3+6m)x-6m$

$2x-(3+6m)x=-7m$

$(-3-6m+2)x=-7m$

$(-6m-1)x=-7m$

$(6m+1)x=7m$

○ បើ $\begin{cases}6m+1\neq 0\\m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq-\frac{1}{6}\\m\neq 0\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យគឺ $x=\frac{7m}{6m+1}$ ។

○ បើ $\begin{cases}6m+1=0\\m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{1}{6}\\m=0\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់

- បើ $6m+1=0 \Rightarrow m=-\frac{1}{6}$ ឱ្យសមីការមានរាង $0x=-\frac{7}{6}$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $7m=0 \Rightarrow m=0$ ឱ្យសមីការមានរាង $x=0$ នោះសមីការមានឫសមួយគឺ $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន:

- សមីការមានឫសមួយខុសពីសូន្យ កាលណា $m\neq-\frac{1}{6}$ និង $m\neq 0$
- សមីការមានឫសមួយស្មើសូន្យ កាលណា $m=0$
- សមីការគ្មានឫស កាលណា $m=-\frac{1}{6}$
- សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ កាលណា $m=-\frac{1}{6}$ និង $m=0$ ។

12. $2mx+\frac{m-5}{7}=\frac{x-m}{2}+3$

$$\frac{28mx+2m-10}{14}=\frac{7x-7m+42}{14}$$
$$28mx+2m-10=7x-7m+42$$
$$28mx-7x=-7m+42-2m+10$$
$$(28m-7)x=-9m+52$$

- បើ $\begin{cases}28m-7\neq 0\\ -9m+52\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq\frac{1}{4}\\ m\neq\frac{52}{9}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{-9m+52}{28m-7}$ ។
- បើ $\begin{cases}28m-7=0\\ -9m+52=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=\frac{1}{4}\\ m=\frac{52}{9}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $28m-7=0 \Rightarrow m=\frac{1}{4}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=\frac{199}{4}$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $-9m+52=0 \Rightarrow m=\frac{52}{9}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $\frac{1456}{9}x=0$ នោះសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន

- បើ $m\neq\frac{1}{4}$ និង $m\neq\frac{52}{9}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{-9m+52}{28m-7}$ ។
- បើ $m=\frac{1}{4}$ និង $m=\frac{52}{9}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=\frac{1}{4}$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m=\frac{52}{9}$ នាំឱ្យសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

បញ្ជាក់: ក្នុងការសន្និដ្ឋាន យើងអាចសរសេរតាមលំហាត់ទី១០ ក៏បាន ឬតាមលំហាត់ទី១១ ក៏បាន ឬផ្សេងទៀតក៏បាន អាស្រ័យយើងឆ្លើយ ឱ្យតែអស់អ្វីដែលយើងបានបង្ហាញខាងលើ ។

13. $(2m-x)^2+4(1-m)m=x(x+5m)+m-1$

$4m^2-4mx+x^2+4m-4m^2=x^2+5mx+m-1$
$-4mx-5mx=m-1-4m$
$9mx=3m+1$

- បើ $\begin{cases}9m\neq 0\\3m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\m\neq -\frac{1}{3}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{3m+1}{9m}$ ។
- បើ $\begin{cases}9m=0\\3m+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0\\m=-\frac{1}{3}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $9m=0\Rightarrow m=0$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=1$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $3m+1=0\Rightarrow m=-\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $-3x=0$ នោះសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន

- បើ $m\neq 0$ និង $m\neq -\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{3m+1}{9m}$ ។
- បើ $m=0$ និង $m=-\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m=-\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

14. $(3m+2x)^2-(9m-1)(m-x)=(2x-1)^2-m(x-4)$

$9m^2+12mx+4x^2-9m^2+9mx+m-x=4x^2-4x+1-mx+4m$

$21mx-x+4x+mx=4m+1-m$
$(22m+3)x=3m+1$

- បើ $\begin{cases}22m+3\neq 0\\3m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -\frac{3}{22}\\m\neq -\frac{1}{3}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{3m+1}{22m+3}$ ។
- បើ $\begin{cases}22m+3=0\\3m+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-\frac{3}{22}\\m=-\frac{1}{3}\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $22m+3=0\Rightarrow m=-\frac{3}{22}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=\frac{13}{22}$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $3m+1=0\Rightarrow m=-\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $-\frac{13}{3}x=0$ នោះសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន

- បើ $m\neq -\frac{3}{22}$ និង $m\neq -\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{3m+1}{22m+3}$ ។
- បើ $m=-\frac{3}{22}$ និង $m=-\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=-\frac{3}{22}$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m=-\frac{1}{3}$ នាំឱ្យសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

15. $(m-3x)^2+(m-7x)x-2x(x-1)=(m-x)(m+2)$

$m^2-6mx+9x^2+mx-7x^2-2x^2+2x=m^2+2m-mx-2x$

$-5mx+2x+mx+2x=2m$

$4(1-m)x=2m$

$2(1-m)x=m$

- បើ $\begin{cases}1-m\neq 0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq 0\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{m}{2(m-1)}$ ។
- បើ $\begin{cases}1-m=0\\ m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\ m=0\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $1-m=0\Rightarrow m=1$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=1$ នោះសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $2x=0$ នោះសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន

- បើ $m\neq 1$ និង $m\neq 0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{m}{1-m}$ ។
- បើ $m=1$ និង $m=0$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=1$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

16. $(m-3)^2+(x+m)^2-2m(m-1)=x^2+7mx-3$

$m^2-6m+9+x^2+2mx+m^2-2m^2+2m=x^2+7mx-3$

$2mx-7mx=-3-9+4m$

$-5mx=-12+4m$

$5mx=12-4m$

- បើ $\begin{cases}m\neq 0\\ 12-4m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq 3\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\frac{12-4m}{5m}$ ។
- បើ $\begin{cases}m=0\\ 12-4m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0\\ m=3\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=0$ មានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=12$ គ្មានឫស ។
- បើ $12-4m=0\Rightarrow m=3$ នាំឱ្យសមីកាមានរាង $15x=0$ មានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

សន្និដ្ឋាន

- បើ $m\neq 0$ និង $m\neq 3$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\dfrac{12-4m}{5m}$ ។
- បើ $m=0$ និង $m=3$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m=3$ នាំឱ្យសមីកាមានឫសមួយគឺ: $x=0$ ។

17. $\dfrac{m^2(x+2)^2}{8}-2(2x+m+1)=(m+1)^2+\dfrac{m^2(x-2)^2}{8}+1$

$$\frac{m^2(x^2+4x+4)-16(2x+m+1)}{8}=\frac{8(m^2+2m+1)+m^2(x^2-4x+4)+8}{8}$$

$m^2x^2+4m^2x+4m^2-32x-16m-16=8m^2+16m+8+m^2x^2-4m^2x+4m^2+8$

$8m^2x-32x=8m^2+32m+32$

$m^2x-4x=m^2+4m+4$

$(m+2)(m-2)x=(m+2)^2$

- បើ $\begin{cases}m-2\neq 0\\ m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\ m\neq -2\end{cases}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\dfrac{m+2}{m-2}$ ។
- បើ $m-2=0\Rightarrow m=2$ នាំឱ្យសមីការមានរាង $0x=16$ សមីការគ្មានឫស ។
- បើ $m+2=0\Rightarrow m=-2$ នាំឱ្យសមីកាមានរាង $0x=0$ នោះសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

សន្និដ្ឋាន

- បើ $m\neq 2$ និង $m\neq -2$ នាំឱ្យសមីការមានឫសមួយ គឺ: $x=\dfrac{m+2}{m-2}$ ។
- បើ $m=-2$ នាំឱ្យសមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។
- បើ $m=2$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស ។

IV. *ដោះស្រាយសមីការដោយមិនប្រើរូបមន្តឌីគ្រីសមីណង់*

1. $x^2+14x+24=0$

x^2	24	$14x$
x	12 →	$12x$
x	2 →	$2x$
		$14x$ ពិត

គេបាន: $x^2+14x+24=0$

$(x+12)(x+2)=0$

នាំឱ្យ $x+12=0\Rightarrow x=-12$

ឬ $x+2=0\Rightarrow x=-2$

ដូចនេះ $x=-12$, $x=-2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

2. $x(x-2)=24$

$x^2-2x=24$

$x^2-2x+1=25$

$(x-1)^2=25$

$x-1=\pm\sqrt{25}$

$x=1\pm5$ នោះ $x=6$ ឬ $x=-4$

ដូចនេះ: $x=6$ ឬ $x=-4$ ជាឫសនៃសមីការ ។

3. $x^2-2x-8=0$

x^2	-8	-2
x	-4 →	$-4x$
x	2 →	$2x$
		$-2x$ ពិត

គេបាន: $x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

នាំឱ្យ $x-4=0\Rightarrow x=4$

ឬ $x+2=0\Rightarrow x=-2$

ដូចនេះ: $x=4\,,\ x=-2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

4. $4x^2-16=0$

$4x^2=16$

$x=\pm\sqrt{4}=\pm2$

ដូចនេះ: $x=-2$ ឬ $x=2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

5. $9x^2-21=-5$

$9x^2=-5+21$

$x^2=\dfrac{16}{9}$

$x=\pm\sqrt{\dfrac{16}{9}}\vee x=\pm\dfrac{4}{3}$

ដូចនេះ: $x=\dfrac{4}{3}\,,\ x=-\dfrac{4}{3}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

6. $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x-2=0$

$x=2$

ដូចនេះ: $x=2$ ជាឫសឌុបនៃសមីការ ។

7. $x^2+2\sqrt{3}x-1=0$

$x^2+2\sqrt{3}x+\sqrt{3}^2-3-1=0$

$\left(x+\sqrt{3}\right)^2=4$

$x+\sqrt{3}=\pm 2$

$x=\pm 2-\sqrt{3}$

ដូចនេះ $x=-2-\sqrt{3}$ ឬ $x=2-\sqrt{3}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

8. $2x^2+20x-22=0$

$x^2+10x-11=0$

x^2	-11	$10x$
x	11	$\to 11x$
x	-1	$\to -x$
		$10x$ ពិត

គេបាន: $x^2+10x-11=0$

$(x+11)(x-1)=0$

នាំឱ្យ $x+11=0 \Rightarrow x=-11$

ឬ $x-1=0 \Rightarrow x=1$

ដូចនេះ $x=-11$, $x=1$ ជាឫសនៃសមីការ ។

9. $(2x-1)^2-25=0$

$(2x-1)^2=25$

$2x-1=\pm 5$

$2x=\pm 5+1$

$x=\dfrac{\pm 5+1}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-5+1}{2}=-2 \vee x=\dfrac{5+1}{2}=3$

ដូចនេះ $x=3$ ឬ $x=-2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

10. $2x^2-5x+3=0$

$2x^2$	3	$-5x$
$2x$	-3	$\to -3x$
x	-1	$\to -2x$
		$-5x$ ពិត

គេបាន: $2x^2-5x+3=0$

$(x-3)(2x-1)=0$

នាំឱ្យ $2x-3=0 \Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$

ឬ $x-1=0 \Rightarrow x=1$

ដូចនេះ $x=1,\ x=\dfrac{3}{2}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

11. $3x^2+7x+4=0$

$3x^2$	4	$7x$
$3x$	4	$\rightarrow 4x$
x	1	$\rightarrow 3x$
		$7x$ ពិត

គេបាន: $3x^2+7x+4=0$

$$(3x+4)(x+1)=0$$

នាំឱ្យ $3x+4=0\Rightarrow x=-\frac{4}{3}$

ឬ $x+1=0\Rightarrow x=-1$

ម៉្យាងទៀត: $3x^2+7x+4=0$

មាន: $\begin{pmatrix}3-7+4=0\\ a-b+c=0\end{pmatrix}\Rightarrow x_1=-1\vee x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{4}{3}$

ដូចនេះ $x=-\frac{4}{3}$, $x=-1$ ជាឫសនៃសមីការ ។

12. $6x^2+5x-11=0$

មាន: $\begin{pmatrix}6+5-11=0\\ a+b+c=0\end{pmatrix}$

នាំឱ្យ: $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=-\frac{11}{6}$

ដូចនេះ $x=1$ $x=-\frac{11}{6}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

13. $x^2-14=5x$

$x^2-5x-14=0$

x^2	-14	$-5x$
x	-7	$\rightarrow -7x$
x	2	$\rightarrow 2x$
		$-5x$ ពិត

គេបាន: $x^2-5x-14=0$

$$(x-7)(x+2)=0$$

នាំឱ្យ $x-7=0\Rightarrow x=7$

ឬ $x+2=0\Rightarrow x=-2$

ដូចនេះ $x=7,\ x=-2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

14. $x^2 - x = 3x + 12$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

x^2	-12	$-4x$
x	$-6 \to$	$-6x$
x	$2 \to$	$2x$
		$-4x$ ពិត

គេបាន: $x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x-6)(x+2) = 0$

នាំឱ្យ $x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$

ឬ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

ដូចនេះ $\boxed{x = 6,\ x = -2 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

15. $x^2 - 12x + 32 = 0$

x^2	32	$-12x$
x	$-8 \to$	$-8x$
x	$-4 \to$	$-4x$
		$-12x$ ពិត

គេបាន: $x^2 - 12x + 32 = 0$

$(x-8)(x-4) = 0$

នាំឱ្យ $x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$

ឬ $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

ដូចនេះ $\boxed{x = 8\ ,\ x = 4 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

16. $x^2 - 2x + 3 = 0$

$x^2 - 2x + 1 + 2 = 0$

$(x-1)^2 = -2 < 0$ សមីការគ្មានឫស

ព្រោះ $(x-1)^2 > 0$ ជានិច្ច

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫស}}$ ។

17. $4(x-1)^2 - (2x-3)^2 = 0$

$4(x^2 - 2x + 1) - (4x^2 - 12x + 9) = 0$

$4x^2 - 8x + 4 - 4x^2 + 12x - 9 = 0$

$4x - 5 = 0$ នោះ $4x = 5$ ឬ $x = \frac{5}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{5}{4} \text{ ជាឫសសមីការ}}$ ។

18. $x^2+2x=2(x+4)$

$x^2+2x=2x+8$

$x^2=8 \Rightarrow x=\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm 2\sqrt{2} \text{ ជាឫសសមីការ}}$ ។

19. $3x^2+9x=0$

$3x(x+3)=0$

$\left[\begin{array}{l}3x=0\\x+3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x=0 \text{ ឬ } x=-3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

20. $2x^2+3x-5=0$

មាន: $\begin{pmatrix}2+3-5=0\\a+b+c=0\end{pmatrix}$

នាំឱ្យ: $\left[\begin{array}{l}x_1=1\\x=\frac{c}{a}=-\frac{5}{2}\end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x=1 \text{ ឬ } x=-\frac{5}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

V. *ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ៖*

1. $x^2-9x-22=0$

មាន: $\Delta=(-9)^2-4\times 1\times(-22)$

$=81+88=169>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{169}=13$

នោះ $x_1=\frac{9-13}{2}=-2$, $x_2=\frac{9+13}{2}=11$

ដូចនេះ $\boxed{x=-2 \text{ ឬ } x=11 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

2. $2x^2+7x-1=0$

មាន: $\Delta=7^2-4\times 2\times(-1)$

$=49+8=57>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{57}$

នោះ $x_1=\frac{-7-\sqrt{57}}{4}$, $x_2=\frac{-7+\sqrt{57}}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{-7-\sqrt{57}}{4} \text{ ឬ } x=\frac{-7+\sqrt{57}}{4} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

3. $3x^2+7x+4=0$

មាន: $a-b+c=0$

នាំឱ្យ $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{x = 1 \text{ ឬ } x = \frac{4}{3} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

4. $3x^2 + 5x - 11 = 0$

មាន: $\Delta = 5^2 - 4\times 3\times(-11)$

$= 25 + 132 = 157 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{157}$

នោះ $x_1 = \frac{-5-\sqrt{157}}{6}$, $x_2 = \frac{-5+\sqrt{157}}{6}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{-5-\sqrt{157}}{6} \text{ ឬ } x = \frac{-5+\sqrt{157}}{6} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

5. $4x^2 - 4x - 24 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

មាន: $\Delta = (-1)^2 - 4\times(-6)$

$= 1 + 24 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$ នោះ $x_1 = \frac{1-5}{2} = -2$, $x_2 = \frac{1+5}{2} = 3$

ដូចនេះ $\boxed{x = -2 \text{ ឬ } x = 3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

6. $4x^2 - 37x + 9 = 0$

មាន: $\Delta = (-37)^2 - 4\times 4\times 9$

$= 1369 - 144 = 1225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{1225} = 35$

នោះ $x_1 = \frac{37-35}{8} = \frac{1}{4}$, $x_2 = \frac{37+35}{8} = 9$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{1}{4} \text{ ឬ } x = 9 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

7. $13x - 36 = x^2$

$x^2 - 13x + 36 = 0$

មាន: $\Delta = (-13)^2 - 4\times 36$

$= 169 - 144 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

នោះ $x_1 = \frac{13-5}{2} = 4$, $x_2 = \frac{13+5}{2} = 9$

ដូចនេះ $\boxed{x = 4 \text{ ឬ } x = 9 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

8. $81x^2 + 1 = 18x$

$81x^2 - 18x + 1 = 0$

មាន: $\Delta' = (-9)^2 - 81\times 1 = 0$

នោះ $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{1}{9} \text{ ជាឫសឌុបនៃសមីការ}}$ ។

9. $x^2 + 5x - 14 = 0$

មាន: $\Delta = 5^2 - 4\times(-14)$

$= 25 + 56 = 81 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9$

នោះ $x_1 = \frac{-5-9}{2} = -7$, $x_2 = \frac{-5+9}{2} = 2$

ដូចនេះ $\boxed{x = 2 \text{ ឬ } x = -7 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

10. $2x^2 - x - 1 = 0$

មាន: $a + b + c = 0$

នោះ $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x = 1 \text{ ឬ } x = -\frac{1}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

11. $x^2 - 6x + 5 = 0$

មាន: $a + b + c = 0$

នោះ $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a} = 5$

ដូចនេះ $\boxed{x = 1 \text{ ឬ } x = 5 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

12. $3x^2 + 8x - 4 = 0$

មាន: $\Delta' = 4^2 - 3\times(-4)$

$= 16 + 12 = 28 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

នោះ $x_1 = \frac{-4-2\sqrt{7}}{3}$, $x_2 = \frac{-4+2\sqrt{7}}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{-4-2\sqrt{7}}{3} \text{ ឬ } x = \frac{-4+2\sqrt{7}}{3} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

13. $x^2 + x - 9 = 0$

មាន: $\Delta = 1^2 - 4\times(-9)$

$= 1 + 36 = 37 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{37}$

នោះ $x_1 = \frac{-1-\sqrt{37}}{2}$, $x_2 = \frac{-1+\sqrt{37}}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{-1-\sqrt{37}}{2} \text{ ឬ } x = \frac{-1+\sqrt{37}}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

14. $2x^2+3x-9=0$

មាន: $\Delta=3^2-4\times2\times(-9)$

$=9+72=81>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{81}=9$

នោះ $x_1=\dfrac{-3-9}{4}=-3,\ x_2=\dfrac{-3+9}{4}=\dfrac{3}{2}$

ដូចនេះ: $x=-3$ ឬ $x=\dfrac{3}{2}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

15. $x^2+3x+5=0$

មាន: $\Delta=3^2-4\times5$

$=9-20=-11<0$

ដូចនេះ: សមីការគ្មានឫស ។

16. $6x^2=7x-5$

$6x^2-7x+5=0$

មាន: $\Delta=(-7)^2-4\times6\times(-5)$

$=49+120=169>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{169}=13$

នោះ $x_1=\dfrac{7-13}{12}=-\dfrac{1}{2}$, $x_2=\dfrac{7+13}{12}=\dfrac{5}{3}$

ដូចនេះ: $x=-\dfrac{1}{2}$ ឬ $x=\dfrac{5}{3}$ សមីការគ្មានឫស ។

17. $x^2+2x-4=0$

មាន: $\Delta'=1^2-1\times(-4)$

$=1+4=5>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{5}$

នោះ $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{1}=-1-\sqrt{5}$, $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{1}=-1+\sqrt{5}$

ដូចនេះ: $x=-1-\sqrt{5}$ ឬ $x=-1+\sqrt{5}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

18. $x^2+7=4x$

$x^2-4x+7=0$

មាន: $\Delta'=2^2-1\times7$

$=4-7=-3<0$

ដូចនេះ: សមីការគ្មានឫស ។

19. $2x^2+5x+1=0$

មាន: $\Delta=5^2-4\times2$

$=25-8=17>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{17}$

នោះ $x_1=\dfrac{-5-\sqrt{17}}{4}$, $x_2=\dfrac{-5+\sqrt{17}}{4}$

ដូចនេះ: $x=\dfrac{-5-\sqrt{17}}{4}$ ឬ $x=\dfrac{-5+\sqrt{17}}{4}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

20. $(x+1)(2-x)=7x(x+4)$

$2x-x^2+2-x=7x^2+28x$

$8x^2+27x-2=0$

មាន: $\Delta=27^2-4\times8\times(-2)$

$=729+64=793>0\Rightarrow\Delta=\sqrt{793}$

នោះ $x_1=\dfrac{-27-\sqrt{793}}{16}$, $x_2=\dfrac{-27+\sqrt{793}}{16}$

ដូចនេះ: $x=\dfrac{-27-\sqrt{793}}{16}$ ឬ $x=\dfrac{-27+\sqrt{793}}{16}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

VI. *ដោយ α , β ជាឫសនៃសមីការ* $x^2+x+1=0$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត: $\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=-1\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}=1\end{cases}$

គណនា:

1. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-1)^2-2\times1=-1$
2. $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta=-1-2\times1=-3$
3. $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta)=(-1)\times(-1-1)=2$

VII. *សមីការ* $x^2+2x+3=0$ *មានឫស* α , β

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត: $\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=-2\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}=3\end{cases}$

គណនា:

1. $\alpha+\beta=-2$ 2. $\alpha\beta=3$ 3. $(1+\alpha)(1+\beta)=1+\beta+\alpha+\alpha\beta=1-2+3=2$

4. $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=-\dfrac{2}{3}$ 5. $\dfrac{1}{\alpha-1}+\dfrac{1}{\beta-1}=\dfrac{\beta-1+\alpha-1}{(\alpha-1)(\beta-1)}=\dfrac{\beta+\alpha-2}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}=\dfrac{-2-2}{3+2+1}=-\dfrac{2}{3}$

VIII. *សមីការ* $x^2-x+8=0$ *មានឫស* α , β

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត: $\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}=1\\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}=8\end{cases}$

គណនា:

1. $\frac{\beta}{1+\alpha^2}+\frac{\alpha}{1+\beta^2}=\frac{\beta(1+\beta^2)+\alpha(1+\alpha^2)}{(1+\alpha^2)(1+\beta^2)}=\frac{\beta+\beta^3+\alpha+\alpha^3}{1+(\alpha^2+\beta^2)+\alpha^2\beta^2}$

$$=\frac{\alpha+\beta+\left[(\alpha+\beta)(\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta)\right]}{1+(\alpha^2+\beta^2)+\alpha^2\beta^2}=\frac{(\alpha+\beta)\left[1+(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta-2\alpha\beta\right]}{1+\left[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\right]+\alpha^2\beta^2}$$

$$=\frac{1\times(1+1^2-3\times 8)}{1+\left[1^2-2\times 8\right]+8^2}=\frac{-22}{50}=-\frac{11}{25}$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{\beta}{1+\alpha^2}+\frac{\alpha}{1+\beta^2}=-\frac{11}{25}}$

2. $\alpha^4+\beta^4=(\alpha^2+\beta^2)^2-2\alpha^2\beta^2=\left[(\alpha^2+\beta)^2-2\alpha\beta\right]^2-2(\alpha\beta)^2$

$$=(1^2-2\times 8)^2-2\times 8^2=225-128=97$$

So. $\boxed{\alpha^4+\beta^4=97}$

IX. *បង្កើតសមីការដឺក្រេទី២*

ដោយ α , β ជាឫសនៃសមីការ $x^2+2x+4=0$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត: $\begin{cases}\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-2\\ \alpha\beta=\frac{c}{a}=4\end{cases}$

1.សមីការមានឫស $\alpha+3$ & $\beta+3$

នាំឱ្យ $S=\alpha+3+\beta+3=\alpha+\beta+6=-2+6=4$

$P=(\alpha+3)(\beta+3)=\alpha\beta+3\alpha+3\beta+9=\alpha\beta+3(\alpha+\beta)+9=4+3(-2)+9=7$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ដូចនេះ $\boxed{X^2-4X+7=0 \text{ ជាសមីការដែលត្រូវរក}}$ ។

2.សមីការមានឫស α^2+1 & β^2+1

នាំឱ្យ $S=\alpha^2+\beta^2+2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+2=4-8+2=-2$

$P=(\alpha^2+1)(\beta^2+1)=\alpha^2\beta^2+\alpha^2+\beta^2+1=(\alpha\beta)^2+(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+1=16+4-8+1=13$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ដូចនេះ $\boxed{X^2-2X+13=0 \text{ ជាសមីការដែលត្រូវរក}}$ ។

3.សមីការមានឫស $2\alpha+4$ & $2\beta+4$

នាំឱ្យ $S=2\alpha+2\beta+8=2(\alpha+\beta)+8=2(-2)+8=4$

$P=(2\alpha+4)(2\beta+4)=4\alpha\beta+8\alpha+8\beta+16=4\alpha\beta+8(\alpha+\beta)+16=16-16+16=16$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ដូចនេះ $\boxed{X^2-4X+16=0}$ ជាសមីការដែលត្រូវរក ។

4.សមីការមានឫស $2\alpha^2-1$ & $2\beta^2-1$

នាំឱ្យ $S=2\alpha^2+2\beta^2-2=2\left(\alpha^2+\beta^2\right)-2=2\left[\left(\alpha+\beta\right)^2-2\alpha\beta\right]-2=2\left[\left(-2\right)^2-8\right]-2=-10$

$P=\left(2\alpha^2-1\right)\left(2\beta^2-1\right)=4\alpha^2\beta^2-2\alpha^2-2\beta^2+1$

$=4\left(\alpha\beta\right)^2-2\left[\left(\alpha+\beta\right)^2-2\alpha\beta\right]+1=64-2\left[\left(-2\right)^2-8\right]+1=73$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ដូចនេះ $\boxed{X^2+10X-73=0}$ ជាសមីការដែលត្រូវរក ។

5.សមីការមានឫស $\frac{1}{\alpha}$ & $\frac{1}{\beta}$

នាំឱ្យ $S=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

$P=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{4}$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ឬ $X^2+\frac{1}{2}X+\frac{1}{4}=0$

ដូចនេះ $\boxed{4X^2+2X+1=0}$ ជាសមីការដែលត្រូវរក ។

6.សមីការមានឫស $\frac{1}{\alpha+1}$ & $\frac{1}{\beta+1}$

នាំឱ្យ $S=\frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1}=\frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}=\frac{-2+2}{4-2+1}=\frac{0}{3}=0$

$P=\frac{1}{\alpha+1}\times\frac{1}{\beta+1}=\frac{1}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}=\frac{1}{4-2+1}=\frac{1}{3}$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ដូចនេះ $\boxed{X^2+\frac{1}{3}=0}$ ជាសមីការដែលត្រូវរក ។

7.សមីការមានឫស $\frac{1}{\alpha^2-1}$ & $\frac{1}{\beta^2-1}$

នាំឱ្យ $S=\frac{1}{\alpha^2-1}+\frac{1}{\beta^2-1}=\frac{\alpha^2+\beta^2-2}{\alpha^2\beta^2-\alpha^2-\beta^2+1}$

$=\frac{\left[\left(\alpha+\beta\right)^2-2\alpha\beta\right]-2}{\left(\alpha\beta\right)^2-\left[\left(\alpha+\beta\right)^2-2\alpha\beta\right]+1}=\frac{4-8-2}{16-4+8+1}=\frac{-6}{21}=-\frac{2}{7}$

$$P=\frac{1}{\alpha^2-1}\times\frac{1}{\beta^2-1}=\frac{1}{\alpha^2\beta^2-\alpha^2-\beta^2+1}=\frac{1}{(\alpha\beta)^2-\left[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\right]+1}=\frac{1}{16-4+8+1}=\frac{1}{21}$$

សមីការដែលត្រូវរកគឺ: $X^2-SX+P=0$

ដូចនេះ $\boxed{X^2+\frac{2}{7}X+\frac{1}{21}=0 \text{ ឬ } 21X^2+6X+1=0 \text{ ជាសមីការដែលត្រូវរក}}$ ។

បញ្ជាក់: ក្នុងលំហាត់នេះដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការដោះស្រាយយើងគួរ រក $\alpha^2+\beta^2$ & $(\alpha\beta)^2$ ទុកឱ្យហើយ ខាងលើទើបងាយស្រួល ។ ម្យ៉ាងទៀតយើងអាចដោះស្រាយរកតម្លៃ α,β ជាមុន ជាតម្លៃលេខរួចយកទៅ ជួសក្នុងឫសនីមួយៗនៃសមីការថ្មីជាការស្រេច (ប៉ុន្តែវិធីនេះបើអាចសូមកុំប្រើល្អជាង ព្រោះ បើធ្វើតាមនេះ គេអាចកាត់ពិន្ទុ) ។

X. *រកតម្លៃk ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប ហើយរកឫសឌុបនោះ ៖*

1. $(k-2)x^2+(3k-6)x+2k-3=0$

លក្ខខណ្ឌ $k-2\neq 0 \Rightarrow k\neq 2$

យើងមាន: $\Delta=(3k-6)^2-4(k-2)(2k-3)$

$=9k^2-36k+36-4(2k^2-7k+6)$

$=9k^2-36k+36-8k^2+28k-24$

$=k^2-8k+12$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុបលុះត្រាតែ:

$$\Delta=0$$

$$k^2-8k+12=0$$

$$(k-6)(k-2)=0$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases}k-6=0\\k-2=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}k=6\\k=2\end{cases}$ (ប៉ុន្តែ $k=2$ មិនយក)

ឫសឌុបនៃសមីការគឺ $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{3k-6}{2(k-2)}$

បើ $k=6\Rightarrow x_1=x_2=-\frac{18-6}{2(6-2)}=-\frac{12}{8}=-\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការមានឫសឌុបកាលណា } k=6 \text{ ហើយឫសឌុបនោះគឺ } x_1=x_2=-\frac{3}{2}}$ ។

2. $4x^2-2kx+k+3=0$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុបកាលណា: $\Delta'=0$

តែ $\Delta'=(-k)^2-4(k+3)$

$=k^2-4k-12$

នាំឱ្យ: $k^2-4k-12=0$

$(k-6)(k+2)=0$

នោះ $\begin{cases} k-6=0 \\ k+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=6 \\ k=-2 \end{cases}$

ឫសឌុបរបស់សមីការគឺ $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{k}{4}$

បើ: $k=-2 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

បើ: $k=6 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

ដូចនេះ: សមីការមានឫសឌុបកាលណា $k=-2 \vee k=6$ ហើយឫសឌុបនោះគឺ $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2} \vee x_1 = x_2 = \frac{3}{2}$ ។

3. $(k+1)x^2 - (k+3)x + 3 - k = 0$ លក្ខខណ្ឌ $k+1 \neq 0 \Leftrightarrow k \neq -1$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុបលុះត្រាតែ: $\Delta = 0$

$$\left[-(k+3)\right]^2 - 4(k+1)(3-k) = 0$$

$$k^2 + 6k + 9 - 4\left(3k - k^2 + 3 - k\right) = 0$$

$$k^2 + 6k + 9 + 4k^2 - 8k - 12 = 0$$

$$5k^2 - 2k - 3 = 0$$

$$(5k+3)(k-1) = 0$$

$$\begin{cases} 5k+3=0 \\ k-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-\frac{3}{5} \\ k=1 \end{cases}$$

ឫសឌុបរបស់សមីការកំណត់ដោយ: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{k+3}{2(k+1)}$

បើ: $k=-\frac{3}{5} \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-\frac{3}{5}+3}{2\left(-\frac{3}{5}+1\right)} = \frac{\frac{12}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{12}{4} = 3$

$k=1 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{1+3}{2(1+1)} = \frac{4}{4} = 1$

ដូចនេះ: $k=-\frac{3}{5}$ ឬ $k=1$ នាំឱ្យសមីការមានឫសឌុប ហើយឫសឌុបនោះគឺ $x_1 = x_2 = 3$ ឬ $x_1 = x_2 = 1$ ។

4. $kx^2 + 3(k+2)x + 3k - 1 = 0$ លក្ខខណ្ឌ $k \neq 0$

មាន: $\Delta = \left[3(k+2)\right]^2 - 4k(3k-1)$

$= 9\left(k^2 + 4k + 4\right) - 12k^2 + 4k$

$= -3k^2 + 40k + 36$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុបលុះត្រាតែ: $\Delta = 0$

$$-3k^2 + 40k + 36 = 0$$

$$\Delta' = (20)^2 - (-3) \times 36$$

$$= 400 + 108 = 508$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{508} = 2\sqrt{127}$$

នាំឱ្យ: $k_1=\frac{-20-2\sqrt{127}}{-3}=\frac{20+2\sqrt{127}}{3}$, $k_2=\frac{-20+2\sqrt{127}}{-3}=\frac{20-2\sqrt{127}}{3}$

ឫសឌុបនៃសមីការគឺ: $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{3(k+2)}{2k}$

បើ: $k=\frac{20+2\sqrt{127}}{3}$ នោះ $x_1=x_2=-\frac{3\left(\frac{20+2\sqrt{127}}{3}+2\right)}{2\left(\frac{20+2\sqrt{127}}{3}\right)}=-\frac{3\left(13+\sqrt{127}\right)}{2\left(10+\sqrt{127}\right)}$

$k=\frac{20-2\sqrt{127}}{3}$ នោះ $x_1=x_2=-\frac{3\left(\frac{20-2\sqrt{127}}{3}+2\right)}{2\left(\frac{20-2\sqrt{127}}{3}\right)}=-\frac{3\left(13-\sqrt{127}\right)}{2\left(10-\sqrt{127}\right)}$

ដូចនេះ: $\left(k=\frac{20+2\sqrt{127}}{3}\vee k=\frac{20-2\sqrt{127}}{3}\right)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសឌុប ហើយ

ឫសឌុបនោះគឺ: $x_1=x_2=-\frac{3\left(13+\sqrt{127}\right)}{2\left(10+\sqrt{127}\right)}$ ឬ $x_1=x_2=-\frac{3\left(13-\sqrt{127}\right)}{2\left(10-\sqrt{127}\right)}$ ។

5. $(k-3)x^2+(2k-1)x+2k-3=0$ លក្ខខណ្ឌ $k\neq 3$

មាន: $\Delta_x=(2k-1)^2-4(k-3)(2k-3)$

$=4k^2-4k+1-4\left(2k^2-9k+9\right)$

$=4k^2-4k+1-8k^2+36k-36$

$=-4k^2+32k-35$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុបលុះត្រាតែ: $\Delta_x=0$

$-4k^2+32k-35=0$

មាន: $\Delta_k'=16^2-(-4)(-35)$

$=256-140=116>0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta_k'}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$

នោះ $k_1=\frac{-16-2\sqrt{29}}{-4}=\frac{8+\sqrt{29}}{2}\vee k_2=\frac{-16+2\sqrt{29}}{-4}=\frac{8-\sqrt{29}}{2}$

គេបានឫសឌុបនៃសមីការគឺ: $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{2k-1}{2(k-3)}$

បើ: $k=\frac{8+\sqrt{29}}{2}$ នោះ $x_1=x_2=-\frac{2\left(\frac{8+\sqrt{29}}{2}\right)-1}{2\left(\frac{8+\sqrt{29}}{2}-3\right)}=-\frac{7+\sqrt{29}}{2+\sqrt{29}}$

$k=\frac{8-\sqrt{29}}{2}$ នោះ $x_1=x_2=-\frac{2\left(\frac{8-\sqrt{29}}{2}\right)-1}{2\left(\frac{8-\sqrt{29}}{2}-3\right)}=-\frac{7-\sqrt{29}}{2-\sqrt{29}}$

ដូចនេះ $\left(k=\frac{8+\sqrt{29}}{2}\vee k=\frac{8-\sqrt{29}}{2}\right)$ ធ្វើឱ្យសមីការមានឫសឌុប ហើយ ឫសឌុបនោះគឺ: $x_1=x_2=-\frac{7+\sqrt{29}}{2+\sqrt{29}}$ ឬ $x_1=x_2=-\frac{7-\sqrt{29}}{2-\sqrt{29}}$ ។

XI. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

1. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-5}{x-3}=0$

ល/ខ: $\begin{cases}x-1\neq 0\\ x-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq 3\end{cases}$

នោះ $\frac{(x+1)(x-3)-(x-5)(x-1)}{(x-1)(x-3)}=0$

$x^2-2x-3-x^2+6x-5=0$

$4x-8=0$

$\Rightarrow x=\frac{8}{4}=2$

ដូចនេះ $x=2$ ជាឫសសមីការ ។

2. $\frac{4x-1}{x-1}+\frac{4x+1}{1-x}=\frac{9}{4}$

ល/ខ: $x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1$

នោះ $\frac{4(4x-1-4x-1)}{4(x-1)}=\frac{9(x-1)}{4(x-1)}$

$-8=9x-9$

$9x=1$

$\Rightarrow x=\frac{1}{9}$

ដូចនេះ $x=\frac{1}{9}$ ជាឫសសមីការ ។

3. $\frac{x}{x-3}-\frac{2}{x+3}=1$

ល/ខ: $\begin{cases}x-3\neq 0\\ x+3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 3\\ x\neq -3\end{cases}$

$\frac{x(x+3)-2(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-3)}$

$x^2+3x-2x+6=x^2-9$

$x^2-x^2+x=-9-6$

$x=-15$

ដូចនេះ $x=-15$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

4. $\frac{x+3}{x-1}-\frac{2x-3}{x+5}=\frac{10-x^2}{(x-1)(x+5)}$

ល/ខ: $\begin{cases}x-1\neq 0\\ x+5\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -5\end{cases}$

$\frac{(x+3)(x+5)-(2x-3)(x-1)}{(x+5)(x-1)}=\frac{10-x^2}{(x-1)(x+5)}$

$x^2+8x+15-2x^2+5x-3=10-x^2$

$13x=-2$

$x=-\frac{2}{13}$

ដូចនេះ $x=-\frac{2}{13}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

5. $\frac{9x^2-25}{(x+2)(3x+5)}=0$

ល/ខ: $\begin{cases}x+2\neq 0\\ 3x+5\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -2\\ x\neq -\frac{5}{3}\end{cases}$

$9x^2-25=0$

$9x^2=25$

$x^2=\frac{25}{9}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{25}{9}}=\pm\frac{5}{3}$

6. $\frac{(x-2)(x-1)}{2x-4}+\frac{1}{2}=0$

ល/ខ: $2x-4\neq 0\Rightarrow x\neq 2$

$\frac{(x-2)(x-1)+(x-2)}{2(x-2)}=0$

$x^2-3x+2+x-2=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

នោះ $\begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = -\frac{5}{3} \text{ (មិនយក)} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{5}{3} \text{ ជាឫសរបស់សមីការ}}$ ។

នោះ $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (មិនយក)} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x = 0 \text{ ជាឫសរបស់សមីការ}}$ ។

7. $\frac{2}{5x} - \frac{6}{3x} = 1 - \frac{7}{15x}$

លខ: $x \neq 0$

$\frac{6-30}{15x} = \frac{15x-7}{15x}$

$-24 = 15x - 7$

$x = -\frac{17}{15}$

ដូចនេះ $\boxed{x = -\frac{17}{15} \text{ ជាឫសរបស់សមីការ}}$ ។

8. $\frac{3}{x} - \frac{8}{3x} + \frac{4}{5x} = \frac{1}{15}$

លខ: $x \neq 0$

$\frac{45-40+12}{15x} = \frac{x}{15x}$

$x = 17$

ដូចនេះ $\boxed{x = 17 \text{ ជាឫសរបស់សមីការ}}$ ។

9. $\frac{-\frac{3}{4}}{2x-1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{8x}{5}}$

លខ: $\begin{cases} 2x-1 \neq 0 \\ 8x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$

$-\frac{3}{4(2x-1)} = \frac{5}{24x}$

$-3 \times 24x = 20(2x-1)$

$-72x = 40x - 20$

$112x = 20$

$x = \frac{20}{112} = \frac{5}{28}$

ដូចនេះ $\boxed{x = \frac{5}{28} \text{ ជាឫសសមីការ}}$ ។

10. $\frac{3x-4}{x-2} + \frac{3-x}{3+x} = \frac{2x^2+x}{(x-2)(3+x)}$

លខ: $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -3 \end{cases}$

$\frac{(3x-4)(3+x)+(3-x)(x-2)}{(x-2)(3+x)} = \frac{2x^2+x}{(x-2)(3+x)}$

$5x + 3x^2 - 12 + 5x - 6 - x^2 = 2x^2 + x$

$3x^2 - 3x^2 + 10x - x = 12 + 6$

$9x = 18$

$x = \frac{18}{9} = 2$ (មិនយក)

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫស}}$ ។

11. $\frac{3}{x + \frac{1}{1 + \frac{x+1}{3-x}}} = x - 1$ លខ: $3 - x \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$

$\frac{3}{x + \frac{1}{1 + \frac{x+1}{3-x}}} = x - 1$

$\Leftrightarrow \frac{3}{x + \frac{1}{\frac{3-x+x+1}{3-x}}} = x - 1$

$\Leftrightarrow \frac{3}{x + \frac{3-x}{4}} = x - 1$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\frac{4x+3-x}{4}}=x-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{3x+3}=x-1$$

$$\Leftrightarrow 4=(x-1)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-1=4 \Rightarrow x^2=5 \vee x=\pm\sqrt{5}$$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm\sqrt{5} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

XII. *ដោះស្រាយសមីការ:*

1. $4^x.16^{3x-1}=8$

$2^{2x}.2^{4(3x-1)}=2^3$

$2^{2x+12x-4}=2^3$

$\Leftrightarrow 14x-4=3$

$14x=7$

$\Rightarrow x=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{1}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

2. $\frac{4^{x+1}}{8^{x-1}}=16^x$

$\frac{2^{2(x+1)}}{2^{3(x-1)}}=2^{4x}$

$2^{2x+2-3x+3}=2^{4x}$

$-x+5=4x$

$5x=5$

$\Rightarrow x=\frac{5}{5}=1$

ដូចនេះ $\boxed{x=1 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

3. $\left(2^{2016}-2^{2015}\right)\left(2^{2017}-2^{2016}\right)=8^x$

$2^{2015}(2-1).2^{2016}(2-1)=8^x$

$2^{2015+2016}=2^{3x}$

$3x=4031$

$\Rightarrow x=\frac{4031}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\frac{4031}{3} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

4. $\left[2\left(2^{\sqrt{x}+1}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-2}}=4$ លខ: $x\geq 0$, $x\neq 4$

$\left(2.2^{\frac{\sqrt{x}+1}{2}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-2}}=4 \Leftrightarrow \left(2^{1+\frac{\sqrt{x}+1}{2}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-2}}=4$

ឬ $\left(2^{\frac{2+\sqrt{x}+1}{2}}\right)^{\frac{2}{\sqrt{x}-2}}=2^2 \Leftrightarrow 2^{\frac{2(\sqrt{x}+3)}{2(\sqrt{x}-2)}}=2^2$

ឬ $\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}=2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3=2\sqrt{x}-4$

ឬ $\sqrt{x}=7 \Rightarrow x=49$

ដូចនេះ $\boxed{x=49 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

5. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-x-\frac{1}{x}+\frac{3}{2}}=5\sqrt{5}$ លខ: $x\neq 0$

$5^{x+\frac{1}{x}-\frac{3}{2}}=5.5^{\frac{1}{2}}$

ព្រោះ $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$, $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

$5^{\frac{2x^2+2-3x}{2x}}=5^{1+\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{2x^2+2-3x}{2x}} = 5^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow \frac{2x^2-3x+2}{2x} = \frac{3}{2}$

$4x^2-6x+4=6x$

$4x^2-12x+4=0$

$4\left(x^2-3x+1\right)=0$ ឬ $x^2-3x+1=0$

- របៀបទី1 $x^2-3x+1=0$

$x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+1=0$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

- របៀបទី2 $x^2-3x+1=0$

មាន: $\Delta=(-3)^2-4.1.1=5>0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$ នោះ $x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ ជាឫសសមីការ

ដូចនេះ: $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

6. $4^x-5\times2^{x+4}+1024=0$

$2^{2x}-5\times2^x\times2^4+1024=0$

$\left(2^x\right)^2-80\times2^x+1024=0$

តាង: $t=2^x$, $t>0$

សមីការទៅជា: $t^2-80t+1024=0$

មាន: $\Delta'=(-40)^2-1\times1024$

$=1600-1024=576>0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{576}=24$

នាំឱ្យ: $t_1=\frac{40-24}{1}=16$, $t_2=\frac{40+24}{1}=64$

បើ: $t=16 \Leftrightarrow 2^x=16$

$2^x=2^4$

$\Rightarrow x=4$

បើ: $t=64 \Leftrightarrow 2^x=64$

$2^x=2^6 \Rightarrow x=6$

ដូចនេះ: $x=4 \vee x=6$ ជាឫសនៃសមីការ ។

7. $3\times4^{x+1}+6^{x+1}=18\times9^x$

$3\times4^x\times4+6^x\times6=18\times9^x$

$12\times4^x+6\times6^x=18\times9^x$

ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 9^x យើងបាន:

$12\times\frac{4^x}{9^x}+6\times\frac{6^x}{9^x}=18\times\frac{9^x}{9^x}$

$12\times\left(\frac{2}{3}\right)^{2x}+6\times\left(\frac{2}{3}\right)^x=18$

តាង: $t=\left(\frac{2}{3}\right)^x$, $t>0$

សមីការទៅជា: $12t^2+6t=18$

$2t^2+t-3=0$

មាន: $a+b-c=0 \Leftrightarrow 2+1-3=0$

គេបាន: $t_1=1$, $t_2=-\frac{3}{2}<0$ មិនយក

ចំពោះ $t=1 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x=1$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x=\left(\frac{2}{3}\right)^0$

នោះ $x=0$

ដូចនេះ: $x=0$ ជាឫសនៃសមីការ ។

8. $\frac{3^{2x^2+3x}}{9}+x^{2016}(x+1)=x\left(x^{2016}+x^{2015}+\frac{1}{x}\right)$

លទ/ខ: $x\neq 0$

$3^{2x^2+3x-2}+x^{2017}+x^{2016}=x^{2017}+x^{2016}+1$

$3^{2x^2+3x-2}=1 \Leftrightarrow 3^{2x^2+3x-2}=3^0$

$2x^2+3x-2=0$

$(2x-1)(x+2)=0$

នាំឱ្យ: $\begin{cases}2x-1=0\\ x+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ x=-2\end{cases}$

ដូចនេះ: $x=1/2$, $x=-2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

9. $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$

តាង: $t=\sqrt{7+\sqrt{48}}$, $t>0$

តែ: $\sqrt{7-\sqrt{48}}=\frac{\sqrt{\left(7+\sqrt{48}\right)\left(7-\sqrt{48}\right)}}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}$

$=\frac{\sqrt{49-48}}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}=\frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}=\frac{1}{t}$

សមីការទៅជា: $t^x+\left(\frac{1}{t}\right)^x=14 \Leftrightarrow t^x+\frac{1}{t^x}=14$

$t^{2x}+1=14t^x \Leftrightarrow t^{2x}-14t^x+1=0$

តាង: $y=t^x$, $y>0$

សមីការទៅជា: $y^2-14y+1=0$

មាន: $\Delta'=(-7)^2-1\times 1$

$=49-1=48>0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{48}$

នោះ $y_1=\frac{7-\sqrt{48}}{1}=7-\sqrt{48}=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2=\frac{1}{t^2}$

$y_2=\frac{7+\sqrt{48}}{1}=7+\sqrt{48}=\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^2=t^2$

បើ: $y=\frac{1}{t^2} \Leftrightarrow t^x=\frac{1}{t^2}$

$t^x=t^{-2}$ ព្រោះ $\left(a^{-n}=\frac{1}{a^n}\right)$

នោះ $x=-2$

បើ: $y=t^2 \Leftrightarrow t^x=t^2$

នោះ $x=2$

ដូចនេះ: $x=-2$ ឬ $x=2$ ជាឫសនៃសមីការ ។

10. $\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$

តាង: $\sqrt[3]{t}=\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} \Rightarrow t=2+\sqrt{3}$

តែ: $2-\sqrt{3}=\dfrac{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})}=\dfrac{1}{(2+\sqrt{3})}=\dfrac{1}{t}$

សមីការទៅជា: $\left(\sqrt[3]{t}\right)^x+\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{t}}\right)^x=4$

$$\left(\sqrt[3]{t}\right)^{2x}+1=4\left(\sqrt[3]{t}\right)^x$$

យក: $y=\left(\sqrt[3]{t}\right)^x \;,\; (y>0)$

សមីការទៅជា: $y^2-4y+1=0$

$$y^2-4y+4-4+1=0$$

$$(y-2)^2-3=0 \Leftrightarrow (y-2)^2=3$$

$$y-2=\pm\sqrt{3} \Leftrightarrow y=2\pm\sqrt{3}$$

នោះ $y_1=2-\sqrt{3} \;,\; y_2=2+\sqrt{3}$

ចំពោះ $y=2-\sqrt{3}=\dfrac{1}{t}$

នាំឱ្យ: $\left(\sqrt[3]{t}\right)^x=\dfrac{1}{t}$

$t^{\frac{x}{3}}=t^{-1}$ ព្រោះ $\left(\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}\right)$

$\dfrac{x}{3}=-1 \Rightarrow x=-3$

ចំពោះ $y=2+\sqrt{3}=t$

នាំឱ្យ: $\left(\sqrt[3]{t}\right)^x=t$

$t^{\frac{x}{3}}=t$

$\dfrac{x}{3}=1 \Rightarrow x=3$

ដូចនេះ $\boxed{x=-3 \;,\; x=3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

❖ *ចំណាំ:* យើងដោះស្រាយសមីការ $y^2-4y+1=0$ តាម Δ ក៏បានដែរ ។ ហើយក្នុងការដោះស្រាយលំហាត់ខាងលើនេះគេក៏អាចតាង$\left(t=\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} \Rightarrow t^3=2+\sqrt{3} \;,\; \dfrac{1}{t^3}=2-\sqrt{3}\right)$បានផងដែរ ។

11. $\sqrt{2x+5}-\sqrt{3x-5}=2$

ល/ខ: $\begin{cases}2x+5\ge 0\\3x-5\ge 0\\2x+5>3x-5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{5}{2}\\x\ge \dfrac{5}{3}\\x<10\end{cases} \Rightarrow \dfrac{5}{3}\le x<10$

សមីការអាចសរសេរទៅជា: $\left(\sqrt{2x+5}\right)^2=\left(2+\sqrt{3x-5}\right)^2$

$$2x+5=4+4\sqrt{3x-5}+3x-5$$

$$-x+6=4\sqrt{3x-5}$$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេគេបាន:

$$(-x+6)^2=\left(4\sqrt{3x-5}\right)^2$$

$$x^2-12x+36=16(3x-5)$$

$$x^2-12x+36=48x-80$$

$$x^2-60x+116=0$$

$$(x-58)(x-2)=0$$

$$\begin{cases}x-58=0\\x-2\ \ =0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=58\\x=2\end{cases}$$ (មិនយក)

(សមីការអាចរកតាម Δ' ក៏បានផងដែរ)

ដូចនេះ $\boxed{x=2 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

12. $\sqrt{1-x}=\sqrt{6-x}-\sqrt{5-2x}$

ល/ខ: $\begin{cases}1-x\ge 0\\6-x\ge 0\\5-2x\ge 0\\6-x\ge 5-2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\x\le 6\\x\le\dfrac{5}{2}\\x\ge -1\end{cases}\Rightarrow -1\le x\le 1$

សមីការអាចសរសេរទៅជា: $\left(\sqrt{1-x}\right)^2=\left(\sqrt{6-x}-\sqrt{5-2x}\right)^2$

$$1-x=6-x-2\sqrt{(6-x)(5-2x)}+5-2x$$

$$2\sqrt{30-17x+2x^2}=10-2x$$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេគេបាន:

$$\left(2\sqrt{30-17x+2x^2}\right)^2=(10-2x)^2$$

$$4\left(30-17x+2x^2\right)=100-40x+4x^2$$

$$30-17x+2x^2=25-10x+x^2$$

$$x^2-7x+5=0$$

មាន: $\Delta=(-7)^2-4\times1\times5$

$=49-20=29>0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{29}$

នោះ $x_{1,2}=\dfrac{7\pm\sqrt{29}}{2}$

គេបាន: $x_1=\dfrac{7-\sqrt{29}}{2}$ និង $x_2=\dfrac{7+\sqrt{29}}{2}>1$ (មិនយក)

ដូចនេះ $\boxed{x=\dfrac{7-\sqrt{29}}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

13. $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}=1$

ល/ខ: $\begin{cases}x-1\ge 0\\x\ge 2\sqrt{x-1}\\x+3\ge 4\sqrt{x-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x^2\ge 4x-4\\x^2+6x+9\ge 16x-16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x^2-4x+4\ge 0\\x^2-10x+25\ge 0\end{cases}\Rightarrow\ x\ge 1$

សមីការអាចសរសេរជា: $\sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}+\sqrt{x-1-4\sqrt{x-1}+4}=1$

$$\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-2\right)^2}=1$$

$$\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\left|\sqrt{x-1}-2\right|=1$$

បើ: $\sqrt{x-1}<1$ នាំឱ្យ $-\left(\sqrt{x-1}-1\right)-\left(\sqrt{x-1}-2\right)=1$

$$-\sqrt{x-1}+1-\sqrt{x-1}+2=1$$

$$-2\sqrt{x-1}=-2 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}=1 \text{ (មិនពិត)}$$

បើ: $1\le\sqrt{x-1}\le 2 \Leftrightarrow 1\le x-1\le 4 \Rightarrow 2\le x\le 5$

នោះគេបានសមីការ: $\left(\sqrt{x-1}-1\right)-\left(\sqrt{x-1}-2\right)=1$

$$\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x-1}+2=1$$

$1=1$ ពិតជានិច្ច

បើ: $\sqrt{x-1}>2$

នោះសមីការទៅជា: $\left(\sqrt{x-1}-1\right)+\left(\sqrt{x-1}-2\right)=1$

$$\sqrt{x-1}-1+\sqrt{x-1}-2=1$$

$$2\sqrt{x-1}=4 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}=2 \text{ (មិនពិត)}$$

ដូចនេះ **$2\le x\le 5$ ឬ $x\in[2,5]$ ជាឫសនៃសមីការ** ។

14. $\sqrt{x-5}-\dfrac{x-14}{3+\sqrt{x-5}}=3$ លក្ខខណ្ឌ: $x-5\ge 0 \Rightarrow x\ge 5$

$$\frac{\sqrt{x-5}\left(3+\sqrt{x-5}\right)-x+14}{3+\sqrt{x-5}}=3$$

$$3\sqrt{x-5}+x-5-x+14=9+3\sqrt{x-5}$$

$$x-x+3\sqrt{x-5}-3\sqrt{x-5}=9-9$$

$0x=0$ (សមីការមានឫសច្រើនរាប់មិនអស់)

ប៉ុន្តែ: $x\ge 5$

ដូចនេះ **$x\ge 5$ ជាឫសនៃសមីការ** ។

15. $\sqrt{x-2-2\sqrt{x-3}}=1$ លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases}x-3\ge 0\\ x-2>2\sqrt{x-3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 3\\ (x-4)^2>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\ge 3\\ x\ne 4\end{cases}$

• របៀបទី១

សមីការទៅជា: $\left(\sqrt{x-2-2\sqrt{x-3}}\right)^2=1^2$

$x-2-2\sqrt{x-3}=1 \Leftrightarrow x-3=2\sqrt{x-3}$

$(x-3)^2=\left(2\sqrt{x-3}\right)^2$

$x^2-6x+9=4x-12$

$x^2-10x+21=0$

មាន: $\Delta'=(-5)^2-21\times 1$

$=25-21=4>0$

• របៀបទី២

សមីការទៅជា: $\sqrt{x-2-2\sqrt{x-3}}=1$

$\sqrt{x-3-2\sqrt{x-3}+1}=1$

$\sqrt{\left(\sqrt{x-3}-1\right)^2}=1$

$\left|\sqrt{x-3}-1\right|=1$

ដើម្បីឱ្យសមីការ: $\left|\sqrt{x-3}-1\right|=1$ លុះត្រាតែ:

$\sqrt{x-3}=0 \Leftrightarrow x-3=0$

$\Rightarrow x=3$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{4}=2$

នាំឱ្យ: $x_1=\frac{5-2}{1}=3$, $x_2=\frac{5+2}{1}=7$

ដូចនេះ: $\boxed{x=3 \text{ ឬ } x=7 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

$\sqrt{x-3}=2 \Leftrightarrow x-3=4$

$\Rightarrow x=7$

ដូចនេះ: $\boxed{x=3 \text{ ឬ } x=7 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

16. $\sqrt{2x+\sqrt{4x-1}}+\sqrt{2x-\sqrt{4x-1}}=6$

លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases}4x-1\ge 0\\ 2x\ge\sqrt{4x-1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4x\ge 1\\ (2x-1)^2\ge 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\ge\frac{1}{4}\\ (2x-1)^2\ge 0\end{cases} \Rightarrow x\ge\frac{1}{4}$

សមីការអាចសរសេរទៅជា: $\left(\sqrt{2x+\sqrt{4x-1}}+\sqrt{2x-\sqrt{4x-1}}\right)^2=6^2$

$$2x+\sqrt{4x-1}+2\sqrt{\left(2x+\sqrt{4x-1}\right)\left(2x-\sqrt{4x-1}\right)}+2x-\sqrt{4x-1}=36$$

$$4x+2\sqrt{4x^2-(4x-1)}=36$$

$$\sqrt{4x^2-4x+1}=18-2x$$

• របៀបទី១

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ: $\left(\sqrt{4x^2-4x+1}\right)^2=(18-2x)^2$

$$4x^2-4x+1=324-72x+4x^2$$

$$68x=323 \Rightarrow x=\frac{323}{68}=\frac{19}{4}$$

ដូចនេះ: $\boxed{x=\frac{19}{4} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

• របៀបទី២

ត្រង់: $\sqrt{4x^2-4x+1}=18-2x$

អាចសរសេរជា: $\sqrt{(2x-1)^2}+2x=18$

$$|2x-1|+2x=18$$

បើ: $2x-1>0 \Leftrightarrow 2x-1+2x=18$

$$4x=19 \Rightarrow x=\frac{19}{4}$$

បើ: $2x-1<0 \Leftrightarrow -2x+1+2x=18$

$1=18$ មិនពិត

ដូចនេះ: $\boxed{x=\frac{19}{4} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

17. $\sqrt[3]{13x+37}-\sqrt[3]{13x-37}=\sqrt[3]{2}$

លើកអង្គទាំងពីរជាគូបគេបាន:

$$\left(\sqrt[3]{13x+37}-\sqrt[3]{13x-37}\right)^3=\left(\sqrt[3]{2}\right)^3$$

$$13x+37-3\sqrt[3]{(13x+37)(13x-37)}\left(\sqrt[3]{13x+37}-\sqrt[3]{13x-37}\right)-13x+37=2$$

ព្រោះ: $(a-b)^3=a^3-3ab(a-b)-b^3$

$$-3\sqrt[3]{(13x+37)(13x-37)}\times\sqrt[3]{2}=-72$$

$$\sqrt[3]{169x^2-1369}\times\sqrt[3]{2}=24$$

$$\left(\sqrt[3]{2(169x^2-1369)}\right)^3=24^3$$

$$338x^2-2738=13824$$

$$338x^2=16562 \iff x^2=49$$

$$\Rightarrow x=\pm\sqrt{49}=\pm7$$

ដូចនេះ: $x=\pm7$ ជាឫសនៃសមីការ ។

18. $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$ ល/ខ: $x\geq0$

លើកអង្គទាំងពីរជាគូបគេបាន:

$$\left(\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}\right)^3=\left(\sqrt[3]{5}\right)^3$$

$$1-\sqrt{x}+3\left(\sqrt[3]{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}\right)\left(\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}\right)+1+\sqrt{x}=5$$

ព្រោះ: $(a+b)^3=a^3+3ab(a+b)+b^3$

$$3\sqrt[3]{1-x}\times\sqrt[3]{5}=3 \iff \sqrt[3]{5(1-x)}=1$$

លើកអង្គទាំងពីរជាគូបគេបាន:

$$\left(\sqrt[3]{5(1-x)}\right)^3=1^3$$

$$5-5x=1$$

$$5x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{5}$$

ដូចនេះ: $x=\frac{4}{5}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

19. $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{x-b}}{\sqrt{b}+\sqrt{x-a}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$, $a>0$, $b>0$, $a\neq1$

ល/ខ: $\begin{cases}x-b\geq0\\x-a\geq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\geq b\\x\geq a\end{cases}$

សមីការអាចសរសេរជា: $\sqrt{b}\left(\sqrt{a}+\sqrt{x-b}\right)=\sqrt{a}\left(\sqrt{b}+\sqrt{x-a}\right)$

$$\sqrt{ab}+\sqrt{xb-b^2}=\sqrt{ab}+\sqrt{xa-a^2}$$

$$\sqrt{xb-b^2}=\sqrt{xa-a^2}$$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ:

$$\left(\sqrt{xb-b^2}\right)^2=\left(\sqrt{xa-a^2}\right)^2$$

$$xb-b^2=xa-a^2$$

$$xa-xb=a^2-b^2$$

$$(a-b)x=a^2-b^2$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)}=a+b$$

ដូចនេះ $\boxed{x=a+b \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

20. $$\frac{\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}-\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{1-\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$$

ល/ខ: $\begin{cases}x-\sqrt{2}\neq 0\\ x+\sqrt{2}\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq\sqrt{2}\\ x\neq-\sqrt{2}\end{cases}$

សមីការអាចសរសេរ: $$\frac{\frac{\left(x+\sqrt{2}\right)^2-\left(x-\sqrt{2}\right)^2}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)}}{\frac{x+\sqrt{2}-x+\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$$

$$\frac{x^2+2\sqrt{2}x+2-x^2+2\sqrt{2}x-2}{2\sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)}=\sqrt{2}$$

$$\frac{4\sqrt{2}x}{2\sqrt{2}\left(x-\sqrt{2}\right)}=\sqrt{2}$$

$$2x=\sqrt{2}x-2$$

$$2x-\sqrt{2}x=-2\ \Leftrightarrow\ x\left(2-\sqrt{2}\right)=-2$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{-2}{2-\sqrt{2}}=\frac{-2\left(2+\sqrt{2}\right)}{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)}=\frac{-2\left(2+\sqrt{2}\right)}{4-2}=-\frac{2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}=-2-\sqrt{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{x=-2-\sqrt{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

XIII. *ដោះស្រាយសមីការ*

1. $3x^3-10x^2+10x-4=0$

<u>របៀបទី១</u> $3x^3-6x^2-4x^2+8x+2x-4=0$

$$3x^2(x-2)-4x(x-2)+2(x-2)=0$$

$$(x-2)\left(3x^2-4x+2\right)=0$$

នាំឱ្យ: $x-2=0\Rightarrow x=2$

ឬ $3x^2-4x+2=0$

មាន: $\Delta'=(-2)^2-6=-2<0$ សមីការគ្មានចម្លើយ

<u>របៀបទី២</u> តាង $f(x)=3x^3-10x^2+10x-4$

ដោយ $f(2)=24-40+20-4=0$

នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-2$

បើ $f(x)=0$ នោះ $(x-2)(3x^2-4x+2)=0$

នាំឱ្យ: $x-2=0 \Rightarrow x=2$

ឬ $3x^2-4x+2=0$

មាន: $\Delta'=(-2)^2-6=-2<0$ សមីការគ្មានចម្លើយ

ចែកពហុធា

$$\begin{array}{r|l} 3x^3-10x^2+10x-4 & 3x^2-4x+2 \\ -4x^2+10x & x-2 \\ 2x-4 & \\ 0 & \end{array}$$

ដូចនេះ $\boxed{x=2 \text{ ជាចម្លើយនៃសមីការ}}$ ។

2. $x^3-6x^2+11x-6=0$

<u>របៀបទី១</u> $x^3-2x^2-4x^2+8x+3x-6=0$

$x^2(x-2)-4x(x-2)+3(x-2)=0$

$(x-2)(x^2-4x+3)=0$

$(x-2)(x-1)(x-3)=0$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} x-2=0 \\ x-1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$

<u>របៀបទី២</u> តាង $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$

ដោយ $f(1)=1-6+11-6=0$

នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $(x-2)(x^2-5x+6)=0$

$(x-1)(x-2)(x-3)=0$

ចែកពហុធា

$$\begin{array}{r|l} x^3-6x^2+11x-6 & x^2-5x+6 \\ -5x^2+11x & x-1 \\ 6x-4 & \\ 0 & \end{array}$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} x-2=0 \\ x-1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x=1 \text{ ឬ } x=2 \text{ ឬ } x=3 \text{ ជាចម្លើយនៃសមីការ}}$ ។

3. $x^3-7x+6=0$

<u>របៀបទី១</u> $x^3-x^2+x^2-x-6x+6=0$

$x^2(x-1)-x(x-1)-6(x-1)=0$

$(x-1)(x^2+x-6)=0$

$(x-1)(x-2)(x+3)=0$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{cases}$

របៀបទី២ តាង $f(x)=x^3-7x+6$

ដោយ $f(1)=1-7+6=0$

នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $(x-1)(x^2+x-6)=0$

$(x-1)(x-2)(x+3)=0$

ចែកពហុធា

$$\begin{array}{r|l} x^3-7x+6 & x-1 \\ x^2+x-6 & \\ x^2-7x & \\ -6x+6 & \\ 0 & \end{array}$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{cases}$

ដូចនេះ $x=1$ ឬ $x=2$ ឬ $x=-3$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

4. $x^3+2x^2-5x-6=0$

របៀបទី១ $x^3+x^2+x^2+x-6x-6=0$

$x^2(x+1)+x(x+1)-6(x+1)=0$

$(x+1)(x^2+x-6)=0$

$(x+1)(x-2)(x+3)=0$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} x+1=0 \\ x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{cases}$

របៀបទី២ តាង $f(x)=x^3+2x^2-5x-6$

ដោយ $f(-1)=-1+2+5-6=0$

នោះ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $(x+1)(x^2+x-6)=0$

$(x+1)(x-2)(x+3)=0$

ចែកពហុធា

$$\begin{array}{r|l} x^3-7x-6 & x+1 \\ x^2+x-6 & \\ x^2-5x & \\ -6x-6 & \\ 0 & \end{array}$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{cases}$

ដូចនេះ $x=-1$ ឬ $x=2$ ឬ $x=-3$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

5. $4x^4-37x^2+9=0$

$(4x^2)^2-37x^2+9=0$

តាង: $t=x^2$, $t>0$

គេបាន: $4t^2-37t+9=0$

$$\begin{array}{ccc} 4t^2 & 9 & -37t \\ \hline 4t & -1 \rightarrow & -t \\ t & -9 \rightarrow & -36t \\ \hline & & -37t \end{array}$$ ពិត

នាំឱ្យ: $(4t-1)(t-9)=0$

នោះ: $\left[\begin{array}{l} 4t-1=0 \\ t-9=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{4} \\ t=9 \end{array}\right.$

បើ $t=\dfrac{1}{4}$ នោះ: $x^2=\dfrac{1}{4} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\pm\dfrac{1}{2}$

បើ $t=9$ នោះ: $x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

ដូចនេះ: $x=\pm\dfrac{1}{2}$ ឬ $x=\pm 3$ ជាឫសនៃសមីការ ។

6\. $81x^4+1=18x^2$

$81x^4-18x^2+1=0$

តាង: $t=x^2$, $t>0$

គេបាន: $81t^2-18t+1=0$

$(9t-1)^2=0$

$9t-1=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{9}$

នាំឱ្យ: $x^2=\dfrac{1}{9} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\pm\dfrac{1}{3}$

ដូចនេះ: $x=\pm\dfrac{1}{3}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

7\. $13x^2-36=x^4$

$x^4-13x^2+36=0$

តាង: $t=x^2$, $t>0$

គេបាន: $t^2-13t+36=0$

$$\begin{array}{ccc} t^2 & 36 & -13t \\ \hline t & -9 \rightarrow & -9t \\ t & -4 \rightarrow & -4t \\ \hline & & -13t \end{array}$$ ពិត

នាំឱ្យ: $(t-9)(t-4)=0$

នោះ $\left[\begin{array}{l} t-9=0 \\ t-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} t=9 \\ t=4 \end{array}\right.$

បើ $t=4$ នោះ $x^2=4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

បើ $t=9$ នោះ $x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm 2 \text{ ឬ } x=\pm 3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

8. $x^4-36=5x^2$

$x^4-5x^2-36=0$

តាង: $t=x^2 \quad , \; t>0$

គេបាន: $t^2-5t-36=0$

$(t-9)(t+4)=0$

$\left[\begin{array}{l} t-9=0 \\ t+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=9 \\ t=-4<0 \text{ មិនយក} \end{array}\right.$

នាំឱ្យ: $x^2=9 \Rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm 3 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

9. $x^4-23x^2=-112$

$x^4-23x^2+112=0$

តាង: $t=x^2 \quad , \; t>0$

គេបាន: $t^2-23t+112=0$

មាន: $\Delta=(-23)^2-4\times 112$

$=529-448=81 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{81}=9$

នាំឱ្យ: $t_1=\dfrac{23-9}{2}=7 \; , \; t_2=\dfrac{23+9}{2}=16$

បើ $t=7$ នោះ $x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$

បើ $t=16$ នោះ $x^2=16 \Rightarrow x=\pm\sqrt{16}=\pm 4$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm\sqrt{7} \text{ ឬ } x=\pm 4 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

10. $\sqrt{2}x^{2017}-\sqrt{2}x=2\cdot x^{2016}-2$

$\sqrt{2}x^{2017}-2\cdot x^{2016}-\sqrt{2}x+2=0$

$x^{2016}\left(\sqrt{2}x-2\right)-\left(\sqrt{2}x-2\right)=0$

$\left(\sqrt{2}x-2\right)\left(x^{2016}-1\right)=0$ នាំឱ្យ: $\left[\begin{array}{l} \sqrt{2}x-2=0 \\ x^{2016}-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x^{2016}=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2} \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x=\pm 1 \text{ ឬ } x=\sqrt{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

11. $\left(x^2-7x\right)^2=2\left(x^2-7x\right)+48$

$\left(x^2-7x\right)^2-2\left(x^2-7x\right)-48=0$

តាង: $t=x^2-7x$

គេបាន: $t^2-2t-48=0$

$(t-8)(t+6)=0$

នោះ $t=8$ ឬ $t=-6$

បើ $t=8$ នោះ $x^2-7x=8$

$x^2-7x-8=0$

$(x-8)(x+1)=0$

នោះ $\left[\begin{array}{l}x-8=0\\x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\x=-1\end{array}\right.$

បើ $t=16$ នោះ $x^2-7x=-6$

$x^2-7x+6=0$

$(x-6)(x-1)=0$ នោះ $\left[\begin{array}{l}x-6=0\\x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=1\end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x=8 \text{ ឬ } x=-1 \text{ ឬ } x=1 \text{ ឬ } x=6 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

12. $a^2b^2x^4-b^4x^2-a^4x^2+a^2b^2=0$; $(a,b\neq 0$; x ជាអញ្ញាត)

តាង $t=x^2$, $t>0$

$a^2b^2t^2-b^4t-a^4t+a^2b^2=0$

$b^2t\left(a^2t-b^2\right)-a^2\left(a^2t-b^2\right)=0$

$\left(a^2t-b^2\right)\left(b^2t-a^2\right)=0$

នាំឱ្យ: $\left[\begin{array}{l}a^2t-b^2=0\\b^2t-a^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{b^2}{a^2}\\t=\dfrac{a^2}{b^2}\end{array}\right.$

បើ $t=\dfrac{b^2}{a^2}$ នោះ $x^2=\dfrac{b^2}{a^2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{b^2}{a^2}}=\pm\dfrac{b}{a}$

បើ $t=\dfrac{a^2}{b^2}$ នោះ $x^2=\dfrac{a^2}{b^2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{a^2}{b^2}}=\pm\dfrac{a}{b}$

ដូចនេះ $\boxed{x\pm\dfrac{b}{a} \text{ ឬ } x\pm\dfrac{a}{b} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

13. $4x^4 = 3x^3 + x^2$

$4x^4 - 3x^3 - x^2 = 0$

$x^2\left(4x^2 - 3x - 1\right) = 0$

$x^2(4x+1)(x-1) = 0$

នោះ $\left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ 4x+1=0 \\ x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{1}{4} \\ x = 1 \end{array}\right.$

ដូចនេះ $\boxed{x = 0 \text{ ឬ } x = -\dfrac{1}{4} \text{ ឬ } x = 1 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

14. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 3$

$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3) = 3$

$\left(x^2+5x+4\right)\left(x^2+5x+6\right) = 3$

តាង: $t = x^2 + 5x + 4$

គេបាន: $t(t+2) = 3$

$t^2 + 2t - 3 = 0$

$(t-1)(t+3) = 0$

នាំឱ្យ $t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1$ ឬ $t + 3 = 0 \Rightarrow t = -3$

បើ $t = 1$ នោះ $x^2 + 5x + 4 = 1$

$x^2 + 5x + 3 = 0$

មាន: $\Delta = 25 - 12 = 13 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{13}$

នោះ $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

បើ $t = -3$ នោះ $x^2 + 5x + 4 = -3$

$x^2 + 5x + 7 = 0$

មាន: $\Delta = 25 - 28 = -3 < 0$ នោះសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ $\boxed{x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

15. $\left(x^2+2x+4\right)\left(x^2+2x+3\right) = x^2 + 2x + 7$

តាង $t = x^2 + 2x + 4$, $t > 0$

សមីការអាចសសរសេរជា $t(t-1) = (t+3)$

$t^2 - t = t + 3$

$t^2-2t-3=0$

$(t+1)(t-3)=0$

នោះ $\left[\begin{array}{l} t+1=0 \\ t-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1<0 \text{ មិនយក} \\ t=3 \end{array}\right.$

បើ $t=3$ នោះ $x^2+2x+4=3$

$x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

ដូចនេះ $\boxed{x=-1 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

16. $(x^2+x+3)(x^2+x)=4$

តាង $t=x^2+x$, $t>0$

សមីការអាចសសរសេរជា $(t+3)t=4$

$t^2+3t-4=0$

$(t-1)(t+4)=0$

នោះ $\left[\begin{array}{l} t-1=0 \\ t+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-4<0 \text{ មិនយក} \end{array}\right.$

បើ $t=1$ នោះ $x^2+x=1$

$x^2+x-1=0$

$x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-1=0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

$x+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{\frac{5}{4}} \Rightarrow x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

17. $x^4-4x=1$

$x^4-4x-1=0$

$x^4+2x^2-2x^2-4x-2+1=0$

$(x^2)^2+2x^2+1-\left[\left(\sqrt{2}x\right)^2+4x+\sqrt{2}\right]=0$

$(x^2+1)^2-\left(\sqrt{2}x+\sqrt{2}\right)^2=0$

$\left(x^2+1-\sqrt{2x}-\sqrt{2}\right)\left(x^2+1+\sqrt{2x}+\sqrt{2}\right)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l} x^2-\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}=0\ (1) \\ x^2+\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}=0\ (2)\end{array}\right.$

តាម (1) $x^2-\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}=0$

មាន: $\Delta=2-4+4\sqrt{2}=4\sqrt{2}-2\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{4\sqrt{2}-2}$

នាំឱ្យ $x_{1,2}=\dfrac{\sqrt{2}\pm\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}$

តាម (2) $x^2+\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}=0$

មាន: $\Delta=2-4-4\sqrt{2}=-4\sqrt{2}-2<0$ នោះសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ $\boxed{x_{1,2}=\dfrac{\sqrt{2}\pm\sqrt{4\sqrt{2}-2}}{2}}$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

18. $x^{2017}-5x^{2016}+6x^{2015}=0$

$x^{2015}\left(x^2-5x+6\right)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l} x^{2015}=0 \\ x^2-5x+6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ (x-2)(x-3)=0\ (*)\end{array}\right.$

តាម:$(*)$ $(x-2)(x-3)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x-3=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3\end{array}\right.$

ដូចនេះ $x=0$ ឬ $x=2$ ឬ $x=3$ ជាឫសសមីការ ។

19. $\dfrac{1}{(3x+1)(3x+2)}+\dfrac{1}{(3x+2)(3x+3)}+\dfrac{1}{(3x+3)(3x+4)}=\dfrac{2}{(3x+1)}$

លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases} 3x+1\neq 0 \\ 3x+2\neq 0 \\ 3x+3\neq 0 \\ 3x+4\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x\neq -1/3 \\ x\neq -2/3 \\ x\neq -1 \\ x\neq -4/3\end{cases}$

សមីការអាចសរសេរទៅជា $\dfrac{1}{(3x+1)(3x+2)}-\dfrac{2}{(3x+1)}+\dfrac{1}{(3x+2)(3x+3)}+\dfrac{1}{(3x+3)(3x+4)}=0$

$$\frac{1-6x-4}{(3x+1)(3x+2)}+\frac{3x+2+3x+4}{(3x+2)(3x+3)}=0$$

$$\frac{(-6x-3)}{(3x+1)(3x+2)}+\frac{2(3x+3)}{(3x+2)(3x+3)}=0$$

$$\frac{(-6x-3)(3x+4)+2(3x+1)}{(3x+1)(3x+2)(3x+4)}=0$$

$$-18x^2-24x-9x-12+6x+2=0$$

$$-18x^2-27x-10=0$$

$$18x^2+27x+10=0$$

មាន: $\Delta=792-720=9>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=3$

នោះ $x_1=\frac{-27-3}{36}=\frac{-30}{36}=-\frac{5}{6}$, $x_2=\frac{-27+3}{36}=\frac{-24}{36}=-\frac{2}{3}$ មិនយក

ដូចនេះ $x=-\frac{5}{6}$ ជាឫសនៃសមីការ ។

20. $\frac{1}{x^2+5x+4}+\frac{1}{x^2+18x+28}+\frac{1}{x^2+17x+70}+\frac{2}{x^2+23x+130}=\frac{4}{13}$

$$\frac{1}{(x+1)(x+4)}+\frac{1}{(x+4)(x+7)}+\frac{1}{(x+7)(x+10)}+\frac{2}{(x+10)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases}x+1\neq 0\\ x+4\neq 0\\ x+7\neq 0\\ x+10\neq 0\\ x+13\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq -4\\ x\neq -7\\ x\neq -10\\ x\neq -13\end{cases}$

សមីការអាចសរសេរទៅជា $\frac{1}{(x+1)(x+4)}+\frac{1}{(x+4)(x+7)}+\frac{1}{(x+7)(x+10)}+\frac{2}{(x+10)(x+13)}=\frac{4}{13}$

$$\frac{x+7+x+1}{(x+1)(x+4)(x+7)}+\frac{x+13+x+7}{(x+7)(x+10)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

$$\frac{2(x+4)}{(x+1)(x+4)(x+7)}+\frac{2(x+10)}{(x+7)(x+10)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

$$\frac{2}{(x+1)(x+7)}+\frac{2}{(x+7)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

$$\frac{2(x+13)+2(x+1)}{(x+1)(x+7)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

$$\frac{2x+26+2x+2}{(x+1)(x+7)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

$$\frac{4(x+7)}{(x+1)(x+7)(x+13)}=\frac{4}{13}$$

$$4\times 13=4(x+1)(x+13)$$

$$x^2+14x+13=13$$

$$x^2+14x=0$$

$x(x+14)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l}x=0\\x+14=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-14\end{array}\right.$

ដូចនេះ: $\boxed{x=0 \text{ ឬ } x=-14 \text{ ជាឫសនៃសមីការ}}$ ។

X. 1/. *រកតម្លៃ x,y,z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម ៖*

a. $x+y+z=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}-4$ លក្ខខណ្ឌ: $\begin{cases}x-2\ge 0\\y-3\ge 0\\z-5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\y\ge 3\\z\ge 5\end{cases}$

$x+y+z-2\sqrt{x-2}-4\sqrt{y-3}-6\sqrt{z-5}+4=0$

$\left(x-2-2\sqrt{x-2}+1\right)+\left(y-3-4\sqrt{y-3}+4\right)+\left(z-5-6\sqrt{z-5}+9\right)=0$

$\left(\sqrt{x-2}-1\right)^2+\left(\sqrt{y-3}-2\right)^2+\left(\sqrt{z-5}-3\right)^2=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}\sqrt{x-2}=1\\\sqrt{y-3}=2\\\sqrt{z-5}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=1\\y-3=4\\z-5=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=7\\z=14\end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{x=3\ ;\ y=7 \text{ និង } z=14 \text{ ជាចំនួនដែលត្រូវរក}}$ ។

b. $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{1}{2}(x+y+z)$ លក្ខខណ្ឌ: $x\ge 0$, $y\ge 1$, $z\ge 2$

$2\sqrt{x}+2\sqrt{y-1}+2\sqrt{z-2}=x+y+z$

$x-2\sqrt{x}+y-2\sqrt{y-1}+z-2\sqrt{z-2}=0$

$\left(x-2\sqrt{x}+1\right)+\left(y-1-2\sqrt{y-1}+1\right)+\left(z-2-2\sqrt{z-2}+1\right)=0$

$\left(\sqrt{x}-1\right)^2+\left(\sqrt{y-1}-1\right)^2+\left(\sqrt{z-2}-1\right)^2=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}\sqrt{x}=1\\\sqrt{y-1}=1\\\sqrt{z-2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y-1=1\\z-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3\end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{x=1\ ;\ y=2 \text{ និង } z=3 \text{ ជាចំនួនដែលត្រូវរក}}$ ។

c. $x+y+z+47=6\sqrt{x-1}+8\sqrt{y-1}+10\sqrt{z-1}$ លក្ខខណ្ឌ: $x\ge 1$, $y\ge 1$, $z\ge 1$

$x-6\sqrt{x-1}+y-8\sqrt{y-1}+z-10\sqrt{z-1}+47=0$

$\left(x-1-6\sqrt{x-1}+9\right)+\left(y-1-8\sqrt{y-3}+16\right)+\left(z-1-10\sqrt{z-1}+25\right)=0$

$\left(\sqrt{x-1}-3\right)^2+\left(\sqrt{y-1}-4\right)^2+\left(\sqrt{z-1}-5\right)^2=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}\sqrt{x-1}=3\\ \sqrt{y-1}=4\\ \sqrt{z-1}=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-1=9\\ y-1=16\\ z-1=25\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=10\\ y=17\\ z=26\end{cases}$

ដូចនេះ $x=10$; $y=17$ និង $z=26$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

2/. *រកឫសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ* $2(x+y)+16=3xy$

យើងមាន $2(x+y)+16=3xy$

$2x+2y+16-3xy=0$

$2x+2y+16-3xy=0$

$x(2-3y)+2y+16=0$

$3x(2-3y)+6y+48=0$ (គុណអង្គទាំងពីរនឹង 3)

$3x(2-3y)+2(3y-2)+52=0$

$3x(2-3y)-2(2-3y)=-52$

$(3y-2)(3x-2)=52$ ($52=1\times52=52\times1=4\times13=13\times4=26\times2=2\times26$)

នាំឱ្យ $\begin{cases}3y-2=1\\ 3x-2=52\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=1\\ x=18\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3y-2=1\\ 3x-2=52\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=18\\ x=1\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}3y-2=4\\ 3x-2=13\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=2\\ x=5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3y-2=13\\ 3x-2=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=5\\ x=2\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}3y-2=26\\ 3x-2=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=28/3\\ x=4/3\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3y-2=2\\ 3x-2=26\end{cases} \Rightarrow \left.\begin{cases}y=4/3\\ x=28/3\end{cases}\right\}$ មិនយក ព្រោះ $x,y\in\mathbb{N}$

ដូចនេះ គូចម្លើយនៃ (x,y) គឺ: $(1,18)$ ឬ $(18,1)$ ឬ $(5,2)$ ឬ $(2,5)$ ។

3/. *រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប* (x,y) *ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ* $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$

យើងមាន $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$; $x,y\in\mathbb{Z}$

$3x+3y=xy$; $(x,y\neq0)$

$xy-3x=3y$

$x(y-3)=3y$

$x=\frac{3y}{y-3}=\frac{3y-9+9}{y-3}=3+\frac{9}{y-3}$ (1)

ដើម្បីឱ្យ x ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប កាលណា 9 ចែកដាច់នឹង $y-3$

នោះ $y-3=9\Rightarrow y=12$ នោះ $x=4$

$y-3=3\Rightarrow y=6$ នោះ $x=6$

$y-3=1\Rightarrow y=4$ នោះ $x=12$

$y-3=-1\Rightarrow y=2$ នោះ $x=-6$

$y-3=-3\Rightarrow y=0$ (មិនយក)

$y-3=-9\Rightarrow y=-6$ នោះ $x=2$

ដូចនេះ: គូចម្លើយនៃ (x,y) គឺ: $(4,12)$ ឬ $(6,6)$ ឬ $(12,4)$ ឬ $(-6,2)$ ឬ $(2,-6)$ ។

4/. *រកគ្រប់គូចម្លើយនៃ (x,y) ដែល $x,y\in\mathbb{N}^*$*

យើងមាន $x^2+2018^2=y^2+2017^2$

$y^2-x^2=2018^2-2017^2$ នាំឱ្យ $y>x$

$(y-x)(y+x)=4035$ ($4035=1\times4035=3\times1345=5\times807=15\times269$)

ដោយ $y>x\Rightarrow y+x>y-x$

គេបាន , ប្រព័ន្ធសមីការ

$$+\begin{cases}y+x=4035\\y-x=1\end{cases}\qquad +\begin{cases}y+x=807\\y-x=5\end{cases}\qquad +\begin{cases}y+x=1345\\y-x=3\end{cases}\qquad +\begin{cases}y+x=269\\y-x=15\end{cases}$$

$$2y=4035\qquad 2y=812\qquad 2y=1348\qquad 2y=284$$

$$y=2018\ (1)\qquad y=406\ (2)\qquad y=674\ (3)\qquad y=142\ (4)$$

តាម (1) $y=2018$ នោះ $x=2017$

តាម (2) $y=406$ នោះ $x=401$

តាម (3) $y=674$ នោះ $x=671$

តាម (4) $y=142$ នោះ $x=12$

ដូចនេះ: គូចម្លើយនៃ (x,y) គឺ: $(2017,2018)$ ឬ $(401,406)$ ឬ $(671,674)$ ឬ $(127,142)$ ។

5/. a. *រកតម្លៃ x,y ដើម្បីឱ្យកន្សោមតូចបំផុត*

ដោយ: $2x^2+9y^2-6xy-6x-12y+30=x^2-6xy+9y^2+x^2-10x+25+4x-12y+5$

$=(x-3y)^2+(x-5)^2+4(x-3y)+5$

$=(x-3y)^2+4(x-3y)+4+(x-5)^2+1$

$=(x-3y+2)^2+(x-5)^2+1$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងលើតូចបំផុត កាលណា $\begin{cases}x-3y+2=0\\x-5=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=\dfrac{7}{3}\\x=5\end{cases}$

ដូចនេះ: $x=5\ ,\ y=\frac{7}{3}$ នាំឱ្យកន្សោមតូចបំផុត ។

b. *រកចំនួន* x,y

ដោយ: $x+y=72$ ហើយ $PGCD(x,y)=12$ នាំឱ្យ $x=12a\ ,\ y=12b$

ដែល $PGCD(a,b)=1$ ឬ $a\ ,b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា

គេបាន: $12(a+b)=72$ ឬ $a+b=6\Rightarrow a=1\ ,b=5$ ឬ $a=5\ ,b=1$

– បើ $a=1\ ,b=5\Rightarrow\begin{cases}x=12\times1=12\\y=12\times5=60\end{cases}$

– បើ $a=5\ ,b=1\Rightarrow\begin{cases}x=12\times5=60\\y=12\times1=12\end{cases}$

ដូចនេះ: $(x=60,y=12)$ ឬ $(x=12,y=60)$ ជាចនួនដែលត្រូវរក ។

XV. **ដោះស្រាយចំណោទសមីការ:**

1. រកចំនួនដែលត្រូវថែមលើតួទាំងពីរនៃប្រភាគ:

តាង: x ជាចំនួនដែលត្រូវថែមលើប្រភាគ $\frac{8}{3}$ ដើម្បីឱ្យប្រភាគស្មើ $\frac{3}{2}$

គេបានសមីការ: $\frac{8+x}{3+x}=\frac{3}{2}$ លុ/ខ: $x\neq-3$

$16+2x=9+3x$

$x=7$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{8+x}{3+x}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{8+7}{3+7}=\frac{3}{2}$

$\frac{15}{10}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$ ពិត

ដូចនេះ: $x=7$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

2.រកមួយចំនួននោះ

តាង: x ជាចំនួនដែលត្រូវរក

ដោយផលបូកការេ និងចម្រាសការេនៃចំនួននោះស្មើនឹង $\frac{17}{4}$

គេបានសមីការ: $x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{17}{4}$ ល/ខ: $x\neq 0$

$$4x^4+4=17x^2$$
$$4x^4-17x^2+4=0$$

តាង: $t=x^2$, $t>0$

សមីការទៅជា: $t^2-17t+4=0$

$$4t^2-16t-t+4=0 \Leftrightarrow 4t(t-4)-(t-4)=0$$
$$(t-4)(4t-1)=0$$
$$\begin{cases}t-4=0\\4t-1=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}t=4\\t=\frac{1}{4}\end{cases}$$

បើ: $t=4$ នោះ $x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

បើ: $t=\frac{1}{4}$ នោះ $x^2=\frac{1}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: ចំពោះ $x=\pm 2 \Leftrightarrow (\pm 2)^2+\frac{1}{(\pm 2)^2}=\frac{17}{4}$

$$4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4} \Leftrightarrow \frac{17}{4}=\frac{17}{4}$$ ពិត

ចំពោះ $x=\pm\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\pm\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{\left(\pm\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{17}{4}$

$$\frac{1}{4}+4=\frac{17}{4} \Leftrightarrow \frac{17}{4}=\frac{17}{4}$$ ពិត

ដូចនេះ $x=\pm 2$ ឬ $x=\pm\frac{1}{2}$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

3. រកចំនួនគត់ n

ដោយចំនួនគត់ $x_1,x_2,x_3,...,x_n$ ដែលមាន n ចំនួនមានមធ្យមភាគស្មើ 22

គេបាន: $\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_n}{n}=22$

$$x_1+x_2+x_3+...+x_n=22n \quad (1)$$

បើគេបន្ថែម 29 ទៅលើ n ចំនួនគេបានមធ្យមភាគថ្មីស្មើ 23

គេបាន: $\frac{x_1+x_2+x_3+...+x_n+29}{n+1}=23$

$$x_1+x_2+x_3+...+x_n+29=23n+23$$
$$x_1+x_2+x_3+...+x_n=23n-6 \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន:

$$23n-6=22n$$
$$23n-22n=6$$
$$n=6$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $n=6 \Leftrightarrow 23\times 6-6=22\times 6$

$$138-6=132$$
$$132=132$$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួនគត់ដែលត្រូវរកគឺ: $n=6$ ។

4. រកចំនួនសំណួរដែលសិស្សឆ្លើយត្រូវ:

តាង: x ជាចំនួនសំណួរដែលសិស្សឆ្លើយត្រូវ

$25-x$ ជាចំនួនសំណួរដែលសិស្សឆ្លើយខុស

ដោយចម្លើយត្រូវមួយបាន 4 ពិន្ទុ ខុសមួយបាន -1 ពិន្ទុ តែសិស្សទទួលបាន 70 ពិន្ទុ ពេលឆ្លើយបានគ្រប់សំណួរ

គេបានសមីការ: $4x-(25-x)=70$

$$4x-25+x=70$$

$$5x=95 \Leftrightarrow x=\frac{95}{5}=19$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $4\times19-(25-19)=70$

$$76-6=70$$

$70=70$ ពិត

ដូចនេះ: សិស្សនោះឆ្លើយសំណួរត្រូវបាន 19 សំណួរ ។

5. រកពីរចំនួននោះ

តាង: x ជាចំនួនទី១

$25-x$ ជាចំនួនទី២ ដែល $x<25$

ដោយផលបូកចម្រាសរបស់វាស្មើនឹង $\frac{1}{6}$

គេបានសមីការ: $\frac{1}{x}+\frac{1}{25-x}=\frac{1}{6}$

$$\frac{25-x+x}{x(25-x)}=\frac{1}{6}$$

$$x(25-x)=150$$

$$x^2-25x+150=0$$

$$(x-10)(x-15)=0$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases}x-10=0\\x-15=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=10\\x=15\end{cases}$

បើ: $x=10$ នោះ: $25-x=15$ បើ: $x=15$ នោះ: $25-x=10$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: ចំពោះ $x=10 \Leftrightarrow \frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$

$\frac{15+10}{150}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ ពិត

ចំពោះ: $x=15 \Leftrightarrow \frac{1}{15}+\frac{1}{10}=\frac{1}{6}$

$\frac{10+15}{150}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ ពិត

ដូចនេះ: $(10,15)$ ឬ $(15,10)$ ជាពីរចំនួនដែលត្រូវរក ។

6. រកចំនួនរថយន្តនៃក្បួនដំបូង:

តាង: x ជាចំនួនរថយន្តនៃក្បួនដំបូង ,$(x>0)$

ដំបូងចំនួនរថយន្តគឺ x ហើយរថយន្តនីមួយៗត្រូវផ្ទុកអង្ករ $\frac{30}{x}t$ ។ពេលចេញដំណើរចំនួនរថយន្តគឺ $x+2$

ហើយរថយន្តនីមួយៗត្រូវផ្ទុកអង្ករ $\frac{30}{x+2}t$ ។

ដោយរថយន្តនីមួយៗត្រូវផ្ទុកថយអស់ $\frac{1}{2}t$

គេបានសមីការ: $\frac{30}{x}-\frac{30}{x+2}=\frac{1}{2}$

$$\frac{60(x+2)-60x}{2x(x+2)}=\frac{x(x+2)}{2x(x+2)}$$

$$60x+120-60x=x^2+2x$$

$$x^2+2x-120=0$$

$$(x-10)(x+12)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-10=0 \\ x+12=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=-12<0 \end{cases}$$

ដោយ: $x>0$ នោះ $x=-12<0$ មិនយក

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{30}{10}-\frac{30}{10+2}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{2}-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ពិត

ដូចនេះ: ក្បួនរថយន្តដំបូងមាន 10 គ្រឿង ។

7. រកប្រវែងរបងនៃសួន:

តាង: x ជាប្រវែងទទឹងនៃចំការ

$x+10$ ជាប្រវែងបណ្ដោយនៃចំការ ,$(x>0)$

នាំឱ្យ: ប្រវែងរបងគឺ: $P=2\left[x+(x+10)\right]=2(2x+10)m$

ដោយសួនច្បារមានរាងជាចតុកោណកែង ហើយមានផ្ទៃក្រឡា $1200m^2$

គេបានសមីការ: $x(x+10)=1200$

$$x^2+10x-1200=0$$

មាន: $\Delta'=5^2-1\times(-1200)$

$$=25+1200=1225>0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{1225}=35$$

នាំឱ្យ: $x_1=\frac{-5-35}{1}=-40<0$ មិនយក

$$x_2=\frac{-5+35}{1}=30$$

បើ: $x=30$ នោះ $x+10=40$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: យក $x=10$ ទៅជួសក្នុងសមីការគេបាន:

$$30\times40=1200$$

$1200=1200$ ពិត

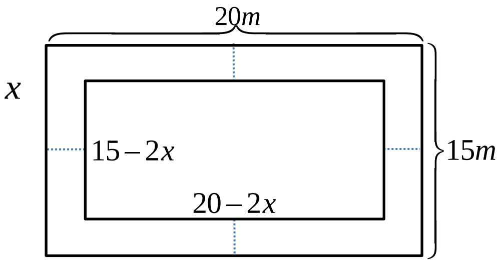
នាំឱ្យ: $P = 2(2\times30+10)$

$P = 2\times70 = 140m$

ដូចនេះ: ប្រវែងរបងនៃសួនគឺ $140m$ ។

8. រកប្រវែងទទឹងផ្លូវនៃសួនច្បារនោះ

តាង: x ជាប្រវែងទទឹងផ្លូវ , $0 < 2x < 15 \Leftrightarrow 0 < x < 7.5$



ដោយក្រឡាផ្ទៃនៃផ្លូវស្មើ $74m^2$

គេបានសមីការ: $(15-2x)(20-2x)+74 = 20\times15$

$300-30x-40x+4x^2+74 = 300$

$4x^2-70x+74 = 0$

$2x^2-35x+37 = 0$

មាន: $\Delta = (-35)^2 - 4\times2\times37$

$= 1225-296 = 929 > 0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{929}$

នាំឱ្យ: $x_1 = \dfrac{35-\sqrt{929}}{4}$, $x_2 = \dfrac{35+\sqrt{929}}{4} > 7.5$ មិនយក

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\left(15-\dfrac{35-\sqrt{929}}{2}\right)\left(20-\dfrac{35-\sqrt{929}}{2}\right)+74 = 300$

$\left(\dfrac{30-35+\sqrt{929}}{2}\right)\left(\dfrac{40-35+\sqrt{929}}{2}\right)+74 = 300$

$\dfrac{(\sqrt{929}-5)(\sqrt{929}+5)}{4}+74 = 300$

$\dfrac{929-25}{4}+74 = 300$

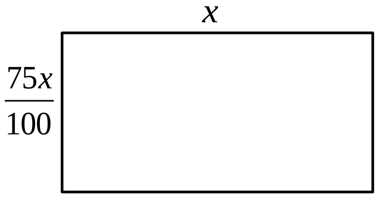
$226+74 = 300 \Leftrightarrow 300 = 300$ ពិត

ដូចនេះ: ប្រវែងទទឹងនៃផ្លូវនោះគឺ $x = \left(\dfrac{35-\sqrt{929}}{4}\right)m$ ។

9. រកវិមាត្រនៃទីធ្លារាងចតុកោណកែង:

តាង: x ជាប្រវែងបណ្តោយនៃទីធ្លា

$\dfrac{75x}{100}$ ជាប្រវែងទទឹងនៃទីធ្លា , $x > 0$



ដោយទីធ្លាមានក្រឡាផ្ទៃស្មើនឹង $48m^2$

គេបានសមីការ: $\dfrac{75x}{100}\cdot x = 48$

$x^2 = \dfrac{48\times100}{75} = 64$

$\Rightarrow x = \sqrt{64} = 8m$

នោះទទឹងនៃទីធ្លាគឺ: $\dfrac{75\times8}{100} = 6m$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $8\times6 = 48 \Leftrightarrow 48 = 48$ ពិត

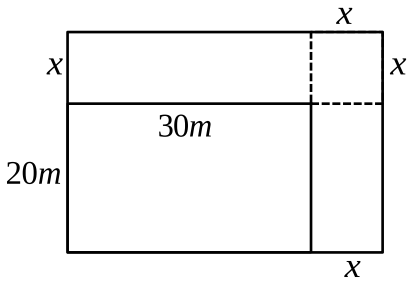
ដូចនេះ: ទីធ្លាមានបណ្តោយ $8m$ និងទទឹង $6m$ ។

10. រកប្រវែងដែលត្រូវថែមលើជ្រុងទាំងពីរ

តាង: x ជាប្រវែងដែលត្រូវថែមលើជ្រុងទាំងពីរនៃសួន $(x>0)$

ក្រោយពេលបន្ថែមប្រវែង x លើជ្រុងទាំងពីររួចហើយគេបានក្រឡាផ្ទៃថ្មីស្មើ 2 ដងក្រឡាផ្ទៃចាស់

គេបានសមីការ: $(30+x)(20+x)=2(20\times 30)$



$$600+30x+20x+x^2=1200$$
$$x^2+50x-600=0$$
$$(x+60)(x-10)=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+60=0 \\ x-10=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-60<0 \\ x=10>0 \end{cases}$$

នាំឱ្យ: $x=-60$ មិនយក

$x=10$ យក

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $40\times 30=1200$

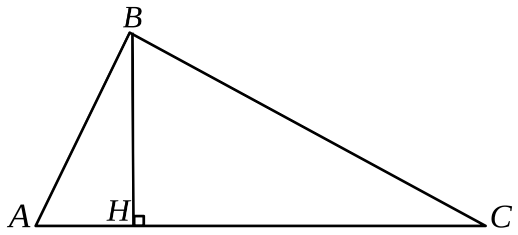
$1200=1200$ ពិត

ដូចនេះ: ប្រវែងដែលត្រូវបន្ថែមលើបណ្ដោយ និងទទឹងសួនគឺ: $x=10m$ ។

11. រកប្រវែងបាត និងកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC

តាង: x ជាប្រវែងកម្ពស់នៃ ΔABC

$(4x-16)$ ជាប្រវែងបាតនៃ ΔABC , $(x>0)$



ដោយ: ΔABC មានក្រឡាផ្ទៃ $120cm^2$

គេបានសមីការ: $\dfrac{(4x-16)x}{2}=120$

$$4x^2-16x=240$$
$$4x^2-16x-240=0$$
$$x^2-4x-60=0$$
$$(x-10)(x+6)=0$$

នាំឱ្យ: $x=10$, $x=-6<0$ មិនយក

នោះបាតនៃត្រីកោណគឺ: $4\times 10-16=24cm$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\dfrac{24\times 10}{2}=120 \Leftrightarrow 120=120$ ពិត

ដូចនេះ: ត្រីកោណ ABC មានបាត $24cm$ និងកម្ពស់ $10cm$ ។

12. រកចម្ងាយផ្លូវដែលជិតបំផុតពី $A\to B$

តាង: d ជាចម្ងាយជិតបំផុតពី $A\to B$, $(d>0)$

$d+17$ ជាចម្ងាយឆ្ងាយបំផុតពី $B\to A$

រយៈពេលសរុបដែលមនុស្សមកដល់ទីក្រុង A វិញគឺ: $15h6mn-7h30mn-1h=6h36mn$ ដោយគេធ្វើដំណើរពី $A\to B$ ដោយល្បឿន $5km/h$ និងមកពី $B\to A$ វិញដោយល្បឿន $20km/h$

គេបានសមីការ: $\dfrac{d}{5}+\dfrac{d+17}{20}=6h36mn$

$$\frac{4d+d+17}{20}=6+\frac{36}{60}$$

$$\frac{4d+d+17}{20}=6+\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{5d+17}{20}=\frac{33}{5}$$

$$\frac{5d+17}{4}=33 \Leftrightarrow 5d+17=33\times4$$

$$5d=132-17 \Rightarrow d=\frac{115}{5}=23km$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{23}{5}+\frac{23+17}{20}=\frac{33}{5} \Leftrightarrow \frac{92+40}{20}=\frac{23}{5}$

$\frac{132}{20}=\frac{33}{5} \Leftrightarrow \frac{33}{5}=\frac{33}{5}$ ពិត

ដូចនេះ: **ចម្ងាយជិតបំផុតពី $A\to B$ គឺ: $d=23km$** ។

13. * រកលក្ខខណ្ឌដើម្បីឱ្យ n ជាផលដកនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា

ដោយ: $n\in\mathbb{N}^*$

នាំឱ្យ: $n=(k+1)^2-k^2 \quad , k\in\mathbb{Z}$

$=k^2+2k+1-k^2$

$n=2k+1$

ដូចនេះ: **ដើម្បីឱ្យ n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិមិនសូន្យ ហើយស្មើនឹងផលដកការេនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា កាលណា $n=2k+1$ ជាចំនួនគត់សេសវិជ្ជមាន** ។

* គណនាពីរចំនួនគត់តគ្នាដែលផលដកនៃការេរបស់វាស្មើ 2015

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន:

$$2k+1=2015$$

$$2k=2014 \Rightarrow k=\frac{2014}{2}=1007$$

នាំឱ្យ: $k+1=1008$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $2\times1007+1=2015$

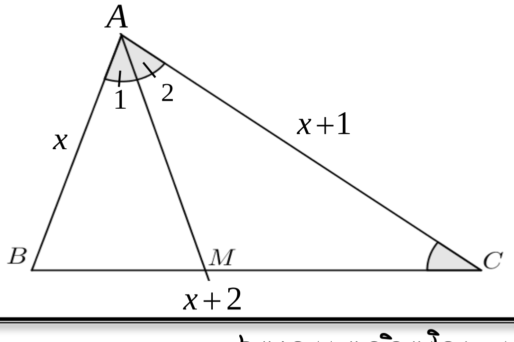
$2015=2015$ ពិត

ដូចនេះ: **ពីរចំនួនគត់តគ្នាដែលត្រូវរកគឺ: 1007 , 1008** ។

14. រកបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC

តាង: $x,(x+1),(x+2)$ ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃ ΔABC , $(x>0)$

គូសកន្លះបន្ទាត់ពុះ AM នៃមុំ A លើជ្រុង BC



គេបាន: $\angle A_2=\angle C$ (ព្រោះ $2\angle C=\angle A$)

តែ: $\angle A_1=\angle A_2$ (AM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$)

នាំឱ្យ: $\angle C=\angle A_1$

$\angle B$ ជាមុំរួមគេបាន: $\Delta ABC\sim\Delta MBA$

$$\left.\begin{matrix}\Delta ABC\\ \sim\Delta MBA\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{AC}{MA}=\frac{AB}{MB}=\frac{BC}{BA}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{AM}=\frac{x}{MB}=\frac{x+2}{x}$$

នោះគេបាន: $AM=\dfrac{x(x+1)}{(x+2)}$, $MB=\dfrac{x^2}{x+2}$

តែ: $AM=MC$ (ជ្រុងត្រីកោណសមបាត ព្រោះ $\angle A_2=\angle C$)

ហើយ: $BC=BM+MC$

$$x+2=\frac{x(x+1)}{(x+2)}+\frac{x^2}{x+2}$$

$$(x+2)^2=x^2+x^2+x$$

$$x^2+4x+4=2x^2+x$$

$$x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow (x-4)(x+1)=0$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases}x-4=0\\ x+1=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=4\\ x=-1<0\end{cases}$

ដោយ: $x>0$ នោះ $x=4$ យក

បើ: $x=4 \Rightarrow x+1=5$ និង $x+2=6$

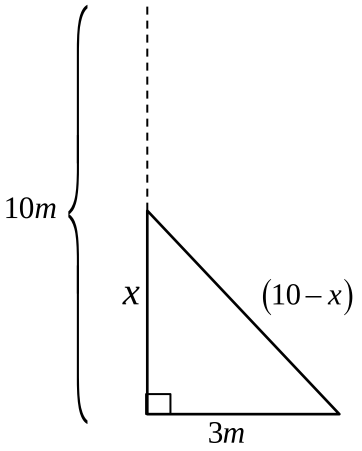
ផ្ទៀងផ្ទាត់: $4+2=\dfrac{4\times 5}{6}+\dfrac{4^2}{6}$

$\dfrac{36}{6}=6 \Leftrightarrow 6=6$ ពិត

នាំឱ្យ: បរិមាត្រនៃត្រីកោណគឺ: $P=4+5+6=15$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ: **បរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC គឺ: $P=15$ ឯកតាប្រវែង** ។

15. គណនាប្រវែងពីគល់ឫស្សីទៅចំណុចបាក់:



តាង: x ជាចម្ងាយពីគល់ឫស្សីទៅចំណុចបាក់ ,$(x>0)$

ដោយដើមឫស្សីកែងនឹងផ្ទៃដី តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករ

គេបានសមីការ: $(10-x)^2=x^2+3^2$

$$100-20x+x^2=x^2+9$$

$$20x=91 \Rightarrow x=\frac{91}{20}=4.55$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $(10-4.55)^2=(4.55)^2+3^2$

$$29.7025=20.7025+9$$

$29.7025=29.7025$ ពិត

ដូចនេះ: **ប្រវែងពីគល់ឫស្សីទៅចំណុចបាក់មានប្រវែង $x=4.55m$** ។

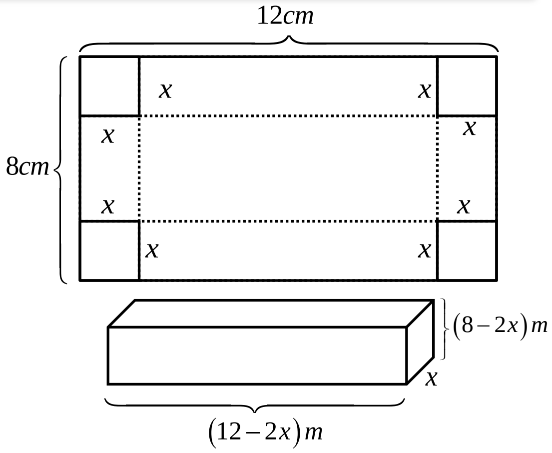
16. រកតម្លៃ x , $(0<x<4)$

ដោយមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងស្មើ $64cm^3$

គេបានសមីការ: $x(12-2x)(8-2x)=64$

$$4x(6-x)(4-x)=64$$

$$x\left(24-10x+x^2\right)=16$$
$$24x-10x^2+x^3-16=0$$
$$\left(x^3-2x^2\right)-\left(8x^2-16x\right)+\left(8x-16\right)=0$$
$$x^2\left(x-2\right)-8x\left(x-2\right)+8\left(x-2\right)=0$$
$$\left(x-2\right)\left(x^2-8x+8\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 & (1) \\ x^2-8x+8=0 & (2) \end{cases}$$



តាម (1) គេបាន: $x-2=0 \Rightarrow x=2$

តាម (2) គេបាន: $x^2-8x+8=0$

មាន: $\Delta'=(-4)^2-1\times 8$

$=16-8=8>0$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

គេបាន: $x_1=\dfrac{4-2\sqrt{2}}{1}=4-2\sqrt{2}$, $x_2=\dfrac{4+2\sqrt{2}}{1}=4+2\sqrt{2}>4$ មិនយក

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=2$ នោះ $2(12-4)(8-4)=64$

$64=64$ ពិត

បើ $x=4-2\sqrt{2}$ នោះ $4\left(4-2\sqrt{2}\right)\left(6-4+2\sqrt{2}\right)\left(4-4+2\sqrt{2}\right)=64$

$$8\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+2\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}\right)=64$$
$$16\left(2\sqrt{2}-2\right)\left(2+2\sqrt{2}\right)=64$$
$16\times 4=64 \Leftrightarrow 64=64$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{x=2 \text{ ឬ } x=4-2\sqrt{2}}$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

17. រកតម្លៃ a,b,c $(a,b,c>0)$

ដោយផលធៀប $a\div b\div c=3\div 5\div 8$

នាំឱ្យ: $\dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{5}=\dfrac{c}{8}=x$

គេបាន: $a=3x$, $b=5x$, $c=8x$ ដែល $x>0$

ហើយក្រឡាផ្ទៃសរុបនៃប្រលេពីប៉ែតកែងស្មើ: $15800cm^3$

គេបានសមីការ: $2\left(ab+bc+ac\right)=15800$

$$2\left(3x\times 5x+5x\times 8x+3x\times 8x\right)=15800$$
$$15x^2+40x^2+24x^2=7900$$
$$79x^2=7900 \Leftrightarrow x^2=100$$
$$x^2-100=0 \Leftrightarrow (x-10)(x+10)=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-10=0 \\ x+10=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=-10<0 \end{cases}$$

ដោយ: $x>0 \Rightarrow x=-10<0$ មិនយក

យើងបាន: $a=3x=3\times10=30cm$

$b=5x=5\times10=50cm$

$c=8x=8\times10=80cm$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{30}{3}=\frac{50}{5}=\frac{80}{8}=10$ ពិត

ដូចនេះ: $a=30cm, b=50cm, c=80cm$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

18. រកទំហំដីដែលកសិករភ្ជួររួច:

តាង: x ជាផ្ទៃដីសរុប ,$(x>0)$

នាំឱ្យ: ផ្ទៃដីភ្ជួរលើកទី១គឺ: $\frac{30x}{100}=\frac{3x}{10}$

ផ្ទៃដីភ្ជួរលើកទី២គឺ: $\frac{60}{100}\left(x-\frac{3x}{10}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{7x}{10}=\frac{21x}{50}$

ផ្ទៃដីដែលភ្ជួររួចគឺ: $\frac{3x}{10}+\frac{21x}{50}=\frac{36x}{50}=\frac{18x}{25}$

ដោយ: ផ្ទៃដីភ្ជួរលើកទី៣គឺ: 28 អា $=\frac{28}{100}$ ហិចតា

គេបានសមីការ: $\frac{18x}{25}+\frac{28}{100}=x$

$72x+28=100x$

$28x=28 \Rightarrow x=\frac{28}{28}=1$ ហិចតា

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\frac{28\times1}{25}+\frac{28}{100}=1 \Leftrightarrow 1=1$ ពិត

នាំឱ្យ: ដីដែលភ្ជួររួចគឺ: $\frac{18\times1}{25}=0.72$ ហិចតា

ដូចនេះ: ដីដែលភ្ជួររួចហើយគឺ: 0.72 ហិចតា ។

19. រកចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងរូបវិទ្យា:

តាង: x ជាចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា $(x>0)$

$3x$ ជាចំនួនសិស្សចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា

ដោយសិស្ស 800 នាក់ មានសិស្ស 48 នាក់ ចូលចិត្តរៀនទាំងពីរមុខវិជ្ជា

គេបានសមីការ: $3x+x-48=800$

$4x=848 \Rightarrow x=\frac{848}{4}=212$ នាក់

នាំឱ្យ: $3x=3\times212=636$ នាក់

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $636+212-48=800 \Leftrightarrow 800=800$ ពិត

ដូចនេះ: ចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាមាន 636 នាក់
និងចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យាមាន 212 នាក់ ។

20. រកចំនួនសិស្សក្នុងក្រុមនីមួយៗ

តាង: x និង $2x$ ជាចំនួនសិស្សក្នុងក្រុមទាំងពីរ $(x>0)$

ចំនួនដើមឈើដែលសិស្សម្នាក់នៃក្រុមនីមួយៗដាំបានរៀងគ្នាគឺ: $\frac{2700}{2x}$ និង $\frac{1275}{x}$

គេបានសមីការ: $\frac{2700}{2x}-\frac{1275}{x}=5$

$$\frac{2700-1275\times 2}{2x}=5$$

$$2700-2550=10x$$

$$10x=150 \Rightarrow x=15$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $x=15 \Rightarrow \frac{2700}{30}-\frac{1275}{15}=5 \Leftrightarrow 5=5$ ពិត

ដូចនេះ: ក្រុមទី១ មានសិស្ស 30 នាក់ និងក្រុមទី២ មានសិស្ស 15 នាក់ ។

« អំពីគម្ពីរព្រះត្រៃបិដក »

គម្ពីរព្រះត្រៃបិដកខ្មែរយើងត្រូវបានសង្គាយនាអស់រយៈពេល៤០ឆ្នាំ គឺផ្តើមតាំងពី ព.ស.២៤៧៣ (គ.ស.១៩២៩) ដល់ ព.ស.២៥១៣ (គ.ស.១៩៦៩) ។ ឧបត្ថម្ភដោយក្សត្រ៣រាជ្យគឺ: រាជព្រះបាទសម្តេចព្រះស៊ីសុវត្ថិ មុនីវង្ស រាជព្រះបាទសម្តេចព្រះនរោត្តមសុរាម្រឹត និងរាជព្រះបាទសម្តេចនរោត្តមសីហនុ ។ សរុបទាំងអស់បាន១១០ក្បាល ដែលចែកចេញជា៖

- ព្រះវិន័យបិដក ១៣ក្បាល
- ព្រះសុត្តន្តបិដក ៦៤ក្បាល
- ព្រះអភិធម្មបិដក ៣៣ក្បាល

រួមទាំងបាលី ៣៦៦៣០ ទំព័រ និងភាសាខ្មែរ ៣៦៦៣០ ទំព័រ

មនុស្សជាគេថាឆោត	មនុស្សស្លូតគេថាល្ងង់
មនុស្សចេះគេថាកាច	មនុស្សប្រាជ្ញគេថាព្រើល

ដំណោះស្រាយវិសមីការ និងប្រព័ន្ធវិសមីការ

* កម្រិត I (ថ្នាក់ទី9)

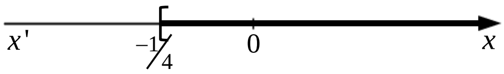
I. ដោះស្រាយវិសមីការ

1. $5-2(x-1)\le 2(4+x)$

$5-2x+2\le 8+2x$

$-4x\le 1\Rightarrow x\ge -\dfrac{1}{4}$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



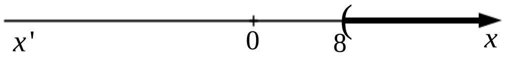
ដូចនេះ: $x\ge -\dfrac{1}{4}$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

2. $x+1<\dfrac{3}{2}x-3$

$2x+2<3x-6$

$-x<-8\Rightarrow x>8$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



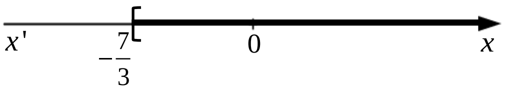
ដូចនេះ: $x>8$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

3. $4(2x+1)+5\ge 2(x-3)+1$

$8x+4+5\ge 2x-6+1$

$6x\ge -14\Rightarrow x\ge -\dfrac{7}{3}$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



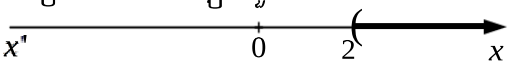
ដូចនេះ: $x\ge -\dfrac{7}{3}$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

4. $1-\dfrac{x}{3}<\dfrac{1}{3}(2x-3)$

$3-x<2x-3$

$-3x<-6\Rightarrow x>2$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



ដូចនេះ $x>2$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

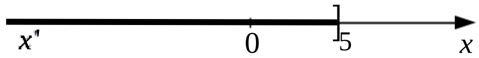
5. $\frac{2}{5}(x-5)-\frac{2}{3}(2-x)\le 2$

$6(x-5)-10(2-x)\le 30$

$6x-30-20+10x\le 30$

$16x\le 80\Rightarrow x\le 5$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



ដូចនេះ $x\le 5$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

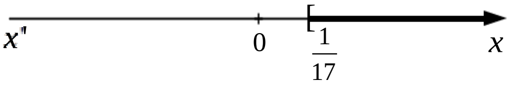
6. $7x+\frac{3}{2}(x-1)+1\ge 0$

$14x+3(x-1)+2\ge 0$

$14x+3x-3+2\ge 0$

$17x\ge 1\Rightarrow x\ge \frac{1}{17}$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



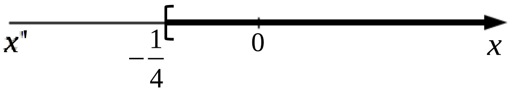
ដូចនេះ $x\ge \frac{1}{17}$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

7. $x-1\le 3x-\frac{1}{2}$

$2x-2\le 6x-1$

$-4x\le 1\Rightarrow x\ge -\frac{1}{4}$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



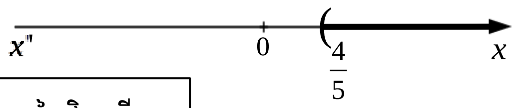
ដូចនេះ $x\ge -\frac{1}{4}$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

8. $x\left(x^2+1\right)+5x-2>x^3+x+2$

$x^3+x+5x-2>x^3+x+2$

$5x>4\Rightarrow x>\frac{4}{5}$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



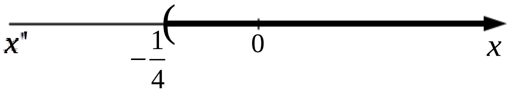
ដូចនេះ $x>\frac{4}{5}$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

9. $\frac{1}{2}x^2+3x-1<x\left(\frac{x}{2}+5\right)-\frac{1}{2}$

$x^2+6x-2<x^2+10x-1$

$-4x<1\Rightarrow x>-\frac{1}{4}$

បកស្រាយលើអ័ក្សចំនួន



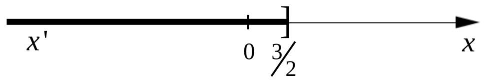
ដូចនេះ $x>-\frac{1}{4}$ ជាសំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ ។

10. $\frac{5}{3}x+\frac{2x-1}{2}\geq 3x-1$

$10x+6x-3\geq 18x-6$

$-2x\geq -3\Rightarrow x\leq \frac{3}{2}$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



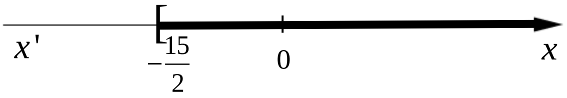
ដូចនេះ $x\leq \frac{3}{2}$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

11. $\frac{4}{5}x-1\geq \frac{2}{3}x-2$

$12x-15\geq 10x-30$

$2x\geq -15\Rightarrow x\geq -\frac{15}{2}$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



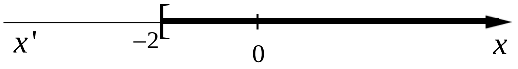
ដូចនេះ $x\geq -\frac{15}{2}$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

12. $\frac{3}{7}x+\frac{2x-5}{14}+\frac{1-x}{2}\geq 0$

$6x+2x-5+7-7x\geq 0$

$x\geq -2$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



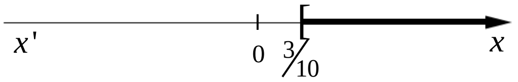
ដូចនេះ $x\geq -2$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

13. $\frac{4}{9}x+\frac{2-3x}{3}+\frac{x^2+1}{2}\le 1+\frac{27x^2}{54}$

$24x+36-54x+27x^2+27\le 54+27x^2$

$-30x\le -9 \Rightarrow x\ge \frac{3}{10}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



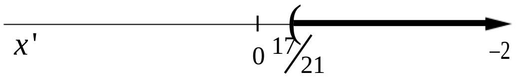
ដូចនេះ: $x\ge\frac{3}{10}$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

14. $\frac{5x-1}{2}+\frac{3x-4}{3}>1$

$15x-3+6x-8>6$

$21x>17\Rightarrow x>\frac{17}{21}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ: $x>\frac{17}{21}$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

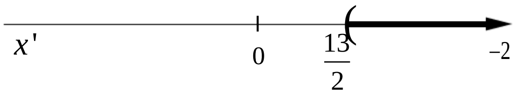
15. $\frac{2x-\frac{1}{2}}{3}+\frac{4-\frac{2}{3}x}{2}<\frac{2x-1}{3}$

$\frac{4x-1}{6}+\frac{12-2x}{6}<\frac{4x-2}{6}$

$4x-1+12-2x<4x-2$

$-2x<-13\Rightarrow x>\frac{13}{2}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ: $x>\frac{13}{2}$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

ការសម្រេចចិត្ត

ឧបមាថា គេប្រគល់ឱ្យអ្នកនូវដីមួយកន្លែងដែលត្រូវជ្រើសរើសពីដីពីរកន្លែង ។ តើអ្នកនឹងសម្រេចចិត្តយកមួយណា ? បើដីទី១ មានទំហំ១០ហិចតា ហើយដីទី២មានទំហំ១ហិចតា ។ ដីទី១ស្ថិតនៅក្នុងព្រៃស្មសាន រីឯដីទី២នៅចំកណ្តាលទីក្រុងខ្មោច ។

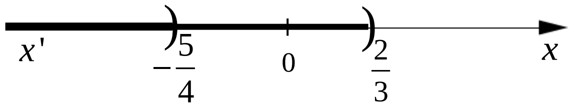
II. *ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ*

1. $\begin{cases} -4x-5>0 & (1) \\ 3x-2<0 & (2) \end{cases}$

តាម (1) $-4x>5 \Rightarrow x<-\frac{5}{4}$

តាម (2) $3x<2 \Rightarrow x<\frac{2}{3}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x<-\frac{5}{4}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

2. $\begin{cases} x+1 \ge \frac{1}{3}(x+5) & (1) \\ \frac{1}{2}(3x-1)-1<0 & (2) \end{cases}$

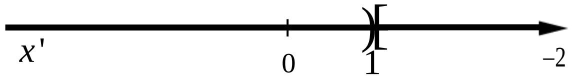
តាម (1) $3x+3 \ge x+5$

$2x \ge 2 \Rightarrow x \ge 1$

តាម (2) $3x-1-2<0$

$3x<3 \Rightarrow x<1$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



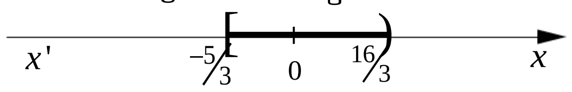
ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មានសំណុំឫស ។

3. $\begin{cases} 2x+7>5x-9 & (1) \\ x-8 \le 4x-3 & (2) \end{cases}$

តាម (1) $-3x>-16 \Rightarrow x<\frac{16}{3}$

តាម (2) $-3x \le 5 \Rightarrow x \ge -\frac{5}{3}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $-\frac{5}{3} \le x < \frac{16}{3}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

$$4.\begin{cases} 6(x+1)>2x-5 \quad (1) \\ 25-\dfrac{6-x}{2}\le 3x \quad (2) \end{cases}$$

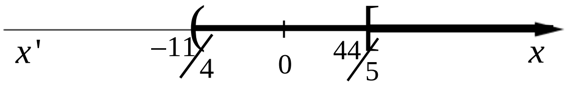
តាម (1) $6x+6>2x-5$

$$4x>-11\Rightarrow x>-\frac{11}{4}$$

តាម (2) $50-6+x\le 6x$

$$-5x\le -44\Rightarrow x\ge \frac{44}{5}$$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x\ge \frac{44}{5}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

$$5.\begin{cases} \dfrac{3x-1}{3}+\dfrac{1}{5}\ge \dfrac{x-1}{15}+1 \quad (1) \\ 2x-5\ge \dfrac{1}{3}(x-5) \quad (2) \end{cases}$$

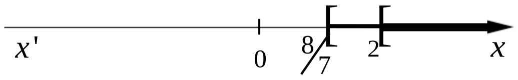
តាម (1) $15x-5+3\ge x-1+15$

$$14x\ge 16\Rightarrow x\ge \frac{8}{7}$$

តាម (2) $6x-15\ge x-5$

$$5x\ge 10\Rightarrow x\ge 2$$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x\ge 2$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

$$6.\begin{cases} \dfrac{7x-3}{2}-\dfrac{1}{3}x<\dfrac{2x-1}{6} \quad (1) \\ 4x-\dfrac{1}{5}>2x-1 \quad (2) \end{cases}$$

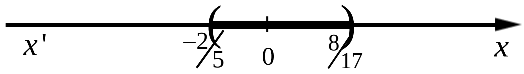
តាម (1) $21x-9-2x<2x-1$

$$17x<8\Rightarrow x<\frac{8}{17}$$

តាម (2) $20x-1>10x-5$

$$10x>-4\Rightarrow x>-\frac{2}{5}$$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x \in \left(-\frac{2}{5}, \frac{8}{17}\right)$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

$$7.\begin{cases} \frac{9x-2}{3}+\frac{1}{5}x>1 \quad (1) \\ \frac{x-2}{2}+1<0 \quad (2) \end{cases}$$

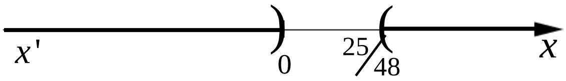
តាម (1) $45x-10+3x>15$

$$48x>25 \Rightarrow x>\frac{25}{48}$$

តាម (2) $x-2+2<0$

$$\Rightarrow x<0$$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មានសំណុំឫស ។

$$8.\begin{cases} \frac{x+20}{2}+\frac{x-2}{5}+1\le \frac{x}{10} \quad (1) \\ 1-\frac{9x}{2}+3x\ge \frac{1}{2}x-3 \quad (2) \end{cases}$$

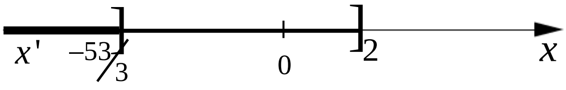
តាម (1) $5x+100+2x-4+10\le x$

$$6x\le -106 \Rightarrow x\le -\frac{53}{3}$$

តាម (2) $2-9x+6x\ge x-6$

$$-4x\ge -8 \Rightarrow x\le 2$$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x\le -\frac{53}{3}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

9. $\begin{cases} \dfrac{x+\frac{1}{2}}{3}-\dfrac{2-3x}{4}+\dfrac{1}{2}>0 \ (1) \\ \dfrac{2x-\frac{1}{2}}{2}+\dfrac{\frac{x-2}{3}}{2}-1\geq 0 \ (2) \end{cases}$

តាម (1) $\dfrac{2x+1}{6}-\dfrac{2-3x}{4}+\dfrac{1}{2}>0$

$4x+2-6+9x+6>0$

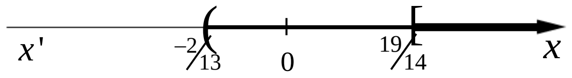
$13x>-2 \Rightarrow x>-\dfrac{2}{13}$

តាម (2) $\dfrac{4x-1}{4}+\dfrac{x-2}{6}-1\geq 0$

$12x-3+2x-4-12\geq 0$

$14x\geq 19 \Rightarrow x\geq \dfrac{19}{14}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ: $x\geq \dfrac{19}{14}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

10. $2(x-3)+5<5x-6<\dfrac{3x+4}{3}$

គេបាន: $\begin{cases} 2(x-3)+5<5x-6 \ (1) \\ 5x-6<\dfrac{3x+4}{3} \quad (2) \end{cases}$

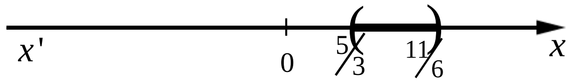
តាម (1) $2x-6+5<5x-6$

$-3x<-5 \Rightarrow x>\dfrac{5}{3}$

តាម (2) $15x-18<3x+4$

$12x<22 \Rightarrow x<\dfrac{11}{6}$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ: $\dfrac{5}{3}<x<\dfrac{11}{6}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

11. $\begin{cases} \frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\le\frac{4x-3}{2} & (1) \\ 2x-1>\frac{3x-4}{4} & (2) \end{cases}$

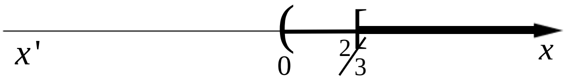
តាម (1) $9x-8\le 24x-18$

$$-15x\le -10\Rightarrow x\ge\frac{-10}{-15}=\frac{2}{3}$$

តាម (2) $8x-4>3x-4$

$$5x>0\Rightarrow x>0$$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x>\frac{2}{3}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

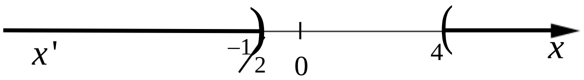
12. $\begin{cases} 2x+1<0 & (1) \\ -\frac{x}{2}+2<0 & (2) \end{cases}$

តាម (1) $2x<-1\Rightarrow x<-\frac{1}{2}$

តាម (2) $-x+4<0$

$$-x<-4\Rightarrow x>4$$

បំណាកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មានសំណុំឫស ។

13. $\begin{cases} 3x+\frac{2x-1}{2}\ge\frac{3x+5}{4} & (1) \\ x-\frac{1-2x}{3}>\frac{x-1}{5} & (2) \end{cases}$

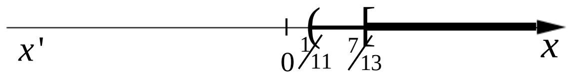
តាម (1) $12x+4x-2\ge 3x+5$

$$13x\ge 7\Rightarrow x\ge\frac{7}{13}$$

តាម (2) $15x-5+10x>3x-3$

$$22x>2\Rightarrow x>\frac{1}{11}$$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x \geq \frac{7}{13}$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

$$14.\begin{cases} x+1 \geq 1-\frac{x}{2} & (1) \\ \frac{x+5}{6}+1 \geq 3x-1 & (2) \end{cases}$$

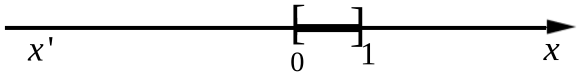
តាម (1) $2x+2 \geq 2-x$

$3x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

តាម (2) $x+5+6 \geq 18x-6$

$-17x \geq -17 \Rightarrow x \leq 1$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $0 \leq x \leq 1$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

$$15.\begin{cases} \frac{3x-1}{4}+\frac{x-5}{2} > 1 & (1) \\ \frac{2x-3}{2}-\frac{x-3}{4} < 2x & (2) \end{cases}$$

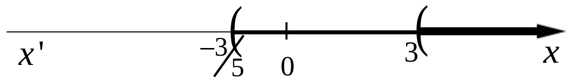
តាម (1) $3x-1+2x-10 > 4$

$5x > 15 \Rightarrow x > 3$

តាម (2) $4x-6-x+3 < 8x$

$-5x < 3 \Rightarrow x > -\frac{3}{5}$

បំណកស្រាយលើអ័ក្ស



ដូចនេះ $x > 3$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

សំណួរកំសាន្ត

១.រត់ចម្ងាយ ១០ម៉ែត តើវាជិត ឬឆ្ងាយសម្រាប់អ្នក ?

២.លោតទម្លាក់ពីលើអគារកម្ពស់ ១០ ម៉ែត តើវាខ្ពស់ ឬទាបសម្រាប់អ្នក ?

តើវាមានអ្វីខុសគ្នារវាងសំណួរទាំងពីរ ?

III. *រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោមវិជ្ជមាន*

1. $\frac{-2015}{x+\frac{2}{3}x-1}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $x+\frac{2}{3}x-1<0$

$$3x+2x-3<0$$
$$5x<3\Rightarrow x<\frac{3}{5}$$

ដូចនេះ $\boxed{x<\frac{3}{5}\text{ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន}}$ ។

2. $\frac{x+\frac{1}{2}}{2017}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $x+\frac{1}{2}>0\Rightarrow x>-\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x>-\frac{1}{2}\text{ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន}}$ ។

3. $\frac{1}{x+\frac{3}{2}}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $x+\frac{3}{2}>0\Rightarrow x>-\frac{3}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x>-\frac{3}{2}\text{ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន}}$ ។

4. $\frac{(3x-5)^2-9(x+2)x}{2016}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $(3x-5)^2-9(x+2)x>0$

$$9x^2-30x+25-9x^2-18x>0$$
$$-48x>-25\Rightarrow x<\frac{25}{48}$$

ដូចនេះ $\boxed{x<\frac{25}{48}\text{ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន}}$ ។

5. $\frac{2x-1}{x-3}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}2x-1>0\\x-3>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x-1<0\\x-3<0\end{cases}$

- ចំពោះ $\begin{cases}2x-1>0\\x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x>3\end{cases}\Rightarrow x>3$

- ចំពោះ $\begin{cases}2x-1<0\\x-3<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<\frac{1}{2}\\x<3\end{cases}\Rightarrow x<\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{x>3\text{ ឬ }x<\frac{1}{2}\text{ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន}}$ ។

6. $\frac{3x}{1-x}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}3x>0\\1-x>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x<0\\1-x<0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}3x>0\\1-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<1\end{cases}\Rightarrow 0<x<1$

– ចំពោះ $\begin{cases}3x<0\\1-x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\x>1\end{cases}$ គ្មានតម្លៃផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ

ដូចនេះ $0<x<1$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ។

7. $\frac{2x+1}{x}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}2x+1>0\\x>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x+1<0\\x<0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}2x+1>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\frac{1}{2}\\x>0\end{cases}\Rightarrow x>0$

– ចំពោះ $\begin{cases}2x+1<0\\x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-\frac{1}{2}\\x<0\end{cases}\Rightarrow x<-\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $x>0$ ឬ $x<-\frac{1}{2}$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ។

8. $\frac{3x+\frac{1}{2}}{7x-1}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}3x+\frac{1}{2}>0\\7x-1>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x+\frac{1}{2}<0\\7x-1<0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}3x+\frac{1}{2}>0\\7x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\frac{1}{6}\\x>\frac{1}{7}\end{cases}\Rightarrow x>\frac{1}{7}$

– ចំពោះ $\begin{cases}3x+\frac{1}{2}<0\\7x-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-\frac{1}{6}\\x<\frac{1}{7}\end{cases}\Rightarrow x<-\frac{1}{6}$

ដូចនេះ $x>\frac{1}{7}$ ឬ $x<-\frac{1}{6}$ ឬ អាចសរសេរ $\left(-\infty,-\frac{1}{6}\right)\cup\left(\frac{1}{7},+\infty\right)$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ។

9. $\frac{1}{20x-40}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $20x-40>0\Leftrightarrow 20x>40\Rightarrow x>2$

ដូចនេះ $x>2$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ។

10. $\frac{(4x-1)^2-2x(6x-1)-4x^2}{x-1}=\frac{16x^2-8x+1-12x^2+2x-4x^2}{x-1}=\frac{-6x+1}{x-1}$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}-6x+1>0\\x-1>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}-6x+1<0\\x-1<0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}-6x+1>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<\frac{1}{6}\\x>1\end{cases}$ នាំឱ្យគ្មានតម្លៃ x ណាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ

– ចំពោះ $\begin{cases}-6x+1<0\\x-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{6}\\x<1\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{6}<x<1$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{6}<x<1 \text{ ឬ } x\in\left(\frac{1}{6},1\right) \text{ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន}}$ ។

IV. *រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមខាងក្រោមអវិជ្ជមាន*

1. $\frac{-2}{x+\frac{1}{3}}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $x+\frac{1}{3}>0\Rightarrow x>-\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{x>-\frac{1}{3} \text{ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន}}$ ។

2. $\frac{2x(x-5)-\left(\sqrt{2}x-1\right)^2+1}{-2x(x-1)+(3+2x)x+1-x}=\frac{2x^2-10x-2x^2+2\sqrt{2}x-1+1}{-2x^2+2x+3x+2x^2+1-x}=\frac{2x\left(\sqrt{2}-5\right)}{4x+1}$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}2x\left(\sqrt{2}-5\right)<0\\4x+1>0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x\left(\sqrt{2}-5\right)>0\\4x+1<0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}2x\left(\sqrt{2}-5\right)<0\\4x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\x>-\frac{1}{4}\end{cases}\Rightarrow-\frac{1}{4}<x<0$

– ចំពោះ $\begin{cases}2x\left(\sqrt{2}-5\right)>0\\4x+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<-\frac{1}{4}\end{cases}$ នាំឱ្យគ្មានតម្លៃ x ណាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ

ដូចនេះ $\boxed{-\frac{1}{4}<x<0 \text{ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន}}$ ។

3. $\frac{2015}{x^2-(x-1)(x+2)}=\frac{2015}{x^2-x^2-x+2}=\frac{2015}{-x+2}$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $-2x+2<0\Rightarrow x>2$

ដូចនេះ $\boxed{x>2 \text{ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន}}$ ។

4. $\frac{7x+2(x-1)+1-9x}{(1-x)^2+2(x-1)-x^2}=\frac{7x+2x-2+1-9x}{1-2x+x^2+2x-2-x^2}=\frac{-1}{-1}=1>0$ ជានិច្ច $\forall x$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គ្មានតម្លៃ } x \text{ ណាដែលនាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមានឡើយ}}$ ។

5. $\frac{x(x-1)+2x-(x+2)^2}{x-(x+1)}=\frac{x^2-x+2x-x^2-4x-4}{x-x-1}=\frac{-3x-4}{-1}=3x+4$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $3x+4<0 \Rightarrow x<-\frac{4}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{x<-\frac{4}{3} \text{ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន}}$ ។

6. $\frac{2x-3}{4x-1}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}2x-3>0\\4x-1<0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}2x-3<0\\4x-1>0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}2x-3>0\\4x-1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{3}{2}\\x<\frac{1}{4}\end{cases}$ គ្មានតម្លៃ x ណាផ្ទៀងផ្ទាត់ឡើយ

– ចំពោះ $\begin{cases}2x-3<0\\4x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<\frac{3}{2}\\x>\frac{1}{4}\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4}<x<\frac{3}{2}$

– ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{4}<x<\frac{3}{2} \text{ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន}}$ ។

7. $\frac{x-3+2(x-3)}{2x+2(x-1)}=\frac{x-3+2x-6}{2x+2x-2}=\frac{3x-9}{4x-2}$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}3x-9>0\\4x-2<0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3x-9<0\\4x-2>0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}3x-9>0\\4x-2<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>3\\x<\frac{1}{2}\end{cases}$ គ្មានតម្លៃ x ណាផ្ទៀងផ្ទាត់ឡើយ

– ចំពោះ $\begin{cases}3x-9<0\\4x-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<3\\x>\frac{1}{2}\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}<x<3$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{2}<x<3 \text{ ឬ } x\in\left(\frac{1}{2},3\right) \text{ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន}}$ ។

8. $\frac{x-\frac{1}{2}}{3x+\frac{1}{4}}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases}x-\frac{1}{2}>0\\3x+\frac{1}{4}<0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x-\frac{1}{2}<0\\3x+\frac{1}{4}>0\end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases}x-\frac{1}{2}>0\\3x+\frac{1}{4}<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x<-\frac{1}{12}\end{cases} \Rightarrow$ គ្មានតម្លៃ x ណាផ្ទៀងផ្ទាត់ឡើយ

– ចំពោះ $\begin{cases} x-\frac{1}{2}<0 \\ 3x+\frac{1}{4}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ x>-\frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{12}<x<\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $-\frac{1}{12}<x<\frac{1}{2}$ ឬ $x\in\left(-\frac{1}{12},\frac{1}{2}\right)$ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

9. $\frac{2x-1}{3x+2}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases} 2x-1>0 \\ 3x+2<0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 2x-1<0 \\ 3x+2>0 \end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases} 2x-1>0 \\ 3x+2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x<-\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$ គ្មានតម្លៃ x ណាផ្ទៀងផ្ទាត់ឡើយ

– ចំពោះ $\begin{cases} 2x-1<0 \\ 3x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{2} \\ x>-\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow -\frac{2}{3}<x<\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $-\frac{2}{3}<x<\frac{1}{2}$ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

10. $\frac{(x-1)^2+2-x(x-3)}{2x(x-4)-2x^2}=\frac{x^2-2x+1+2-x^2+3x}{2x^2-8x-2x^2}=\frac{x+3}{-8x}$

ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\begin{cases} x+3>0 \\ -8x<0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+3<0 \\ -8x>0 \end{cases}$

– ចំពោះ $\begin{cases} x+3>0 \\ -8x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x>0 \end{cases} \Rightarrow x>0$

– ចំពោះ $\begin{cases} x+3<0 \\ -8x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-3 \\ x<0 \end{cases} \Rightarrow x<-3$

ដូចនេះ $x>0$ ឬ $x<-3$ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

V. ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាព

1. $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង 2 ,គេបាន

$2a^2+2b^2+2c^2\geq 2ab+2ac+2bc$

$a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2\geq 0$

$(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2\geq 0$ ពិត , $\forall a,b,c$

ព្រោះ $(a-b)^2\geq 0$, $(b-c)^2\geq 0$, $(a-c)^2\geq 0$

ដូចនេះ $a^2+b^2+c^2\geq ab+ac+bc$ ។

2. $a^2\left(1+b^2\right)+b^2\left(1+c^2\right)+c^2\left(1+a^2\right)\geq 6abc$

$a^2+a^2b^2+b^2+b^2c^2+c^2+c^2a^2-6abc\geq 0$

$a^2-2abc+b^2c^2+a^2b^2-2abc+c^2+a^2c^2-2abc+b^2\geq 0$

$\left(a-bc\right)^2+\left(ab-c\right)^2+\left(ac-b\right)^2\geq 0$ ពិត , $\forall a,b,c$

ដូចនេះ $\boxed{a^2\left(1+b^2\right)+b^2\left(1+c^2\right)+c^2\left(1+a^2\right)\geq 6abc}$ ។

3. $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}\left(a+b+c\right)^2$

$3a^2+3b^2+3c^2\geq a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac\geq 0$

$a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2\geq 0$

$\left(a-b\right)^2+\left(a-c\right)^2+\left(b-c\right)^2\geq 0$ ពិត , $\forall a,b,c$

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}\left(a+b+c\right)^2}$ ។

4. $a^2+b^2+c^2+3\geq 2\left(a+b+c\right)$

$a^2+b^2+c^2-2a-2b-2c+3\geq 0$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1+c^2-2c+1\geq 0$

$\left(a-1\right)^2+\left(b-1\right)^2+\left(c-1\right)^2\geq 0$ ពិត , $\forall a,b,c$

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2+c^2+3\geq 2\left(a+b+c\right)}$ ។

5. $\left(a^3+b^3\right)^2\leq\left(a^2+b^2\right)\left(a^4+b^4\right)$

$a^6+2a^3b^3+b^6\leq a^6+a^2b^4+a^4b^2+b^6$

$a^2b^4+a^4b^2-2a^3b^3\geq 0$

$a^2b^4-a^3b^3+a^4b^2-a^3b^3\geq 0$

$a^2b^3\left(b-a\right)+a^3b^2\left(a-b\right)\geq 0$

$a^2b^3\left(b-a\right)-a^3b^2\left(b-a\right)\geq 0$

$\left(a^2b^3-a^3b^2\right)\left(b-a\right)\geq 0$

$\left(b-a\right)a^2b^2\left(b-a\right)\geq 0$

$a^2b^2\left(b-a\right)^2\geq 0$ ពិត , $\forall a,b,c$ (ព្រោះ $a^2b^2>0$, $\left(b-a\right)^2\geq 0$)

ដូចនេះ $\boxed{\left(a^3+b^3\right)^2\leq\left(a^2+b^2\right)\left(a^4+b^4\right)}$ ។

VI. ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាព

1. $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\geq\frac{a+b+c}{2}$ ដែល $a,b,c>0$

បូកអង្គទាំងសងខាងនឹង $\frac{a+b+c}{2}=\frac{2a+2b+2c}{4}=\frac{b+c}{4}+\frac{c+a}{4}+\frac{a+c}{4}$ នោះគេបាន:

$\frac{a^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}+\frac{c^2}{a+b}+\frac{a+c}{4}\geq a+b+c$

តែ $a,b,c>0$ នោះតាមវិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$$\begin{cases}\frac{a^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}\geq 2\sqrt{\frac{a^2(b+c)}{4(b+c)}}\\ \frac{b^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}\geq 2\sqrt{\frac{b^2(c+a)}{4(c+a)}}\\ \frac{c^2}{a+b}+\frac{a+b}{4}\geq 2\sqrt{\frac{c^2(a+b)}{4(a+b)}}\end{cases}\Leftrightarrow +\begin{cases}\frac{a^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}\geq a\\ \frac{b^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}\geq b\\ \frac{c^2}{a+b}+\frac{a+b}{4}\geq c\end{cases}$$

$\frac{a^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}+\frac{c^2}{a+b}+\frac{a+c}{4}\geq a+b+c$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\frac{a^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}+\frac{c^2}{a+b}+\frac{a+c}{4}\geq a+b+c}$ ។

2. $a^4+b^4\geq a^3+b^3$ ចំពោះ $a+b=2$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង $a+b$

$(a+b)(a^4+b^4)\geq (a^3+b^3)(a+b)$

$2(a^4+b^4)\geq a^4+a^3b+ab^3+a^4$

$a^4+b^4-a^3b-ab^3\geq 0$

$a^3(a-b)-b^3(a-b)\geq 0$

$(a-b)(a^3-b^3)\geq 0$

$(a-b)(a-b)(a^2+ab+b^2)\geq 0$

$(a-b)^2(2a^2+2ab+2b^2)\geq 0$ គុណអង្គទាំងពីរនឹង 2

$(a-b)^2\left[(a+b)^2+a^2+b^2\right]\geq 0$ ពិត (ព្រោះ $(a-b)^2\geq 0$; $(a+b)^2\geq 0$; $a^2,\mathrm{b}^2\geq 0$)

ដូចនេះ $\boxed{a^4+b^4\geq a^3+b^3}$ ។

3. $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}>\frac{3}{a+b+c}$ ចំពោះ $\forall a,b,c>0$

ដោយ $a,b,c>0$, នាំឱ្យ $a+b<a+b+c\Leftrightarrow\frac{1}{a+b}>\frac{1}{a+b+c}$ (1)

$b+c<a+b+c\Leftrightarrow\frac{1}{b+c}>\frac{1}{a+b+c}$ (2)

$a+c<a+b+c\Leftrightarrow\frac{1}{a+c}<\frac{1}{a+b+c}$ (3)

តាម (1),(2) និង(3) , គេបាន

$$+\begin{cases}\frac{1}{a+b}>\frac{1}{a+b+c}\\ \frac{1}{b+c}>\frac{1}{a+b+c}\\ \frac{1}{a+c}>\frac{1}{a+b+c}\end{cases}$$

$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}>\frac{3}{a+b+c}$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}>\frac{3}{a+b+c}}$ ។

4. $x^2+y^2+z^2\geq\frac{1}{3}$ ចំពោះ $x+y+z=1$

ដោយ $x+y+z=1\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)=1 \quad (1)$

តែ $(x-y)^2\geq 0\Rightarrow x^2+y^2\geq 2xy$

$+\ (x-z)^2\geq 0\Rightarrow x^2+z^2\geq 2xz$

$(y-z)^2\geq 0\Rightarrow y^2+z^2\geq 2yz$

$$2(x^2+y^2+z^2)\geq 2(xy+xz+yz)$$

$$2(x^2+y^2+z^2)-2(xy+xz+yz)\geq 0 \quad (2)$$

យក (1) បូក (2) , គេបាន $3(x^2+y^2+z^2)\geq 1$

$$x^2+y^2+z^2\geq\frac{1}{3}$$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{x^2+y^2+z^2\geq\frac{1}{3}}$ ។

5. ស្រាយថា: $ab+bc+ac\leq a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$

ដោយ a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ

គេបាន: $(a-b)^2\geq 0\Rightarrow a^2+b^2\geq 2ab$

$+\ (a-c)^2\geq 0\Rightarrow a^2+c^2\geq 2ac$

$(b-c)^2\geq 0\Rightarrow b^2+c^2\geq 2bc$

$$2(a^2+b^2+c^2)\geq 2(ab+bc+ac)$$

$$a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ac \quad (1)$$

ម្យ៉ាងទៀត:តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ, គេបាន

$$\begin{cases}a>b-c\\ b>a-c\\ c>a-b\end{cases}\Leftrightarrow +\begin{cases}a^2>b^2+c^2-2bc\\ b^2>a^2+c^2-2ac\\ c^2>a^2+b^2-2ab\end{cases}$$

$$a^2+b^2+c^2>2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+ac+bc)$$

$$2(ab+ac+bc)>a^2+b^2+c^2 \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន $ab+bc+ac\leq a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$ ពិត

ដូចនេះ: $\boxed{ab+bc+ac\leq a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)}$ ។

VII. ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាព

1. $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8$

ដោយ $a,b,c\geq 0$ តាមវិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$$\times\begin{cases} a+\dfrac{1}{b}\geq 2\sqrt{\dfrac{a}{b}} \\ b+\dfrac{1}{c}\geq 2\sqrt{\dfrac{b}{c}} \\ c+\dfrac{1}{a}\geq 2\sqrt{\dfrac{c}{a}} \end{cases}$$

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8\sqrt{\frac{abc}{abc}}$$

$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8}$ ។

2. $2a^2\geq 3ab-2b^2$

$2a^2+2b^2\geq 3ab$

ដោយ: $a,b\geq 0$

តាមវិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$2a^2+2b^2\geq 2\sqrt{4a^2b^2} \Leftrightarrow 2a^2+2b^2\geq 4ab\geq 3ab$ ពិត (ព្រោះ $4ab\geq 3ab$)

ដូចនេះ $\boxed{2a^2\geq 3ab-2b^2}$ ។

3. $(ab+bc+ac)^2\geq 3abc(a+b+c)$

$a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2+2abc^2+2ab^2c+2a^2bc\geq 3a^2bc+3ab^2+3abc^2$

$(ab)^2+(bc)^2+(ac)^2-abc^2-ab^2c-a^2bc\geq 0$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង 2 គេបាន:

$2(ab)^2+2(bc)^2+2(ac)^2-2abc^2-2ab^2c-2a^2bc\geq 0$

$(ab)^2-2a^2bc+(ac)^2+(ab)^2-2ab^2c+(bc)^2+(bc)^2-2abc^2+(ac)^2\geq 0$

$(ab-ac)^2+(ab-bc)^2+(bc-ac)^2\geq 0$ ពិត $\forall a,b,c$

ដូចនេះ $\boxed{(ab+bc+ac)^2\geq 3abc(a+b+c)}$ ។

4. $a^2+b^2\geq 2(a-b-1)$

$a^2+b^2\geq 2a-2b-2$

$a^2+b^2-2a+2b+2\geq 0$

$a^2-2a+1+b^2+2b+1\geq 0$

$(a-1)^2+(b+1)^2\geq 0$ ពិត $\forall a,b$ (ព្រោះ $(a-1)^2\geq 0,(b+1)^2\geq 0$)

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2\geq 2(a-b-1)}$ ។

5. $(2a+1)(b+3)(3a+2b)\geq 48ab$

ដោយ $a,b\geq 0$ វិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$$\begin{cases}2a+1\geq 2\sqrt{2a}\\ b+3\geq 2\sqrt{3b}\\ 3a+2b\geq 2\sqrt{6ab}\end{cases}$$

$(2a+1)(b+3)(3a+2b)\geq 8\sqrt{36a^2b^2}$

$(2a+1)(b+3)(3a+2b)\geq 48ab$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{(2a+1)(b+3)(3a+2b)\geq 48ab}$ ។

6. $ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)\geq 6abc$

$a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+a^2c+ac^2\geq 6abc$

$a^2b-2abc+b^2c+ab^2-2abc+bc^2+a^2c-2abc+ac^2\geq 0$

$\left(c\sqrt{b}-c\sqrt{b}\right)^2+\left(b\sqrt{a}-c\sqrt{a}\right)^2+\left(b\sqrt{c}-a\sqrt{c}\right)^2\geq 0$ ពិត $\forall a,b,c$

ដូចនេះ $\boxed{ab(a+b)+bc(b+c)+ac(a+c)\geq 6abc}$ ។

7. $2\sqrt{a}+3\sqrt[3]{b}\geq 5\sqrt[5]{ab}$

ដោយ $a,b\geq 0$ តាមវិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$\sqrt{a}+\sqrt{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{b}\geq 5\sqrt[5]{\sqrt{a\cdot a}\cdot\sqrt[3]{b\cdot b\cdot b}}$

$2\sqrt{a}+3\sqrt[3]{b}\geq 5\sqrt[5]{ab}$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{2\sqrt{a}+3\sqrt[3]{b}\geq 5\sqrt[5]{ab}}$ ។

8. $3a^3+7b^3\geq 9ab^2$

$3a^3+7b^3=3a^3+3b^3+4b^3$

ដោយ $a,b\geq 0$ តាមវិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$3a^3+3b^3+4b^3\geq 3\sqrt[3]{36a^3b^6}$

$3a^3+7b^3\geq 18ab^2\geq 9ab^2$ ពិត (ព្រោះ $18ab^2\geq 9ab^2$)

ដូចនេះ $\boxed{3a^3+7b^3\geq 9ab^2}$ ។

9. $\sqrt{(a+b)(c+d)}+\sqrt{(a+c)(b+d)}+\sqrt{(a+d)(b+c)}\geq 6\sqrt[4]{abcd}$

ដោយ $a,b,c,d\geq 0$ តាមវិសមភាពកូស៊ី , គេបាន

$a+b\geq 2\sqrt{ab}$, $c+d\geq 2\sqrt{cd}$, $b+d\geq 2\sqrt{bd}$, $a+d\geq 2\sqrt{ad}$, $b+c\geq 2\sqrt{bc}$, $a+c\geq 2\sqrt{ac}$

នាំឱ្យ: $\sqrt{(a+b)(c+d)}+\sqrt{(a+c)(b+d)}+\sqrt{(a+d)(b+c)}\geq 6\sqrt[4]{abcd}$

$\sqrt{4\sqrt{abcd}}+\sqrt{4\sqrt{abcd}}+\sqrt{4\sqrt{abcd}}\geq 6\sqrt[4]{abcd}$

$2\sqrt[4]{abcd}+2\sqrt[4]{abcd}+2\sqrt[4]{abcd}\ge 6\sqrt[4]{abcd}$

$6\sqrt[4]{abcd}\ge 6\sqrt[4]{abcd}$ ពិត

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{(a+b)(c+d)}+\sqrt{(a+c)(b+d)}+\sqrt{(a+d)(b+c)}\ge 6\sqrt[4]{abcd}}$ ។

10. $(1+a)(1+b)\ge\left(1+\sqrt{ab}\right)^2$

$1+b+a+ab\ge 1+2\sqrt{ab}+ab$

$b+a\ge 2\sqrt{ab}$

$\sqrt{a}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2\ge 0$

$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\ge 0$ ពិត $\forall a,b$

ដូចនេះ: $\boxed{(1+a)(1+b)\ge\left(1+\sqrt{ab}\right)^2}$ ។

11. $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}\ge\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

$\frac{a}{b^2}+\frac{1}{a}+\frac{b}{c^2}+\frac{1}{b}+\frac{c}{a^2}+\frac{1}{c}\ \ge 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

តែ $a,b,c>0$ តាមវិសមភាពកូស៊ី ,គេបាន

$$+\begin{cases}\frac{a}{b^2}+\frac{1}{a}\ge 2\sqrt{\frac{a}{b^2a}}=2\times\frac{1}{b}\\ \frac{b}{c^2}+\frac{1}{b}\ge 2\sqrt{\frac{b}{c^2b}}=2\times\frac{1}{c}\\ \frac{c}{a^2}+\frac{1}{c}\ge 2\sqrt{\frac{c}{a^2c}}=2\times\frac{1}{a}\end{cases}$$

$$\frac{a}{b^2}+\frac{1}{a}+\frac{b}{c^2}+\frac{1}{b}+\frac{c}{a^2}+\frac{1}{c}\ge 2\times\frac{1}{b}+2\times\frac{1}{c}+2\times\frac{1}{a}$$

$$\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\ge 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}\ge\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ ពិត

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}\ge\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}$ ។

12. $\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\ge a+b+c$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង 2

$\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}+\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\ge 2(a+b+c)$

តែ $a,b,c>0$ តាមវិសមភាពកូស៊ី ,គេបាន

$$+\begin{cases}\dfrac{ab}{c}+\dfrac{ac}{b}\geq 2\sqrt{\dfrac{a^2bc}{bc}}=2a\\ \dfrac{ab}{c}+\dfrac{bc}{a}\geq 2\sqrt{\dfrac{b^2ac}{ac}}=2b\\ \dfrac{ac}{b}+\dfrac{bc}{a}\geq 2\sqrt{\dfrac{c^2ab}{ab}}=2c\end{cases}$$

$$2\left(\frac{ab}{c}+\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}\right)\geq 2(a+b+c)$$

$\dfrac{ab}{c}+\dfrac{bc}{a}+\dfrac{ac}{b}\geq a+b+c$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{ab}{c}+\dfrac{ac}{b}+\dfrac{bc}{a}\geq a+b+c}$ ។

13. ស្រាយថា: $a^2+b^2\geq\dfrac{1}{2}$

ដោយ $a+b\geq 1\Rightarrow a^2+b^2+2ab\geq 1\ (1)$

តែ $(a-b)^2\geq 0\Rightarrow a^2+b^2-2ab\geq 0\ (2)$

យក $(1)+(2)$: $2a^2+2b^2\geq 1\Leftrightarrow a^2+b^2\geq\dfrac{1}{2}$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2\geq\dfrac{1}{2}}$ ។

VIII. *ចំណោទវិសមីការ*

1.រកគ្រប់ចំនួន

តាង x ជាចំនួនដែលត្រូវរក

ដោយ 3 ដងចំនួននោះ បន្ថែមពាក់កណ្ដាលរបស់វា បន្ថយ 5 ធំជាង 2 ដងចំនួននោះ បន្ថយ 3

គេបានវិសមីការ $3x+\dfrac{1}{2}x-5>2x-3$

$$6x+x-10>4x-6$$
$$3x>4\Rightarrow x>4/3$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=\dfrac{5}{3}$ នាំឱ្យ $3\times\dfrac{5}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{3}-5>2\times\dfrac{5}{3}-3$

$\dfrac{5}{6}>\dfrac{2}{6}$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ: } x>4/3 \text{ ឬ } x\in\left(4/3,+\infty\right)}$ ។

2. រកបីចំនួនតគ្នា

តាង x ជាចំនួនទី1 $x+1$ ជាចំនួនទី2 $x+2$ ជាចំនួនទី3 $x\in\mathbb{N}^*$

ដោយផលបូក 3ចំនួនតគ្នាតូចជាង 1918 តែធំជាង 1914

គេបានវិសមីការ $\begin{cases} x+(x+1)+(x+2)<1918 \\ x+(x+1)+(x+2)>1914 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3<1918 \\ 3x+3>1914 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x<1915 \\ 3x>1911 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<638.33 \\ x>637 \end{cases}$$

នាំឱ្យ $x=638$ នោះ $\begin{cases} x+1=639 \\ x+2=640 \end{cases}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $1914<638+639+640<1918$

$1914<1917<1918$ ពិត

ដូចនេះ បីចំនួនតគ្នាដែលត្រូវរកគឺ: 638, 639 និង 640 ។

3. *រកចំនួន*

តាង x ជាចំនួនដែលត្រូវរក

ដោយពាក់កណ្ដាលនៃចំនួន ថែម 5 ធំជាងឬស្មើ 3 ដងនៃចំនួននោះបន្ថយ 4

គេបានវិសមីការ $\frac{1}{2}x+5\geq 3x-4$

$$x+10\geq 6x-8$$

$$-5x\geq -18 \Rightarrow x\leq \frac{18}{5}$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=\frac{18}{5}$ នាំឱ្យ $\frac{1}{2}\times\frac{18}{5}+5\geq 3\times\frac{18}{5}-4$

$$\frac{18}{10}+5\geq\frac{521}{5}-4 \Leftrightarrow \frac{34}{5}\geq\frac{34}{5}$$ ពិត

ដូចនេះ $x\leq\frac{18}{5}$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

4. *រកចំនួនឆ្នាំទៅមុខទៀត*

តាង t ជារយៈពេលដែលធ្វើឱ្យអាយុឪពុកតិចជាង 3 ដង ប៉ុន្តែច្រើនជាង 2 ដងអាយុកូន

នាំឱ្យ $32+t$ ជាអាយុឪពុក , $12+t$ ជាអាយុកូន ដែល t ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

គេបានវិសមីការ $\begin{cases} 32+t<3(12+t) \quad (1) \\ 32+t>2(12+t) \quad (2) \end{cases}$

តាម (1) $32+t<3(12+t)$

$$32+t<36+3t$$

$$-2t<4 \Rightarrow t>-2 \quad (I)$$

តាម (2) $32+t>2(12+t)$

$$32+t>24+2t$$

$t<8\ \ (II)$

យក $(I)\cap(II)\Rightarrow -2<t<8$ នាំឱ្យ $t=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

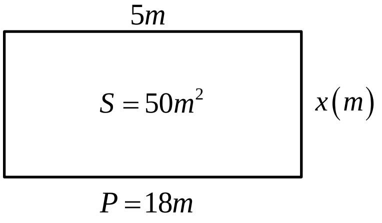
ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $t=1$ នាំឱ្យ $\begin{cases}32+1<3(12+1)\\32+1>2(12+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}33<39\\33>26\end{cases}$ ពិត

$t=7$ នាំឱ្យ $\begin{cases}32+7<3(12+7)\\32+7>2(12+7)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}39<57\\39>38\end{cases}$ ពិត

ដូចនេះ $t=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ ឆ្នាំទៅមុខទៀតនាំឱ្យអាយុឪពុកតិចជាង 3 ដង និងច្រើនជាង 2 ដងអាយុកូន ។

5. *រកតម្លៃ x*

ដោយចតុកោណកែងមានបរិមាត្រធំជាង$18m$ និងមានក្រឡាផ្ទៃតូចជាង $50m^2$



នោះ $\begin{cases}2(5+x)>18\\5x<50\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>4\\x<10\end{cases}\Rightarrow 4<x<10$

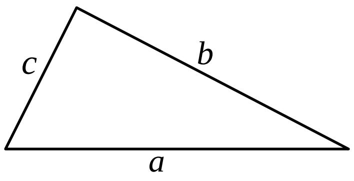
ផ្ទៀងផ្ទាត់: $x=5\Rightarrow\begin{cases}2(5+5)>18\\5\times5<50\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}20>18\\25<50\end{cases}$ ពិត

$x=9\Rightarrow\begin{cases}2(5+9)>18\\5\times9<50\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}28>18\\45<50\end{cases}$ ពិត

ដូចនេះ: x ត្រូវយកតម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះ: $4<x<10$ គិតជា ម៉ែត(m) ។

6. *បង្ហាញថាជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណខ្ញីជាងកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណ*

តាង a,b,c ជាជ្រុងនៃត្រីកោណ



តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ គេបាន $\begin{cases}a<b+c\ \ (1)\\b<a+c\ \ (2)\\c<b+a\ \ (3)\end{cases}$

តាម (1) បូកអង្គទាំងសងខាង នឹង a

គេបាន: $a+a<a+b+c$

$2a<a+b+c$

$a<\dfrac{a+b+c}{2}$ ពិត

តាម (2) បូកអង្គទាំងសងខាង នឹង b

គេបាន: $b+b<a+b+c$

$2b<a+b+c$

$b<\frac{a+b+c}{2}$ ពិត

តាម (3) បូកអង្គទាំងសងខាង នឹង c

គេបាន: $c+c<a+b+c$

$2c<a+b+c$

$c<\frac{a+b+c}{2}$ ពិត

ដូចនេះ: ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណខ្លីជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់ត្រីកោណនេះ ។

7. *រកបរិមាត្រអតិបរមានៃសួនរាងចតុកោណកែង*

តាង x ជាទទឹងនៃសួន

$3x+15$ ជារង្វាស់បណ្តោយនៃសួន

ដោយបរិមាត្រនៃសួនវែងបំផុតស្មើនឹង $94m$

គេមានវិសមីការ $2(x+3x+15)\le 94$

$4x+15\le 47$

$4x\le 32 \Rightarrow x\le 8$

ដើម្បីរកបរិមាត្រនៃសួនអតិបរមា កាលណារង្វាស់ជ្រុងអតិបរមាគឺ $x=8m \Rightarrow 3x+15=39m$

ផ្ទៀតផ្ទាត់: $3(8+39)\le 94 \Leftrightarrow 94\le 94$ ពិត

នាំឱ្យ បរិមាត្រនៃសួនគឺ $P=2(8+39)=94m$

ដូចនេះ: បរិមាត្រអតិបរមានៃសួនគឺ: $P=94m$ ។

8. *រកសំបុត្រប្រភេទនីមួយៗដែលអាចលក់បានច្រើនបំផុត*

តាង x ជាចំនួនសំបុត្រប្រភេទ A

$x-5$ ជាចំនួនសំបុត្រប្រភេទ B

ដោយគលក់សំបុត្រយ៉ាងច្រើនបាន 37 សន្លឹក

គេមានវិសមីការ $x+x-5\le 37$

$$2x\le 42\Rightarrow x\le 21$$

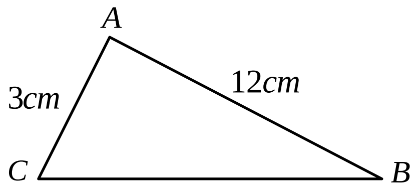
ដោយចំនួនសំបុត្រដែលត្រូវរកជាចំនួនច្រើនបំផុត គេបាន $x=21$ សន្លឹក

នាំឱ្យ $x-5=16$ សន្លឹក

ផ្ទៀតផ្ទាត់: $21+16\le 37\Leftrightarrow 37\le 37$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួនច្រើនបំផុតនៃសំបុត្រគឺ ប្រភេទ A: 21សន្លឹក ប្រភេទ B:16សន្លឹក ។

9. *រកប្រវែងជ្រុង BC ជាចំនួនគត់*



តាង x ជារង្វាស់ជ្រុង BC

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ

គេបាន: $12-3<x<12+3$

$$9<x<15 \quad (1)$$

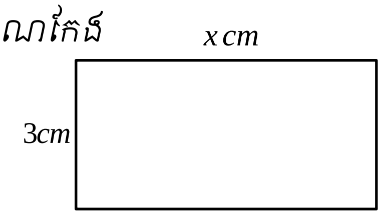
តែ x ជាពហុគុណនៃ 3 និងជាចំនួនគត់ នាំឱ្យ $x=\{3,6,9,12,15,18,\ldots\}$ (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន: $x=12cm$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=12cm\Rightarrow 9<12<15$ ពិត

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុង BC គឺ: $12cm$ ។

10. *រកប្រវែងបណ្តោយនៃក្រដាសរាងចតុកោណកែង*



តាង x ជាប្រវែងបណ្តោយនៃក្រដាស

លក្ខខណ្ឌ: $3<x$,x ជាចំនួនគត់

ដោយក្រឡាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងស្ថិតនៅចន្លោះ$15cm^2$ ទៅ $24cm^2$

គេបានវិសមីការ $15<3x<24$

$$5<x<8$$

នាំឱ្យ $x=6$ ឬ $x=7$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x=6cm\Rightarrow 5<6<8$ ពិត

បើ $x=7cm\Rightarrow 5<7<8$ ពិត

ដូចនេះ បូណាត្រូវយកប្រវែងបណ្តោយ $x=6cm$ ឬ $x=7cm$ ។

11. *រកចំនួនក្រដាសប្រាក់500៛ ដែលហូតបាន*

តាង x ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់500៛ ដែលហូតបាន

$25-x$ ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់1000៛ ដែលហូតបាន

ដោយសុខចង់បានប្រាក់យ៉ាងតិច 17500៛ ហើយយ៉ាងច្រើន 20000៛

គេបានវិសមីការ $17500 \le 500x + 1000(25-x) \le 20000$

$$17500 \le 500x + 25000 - 1000x \le 20000$$

$$17500 \le 25000 - 500x \le 20000$$

នាំឱ្យ: $\begin{cases} 25000-500x \le 20000 \\ 25000-500x \ge 17500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -500x \le -5000 \\ -500x \ge -7500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 10 \\ x \le 15 \end{cases} \Rightarrow 10 \le x \le 15$

នាំឱ្យ $x = \{10,11,12,13,14,15\}$ (ព្រោះ x ជាចំនួនចំនួនក្រដាសប្រាក់ នោះ x ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន)

ផ្ទៀងផ្ទាត់: បើ $x = 10 \Rightarrow 17500 \le 5000 + 15000 \le 20000$

$17500 \le 20000 \le 20000$ ពិត

បើ $x = 15 \Rightarrow 17500 \le 7500 + 10000 \le 20000$

$17500 \le 17500 \le 20000$ ពិត

ដូចនេះ: ចំនួនក្រដាសប្រាក់ 500 រៀល ដែលហូតបានត្រូវមានចំនួន $x = \{10,11,12,13,14,15\}$ សន្លឹក ។

12. *រកចំនួនកូនត្រីដែលលែង ប្រភេទទី 4*

តាង x ជាចំនួនកូនត្រីដែលត្រូវនៅលើកចុងក្រោយ , $x > 0$, x ជាចំនួនគត់

ដោយ មធ្យមនៃកូនត្រីទាំង 4 ប្រភេទយ៉ាងច្រើន9000 ក្បាល គេបានវិសមភាព

$$\frac{8900+9200+9000+x}{4} \le 9000$$

$$\Leftrightarrow 27100 + x \le 36000 \Rightarrow x \le 8900$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\dfrac{8900+9200+9000+8900}{4} \le 9000$

$9000 \le 9000$ ពិត

ដូចនេះ: ចំនួនកូនត្រីដែលត្រូវលែងលើកទី 4 គឺ: $0 < x \le 8900$ ។

13. *រកប្រវែងវិមាត្រអតិបរមាគិតជា cm នៃអេក្រង់កុំព្យូទ័រ*

តាង x ជាប្រវែងបណ្ដោយនៃកុំព្យូទ័រ

$2x-20$ ជាប្រវែងទទឹងនៃកុំព្យូទ័រ

គេបានវិសមីការ $x \ge 2x-20$

$$-x \ge -20 \Rightarrow x \le 20$$

កុំព្យូទ័រមានវិមាត្រអតិបរមា កាលណា $x = 20cm$

នាំឱ្យ ទទឹងនៃអេក្រង់គឺ: $2\times 20-20 = 20cm$ (ព្រោះ x ជាចំនួនគត់)

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $20 \ge 20$ ពិត

ដូចនេះ **វិមាត្រអតិបរមាអេក្រង់កុំព្យូទ័រ គឺ: បណ្ដោយ $20cm$ និងទទឹង $20cm$ រាងជាការេ** ។

14. *រកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការ $2(x+1) = 5+mx$ មានឫសតូចជាងឬស្មើ 1*

ដោយ $2(x+1) = 5+mx$

$$2x+2 = 5+mx$$

$$2x-mx = 3$$

$$(2-m)x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2-m}$$

តែសមីការមានឫតូចជាងឬស្មើ1

នោះ $\dfrac{3}{2-m} \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2-m} - 1 \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2-m} \le 0$

<u>របៀបទី១</u> នាំឱ្យ: $\begin{cases} m+1 \le 0 \\ 2-m > 0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} m+1 \ge 0 \\ 2-m < 0 \end{cases}$

ចំពោះ $\begin{cases} m+1 \le 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le -1 \\ m < 2 \end{cases} \Rightarrow m \le -1 \ (I)$

ចំពោះ $\begin{cases} m+1 \ge 0 \\ 2-m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -1 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow m > 2 \ (II)$

យក $(I)\cup(II)$ គេបាន: $m \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$ ឬ $m \le -1 \vee x > 2$

<u>របៀបទី២</u> តាង $f(m) = m+1$ បើ $f(m) = 0 \Rightarrow m = -1$

តាង $g(m) = 2-m$ បើ $g(m) = 0 \Rightarrow m = 2$

តារាងសញ្ញា

m	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$f(m)$	$-$	0	$+$		$+$
$g(m)$	$+$		$+$	0	$-$
$\dfrac{f(m)}{g(m)} \le 0$	$-$		$+$ (ឆូត)	‖	$-$

ដូចនេះ **$m \in (-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសតូចជាងឬស្មើនឹង1** ។

15. រកចំនួនជ្រុងដែលច្រើនបំផុតនៃពហុកោណ

តាង n ជាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលច្រើនបំផុត ; n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

ដោយផលបូកមុំក្នុងទាំងអស់តូចជាង 2008°

គេបាន $(n-2)180^\circ < 2008^\circ$

$$n-2<11.15 \Rightarrow n<13.15$$

នាំឱ្យ: $n=13$ ផ្ទៀងផ្ទាត់: $(13-2)180^\circ < 2008^\circ$

$1980^\circ < 2008^\circ$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតនៃពហុកោណគឺ: $n=13$ ជ្រុង ។

16. រកចំនួនទូកដែលត្រូវជួល

តាង x ជាចំនួនទូកធំដែលត្រូវជួល

y ជាចំនួនទូកតូចដែលត្រូវជួល ដែល $x, y \in \mathbb{N}^*$

ដោយទូកតូចផ្ទុកមនុស្សបាន 5 នាក់ ទូកធំផ្ទុកមនុស្សបាន 12 នាក់ ហើយមនុស្សសរុប 99 នាក់

គេបាន: $12x+5y=99 \Rightarrow x=\dfrac{99-5y}{12}=8+\dfrac{3-5y}{12}$

តាង $3-5y=12k$, k ជាចំនួនគត់

នោះ $3-12k=5y \Rightarrow y=\dfrac{3-12k}{5}=\dfrac{3-2k}{5}-2k$

តាង $3-2k=5t$, t ជាចំនួនគត់

នាំឱ្យ: $y=\dfrac{5t}{5}-(3-5t)=t-3+5t=6t-3$

តែ $0<y<19$

$0<6t-3<19$

$3<6t<22$

$\dfrac{1}{2}<t<\dfrac{11}{3}$

$0.5<t<3.66$

នាំឱ្យ: $t=\{1,2,3\}$

– ចំពោះ $t=1$ គេបាន $y=3 \Rightarrow x=8+\dfrac{3-15}{12}=7$ យក

$-$ ចំពោះ $t=2$ គេបាន $y=9\Rightarrow x=8+\dfrac{3-45}{12}=4.5$ មិនយក(ព្រោះ $x\in\mathbb{N}^*$)

$-$ ចំពោះ $t=3$ គេបាន $y=15\Rightarrow x=8+\dfrac{3-75}{12}=2$ យក

ផ្ទៀងផ្ទាត់: ចំពោះ $y=3, x=7$ នាំឱ្យ $12\times7+5\times3=99\Leftrightarrow 99=99$ ពិត

ចំពោះ $y=15, x=2$ នាំឱ្យ $12\times2+5\times15=99\Leftrightarrow 99=99$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួនទូកដែលត្រូវជួលគឺ (ទូកតូច 15 ទូកធំ 2) ឬ (ទូកតូច 3 ទូកធំ 7) ។

17. *រកចំនួនក្រុមនីមួយៗក្នុងសហគមន៍*

តាង x ជាចំនួនក្រុមដែលមានគ្នា 3 នាក់

y ជាចំនួនក្រុមដែលមានគ្នា 5 នាក់

z ជាចំនួនក្រុមដែលមានគ្នា 10 នាក់ ដែល x, y, z ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

ដោយសហគមន៍ចំណាយប្រាក់ខ្ចីអស់ 5600$ ហើយក្រុមមានគ្នា 3 នាក់ស្មើ 2 ដងនៃក្រុមមានគ្នា 5 នាក់

គេបានប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}300x+600y+1000z=5600 & (1)\\ x=2y & (2)\end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) គេបាន: $600y+600y+1000z=5600$

$$1200y+1000z=5600$$

$$12y+10z=56$$

$$6y+5z=28\Rightarrow y=\frac{28-5z}{6}=4+\frac{4-5z}{6}(3)$$

តាង $4-5z=6k$, k ជាចំនួនគត់ (ព្រោះ y ជាចំនួនគត់)

$$5z=4-6k\Rightarrow z=\frac{4-6k}{5}=\frac{4-k}{5}-k$$

តាង $4-k=5t$, t ជាចំនួនគត់

$\Rightarrow z=t+5t-4=6t-4$

តែ $0<z<5$

$0<6t-4<5$

$4<6t<9$

$\dfrac{2}{3}<t<\dfrac{9}{6}$

$0.66<t<1.5$ នាំឱ្យ: $t=1$

− ចំពោះ $t=1$ គេបាន $z=2$, $y=3$, $x=6$

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\begin{cases}300\times6+600\times3+1000\times2=5600\\6=2\times3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5600=5600\\6=6\end{cases}$ ពិត

ដូចនេះ: ក្រុមខ្ចីប្រាក់ក្នុងសហគមន៍ មានក្រុមគ្នា 3 នាក់ 6 ក្រុម

មានក្រុមគ្នា 5 នាក់ 3 ក្រុម

មានក្រុមគ្នា 10 នាក់ 2 ក្រុម ។

18. *រកប្រភេទរង្វាន់ដែលត្រូវទិញចែកជូនសិស្សពូកែ*

តាង x ជារង្វាន់ប្រភេទ 20000 ៛

y ជារង្វាន់ប្រភេទ 10000 ៛

z ជារង្វាន់ប្រភេទ 50000 ៛ ដែល x,y,z ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

ដោយវិទ្យាល័យចំណាយប្រាក់អស់ 1000000 ៛ ដើម្បីទិញរង្វាន់ ហើយរង្វាន់ប្រភេទ 20000 ៛ មានតិចជាង10 ដងនៃប្រភេទ 10000 ៛

គេបានប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases}20000x+10000y+50000z=1000000 \ (1)\\10x=y \ \ (2)\end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) គេបាន: $20000x+100000x+50000z=1000000$

$$120000x+50000z=1000000$$

$$12x+5z=100$$

$$x=\frac{100-5z}{12}=8+\frac{4-5z}{12}$$

តាង $4-5z=12k$, k ជាចំនួនគត់ (ព្រោះ y ជាចំនួនគត់)

$$5z=4-12k\Rightarrow z=\frac{4-12k}{5}=\frac{4-2k}{5}-2k$$

តាង $4-2k=5t$, t ជាចំនួនគត់

$\Rightarrow z=t+5t-4=6t-4$

តែ $0<z<20$

$$0<6t-4<20$$

$$4<6t<24$$

$$\frac{2}{3}<t<4$$

$0.66<t<4$ នាំឱ្យ: $t=\{1,2,3\}$

− ចំពោះ $t=1$ គេបាន $z=2 \Rightarrow x=8+\frac{4-10}{12}=6.5$ មិនយក

− ចំពោះ $t=2$ គេបាន $z=8 \Rightarrow x=8+\frac{4-40}{12}=5 \Rightarrow y=50$ យក

− ចំពោះ $t=3$ គេបាន $z=14 \Rightarrow x=8+\frac{4-70}{12}=2.5$ មិនយក

ផ្ទៀងផ្ទាត់: $\begin{cases}20000\times5+10000\times50+50000\times8=1000000\\10\times5=50\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1000000=1000000\\50=50\end{cases}$ ពិត

ដូចនេះ: កាដូដែលត្រូវទិញគឺ: ប្រភេទ 20000៛ ចំនួន 5 រង្វាន់

ប្រភេទ 10000៛ ចំនួន 50 រង្វាន់

ប្រភេទ 50000៛ ចំនួន 8 រង្វាន់

19. *ក. រកទម្ងន់ដំបូងដែលនៅសល់*

តាង x ជាទម្ងន់ដំឡូងដែលអ្នកទី 2 ទិញបាន

$2x$ ជាទម្ងន់ដំឡូងដែលអ្នកទី1 ទិញបាន

y ជាទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់ពីការលក់

ដំឡូងសរុបមាន: $7+10+14+18+19=68kg$

គេបានសមីការ $x+2x+y=68$

$$3x+y=68 \Rightarrow x=\frac{68-y}{3}=22+\frac{2-y}{3}$$

ដើម្បីឱ្យ x ជាចំនួនគត់ កាលណា $2-y$ ចែកដាច់នឹង 3

តែ $y=\{7,10,14,18,19\}$ (ទម្ងន់ដំឡូងនៅក្នុងល្អីណាមួយ)

នាំឱ្យ: $y=14$ (ព្រោះ $2-14=-12$ ចែកដាច់នឹង 3 ក្រៅពីនេះចែកមិនដាច់នឹង 3 ទេ)

ដូចនេះ: ទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់ គឺ: $14kg$ ។

ខ. រកតម្លៃដំឡូងក្នុង $1kg$

តាង t ជាតម្លៃដំឡូងក្នុង $1kg$

ដោយដំឡូងដែលនៅសល់មាន $14kg$ ហើយលក់បានតម្លៃ 11200៛ ទៅ 15400៛

គេបាន: $11200<14t<15400 \Leftrightarrow 800<t<1100$

ដូចនេះ: ដំឡូងក្នុង $1kg$ មានតម្លៃពី 800៛ ទៅ 1100៛ ។

* កម្រិត II (ថ្នាក់ទី 10)

I. ដោះស្រាយវិសមីការ

1. $3x^2+3x+4\geq 2\left(x^2-3x+1\right)$

$3x^2+3x+4\geq 2x^2-6x+2$

$x^2+9x+2\geq 0$

តាង $f\left(x\right)=x^2+9x+2$

បើ $f\left(x\right)=0$ នោះ $x^2+9x+2=0$

មាន: $\Delta=81-8=73>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{73}$

នោះ $x_{1,2}=\dfrac{-9\pm\sqrt{73}}{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{-9-\sqrt{73}}{2}$		$\frac{-9+\sqrt{73}}{2}$		$+\infty$
$f\left(x\right)\geq 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left(-\infty,\dfrac{-9-\sqrt{73}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{-9+\sqrt{73}}{2},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

2. $7x^2-x+1<2\left(x^2-3x-2\right)$

$7x^2-x+1<2x^2-6x-4$

$5x^2+5x+5<0$

$x^2+x+1<0$

តាង $f\left(x\right)=x^2+x+1$

បើ $f\left(x\right)=0$ នោះ $x^2+x+1=0$

មាន: $\Delta=1-4=-3<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f\left(x\right)<0$		$+$	

ដូចនេះ វិសមីការគ្មានសំណុំឫស ។

3. $\dfrac{1}{2}x\left(2x+8\right)>x-1$

$2x^2+8x>2x-2$

$2x^2+6x+2>0$

$x^2+3x+1>0$

តាង $f(x)=x^2+3x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2+3x+1=0$

មាន: $\Delta=9-4=5>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$

នោះ $x_{1,2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left(-\infty,\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

4. $5x^2-3x+9\geq\dfrac{1}{2}x+3$

$10x^2-6x+18\geq x+6$

$10x^2-7x+12\geq 0$

តាង $f(x)=10x^2-7x+12$

បើ $f(x)=0$ នោះ $10x^2-7x+12=0$

មាន: $\Delta=49-480=-431<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)\geq 0$		$+$	

ដូចនេះ វិសមីការសំណុំឫស $\forall x\in\mathbb{R}$ ។

5. $\dfrac{9}{3}x^2-x+2>1+x^2$

$9x^2-3x+6>3+3x^2$

$6x^2-3x+3>0$

$2x^2-x+1>0$

តាង $f(x)=2x^2-x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2-x+1=0$

មាន: $\Delta=1-8=-7<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	

ដូចនេះ វិសមីការសំណុំឫស $\forall x\in\mathbb{R}$ ។

6. $\frac{5}{2}x^2+3x-1\le 2(x-3)$

$5x^2+6x-2\le 4x-12$

$5x^2+2x+10\le 0$

តាង $f(x)=5x^2+2x+10$

បើ $f(x)=0$ នោះ $5x^2+2x+10=0$

មាន: $\Delta=4-200=-196<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)\le 0$	+

ដូចនេះ **វិសមីការគ្មានសំណុំឫស** ។

7. $\frac{2x}{3}+\frac{x^2}{6}+1<\frac{1}{4}x(8x+4)$

$8x+2x^2+12<24x^2+12x$

$-26x^2-4x+12<0$

$13x^2+2x-6>0$

តាង $f(x)=13x^2+2x-6$

បើ $f(x)=0$ នោះ $13x^2+2x-6=0$

មាន: $\Delta'=1+78=79>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{79}$

នោះ $x_1=\frac{-2+\sqrt{79}}{13}$, $x_2=\frac{-2-\sqrt{79}}{13}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{-2-\sqrt{79}}{13}$		$\frac{-2+\sqrt{79}}{13}$		$+\infty$
$f(x)>0$		+	0	−	0	+	

ដូចនេះ **$x\in\left(-\infty,\frac{-2-\sqrt{79}}{13}\right)\cup\left(\frac{-2+\sqrt{79}}{13},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ** ។

8. $2x^2+5x+1<0$

តាង $f(x)=2x^2+5x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2+5x+1=0$

មាន: $\Delta=25-8=17>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{17}$

នោះ $x_1=\frac{-5+\sqrt{17}}{4}$, $x_2=\frac{-5-\sqrt{17}}{4}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{-5-\sqrt{17}}{4}$		$\frac{-5+\sqrt{17}}{4}$		$+\infty$
$f(x)<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x \in \left(\frac{-5-\sqrt{17}}{4}, \frac{-5+\sqrt{17}}{4}\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

9. $(x-1)^2+3x+1<0$

$x^2-2x+1+3x+1<0$

$x^2+x+2<0$

តាង $f(x)=x^2+x+2$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2+x+2=0$

មាន: $\Delta=1-8=-7<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)<0$		$+$	

ដូចនេះ វិសមីការគ្មានសំណុំឫស ។

10. $9x^2-3x+1>7x^2+4x+10$

$2x^2-7x-9>0$

តាង $f(x)=2x^2-7x-9$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2-7x-9=0$

មាន: $\Delta=49+72=121>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=11$

នោះ $x_1=\frac{7-11}{4}=-1$, $x_2=\frac{7+11}{4}=\frac{9}{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-1		$9/2$		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in(-\infty,-1)\cup\left(\frac{9}{2},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

11. $(x-5)(x+4)\le x^2+x(2x+4)$

$x^2-x-20\le x^2+2x^2+4x$

$-2x^2-5x-20\le 0$

$2x^2+5x+20\ge 0$

តាង $f(x)=2x^2+5x+20$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2+5x+20=0$

មាន: $\Delta = 25 - 160 = -135 < 0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x) \geq 0$	$+$

ដូចនេះ: **វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\forall x \in \mathbb{R}$** ។

$12.\ 3x^2 + 7x + 2 < (x-1)(x+2)$

$3x^2 + 7x + 2 < x^2 + x - 2$

$2x^2 + 6x + 4 < 0$

$x^2 + 3x + 2 < 0$

តាង $f(x) = x^2 + 3x + 2$

បើ $f(x) = 0$ នោះ: $x^2 + 3x + 2 = 0$

មាន: $\begin{pmatrix} a - b + c = 0 \\ 1 - 3 + 2 = 0 \end{pmatrix}$ នោះ: $x_1 = -1$, $x_2 = -\dfrac{c}{a} = -\dfrac{2}{1} = -2$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$f(x) < 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ: **$x \in (-2, -1)$ ជាសំណុំឬសនៃវិសមីការ** ។

$13.\ 5(7x-1)^2 + 35 > \sqrt{2} + 1$

$5(49x^2 - 14x + 1) + 35 - \sqrt{2} - 1 > 0$

$245x^2 - 70x + 5 + 35 - \sqrt{2} > 0$

$245x^2 - 70x + 39 - \sqrt{2} > 0$

តាង $f(x) = 245x^2 - 70x + 39 - \sqrt{2}$

បើ $f(x) = 0$ នោះ: $245x^2 - 70x + 39 - \sqrt{2} = 0$

មាន: $\Delta' = 1225 - 9555 + 245\sqrt{2} < 0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x) > 0$	$+$

ដូចនេះ: **វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\forall x \in \mathbb{R}$** ។

$14.\ 2(x+3)^2 - 70 \geq 100$

$2(x^2 + 6x + 9) - 70 \geq 100$

$2x^2 + 12x + 18 - 170 \geq 0$

$2x^2 + 12x - 152 \geq 0$

$x^2 + 6x - 76 \geq 0$

តាង $f(x) = x^2 + 6x - 76$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2+6x-76=0$

មាន: $\Delta'=9+76=85>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{85}$

នោះ $x_1=-3-\sqrt{85}$, $x_2=-3+\sqrt{85}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$-3-\sqrt{85}$		$-3+\sqrt{85}$		$+\infty$
$f(x)\ge 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left(-\infty,-3-\sqrt{85}\right]\cup\left[-3+\sqrt{85},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

15. $(x-3)^2-3x+9<4-x$

$x^2-6x+9-3x+9<4-x$

$x^2-8x+14<0$

តាង $f(x)=x^2-8x+14$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2-8x+14=0$

មាន: $\Delta'=16-14=2>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{2}$

នោះ $x_1=4-\sqrt{2}$, $x_2=4+\sqrt{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$4-\sqrt{2}$		$4+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left(4-\sqrt{2},4+\sqrt{2}\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

16. $(x+2)^2+2(x+2)(x-1)+(x-1)^2>0$

$x^2+4x+4+2x^2+2x-4+x^2-2x+1>0$

$4x^2+4x+1>0$

តាង $f(x)=4x^2+4x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $4x^2+4x+1=0$

មាន: $\Delta'=4-4=0$ នោះ $x_0=-\dfrac{1}{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

17. $9x^2-x(4x+2)-7x\ge 0$

$9x^2-4x^2-2x-7x\ge 0$

$5x^2-9x\ge 0$

តាង $f(x)=5x^2-9x$

បើ $f(x)=0$ នោះ $5x^2-9x=0$ នាំឱ្យ $x=0$, $x=\frac{9}{5}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		0		$9/5$		$+\infty$
$f(x)\geq 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in(-\infty,0]\cup[9/5,+\infty)$ ជាសំណុំឫសនៃវិសមីការ ។

18. $\left(x+5/8\right)^2+49/16>0$

តាង $f(x)=\left(x+5/8\right)^2+49/16$

បើ $f(x)=0$ នោះ $\left(x+5/8\right)^2=-49/16$ គ្មានឫស

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\forall x\in\mathbb{R}$ ។

19. $5\sqrt{5}x^2-10x+\sqrt{5}\leq 0$

តាង $f(x)=5\sqrt{5}x^2-10x+\sqrt{5}$

បើ $f(x)=0$ នោះ $5\sqrt{5}x^2-10x+\sqrt{5}=0$

មាន: $\Delta'=25-25=0$ នោះ $x_0=\frac{5}{5\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\sqrt{5}/5$		$+\infty$
$f(x)\leq 0$		$+$	0	$+$	

ដូចនេះ $x=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ជាឫសនៃវិសមីការ ។

20. $2\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x+\sqrt{2}<0$

តាង $f(x)=2\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x+\sqrt{2}$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x+\sqrt{2}=0$

មាន: $\Delta'=3-2\sqrt{6}<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)<0$		$+$	

ដូចនេះ វិសមីការគ្មានសំណុំចម្លើយ ។

II. *រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមានឬស្មើសូន្យ*

1. $\frac{2x+5}{x^2+2x-1}$ កន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ កាលណា $\frac{2x+5}{x^2+2x-1}\geq 0$

តាង $f(x)=2x+5$ បើ $f(x)=0\Leftrightarrow 2x+5=0\Rightarrow x=-\frac{5}{2}$

$g(x)=x^2+2x-1$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow x^2+2x-1=0$

មាន $\Delta'=1+1=2\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{2}$

នោះ $x_1=-1-\sqrt{2}$, $x_2=-1+\sqrt{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$-5/2$		$-1-\sqrt{2}$		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$g(x)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$		$-$		$+$	‖	$-$	‖	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left[-5/2,-1-\sqrt{2}\right)\cup\left(-1+\sqrt{2},+\infty\right)$ នាំកន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ ។

2. $\frac{2x^2-x+1}{7x^2-5x+1}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ កាលណា $\frac{2x^2-x+1}{7x^2-5x+1}\geq 0$

តាង $f(x)=2x^2-x+1$ បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2-x+1=0$

មាន: $\Delta=1-8=-7<0$

តាង $g(x)=7x^2-5x+1$ បើ $g(x)=0$ នោះ $7x^2-5x+1=0$

មាន: $\Delta=25-28=-3<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	
$g(x)$		$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$		$+$	

ដូចនេះ $x\in\mathbb{R}$ ឬ $x\in(-\infty,+\infty)$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ ។

3. $\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x^2+2x-3)}$ កន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ កាលណា $\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x^2+2x-3)}\geq 0$

តាង $f(x)=(x-1)(x+2)$ បើ $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$

$g(x)=(x+1)(x^2+2x-3)$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow(x+1)(x^2+2x-3)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-3\end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-3		-2		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$		$-$	||	$+$	|	$-$	||	$+$	||	$+$	

ដូចនេះ: $x\in(-3,-2]\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$ នាំកន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ ។

4. $\frac{5x^2+2x+6}{x^3+3x^2+2x}$ កន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ កាលណា $\frac{5x^2+2x+6}{x^3+3x^2+2x}\geq 0$

តាង $f(x)=5x^2+2x+6$ បើ $f(x)=0\Leftrightarrow 5x^2+2x+6=0$

$$\Delta'=1-30=-29<0$$

$g(x)=x^3+3x^2+2x$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow x^3+3x^2+2x=0$

$$x\left(x^2+3x+2\right)=0$$

នាំឱ្យ: $x=0$, $x=-1$, $x=-2$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x^2+3x+2		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$		$-$	||	$+$	||	$-$	||	$+$	

ដូចនេះ: $x\in(-2,-1)\cup(0,+\infty)$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ ។

5. $\frac{2x^4-5x^2+3}{x^3-2x^2-5x+6}$ កន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ កាលណា $\frac{2x^4-5x^2+3}{x^3-2x^2-5x+6}\geq 0$

តាង $f(x)=2x^4-5x^2+3=\left(2x^2-3\right)\left(x^2-1\right)$

បើ $f(x)=0\Rightarrow\left(2x^2-3\right)\left(x^2-1\right)=0$

នាំឱ្យ: $2x^2-3=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ ឬ $x^2-1=0\Rightarrow x=\pm 1$

តាង $g(x)=x^3-2x^2-5x+6$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow x^3-2x^2-5x+6=0$

$$x^3-x^2-x^2+x-6x+6=0$$

$$x^2(x-1)-x(x-1)-6(x-1)=0$$

$$(x-1)(x^2-x-6)=0$$

នាំឱ្យ $x-1=0 \Rightarrow x=1$ ឬ $x^2-x-6=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=3 \end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	-2		$-\sqrt{3/2}$		-1		1		$\sqrt{3/2}$		3	$+\infty$
$2x^2-3$	+		+	0	−		−		−	0	+		+
x^2-1	+		+		+	0	−	0	+		+		+
$f(x)$	+		+	0	−	0	+	0	−	0	+		+
$x-1$	−		−		−		−	0	+		+		+
x^2-x-6	+	0	−		−		−		−		−	0	+
$g(x)$	−	0	+		+		+	0	−		−	0	+
$\frac{f(x)}{g(x)}\geq 0$	−	‖	+		−		+	‖	+		−	‖	+

ដូចនេះ $x\in\left(-2,-\sqrt{3/2}\right]\cup[-1,1)\cup\left(1,\sqrt{3/2}\right]\cup(3,+\infty)$ នាំឱ្យកន្សោមវិជ្ជមាន ឬស្មើសូន្យ ។

III. *រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន*

1. $\dfrac{7x^2+9x+2}{2017}$ កន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $7x^2+9x+2<0$

តាង $f(x)=7x^2+9x+2$ បើ $f(x)=0 \Leftrightarrow 7x^2+9x+2=0$

មាន: $\begin{pmatrix} 7-9+2=0 \\ a-b+c=0 \end{pmatrix}$

នាំឱ្យ $x=-1$, $x=-\dfrac{2}{7}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	-1		$-2/7$	$+\infty$
$f(x)<0$	+	0	−	0	+

ដូចនេះ $x\in\left(-1,-2/7\right)$ នាំកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

2. $\dfrac{5x^2-4x+1}{(x+1)(x^2-2)}$ ដើម្បីឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន

កាលណា $\dfrac{5x^2-4x+1}{(x+1)(x^2-2)}<0$

តាង $f(x)=5x^2-4x+1$ បើ $f(x)=0$ នោះ $5x^2-4x+1=0$

មាន: $\Delta'=4-5=-1<0$

តាង $g(x)=(x+1)(x^2-2)$ បើ $g(x)=0$ នោះ $(x+1)(x^2-2)=0$

$$\text{នាំឱ្យ: } \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x^2-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	-2		-1		2	$+\infty$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
x^2-2	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$g(x)$	$-$		$+$		$-$		$+$
$f(x)$	$+$		$+$		$+$		$+$
$\frac{f(x)}{g(x)}<0$	$-$	‖	$+$	‖	$-$	‖	$+$

ដូចនេះ $x\in(-\infty,-2)\cup(-1,2)$ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

3. $\frac{-3x^2+2x+1}{x^2+2x+1}$ កន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\frac{-3x^2+2x+1}{x^2+2x+1}<0$

តាង $f(x)=-3x^2+2x+1$ បើ $f(x)=0 \Rightarrow -3x^2+2x+1=0$

មាន: $\Delta'=1+3=4\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=2$

នាំឱ្យ: $x=1$, $x=-\frac{1}{3}$

$g(x)=x^2+2x+1$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow x^2+2x+1=0$

$$(x+1)^2=0\Rightarrow x=-1$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	-1		$-1/3$		1	$+\infty$
$f(x)$	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+$	0	$+$		$+$		$+$
$\frac{f(x)}{g(x)}<0$	$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$

ដូចនេះ $x\in(-\infty,-1)\cup(-1,-\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$ នាំកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

4. $\frac{x^2-36}{x^2+2x-5}$ កន្សោអវិជ្ជមាន កាលណា $\frac{x^2-36}{x^2+2x-5}<0$

តាង $f(x)=x^2-36$ បើ $f(x)=0\Leftrightarrow x^2=36\Rightarrow x=\pm 6$

$g(x)=x^2+2x-5$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow x^2+2x-5=0$

មាន: $\Delta'=1+5=6\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{6}$

$$\Rightarrow x_1=-1-\sqrt{6}\ ,\ x_2=-1+\sqrt{6}$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		-6		$-1-\sqrt{6}$		$-1+\sqrt{6}$		6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}<0$		$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in\left(-6,-1-\sqrt{6}\right)\cup\left(-1+\sqrt{6},6\right)$ នាំកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

5. $\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3-1}$ កន្សោមអវិជ្ជមាន កាលណា $\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^3-1}<0$

តាង $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$

បើ $f(x)=0\Rightarrow x^3-6x^2+11x-6=0$

$$x^3-x^2-5x^2+5x+6x-6=0$$

$$x^2(x-1)-5x(x-1)+6(x-1)=0$$

$$(x-1)\left(x^2-5x+6\right)=0$$

$$(x-1)(x-2)(x-3)=0$$

នាំឱ្យ: $x=1\ ,x=2\ ,x=3$

តាង $g(x)=x^3-1$ បើ $g(x)=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2+x+1\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2+x+1=0\Rightarrow\Delta=1-2=-1<0\end{array}\right.$$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
x^2-5x+6		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+x+1		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$\frac{f(x)}{g(x)}<0$		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ $x\in(2,3)$ នាំឱ្យកន្សោមអវិជ្ជមាន ។

IV. *កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$*

1. $kx^2+3(k+2)x+3k-1=0$

យើងមាន: $\Delta_x=\left[3(k+2)\right]^2-4k(3k-1)$

$=9\left(k^2+4k+4\right)-12k^2+4k$

$=-3k^2+40k+36$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x\geq 0$ នោះ $-3k^2+40k+36\geq 0$

តាង $f(k)=-3k^2+40k+36$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow -3k^2+40k+36=0$

មាន: $\Delta'_k=400+108=508>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=\sqrt{508}=2\sqrt{127}$

នាំឱ្យ $k_1=\dfrac{-20-2\sqrt{127}}{-3}$, $k_2=\dfrac{-20+2\sqrt{127}}{-3}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$\frac{-20+2\sqrt{127}}{-3}$		$\frac{-20-2\sqrt{127}}{-3}$		$+\infty$
$f(k)\geq 0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដូចនេះ $k\in\left[\dfrac{-20+2\sqrt{127}}{-3},\dfrac{-20-2\sqrt{127}}{-3}\right]$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ ។

2. $kx^2-2(k-2)x+4k-2=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=(k-2)^2-k(4k-2)$

$=k^2-4k+4-4k^2+2k$

$=-3k^2-2k+4$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta'_x\geq 0$ នោះ $-3k^2-2k+4\geq 0$

តាង $f(k)=-3k^2-2k+4$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow -3k^2-2k+4=0$

មាន: $\Delta'_k=1+12=13>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=\sqrt{13}$

នាំឱ្យ $k_1=\dfrac{1-\sqrt{13}}{3}$, $k_2=\dfrac{1+\sqrt{13}}{3}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{13}}{3}$		$\frac{1+\sqrt{13}}{3}$		$+\infty$
$f(k)\ge 0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដូចនេះ $k\in\left[\frac{1-\sqrt{13}}{3},\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right]$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ ។

$3.\ (k-1)x^2-3kx+2k+3=0$

យើងមាន: $\Delta_x=(-3k)^2-4(k-1)(2k+3)$

$=9k^2-8k^2-4k+12$

$=k^2-4k+12$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x\ge 0$ នោះ $k^2-4k+12\ge 0$

តាង $f(k)=k^2-4k+12$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow k^2-4k+12=0$

មាន: $\Delta'_k=4-12=-8<0$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$+\infty$
$f(k)\ge 0$		$+$	

ដូចនេះ $k\in(-\infty,+\infty)$ ឬ $k\in\mathbb{R}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ ។

$4.\ (k+1)x^2-4kx+k+1=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=(-2k)^2-(k+1)^2$

$=(2k-k-1)(2k+k+1)$

$=(k-1)(3k+1)$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x\ge 0$ នោះ $(k-1)(3k+1)\ge 0$

តាង $f(k)=(k-1)(3k+1)$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow (k-1)(3k+1)=0$

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l}k-1=0\\3k+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=1\\k=-1/3\end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$-1/3$		1		$+\infty$
$f(k)\ge 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ: $k\in\left(-\infty,-1/3\right]\cup[1,+\infty)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ ។

5. $(k-3)x^2-(2k-1)x+2k-3=0$ $\;(k-3)x^2+(2k-1)x+2k-3=0$

យើងមាន: $\Delta_x=(2k-1)^2-4(k-3)(2k-3)$

$=4k^2-4k+1-8k^2+36k-36$

$=-4k^2+32k-35$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x\ge 0$ នោះ $-4k^2+32k-35\ge 0$

តាង $f(k)=-4k^2+32k-35$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow -4k^2+32k-35=0$

មាន: $\Delta'_k=16^2-4\times 35=116>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$

នាំឱ្យ $k_{1,2}=\dfrac{-16\pm 2\sqrt{29}}{-4}=4\pm\dfrac{\sqrt{29}}{2}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$4-\sqrt{29}/2$		$4+\sqrt{29}/2$		$+\infty$
$f(k)\ge 0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដូចនេះ: $k\in\left[4-\sqrt{29}/2\,,4+\sqrt{29}/2\right]$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរក្នុង $\mathbb{R}$ ។

V. *កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$*

1. $kx^2+2(k+2)x+3k=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=(k+2)^2-3k^2$

$=k^2+4k+4-3k^2$

$=-2k^2+4k+4$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta'_x>0$ នោះ $-2k^2+4k+4>0$

តាង $f(k)=-2k^2+4k+4$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow k^2-2k-2=0$

មាន: $\Delta'_k=1+2=3>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=\sqrt{3}$

នាំឱ្យ $k_1=1-\sqrt{3}$, $k_2=1+\sqrt{3}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$f(k)>0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដូចនេះ: $k\in\left(1-\sqrt{3},1+\sqrt{3}\right)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ ។

2. $(k-1)x^2-2(k-1)x-1+k=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=\left[-(k-1)\right]^2-(k-1)^2$

$=(k-1)^2-(k-1)^2=0$

នាំឱ្យ សមីការមានឫសឌុប គឺ: $x_1=x_2=\dfrac{b'}{a}=1$

ដូចនេះ: គ្មានតម្លៃ k ណាដែលនាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ ទេ ។

3. $(k-3)x^2+4(k+2)x-k=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=\left[2(x+2)\right]^2+k(k-3)$

$=4k^2+16k+16+k^2-3k$

$=5k^2+13k+16$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta'_x>0$ នោះ $5k^2+13k+16>0$

តាង $f(k)=5k^2+13k+16$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow 5k^2+13k+16=0$

មាន: $\Delta_k=13^2-4\times5\times16=-151<0$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$	$+\infty$
$f(k)>0$	+	

ដូចនេះ: $k\in(-\infty,+\infty)$ ឬ $k\in\mathbb{R}$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ ។

4. $(k-2)x^2+3kx+2k-3=0$

យើងមាន: $\Delta_x=9k^2-4(k-2)(2k-3)$

$=9k^2-8k^2+28k-24$

$=k^2+28k-24$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x>0$ នោះ $k^2+28k-24>0$

តាង $f(k)=k^2+28k-24$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow k^2+28k-24=0$

មាន: $\Delta'_k=196+24=220>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=\sqrt{220}=2\sqrt{55}$

នាំឱ្យ $k_{1,2}=-14\pm2\sqrt{55}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$-14-2\sqrt{55}$		$-14+2\sqrt{55}$		$+\infty$
$f(k)>0$		+	0	−	0	+	

ដូចនេះ: $k\in\left(-\infty,-14-2\sqrt{55}\right)\cup\left(-14+2\sqrt{55},+\infty\right)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ ។

5. $(k+1)x^2-(2k-1)x+k-2=0$

យើងមាន: $\Delta_x=\left[-(2k-1)\right]^2-4(k+1)(k-2)$

$=4k^2-4k+1-4\left(k^2-k-2\right)$

$=9>0$ ជានិច្ច $\forall k\in\mathbb{R}$

ដូចនេះ: $k\in\mathbb{R}$ ឬ $k\in(-\infty,+\infty)$ នាំឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}$ ។

VI. *កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$*

1. $2kx^2+(k-1)x+3k=0$

យើងមាន: $\Delta_x=(k-1)^2-24k^2$

$=k^2-2k+1-24k^2$

$=-23k^2-2k+1$

ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x<0$ នោះ $-23k^2-2k+1<0$

តាង $f(k)=-23k^2-2k+1$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow 23k^2+2k-1=0$

មាន: $\Delta'_k=1+23=24>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

នាំឱ្យ $k_{1,2}=\dfrac{-1\pm2\sqrt{6}}{23}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$\frac{-1-2\sqrt{6}}{23}$		$\frac{-1+2\sqrt{6}}{23}$		$+\infty$
$f(x)<0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដូចនេះ: $x\in\left(-\infty,\dfrac{-1-2\sqrt{6}}{23}\right)\cup\left(\dfrac{-1+2\sqrt{6}}{23},+\infty\right)$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ ។

2. $3kx^2-2(k+1)x-k+1=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=(k+1)^2-3k(-k+1)$

$=k^2+2k+1+3k^2-3k$

$=4k^2-k+1$

ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta'_x<0$ នោះ $4k^2-k+1<0$

តាង $f(k)=4k^2-k+1$

បើ $f(k)=0\Rightarrow 4k^2-k+1=0$

មាន: $\Delta_k=1-16=-15<0$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$+\infty$
$f(k)<0$		$+$	

ដូចនេះ **គ្មានតម្លៃ k ណាដែលនាំឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ ទេ** ។

3. $(2k-1)x^2-kx+3k-2=0$

មាន: $\Delta_x=(-k)^2-4(2k-1)(3k-2)$

$=k^2-24k^2+28k-8$

$=-23k^2+28k-8$

ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta_x<0$ នោះ $-23k^2+28k-8<0$

តាង $f(k)=-23k^2+28k-8$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow -23k^2+28k-8=0$

មាន: $\Delta'_k=14^2-(-23)\times(-8)=169-184=12\ \Rightarrow\sqrt{\Delta'_k}=2\sqrt{3}$

នាំឱ្យ: $k_{1,2}=\dfrac{14\mp2\sqrt{3}}{23}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$\frac{14-2\sqrt{3}}{23}$		$\frac{14+2\sqrt{3}}{23}$		$+\infty$
$f(k)<0$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ដូចនេះ **$k\in\left(-\infty,\dfrac{14-2\sqrt{3}}{23}\right)\cup\left(\dfrac{14+2\sqrt{3}}{23},+\infty\right)$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$** ។

4. $(5k-2)x^2+2kx-k-1=0$

យើងមាន: $\Delta'_x=k^2-(5k-2)(-k-1)$

$=k^2+5k^2+3k-2$

$=6k^2+3k-2$

ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta'_x<0$ នោះ $6k^2+3k-2<0$

តាង $f(k)=6k^2+3k-2$

បើ $f(k)=0\Leftrightarrow 6k^2+3k-2=0$

មាន: $\Delta_k=9+48=57>0\Rightarrow\sqrt{\Delta_k}=\sqrt{57}$

នាំឱ្យ $k_{1,2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{57}}{6}$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{57}}{6}$		$\frac{-3+\sqrt{57}}{6}$		$+\infty$
$f(k)<0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ **$k\in\left(\dfrac{-3-\sqrt{57}}{6},\dfrac{-3+\sqrt{57}}{6}\right)$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$** ។

5. $(3k-1)x^2-4kx-k+2=0$

យើងមាន: $\Delta'_k = (-2k)^2 - (3k-1)(-k+2)$

$= 4k^2 + 3k^2 - 7k + 2$

$= 7k^2 - 7k + 2$

ដើម្បីឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ កាលណា $\Delta'_k < 0$ នោះ $7k^2 - 7k + 2 < 0$

តាង: $f(k) = 7k^2 - 7k + 2$

បើ $f(k) = 0 \Rightarrow 7k^2 - 7k + 2 = 0$

មាន: $\Delta_k = 49 - 56 < 0$

តារាងសញ្ញា

k	$-\infty$	$+\infty$
$f(k) < 0$	$+$	

ដូចនេះ: គ្មានតម្លៃ k ណាដែលនាំឱ្យសមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ ។

VII. *ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ*

1. $\begin{cases} 2x^2 + 5x + 7 \geq 0 (1) \\ x^2 - 4x + 4 < 0 \ (2) \end{cases}$

តាម(1): តាង $f(x) = 2x^2 + 5x + 7$

បើ $f(x) = 0$ នោះ $2x^2 + 5x + 7 = 0$

មាន: $\Delta = 25 - 56 = -31 < 0$

តាម(2): តាង $g(x) = x^2 - 4x + 4$

បើ $g(x) = 0$ នោះ $x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x) \geq 0$		$+$		$+$	
$g(x) < 0$		$+$	0	$+$	
$f(x) \cap g(x)$					

ដូចនេះ: ប្រព័ន្ធវិសមីកាគ្មានសំណុំឫស ។

2. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 3 > 0 \\ \dfrac{3}{2}x^2 - x + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 6 > 0 \quad (1) \\ 3x^2 - 2x + 8 \leq 0 \ (2) \end{cases}$

តាម (1): តាង $f(x)=x^2-4x+6$

បើ $f(x)=0$ នោះ $x^2-4x+6=0$

មាន: $\Delta'=4-6=-2<0$

តាម (2): តាង $g(x)=3x^2-2x+8$

បើ $g(x)=0$ នោះ $3x^2-2x+8=0$

មាន: $\Delta'=1-24=-23<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)>0$	$+$
$g(x)\le 0$	$+$
$f(x)\cap g(x)$	

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីកាគ្មានសំណុំឫស ។

3. $\begin{cases}\frac{7}{2}x^2+4x-1\le 0\\ 3x(x-1)+3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x^2+8x-2\le 0(1)\\ 3x^2-3x+3\ge 0(2)\end{cases}$

តាម (1): តាង $f(x)=7x^2+8x-2$

បើ $f(x)=0$ នោះ $7x^2+8x-2=0$

មាន: $\Delta'=16+14=30>0\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{30}$

នាំឱ្យ $x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{30}}{7}$

តាម (2): តាង $g(x)=3x^2-3x+3$

បើ $g(x)=0$ នោះ $3x^2-3x+3=0$

$x^2-x+1=0$

មាន: $\Delta=1-4=-3<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	$\frac{-4-\sqrt{30}}{7}$		$\frac{-4+\sqrt{30}}{7}$	$+\infty$
$f(x)\le 0$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)\ge 0$	$+$		$+$		$+$
$f(x)\cap g(x)$					

ដូចនេះ $x\in\left[\frac{-4-\sqrt{30}}{7},\frac{-4+\sqrt{30}}{7}\right]$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

4. $\begin{cases} 2x^2+3x-1\ge 0 \\ \frac{1}{2}(x-1)+x^2 \ge 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+3x-1\ge 0 \quad (1) \\ 2x^2-3x+1\ge 0 \quad (2) \end{cases}$

តាម (1): តាង $f(x)=2x^2+3x-1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $2x^2+3x-1=0$

មាន: $\Delta=9+8=17>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{17}$

នាំឱ្យ $x_{1,2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

តាម (2): តាង $g(x)=2x^2-3x+1$

បើ $g(x)=0$ នោះ $2x^2-3x+1=0$

មាន: $\Delta=9-8=1$

នាំឱ្យ: $x=\dfrac{1}{2}$, $x=1$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	$\frac{-3-\sqrt{17}}{4}$		$\frac{-3+\sqrt{17}}{4}$		$\frac{1}{2}$		1	$+\infty$
$f(x)\ge 0$	+	0	− (////)	0	+		+		+
$g(x)\ge 0$	+		+		+	0	− (////)	0	+
$f(x)\cap g(x)$			////				////		

ដូចនេះ $x\in\left(-\infty,\dfrac{-3-\sqrt{17}}{4}\right]\cup\left[\dfrac{-3+\sqrt{17}}{4},\dfrac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty)$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

5. $\begin{cases} 5x(x-2)+2x>2(x-1)+1 \\ 9(x^2-2x)+1>3x(1-x) \end{cases}$

តាម (1): តាង $f(x)=5x^2-10x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ $5x^2-10x+1=0$

មាន: $\Delta'=25-5=20>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=2\sqrt{5}$

នាំឱ្យ $x_{1,2}=\dfrac{5\pm2\sqrt{5}}{5}=1\pm\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

តាម (2): តាង $g(x)=12x^2-21x+1$

បើ $g(x)=0$ នោះ $12x^2-21x+1=0$

មាន: $\Delta=441-48=393 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{393}$

នាំឱ្យ: $x=\dfrac{21\pm\sqrt{393}}{24}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{21-\sqrt{393}}{24}$		$1-\frac{2\sqrt{5}}{5}$		$\frac{21+\sqrt{393}}{24}$		$1+\frac{2\sqrt{5}}{5}$		$1-\sqrt{3}$
$f(x)>0$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)>0$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)\cap g(x)$				//////		//////		//////			

ដូចនេះ: $x\in\left(-\infty,\frac{21-\sqrt{393}}{24}\right)\cup\left(1+\frac{2\sqrt{5}}{5},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

6. $$\begin{cases}\frac{x+1}{2}+\frac{x^2-1}{6}\geq 2x-3\\ \frac{(x+1)(x-2)}{4}+\frac{1}{2}\leq x^2+2+\frac{x}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+3+x^2-1\geq 12x-18\\ 3\left(x^2-x-2\right)+6\leq x^2+2+\frac{x}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-9x+20\geq 0 & (1)\\ -9x^2-7x-24\leq 0 & (2)\end{cases}$$

តាម(1): តាង $f(x)=x^2-9x+20$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $x^2-9x+20=0$

មាន: $\Delta=81+80=1$

នាំឱ្យ $x_1=\frac{9-1}{2}=4$, $x_2=\frac{9+1}{2}=5$

តាម(2): តាង $g(x)=-9x^2-7x-24$

បើ $g(x)=0$ នោះ: $-9x^2-7x-24=0$

មាន: $\Delta=49-864<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		4		5		$1-\sqrt{3}$
$f(x)\geq 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)\leq 0$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)\cap g(x)$				//////			

ដូចនេះ: $x\in(-\infty,4]\cup[5,+\infty)$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

7. $$\begin{cases}\frac{x(x+2)}{2}+\frac{1}{3}<x+2\\ \frac{x^2+3x+1}{4}+\frac{x+2}{2}\leq x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\left(x^2+2x\right)+2<6x+12\\ x^2+3x+1+2x+4\leq 4x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-10<0 & (1)\\ -3x^2+5x+5\leq 0 & (2)\end{cases}$$

តាម(1): តាង $f(x)=3x^2-10$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $3x^2-10=0$

នាំឱ្យ $x=\pm\sqrt{\frac{10}{3}}=\pm\frac{\sqrt{30}}{3}$

តាម(2): តាង $g(x)=-3x^2+5x+5$

បើ $g(x)=0$ នោះ $-3x^2+5x+5=0$

មាន: $\Delta=25+60=85\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{85}$

នាំឱ្យ: $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{85}}{-6}=\dfrac{5\mp\sqrt{85}}{6}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$-\sqrt{30}/3$		$\frac{5-\sqrt{85}}{6}$		$\sqrt{30}/3$		$\frac{5+\sqrt{85}}{6}$		$+\infty$
$f(x)<0$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$g(x)\le 0$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)\cap g(x)$		////				////		////		////	

ដូចនេះ: $x\in\left(-\sqrt{30}/3,\dfrac{5-\sqrt{85}}{6}\right]$ ជាសំណុំឫនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

8. $\begin{cases}\dfrac{x^2+3x-1}{5}+\dfrac{1}{2}<\dfrac{x^2-1}{3}\\ x^2-3x+4<3x(x-2)+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x^2+18x-6+15<10x^2-10\\ 2x^2-3x+4<3x^2-6x+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4x^2+18x+19<0 & (1)\\ -x^2+3x-1<0 & (2)\end{cases}$

តាម(1): តាង $f(x)=-4x^2+18x+19$

បើ $f(x)=0$ នោះ $-4x^2+18x+19=0$

មាន: $\Delta'=81+76=157\Rightarrow\sqrt{\Delta'}=\sqrt{157}$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-9\pm\sqrt{157}}{-4}=\dfrac{9\mp\sqrt{157}}{4}$

តាម(2): តាង $g(x)=-x^2+3x-1$

បើ $g(x)=0$ នោះ $-x^2+3x-1=0$

មាន: $\Delta=9-4=5\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$

នាំឱ្យ: $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{-2}=\dfrac{3\mp\sqrt{5}}{2}$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{9-\sqrt{157}}{4}$		$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$		$\frac{9+\sqrt{157}}{4}$		$+\infty$
$f(x)<0$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)<0$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)\cap g(x)$				////		////		////			

ដូចនេះ: $x\in\left(-\infty,\dfrac{9-\sqrt{157}}{4}\right)\cup\left(\dfrac{9+\sqrt{157}}{4},+\infty\right)$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

9. $\begin{cases} \dfrac{2x^2-4}{3}+\dfrac{1}{2}x>2x \\ \dfrac{(x-2)(x+5)}{8}-\dfrac{1}{3}\geq\dfrac{x^2+1}{2}+\dfrac{x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2-8+3x>12x \\ 3(x^2+3x-10)-8\geq 12x^2+12+2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2-9x-8>0 & (1) \\ -9x^2+7x-50\geq 0 & (2) \end{cases}$

តាម(1): តាង $f(x)=4x^2-9x-8$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $4x^2-9x-8=0$

មាន: $\Delta=81+128=209\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{209}$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{9-\sqrt{209}}{8}$, $x_2=\dfrac{9+\sqrt{209}}{8}$

តាម(2): តាង $g(x)=-9x^2+7x-50$

បើ $g(x)=0$ នោះ: $-9x^2+7x-50=0$

មាន: $\Delta=49-1800<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{9-\sqrt{209}}{8}$		$\frac{9+\sqrt{209}}{8}$		$+\infty$
$f(x)>0$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)\geq 0$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)\cap g(x)$							

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធវិសមីការគ្មានសំណុំចម្លើយ ។

10. $\begin{cases} \dfrac{x^2-2}{5}-\dfrac{3x}{2}<\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{1}{10} \\ 7x^2+3x-\dfrac{1}{2}>x^2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2-12-45x<10x-10-3 \\ 14x^2+6x-1>2x^2-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2-55x+1<0 & (1) \\ 12x^2+6x+1>0 & (2) \end{cases}$

តាម(1): តាង $f(x)=6x^2-55x+1$

បើ $f(x)=0$ នោះ: $6x^2-55x+1=0$

មាន: $\Delta=3025-24=3001\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{3001}$

នាំឱ្យ $x_1=\dfrac{55-\sqrt{3001}}{12}$, $x_2=\dfrac{55+\sqrt{3001}}{12}$

តាម(2): តាង $g(x)=12x^2+6x+1$

បើ $g(x)=0$ នោះ: $12x^2+6x+1=0$

មាន: $\Delta'=9-12<0$

តារាងសញ្ញា

x	$-\infty$		$\frac{55-\sqrt{3001}}{12}$		$\frac{55+\sqrt{3001}}{12}$		$+\infty$
$f(x)<0$		+ (////)	0	−	0	+ (////)	
$g(x)>0$		+		+		+	
$f(x)\cap g(x)$		////				////	

ដូចនេះ: $x\in\left(\frac{55-\sqrt{3001}}{12},\frac{55+\sqrt{3001}}{12}\right)$ ជាសំណុំឫសនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ ។

VIII. *សិក្សាអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសនៃសមីការ*

1. $mx^2+4(m-2)x+m-5=0$

a/.បើ $m=0$ សមីការទៅជា $-8x-5=0\Rightarrow x=-5/8$ ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី1

b/.បើ $m\neq 0$ សមីការ $mx^2+4(m-2)x+m-5=0$

មាន: $\Delta'=\left[2(m-2)\right]^2-m(m-5)$

$=4m^2-16m+16-m^2+5m$

$=3m^2-11m+16$

- បើ $\Delta'=0\Leftrightarrow 3m^2-11m+6=0$

  មាន $\Delta_m=121-192=-71<0$

- $S=-\frac{b}{a}=\frac{-4(m-2)}{m}$ បើ $S=0\Rightarrow m=2$

- $P=\frac{c}{a}=\frac{m-5}{m}$ បើ $P=0\Rightarrow m=5$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ'	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1<x_2$
$-\infty$	+	+	−	$x_1<x_2<0$
0				សមីការជាសមីការដឺក្រេទី1មានឫស $x=-5/8$
	+	−	+	$x_1<0<x_2$
2			0	សមីការមានឫសពីរផ្ទុយគ្នាគឺ $x_1=-\sqrt{6}/2$, $x_2=\sqrt{6}/2$
	+	−	−	$x_1<0<x_2$
5		0		សមីការមានឫសពីរគឺ $x_1=-12/5$, $x_2=0$
$+\infty$	+	+	−	$x_1<x_2<0$

2. $(m-1)x^2+2(m-2)x+1-m=0$

a/.បើ $m-1=0\Rightarrow m=1$ សមីការទៅជា $-2x=0\Rightarrow x=0$ ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី1

b/.បើ $m-1\neq 0\Rightarrow m\neq 1$ សមីការមាន $\Delta'=(m-2)^2-(m-1)(1-m)$

$$=m^2-4m+4+m^2-2m+1=2m^2-6m+5$$

បើ $\Delta'=0\Rightarrow 2m^2-6m+5=0$

មាន $\Delta'_m=9-10=-1<0$

- $S=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{-2(m-2)}{m-1}$ បើ $S=0\Rightarrow m=2$
- $P=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1-m}{m-1}=-1$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ'	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1<x_2$
$-\infty$				
	$+$	$-$	$-$	$x_1<0<x_2$
1				សមីការជាសមីការដឺក្រេទី1មានឫស $x=0$
	$+$	$-$	$+$	$x_1<0<x_2$
2			0	សមីការមានឫសពីរផ្ទុយគ្នាគឺ $x_1=-1$, $x_2=1$
	$+$	$-$	$-$	$x_1<0<x_2$
$+\infty$				

3. $(m+2)x^2-(1-m)x-2+m=0$

a/.បើ $m+2=0\Rightarrow m=-2$ សមីការទៅជា

$-3x-4=0\Rightarrow x=-\dfrac{4}{3}$ ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី1

b/.បើ $m+2\neq 0\Rightarrow m\neq -2$

សមីការមាន $\Delta=\left[-(1-m)\right]^2-4(m+2)(m-2)=0$

$$=1-2m+m^2-4m^2+16=-3m^2-2m+17$$

បើ $\Delta=0\Rightarrow -3m^2-2m+17=0$

មាន $\Delta'_m=1+51=52>0\Rightarrow \sqrt{\Delta'_m}=2\sqrt{13}$

នោះ $m=\dfrac{1\pm 2\sqrt{13}}{-3}=\dfrac{-1\mp 2\sqrt{13}}{3}$

- $S=\dfrac{-b}{a}=\dfrac{1-m}{m+2}$ បើ $S=0\Rightarrow m=1$
- , $P=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-2+m}{m+2}$ បើ $P=0\Rightarrow m=2$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1 < x_2$
$-\infty$	$-$	$+$	$-$	សមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$ តែមានឫសពីរក្នុងចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់
$\frac{-1-2\sqrt{13}}{3}$	0			សមីការមានឫសឌុបគឺ $x=\frac{7+\sqrt{13}}{9}$
	$+$	$+$	$-$	$x_1 < x_2 < 0$
-2				សមីការជាសមីការដឺក្រេទី1មាន $x = -4/3$
	$+$	$-$	$+$	$x_1 < 0 < x_2$
1			0	សមីការមានឫសពីរផ្ទុយគ្នាគឺ $x = \pm\sqrt{3}/3$
	$+$	$-$	$-$	$x_1 < 0 < x_2$
2		0		សមីការមានឫសពីរគឺ $x_1 = \frac{-1}{4},\ x_2 = 0$
	$+$	$+$	$-$	$x_1 < x_2 < 0$
$\frac{-1+2\sqrt{13}}{3}$	0			សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_0 = \frac{4-\sqrt{13}}{3}$
$+\infty$	$-$	$+$	$-$	សមីការគ្មានឫស

$4.\ (m-3)x^2 - 3mx - m = 0$

a/.បើ $m-3=0 \Rightarrow m=3$ សមីការទៅជា $-9x-3=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$ ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី1

b/.បើ $m-3\neq 0 \Rightarrow m\neq 3$ សមីការ $(m-3)x^2-3mx-m=0$

មាន: $\Delta = 9m^2 + 4m(m-3) = 13m^2 - 12m$

- បើ $\Delta = 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 12m = 0$

  $m(13m-12)=0$

  នាំឱ្យ: $m=0$, $m=\frac{12}{13}$

- $S = -\frac{b}{a} = \frac{3m}{m-3}$ បើ $S=0 \Rightarrow m=0$
- $P = \frac{c}{a} = \frac{-m}{m-3}$ បើ $P=0 \Rightarrow m=0$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1 < x_2$
$-\infty$	$+$	$+$	$-$	$x_1 < x_2 < 0$
0	0	0	0	សមីការមានឫសឌុបគឺ: $x_0 = 0$
	$-$	$-$	$+$	សមីការគ្មានឫសក្នុង $\mathbb{R}$
$\frac{12}{13}$	0			សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_0 = -4/3$
	$+$	$-$	$+$	$x_1 < 0 < x_2$
3				សមីការជាសមីការដឺក្រេទី1មានឫស $x = -1/3$
$+\infty$	$+$	$+$	$-$	

5. $(m+1)x^2-4mx+m-1=0$

a/. បើ $m+1=0 \Rightarrow m=-1$ សមីការទៅជា $4x-2=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$ ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី1

b/. បើ $m+1\neq 0 \Rightarrow m\neq -1$ សមីការ $(m+1)x^2-4mx+m-1=0$

មាន: $\Delta'=(-2m)^2-(m+1)(m-1)=3m^2+1$

- បើ $\Delta'=0 \Leftrightarrow 3m^2+1=0$

  $m^2=-\dfrac{1}{3}$ គ្មានឫសត្រូវនឹង $\Delta'<0$

- $P=\dfrac{c}{a}=\dfrac{m-1}{m+1}$ បើ $P=0 \Rightarrow m=1$
- $S=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{4m}{m+1}$ បើ $S=0 \Rightarrow m=0$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ'	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1<x_2$
$-\infty$				
	$+$	$+$	$+$	$0<x_1<x_2$
-1				សមីការជាសមីការដឺក្រេទី1មានឫស $x=1/2$
	$+$	$-$	$-$	$x_1<0<x_2$
0			0	សមីការមានឫសពីរផ្ទុយគ្នាគឺ $x=\pm 1$
	$+$	$-$	$+$	$x_1<0<x_2$
1		0		សមីការមានឫសពីរគឺ: $x_1=0$, $x_2=2$
	$+$	$+$	$+$	$x_1<x_2<0$
$+\infty$				

6. $(m-1)x^2+(2m-3)x+m+1=0$

a/. បើ $m-1=0 \Rightarrow m=1$ សមីការទៅជា $-x+2=0 \Rightarrow x=2$ ជាឫសនៃសមីការដឺក្រេទី1

b/. បើ $m-1\neq 0 \Rightarrow m\neq 1$ សមីការ $(m-1)x^2+(2m-3)x+m+1=0$

មាន: $\Delta=(2m-3)^2-4(m-1)(m+1)$

$=4m^2-12m+9-4m^2+4=-12m+13$

- បើ $\Delta=0 \Leftrightarrow -12m+13=0 \Rightarrow m=\dfrac{13}{12}$
- $P=\dfrac{c}{a}=\dfrac{m+1}{m-1}$ បើ $P=0 \Rightarrow m=-1$
- $S=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{-(2m-3)}{m-1}$ បើ $S=0 \Rightarrow m=\dfrac{3}{2}$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1 < x_2$
$-\infty$				
	$+$	$+$	$-$	$x_1 < x_2 < 0$
-1		0		សមីការមានឫសពីរគឺ $x_1 = -5/2$, $x_2 = 0$
	$+$	$-$	$-$	$x_1 < 0 < x_2$
1		‖	‖	សមីការជាសមីការដឺក្រេទី1មានឫស $x = 2$
	$+$	$+$	$+$	$0 < x_1 < x_2$
$13/12$	0			សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_0 = 5$
	$-$	$+$	$+$	សមីការគ្មានឫស $\mathbb{R}$ តែមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់
$3/2$			0	
	$-$	$+$	$-$	
$+\infty$				

7. $\dfrac{x^2 - 2(m+1)x + 2m + 5}{x^2 - 3x + 2} = 0$

លក្ខខណ្ឌ $x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

សមីការទៅជា $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 5 = 0$

មាន: $\Delta' = [-(m+1)]^2 - (2m+5) = m^2 + 2m + 1 - 2m - 5 = m^2 - 4$

- បើ $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$
- $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2m+5}{1}$ បើ $P = 0 \Rightarrow m = -5/2$ និង $S = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{2(m+1)}{1}$ បើ $S = 0 \Rightarrow m = -1$

តារាងអត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ

m	Δ	P	S	អត្ថិភាព និងសញ្ញាឫសរបស់សមីការ $x_1 < x_2$
$-\infty$				
	$+$	$-$	$-$	$x_1 < 0 < x_2$
$-5/2$		0		សមីការមានឫសពីរគឺ $x_1 = -3$, $x_2 = 0$
	$+$	$+$	$-$	$x_1 < x_2 < 0$
-2	0			សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_0 = -1$
	$-$	$+$	$-$	សមីការគ្មានឫស $\mathbb{R}$ តែមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់
-1			0	
	$-$	$+$	$+$	
2	0			សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_0 = 3$
	$+$	$+$	$+$	$0 < x_1 < x_2$
$+\infty$				

IX. *បង្ហាញថាសមីការ* $a^2x^2+\left(a^2+b^2-c^2\right)x+b^2=0$ *គ្មានឫស*

ដោយ: $\Delta=\left(a^2+b^2-c^2\right)^2-4a^2b^2$

$$=\left(a^2+b^2-c^2-2ab\right)\left(a^2+b^2-c^2+2ab\right)$$

$$=\left[(a-b)^2-c^2\right]\left[(a+b)^2-c^2\right]$$

$$=(a-b-c)(a-b+c)(a+b-c)(a+b+c)$$

$$=\left[a-(b+c)\right]\left[(a+c)-b\right]\left[(a+b)-c\right](a+b+c)$$

ដោយ a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ

តាមវិសមភាពត្រីកោណ , គេបាន

$$\begin{cases} b+c>a \\ a+c>b \\ a+b>c \\ a+b+c>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-(b+c)<0 \\ (a+c)-b>0 \\ (a+b)-c>0 \\ a+b+c>0 \end{cases}$$

នាំឱ្យ $\Delta<0$ នោះសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការគ្មានឫស}}$ ។

- ទាញបញ្ជាក់ថា $a^2x^2+\left(a^2+b^2-c^2\right)x+b^2>0 \quad ,\forall x\in\mathbb{R}$

ដោយ $\Delta<0$, $a^2>0$ ជាមេគុណ

យក $f(x)=a^2x^2+\left(a^2+b^2-c^2\right)x+b^2$

គេបានតារាងសញ្ញា

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)>0$	$+$

នាំឱ្យ $f(x)>0$ ជានិច្ច $\forall x\in\mathbb{R}$

ដូចនេះ $\boxed{a^2x^2+\left(a^2+b^2-c^2\right)x+b^2>0 \quad ,\forall x\in\mathbb{R}}$

X. *សមីការ* $x^2+2(m+1)x+2m^2-m-3=0$ *មានឫសពីរ* x_1,x_2

សមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 កាលណា $\Delta'\geq 0$

$$(m+1)^2-\left(2m^2-m-3\right)\geq 0$$

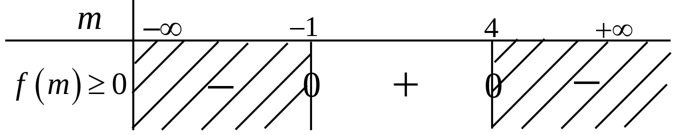
$$m^2+2m+2-2m^2+m+3\geq 0$$

$$-m^2+3m+4\geq 0$$

តាង $f(m)=-m^2+3m+4$

បើ $f(m)=0 \Leftrightarrow -m^2+3m+4$ មានឫស $m_1=-1$, $m_2=-\frac{c}{a}=4$

គេបានតារាងសញ្ញា



នាំឱ្យ $m\in[-1,4]$ ឬ $-1\le m\le 4 \quad (I)$

1.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $2x_1-x_2=m+5 \quad (1)$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-2m-2 \ (2) \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=2m^2-3-2 \quad (3) \end{cases}$

យក (1) បូក(2) , គេបាន

$$+\begin{cases} 2x_1-x_2=m+5 \quad (1) \\ x_1+x_2=-2m-2 \ (2) \end{cases}$$

$$3x_1=-m+3 \Rightarrow x_1=\frac{3-m}{3}$$

តាម (1): $x_2=-2m-2-\frac{3-m}{3}=\frac{-5m-9}{3}$

យកតម្លៃ x_1,x_2 ជំនួសក្នុង (3) , នោះគេបាន

$$\left(\frac{3-m}{3}\right)\left(\frac{-5m-9}{3}\right)=2m^2-m-3$$

$$-15-27+5m^2+9m=18m^2-9m-27$$

$$13m^2-3m=0 \Leftrightarrow m(13m-3)=0$$

នាំឱ្យ $m=0$, $m=\frac{3}{13} \ (II)$

តាម (I) និង(II) គេបាន $m=0$, $m=\frac{3}{13}$

ដូចនេះ $\boxed{m=0 \ , \ m=\frac{3}{13} \text{ នាំឱ្យសមីការមានឫស } x_1,x_2 \text{ ផ្ទៀងផ្ទាត់ } 2x_1-x_2=m+5}$ ។

2. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫស x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $x_1^3+x_2^3=54(x_1+x_2)$

តាមរូបមន្ត: $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$

$$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$$

នាំឱ្យ $x_1^3+x_2^3=54(x_1+x_2)$

$$(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)-54(x_1+x_2)=0$$

$$(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2-54\right]=0$$

$-2(m+1)\left[(-2m-2)^2-3(2m^2-m-3)-54\right]=0$

$(m+1)(4m^2+8m+4-6m^2+3m+9-54)=0$

$(m+1)(-2m^2+11m-41)=0$

នាំឱ្យ $m+1=0 \Rightarrow m=-1 \quad (III)$

ឬ $-2m^2+11m-41=0$

មាន: $\Delta=121-328<0$ គ្មានឫស

តាម (I) និង (III) នាំឱ្យ $m=-1$

ដូចនេះ $\boxed{m=-1 \text{ នាំឱ្យសមីការមានឫស } x_1,x_2 \text{ ផ្ទៀងផ្ទាត់ } x_1^3+x_2^3=54(x_1+x_2)}$ ។

3. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫស x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\geq\dfrac{2m-3}{10}$

ដោយ $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2}{x_1x_2}-2=\dfrac{(-m-2)^2}{2m^2-m-3}-2$

$=\dfrac{4m^2+8m+4-4m^2+2m+6}{2m^2-m-3}=\dfrac{10m+10}{(m+1)(2m-3)}=\dfrac{10}{2m-3}$ (លក្ខខណ្ឌ $m\neq-1$)

នាឱ្យ $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\geq\dfrac{2m-3}{10}$ ទៅជា $\dfrac{10}{2m-3}-\dfrac{2m-3}{10}\geq 0$

$$\frac{100-4m^2+12m-9}{20m-30}\geq 0$$

$$\frac{-4m^2+12m+91}{10(2m-3)}\geq 0$$

តាង $f(m)=-4m^2+12m+91$

បើ $f(m)=0 \Rightarrow -4m^2+12m+91=0$

មាន: $\Delta'_m=36+364=400 \Rightarrow \sqrt{\Delta'_m}=20$

នាំឱ្យ $m_1=\dfrac{-6+20}{-4}=\dfrac{13}{2}$, $m_2=\dfrac{-6-20}{-4}=-\dfrac{7}{2}$

តាង $g(m)=10(2m-3)$

បើ $g(m)=0 \Rightarrow 2m-3=0$ នាំឱ្យ $m=\dfrac{3}{2}$

តារាងសញ្ញា

m	$-\infty$	$-7/2$		$3/2$		$13/2$	$+\infty$
$f(m)$	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$
$g(m)$	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$
$\dfrac{f(m)}{g(m)}\geq 0$	$+$	|	$-$ (ហាម)	||	$+$	|	$-$ (ហាម)

នាំឱ្យ: $m\in\left(-\infty,\dfrac{-7}{2}\right]\cup\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{13}{2}\right]\ (IV)$

តាម (I) និង (IV) គេបាន: $m\in\left(\frac{3}{2},4\right]$

ដូចនេះ $m\in\left(\frac{3}{2},4\right]$ នាំឱ្យសមីការមានឫស x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}\geq\frac{2m-3}{10}$ ។

XI. សមីការ $x^2+mx+1=0$ មានឫស x_1,x_2 កាលណា $\Delta\geq 0$

$m^2-4\geq 0 \Leftrightarrow m^2\geq 4\Rightarrow -2\leq m\leq 2$ នោះ $m\in[-2,2]$ (I)

1.កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2>14$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត: $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-m \\ x_1x_2=\frac{c}{a}=1 \end{cases}$

តែ $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2>14 \Leftrightarrow \frac{x_1^2}{x_2^2}+\frac{x_2^2}{x_1^2}>14 \Leftrightarrow \frac{x_1^4+x_2^4}{x_1^2x_2^2}>14$

ដោយ $x_1^4+x_2^4=\left(x_1^2+x_2^2\right)^2-2x_1^2x_2^2$

$$=\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]^2-2\left(x_1x_2\right)^2$$

$$=\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]^2-2\left(x_1x_2\right)^2$$

$$=\left[(-m)^2-2\times 1\right]^2-2\times(1)^2=\left(m^2-2\right)^2-2$$

ហើយ $\left(x_1x_2\right)^2=1^2=1$

នាំឱ្យ: $\left(m^2-2\right)^2-2>14\Leftrightarrow\left(m^2-2\right)^2>16$

នាំឱ្យ: $\left|m^2-1\right|>4\Leftrightarrow -4<m^2-2<4\Leftrightarrow -2<m^2<6$

– ចំពោះ $m^2>-2$ ពិត $\forall m\in\mathbb{R}$

– ចំពោះ $m^2<6$ បើ $m^2=6$ $\Rightarrow m=\pm\sqrt{6}$

តារាងសញ្ញា

m	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		$\sqrt{6}$		$+\infty$
$m^2-6<0$		+	0	−	0	+	

នាំឱ្យ: $m\in\left(-\sqrt{6},\sqrt{6}\right)$ (II)

តាម (I) និង (II) គេបាន $m\in[-2,2]$

ដូចនេះ $m\in[-2,2]$ នាំឱ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2>14$ ។

2. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $x_1^3+x_2^3\leq 2$

ដោយ $x_1^3+x_2^3\leq 2$

$\left(x_1+x_2\right)^3-3x_1x_2\left(x_1+x_2\right)\leq 2$ ព្រោះ $\left(\begin{matrix}(a+b)^3=a^3+3ab(a+b)+b^3 \\ \Rightarrow a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)\end{matrix}\right)$

នាំឱ្យ: $(-m)^3-3\times1(-m)-2\le 0$

$-m^3+3m-2\le 0$

$m^3-3m+2\ge 0$

តាង $f(m)=m^3-3m+2$

ដោយ $f(1)=1+3-2=0$ នោះ $f(m)=(m-1)(m^2+m-2)$

បើ $f(m)=0$ នោះ $(m-1)(m^2+m-2)=0$

នាំឱ្យ: $\left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ m^2+m-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=1\ ,\ m=-2 \end{array}\right.$

តារាងសញ្ញា

m	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$m-1$		$-$		$-$	0	$+$	
m^2+m-2		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(m)\ge 0$		$-$	0	$+$	0	$+$	

នាំឱ្យ: $m\in[-2,+\infty)$ (III)

តាម (I) និង (III) គេបាន $m\in[-2,2]$

ដូចនេះ: $m\in[-2,2]$ នាំឱ្យសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ $x_1^3+x_2^3\le 2$ ។

3. កំណត់តម្លៃ $m\in\mathbb{Z}$ ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរ x_1,x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់ $A=\dfrac{(x_1-x_2)^2}{x_1+x_2+1}$ ជាចំនួនគត់

យើងមាន $x_1+x_2=-m$, $x_1x_2=1$

នាំឱ្យ: $A=\dfrac{(x_1-x_2)^2}{x_1+x_2+1}=\dfrac{x_1^2+x_2^2-2x_1x_2}{x_1+x_2+1}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}{x_1+x_2+1}$

$=\dfrac{(-m)^2-4}{-m+1}=\dfrac{m^2-1-3}{-(m-1)}=\dfrac{(m-1)(m+1)-3}{-(m-1)}=-(m+1)+\dfrac{3}{m-1}$

ដើម្បីឱ្យកន្សោម A ជាចំនួនគត់កាលណា $\dfrac{3}{m-1}$ ជាចំនួនគត់ ហើយ m ជាចំនួនគត់

តែ $\dfrac{3}{m-1}$ ជាចំនួនគត់កាលណា $m-1$ ជាពហុគុណនៃ 3

គេបាន: $\begin{cases} m-1=-1 \\ m-1=1 \\ m-1=3 \\ m-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=2 \\ m=4 \\ m=-2 \end{cases}$

ដូចនេះ: $m\in\{-2,0,2,4\}$ នាំឱ្យកន្សោម A ជាចំនួនគត់ ។

លោកជាភ្លើងភ្លឺ   ប៉ុន្តែពន្លឺពុំស្មើវិជ្ជា
រៀនច្រើនភ្លឺច្រើន តាមកម្រិតវា
អ្នកគ្មានវិជ្ជា លោកជាមនុស្សខ្វាក់ ។