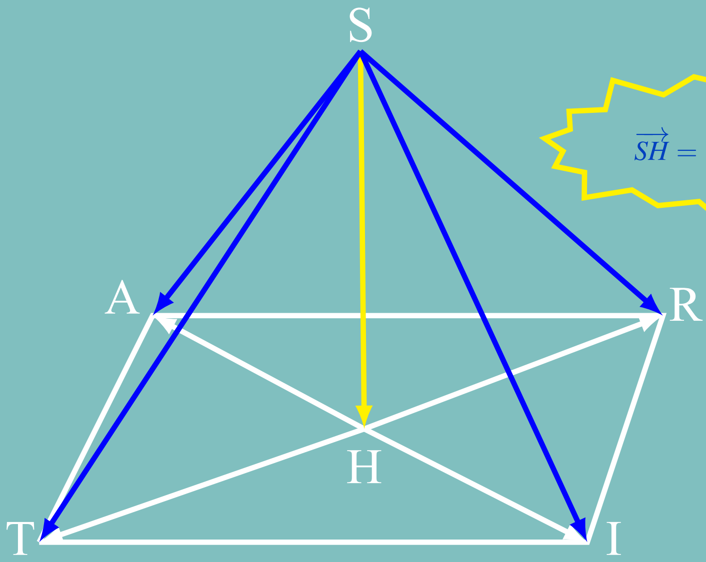
គណិតវិទ្យា ១០



$$\overrightarrow{SH} = \frac{\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{SI} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SR}}{4}$$

កម្រងលំហាត់វិចទ័រក្នុងប្លង់.

វិចទ័រ និងប្រមាណវិធីលើវិចទ័រ.

ការអនុវត្តន៍នៃវិចទ័រ.

Ly Sarith

២០២៣

អារម្ភកថា

ជម្រាបសួរ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ក៏ដូចជាប្រិយមិត្តអ្នកសិក្សា ជាពិសេសប្អូនៗថ្នាក់ទី១០ ជាទីគោរពស្រឡាញ់រាប់អានពីខ្ញុំបាទ។ សៀវភៅកម្រងលំហាត់រិចទ័រក្នុងប្លង់នេះ ខ្ញុំបាទបានចងក្រងឡើងមកក្នុងគោលបំណងបំប៉នលើការសិក្សាគណិតវិទ្យាផ្នែកធរណីមាត្រថ្នាក់ទី១០ក្នុងឆមាសទី២ឲ្យកាន់តែប្រសើរឡើងមួយកម្រិតទៀត។

ការចងក្រងសៀវភៅនេះឡើងមកខ្ញុំបានត្រួតពិនិត្យយ៉ាងម៉ត់ចត់ ទោះមានការម៉ត់ចត់យ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏គត់តែអាច មានកំហុសកើតឡើងដោយអចេតនាត្រង់កន្លែងណាមួយជាក់ជាមិនខាន។ ហេតុនេះសូមលោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ក៏ដូចជាប្រិយមិត្តអ្នកសិក្សា ជាពិសេសប្អូនៗថ្នាក់ទី១០ អធ្យាស្រ័យ ហើយខ្ញុំបាទសូមស្វាគមន៍នូវរាល់មតិរិះគន់ក្នុងន័យស្ថាបនាពីសំណាក់ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ក៏ដូចជាប្រិយមិត្តអ្នកសិក្សា ជាពិសេសប្អូនៗថ្នាក់ទី១០ ដើម្បីឲ្យសៀវភៅនេះកាន់តែមានភាពល្អប្រសើរឡើងជាងនេះទៀត។

ជាចុងក្រោយ ខ្ញុំបាទសូមជូនពរ សិរីសួស្តីដល់ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ក៏ដូចជាប្រិយមិត្តអ្នកសិក្សា ជាពិសេសប្អូនៗថ្នាក់ទី១០ ទាំងអស់ប្រកបដោយសុខភាពល្អ ទទួលបានជោគជ័យក្នុងការងារ និងការសិក្សាផងដែរ៕

រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ០១ ខែ មេសា ឆ្នាំ២០២៣

រៀបរៀងដោយ៖ លោកគ្រូ លី សារិទ្ធ

ឯកសារយោង

- ក. កម្រូកូដ *Latex* របស់ លោកគ្រូ ពៅ ពុទ្ធិវង្ស។
- ខ. វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០ រៀបរៀងដោយ ផន វិន្ថា យុត សុខា និង សុិន ឧស្សាហ៍។
- គ. វុិចទ័រក្នុងប្លង់ថ្នាក់ទី១០ រៀបរៀងដោយអ្នកគ្រូ អោ មណីចន្ទ្រា។
- ឃ. សម្រាយបញ្ជាក់លើមេរៀនវុិចទ័រ រៀបរៀងដោយ លោកគ្រូ ប្រើស ដា៉រា។
- ង. គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០ រៀបរៀងដោយលោកគ្រូ ហៃ ប៉ាហ៊ុន។
- ច. សៀវភៅគណិតវិទ្យា ១៥ភាគ របស់ក្រសួងអប់រំ។
- ឆ. ឯកសារតាមបណ្តាញសង្គមខ្លះៗ។

កម្រងលំហាត់ជ្រើសរើស

លំហាត់ទី.១

ក. បង្ហាញសមភាព $\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}\cdot\vec{c}$ ។

ខ. បង្ហាញសមភាព $(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{b}\cdot\vec{c}$ ។

គ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$ ។

ឃ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$ ៗ។

លំហាត់ទី.២

ក. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$, $\vec{v}$ និង $\vec{w}$ បើ
$\vec{a}=(2,3)$, $\vec{b}=(1,2)$ និង $\vec{c}=(-12,2)$ ។

(a) $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ ។

(b) $\vec{v}=-3\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}$ ។

(c) $\vec{w}=3(\vec{a}+\vec{b})-2\vec{b}-\vec{c}$ ។

ខ. រកប្រវែងវ៉ិចទ័រ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, $|\vec{u}|$, $\vec{v}|$ ។

គ. បង្ហាញថា $\vec{u}\perp\vec{v}$ ដែល $\vec{u}=(3,-4)$ និង $\vec{v}=(8,6)$ ។

លំហាត់ទី.៣

ក. គណនាផលគុណស្កាលែនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u}\cdot\vec{v}$ ៖

១. $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{v}=(\frac{1}{3},1)$ ។

២. $\vec{u}=-\vec{i}+\vec{j}$, $\vec{v}=(-1,2)$ ។

៣. $\vec{u}=(5,3)$, $\vec{v}=3\vec{i}+7\vec{j}$ ។

៤. $\vec{u}=5\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{v}=-\vec{j}+2\vec{i}$ ។

ខ គេឲ្យចំណុច $A(-2,-6)$, $B(3,1)$ និង $C(3,4)$ ។

១. សរសេរ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$ ជាអនុគមន៍វ៉ិចទ័រឯកតា $\vec{i}$, $\vec{j}$ ។

២. គណនា $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$ ។

លំហាត់ទី.៤

ក បង្ហាញថាសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $C(x_\circ,y_\circ)$ និងមានកាំ r គឺ $\begin{cases}|\vec{p}-\vec{c}|=r\\(x-x_\circ)^2+(y-y_\circ)^2=r^2\end{cases}$ ។

ខ បង្ហាញថាសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $O(0,0)$ និងកាំ r គឺ $x^2+y^2=r^2$ ។

លំហាត់ទី.៥

ក បង្ហាញថា សមីការ បន្ទាត់ ដែលកាត់ តាម ចំណុច $P_\circ(x_\circ,y_\circ)$ ហើយ កែង ទៅ នឹង វ៉ិចទ័រ $\vec{n}=(a,b)$ គឺ $\begin{cases}\vec{n}\cdot(\vec{p}-\vec{p_\circ})=0\\a(x-x_\circ)+b(y-y_\circ)=0\end{cases}$ ។

ខ បើតាង $c=ax_\circ-by_\circ$ គេអាចសរសេរ $ax+by+c=0$ ដែលគេហៅថាសមីការទូទៅនៃបន្ទាត់។

លំហាត់ទី.៦

បង្ហាញថាដើម្បីឲ្យចំណុច $C(\overrightarrow{c}) \in AB$ ដែល $A(\overrightarrow{a})$ និង $B(\overrightarrow{b})$ គឺមានចំនួនពិត m និង n ដែល $m+n=1$ ហើយ $\overrightarrow{c}=m\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b}$ ។

លំហាត់ទី.៧

បង្ហាញថាបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច $A(\overrightarrow{a})$ និង $B(\overrightarrow{b})$ មានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $\overrightarrow{p}=\overrightarrow{a}+t(\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a})$ ។

លំហាត់ទី.៨

បង្ហាញថា សមីការ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ នៃ បន្ទាត់ដែលកាត់ តាម ចំណុច $P_\circ(x_\circ,y_\circ)$ និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{u}=(a,b)$ កំណត់ដោយៈ

ក) $\overrightarrow{p}=\overrightarrow{p_\circ}+t\overrightarrow{u}$ ជាសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វ៉ិចទ័រ។

ខ) $\begin{cases} x=x_\circ+at \\ y=y_\circ+bt \end{cases}$ ដែល t ជាចំនួនពិត ជាសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់កូអរដោនេ។

គ) បើ $a\neq 0$ និង $b\neq 0$ ទាញបង្ហាញថា គេបាន $\dfrac{x-x_\circ}{a}=\dfrac{y-y_\circ}{b}$ រួចទាញបន្តថា $y-y_\circ=\dfrac{b}{a}(x-x_\circ)$ ។

លំហាត់ទី.៩

បង្ហាញថាកូអរដោនេនៃចំណុច C ដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុង ដែលភ្ជាប់ពីរចំណុច $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ តាមផលធៀប

$m:n$ ឲ្យដោយរូបមន្ត $x=\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n}$, $y=\dfrac{my_2+ny_1}{m+n}$ ។

លំហាត់ទី.១០

ក បង្ហាញថាមេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណមួយប្រសព្វគ្នាបានមួយចំណុចដោយប្រើវិចទ័រទីតាំង ។

ខ បង្ហាញថា អង្កត់ដែល ភ្ជាប់ ចំណុចកណ្ដាល នៃ ជ្រុង ពីររបស់ត្រីកោណមួយស្របទៅនឹងជ្រុងទីបី ហើយស្មើពាក់កណ្ដាលនៃប្រវែងជ្រុងទីបីនេះ ដោយប្រើវិចទ័រទីតាំង។

លំហាត់ទី.១១

ក ចំណុច $C(\vec{c})$ ចែក AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប $m:n$ ហើយ $A(\vec{a})$ និង $B(\vec{b})$ ជាវិចទ័រទីតាំង។

បង្ហាញថា $\vec{c}=\dfrac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$ ។

ខ ចំណុច $D(\vec{d})$ ចែក AB ខាងក្រៅតាមផលធៀប $m:n$ ហើយ $A(\vec{a})$ និង $B(\vec{b})$ ជាវិចទ័រទីតាំង។

បង្ហាញថា $\vec{d}=\dfrac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$ ។

គ បង្ហាញថាវិចទ័រទីតាំងនៃចំណុចកណ្ដាលរបស់អង្កត់ AB គឺ $\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$ ។

លំហាត់ទី.១២

ក) បង្ហាញថា ចំពោះវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មិនសូន្យហើយបើ $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$ នោះ $\vec{a}\perp\vec{b}$ ។

ខ) គេឲ្យ $A(\vec{a})$ និង $B(\vec{b})$ បង្ហាញថា $\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$ ។

លំហាត់ទី.១៣

គេឲ្យគូប $ABCD-A'B'C'D'$ មួយ។

ក) សង់គូប $ABCD-A'B'C'D'$ ។

ខ) រកគ្រប់វ៉ិចទ័រដែលស្មើនឹង $\overrightarrow{AB}$ ។

គ) រកគ្រប់វ៉ិចទ័រផ្ទុយនៃ $\overrightarrow{AA'}$ ។

លំហាត់ទី.១៤

គេមានប្រលេឡូក្រាម $ACIB$, $BLAI$, $ABLE$, $SALE$, $CAES$, $SAIC$ ។
រកវ៉ិចទ័រដែលស្មើនឹង $\overrightarrow{EL}$, $\overrightarrow{LB}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AL}$ ។

លំហាត់ទី.១៥

សម្រួលកន្សោម៖

ក) $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{a}$ ។

ខ) $3(\vec{u}+2\vec{v})-3(\vec{u}-4\vec{v})$ ។

លំហាត់ទី.១៦

គេឲ្យត្រីកោណ ABC មួយហើយ K ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ

ផ្ចិត[BC]។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\overrightarrow{AK}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}$ ។

លំហាត់ទី.១៧

គេឲ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មួយហើយ I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូង $[AC]$ និង $[BD]$។ គ្រប់ចំណុច M នៃប្លង់ចូលស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $\overrightarrow{MI}=\dfrac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}}{4}$។

លំហាត់ទី.១៨

គេ ឲ្យ ត្រីកោណ ABC មួយ ហើយ G ជាទី ប្រជុំ ទម្ងន់ នៃត្រីកោណ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ។

លំហាត់ទី.១៩

នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0,\vec{i},\vec{j})$ គេមានបីចំណុច $A(1,2)$ $B(-2,3)$ និង $C(-2,4)$។

ក) រក កូអរដោនេនៃចំណុច D ដោយ ដឹង ថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

ខ) រកកូអរដោនេនៃចំណុច G ដែល $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ។

លំហាត់ទី.២០

គេឲ្យវិចទ័រ $\vec{a}=(2,-1)$ និង $\vec{b}=(-5,5)$ ។

ក. កំណត់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}$ និង $\vec{v}=7\vec{a}+2\vec{b}$ ។

ខ. គណនា $|\vec{u}|$ និង $|\vec{v}|$។

លំហាត់ទី.២១

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(2,-3)$ និង $\vec{b}=(1,-6)$ ។

ក. គណនាកូអរដោនេនៃ $|\vec{u}|$ ដោយដឹងថា $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}$ ។

ខ. កំណត់ពីរចំនួនពិត λ និង μ ដោយដឹងថា $\vec{v}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ ដែល $\vec{v}=(-5,4)$ ។

លំហាត់ទី.២២

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=(2xy,x^2-y^2)$ ដែល $x,y\in\Re$ ។
គណនា $|\vec{u}|$។

លំហាត់ទី.២៣

គេឲ្យពីរចំណុច $A(-2,3)$ និង $B(4,-5)$ ។

ក. គណនាកូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{AB}$ ។

ខ. គណនាប្រវែង $|\overrightarrow{AB}|$ ។

លំហាត់ទី.២៤

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់មួយ។ ចូរគណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ដោយដឹងថា:

ក $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}, |\vec{b}| = 4$ និងមុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ $\theta = 30^\circ$។

ខ $|\vec{a}| = 4\sqrt{2}, |\vec{b}| = 3$ និងមុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ $\theta = 45^\circ$។

គ $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ និងមុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ $\theta = 60^\circ$។

ឃ $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 6$ និងមុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ $\theta = 120^\circ$។

ង $|\vec{a}| = 3\sqrt{2}, |\vec{b}| = 8$ និងមុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ $\theta = 135^\circ$។

លំហាត់ទី.២៥

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់មួយ ដែល $|\vec{a}| = 3$ និង $|\vec{b}| = 5$ មុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta = 60^\circ$ ។

ក គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ។

ខ គណនា $|\vec{a} - \vec{b}|$។

លំហាត់ទី.២៦

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់មួយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

ក $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$

ខ $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$

គ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dfrac{|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2}{4}$ ។

លំហាត់ទី.២៧

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់មួយដែល $|\vec{a}| = 12$ និង $|\vec{b}| = 32$ មុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta = 60^\circ$ ។

ក. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ។

ខ. គណនា $|\vec{a} - \vec{b}|$ ។

លំហាត់ទី.២៨

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់មួយ ដែល $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ និង $|\vec{b}| = 4$ មុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta = 45^\circ$ ។

ក. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ។

ខ. គេយក $\vec{p} = 2\vec{a} + \vec{b}$ និង $\vec{q} = \vec{a} + 3\vec{b}$ ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{p} \cdot \vec{q}$ ។

លំហាត់ទី.២៩

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់មួយដែល $|\vec{a}| = 4\sqrt{3}$ និង $|\vec{b}| = 2$ មុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta = 30^\circ$ ។

ក. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ។

ខ. គេយក $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ និង $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ ។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{p} \cdot \vec{q}$ ។

លំហាត់ទី.៣០

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a} = (-1, 4)$ និង $\vec{b} = (5, -1)$ ។

ក. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a}\cdot\vec{b}$។

ខ. គេយក $\vec{p}=2\vec{a}+3\vec{b}$ និង $\vec{q}=\vec{a}-x\vec{b}$ ដែល $x\in\Re$។ គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{p}\cdot\vec{q}$ ជាអនុគមន៍នៃ x រួចកំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{p}$ និង $\vec{q}$ អរតូកូណាល់គ្នា។

គ. គណនា $|\vec{a}+\vec{b}|$។

លំហាត់ទី.៣១

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(2,3)$ និង $\vec{b}=(5x+4,2-x)$។
កំណត់ x ដើម្បីឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ អរតូកូណាល់គ្នា។

លំហាត់ទី.៣២

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(3,4)$ និង $\vec{b}=(12,-5)$។

ក. គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ និង កូស៊ីនូសនៃមុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$

ខ. គេយក $\vec{p}=x\vec{a}+\vec{b}$ និង $\vec{q}=\vec{a}-x\vec{b}$ ។ គណនា $\vec{p}\cdot\vec{q}$ ជាអនុគមន៍នៃ x។

គ. កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $\vec{p}\cdot\vec{q}=144$។

លំហាត់ទី.៣៣

គេឲ្យបីចំណុច $A(1,3)$, $(4,-1)$ និង $C(5,6)$។

ក. គណនាកូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$ ។

ខ. គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$។

ក) គណនាប្រវែង $|\overrightarrow{AB}|$ និង $|\overrightarrow{AC}|$ រួចបញ្ជាក់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

លំហាត់ទី.៣៤

គេឲ្យវ៉ិចទ័រពីរ $\overrightarrow{a}=(x-3,x-4)$ និង $\overrightarrow{b}=(x+1,x-2)$ ដែល $x\in\Re$ ។

ក) គណនាផលគុណស្កាលែ $p(x)=\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ ជាអនុគមន៍នៃ x។

ខ) កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $p(x)=-1$ ។

គ) កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $p(x)$ មានតម្លៃតូចបំផុត។

លំហាត់ទី.៣៥

គេឲ្យបីចំណុច $A(x,x+1)$, $B(3,x+4)$ និង $C(2x+5,-2)$ ដែល $x\ni\Re$ កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។

លំហាត់ទី.៣៦

គេឲ្យបីចំណុច $A(x,x+1)$, $B(3,-1)$ និង $C(7,6)$ ។

ក) កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។

ខ) កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល B ។

គ) កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល C ។

លំហាត់ទី.៣៧

គេឲ្យបីចំណុច $A(1,2)$, $B(4,6)$ និង $C(5,-1)$ ។

ក ចូលគណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ និង $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$ ។

ខ រកប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

លំហាត់ទី.៣៨

ចូរសរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមចំណុច $P_\circ(x_\circ,y_\circ)$ និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}=(a,b)$ ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម៖

ក $P_\circ(2,-3)$ និង $\vec{u}=(-1,3)$ ។

ខ $P_\circ(1,4)$ និង $\vec{u}=(2,-1)$ ។

គ $P_\circ(2,5)$ និង $\vec{u}=(0,3)$ ។

ឃ $P_\circ(-1,4)$ និង $\vec{u}=(-2,0)$ ។

ង $P_\circ(0,-5)$ និង $\vec{u}=(1,-4)$ ។

លំហាត់ទី.៣៩

គេឲ្យបីចំណុច $A(-1,5)$, $B(3,1)$ និង $C(1,9)$ ។

ក សរសេរសមីការជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC។

ខ សរសេរសមីការមេដ្យានជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC។

គ រកកូអរដោនេទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ ABC។

លំហាត់ទី.៤០

ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមចំណុច $P_\circ(x_\circ,y_\circ)$ ។ ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(a,b)$ ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម៖

ក. $P_\circ(2,-3)$ និង $\vec{n}=(-1,3)$

ខ. $P_\circ(1,4)$ និង $\vec{n}=(2,-1)$

គ. $P_\circ(2,4)$ និង $\vec{n}=(0,3)$

ឃ. $P_\circ(-1,4)$ និង $\vec{n}=(-2,0)$

ង. $P_\circ(0,-5)$ និង $\vec{n}=(1,4)$ ។

លំហាត់ទី.៤១

គេឲ្យបីចំណុច $A(-1,2)$, $B(2,3)$ និង $C(3,5)$ ។

ក. ចូរសរសេរសមីការកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. គណនាកូអរដោនេអរតូសង់ H នៃត្រីកោណ ABC ។

លំហាត់ទី.៤២

គេឲ្យចំណុច $A(x_A,y_A)$ និង បន្ទាត់ $d:ax+by+c=0$ ។ ចូរស្រាយថាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅបន្ទាត់ d កំណត់ដោយ៖

$$d=d(A,(d))=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$ ។

លំហាត់ទី.៤៣

គេមានរង្វង់ $x^2+y^2=r^2$ និងចំណុច $M(x_\circ,y_\circ)$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់នេះ។ ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច M មានសមីការ៖ $x_\circ x+y_\circ y-r^2=0$ ។

លំហាត់ទី.៤៤

គេឲ្យរង្វង់ $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ និងចំណុច $M(x_\circ,y_\circ)$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់។ ចូរស្រាយថាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច M មានសមីការ៖ $(x_\circ-a)(x-x_\circ)+(y_\circ-b)(y-y_\circ)=0$ ។

លំហាត់ទី.៤៥

គេឲ្យបន្ទាត់ $(\triangle):3x-4y+2=0$ និងចំណុច $I(5,2)$ ។

ក) គណនាចម្ងាយពីចំណុច I ទៅបន្ទាត់ $(\triangle)$ ។

ខ) រកសមីការរង្វង់ (C) មានផ្ចិត I ហើយប៉ះនឹងបន្ទាត់ $(\triangle)$ ត្រង់ M ។

គ) គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប៉ះ M។

ឃ) រកសមីការបន្ទាត់កែងនឹងបន្ទាត់ $(\triangle)$ ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ (C)។

លំហាត់ទី.៤៦

គេមានរង្វង់ $(x-1)^2+(y+1)^2=25$ និងចំណុច $M(-2,3)$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់។ រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច M ។

លំហាត់ទី.៤៧

បើ O,A,B,C ជាបួនចំណុចដែល $\overrightarrow{OA}=10\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=5\vec{b}$ និង $\overrightarrow{OC}=4\vec{a}+3\vec{b}$ ។ បង្ហាញថា A , B និង C កូលីនេអ៊ែរនឹងគ្នា។

លំហាត់ទី.៤៨

ត្រីកោណ ABC មានកំពូលត្រង់ចំណុច $A(2,-1)$, $B(3,-2)$ និង $C(-1,-6)$ ។

ក) រកជាអនុគមន៍ទម្រង់ $a\vec{i}+b\vec{j}$ ជាវ៉ិចទ័រនៃ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ និង $\overrightarrow{CA}$

ខ) រកប្រវែងនៃជ្រុងរបស់ត្រីកោណ។

លំហាត់ទី.៤៩

គេឲ្យចំណុច $A(-2,-6)$, $B(3,1)$ និង $C(3,4)$ ។ សរសេរ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រឯកតា $\vec{i}$ និង $\vec{j}$ ។ រួចគណនាប្រវែងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ និង $\overrightarrow{CA}$ ។

លំហាត់ទី.៥០

រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$, $\vec{v}$ និង $\vec{w}$ បើ $\vec{a}=(2,-3)$, $\vec{b}=(-12,2)$ និង $\vec{c}=(5,0)$ ។

ក) $\vec{u}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

ខ) $\vec{v}=-3\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c}$

គ) $\vec{w}=3(\vec{a}+\vec{b})-2(\vec{b}-\vec{c})$

លំហាត់ទី.៥១

រកប្រវែងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}, \vec{b}$ និង $\vec{c}$ នៅក្នុងលំហាត់ទី ៣៥ ។

លំហាត់ទី.៥២

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}| = \dfrac{\sqrt{15}}{4}$ និង $|\vec{b}| = \dfrac{7}{8}$ ហើយមុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ 120° ។ គណនាផលគុណស្កាលែនៃ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.៥៣

គណនាផលគុណស្កាលែនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដោយដឹងថា៖

ក) $|\vec{a}| = 12\,,\ |\vec{b}| = 6$ និង មុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ 60° ។

ខ) $|\vec{a}| = \sqrt{5}\,,\ |\vec{b}| = \dfrac{3}{2}$ និង មុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ 150° ។

លំហាត់ទី.៥៤

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}| = |\vec{b}| = \dfrac{1}{2}$ ហើយមុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ 360°។ គណនាផលគុណស្កាលែនៃ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.៥៥

បង្ហាញថា សមភាព ខាងក្រោម ពិត ដោយ ប្រើ និយមន័យ ផលគុណស្កាលែចំពោះ៖

ក មុំ $\theta = 30^\circ$ នោះ $\vec{a}\cdot\vec{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}|\vec{a}||\vec{b}|$ ។

ខ មុំ $\theta = 0^\circ$ នោះ $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|$ ។

គ មុំ $\theta = 120^\circ$ នោះ $\vec{a}\cdot\vec{b} = -\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|$ ។

ឃ មុំ $\theta = 180^\circ$ នោះ $\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}||\vec{b}|$ ។

លំហាត់ទី.៥៦

ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល C ហើយមុំ $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ និង $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$, $BC = 1$ ។ គណនផលគុណស្កាលែខាងក្រោម៖

ក $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

ខ $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$

គ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

ឃ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}$ ។

លំហាត់ទី.៥៧

ត្រីកោណកែងសមបាត ABC មួយមាន $\angle A$ ជាមុំកែង។ តាង a ជាប្រវែងនៃជ្រុង AB រួចយើងគូសបន្ទាត់កែង AM ពីកំពូល A ទៅជ្រុង BC ។ គណនាផលគុណស្កាលែខាងក្រោម៖

ក $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}$

ខ $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}$

គ $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BA}$ ។

លំហាត់ទី.៥៨

គណនាផលគុណស្កាលែនៃវិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ៖

ក $\vec{a} = (-2,3)$, $\vec{b} = (5,4)$

ខ $\vec{a}=3\vec{i}+5\vec{j}$, $\vec{b}=-4\vec{i}+\vec{j}$

គ $\vec{a}=(-5,3)$, $\vec{b}=(2,6)$

លំហាត់ទី.៥៩

បង្ហាញថា $\vec{a}\perp\vec{b}$ ដែល $\vec{a}=(3,-4)$ និង $\vec{b}=(8,6)$ ។

លំហាត់ទី.៦០

កំណត់មុំរវាងពីរវ៉ិចទ័រ៖

ក $\vec{a}=(1,0)$, $\vec{b}=(0,2)$

ខ $\vec{a}=(1,1)$, $\vec{b}=(2,0)$

គ $\vec{a}=(-1,0)$, $\vec{b}=(1,0)$

ឃ $\vec{a}=(-3,0)$, $\vec{b}=(-1,\sqrt{3})$

ង $\vec{a}=(2,1)$, $\vec{b}=(3,-6)$ ។

លំហាត់ទី.៦១

គណនាផលគុណស្កាលែខាងក្រោម៖

ក $\vec{a}=(1,0)$, $\vec{b}=(0,2)$ ដែលមុំរវាងវ៉ិចទ័រទាំងពីរស្មើ 90°

ខ $\vec{a}=(1,1)$, $\vec{b}=(2,0)$ ដែលមុំរវាងវ៉ិចទ័រទាំងពីរស្មើ 45°

លំហាត់ទី.៦២

គេឲ្យ $\vec{p}=\vec{a}+t(\vec{a}+2\vec{b})$ និង $\vec{q}=2\vec{a}+\vec{b}+s\vec{a}$ ។
$\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មិនស្របគ្នាហើយខុសពីសូន្យ។ រកតម្លៃនៃ t និង s

បើ $\overrightarrow{p}=\overrightarrow{q}$ ។

លំហាត់ទី.៦៣

គេឲ្យ $\overrightarrow{p}=2\overrightarrow{a}+t\,(3\overrightarrow{a}+4\overrightarrow{b})$ និង $\overrightarrow{q}=5\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}+s\,\overrightarrow{a}$ ។ $\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{b}$ មិនស្របគ្នាហើយខុសពីសូន្យ។ រកតម្លៃនៃ t និង s បើ $\overrightarrow{p}=\overrightarrow{q}$ ។

លំហាត់ទី.៦៤

បើ M ចែក AB តាមផលធៀប $2:3$ និង O ជាចំណុចមិននៅលើ AB ។ បង្ហាញថា $5\overrightarrow{m}=3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$ ដែល $\overrightarrow{m}=\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{OA}$ និង $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{OB}$ ។

លំហាត់ទី.៦៥

រកកូអរដោនេនៃចំណុច C ដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងដែលភ្ជាប់ចំណុចពីរ $A(2,3)$ និង $B(-2,4)$ តាមផលធៀប $2:1$ ។

លំហាត់ទី.៦៦

រកកូអរដោនេនៃចំណុច K ដែលចែកអង្កត់ AB ខាងក្នុងដែលភ្ជាប់ចំណុចពីរ $A(-1,2)$ និង $B(3,1)$ តាមផលធៀប $3:2$ ។

លំហាត់ទី.៦៧

រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ៖

ក. បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(2,3)$ និងវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}=(1,2)$ ។

ខ. បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(4,0)$ និងវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}=(-3,2)$ ។

លំហាត់ទី.៦៨

គេឲ្យបន្ទាត់ L ហើយកាត់តាមចំណុច $P_\circ$ ស្របទៅនឹង $\vec{u}$ ។ រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ L និងរកសមីការបន្ទាត់ L ចំពោះ៖

ក. $P_\circ(2,7)$, $\vec{u}=(1,2)$

ខ. $P_\circ(10,-2)$, $\vec{u}=(-2,5)$

គ. $P_\circ(4,9)$, $\vec{u}=(7,5)$

ឃ. $P_\circ(4,-3)$, $\vec{u}=(-2,3)$ ។

លំហាត់ទី.៦៩

កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វ៉ិចទ័រនៃបន្ទាត់ AB ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម៖

ក. $A(4,-3)$, $B(-2,5)$

ខ. $A(-\frac{3}{2},-4)$, $B(2,-4)$ ។

លំហាត់ទី.៧០

រកសមីការនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមចំណុច $P_\circ(4,3)$ ហើយកែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(5,2)$ ។

លំហាត់ទី.៧១

រកចំណុចប្រសព្វចំពោះគូនៃបន្ទាត់៖

ក $\vec{r}=(1,2)+s\,(1,1)$ និង $\vec{r}=(3,-2)+t\,(1,4)$

ខ $\vec{r}=(3,1)+s\,(4,-2)$ និង $\vec{r}=(1,2)+t\,(-6,3)$ ។

លំហាត់ទី.៧២

រកវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃបន្ទាត់៖

ក $3x-4y+5=0$

ខ $-x+2y-4=0$

គ $x+y-3=0$

ឃ $4x-3y+15=0$ ។

លំហាត់ទី.៧៣

រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម៖

ក ចំណុច $(-2,5)$ ហើយកែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=(-1,2)$ ។

ខ ចំណុច $(0,3)$ ហើយកែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=(1,1)$ ។

លំហាត់ទី.៧៤

រកសមីការនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមចំណុច $P_{\circ}(-1,2)$ ហើយកែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(1,-2)$ ។

លំហាត់ទី.៧៥

រកចម្ងាយរវាងចំណុច $P(2,-5)$ និងបន្ទាត់ $4x-3y+7=0$ ។

លំហាត់ទី.៧៦

បង្ហាញថា សមីការវ៉ិចទ័រនៃរង្វង់ដែលមាន $A(\overrightarrow{a})$ និង $B(\overrightarrow{b})$ ជាចំណុចចុងសងខាងនៃអង្កត់ផ្ចិត $(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{a})\cdot(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{b})=0$ ដែល $P(\overrightarrow{p})$ ជាចំណុចចល័តនៅលើរង្វង់ ។

លំហាត់ទី.៧៧

តាងចំណុចមួយ $P_\circ(\overrightarrow{p})$ នៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $C(\overrightarrow{c})$ និងកាំ r ។ ហើយបង្ហាញថា សមីការវ៉ិចទ័រនៃបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់នេះត្រង់ចំណុច $P_\circ$ គឺ $(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{c})\cdot(\overrightarrow{p_\circ-c})=r^2$ ដែល $P(\overrightarrow{p})$ ជាចំណុចចល័តនៅលើបន្ទាត់ប៉ះ ។

លំហាត់ទី.៧៨

តាងចំណុច P ជាចំណុចនៅលើរង្វង់ដែលមានសមីការ $x^2+y^2=36$ ហើយដែល កូអរដោនេនៃ P គឺ $(4,5)$ ។ រកសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ P ។ គេកំណត់ថាបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ P គឺជាបន្ទាត់កែងត្រង់ទៅនឹង $\overrightarrow{OP}$ ។

លំហាត់ទី.៧៩

តាង H ជាចំណុចប្រសព្វនៃ $\triangle ABC$ ហើយតាង P ជាចំណុចដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overrightarrow{HP}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC})$ ។

ក. បើ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC បង្ហាញថា $\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{MP}$

ខ បង្ហាញថា P ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ $\triangle ABC$ ។

លំហាត់ទី.៨០

បង្ហាញថាចំពោះត្រីកោណ ABC គេបាន៖
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cosA$ ។

លំហាត់ទី.៨១

សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច A ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{v}$ ក្នុងករណី៖

ក $A(-3,2)$, $\vec{v} = (-1,-2)$

ខ $A(-1,1)$, $\vec{v} = (2,3)$

គ $A(3,-2)$, $\vec{v} = (-1,2)$ ។

លំហាត់ទី.៨២

សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច P ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{v}$ ក្នុងករណី៖

ក $P(4,0)$, $\vec{v} = (1,2)$

ខ $P(4,-3)$, $\vec{v} = (\frac{1}{2},3)$

គ $P(-1,-2)$, $\vec{v} = (2,3)$

លំហាត់ទី.៨៣

តើសមីការបន្ទាត់ណាដែលកាត់តាមចំណុច Q ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{v}$ ក្នុងករណីដែល $Q(4,9)$ $\vec{v} = (2,-3)$ ។

ក $2x-3y+19=0$ ខ $2x-3y-35=0$ ។

លំហាត់ទី.៨៤

គេឲ្យបីចំណុច $A(1,2)$, $B(-1,3)$ និង $C(2,-1)$ ។

ក រកកូអរដោនេចំណុច D ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់
$4\overrightarrow{DA}-2\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{O}$ ។

ខ រកសំណុំចំណុច M នៃប្លង់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់
$|4\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}|=5$ ។

គ តាង (C) ជាក្រាបតាងឲ្យសំណុំចំណុច G ។ ចូរសង់ (C) រួច បង្ហាញថាចំណុច $E(1,-1)$ ស្ថិតនៅលើ (C) ។

ឃ រកសមីការបន្ទាត់ (d) ដែលប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុច D ។

លំហាត់ទី.៨៥

គេឲ្យបីចំណុច $A(1,-1)$, $B(2,4)$ និង $C(3,6)$ ។

ក រកកូអរដោនេនៃចំណុច G ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{O}$

ខ រកសំណុំចំណុច M នៃប្លង់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់
$|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|=15$

គ តាង (C) ជាក្រាបតាងឲ្យសំណុំចំណុច G ។ ចូរសង់ (C) រួច បង្ហាញថាចំណុច $D(-1,-1)$ ស្ថិតនៅលើ (C) ។

ឃ រកសមីការបន្ទាត់ (d) ដែលប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុច D ។

លំហាត់ទី.៨៦

គេឲ្យត្រីកោណ ABC មួយ។ យក G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ ហើយ M ជាចំណុចមួយនៃប្លង់។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖

$$|\overrightarrow{MA}|^2+|\overrightarrow{MB}|^2+|\overrightarrow{MC}|^2=3|\overrightarrow{MG}|^2+|\overrightarrow{GA}|^2+|\overrightarrow{GB}|^2+|\overrightarrow{GC}|^2$$

លំហាត់ទី.៨៧

គេឲ្យបីចំណុច $A(x,2)$, $B(-1,y)$ និង $C(x+1,y+1)$ ។ កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យ ABC ជាត្រីកោណកែងសម បាតកំពូល A។

លំហាត់ទី.៨៨

គេឲ្យ $A(1,3)$, $B(4,1)$ តាង $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ ។ រកកូអរដោនេនៃ $\vec{v}$?

លំហាត់ទី.៨៩

គេឲ្យ $A(2,1)$, $B(-3,2)$ តាង $\vec{v}=\overrightarrow{AB}$ ។ រកកូអរដោនេនៃ $\vec{v}$?

លំហាត់ទី.៩០

យក A , B និង C ជាចំណុច $(1,2)$, $(3,-2)$, $(2,4)$ រៀងគ្នាក្នុង $\mathbb{R}^2$។ រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រខាងក្រោម៖

ក. $\overrightarrow{AB}$ ខ. $\overrightarrow{AC}$ គ. $\overrightarrow{CB}$ ។

លំហាត់ទី.៩១

គេឲ្យ $\vec{v}=(2,1)$ ចូរសរសេរជាទម្រង់កូអរដោនេនៃ៖

ក $3\vec{v}$ គ $-\vec{v}$

ខ $-2\vec{v}$ ឃ $\frac{1}{2}\vec{v}$ ។

លំហាត់ទី.៩២

គេឲ្យ $\vec{u}=(3,-2)$ និង $\vec{v}=(-1,4)$ ។ រកកូអរដោនេនៃ $\vec{u}+\vec{v}$ ។

លំហាត់ទី.៩៣

គេឲ្យ $A=(1,-1)$ និង $B=(2,4)$ ។ គណនា

ក $4A+B$ ខ $A-B$ គ $A-A$

លំហាត់ទី.៩៤

គេឲ្យ $\vec{u}=(2,-1)$, $\vec{v}=(-1,4)$ និង $\vec{w}=(3,-3)$ ។ រក៖

ក $\vec{u}+\vec{w}$ ឃ $2\vec{u}+\vec{v}$

ខ $\vec{w}+\vec{v}$ ង $-3\vec{v}+2(\vec{u}-\vec{w})$

គ $\vec{v}-\vec{u}$ ច $2\vec{w}-3(\vec{u}+3\vec{v})$ ។

លំហាត់ទី.៩៥

គេមាន $OABC$ ជាប្រលេឡូក្រាមក្នុង $\Re^2$ ដែលមានកំពូល $O(0,0)$, $A(2,3)$, $B(-1,2)$។ រកកូអរដោនេនៃកំពូលទីបួន C ។

លំហាត់ទី.៩៦

គណនា៖

ក $|(0,0)|$ ខ $|(1,-1)|$ គ $|(3,4)|$ ។

លំហាត់ទី.៩៧

ប្រើ $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ដើម្បីបញ្ជាក់ថា $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ កែងគ្នាឬទេ?

ក $\vec{a}=(3,1)$, $\vec{b}=(5,7)$

ខ $\vec{a}=(-4,5)$, $\vec{b}=(-9,1)$

គ $\vec{a}=(6,1)$, $\vec{b}=(-1,12)$

លំហាត់ទី.៩៨

រកកូស៊ីនុសនៃមុំរវាង $A(3,4)$ និង $B(5,12)$ ។

លំហាត់ទី.៩៩

រកកូស៊ីនុសនៃមុំរវាង $A(1,1)$ និង $B(-2,2)$? តើវ៉ិចទ័រទាំងពីរកែងគ្នាឬទេ?

លំហាត់ទី.១០០

រករង្វាស់មុំរវាងគូវ៉ិចទ័រនីមួយៗខាងក្រោម៖

ក $\vec{a}=(1,3)$, $\vec{b}=(2,5)$

ខ $\vec{a}=(-4,1)$, $\vec{b}=(7,2)$ ។

លំហាត់ទី.១០១

កំណត់គ្រប់តម្លៃ y ដើម្បីឲ្យវ៉ិចទ័រខាងក្រោមកែងគ្នា៖

ក $\vec{a}=(2,4)$, $\vec{b}=(2,y)$

ខ $\vec{a}=(4,-1)$, $\vec{b}=(y,y^2)$ ។

លំហាត់ទី.១០២

គេឲ្យសមីការបន្ទាត់ $L_1:\begin{cases}x=3+2t\\y=-5+4t\end{cases}$ ។

ក រកកូអរដោនេនៃពីរចំណុចដែលនៅលើបន្ទាត់ L_1 ។

ខ សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វ៉ិចទ័រនៃបន្ទាត់ L_1 ។

គ សរសេរសមីការបន្ទាត់ L_1 ។

ឃ តើបន្ទាត់ និង ស្របគ្នាឬទេ? បើ $L_2:\begin{cases}x=1+3t\\y=8+12t\end{cases}$ ។

លំហាត់ទី.១០៣

គេ ឲ្យ $\vec{u}=-2\vec{i}+5\vec{j}$ និង $\vec{v}=\alpha\vec{i}-2\vec{j}$។ រក α ដើម្បីឲ្យ៖

ក $\vec{u}\perp\vec{v}$

ខ $\vec{u}\parallel\vec{v}$

គ មុំរវាង $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ស្មើ 60° ។

លំហាត់ទី.១០៤

សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រជាទម្រង់វ៉ិចទ័រនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $P_\circ$ ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{m}$ ។

ក. $\vec{m} = (3,1)$;, $P_\circ = (2,7)$

ខ. $\vec{m} = (-2,5)$, $P_\circ = (10,-4)$ ។

លំហាត់ទី.១០៥

ចូរសរសេរសមីការទម្រង់វិចទ័រនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមគូនៃចំណុចនីមួយៗ៖

ក. $A(1,7)$, $B(4,10)$

ខ. $D(-3,5)$, $E(-2,-8)$ ។

លំហាត់ទី.១០៦

សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់បើគេឲ្យសមីការវិចទ័រដូចខាងក្រោម៖

ក. $(x,y) = (10,6) + t(13,1)$

ខ. $(x,y) = (0,5) + t(12,-7)$ ។

លំហាត់ទី.១០៧

សរសេរសមីការវិចទ័រនៃបន្ទាត់នីមួយៗដោយដឹងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ៖

ក. $x = 3 + 5t$, $y = 9 + 7t$

ខ. $x = -5 - 6t$, $y = 11t$ ។

លំហាត់ទី.១០៨

សរសេរសមីការនៃបន្ទាត់បើគេឲ្យសំណុំនៃសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រដូចខាងក្រោម៖

ក $x=1+2t$, $y=1-3t$

ខ $x=-2+t$, $y=4+5t$

គ $x=5+7t$, $y=-2-4t$

ឃ $x=0.5+0.3t$, $y=1.5-0.2t$ ។

លំហាត់ទី.១០៩

សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វិចទ័រ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់និងសមីការឆ្លុះដែលមានវិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}$ និងកាត់ចំណុច $P_\circ$ ។

ក $\vec{n}=(3,1)$, $P_\circ=(2,4)$

ខ $\vec{n}=(1,-1)$, $P_\circ=(-5,1)$

គ $\vec{n}=(0,1)$, $P_\circ=(-3,-7)$

ឃ $\vec{n}=(1.5,-3.5)$, $P_\circ=(0.5,-2,5)$ ។

លំហាត់ទី.១១០

គេ ឲ្យ សមីការ បន្ទាត់ ដូច ខាងក្រោម ចូរ សរសេរ សមីការ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រជាទម្រង់វិចទ័រនិងប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់៖

ក $x+2y=6$

ខ $4x-y=12$

គ $5x-2y=13$

ឃ $8x+9y=-45$ ។

លំហាត់ទី.១១១

គូសវិចទ័រខាងក្រោមក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ $\vec{v}$

ក $\overrightarrow{v_1}=\left(\frac{1}{2},3\right)$

ខ $\overrightarrow{v_2}=(-2,2)$

គ $\overrightarrow{v_3}=\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$ ។

លំហាត់ទី.១១២

រកកូអរដោនេនិងប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រពីរចំណុច $Q(1,2)$ទៅ $P(5,3)$។

លំហាត់ទី.១១៣

បើ $\vec{u}=3\vec{i}-5\vec{j}$ និង $\vec{v}=-7\vec{i}+4\vec{j}$ ។ រក៖

ក $\vec{u}+\vec{v}$ ខ $2\vec{v}+\vec{u}$ គ $6\vec{u}-8\vec{v}$ ។

លំហាត់ទី.១១៤

គេឲ្យ $\vec{v}=(2,1)$ និង $\vec{w}=(3,-4)$ ក្នុង $\Re^2$៖

ក រក $\vec{v}-\vec{w}$

ខ រក $3\vec{v}+2\vec{w}$

គ សរសេរ $\vec{v}$ និង $\vec{w}$ ជាទម្រង់កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ

ឃ រកវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ដែល $\vec{u}+\vec{v}=\vec{w}$

ង រកវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ដែល $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}=0$

ច រកវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ដែល $2\vec{u}+\vec{i}=2\vec{j}$

ឆ រកវ៉ិចទ័រឯកតា $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$ ។

លំហាត់ទី.១១៥

គេឲ្យ $\vec{v}=(-1,5)$ និង $\vec{w}=(3,1)$ ។ គណនា

ក. $\vec{v}-\vec{w}$

ខ. $\vec{v}+\vec{w}$

គ. $\dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$

ឃ. $|\frac{1}{2}(\vec{v}-\vec{w})|$

ង. $|\frac{1}{2}(\vec{v}+\vec{w})|$

ច. $-2\vec{v}+4\vec{w}$

ឆ. $\vec{v}-2\vec{w}$

ជ. រកវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ដែល $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}=\vec{i}$

ឈ. រកវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ដែល $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}=2\vec{i}+\vec{j}$

ញ. តើមានចំនួន m ណាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $m(\vec{v}+2\vec{w})$ ឬទេ ? បើមានចូររកតម្លៃ m នោះ ?

លំហាត់ទី.១១៦

គេឲ្យ $\vec{v}=(-1,5)$ និង $\vec{w}=(3,1)$ ។

ក. តើ $|\vec{v}-\vec{w}|=|\vec{v}|-|\vec{w}|$ ឬទេ ? បើមិនស្មើតើតម្លៃមួយណាធំជាង ?

ខ. តើ $|\vec{v}+\vec{w}|=|\vec{v}|+|\vec{w}|$ ឬទេ ? បើមិនស្មើតើតម្លៃមួយណាធំជាង ?

លំហាត់ទី.១១៧

រកប្រវែងនៃ៖

ក. $\vec{u}=(2,3)$

ខ. $\vec{v}=(8,3)$

គ. $\vec{m}=(5,8)$

ឃ. $\vec{n}=(2,-2)$

ង. $\vec{t}=(2,-1)$

ច. $\vec{r}=(3,2)$ ។

លំហាត់ទី.១១៨

ក តើ $|\overrightarrow{v}-\overrightarrow{w}|=|\overrightarrow{v}|-|\overrightarrow{w}|$ ឬទេ ? បើមិនស្មើតើតម្លៃមួយណាធំជាង ?

ខ តើ $|\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}|=|\overrightarrow{v}|+|\overrightarrow{w}|$ ឬទេ ? បើមិនស្មើតើតម្លៃមួយណាធំជាង ?

លំហាត់ទី.១១៩

គេឲ្យ $P(1,-1)$, $Q(2,-2)$, $R(2,0)$ និង $S(3,-1)$ តើ $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{RS}$ ឬទេ ?

លំហាត់ទី.១២០

រកប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $12\overrightarrow{i}-5\overrightarrow{j}$ ។

លំហាត់ទី.១២១

រកប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{PQ}$ ក្នុង $\Re^2$ បើ $P(-1,2)$ និង $Q(5,5)$ ។

លំហាត់ទី.១២២

គេឲ្យ $\overrightarrow{v}=(5,1)$ និង $\overrightarrow{w}=(4,-4)$ គណនា $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{w}$ ។

លំហាត់ទី.១២៣

គេឲ្យ $\overrightarrow{v}=-3\overrightarrow{i}-2\overrightarrow{j}$ និង $\overrightarrow{w}=6\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}$ គណនា $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{w}$ ។

លំហាត់ទី.១២៤

រកមុំរវាងវ៉ិចទ័រ៖

ក $A(1,2)$, $B(3,7)$

ខ $A(5,0)$, $B(2,2)$

គ $A(-5,2)$, $B(3,6)$

ឃ $v(2,1)$, $w(3,-4)$

ង $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{w}=-3\vec{i}+3\vec{j}$

ច $\vec{v}=\vec{i}$, $\vec{w}=3\vec{i}+2\vec{j}$ ។

លំហាត់ទី.១២៥

ក រកមុំរវាងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=5\vec{i}+7\vec{j}$ និង $\vec{v}=-3\vec{i}+4\vec{j}$ ។

ខ តើវ៉ិចទ័រ $\vec{v}=(-1,5)$ និង $\vec{w}=(5,1)$ កែងគ្នាឬទេ ? ចូរបញ្ជាក់។

គ តើវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=(6,4)$ និង $\vec{m}=(-2,3)$ កែងគ្នាឬទេ ? ចូរបញ្ជាក់។

ឃ សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាមចំណុច $P_1(-3,1)$ និង $P_2(4,4)$ ។

លំហាត់ទី.១២៦

រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វ៉ិចទ័រ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ និងសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិសដូចខាងក្រោម៖

ក ចំណុច $(1,2)$; វ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $(3,2)$ ។

ខ ចំណុច $(4,5)$; វ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $(2,-1)$ ។

គ ចំណុច $(-1,3)$; វ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $(-1,2)$ ។

លំហាត់ទី.១២៧

រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វ៉ិចទ័រ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ និងសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចនិងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ដូចខាងក្រោម៖

ក ចំណុច $(1,2)$; វ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $(3,2)$ ។

ខ ចំណុច $(4,5)$; វ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $(2,-1)$ ។

គ ចំណុច $(-1,3)$; វ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $(-1,2)$ ។

លំហាត់ទី.១២៨

ក រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់៖ $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{2}$ និង $x+3=\dfrac{y-8}{-3}$ ។

ខ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច $(-3,1)$ និងកែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{n}$ ។

លំហាត់ទី.១២៩

សរសេរសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច Q និង កែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{n}$

ក $Q(5,1)$, $\vec{n}=(-4,-4)$ ខ $Q(6,-2)$, $\vec{n}=(2,6)$ ។

លំហាត់ទី.១៣០

ក រកចម្ងាយ D ពីចំណុច $(2,4)$ ទៅប្លង់ $3x-3y-10=0$ ។

ខ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច $(2,1)$ និង $(1,-1)$

លំហាត់ទី.១៣១

រកចម្ងាយ D ពីចំណុច Q ទៅប្លង់ P ។

ក $Q(4,1)$, $P: 3x-y+8=0$ ។

ខ $Q(0,2)$, $P: -5x+2y+1=0$ ។

លំហាត់ទី.១៣២

រកចម្ងាយ d ពីចំណុច P ទៅបន្ទាត់ L ។

ក $P(1,-1)$, $L: x=-2-2t$, $y=4t$ ។

ខ $P(0,0)$, $L: x=3+2t$, $y=4+3t$ ។

លំហាត់ទី.១៣៣

រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់៖

ក $x=7+3s$, $y=-4-3s$ និង $x=1+6t$, $y=2+t$ ។

ខ $\frac{x-6}{4}=y+3=2$ និង $\frac{x-11}{3}=\frac{y-14}{-4}$ ។

លំហាត់ទី.១៣៤

ក ចូរសរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វិចទ័រនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(1,4)$, $B(3,1)$។

ខ ចូររកចំណុចបីទៀតដែលនៅលើបន្ទាត់នេះ? និងគូសរូប។

គ គូស ត្រីកោណ ដែល តំណាង ឲ្យ សមីការ វិចទ័រ នៃ ចំណុច A , B។

ឃ តើចំណុច $(2,3)$ នៅលើបន្ទាត់ដែរឬទេ?

លំហាត់ទី.១៣៥

គេមានសមីការបន្ទាត់ $4x+5y+20=0$

ក ចូរគូសបន្ទាត់តាងឲ្យសមីការបន្ទាត់នេះ ។

ខ រកវិចទ័រណរម៉ាល់នៃបន្ទាត់។

គ សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រជាទម្រង់វិចទ័រនៃបន្ទាត់។

លំហាត់ទី.១៣៦

តើចំណុច ណាខ្លះដែលនៅលើបន្ទាត់៖ $(x,y)=(3,1)+t(-2,5)$ ។

ក $P(-1,11)$

គ $P(-9,21)$

ខ $P(9,-15)$

ឃ $P(-2,13.5)$ ។

លំហាត់ទី.១៣៧

សង់បន្ទាត់ខាងក្រោម៖

ក $3x+6y+36=0$ ខ $(x,y)=(1,7)+t\,(3,2)$ គ $x=4+t\,,\,y=3\,t-2$ ឃ $4x-15y=10$ ។

លំហាត់ទី.១៣៨

តើបន្ទាត់ l_1 និង l_2 កែងគ្នាឬទេ ?

ក $l_1: 4x-6y=9$ និង $l_2:(x,y)=(6,3)+t\,(3,2)$ ។

ខ $l_1: x+9y=2$ និង $l_2: x=t\,,\,y=15+9t$ ។

លំហាត់ទី.១៣៩

សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រទម្រង់វ៉ិចទ័រនៃបន្ទាត់ដែល៖

ក ស្របអ័ក្ស $(x'ox)$ ហើយកាត់ $P_\circ\,(3,-8)$ ។

ខ កែងនឹង $4x-3y=17$ ហើយកាត់ $P_\circ\,(-2,4)$ ។

លំហាត់ទី.១៤០

គេឲ្យបន្ទាត់៖ $L_1:(x,y)=(3,-2)+t\,(4,-5)$ និង $L_2:(1,1)+s\,(7,k)$ ។

ក រកតម្លៃ k ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នា។

ខ រកតម្លៃ k ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ទាំងពីរកែងគ្នា។

លំហាត់ទី.១៤១

បន្ទាត់មួយកាត់តាមចំណុច $A\,(3,-2)$ និង $B\,(-5,4)$ ។

ក រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ ។

ខ សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និងសមីការវ៉ិចទ័រនៃបន្ទាត់។

លំហាត់ទី.១៤២

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(2,-2)$, $\vec{b}=(-1,3)$និង $C(1,5)$ ។

ក) គណនា $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{b}+\vec{c}$ និង $\vec{a}+\vec{c}$ ។

ខ) កំណត់ពីរចំនួនពិត m និង n ដោយដឹងថា $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.១៤៣

គេឲ្យបីចំណុច $A(2,1)$, $B(1,3)$ និង $C(-1,0)$ ។

ក) រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{BC}$ ។

ខ) គណនា $\vec{p}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ និង $\vec{q}=\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}$ ។

គ) រកកូអរដោនេចំណុច M ដោយដឹងថា៖

$\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$ ។

លំហាត់ទី.១៤៤

គេឲ្យបីចំណុច $A(1,3)$, $B(-2,2)$ និង $C(4,4)$ ។

ក) រកកូអរដោនេ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ $\triangle ABC$ ។

ខ) រកកូអរដោនេ M ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ ៖

$4\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ ។

លំហាត់ទី.១៤៥

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=10$ និងមុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta=60^\circ$ ។

ក) គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ។

ខ គណនា $|\vec{a}+\vec{b}|$ ។

លំហាត់ទី.១៤៦

គេឲ្យវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}|=15$, $|\vec{b}|=40$ និងមុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ 60° ។

ក គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ។

ខ គណនា $|\vec{a}-\vec{b}|$ ។

លំហាត់ទី.១៤៧

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ដោយដឹងថា $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=6$ និង $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=9$ ។
គណនា $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ ។

លំហាត់ទី.១៤៨

គេឲ្យវ៉ិចទ័រពីរផ្ទៀងផ្ទាត់ $|2\vec{a}+3\vec{b}|=|2\vec{a}-3\vec{b}|$ ។ ចូរស្រាយថា $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាវ៉ិចទ័រអរតូកូណាល់គ្នា។

លំហាត់ទី.១៤៩

គេឲ្យ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាវ៉ិចទ័រពីរក្នុងប្លង់។ គេតាង $\vec{p}=3\vec{a}+4\vec{b}$ និង $\vec{q}=4\vec{a}-3\vec{b}$ ។
ចូរស្រាយថា $|\vec{p}|^2+|\vec{q}|^2=25\left(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2\right)$ ។

លំហាត់ទី.១៥០

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$ និង $|\vec{b}|=4$ ហើយ មុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta=30^\circ$ ។ គេតាង $\vec{p}=2\vec{a}+\vec{b}$ និង $\vec{q}=\vec{a}-\vec{b}$ ។ គណនា $\vec{p}\cdot\vec{q}$ ។

លំហាត់ទី.១៥១

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=2$ និង មុំផ្គុំដោយ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta=60^\circ$ ។ យក $\vec{p}=x\vec{a}+\vec{b}$ និង $\vec{q}=\vec{a}-x\vec{b}$ ដែល $x\in\Re$ ។

ក. គណនា $\vec{p}\cdot\vec{q}$ ជាអនុគមន៍នៃ x ។

ខ. កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $\vec{p}\cdot\vec{q}$ មានតម្លៃធំបំផុត។

គ. កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $\vec{p}\cdot\vec{q}=12$ ។

លំហាត់ទី.១៥២

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$ និង មុំផ្គុំដោយ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ គឺ $\theta=120^\circ$ ។ យក $\vec{p}=x\vec{a}-\vec{b}$ និង $\vec{q}=\vec{a}-x\vec{b}$ ដែល $x\in\Re$ ។

ក. គណនា $\vec{p}\cdot\vec{q}$ ជាអនុគមន៍នៃ x ។

ខ. កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $\vec{p}\cdot\vec{q}$ មានតម្លៃតូចបំផុត។

លំហាត់ទី.១៥៣

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}$ និង $\vec{b}=12\vec{i}-5\vec{j}$ ។

ក. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ។

ខ គណនា $|\vec{a}|$ និង $|\vec{b}|$ ។

គ គណនាតម្លៃកូស៊ីនុសនៃមុំរវាង $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.១៥៤

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=4\vec{i}-3\vec{j}$ និង $\vec{b}=x\vec{i}+4\vec{j}$ ដែល x ជាចំនួនពិតមួយ។

ក កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ ។

ខ កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $\vec{a}\perp\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.១៥៥

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(3,-4)$, $\vec{b}=(2,1)$ និង $\vec{c}=(-6,-4)$ ។

ក គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{a}\cdot\vec{c}$ និង $\vec{b}\cdot\vec{c}$ ។

ខ ចូរស្រាយថា $\vec{a}$ និង $\vec{b}+\vec{c}$ អរត្តូកូណាល់គ្នា។

គ កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឲ្យ $\vec{a}+k\vec{b}$ និង $\vec{c}$ អរត្តូកូណាល់គ្នា។

លំហាត់ទី.១៥៦

គេឲ្យបីចំណុច $A(1,2)$, $B(4,-2)$ និង $C(5,5)$ ។

ក គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ។

ខ គណនា $|\overrightarrow{AB}|$ និង $|\overrightarrow{AC}|$ ។

គ រកប្រភេទ $\triangle ABC$ ។

លំហាត់ទី.១៥៧

គេឲ្យបីចំណុច $A(x,x-1)$, $B(2x-1,4)$ និង $C(-1,x)$ កំណត់ x ដើម្បីឲ្យ $\triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។

លំហាត់ទី.១៥៨

គេឲ្យបីចំណុច $A(x,y)$, $B(5,-2)$ និង $C(x-1,y-2)$ កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យ $\triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាតកំពូលត្រង់ A ។

លំហាត់ទី.១៥៩

គេឲ្យចំណុច $A(1,-1)$, $B(2,1)$ និង $C(-1,3)$ ។

ក) រកកូអរដោនេចំណុច D ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $2\overrightarrow{DA}-4\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{0}$ ។

ខ) រកសំណុំចំណុច M នៃប្លង់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $|2\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}|=1$ ។

លំហាត់ទី.១៦០

គេឲ្យចំណុច $A(2,3)$, $B(-1,2)$ និង $C(5,4)$ ។

ក) រកកូអរដោនេចំណុច G ជាទីប្រជុំទម្ងន់ $\triangle ABC$ ។

ខ) រកសំណុំចំណុច M នៃប្លង់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=9$ ។

លំហាត់ទី.១៦១

គេឲ្យបួនចំណុច $A(1,0)$, $B(-2,3)$, $C(0,2)$ និង $D(5,-1)$ ។

ក រកកូអរដោនេចំណុច E ដែល $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{0}$ ។

ខ រកសំណុំចំណុច M នៃប្លង់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}|=20$ ។

គ យក (C) តាងឲ្យសំណុំចំណុច M ខាងលើ។ សរសេរសមីការនៃ C ។

ឃ បង្ហាញថា $F(-2,5)$ ស្ថិតនៅលើ C ។

ង រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះ (C) ត្រង់ F ។

លំហាត់ទី.១៦២

គេមានពីរវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{b}$ ជាវ៉ិចទ័រតគ្នាហើយមាន $|\overrightarrow{a}|=3$, $|\overrightarrow{b}|=4$ និងមុំផ្គុំដោយវ៉ិចទ័រទាំងពីរគឺ $\alpha=60^\circ$ ។

ក វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{c}$ ជាវ៉ិចទ័រផលបូករវាង $\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{b}$ ។ សង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ និង $\overrightarrow{c}$ ។

ខ គណនាប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{c}$ ។

គ គណនាប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{c}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានិងរង្វាស់កាំរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណដែលកើតឡើងដោយវ៉ិចទ័រទាំងបី។

លំហាត់ទី.១៦៣

ក្នុងចតុកោណកែង $ABCD$ មួយមាន $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$ ។ E និង F ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង BC និង CD រៀងគ្នា។ សរសេរវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{EF}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.១៦៤

ក្នុង ត្រីកោណ ABC មួយ មាន ចំណុច D និង E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា។ តាង $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{AE}=\vec{b}$ ។

ក. សរសេរ $\overrightarrow{BC}$ និង $\overrightarrow{DE}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ។

លំហាត់ទី.១៦៥

យកចំណុច L , M និង N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង BC , CA និង AB រៀងគ្នានៃ ត្រីកោណ ABC មួយ។ សរសេរវ៉ិចទ័រខាងក្រោមជាអនុគមន៍ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដែល $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ ៖ $\overrightarrow{NL}$, $\overrightarrow{LM}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AL}$, $\overrightarrow{BM}$ និង $\overrightarrow{CN}$ ។

លំហាត់ទី.១៦៦

គេឲ្យចំណុច $A(2,3)$, $B(0,5)$ និង $C(3,0)$ ។

ក. សង់ត្រីកោណ ABC ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ និង $\overrightarrow{CA}$

រួចបង្ហាញថា $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{0}$ ។

ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC រួចរកផ្ទៃក្រឡារបស់វា។

លំហាត់ទី.១៦៧

គេឲ្យពីរវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{a}=3\overrightarrow{i}+\overrightarrow{j}$ និង $\overrightarrow{b}=-2\overrightarrow{i}+2\overrightarrow{j}$ ។ តាង $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ ។ សង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ រួចគណនាប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រនីមួយៗ។

លំហាត់ទី.១៦៨

គេឲ្យ $\overrightarrow{a}=\left(1,\sqrt{3}\right)$។ រក $|\overrightarrow{a}|$ រួចកំណត់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{u}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាដែលមានទិសដៅដូច $\overrightarrow{a}$ ។

លំហាត់ទី.១៦៩

គេឲ្យ $\overrightarrow{a}=2\overrightarrow{i}-\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{i}+3\overrightarrow{j}$ និង $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ ។ ចូរកំណត់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{u}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាដែលមានទិសដៅដូច $\overrightarrow{c}$ ។

លំហាត់ទី.១៧០

កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឲ្យវ៉ិចទ័រខាងក្រោមជាវ៉ិចទ័រឯកតា៖

ក. $\overrightarrow{a}=(0,k)$

ខ. $\overrightarrow{b}=(k,0)$

គ. $\overrightarrow{c}=(k,1)$

ឃ. $\overrightarrow{d}=k(\sqrt{3},1)$ ។

លំហាត់ទី.១៧១

គេឲ្យ $L(2,3)$, $D(-1,4)$ និង $P(k,6)$ ។

ក) រកកូអរដោនេនៃវិចទ័រ $\overrightarrow{DL}$ និង $\overrightarrow{DP}$ រួចគណនា $\overrightarrow{DL}\cdot\overrightarrow{DP}$ ។

ខ) រក k បើ $\angle LDP$ គឺជាមុំកែង។

លំហាត់ទី.១៧២

AP និង BQ គឺជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC ។

តាង $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{p}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{q}$ និង $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{r}$ ។

ក) រកកន្សោមវិចទ័រនៃ $\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{BC}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\overrightarrow{p}$, $\overrightarrow{q}$ និង $\overrightarrow{r}$ ។

ខ) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\overrightarrow{q}\cdot\overrightarrow{r}=\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{q}=\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{r}$ ។

គ) ទាញបង្ហាញថា OC កែងទៅនឹង AB ។

លំហាត់ទី.១៧៣

ក) ដោយ ប្រើ វិចទ័រ ចូរ បង្ហាញថា ចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $A(-2,5)$, $B(3,1)$, $C(2,-1)$ និង $D(-3,3)$ ។

ខ) ដោយ ប្រើ វិចទ័រ ចូរ បង្ហាញថា ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងដែល $A(2,-3)$, $B(0,1)$ និង $C(-4,-6)$ ។

លំហាត់ទី.១៧៤

គណនាមុំ θ ដែលកើតឡើងដោយវិចទ័រ $\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{b}$ ចំពោះ

ករណី៖

ក $|\vec{a}|=3\,,\ |\vec{b}|=4$ និង $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$ ។

ខ $|\vec{a}|=|\vec{b}|=\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{2}$ ។

លំហាត់ទី.១៧៥

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(2,1)$ និង $\vec{b}=(-1,2)$ ។ រកតម្លៃនៃចំនួនពិត x ដែលថាវ៉ិចទ័រ $4x\vec{a}+\vec{b}$ និង $x\vec{a}-3\vec{b}$ កែងគ្នា។

លំហាត់ទី.១៧៦

បង្ហាញថាចំពោះវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មិនស្មើ 0 ហើយបើ $|\vec{a}+\vec{b}=|\vec{a}-\vec{b}|$ នោះ $\vec{a}\perp\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.១៧៧

គេឲ្យ $\overrightarrow{OP}=(1,1)$ និង $\overrightarrow{OQ}=(1-\sqrt{3}\,,\,1+\sqrt{3})$ ។

ក រកមុំដែលកើតឡើងដោយ $\overrightarrow{OP}$ និង $\overrightarrow{OQ}$ ។

ខ រកផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle\,OPQ$ ។

លំហាត់ទី.១៧៨

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}-\dfrac{1}{2}\vec{j}$ និង $\vec{v}=\sqrt{3}\,\vec{i}+x\,\vec{j}$ ។

ក បង្ហាញថា $\vec{u}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតា។

ខ កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត x ដើម្បីឲ្យ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ អរតូកូណាល់គ្នា។

លំហាត់ទី.១៧៩

គេមានវ៉ិចទ័របី $\vec{a}$, $\vec{b}$ និង $\vec{c}$ ដែល
$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$ និង $|\vec{c}|=7$ ។
រករង្វាស់មុំដែលផ្គុំដោយវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.១៨០

គេឲ្យចំណុច M , N , P , Q ដែលជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[AB]$, $[BD]$, $[AD]$ និង $[BC]$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថាគ្រប់ទីតាំងនៃចំណុច A , B , C , D គេបាន៖

ក. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=2\,\overrightarrow{MN}$ ។

ខ. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=2\,\overrightarrow{PQ}$ ។

លំហាត់ទី.១៨១

ក្នុង ត្រីកោណ ABC មាន ចំណុច I ជា ចំណុចកណ្ដាល នៃជ្រុង $[AB]$ ។ ចំណុច J ជា ចំណុចនៅលើ ជ្រុង $[AB]$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overrightarrow{AJ}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ និង L ជាចំណុចដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overrightarrow{AL}=3\,\overrightarrow{AC}$ ។ ដៅចំណុច k លើជ្រុង $[BC]$ ដើម្បីឲ្យ $[JK]\|[AC]$ ។បង្ហាញថាបីចំណុច I , L , K រត់ត្រង់គ្នា។

លំហាត់ទី.១៨២

ចំពោះវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ដែល $\vec{u}\neq\vec{0}$, $\vec{v}\neq\vec{0}$ មានកូអរដោនេរៀងគ្នា (x,y) និង (x',y') ។ ចូរបង្ហាញថាលក្ខណៈខាងក្រោម៖

ក) $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=xx'+yy'$

ខ) $\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{v}\Leftrightarrow xx'+yy'=0$

គ) $\overrightarrow{u}$ និង $\overrightarrow{v}$ ស្របគ្នា $\Leftrightarrow xy'-yx'=0$ ។

លំហាត់ទី.១៨៣

ឧបមាថាបន្ទាត់ (g) ស្របទៅនឹងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{v}=(2,1)$ និងកាត់តាមចំណុច $P(3,8)$ ។

ក) ចូររកសមីការបន្ទាត់ (g) ដោយប្រើប៉ារ៉ាម៉ែត្រ t ។

ខ) ចូរបញ្ជាក់សមីការខាងលើជាទម្រង់ $y=ax+b$ ។

លំហាត់ទី.១៨៤

សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $M_\circ(x_\circ,y_\circ)$ ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{n}=(a,b)$ ។

លំហាត់ទី.១៨៥

គណនា $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}+\overrightarrow{c}\cdot\overrightarrow{a}$ បើ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាបីដែលបានបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$ ។

លំហាត់ទី.១៨៦

គេមានពីរវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OA}$ និង $\overrightarrow{OB}$ តាម B គេគូសចំណោលកែង B' លើទម្រ (OA) ធ្វើឲ្យវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OB'}$ មានទិសដៅដូចវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OA}$ ។ បង្ហាញថា $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB'}$ ។

លំហាត់ទី.១៨៧

តាង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់មួយ។ នៅពេលត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់នេះហើយចំណុច H បំពេញលក្ខណ:
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OH}$ ។

ក) បញ្ជាក់រក $\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HC}$ ដោយ $\overrightarrow{OH}$ ។

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $[AH]\perp[BC]$ ។

លំហាត់ទី.១៨៨

មានត្រីកោណ ABC និងចំណុច O នៅលើប្លង់នេះ។ ពេលចំណុច O បំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ តើ O ជាចំណុចអ្វី?

លំហាត់ទី.១៨៩

ឧបមានថា $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})=0$ ពិតចំពោះត្រីកោណ ABC ។តើត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណអ្វី?

លំហាត់ទី.១៩០

តាង G ជាទីប្រជុំទម្ងន់ (ប៉ារីសង់) នៃត្រីកោណ ABC។ តើត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណអ្វី?
បើ $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}$?

លំហាត់ទី.១៩១

ត្រីកោណ ABC មួយបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ ។

តើត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណអ្វី ?

លំហាត់ទី.១៩២

ឱ្យបមាថាសមីការ $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{BC}$ ពិតចំពោះត្រីកោណ ABC និងចំណុច P ។ រកទីតាំងរបស់ P ។

លំហាត់ទី.១៩៣

ស្រាយថាបើ P ចែក $[AB]$ ខាងក្នុងតាមផលធៀប m លើ n នោះគេបាន $\overrightarrow{OP}=\dfrac{n\overrightarrow{OA}+m\overrightarrow{OB}}{m+n}$ ។

លំហាត់ទី.១៩៤

ស្រាយថាបើ Q ចែក $[AB]$ ខាងក្រៅតាមផលធៀប s លើ t នោះគេបាន $\overrightarrow{OQ}=\dfrac{-t}{s-t}\overrightarrow{OA}+\dfrac{s}{s-t}\overrightarrow{OB}$ ។

លំហាត់ទី.១៩៥

វ៉ិចទ័រមិនសូន្យពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ នៅលើប្លង់មួយមិនអាស្រ័យលីនេអ៊ែរប្រសិនបើ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មិនស្របគ្នា។ វ៉ិចទ័រមិនអាស្រ័យលីនេអ៊ែរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ បំពេញលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម៖ ចំពោះ $l\,,\,m\,,\,l'\,,\,m'\in\Re$ ។ បង្ហាញថាលក្ខខណ្ឌទាំងពីរខាងក្រោមសមមូលគ្នា៖

ក $l\vec{a}+m\vec{b}=\vec{0}\Leftrightarrow l=0\,,\,m=0$

ខ $l\vec{a}+m\vec{b}=l'\vec{a}+m'\vec{b}\Leftrightarrow l=l'\,,\,m=m'$ ។

លំហាត់ទី.១៥៦

គេមានត្រីកោណ ABC មួយដែលមាន A' ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[BC]$ ហើយ G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណនេះ និង M ជាចំណុចមួយនៅក្នុងប្លង់។

ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\,\overrightarrow{GA'}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$ ។

គ. បង្ហាញថា $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\,\overrightarrow{MG}$ ។

លំហាត់ទី.១៥៧

ចំពោះប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ យើងតាង $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$ ។ តាង P ជាចំណុចមួយដែលចែកជ្រុង BC តាមផលធៀប $1-p$ លើ p និងតាង Q ជាចំណុចដែលចែកអង្កត់ទ្រូង BD តាមផលធៀប $1-q$ លើ q ។

ក. រក $\overrightarrow{AP}$ និង $\overrightarrow{AQ}$ ដោយប្រើ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, p និង q ។

ខ. នៅពេលដែល $AD=2AB$ និង $\widehat{BAD}=120^\circ$ កំណត់ p និង q ដើម្បីឲ្យ $AP\perp BC$ និង $AQ\perp AB$ ។

គ. នៅក្នុង សំណួរ ទី ខ ស្រាយ បញ្ជាក់ ថា $\triangle\ APQ$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

លំហាត់ទី.១៥៨

G ជា ចំណុច មួយ នៅ លើ ប្លង់ បំពេញ លក្ខខណ្ឌ $\alpha_1\overrightarrow{GA_1}+\alpha_2\overrightarrow{GA_2}+\ldots+\alpha_n\overrightarrow{GA_n}=\overrightarrow{0}$ ដែល α_i , $(i=1,2,3,\ldots,n)$ ជា

ចំនួនពិតហើយចាត់ទុក O ជាគល់តម្រុយវ៉ិចទ័រ។ បើ $\alpha_1+\alpha_2+\alpha 3+\ldots+\alpha_n \neq 0$ ។

បង្ហាញថា $\overrightarrow{OG}=\dfrac{\sum_{i=1}^{i=n}(\alpha_i\,\overrightarrow{OA_i})}{\sum_{i=1}^{i=n}\alpha_i}$ ។

លំហាត់ទី.១៩៩

ក្នុងបញ្ចកោណនិយ័តមួយយក $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{AE}=\vec{b}$ ។ បង្ហាញថា $\overrightarrow{AC}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ដោយប្រើ $cos36^\circ=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$ ។

លំហាត់ទី.២០០

ក្នុងត្រីកោណ OAB ដែល $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ ។ តាង C និង D ជាចំណុចដែល $\overrightarrow{OC}=4\vec{a}$ និង $\overrightarrow{OD}=3\vec{b}$ និង E ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AD និង BC ។ បង្ហាញថា $\overrightarrow{ED}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.២០១

ក្នុងត្រីកោណ ABC ដែល $AB=4$, $BC=2$ និង $CA=3$ ។ ឧបមាថាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle A$ កាត់ជ្រុង BC ត្រង់ D និងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle B$ កាត់ជ្រុង AC ត្រង់ចំណុច E ហើយ AD

កាត់ BE ត្រង់ I ។ ពេលដែល $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AI}$ និង $\overrightarrow{BI}$ បញ្ជាក់ដោយ $\overrightarrow{AD}=p\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AI}=r\overrightarrow{AD}$ និង $\overrightarrow{BI}=s\overrightarrow{BE}$ រៀងគ្នា។ នោះរកតម្លៃនៃ p , q , r និង s ។

លំហាត់ទី.២០២

តាង P ជាចំណុចមួយនៅក្នុងត្រីកោណ ABC ហើយបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$ ។ រកផលធៀបនៃក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណទាំងបី $\triangle ABP:\triangle BCP:\triangle CAP$ ។

លំហាត់ទី.២០៣

ចំពោះត្រីកោណ ABC និងចំណុច O ក្នុងប្លង់ ឆ្លើយសំណួរខាងក្រោម៖

ក) រកទីតាំងនៃចំណុច P ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OP}$ ។

ខ) នៅពេលដែលអថេរ x និង y បំពេញលក្ខខណ្ឌ $x+y=\frac{1}{2}$ ។ រកសំណុំចំណុច Q ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OQ}$ រៀងគ្នា។

លំហាត់ទី.២០៤

ចំពោះត្រីកោណសម័ង្ស OAB ដែលមានជ្រុងស្មើ 1 ឆ្លើយនឹងសំណួរខាងក្រោម៖

ក តាង M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង OB និង G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ $\triangle AMB$ ។បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OG}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែរនៃ $\overrightarrow{OA}$ និង $\overrightarrow{OB}$ ។

ខ តាង P និង Q ជាចំណុចនៅលើជ្រុង OA និង OB រៀងគ្នាដែល $OP = BQ$។ យកចំណុច R ដើម្បីឲ្យទីប្រជុំទម្ងន់នៃ $\triangle PQR$ ត្រួតស៊ីគ្នាជាមួយនឹង G ។ សន្មត់ថា $OP = t$ បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OR}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែ $\overrightarrow{OA}$ និង $\overrightarrow{OB}$ ជាអនុគមន៍នៃ t ។

គ នៅពេលដែលតម្លៃនៃ t នៅចន្លោះ $[0,1]$ គូរសំណុំចំណុច R។

លំហាត់ទី.២០៥

ចំពោះត្រីកោណ ABC យក $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$ និង $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$ ។ រកប្រវែងនៃជ្រុង BC និង CA ពេលដែល $AB = 4$ និង $\vec{c}\cdot\vec{a} : \vec{a}\cdot\vec{b} : \vec{b}\cdot\vec{c} = 3:4:5$ ។

លំហាត់ទី.២០៦

ចំពោះត្រីកោណ OAB ដែល $OA = 3$, $OB = 2$ និង $\widehat{AOB} = 60^\circ$ យក $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ និង $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ។ តាង P ជាចំណុចដែលចែកក្នុងជ្រុង AB តាមផលធៀប t លើ $1-t$ ហើយ M និង N ជាចំណោលកែងគូសចេញពី P ទៅលើ OA និង OB រៀងគ្នា។

ក បង្ហាញថា $\overrightarrow{OM}$ និង $\overrightarrow{ON}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{a}$, $\vec{b}$ និង t ។

ខ រកប្រវែងអប្បបរមានៃ MN ។

លំហាត់ទី.២០៧

ឧបមាថារង្វង់ $x^2+y^2+ax-4y+c=0$ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ $A(1,0)$ និង $B(5,0)$ ។

ក) រកកូអរដោនេនៃផ្ចិតរង្វង់ និងកាំនៃរង្វង់។

ខ) តាង P ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់រកតម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ ។

លំហាត់ទី.២០៨

ឧបមាថាចំណុច D , E និង F នៅលើជ្រុង BC , CA និង AB នៃត្រីកោណ ABC រៀងគ្នា។

ក) បង្ហាញថាបើ $BD:DC=CE:EA=AF:FB$ នោះ $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{0}$ ។

ខ) តើ "$BD:DC=CE:EA=AF:FB$" ពិតដែរឬទេ? បើ $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{0}$ ។

លំហាត់ទី.២០៩

គូសចំណោលកែងពីចំណុច $A(2,1)$ ទៅលើបន្ទាត់ $y=mx$ និងតាង H ជាចំណុចប្រសព្វនេះ។ ហើយតាង P ជាចំណុចដែល $\overrightarrow{AP}=4\overrightarrow{AH}$ ។

ក) រកកូអរដោនេនៃ P ។

ខ) ពេលដែលតម្លៃនៃ m ប្រែប្រួលលើ $\mathbb{R}$ បង្ហាញថាសំណុំចំណុច P ជារង្វង់ដែលមានផ្ចិត $C(-2,-1)$ ។

លំហាត់ទី.២១០

នៅក្នុងប្លង់ ឧបមាថាចំណុច C និង D ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងជ្រុង AB នៃត្រីកោណ ABC ។ យក $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$ និង $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ ។ បង្ហាញថា $\overrightarrow{CD}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{b}$ និង $\vec{c}$ ។

លំហាត់ទី.២១១

ឧបមាថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដែល $AB=3$, $AD=2$ និង $\widehat{A}=60^\circ$ ។ ហើយឧបមាដែរថាចំណុច E ចែកក្នុងជ្រុង AB តាមផលធៀប 2 លើ 1 និងចំណុច F គឺជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AD ។

ក. កំណត់តម្លៃផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC}$ ។

ខ. បង្ហាញថាតម្លៃនៃ $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{EP}$ ជាចំនួនថេរគ្រប់ចំណុច P លើជ្រុង BC ។

លំហាត់ទី.២១២

នៅក្នុងឆកោណនិយ័ត $ABCDEF$ មួយតាង P , Q , R ជាចំណុចដែលចែកជ្រុង AB , BC , CD ខាងក្នុងតាមផលធៀប t លើ $1-t$ រៀងគ្នា ដែល $0\le t\le 1$ ។ តាង $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ និង $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ ។

ក. ចូររក $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{AD}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែនៃ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$?

ខ. ចូររក $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ និង $\overrightarrow{AR}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{a}$, $\vec{b}$ និង t ?

គ. តាង G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ $\triangle PQR$ ។ ចូររក $\overrightarrow{AG}$ ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{a}$, $\vec{b}$ និង t ?

លំហាត់ទី.២១៣

តាង P ជាចំណុចដែលដៅនៅផ្នែកខាងក្នុងនៃត្រីកោណ ABC ហើយបំពេញលក្ខខណ្ឌ $13\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$ ។ តាង D ជាចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាយ AP និងជ្រុង BC ។

ចូររកផលធៀបៈ $\dfrac{AP}{PD}$ និង $\dfrac{\triangle PAB}{\triangle PCA}$?

លំហាត់ទី.២១៤

តាង P ជាចំណុចដែលចែកជ្រុង BC របស់ត្រីកោណ ABC ក្នុងផលធៀប $2:1$ ។

ក) ចូរបញ្ជាក់រក $\overrightarrow{AP}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែរនៃ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$?

ខ) បើ $|\overrightarrow{AB}|=3$, $|\overrightarrow{AP}|=4$ និង $|\overrightarrow{AC}|=5$ ចូររកប្រវែង BC ?

លំហាត់ទី.២១៥

ចំពោះត្រីកោណ OAB ដែល $OA=2$, $OB=1$ និង $\widehat{AOB}=60^\circ$ តាង $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{b}$ ។ តាង P ជាចំណុចដែលចែក AB ខាងក្នុងតាមផលធៀប 1 លើ 2 និង Q ចំណោលកែងដែលគូសចេញពី B ទៅលើ OP ។ តាង R ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាយ BQ និងជ្រុង OA ។

ក) ចូរបង្ហាញ $\overrightarrow{OP}$ និង $\overrightarrow{BQ}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែ $\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{b}$?

ខ) ចូររកផលធៀប $OR:RA$ និង $BQ:QR$?

លំហាត់ទី.២១៦

តាង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC និងតាង $AB = 4$, $BC = 8$ និង $CA = 6$ ។

ក) គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ?

ខ) គណនា $\overrightarrow{AO}$ ជាបន្សំលីនេអ៊ែរនៃ និង $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$?

លំហាត់ទី.២១៧

ក) រកកូអរដោនេនៃចំណុច A បើគេដឹងថា $B(-1,-2)$ និងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} = (-2,5)$ ។

ខ) គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{a} = (2,3)$ និង $\vec{b} = (-2,2)$ ។

១. គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ។

២. គណនាប្រវែង $|\vec{a}|$ និង $|\vec{b}|$ ។

៣. រកតម្លៃប្រហែលនៃមុំស្រួច $\alpha = (\vec{a}\ ,\ \vec{b})$ ។

លំហាត់ទី.២១៨

ចំណុច $A(1,-2)$, $B(2,1)$ និង $C(1,3)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉េ។

ក) សង់ត្រីកោណ ABC ក្នុងតម្រុយ។

ខ) គណនា $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ និង $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ ។

គ) កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច P ចែកអង្កត់ BC ខាងក្នុងតាមផលធៀប $3:2$ ។

ឃ តាង $\overrightarrow{u} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$ ។
គណនា $P = \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ ។

លំហាត់ទី.២១៩

គេមានចំណុច $A(-2,-6)$, $B(3,1)$ និង $C(3,4)$ ។

ក សរសេរ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រ
ឯកតា $\overrightarrow{i}$ និង $\overrightarrow{j}$ ។

ខ គណនាប្រវែងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ និង $\overrightarrow{CA}$ ។

លំហាត់ទី.២២០

គេ ឲ្យ ចំណុច $A(-2,5)$, $B(1,-2)$ និង $C(3,3)$ ក្នុង ប្លង់
កូអរដោនេ។

ក បង្ហាញថា $\triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

ខ រកសំណុំចំណុច G ដែល $\overrightarrow{GB}$ កែងនឹង $\overrightarrow{GC}$ ។

គ ដោយយកចំណុច G នៅលើអង្កត់ AB ចូរគណនាប្រវែង GC
រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

លំហាត់ទី.២២១

ក រកចំនួនពិត k និង t ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overrightarrow{c} = k\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ ។
បើ $\overrightarrow{a} = (-2,3)$, $\overrightarrow{b} = (1,-4)$, $\overrightarrow{c} = (8,-17)$ ។ ទាញ
រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{c}$ ឲ្យជាប់នឹងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{a}$ និង $\overrightarrow{b}$ ។

ខ គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{a} = (2,1)$ និង $\overrightarrow{b} = (-1,2)$ ។ រកតម្លៃចំនួន

ពិត x ដែលថាវ៉ិចទ័រ $4x\vec{a}+\vec{b}$ កែងនឹង $x\vec{a}-3\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.២២២

គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(-1,3)$ និង $\vec{b}=(5,\frac{5}{3})$ ។

ក បង្ហាញថា $\vec{a}\perp\vec{b}$ ។

ខ គណនា $\vec{u}=2\vec{a}+\vec{b}$ និង $\vec{v}=\vec{a}-5\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.២២៣

គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{u}=\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{v}=-2\vec{i}+3\vec{j}$ និង $\vec{w}=-2\vec{i}-3\vec{j}$ ។

ក រកវ៉ិចទ័រ $\vec{u}+\vec{v}$, $3\vec{u}-2\vec{v}$ និង $2\vec{u}+\vec{v}-3\vec{w}$ ។

ខ គណនាផលគុណស្កាលែ $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\vec{v}\cdot\vec{w}$, $\vec{w}\cdot\vec{u}$ ។

លំហាត់ទី.២២៤

គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(2,1)$ និង $\vec{b}=(-1,2)$ ។

ក រកតម្លៃនៃចំនួនពិត x ដែលថាវ៉ិចទ័រ $4x\vec{a}+\vec{b}$ និង $x\vec{a}-3\vec{b}$ កែងគ្នា។

ខ បង្ហាញថា $\vec{a}\perp\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.២២៥

ក្នុង តម្រុយ អរ តូ ណ រម៉ាល់ $(0,\vec{i},\vec{j})$ គេ មាន បី ចំណុច $A(1,2)$, $B(2,3)$ និង $C(2,1)$ ។

ក. កំណត់ប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។

ខ. គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ និងបញ្ជាក់ប្រភេទនៃត្រីកោណនេះ។

គ. កំណត់ កូអរដោនេ ចំណុច D ដើម្បីឲ្យ $OABD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។

ឃ. សរសេរសមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ C ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត BD ។

លំហាត់ទី.២២៦

គេឲ្យបន្ទាត់ L កាត់តាមចំណុច $A(7,2)$ និង $B(5,-3)$ ស្របទៅនឹង $\overrightarrow{AB}$ ។

ក. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ L និងរកសមីការបន្ទាត់ L ។

ខ. រកសមីការនៃបន្ទាត់ L កាត់តាម $M(4,-2)$ ហើយកែងទៅនឹង $\overrightarrow{AM}$ ។

គ. រកប្រវែង AB , BM និង AM ។

លំហាត់ទី.២២៧

ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេគេមានចំណុច $A(2,3)$, $B(-1,1)$ និង $C(3,-2)$ ។

ក. គណនា កូអរដោនេ នៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ និង ប្រវែង $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{BC}|$, $|\overrightarrow{CA}|$ ។

ខ. គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ ។

គ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ AB ។

លំហាត់ទី.២២៨

គេមានចំណុច $A(-2,1)$ និង $B(3,4)$ ។

ក) គណនាកូអរដោនេនៃ $\overrightarrow{AB}$ ។

ខ) គណនាប្រវែង $|\overrightarrow{AB}|$ ។

លំហាត់ទី.២២៩

ក) ដោយប្រើទំនាក់ទំនងសាល ចូរសង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$។

ខ) ដោយប្រើច្បាប់ប្រលេឡូក្រាម ចូរសង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DG}$ ដែល DG ជាអង្កត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាម។

គ) ចូរសង់វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}=3cm$ រួចសង់វ៉ិចទ័រ $-3\overrightarrow{AB}$ ។

លំហាត់ទី.២៣០

ចូរសង់បណ្តាវ៉ិចទ័រនីមួយៗក្នុងប្លង់ រួចគណនាម៉ូឌុលនៃវ៉ិចទ័រទាំងនោះ។

ក) $\overrightarrow{Ab}=(1,3)$ ខ) $\overrightarrow{CD}=(-3,5)$ គ) $\overrightarrow{EF}=(-5,2)$

លំហាត់ទី.២៣១

គេឲ្យ A , B និង C ជាបីចំណុចរត់មិនត្រង់ជួរគ្នា។ បង្ហាញថា $|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BC}|>|\overrightarrow{AC}|$ ។

លំហាត់ទី.២៣២

បង្ហាញលក្ខណៈគ្រឹះនៃវ៉ិចទ័រខាងក្រោម៖

ក $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (លក្ខណៈត្រឡប់)

ខ $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ (លក្ខណៈផ្តុំ)

គ $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$

ឃ $\vec{a}+(\ \vec{a})=\vec{0}$

លំហាត់ទី.២៣៣

ក បង្ហាញថាប្រមាណវិធីដកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}$ ។

ខ បង្ហាញថា $-(\vec{a}+\vec{b})=-\vec{a}-\vec{b}$ ។

លំហាត់ទី.២៣៤

ស្រាយបញ្ជាក់លក្ខណៈគ្រឹះនៃវ៉ិចទ័រខាងក្រោម៖

ក $(mn)\vec{a}=m(n\vec{a})$ (លក្ខណៈផ្តុំ)

ខ $(m+n)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$ (លក្ខណៈបំបែក I)

គ $m(\vec{a}+\vec{b})=m\vec{a}+m\vec{b}$ (លក្ខណៈបំបែក II)

លំហាត់ទី.២៣៥

ក គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{a}\neq\vec{0}$ ។ បង្ហាញថា $\vec{i}=\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាដែលមានទិសដៅដូចទិសដៅវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ ។

ខ បង្ហាញថាបើ $\vec{a}=(a,b)$ ប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ គឺ

$|\vec{a}| = \sqrt{a^2+b^2}$ ។

ⓖ បង្ហាញថាបើ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាពីរវ៉ិចទ័រមិនសូន្យនោះគេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$ ។

លំហាត់ទី.២៣៦

បង្ហាញការគណនាវ៉ិចទ័រ ដោយប្រើកូអរដោនេដូចខាងក្រោម៖

ⓚ $(a_1,a_2)+(b_1,b_2) = (a_1+b_1,a_2+b_2)$ ។

ⓑ $(a_1,a_2)-(b_1,b_2) = (a_1-b_1,a_2-b_2)$ ។

ⓖ $m(a_1,a_2) = (ma_1,ma_2)$ ។

លំហាត់ទី.២៣៧

ដោយប្រើនិយមន័យផលគុណស្កាលែ៖

ⓚ បង្ហាញថា $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \leq |\vec{a}||\vec{b}|$ ។

ⓑ បង្ហាញថា $\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2$ ។

លំហាត់ទី.២៣៨

ⓚ បង្ហាញថាបើ $\vec{a}\perp\vec{b}$ លុះត្រាតែ $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ ។

ⓑ បង្ហាញថាបើ $\vec{a}=(a_1,a_2)$ និង $\vec{b}=(b_1,b_2)$ គេបាន $\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1b_1+a_2b_2$ ។

ⓖ បង្ហាញថា $\vec{a}\perp\vec{b}$ លុះត្រាតែ $a_1b_1+a_2b_2=0$ ។

ⓦ បង្ហាញថា $\cos\theta = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_1^2}+\sqrt{b_2^2+b_2^2}}$ ។

លំហាត់ទី.២៣៩

ចំពោះគ្រប់វ៉ិចទ័រ $\vec{a}$, $\vec{b}$ និង $\vec{c}$ ៖

ក. បង្ហាញថា $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ ។

ខ. បង្ហាញថា $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$ ។

គ. បង្ហាញថា $(m\vec{a})\cdot\vec{b}=m(\vec{a}\cdot\vec{b})$ ។

ឃ. បង្ហាញថា $\vec{a}\cdot(m\vec{b})=m(\vec{a}\cdot\vec{b})$ ។

លំហាត់ទី.២៤០

ក. រកតម្លៃ $|\vec{a}+2\vec{b}|$ បើ $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ និង $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$ ។

ខ. រកតម្លៃ $|2\vec{a}-3\vec{b}|$ បើ $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ និង $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$ ។

គ. គេឲ្យ $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$ និង $|\vec{a}+\vec{b}|=1$ ។ រក៖

១. $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ។

២. $(\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})$ ។

លំហាត់ទី.២៤១

ក. គេឲ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{a}=(2,1)$ និង $\vec{b}=(-1,2)$ ។ រកតម្លៃនៃចំនួនពិត x ដែលវ៉ិចទ័រ $(4x\vec{a}+\vec{b})$ កែង $(x\vec{a}-3\vec{b})$ ។

ខ. រកមុំ α ដែលកើតឡើងដោយវ៉ិចទ័រ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ចំពោះករណីខាងក្រោម៖

១. $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$ និង $\vec{a}\cdot\vec{b}=6$ ។

២. $|\vec{a}|=|\vec{b}|=\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{2}$ ។