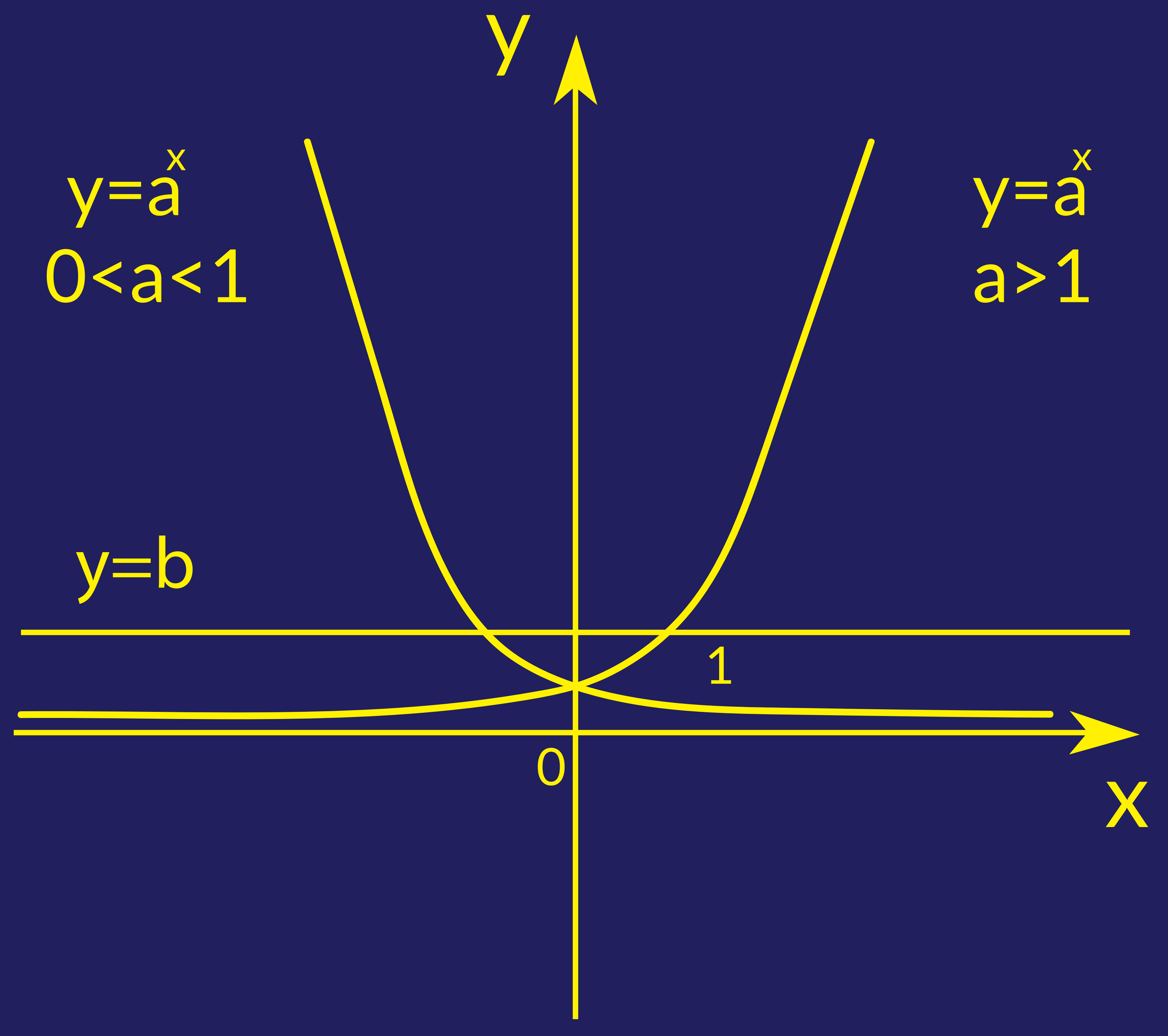
ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត

- មេរៀនសង្ខេប
- រូបមន្ត និងលំហាត់អនុវត្តន៍
- ការបកស្រាយបញ្ជាក់លើរូបមន្ត
  អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត

$\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$



ស្រាវជ្រាវដោយ : គរុនិស្សិតគណិតវិទ្យាក្រុមទី១ ជំនាន់ទី២៣

ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧ ២០១៨

អារម្ភកថា

សូស្តី មិត្តអ្នកសិក្សាជាទីមេត្រី! សៀវភៅអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីតនេះបានចងក្រងនិងសម្រិតសម្រាំងឡើងយ៉ាងពិសេសក្នុងគោលបំណងផ្តល់ជាគំនិត និងវិធីសាស្ត្រនៃការដោះស្រាយនូវបណ្តារលំហាត់ទាំងឡាយដែលមិត្តអ្នកអានតែងតែជួបប្រទះជាញឹកញាប់ ហើយក៏ជាជំនួយដល់ការសិក្សា និងត្រៀមប្រឡងផ្សេងៗផងដែរ។

ទោះបីជាយើងខ្ញុំបានខិតខំផ្ទៀងផ្ទាត់ និងពិនិត្យយ៉ាងណាក៏ដោយក៏កំហុសឆ្គងនៅតែកើតមានជាអចេតនា ។ យើងខ្ញុំរង់ចាំទទួលនូវការរិះគន់ក្នុងន័យស្ថាបនាដោយក្តីសោមនស្សរីករាយ ពីសំណាក់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ និស្សិត និងសិស្សានុសិស្សគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ដើម្បីកែលម្អសៀវភៅដែលបានរៀបរៀងមកនេះឲ្យកាន់តែមានសុក្រិតភាពថែមទៀត។

ជាចុងក្រោយ យើងខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅចំពោះលោកអ្នកមានគុណទាំងពីរ សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ និងសាស្ត្រាចារ្យនៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំទាំងអស់ ដែលបានផ្តល់ចំណេះដឹងដល់រូបយើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នា ហើយសូមឲ្យលោកទាំងអស់ជួបប្រទះតែសេចក្តីសុខគ្រប់ប្រការ ។

សូមឲ្យសិស្សានុសិស្សទាំងអស់ ព្រមទាំងមិត្តអ្នកអានទាំងឡាយបានទទួលជោគជ័យក្នុងការសិក្សាជាស្ថាពរ។

ថ្ងៃ ចន្ទ ៥ រោច ខែ បឋមាសាឍ ឆ្នាំ ច សំរឹទ្ធិស័ក ពុទ្ធសករាជ ២៥៦២

រាជធានីភ្នំពេញថ្ងៃទី ០២ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១៨

ក្រុមអ្នករៀបរៀង

ឧទ្ទិសស្នាដៃ

យើងខ្ញុំសូមឧទ្ទិសស្នាដៃដែលកើតចេញពីសេចក្តីព្យាយាមជំនះរាល់ការលំបាកនេះ ជូនចំពោះវិញ្ញាណក្ខន្ធ៖

មេដឹកនាំគ្រប់ជំនាន់ កងទ័ព និងបុព្វបុរសដែលបានលះបង់អស់កម្លាំង កាយ ចិត្ត ប្រាជ្ញា ស្មារតី រួមទាំងហ៊ានបូជាឈាមស្រស់ សាច់ស្រស់ ដើម្បីបុព្វហេតុការការពារជាតិមាតុភូមិ។

ជីដូនជីតា ញាតិការទាំងប្រាំពីរសណ្តាន ដែលបានចែកឋានទៅ។ សូមវិញ្ញាណក្ខន្ធលោកទាំងអស់គ្នាបានទៅកាន់សុខគតិភពកុំបីឃ្លៀងឃ្លាតឡើយ ។ សូមវិញ្ញាណក្ខន្ធលោកទាំងអស់តាមជួយថែរក្សាព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជាឲ្យរួចផុតពីគ្រោះចង្រៃទាំងឡាយ ដើម្បីឲ្យព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជាមានសុខសន្តិភាព និងមានភាពរីកចម្រើនដូចសម័យមហានគរ ។

អ្នកប្រាជ្ញ បណ្ឌិត សាស្ត្រាចារ្យទាំងអស់ដែលស្នេហាមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា និងបានខិតខំស្រាវជ្រាវចងក្រងជាស្នាដៃ ជាឯកសារដ៏ល្អប្រសើរសម្រាប់ជាប្រយោជន៍ដល់អនុជនដែលជាអ្នកសិក្សាជំនាន់ក្រោយ និងប្រទេសជាតិទាំងមូល។

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

យើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នាដែលជាគរុនិស្សិតផ្នែកគណិតវិទ្យានៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ ជំនាន់ទី២៣ សូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅចំពោះ៖

លោកឪពុក អ្នកម្តាយដែលបានផ្តល់កំណើត និងចិញ្ចឹមបីបាច់ថែរក្សាដល់ពួកយើងខ្ញុំ។ លោកបានតស៊ូធ្វើការយ៉ាងលំបាកដើម្បីផ្គត់ផ្គង់បុត្រាបុត្រីទាំងកម្លាំងកាយទាំងកម្លាំងចិត្ត និងសម្ភារៈពិសេសជាងនេះទៅទៀត គឺលោកទាំងពីរបានផ្តល់ឲ្យពួកយើងនូវមានភាពជោគជ័យដូចថ្ងៃនេះ។

ឯកឧត្តមបណ្ឌិត **សៀង សុវណ្ណា** នាយកវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ ដែលបានសម្រួលដល់ការរៀនសូត្រដល់ពួកយើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នា កំឡុងពេលសិក្សារៀនសូត្រនៅទីនេះដើម្បីត្រៀមខ្លួនជាធនធានគ្រូបង្រៀនថ្មី និងប្រកបដោយគុណភាពខ្ពស់។

សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ **ស៊ឹម វិសុទ្ធ** ដែលជាសាស្ត្រាចារ្យផ្នែកគណិតវិទ្យានៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំក្នុងការផ្តល់ជាឯកសារ គំនិត និងជួយដឹកនាំគាំទ្រដល់ប្រធានរបស់យើងខ្ញុំ។

សាស្ត្រាចារ្យ **ម៉ែន ខាំង** , **ស៊ឹម វិសុទ្ធ** , **គង់ ប៊ុនអៀង** , **ហុក ចន្ថា** , **ហួត សុខលឿន** , **ផាន់ សុភាព** , **ឃី មឿយ** និងសាស្ត្រាចារ្យផ្នែកគណិតវិទ្យា នៅវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ ដែលបានជួយពន្យល់ណែនាំដល់ក្រុមយើងខ្ញុំ ។

ញាតិមិត្តទាំងឡាយ មិត្តគរុនិស្សិតរួមជំនាន់ជាមួយគ្នា និងមិត្តរួមថ្នាក់ដែលតែងតែយកអាសារ និងផ្តល់ជាគំនិតយោបល់ល្អៗដល់យើងខ្ញុំ។

សូមលោកទាំងអស់ខាងលើ ទទួលបាននូវសុខភាពល្អ ជោគជ័យគ្រប់ភារកិច្ច និងជួបប្រទះតែពុទ្ធពរទាំងបួនប្រការ គឺអាយុ វណ្ណៈ សុខៈ ពលៈ កុំបីឃ្លៀងឃ្លាតឡើយ។

មាតិកា

មេរៀនទី១ ៖ អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.........

១.១ និយមន័យអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.........

១.២ លក្ខណៈ និងរូបមន្តអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.........

១.៣ ក្រាបនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ....

១.៤ សមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.........

១.៤.១ វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $Aa^{2x}+Ba^{x}+c=0$ ....

១.៤.២ វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $Aa^{u(X)}+Bb^{u(X)}=C$ ....

១.៤.៣ វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $a^{u(x)+v(x)}-(ßa^{u(x)}+\alpha a^{v(x)})+\alpha ß=0$ ......

១.៥ វិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.........

១.៦ អនុវត្តន៍លើអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល.........

១.៦.១ ប្រាក់កំណើន.........

១.៦.២ ប្រាក់តំហាយ.........

មេរៀនទី២ ៖ អនុគមន៍លោការីត.........

២.១ អនុគមន៍លោការីត.........

២.២ លក្ខណៈ និងរូបមន្តអនុគមន៍លោការីត.........

២.១.១ សញ្ញាណនៃអនុគមន៍លោការីត.........

២.៣ ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត.........

២.៣.១ ក្រាបងាយ.........

២.៤ សមីការអនុគមន៍លោការីត.........

២.៥ វិសមីការអនុគមន៍លោការីត.........

២.៦ អនុវត្តន៍លើអនុគមន៍លោការីត.........

២.៦.១ តម្លៃកើនតាមឆ្នាំ.........

២.៦.២ តម្លៃថយតាមឆ្នាំ.........

មេរៀនទី១ អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

១.១ និយមន័យអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

រដ្ឋមួយមានប្រជាជន 1 លាននាក់។ មួយទសវត្សក្រោយមកប្រជាជនបានកើន 30% ។ គំនិតខាងលើនេះ អាចឲ្យគេប៉ាន់ស្មានចំនួនប្រជាជននៃរដ្ឋនេះនៅទសវត្សរ៍ខាងមុខ តាមទំនាក់ទំនងស្វីតធរណីមាត្រ៖

ដើមទសវត្សទី1: $a_1 = 1$ ផលធៀបរួម $r = 30\% = 0.30$

បើ a_2 ជាចំនួនប្រជាជននៅដើមទសវត្សក្រោយទី 2

$a_2 = a_1 + a_1 r = a_1(1+r) = 1(1+0.3) = 1.3$

បើ a_3 ជាចំនួនប្រជាជននៅដើមទសវត្សក្រោយទី 3

$a_3 = a_2 + a_2 r = a_2(1+r) = 1.3(1+0.3) = (1.3)^2$

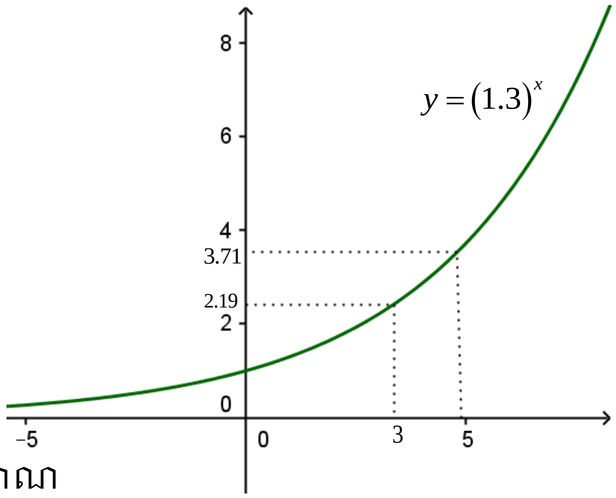
យើងទាញបាន $a_x = (1.3)^x$ ជាចំនួនប្រជាជនប្រែប្រួលទៅតាមអថេរ x ក្នុងករណីនេះយើងបកស្រាយវាជាអនុគមន៍ $f(x) = (1.3)^x$

- បើ $x = 3$ នោះ៖

$f(3) = (1.3)^3 = 2.19$ មានន័យថា នៅ 3 ទសវត្សរ៍ក្រោយមករដ្ឋនេះ នឹងមានប្រជាជន 2.19 លាននាក់។

-បើ $x = -3$ នោះ៖

$f(-3) = (1.3)^{-3} = 0.45$ មានន័យថា កាលពី 3 ទសវត្សរ៍មុនរដ្ឋនេះមាន ប្រជាជនប្រមាណតែ 0.45 លាននាក់ប៉ុណ្ណោះ។



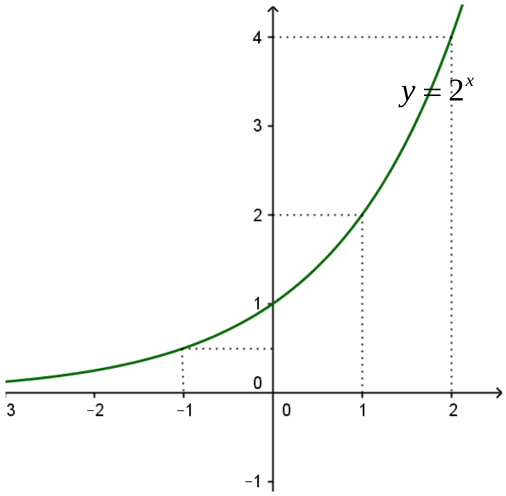
គេតាងក្រាបនៃអនុគមន៍ f ដើម្បីឆ្លុះបញ្ចាំងពីកំណើននៃប្រជាជនកើនតាមឆ្នាំ ។ $f(x) = (1.3)^x$ ជាស្វ័យគុណដែលមានគោលជាចំនួនថេរនិងនិទស្សន្តជាអថេរហៅថាអនុគមន៍ អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។

> និយមន័យ : អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = a^x$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ហើយ a ជាចំនួនពិត វិជ្ជមាន ខុសពី 1 ។

ឧទាហរណ៍១៖ គណនាតម្លៃលេខ និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=2^x$ ។

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

x	$y=2^x$
-2	0.25
-1	0.50
0	1
1	2
2	4

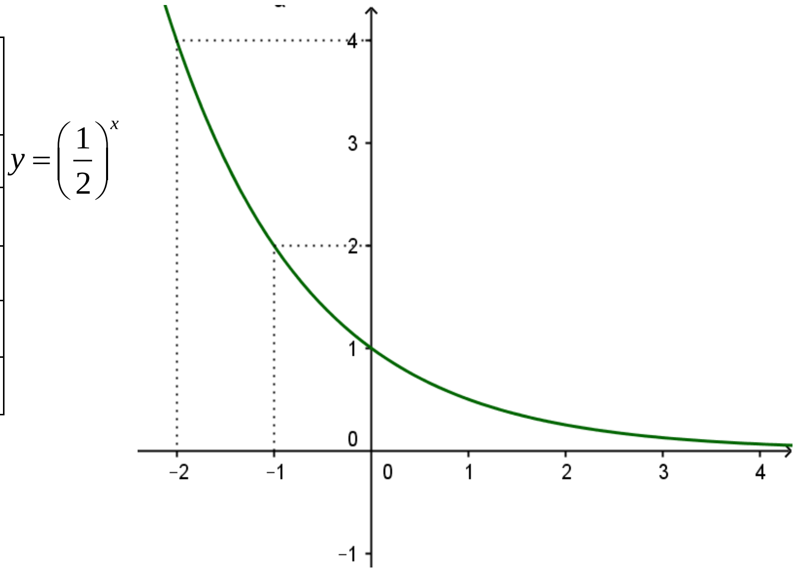


យើងសង្កេតឃើញថា តម្លៃ x កើន គេបានតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $y=2^x$ កើន ហើយក្រាបនៃ $y=2^x$ កាត់អ័ក្ស (oy) ត្រង់ចំនុច $(0,1)$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២៖ គណនាតម្លៃលេខ និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ។

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នានៃ x និង y

x	$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$
-2	4
-1	2
0	1
1	0.5
2	0.25



យើងសង្កេតឃើញថា តម្លៃរបស់ x កើន គេបានតម្លៃត្រូវគ្នានៃ $y=2^x$ ចុះ ហើយក្រាបនៃ $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ កាត់អ័ក្ស (oy) ត្រង់ចំណុច $(0,1)$ ។

១.២. លក្ខណៈ និងរូបមន្តអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

1) $\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n}=a^n$

2) $a^0=1 \quad ;(a\neq 0)$

3) $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

4) $(a^m)^n=a^{mn}$

5) $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

6) $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$

❖ ចំពោះ $n\geq 2$; $m\geq 2$; $k\geq 2$; $a>0$; $b>0$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$; $(b\neq 0)$

8) $(ab)^n=a^n\cdot b^n$

9) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$; $(a,b\neq 0)$

10) $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$

11) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; $(b\neq 0)$

12) $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

13) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$

14) $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$

15) $\sqrt[n]{a^n}=|a|$ បើ n គូ

16) $\sqrt[n]{a^n}=a$ បើ n សេស

សម្រាយបញ្ជាក់រូបមន្ត

1) $a\times a\times a\times\ldots\times a=a^n$

គេមាន $a\times a=a^2$

$a\times a\times a=a^3$

$a\times a\times a\times a=a^4$

....

$\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n}=a^n$

2) $a^0=1$; $(a\neq 0)$

ចំពោះ $a\neq 0$ គេបាន $1=\frac{a^n}{a^n}=a^{n-n}=a^0$

3) $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

គេមាន $a^m\cdot a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{m}\cdot\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n}=\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{m+n}=a^{m+n}$

4) $(a^m)^n=a^{mn}$

គេមាន $(a^m)^n=a^m\times a^m\times a^m\times\ldots\times a^m=a^{\overbrace{m+m+m+\ldots+m}^{n}}=a^{mn}$

5) $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

គេមាន $\frac{a^m}{a^n}=\frac{a^{m-n+n}}{a^n}=\frac{a^{m-n}\times a^n}{a^n}=a^{m-n}$

6) $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$

គេមាន $\frac{1}{a^n}=\frac{a^0}{a^n}=\frac{a^{n-n}}{a^n}=\frac{a^n\times a^{-n}}{a^n}=a^{-n}$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\quad ;(b\neq 0)$

គេមាន $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{b}\right)\times\ldots\times\left(\frac{a}{b}\right)}_{n}=\frac{\overbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}^{n}}{\underbrace{b\times b\times b\times\ldots\times b}_{n}}=\frac{a^n}{b^n}$

8) $(ab)^n=a^n\cdot b^n$

គេមាន $(ab)^n=\underbrace{(ab)(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n}$

$=\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n}\cdot\underbrace{b\times b\times b\times\ldots\times b}_{n}=a^n\cdot b^n$

9) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n\quad ;\quad (a,b\neq 0)$

ដោយ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b^{-1}}{a^{-1}}\right)^{-n}=\left[\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}\right]^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

10) $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$

តាង $k=\sqrt[n]{ab}\qquad (1)$

លើកអង្គទាំងពីរជាស្វ័យគុណ n: $k^n=ab$

សមមូល $k^n=\sqrt[n]{a^n}\cdot b$

ឬ $k=\sqrt[n]{\sqrt[n]{a^n}\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\qquad (2)$

តាម $(1)\,\&\,(2)$: $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$

11) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\quad ;\quad (b\neq 0)$

តាង $k=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ (1)

លើកអង្គទាំងពីរជាស្វ័យគុណ n $k^n=\frac{a}{b}$

សមមូល $k^n=\frac{\sqrt[n]{a^n}}{b}$

ឬ $k=\sqrt[n]{\frac{\sqrt[n]{a^n}}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ (2)

តាម $(1)\&(2)$: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

12) $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

តាង $k=\sqrt[n]{a^m}$ (1)

លើកអង្គទាំងពីរជាស្វ័យគុណ n $k^n=\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^n=a^m=\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n$

សមមូល $k=\sqrt[n]{\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n}$

ឬ $k=a^{\frac{m}{n}}$ (2)

តាម $(1)\&(2)$: $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

13) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$

តាង $k=\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$ (1)

លើកអង្គទាំងពីរជាស្វ័យគុណ n $k^n=\left(\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}\right)^n=\sqrt[k]{a}=a^{\frac{n}{nk}}=a^{\frac{1}{nk}\cdot n}=\left(a^{\frac{1}{nk}}\right)^n=\left(\sqrt[nk]{a}\right)^n$

សមមូល $k=\sqrt[n]{\left(\sqrt[nk]{a}\right)^n}$

ឬ $k=\sqrt[nk]{a}$ (2)

តាម $(1)\&(2)$: $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$

14) $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$

គេមាន $\sqrt[nk]{a^{mk}}=a^{\frac{mk}{nk}}=a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

15) $\sqrt[n]{a^n}=|a|$ បើ n គូ

បើ n គូ គេបាន $a^n=|a|^n$

នោះ $\sqrt[n]{a^n}=\sqrt[n]{|a|^n}=|a|^{\frac{n}{n}}=|a|$

16) $\sqrt[n]{a^n}=a$ បើ n សេស

បើ n សេស គេបាន $a^n=a^n$

នោះ $\sqrt[n]{a^n}=a^{\frac{n}{n}}=a$

លំហាត់

គណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

១) $A=4^{\frac{3}{2}}+8^{\frac{2}{3}}$

២) $B=\sqrt{(0.04)^{-1.5}-(0.125)^{-\frac{2}{3}}}$

៣) $C=(0.5)^{-4}-625^{0.25}-\left(1\frac{1}{2}\right)^{-1\frac{1}{2}}+19(-3)^{-3}$

៤) $D=\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a}}$

៥) $E=4^{3+\sqrt{2}}\cdot 2^{1-\sqrt{2}}\cdot 2^{-3-\sqrt{2}}$

៦) $F=\dfrac{\sqrt[5]{81}\cdot\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt[5]{9}\cdot\sqrt{12}}{\left(\sqrt[5]{\sqrt{3}}\right)^3\cdot\sqrt{18}\cdot\sqrt[5]{27}\cdot\sqrt{6}}$

៧) $G=\sqrt[3]{6+\sqrt{\frac{847}{27}}}+\sqrt[3]{6-\sqrt{\frac{847}{27}}}$

៨) $H=\left(\sqrt[7]{\frac{a}{b}\sqrt[5]{\frac{b}{a}}}\right)^{\frac{35}{4}}$

៩) $I=\left(\dfrac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}-\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}\right)\cdot\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)^{-1}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$

១០) $J=\left(32^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{2}{5}}$

១១) $K=\left(1-2\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{a}{b}\right)\div\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2$

១២) $L=\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2\div\left(b-2b\sqrt{\frac{b}{a}}+\frac{b^2}{a}\right)$

១៣) $M=\frac{\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)^2}{\sqrt[3]{ab}}\div\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)$

១៤) $N=\left(6^{-\frac{2}{7}}\right)^{-7}+\left[(0.2)^{0.75}\right]^{-4}$

១៥) $O=\left(\sqrt{ab}-\frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right)\div\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}\cdot\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt[4]{ab}}$

១៦) $P=\left[\frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}+(ab)^{\frac{1}{2}}\right]\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a-b}\right)^2$

១៧) $Q=\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$

១៨) $R=\frac{a^{\frac{4}{3}}-8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}}\left(1-2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)^{-1}-a^{\frac{2}{3}}$

១៩) $S=\frac{a^{\sqrt{5}+3}a^{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}}{\left(a^{2\sqrt{2}-1}\right)^{2\sqrt{2}+1}}$

២០) $T=\left\{\left[\left(3^{\frac{3}{2}}\cdot5^{\frac{5}{3}}\right)\div2^{\frac{7}{4}}\right]\div\left[4\div\left(5^{\frac{1}{3}}\cdot2^{\frac{1}{4}}\cdot3^{\frac{1}{2}}\right)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$

២១) $U=\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}$

២២) $V=\frac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\frac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}$

២៣) $W=\left(6^{-\frac{2}{7}}\right)^{-7}+\left[(0.2)^{0.75}\right]^{-4}$

ដំណោះស្រាយ

គណនា និងសម្រួលកន្សោម៖

១) $A=4^{\frac{3}{2}}+8^{\frac{2}{3}}=\left(2^2\right)^{\frac{3}{2}}+\left(2^3\right)^{\frac{2}{3}}=2^3+2^2=8+4=12$

ដូចនេះ $\boxed{A=12}$

២) $B=\sqrt{(0.04)^{-1.5}-(0.125)^{-\frac{2}{3}}}=\sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{3}{2}}-\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}}$

$=\sqrt{(5^{-2})^{-\frac{3}{2}}-(2^{-3})^{-\frac{2}{3}}}=\sqrt{5^3-2^2}=\sqrt{125-4}=\sqrt{121}=11$

ដូចនេះ $\boxed{B=11}$

៣) $C=(0.5)^{-4}-625^{0.25}-\left(1\frac{1}{2}\right)^{-1\frac{1}{2}}+19(-3)^{-3}$

$=(2^{-1})^{-4}-(5^4)^{\frac{1}{4}}-\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}19\left[\frac{1}{(-3)^3}\right]=2^4-5-\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}-\frac{19}{27}$

$=11-\left(\frac{2}{3}\right)^3-\frac{19}{27}=11-\frac{8}{27}-\frac{19}{27}=10$

ដូចនេះ $\boxed{C=10}$

៤) $D=\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a}}=\left(a^2\cdot a^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(a^{2+\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(a^{\frac{9}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{a^3}$

ដូចនេះ $\boxed{D=\sqrt[4]{a^3}}$

៥) $E=4^{3+\sqrt{2}}\cdot 2^{1-\sqrt{2}}\cdot 2^{-3-\sqrt{2}}=(2^2)^{3+\sqrt{2}}\cdot 2^{1-\sqrt{2}}\cdot 2^{-3-\sqrt{2}}$

$=2^{6+2\sqrt{2}}\cdot 2^{1-\sqrt{2}}\cdot 2^{-3-\sqrt{2}}=2^{6+2\sqrt{2}+1-\sqrt{2}-3-\sqrt{2}}=2^4=16$

ដូចនេះ $\boxed{E=16}$

៦) $F=\dfrac{\sqrt[5]{81}\cdot\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt[5]{9}\cdot\sqrt{12}}{\left(\sqrt[5]{\sqrt{3}}\right)^3\cdot\sqrt{18}\cdot\sqrt[5]{27}\cdot\sqrt{6}}=\dfrac{3^{\frac{4}{5}}\cdot 3^{\frac{1}{5}}\cdot 3^{\frac{2}{5}}\cdot 2\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{3}{10}}\cdot 3\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{3}{5}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}}$

$=\dfrac{3^{\frac{4}{5}+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{2}}\cdot 2}{3^{\frac{3}{10}+1+\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}}=\dfrac{3^{\frac{19}{10}}\cdot 2}{3^{\frac{24}{10}}\cdot 2}=\dfrac{1}{3^{\frac{24}{10}-\frac{19}{10}}}=\dfrac{1}{3^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{F=\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$

៧) $G=\sqrt[3]{6+\sqrt{\frac{847}{27}}}+\sqrt[3]{6-\sqrt{\frac{847}{27}}}$

$$G^3=6+\sqrt{\frac{847}{27}}+6-\sqrt{\frac{847}{27}}+3\sqrt[3]{6+\sqrt{\frac{847}{27}}}\sqrt[3]{6-\sqrt{\frac{847}{27}}}\left(\sqrt[3]{6+\sqrt{\frac{847}{27}}}+\sqrt[3]{6-\sqrt{\frac{847}{27}}}\right)$$

$$G^3=12+3\sqrt[3]{36-\frac{847}{27}}\cdot G$$

$$G^3=12+5G$$

$$G^3-5G-12=0$$

$$(G-3)(G^2+3G+4)=0$$

$G=3$

$G^2+3G+4=0$ គ្មានឬស

ដូចនេះ: $\boxed{G=3}$

៨) $H=\left(\sqrt[7]{\frac{a}{b}\sqrt[5]{\frac{b}{a}}}\right)^{\frac{35}{4}}=\left[\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{b^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{1}{5}}}\right)^{\frac{1}{7}}\right]^{\frac{35}{4}}=\left[\left(\frac{a^{\frac{4}{5}}}{b^{\frac{4}{5}}}\right)^{\frac{1}{7}}\right]^{\frac{35}{4}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{35}{4}}=\frac{a}{b}$

ដូចនេះ: $\boxed{H=\frac{a}{b}}$

៩) $I=\left(\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}\right)\cdot\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)^{-1}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$

$$I=\left[\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{1}{4}}\right)}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}\right]\times\frac{1}{\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$I=\frac{a-b-a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{1}{4}}\right)}\cdot\frac{1}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{b^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$I=\sqrt{\frac{b}{a}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}=1$$

ដូចនេះ: $\boxed{I=1}$

១០) $J=\left(32^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{2}{5}}=\left[\left(2^5\right)^{\frac{3}{2}}\right]^{-\frac{2}{5}}=2^{5\cdot\frac{3}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)}=2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

ដូចនេះ $\boxed{J=\frac{1}{8}}$

១១) $K=\left(1-2\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{a}{b}\right)\div\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(1-\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2\cdot\frac{1}{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2}$

$$K=\left(\frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2\cdot\frac{1}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}=\frac{1}{b}$$

ដូចនេះ $\boxed{K=\frac{1}{b}}$

១២) $L=\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2\div\left(b-2b\sqrt{\frac{b}{a}}+\frac{b^2}{a}\right)=\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{b\left(1-2\sqrt{\frac{b}{a}}+\frac{b}{a}\right)}$

$$L=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{b\left(1-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{\frac{b}{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}=\frac{a}{b}$$

ដូចនេះ $\boxed{L=\frac{a}{b}}$

១៣) $M=\frac{\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)^2}{\sqrt[3]{ab}}\div\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)=\frac{\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)^2}{\sqrt[3]{ab}}\div\frac{\sqrt[3]{a}^2+2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b}^2}{\sqrt[3]{ab}}$

$$M=\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^2}{\sqrt[3]{ab}}\cdot\frac{\sqrt[3]{ab}}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^2}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{M=1}$

១៤) $N=\left(6^{-\frac{2}{7}}\right)^{-7}+\left[(0.2)^{0.75}\right]^{-4}=6^2+\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}(-4)}=36+\left(5^{-1}\right)^{-3}$

$$N=36+5^3=36+125=161$$

ដូចនេះ $\boxed{N=161}$

១៥) $O=\left(\sqrt{ab}-\dfrac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right)\div\dfrac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{b}+\sqrt[4]{ab}}$

$$O=\frac{a\sqrt{ab}+ab-ab}{a+\sqrt{ab}}\times\frac{a-b}{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}\times\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt[4]{ab}}$$

$$=\frac{a\sqrt{ab}}{a+\sqrt{ab}}\times\frac{a-b}{\sqrt{ab}-b}=\frac{a\sqrt{ab}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}\times\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}$$

$$=a$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{O=a}$

១៦) $P=\left[\dfrac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}+(ab)^{\frac{1}{2}}\right]\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a-b}\right)^2$

$$P=\left[\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b\right)}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right]\left[\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)}\right]^2$$

$$P=\frac{a+2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+b}{\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^2}=\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^2}=1$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{P=1}$

១៧) $Q=\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}=a^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt{a}$

ដូចនេះ៖ $\boxed{Q=\sqrt{a}}$

១៨) $R=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}-8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}}\left(1-2\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}}\right)^{-1}-a^{\frac{2}{3}}$

$$R=\frac{a^{\frac{1}{3}}(a-8b)}{a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+4b^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{\sqrt[3]{a}-2\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-1}-a^{\frac{2}{3}}$$

$$=\frac{\sqrt[3]{a}\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^3-\left(2\sqrt[3]{b}\right)^3\right]}{a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+4b^{\frac{2}{3}}}\cdot\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}-2\sqrt[3]{b}}-a^{\frac{2}{3}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt[3]{a}\right)^2\left(\sqrt[3]{a}-2\sqrt[3]{b}\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+2\sqrt[3]{ab}+\left(2\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}{\left(\sqrt[3]{a}-2\sqrt[3]{b}\right)\left[\left(\sqrt[3]{a}\right)^2+2\sqrt[3]{ab}+\left(2\sqrt[3]{b}\right)^2\right]}-a^{\frac{2}{3}}$$

$$=a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{2}{3}}=0$$

ដូចនេះ $\boxed{R=0}$

១៩) $S=\dfrac{a^{\sqrt{5}+3}a^{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}}{\left(a^{2\sqrt{2}-1}\right)^{2\sqrt{2}+1}}=\dfrac{a^{\sqrt{5}+3+5-\sqrt{5}}}{a^{(2\sqrt{2})^2-1}}=\dfrac{a^8}{a^{8-1}}=a$

ដូចនេះ $\boxed{S=a}$

២០) $T=\left\{\left[\left(3^{\frac{3}{2}}\cdot 5^{\frac{5}{3}}\right)\div 2^{\frac{7}{4}}\right]\div\left[4\div\left(5^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}\right)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$

$$T=\left(\frac{3^{\frac{3}{2}}\cdot 5^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{7}{4}}}\div\frac{4}{5^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{3^{\frac{3}{2}}\cdot 5^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{7}{4}}}\times\frac{5^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{2^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$T=\left(\frac{3^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}}}{2^{\frac{7}{4}+2}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{3^2\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 5^2}{2^{\frac{15}{4}}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{3^2\cdot 5^2}{2^{\frac{7}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{15}{2\sqrt[4]{2^3}}=\frac{15\sqrt[4]{2}}{4}$$

ដូចនេះ $\boxed{T=\dfrac{15\sqrt[4]{2}}{4}}$

២១) $U=\dfrac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\dfrac{\sqrt[6]{a}^2-\sqrt[6]{b}^2}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\dfrac{\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)\left(\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\right)}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}$

ដូចនេះ $\boxed{U=\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$

២២) $V=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}(1-a^2)}{a^{\frac{1}{4}}(1-a)}-\dfrac{b^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{b}-b\right)}{b^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{1}{b}\right)}$

$$V=\frac{1-a^2}{1-a}-\frac{1-b^2}{b-1}=\frac{(1-a)(1+a)}{1-a}+\frac{(1-b)(1+b)}{1-b}$$

$$=1+a+1+b=2+a+b$$

ដូចនេះ $\boxed{V=2+a+b}$

២៣) $W=\left(6^{-\frac{2}{7}}\right)^{-7}+\left[(0.2)^{0.75}\right]^{-4}=6^2+\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{-4}=36+125$

$W=161$

ដូចនេះ $\boxed{W=161}$

លំហាត់អនុវត្តន៍

1) គណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $\frac{2^{t-3}\times 4^t}{8^{t-1}}$ $(Answer=1)$

ខ. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2014}\times\left(2-\sqrt{3}\right)^{2015}$ $(Answer=2-\sqrt{3})$

គ. $\sqrt[3]{5^{10}-3(-5)^9}$ $(Answer=250)$

ឃ. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ $\left(Answer=\frac{\left(\sqrt[3]{2}+1\right)\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}}{\sqrt[3]{3}}\right)$

ង. $\frac{35\left(27^8+2\cdot 9^{11}\right)}{15\left(81^6-12\cdot 3^{19}\right)}$ $(Answer=3)$

ច. $\sqrt{2\cdot\sqrt[4x+1]{16^x+16^x}}$ $(Answer=2)$

ឆ. $\sqrt[3]{54}+\left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{3}}+\sqrt[3]{\frac{-1}{4}}$ $(Answer=4\sqrt[3]{2})$

ជ. $\frac{\sqrt[4]{125}\times\sqrt[4]{500}}{\sqrt[4]{625}\times\sqrt{10}}$ $(Answer=1)$

ឈ. $\frac{6\sqrt[3]{2\sqrt{27}}-2\sqrt{3\sqrt[3]{4}}}{4\sqrt[4]{9\sqrt[3]{16}}}$ $(Answer=1)$

ញ. $\frac{\sqrt{a-b}+\frac{1}{\sqrt{a+b}}}{1+\frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}}$ $(Answer=\sqrt{a+b})$

2) ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូរប្រៀបធៀបចំនួនតាមករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម៖

ក. $5\sqrt{2}$ និង $4\sqrt{3}$ $(Answer: 5\sqrt{2}>4\sqrt{3})$

ខ. $5\sqrt[3]{2}$ និង $2\sqrt[3]{31}$ $(Answer: 5\sqrt[3]{2} > 2\sqrt[3]{31})$

គ. $\sqrt{2}$ និង $\sqrt[3]{3}$ $(Answer: \sqrt{2} < \sqrt[3]{3})$

ឃ. $\sqrt[6]{4}$ និង $\sqrt[8]{6}$ $(Answer: \sqrt[6]{4} > \sqrt[8]{6})$

ង. $\sqrt[3]{2}$ និង $\sqrt[12]{17}$ $(Answer: \sqrt[3]{2} < \sqrt[12]{17})$

ច. $\sqrt{5}+\sqrt{6}$ និង $\sqrt{21}$ $(Answer: \sqrt{5}+\sqrt{6} > \sqrt{21})$

ឆ 31^{11} និង 17^{14} $(Answer: 31^{11} < 17^{14})$

ជ. $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}$ និង 7 $(Answer: \sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7} < 7)$

ឈ. $3-\sqrt{3}$ និង $\sqrt{6\left(2-\sqrt{3}\right)}$ $(Answer: 3-\sqrt{3} = \sqrt{6\left(2-\sqrt{3}\right)})$

ញ. $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}$ និង 4 $(Answer: \sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4} > 4)$

ដ. $2^{\sqrt{3}}$ និង $3^{\sqrt{2}}$ $(Answer: 2^{\sqrt{3}} < 3^{\sqrt{2}})$

ឋ. 200^{300} និង 300^{200} $(Answer: 200^{300} > 300^{200})$

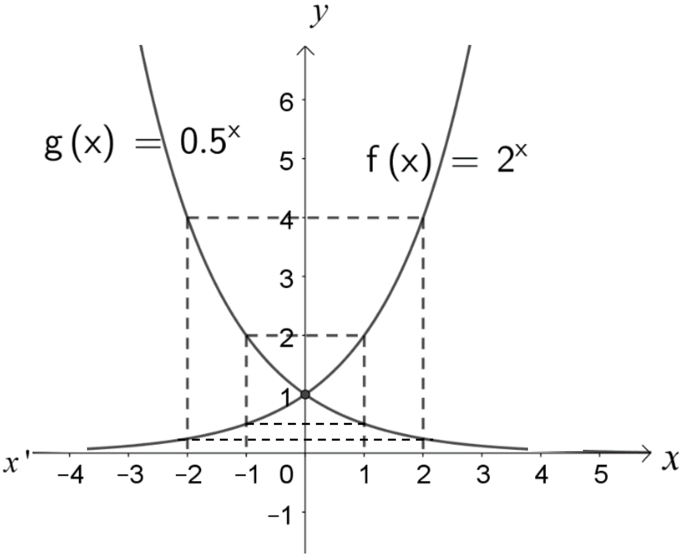
១.៣ ក្រាបនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

❖ ក្រាបខាយ

ឧទាហរណ៍៖ សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)=2^x$ និង $g(x)=(0.5)^x$ ។

<u>តារាងតម្លៃលេខ</u>

x	$f(x)$	$g(x)$
-2	0.25	4
-1	0.5	2
0	1	1
1	2	0.5
2	4	0.25



សម្គាល់ ៖

- ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=a^x$ កាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ (0 , 1) ជានិច្ច ព្រោះ $x=0\Rightarrow y=a^0=1$ ។
- បើ $a>1$ ក្រាបនៃ $y=a^x$ កើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា វាជាអនុគមន៍កើន។
- បើ $0<a<1$ ក្រាបនៃ $y=a^x$ ចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា វាជាអនុគមន៍ចុះ។

លំហាត់គំរូ ៖ ចូរសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $y=2^x+1$ ខ. $y=2^{x+1}$ គ. $y=3^x-2$

ឃ. $y=4^{x-1}$ ង. $y=-3^{x+1}$ ច. $y=-2^{x-1}+1$ ។

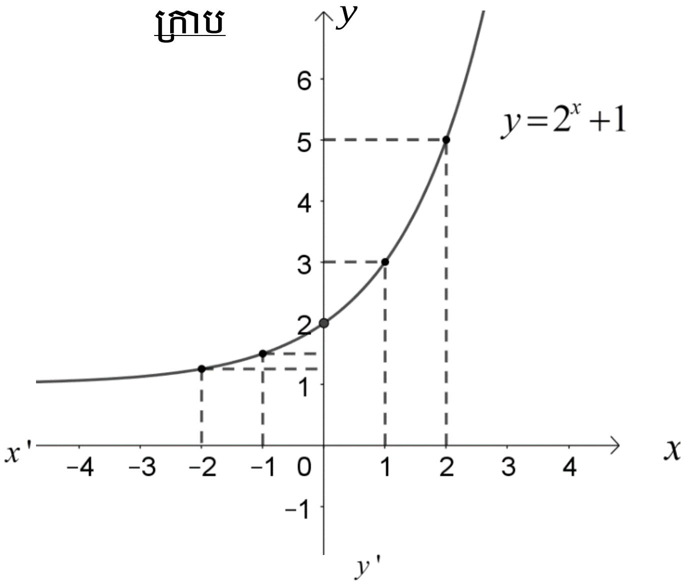
ចម្លើយ

ក. $y=2^x+1$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	y
-2	1.25
-1	1.5
0	2
1	3
2	5

ក្រាប

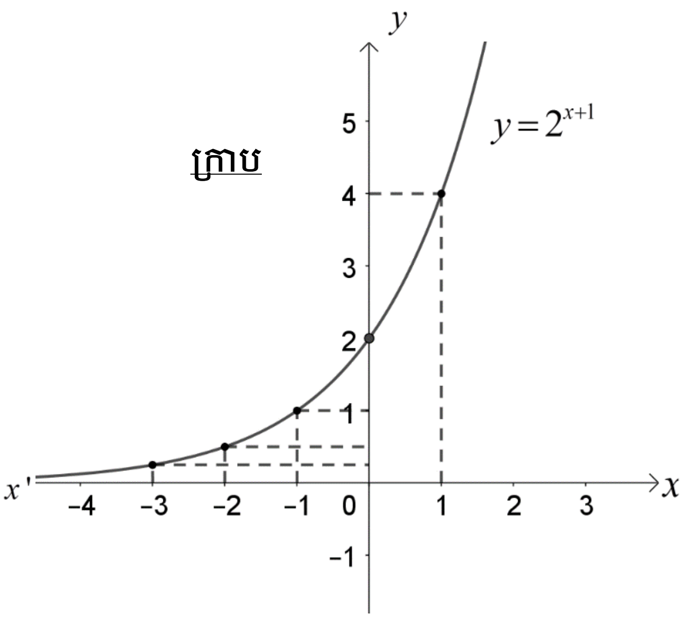


ខ. $y=2^{x+1}$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	y
-3	0.25
-2	0.5
-1	1
0	2
1	4

ក្រាប

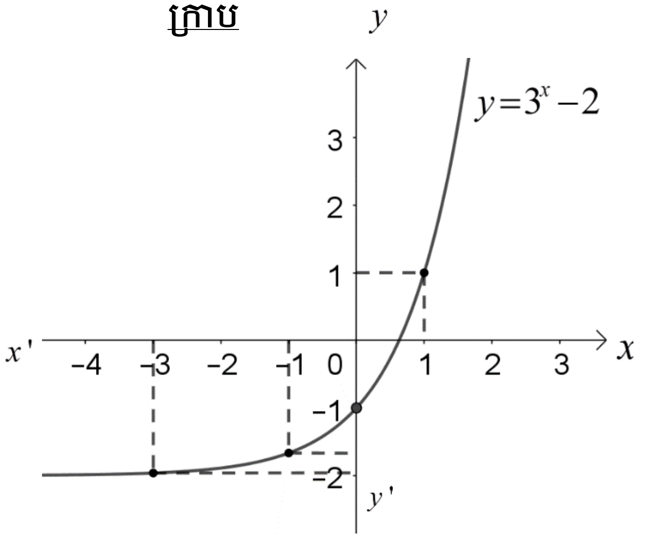


គ. $y=3^{x}-2$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	y
-3	-1.96
-1	-1.67
0	-1
1	1
2	7

ក្រាប

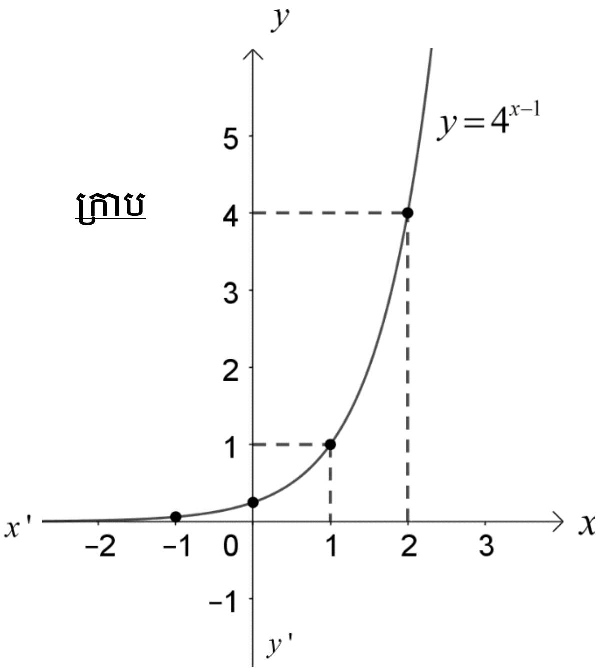


ឃ. $y=4^{x-1}$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	y
-1	0.06
0	0.25
1	1
2	4

ក្រាប

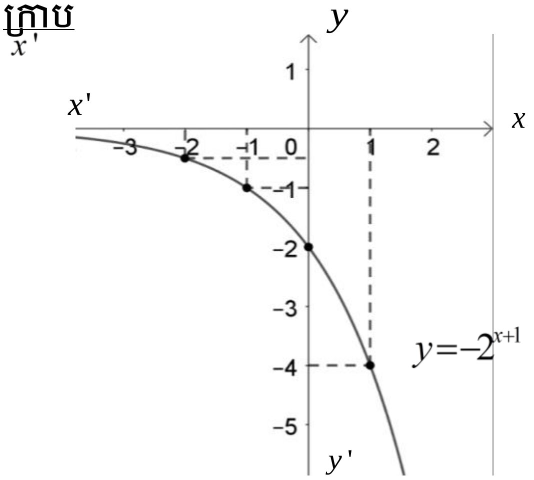


ង. $y=-2^{x+1}$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	y
-2	-0.5
-1	-1
0	-2
1	-4

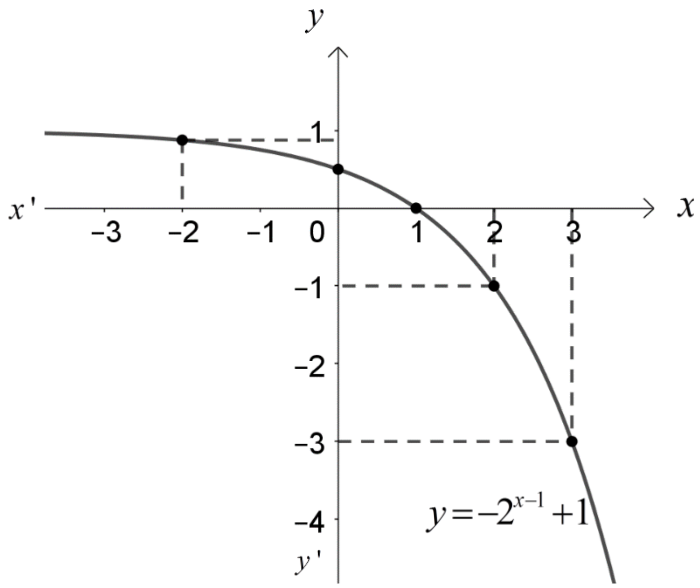
ក្រាប



ច. $y=-2^{x-1}+1$

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	y
-2	0.875
0	0.5
1	0
2	-1
3	-3



ប្រតិបត្តិ ៖ ចូរសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $y=2^{|x|}$ ខ. $y=2^{|x-1|}-2$ គ. $y=3^{-|x+1|^2}$

ឃ. $y=2^x+2^{-x}$ ង. $y=2^x-2^{-x}$ ច. $y=2^{-x}-2^x$

ឆ. $y=-2^{x^2-1}$ ជ. $y=0.5^{x-1}+2^{1-x}$ ឈ. $y=3^{x-2}+2^{x-3}$

ញ. $y=e^{x-1}+1$ ដ. $y=e^x-x$ ឋ. $y=x-e^x$ ។

១.៤ សមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

❖ **រូបមន្តសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល**

➢ បើ $a>0\,,a\neq 1$ នោះ $a^{f(x)}=a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$

➢ បើ $\left[f(x)\right]^{u(x)}=\left[f(x)\right]^{v(x)}\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)>0\\ \left[f(x)-1\right]\left[u(x)-v(x)\right]=0\end{cases}$

១.៤.១ វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $Aa^{2x}+Ba^x+c=0$

ដើម្បីដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $Aa^{2x}+Ba^x+C=0$ ដែល $a>1\,,a\neq 1\,,A,\,B,\,C\in\mathbb{R}$ គេត្រូវ

- តាង $t=a^x\,,t>0$ នោះសមីការដែលឲ្យក្លាយជាសមីការដឺក្រេទីពីរ $At^2+Bt+C=0$
- ដោះស្រាយសមីការ $At^2+Bt+C=0$
- រកតម្លៃ x តាមតម្លៃ t ដែលបានរកឃើញ

ឧទាហរណ៍៖ ដោះស្រាយសមីការ $9^x-4\times 3^{x+3}+2187=0$

ចម្លើយ

សមីការអាចសរសេរ $3^{2x}-108\times3^{x}+2187=0$

តាង $t=3^{x}, t>0$

គេបានសមីការក្លាយជា $t^{2}-108t^{x}+2187=0$

យើងបាន $\Delta'=(-54)^{2}-2187=27^{2}$

នោះឬស $t_1=54-27=27$, $t_2=54+27=81$

ចំពោះ $\left[\begin{array}{l}t_1=27\\t_2=81\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^{x}=27=3^{3}\\3^{x}=81=3^{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=4\end{array}\right.$

ដូចនេះ សមីការមានឬស $x_1=3, x_2=4$ ។

ប្រតិបត្តិ៖

ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $4^{x}-5\times2^{x+5}+4096=0$

ខ. $\sqrt[3]{25^{x}}-26\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x+3}+625=0$

១.៤.២ វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $Aa^{u(x)}+Bb^{u(x)}=C$

ដែល $a,b>0$, $a\neq1$, $b\neq1$, $a\times b=1$, $A,B,C\in\mathbb{R}$

ដោយ $a\times b=1$ នោះ $b=\frac{1}{a}$ ហើយសមីការអាចសរសេរ $Aa^{u(x)}+B.\frac{1}{a^{u(x)}}=C$

សមមូល $Aa^{2u(x)}-Ca^{u(x)}+B=0$ ។

តាង $t=a^{u(x)}$, $t>0$ សមីការក្លាយទៅជា $At^{2}-Ct+B=0$ ។

ឧទាហរណ៍៖ ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}=4$

ចម្លើយ

គេមាន $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)=\sqrt{2^{2}-\sqrt{3}^{2}}=\sqrt{4-3}=1$

ហើយ $\sqrt{2+\sqrt{3}}=\frac{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ នោះសមីការអាចសរសេរ

$$\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}+\frac{1}{\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}}=4$$

$$\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{2\left(x^2-x-4\right)}-4\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}+1=0$$

តាង $t=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4}$, $t>0$ នោះសមីការក្លាយទៅជា $t^2-4t+1=0$, $\Delta'=(-2)^2-1(1)=3$

គេបានឬសសមីការគឺ ៖ $t_1=2-\sqrt{3}$, $t_2=2+\sqrt{3}=\dfrac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{-1}$

ចំពោះ $\left[\begin{array}{l} t=2+\sqrt{3} \\ t=\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-\sqrt{3}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} \\ \left(2-\sqrt{3}\right)^{-1}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{2}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} \\ \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{-2}=\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{x^2-x-4} \end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l} 2=x^2-x-4 \\ -2=x^2-x-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-6=0 \\ x^2-x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x+2)(x-3)=0 \\ (x+1)(x-2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\ ,\ x=3 \\ x=-1\ ,\ x=2 \end{array}\right.$$

ដូចនេះ $x=\{-1,-2,2,3\}$ ជាឬសសមីការ ។

ប្រតិបត្តិ៖ ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $\left(\sqrt{2}+1\right)^{x^2+x-4}+\left(\sqrt{2}-1\right)^{x^2+x-4}=6$

ខ. $\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}\right)^{x}+\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}\right)^{x}=14$

គ. $\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-3}+\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-3}=18$

ឃ. $\left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}\right)^{x}+\left(\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}\right)^{x}=34$

ង. $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^{x}+\left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^{x}=10$

១.៤.៧ វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការទម្រង់ $a^{u(x)+v(x)}-\left(\beta a^{u(x)}+\alpha a^{v(x)}\right)+\alpha\beta=0$ **ដែល** $a>0\ ,\ a\neq 1$

ដើម្បីដោះស្រាយគេត្រូវបម្លែងសមីការដូចខាងក្រោម ៖

$$a^{u(x)+v(x)}-\beta a^{u(x)}-\alpha a^{v(x)}+\alpha\beta=0$$

$$a^{v(x)}\left[a^{u(x)}-\alpha\right]-\beta\left[a^{u(x)}-\alpha\right]=0$$

$$\left[a^{u(x)}-\alpha\right]\left[a^{v(x)}-\beta\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^{u(x)}=\alpha \\ a^{v(x)}=\beta \end{array}\right.$$

ឧទាហរណ៍៖ ដោះស្រាយសមីការ $2^{2x^2+4x-5}-2^{x^2+x+5}-2^{x^2+3x-3}+128=0$

ចម្លើយ

$$2^{2x^2+4x-5}-2^{x^2+x+5}-2^{x^2+3x-3}+128=0$$

$$\left(2^{2x^2+4x-5}-2^{x^2+x+5}\right)-\left(2^{x^2+3x-3}-2^{7}\right)=0$$

$$2^{x^2+x+5}\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)-2^{7}\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)=0$$

$$\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)\left(2^{x^2+x+5}-2^7\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(2^{x^2+3x-10}-1\right)=0\\ \left(2^{x^2+x+5}-2^7\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^{x^2+3x-10}=2^0\\ 2^{x^2+x+5}=2^7\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+3x-10=0\\ x^2+x+5=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-2)(x+5)=0\\ (x-1)(x+2)=0\end{array}\right.$$

ដូចនេះឫសសមីការគឺៈ $x=\{-5,-2,1,2\}$ ។

លំហាត់

ចូរដោះស្រាយសមីការសមីការខាងក្រោមៈ

ក. $2^{x^2-3x+8}=64$ ខ. $3^{\frac{x^2+x+1}{x-2}}=\frac{1}{27}$ គ. $\left(\sqrt[3]{25}\right)^{x^2+3x+2}=(0.2)^{x^2+x-6}$

ឃ. $7^{x^2-4x+3}=1$ ង. $100-10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}}=0$

ដំណោះស្រាយ

ក. $2^{x^2-3x+8}=64$

សមមូល $2^{x^2-3x+8}=2^6 \Leftrightarrow x^2-3x+8=6 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$

គេទាញបានឫស $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=2$ ។

ខ. $3^{\frac{x^2+x+1}{x-2}}=\frac{1}{27}$ លក្ខខ័ណ្ឌ $x\neq 2$

សមមូល $3^{\frac{x^2+x+1}{x-2}}=3^{-3} \Leftrightarrow \frac{x^2+x+1}{x-2}=-3 \Leftrightarrow x^2+x+1=-3x+6 \Leftrightarrow x^2+4x-5=0$

គេទាញបានឫស $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=-5$ ។

គ. $\left(\sqrt[3]{25}\right)^{x^2+3x+2}=(0.2)^{x^2+x-6}$

សមមូល $\left(\sqrt[3]{25}\right)^{x^2+3x+2}=(0.2)^{x^2+x-6} \Leftrightarrow 5^{\frac{2}{3}\left(x^2+3x+2\right)}=\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2+x-6} \Leftrightarrow 5^{\frac{2}{3}\left(x^2+3x+2\right)}=5^{-\left(x^2+x-6\right)}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\left(x^2+3x+2\right)=-\left(x^2+x-6\right) \Leftrightarrow 2x^2+6x+4=-3x^2-3x+18 \Leftrightarrow 5x^2+9x-14=0$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយសមីការនេះគេទាញបានឫស $x_1=1$, $x_2=-\frac{14}{5}$ ។

ឃ. $7^{x^2-4x+3}=1$

សមមូល $7^{x^2-4x+3}=1 \Leftrightarrow 7^{x^2-4x+3}=7^0 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$ គេទាញបានឫស $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=3$ ។

ង. $100-10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}}=0$ លក្ខខ័ណ្ឌ $x\neq 1$

សមមូល $100-10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}}=0 \Leftrightarrow 10^2=10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}} \Leftrightarrow 2=\frac{x^2+4x-1}{x+1} \Leftrightarrow x^2+4x-1=2x+2$

សមមូល $x^2+2x-3=0$ គេបានឫស $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=-3$ ។

លំហាត់

ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $2^x+2^{x+3}+2^{x+5}=2624$ ខ. $3^{x+2}+3^{x-2}=246$ គ. $2^{x^2+x+2}+2^{x^2+x-2}=17$

ឃ. $7^{x^2-2x}=343$ ង. $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}+........+3^{x+2014}=\frac{3^{4029}-3^{2014}}{2}$

ដំណោះស្រាយ

ក. $2^x+2^{x+3}+2^{x+5}=2624$

គេបាន $2^x+2^{x+3}+2^{x+5}=2624$

$2^x\left(1+2^3+2^5\right)=2624$

$2^x=\frac{2624}{1+2^3+2^5}$

$2^x=\frac{2624}{41}=64=2^6$

ដូចនេះ $x=6$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ខ. $3^{x+2}+3^{x-2}=246$

$3^{x-2}\left(3^4+1\right)=246$

$3^{x-2}=\frac{246}{82}=3^1$

$x-2=1$

ដូចនេះ $x=3$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

គ. $2^{x^2+x+2}+2^{x^2+x-2}=17$

$2^{x^2+x-2}\left(2^4+1\right)=17$

$2^{x^2+x-2}=\frac{17}{17}=2^0$

$x^2+x-2=0$

ដូចនេះ $x_1=1$, $x_2=-2$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ឃ. $7^{x^2-2x}=343$

$7^{x^2+2x}=343$

$7^{x^2+2x}=7^3$

$x^2+2x=3$

$x^2+2x-3=0$

ដូចនេះ $x_1=1$, $x_2=-3$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ង. $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}+.........+3^{x+2014}=\dfrac{3^{4029}-3^{2014}}{2}$

$$3^x\left(1+3^1+3^2+.........+3^{2014}\right)=\frac{3^{4029}-3^{2014}}{2}$$

ដោយ $\left(1+3^1+3^2+.........+3^{2014}\right)=\dfrac{3^{2015}-1}{3-1}=\dfrac{3^{2015}-1}{2}$

គេបាន $3^x\left(\dfrac{3^{2015}-1}{2}\right)=\dfrac{3^{2014}\left(3^{2015}-1\right)}{2}$ នោះ $3^x=3^{2014}$ គេបាន $x=2014$ ។

លំហាត់

ដោះស្រាយសមីការ

ក. $x^{x^2-5x+6}=1$ ខ. $\left(\sqrt{x}\right)^x=x^{\sqrt{x}}$ គ. $\left|x^2-x-1\right|^{x^2-1}=1$

ឃ. $|x-3|^{x^2-3x+4}=x^2-6x+9$ ង. $\left(x^2-4x+5\right)^{x^2-5x+5}-(x-2)^2=1$

ច. $\left(x^2-3x+3\right)^{x^2-3x+3}=\left(x^2-3x+3\right)^{x^2+4x-9}$

ដំណោះស្រាយ

ក. $x^{x^2-5x+6}=1$

- បើ $x=-1$ នោះ $(-1)^{(-1)^2-5(-1)+6}=1$ ឬ $1=1$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ $x=-1$ ជាឫសងាយរបស់សមីការ ។

- បើ $x\neq-1$ នោះសមីការសមមូល $\begin{cases}x>0\\(x-1)\left(x^2-5x+6\right)=0\end{cases}$

គេទាញបានឫស $x=-1$, $x=1$, $x=2$, $x=3$ ។

ដូចនេះ $x=\{-1\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}$ ជាសំណុំឫសរបស់សមីការ។

ខ. $\left(\sqrt{x}\right)^x=x^{\sqrt{x}}$

$x^{\frac{x}{2}}=x^{\sqrt{x}}$

$$\begin{cases} x>0 \\ (x-1)\left(\frac{x}{2}-\sqrt{x}\right)=0 \end{cases}$$

ដូចនេះ $x=1$, $x=4$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

គ. $|x^2-x-1|^{x^2-1}=1$

សមីការសមមូល $\begin{cases} |x^2-x-1|>0 \\ \left[|x^2-x-1|-1\right](x^2-1)=0 \end{cases}$

សមមូល $\begin{cases} x\neq \frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \\ |x^2-x-1|=1 \\ (x+1)(x-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-1=1 \\ x^2-x-1=-1 \\ x=-1 \ , \ x=1 \end{cases}$

ដូចនេះ $x\in\{-1,0,1,2\}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ឃ. $|x-3|^{x^2-3x+4}=x^2-6x+9$

សមមូល $|x-3|^{x^2-3x+4}=|x-3|^2$

- បើ $x-3=0$ ឬ $x=3$ នោះសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ $0=0$ ។
  ដូចនេះ $x=3$ ជាឫសងាយរបស់សមីការ ។
- បើ $x-3\neq 0$ ឬ $x\neq 3$ សមីការសមមូល $(|x-3|-1)(x^2-3x+4-2)=0$

សមមូល $\left[\begin{array}{l} x-3=-1 \\ x-3=1 \\ x^2-3x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=4 \\ x=1 \ , \ x=2 \end{array}\right.$

ដូចនេះ $x=\{1,2,3,4\}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ង. $(x^2-4x+5)^{x^2-5x+5}-(x-2)^2=1$

សមមូល $(x^2-4x+5)^{x^2-5x+5}=(x^2-4x+5)$

សមមូល $\begin{cases} x^2-4x+5>0 \\ (x^2-4x+5-1)(x^2-5x+5-1)=0 \end{cases}$

សមមូល $(x^2-4x+4)(x^2-5x+4)=0$

សមមូល $(x-2)^2(x-1)(x-4)=0$

ដូចនេះ $x=1$, $x=2$, $x=4$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

ច. $\left(x^2-3x+3\right)^{x^2-3x+3}=\left(x^2-3x+3\right)^{x^2+4x-9}$

សមមូល $\begin{cases}x^2-3x+3>0\\ \left(x^2-3x+3-1\right)\left(x^2-3x+3-x^2-4x+9\right)=0\end{cases}$

សមមូល $\left(x^2-3x+2\right)\left(-7x+12\right)=0$

- បើ $x^2-3x+2=0$ នោះ $x_1=1$, $x_2=2$
- បើ $-7x+12=0$ នោះ $x_1=\dfrac{12}{7}$

ដូចនេះ $x=\left\{1,2,\dfrac{12}{7}\right\}$ សំណុំឫសនៃសមីការ ។

លំហាត់

ដោះស្រាយសមីការ $\left(x^2-3x+2\right)^{x^2+5x+4}=1$

ដំណោះស្រាយ

មាន $\left(x^2-3x+2\right)^{x^2+5x+4}=1 \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases}x^2-3x+2>0 & (1)\\ \left(x^2-3x+2-1\right)\left(x^2+5x+4\right)=0 & (2)\end{cases}$

តាម(1) គេបាន $x<1$, $x>2$ តាម(2)គេបាន$\left[\begin{array}{l}x^2-3x+1=0\\ x^2+5x+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3-\sqrt5}{2}\ ,\ x=\dfrac{3+\sqrt5}{2}\\ x=-1\ ,\ x=-4\end{array}\right.$

ដូចនេះ $x=\left\{-4,-1,\dfrac{3-\sqrt5}{2},\dfrac{3+\sqrt5}{2}\right\}$ ជាឫសរបស់សមីការ ។

លំហាត់

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases}4^x\times5^y=\dfrac{1}{400}\\ 5^x\times6^y=\dfrac{1}{900}\end{cases}$

ខ. $\begin{cases}4^x\times3^{y+1}+27^y=171 & (1)\\ 8^x+2^x\times3^{1+2y}=172 & (2)\end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន$\begin{cases}4^x\times5^y=\dfrac{1}{400}\\ 5^x\times6^y=\dfrac{1}{900}\end{cases}$

គេបាន $\ln\left(4^x\times5^y\right)=\ln\left(\dfrac{1}{400}\right)$ ឬ $x\ln4+y\ln5=\ln16^{-1}+\ln25^{-1}=-2\ln4-2\ln5 \quad (1)$

ហើយ $\ln\left(5^x\times6^y\right)=\ln\left(\dfrac{1}{900}\right)$ ឬ $x\ln5+y\ln6=\ln36^{-1}+\ln25^{-1}=-2\ln6-2\ln5 \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x\ln 4 + y\ln 5 = -2\ln 4 - 2\ln 5 \\ x\ln 5 + y\ln 6 = -2\ln 6 - 2\ln 5 \end{cases} \begin{vmatrix} (-\ln 6) \\ (\ln 5) \end{vmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x\ln 4\times\ln 6 - y\ln 5\times\ln 6 = 2\ln 4\times\ln 6 + 2\ln 5\times\ln 6 & (3) \\ x\ln^2 5 + y\ln 5\times\ln 6 = -2\ln 6\times\ln 5 - 2\ln^2 5 & (4) \end{cases}$$

បូកសមីការ (3) និង (4) គេបាន $\left(\ln^2 5 - \ln 4\times\ln 6\right)x = 2\left(\ln 4\times\ln 6 - \ln^2 5\right) \Rightarrow x = -2$

តាមសមីការ $4^x\times 5^y = \frac{1}{400}$ គេទាញបាន $4^{-2}\times 5^y = \frac{1}{400}$ នោះ $5^y = \frac{16}{400} = \frac{1}{25} = 5^{-2} \Rightarrow y = -2$

ដូចនេះ $x = -2$. $y = -2$ ជាគូចម្លើយប្រព័ន្ធសមីការ ។

ខ. $\begin{cases} 4^x\times 3^{y+1} + 27^y = 171 & (1) \\ 8^x + 2^x\times 3^{1+2y} = 172 & (2) \end{cases}$

គេមាន $\begin{cases} 4^x\times 3^{y+1} + 27^y = 171 & (1) \\ 8^x + 2^x\times 3^{1+2y} = 172 & (2) \end{cases}$

ដោយបូកសមីការ (1) និង (2) អង្គនិងអង្គគេបាន ៖

$8^x + 4^x\times 3^{y+1} + 2^x\times 3^{1+2y} + 27^y = 343$

$\left(2^x\right)^3 + 3\left(2^x\right)^2\left(3^y\right) + 3\left(2^x\right)\left(3^y\right)^2 + \left(3^y\right)^3 = 343$

$$\left(2^x + 3^y\right)^3 = 343$$

$$2^x + 3^y = 7 \quad (3)$$

ដោយដកសមីការ (1) និង (2) អង្គនិងអង្គគេបាន ៖

$27^x - 2^x\times 3^{1+2y} + 4^x\times 3^{y+1} - 8^x = -1$

$\left(3^y\right)^3 - 3\left(3^y\right)^2\left(2^x\right) + 3\left(2^x\right)^2\left(3^y\right) - \left(2^x\right)^3 = -1$

$$\left(3^y - 2^x\right)^3 = -1$$

$$2^x - 3^y = 1 \quad (4)$$

តាម (3) និង (4) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 & (3) \\ 2^x - 3^y = 1 & (4) \end{cases}$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយសមីការនេះគេបានឬសរបស់វាគឺ៖ $x = 2$, $y = 1$ ។

លំហាត់អនុវត្តន៍៖

១.ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $(x+1)^{x^2-4x+3} = 1$

ខ. $x^{x^2-5x+6} = 1$

គ. $3^{4x+8} - 4.3^{2x+5} + 27 = 0$

ឃ. $(2,5)^{x^2+x-3} = (0,4)^{2x-1}$

ង. $3^{2x^2-6x+3} + 6^{x^2-3x+1} = 2^{2x^2-6x+3}$

ច. $2^{x^2-x+8} = 4^{1-3x}$

ឆ. $2^x.3^{x-1}.5^{x-2} = 12$

ជ. $3^{x+1} + 3^{x-2} - 3^{x-3} + 3^{x-4} = 750$

ឈ. $7\cdot 3^{x-1}-5^{x+2}=3^{x+4}-5^{x+3}$

ញ. $2^{x-1}-3^{x}=3^{x-1}-2^{x+2}$

២.ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $\left(3+\sqrt{5}\right)^{x}+16\left(3-\sqrt{5}\right)^{x}=2^{x+3}$

ខ. $3^{x}+4^{x}=5^{x}$

គ. $3^{x}+4^{x}+5^{x}=6^{x}$

ឃ. $13^{x}-12^{x}=5^{x}$

ង. $20^{x^2-3x+4}+21^{x^2-3x+4}=29^{x^2-3x+4}$

៣.ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម

ក. $\begin{cases}4^{x+y}=128\\5^{3x-2y-3}=1\end{cases}$

ខ. $\begin{cases}2^{x^2+y}=4^{\frac{y^2+x}{2}}\\\sqrt{xy}=2\end{cases}$

គ. $\begin{cases}\frac{1}{3}\sqrt[y]{9}=9^{\frac{x}{2y}}\\\frac{x+3y}{x}=\frac{2x}{y}-4\end{cases}$

១.៥ វិសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

គេមានអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $y=a^{x}$ ដែល $a>0, a\neq 1$ និង $x\in\mathbb{R}$

- បើ $a>1$ នោះ: $\begin{cases}a^{f(x)}\geq a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)\geq g(x)\\a^{f(x)}\leq a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)\leq g(x)\end{cases}$
- បើ $0<a<1$ នោះ: $\begin{cases}a^{f(x)}\geq a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)\leq g(x)\\a^{f(x)}\leq a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)\geq g(x)\end{cases}$

<u>លំហាត់</u>

ដោះស្រាយវិសមីការ

ក. $27^{3x+5}>81^{4x-1}$

ខ. $\frac{1}{6}^{2x-10}\leq\frac{1}{36}^{3x+3}$

គ. $(0.5)^{x+3}<(0.125)^{4x-6}$

ឃ. $5^{2x+1}>5^{x}+4$

ង. $6^{4x}-6>1290$

ច. $2^{x+2}-2^{x+3}-2^{x+4}>5^{x+1}-5^{x+2}$

ឆ. $4^{x}-3.2^{x}-4<0$

ជ. $2^{2x+1}-21.2^{-2x-3}+2\geq 0$

ឈ. $4^{x}-2.5^{2x}-10^{x}>0$

ញ. $x^{2}.5^{x}-5^{2+x}<0$

ដ. $\frac{1}{25^{x}}-5^{-x+1}\geq 50$

ឋ. $2^{x}+2^{|x|}\geq 2\sqrt{2}$

ឌ. $16^{-x}<\frac{1}{256}$

ឍ. $2^{x}\times 8^{1-x}\geq\frac{1}{4}$

ណ. $3^{x^2-2x}<27$

ចម្លើយ

ក. $27^{3x+5}>81^{4x-1}$

$$\left(3^3\right)^{3x+5}>\left(3^4\right)^{4x-1}$$

$$3^{9x+15}>3^{16x-4}$$

$$9x+15>16x-4$$

$$-7x>-19$$

$$x<\frac{19}{7}$$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x\in\left(-\infty,\frac{19}{7}\right)$

ខ. $\frac{1}{6}^{2x-10}\le\frac{1}{36}^{3x+3}$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x-10}\le\left(\frac{1}{6}\right)^{2(3x+3)}$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x-10}\le\left(\frac{1}{6}\right)^{6x+6}$$

$$2x-10\ge 6x+6$$

$$-4x\ge 16$$

$$x\le -4$$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x\in(-\infty,-4]$

គ. $(0.5)^{x+3}<(0.125)^{4x-6}$

$$(0.5)^{x+3}<(0.5)^{3(4x-6)}$$

$$x+3>12x-18$$

$$-11x>-21$$

$$x<\frac{21}{11}$$

ដូចនេះ ចម្លើវិសមីការគឺ $x\in\left(-\infty,\frac{21}{11}\right)$

ឃ. $5^{2x+1}>5^x+4$

$$5\times5^{2x}-5^x-4>0$$

តាង $t=5^x$, $t>0$

$5t^2 - t - 4 > 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(5)(-4) = 81$

$t_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 1$

$t_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\dfrac{4}{5}$

គេបាន $t > 1$

ឬ $5^x > 1 \Rightarrow x > 0$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in (0, +\infty)$

ង. $6^{4x} - 6 > 1290$

$6^{4x+1} > 1296$

$6^{4x+1} > 6^4$

$4x + 1 > 4$

$4x > 3$

$x > \dfrac{3}{4}$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in \left(\dfrac{3}{4}, +\infty\right)$

ច. $2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$

$4\times 2^x - 8\times 2^3 - 16\times 2^x > 5\times 5^x - 25\times 5^x$

$-20\times 2^x > -20\times 5^x$

$2^x > 5^x$

$\left(\dfrac{2}{5}\right)^x > 1$

$x < 0$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in (-\infty, 0)$

ឆ. $4^x - 3.2^x - 4 < 0$

$2^{2x} - 3\times 2^x - 4 < 0$

តាង $t = 2^x$, $t > 0$

$t^2 - 3t - 4 < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 25$

$t_1 = 4, t_2 = -1$

$t \in (0, 4)$

$\Rightarrow 2^x < 4$

$x < 2$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x\in(-\infty,2)$

ជ. $2^{2x+1}-21.2^{-2x-3}+2\geq 0$

$2\times 2^{2x}-21\times 2^{-(2x+3)}+2\geq 0$

$2\times 2^{2x}-21\times\left(\frac{1}{2^{2x+3}}\right)+2\geq 0$

$2\times 2^{2x}-21\left(\frac{1}{8\times 2^{2x}}\right)+2\geq 0$

$\frac{16\times 2^{2x}\times 2^{x}}{8\times 2^{2x}}-\frac{21}{8\times 2^{2x}}+\frac{16\times 2^{2x}}{8\times 2^{2x}}\geq 0$

តាង $t=2^{2x}$, $t>0$

$16t^2-21+16t\geq 0$

$\Delta^{'}=\left(b^{'}\right)^2-ac=400, b^{'}=\frac{b}{2}=8$

$t_1=\frac{-b^{'}-\sqrt{\Delta^{'}}}{a}=-\frac{7}{4}$

$t_2=\frac{-b^{'}+\sqrt{\Delta^{'}}}{a}=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow t\in\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$

$2^{x}\geq\frac{3}{4}$

$x\geq\log_2\frac{3}{4}$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x\in[\log_2\frac{3}{4},+\infty)$

ឈ. $4^{x}-2.5^{2x}-10^{x}>0$

ចែកនឹង 4^{x} គេបាន

$1-\frac{2\times 5^{2x}}{4^{x}}-\frac{10^{x}}{4^{x}}>0$

$1>2\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}+\left(\frac{5}{2}\right)^{x}$

$2\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}+\left(\frac{5}{2}\right)^{x}<1$

តាង $t=\left(\frac{5}{2}\right)^{x}$, $t>0$

$2t^2+t<1$

$2t^2+t-1<0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 9$

$t_1 = \frac{1}{2}, t_2 = -1 \quad \Rightarrow 0 < t < \frac{1}{2}$

$\left(\frac{5}{2}\right)^x < \frac{1}{2}$

$x < \log_{\frac{5}{2}} \frac{1}{2}$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in (-\infty, \log_{\frac{5}{2}} \frac{1}{2})$

ញ. $x^2.5^x - 5^{2+x} < 0$

$x^2 \times 5^x < 5^2 \times 5^x$

$x^2 < 25 \quad , \quad \left(x^2 = 5^2 \quad \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 5\right)$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in \left(-5, 5\right)$

ដ. $\frac{1}{25^x} - 5^{-x+1} \geq 50$

$25^{-x} - 5^{-x+1} \geq 50$

$5^{-2x} - 5 \times 5^{-x} \geq 50$

តាង $t = 5^{-x} \quad , \quad t > 0$

$t^2 - 5t \geq 50$

$t^2 - 5t - 50 \geq 0$

$\Delta = 225$

$t_1 = 10, t_2 = -5$

$5^{-x} \geq 10$

$x \leq -\log_5 10$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in (-\infty, -\log_5 10]$

ឋ. $2^x + 2^{|x|} \geq 2\sqrt{2}$

- ករណី $x \geq 0$ $\quad 2^x + 2^x \geq 2\sqrt{2}$

  $2 \times 2^x \geq 2\sqrt{2}$

  $2^x \geq \sqrt{2}$

  $x \geq \frac{1}{2}$

- ករណី $x < 0$ $\quad 2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2}$

$$2^x + \frac{1}{2^x} \ge 2\sqrt{2}$$

$$2^x \times 2^x + 1 \ge 2\sqrt{2} \times 2^x$$

$$2^{2x} + 1 \ge 2\sqrt{2} \times 2^x$$

$$2^{2x} - 2\sqrt{2} \times 2^x + 1 \ge 0$$

តាង $t = 2^x$, $t > 0$

$t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 \ge 0$

$\Delta = 4$

$t_1 = \sqrt{2} + 1, t_2 = \sqrt{2} - 1$

$\Rightarrow 0 \le t \le \sqrt{2} - 1$, $t \ge \sqrt{2} + 1$

$0 \le t \le \sqrt{2} - 1 \Rightarrow 0 \le 2^x \le \sqrt{2} - 1 \quad \Leftrightarrow \quad x \le \log_2\left(\sqrt{2} - 1\right)$

$t \ge \sqrt{2} + 1 \Rightarrow 2^x \ge \sqrt{2} + 1 \quad \Leftrightarrow \quad x \ge \log_2\left(\sqrt{2} + 1\right)$

ដូចនេះ $x \in \left(-\infty , \log_2\left(\sqrt{2} - 1\right)\right) \cup \left(\log_2\left(\sqrt{2} + 1\right) , +\infty\right)$

ឌ. $16^{-x} < \frac{1}{256}$

$$\frac{1}{16^x} < \frac{1}{16^2}$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^x < \left(\frac{1}{16}\right)^2$$

$$x > 2$$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in \left(2 , +\infty\right)$

ឍ. $2^x \times 8^{1-x} \ge \frac{1}{4}$

$$2^x \times 2^{3(1-x)} \ge \frac{1}{4}$$

$$2^x \times 2^{3-3x} \ge 2^{-2}$$

$$2^{-2x+3} \ge 2^{-2}$$

$$-2x + 3 \ge -2$$

$$-2x \ge -5$$

$$x \le \frac{5}{2}$$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in (-\infty, \frac{5}{2}]$

ណ. $3^{x^2 - 2x} < 27$

$$3^{x^2-2x} < 3^3$$
$$x^2 - 2x < 3$$
$$x^2 - 2x - 3 < 0$$
$$\Delta = 16$$
$$x_1 = 3, x_2 = -1$$

ដូចនេះ ចម្លើយវិសមីការគឺ $x \in (-1,3)$

១.៦ អនុវត្តន៍លើអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

១.៦.១ ប្រាក់កំណើន

ពូសុខ ទិញបណ្ណ័សន្សំប្រាក់ពីធនាគារតម្លៃ 50 000 រៀល ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ផ្គួប 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ បើគាត់បន្តទុកប្រាក់នោះនៅធនាគារបាន 3ឆ្នាំ តើប្រាក់របស់គាត់សរុបត្រូវជាប៉ុន្មាន ?

ឆ្នាំទី១ ការប្រាក់ $50\,000 \times \frac{6}{100} = 3\,000$ រៀល

ប្រាក់សរុបក្នុងឆ្នាំទី១ $50\,000 + 3000 = 53000$ រៀល

ឆ្នាំទី២ ការប្រាក់ $53\,000 \times \frac{6}{100} = 3\,180$ រៀល

ប្រាក់សរុបក្នុងឆ្នាំទី២ $53\,000 + 3180 = 56\,180$ រៀល

ឆ្នាំទី៣ ការប្រាក់ $56\,180 \times \frac{6}{100} = 3\,3708$ រៀល

ប្រាក់សរុបក្នុងឆ្នាំទី៣ $56\,180 + 3\,3708 = 59\,5508$ រៀល

ដូចនេះ បើតាង P ជាចំនួនប្រាក់ដើម ហើយ i ជាអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ នោះ

- ចំនួនការប្រាក់នៃឆ្នាំទី១ គឺ iP
- ចំនួនប្រាក់សរុបនៃឆ្នាំទី១ គឺ $P + iP = P(1+i)$
- ចំនួនប្រាក់សរុបនៃឆ្នាំទី២ គឺ $P(1+i) + P(1+i)i = P(1+i)^2$
- ចំនួនប្រាក់សរុបនៃឆ្នាំទី៣ គឺ $P(1+i)^2 + P(1+i)^2 = P(1+i)^3$

- ចំនួនប្រាក់សរុបនៃឆ្នាំទី t គឺ $P(1+i)^t$

ជាទូទៅ បើតាង P ជាប្រាក់ដើម i ជាអត្រាការប្រាក់ប្រចាំឆ្នាំ t ជាចំនួនឆ្នាំ នោះ ចំនួនប្រាក់សរុប គឺ $A = P(1+i)^t$

❖ សម្គាល់

- រូបមន្ត $A = P(1+i)^t$ ប្រើបានតែក្នុងករណីទូទាត់ការប្រាក់មួយឆ្នាំម្តង

- ករណីទូទាត់ការប្រាក់មួយឆមាសម្តងគេប្រើ $A=P\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2t}$ ព្រោះមួយឆ្នាំទូទាត់ការប្រាក់ពីរដងនាំឲ្យ t ឆ្នាំទូទាត់ $2t$ ហើយមួយឆ្នាំទទួលការប្រាក់ i នាំឲ្យមួយឆមាសទទួលអត្រាការប្រាក់ $\frac{i}{2}$ ។
- ករណីទូទាត់ការប្រាក់មួយត្រីមាសម្តងគេប្រើ $A=P\left(1+\frac{i}{4}\right)^{4t}$ ព្រោះមួយឆ្នាំទូទាត់ការប្រាក់បួនដងនាំឲ្យ t ឆ្នាំទូទាត់ $4t$ ហើយមួយឆ្នាំទទួលការប្រាក់ i នាំឲ្យមួយត្រីមាសទទួលការប្រាក់ $\frac{i}{4}$

ជាទូទៅ	បើ n ជាចំនួនដងនៃការទូទាត់ការប្រាប់ក្នុងមួយឆ្នាំ គេបាន រូបមន្ត $A=P\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nt}$

លំហាត់គំរូ ១ នៅឆ្នាំ 1987 អ្នកវិនិយោគទុនម្នាក់បានទិញដីមួយកន្លែងថ្លៃ 84 000 ដុល្លារ ហើយនៅឆ្នាំ 2007 គាត់បានលក់ដីនោះវិញដោយទទួលបានតម្លៃ 49លានដុល្លារ ។ តើក្នុងមួយឆ្នាំអ្នកវិនិយោគទុននោះទទួលបានអត្រាការប្រាក់ចំណេញចំនួនប៉ុន្មាន បើប្រាក់របស់គាត់កើនពី 84 000 ដុល្លារ ដល់ 49 លានដុល្លារ ក្នុងរយៈពេលឆ្នាំ 20។

ចម្លើយ

តាង i ជាអត្រាការប្រាក់ចំណេញ

គេបាន $84000(1+i)^{20}=49\,000\,000$

$$(1+i)^{20}=\frac{49\,000\,000}{84000}$$

$$(1+i)^{20}=\frac{49\,000}{84} \quad \text{(លើកឬសទី 20)}$$

$$1+i=1.375 \quad \text{ឬស} \quad i=0.375$$

ដូចនេះ ក្នុងមួយឆ្នាំអ្នកវិនិយោគទុនទទួលបានអត្រាការប្រាក់ចំណេញ 37.5 % ។

លំហាត់គំរូ ២ នៅឆ្នាំ1996 មានសិស្សប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំនួន 3 405 នាក់ហើយចំនួននេះមានការកើនឡើង 30 % ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។

ក. ចូរសរសេរសមីការដែលបង្ហាញចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 1996 ។

ខ. តើនៅឆ្នាំ 2006 មានសិស្សប៉ុន្មាននាក់បានប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ។

ចម្លើយ

ក. សមីការសិស្សប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រនៅឆ្នាំ 1996

ប្រើរូបមន្ត $y=C(1+r)^t$ ដែល $C=3405$ ចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់

$r=30\%=0.30$ អត្រាសិស្សប្រឡងជាប់

t ឆ្នាំដែលសិស្សប្រឡងជាប់

y ចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 1996

គេបាន $y = 3405(1+0.30)^t$

ដូចនេះ សមីការតាងសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 1996 គឺ $y = 3405(1.30)^t$

ខ. ចំនួនសិស្សប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 2006

តាមសមីការខាងលើ $y = 3405(1.30)^t$ ដែល $t = 2006-1996 = 10$

គេបាន $y = 3405(1.30)^{10} = 46941$

ដូចនេះ ចំនួនសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់នៅឆ្នាំ 2006 គឺ 46941 នាក់ ។

១.៦.២ ប្រាក់តំហយ

បើគេខ្ចីប្រាក់ដើម P មានអត្រាការប្រាក់ក្នុង1ឆ្នាំ i និង n ជាចំនួនដងនៃការទូទាត់ការប្រាក់ក្នុង1 ឆ្នាំនោះចំនួនប្រាក់ដែលត្រូវសងសរុបក្នុងរយៈពេល t ឆ្នាំ គឺ $A = P\left(1-\frac{i}{n}\right)^{nt}$ ។

លំហាត់គំរូ ១ កសិករម្នាក់ទិញត្រាក់ទ័រមួយគ្រឿងសម្រាប់ភ្ជួរស្រែ ក្នុងតម្លៃ 50 000 ដុល្លារ ។ ត្រាក់ទ័រនោះចុះថ្លៃ 10 % ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។ រកតម្លៃត្រាក់ទ័រក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ប្រើរូបមន្ត $y = C(1-r)^t$ ដែល $C = 50000$ ជាតម្លៃទិញ

ដោយ $r = 10\% = 0.10$ ជាអត្រាចុះថ្លៃ

$t = 7$ ជាចំនួនឆ្នាំ

y ជាតម្លៃលក់នៅឆ្នាំក្រោយពីចុះថ្លៃ

គេបាន $y = 50\,000(1-0.10)^7 = 23914.85$

ដូចនេះ ក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ តម្លៃត្រាក់ទ័រនៅសល់ត្រឹមតែ 23914.85 ដុល្លារ ។

<u>លំហាត់</u>

១ ពូស៊ុយបានយកប្រាក់មួយចំនួនទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ រយៈពេល 5 ឆ្នាំក្រោយមកគាត់បានដកប្រាក់ពីធនាគារនោះវិញ ដោយទទួលបានប្រាក់សរុបចំនួន 1000 ដុល្លារ ។ តើពូស៊ុយមានប្រាក់ដើមចំនួនប៉ុន្មាន ?

២ មនុស្សម្នាក់មានអាយុ 20 ឆ្នាំ បានយកប្រាក់ 1 000 ដុល្លារ ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 12 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើគាត់មានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មាន បើបច្ចុប្បន្នគាត់មានអាយុ 60 ឆ្នាំ ។

៣ មីងសយបានយកប្រាក់មួយចំនួនទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ រយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយមក គាត់បានដកប្រាក់ពីធនាគារនោះវិញ ដោយទទួល

បានប្រាក់សរុបចំនួន 3 00 ដុល្លារ។ តើមីងសយមានប្រាក់ដើមចំនួនប៉ុន្មាន ?

៤ មនុស្សម្នាក់មានអាយុ 30 ឆ្នាំ បានយកប្រាក់ 5 0000 រៀល ទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 4 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើគាត់មានប្រាក់សរុបចំនួនប៉ុន្មានបើបច្ចុប្បន្នគាត់មានអាយុ 65 ឆ្នាំ ។

៥ មនុស្សម្នាក់បានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងម៉ាកតូយ៉ូតាកាម៉ារី (*TOYOTA Camry*) ក្នុងតម្លៃ 3900ដុល្លារ។ រថយន្តនោះចុះថ្លៃ 14 % ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 10 ឆ្នាំក្រោយ ។

៦ ពូស៊ុយបានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងក្នុងតម្លៃ 45 000 ដុល្លារ ។ រថយន្តនោះចុះថ្លៃ 15 % ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ ។

ចម្លើយ

១ រកប្រាក់ដើមរបស់ពូស៊ុយ

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$

ដោយ ប្រាក់សរុប $A = 1000$ ដុល្លារ

អត្រាការប្រាក់ $i = 9\% = 0.09$

រយៈពេល $t = 5$ ឆ្នាំ

គេបាន $1000 = P(1+0.09)^5$

$1000 = P(1.09)^5$

$1000 = 1.5386239 \times P$

នាំឲ្យ $P = \dfrac{1000}{1.538623} = 649.93$

ដូចនេះ ប្រាក់ដើមរបស់ពូស៊ុយមានចំនួន $P = 649.93$ ដុល្លារ

២ រកប្រាក់សរុប

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$

ដោយ ប្រាក់ដើម $P = 1000$ ដុល្លារ

អត្រាការប្រាក់ $i = 12\% = 0.12$

រយៈពេល $t = 60 - 20 = 40$

គេបាន $A = 1000(1+0.12)^{40} = 93\,050.07$ ដុល្លារ

ដូចនេះ ប្រាក់សរុបរបស់គាត់គឺ $A = 93\,050.07$ ដុល្លារ

៣ រកប្រាក់ដើមរបស់មីងសយ

តាមរូបមន្ត $A = P(1+i)^t$

ដោយ ប្រាក់សរុប $A = 300$

អត្រាការប្រាក់ $i = 6\% = 0.06$

រយៈពេល $t=7$ ឆ្នាំ

គេបាន $300=P(1+0.06)^7$

$300=1.5036303\times P$

នាំឲ្យ $P=\dfrac{300}{1.5036303}=199.54$

ដូចនេះ ប្រាក់ដើមរបស់មីងសយមានចំនួន $P=199.54$ ដុល្លារ

៤ រកប្រាក់សរុប

តាមរូបមន្ត $A=P(1+i)^t$

ដោយ ប្រាក់ដើម $P=50000$ រៀល

អត្រាការប្រាក់ $i=4\%=0.04$

រយៈពេល $t=65-30=35$

គេបាន $A=50000(1+0.04)^{35}=197\,304.45$ រៀល

ដូចនេះ ប្រាក់សរុបរបស់គាត់គឺ $A=197\,304.45$ រៀល

៥ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល10ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $A=P(1-i)^t$

ដោយ តម្លៃដើម $P=3900$ ដុល្លារ

អត្រាការប្រាក់ $i=14\%=0.14$

រយៈពេល $t=10$ ឆ្នាំ

គេបាន $A=3900(1-0.14)^{10}=863.07$

ដូចនេះ រយៈពេល10ឆ្នាំក្រោយរថយន្តមានតម្លៃ $A=863.07$ ដុល្លារ

៦ រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $A=P(1-i)^t$

ដោយ តម្លៃដើម $P=45\,000$ ដុល្លារ

អត្រាការប្រាក់ $i=15\%=0.15$

រយៈពេល $t=7$ ឆ្នាំ

គេបាន $A=45000(1-0.15)^7=14\,425.97$ ដុល្លារ

ដូចនេះ រយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយរថយន្តមានតម្លៃ $A=14\,425.97$ ដុល្លារ

មេរៀនទី ២ អនុគមន៍លោការីត

២.១ អនុគមន៍លោការីត

២.១.១ សញ្ញាណនៃអនុគមន៍លោការីត

បើគេមានសមីការ $x^2=3$, $(x\geq 0)$ នោះគេទាញបាន $x=\sqrt{3}$

ជាទូទៅ បើគេមានសមីការ $y^2=x$, $(x\geq 0)$, $(y\geq 0)$ នោះគេទាញបាន $y=\sqrt{x}$ ឬ $f(x)=\sqrt{x}$ ហៅថា អនុកមន៍ឫសការេ វាជាអនុកមន៍ច្រាសនៃអនុកមន៍ការេ។

ដូចគ្នាដែរ បើគេមានសមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $2^x=3$ គេប្រើសញ្ញា $\log_2 3$ ដើម្បីសំគាល់ឱ្យតម្លៃ x គឺ $x=\log_2 3$ ។

❖ សម្គាល់

$\log_2 3$ អានថាលោការីតគោល 2 នៃ 3

បើ $2^x=y$, $(y\geq 0)$ នោះគេបាន $x=\log_2 y$

$x=\log_2 y$ ឬ $f(x)=\log_2 x$ ហៅថា អនុគមន៍លោការីគោល 2 វាជាអនុកមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល 2^x ។

> និយមន័យ : បើគេមាន $a^x=y$ នោះ $x=\log_a y,\ y>0,\ a>0,\ a\neq 1$ ហើយ $f(x)=a^x$
>
> មានអនុមន៍ច្រាស $f^{-1}(x)=\log_a x$ ជាអនុគមន៍លោការីតគោល a នៃ x ។

ចំពោះ $a=10$, $\log_{10} x$ ហៅថា លោការីទសភាគ គេអាចសរសេរដោយងាយ $\log x$

ឧទាហរណ៍១៖ គណនា $\log_2 64$, $\log_3 243$, $\log_2 \frac{1}{16}$, $\log_2 1$

<u>ចម្លើយ</u>

គេគណនាតម្លៃលោការីត តាមអនុគមន៍ច្រាស

$a^x=y$ សមមូល $x=\log_a y$

- ចំពោះ $\log_2 64$

តាង $\log_2 64=x$ សមមូល $64=2^x$ ឬ $2^6=2^x$ គេបាន $x=6$

ហេតុនេះ $\log_2 64=6$ ។

- ចំពោះ $\log_3 243$

តាង $\log_3 243=x$ សមមូល $243=3^x$ ឬ $3^5=3^x$ គេបាន $x=5$

ហេតុនេះ $\log_3 243=5$ ។

- ចំពោះ $\log_2 \frac{1}{16}$

តាង $\log_2 \frac{1}{16} = x$ សមមូល $\frac{1}{16} = 2^x$ ឬ $2^{-4} = 2^x$ គេបាន $x = -4$

ហេតុនេះ $\log_2 \frac{1}{16} = -4$ ។

- ចំពោះ $\log_2 1$

តាង $\log_2 1 = x$ សមមូល $1 = 2^x$ ឬ $2^0 = 2^x$ គេបាន $x = 0$

ហេតុនេះ $\log_2 1 = 0$ ។

២.២ លក្ខណៈ និងរូបមន្តនៃអនុគមន៍លោការីត

ចំពោះ $x > 0$, $y > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$

❖ លក្ខណៈប្រមាណវិធីនៃអនុគមន៍លោការីត

1) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

2) $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

❖ រូបមន្តប្តូរគោលនៃអនុគមន៍លោការីត

3) $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$

4) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$; $a \neq b$, $b > 0$, $b \neq 1$

5) $\log_a x = \log_a b \times \log_b x$; $b > 0$, $b \neq 1$

❖ លក្ខណៈនៃលោការីត

6) $\log_a 1 = 0$

7) $\log_a a = 1$

8) $\log_a a^n = n$

9) $a^{\log_a n} = n$

10) $\log_a x^n = n\log_a x$

11) $\log_{a^n} x = \frac{1}{n}\log_a x$

12) $\log_{a^n} x^m = \frac{m}{n}\log_a x$

<u>សម្រាយបញ្ជាក់រូបមន្ត</u>

❖ លក្ខណៈប្រមាណវិធីនៃអនុគមន៍លោការីត

1) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

តាង $m = \log_a x \Rightarrow a^m = x$

$n = \log_a y \Rightarrow a^n = y$

យើងបាន $x \cdot y = a^m \cdot a^n = a^{m+n} \Rightarrow m + n = \log_a(x \cdot y)$

តែ $m + n = \log_a x + \log_a y$

នាំឲ្យ $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

គេបាន $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

2) $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

តាង $m = \log_a x \Rightarrow a^m = x$

$n = \log_a y \Rightarrow a^n = y$

យើងបាន $\frac{x}{y}=\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\Rightarrow m-n=\log_a\left(\frac{x}{y}\right)$

តែ $m-n=\log_a x-\log_a y$

នាំឲ្យ $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$

គេបាន $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$

❖ រូបមន្តប្តូរគោលនៃអនុគមន៍លោការីត

3) $\log_a x=\frac{1}{\log_x a}$

តាង $m=\log_a x \Rightarrow x=a^m$

$n=\log_x a \Rightarrow a=x^n$

យើងបាន $x=a^m=\left(x^n\right)^m=x^{mn} \Rightarrow mn=1$

នោះ $mn=(\log_a x)(\log_x a)=1$

ឬ $\log_a x=\frac{1}{\log_x a}$

គេបាន $\log_a x=\frac{1}{\log_x a}$

4) $\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$

តាង $y=\log_a x \Rightarrow x=a^y$

យើងបាន $\log_b x=\log_b a^y=y\log_b a$

ឬ $y=\frac{\log_b x}{\log_b a}$ តែ $y=\log_a x$

គេបាន $\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$

5) $\log_a x=\log_a b\times\log_b x$

គេមាន $\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}=\log_b x\times\log_a b$

គេបាន $\log_a x=\log_a b\times\log_b x$

❖ លក្ខណៈនៃលោការីត

6) $\log_a 1=0$

តាង $x=\log_a 1 \Rightarrow a^x=1$

ឬ $a^x=a^0 \Rightarrow x=0$

គេបាន $\log_a 1=0$

7) $\log_a a = 1$

តាង $x = \log_a a \quad \Rightarrow \quad a^x = a$

ឬ $a^x = a^1 \quad \Rightarrow \quad x = 1$

គេបាន $\log_a a = 1$

8) $\log_a a^n = n$

តាង $x = \log_a a^n \quad \Rightarrow a^x = a^n$

ឬ $x = n$

គេបាន $\log_a a^n = n$

9) $a^{\log_a n} = n$

តាង $x = a^{\log_a n} \quad \Rightarrow \log_a x = \log_a n$

ឬ $x = n$

គេបាន $a^{\log_a n} = n$

10) $\log_a x^n = n\log_a x$

គេមាន $\log_a x^n = \log_a \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_{n}$

ឬ $\log_a x^n = \underbrace{\log_a x + \log_a x + \log_a x + \cdots + \log_a x}_{n} = n\log_a x$

គេបាន $\log_a x^n = n\log_a x$

11) $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n}\log_a x$

គេមាន $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{\log_x a^n} = \dfrac{1}{\log_x \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n}}$

ឬ $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{\underbrace{\log_x a + \log_x a + \log_x a + \cdots + \log_x a}_{n}} = \dfrac{1}{n\log_x a}$

$\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n}\log_a x$

គេបាន $\log_{a^n} x = \dfrac{1}{n}\log_a x$

12) $\log_{a^n} x^m = \dfrac{m}{n}\log_a x$

តាមលក្ខណៈទី 6) & 7) : $\log_{a^n} x^m = \dfrac{m}{n}\log_a x$

គេបាន $\log_{a^n} x^m = \dfrac{m}{n}\log_a x$

លំហាត់

ចូរគណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$A = \log_{\frac{1}{25}} 5\sqrt[4]{5}$

$B = \log_2 8 \times \log_{\frac{1}{8}} 4$

$C = \log_{\sqrt{3}} \dfrac{1}{9} \times \log_{\frac{1}{5}}\left(5\sqrt{5}\right)$

$D = 5^{3-2\log_5 4}$

$E = 9^{\frac{1}{2}\log_3 2 - 2\log_{27} 3}$

$F = 4^{\log_2 3} + 9^{\log_{\sqrt{3}} 2}$

$G = \dfrac{25^{\log_5 6} + 49^{\log_7 8} - 3}{3^{1+\log_9 4} + 4^{2-\log_2 3} - 5^{\log_{125} 27}}$

$H = \log_3 6 \times \log_8 9 \times \log_6 2$

$I = \dfrac{\log_3 4 \times \log_6 8}{\log_6 4 \times \log_9 8}$

$J = 2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$

$K = \dfrac{\left(27^{\frac{1}{\log_2 3}} + 5^{\log_{25} 49}\right)\left(81^{\frac{1}{\log_4 9}} - 8^{\log_4 9}\right)}{3 + 5^{\frac{1}{\log_{16} 25}} \times 5^{\log_5 3}}$

$L = \log_6 \dfrac{1}{3} + \log_6 \dfrac{1}{12} - 27^{\log_3 5} - \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}^2 16 + 9^{\frac{1}{\log_7 3}} + 4^{\frac{1}{\log_9 2}} + \log_3 \tan\dfrac{\pi}{4}}$

$M = \lg\left(\tan 1^0\right) + \lg\left(\tan 2^0\right) + \ldots + \lg\left(\tan 88^0\right) + \lg\left(\tan 89^0\right)$

ដំណោះស្រាយ

គណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

$$A = \log_{\frac{1}{25}} 5\sqrt[4]{5} = \log_{5^{-2}} 5^{1+\frac{1}{4}} = \dfrac{\frac{5}{4}}{-2}\log_5 5 = -\dfrac{5}{8}$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{A = -\dfrac{5}{8}}$

$$B = \log_2 8 \times \log_{\frac{1}{8}} 4 = \log_2 2^3 \times \log_{2^{-3}} 2^2 = 3\left(-\dfrac{2}{3}\log_2 2\right) = -2$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{B = -2}$

$$C = \log_{\sqrt{3}} \dfrac{1}{9} \times \log_{\frac{1}{5}}\left(5\sqrt{5}\right) = \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^{-2} \times \log_{5^{-1}} 5^{\frac{3}{2}} = -4 \cdot \dfrac{3}{-2}\log_3 3 \times \log_5 5 = 6$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{C = 6}$

$$D=5^{3-2\log_5 4}=\frac{5^3}{5^{2\log_5 4}}=\frac{5^3}{5^{\log_5 4^2}}=\frac{125}{16}$$

ដូចនេះ $\boxed{D=\frac{125}{16}}$

$$E=9^{\frac{1}{2}\log_3 2-2\log_{27} 3}=\frac{\left(3^2\right)^{\frac{1}{2}\log_3 2}}{\left(3^2\right)^{2\log_{3^3} 3}}=\frac{3^{\log_3 2}}{3^{\frac{4}{3}\log_3 3}}=\frac{2}{3^{\frac{4}{3}}}=\frac{2\sqrt[3]{9}}{9}$$

ដូចនេះ $\boxed{E=\frac{2\sqrt[3]{9}}{9}}$

$$F=4^{\log_2 3}+9^{\log_{\sqrt{3}} 2}=2^{2\log_2 3}+3^{2\log_{3^{\frac{1}{2}}} 2}=2^{\log_2 3^2}+3^{\log_3 2^4}=9+16=25$$

ដូចនេះ $\boxed{F=25}$

$$G=\frac{25^{\log_5 6}+49^{\log_7 8}-3}{3^{1+\log_9 4}+4^{2-\log_2 3}-5^{\log_{125} 27}}=\frac{5^{2\log_5 6}+7^{2\log_7 8}-3}{3\cdot 3^{\log_{3^2} 2^2}+\frac{4^2}{2^{2\log_2 3}}-5^{\log_{5^3} 3^3}}$$

$$=\frac{5^{\log_5 6^2}+7^{\log_7 8^2}-3}{3\cdot 3^{\log_3 2}+\frac{16}{2^{\log_2 3^2}}-5^{\log_5 3}}=\frac{36+64-3}{3\cdot 2+\frac{16}{9}-3}=\frac{97}{\frac{43}{9}}=\frac{873}{43}$$

ដូចនេះ $\boxed{G=\frac{873}{43}}$

$$H=\log_3 6\times\log_8 9\times\log_6 2=\log_3 6\times\log_{2^3} 3^2\times\log_6 2$$

$$=\frac{2}{3}\log_3 3\times\log_2 2\times\log_6 6=\frac{2}{3}$$

ដូចនេះ $\boxed{H=\frac{2}{3}}$

$$I=\frac{\log_3 4\times\log_6 8}{\log_6 4\times\log_9 8}=\frac{\log_4 6\times\log_6 8}{\log_4 3\times\log_9 8}=\frac{\log_6 6\times\log_{2^2} 2^3}{\log_{2^2} 2^3\times\log_{3^2} 3}$$

$$=\frac{\frac{3}{2}\log_2 2}{\frac{3}{2\times 2\log_2 2\times\log_3 3}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2\times 2}}=2$$

ដូចនេះ $\boxed{I=2}$

$$J=2\log_{\frac{1}{3}}6-\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}400+3\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{45}=-2\log_3 6+\frac{1}{2}\log_3 400-3\log_3\sqrt[3]{45}$$

$$=-\log_3 6^2+\log_3 400^{\frac{1}{2}}-\log_3\sqrt[3]{45}^3=\log_3\frac{20}{45\times 36}=\log_3\frac{20}{1620}=\log_3\frac{1}{81}$$

$$=\log_3 3^{-4}=-4$$

ដូចនេះ: $\boxed{J=-4}$

$$K=\frac{\left(27^{\frac{1}{\log_2 3}}+5^{\log_{25}49}\right)\left(81^{\frac{1}{\log_4 9}}-8^{\log_4 9}\right)}{3+5^{\frac{1}{\log_{16}25}}\times 5^{\log_5 3}}=\frac{\left(3^{3\log_3 2}+5^{\log_{5^2}7^2}\right)\left(9^{2\log_9 4}-2^{3\log_{2^2}3^2}\right)}{3+5^{\log_{5^2}4^2}\times 3}$$

$$=\frac{\left(3^{\log_3 2^3}+5^{\log_5 7}\right)\left(9^{\log_9 4^2}-2^{\log_2 3^3}\right)}{3+5^{\log_5 4}\times 3}=\frac{(8+7)(16-27)}{3+4\times 3}=\frac{-165}{15}=-11$$

ដូចនេះ: $\boxed{K=-11}$

$$L=\log_6\frac{1}{3}+\log_6\frac{1}{12}-27^{\log_3 5}-\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}{}^2 16+9^{\frac{1}{\log_7 3}}+4^{\frac{1}{\log_9 2}}+\log_3\tan\frac{\pi}{4}}$$

$$=\log_6\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{12}\right)-3^{3\log_3 5}-\log_{2^{-1}}2^4+3^{2\log_3 7}+2^{2\log_2 9}+\log_3 1$$

$$=\log_6 6^{-2}-3^{\log_3 5^3}+4\log_2 2+3^{\log_3 7^2}+2^{\log_2 9^2}=-2-125+4+49+81$$

$$=7$$

ដូចនេះ: $\boxed{L=7}$

$$M=\lg\left(\tan 1^0\right)+\lg\left(\tan 2^0\right)+\ldots+\lg\left(\tan 88^0\right)+\lg\left(\tan 89^0\right)$$

$$=\lg\left(\tan 1^0\right)+\lg\left(\tan 2^0\right)+\ldots+\lg\left(\tan 45^0\right)+\lg\left[\tan\left(90^0-44^0\right)\right]+\ldots$$

$$+\lg\left[\tan\left(90^0-2^0\right)\right]+\lg\left[\tan\left(90^0-1^0\right)\right]$$

$$=\lg\left(\tan 1^0\right)+\lg\left(\tan 2^0\right)+\ldots+\lg\left(\tan 44^0\right)+\lg\left(\tan 45^0\right)$$

$$+\lg\left(\cot 44^0\right)+\ldots+\lg\left(\cot 2^0\right)+\lg\left(\cot 1^0\right)$$

$$=\lg\left(\tan 1^0\times\cot 1^0\right)+\lg\left(\tan 2^0\times\cot 2^0\right)+\ldots+\lg\left(\tan 44^0\times\cot 44^0\right)$$

$$+\lg\left(\tan 45^0\right)=\lg 1+\lg 1+\ldots+\lg 1+\lg 1=0$$

ដូចនេះ: $\boxed{M=0}$

លំហាត់អនុវត្តន៍

គណនា និងសម្រួលកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $\log_3\left(\log_{2\sqrt{2}}\sqrt[3]{\sqrt{2}}\right)$ $(Answer=-2)$

ខ. $\log_{\sqrt{6}}3\cdot\log_3 36$ $(Answer=4)$

គ. $\log_{\frac{1}{3}}5\cdot\log_{25}\frac{1}{27}$ $\left(Answer=\frac{3}{2}\right)$

ឃ. $\left(\sqrt[3]{9}\right)^{\frac{3}{2\log_5 3}}$ $(Answer=5)$

ង. $25^{\frac{1}{2}+\frac{1}{9}\log_{\frac{1}{5}}27+\log_{125}81}$ $(Answer=45)$

ច. $\log_{3-2\sqrt{2}}\left(27^{\log_9 2}+2^{\log_8 27}\right)$ $(Answer=-1)$

ឆ. $\lg\left(25^{\log_5 6}+49^{\log_7 8}\right)-e^{\ln 3}$ $(Answer=-1)$

ជ. $9^{\frac{1}{\log_6 3}}+4^{\frac{1}{\log_8 2}}-10^{\log 99}$ $(Answer=1)$

ឈ. $\lg\left(\sqrt{81^{\log_3 5}+27^{\log_9 36}}+3^{2\log_9 71}\right)$ $(Answer=2)$

ញ. $4^{1-2\log_2\sqrt[4]{7}}-36^{\log_6 2}+81^{0.25-0.5\log_9 7}$ $(Answer=-3)$

ដ. $\log_3(\log_2 8)$ $(Answer=1)$

ឋ. $36^{\log_6 5}+10^{1-\lg 2}-3^{\log_9 36}$ $(Answer=24)$

ឌ. $\log_3 5\cdot\log_{25}27$ $\left(Answer=\frac{3}{2}\right)$

ឍ. $9^{2\log_3 2+4\log_{81}2}$ $(Answer=64)$

ណ. $\log_{2018}\{\log_4(\log_2 256)-\log_{0.25}[\log_9(\log_4 64)]\}$ $(Answer=0)$

ត. $\log_2 3\times\log_3 4\times\log_4 5\times\ldots\times\log_{2047}2048$ $(Answer=11)$

ប. $\log_a\left(a^2\sqrt[4]{a^3\sqrt[5]{a}}\right)$ $\left(Answer=\frac{14}{5}\right)$

ផ. $(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab}b)\log_b a-1$ $(Answer=\log_a b)$

ម. $\lg\left|\log_{\frac{1}{a^3}}\sqrt[5]{a\sqrt{a}}\right|$ $(Answer=-1)$

២.៣ ក្រាបនៃអនុគមន៍លោការីត

២.៣.១ ក្រាបខាឃ

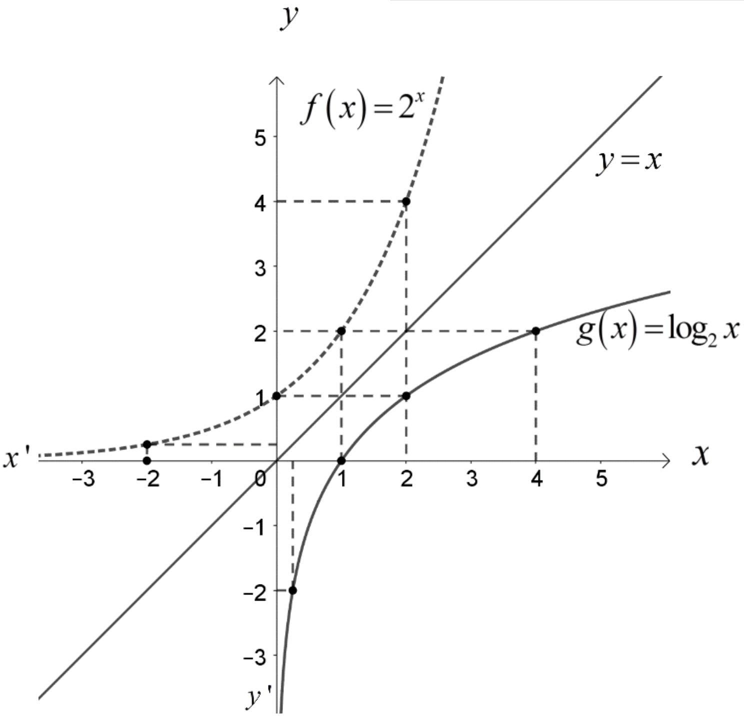
ឧទាហរណ៍១ ៖ ចូរសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)=2^x$, $g(x)=\log_2 x$ និង $y=x$ ។

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	-2	0	1	2
$f(x)=2^x$	0.25	1	2	4

x	0.25	1	2	4
$g(x)$	-2	0	1	2

ក្រាប



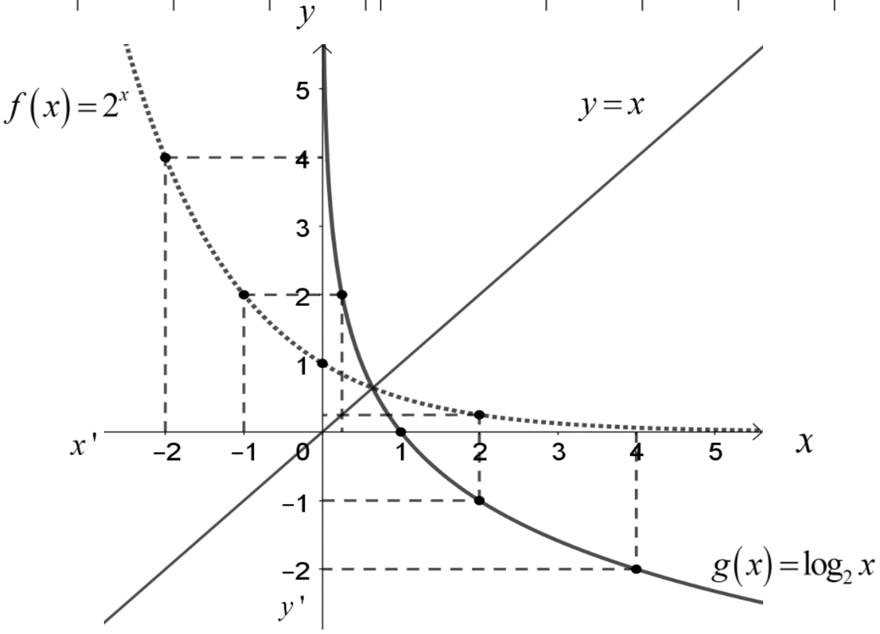
ឧទាហរណ៍២ ៖ ចូរសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $g(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$ និង $y=x$ ។

តារាងតម្លៃត្រូវគ្នា

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	4	2	1	0.25

x	0.25	1	2	4
$g(x)$	2	0	-1	-2

ក្រាប



សម្គាល់ ៖

- អនុគមន៍លោការីត $y=\log_a x$ ជាអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល $y=a^x$ ។ ហេតុនេះក្រាបរបស់វាឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។
- បើ $a>1$ ក្រាបនៃ $y=\log_a x$ កើនពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា វាជាអនុគមន៍កើន។
- បើ $0<a<1$ ក្រាបនៃ $y=\log_a x$ ចុះពីឆ្វេងទៅស្តាំ គេថា វាជាអនុគមន៍ចុះ។
- ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\log_a x$ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $(1,0)$ ជានិច្ច ព្រោះ
- $x=1\Rightarrow y=\log_a 1=0$ ។
- អនុគមន៍ $y=\log_a x$ មានដែនកំណត់ $x>0$ ជានិច្ច ។

លំហាត់គំរូ ៖ ចូរសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $y=\log_{10} x$ ខ. $y=\log_{0.8} x$ គ. $y=2+\log_3 x$

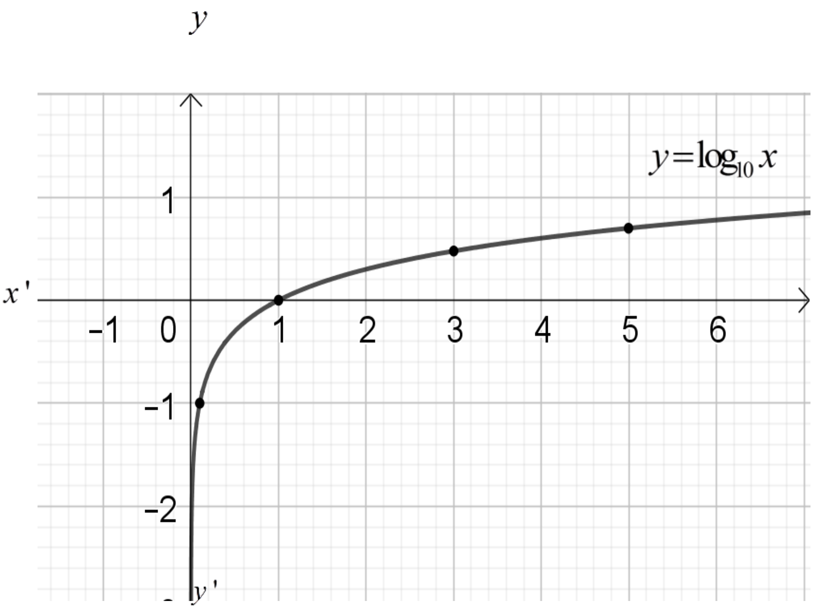
ឃ. $y=\ln x$ ង. $y=\log_2(x-1)$ ច. $y=-\log_3(x+2)$ ។

ចម្លើយ

ក. $y=\log_{10} x$

តារាងតម្លៃលេខ **ក្រាប**

x	y
0.1	-1
1	0
3	0.48
5	0.7
10	1

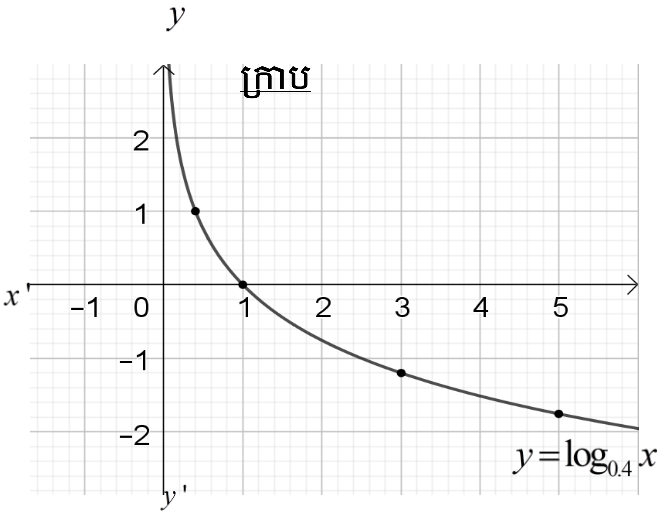


ខ. $y = \log_{0.4} x$

<u>តារាងតម្លៃលេខ</u>

x	y
0.4	1
1	0
3	-1.2
5	-1.76

<u>ក្រាប</u>

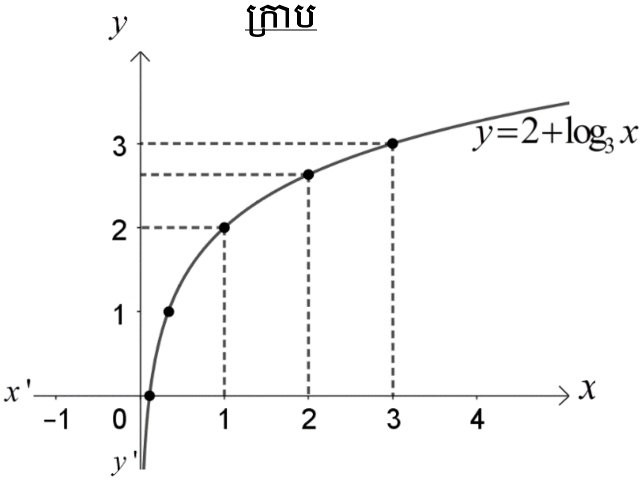


គ. $y = 2 + \log_3 x$

<u>តារាងតម្លៃលេខ</u>

x	y
0.11	0
0.34	1
1	2
2	2.63
3	3

<u>ក្រាប</u>

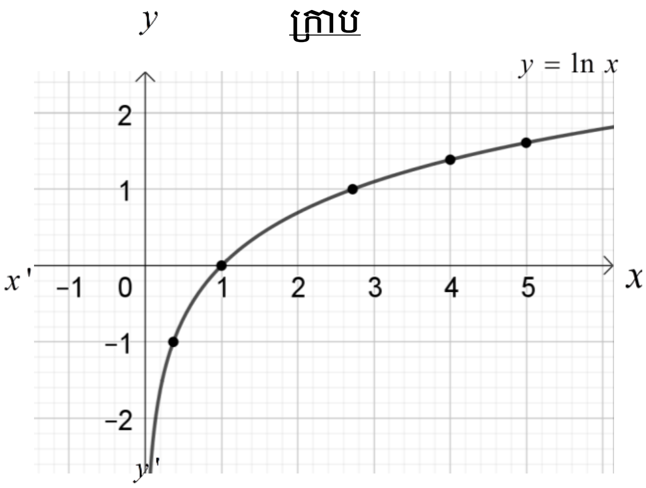


ឃ. $y = \ln x$

<u>តារាងតម្លៃលេខ</u>

x	y
0.37	-1
1	0
e =2.72	1
4	1.39
5	1.61

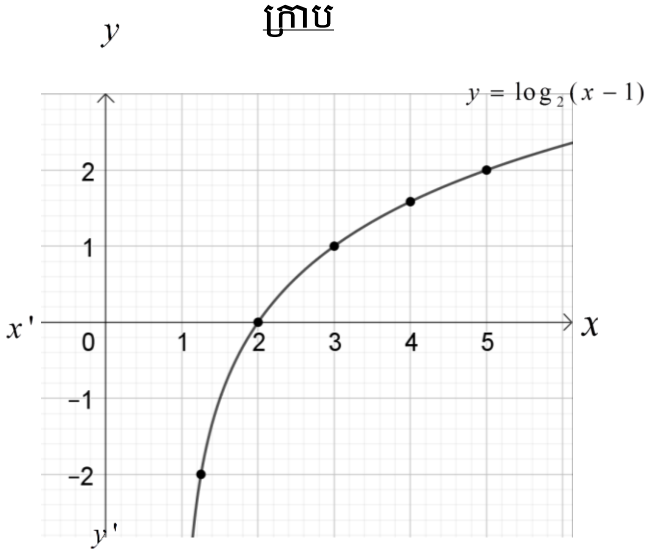
<u>ក្រាប</u>



ង. $y=\log_2(x-1)$

តារាងតម្លៃលេខ **ក្រាប**

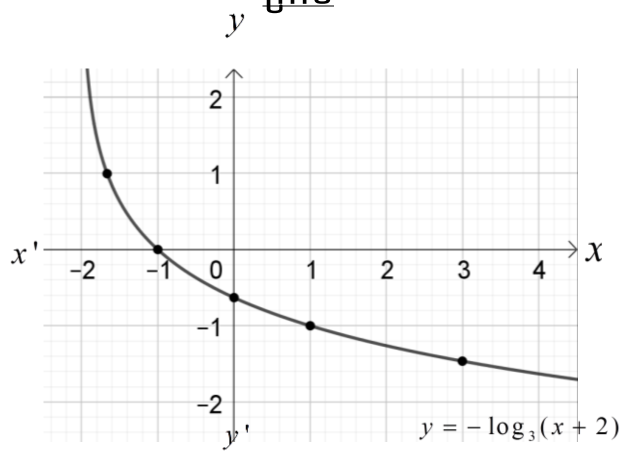
x	y
1.25	-2
2	0
3	1
4	1.58
5	2



ច. $y=-\log_3(x+2)$

តារាងតម្លៃលេខ **ក្រាប**

x	y
-1.67	1
-1	0
0	-0.63
1	-1
3	-1.46



ប្រតិបត្តិ ៖ ចូរសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម ៖

ក. $y=2+\log_2(x+1)$ ខ. $y=1-\log_3 x$ គ. $y=\log_4 x-1$

ឃ. $y=-\ln(x-2)$ ង. $y=e-\ln x$ ច. $y=\ln(x^2+e)$ ។

២.៤ សមីការអនុគមន៍លោការីត

១. $\log_a f(x)=k \Rightarrow f(x)=a^k$, $(a>0\ ,\ a\neq 1)$

២. $\log_a f(x)=\log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>0\ ,\ g(x)>0 \\ f(x)=g(x) \end{cases}$

៣. $\log_{A(x)} f(x)=\log_{A(x)} g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}A(x)>0\,,\ A(x)\neq 1\\ f(x)>0\,,\ g(x)>0\\ f(x)=g(x)\end{cases}$ ។

❖ **លោការីតទសភាគនិងលោការីតនេពែរ**

- បើ $a=10$ នោះ $y=\log_a x=\log_{10} x$ ហៅថាលោការីតទសភាគឬលោការីតគោលដប់ ។
  គេកំណត់លោការីតទសភាគដោយ $\log x$ ឬ $\lg x$ ដែល $\log x=\lg x=\log_{10} x$ ។
- បើ $a=e=2.7182$ នោះ $y=\log_a x=\log_e x$ ហៅថាលោការីតធម្មជាតិឬលោការីតនេពែរ
  តាងដោយ $\ln x$ ដែល $\ln x=\log_e x$ ។

❖ **ទំនាក់ទំនងរវាងលោការីតទសភាគនិងលោការីតនេពែរ**

តាមរូបមន្តប្តូរគោល $\ln x=\log x=\log_e x$ ដោយយក $a=10\,,\ b=e$

នោះ $\log_{10} x=\log_{10} e\times\log_e x$ ឬ $\lg x=M\cdot\ln x$ ដែល $M=\log_{10} e=0.4342$ ហៅថាម៉ូឌុលនៃលោការីតទសភាគ ។

<u>ឧទាហរណ៍៖</u> ដោយដឹងថា $\ln 17=2.8332$ គេបាន $\lg 17=M\times\ln 17=0.4342\times 2.8332\approx 1.2301$ ។

<u>លំហាត់ទី១</u> ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $(\log_2 x)^2+\log_2\left(\dfrac{x}{4}\right)=0$

ខ. $(\log_2 x)^2+\log_{0.5}\left(\dfrac{x^3}{4}\right)=0$

គ. $\log_2 x=1+\log_x 4$

ឃ. $\left(\log_3\left(2^x+1\right)\right)^2-3\log_3\left(2^x+1\right)+2=0$

ង. $7^{\log_2 x^2}-8\times 7^{1+\log_2 x}+343=0$

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $(\log_2 x)^2+\log_2\left(\dfrac{x}{4}\right)=0$ លក្ខខណ្ឌ $x>0$

សមីការអាចសរសេរ $(\log_2 x)^2+\log_2 x-\log_2 4=0$

$$(\log_2 x)^2+\log_2 x-2=0$$

តាង $t=\log_2 x$ គេបាន $t^2+t-2=0$ នោះ $t_1=1\,,\,t_2=-2$ ។

ចំពោះ $\begin{cases}t=1\\ t=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ x=\dfrac{1}{4}\end{cases}$ ជាឬសសមីការ ។

ខ. $(\log_2 x)^2+\log_{0.5}\left(\frac{x^3}{4}\right)=0$ លក្ខខណ្ឌ $x>0$

សមីការអាចសរសេរ $(\log_2 x)^2+\log_{\frac{1}{2}} x^3-\log_{\frac{1}{2}} 4=0$

$$(\log_2 x)^2-3\log_2 x+2=0$$

តាង $t=\log_2 x$ សមីការអាចសរសេរ ៖

$t^2-3t+2=0$ នាំឲ្យ $t_1=1, t_2=2$ ។

ចំពោះ $\left[\begin{array}{l}t=1\\t=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=4\end{array}\right.$ ជាឬសសមីការ ។

គ. $\log_2 x=1+\log_x 4$ លក្ខខណ្ឌ $x>0\,,\,x\neq 1$

សមីការអាចសរសេរ ៖$\log_2 x=1+2\log_x 2$

គុណអង្គទាំងពីនៃសមីការនឹង $\log_2 x\neq 0$ គេបាន៖

$$(\log_2 x)^2=\log_2 x+2$$

$(\log_2 x)^2-\log_2 x-2=0$

តាង $t=\log_2 x$ គេបាន $t^2-t-2=0$ នោះ $t_1=-1, t_2=2$ ។

ចំពោះ $\left[\begin{array}{l}t_1=-1\\t_2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=-1\\\log_2 x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=4\end{array}\right.$ ជាឬសសមីការ ។

ឃ. $\left(\log_3\left(2^x+1\right)\right)^2-3\log_3\left(2^x+1\right)+2=0$

តាង $t=\log_3\left(2^x+1\right)$ គេបាន $t^2-3t+2=0$ នោះ $t_1=1, t_2=2$ ។

$\left[\begin{array}{l}t_1=1\\t_2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3\left(2^x+1\right)=1\\\log_3\left(2^x+1\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x+1=3\\2^x+1=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=2\\2^x=8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$ ជាឬសសមីការ ។

ង. $7^{\log_2 x^2}-8\times 7^{1+\log_2 x}+343=0$ លក្ខខណ្ឌ $x>0$ ។

សមីការអាចសរសេរ ៖ $7^{2\log_2 x}-56\times 7^{\log_2 x}+343=0$

តាង$t=\log_2 x$ សមីការក្លាយជា $t^2-56t+343=0\,,\,\Delta'=(-28)^2-343=441$

គេបាន $t_1=28-21=7\,,\,t_2=28+21=49$ ។

ចំពោះ $\left[\begin{array}{l}t_1=7\\t_2=49\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}7^{\log_2 x}=7\\7^{\log_2 x}=49\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=4\end{array}\right.$ ជាឬសសមីការ ។

លំហាត់ទី២ ដោះស្រាយសមីការ $\log_{6-x}^2\left(54-x^3\right)-5\log_{6-x}\left(54-x^3\right)+6=0$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការ $\log_{6-x}^2\left(54-x^3\right)-5\log_{6-x}\left(54-x^3\right)+6=0 \quad (1)$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases}54-x^3>0\\6-x>0\\6-x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<3\sqrt[3]{2}\\x<6\\x\neq 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<3\sqrt[3]{2}\\x<6\\x\neq 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<3\sqrt[3]{2}\\x\neq 5\end{cases}$

តាង $y=\log_{6-x}\left(54-x^3\right)$ សមីការ (1) អាចសរសេរ ៖

$y^2-5y+6=0$, $\Delta'=25-24=1$ គេបានឫស $y_1=2$, $y_2=3$ ។

ចំពោះ $\left[\begin{array}{l}y=2\\y=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_{6-x}\left(54-x^3\right)=2\\\log_{6-x}\left(54-x^3\right)=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}54-x^3=\left(6-x\right)^2\\54-x^3=\left(6-x\right)^3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}54-x^3=36-12x+x^2\\18x^2-108x+162=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^3+x^2-12x-18=0\\18\left(x^2-6x+9\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(x+3\right)\left(x^2-2x-6\right)=0\\18\left(x-3\right)^2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1+\sqrt{7}\ ,\ x=1-\sqrt{7}\\x=3\end{array}\right.$

ដូចនេះ សំណុំឫសរបស់សមីការគឺ ៖ $x=\left\{-3,3,1-\sqrt{7},1+\sqrt{7}\right\}$ ។

<u>លំហាត់ទី៣</u> ដោះស្រាយសមីការ $1+\log_{(3-x)^3}^2\left(9x^2-x^3\right)=\frac{1}{3}\log_{\sqrt{3-x}}\left(9x^2-x^3\right)$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការ $1+\log_{(3-x)^3}^2\left(9x^2-x^3\right)=\frac{1}{3}\log_{\sqrt{3-x}}\left(9x^2-x^3\right)$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases}9x^2-x^3>0\\3-x>0\\3-x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 0\ ,\ x<9\\x<3\\x\neq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<3\\x\neq 0\\x\neq 2\end{cases}$

គេបានសមីការ $1+\log_{(3-x)^3}^2\left(9x^2-x^3\right)=\frac{1}{3}\log_{\sqrt{3-x}}\left(9x^2-x^3\right)$

$$1+\frac{1}{9}\log_{3-x}^2\left(9x^2-x^3\right)=\frac{2}{3}\log_{3-x}\left(9x^2-x^3\right)$$

$$\log_{3-x}^2\left(9x^2-x^3\right)-6\log_{3-x}\left(9x^2-x^3\right)+9=0$$

$$\left[\log_{3-x}\left(9x^2-x^3\right)-3\right]^2=0$$

$$\log_{3-x}\left(9x^2-x^3\right)=3$$

$$9x^2-x^3=\left(3-x\right)^3$$

$$9x^2-x^3=27-27x+9x^2-x^3$$

$$27x-27=0$$

$$x=1$$

ដូចនេះ $x=1$ ជាឫសសមីការ ។

លំហាត់ទី៤. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 5(\log_y x+\log_x y)=26 \\ xy=64 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

$\begin{cases} 5(\log_y x+\log_x y)=26 & (1) \\ xy=64 & (2) \end{cases}$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases} x>0 \,,\; y>0 \\ x\neq 1 \,,\; y\neq 1 \end{cases}$

សមីការ (1) អាចសរសេរ $\log_y x+\dfrac{1}{\log_y x}=\dfrac{26}{5}$ ឬ $(\log_y x)^2-\dfrac{26}{5}\log_y x+1$ តាង $t=\log_y x$

គេបាន $t^2-\dfrac{26}{5}t+1=0$, $\Delta'=\dfrac{169}{25}-1=\dfrac{144}{25}$ នោះ $t_1=\dfrac{13}{5}-\dfrac{12}{5}=\dfrac{1}{5}$, $t_2=\dfrac{13}{5}+\dfrac{12}{5}=5$ ។

- ចំពោះ $t=\dfrac{1}{5}$ គេបាន $\log_y x=\dfrac{1}{5}$ នាំឲ្យ $x=y^{\frac{1}{5}}$ (3)

យក (3) ជួសក្នុង (2) គេបាន $y.y^{\frac{1}{5}}=64$

នាំឲ្យ $y=32$ ហើយតាម (3) គេបាន $x=(32)^{\frac{1}{5}}=2$ ។

- ចំពោះ $t=5$ គេបាន $\log_y x=5$ នាំឲ្យ $x=y^5$ (4)

យក (4) ជួសក្នុង (2) គេបាន $y.y^5=64$

នាំឲ្យ $y=2$ ហើយតាម (4) គេបាន $x=2^5=32$ ។

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2\,,\,y=32)$ ឬ $(x=32\,,\,y=2)$ ។

លំហាត់ទី៥ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y=6x^2-12x+8 \\ \log_3(\log_2 y)=1+\log_3(\log_2 x) \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

មាន $\begin{cases} y=6x^2-12x+8 & (1) \\ \log_3(\log_2 y)=1+\log_3(\log_2 x) & (2) \end{cases}$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases} \log_2 x>0 \\ \log_2 y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ y>1 \end{cases}$

សមីការ (2) អាចសរសេរ $\log_3(\log_2 y)=\log_3 3+\log_3(\log_2 x)$

សមមូល $\log_3(\log_2 y)=\log_3(3\log_2 x)$

សមមូល $\log_2 y=3\log_2 x=\log_2 x^3$ នោះ $y=x^3$ (3)

តាម (1) និង (3) គេបាន $x^3=6x^2-12x+8$

សមមូល $x^3-6x^2+12x-8=(x-2)^3=0$

គេបាន $x=2$ ហើយតាម (3) គេទាញ $y=2^3=8$ ។

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=2\ ,\ y=8$ ។

លំហាត់អនុវត្តន៍៖

១. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $4^{\log_{64}(x-3)+\log_2 5}=50$

ខ. $x^{\log_x(1-x)^2}=9$

គ. $\log_3\left(x^2+4x+12\right)=2$

ឃ. $\log_2(3-x)+\log_2(1-x)=3$

ង. $\log_3 x+\log_9 x+\log_{27} x=5,5$

ច. $\log_4 x+\log_8 x=5$

ឆ. $\log(x-3)+\log(x+6)=\log 2+\log 5$

ជ. $\lg(x-4)+\lg(x+3)=\lg(5x+4)$

ឈ. $\ln\left(x^3+1\right)-\frac{1}{2}\ln\left(x^2+2x+1\right)=\ln 3$

២. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $\left(\log_3\frac{3}{x}\right)\log_2 x-\log_3\frac{x^2}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}+\log_2\sqrt{x}$

ខ. $\lg\left(10x^2\right)\lg x=1$

គ. $2\log_9 x+9\log_x 3=10$

ឃ. $\dfrac{\log_2 x-1}{\log_2\frac{x}{2}}=2\log_2\sqrt{x}+3-\log_2^2 x$

ង. $\log_x(125x)\log_{25}^2 x=1$

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម

ក. $\begin{cases}\log_{a^2} x-\log_{a^4} y=3\\ \log_{a^6} x-\log_{a^8} y=4\end{cases}$

ខ. $\begin{cases}\log_x y+\log_y x=\frac{5}{2}\\ x+y=a^2+a\end{cases}$

គ. $\begin{cases}xy^2=4\\ \log_3(\log_2 x)+\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_{\frac{1}{2}} y\right)=1\end{cases}$

២.៥ វិសមីការអនុគមន៍លោការីត

- ចំពោះ $a>1$ នោះវិសមីការ $\log_a u(x)>\log_a v(x)$

  ទាញបាន $\begin{cases} v(x)>0 \\ u(x)>v(x) \end{cases}$

- ចំពោះ $0<a<1$ នោះវិសមីការ $\log_a u(x)>\log_a v(x)$

  ទាញបាន $\begin{cases} u(x)>0 \\ v(x)>u(x) \end{cases}$

- ចំពោះ $\log_{f(x)} u(x)>\log_{f(x)} v(x)$ គេដោះស្រាយលក្ខខណ្ឌ៖

  $(1):\begin{cases} f(x)>1 \\ v(x)>0 \\ u(x)>v(x) \end{cases}$ $(2):\begin{cases} 0<f(x)<1 \\ u(x)>0 \\ u(x)<v(x) \end{cases}$

  មានចម្លើយដោយយកសំណុំ $(1)\cup(2)$

លំហាត់

ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\log_8(3x-1)<\log_8(x+5)$

ខ. $\log_{\frac{1}{2}} 12<\log_{\frac{1}{2}}(5x-3)$

គ. $\log(x^2-6)>\log x$

ឃ. $\log_3 2+2\log_3 x\le\log_3(7x-3)$

ង. $\log_3(3x-5)\ge\log(x+7)$

ច. $\log\left(\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\right)<0$

ឆ. $\log(x^2-4x+3)\ge 0$

ឈ. $\log_4(3^x-1).\log_{\frac{1}{4}}\left(\dfrac{3^x-1}{16}\right)<\dfrac{3}{4}$

ញ. $\log_{\frac{x}{5}}(x^2-8x+16)\le 0$

ដ. $x.\log_{0.1}(x^2+x+1)\ge 0$

ចម្លើយ

ក. $\log_8(3x-1)<\log_8(x+5)$

គេបាន $\begin{cases} 3x-1>0 \\ x+5>3x-1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x>\dfrac{1}{3} \\ x<3 \end{cases}\Rightarrow\dfrac{1}{3}<x<3$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in \left(\frac{1}{3}, 3\right)$

ខ. $\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}} (5x-3)$

លក្ខខណ្ឌ $5x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{5}$

គេមាន $\log_{\frac{1}{2}} 12 < \log_{\frac{1}{2}} (5x-3)$

$$12 > 5x - 3$$
$$15 > 5x$$
$$x < 3$$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in \left(\frac{3}{5}, 3\right)$

គ. $\log\left(x^2 - 6\right) > \log x$

គេបាន $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 6 > x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - x - 6 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x > 0 \\ x < -2 \; ; \; x > 3 \end{cases} \Rightarrow x > 3$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in (3, +\infty)$

ឃ. $\log_3 2 + 2\log_3 x \le \log_3(7x-3)$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases} x > 0 \\ 7x - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{3}{7}$

គេមាន $\log_3 2 + 2\log_3 x \le \log_3(7x-3)$

$$\log_3 2 + \log_3 x^2 \le \log_3(7x-3)$$
$$\log_3 2x^2 \le \log_3(7x-3)$$
$$2x^2 \le 7x - 3$$
$$2x^2 - 7x + 3 \le 0$$
$$\frac{1}{2} \le x \le 3$$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុណចម្លើយ $x \in \left[\frac{1}{2}, 3\right]$

ង. $\log_3(3x-5) \ge \log_3(x+7)$

គេបាន $\begin{cases} x + 7 > 0 \\ 3x - 5 \ge x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -7 \\ x \ge 6 \end{cases} \Rightarrow x \ge 6$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x \in [6, +\infty)$

ច. $\log\left(\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\right)<0$

លក្ខខណ្ឌ $\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{x^2-1}>0\\ x^2-1\neq 0\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-x>0\\x^2-1>0\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-x<0\\x^2-1<0\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0\ ,\ x>1\\x<-1\ ,\ x>1\end{cases}\\ \begin{cases}0<x<1\\-1<x<1\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x<-1\ ,\ x>1\\0<x<1\end{array}\right.$

គេបាន $x\in(-\infty\,,-1)\cup(0\,,1)\cup(1\,,+\infty)$

គេមាន $\log\left(\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\right)<0$

$\log(x^2-x)-\log(x^2-1)<0$

$x^2-x-(x^2-1)<0$

$-x+1<0$

$x>1$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x\in(1,+\infty)$

ឆ. $\log(x^2-4x+3)\geq 0$

លក្ខខណ្ឌ $x^2-4x+3>0 \Rightarrow x\in(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$

គេមាន $\log(x^2-4x+3)\geq 0$

$x^2-4x+3\geq 1$

$x^2-4x+2\geq 0$

$x\leq 2-\sqrt{2}\ ;\ x\geq 2+\sqrt{2}$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $x\in\left(-\infty\,,2-\sqrt{2}\right]\cup\left[2+\sqrt{2},+\infty\right)$

លំហាត់អនុវត្តន៍

ចូរដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)>\log_3(2-x)$

ខ. $2\log_5 x-\log_x 125<1$

គ. $\log_7\dfrac{2x-6}{2x-1}>0$

ឃ. $\log_2 x\leq\dfrac{2}{\log_2 x-1}$

ង. $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{2-3x}{x}\geq -1$

ច. ${\log^2}_{0.5} x+\log_{0.5} x-2\leq 0$

ឆ. $\log\dfrac{6}{x}>\log(x+5)$

២.៦ អនុវត្តន៍លើអនុគមន៍លោការីត

២.៦.១ តម្លៃកើនតាមឆ្នាំ

ឧទាហរណ៍១ ពូសៅបានយកប្រាក់ចំនួន 2 000 000 រៀល ទៅផ្ញើនៅធនាគារ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំ ទើបការប្រាក់របស់គាត់កើនស្មើនឹងពីរដង ?

ចម្លើយ

រករយៈពេលដែលប្រាក់ពូសៅកើនបានពីរដង

តាមរូបមន្ត $A = P(1+r)^t$

ដោយ $P = 2\,000\,000$ $r = 6\% = 0.06$ $A = 2P = 4\,000\,000$

គេបាន $2P = P(1+0.06)^t \Leftrightarrow (1.06)^t = 2 \Rightarrow t = \log_{1.06} 2 \approx 12$

ដូចនេះ ប្រហែលជា 12 ឆ្នាំក្រោយទើបប្រាក់គាត់កើនឡើងស្មើនឹងពីរដង

ឧទាហរណ៍២ មនុស្សម្នាក់បានយកប្រាក់ចំនួន 2 925 000 រៀល ទៅផ្ញើនៅធនាគារដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10 % ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ធនាគារទូទាត់ការប្រាក់ មួយឆមាសម្តង ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបធ្វើឲ្យប្រាក់របស់គាត់កើនដល់ 3 705 000 រៀល ។

ចម្លើយ

រករយៈពេលដើម្បីអោយប្រាក់គាត់កើនដល់ 3 705 000 រៀល

តាមរូបមន្ត $A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$

ដោយ $P = 2\,925\,000$, $r = 10\% = 0.1$, $A = 3\,705\,000$

គេបាន $3705000 = 2925000\left(1+\frac{0.1}{2}\right)^{2t} \Leftrightarrow \frac{3705000}{2925000} = 1.05^{2t} \Leftrightarrow 1.26667 = 1.05^{2t}$

$\Rightarrow 2t = \log_{1.05} 1.26667 = 4.84 \Rightarrow t \approx 2.5$

ដូចនេះ ដើម្បីឲ្យប្រាក់របស់គាត់កើនដល់ 3 705 000 រៀល គាត់ត្រូវប្រើពេលអស់ប្រហែល 2.5 ឆ្នាំ

ឧទាហរណ៍៣ ស្ត្រីម្នាក់យកប្រាក់ 1000 $ ទៅផ្ញើនៅធនាគាមួយ ដោយទទួលបានការប្រាក់ 5%ក្នុងមួយឆ្នាំហើយធនាគាទូទាត់ការប្រាក់ជាបន្តបន្ទាប់ ។

ក. រយៈពេល 10 ឆ្នាំក្រោយ តើស្ត្រីនោះមានប្រាក់សរុបទាំងអស់ប៉ុន្មានក្នុងធនាគា ?

ខ. តើស្ត្រីនោះផ្ញើប្រាក់នៅធនាគាររយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបប្រាក់របស់គាត់កើនយ៉ាងតិចបំផុតដល់1500 $?

ចម្លើយ

ក. រកប្រាក់សរុបរយៈពេល 10 ឆ្នាំ

តាមរូបមន្ត អត្រាការប្រាក់សមាស $A = Pe^{rt}$

ដោយ $P = 1000\$$, $r = 5\% = 0.05$, $t = 10$

គេបាន $A = 1000 \times e^{0.05\times10} = 1648.72$

ដូចនេះ 10 ឆ្នាំក្រោយស្ត្រីម្នាក់នោះមានប្រាក់ 1648.72$

ខ. រករយៈពេលដើម្បីឲ្យប្រាក់របស់គាត់កើនយ៉ាងតិចដល់ 1500$

យើងដឹងថា $A \geq 1500$

នោះ $1000 \times e^{0.05t} \geq 1500$

$$e^{0.05t} \geq 1.5$$

$$\ln e^{0.05t} \geq \ln 1.5$$

$$\Rightarrow t \geq \frac{\ln 1.5}{0.05}$$

$$\Rightarrow t \geq 8.11$$

ដូចនេះ ដើម្បីឲ្យប្រាក់របស់គាត់កើនយ៉ាងតិចដល់ 1500$ គាត់ត្រូវប្រើរយៈពេលយ៉ាងតិច 8.11 ឆ្នាំ

២.៦.២ តម្លៃថយតាមឆ្នាំ

ឧទាហរណ៍១ មនុស្សម្នាក់បានផឹកតែទឹកកកក្រូចឆ្មាមួយកែវ ដែលមានសារជាតិស្ករចំណុះ 130 មីលីក្រាម ។ បើស្កររលាយចូលក្នុងសារពាង្គកាយក្នុងអត្រា 11% ក្នុងមួយម៉ោង ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង ទើបសារជាតិស្កររលាយចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្ដាលនៃបរិមាណស្ករដែលមាន ។

<u>ចម្លើយ</u>

រករយៈដែលសារជាតិស្កររលាយចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្ដាលនៃបរិមាណស្ករដែលមាន

តាមរូបមន្ត $y = a(1-r)^t$

ដោយ $y = \frac{130}{2} = 65$, $r = 11\% = 0.11$, $a = 130$

គេបាន $65 = 130(1-0.11)^t \Leftrightarrow 0.89^t = 0.5$

$$\log 0.89^t = \log 0.5 \Leftrightarrow t = \frac{\log 0.5}{\log 0.89} \approx 5.948$$

ដូចនេះ ដើម្បីឲ្យស្ករជ្រាបចូលក្នុងរាងកាយអស់ពាក់កណ្ដាល គេត្រូវប្រើពេលប្រហែល 6 ម៉ោង ។

ឧទាហរណ៍២ គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ព និងចែកផ្សាយបានទិញកុំព្យូទ័រមួយគ្រឿងថ្លៃ 3 000ដុល្លារ ។ បើគេគិតប្រាក់រំលោះ 20%ជារៀងរាល់ឆ្នាំ ។ រកតម្លៃកុំព្យូទ័រក្នុងរយៈពេល 3 ឆ្នាំក្រោយ ។

<u>ចម្លើយ</u>

រកតម្លៃកុំព្យូទ័រក្នុងរយៈពេល 3 ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $y = a(1-r)^t$

ដោយ $a=300$, $r=20\%=0.2$, $t=3$

គេបាន $y=300(1-0.2)^3=300(0.8)^3=153.6\$$

ដូចនេះ 3 ឆ្នាំក្រោយមកកុំព្យូទ័រនៅសល់តម្លៃ 153.6 $ ។

លំហាត់

១. ពូសេងយកប្រាក់ 4 000 000 រៀល ទៅធ្វើវិនិយោគទុន ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើប៉ុន្មានឆ្នាំក្រោយ ទើបប្រាក់របស់គាត់កើនឡើងពីរដង ?

២. បុរសម្នាក់យកប្រាក់ចំនួន 10000 $ ទៅផ្ញើនៅធនាគាមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ធនាគាទូទាត់អត្រាការប្រាក់ឲ្យគាត់ក្នុងមួយត្រីមាសម្តង ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបប្រាក់របស់គាត់កើនស្មើនឹងពីរដងនៃប្រាក់ដើមរបស់គាត់ ?

៣. ឧបមានៅក្នុងខែមករា ឆ្នាំ 2000 អ្នកផ្ញើប្រាក់ 1 000 000 រៀល នៅក្នុងធនាគាមួយ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 8% រៀងរាល់ឆ្នាំ ។ តើនៅក្នុងខែមករាឆ្នាំណាដែលប្រាក់សរុប(ទាំងប្រាក់ដើម និង ប្រាក់ការ) ច្រើនជាង 2 000 000 រៀល ?(ដោយប្រើតម្លៃ $\log 2=0.3010$ និង $\log 3=0.4771$)

៤. មីងសុខាបានទិញរថយន្តថ្មីមួយគ្រឿងថ្លៃ 38500$ ។ បើរថយន្តចុះថ្លៃក្នុងអត្រា 15% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ រថយន្តគាត់នៅសល់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

៥. អង្គការក្រៅរដ្ឋាភិបាលមួយ បានទិញម៉ាស៊ីនហ្វាក់មួយគ្រឿងតម្លៃ 250$ ។ បើម៉ាស៊ីននេះចុះថ្លៃក្នុងអត្រា 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើ 3 ឆ្នាំក្រោយ ម៉ាស៊ីននោះនៅសល់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

១. រករយៈពេលដើម្បីអោយប្រាក់គាត់កើនឡើងបានពីរដង

តាមរូបមន្ត $A=P(1+r)^t$

ដោយ $P=4\,000\,000$, $A=2P=8\,000\,000$, $r=6\%=0.06$

គេបាន $2P=P(1+0.06)^t \Leftrightarrow (1+0.06)^t=2 \Rightarrow t=\log_{1.06}2\approx 11.8956$

ដូចនេះ ប្រហែលជា 11.8956 ឆ្នាំក្រោយទើបប្រាក់គាត់កើនឡើងស្មើនិងពីរដង ។

២. រករយៈពេលដើម្បីអោយប្រាក់គាត់កើនឡើងបានពីរដង

តាមរូបមន្ត $A=P(1+r)^t$

ដោយ $P=10000\$$, $A=2P=20000\$$, $r=9\%=0.09$

គេបាន $2P=P(1+0.09)^t \Leftrightarrow (1.09)^t=2 \Rightarrow t=\log_{1.09}2=8$

ដូចនេះ ប្រហែល 8 ឆ្នាំក្រោយ ទើបប្រាក់គាត់កើនឡើងស្មើនិងពីរដង ។

៣. រកឆ្នាំមួយដែលខែមករា មានប្រាក់សរុបច្រើនជាង2 000 000 រៀល

ប្រាក់ទាំងដើមនិងការប្រាក់ក្នុងឆ្នាំ $2000+n$ គឺស្មើនិង $1000000(1+0.08)^n$ ។

មានន័យថា n ត្រូវ បំពេញលក្ខខណ្ឌវិសមីការ $1000000(1+0.08)^n > 2000000$

គេបាន $1000000(1+0.08)^n > 2000000$

$$\Leftrightarrow (1+0.08)^n > 2$$

$$\Leftrightarrow \log_{10}(1.08)^n > \log_{10} 2$$

$$\Leftrightarrow n\log_{10}\frac{108}{100} > \log_{10} 2$$

$$\Leftrightarrow n\left\{\log_{10}(2^2\times 3^3)-2\right\} > \log_{10} 2$$

$$\Leftrightarrow n[(2\log_{10} 2+3\log_{10} 3)-2] > \log_{10} 2$$

$$\Leftrightarrow n[(0.6020+1.4313)-2] > 0.3010$$

$$\Leftrightarrow n\times 0.0333 > 0.3010$$

$$\Leftrightarrow n > 9.04$$

យើងបាន $n=10$

ដូចនេះ ចំនួនប្រាក់សរុបដែល (ប្រាក់ដើមនិងប្រាក់ការ)លើសពី 2000000 រៀល គឺនៅក្នុងឆ្នាំ 2010 ។

៤. រកតម្លៃរថយន្តក្នុងរយៈពេល 7 ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $y=a(1-r)^t$

ដោយ $a=38500$, $r=15\%=0.15$, $t=7$

គេបាន $y=38500(1-0.15)^7$

$$=38500(0.85)^7$$

$$=12342.22\$$$

ដូចនេះ 7 ឆ្នាំក្រោយរថយន្តគាត់នៅសល់តម្លៃ 12342.22$ ។

៥. រកតម្លៃម៉ាស៊ីនហ្វាក់ក្នុងរយៈពេល 3 ឆ្នាំក្រោយ

តាមរូបមន្ត $y=a(1-r)^t$

ដោយ $a=250\$$, $r=10\%=0.1$, $t=3$

គេបាន $y=250(1-0.1)^3$

$$=250(0.9)^3$$

$$=182.25\$$$

ដូចនេះ 3 ឆ្នាំក្រោយម៉ាស៊ីននោះនៅសល់តម្លៃ 182.25$ ។

ឯកសារពិគ្រោះ

1) អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត, លឹម យូសេង, ក្រុងភ្នំពេញ, កម្ពុជា, ២០០៩

2) កម្រងលំហាត់អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត, ប្រឹស ដារ៉ា, កម្ពុជា

3) អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និងលោការីត, លឹម ផល្គុន, បាក់ទូក, ក្រុងភ្នំពេញ, កម្ពុជា, ២០១៥

4) សៀវភៅគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី ១១, លើកទី៣, ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា, គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ, ក្រុងភ្នំពេញ, កម្ពុជា, ២០១១

5) សៀវភៅលំហាត់ ១៥ភាគ, បោះពុម្ពដោយ JICA , ២០០៣

6) Google, Exponential and Logarithm

7) WWW.MATHVN.com, *HÀM SÔ LŨY YHỪ A , HÀM SÔ MŨ VÀ HÀ M SÔ LÔGARIT*