ជំនាញគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩

2020

គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

$\sqrt[n]{\infty}$

MathToday

គណិតវិទ្យាកម្រិតអនុវិទ្យាល័យ

សម្រាប់សិស្សស្វ័យសិក្សាដោយខ្លួនឯង

គណិតវិទ្យា

សម្រាប់សិស្សថ្នាក់ទី៩

ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទីមួយ

លំហាត់និងដំណោះស្រាយក្បោះក្បាយ

រៀបរៀងដោយ លឹម ផល្គុន

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

កម្រងលំហាត់មេរៀនទី៦

ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទីមួយ

៦.០១.ចូរដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស ៖

១) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 4y = 18 \end{cases}$.

២) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

៣) $\begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

៤) $\begin{cases} x + y = 9 \\ 5x - 4y = 9 \end{cases}$

៥) $\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x + 4y = 14 \end{cases}$

៦) $\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$

៧) $\begin{cases} 4x + y = 7 \\ 7x + 2y = 11 \end{cases}$

៨) $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 7x - y = 11 \end{cases}$

៩) $\begin{cases} 5x + 3y = 11 \\ 7x + 6y = 1 \end{cases}$

១០) $\begin{cases} x + 4y = 13 \\ 5x - 3y = 19 \end{cases}$

៦.០២.ចូរដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់ ៖

១) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

២) $\begin{cases} 2x + 5y = 26 \\ -2x + 7y = 22 \end{cases}$

៣) $\begin{cases} 3x + 7y = 13 \\ 5x + 4y = 14 \end{cases}$

៤) $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases}$

៥) $\begin{cases} 3x + 4y = 39 \\ 5x + 2y = 37 \end{cases}$

៦) $\begin{cases} 7x - 2y = 45 \\ 2x + 7y = 28 \end{cases}$

៧) $\begin{cases} 5x + 3y = 34 \\ 3x + 7y = 36 \end{cases}$

៨) $\begin{cases} 2x + 5y = 29 \\ 3x + 7y = 41 \end{cases}$

៩) $\begin{cases} 11x - 13y = 18 \\ 13x - 12y = 28 \end{cases}$ ១០) $\begin{cases} 2\sqrt{3}x + 3\sqrt{2}y = 12 \\ 3\sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \end{cases}$

៦.០៣.ចូរកំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមគ្មានគួចម្លើយ

១) $\begin{cases} (m+1)x + (2m+3)y = 3m - 1 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$

២) $\begin{cases} (3m+2)x + (m-3)y = 7 - m \\ -8x + y = 5 \end{cases}$

៣) $\begin{cases} 2x + my = 3 \\ (m-1) + 3y = m - 2 \end{cases}$

៤) $\begin{cases} 4x + 9y = 11 \\ (3m+2)x + (5m+8)y = 12 \end{cases}$

៦.០៤.ចូរកំណត់តម្លៃ m និង n ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម

មានគួចម្លើយរាប់មិនអស់ ។

១) $\begin{cases} (m+1)x + (n-1)y = m + n \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

២) $\begin{cases} (2m+1)x + (3n-2)y = m + n \\ 5x + 4y = 4 \end{cases}$

៣) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ mx + (m+n)y = 10 \end{cases}$ ៤) $\begin{cases} mx + 3y = 9 \\ 2x + (n-1)y = 3 \end{cases}$

៦.០៥.១)ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 5x + 7y = 4 \\ 8x + y = 3 \end{cases}$

២)ទាញរកគួចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \dfrac{5}{x+1} + \dfrac{7}{y-1} = 4 \\ \dfrac{8}{x+1} + \dfrac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$

៦.០៦.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{1}{5}\end{cases}$

៦.០៧.១)ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases}2x+7y=207\\ 5x+3y=155\end{cases}$

២)ទាញរកគ្រប់គូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases}2x^2+7y^2=207\\ 5x^2+3y^2=155\end{cases}$

៦.០៨.១)ដោះស្រាយប្រពន្ធ័ $\begin{cases}3x+4y=337\\ 4x-3y=-84\end{cases}$

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases}3x^3+4y^3=337\\ 4x^3-3y^3=-84\end{cases}$

៦.០៩.១)ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases}7x+6y=2\\ 21x+10y=4\end{cases}$

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases}\dfrac{7}{x+2y}+\dfrac{6}{2x-3y}=2\\ \dfrac{21}{x+2y}+\dfrac{10}{2x-3y}=4\end{cases}$

៦.១០.គេឲ្យប្រពន្ធ័សមីការ $(S):\begin{cases}2x+3y-a=0\\ x+2y-5=0\end{cases}$ ដែល a ជាចំនួនពិតមួយ

១)ចូរដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ (S) ។

២)ចូរកំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យគូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ(S) នេះវិជ្ជមាន ។

៣)ចូកំណត់ដែនតម្លៃនៃ a ដែលធ្វើឲ្យ $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}\geq\dfrac{5}{6}$ ។

៤)កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យ $x-ay+31=0$ ។

៦.១១.ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ

១) $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x-3y-z=1 \\ -3x+2y-4z=2 \end{cases}$

២) $\begin{cases} 2x-3y+4z=4 \\ x-2y+3z=5 \\ x+y+z=6 \end{cases}$

៦.១២.ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ ៖

១) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{5} \\ 2x+3y+5z=190 \end{cases}$

២) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{7} \\ 2x-3y+4z=190 \end{cases}$

៦.១៣.ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4} \\ 3x-2y+z=6 \end{cases}$$

៦.១៤.ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ

$$\begin{cases} \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-5}{-4}=\dfrac{z+2}{3} \\ x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0 \end{cases}$$

៦.១៥.ចូរដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases} x+y=2015 \\ y+z=2016 \\ z+x=2017 \end{cases}$

www.mathtoday.wordpress.com

ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទីមួយ

៦.០១.ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស ៖

១) $\begin{cases}2x-y=1\\3x+4y=18\end{cases}$.   ២) $\begin{cases}x+2y=7\\2x+3y=12\end{cases}$

៣) $\begin{cases}3x+4y=11\\5x-y=3\end{cases}$ ៤) $\begin{cases}x+y=9\\5x-4y=9\end{cases}$

៥) $\begin{cases}2x+3y=9\\3x+4y=14\end{cases}$ ៦) $\begin{cases}x-3y=8\\5x+2y=6\end{cases}$

៧) $\begin{cases}4x+y=7\\7x+2y=11\end{cases}$ ៨) $\begin{cases}3x+2y=-5\\7x-y=11\end{cases}$

៩) $\begin{cases}5x+3y=11\\7x+6y=1\end{cases}$ ១០) $\begin{cases}x+4y=13\\5x-3y=19\end{cases}$

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីជំនួស

១) $\begin{cases}2x-y=1 & (1)\\3x+4y=18 & (2)\end{cases}$

តាម (1)យើងទាញបាន $y=2x-1$ (3)

យក(3)ជំនួសក្នុង(2)យើងបាន ៖

$3x+4(2x-1)=18$ ឬ $3x+8x-4=18$ ឬ $11x=22$ ឬ $x=2$

យកតម្លៃ $x=2$ ជំនួសក្នុង (3) គេបាន $y=2(2)-1=3$

ដូចនេះ $x=2$, $y=3$ ។

២) $\begin{cases} x+2y=7 & (1) \\ 2x+3y=12 & (2) \end{cases}$

តាម(1)គេទាញបាន $x=7-2y \quad (3)$

យក(3)ជំនួសក្នុង (2)គេបាន $2(7-2y)+3y=12$

ឬ $14-4y+3y=12$ គេទាញ $y=2$ យកជួសក្នុង (3)

គេបាន $x=7-4=3$ ។

ដូចនេះ $x=3,\ y=2$ ។

៣) $\begin{cases} 3x+4y=11 & (1) \\ 5x-y=3 & (2) \end{cases}$

តាម(2)គេទាញបាន $y=5x-3 \quad (3)$

យក(3) ជួសក្នុង(1)គេបាន $3x+4(5x-3)=11$

ឬ $3x+20x-12=11$ ឬ $23x=23$ នោះគេទាញ $x=1$

យកជួសក្នុង(3)គេបាន $y=5(1)-3=2$ ។

ដូចនេះ $x=1\ ,\ y=2$ ។

៤) $\begin{cases} x+y=9 & (1) \\ 5x-4y=9 & (2) \end{cases}$

តាម (1) គេទាញបាន $y=9-x \quad (3)$ យកជួសក្នុង (2) គេបាន ៖

$5x-4(9-x)=9$ គេទាញ $x=5$ ហើយតាម(3)គេបាន $y=4$

ដូចនេះ $x=5\ ,\ y=4$ ។

៥) $\begin{cases} 2x+3y=9 & (1) \\ 3x+4y=14 & (2) \end{cases}$

តាម(1)គេទាញបាន $y=\frac{9-2x}{3}$ (3) យកជំនួសក្នុង (2)គេបាន ៖

$3x+4\left(\frac{9-2x}{3}\right)=14$ ឬ $9x+36-8x=42$ ឬ $x=6$ យកជួសក្នុង(3)

គេបាន $y=\frac{9-2(6)}{3}=-1$ ។ ដូចនេះ $x=6$, $y=-1$ ។

៦) $\begin{cases} x-3y=8 & (1) \\ 5x+2y=6 & (2) \end{cases}$

តាម(1)គេទាញបាន $x=3y+8$ (3) យកជំនួសក្នុង(2)គេបាន

$5(3y+8)+2y=6$ ឬ $17y=-34$ គេទាញ $y=-2$ យកជួសក្នុង(3)

គេបាន $x=3(-2)+8=2$ ។

ដូចនេះ $x=2$, $y=-2$ ។

៧) $\begin{cases} 4x+y=7 & (1) \\ 7x+2y=11 & (2) \end{cases}$

តាម(1)គេទាញបាន $y=7-4x$ (3) យកជួសក្នុង(2)គេបាន ៖

$7x+2(7-4x)=11$ ឬ $x=3$ យកជួសក្នុង(3)គេបាន $y=-5$ ។

ដូចនេះ $x=3, y=-5$ ។

៨) $\begin{cases} 3x+2y=-5 & (1) \\ 7x-y=11 & (2) \end{cases}$

តាម(2)គេទាញបាន $y=7x-11$ (3)យកជួសក្នុង(1)គេបាន៖

$3x+2(7x-11)=-5$ ឬ $17x=17$ ឬ $x=1$ យកជួសក្នុង(3)គេបាន៖

$y=7(1)-11=-4$ ។ ដូចនេះ $x=1$, $y=-4$ ។

៩) $\begin{cases} 5x+3y=11 & (1) \\ 7x+6y=1 & (2) \end{cases}$

តាម(1)គេទាញ $y=\frac{11-5x}{3}$ (3) យកជួសក្នុង (2) គេបាន៖

$7x+6\left(\frac{11-5x}{3}\right)=1$ ឬ $7x+22-10x=1$ ឬ $x=7$ យកជួសក្នុង(3)

គេបាន $y=\frac{11-5(7)}{3}=-8$ ។ ដូចនេះ $x=7$, $y=-8$ ។

១០) $\begin{cases} x+4y=13 & (1) \\ 5x-3y=19 & (2) \end{cases}$

តាម(1)គេទាញបាន $x=13-4y$ (3) យកជួសក្នុងសមីការ(2)

គេបាន $5(13-4y)-3y=19$ ឬ $-23y=-46$ ឬ $y=2$

យក $y=2$ ជំនួសក្នុងសមីការ(3)គេបាន $x=13-8=5$ ។

ដូចនេះ $x=5$, $y=2$ ។

៦.០២.ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់ ៖

១) $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ x+3y=8 \end{cases}$

២) $\begin{cases} 2x+5y=26 \\ -2x+7y=22 \end{cases}$

៣) $\begin{cases} 3x+7y=13 \\ 5x+4y=14 \end{cases}$

៤) $\begin{cases} x+2y=11 \\ 2x+3y=18 \end{cases}$

៥) $\begin{cases} 3x+4y=39 \\ 5x+2y=37 \end{cases}$

៦) $\begin{cases} 7x-2y=45 \\ 2x+7y=28 \end{cases}$

៧) $\begin{cases} 5x+3y=34 \\ 3x+7y=36 \end{cases}$

៨) $\begin{cases} 2x+5y=29 \\ 3x+7y=41 \end{cases}$

៩) $\begin{cases} 11x-13y=18 \\ 13x-12y=28 \end{cases}$

១០) $\begin{cases} 2\sqrt{3}x+3\sqrt{2}y=12 \\ 3\sqrt{2}x+2\sqrt{3}y=5\sqrt{6} \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមវិធីបូកបំបាត់ ៖

១) $\begin{cases} 2x-3y=7 & (1) \\ x+3y=8 & (2) \end{cases}$

បូកសមីការ (1) និង (2)គេបាន $3x=15$ ឬ $x=5$ យកជំនួសក្នុង(2)

គេបាន $5+3y=8$ ឬ $y=1$ ។ ដូចនេះ $x=5$, $y=1$ ។

២) $\begin{cases} 2x+5y=26 & (1) \\ -2x+7y=22 & (2) \end{cases}$

បូកសមីការ(1)និង(2)គេបាន $12y=48$ ឬ $y=4$ យកជំនួសក្នុង(1)

គេបាន $2x+20=26$ ឬ $x=3$ ។ ដូចនេះ $x=3$, $y=4$ ។

៣) $\begin{cases} 3x+7y=13 & (1) \\ 5x+4y=14 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} 4 \\ -7 \end{matrix} \right.$

$$\begin{cases} 12x+28y=52 \\ -35x-28y=-98 \end{cases} +$$
$$-23x = -46$$

គេទាញ $x=2$ យកជំនួសក្នុង (1)គេបាន $6+7y=13$ ឬ $y=1$

ដូចនេះ $x=2$, $y=1$ ។

៤) $\begin{cases} x+2y=11 & (1) \\ 2x+3y=18 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \right.$

$$\begin{cases} -2x-4y=-22 \\ 2x+3y=18 \end{cases} +$$
$$-y=-4$$

គេទាញ $y=4$ យកជំនួសក្នុង(1)គេបាន $x+8=11$ ឬ $x=3$

ដូចនេះ $x=3$, $y=4$ ។

៥) $\begin{cases} 3x+4y=39 & (1) \\ 5x+2y=37 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right.$

$$\begin{cases} 3x+4y=39 \\ -10x-4y=-74 \end{cases} +$$

$$-7x \quad\quad = -35$$

គេទាញបាន $x=5$ យកជួសក្នុង(1)គេបាន $15+4y=39$ ឬ $y=6$

ដូចនេះ $x=5$, $y=6$ ។

៦) $\begin{cases} 7x-2y=45 & (1) \\ 2x+7y=28 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} 7 \\ 2 \end{matrix} \right.$

$$\begin{cases} 49x-14y=315 \\ 4x+14y=56 \end{cases} +$$

$$53x \quad\quad = 371$$

គេទាញ $x=7$ យកជួសក្នុង(1)គេបាន $49-2y=45$ ឬ $y=2$

ដូចនេះ $x=7$, $y=2$ ។

៧) $\begin{cases} 5x+3y=34 & (1) \\ 3x+7y=36 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} 7 \\ -3 \end{matrix} \right.$

$$\begin{cases} 35x+21y=238 \\ -9x-21y=-108 \end{cases} +$$

$$26x \quad\quad = 130$$

គេទាញបាន $x=5$ យកជួសក្នុង(1)គេបាន $25+3y=34$ ឬ $y=3$ ។

ដូចនេះ $x=5$, $y=3$ ។

៨) $\begin{cases} 2x+5y=29 & (1) \\ 3x+7y=41 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} -7 \\ 5 \end{matrix} \right.$

$$\begin{cases}-14x-35y=-203\\15x+35y=205\end{cases}+$$
$$x \qquad = 2$$

យក $x=2$ ជួសក្នុ(1)គេបាន $4+5y=29$ ឬ $y=5$ ។

ដូចនេះ $x=2$, $y=5$ ។

៩) $\begin{cases}11x-13y=18 \ (1)\\13x-12y=28 \ (2)\end{cases}\begin{vmatrix}12\\-13\end{vmatrix}$

$$\begin{cases}132x-156y=216\\-169x+156y=-364\end{cases}+$$
$$-37x \qquad = -148$$

គេទាញបាន $x=4$ យកជំនួសក្នុង(1)គេបាន $44-13y=18$ ឬ $y=2$

ដូចនេះ $x=4$, $y=2$ ។

១០) $\begin{cases}2\sqrt{3}x+3\sqrt{2}y=12 \quad (1)\\3\sqrt{2}x+2\sqrt{3}y=5\sqrt{6} \quad (2)\end{cases}\begin{vmatrix}2\sqrt{3}\\-3\sqrt{2}\end{vmatrix}$

$$\begin{cases}12x+6\sqrt{6}y=24\sqrt{3}\\-18x-6\sqrt{6}y=-30\sqrt{3}\end{cases}+$$
$$-6x \qquad = -6\sqrt{3}$$

គេទាញបាន $x=\sqrt{3}$ យកជួសក្នុង (1)គេបាន $6+3\sqrt{2}y=12$

ឬ $y=\sqrt{2}$ ។ ដូចនេះ $x=\sqrt{3}$, $y=\sqrt{2}$ ។

៦.០៣.ចូរកំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យប្រពន្ធ័សមីការខាងក្រោមគ្មានគូចម្លើយ

១) $\begin{cases}(m+1)x+(2m+3)y=3m-1\\ 2x+5y=4\end{cases}$

២) $\begin{cases}(3m+2)x+(m-3)y=7-m\\ -8x+y=5\end{cases}$

៣) $\begin{cases}2x+my=3\\ (m-1)+3y=m-2\end{cases}$

៤) $\begin{cases}4x+9y=11\\ (3m+2)x+(5m+8)y=12\end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យប្រពន្ធ័សមីការខាងក្រោមគ្មានគូចម្លើយ

១) $\begin{cases}(m+1)x+(2m+3)y=3m-1\\ 2x+5y=4\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រពន្ធ័សមីការនេះគ្មានចម្លើយលុះត្រាតែ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

ឬ $\frac{m+1}{2}=\frac{2m+3}{5}\neq\frac{3m-1}{4}$ (1)

បើ $\frac{m+1}{2}=\frac{2m+3}{5}$ នោះ $5m+5=4m+6$ ឬ $m=1$ យកជួសក្នុង(1)

គេបាន $\frac{1+1}{2}=\frac{2+3}{5}\neq\frac{3-1}{4}$ ពិត

ដូចនេះ $m=1$ ។

២) $\begin{cases}(3m+2)x+(m-3)y=7-m\\ -8x+y=5\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រពន្ធ័សមីការនេះគ្មានចម្លើយលុះត្រាតែ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

ឬ $\frac{3m+2}{-8}=\frac{m-3}{1}\neq\frac{7-m}{5}$ (1)

បើ $\frac{3m+2}{-8}=\frac{m-3}{1}$ ឬ $3m+2=-8m+24$ ឬ $11m=22$ ឬ $m=2$

យក $m=2$ ជួសក្នុង (1) គេបាន $\frac{6+2}{-8}=\frac{2-3}{1}\neq\frac{7-2}{5}$ ពិត

ដូចនេះ $m=2$ ។

៣) $\begin{cases}2x+my=3\\(m-1)+3y=m-2\end{cases}$ ដើម្បីឲ្យប្រពន្ធ័សមីការនេះគ្មានចម្លើយលុះត្រាតែ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

ឬ $\frac{2}{m-1}=\frac{m}{3}\neq\frac{3}{m-2}$ (1)

បើ $\frac{2}{m-1}=\frac{m}{3}$ ឬ $6=m^2-m$ ឬ $m^2-m-6=0$

ឬ $(m-2)(m+3)=0$ គេទាញ $m=-2$ ឬ $m=3$

-ចំពោះ $m=-2$ យកជួសក្នុង (1) គេបាន $\frac{2}{-2-1}=\frac{-2}{3}\neq\frac{3}{-2-2}$ ពិត

ដូចនេះ $m=-2$ ។

-ចំពោះ $m=3$ យកជួសក្នុង (1) គេបាន $\frac{2}{3-1}=\frac{3}{3}\neq\frac{3}{3-2}$ ពិត

ដូចនេះ $m=3$ ។

៤) $\begin{cases}4x+9y=11\\(3m+2)x+(5m+8)y=12\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រពន្ធ័សមីការនេះគ្មានចម្លើយលុះត្រាតែ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

ឬ $\frac{4}{3m+2}=\frac{9}{5m+8}\neq\frac{11}{12}$ (1)

បើ $\frac{4}{3m+2}=\frac{9}{5m+8}$ ឬ $20m+32=27m+18$ ឬ $-7m=-14$ ឬ $m=2$

យក $m=2$ ជួសក្នុង (1)គេបាន $\frac{4}{6+2}=\frac{9}{10+8}\neq\frac{11}{12}$ ពិត

ដូចនេះ $m=2$ ។

៦.០៨.ចូរកំណត់តម្លៃ m និង n ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម

មានគូចម្លើយរាប់មិនអស់ ៗ

១) $\begin{cases}(m+1)x+(n-1)y=m+n\\2x+y=3\end{cases}$

២) $\begin{cases}(2m+1)x+(3n-2)y=m+n\\5x+4y=4\end{cases}$

៣) $\begin{cases}2x+3y=5\\mx+(m+n)y=10\end{cases}$

៤) $\begin{cases}mx+3y=9\\2x+(n-1)y=3\end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

កំណត់តម្លៃ m និង n ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម

មានគូចម្លើយរាប់មិនអស់ ៖

១) $\begin{cases}(m+1)x+(n-1)y=m+n\\2x+y=3\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការនេះមានចម្លើយរាប់មិនអស់លុះត្រាតែ៖

$\frac{m+1}{2}=\frac{n-1}{1}=\frac{m+n}{3}$ ឬ $\begin{cases}m+1=2n-2\\m+n=3n-1\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}m-2n=-3\\m-2n=-1\end{cases}$ (មិនអាចមាន) ។

ដូចនេះគ្មានគូតម្លៃ(m,n)ណាដែលធ្វើឲ្យប្រព័ន្ធសមីការនេះមានគូ

ចម្លើយរាប់មិនអស់បានទេ ។

២) $\begin{cases}(2m+1)x+(3n-2)y=m+n\\5x+4y=4\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការនេះមានចម្លើយរាប់មិនអស់លុះត្រាតែ៖

$\frac{2m+1}{5}=\frac{3n-2}{4}=\frac{m+n}{4}$ ឬ $\begin{cases}8m+4=15n-10\\m+n=3n-2\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}8m-15n=-14 & (1)\\m-2n=-2 & (2)\end{cases}\begin{vmatrix}2\\-15\end{vmatrix}$

ឬ $\begin{cases}16m-30n=-28\\-15m+30n=30\end{cases}+$

$m=2$

យក $m=2$ ជំនួសក្នុង(2) គេបាន $2-2n=-2$ ឬ $n=2$ ។

ដូចនេះ $m=2\ ,n=2$ ។

៣) $\begin{cases}2x+3y=5\\mx+(m+n)y=10\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការនេះមានចម្លើយរាប់មិនអស់លុះត្រាតែ៖

$\frac{2}{m}=\frac{3}{m+n}=\frac{5}{10}$ ឬ $\begin{cases}m=4\\m+n=6\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}m=4\\n=2\end{cases}$ ។ ដូចនេះ $m=4,n=2$ ។

៤) $\begin{cases}mx+3y=9\\2x+(n-1)y=3\end{cases}$

ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការនេះមានចម្លើយរាប់មិនអស់លុះត្រាតែ៖

$\frac{m}{2}=\frac{3}{n-1}=\frac{9}{3}$ ឬ $\begin{cases}m=6\\n-1=1\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}m=6\\n=2\end{cases}$

ដូចនេះ $m=6\ ,n=2$ ។

៦.០៨.១)ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}5x+7y=4\\8x+y=3\end{cases}$

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{5}{x+1}+\dfrac{7}{y-1}=4\\\dfrac{8}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=3\end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}5x+7y=4 & (1)\\8x+y=3 & (2)\end{cases}$

តាម(1)គេទាញបាន $y=3-8x \quad (3)$

យក(3)ជួសក្នុងសមីការ(1)គេបាន $5x+7(3-8x)=4$

ឬ $5x+21-56x=4$ ឬ $x=\dfrac{-17}{-51}=\dfrac{1}{3}$ យកជួសក្នុង (3)គេបាន

$y=3-\dfrac{8}{3}=\dfrac{1}{3}$ ។ ដូចនេះ $x=\dfrac{1}{3}\,,\,y=\dfrac{1}{3}$ ។

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\dfrac{5}{x+1}+\dfrac{7}{y-1}=4\\\dfrac{8}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=3\end{cases}$

តាង $u=\dfrac{1}{x+1}$ និង $v=\dfrac{1}{y-1}$ នោះគេបាន $\begin{cases}5u+7v=4\\8u+v=3\end{cases}$

តាមលទ្ធផលខាងលើគេទាញបាន $u=\dfrac{1}{3}\,,\,v=\dfrac{1}{3}$

ហេតុនេះ $\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{3}\\\dfrac{1}{y-1}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$ ឬ $x=2\,,y=4$ ។ដូចនេះ $x=2\,,\,y=4$ ។

៦.០៦.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{5} \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{5} \end{cases}$

តាង $x=\frac{1}{u}$ និង $y=\frac{1}{v}$ នោះប្រព័ន្ធសមីការក្លាយទៅជា ៖

$$\begin{cases} u+v=\frac{1}{12} \quad (1) \\ 2u+3v=\frac{1}{5} \quad (2) \end{cases}$$

តាមសមីការ(1) គេទាញបាន $v=\frac{1}{12}-u \ \ (3)$

យកសមីការ(3)ជំនួសក្នុង(2)គេបាន $2u+3\left(\frac{1}{12}-u\right)=\frac{1}{5}$

គេទាញ $u=\frac{1}{20}$ យកជួសក្នុង(3)គេបាន $v=\frac{1}{12}-\frac{1}{20}=\frac{1}{30}$

ដោយ $x=\frac{1}{u}$ និង $y=\frac{1}{v}$

ដូចនេះ $x=20\ ,\ y=30$ ។

៦.០៧.១)ដោះស្រាយប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases} 2x+7y=207 \\ 5x+3y=155 \end{cases}$

២)ទាញរកគ្រប់គូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases} 2x^2+7y^2=207 \\ 5x^2+3y^2=155 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការៈ

$$\begin{cases} 2x+7y=207 & (1) \\ 5x+3y=155 & (2) \end{cases} \left| \begin{matrix} -3 \\ 7 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{cases} -6x-21y=-621 \\ 35x+21y=1085 \end{cases} +$$

$$29x \qquad = 464$$

គេទាញបាន $x=\frac{469}{29}=16$ យកជួសក្នុង (1) គេបាន

$32+7y=207$ ឬ $y=\frac{207-32}{7}=25$ ។

ដូចនេះ $x=16$, $y=25$ ។

២)ទាញរកគ្រប់គូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការៈ

$\begin{cases} 2x^2+7y^2=207 \\ 5x^2+3y^2=155 \end{cases}$ តាង $u=x^2$, $v=y^2$ ប្រព័ន្ធសមីការក្លាយជា

$\begin{cases} 2u+7v=207 \\ 5u+3v=155 \end{cases}$ តាមលទ្ធផលខាងលើគេទាញ $u=16, v=25$

ហេតុនេះ $\begin{cases} x^2=16 \\ y^2=25 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x=\pm 4 \\ y=\pm 5 \end{cases}$

ដូចនេះ $(x=4, y=5),(x=-4, y=-5),(x=-4, y=5),(x=4, y=-5)$

៦.០៨.១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ $\begin{cases} 3x+4y=337 \\ 4x-3y=-84 \end{cases}$

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 3x^3+4y^3=337 \\ 4x^3-3y^3=-84 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ ៖

$$\begin{cases}3x+4y=337 & (1)\\ 4x-3y=-84 & (2)\end{cases}\Big|\begin{matrix}3\\4\end{matrix}$$

$$\begin{cases}9x+12y=1011\\ 16x-12y=-336\end{cases}+$$

$$25x=675$$

គេទាញ $x=\frac{675}{25}=27$ យកជួសក្នុង (1)គេបាន៖

$3(27)+4y=337$ គេទាញ $y=\frac{337-81}{4}=64$

ដូចនេះ $x=27\ ,y=64$ ។

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}3x^3+4y^3=337\\ 4x^3-3y^3=-84\end{cases}$

តាង $u=x^3,v=y^3$ ប្រព័ន្ធសមីការក្លាយជា ៖

$\begin{cases}3u+4v=337\\ 4u-3v=-84\end{cases}$ តាមលទ្ធផលខាងលើគេទាញ $u=27,v=64$

គេបាន $\begin{cases}x^3=27\\ y^3=64\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=3\\ y=4\end{cases}$ ។ដូចនេះ $x=3,y=4$ ។

៦.០៩.១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}7x+6y=2\\ 21x+10y=4\end{cases}$

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{7}{x+2y}+\frac{6}{2x-3y}=2\\ \frac{21}{x+2y}+\frac{10}{2x-3y}=4\end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖

$$\begin{cases} 7x+6y=2 & (1) \\ 21x+10y=4 & (2) \end{cases} \begin{vmatrix} -5 \\ 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} -35x-30y=-10 \\ 63x+30y=12 \end{cases} +$$

$$28x \qquad = 2$$

គេទាញបាន $x=\frac{2}{28}=\frac{1}{14}$ យកជំនួសក្នុង(1)គេទទួលបាន

$\frac{1}{2}+6y=2$ គេទាញ $y=\frac{1}{4}$ ។

ដូចនេះ $x=\frac{1}{14}$, $y=\frac{1}{4}$ ។

២)ទាញរកគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \frac{7}{x+2y}+\frac{6}{2x-3y}=2 \\ \frac{21}{x+2y}+\frac{10}{2x-3y}=4 \end{cases}$

តាង $u=\frac{1}{x+2y}$, $v=\frac{1}{2x-3y}$ ប្រព័ន្ធសមីការក្លាយទៅជា

$\begin{cases} 17u+6v=2 \\ 21u+10v=4 \end{cases}$ តាមលទ្ធផលខាងលើគេបាន $u=\frac{1}{14}$, $v=\frac{1}{4}$

គេទាញ $\begin{cases} \frac{1}{x+2y}=\frac{1}{14} \\ \frac{1}{2x-3y}=\frac{1}{4} \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+2y=14 & (i) \\ 2x-3y=4 & (ii) \end{cases} \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$

ឬ $\begin{cases} 3x+6y=42 \\ 4x-6y=8 \end{cases} +$

$$7x \qquad = 50$$

គេទាញ $x=\frac{50}{7}$ ហើយតាម $(i):\frac{50}{7}+2y=14$ ឬ $y=\frac{24}{7}$

ដូចនេះ $x=\frac{50}{7}$, $y=\frac{24}{7}$ ។

៦.១០.គេឲ្យប្រព័ន្ធសមីការ $(S):\begin{cases}2x+3y-a=0\\x+2y-5=0\end{cases}$ ដែល a ជាចំនួនពិតមួយ

១)ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (S) ។

២)ចូរកំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ(S) នេះវិជ្ជមាន ។

៣)ចូកំណាត់ដែនតម្លៃនៃ a ដែលធ្វើឲ្យ $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\geq\frac{5}{6}$ ។

៤)កំណាត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យ $x-ay+31=0$ ។

ដំណោះស្រាយ

១)ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (S)

$$(S):\begin{cases}2x+3y-a=0 & (1)\\x+2y-5=0 & (2)\end{cases}$$

តាម (2) គេទាញបាន $x=5-2y$ (3) យកជំនួសក្នុង (1)គេបាន

$2(5-2y)+3y-a=0$ ឬ $y=10-a$ យកជួសក្នុង (3)គេបាន

$x=5-2(10-a)=2a-15$ ។

ដូចនេះ $x=2a-15$, $y=10-a$ ។

២)កំណាត់តម្លៃ a ៖

ដើម្បីឲ្យគូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ(S) នេះវិជ្ជមាន លុះត្រាតែ

$\begin{cases} 2a-15>0 \\ 10-a>0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} a>\frac{15}{2} \\ a<10 \end{cases}$

ដូចនេះ $\frac{15}{2}<a<10$ ។

៣)កំណត់ដែនតម្លៃនៃ a ដែលធ្វើឲ្យ $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\geq\frac{5}{6}$

ដោយ $x=2a-15$, $y=10-a$ នោះគេបាន $\frac{2a-15}{3}+\frac{10-a}{4}\geq\frac{5}{6}$

ឬ $8a-60+30-3a\geq10$ ឬ $5a\geq40$ ឬ $a\geq8$ ។

ដូចនេះ $a\geq8$ ។

៤)កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យ $x-ay+31=0$

ដោយ $x=2a-15$, $y=10-a$ នោះគេបាន $2a-15-a(10-a)+31=0$

ឬ $a^2-8a+16=0$ ឬ $(a-4)^2=0$ គេទាញ $a=4$ ។

ដូចនេះ $a=4$ ។

៦.១១.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

១) $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x-3y-z=1 \\ -3x+2y-4z=2 \end{cases}$ ២) $\begin{cases} 2x-3y+4z=4 \\ x-2y+3z=5 \\ x+y+z=6 \end{cases}$

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

១) $\begin{cases} x+2y+3z=4 & (1) \\ 2x-3y-z=1 & (2) \\ -3x+2y-4z=2 & (3) \end{cases}$

បូកសមីការ(1),(2)និង(3)អង្គនិងអង្គគេទទួលបាន ៖

$y-2z=7$ ឬ $y=2z+7$ (4) យកជួសក្នុងសមីការ (1)និង(2)

គេបាន $\begin{cases} x+2(2z+7)+3z=4 \\ 2x-3(2z+7)-z=1 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+7z=-10 & (1) \\ 2x-7z=22 & (2) \end{cases}$

បូកសមីការ(1)និង(2)ខាងក្រោយនេះគេបាន $3x=12$ ឬ $x=4$

យក $x=4$ ជួសក្នុង(1)គេបាន $4+7z=-10$ ឬ $z=-2$

តាម(4)គេបាន $y=-4+7=3$ ។

ដូចនេះ $x=4, y=3, z=-2$ ។

២) $\begin{cases} 2x-3y+4z=4 & (1) \\ x-2y+3z=5 & (2) \\ x+y+z=6 & (3) \end{cases}$

យកសមីការ $(1)-(2)-(3):-2y=-7$ គេទាញបាន $y=\frac{7}{2}$

យក $y=\frac{7}{2}$ ជួសក្នុងសមីការ (2)និង (3)គេបាន ៖

$\begin{cases} x-7+3z=5 \\ x+\frac{7}{2}+z=6 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+3z=12 & (2) \\ x+z=\frac{5}{2} & (3) \end{cases}$

យក$(2)-(3)$គេបាន $2z=\frac{19}{2}$ គេទាញ $z=\frac{19}{4}$ យកជួសក្នុង (3)

$x+\frac{19}{4}=\frac{5}{2}$ ឬ $x=\frac{5}{2}-\frac{19}{4}=-\frac{9}{4}$ ។

ដូចនេះ $x=-\frac{9}{4}, y=\frac{7}{2}, z=\frac{19}{4}$ ។

៦.១២.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖

១) $\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5} \\ 2x+3y+5z=190 \end{cases}$ ២) $\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7} \\ 2x-3y+4z=190 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ

១) $\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5} & (1) \\ 2x+3y+5z=190 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (1) គេបាន

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}=\frac{2x}{4}=\frac{3y}{9}=\frac{5z}{25}=\frac{2x+3y+5z}{4+9+25}=\frac{190}{38}=5$$

គេទាញ $x=10,\ y=15\ ,\ z=25$ ។

២) $\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7} & (1) \\ 2x-3y+4z=190 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ(1)យើងប្រើលក្ខណៈសមាមាត្រដូចខាងក្រោម ៖

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}=\frac{2x}{6}=\frac{-3y}{-15}=\frac{4z}{28}=\frac{2x-3y+4z}{6-15+28}=\frac{190}{19}=10$$

គេទាញ $x=30, y=50\ , z=70$ ។

៦.១៣.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4} \\ 3x-2y+z=6 \end{cases}$$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4} & (1) \\ 3x-2y+z=6 & (2) \end{cases}$$

តាង $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}=t$ គេទាញ $\begin{cases} x=2t+1 \\ y=3t+2 \\ z=4t+3 \end{cases}$ (3)

យកសមីការ (3) ជំនួសក្នុង (2) គេបាន ៖

$$3(2t+1)-2(3t+2)+4t+3=6$$

$$6t+3-6t-4+4t+3=6$$

$$4t+2=6$$

គេទាញបាន $t=1$ យកជួសក្នុង(3)គេបាន $\begin{cases} x=2+1=3 \\ y=3+2=5 \\ z=4+3=7 \end{cases}$

ដូចនេះ $x=3, y=5, z=7$ ។

៦.១៤.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \frac{x+4}{3}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z+2}{3} \\ x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0 \end{cases}$$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \frac{x+4}{3}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z+2}{3} & (1) \\ x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0 & (2) \end{cases}$$

តាង $\frac{x+4}{3}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z+2}{3}=t$ គេទាញ $\begin{cases} x=3t-4 \\ y=-4t+5 \\ z=3t-2 \end{cases}$ (3)

យកសមីការ(3)ជួសក្នុងសមីការ(1)គេបាន ៖

$(3t-4)^2+(-4t+5)^2+(3t-2)^2-2(3t-4)+2(-4t+5)-4(3t-2)-3=0$

$$34t^2-102t+68=0$$
$$34(t^2-3t+2)=0$$
$$34(t-1)(t-2)=0$$

គេទាញ $t=1$, $t=2$ ។

-ចំពោះ $t=1$ យកជួសក្នុង(3)គេបាន $\begin{cases} x=3-4=-1 \\ y=-4+5=1 \\ z=3-2=1 \end{cases}$

-ចំពោះ $t=2$ យកជួសក្នុង(3)គេបាន $\begin{cases} x=6-4=2 \\ y=-8+5=-3 \\ z=6-2=4 \end{cases}$

ដូចនេះ $(x=-1, y=1, z=1)$, $(x=2, y=-3, z=4)$ ។

៦.១៩.ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=2015 \\ y+z=2016 \\ z+x=2017 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

$$\begin{cases} x+y=2015 & (1) \\ y+z=2016 & (2) \\ z+x=2017 & (3) \end{cases}$$

បូកសមីការ(1),(2)និង(3)អង្គនិងអង្គគេបាន ៖

$2x+2y+2z=6048$ ឬ $x+y+z=3024$ (4)

យក(1)ជួសក្នុង(4)គេបាន $2015+z=3024$ ឬ $z=1009$ ។

យក(2)ជួសក្នុង(4)គេបាន $2016+x=3024$ ឬ $x=1008$ ។

យក(3)ជួសក្នុង(4)គេបាន $2017+y=3024$ ឬ $y=1007$ ។

ដូចនេះ $x=1008$, $y=1007$, $z=1009$ ។

លំហាត់សារឡើងវិញ

I-ពីជគណិត

១)ចូរគណនាកន្សោម $E=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+3}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-3}+\frac{1}{3\sqrt{2}}$ ។

២)គេឲ្យកន្សោម $Y=(\frac{5}{2}x^2+x+5)^2-(\frac{3}{2}x^2-5x-4)^2$ ។

ក-ចូរដាក់កន្សោម Y ជាផលគុណនៃពីរកត្តាការេនៃទ្វេធា ។

ខ-ដោះស្រាយសមីការ $Y=0$ ។

គ-សម្រួលប្រភាគសនិទាន $F=\frac{Y}{(x^2-9)^2}$ ។

៣)ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ(xoy)គេឲ្យបន្ទាត់ពីរ $(D_1):y=\frac{1}{2}x+2$

និង $(D_2):y=-2x+7$ ។

ក-ចូរសង់បន្ទាត់(D_1)និង(D_2) រួចកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វA រវាងបន្ទាត់(D_1)និង(D_2)តាមក្រាភិច ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយគណនា ។

ខ-ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(D_1)និង(D_2)កែងនឹងគ្នា ។

គ-តាងBនិងCជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់(D_1)និង(D_2)ជាមួយអក្ស័អាប់ស៊ីសរៀងគ្នា ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចBនិងC រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

II-ធរណីមាត្រ

១)គេឲ្យត្រីកោណABCមួយកែងត្រង់A រួចគេគូសកម្ពស់$[AH]$ ។

គេដឹងថា $AB=30cm$ និង $AC=40cm$ ។

ចូរគណនារង្វាស់ BC , AH ,BH និង HC ។

២)គេឲ្យរង្វង់(C)ផ្ចិតOវិជ្ឈមាត្រ$[AB]$ដែល$AB=4R$ និងរង្វង់(C')ផ្ចិតO' វិជ្ឈមាត្រ $[OA]$ ។ តាម Bគេគូសបន្ទាត់ប៉ះ(BM)ទៅនឹងរង្វង់(C')ត្រង់

ចំណុច M ។ បន្ទាត់ (BM) កាត់រង្វង់ (C) ត្រង់ E ។

ក-បង្ហាញថាបន្ទាត់ (AE) និង $(O'M)$ ស្របគ្នារួចទាញបញ្ជាក់ថា $[AM)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAE$ ។

ខ-បន្ទាត់ (AM) កាត់រង្វង់ (C) ត្រង់ N ។ បង្ហាញថា M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AN]$ ។

គ-បន្ទាត់ (ON) កាត់ (BM) ត្រង់ចំណុច G ។

តើ G ជាអ្វីចំពោះត្រីកោណ ANB ។ គណនា OG ជាអនុគមន៍នៃ R ។

ឃ-បន្ទាត់ (AE) កាត់ (BN) ត្រង់ P ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(MP)\perp(AB)$ ។

អត្រាកំណែគំរូ

I-ពីជគណិត

១)គណនាកន្សោម ៖

យើងបាន $E=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+3}+\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3\sqrt{3}-3}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$

$$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3(\sqrt{3}+1)}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3(\sqrt{3}-1)}+\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+1)}{3(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}+\frac{\sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2}$$

$$=\frac{3-\sqrt{3}-\sqrt{6}+\sqrt{2}+3+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3(3-1)}+\frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$=\frac{6+2\sqrt{2}}{6}+\frac{\sqrt{2}}{6}=\frac{6+3\sqrt{2}}{6}=\frac{3(2+\sqrt{2})}{6}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

ដូចនេះ $E=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$ ។

២)ក-ដាក់កន្សោម Y ជាផលគុណនៃពីរកត្តាការេនៃទ្វេធា

យើងបាន ៖

$$Y=(\frac{5}{2}x^2+x+5)^2-(\frac{3}{2}x^2-5x-4)^2$$

$$=\left[(\frac{5}{2}x^2+x+5)+(\frac{3}{2}x^2-5x-4)\right]\left[(\frac{5}{2}x^2+x+5)-(\frac{3}{2}x^2-5x-4)\right]$$

$$=\left(\frac{5}{2}x^2+x+5+\frac{3}{2}x^2-5x-4\right)\left(\frac{5}{2}x^2+x+5-\frac{3}{2}x^2+5x+4\right)$$

$$=\left(4x^2-4x+1\right)\left(x^2+6x+9\right)$$

ដូចនេះ $Y=(2x-1)^2(x+3)^2$ ។

ខ-ដោះស្រាយសមីការ $Y=0$

យើងបាន $Y=(2x-1)^2(x+3)^2=0$

ដើម្បីឲ្យផលគុណនៃកត្តាស្មើសូន្យលុះត្រាតែនិងគ្រាន់តែឲ្យកត្តាមួយស្មើសូន្យ

យើងបាន $2x-1=0$ នោះ $x=\frac{1}{2}$

ហើយ $x+3=0$ នោះ $x=-3$ ។

ដូចនេះ $x=\frac{1}{2}, x=-3$ ។

គ-សម្រួលប្រភាគសនិទាន $F=\frac{Y}{(x^2-9)^2}$

យើងមាន $Y=(2x-1)^2(x+3)^2$

យើងបាន $F=\frac{(2x-1)^2(x+3)^2}{(x^2-9)^2}=\frac{(2x-1)^2(x+3)^2}{(x+3)^2(x-3)^2}$

ប្រភាគនេះមានន័យកាលណា $x+3\neq 0$ ឬ $x\neq -3$

ហើយ $x-3\neq 0$ ឬ $x\neq -3$ ។

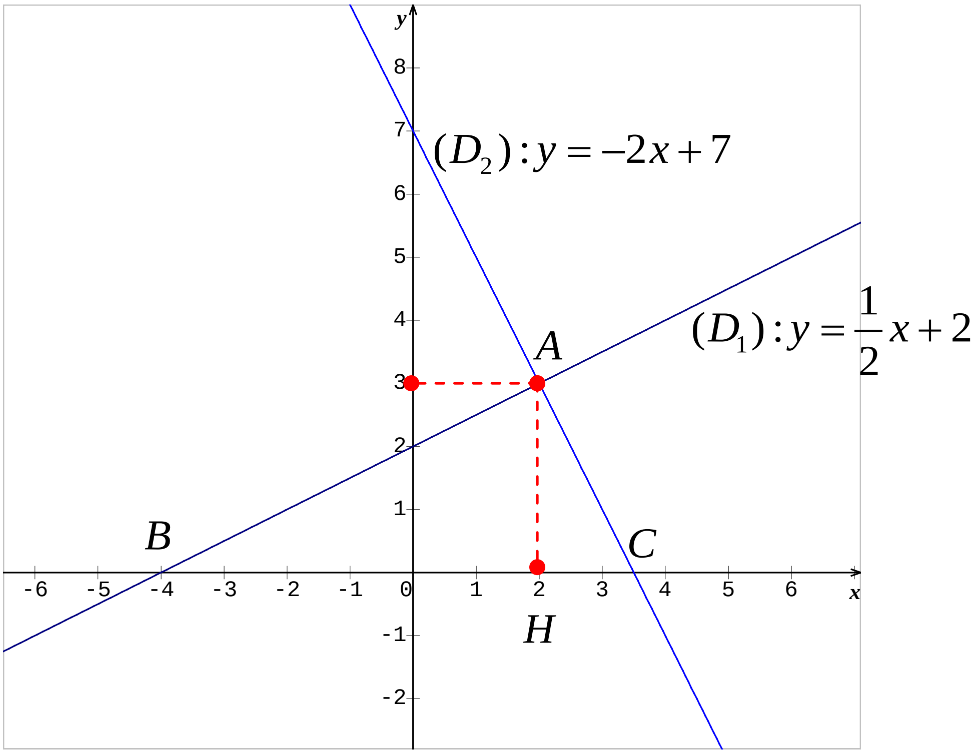
ដូចនេះ $F=\frac{(2x-1)^2}{(x-3)^2}$ ។

៣)ក-សង់បន្ទាត់ (D_1) និង (D_2)

សង់ $(D_1): y=\frac{1}{2}x+2$ និង $(D_2): y=-2x+7$

x	0	-4
y	2	0

x	0	3.5
y	7	0



កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ A រវាងបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) តាមក្រាភិចៈ

តាមក្រាភិចខាងលើយើងពិនិត្យឃើញថាបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(2,3)$ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយគណនាៈ

កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាងបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) គឺជាគូចម្លើយនៃប្រពន្ធ័សមីការ $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+2 & (1) \\ y=-2x+2 & (2) \end{cases}$

ផ្ទឹមសមីការ(1)និង(2)គេបាន ៖

$\frac{1}{2}x+2=-2x+7$

$x+4=-4x+14$

$5x=10$

គេទាញបាន $x=2$ យកជួសក្នុងសមីការ(1)គេបាន $y=\frac{1}{2}(2)+2=3$ ។

ដូចនេះ $A(2,3)$ ។

ខ-ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) កែងនឹងគ្នា

បន្ទាត់ $(D_1): y=\frac{1}{2}x+2$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a_1=\frac{1}{2}$

បន្ទាត់ $(D_2): y=-2x+7$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a_2=-2$

ដោយ $a_1a_2=\left(\frac{1}{2}\right)(-2)=-1$ នោះបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) កែងនឹងគ្នា ។

គ-**គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច** B **និង** C

ដោយ B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) ជាមួយអក្សអាប់ស៊ីស នោះតាមក្រាភិចយើងបាន $B(-4,0)$ និង $C(3.5,0)$ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ៖

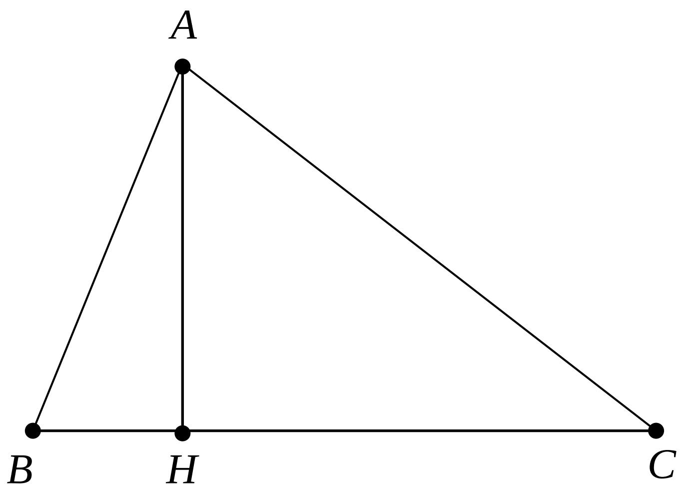
តាង H ជាជើងនៃចំណោលកែងនៃចំណុច A លើអក្ស (ox) ។

យើងបាន $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH\times BC$ ដោយ $AH=3$ និង $BC=4+3.5=7.5$

ដូចនេះ $S_{ABC}=\frac{1}{2}\times 3\times 3.5=5.25$ (ខ្នាតផ្ទៃក្រឡា) ។

II-ធរណីមាត្រ

១)គណនារង្វាស់ BC , AH , BH និង HC



តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ អនុវត្តន៍ក្នុងត្រីកោណកែង ABC យើងបាន ៖

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ ដោយ $AB = 30cm$ និង $AC = 40cm$

គេបាន $BC^2 = 30^2 + 40^2 = 2500$ នោះ $BC = \sqrt{2500} = 50cm$ ។

ដូចនេះ $BC = 50cm$ ។

តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែងគេមាន ៖

$AH.BC = AB.AC$ នោះ $AH = \dfrac{AB.AC}{BC} = \dfrac{30 \times 40}{50} = 24cm$

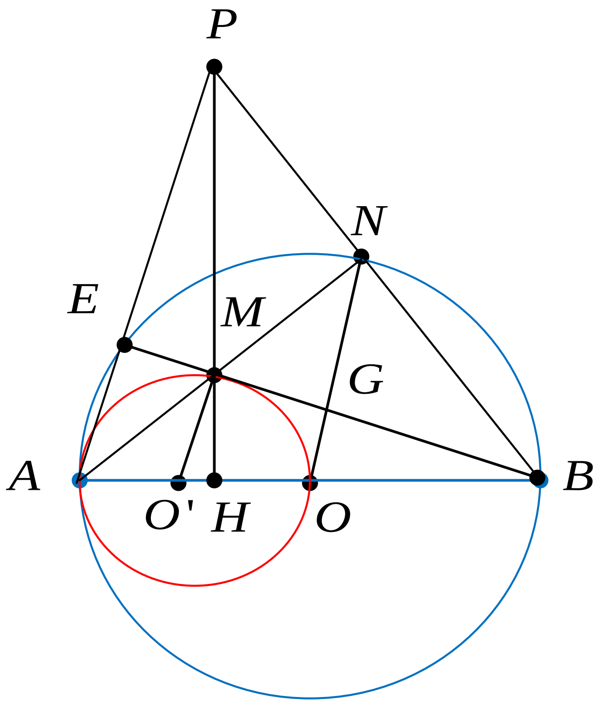
ដូចនេះ $AH = 24cm$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $AB^2 = BH.BC$ នោះ $BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{30^2}{50} = 18cm$

ហើយ $AC^2 = BC.HC$ នោះ $HC = \dfrac{AC^2}{BC} = \dfrac{40^2}{50} = 32cm$

ដូចនេះ $AB = 18cm$, $AC = 32cm$ ។

២)ក-បង្ហាញថាបន្ទាត់(AE)និង$(O'M)$ស្របគ្នា



យើងមាន(BM)ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់(C')មានផ្ចិតO'ត្រង់M នោះគេបាន

$(O'M)\perp(BM)$ (1)

ម្យ៉ាងទៀតបន្ទាត់(BM)កាត់រង្វង់(C)វិជ្ឈមាត្រ$[AB]$ត្រង់ចំណុចE នោះគេបាន

$\angle AEB=90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់) នោះគេទាញបាន $(AE)\perp(BM)$ (2)

តាម(1)និង(2)យើងទាញបាន(AE)និង$(O'M)$ស្របគ្នា ។

ទាញបញ្ជាក់ថា$[AM)$ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAE$ ៖

តាមសម្រាយខាងលើយើងមាន$(AE)//(O'M)$ នោះគេបាន

$\angle EAM=\angle AMO'$ (3) (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

ម្យ៉ាងទៀតគេមាន $O'A=O'M$ (កាំរង្វង់(C'))

គេទាញ $O'AB$ជាត្រីកោណសមបាតកំពូលO' នោះ $\angle AMO'=MAO'$(4)

តាម(3)និង(4)គេទាញបាន $\angle EAM=\angle MAO'$ ។

ដូចនេះ$[AM)$**ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ** $\angle BAE$ ។

ខ- បង្ហាញថា M ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AN]$ ៖

គេមាន $\angle AMO = 90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់ (C'))

គេបាន OM ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ OAN ។

ម្យ៉ាងទៀត $OA = ON$ (កាំរង្វង់ (C)) នោះ OAN ជាត្រីកោណសមបាតកំពូល O

ហើយដោយ OM ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ OAN (សម្រាយខាងលើ)

ដូចនេះ M **ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់** $[AN]$ ។

គ-តើ G ជាអ្វីចំពោះត្រីកោណ ANB

យើងមាន M **ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់** $[AN]$ (សម្រាយខាងលើ)

គេបាន $[BM]$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ ANB ។

ម្យ៉ាងទៀត O ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AB]$ (ផ្ចិតរង្វង់ (C) វិជ្ឈមាត្រ $[AB]$)

នោះ $[NO]$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ ANB ។

ដោយ $[BM]$ និង $[NO]$ ជួបគ្នាត្រង់ចំណុច G នោះ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔANB ។

គណនា OG ជាអនុគមន៍នៃ R ៖

តាមលក្ខណៈនៃមេដ្យានគេបាន $OG = \dfrac{1}{3}ON$ ដោយ $ON = \dfrac{AB}{2} = 2R$

ដូចនេះ $OG = \dfrac{2}{3}R$ ។

ឃ- បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(MP) \perp (AB)$ ៖

យើងមាន E និង N ជាពីរចំណុចស្ថិតនៅលើរង្វង់ (C) វិជ្ឈមាត្រ $[AB]$

នោះគេបាន $\angle AEB = 90^o$ និង $\angle ANB = 90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

គេទាញបាន $[BE] \perp [AP]$ និង $[AN] \perp [BP]$ នោះ $[BE]$ និង $[AN]$ សុទ្ធតែ

ជាកម្ពស់របស់ត្រីកោណ APB ។

ដោយ M ជាប្រសព្វរវាងកម្ពស់ $[BE]$ និង $[AN]$ នោះវាជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ

APB ហើយយក H ជាប្រសព្វរវាង (MP) និង $[AB]$ នោះ $[PH]$ ជាកម្ពស់ទីបី

នៃត្រីកោណ APB ។ ដូចនេះ $(MP) \perp (AB)$ ។