គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

MathToday

សៀវភៅគណិតវិទ្យាត្រៀមប្រឡង

ប្រធានលីមិត

១០០លំហាត់ជ្រើសរើស

ជំនួយស្មារតីសិស្សថ្នាក់ទី១២

ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិតនិងថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម

អ្នករៀបរៀង

លឹម ផល្គុន

2020

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

Mathtoday

សៀវភៅគណិតវិទ្យាកម្រិតវិទ្យាល័យ

១០០លំហាត់ជ្រើសរើស

ប្រូបាបីលីតេ

ជំនួយស្មារតីសិស្សថ្នាក់ទី១២

ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិតនិងថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម

អ្នករៀបរៀង លឹម ផល្គុន

២០២០

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

អ្នកនិពន្ធ

ឈ្មោះ **លឹម ផល្គុន**

ទូរស័ព្ទ ០១៧ ២៥០ ២៩០

អ៊ីម៉ែល phalkunlim@yahoo.com

ប្លុក www.mathtoday.wordpress.com

អារម្ភកថា

សួស្តីប្រិយ៍មិត្តអ្នកសិក្សាទាំងអស់ជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន !!!

សៀវភៅ **១០០ លំហាត់ជ្រើសរើស ផ្នែកមេរៀនប្រូបាប៊ីលីតេ** ដែលអ្នកសិក្សាកំពុងតែកាន់អាននៅក្នុងដៃនេះ ខ្ញុំបាទ បានរៀបរៀងឡើង ក្នុងគោលបំណងទុកជាឯកសាជំនួយស្មារតី ដល់សិស្សានុសិស្សថ្នាក់ទី១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត និងថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម ដើម្បីសិក្សាស្រាវជ្រាវពង្រឹងសមត្ថភាពលើមុខវិជ្ជា ប្រូបាប៊ីលីតេ ឲ្យកាន់តែយល់ច្បាស់បន្ថែមទៀតនិងដើម្បីត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិក្នុងពេលដ៏ឆាប់ខាងមុខនេះ។

នៅក្នុងសៀវភៅនេះរួមមាន៣ជំពូក។នៅក្នុងជំពូកទី១ ជាមេរៀនសង្ខេបនិងរូបមន្តពាក់ព័ន្ធសំខាន់ៗ ។ជំពូកទី២ជាផ្នែកលំហាត់ជ្រើសរើសនិងដំណោះស្រាយយ៉ាងក្បោះក្បាយ និងជំពូកទី៣ ជាផ្នែកលំហាត់កិច្ចការផ្ទះដើម្បីឲ្យ ហ្វឹកហាត់ដោះស្រាយដោយខ្លួនឯង។

ខ្ញុំបាទអ្នកនិពន្ធនិងរៀបរៀងសង្ឃឹមថា សៀវភៅនេះអាចចូលរួមចំណែកដល់ប្អូនៗអ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវទាំងអស់ ក្នុងការពង្រឹងចំណេះដឹងផ្នែកមេរៀននិងដំណោះស្រាយលំហាត់ប្រូបាប៊ីលីតេ ដើម្បីត្រៀមខ្លួនប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិនិងការប្រឡងផ្សេងៗទៀតជាក់ជាមិនខានឡើយ។ ម្យ៉ាងទៀតខ្ញុំបាទសូមអធ្យាស្រ័យពីសំណាក់អ្នកអាន នូវរាល់ពាក្យពេចន៍ ឬបច្ចេកទេស ដែលខ្វះខាត ដោយអចេតនា និងរង់ចាំជានិច្ចនូវរាល់មតិរិះគន់បែបស្ថាបនាពីសំណាក់អ្នកសិក្សាក្នុងគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ដើម្បីកែលំអសៀវភៅនេះឲ្យកាន់តែមានសុក្រិតភាពជាបន្ថែមទៀត។

ជាទីបញ្ចប់ខ្ញុំបាទអ្នកនិពន្ធនិងរៀបរៀងសៀវភៅនេះសូមគោរពជូនពរអ្នកសិក្សាទាំងអស់ សូមមានសុខភាពល្អ មានកម្លាំងមាំមួន និងទទួលបានជោគជ័យជានិច្ចក្នុងកិច្ចប្រកបការងារផ្សេងៗ។

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី១៨ មីនា ឆ្នាំ២០២០

អ្នកនិពន្ធនិងរៀបរៀង **លឹម ផល្គុន**

មាតិការឿង

		ទំព័រ
ជំពូកទី០១	សង្ខេបមេរៀនវិភាគបន្សំនិងប្រូបាប៊ីលីតេ	០០១
ជំពូកទី០២	លំហាត់ជ្រើសរើសអមដោយដំណោះស្រាយ	០០៥
	(រួមមាន ១០០ លំហាត់អមដោយដំណោះស្រាយ)	
ជំពូកទី០៣	លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ	១៣៩
	(រួមមាន ៤៨ លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ)	

បម្រាម

ហាមយកសៀវភៅនេះទៅថតចម្លងឬធ្វើអាជីវកម្ម
ដោយគ្មានការអនុញ្ញាតពីអ្នកនិពន្ធនិងរៀបរៀង ។
អ្នកដែលលួចថម្លងសៀវភៅនេះ ត្រូវទទួលខុសត្រូវចំពោះមុខច្បាប់

គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ

MathToday

រក្សាសិទ្ធិគ្រប់បែបយ៉ាងដោយអ្នកនិពន្ធ **គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ**

ជំពូកទី០១

សង្ខេបមេរៀនវិភាគលើបន្សំនិងប្រូបាប៊ីលីតេ

១.បញ្ញត្តិនៃប្រូបាប

ប្រូបាបមានសារៈសំខាន់នៅក្នុងជីវភាព ប្រចាំថ្ងៃរបស់យើងដែលយើងប្រើប្រាស់វាសម្រាប់វាស់កម្រឹតនៃភាពមិនទៀងទាត់។ កាលណាយើងគ្រោងធ្វើអ្វីមួយកាលណាអ្នកឧតុនិយមទស្សន៍ទាយអាកាសធាតុឬក្រុមហ៊ុនជានារាប់រងធ្វើគោលនយោបាយរបស់ក្រុមហ៊ុនចាំបាច់ត្រូវប្រើប្រូបាបដើម្បីធ្វើសេចក្ដីសម្រេចចិត្តឬធ្វើការជ្រើសរើស។

១.១.ព្រឹត្តិការណ៍ លំហសំណាក

ព្រឹត្តិការណ៍លំហសំណាកគឺជាសំនុំនៃលទ្ធផលអាចទាំងអស់ ។

១.២.រូបមន្តគោលនៃប្រូបាប

ក្នុងពិសោធន៍មួយ ដែលមានលំហសំណាក S ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A

កើតឡើងកំណត់ដោយ $P(A)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{n(A)}{n(S)}$ ។

ដោយ $A\subseteq S$ នោះគេបាន $0\le P(A)\le 1$ ។

.បើ $P(A)=0$ គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិកាណ៍មិនអាចកើតមាន ។

.បើ $P(A)=1$ គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិកាណ៍ប្រាកដជាកើតឡើង ។

២.វិធាននៃប្រូបាប

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ជាសំនុំរងនៃលំហសំណាក យើងអាចប្រើប្រជុំ ប្រសព្វនិងបំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ ដើម្បីបង្កើតព្រឹត្តិការណ៍ បន្ថែមទៀតដែលយើងហៅថាព្រឹត្តិការណ៍សមាស ។

គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍កើតក្នុងលំហសំណាក S នោះគេបាន:

២.១.ប្រជុំព្រឹត្តិការណ៍ $A\cup B$

ជាព្រឹត្តិការណ៍កើនឡើងនៃគ្រប់លទ្ធផលដែលជាលទ្ធផលនៅក្នុង A ឬ B ឬទាំងពីរព្រឹត្តិការណ៍ ។

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A\cup B$ (ព្រឹត្តិការណ៍ A ឬ B)កំណត់ដោយ:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ ។

បើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងនឹងគ្នាគឺ $A\cap B=\varnothing$ នោះគេបាន:

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ ។

២.២.ប្រសព្វព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B$

ជាព្រឹត្តិការណ៍កើតឡើងនៃគ្រប់លទ្ធផលដែលជាលទ្ធផលនៅក្នុង A ផងនិង B ផង។

២.៣.បំពេញព្រឹត្តិការណ៍

បើ $\overline{E}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ E ជាព្រឹត្តិការណ៍នៃគ្រប់លទ្ធផលនៅក្នុងលំហសំណាក S ដែលមិននៅក្នុង E ។ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ $\overline{E}$ នៃព្រឹត្តិការណ៍ E កំណត់ដោយ $P(\overline{E})=1-P(E)$ ។

៣.ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ

ជួនកាល ការកើតឡើងនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ មានឥទ្ធិពលលើប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀត និងការគណនាប្រូបាបនេះគឺលើមូលដ្ឋាននៃការសន្មតថាព្រឹត្តិការណ៍ពិសេសនោះកើតឡើង គេហៅថាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ ។

៣.១.និយមន័យប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ:

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ដោយដឹងថា មានព្រឹត្តិការណ៍ B បានកើតឡើងរួចហើយ ហៅថាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ និងតាងដោយ $P(A/B)$ អានថាប្រូបាបនៃ

ព្រឹត្តិការណ៍ A ដោយបានដឹងព្រឹត្តិការណ៍ B កើតឡើងរួចហើយ ។

៣.២.រូបមន្តប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ:

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$ ដែល $P(B)\neq 0$ ។

៣.៣.វិធានផលគុណ:

ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ដោយ $P(B)\neq 0$ គេបាន:

$P(A\cap B)=P(B)\times P(A/B)$ ។

៤.ព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ឬ មិនអាស្រ័យគ្នា

ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ដែលអាស្រ័យនឹងគ្នាក្នុងវិធីដែលការកើតឡើងនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយមិនជាប់ពាក់ពន្ធ័នឹងការកើតឡើងនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយទៀតយើងហៅព្រឹត្តិការណ៍បែបនេះថាជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬគេហៅថាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យនឹងគ្នា។

យើងថា ព្រឹត្តិការណ៍ពីរ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាលុះត្រាតែ

$P(A/B)=P(A)$ ឬ $P(B/A)=P(B)$ ។

គេបាន $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ ។

ជាទូទៅ: បើ $A_1, A_2, ..., A_n$ ជា n ព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាពីរៗនោះគេបាន:

$P(A_1\cap A_2\cap A_3\cap ...\cap A_n)=P(A_1)\times P(A_2)\times P(A_3)\times ...\times P(A_n)$ ។

៥.របាប់

ទ្រឹស្តីបទ:

បើ A និង B ជាសំនុំកំណត់បាននោះ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

ដែល $n(A)$: ជាចំនួនធាតុឬកាឌីណាល់នៃសំនុំ A

$n(B)$: ជាចំនួនធាតុឬកាឌីណាល់នៃសំនុំ B

$n(A\cap B)$: ជាចំនួនធាតុឬកាឌីណាល់នៃសំនុំ $A\cap B$ ។

$n(A \cup B)$: ជាចំនួនធាតុឬកាឌីណាល់នៃសំនុំ $A \cup B$ ។

ទ្រឹស្តីបទ: បើ A និង B ជាសំនុំគ្មានធាតុរួមគ្នានោះគេបាន:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

៦.គោលការណ៍ រាប់ ចម្លាស់ និង បន្សំ

៦.១.គោលការណ៍រាប់:

បើ $E_1, E_2, ..., E_p$ ជា p ព្រឹត្តិការណ៍កើតឡើងផ្សេងៗគ្នា ដែលចំពោះព្រឹត្តិការណ៍នីមួយមានចំនួនលទ្ធផលរៀងគ្នា $r_1, r_2, ..., r_p$ នោះចំនួនលទ្ធផលសរុបនៃ p ព្រឹត្តិការណ៍នេះមាន $r_1 \times r_2 \times ... \times r_p$ ។

៦.២.ចម្លាស់:

ចម្លាស់នៃ n ធាតុខុសៗគ្នាជាតម្រៀប(គិតលំដាប់)នៃ n ធាតុ ដែលធាតុមួយនៅលំដាប់ទីមួយ ធាតុមួយទៀតនៅលំដាប់ទីពីរនិងបន្តបន្ទាប់ ។

ចំនួនចម្លាំនៃ n ធាតុមាន: $1 \times 2 \times 3 \times ... \times n = n!$ ។

$n!$: អានថា n ហ្វាក់តូរ្យែល ដែល $0! = 1$ ។

ជាទូទៅ: ចំនួនចម្លាស់ n ធាតុ យកម្តង p ធាតុមាន:

$$P(n, p) = \frac{n!}{(n-p)!} = n(n-1)...(n-p+1) \quad ។$$

៦.៣.ចម្លាស់ដែលមានវត្ថុដូចគ្នា:

បើគេចម្លាស់ n វត្ថុ ដែលក្នុងនោះមាន p_1 វត្ថុប្រភេទទទី១, p_2 វត្ថុប្រភេទទី២,

...... p_k វត្ថុប្រភេទទី k ដោយ $p_1 + p_2 + ... + p_k = n$

នោះចំនួនចម្លាស់គឺ: $N = \dfrac{n!}{p_1!\,p_2!....p_k!}$ ។

៦.៤.បន្សំ:

បន្សំគឺជាតម្រៀបមិនគិតលំដាប់ ។ចំនួនបន្សំ n ធាតុខុសៗគ្នាចាប់យកម្តង p ធាតុ ($p \le n$)កំណត់ និង តាងដោយ ៖

$$C(n, p) = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ ឬ } C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ ឬ } {}_nC_p = \frac{n!}{p!(n-p)!} \text{ ។}$$

ជំពូកទី០២
លំហាត់ជ្រើសរើសអមដោយដំណោះស្រាយ

Problem01 (ប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ ២០១៩)

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល16 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់16 ។គេចាប់យកប៊ូល3 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 4 ។

B : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែមិនអាចចែកដាច់នឹង 5

C : គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 4 ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 4 ៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$: ដោយប៊ូលសរុបមាន16 ហើយគេចាប់យកប៊ូល3 នោះ

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(16,3)=\dfrac{16!}{3!13!}=560$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$: ក្នុងចំណោមប៊ូលចុះលេខពី1 ដល់16 មានប៊ូលដែលចុះលេខចែកដាច់នឹង 4 គឺ $\{4,8,12,16\}$ នោះគេបាន $n(A)=C(4,3)=4$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{4}{560}=\dfrac{1}{140}$ ។

B : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែមិនអាចចែកដាច់នឹង 5

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ក្នុងចំណោមប៊ូល16 ដែលចុះលេខពី1 ដល់16 មានប៊ូលចុះលេខចែកដាច់នឹង5 ចំនួនបីគឺ $\{5,10,15\}$ នោះចំនួនប៊ូលដែលចុះលេខចែកមិនដាច់នឹង5 មាន13 ។

យើងបាន $n(B)=C(13,3)=\dfrac{13!}{3!10!}=286$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{286}{560}=\dfrac{143}{280}$ ។

C : **គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង** 4 **៖**

ដោយក្នុងចំណោមប៊ូល16 ដែលចុះលេខពី1 ដល់16 មានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនចែកដាច់នឹង4 ចំនួនបួនគឺ$\{4,8,12,16\}$ និងប៊ូល 12ទៀតចុះលេខជាចំនួនចែកមុនដាច់នឹង4 នោះយើងបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,1)C(12,2)=264$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{264}{560}=\dfrac{33}{70}$ ។

Problem02

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណសចំនួន2 ឃ្លីព៌ណក្រហមចំនួន4 និងនិងឃ្លីព៌ណខៀវចំនួន4 ។ គេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A :ឃ្លីទាំង3 មានព៌ណក្រហម ។

B : យ៉ាងតិចមានឃ្លី2 មានព៌ណខៀវ ។

C : ឃ្លីទាំង3 មានព៌ណខុសៗគ្នា។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A :**ឃ្លីទាំង**3 **មានព៌ណក្រហម៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបគេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច$n(S)$:

ដោយនៅក្នុងថង់នេះមានឃ្លីសរុបទាំងអស់ចំនួន $2+4+4=10$ ហើយគេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យនោះលទ្ធផលមិនគិតលំដាប់ទេ ។

វាជាបន្សំនៃ3 ធាតុយកចេញពីក្នុងចំណោម10 ធាតុ។

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\dfrac{10!}{3!7!}=\dfrac{7!.8.9.10}{6\times 7!}=120$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយក្នុងចំណោមគ្រាប់ឃ្លីទាំង 10 មានឃ្លីព៌ណក្រហម 4 ហើយគេចាប់យកឃ្លី 3 បាន ឃ្លីព៌ណក្រហមទាំង 3 វាជាបន្សំ 3 ជាតុក្នុងចំណោម 4 ជាតុ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A) = C(4,3) = \frac{4!}{3!1!} = \frac{24}{6} = 4$ ។

ដូចនេះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $P(A) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$ ។

B : **យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពីណខៀវ៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$ ៖

ក្នុងការចាប់គ្រាប់ឃ្លីចំនួន 3 គេបានគ្រាប់ឃ្លីព៌ណខៀវយ៉ាងតិចចំនួន 2 នោះគេបាន ចំនួនករណីស្រប ៖

$$n(B) = C(4,2)C(6,1) + C(4,3) = \frac{4!}{2!2!} \times 6 + \frac{4!}{3!1!} = 36 + 4 = 40 \text{ ។}$$

ដូចនេះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $P(B) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$ ។

C : **ឃ្លីទាំង 3 មានពីណខុសៗគ្នា៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$ ៖

ដោយក្នុងថង់មានឃ្លីព៌ណសចំនួន 2 ឃ្លីព៌ណក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីព៌ណខៀវចំនួន 4 ក្នុងការចាប់គ្រាប់ឃ្លីចំនួន 3 គេបានគ្រាប់ឃ្លីមានព៌ណខុសៗគ្នានោះគេបានចំនួនករណី ស្រប $n(C) = C(2,1)C(4,1)C(4,1) = 2 \times 4 \times 4 = 32$

ដូចនេះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C គឺ $P(C) = \frac{32}{120} = \frac{4}{15}$ ។

Problem03

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សពូកែចំនួន 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រីនិង 6 នាក់ជាសិស្សប្រុស។គេរៀបចំសិស្សជាក្រុម ក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយ ចៃដន្យយកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដ៏ទៃ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី។

B :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស។

C :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច៖

សិស្សសរុបមាន 10 នាក់ជ្រើសរើសយក 4 នាក់ព្រមគ្នាដើម្បីបង្កើតជាក្រុមគឺមានសរុបទាំងអស់ $n(S)=C(10,4)=\dfrac{10!}{4!6!}=210$ របៀប។

ចំនួនករណីស្រប៖

ដោយសិស្សស្រីសរុបមាន 4 នាក់នោះគេបាន $n(A)=C(4,4)=1$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{1}{210}$ ។

B :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប៖

ដោយសិស្សប្រុសសរុបមាន 6 នាក់នោះគេបាន $n(B)=C(6,4)$

ឬ $n(B)=\dfrac{6!}{4!2!}=15$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{15}{210}=\dfrac{1}{14}$ ។

C :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប៖

ដោយក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់នោះក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុសជាក្រុមដែលមានសិស្សប្រុស 2 និងស្រី 2។

$n(C)=C(6,2)\times C(4,2)=\frac{6!}{2!4!}\times\frac{4!}{2!2!}=15\times 6=90$

ដូចនេះ: $P(C)=\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$។

Problem04

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល១៥ដែលចែកជា ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន៧ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៧នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៧ រួចប៊ូលខៀវចំនួន៥និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៥នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៥ចុងក្រោយប៊ូលក្រហមចំនួន៣និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៣នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៣។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង។

B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស។

C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : **ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ការចាប់យកប៊ូល១ចេញពីក្នុងថង់ដែលមានប៊ូលសរុប១៥ គឺជាបន្សំ1 ក្នុងចំណោម 15 ដែលមានទាំងអស់ចំនួន $n(S)=C(15,1)=15$ ករណី ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដើម្បីចាប់បានប៊ូលមានពណ៌បៃតងគេត្រូវចាប់យកក្នុងចំណោមប៊ូលពណ៌បៃតង 7 ដែល

ជាបន្សំ1ក្នុង7 គឺ $n(A)=C(7,1)=7$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{7}{15}$ ។

B : **ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(\mathrm{B})}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ប៊ូលដែលចុះលេខសេសមានទាំងអស់ 9 គ្រាប់ហើយដើម្បីឲ្យប៊ូលដែលចាប់បាន

មានលេខសេសគឺគេត្រូវចាប់យកក្នុងចំណោមប៊ូលទាំង9 ដែលមានទាំងអស់

ចំនួន $n(B)=C(9,1)=9$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$ ។

C : **ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

ប៊ូលពណ៌បៃតងនិងចុះលេខសេសមាន4គ្រាប់នោះដើម្បីឲ្យប៊ូលដែលចាប់បានមាន

ពណ៌បៃតងនិងលេខសេសលុះត្រាតែគេចាប់យកក្នុងចំណោមប៊ូលទាំង4គ្រាប់នេះ

ដែលមានទាំងអស់ $n(C)=4$ ករណី ។ ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{4}{15}$ ។

Problem05

ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលព៌ណស 3 ប៊ូលព៌ណខៀវ3 និងប៊ូលព៌ណក្រហម2 ។

គេចាប់យកប៊ូលម្តង3 ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ។

គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរព៌ណខៀវ» B : «ប៊ូលទាំងបីមានព៌ណខុសៗគ្នា»

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរព៌ណខៀវ»

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបមាន 8 ហើយគេចាប់យកប៊ូលម្តង3 ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បោង

ដោយចៃដន្យនោះគេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(8,3)=\dfrac{8!}{3!5!}=56$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយប៊ូលខៀវមាន 3 នោះ $n(A)=C(3,2)C(5,1)+C(3,3)=16$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{16}{56}=\dfrac{2}{7}$ ។

B : «ប៊ូលទាំងបីមានព៌ណខុសៗគ្នា»

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ដោយក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលព៌ណស 3 ប៊ូលព៌ណខៀវ3 និងប៊ូលព៌ណក្រហម2 ហើយគេចាប់យកប៊ូល៣បានប៊ូលព៌ណខុសគ្នាទាំង៣នោះគេបានចំនួនករណីស្រប

$n(B)=C(3,1)C(3,1)C(2,1)=18$ ។ ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{18}{56}=\dfrac{9}{28}$ ។

Problem06

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល12ដែលគេសរសេរពីលេខ1ដល់12 ។

គេចាប់យកប៊ូល3ចេញពីធុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង3»

ខ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង3»

គ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$ »។

Solution

ក.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ ។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបមាន 12 ហើយគេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$$n(S)=C(12,3)=\frac{12!}{3!9!}=\frac{10\times 11\times 12}{6}=220$$ ។

ក្នុងចំណោមប៊ូលចុះលេខពី 1 ដល់ 12 មានប៊ូល 4 ចុះលេខចែកដាច់នឹង 3 គឺ ៖

$\{3,6,9,12\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)=4$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{4}{220}=\dfrac{1}{55}$ ។

ខ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

គេបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ដោយក្នុងចំណោមប៊ូលចុះលេខពី 1 ដល់ 12 មានប៊ូល 4 ចុះលេខចែកដាច់នឹង 3 និង ប៊ូល 8 ទៀតចុះលេខចែកមិនដាច់នឹង 3 នោះគេបានចំនួនករណីស្រប៖

$$n(B)=C(4,1)C(8,2)=4\times\frac{8!}{2!6!}=112$$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{112}{220}=\dfrac{28}{55}$ ។

គ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តមាន $d=3$»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

គេបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ដោយ $C=\{(1,4,7),(2,5,8),(3,6,9),(4,7,10),(5,8,11),(6,9,12)\}$

នោះគេបាន $n(C)=6$ ។ ដូចនេះ $p(C)=\frac{6}{220}=\frac{3}{110}$ ។

Problem07

នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី៤នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិក២នាក់និងសិស្សអឺរ៉ុប៣នាក់។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស៣នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

ខ.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប»

គ.«មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប»។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

យើងបាន $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយសិស្សសរុបនៅក្នុងថ្នាក់មាន 9 នាក់ហើយគេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស៣នាក់ដោយចៃដន្យនោះគេបានចំនួនករណីអាច ៖

$n(S)=C(9,3)=\frac{9!}{3!6!}=84$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)C(5,1)+C(4,3)=34$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\frac{34}{84}=\frac{17}{42}$ ។

ខ.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

យើងបាន $p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(3,2)C(6,1)+C(3,3)=19$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{19}{84}$ ។

គ.«មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,1)C(2,1)C(3,1)=24$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{24}{84}=\dfrac{2}{7}$ ។

Problem08

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 3គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2,3 ។

គេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។

១-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។

២-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។

៣-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3ដោយបានដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា ។

Solution

១)រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា៖

តាង a_1,a_2 ជាឃ្លីពណ៌ស ចុះលេខ1 និង 2 ហើយ b_1,b_2,b_3 ជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅចុះលេខ 1, 2 និង 3 ។ លំហសំណាក ៖

$$S=\{(a_1,a_2),(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_2,b_3),(b_1,b_2),(b_1,b_3),(b_2,b_3)\}$$

សំណុំព្រឹត្តិការណ៍ A,B និង $A\cap B$ ៖

$$A=\{(a_1,a_2),(b_1,b_2),(b_2,b_3),(b_1,b_3)\} \quad , \quad B=\{(a_1,a_2),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(b_1,b_2)\}$$

និង $A\cap B=\{(a_1,a_2)\ ,(b_1,b_2)\}$ ។

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(S)=10$, $n(A)=4$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{4}{10}=0.4$ ។

២)រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ3

រូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B)=4$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=0.4$ ។

៣)គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C

គេបាន $P(C)=P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$

ដោយ $n(A\cap B)=2$ ដូចនេះ $P(C)=\frac{2}{4}=0.5$ ។

Problem09

គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

១-រកចំនួនករណីអាច ។

២-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5 ។

៣-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។

Solution

១)រកចំនួនករណីអាច ៖

ចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ជាតម្រៀបគិតលំដាប់ដែលកំណត់ដោយ ៖

$$n(S)=A(9,3)=\frac{9!}{(9-3)!}=\frac{6!.7.8.9}{6!}=504 \text{ ។}$$

ដូចនេះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=504$ ។

២)រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ នោះគេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ជាពហុគុណនៃ 5 ជាចំនួនដែលមានលេខចុងក្រោយជាលេខ5

ហើយលេខពីរខ្ទង់ខាងមុខជាលេខដែលយកចេញពីលេខ 1,2,3,4,5,6,7,8,9 ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=A(8,2)=\frac{8!}{(8-2)!}=\frac{6!.7.8}{6!}=56$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{56}{504}=\frac{1}{9}$ ។

៣)រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ នោះគេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់ជាចំនួនគូ ជាចំនួនដែលមានលេខចុងក្រោយជាចំនួនគូ ។

ក្នុងចំណោម9ចំនួន 1,2,3,4,5,6,7,8,9 មានចំនួនគូបួនគឺ 2,4,6,8 ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=A(8,2)\times 4=\frac{8!}{(8-2)!}\times 4=\frac{6!.7.8}{6!}\times 4=224$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$ ។

Problem10

ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចព័ណក្រហម 8 និងប៊ិព័ណខៀវ6 ។ គេចាប់យកប៊ិច5 ព្រមគ្នាចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាប៖

A : «ប៊ិចទាំង5 ព័ណក្រហម»

B : «ប៊ិច3 ព័ណក្រហមនិងប៊ិច2 ព័ណខៀវ»

C : «មានប៊ិចព័ណខៀវ1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង5 »

Solution

គណនាប្រូបាប៖

A : «ប៊ិចទាំង5 ព័ណក្រហម»

យើងបាន $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ិចសរុបនៅក្នុងថង់មាន14 ហើយគេចាប់យកប៊ិច5 ព្រមគ្នានោះគេបាន៖

$n(C)=C(14,5)=\frac{14!}{5!9!}=14\times 13\times 11=2002$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(8,5)=\dfrac{8!}{5!3!}=56$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{56}{2002}=\dfrac{4}{143}$ ។

B: «ប៊ិច3 ព័ណក្រហមនិងប៊ិច2 ព័ណខៀវ»

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(8,3)C(6,2)=840$

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{840}{2002}=\dfrac{30}{143}$ ។

C: «មានប៊ិចព័ណខៀវ1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង5 »

យើងបាន C និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $p(C)=1-p(A)$

ដូចនេះ $p(C)=1-\dfrac{4}{143}=\dfrac{139}{143}$ ។

Problem11

ទេសចរមួយក្រុមមានបុរស3 នាក់និងស្ត្រី5 នាក់បានឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួរដោយ ចៃដន្យដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គរវត្ត។

១.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរនោះ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

A: «ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»

B: «ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា»

Solution

១.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរនោះ៖

តាង $n(S)$ ជាចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរ។

ដោយក្រុមទេសចរមានបុរស3 នាក់និងស្ត្រី5នោះរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាគឺ

$n(S)=8!=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8=40320$ ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

A: «ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»

យើងបាន $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=40320$ ។

ចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=5\times7!=25200$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\frac{25200}{40320}=\frac{5}{8}$ ។

B: «ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា»

យើងបាន $p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=3!6!=4320$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\frac{4320}{40320}=\frac{3}{28}$ ។

Problem12

មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែន បានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសគ្នាដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី 1 ដល់ 9 ។

១.តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

២.មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យដើម្បីប្រើក្នុងពេលធ្វើប្រតិបត្តិការសឹក។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A: «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ»

B: «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស»

Solution

១.ចំនួនសម្ងាត់ដែលមេបញ្ជាការបង្កើតបានទាំងអស់៖

តាង $n(S)$ ជាចំនួនសម្ងាត់ដែលមេបញ្ជាការបង្កើតបានទាំងអស់។

ដោយចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសគ្នាដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី 1 ដល់ 9 នោះគេបាន ៖

$n(S)=P(9,3)=\frac{9!}{6!}=7\times8\times9=504$ ចំនួន។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A : «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ»

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=504$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគូ ត្រូវមានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយបង្អស់ជាលេខ $2,4,6,8$ ។

គេបាន $n(A)=4\times\dfrac{8!}{6!}=4\times7\times8=224$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{224}{504}=\dfrac{4}{9}$ ។

B : «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស»

ដោយ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន ៖

$p(B)=1-p(A)=1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{4}{9}$, $p(B)=\dfrac{5}{9}$ ។

Problem13

ក្រូចថ្លុង 20 ផ្លែដែលដាក់លក់មាន 16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែមនិង 4 ផ្លែមានរសជាតិជូរ។
អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូចថ្លុង 3 ដោយចៃដន្យ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ»។

២. B : «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម»

៣. C : «យ៉ាងតិចមានក្រូច 1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម»។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ»។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,3)=\dfrac{20!}{3!17!}=\dfrac{18\times19\times20}{6}=1140$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)=4$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{4}{1140}=\dfrac{1}{285}\approx0.0035$ ។

២.B: «ក្រូចទាំង3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម»

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(16,3)=\dfrac{16!}{3!13!}=\dfrac{14\times15\times16}{6}=560$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{560}{1140}=\dfrac{28}{57}\approx0.4912$ ។

៣.C: «យ៉ាងតិចមានក្រូច1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម»។

C និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

ដូចនេះ $p(C)=1-p(A)=1-\dfrac{1}{285}=\dfrac{284}{285}\approx0.9965$ ។

Problem14

គេប្រើលេខពី 0 ដល់9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ4 ខ្ទង់ដោយលេខខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ទេ។

១.តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើនេះ?

២.តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា?

៣.តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នា?

Solution

១.រកចំនួនដែលគេអាចសរសេរបាន

ចំនួនមានលេខបួនខ្ទង់ដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9 និងដោយលេខខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ។

លេខខ្ទង់ទីមួយដំបូងគេអាចសរសេរបាន 9 របៀបដោយប្រើលេខពី1ដល់9 ។

លេខខ្ទង់ទីពីរអាចសរសេរបាន 10 របៀបដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9។

លេខខ្ទង់ទីបីអាចសរសេរបាន 10 របៀបដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9។

លេខខ្ទង់ទីបួនអាចសរសេរបាន 10 របៀបដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9។

ដូចនេះចំនួនសរុបដែលគេអាចសរសេរបានមាន $9\times10\times10\times10=9,000$ ចំនួន។

២.ចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា៖

លេខខ្ទង់ទីមួយដំបូងគេអាចសរសេរបាន 9 របៀប

លេខខ្ទង់ទីពីរអាចសរសេរបាន 9 របៀប

លេខខ្ទង់ទីបីអាចសរសេរបាន 8 របៀប

លេខខ្ទង់ទីបួនអាចសរសេរបាន 7 របៀប

ដូចនេះចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នាសរុបទាំងអស់គឺ ៖

$9\times9\times8\times7=4536$ ចំនួន។

៣.ចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នា ៖

ចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នាដោយប្រើលេខពី1 ដល់9 គឺ ៖

$\{1111,2222,3333,4444,5555,6666,7777,8888,9999\}$

ដូចនេះមាន9 ចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នា ។

Problem15

ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយ មានលំហាត់ពីជគណិត6 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ4 ។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង10 នេះទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន។

១.រកចំនួនករណីអាច ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖

A : «សិស្សX ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ។

$B:$ សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរនីមាត្រទាំងពីរ។

$C:$ សិស្សZ ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយនិងលំហាត់ធរណីមាត្រ។

Solution

១.រកចំនួនករណីអាច ៖

លំហាត់សរុបមាន10ហើយបេក្ខជនត្រូវជ្រើសរើសលំហាត់2 នោះគេបានចំនួនករណី

អាច $n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=45$ ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖

$A:$ «សិស្សX ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប$n(A)=C(6,2)=\dfrac{6!}{2!4!}=15$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{15}{45}=\dfrac{1}{3}$ ។

$B:$ សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរនីមាត្រទាំងពីរ។

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{6}{45}=\dfrac{2}{15}$ ។

$C:$ សិស្សZ ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយនិងលំហាត់ធរណីមាត្រ។

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,1)C(4,1)=6\times4=24$ ។

ដូចនេះ$p(C)=\dfrac{24}{45}=\dfrac{8}{15}$ ។

Problem16

គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស3 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស6 នាក់និងសិស្សស្រី4 នាក់។រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស 2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់។

Solution

រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់៖

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសយកសិស្ស3 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ហើយគេបានសិស្សប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\dfrac{10!}{3!7!}=\dfrac{8\times 9\times 10}{6}=120$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,2)C(4,1)=\dfrac{6!}{2!4!}\times 4=60$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}$ ។

Problem17

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម8និងឃ្លីព៌ណបៃតង12 ។

គេចាប់យកឃ្លី1 ចំនួនពីរដងចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

(ចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ)។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ។

ខ. B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ។

គ. C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណក្រហម

A_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណក្រហម

គេបាន $A = A_1 \cap A_2$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{n(A_1)}{n(S_1)} = \dfrac{C(8,1)}{C(20,1)} = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

$$P(A_2 / A_1) = \frac{n(A_2 / A_1)}{n(S_2)} = \frac{C(7,1)}{C(19,1)} = \frac{7}{19}$$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{7}{19} = \dfrac{14}{95} \approx 0.1474$ ។

ខ.B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណបៃតង

B_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណបៃតង

គេបាន $B = B_1 \cap B_2$ នោះ $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)P(B_2 / B_1)$

ដោយ $P(B_1) = \dfrac{n(B_1)}{n(S_1)} = \dfrac{C(12,1)}{C(20,1)} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$

$$P(B_2 / B_1) = \frac{n(B_2 / B_1)}{n(S_2)} = \frac{C(11,1)}{C(19,1)} = \frac{11}{19}$$

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{11}{19} = \dfrac{33}{95} \approx 0.3474$ ។

គ.C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីក្រហម

C_2 :ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

C_1' : ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីបៃតង

C_2' : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីក្រហម

យើងបាន $C = (C_1 \cap C_2) \cup (C_1' \cap C_2')$

នោះ $P(C) = P(C_1 \cap C_2) + P(C_1' \cap C_2')$

$$=P(C_1)P(C_2/C_1)+P(C_1')P(C_2'/C_1')$$

ដោយ $P(C_1)=\dfrac{n(C_1)}{n(S_1)}=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$, $P(C_2/C_1)=\dfrac{n(C_2/C_1)}{n(S_2)}=\dfrac{12}{19}$

$$P(C_1')=\frac{n(C_1')}{n(S_1)}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}\ ,\ P(C_2'/C'_1)=\frac{n(C_2'/C_1')}{n(S_2)}=\frac{8}{19}$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{12}{19}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{8}{19}=\dfrac{48}{95}=0.5052$ ។

សម្គាល់ ៖ គេអាចគណនាប្រូបាបនេះតាមព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេមាន C និង $A\cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន៖

$$P(C)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)=1-\frac{14}{95}-\frac{33}{95}=\frac{48}{95}=0.5052$$ ។

Problem18

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម 4 និងឃ្លីព៌ណបៃតង 6 ។គេចាប់យកឃ្លី 1 ចំនួនពីរដងចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ(ចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ)។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ។

ខ. B: យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ។ គ. C: យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណក្រហម

A_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណក្រហម

គេបាន $A=A_1\cap A_2$ នោះ $P(A)=P(A_1\cap A_2)=P(A_1)P(A_2)$

ដោយ $P(A_1)=\dfrac{n(A_1)}{n(S)}=\dfrac{C(4,1)}{C(10,1)}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

$$P(A_2)=\frac{n(A_2)}{n(S)}=\frac{C(4,1)}{C(10,1)}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

ដូចនេះ $P(B)=P(B_1\cap B_2)=P(B_1)P(B_2)$ ។

ខ.B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណបៃតង

B_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណបៃតង

គេបាន $B=B_1\cap B_2$ នោះ $P(B)=P(B_1\cap B_2)=P(B_1)P(B_2)$

ដោយ $P(B_1)=\dfrac{n(B_1)}{n(S)}=\dfrac{C(6,1)}{C(10,1)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$P(B_2)=\dfrac{n(B_2)}{n(S)}=\dfrac{C(6,1)}{C(10,1)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{25}=0.36$ ។

គ.C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីក្រហម

C_2 :ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

C_1': ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីបៃតង

C_2': ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

យើងបាន $C=(C_1\cap C_2)\cup(C_1'\cap C_2')$

នោះ $P(C)=P(C_1\cap C_2)+P(C_1'\cap C_2')$

$=P(C_1)P(C_2)+P(C_1')P(C_2')$

ដោយ $P(C_1)=\dfrac{n(C_1)}{n(S)}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$, $P(C_2)=\dfrac{n(C_2)}{n(S)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$P(C_1')=\dfrac{n(C_1')}{n(S)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$, $P(C_2')=\dfrac{n(C_2')}{n(S)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{12}{25}=0.48$ ។

សម្គាល់ ៖ គេអាចគណនាប្រូបាបនេះតាមព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេមាន C និង $A\cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន៖

$P(C)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)=1-\dfrac{4}{25}-\dfrac{9}{25}=\dfrac{12}{25}=0.48$ ។

Problem19

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម6 គ្រាប់ចុះលេខ1,2,3,4,5,6 និងប៊ូលខ្មៅ9គ្រាប់ចុះលេខ1,2,3,4,5,6,7,8,9 ។

គេចាប់យកប៊ូល1គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនសេស។

ខ. B: យកបានប៊ូលចុះលេខសេសដោយដឹងថាជាប៊ូលខ្មៅ។

គ. C: យកបានប៊ូលខ្មៅដោយដឹងថាជាប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនសេស៖

តាមរូបមន្តគោននៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន15 ចាប់យក1 នោះគេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,1)=15$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ប៊ូលចុះលេខជាចំនួនសេសមាន8 ចាប់យក1 នោះ $n(A)=C(8,1)=8$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{8}{15}\approx 0.5333$ ។

ខ. B: យកបានប៊ូលចុះលេខសេសដោយដឹងថាជាប៊ូលខ្មៅ

B_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូលមួយបានប៊ូលខ្មៅ។

គេបាន $B=A/B_1$ នោះ $P(B)=P(A/B_1)=\dfrac{n(A\cap B_1)}{n(B_1)}$

គេមាន $n(B_1)=9$ និង $A\cap B_1=\{1,3,5,7,9\}$ នោះ $n(A\cap B_1)=5$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{5}{9}\approx 0.5556$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលខ្មៅដោយដឹងថាជាប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូ

តាង C_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូលមួយបានប៊ូលចុះលេខគូ។

គេបាន $C=B_1/C_1$ នោះ $P(C)=\frac{n(B_1\cap C_1)}{n(C_1)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខគូមាន 7 គ្រាប់នោះ $n(C_1)=C(7,1)=7$ ។

ហើយ $B_1\cap C_1=\{2,4,6,8\}$ នោះ $n(B_1\cap C_1)=4$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{4}{7}\approx 0.5714$ ។

Problem20

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 4 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4$ និងប៊ូលខ្មៅ 6 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6$ ។គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលខ្មៅយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណដូចគ្នា។

ឃ. D : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលខ្មៅយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់

យើងតាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល 2 បានប៊ូលព៌ណក្រហមទាំង 2

នោះ A' និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

គេបាន $P(A)=1-P(A')=1-\frac{n(A')}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន10 ហើយចាប់យកប៊ូល2 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=\dfrac{9\times10}{2}=45$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A')=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ។

ដូចនេះ $P(A)=1-\dfrac{6}{45}=\dfrac{39}{45}=\dfrac{13}{15}\approx0.8667$ ។

ខ.B : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ៖

យើងតាង B' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា

នោះ B' និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(B)=1-P(B')=1-\dfrac{n(B')}{n(S)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខដូចគ្នាមានតែ 4 គូនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B')=4$ ។

ដូចនេះ $P(B)=1-\dfrac{4}{45}=\dfrac{41}{45}\approx0.9111$ ។

គ.C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប ៖

ដើម្បីចាប់យកប៊ូល 2 បានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណដូចគ្នាលុះត្រាតែប៊ូល 2 នេះ

ចាប់យកពីក្នុងចំណោមប៊ូលក្រហមសុទ្ធឬប៊ូលខ្មៅសុទ្ធនោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(C)=C(4,2)+C(6,2)=\dfrac{4!}{2!2!}+\dfrac{6!}{4!2!}=6+15=21$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{21}{45}=\dfrac{7}{15}\approx0.4667$ ។

ឃ.D : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណខុសគ្នា៖

យើងមាន D និង $(B\cup C)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

គេបាន $P(D)=1-P(B\cup C)=1-P(B)-P(C)=1-\frac{4}{45}-\frac{21}{45}=\frac{4}{9}$

ដូចនេះ $P(D)=\frac{4}{9}$ ។

Problem21

នៅក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម6 ឃ្លីព៌ណខ្មៅ5និងឃ្លីព៌ណបៃតង9 ។ គេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងស្បោងនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា ។

ខ. B : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា។

គ. C : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា2គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

$n(S)=C(20,3)=\frac{20!}{3!17!}=\frac{18\times19\times20}{6}=1140$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(6,1)C(5,1)C(9,1)=6\times5\times9=270$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{270}{1140}=\frac{9}{38}\approx0.2368$ ។

ខ. B : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(6,3)+C(5,3)+C(9,3)$

$$=\frac{6!}{3!3!}+\frac{5!}{3!2!}+\frac{9!}{3!6!}$$

$$=20+10+84=114$$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{114}{1140}=\frac{1}{10}=0.10$ ។

គ. C : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា 2 គ្រាប់

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប ៖

$$n(C)=C(6,2)C(14,1)+C(5,2)C(15,1)+C(9,2)C(11,1)$$

$$=\frac{6!}{2!4!}\times 14+\frac{5!}{2!3!}\times 15+\frac{9!}{2!7!}\times 11$$

$$=210+150+396=756$$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{756}{1140}=\frac{63}{95}\approx 0.6632$ ។

Problem22

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល 30 គ្រាប់ចុះលេខពី 1 ដល់ 30 ។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងធុងនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង 2 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ទាំង 2 គ្រាប់។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋម 1 គ្រាប់និងចុះលេខជាការេប្រាកដ
នៃចំនួនគត់ 1 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង 2 គ្រាប់

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(30,2)=\dfrac{30!}{28!2!}=\dfrac{29\times 30}{2}=435$ ។

.ចំនួនករណីស្រប៖

ចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី1 ដល់30 មានចំនួនបឋមទាំងអស់ចំនួន១០គឺ

$\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប៖

$n(A)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=\dfrac{9\times 10}{2}=45$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{45}{435}=\dfrac{3}{29}\approx 0.1035$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ទាំង2 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី1 ដល់30 មានចំនួនជាការេប្រាកដទាំងអស់5 ចំនួនគឺ

$\{1,4,9,16,25\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)=\dfrac{5!}{2!3!}=10$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{10}{435}=\dfrac{2}{87}$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋម1 គ្រាប់និងចុះលេខជាការេប្រាកដ
នៃចំនួនគត់1 គ្រាប់៖

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(10,1)C(5,1)=10\times 5=50$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{50}{435}=\dfrac{10}{87}\approx 0.1149$ ។

Problem23

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម12 ដើមនិងប៊ិចខៀវ12 ដើម។ គេចាប់យកប៊ិច2 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ក. A : យកបានប៊ិចមានព៌ណខុសគ្នា។

ខ. B : យកបានប៊ិចមានព៌ណដូចគ្នា។

គ. C : យកបានប៊ិចព៌ណខៀវយ៉ាងតិច1 ដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចមានព៌ណខុសគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$

ប៊ិចសរុបមានចំនួន24 ដើមហើយចាប់យក2 ដើមព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n(S)=C(24,2)=\dfrac{24!}{2!22!}=\dfrac{23\times 24}{2}=276$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(12,1)C(12,1)=12\times 12=144$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{144}{276}=\dfrac{12}{23}\approx 0.5217$ ។

ខ. B : យកបានប៊ិចមានព៌ណដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(12,2)+C(12,2)=2\times\dfrac{12!}{2!10!}=11\times 12=132$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{132}{276}=\dfrac{11}{23}\approx 0.4783$ ។

គ. C : យកបានប៊ិចព៌ណខៀវយ៉ាងតិច1 ដើម

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(12,1)C(12,1)+C(12,2)=144+66=210$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{210}{276}=\dfrac{35}{46}\approx 0.7609$ ។

Problem24

នៅក្នុងកាបូបមួយមានប្រាក់សរុប $230,000$ រៀលដែលក្នុងនោះមាន
ក្រដាស់ប្រាក់បីប្រភេទគឺក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀល ក្រដាសប្រាក់មួយម៉ឺនរៀលនិង
ក្រដាសប្រាក់ពីរម៉ឺនរៀលរួមទាំងអស់ 20 សន្លឹក។
គេដឹងផលបូកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀលនិងចំនួនក្រដាស់ប្រាក់ពីរម៉ឺនរៀល
ស្មើនឹង 3 ដងនៃចំនួនក្រដាសប្រាក់មួយម៉ឺនរៀល។

១.ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ។

២.គេយកប្រាក់ 4 សន្លឹកចេញពីក្នុងកាបូបនោះដោយចៃដន្យ។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប្រាក់ $45,000$ រៀល

ខ. B : យកបានប្រាក់ $70,000$ រៀល

គ. C : យកបានប្រាក់ច្រើនបំផុត។

Solution

១.រកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ៖

យើងតាង x, y, z ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀល ក្រដាសមួយម៉ឺនរៀលនិង
ក្រដាសពីរម៉ឺនរៀលរៀងគ្នា។ តាមសម្មតិកម្មយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ ៖

$$\begin{cases} 5000x + 10000y + 20000z = 230000 \\ x + y + z = 20 \\ x + z = 3y \end{cases}$$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការនេះគេបាន $x = 8$, $y = 5$, $z = 7$ ។

ដូចនេះចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀលមាន 8 សន្លឹក។
ចំនួនក្រដាសប្រាក់មួយម៉ឺនរៀលមាន 5 សន្លឹក។
ចំនួនក្រដាសប្រាក់ពីរម៉ឺនរៀលមាន 7 សន្លឹក។

២.គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប្រាក់ $45{,}000$ រៀល

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,4)=\dfrac{20!}{4!16!}=\dfrac{17\times18\times19\times20}{24}=4845$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដើម្បីយកបានប្រាក់ 45,000 រៀលលុះត្រាតែគេយកបានក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់មួយសន្លឹក ក្រដាសមួយម៉ឺនរៀលពីរសន្លឹកនិងក្រដាសពីរម៉ឺនរៀលមួយសន្លឹក។

គេបាន $n(A)=C(8,1)C(5,2)C(7,1)=8\times\dfrac{5!}{2!3!}\times7=560$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{560}{4845}=\dfrac{112}{969}\approx0.1156$ ។

ខ. B : យកបានប្រាក់ $70{,}000$ រៀល

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ដើម្បីយកបានប្រាក់ 70,000 រៀលលុះត្រាតែគេយកបានក្រដាសមួយម៉ឺនរៀល ១សន្លឹកនិងក្រដាសពីរម៉ឺនរៀល៣សន្លឹក។

គេបាន $n(B)=C(5,1)C(7,3)=5\times\dfrac{7!}{4!3!}=175$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{175}{4845}=\dfrac{35}{969}\approx0.0361$ ។

គ. C : យកបានប្រាក់ច្រើនបំផុត៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ដើម្បីយកបានប្រាក់ច្រើនបំផុតលុះត្រាតែគេយកបានក្រដាសពីរម៉ឺនរៀលទាំង

៤សន្លឹកនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(7,4)=\dfrac{7!}{4!3!}=35$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{35}{4845}=\dfrac{7}{969}\approx 0.0072$ ។

Problem25

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស15នាក់ក្នុងនោះសិស្សប្រុស9នាក់និងសិស្សស្រី6 នាក់។
គេជ្រើសរើសសិស្ស3នាក់ដោយចៃដន្យជាតំណាងទៅសម្ភាសន៍។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី។

B : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សប្រុស។

C : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់មាន2 នាក់ជសិស្សស្រី។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបយើងបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

សិស្សសរុបមាន15 នាក់ហើយគេជ្រើសរើសសិស្ស3នាក់នោះចំនួនករណីអាចគឺ៖

$n(S)=C(15,3)=\dfrac{15!}{3!12!}=\dfrac{13\times14\times15}{6}=455$ ។

.ចំនួនករណីស្រប$n(A)$:

សិស្សស្រីសរុបមាន6 នាក់ហើយគេជ្រើសរើសសិស្ស3នាក់ឲ្យបានសិស្សស្រីទាំង3

នោះ $n(A)=C(6,3)=\dfrac{6!}{3!3!}=4\times5=20$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{20}{455}=\dfrac{4}{91}$ ។

B : ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សប្រុស៖

តាមរូបមន្តគោល $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times8\times9}{6}=84$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{84}{455}=\dfrac{12}{65}$ ។

C : ក្រុមសិស្សទាំង 3 នាក់មាន 2 នាក់ជាសិស្សស្រី៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,2)C(9,1)=\dfrac{6!}{2!4!}\times9=135$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{135}{455}=\dfrac{27}{91}$ ។

Problem26

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 8 គ្រាប់ ប៊ូលព៌ណខ្មៅ 9 គ្រាប់ និងប៊ូលព៌ណបៃតង 11 គ្រាប់។គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលព៌ណដូចគ្នាទាំងពីរគ្រាប់ ។

B : យកបានប៊ូលព៌ណខុសគ្នា ។

C : យកបានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលព៌ណដូចគ្នាទាំងពីរគ្រាប់ ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច៖

ប៊ូលសរុបមាន28គ្រាប់ហើយចាប់យក2គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច៖

$n(S)=C(28,2)=\dfrac{28!}{2!26!}=378$ ។

.ចំនួនករណីស្រប ៖

ដោយនៅក្នុងថង់មានប៊ូលព័ណក្រហម 8គ្រាប់ប៊ូលព័ណខ្មៅ9គ្រាប់និងប៊ូលព័ណបៃតង11 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកប៊ូល2គ្រាប់ព្រមគ្នាបានប៊ូលព័ណដូចគ្នាទាំងពីរ

នោះគេបាន $n(A)=C(8,2)+C(9,2)+C(11,2)$

$$=\frac{8!}{2!6!}+\frac{9!}{2!7!}+\frac{11!}{2!9!}=28+36+55=119 \text{ ។}$$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{119}{378}=\dfrac{7\times17}{7\times54}=\dfrac{17}{54}$ ។

B: យកបានប៊ូលព័ណខុសគ្នា ៖

ដោយ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $P(B)=1-P(A)$

ដូចនេះ $P(B)=1-\dfrac{17}{54}=\dfrac{37}{54}$ ។

C: យកបានប៊ូលព័ណបៃតងយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ ៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(11,1)C(17,1)+C(11,2)=11\times17+55=242$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{242}{378}=\dfrac{121}{189}$ ។

Problem27

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចព័ណខៀវ5ដើមនិងប៊ិចព័ណក្រហម4ដើម។

គេចាប់យកប៊ិច3ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A: យកបានប៊ិចខៀវពីរដើមនិងប៊ិចក្រហមមួយដើម ។

B: យកបានប៊ិចមានព័ណដូចគ្នាទាំងបីដើម ។

C: យកបានប៊ិចព័ណខៀវយ៉ាងតិចមួយដើម ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ិចខៀវពីរដើមនិងប៊ិចក្រហមមួយដើម ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times8\times9}{6}=84$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,2)C(4,1)=\dfrac{5!}{2!3!}\times4=40$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{40}{84}=\dfrac{10}{21}$ ។

B : យកបានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នាទាំងបីដើម ៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,3)+C(4,3)=\dfrac{5!}{3!2!}+\dfrac{4!}{3!1!}=14$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$ ។

C : យកបានប៊ិចពណ៌ខៀវយ៉ាងតិចមួយដើម ៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(5,1)C(4,2)+C(5,2)C(4,1)+C(5,3)$

$$=5\times\frac{4!}{2!2!}+\frac{5!}{2!3!}\times4+\frac{5!}{3!2!}=30+40+10=80$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{80}{84}=\dfrac{20}{21}$ ។

Problem28

ក្នុងទូដាក់សៀវភៅអានមួយមានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 5 ក្បាល សៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាល។សិស្សម្នាក់បានចាប់យកសៀវភៅ 3 ក្បាលមកអានដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A :យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 2 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 1 ក្បាល ។

B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាមួយក្បាល។

C: យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរយ៉ាងតិចមួយក្បាល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A :យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 2 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 1 ក្បាល ៖

តាមរូបមន្តយើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច ៖

សៀវភៅសរុបនៅក្នុងទូមាន12ក្បាលហើយចាប់យកព្រមគ្នា3ក្បាលនោះគេបាន

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(12,3)=\dfrac{12!}{3!9!}=\dfrac{10\times11\times12}{6}=220$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,2)C(4,1)=\dfrac{5!}{2!3!}\times4=40$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{40}{220}=\dfrac{2}{11}$ ។

B: យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាមួយក្បាល៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(3,1)C(9,2)=3\times\dfrac{9!}{2!7!}=108$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{108}{220}=\dfrac{27}{55}$ ។

C: យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរយ៉ាងតិចមួយក្បាល៖

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(5,1)C(7,2)+C(5,2)C(7,1)+C(5,3)$

$$=5\times\frac{7!}{2!5!}+\frac{5!}{2!3!}\times7+\frac{5!}{2!3!}$$

$$=105+70+10=185$$

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{185}{220}=\dfrac{37}{44}$ ។

Problem29

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 9 គ្រាប់ចុះលេខ 1,2,3,4,5,6,7,8,9 ។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូទាំងពីរគ្រាប់។

B : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5 ។

C : យកបានប៊ូលយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ចុះលេខជាចំនួនពហុគុណនៃ 3 ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូទាំងពីរគ្រាប់៖

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច៖

ប៊ូលសរុបមាន 9 គ្រាប់ហើយចាប់យក 2 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(9,2)=36$ ។

ចំនួនករណីស្រប៖

ប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូមាន 4 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខ

ជាចំនួនគូនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ ។

B : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5 ៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $B=\{(1,4),(1,9),(2,3),(2,8),(3,7),(4,6),(6,9),(7,8)\}$

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=8$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$ ។

C : យកបានប៊ូលយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ចុះលេខជាចំនួនពហុគុណនៃ 3 ៖

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ប៊ូលចុះលេខជាចំនួនពហុគុណនៃ3មានបីគ្រាប់ $\{3,6,9\}$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(3,1)C(6,1)+C(3,2)=18+3=21$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{21}{36}=\dfrac{7}{12}$ ។

Problem30

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម5គ្រាប់ចុះលេខ 1,2,3,4,5 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 5គ្រាប់ចុះលេខ 1,2,3,4,5 ។ គេចាប់យកប៊ូល2ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A :យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា។

B : យកបានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នា។

C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូមួយនិងចំនួនសេសមួយ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A :យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា

តាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូលពីរគ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា។

A និង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះយើងបាន $p(A)=1-p(A')=1-\dfrac{n(A')}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច៖

ប៊ូលសរុបមាន10គ្រាប់ហើយគេចាប់យក2គ្រាប់ព្រមគ្នាគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=45$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A')=5$ ។

យើងបាន $p(A)=1-\dfrac{5}{45}=\dfrac{8}{9}$ ។

B : យកបានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)+C(5,2)=10+10=20$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{20}{45}=\dfrac{4}{9}$ ។

C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូមួយនិងចំនួនសេសមួយ៖

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,1)C(4,1)=6\times 4=24$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{24}{45}=\dfrac{8}{15}$ ។

Problem31

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលសរុបទាំងអស់15គ្រាប់ចែកចេញជាបីព៌ណ ដែលក្នុងនោះ
មានប៊ូលព៌ណក្រហម4 ប៊ូលព៌ណស5និងប៊ូលព៌ណខ្មៅ6 ។
គេចាប់យកប៊ូល4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម2។

B : យកបានប៊ូលព៌ណស2និងប៊ូលណ៌ខ្មៅ2។

C : យកបានប៊ូលព៌ណខ្មៅយ៉ាងតិច1។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : យកបានប៊ូលពិណក្រហម2៖

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,4)=\dfrac{15!}{4!11!}=\dfrac{12\times 13\times 14\times 15}{24}=1365$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)C(11,2)=\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{11!}{2!9!}=6\times 55=330$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{330}{1365}=\dfrac{22}{91}$ ។

B : យកបានប៊ូលពីណាស 2 និងប៊ូលណើខ្មៅ 2 ៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)C(6,2)=\dfrac{5!}{2!3!}\times\dfrac{6!}{2!4!}=10\times15=150$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{150}{1365}=\dfrac{10}{91}$ ។

C : យកបានប៊ូលពីណាខ្មៅយ៉ាងតិច 1

តាង C' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូល 4 គ្រាប់បានប៊ូលព័ណក្រហមឬស (គ្មានព័ណខ្មៅ)

នោះ C និង C' ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $p(C)=1-p(C')=1-\dfrac{n(C')}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C')=C(9,4)=\dfrac{9!}{4!5!}=\dfrac{6\times7\times8\times9}{24}=126$ ។

ដូចនេះ $p(C)=1-\dfrac{126}{1365}=1-\dfrac{6}{65}=\dfrac{59}{65}$ ។

Problem32

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពីរព័ណគឺប៊ូលព័ណក្រហមនិងប៊ូលព័ណបៃតងរួមទាំងអស់

20 គ្រាប់ហើយចំនួនប៊ូលព័ណក្រហមស្មើនឹង $\dfrac{2}{3}$ នៃចំនួនប៊ូលព័ណបៃតង។

១.គណនាចំនួនប៊ូលព័ណក្រហមនិងចំនួនប៊ូលព័ណបៃតងនៅក្នុងថង់នោះ។

២.គេចាប់យកប៊ូល 4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក) A : យកបានប៊ូលព័ណក្រហម 2 និងប៊ូលព័ណបៃតង 2 ។

ខ) B : យកបានប៊ូលព័ណបៃតងទាំងអស់។

គ) C : យកបានប៊ូលព័ណក្រហមយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

Solution

១.គណនាចំនួនប៊ូលពីណាក្រហមនិងចំនួនប៊ូលពីណាបៃតងនៅក្នុងថង់នោះ៖

តាង x ជាចំនួនប៊ូលព៌ណក្រហមនិង y ជាចំនួនប៊ូលព៌ណបៃតង។

តាមសម្មតិកម្មយើងបានប្រព័ន្ធ $\begin{cases} x+y=20 & (1) \\ x=\dfrac{2}{3}y & (2) \end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) គេបាន $\dfrac{2}{3}y+y=20$ សមមូល $2y+3y=60$

ឬ $5y=60$ នោះគេទាញបាន $y=\dfrac{60}{5}=12$ ហើយតាម (2) គេបាន $x=\dfrac{24}{3}=8$ ។

ដូចនេះចំនួនប៊ូលក្រហមមាន $x=8$ គ្រាប់និងប៊ូលបៃតង់មាន $y=12$ គ្រាប់។

២. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក) A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 2 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 2 ៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបនៅក្នុងថង់មាន 20 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក 4 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះ

គេបានចំនួនករណីអាចជាបន្សំ 4 ជាតុក្នុងចំណោម 20 ជាតុដែលកំណត់ដោយ

$n(S)=C(20,4)=\dfrac{20!}{4!16!}=\dfrac{17\times18\times19\times20}{24}=4845$ ករណី។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

នៅក្នុងថង់មានប៊ូលព៌ណក្រហម 8 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 12 គ្រាប់ហើយគេចាប់

យកប៊ូល 4 ព្រមគ្នានោះចំនួនរបៀបដែលគេយកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 2 និង

ប៊ូលព៌ណបៃតង 2 កំណត់ដោយ $n(A)=C(8,2)C(12,2)$

$$=\frac{8!}{2!6!}\times\frac{12!}{2!10!}$$
$$=28\times 66=1848$$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{1848}{4845}=\frac{616}{1615}\approx 0.3814$ ។

ខ) B : យកបានប៊ូលព៌ណបៃតងទាំងអស់៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយចំនួនករណីអាច $n(S)=4845$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(12,4)=\frac{12!}{4!8!}=\frac{9\times10\times11\times12}{24}=495$

គេបាន $P(B)=\frac{495}{4845}=\frac{33}{323}\approx 0.1022$ ។

គ) C : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហមយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់៖

គេបានព្រឹត្តិការណ៍ C និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

ដូចនេះ $P(C)=1-P(B)=1-\frac{33}{323}=\frac{290}{323}\approx 0.8978$ ។

Problem33

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 9 គ្រាប់ដែលនៅលើគ្រាប់ប៊ូលនីមួយៗមានសរសេរលេខ 1,2,3,4,5,6,7,8,9 ។ គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខគូទាំង 2 ។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 មួយគ្រាប់ និងចុះលេខជាពហុគុណនៃ 4 មួយគ្រាប់។

គ. C : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរចែកដាច់នឹង 5 ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខគូទាំង 2

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,2)=\frac{9!}{2!7!}=\frac{8\times 9}{2}=36$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយប៊ូលចុះលេខគូមាន 4 គ្រាប់នោះ $n(A)=C(4,2)=\frac{4!}{2!2!}=\frac{24}{4}=6$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

ខ. B **:យកបានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 មួយនិងចុះលេខជាពហុគុណនៃ 4 មួយ ៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 មាន $3,6,9$ និងប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណ នៃ 4 មាន $4,8$ នោះ $n(B)=C(3,1)C(2,1)=6$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

គ. C **: យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរចែកដាច់នឹង 5 ៖**

តាមរូបមន្តគោល $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $C=\{(1,4),(1,9),(2,3),(2,8),(3,7),(4,6)\}$ នោះ $n(C)=6$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

Problem34

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 3 គ្រាប់ ប៊ូលព៌ណខ្មៅ 5 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 7 គ្រាប់។គេចាប់យកប៊ូល 4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 1 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 3 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានប៊ូលព៌ណខ្មៅ 1 គ្រាប់។

គ. C :យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 1 ព៌ណខ្មៅ 1 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 2 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលពណ៌ក្រហម1 គ្រាប់និងប៊ូលពណ៌បៃតង3 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្តគោល $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលក្នុងថង់សរុបទាំងអស់មាន15គ្រាប់ហើយគេចាប់យក4 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេ

បានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,4)=\dfrac{15}{4!11!}=\dfrac{12\times13\times14\times15}{24}=1365$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(3,1)C(7,3)=3\times\dfrac{7!}{3!4!}=105$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{105}{1365}=\dfrac{1}{13}\approx0.0769$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ1 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,1)\ C(10,3)=5\times\dfrac{10!}{3!7!}=600$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{600}{1365}=\dfrac{40}{91}\approx0.4496$ ។

គ. C :យកបានប៊ូលពណ៌ក្រហម1 ពណ៌ខ្មៅ1 គ្រាប់និងប៊ូលពណ៌បៃតង 2គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(3,1)C(5,1)C(7,2)=3\times5\times\dfrac{7!}{2!5!}=315$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{315}{1365}=\dfrac{3}{13}\approx0.2308$ ។

Problem35

គ្រូគណិតវិទ្យាម្នាក់គាត់មានសៀវភៅពីជគណិត10ក្បាលនិងសៀវភៅធរណីមាត្រ10 ក្បាល ។ គាត់បានចាប់យកសៀវភៅ4ក្បាល ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោម សៀវភៅទាំងអស់ដើម្បីចែកឲ្យសិស្សអាន។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត3 ក្បាលនិងធរណីមាត្រ1 ក្បាល។

ខ. B : យកបានសៀវភៅពីជគណិតទាំង4 ក្បាល។

គ. C :យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រយ៉ាងតិច1 ក្បាល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : **យកបានសៀវភៅពីជគណិត3 ក្បាលនិងធរណីមាត្រ1 ក្បាល**

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

សៀវភៅទាំងអស់មាន20ក្បាលហើយចាប់យក4 ក្បាលព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n(S)=C(20,4)=\dfrac{20!}{4!16!}=\dfrac{17\times18\times19\times20}{24}=4845$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(10,3)C(10,1)=\dfrac{10!}{3!7!}\times10=1200$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{1200}{4845}=\dfrac{80}{323}\approx0.2477$ ។

ខ. B : **យកបានសៀវភៅពីជគណិតទាំង4 ក្បាល៖**

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(10,4)=\dfrac{10!}{4!6!}=\dfrac{7\times8\times9\times10}{24}=210$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{210}{4845}=\dfrac{14}{323}\approx0.0433$ ។

គ. C : យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រយ៉ាងតិច 1 ក្បាល៖

C និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $P(C)=1-P(B)=1-\frac{14}{323}=\frac{309}{323}$ ។

Problem36

គ្រូបង្រៀនម្នាក់មានប៊ិច 24 ដើមដែលក្នុងនោះមានប៊ិចព័ណក្រហម 12 ដើមនិង ប៊ិចព័ណខៀវ 12 ដើម។គាត់បានចាប់យកប៊ិច 20 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោម ប៊ិចទាំងអស់ដើម្បីចែកឲ្យសិស្សរបស់គាត់ដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ិចក្រហម 10 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 10 ដើម។

ខ. B : យកបានប៊ិចក្រហម 8 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 12 ដើម។

គ. C : យកបានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 9 ដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ិចក្រហម 10 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 10 ដើម។

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ិចទាំងអស់មាន 24 ដើមហើយចាប់យក 20 ដើមព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n(S)=C(24,20)=\frac{24!}{20!4!}=\frac{21\times22\times23\times24}{24}=10626$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$$n(A)=C(12,10)C(12,10)=\left(\frac{12!}{10!2!}\right)^2=4356$$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{4356}{10626}=\frac{66}{161}\approx0.4099$ ។

ខ. B : យកបានប៊ិចក្រហម 8 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 12 ដើម។

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(12,8)C(12,12)=\dfrac{12!}{8!4!}=495$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{495}{10626}=\dfrac{15}{322}\approx 0.0466$ ។

គ. C : យកបានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 9 ដើម។

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

$$n(C)=C(12,9)C(12,11)+C(12,10)C(12,10)+C(12,11)C(12,9)+C(12,12)C(12,8)$$

$$=\frac{12!}{9!3!}\times\frac{12!}{11!1!}+\left(\frac{12!}{10!2!}\right)^2+\frac{12!}{11!1!}\times\frac{12!}{9!3!}+\frac{12!}{8!4!}$$

$$=220\times 12+4356+12\times 220+495=10131$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{10131}{10626}=\dfrac{307}{322}\approx 0.9534$ ។

Problem37

នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណស 7 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណបៃតង 8 គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លី 12 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានឃ្លីព៌ណស 6 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណបៃតង 6 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតង 8 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណស 4 ។

គ. C : យកបានឃ្លីព៌ណសយ៉ាងតិច 5 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានឃ្លីព៌ណស 6 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណបៃតង 6 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,12)=\dfrac{15!}{12!3!}=\dfrac{13\times14\times15}{6}=455$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(7,6)C(8,6)=\dfrac{7!}{6!1!}\times\dfrac{8!}{6!2!}=196$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{196}{455}=\dfrac{28}{65}\approx0.4308$ ។

ខ. B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតង 8 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណស 4

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(7,4)C(8,8)=\dfrac{7!}{4!3!}=35$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{35}{455}=\dfrac{1}{13}\approx0.0769$ ។

គ. C : យកបានឃ្លីព៌ណសយ៉ាងតិច 5 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

$$n(C)=C(7,5)C(8,7)+C(7,6)C(8,6)+C(7,7)C(8,5)$$

$$=\frac{7!}{5!2!}+\frac{7!}{6!1!}\times\frac{8!}{6!2!}+\frac{8!}{5!3!}=21+196+56=273$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{273}{455}=\dfrac{3}{5}=0.60$ ។

Problem38

ក្នុងទូដាក់សៀវភៅសិក្សាមួយមានសៀវភៅពីជគណិត 5 ក្បាល សៀវភៅធរណីមាត្រចំនួន 8 ក្បាលនិងសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា 7 ក្បាល។ សិស្សម្នាក់បានចាប់យកសៀវភៅ 3 ក្បាលព្រមគ្នាចេញពីក្នុងទូដាក់សៀវភៅនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត 1 ក្បាល សៀវភៅធរណីមាត្រ 1 ក្បាលនិងសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា 1 ក្បាល ។

ខ. B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាទាំង 3 ក្បាល។

គ. C : យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រ 2 ក្បាល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត 1 ក្បាល សៀវភៅធរណីមាត្រ 1 ក្បាលនិងសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា 1 ក្បាល ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,3)=\dfrac{20}{3!17!}=\dfrac{18\times19\times20}{6}=1140$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,1)C(8,1)C(7,1)=5\times8\times7=280$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{280}{1140}=\dfrac{14}{57}\approx0.2456$ ។

ខ. B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាទាំង 3 ក្បាល

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(7,3)=\dfrac{7!}{3!4!}=\dfrac{5\times6\times7}{6}=35$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{35}{1140}=\frac{7}{228}\approx 0.0307$ ។

គ.C: យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រ2 ក្បាល៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(8,2)C(12,1)=\frac{8!}{2!6!}\times 12=336$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{336}{1140}=\frac{28}{95}\approx 0.2947$ ។

Problem39

គ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាម្នាក់មានលំហាត់ពីជគណិត15 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ10 ។ គាត់បានជ្រើសរើសយក22 លំហាត់ព្រមគ្នាពីក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំងអស់ដោយចៃដន្យដើម្បីឲ្យសិស្សយកទៅហ្វឹកហាត់ដោះស្រាយនៅផ្ទះ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A: យកបានលំហាត់ពីជគណិត12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ10 ។

ខ.B: យកបានលំហាត់ពីជគណិត15និងលំហាត់ធរណីមាត្រ7 ។

គ.C: យកបានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិច8 លំហាត់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.A: យកបានលំហាត់ពីជគណិត12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ10 ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(25,22)=\frac{25!}{22!3!}=\frac{23\times 24\times 25}{6}=2300$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(15,12)C(10,10)=\frac{15!}{12!3!}=\frac{13\times 14\times 15}{6}=455$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{455}{2300}=\frac{91}{460}\approx 0.1978$ ។

ខ.B : យកបានលំហាត់ពីជគណិត15និងលំហាត់ធរណីមាត្រ7

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(15,15)C(10,7)=\dfrac{10!}{7!3!}=120$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{120}{2300}=\dfrac{6}{115}\approx 0.0522$ ។

គ.C : យកបានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិច8 លំហាត់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប៖

$$n(C)=C(10,8)C(15,14)+C(10,9)C(15,13)+C(10,10)C(15,12)$$

$$=\frac{10!}{8!2!}\times 15+10\times\frac{15!}{13!2!}+\frac{15!}{12!3!}=675+1050+455=2180$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{2180}{2300}=\dfrac{109}{115}\approx 0.9478$ ។

Problem40

នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត 3ក្បាល និង ធរណីមាត្រ 4ក្បាល ហើយប្រអប់ Bមានសៀវភៅពីជគណិត 5ក្បាល និង ធរណីមាត្រ3ក្បាល ។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលប្រអប់Bហើយចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់B ដាក់ចូលប្រអប់ A វិញ ។រកប្រូបាប ដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និង ធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។

Solution

រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និងធរណីមាត្រនៅក្នុង ប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ៖

តាង A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ A បានសៀវភៅ

ពីជគណិតហើយដាក់ចូលប្រអប់ B និង A_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ B បានសៀវភៅពីជគណិតហើយដាក់ចូលប្រអប់ A ។

តាង G_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ A បានសៀវភៅធរណីមាត្រហើយដាក់ចូលប្រអប់ B និង G_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ B បានសៀវភៅធរណីមាត្រហើយដាក់ចូលប្រអប់ A ។

នោះគេបាន $E=(A_1\cap A_2)\cup(G_1\cap G_2)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និង ធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។

គេបាន $P(E)=P\big((A_1\cap A_2)\cup(G_1\cap G_2)\big)=P(A_1\cap A_2)+P(G_1\cap G_2)$

តាមរូបមន្តផលគុណនៃប្រូបាប $P(A_1\cap A_2)=P(A_2/A_1).P(A_1)$

និង $P(G_1\cap G_2)=P(G_2/G_1).P(G_1)$

គេទាញ $P(E)=P(A_2/A_1)P(A_1)+P(G_2/G_1)P(G_1)$

ដោយ $P(A_1)=\dfrac{n(A_1)}{n(S_A)}=\dfrac{C_3^1}{C_7^1}=\dfrac{3}{7}$

$$P(A_2/A_1)=\frac{n(A_2/A_1)}{n(S_B)}=\frac{C_6^1}{C_9^1}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$$P(G_1)=\frac{n(G_1)}{n(S_A)}=\frac{C_4^1}{C_7^1}=\frac{4}{7}\ ;\ P(G_2/G_1)=\frac{n(G_2/G_1)}{n(S_B)}=\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{4}{9}$$

ដូចនេះ $P(E)=\dfrac{3}{7}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{7}\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{18+16}{63}=\dfrac{34}{63}$ ។

www.mathtoday.wordpress.com

Problem41

គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរដោយដឹងថាប្រូបាប $p(A)=0.40$ និង $p(B)=0.55$ ។

ចូរគណនាប្រូបាប $p(A\cup B)$ ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

$a)$ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា។

$b)$ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាប $p(A\cup B)$ ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

គេមាន $p(A)=0.40$ និង $p(B)=0.55$

$a)$ **ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា ៖**

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នានោះ $A\cap B=\phi$ នាំឲ្យ $p(A\cap B)=0$ ។

ដូចនេះ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)=0.40+0.55=0.95$ ។

$b)$ **ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា ៖**

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នានោះគេបាន៖

$p(A\cap B)=p(A)p(B)=0.40\times 0.55=0.22$

ដូចនេះ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0.73$ ។

Problem42

គេឲ្យ X និង Y ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនទាក់ទងគ្នាដោយដឹងថាប្រូបាប ៖

$P(X\cap Y)=0.18$ និង $P(X\cup Y)=0.72$ ។

$a)$ ចូរគណនា $P(X)$ និង $P(Y)$ ។

$b)$ ទាញរក $P(X/Y)$ និង $P(Y/X)$ ។

Solution

$a)$ **គណនា $P(X)$ និង $P(Y)$ ៖**

ដោយ X និង Y ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនទាក់ទងគ្នានោះ

$p(X\cap Y)=p(X)p(Y)=0.18 \quad (1)$

តាមរូបមន្ត $p(X\cup Y)=p(X)+p(Y)-p(X\cap Y)$

នោះ $p(X)+p(Y)=p(X\cup Y)+P(X\cap Y)$

គេបាន $p(X)+p(Y)=0.72+0.18=0.90\ (2)$

តាម $(1)\ \&\ (2)$ គេបាន $\begin{cases}p(X)p(Y)=0.18=0.30\times 0.60\\ p(X)+p(Y)=0.90=0.30+0.60\end{cases}$

គេទាញបាន $p(X)=0.30$, $p(Y)=0.60$ ឬ $p(X)=0.60$, $p(Y)=0.30$ ។

$b)$ **ទាញរក $P(X/Y)$ និង $P(Y/X)$ ៖**

.ករណី $p(X)=0.30$, $p(Y)=0.60$ គេបាន ៖

$$p(X/Y)=\frac{p(X\cap Y)}{p(Y)}=\frac{0.18}{0.60}=0.30$$

និង $$p(Y/X)=\frac{p(X\cap Y)}{p(X)}=\frac{0.18}{0.30}=0.60$$ ។

.ករណី $p(X)=0.60$, $p(Y)=0.30$ គេបាន ៖

$$p(X/Y)=\frac{p(X\cap Y)}{p(Y)}=\frac{0.18}{0.30}=0.60$$

និង $$p(Y/X)=\frac{p(X\cap Y)}{p(X)}=\frac{0.18}{0.60}=0.30$$ ។

Problem43

នៅក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម 4 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 6 ដើម។

គេចាប់យកប៊ិចចំនួន 3 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$A:$ ចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងអស់ ។

$B:$ ចាប់បានប៊ិចក្រហម 2 និងខៀវ 1 ។

$C:$ ចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$A:$ ចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងអស់

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\frac{10!}{3!7!}=\frac{8\times9\times10}{6}=120$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,3)=\frac{6!}{3!3!}=\frac{720}{6\times6}=20$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$ ។

$B:$ ចាប់បានប៊ិចក្រហម 2 និងខៀវ 1

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,2)C(6,1)=\frac{4!}{2!2!}\times6=36$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$ ។

$C:$ ចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម

យើងមាន $A\,\&\,C$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(C)=1-P(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ ។ ដូចនេះ $P(C)=\frac{5}{6}$ ។

Problem44

គ្រូបង្រៀនម្នាក់គាត់មានប៊ិចព័ណក្រហម 12 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 12 ដើម។

គាត់ចាប់យកប៊ិច 20 ដើមព្រមគ្នាដើម្បីចែកជូនសិស្សរបស់គាត់។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. $A:$ យកបានប៊ិចព័ណក្រហម 10 និងប៊ិចព័ណខៀវ 10 ។

ខ. $B:$ យកបានប៊ិចព័ណក្រហមយ៉ាងតិច 9 ដើម។

គ. $C:$ យកបានប៊ិចព័ណខៀវ 11 ដើមឬ 12 ដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចពីណាក្រហម 10 និងប៊ិចពីណាខៀវ 10 ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ិចសរុបទាំងអស់មាន 24 ដើមហើយគេចាប់យក 20 ដើមព្រមគ្នានោះ

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(24,20)=\dfrac{24!}{20!4!}=10626$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(12,10)C(12,10)=\left(\dfrac{12!}{10!2!}\right)^2=4356$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{4356}{10626}=\dfrac{66}{161}\approx 0.4099$ ។

ខ. B : យកបានប៊ិចពីណាក្រហមយ៉ាងតិច 9 ដើម

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ប៊ិចក្រហមសរុបមាន 12 ដើមហើយយកបានយ៉ាងតិច 9 ដើមនោះគេបាន

$$n(B)=C(12,9)C(12,11)+C(12,10)C(12,10)+C(12,12)C(12,8)$$

$$=\frac{12!}{9!3!}\times 12+4356+\frac{12!}{8!4!}$$

$$=2640+4356+495=7491$$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{7491}{10626}=\dfrac{227}{322}\approx 0.7050$ ។

គ. C : យកបានប៊ិចពីណាខៀវ 11 ដើមឬ 12 ដើម

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(12,11)C(12,9)+C(12,12)C(12,8)$

$$=2640+495=3135$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{3135}{10626}=\dfrac{95}{322}\approx 0.2950$ ។

Problem45

គេឲ្យសំណុំ $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ។គេបង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុងសំណុំ E ។

១)រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន ។

២)គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលបានបង្កើត ខាងលើដោយចៃដន្យ ។ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស ។

ខ. B : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រោកដនៃចំនួនគត់ ។

គ. C :ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រោកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ។

Solution

១.រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន៖

សំណុំ $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ។

បង្កើតចំនួនមានលេខដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុង E គឺជាតម្រៀបគិតលំដាប់នៃ3ធាតុយកចេញពីក្នុងចំណោម9ធាតុដែលកំណត់ដោយ៖

$$n(S)=\frac{9!}{6!}=7\times 8\times 9=504$$ ។

២)គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)=504$

-ចំនួនករណីស្រប $n(A)=\dfrac{8!}{6!}\times 5=7\times 8\times 5=280$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{280}{504}=\dfrac{5}{9}$ ។

ខ. B : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $B=\{169,196,256,289,324,361,529,576,625,729,784,841,961\}$

គេបាន $n(B)=13$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{13}{504}$ ។

គ. C : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការេប្រាកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ៖

គេមាន $C=B/A$ នោះ $P(C)=P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$

ដោយ $A\cap B=\{169,289,361,529,625,729,841,961\}$

នោះ $n(A\cap B)=8$ និង $n(A)=280$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{8}{280}=\dfrac{1}{35}$ ។

Problem46

គេមានគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទីមួយព៌ណសនិងគ្រាប់ឡុកឡាក់ទីពីរព៌ណខ្មៅ។ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់នេះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា។

ខ. B : ផលបូកលេខចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 8 ។

គ. C : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខសុទ្ធតែជាចំនួនគូ ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A' គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខដូចគ្នានោះគេបាន

$A' \& A$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។ យើងបាន $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{n(A')}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S) = 6^2 = 36$ ។

.ចំនួករណីស្រប $n(A') = 6$

ដូចនេះ $P(A) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6}$ ។

ខ. B : ផលបូកលេខចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 8 ៖

តាមរូបមន្ត $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ព្រឹត្តិការណ៍ $B = \{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$ នោះ $n(B) = 5$

ដូចនេះ $P(B) = \frac{5}{36}$ ។

គ. C : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខសុទ្ធតែជាចំនួនគូ ៖

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C) = 3 \times 3 = 9$ ។ ដូចនេះ $P(C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ ។

Problem47

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណខ្មៅ 4 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណក្រហម 5 គ្រាប់។

គេចាប់យកប៊ូលចំនួន 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

១.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាទាំង 3 គ្រាប់។

២.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាតែ 2 គ្រាប់។

Solution

១.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានពីណដូចគ្នាទាំង 3 គ្រាប់

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A ចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាទាំង 3 គ្រាប់

យើងបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times8\times9}{6}=84$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)+C(5,3)=4+10=14$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$ ។

២.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានពីណដូចគ្នាតែ 2 គ្រាប់

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A' ចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាតែ 2 គ្រាប់នោះព្រឹត្តិការណ៍ A' និង A

ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរផ្ទុយគ្នានោះ $P(A')=1-P(A)=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$ ។

Problem48

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 4 ប៊ូលព៌ណខ្មៅ 5 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 3 ។

គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A : យកបានប៊ូលមានព៌ណខុសគ្នា។ B : យកបានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នា។

Solution

១. A : យកបានប៊ូលមានពីណខុសគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(S)=C(12,3)=\frac{12!}{3!9!}=\frac{10\times11\times12}{6}=220$

ចំនួនករណីស្រប $n\left(A\right)=C\left(4,1\right)\times C\left(5,1\right)\times C\left(3,1\right)=4\times5\times3=60$

ដូចនេះ $P\left(A\right)=\frac{60}{220}=\frac{3}{11}$ ។

២. B : យកបានប៊ូលមានពីណដូចគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,3)+C(5,3)+C(3,3)=4+10+1=15$ ។

ដូចនេះ $P\left(B\right)=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}$ ។

Problem49

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 15 គ្រាប់ ដែលនៅក្នុងនោះមាន ប៊ូលក្រហមចំនួន 7 គ្រាប់ និងប៊ូលខៀវចំនួន 8 គ្រាប់ ។

គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 និងខៀវ 1 ។

B : ចាប់បានប៊ូលក្រហម 1 និងខៀវ 2 ។

C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 និងខៀវ 1

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដែលមានប៊ូល 15 នោះគេមាន

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,3)=\dfrac{15!}{3!\,12!}=\dfrac{13\times14\times15}{6}=455$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(7,2)\times C(8,1)=\dfrac{7!}{2!5!}\times 8=168$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{168}{455}=\dfrac{24}{65}$ ។

B : **ចាប់បានប៊ូលក្រហម 1 និងខៀវ 2**

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(7,1)\times C(8,2)=7\times\dfrac{8!}{2!\times 6!}=7\times\dfrac{7\times8}{2}=196$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{196}{455}=\dfrac{28}{65}$ ។

C : **ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា**

យើងមាន C និង $A\cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(C)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)$

ដោយ $P(A)=\dfrac{24}{65}$ និង $P(B)=\dfrac{28}{65}$

យើងបាន $P(C)=1-\dfrac{28}{65}-\dfrac{28}{65}=\dfrac{65-56}{65}=\dfrac{9}{65}$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{9}{65}$ ។

Problem50

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចព៌ណខៀវ 6 ដើមប៊ិចព៌ណក្រហម 6 ដើមនិងប៊ិចព៌ណបៃតង 4 ដើម គេចាប់យកប៊ិច 3 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចព័ណខុសគ្នា។ ខ. B : យកបានប៊ិចព័ណដូចគ្នា។

គ. C : យកបានប៊ិចព័ណបៃតងយ៉ាងតិចមួយដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចពិណខុសគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(16,3)=\dfrac{16!}{3!13!}=\dfrac{14\times15\times16}{6}=560$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,1)C(6,1)C(4,1)=6\times6\times4=144$ ។

ដូចនេះ: $P(A)=\dfrac{144}{560}=\dfrac{9}{35}\approx0.2571$ ។

ខ. B : យកបានប៊ិចពិណដូចគ្នា៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(6,3)+C(6,3)+C(4,3)$

$$=\frac{6!}{3!3!}+\frac{6!}{3!3!}+\frac{4!}{1!3!}=20+20+4=44 \text{ ។}$$

ដូចនេះ: $P(B)=\dfrac{44}{560}=\dfrac{11}{140}\approx0.0786$ ។

គ. C : យកបានប៊ិចពិណបៃតងយ៉ាងតិចមួយដើម

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប ៖

$$n(C)=C(4,1)C(12,2)+C(4,2)C(12,1)+C(4,3)$$

$$=4\times\frac{12!}{2!10!}+\frac{4!}{2!2!}\times12+\frac{4!}{3!1!}=264+72+4=340$$

ដូចនេះ: $P(C)=\dfrac{340}{560}=\dfrac{17}{28}\approx0.6071$ ។

Problem51

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌ស 4 គ្រាប់ និងប៊ូលពណ៌ខៀវ 5 គ្រាប់ ។
គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងថង់ដោយចាប់យកម្តងមួយគ្រាប់ ។
តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលសទាំងពីរ និងតាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលខៀវទាំងពីរ ។ គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(\text{B})$ ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម ៖
១.ចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ ។
២.ចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ ។

Solution

១.គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(\text{B})$ ក្នុងករណីចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលស , A_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលស
B_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលខៀវ , B_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលខៀវ

គេបាន $P(A)=P(A_1\cap A_2)=P(A_1).P(A_2)=\dfrac{4}{9}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{1}{6}$

ហើយ $P(\text{B})=P(\text{B}_1\cap B_2)=P(\text{B}_1).P(\text{B}_2)=\dfrac{5}{9}\times\dfrac{4}{8}=\dfrac{5}{18}$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{1}{6}$; $P(B)=\dfrac{5}{18}$ ។

២.គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(\text{B})$ ក្នុងករណីចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលស , A_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលស
B_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលខៀវ , B_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលខៀវ

គេបាន $P(A)=\text{P}(\text{A}_1\cap A_2)=P(A_1).P(A_2/A_1)=\dfrac{4}{9}.\dfrac{4}{9}=\dfrac{16}{81}$ ។

ហើយ $P(\text{B})=\text{P}(\text{B}_1\cap B_2)=P(\text{B}_1).P(\text{B}_2/\text{B}_1)=\dfrac{5}{9}.\dfrac{5}{9}=\dfrac{25}{81}$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{16}{81}$; $P(B)=\dfrac{25}{81}$ ។

Problem52

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 4 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 5 ។
គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។
គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់។

Solution

១.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលពីណាបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់៖

យើងតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នា ចេញពីក្នុងថង់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់ ។ តាមរូបមន្តគោល $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន 9 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក 3 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច ៖

$n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times 8\times 9}{6}=84$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

នៅក្នុងថង់មានប៊ូលព៌ណក្រហម 4 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 5 ហើយគេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់នោះគេបាន ៖

$n(A)=C(5,2)C(4,1)+C(5,3)=10\times 4+10=50$ ។

ដូចនេះ $\quad p(A)=\dfrac{50}{84}=\dfrac{25}{42}$ ។

Problem53

គេមានថង់ពីរ X និង Y ដែលនៅក្នុងថង់ X មានប៊ូលក្រហម 6 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3\ 4,5,6$ និងក្នុងថង់ Y មានប៊ូលខៀវ 6 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,\ 4,5,6$ គេចាប់យកប៊ូល 1 គ្រាប់ចេញពីថង់ X និងប៊ូល 1 គ្រាប់ទៀតចេញពីថង់ Y តាង x ជាចំនួនចុះលើគ្រាប់ប៊ូលយកចេញពីថង់ X និង y ជាចំនួនចុះលើគ្រាប់ប៊ូលយកចេញពីថង់ Y ។

ចូរគណនាប្រូបាបដែល $x^2<4y$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបដែល $x^2<4y$

យើងដឹងថាក្នុងថង់ X មានប៊ូលក្រហម 6 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,\ 4,5,6$ និងក្នុងថង់ Y មានប៊ូលខៀវ 6 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,\ 4,5,6$ ។

គេបាន $x^2<4y$ មានន័យថា ៖

-បើ $x=1$ នោះ $y\in\{1,2,3,4,5,6\}$ គេបានប្រូបាប $P_1=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{6}{6}=\dfrac{1}{6}$ ។

-បើ $x=2$ នោះ $y\in\{2,3,4,5,6\}$ គេបានប្រូបាប $P_2=\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{36}$ ។

-បើ $x=3$ នោះ $y\in\{3,4,5,6\}$ គេបានប្រូបាប $P_3=\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{9}$ ។

-បើ $x=4$ នោះ $y\in\{5,6\}$ គេបានប្រូបាប $P_4=\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{18}$ ។

ដូចនេះប្រូបាបដែល $x^2<4y$ គឺ ៖

$$P=P_1+P_2+P_3+P_4=\frac{1}{6}+\frac{5}{36}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{17}{36}$$ ។

Problem54

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីខៀវ9ចុះលេខពី1ដល់9 និងឃ្លីក្រហម9ចុះលេខពី1ដល់9 ។
គេចាប់យកឃ្លី6ព្រមគ្នាចេញពីថង់នោះដោយចៃដន្យ ។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១. A : ចាប់បានឃ្លីចុះលេខខុសគ្នាទាំង6គ្រាប់។

២. B : ចាប់បានឃ្លីចុះលេខដូចគ្នា2គូ។

៣. C : យ៉ាងតិចមានឃ្លី1គូចុះលេខដូចគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១. A : ចាប់បានឃ្លីចុះលេខខុសគ្នាទាំង6គ្រាប់

តាមរូបមន្តគោល $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ការជ្រើសរើសឃ្លី6ចេញពីក្នុងថង់ដែលមានឃ្លីខៀវ9និងក្រហម9ជាបន្សំ6ធាតុចាប់យកពីក្នុងចំណោម18ធាតុដែលកំណត់ដោយ៖

$$n(S)=C(18,6)=\frac{18!}{6!12!}=\frac{13\times14\times15\times16\times17\times18}{1\times2\times3\times4\times5\times6}$$

$$=13\times7\times4\times17\times3=18564$$ ។

-ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដើម្បីចាប់ឃ្លី6គ្រាប់បានឃ្លីចុះលេខខុសគ្នាទាំងលេុះត្រាតែគេចាប់យកក្នុងចំណោមឃ្លី9របស់ពណ៌ណាមួយ និងដោយឃ្លីមានពីរពណ៌លាយគ្នានោះគេបានចំនួនករណីស្រប

$$n(A)=C(9,6)\times 2^6=\frac{9!}{6!3!}\times 2^6=84\times 2^6=5376$$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{5376}{18564}=\frac{3\times 7\times 4\times 2^6}{3\times 7\times 4\times 13\times 17}=\frac{64}{221}\approx 0.2896$ ។

២. B : ចាប់បានឃ្លីចុះលេខដូចគ្នា2គូ

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)=18564$

-ចំនួនករណីស្រប $n(\text{B})$:

ដើម្បីចាប់ឃ្លី6គ្រាប់បានឃ្លីចុះលេខដូចគ្នា2គូលុះត្រាតែគេចាប់យកឃ្លី 2គូចេញពីក្នុងចំណោមឃ្លី9គូនិងនៅសល់ ឃ្លី2គ្រាប់ទៀតត្រូវចាប់យកចេញពីឃ្លី 7 ដែលនៅសល់របស់ពណ៌ក្រហមឬខៀវ។

គេបាន $n(B)=C(9,2)\times C(7,2)\times 2^2=\frac{9!}{2!7!}\times\frac{7!}{2!5!}\times 4=3024$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{3024}{18564}=\frac{3\times 4\times 7\times 4\times 9}{3\times 4\times 7\times 13\times 17}=\frac{36}{221}\approx 0.1629$ ។

៣. C : យ៉ាងតិចមានឃ្លី1គូចុះលេខដូចគ្នា

គេបាន C និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $P(C)=1-P(A)$

ដូចនេះ $P(C)=1-\frac{64}{221}=\frac{157}{221}\approx 0.7104$ ។

Problem55

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម6ដើម ខៀវ9ដើមនិងខ្មៅ5ដើម។

គេចាប់យកប៊ិច4ដើមព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នោះ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗខាងក្រោម ៖

១. A : ចាប់បានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នា2ដើម ។

២. B : ចាប់បានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នា3ដើម។

៣. C : ចាប់បានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នា២គូ ។

Solution

១. A : **ចាប់បានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នា2ដើម**

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,4)=\dfrac{20!}{4!16!}=\dfrac{16!17\times18\times19\times20}{24\times16!}=4845$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$ ៖

$$n(A)=C(6,2)C(9,1)C(5,1)+C(9,2)C(6,1)C(5,1)+C(5,2)C(6,1)C(9,1)$$
$$=15\times9\times5+36\times6\times5+10\times6\times9=2295$$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{2295}{4845}=0.4737$ ។

២. B : ចាប់បានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នា3ដើម

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

$$n(B)=C(6,3)\mathrm{C}(14,1)+\mathrm{C}(9,3)\mathrm{C}(11,1)+\mathrm{C}(5,3)\mathrm{C}(15,1)$$
$$=20\times14+84\times11+10\times15=1354$$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{1354}{4845}=0.2795$ ។

៣. C : ចាប់បានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នា២គូ

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

$$n(C)=C(6,2)C(9,2)+C(6,2)C(5,2)+C(9,2)C(5,2)$$
$$=15\times36+15\times10+36\times10=1050$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{1050}{4845}=0.2167$ ។

Problem56

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម5គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ និងប៊ូលខ្មៅ5 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ ។ គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា ។

២) B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ។

៣) C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

១. A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា

តាមរូបមន្តគោល $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=45$

-ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយនៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម5គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ និងប៊ូលខ្មៅ 5 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ នោះការចាប់យកប៊ូល2ព្រមគ្នាបានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នាគឺមាន ៖ $n(A)=5$ ករណី។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{5}{45}=\dfrac{1}{9}$ ។

២. B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ៖

យើងមាន A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នាគេបាន $P(B)=1-P(A)=1-\dfrac{1}{9}=\dfrac{8}{9}$ ។

៣. C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា

យើងបាន $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(5,2)+C(5,2)=10+10=20$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{20}{45}=\dfrac{4}{9}$ ។

Problem57

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 9 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១. A : ប៊ូលទាំង3សុទ្ធតែចុះលេខសេស ។

២.$B:$ ប៊ូលទាំង3ចុះលេខផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមានផលសងរួម $d=2$ ។

៣. $\ll C = A\cup B \gg$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

១.$\ll A:$ ប៊ូលទាំង3សុទ្ធតែចុះលេខសេស $\gg$

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times 8\times 9}{6}=84$

-ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,3)=\dfrac{5!}{3!2!}=\dfrac{120}{12}=10$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{10}{84}=\dfrac{5}{42}$ ។

២.$B:$ ប៊ូលទាំង3ចុះលេខផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមានផលសងរួម $d=2$

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

$B=\{(1,3,5),(2,4,6),(3,5,7),(4,6,8),(5,7,9)\}$ នោះ $n(B)=5$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{5}{84}$ ។

៣. $\ll C = A\cup B \gg$

តាមរូបមន្ត $P(C)=P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ដោយ $P(A)=\dfrac{5}{42}$,$P(B)=\dfrac{5}{84}$ ហើយ $P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}$

ដោយ $A\cap B=\{(1,3,5),(3,5,7),(5,7,9)\}$ នោះ $n(A\cap B)=3$

គេបាន $P(A\cap B)=\dfrac{3}{84}$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{5}{42}+\dfrac{5}{84}-\dfrac{3}{84}=\dfrac{5}{42}+\dfrac{1}{42}=\dfrac{6}{42}=\dfrac{1}{7}$ ។

Problem58

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 5 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ ។គេចាប់យកប៊ូលម្តង1គ្រាប់ដោយចៃដន្យចំនួន2ដងចេញពីថង់នោះដោយចាប់ហើយមិនដាក់ចូលវិញ។តាង x ជាចំនួនចុះលើប៊ូលចាប់លើកទីមួយ និង y ជាចំនួនចុះលើប៊ូលចាប់លើកទីពីរ។ចូរគណនាប្រូបាបដែល $x^2 < 2y$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបដែល $x^2 < 2y$

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 5 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ ។

x ជាចំនួនចុះលើប៊ូលចាប់លើកទីមួយ និង y ជាចំនួនចុះលើប៊ូលចាប់លើកទីពីរ

ដែល $x^2 < 2y$ មានន័យថា ៖

-បើ $x = 1$ នោះ $y \in \{2,3,4,5\}$

គេបានប្រូបាបក្នុងករណីនេះគឺ $P_1 = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) \times 4 = \frac{1}{5}$

-បើ $x = 2$ នោះ $y \in \{3,4,5\}$

គេបានប្រូបាបក្នុងករណីនេះគឺ $P_2 = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) \times 3 = \frac{3}{20}$

-បើ $x = 3$ នោះ $y = 5$

គេបានប្រូបាបក្នុងករណីនេះគឺ $P_3 = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{20}$

ដូចនេះប្រូបាបដែល $x^2 < 2y$ គឺ ៖

$P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{1}{5} + \frac{3}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{5}$ ។

Problem59

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 5 មានចុះលេខ $1,2,3,4,5$ និងប៊ូលខៀវ 4 មានចុះលេខ $6,7,8,9$ ។គេចាប់យកប៊ូល2គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$\ll A:$ ចាប់បានប៊ូលពណ៌ដូចគ្នា $\gg$

$\leq B:$ ចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូ $\gg$

C : ចាប់បានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំង2ចែកដាច់នឹង 3 ។

១.គណនាប្រូបាប $P(A), P(B)$ និង $P(C)$ ។

២.គណនាប្រូបាប $P(A\cap B),\ P(B\cap C), P(B\cap C)$ និង $P(A\cap B\cap C)$ ។

៣.គណនាប្រូបាប $P(A\cup B), P(A\cup C), P(B\cup C)$ និង $P(A\cup B\cup C)$ ។

Solution

១.គណនាប្រូបាប $P(A), P(B)$ **និង** $P(C)$ **៖**

-គណនា $P(A)$:

$\ll A$: ចាប់បានប៊ូលពណ៌ដូចគ្នា $\gg$

ចំនួនករណីអាច $n(S) = C(9,2) = \dfrac{9!}{2!7!} = 36$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A) = C(5,2) + C(4,2) = 10 + 6 = 16$ ។

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{16}{36} = \dfrac{4}{9}$ ។

-គណនា $P(B)$:

$\leq B$: ចាប់បានប៊ូលចុះលេខគូ $\gg$

ចំនួនករណីស្រប $n(B) = C(4,2) = 6$ ។

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$ ។

-គណនា $P(C)$:

$\ll C$: ចាប់បានប៊ូលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលចែកដាច់នឹង 3 $\gg$

ព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$C\{(1,2),(1,5),(1,8),(2,4),(2,7),(3,6),(3,9),(4,5),(4,8),(5,7),(6,9),(7,8)\}$

គេបាន $n(C) = 12$ ។ ដូចនេះ $P(C) = \dfrac{12}{36} = \dfrac{1}{3}$ ។

២)គណនាប្រូបាប $P(A\cap B),\ P(B\cap C), P(A\cap C)$ និង $P(A\cap B\cap C)$

-គណនា $P(A\cap B)$:

រូបមន្ត $p(A\cap B) = \dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B = \{(2,4),(6,8)\}$ នោះ $n(A\cap B) = 2$

ដូចនេះ $P(A\cap B)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ ។

-គណនា $P(B\cap C)$:

រូបមន្ត $p(B\cap C)=\frac{n(B\cap C)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $B\cap C=\{(2,4),(4,8)\}$ នោះ $n(B\cap C)=2$ ។

ដូចនេះ $P(B\cap C)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ ។

-គណនា $P(A\cap C)$:

ព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap C=\{(1,3),(1,5),(2,4),(6,9),(7,8)\}$ នោះ $n(A\cap C)=5$ ។

ដូចនេះ $P(A\cap C)=\frac{5}{36}$ ។

-គណនា $P(A\cap B\cap C)$:

ព្រឹត្តិការណ៍ $A\cap B\cap C=\{(2,4)\}$ នោះ $n(A\cap B\cap C)=1$ ។

ដូចនេះ $P(A\cap B\cap C)=\frac{1}{36}$

៣.គណនាប្រូបាប $P(A\cup B),P(A\cup C),P(B\cup C)$ **និង** $P(A\cup B\cup C)$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{4}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{18}=\frac{5}{9}$$

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(A\cap C)=\frac{4}{9}+\frac{1}{3}-\frac{5}{36}=\frac{23}{36}$$

$$P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{18}=\frac{4}{9}$$

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

$$=\frac{4}{9}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{18}-\frac{5}{36}-\frac{1}{18}+\frac{1}{36}=\frac{13}{18}$$

ដូចនេះ $P(A\cup B)=\frac{5}{9}$, $P(A\cup C)=\frac{23}{36}$, $P(B\cup C)=\frac{4}{9}$

និង $P(A\cup B\cup C)=\frac{13}{18}$ ។

Problem60

នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស12 នាក់និងសិស្សស្រី15 នាក់។
គេដឹងថា ក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 12នាក់ មាន5នាក់ជាសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាគណិត
និង7នាក់ ជាសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាអក្សរសាស្ត្រខ្មែរហើយ ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី15នាក់
មាន6 នាក់ពូកែមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យានិង9នាក់ពូកែមុខវិជ្ជាអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ។
គេជ្រើសរើសសិស្ស1នាក់ដោយចៃដន្យធ្វើជាប្រធានថ្នាក់។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១. A :ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ ។

២. B :ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី ។

៣. C : ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ ឬជាសិស្សស្រី។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១. A :ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(27,1)=27$

-ចំនួនករណីស្រប $n(A)=(16,1)=16$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{16}{27}$ ។

២. B :ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(15,1)$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{15}{27}=\dfrac{5}{9}$ ។

៣) C : ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ ឬជាសិស្សស្រី

គេមាន $C=A\cup B$ នោះគេបាន $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ដោយ $P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{C(9,1)}{27}=\dfrac{9}{27}=\dfrac{1}{3}$

ដូចនេះ $P(A\cup B)=\dfrac{16}{27}+\dfrac{5}{9}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{16+15-9}{27}=\dfrac{22}{27}$ ។

Problem61

គេហូតបៀ 2សន្លឹកដោយហូតម្តង1សន្លឹកៗ ចេញពីក្នុងហ៊ូ ដែលមានបៀ 52សន្លឹក (ហូតហើយមិនដាក់ចូលហ៊ូវិញ)។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១. A :បានសន្លឹកអាត់ទាំង2សន្លឹក ។

២. B :បានសន្លឹកទីមួយជាសន្លឹកអាត់និងសន្លឹកទីពីរជាសន្លឹករូប ។

៣. C :បានសន្លឹកទីមួយជាសន្លឹកការ៉ូ និង សន្លឹកទីពីរជាសន្លឹកភិច។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១. A :បានសន្លឹកអាត់ទាំង2សន្លឹក

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 ហូតបានអាត់នៅសន្លឹកបៀទី១ និង A_2 ហូតបានសន្លឹកអាត់នៅសន្លឹកបៀទី២ នោះគេបាន $A = A_1 \cap A_2$ ។

តាមរូបមន្ត $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 / A_1)$

ដោយក្នុងបៀមួយហ៊ូមានអាត់4សន្លឹកនោះគេបាន $P(A_1) = \dfrac{n(A_1)}{n(S_1)} = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$

ដោយយើងហូតហើយមិនដាក់ចូលហ៊ូវិញទេនោះនៅសល់បៀ51សន្លឹកទៀតដែលមានអាត់តែ3សន្លឹកទេ ។ ដូចនេះ $P(A_2 / A_1) = \dfrac{3}{51} = \dfrac{1}{17}$ ។

សរុបមក $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2 / A_1) = \dfrac{1}{13} \times \dfrac{1}{17} = \dfrac{1}{221}$ ។

២. B :បានសន្លឹកទីមួយជាសន្លឹកអាត់និងសន្លឹកទីពីរជាសន្លឹករូប

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 ហូតបានអាត់នៅសន្លឹកបៀទី១ និង B_2 ហូតបានសន្លឹករូបនៅសន្លឹកបៀទី២ នោះគេបាន $B = B_1 \cap B_2$ ។

តាមរូបមន្ត $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \times P(B_2 / B_1)$

ដោយក្នុងបៀមួយហ៊ូមានអាត់4សន្លឹកនោះគេបាន $P(B_1) = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$

ដោយយើងហូតហើយមិនដាក់ចូលហ៊ូវិញទេនោះនៅសល់បៀ51សន្លឹកទៀតដែលមានសន្លឹករូប12សន្លឹក ។ ដូចនេះ $P(B_2 / B_1) = \dfrac{12}{51} = \dfrac{4}{17}$ ។

សរុបមក $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)P(B_2 / B_1) = \dfrac{1}{13} \times \dfrac{4}{17} = \dfrac{4}{221}$ ។

៣. C **:បានសន្លឹកទីមួយជាសន្លឹកការ៉ូ និង សន្លឹកទីពីរជាសន្លឹកពិច**

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 ហូតបានសន្លឹកការ៉ូនៅសន្លឹកបៀទី១ និង C_2 ហូតបានសន្លឹកពិចនៅសន្លឹកបៀទី២ នោះគេបាន $C = C_1 \cap C_2$ ។

តាមរូបមន្ត $P(C) = P(C_1 \cap C_2) = P(C_1) \times P(C_2 / C_1)$

ដោយក្នុងបៀមួយហ៊ូមានសន្លឹកការ៉ូ13សន្លឹកនោះគេបាន $P(C_1) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ។

ដោយយើងហូតហើយមិនដាក់ចូលហ៊ូវិញទេនោះនៅសល់បៀ51សន្លឹកទៀតដែលមានសន្លឹកពិច13សន្លឹក ។ ដូចនេះ $P(C_2 / C_1) = \frac{13}{51}$ ។

សរុបមក $P(C) = \frac{1}{4} \times \frac{13}{51} = \frac{13}{204}$ ។

Problem62

នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម3គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ7គ្រាប់ ។ គេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់យកម្តង1គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់នោះដោយមិនដាក់ចូលវិញ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

1. A :ចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំង2 ។

2. B :ចាប់បានឃ្លីខៀវទាំង2 ។

3. C :ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

1. A :ចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំង2

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 បានឃ្លីក្រហមនៅលើកទី១ និង A_2 បានឃ្លីក្រហមនៅលើកទី២ នោះគេបាន $A = A_1 \cap A_2$ ។

តាមរូបមន្ត $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 / A_1)$

ដោយគេមានឃ្លីក្រហម3គ្រាប់នោះ $P(A_1) = \frac{3}{10}$ ។

ដោយយើងចាប់ហើយមិនដាក់ចូលថង់វិញទេនោះនៅសល់ឃ្លី9គ្រាប់ទៀតដែលមានឃ្លីក្រហម2គ្រាប់ ។ ដូចនេះ $P(A_2 / A_1) = \frac{2}{9}$ ។

សរុបមក $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2 / A_1) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$ ។

2) B :ចាប់បានឃ្លីខៀវទាំង2

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 បានឃ្លីខៀវនៅលើកទី១ និង B_2 បានឃ្លីខៀវនៅលើកទី២

នោះគេបាន $B = B_1 \cap B_2$ ។

តាមរូបមន្ត $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \times P(B_2 / B_1)$

ដោយគេមានឃ្លីខៀវ7គ្រាប់នោះ $P(B_1) = \frac{7}{10}$ ។

ដោយយើងចាប់ហើយមិនដាក់ចូលថង់វិញទេនោះនៅសល់ឃ្លី9គ្រាប់ទៀតដែលមានឃ្លីខៀវ6គ្រាប់ ។ ដូចនេះ $P(B_2 / B_1) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ។ សរុបមក $P(A) = \frac{7}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{7}{45}$ ។

3.C :ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា

យើងមាន C និង $A \cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា ។

គេបាន $P(C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B)$

ដូចនេះ $P(C) = 1 - \frac{1}{15} - \frac{7}{45} = \frac{45-3-7}{45} = \frac{7}{9}$ ។

Problem63

គេមានថង់ពីរ A និង B ។ នៅក្នុងថង់ A មានប៊ូលក្រហម 4 និងប៊ូលខ្មៅ 5 ហើយនៅក្នុងថង់ B មានប៊ូលក្រហម6 និងប៊ូលខ្មៅ2 ។

គេចាប់យកប៊ូល1ពីថង់ A និងប៊ូល1ទៀតពីថង់ B ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១.X :បានប៊ូលក្រហមទាំង2។

២.Y :បានប៊ូលខ្មៅទាំង2 ។

៣.Z : បានប៊ូលពណ៌ខុសគ្នា ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១.X :បានប៊ូលក្រហមទាំង2

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 : ចាប់បានប៊ូលក្រហមពីថង់ A

និង B_1 :ចាប់បានប៊ូលក្រហមពីថង់ B

គេបាន $X = A_1 \cap B_1$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងពីរ។

ដោយ A_1 និង B_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នានោះគេបាន ៖

$P(X) = P(A_1 \cap B_1) = P(A_1)P(B_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{C(4,1)}{C(9,1)} = \dfrac{4}{9}$ និង $P(B_1) = \dfrac{C(6,1)}{C(8,1)} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$

ដូចនេះ $P(X) = \dfrac{4}{9} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{3}$ ។

២.Y :បានប៊ូលខ្មៅទាំង2

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_2 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅពីថង់ A

និង B_2 :ចាប់បានប៊ូលខ្មៅពីថង់ B

គេបាន $Y = A_2 \cap B_2$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលខ្មៅទាំងពីរ។

ដោយ A_2 និង B_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នានោះគេបាន ៖

$P(Y) = P(A_2 \cap B_2) = P(A_2)P(B_2)$

ដោយ $P(A_2) = \dfrac{C(5,1)}{C(9,1)} = \dfrac{5}{9}$ និង $P(B_2) = \dfrac{C(2,1)}{C(8,1)} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

ដូចនេះ $P(X) = \dfrac{5}{9} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{36}$ ។

៣.Z : បានប៊ូលពណ៌ខុសគ្នា

ដោយ Z និង $X \cup Y$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន៖

$P(Z) = 1 - P(X \cup Y) = 1 - P(X) - P(Y) = 1 - \dfrac{1}{3} - \dfrac{5}{36} = \dfrac{19}{36}$ ។

ដូចនេះ $P(Z) = \dfrac{19}{36}$ ។

Problem64

កាក់មួយមានមុខពីរ មុខម្ខាងមានរូបក្បាលមនុស្ស តាងដោយមុខ H និងមុខម្ខាងទៀត តាងដោយ T ។ គេបោះកាក់នេះចំនួន8ដង ។

ក.ចូរកំណត់ចំនួនករណីអាច $n(S)$ ។

ខ.គណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : កាក់ចេញមុខ H ចំនួន4ដង និងមុខ T ចំនួន4ដង ។

B : កាក់ចេញមុខ H យ៉ាងតិច 2ដង ។

C : កាក់ចេញមុខ H យ៉ាងច្រើន 6 ដង ។

Solution

ក.កំណត់ចំនួនករណីអាច ៖

កាក់មុខពីរ H និង T បើគេបោះ 8 ដងនោះចំនួនករណីអាចគឺជាតម្រៀបសារឡើងវិញ 8 ជាតុយកចេញពីចំណោម 2 ជាតុដែលកំណត់ដោយ $n(s) = n^m = 2^8 = 256$

ខ.គណនាប្រូបាប ៖

A : កាក់ចេញមុខ H ចំនួន4ដង និង T ចំនួន4ដង ៖

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

-ចំនួនករណីស្រប ៖

បើគេបោះកាក់នេះ8ដងហើយព្រឹត្តិការណ៍ដែលកាក់ចេញមុខ H ចំនួន4ដង និង T ចំនួន4ដងគឺជាចម្លាស់អាចបែងចែកបាននៃ8ជាតុដែលចែកចេញជា2ប្រភេទ គឺប្រភេទទីមួយ $H = 4$ និងប្រភេទទីពីរ $T = 4$ ដែលកំណត់ដោយ ៖

$$n(A) = \frac{n!}{n_1!n_2!...n_p!} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5\times6\times7\times8}{24} = 5\times2\times7 = 70$$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{70}{256}$ ។

B : កាក់ចេញមុខ H យ៉ាងតិច2ដង ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖ B_0 : កាក់អត់ចេញមុខ H សោះ(ចេញសូន្យដង)

B_1 : កាក់ចេញមុខ H ចំនួន1ដង

គេបាន B និង $B_0 \cup B_1$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

តាមរូបមន្តគេបាន $P(B) = 1 - P(B_0 \cup B_1) = 1 - P(B_0) - P(B_1)$

ដោយ $P(B_0) = \dfrac{n(B_0)}{n(S)} = \dfrac{1}{256}$ និង $P(B_1) = \dfrac{n(B_1)}{n(S)} = \dfrac{\frac{8!}{1!7!}}{256} = \dfrac{8}{256}$

ដូចនេះ $P(B) = 1 - \dfrac{1}{256} - \dfrac{8}{256} = \dfrac{256-9}{256} = \dfrac{247}{256}$ ។

C : កាក់ចេញមុខ H យ៉ាងច្រើន 6ដង ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_7 : កាក់ចេញមុខ H ចំនួន7ដង

C_8 : កាក់ចេញមុខ H ចំនួន8ដង

គេបាន C និង $C_7 \cup C_8$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

តាមរូបមន្តគេបាន $P(C) = 1 - P(C_7 \cup C_8) = 1 - P(C_7) - P(C_8)$

ដោយ $P(C_7) = \dfrac{n(C_7)}{n(S)}$, $P(C_8) = \dfrac{n(C_8)}{n(S)}$

ហើយ $n(C_7) = \dfrac{8!}{7!1!} = 8$, $n(C_8) = \dfrac{8!}{8!0!} = 1$

ដូចនេះ $P(C) = 1 - \dfrac{8}{256} - \dfrac{1}{256} = \dfrac{247}{256}$ ។

Problem65

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 4 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 5 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់៖

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់ ។

តាមរូបមន្តគោល $p(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន 9 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក 3 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច ៖

$n(S) = C(9,3) = \dfrac{9!}{3!6!} = \dfrac{7 \times 8 \times 9}{6} = 84$ ។ (៣ពិន្ទុ)

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

នៅក្នុងថង់មានប៊ូលព៌ណក្រហម 4 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 5 ហើយគេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់បានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិច 2 គ្រាប់នោះគេបាន

$n(A) = C(5,2)C(4,1) + C(5,3) = 10 \times 4 + 10 = 50$ ។

ដូចនេះ $p(A) = \dfrac{50}{84} = \dfrac{25}{42}$ ។

Problem66

គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរដោយដឹងថាប្រូបាប $p(A)=0.40$ និង $p(B)=0.55$ ។

ចូរគណនាប្រូបាប $p(A\cup B)$ ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

$a)$ (៥ពិន្ទុ) ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា។

$b)$ (៥ពិន្ទុ) ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាប $p(A\cup B)$ ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

គេមាន $p(A)=0.40$ និង $p(B)=0.55$

$a)$ (៥ពិន្ទុ) ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា ៖

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នានោះ $A\cap B=\phi$ នាំឲ្យ $p(A\cap B)=0$

ដូចនេះ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)=0.40+0.55=0.95$ ។

$b)$ (៥ពិន្ទុ) ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា ៖

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នានោះគេបាន ៖

$p(A\cap B)=p(A)p(B)=0.40\times 0.55=0.22$

ដូចនេះ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0.40+0.55-0.22=0.73$ ។

Problem67

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពីរព៌ណគឺប៊ូលព៌ណក្រហមនិងប៊ូលព៌ណបៃតងរួមទាំងអស់

20 គ្រាប់ហើយចំនួនប៊ូលព៌ណក្រហមស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃចំនួនប៊ូលព៌ណបៃតង។

១.គណនាចំនួនប៊ូលព៌ណក្រហមនិងចំនួនប៊ូលព៌ណបៃតងនៅក្នុងថង់នោះ។

២.គេចាប់យកប៊ូល 4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ចូរគណនា

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. $A:$ យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 2 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 2 ។

ខ. B : យកបានប៊ូលព៌ណបៃតងទាំងអស់។

គ. C : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហមយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

Solution

១.គណនាចំនួនប៊ូលពីណក្រហមនិងចំនួនប៊ូលពីណបៃតងនៅក្នុងថង់នោះ៖

តាង x ជាចំនួនប៊ូលព៌ណក្រហមនិង y ជាចំនួនប៊ូលព៌ណបៃតង។

តាមសម្មតិកម្មយើងបានប្រព័ន្ធ $\begin{cases} x + y = 20 & (1) \\ x = \frac{2}{3}y & (2) \end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) គេបាន $\frac{2}{3}y + y = 20$ សមមូល $2y + 3y = 60$

ឬ $5y = 60$ នោះគេទាញបាន $y = \frac{60}{5} = 12$ ហើយតាម (2) គេបាន $x = \frac{24}{3} = 8$ ។

ដូចនេះចំនួនប៊ូលក្រហមមាន $x = 8$ គ្រាប់និងប៊ូលបៃតង់មាន $y = 12$ គ្រាប់។

២. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 2 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 2 ៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបនៅក្នុងថង់មាន 20 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក 4 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះ

គេបានចំនួនករណីអាចជាបន្សំ 4 ធាតុក្នុងចំណោម 20 ធាតុដែលកំណត់ដោយ

$$n(S) = C(20,4) = \frac{20!}{4!16!} = \frac{17 \times 18 \times 19 \times 20}{24} = 4845 \text{ ករណី។}$$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

នៅក្នុងថង់មានប៊ូលព៌ណក្រហម 8 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 12 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក

ប៊ូល 4 ព្រមគ្នានោះចំនួនរបៀបដែលគេយកបានប៊ូលព៌ណក្រហម 2 និង

ប៊ូលព៌ណបៃតង2 កំណត់ដោយ $n(A)=C(8,2)C(12,2)$

$$=\frac{8!}{2!6!}\times\frac{12!}{2!10!}=28\times 66=1848$$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{1848}{4845}=\frac{616}{1615}\approx 0.3814$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលព៌ណបៃតងទាំងអស់៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយចំនួនករណីអាច $n(S)=4845$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(12,4)=\frac{12!}{4!8!}=\frac{9\times 10\times 11\times 12}{24}=495$ ។

គេបាន $P(B)=\frac{495}{4845}=\frac{33}{323}\approx 0.1022$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហមយ៉ាងតិច1គ្រាប់៖

គេបានព្រឹត្តិការណ៍ C និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

ដូចនេះ $P(C)=1-P(B)=1-\frac{33}{323}=\frac{290}{323}\approx 0.8978$ ។

Problem68

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល30គ្រាប់ចុះលេខពី1ដល់30។ គេចាប់យកប៊ូល2ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងធុងនោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង2 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាការ៉េប្រាកដនៃចំនួនគត់ទាំង2 គ្រាប់។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋម1 គ្រាប់និងចុះលេខជាការ៉េប្រាកដនៃចំនួនគត់1 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង 2 គ្រាប់

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(30,2)=\dfrac{30!}{28!2!}=\dfrac{29\times30}{2}=435$ ។

.ចំនួនករណីស្រប៖

ចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី 1 ដល់ 30 មានចំនួនបឋមទាំងអស់ចំនួន១០គឺ

$\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប៖

$n(A)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=\dfrac{9\times10}{2}=45$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{45}{435}=\dfrac{3}{29}\approx0.1035$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ទាំង 2 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី 1 ដល់ 30 មានចំនួនជាការេប្រាកដទាំងអស់ 5 ចំនួនគឺ

$\{1,4,9,16,25\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)=\dfrac{5!}{2!3!}=10$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{10}{435}=\dfrac{2}{87}$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋម 1 គ្រាប់និងចុះលេខជាការេប្រាកដ

នៃចំនួនគត់ 1 គ្រាប់៖

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(10,1)C(5,1)=10\times5=50$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{50}{435}=\dfrac{10}{87}\approx0.1149$ ។

Problem69

គេមានប្រវែងអង្កត់ប្រាំពីរគឺ $8cm, 9cm, 12cm, 15cm, 16cm, 17cm$ និង $20cm$ ។

គេជ្រើសរើសយកអង្កត់បីព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : ជ្រើសរើសបានអង្កត់ផ្គុំបានជាជ្រុងត្រីកោណកែងមួយ។

ខ. B : ជ្រើសរើសបានអង្កត់ផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមួយ។

គ. $C = A \cup B$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : ជ្រើសរើសបានអង្កត់ផ្គុំបានជាជ្រុងត្រីកោណមួយ

តាមរូបមន្ត $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S) = C(7,3) = \dfrac{7!}{3!4!} = 35$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

គេមាន $8^2 + 15^2 = 17^2$, $9^2 + 12^2 = 15^2$, $12^2 + 16^2 = 20^2$ នោះតាមទ្រឹស្តីបទ

ពីតាគ័រប្រវែងអង្កត់ដែលផ្គុំបានជាជ្រុងនៃត្រីកោណកែងមួយមាន ៖

$(8,15,17),(9,12,15)$ និង $(12,16,20)$ នោះគេបាន $n(A) = 3$ ។

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{3}{35} \approx 0.0857$ ។

ខ. B : ជ្រើសរើសបានអង្កត់ផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមួយ៖

ត្រីធាតុដែលផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមួយមាន $(8,12,16),(9,12,15),((12,16,20)$ និង $(15,16,17)$ នោះ $n(B) = 4$ ។

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{4}{35} \approx 0.1143$ ។

គ.$C = A \cup B$

យើងបាន $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ដោយ $A \cap B = \{(9,12,15),(12,16,20)\}$ នោះ $n(A \cap B) = 2$ ។

ដូចនេះ $P(C) = \frac{3}{35} + \frac{4}{35} - \frac{2}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7} \approx 0.1429$ ។

Problem70

ក្នុងធុងមួយមានប៊ូលក្រហម 50 គ្រាប់ចុះលេខរៀងពី 1 ដល់ 50 និងប៊ូលខ្មៅ 50 គ្រាប់ចុះលេខរៀងពី 1 ដល់ 50 ដែរ។គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ។

ខ.B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង 2 គ្រាប់។

គ.C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមខុសគ្នាទាំង 2 គ្រាប់។

ឃ.D : យកបានប៊ូល 1 ចុះលេខជាចំនួនបឋមនិងប៊ូល 1 ទៀតចុះលេខជាចំនួនការេប្រាកដនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ៖

តាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូល 2 គ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នានោះ A' និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។ គេបាន $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{n(A')}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S) = C(100,2) = \frac{100!}{2!98!} = \frac{99 \times 100}{2} = 4950$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយក្នុងចំណោមប៊ូលទាំង 100 គ្រាប់មានប៊ូល 50 គូចុះលេខដូចគ្នានោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A') = 50$ ។

ដូចនេះ $P(A)=1-\frac{50}{4950}=\frac{4900}{4950}=\frac{98}{99}$ ។

ខ.B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង2 គ្រាប់៖

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប$n(B)$:

យើងដឹងថាក្នុងចំណោមចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី1 ដល់50 មានចំនួនបឋម

ទាំងអស់15 ចំនួនគឺ $\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47\}$ ។

គេបាន $n(B)=C(30,2)=\frac{30!}{2!28!}=\frac{29\times 30}{2}=435$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{435}{4950}=\frac{87}{990}\approx 0.0879$ ។

គ.C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងជាចំនួនបឋម៖

តាងC' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល2បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នានិងជាចំនួនបឋម

នោះC' និងC ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន $P(C)=1-P(C')=1-\frac{n(C')}{n(C)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C')=15$ ។

ដូចនេះ $P(C)=1-\frac{15}{4950}=1-\frac{1}{330}=\frac{329}{330}\approx 0.9970$ ។

ឃ.D : យកបានប៊ូល1ចុះលេខជាចំនួនបឋមនិងប៊ូល1ទៀតចុះលេខជាចំនួនការេ

ប្រាកដនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន៖

តាមរូបមន្ត $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}$

យើងដឹងថាក្នុងចំណោមចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី 1 ដល់ 50 មានចំនួនដែលជាការេប្រាកដ 7 ចំនួនគឺ $\{1,4,9,16,25,36,49\}$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(D)=C(15,1)C(7,1)=15\times 7=105$ ។

ដូចនេះ $P(D)=\dfrac{105}{4950}=\dfrac{7}{330}\approx 0.0212$ ។

Problem71

គ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាម្នាក់មានលំហាត់ពីជគណិត 15 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ 10 ។ គាត់បានជ្រើសរើសយក 22 លំហាត់ព្រមគ្នាពីក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំងអស់ដោយចៃដន្យដើម្បីឲ្យសិស្សយកទៅហ្វឹកហាត់ដោះស្រាយនៅផ្ទះ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. $A:$ យកបានលំហាត់ពីជគណិត 12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ 10 ។

ខ. $B:$ យកបានលំហាត់ពីជគណិត 15 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ 7 ។

គ. $C:$ យកបានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិច 8 លំហាត់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. $A:$ យកបានលំហាត់ពីជគណិត 12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ 10 ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(25,22)=\dfrac{25!}{22!3!}=\dfrac{23\times 24\times 25}{6}=2300$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(15,12)C(10,10)=\dfrac{15!}{12!3!}=\dfrac{13\times 14\times 15}{6}=455$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{455}{2300}=\frac{91}{460}\approx 0.1978$ ។

ខ. B : យកបានលំហាត់ពីជគណិត 15 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ 7

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(15,15)C(10,7)=\frac{10!}{7!3!}=120$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{120}{2300}=\frac{6}{115}\approx 0.0522$ ។

គ. C : យកបានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិច 8 លំហាត់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប

$$n(C)=C(10,8)C(15,14)+C(10,9)C(15,13)+C(10,10)C(15,12)$$

$$=\frac{10!}{8!2!}\times 15+10\times\frac{15!}{13!2!}+\frac{15!}{12!3!}=675+1050+455=2180$$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{2180}{2300}=\frac{109}{115}\approx 0.9478$ ។

Problem72

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 4 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4$ និងប៊ូលខ្មៅ 6 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6$ ។គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលខ្មៅយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណដូចគ្នា។

ឃ. D : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប៊ូលខ្មៅយ៉ាងតិច1 គ្រាប់

យើងតាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល2 បានប៊ូលព៌ណក្រហមទាំង2

នោះ A' និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។ គេបាន $P(A)=1-P(A')=1-\dfrac{n(A')}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន10 ហើយចាប់យកប៊ូល2 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=\dfrac{9\times 10}{2}=45$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A')=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ។

ដូចនេះ $P(A)=1-\dfrac{6}{45}=\dfrac{39}{45}=\dfrac{13}{15}\approx 0.8667$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ៖

យើងតាង B' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល2 គ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា

នោះ B' និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(B)=1-P(B')=1-\dfrac{n(B')}{n(S)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខដូចគ្នាមានតែ4 គូនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B')=4$ ។

ដូចនេះ $P(B)=1-\dfrac{4}{45}=\dfrac{41}{45}\approx 0.9111$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប ៖

ដើម្បីចាប់យកប៊ូល2 បានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណដូចគ្នាលុះត្រាតែប៊ូល2 នេះ
ចាប់យកពីក្នុងចំណោមប៊ូលក្រហមសុទ្ធឬប៊ូលខ្មៅសុទ្ធនោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(C) = C(4,2) + C(6,2) = \frac{4!}{2!2!} + \frac{6!}{4!2!} = 6 + 15 = 21$ ។

ដូចនេះ $P(C) = \frac{21}{45} = \frac{7}{15} \approx 0.4667$ ។

ឃ. D : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងព៌ណខុសគ្នា៖

យើងមាន D និង $(B \cup C)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

គេបាន $P(D) = 1 - P(B \cup C) = 1 - P(B) - P(C) = 1 - \frac{4}{45} - \frac{21}{45} = \frac{4}{9}$

ដូចនេះ $P(D) = \frac{4}{9}$ ។

Problem73

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម8 និងឃ្លីព៌ណបៃតង12 ។គេចាប់យកឃ្លី1 ចំនួន
ពីរដងចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ(ចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ)។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ។

ខ. B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ។

គ. C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណក្រហម

A_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណក្រហម

គេបាន $A = A_1 \cap A_2$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2 / A_1)$

ដោយ $P(A_1)=\dfrac{n(A_1)}{n(S_1)}=\dfrac{C(8,1)}{C(20,1)}=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$

$$P(A_2/A_1)=\frac{n(A_2/A_1)}{n(S_2)}=\frac{C(7,1)}{C(19,1)}=\frac{7}{19}$$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{7}{19}=\dfrac{14}{95}\approx 0.1474$ ។

ខ. B : យកបានឃ្លីព័ណបៃតងទាំងពីរ

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព័ណបៃតង

B_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព័ណបៃតង

គេបាន $B=B_1\cap B_2$ នោះ $P(B)=P(B_1\cap B_2)=P(B_1)P(B_2/B_1)$

ដោយ $P(B_1)=\dfrac{n(B_1)}{n(S_1)}=\dfrac{C(12,1)}{C(20,1)}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$

$$P(B_2/B_1)=\frac{n(B_2/B_1)}{n(S_2)}=\frac{C(11,1)}{C(19,1)}=\frac{11}{19}$$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{11}{19}=\dfrac{33}{95}\approx 0.3474$ ។

គ. C : យកបានឃ្លីមានព័ណខុសគ្នា៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីក្រហម

C_2 :ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

C_1': ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីបៃតង

C_2': ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីក្រហម

យើងបាន $C=(C_1\cap C_2)\cup(C_1'\cap C_2')$

នោះ $P(C)=P(C_1\cap C_2)+P(C_1'\cap C_2')$

$$=P(C_1)P(C_2/C_1)+P(C_1')P(C_2'/C_1')$$

ដោយ $P(C_1)=\dfrac{n(C_1)}{n(S_1)}=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$, $P(C_2/C_1)=\dfrac{n(C_2/C_1)}{n(S_2)}=\dfrac{12}{19}$

$$P(C_1')=\frac{n(C_1')}{n(S_1)}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}\ ,\ P(C_2'/C'_1)=\frac{n(C_2'/C_1')}{n(S_2)}=\frac{8}{19}$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{12}{19}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{8}{19}=\dfrac{48}{95}=0.5052$ ។

សម្គាល់ ៖ គេអាចគណនាប្រូបាបនេះតាមព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេមាន C និង $A\cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន៖

$$P(C)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)=1-\frac{14}{95}-\frac{33}{95}=\frac{48}{95}=0.5052\ ។$$

Problem74

គេមានថង់ពីរ A និង B ដែលក្នុងថង់ A មានប៊ូលក្រហម 4 ខៀវ 6 និងនៅក្នុងថង់ B មានប៊ូលក្រហម 2 ខៀវ 8 ។ គេចាប់យកប៊ូល 1 ចេញពីថង់ A ដាក់ចូលទៅក្នុងថង់ B និងចាប់យកប៊ូល 1 ពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: ចំនួនប៊ូលក្រហមក្នុងថង់ A និង B ស្មើគ្នា។

ខ. B : ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់ A ស្មើគ្នា។

គ. C : ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់ A និង B មិនប្រែប្រួល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: ចំនួនប៊ូលក្រហមក្នុងថង់ A និង B ស្មើគ្នា

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនៅក្នុងថង់ A និង B ស្មើគ្នាលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និង ចាប់បានប៊ូលខៀវមួយ ពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ B

B_1 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ A ។

យើងបាន $A = A_1 \cap B_1$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap B_1) = P(A_1)P(B_1 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{n(A_1)}{n(S_1)} = \dfrac{C(4,1)}{C(10,1)} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$

$$P(B_1 / A_1) = \frac{n(B_1 / A_1)}{n(S_2)} = \frac{C(8,1)}{C(11,1)} = \frac{8}{11}$$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{8}{11} = \dfrac{16}{55} \approx 0.2909$ ។

ខ. B : **ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់** A **ស្មើគ្នា**

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវនៅក្នុងថង់ A ស្មើគ្នាលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_2 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ B

B_2 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ A ។

យើងបាន $B = A_2 \cap B_2$ នោះ $P(B) = P(A_2 \cap B_2) = P(A_2)P(B_2 / A_2)$

ដោយ $P(A_2) = \dfrac{n(A_2)}{n(S_1)} = \dfrac{C(6,1)}{C(10,1)} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

$$P(B_2 / A_2) = \frac{n(B_2 / A_2)}{n(S_2)} = \frac{C(2,1)}{C(11,1)} = \frac{2}{11}$$

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{11} = \dfrac{6}{55} \approx 0.1091$ ។

គ. C : **ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់** A **និង** B **មិនប្រែប្រួល**

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវនៅក្នុងថង់ A និង B មិនប្រែប្រួលលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ ឬ គេចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_3 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ B

B_3 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ A

A_4 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ B

B_4 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ A

យើងបាន $C = (A_3 \cap B_3) \cup (A_4 \cap B_4)$

នោះ $P(C) = P(A_3 \cap B_3) + P(A_4 \cap B_4)$

$= P(A_3)P(B_3 / A_3) + P(A_4)P(B_4 / A_4)$

គេមាន $P(A_3) = \dfrac{n(A_3)}{n(S_1)} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$, $P(B_3 / A_3) = \dfrac{n(B_3 / A_3)}{n(S_2)} = \dfrac{3}{11}$

$P(A_4) = \dfrac{n(A_4)}{n(S_1)} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$, $P(B_4 / A_4) = \dfrac{n(B_4 / A_4)}{n(S_2)} = \dfrac{9}{11}$

ដូចនេះ $P(C) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{11} + \dfrac{3}{5} \times \dfrac{9}{11} = \dfrac{6+27}{55} = \dfrac{33}{55} = \dfrac{3}{5}$ ។

Problem75

គ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាម្នាក់មានប្រធានលំហាត់គណិតវិទ្យាចំនួន15 លំហាត់សម្រាប់ឲ្យសិស្សជ្រើសរើសយកសម្រាប់ធ្វើការប្រឡងតេស្តសមត្ថភាព ។

សិស្សម្នាក់អាចមានសិទ្ធិជ្រើសរើសយកលំហាត់3 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង15 ។

គេដឹងថាមានលំហាត់ពីរ X និង Y បើបេក្ខជនជ្រើសរើសយក

គឺត្រូវយកទាំងពីរ ហើយបើអត់ជ្រើសរើសយកគឺអត់ទាំងពីរ ។

១-តើបេក្ខជនប្រឡងអាចជ្រើសរើសលំហាត់បានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា ?

២-បេក្ខជនម្នាក់បានជ្រើសរើសយកលំហាត់3 ដើម្បីធ្វើការប្រឡង ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក) A : ជ្រើសរើសបានលំហាត់ដែលគ្មានលំហាត់ X និង Y ។

ខ) B : ជ្រើសរើសបានលំហាត់ដែលមានលំហាត់ X និង Y ។

Solution

១-តើបេក្ខជនប្រឡងអាចជ្រើសរើសលំហាត់បានប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា ?

របៀបនៃការជ្រើសរើសលំហាត់ 3 ពីក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង 15 ដោយគេបាន ដឹងថាមានលំហាត់ពីរ X និង Y បើបេក្ខជនជ្រើសរើសយកគឺត្រូវយកទាំងពីរ ហើយបើអត់ជ្រើសរើសយកគឺអត់ទាំងពីរ មានពីរករណី៖

-ករណីទី១ ៖

ជ្រើសរើសបានលំហាត់3ដែលគ្មានលំហាត់ X និង Y ជាបន្សំ3ក្នុងចំណោម 13 គឺ

$$n(A) = C(13,3) = \frac{13!}{3!10!} = \frac{11\times12\times13}{6} = 286$$ ។

-ករណីទី២៖ជ្រើសរើសបានលំហាត់3ដែលមានលំហាត់ X និង Y

គឺ $n(B) = C(2,2)C(13,1) = 13$ ។

ដូចនេះបេក្ខជនប្រឡងអាចជ្រើសរើសលំហាត់បានទាំងអស់ចំនួន៖

$n(S) = 286 + 13 = 299$ របៀបផ្សេងគ្នា ។

២-គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក) A :**ជ្រើសរើសបានលំហាត់ដែលគ្មានលំហាត់** X **និង** Y

គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{286}{299} = \frac{22}{23}$ ។

ខ) B :**ជ្រើសរើសបានលំហាត់ដែលមានលំហាត់** X **និង** Y

គេបាន $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{299} = \frac{1}{23}$ ។

Problem76

គេមានថង់ពីរ X និង Y ដែលក្នុងថង់ X មានប៊ូលក្រហម 3 និងប៊ូលខ្មៅ 4 ហើយនៅក្នុងថង់ Y មានប៊ូលក្រហម 4 និងប៊ូលខ្មៅ 5 ។ គេចាប់យកប៊ូល 1 ចេញពីថង់ X ដាក់ចូលទៅក្នុងថង់ Y និងចាប់យកប៊ូល 2 ពីថង់ Y ហើយដាក់ចូលទៅក្នុងថង់ X វិញ ។ ចូរគណនាប្រូបាបប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

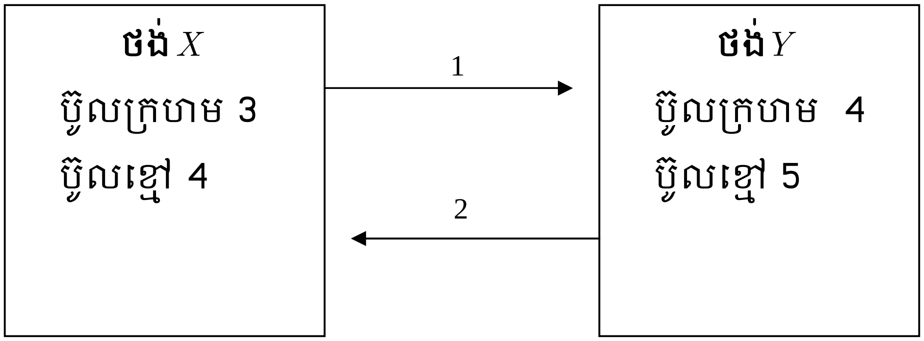
១) A : នៅក្នុងថង់ X មានប៊ូលក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ នៃប៊ូលខ្មៅ ។

២) B : នៅក្នុងថង់ X មានប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅ ។

Solution

គណនាប្រូបាបប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) A : **នៅក្នុងថង់** X **មានប៊ូលក្រហមស្មើនឹង** $\frac{1}{3}$ **នៃប៊ូលខ្មៅ**



ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្នុងថង់ X មានប៊ូលក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ នៃប៊ូលខ្មៅលុះត្រាតែ គេចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ X ដាក់ចូលថង់ Y និងចាប់បានប៊ូលខ្មៅ2ពីថង់ Y ដាក់ចូលថង់ X វិញ ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A_1 :ចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ X ដាក់ចូលថង់ Y

A_2 :ចាប់បានប៊ូលខ្មៅ2ពីថង់ Y ដាក់ចូលថង់ X វិញ.

គេបាន $A = A_1 \cap A_2$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \frac{n(A_1)}{n(S_1)} = \frac{C(3,1)}{C(7,1)} = \frac{3}{7}$

និង $P(A_2 / A_1) = \frac{n(A_2 / A_1)}{n(S_2)} = \frac{C(5,2)}{C(10,2)} = \frac{5!}{2!3!} \times \frac{2!8!}{10!} = \frac{2}{9}$ ។

ដូចនេះ $P(A) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{21}$ ។

២) B : **នៅក្នុងថង់** X **មានប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅ**

ដើម្បីឲ្យថង់ X មានប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅក្រោយពីប្តូរគ្នាលុះត្រាតែគេចាប់យក ប៊ូលក្រហម1ពីថង់ X ដាក់ចូលក្នុងថង់ Y និងចាប់យកប៊ូលក្រហម 2ពីថង់ Y ដាក់ចូលក្នុង X ។ឬចាប់យកប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ X ដាក់ចូលក្នុងថង់ Y និងចាប់យកប៊ូលខ្មៅ1 និងក្រហម1ពីថង់ Y ដាក់ចូលក្នុងថង់ X ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

B_1 : ចាប់យកប៊ូលក្រហម1ពីថង់ X ដាក់ចូលក្នុងថង់ Y

B_2 : ចាប់យកប៊ូលក្រហម 2ពីថង់ Y ដាក់ចូលក្នុង X

C_1 : ចាប់យកប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ X ដាក់ចូលក្នុងថង់ Y

C_2 : ចាប់យកប៊ូលខ្មៅ1និងក្រហម1ពីថង់ Y ដាក់ចូលក្នុងថង់ X

គេបាន $B = (B_1 \cap B_2) \cup (C_1 \cap C_2)$

នាំឲ្យ $P(B) = P\left((B_1 \cap B_2) \cup (C_1 \cap C_2)\right)$

$$= P(B_1 \cap B_2) + P(C_1 \cap C_2)$$

$$= P(B_1)P(B_2 / B_1) + P(C_1)P(C_2 / C_1)$$

ដោយ $P(B_1) = \dfrac{n(B_1)}{n(S_X)} = \dfrac{C(3,1)}{C(7,1)} = \dfrac{3}{7}$

$$P(B_2 / B_1) = \frac{n(B_2 / B_1)}{n(S_Y)} = \frac{C(5,2)}{C(10,2)} = \frac{2}{9}$$

$$P(C_1) = \frac{n(C_1)}{n(S_X)} = \frac{C(4,1)}{C(7,1)} = \frac{4}{7}$$

$$P(C_2 / C_1) = \frac{n(C_2 / C_1)}{n(S_Y)} = \frac{C(6,1)C(4,1)}{C(10,2)} = \frac{6 \times 4}{45} = \frac{8}{15}$$

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{3}{7} \times \dfrac{2}{9} + \dfrac{4}{7} \times \dfrac{8}{15} = \dfrac{2}{21} + \dfrac{32}{105} = \dfrac{42}{105} = \dfrac{2}{5}$ ។

Problem77

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 9 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។គេចាប់យកប៊ូលម្តងមួយគ្រាប់ចំនួនពីរដងដោយមិនដាក់ចូលវិញ ។

តាង x ជាចំនួនចុះលើប៊ូលចាប់បានលើកទីមួយនិង y ជាចំនួនចុះលើប៊ូលចាប់បានលើកទីពីរ។ ចូរគណនាប្រូបាបដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $4x < y$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបដែល $4x < y$

តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A ចាប់បានប៊ូលលើកទី១ចុះលេខ x និង B ចាប់បានប៊ូលលើកទី២ចុះលេខ y ។

តាមរូបមន្តប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

គេទាញ $P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)$ ។

ដោយចំនួនចុះលើគ្រាប់មាន $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

គេបាន $4x<y$ មានន័យថា ៖

-បើចាប់លើកទី១បានប៊ូលចុះលេខ $x=1$ នោះប៊ូលដែលចាប់បានលើកទី២ អាចចុះលេខ $y\in\{5,6,7,8,9\}$ ។

-បើចាប់លើកទី១បានប៊ូលចុះលេខ $x=2$ នោះប៊ូលដែលចាប់បានលើកទី២ អាចចុះលេខ $y=9$ ។ ដូចនេះប្រូបាបដែល $4x<y$ កំណត់ដោយ ៖

$$P=\frac{1}{9}\times\frac{5}{8}+\frac{1}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{6}{72}=\frac{1}{12}$$ ។

Problem78

គេមានថង់ពីរ A និង B ដោយដឹងថាក្នុងថង់ A មានប៊ូលព៌ណក្រហម 6 និងខ្មៅ 3 និងក្នុងថង់ B មានប៊ូលពណ៌ក្រហម 2 និងខ្មៅ 7 ។ គេចាប់យកប៊ូល 2 ពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់យកប៊ូល 1 ពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A វិញ ។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) X : ក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅ ។

២) Y : ក្នុងថង់ B ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃប៊ូលខ្មៅ ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) X : ក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅ

ដើម្បីឲ្យក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 ពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលខ្មៅ 1 ពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ។
តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A_1 : ចាប់បានប៊ូលក្រហម2ពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B

B_1 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A

នោះ $X = A_1 \cap B_1$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ ក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹងប៊ូលខ្មៅ។

គេបាន $P(X) = P(A_1 \cap B_1) = P(A_1) \times P(B_1 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{C(6,2)}{C(9,2)} = \dfrac{\frac{6!}{2!4!}}{\frac{9!}{2!7!}} = \dfrac{5\times 6}{8\times 9} = \dfrac{5}{12}$ និង $P(B_1 / A_1) = \dfrac{C(7,1)}{C(11,1)} = \dfrac{7}{11}$

ដូចនេះ $P(X) = \dfrac{5}{12} \times \dfrac{7}{11} = \dfrac{35}{132} \approx 0.2652$ ។

២) Y : **ក្នុងថង់ B ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃប៊ូលខ្មៅ**

ដើម្បីឲ្យក្នុងថង់ B មានចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃប៊ូលខ្មៅលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហម1ខ្មៅ1ពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ ឬគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅ2ពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ។តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A_2 : ចាប់បានប៊ូលក្រហម1ខ្មៅ1ពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B

B_2 : ចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A

A_3 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅ2ពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B

B_3 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A

នោះ $Y = (A_2 \cap B_2) \cup (A_3 \cap B_3)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ក្នុងថង់ B ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃប៊ូលខ្មៅ។

គេបាន $P(Y) = P(A_2 \cap B_2) + P(A_3 \cap B_3)$

$$= P(A_2) \times P(B_2 / A_2) + P(A_3) \times P(B_3 / A_3)$$

ដោយ $P(A_2)=\dfrac{C(6,1)C(3,1)}{C(9,2)}=\dfrac{6\times3}{\frac{9!}{2!7!}}=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$

$P(B_2/A_2)=\dfrac{C(3,1)}{C(11,1)}=\dfrac{3}{11}$, $P(A_3)=\dfrac{C(3,2)}{C(9,2)}=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

$P(B_3/A_3)=\dfrac{C(9,1)}{C(11,1)}=\dfrac{9}{11}$

ដូចនេះ $P(Y)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{11}+\dfrac{1}{12}\times\dfrac{9}{11}=\dfrac{18+9}{132}=\dfrac{27}{132}=\dfrac{9}{44}$ ។

Problem79

គេមានកំប៉ុងពីរ X និង Y ដោយដឹងថាក្នុងកំប៉ុង X មានប៊ិចពណ៌ខៀវ 6 ដើម ប៊ិចពណ៌ក្រហម3ដើមនិងនៅក្នុងកំប៉ុង Y មានប៊ិចខៀវ4ដើម ប៊ិចក្រហម 5 ដើម ។ គេចាប់យកប៊ិចមួយដើមពីកំប៉ុង X និងប៊ិចពីរដើមពីកំប៉ុង Y ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

1) A :បានប៊ិចខៀវទាំង3ដើម ។

2) B : បានប៊ិចខៀវ1ដើមនិងក្រហម2ដើម ។

3) C :បានយ៉ាងតិចប៊ិចក្រហម1ដើម ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

1) A :**បានប៊ិចខៀវទាំង3ដើម**

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 :ចាប់បានប៊ិចខៀវ1ដើមពីកំប៉ុង A

B_1 :ចាប់បានប៊ិចខៀវ2ដើមពីកំប៉ុង B

គេបាន $A=A_1\cap B_1$ ហើយ A_1 និង B_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នានោះប្រូបាប

$P(A)=P(A_1\cap B_1)=P(A_1)P(B_1)$ ដោយ

$P(A_1)=\dfrac{C(6,1)}{C(9,1)}=\dfrac{2}{3}$; $P(B_1)=\dfrac{C(4,2)}{C(9,2)}=\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{2!7!}{9!}=\dfrac{12}{8\times9}=\dfrac{1}{6}$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{9}$ ។

2) B : **បានប៊ិចខៀវមួយដើមនិងក្រហមពីរដើម**

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 : ចាប់បានប៊ិចខៀវមួយពីកំប៉ុង X

B_2 :ចាប់បានប៊ិចក្រហមពីរ ពីកំប៉ុង Y

B_3 : ចាប់បានប៊ិចក្រហមមួយ ពីកំប៉ុង X

B_4 :ចាប់បានប៊ិចក្រហមមួយ,ខៀវមួយ ពីកំប៉ុង Y

គេបាន $B = (B_1 \cap B_2) \cup (B_3 \cap B_4)$

$$P(B) = P(B_1 \cap B_2) + P(B_3 \cap B_4)$$

$$= P(B_1)P(B_2) + P(B_3)P(B_4)$$

$$= \frac{C(6,1)}{C(9,1)} \times \frac{C(5,2)}{C(9,2)} + \frac{C(3,1)}{C(9,1)} \times \frac{C(4,1)C(5,1)}{C(9,2)}$$

$$= \frac{6}{9} \times \frac{5!}{2!3!} \times \frac{2!7!}{9!} + \frac{3}{9} \times 4 \times 5 \times \frac{2!7!}{9!}$$

$$= \frac{2}{3}(10)(\frac{2}{72}) + \frac{1}{3}(20)(\frac{2}{72}) = \frac{40+40}{216} = \frac{10}{27}$$

ដូចនេះ $P(B) = \frac{10}{27}$ ។

3) C :**បានយ៉ាងតិចប៊ិចក្រហមមួយដើម**

ដោយ C និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន $P(C) = 1 - P(A)$

ដូចនេះ $P(C) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ ។

Problem80

គេមានថង់ពីរ A និង B ។ក្នុងថង់ A មានប៊ូលក្រហម 5 និងប៊ូលខ្មៅ 3 ហើយនៅក្នុងថង់ B មានប៊ូលក្រហម2 និងប៊ូលខ្មៅ6 ។

គេចាប់យកប៊ូល 1 ពីថង់ A ដាក់ចូលថង់ B និងចាប់ប៊ូល 1 ទៀតពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A វិញ

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) X :នៅក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងប៊ូលខ្មៅស្មើគ្នា។

២) Y : នៅក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹង3ដងនៃចំនួនប៊ូលខ្មៅ ។

៣) Z : ចំនួនប៊ូលខ្មៅ និង ប៊ូលក្រហមក្នុងថង់នីមួយៗមិនប្រែប្រួល ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) X : នៅក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងប៊ូលខ្មៅស្មើគ្នា៖

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនិងប៊ូលខ្មៅស្មើគ្នានៅក្នុងថង់ A លុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A វិញដែលធ្វើឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើ4និងខ្មៅស្មើ4ដូចគ្នា ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 : ចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B

B_1 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A វិញ

គេបាន $P(X) = P(A_1 \cap B_1) = P(A_1) \times P(B_1 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{C(5,1)}{C(8,1)} = \dfrac{5}{8}$ និង $P(B_1 / A_1) = \dfrac{C(6,1)}{C(9,1)} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

ដូចនេះ៖ $P(X) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{12}$ ។

២) Y : នៅក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនឹង3ដងនៃចំនួនប៊ូលខ្មៅ

ដើម្បីឲ្យនៅក្នុងថង់ A ចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើនិង3ដងនៃចំនួនប៊ូលខ្មៅលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A វិញដែលធ្វើឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមស្មើ6និងខ្មៅស្មើ2ដូចគ្នា ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_2 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅ1ពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B

B_2 : ចាប់បានប៊ូលក្រហម1ពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A វិញ

គេបាន $P(Y) = P(A_2 \cap B_2) = P(A_2) \times P(B_2 / A_2)$

ដោយ $P(A_2) = \dfrac{C(3,1)}{C(8,1)} = \dfrac{3}{8}$ និង $P(B_2 / A_2) = \dfrac{C(2,1)}{C(9,1)} = \dfrac{2}{9}$

ដូចនេះ៖ $P(Y) = \dfrac{3}{8} \times \dfrac{2}{9} = \dfrac{1}{12}$ ។

៣) Z : ចំនួនប៊ូលខ្មៅ និង ប៊ូលក្រហមក្នុងថង់នីមួយៗមិនប្រែប្រួល

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលខ្មៅ និង ប៊ូលក្រហមក្នុងថង់នីមួយៗមិនប្រែប្រួលលុះត្រាតែ
គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ដូចគ្នាពីថង់ A ដាក់ចូលថង់ B និងពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A ។
តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖
Z_1 : ចាប់បានប៊ូលក្រហមពីថង់ A ដាក់ចូលថង់ B
Z_2 : ចាប់បានប៊ូលក្រហមពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A
Z_3 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅពីថង់ A ដាក់ចូលថង់ B
Z_4 : ចាប់បានប៊ូលខ្មៅពីថង់ B ដាក់ចូលថង់ A
គេបាន $Z=(Z_1\cap Z_2)\cup(Z_3\cap Z_4)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចំនួនប៊ូលខ្មៅ និងប៊ូលក្រហម
ក្នុងថង់នីមួយៗមិនប្រែប្រួល ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលខ្មៅ និងប៊ូលក្រហមក្នុងថង់នីមួយៗ
មិនប្រែប្រួល ។
យើងបាន $P(Z)=P(Z_1\cap Z_2)+P(Z_3\cap Z_4)$

$$=P(Z_1)P(Z_2/Z_1)+P(Z_3)P(Z_4/Z_3)$$

ដោយ $P(Z_1)=\frac{5}{8}$, $P(Z_2/Z_1)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$P(Z_3)=\frac{3}{8}$, $P(Z_4/Z_3)=\frac{7}{9}$

ដូចនេះ $P(Z)=\frac{5}{8}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{8}\times\frac{7}{9}=\frac{5+7}{24}=\frac{1}{2}$ ។

Problem81

គេមានថង់ពីរ A និង B ដែលនៅក្នុងថង់ A មានប៊ូល 5 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5$
ហើយនៅក្នុងថង់ B មានប៊ូល 4 គ្រាប់ចុះលេខ $6,7,8,9$ ។ គេចាប់យកប៊ូល 1
ពីថង់ A និងប៊ូល 1 ពីថង់ B ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១) A : ផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរស្មើនឹង 10 ។

២) B : លេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាពហុគុណនៃ 3 ។

៣) C : លេខចុះលើប៊ូលមានមួយជាចំនួនគូនិងមួយទៀតជាចំនួនសេស។

Solution

១) A : ផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរស្មើនឹង 10

តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A_1 : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 1 ពីថង់ A និង B_1 :ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 9 ពីថង់ B

A_2 : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 2 ពីថង់ A និង B_2 :ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 8 ពីថង់ B

A_3 : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 3 ពីថង់ A និង B_3 :ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 7 ពីថង់ B

A_4 : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 4 ពីថង់ A និង B_4 :ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 6 ពីថង់ B

យើងបាន $A=(A_1\cap B_1)\cup(A_2\cap B_2)\cup(A_3\cap B_3)\cup(A_4\cap B_4)$

ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលមានផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរស្មើនឹង 10 ។

គេបាន
$$\begin{aligned}P(A)&=P(A_1\cap B_1)+P(A_2\cap B_2)+P(A_3\cap B_3)+P(A_4\cap B_4)\\&=P(A_1)P(B_1)+P(A_2)P(B_2)+P(A_3)P(B_3)+P(A_4)P(B_4)\\&=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}\end{aligned}$$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{1}{5}$ ។

២) B : លេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាពហុគុណនៃ 3

តាងព្រឹត្តិការណ៍៖

X : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 3 ពីថង់ A និង Y : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខ 6 ឬ 9 ពីថង់ B

គេបាន $B=X\cap Y$ ជាព្រឹត្តិការណ៍លេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាពហុគុណនៃ 3 ។

យើងបាន $P(B)=P(X\cap Y)=P(X)P(Y)=\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{10}$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{1}{10}$ ។

៣) C : លេខចុះលើប៊ូលមានមួយជាចំនួនគូនិងមួយទៀតជាចំនួនសេស

តាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

E_1 : ចាប់ប៊ូល 1 ពីថង់ A បានប៊ូលចុះលេខសេសនិង F_1 : ចាប់ប៊ូល 1 ពីថង់ B បានប៊ូលចុះលេខគូ ។

E_2 : ចាប់ប៊ូល 1 ពីថង់ A បានប៊ូលចុះលេខគូនិង F_2 : ចាប់ប៊ូល 1 ពីថង់ B បានប៊ូលចុះលេខសេស ។

នោះ $C=(E_1\cap F_1)\cup(E_2\cap F_2)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍លេខចុះលើប៊ូលមានមួយជាចំនួនគូនិងមួយទៀតជាចំនួនសេសនោះយើងបាន ៖

$$P(C)=P(E_1\cap F_1)+P(E_2\cap F_2)=P(E_1)P(F_1)+P(E_2)P(F_2)$$

$$=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}\text{ ។}$$

នេះ $P(C)=\frac{1}{2}$ ។

Problem82

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 4 ចុះលេខ $1,2,3,4$ និងប៊ូលខៀវ 5 ចុះលេខ $1,2,3,4,5$ គេចាប់យកប៊ូល 2 ចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖

A : ចាប់បានប៊ូល 2 ចុះលេខដូចគ្នា , B : ចាប់បានប៊ូល 2 ចុះលេខគូដូចគ្នា

C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា ។

ក.ចូរគណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$ និង $P(C)$ ។

ខ.ចូរគណនាប្រូបាប $P(A\cup B)$, $P(A\cup C)$ និង $P(B\cup C)$ ។

គ.ចូរគណនាប្រូបាប $P(A/C)$ និង $P(B/C)$ ។

Solution

ក.គណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$ និង $P(C)$

A : **ចាប់បានប៊ូល 2 ចុះលេខដូចគ្នា**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ចាប់យកប៊ូល 2 ចេញពីក្នុងថង់ដែលមានប៊ូល 9 គេមានចំនួនករណីអាច៖

$n(S) = C(9,2) = \frac{9!}{2!7!} = \frac{8\times 9}{2} = 36$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា $A = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$

នោះ $n(A) = 4$ ។

ដូចនេះ $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ ។

B : **ចាប់បានប៊ូល 2 ចុះលេខគូដូចគ្នា**

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ប៊ូលចុះលេខគូមានទាំងអស់ 4 ហើយចាប់យកប៊ូល 2 មានទាំងអស់ចំនួន

$C(4,2) = 6$ គឺ $n(B) = 6$ ករណី។

យើងបាន $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ។

C : **ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

យើងបាន $n(C) = C(4,1)\times C(5,1) = 4\times 5 = 20$

ដូចនេះ $P(C) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ ។

ខ.គណនាប្រូបាប $P(A\cup B)$, $P(A\cup C)$ **និង** $P(B\cup C)$

យើងបាន $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

ដោយ $P(A) = \frac{1}{9}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ ហើយ $A\cap B = \{(2,2),(4,4)\}$

នោះ $P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

ដូចនេះ $P\left(A\cup B\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{18}=\frac{2+3-1}{18}=\frac{2}{9}$ ។

ហើយ $P\left(A\cup C\right)=P\left(A\right)+P\left(C\right)-P\left(A\cap C\right)$

ដោយ $P\left(A\right)=\frac{1}{9}$,$P\left(C\right)=\frac{5}{9}$ និង $A\cap C=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$

នោះ $P(A\cap C)=\frac{4}{36}=\frac{2}{9}$ ។ដូចនេះ $P(A\cup C)=\frac{1}{9}+\frac{5}{9}-\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$ ។

និង $P(B\cup C)=P(B)+P(C)-P(B\cap C)$

ដោយ $P(B)=\frac{1}{6}$, $P\left(C\right)=\frac{5}{9}$ ហើយ $P(B\cap C)=\frac{C(2,1)C(2,1)}{36}=\frac{1}{9}$

ដូចនេះ $P(B\cup C)=\frac{1}{6}+\frac{5}{9}-\frac{1}{9}=\frac{3+10-2}{18}=\frac{11}{18}$ ។

គ.គណនាប្រូបាប $P(A/C)$ **និង** $P(B/C)$

$$P(A/C)=\frac{P(A\cap C)}{P\left(C\right)}=\frac{2}{9}\times\frac{9}{5}=\frac{2}{5}$$ និង

$$P(B/C)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\frac{1}{9}\times\frac{9}{5}=\frac{1}{5}$$ ។

Problem83

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌សពីរគ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ បីគ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2,3 ។

គេចាប់យកឃ្លីពីរគ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។

ក.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។

គ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ដោយបានដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា ។

Solution

ក.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A **ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា៖**

តាង a_1, a_2 ជាឃ្លីពណ៌ស ចុះលេខ1 និង 2 ហើយ b_1, b_2, b_3 ជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ចុះលេខ 1,2 និង 3 ។

លំហសំណាក ៖

$S = \{(a_1,a_2),(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_2,b_3),(b_1,b_2),(b_1,b_3),(b_2,b_3)\}$

សំណុំព្រឹត្តិការណ៍ A, B និង $A \cap B$៖

$A = \{(a_1,a_2),(b_1,b_2),(b_2,b_3),(b_1,b_3)\}$, $B = \{(a_1,a_2),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(b_1,b_2)\}$

និង $A \cap B = \{(a_1,a_2) \ , \ (b_1,b_2)\}$ ។

តាមរូបមន្ត $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(S) = 10$, $n(A) = 4$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{4}{10} = 0.4$ ។

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3

រូបមន្ត $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B) = 4$ ។ ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5} = 0.4$ ។

គ.គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C

គេបាន $P(C) = P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{n(A \cap B)}{n(A)}$ ដោយ $n(A \cap B) = 2$

ដូចនេះ $P(C) = \dfrac{2}{4} = 0.5$ ។

Problem84

គេមានថង់ពីរ A និង B ដែលក្នុងថង់ A មានប៊ូលក្រហម 4 ខៀវ 6 និងក្នុងថង់ B មាន ប៊ូលក្រហម 2 ខៀវ 8 ។ គេចាប់យកប៊ូល 1 ចេញពីថង់ A ដាក់ចូលទៅក្នុងថង់ B និង ចាប់យកប៊ូល 1 ពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: ចំនួនប៊ូលក្រហមក្នុងថង់ A និង B ស្មើគ្នា។

ខ. B : ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់ A ស្មើគ្នា។

គ. C : ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់ A និង B មិនប្រែប្រួល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: ចំនួនប៊ូលក្រហមក្នុងថង់ A និង B ស្មើគ្នា៖

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនៅក្នុងថង់ A និង B ស្មើគ្នាលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ B

B_1 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ A។

យើងបាន $A = A_1 \cap B_1$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap B_1) = P(A_1)P(B_1 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{n(A_1)}{n(S_1)} = \dfrac{C(4,1)}{C(10,1)} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$

$$P(B_1 / A_1) = \frac{n(B_1 / A_1)}{n(S_2)} = \frac{C(8,1)}{C(11,1)} = \frac{8}{11}$$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{8}{11} = \dfrac{16}{55} \approx 0.2909$ ។

ខ. B : ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់ A ស្មើគ្នា៖

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវនៅក្នុងថង់ A ស្មើគ្នាលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_2 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ B

B_2 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ A។

យើងបាន $B = A_2 \cap B_2$ នោះ $P(B) = P(A_2 \cap B_2) = P(A_2)P(B_2 / A_2)$

ដោយ $P(A_2) = \dfrac{n(A_2)}{n(S_1)} = \dfrac{C(6,1)}{C(10,1)} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$

$$P(B_2 / A_2) = \frac{n(B_2 / A_2)}{n(S_2)} = \frac{C(2,1)}{C(11,1)} = \frac{2}{11}$$

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{2}{11} = \dfrac{6}{55} \approx 0.1091$ ។

គ.C : ចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវក្នុងថង់ A និង B មិនប្រែប្រួល៖

ដើម្បីឲ្យចំនួនប៊ូលក្រហមនិងខៀវនៅក្នុងថង់ A និង B មិនប្រែប្រួលលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលក្រហមមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ ឬ គេចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B និងចាប់បានប៊ូលខៀវមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ។

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_3 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ B

B_3 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលក្រហមដាក់ចូលថង់ A

A_4 : យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ B

B_4 : យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលខៀវដាក់ចូលថង់ A

យើងបាន $C = (A_3 \cap B_3) \cup (A_4 \cap B_4)$

នោះ $P(C) = P(A_3 \cap B_3) + P(A_4 \cap B_4)$

$$= P(A_3)P(B_3 / A_3) + P(A_4)P(B_4 / A_4)$$

គេមាន $P(A_3) = \dfrac{n(A_3)}{n(S_1)} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$, $P(B_3 / A_3) = \dfrac{n(B_3 / A_3)}{n(S_2)} = \dfrac{3}{11}$

$P(A_4) = \dfrac{n(A_4)}{n(S_1)} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$, $P(B_4 / A_4) = \dfrac{n(B_4 / A_4)}{n(S_2)} = \dfrac{9}{11}$ ។

Problem85

គេឲ្យសំណុំ $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ និង $F=\{1,4,5,6,9\}$ ។

គេបង្កើតចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់ដែលក្នុងខ្ទង់រាយប្រើលេខយកចេញពីសំណុំ F និង

លេខនៅខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ E ។

១.តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួន។

២.គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយដែលបានបង្កើតខាងលើដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗខាងក្រោម៖

ក.« A : យកបានចំនួនគូ »

ខ.« B : យកបានចំនួនចែកដាច់នឹង 7 »

គ.« C : យកបានចំនួនដែលជាការប្រាកដ»

Solution

១.តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួន

ចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់រាយយកចេញពីសំណុំ F មាន 5 ជម្រើស

និងលេខនៅខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ E មាន 9 ជម្រើស។

ដូចនេះចំនួនដែលអាចបង្កើតបានមានទាំងអស់ $n(S)=9\times 5=45$ ចំនួន។

២. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗខាងក្រោម៖

ក.« A : យកបានចំនួនគូ »

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=45$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ចំនួនគូដែលបង្កើតបានជាចំនួនដែលមានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយជាលេខ $4,6$ យក

ចេញពី E ដែលមាន 2 ជម្រើសនិងលេខខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ E មាន 9 ជម្រើស។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=9\times 2=18$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{18}{45}=\dfrac{2}{5}$ ។

ខ.« B : យកបានចំនួនចែកដាច់នឹង 7 »

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$ ៖

ព្រឹត្តិការណ៍ $B=\{14,21,28,35,42,49,56,63,84,91,98\}$ នោះ $n(B)=11$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{11}{45}$ ។

គ.« C : យកបានចំនួនដែលជាការេប្រាកដ»

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$ ៖

ព្រឹត្តិការណ៍ $C=\{16,25,36,49,64,81\}$ នោះ $n(C)=6$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{6}{45}=\dfrac{2}{15}$ ។

Problem86

គេឲ្យសំណុំបី $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $F=\{2,4,6,8\}$ និង $G=\{1,4,5,6,9\}$ ។

គេបង្កើតចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ដែលក្នុងខ្ទង់រាយប្រើលេខយកចេញពីសំណុំ G ហើយ

លេខនៅខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ F និងលេខខ្ទង់រយយកចេញពីសំណុំ E ។

១.តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួន។

២.គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយដែលបានបង្កើតខាងលើដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗខាងក្រោម៖

ក.« A : យកបានចំនួនគូ »

ខ.« B : យកបានចំនួនចែកដាច់នឹង 5 »

គ.« C : យកបានចំនួនដែលជាការប្រាកដ»

Solution

១.តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួន

ចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់រាយយកចេញពីសំណុំ G មាន 5 ជម្រើស លេខនៅខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ F មាន 4 ជម្រើសនិងលេខខ្ទង់រយយកចេញពី E មាន 9 ជម្រើស ។

ដូចនេះចំនួនដែលអាចបង្កើតបានមានទាំងអស់ $n(S)=9\times4\times5=180$ ចំនួន។

២. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗខាងក្រោម៖

ក.« A : យកបានចំនួនគូ »

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=180$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ចំនួនសេសជាចំនួនដែលមានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយជាលេខ $4,6$ យកចេញពីសំណុំ G ដែលមាន 2 ជម្រើសនិងលេខខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ F មាន 4 ជម្រើសនិងលេខខ្ទង់រយយកចេញពីសំណុំ E មាន 9 ជម្រើស។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=9\times4\times2=72$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{72}{180}=\dfrac{2}{5}$ ។

ខ.« B : យកបានចំនួនចែកដាច់នឹង 5 »

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$៖

ចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 5 ជាចំនួនដែលមានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយចែកដាច់នឹង 5 ដោយចំនួនដែលបង្កើតនោះមានលេខខ្ទង់រាយយកចេញពីសំណុំ G មាន 1 ជម្រើសលេខខ្ទង់ដប់យកចេញពីសំណុំ F មាន 4 ជម្រើស និងលេខខ្ទង់រយយកចេញពីសំណុំ E មាន 9 ជម្រើសនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=1\times4\times9=36$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{36}{180}=\frac{1}{5}$ ។

គ.« C : យកបានចំនួនដែលជាការេប្រាកដ»

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ C គឺ៖

$C=\{121,144,169,289,324,361,441,484,529,625,729,784,841,961\}$

នោះ $n(C)=14$ ។ ដូចនេះ $P(C)=\frac{14}{180}=\frac{7}{90}$ ។

Problem87

ក្នុងធុងមួយមានក្រដាសប័ណ្ណរាងការ៉េ 9 សន្លឹក ដែលនៅលើសន្លឹកប័ណ្ណនីមួយៗគេសរសេរលេខរៀងគ្នាពី 1 ដល់ 9 ។ គេចាប់យកប័ណ្ណ 2 សន្លឹកដោយចៃដន្យរួចរៀបវាជាជួរដេកបង្កើតចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់ក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 ។

គណនាប្រូបាបដើម្បីឲ្យចំនួនដែលគេបង្កើតបានជា៖

ក.ការ៉េប្រាកដនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន។

ខ.ចំនួនបឋម។ គ.ចំនួនសេស។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.ការេប្រាកដនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន៖

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។ តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបគេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=P(9,2)=\frac{9!}{7!}=8\times 9=72$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់និងជាការេប្រាកដគឺ $\{16,25,36,49,64,81\}$

នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=6$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{6}{72}=\frac{1}{12}$ ។

ខ.ចំនួនបឋម៖

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបគេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់ខុសគ្នានិងជាចំនួនបឋមគឺ ៖

$\{13,17,19,23,29,31,37,41,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,91,97\}$

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=20$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{20}{72}=\frac{5}{18}$ ។

គ.ចំនួនសេស៖

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។ តាមរូបមន្តគោលនៃព្រឹត្តិការណ៍ $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនសេសមានលេខពីខ្ទង់ខុសគ្នាត្រូវមានលេខចុងក្រោយជាលេខ ៖ $1,3,5,7,9$ ។ ករណីលេខខ្ទង់ចុងក្រោយ(ខ្ទង់រាយ)ជាលេខ1 នោះលេខខ្ទង់ដប់ត្រូវជាលេខ $2,3,4,5,6,7,8,9$ ។នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n\left(C\right)=5\times 8=40$

ដូចនេះ $P\left(C\right)=\dfrac{40}{72}=\dfrac{5}{9}$ ។

Problem88

គេមានគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរមួយពណ៌ស និង មួយទៀតពណ៌ខ្មៅ ។

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់នេះព្រមដោយចៃដន្យ ។តាង x ជាចំនួនដែលចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ពណ៌ស និង y ជាចំនួនដែលចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ពណ៌ខ្មៅ

ចូររកប្រូបាបដែល $(x+1)^2<5y$ ។

Solution

រកប្រូបាបដែល $(x+1)^2<5y$

បើគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់2គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច៖

$n(S)=6^2=36$

ដោយ x ជាចំនួនដែលចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ពណ៌ស និង y ជាចំនួនដែលចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ពណ៌ខ្មៅ ហើយគ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ$1,2,3,4,5,6$

គេបាន $(x+1)^2>5y$ មានន័យថា៖

-បើឡុកឡាក់សចេញលេខ $x=1$ នោះឡុកឡាក់ខ្មៅអាចចេញលេខ

$y\in\{1,2,3,4,5,6\}$ ។

-បើឡុកឡាក់សចេញលេខ $x=2$ នោះឡុកឡាក់ខ្មៅអាចចេញលេខ

$y\in\{2,3,4,5,6\}$ ។

-បើឡុកឡាក់សចេញលេខ $x=3$ នោះឡុកឡាក់ខ្មៅអាចចេញលេខ $y\in\{4,5,6\}$

-បើឡុកឡាក់សចេញលេខ $x=4$ នោះឡុកឡាក់ខ្មៅអាចចេញលេខ $y=6$ ។

ដូចនេះប្រូបាបដែល $(x+1)^2>5y$ កំណត់ដោយ ៖

$$P=\frac{6}{36}+\frac{5}{36}+\frac{3}{36}+\frac{1}{36}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$$ ។

Problem89

គេហូតបៀ១សន្លឹកចេញពីក្នុងហ៊ូដែលមានបៀ52សន្លឹក ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.A :ហូតបានសន្លឹកការ៉ូ ។

២.B :ហូតបានសន្លឹកក្រហម ។

៣.C :ហូតបានសន្លឹកការ៉ូ ឬ សន្លឹកក្រហម ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) A :ហូតបានសន្លឹកការ៉ូ

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(52,1)=52$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(13,1)=13$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{13}{52}=\dfrac{1}{4}$ ។

២) B :ហូតបានសន្លឹកក្រហម

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(26,1)=26$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{26}{52}=\dfrac{1}{2}$ ។

៣) C :ហូតបានសន្លឹកការ៉ូ ឬ សន្លឹកក្រហម

គេមាន $C=A\cup B$ នោះគេបាន $P(C)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

ដោយ $P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{13}{52}=\dfrac{1}{4}$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$ ។

Problem90

គេមានព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យពីរតាងដោយ A និង B ។

គេដឹងថាប្រូបាប $P(A\cap B)=0.14$ និង $P(A\cup B)=0.61$ ។

១)តើ $P(A)$ ស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះព្រំដែនណា ?

២)គណនា $P(A)$ និង $P(B)$ បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា។

Solution

១)ព្រំដែននៃ $P(A)$

ដោយ $(A\cap B)\subseteq A\subseteq(A\cap B)$ នោះ $P(A\cap B)\le P(A)\le P(A\cup B)$

ដូចនេះ $0.14\le P(A)\le 0.61$ ។

២)គណនា $P(A)$ និង $P(B)$

បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នានោះ $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

ដោយ $P(A\cap B)=0.14$ នោះគេទាញ $P(A)P(B)=0.14 \quad (1)$

ម្យ៉ាងទៀត $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

គេទាញ $P(A)+P(B)=P(A\cup B)+P(A\cap B)=0.61+014=0.75 \quad (2)$

តាម(1)និង (2)គេបានប្រពន្ធ័សមីការ ៖

$$\begin{cases} P(A)\times P(B)=0.14 \\ P(A)+P(B)=0.75 \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែតគេទាញបាន $P(A)$ និង $P(B)$ ជាឫសរបស់សមីការ

$$X^2-0.75X+0.14=0 \quad , \Delta=(-0.75)^2-4(1)(0.14)=0.0025=(0.05)^2$$

គេទាញឫស $X_1=\dfrac{0.75-0.05}{2}=0.35 \quad , X_2=\dfrac{0.75+0.5}{2}=0.40$

ដូចនេះ $P(A)=0.35$, $P(B)=0.40$ ឬ $P(A)=0.40$, $P(B)=0.35$ ។

Problem91

នៅក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលក្រហមចំនួន m និងប៊ូលខៀវចំនួន n រួមទាំងអស់16 គ្រាប់។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងស្បោងនោះដោយចៃដន្យ។

សន្មតថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប។

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា ។

១)ចូរគណនា $P(A)$ ជាអនុគមន៍នៃ m ។

២)កំណត់ m និង n ដើម្បីឲ្យតម្លៃ $P(A)$ តូចបំផុត រួចកំណត់តម្លៃតូចបំផុតនោះ។

Solution

១)គណនា $P(A)$ ជាអនុគមន៍នៃ m

A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A) = \dfrac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S) = C(16,2) = \dfrac{16!}{2!14!} = \dfrac{15\times 16}{2} = 120$

ចំនួនករណីស្រប $n(A) = C(m,2) + C(n,2)$

$$= \frac{m!}{2!(m-2)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!}$$

$$= \frac{m(m-1)+n(n-1)}{2} = \frac{m^2+n^2-(m+n)}{2}$$

ដោយ $m+n=16$ នោះ $n = 16-m$

គេបាន $n(A) = \dfrac{m^2+(16-m)^2-16}{2} = m^2 - 16m + 120$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{m^2-16m+120}{120}$ ។

២)កំណត់ m និង n ដើម្បីឲ្យតម្លៃ $P(A)$ តូចបំផុត

គេមាន $P(A) = \dfrac{m^2-16m+120}{120} = \dfrac{(m-8)^2+56}{120}$

ដើម្បីឲ្យ $P(A)$ តូចបំផុតលុះត្រាតែ $(m-8)^2 = 0$ ឬ $m = 8$

ហើយ $n = 16 - m = 16 - 8 = 8$ ។ ដូចនេះ $m = 8$, $n = 8$ ។

កំណត់តម្លៃតូចបំផុតនៃ $P(A)$

គេមាន $P(A)=\frac{(m-8)^2+56}{120}\geq\frac{56}{120}=\frac{7}{15}$ ។

ដូចនេះតម្លៃតូចបំផុតនៃ $P(A)$ គឺ $\frac{7}{15}$ ។

Problem92

គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

១-រកចំនួនករណីអាច ។

២-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5 ។

៣-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។

Solution

១)រកចំនួនករណីអាច ៖

ចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ជាតម្រៀបគិតលំដាប់ដែលកំណត់ដោយ ៖

$n(S)=A(9,3)=\frac{9!}{(9-3)!}=\frac{6!.7.8.9}{6!}=504$ ។

ដូចនេះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=504$ ។

២)រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ នោះគេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់ជាពហុគុណនៃ5ជាចំនួនដែលមានលេខចុងក្រោយជាលេខ5 ហើយលេខ2ខ្ទង់ខាងមុខជាលេខដែលយកចេញពីលេខ 1,2,3,4,6,7,8,9 ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=A(8,2)=\frac{8!}{(8-2)!}=\frac{6!.7.8}{6!}=56$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{56}{504}=\frac{1}{9}$ ។

៣)រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ នោះគេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់ជាចំនួនគូជាចំនួនដែលមានលេខចុងក្រោយជាចំនួនគូ ។

ក្នុងចំណោម9ចំនួន 1,2,3,4,5,6,7,8,9 មានចំនួនគូបួនគឺ 2,4,6,8 ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=A(8,2)\times 4=\frac{8!}{(8-2)!}\times 4=\frac{6!.7.8}{6!}\times 4=224$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$ ។

Problem93

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល15គ្រាប់ចុះលេខជាចំនួនគត់បន្តគ្នាពីលេខ1ដល់15 ។

គេចាប់យកប៊ូល3គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) A :ជ្រើសរើសបានប៊ូលចុះលេខសេសទាំង3 ។

២) B :ជ្រើសរើសបានប៊ូលចុះលេខគូយ៉ាងតិច1គ្រាប់ ។

៣) C :ជ្រើសរើសបានប៊ូលចុះលេខបង្កើតបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមានផលសងរួម4។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) A :ជ្រើសរើសបានប៊ូលចុះលេខសេសទាំង3

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

$n(S)=C(15,3)=\frac{15!}{3!12!}=\frac{12!13\times 14\times 15}{6\times 12!}=455$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(8,3)=\dfrac{8!}{3!5!}=\dfrac{5!\times 6\times 7\times 8}{6\times 5!}=56$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{56}{455}=\dfrac{8}{65}$ ។

២) B :ជ្រើសរើសបានប៊ូលចុះលេខគូយ៉ាងតិច1គ្រាប់

ដោយ B និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន $P(B)=1-P(A)$

ដូចនេះ $P(B)=1-\dfrac{8}{65}=\dfrac{57}{65}$ ។

៣) C :ជ្រើសរើសបានប៊ូលចុះលេខបង្កើយបានជាស្វីតនព្វន្តមានផលសងរួម4

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍

$C=\{(1,5,9),(2,6,10),(3,7,11),(4,8,12),(5,9,13),(6,10,14),(7,11,15)\}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=7$ ។ ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{7}{455}=\dfrac{1}{65}$ ។

Problem94

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម5 ដែលចុះលេខ $1,2,3,4,5$ និងប៊ូលព៌ណបៃតង 4 ដែលចុះលេខ $6,7,8,9$ ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានប៊ូលពីរដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនបឋម។

B : យកបានប៊ូលពីរដែលលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនបឋមនិងមានព៌ណខុសគ្នា។

C : យកបានប៊ូលពីរមានព៌ណដូចគ្នាឬលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនសេស។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានប៊ូលពីរដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនបឋម។

តាមរូបមន្តគោល $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n\left(S\right)$:

ដោយប៊ូលសរុបនៅក្នុងថង់មាន 9 ហើយគេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n\left(S\right)=C\left(9,2\right)=\dfrac{9!}{2!7!}=36$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n\left(A\right)$:

ដើម្បីឲ្យលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនបឋមនោះគេត្រូវចាប់យកប៊ូលពីក្នុងចំណោម

ប៊ូលដែលមានចុះលេខ $2,3,5,7$ ។

គេបាន $n\left(A\right)=C\left(4,2\right)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ។

ដូចនេះ $p\left(A\right)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ ។

B : យកបានប៊ូលពីរដែលលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនបឋមនិងមានព៌ណខុសគ្នា។

តាមរូបមន្តគោល $p\left(B\right)=\dfrac{n\left(B\right)}{n\left(S\right)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n\left(B\right)$:

យើងឃើញថាប៊ូលព៌ណក្រហមដែលចុះលេខជាចំនួនបឋមមានបីគឺប៊ូលដែលចុះលេខ

$2,3,5$ ហើយប៊ូលព៌ណបៃតងដែលចុះលេខជាចំនួនបឋមមានតែមួយគត់ គឺប៊ូលដែល

មានចុះលេខ 7 ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n\left(B\right)=C\left(3,1\right)C\left(1,1\right)=3$ ។

ដូចនេះ $p\left(C\right)=\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$ ។

C : យកបានប៊ូលពីរមានព៌ណដូចគ្នាឬលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនសេស។

តាមរូបមន្តគោល $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 : យកបានប៊ូលពីរមានពណ៌ដូចគ្នា

C_2 : យកបានប៊ូលពីរដែលលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនសេស។

គេបាន $C=C_1\cup C_2$ នោះ $p(C)=p(C_1)+p(C_2)-p(C_1\cap C_2)$

ឬ $p(C)=\dfrac{n(C_1)+n(C_2)-n(C_1\cap C_2)}{n(S)}$

គេមាន $n(C_1)=C(5,2)+C(4,2)=\dfrac{5!}{2!3!}+\dfrac{4!}{2!2!}=16$

$n(C_2)=C(5,2)=\dfrac{5!}{2!3!}=10$, $n(C_1\cap C_2)=C(3,2)+C(2,2)=4$

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{16+10-4}{36}=\dfrac{22}{36}=\dfrac{11}{18}$ ។

Problem95

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល 99 ដែលគេចុះលេខសម្គាល់ $1,2,3,4,....,99$ ។

គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយដៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A : យកបានប៊ូល 3 មានចុះលេខជាចំនួនគត់បន្តគ្នា។

B : យកបានប៊ូល 3 ដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងបីស្មើនឹង 292 ។

C : យកបានប៊ូល 3 ដែលលេខចុះលើគ្រាប់ប៊ូលទាំងបីផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនដែលមាន

ផលសងរួមស្មើនឹង 25 ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

$A:$ យកបានប៊ូល 3 មានចុះលេខជាចំនួនគត់បន្តគ្នា។

តាមរូបមន្តគោល $p\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(S\right)}$

.ចំនួនករណីអាច $n\left(S\right):$

ដោយប៊ូលសរុបមាន 99 ហើយគេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n\left(S\right)=C\left(99,3\right)=\dfrac{99!}{3!96!}=\dfrac{97\times98\times99}{6}=97\times49\times33$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n\left(A\right):$

ដើម្បីបានប៊ូល 3 មានចុះលេខជាចំនួនគត់បន្តគ្នាលុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលមានចុះលេខ

$(1,2,3),(2,3,4),(3,4,5),....,(97,98,99)$ នោះ $n\left(A\right)=97$ ។

ដូចនេះ $p\left(A\right)=\dfrac{97}{97\times49\times33}=\dfrac{1}{1617}$ ។

$B:$ យកបានប៊ូល 3 ដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងបីស្មើនឹង 292 ។

តាមរូបមន្តគោល $p\left(B\right)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n\left(B\right):$

យើងតាង x,y,z ជាចំនួនដែលចុះលើគ្រាប់ប៊ូលទាំងបី ដែល $x\neq y\neq z$ ។

យើងបាន $x+y+z=292$ ដែល $1\leq x,y,z\leq 99$ ។

ឧបមាថា $x<y<z$ នោះ $x+y+z<3z$ ឬ $z>\dfrac{292}{3}=97+\dfrac{1}{3}$

គេទាញបាន $z\in\{98,99\}$ ។

.ចំពោះ $z=98$ នោះ $x+y=292-98=194$ ដោយ $x<y<z=98$

នោះគ្មានតម្លៃ x និង y ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នាស្ថិតនៅចន្លោះ 1 និង 98 ដែល

$x+y=194$ ទេ។

.ចំពោះ $z = 99$ នោះ $x + y = 292 - 99 = 193$ ដោយ $x < y < z = 99$

នោះគេបាន $(x = 95\ ,\ y = 98)$, $(x = 96,\ y = 97)$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n\left(B\right) = 2$ ករណី

ដូចនេះ $p\left(B\right) = \dfrac{2}{97 \times 49 \times 33} = \dfrac{2}{156849}$ ។

C : យកបានប៊ូល3 ដែលលេខចុះលើគ្រាប់ប៊ូលទាំងបីផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនដែលមានផលសងរួមស្មើនឹង 25 ។

តាមរូបមន្តគោល $p\left(C\right) = \dfrac{n\left(C\right)}{n\left(S\right)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n\left(C\right)$:

ដើម្បីយកបានប៊ូល3 ដែលលេខចុះលើគ្រាប់ប៊ូលទាំងបី ផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើន ដែលមានផលសងរួមស្មើនឹង 25 លុះត្រាតែគេចាប់បានប៊ូលដូចតទៅ ៖

$(1,26,51),(2,27,52),(3,28,53),(4,29,54),....(49,74,99)$ មាន 49 ករណី

នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n\left(C\right) = 49$ ។

ដូចនេះ $p\left(C\right) = \dfrac{49}{97 \times 49 \times 33} = \dfrac{1}{3201}$ ។

Problem96

នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លី50 ដែលនៅលើគ្រាប់ឃ្លីទាំងនោះមានសរសេរលេខសម្គាល់ $1,2,3,4,....,50$ ។ គេចាបយ់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានឃ្លី3 ដែលលេខចុះលើឃ្លីទាំងបីផ្គុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនមានផលសងរួមស្មើនឹង 11 ។

B : យកបានឃ្លី 3 ដែលផលបូកលេខចុះលើឃ្លីទាំងបីធំជាង 135 ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានឃ្លី3 ដែលលេខចុះលើឃ្លីទាំងបីផ្ដុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនមានផលសងរួម ស្មើនឹង 11 ។

តាមរូបមន្តគោល $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយឃ្លីសរុបមាន 50 ហើយគេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$$n(S)=C(50,3)=\frac{50!}{3!47!}=\frac{48\times49\times50}{6}=8\times49\times50$$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដើម្បីយកបានឃ្លី3 ដែលលេខចុះលើឃ្លីទាំងបីផ្ដុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនមានផលសងរួម ស្មើនឹង 11 នោះគេត្រូវចាប់បានឃ្លីដូចតទៅ៖

$(1,12,23),(2,13,24),(3,14,25),(4,15,26),\dots,(28,39,50)$ មាន 28 ករណី

នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=28$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{28}{8\times49\times50}=\dfrac{1}{700}$ ។

B : យកបានឃ្លី 3 ដែលផលបូកលេខចុះលើឃ្លីទាំងបីធំជាង 135 ។

តាមរូបមន្តគោល $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

យើងតាង x,y,z ជាចំនួនចុះលើគ្រាប់ឃ្លីទាំងបីដែលគេយកបានពីក្នុងថង់

ដែល x,y,z ជាបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នានិង $1\le x,y,z\le 50$ ។

តាមបម្រាប់ $x+y+z>135\ (1)$

សន្មតថា $x<y<z$ នោះ $x+y+z<3z$ ឬ $z>\frac{x+y+z}{3}=\frac{145}{3}=45$

នោះ $z\in\{46,47,48,49,50\}$ ។

.ករណី $z=46$ នោះ $x+y>135-46=89$ ហើយដោយ $x<y<z=46$

នោះគ្មានតម្លៃ x និង y ដែល $x+y>89$ ទេ ។

.ករណី $z=47$ នោះ $x+y>135-47=88$ ហើយដោយ $x<y<z=47$

នោះគេបាន 4 គូចម្លើយ $(x=43,y=46),(x=44,y=45)\ ,(x=44,y=46),$

និង $(x=45,y=46)$ ។

.ករណី $z=48$ នោះ $x+y>135-48=87$ ហើយដោយ $x<y<z=48$ នោះ

ចំនួនគូ (x,y) ដែល $x+y>87$ ជាការជ្រើសរើស 2 ធាតុក្នុងចំណោម 7 ធាតុ

$\{41,42,43,44,45,46,47\}$ គឺ $C(7,2)=\frac{7!}{2!5!}=\frac{6\times 7}{2}=21$ ។

.ករណី $z=49$ នោះ $x+y>135-49=86$ ហើយដោយ $x<y<z=49$ នោះ

ចំនួនគូ (x,y) ដែល $x+y>86$ ជាការជ្រើសរើស 2 ធាតុក្នុងចំណោម 10 ធាតុ

$\{39,40,41,42,43,44,45,46,47,48\}$ គឺ $C(10,2)=\frac{10!}{2!8!}=\frac{9\times 10}{2}=45$ ។

.ករណី $z=50$ នោះ $x+y>135-50=85$ ហើយដោយ $x<y<z=50$ នោះ

ចំនួនគូ (x,y) ដែល $x+y>86$ ជាការជ្រើសរើស 2 ធាតុក្នុងចំណោម 13 ធាតុ

$\{37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49\}$ គឺ ៖

$C(13,2)=\frac{13!}{2!11!}=\frac{12\times 13}{2}=78$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=4+21+45+78=148$ ករណី។

ដូចនេះ $p(B)=\frac{148}{8\times 49\times 50}=\frac{37}{4900}$ ។

Problem97

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ដោយចៃដន្យ (គ្រាប់ឡុកឡាក់តូចមួយនិងធំមួយ)។

គេតាង m និង n ជាចំនួនចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់តូចនិងធំរៀងគ្នា។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល $m+n\geq 7$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល $m+n\geq 7$

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល $m+n\geq 7$ នោះតាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបគេបាន

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=6\times 6=36$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយ $m\in\{1,2,3,4,5,6\}$, $n\in\{1,2,3,4,5,6\}$ និង $m+n\geq 7$ នោះគេបាន ៖

$$(m,n)\in\{(1,6),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,2),$$
$$(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=21$ ។ ដូចនេះ $p(A)=\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$ ។

Problem98

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល 100 ដែលនៅលើគ្រាប់ប៊ូលទាំងនោះគេបានចុះលេខសម្គាល់ $1,2,3,4,....,100$ ។គេចាប់យកប៊ូល2ព្រមគ្នា ចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

គេតាង x និង y ជាចំនួនចុះលើគ្រាប់ប៊ូលទាំងពីរនោះ។

គណនាប្រូបាបដែល $\frac{y+2}{11x}$ ជាចំនួនគត់។

Solution

គណនាប្រូបាបដែល $\frac{y+2}{11x}$ ជាចំនួនគត់

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់ប៊ូល2ព្រមគ្នា ចេញពីក្នុងថង់បានប៊ូលចុះលេខ ជាចំនួនx និង y ដែល $\frac{y+2}{11x}$ ជាចំនួនគត់។

យើងបាន $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(100,2)=\frac{100!}{2!98!}=\frac{9900}{2}=4950$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

គេមាន $x\neq y$ ដែល $x,y\in\{1,2,3,4,....,99,100\}$ ហើយ $\frac{y+2}{11x}$ ជាចំនួនគត់។

.ករណី $x=1$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{11}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ ៖

$y\in\{9,20,31,42,53,64,75,86,97\}$ ។

.ករណី $x=2$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{22}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ ៖

$y\in\{20,42,64,86\}$ ។

.ករណី $x=3$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{33}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y\in\{31,64,97\}$ ។

.ករណី $x=4$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{44}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y\in\{42,86\}$ ។

.ករណី $x=5$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{55}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y=53$ ។

.ករណី $x=6$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{66}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y=64$ ។

. ករណី $x=7$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{77}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y=75$ ។

.ករណី $x=8$ នោះ $\frac{y+2}{11x}=\frac{y+2}{88}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y=86$ ។

.ករណី $x = 9$ នោះ $\frac{y+2}{11x} = \frac{y+2}{99}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $y = 97$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n\left(A\right) = 23$ ករណី។ ដូចនេះ $p(A) = \frac{23}{4950}$ ។

Problem99

គេមានថង់ពីរ A និង B ដែលនៅក្នុងថង់ A មានប៊ូល 9 ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ និងនៅក្នុងថង់ B មានប៊ូល 9 ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។ គេចាប់យកប៊ូលពីរដោយចៃដន្យដោយប៊ូលមួយយកចេញពីថង់ A និងប៊ូលមួយទៀតយកចេញពីថង់ B ។ គេតាង x ជាចំនួនចុះលើប៊ូលយកចេញពីថង់ A និង y ជាចំនួនចុះលើប៊ូលយកចេញពីថង់ B ។ គណនាប្រូបាបដែល $2y \geq x + 9$ ។

Solution

គណនាប្រូបាបដែល $2y \geq x + 9$

យើងតាង A_k ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូលមួយពីថង់ A បានប៊ូលចុះលេខ $x = k$ ដែល $k = 1,2,3,4,\ldots,9$ និង B_k ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូលមួយពីថង់ B បានប៊ូលចុះលេខ y នោះយើងបាន $P = \sum_{k=1}^{9} P\left(A_k \cap B_k\right) = \sum_{k=1}^{9} P(A_k)P(B_k)$ ជាប្រូបាបដែល $2y \geq x + 9$ ។

.ចំពោះ $x = k = 1$ នោះ $2y \geq 10$ ឬ $y \in \{5,6,7,8,9\}$

គេបាន $p(A_1) = \frac{n(A_1)}{n(S)} = \frac{1}{9}$ និង $p\left(B_1\right) = \frac{n\left(B_1\right)}{n\left(S\right)} = \frac{5}{9}$

.ចំពោះ $x = k = 2$ នោះ $2y \geq 11$ ឬ $y \in \{6,7,8,9\}$

គេបាន $p(A_2) = \frac{n(A_2)}{n(S)} = \frac{1}{9}$ និង $p\left(B_2\right) = \frac{n\left(B_2\right)}{n\left(S\right)} = \frac{4}{9}$

.ចំពោះ $x = k = 3$ នោះ $2y \geq 12$ ឬ $y \in \{6,7,8,9\}$

គេបាន $p(A_3)=\dfrac{n(A_3)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_3\right)=\dfrac{n\left(B_3\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{4}{9}$

.ចំពោះ $x=k=4$ នោះ $2y\geq 13$ ឬ $y\in\{\ 7,8,9\}$

គេបាន $p(A_4)=\dfrac{n(A_4)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_4\right)=\dfrac{n\left(B_4\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

.ចំពោះ $x=k=5$ នោះ $2y\geq 14$ ឬ $y\in\{\ 7,8,9\}$

គេបាន $p(A_5)=\dfrac{n(A_5)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_5\right)=\dfrac{n\left(B_5\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

.ចំពោះ $x=k=6$ នោះ $2y\geq 15$ ឬ $y\in\{\ 8,9\}$

គេបាន $p(A_6)=\dfrac{n(A_6)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_6\right)=\dfrac{n\left(B_6\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{2}{9}$

.ចំពោះ $x=k=7$ នោះ $2y\geq 16$ ឬ $y\in\{\ 8,9\}$

គេបាន $p(A_7)=\dfrac{n(A_7)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_7\right)=\dfrac{n\left(B_7\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{2}{9}$

.ចំពោះ $x=k=8$ នោះ $2y\geq 17$ ឬ $y=9$

គេបាន $p(A_8)=\dfrac{n(A_8)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_8\right)=\dfrac{n\left(B_8\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{1}{9}$

.ចំពោះ $x=k=9$ នោះ $2y\geq 18$ ឬ $y=9$

គេបាន $p(A_9)=\dfrac{n(A_9)}{n(S)}=\dfrac{1}{9}$ និង $p\left(B_7\right)=\dfrac{n\left(B_9\right)}{n\left(S\right)}=\dfrac{1}{9}$

ដូចនេះ $P=\sum_{k=1}^{9}\left[p(A_k)p(B_k)\right]=\dfrac{5+4+4+3+3+2+2+1+1}{81}=\dfrac{1}{9}$ ។

Problem100

គេយកក្រដាសកាតុងមកកាត់ជារាងការេតូចៗនិងប៉ុនៗគ្នាចំនួន 25 សន្លឹករួចគេចុះលេខ ជាទំហំប្រវែងពី $1m$ ដល់ $25m$ ហើយដាក់ចូលទៅក្នុងធុងមួយ ។

គេចាប់យកក្រដាសនោះ 3 សន្លឹកព្រមគ្នាចេញពីក្នុងធុងដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាប ដែលប្រវែងចុះលើក្រដាសកាតុងទាំង 3 ផ្គុំបានជាជ្រុងនៃត្រីកោណកែងមួយ ។

Solution

គណនាប្រូបាប $p(A)$:

តាង $p(A)$ ជាប្រូបាប ដែលប្រវែងចុះនៅលើក្រដាសកាតុងទាំង 3 ផ្គុំបានជាជ្រុងនៃ ត្រីកោណកែងមួយ ។

តាមរូបមន្តគោល $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(25,3)=\dfrac{25!}{3!22!}=\dfrac{23\times 24\times 25}{6}=2300$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ប្រវែងដែលផ្គុំបានជាជ្រុងរបស់ត្រីកោណកែងមួយគឺ ៖

$(3m,4m,5m),(5m,12m,13m),(6m,8m,10m),(7m,24m,25m),(8m,15m,17m),$

$(9m,12m,15m),(12m,16m,20m)$ និង $(15m,20m,25m)$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=8$ ។ ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{8}{2300}=\dfrac{2}{575}$ ។

ជំពូកទី០៣

លំហាត់ជ្រើសរើសសម្រាប់កិច្ចការផ្ទះ

01.នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម6 និងឃ្លីព៌ណបៃតង4។គេចាប់យកឃ្លី2 ដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងថង់នោះក្នុងពេលតែមួយ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា ។

B : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា។

02.ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស8 នាក់និងសិស្សស្រី12 នាក់។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 4 នាក់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងចំណោមសិស្សទាំង20 នាក់។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី2 នាក់។

B : ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីទាំង4 នាក់។

C : ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុសយ៉ាងតិច1 នាក់។

03.ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចព៌ណក្រហម5 ប៊ិចព៌ណខៀវ7និងប៊ិចព៌ណខៀវ4 ។ គេចាប់យកប៊ិច3 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានប៊ិចមានព៌ណខុសគ្នាទាំង3 ដើម។

B : យកបានប៊ិចមានព៌ណដូចគ្នាទាំង3 ដើម។

C : យកបានប៊ិចមាណព៌ណក្រហមយ៉ាងតិច1 ដើម។

04.ក្នុងធុងមួយមានប៊ូល9 ដែលនៅលើប៊ូលទាំងនោះគេសរសេរលេខ$1, 2, 3, \ldots, 9$ ។ គេចាប់យកប៊ូល2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A : គេយកបានប៊ូល2 ចុះលេខជាចំនួនសេស។

B : គេយកបានប៊ូល2 ចុះលេខជាចំនួនគូ។

C : គេយកបានប៊ូល2 ដែលមានផលបូកលេខស្មើនឹង 10 ។

05.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A : ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខដូចគ្នា។

B : ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា។

C : ផលបូកលេខចុះលើឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង7 ។

06.គេហូតបៀ4 សន្លឹកព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងហ៊ូដែលមានបៀ52 សន្លឹក។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : ហូតបានអាត់2 សន្លឹក។

B : ហូតបានសន្លឹកក្រហម3 សន្លឹក ។

C : ហូតបានសន្លឹករូបយ៉ាងតិច1 សន្លឹក។

07.នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណខ្មៅ9 ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ និងឃ្លីព៌ណខៀវ 9 ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។ គេចាប់យកឃ្លី2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា។

B : យកបានឃ្លីចុះលេខខុសគ្នា។

C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នានិងចុះលេខជាចំនួនសេស។

08.នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល100 គ្រាប់ដែលចុះលេខ $1,2,3,4,...,100$ ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងធុងនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$A:$ យកបានប៊ូល3 ចុះលេខជាចំនួនគូទាំង 3 ។

$B:$ យកបានប៊ូល3 ចុះលេខផ្តុំបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើនមានផលសង្សរួមស្មើ10 ។

$C:$ យកបានប៊ូលយ៉ាងតិច1 ចុះលេខជាចំនួនបឋម។

09.គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នាដោយយកចេញពីលេខ$1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

ក.រកចំនួនករណីអាច ។

ខ.រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 4 ។

គ.រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនសេស ។

10.ក្នុងស្បោង១គេមានប៊ូលពណ៌ស3និងប៊ូលពណ៌ខៀវ3និងប៊ូលពណ៌ក្រហម2។ គេចាប់យកប៊ូលម្តង3ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

$A.$យ៉ាងតិចមានប៊ូល2ពណ៌ខៀវ ។

$B.$ប៊ូលទាំង3មានពណ៌ខុសគ្នា។

11.នៅក្នុងធុង១គេមានប៊ូល12ដែលគេសរសេរពី1ដល់12។គេចាប់យកប៊ូល3ពីក្នុងធុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល៖

ក.ចាប់បានប៊ូលទាំង3 មានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង3។

ខ.ចាប់បានប៊ូលតែ1គត់ មានលេខចែកដាច់នឹង3។

គ.ចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម3។

12.ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវ12 ដើម និងប៊ិចក្រហម8 ដើម ។ គេបានជ្រើសរើសយកប៊ិច5ដោយចៃដន្យ ។

ក.រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានប៊ិចខៀវទាំងប្រាំដើម។

ខ.រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានប៊ិចខៀវ3និងក្រហមពីរដើម ។

គ.រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានយ៉ាងតិចប៊ិចក្រហមមួយដើម ។

13.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។សន្មតថាឡុកឡាក់ទាំងពីរដូចគ្នា ។ គណនាប្រូបាបដើម្បីឲ្យគ្រាប់ឡុកឡាក់ ៖

ក.ចេញលេខគូទាំងពីរ។

ខ.ចេញលេខដូចគ្នា។

គ.ចេញលេខគូ1 សេស1 ។

ឃ.ចេញលេខមានផលបូកស្មើ7 ។

ង.ចេញលេខមានផលបូកជាពហុគុណនៃ3 ។

14.ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូលទាំងអស់ 50 គ្រាប់ ដោយដឹងថាប៊ូលពណ៌សមានចំនួន x និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅចំនួន y ។ប៊ូល2គ្រាប់ត្រូវបានគេចាប់យកព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់ ។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា ។

ក.គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A តាងដោយ $P(A)$ ជាអនុគមន៍នៃ x និង y ។

ខ.កំណត់ x និង y ដើម្បីឲ្យ $P(A)$ មានតម្លៃអតិបរមា។

15.ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម4 និង ប៊ិចក្រហម5 ។គេចាប់យកម្តង1ដើម ចំនួន២ដងចេញពីប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូររកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ិសុទ្ធតែពណ៌ខៀវក្នុងពីរករណីខាងក្រោម ៖

១)ចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ។

២)ចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ។

16.បៀរ5 សន្លឹកត្រូវហូតព្រមគ្នាចេញពីហ៊ូ32សន្លឹក។

ក.រកចំនួនករណីអាច។

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A.ហូត 5 សន្លឹកមានកឺ 2 សន្លឹក។

B.ហូត 5 សន្លឹកមានអាត់ 1 សន្លឹក។

C.ហូត 5 សន្លឹកមានអាត់ 1 សន្លឹកយ៉ាងតិច។

17.គេបង្កើតលេខសម្ងាត់របស់សោរ ដោយចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសពី 0 ។

ក.តើគេអាចចបង្កើតលេខសម្ងាត់របៀបនេះបានប៉ុន្មានបែប ?

ខ.គេជ្រើសយកលេខសម្ងាត់១ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A.លេខសម្ងាត់ជាចំនួនគូ។

B.លេខទាំង 4 ខ្ទង់ជាចំនួនគូ។

C.លេខទាំង 4 ខ្ទង់មានលេខ 1 តែម្តងគត់។

D.លេខទាំង 4 ខ្ទង់ខុសគ្នា។

18.គេជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ធ្វើជាតំណាងថ្នាក់ដោយយកក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 15 នាក់និងសិស្សស្រី 25 នាក់។

សិស្សម្នាក់ៗសរសេរឈ្មោះនិងភេទរបស់ខ្លួនដាក់ក្នុងប្រអប់មួយ។

គ្រូចាប់យកក្រដាស់ 2 សន្លឹកពីក្នុងប្រអប់ដោយចាប់យកម្តងមួយជាបន្តបន្ទាប់គ្នា។

រកប្រូបាបដែលសិស្សតំណាងទាំង២នាក់ជាសិស្សស្រី១និងសិស្សប្រុស១។

19.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់១គ្រាប់ចំនួន 2 ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។

ក.រកព្រឹត្តិការណ៍នៃប្រូបាប៖

A.ផលបូកលេខចេញជាចំនួនគូ។

B.បោះលើកទី១បានលេខ 6 ។

C.បោះលើកទី១បានលេខធំជាងលើកទី២។

ខ.គណនាប្រូបាប $P\left(A\cap B\right),P\left(B\cap C\right),P\left(C\cap A\right)$ ។

តើ A និង B , B និង C ទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

20.ក្នុងការធ្វើសម្ភាសន៍សិស្ស 30 នាក់ អំពីចំណាង់ចំណូលចិត្តសិស្សក្នុង វិស័យកីឡា គ្រូបានទទួលលទ្ធផលដូចតទៅៈ

សិស្ស 20 នាក់ចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា 14 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់និង 8 នាក់ចូលចិត្តទាំង២មុខ។

គ្រូសួរសិស្ស 6 នាក់ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

A.សិស្សទាំង 6 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់ឬអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា។

B.គ្មានសិស្សណាម្នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់។

C.មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់។

21.នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពិជគណិត 3 ក្បាលនិងធរណីមាត្រ 4 ក្បាលហើយប្រអប់ B មានសៀវភៅពីជគណិត 5 ក្បាល និងធរណីមាត្រ 3 ក្បាល។

គេចាប់យកសៀវភៅ១ពីប្រអប់ A ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅ ១ក្បាលពីប្រអប់ B ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ A វិញ។

រកប្រូបាប ដែលចំនួនសៀវភៅប្រែប្រួលទាំងពីជគណិតនិងធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល។

22.ក្នុងថង់១មានប៊ិចពណ៌ក្រហម និងប៊ិចពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់យកប៊ិច 5 ព្រមគ្នាពីថង់ដោយចៃដន្យ។គណនាប្រូបាបៈ

A.ប៊ិចទាំង 5 ពណ៌ក្រហម។

B.ប៊ិច 3 ពណ៌ក្រហម និង ប៊ិច 2 ពណ៌ខៀវ។

C.មានប៊ិចពណ៌ខៀវ១យ៉ាងតិចក្នុងចំនោមប៊ិចទាំង 5 ។

23.ក្រូចថ្លុង 20 ដែលដាក់លក់ មាន 16 ផ្លែមានរស់ជាតិផ្អែមនិង 4 មានរស់ ជាតិជូរ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃ ព្រឹត្តិការណ៍ៈ

ក.ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ។

ខ.ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម។

គ.យ៉ាងតិចមានក្រូច1ផ្លែមានរស់ជាតិផ្អែម។

ឃ.ក្រូច2ផ្អែមនិង1ទៀតជូរ។

24.ក្នុងកាបូប១មានក្រដាសប្រាក់1000៛ចំនួន 4 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់5000៛ ចំនួន5 សន្លឹក។គេហូតក្រដាសប្រាក់3 សន្លឹកចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A.ហូតបានក្រដាស់ប្រាក់1000៛ទាំង 3 សន្លឹក។

B.ហូតបានយ៉ាងតិចណាស់ក្រដាសប្រាក់500៛ចំនួន១សន្លឹក។

C.ហូតបានក្រដាសប្រាក់ចំនួន2000៛។

25.ក្នុងប្រអប់១មានឃ្លីពណ៌ស2គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ1, 2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ3 គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ1, 2, 3 ។គេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់ នោះ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A.គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា។

B.គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ3 ។

C.គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ3ដោយដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា។

26.ប្រូបាបដែលម៉ូនីកាបានធ្វើកិច្ចការដែលគ្រូដាក់ឲ្យស្មើ0.7 ។ ប្រូបាបដែលលីនដាបានធ្វើកិច្ចការដែលគ្រូដាក់ឲ្យស្មើ0.4 ។បើព្រឹត្តិការណ៦ទាំងពីរ មិនទាក់ទងគ្នា តើប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមនេះស្មើប៉ុន្មាន ?

A.ម៉ូលីកា និងលីនដាបានធ្វើកិច្ចការដែលគ្រូដាក់ឲ្យ។

B.ម៉ូលីកាធ្វើកិច្ចការ និងលីនដាភ្លេចធ្វើកិច្ចការ។

27.ថង់១មានប៊ូលស3មានលេខខុសគ្នា និងប៊ូលខ្មៅ2មានលេខខុសគ្នា។ គេចាប់យកប៊ូល2ចេញពីថង់ដោយយកម្តង១ហើយដាក់វិញ។

ក.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A.ចាប់លើកទី១បានប៊ូលស.និង

B. ចាប់លើកទី២បានប៊ូលខ្មៅ។

ខ.រកប្រូបាបនៃ $A \cap B$ ។តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

គ.គណនា $P\left(A/B\right)$ និង $P\left(B/A\right)$ ។

28.ប្រអប់១មានឃ្លីខៀវ 3 និងឃ្លីលឿង 2 ។គេលូកយកឃ្លី២ដងដោយយកម្តង១។

រកប្រូបាបដែលឃ្លីយកបានទាំងពីរលើកមានពណ៌ខៀវក្នុងករណី៖

ក.មិនដាក់ចូលវិញ។

ខ.ដាក់ចូលវិញ។

29.ហិបទី១មានប៊ូលក្រហម 3 និងប៊ូលស 3 ។ហិបទី២មានប៊ូលក្រហម 4 និងប៊ូលស 3 ។

គេចាប់ប៊ូល២ពីហិបទី១ និងប៊ូល១ពីហិបទី២។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.ប៊ូលទាំង៣មានពណ៌ស។

ខ.ប៊ូលទាំង៣មានពណ៌ក្រហម។

គ.ប៊ូលទាំង៣មានពណ៌ដូចគ្នា។

ឃ.យ៉ាងតិចប៊ូលស១ ។

30.ក្នុងភូមិ១ប្រជាជន 45% បានចាក់ថ្នាំការពារជម្ងឺគ្រុនស្វិតដៃជើង 60% បានចាក់ថ្នាំការពារជម្ងឺតេតាណូសនិង 30% បានចាក់ថ្នាំការពារទាំង 2 មុខ។

រកប្រូបាបដែលប្រជាជនម្នាក់ជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមិនបានចាក់ថ្នាំទាំង២មុខ។

31.ឧបមាថាកំណើតកូនប្រុស ឬកូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា។

រកប្រូបាប ដែលគ្រួសារ១មានកូន 5 នាក់ មាន៖

ក.កូន 5 នាក់សុទ្ធតែកូនប្រុស។

ខ.យ៉ាងតិចកូនស្រី 2 នាក់។

គ.កូនប្រុសច្បងនិងបន្ទាប់មកកូនស្រី 2 នាក់។

32.នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ គេចង់បោះឆ្នោតជ្រើសរើសយកសិស្ស 3 នាក់ ក្នុងចំណោម អ្នកឈរឈ្មោះប្រុស 5 នាក់និងស្រី 2 នាក់។

រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីម្នាក់យ៉ាងតិច។

33.នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 3 ប៊ូលខៀវ 4 និងប៊ូលខ្មៅ 5 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីថង់នោះដោយចៃដន្យ ។ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. $A:$ ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា ។

ខ. $B:$ ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 ។

គ. $C:$ ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។

34.គេមានថង់ពីរ A និង B ដែលក្នុងថង់ A មានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3 និង ឃ្លីពណ៌ក្រហម 4ហើយក្នុងថង់ B មានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 និង ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី1ពីថង់ A និង ឃ្លី1ទៀតពីថង់ B ហើយប្តូរគ្នា ។

ចូរប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីឲ្យឃ្លីក្នុងថង់នីមួយៗមិនប្រែប្រួល ។

35.ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 25 នាក់ដែលក្នុងនោះចំនួនសិស្សប្រុសស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃ ចំនួនសិស្សស្រី ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ដើម្បីចាត់ឲ្យទៅចូររួមធ្វើសិក្ខាសាលា ស្តីពីបរិស្ថាន ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. $A:$ ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីទាំង3នាក់ ។

ខ. $B:$ ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស2នាក់និងសិស្សស្រី1នាក់។

គ. $C:$ ជ្រើសរើសបានយ៉ាងតិចសិស្សប្រុស1នាក់ ។

36.ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស 12 នាក់ និង សិស្សស្រី 18 នាក់។

គេជ្រើសរើសសិស្ស 4 នាក់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ក. $A:$ ជ្រើសរើសបានសិស្ស២នាក់និងស្រី២នាក់ ។

ខ. $B:$ ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុសទាំង៤នាក់ ។

គ.C :ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិច១នាក់។

37.គេហូតបៀរបីសន្លឹកព្រមគ្នាចេញពីក្នុងហ៊ូដែលមានបៀរ52 សន្លឹកដោយចៃដន្យ ។

គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឲ្យគេហូតបាន៖

ក.សន្លឹកក្រហមទាំង3 សន្លឹក ។

ខ.សន្លឹកអាត់ពីរសន្លឹក។

គ.សន្លឹកអាត់មួយសន្លឹក និងក្រមុំពីរសន្លឹក។

38.នៅក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលក្រហម5 គ្រាប់ចុះលេខ1,2,3,4,5 និងប៊ូលខ្មៅ4គ្រាប់

ចុះលេខ 6,7,8,9 ។

គេចាប់យកប៊ូល2គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីស្បោងនោះដោយចៃដន្យ ។

គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ A : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា ។

B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសទាំងពីរ ។

ក.ចូរគណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ និង $P(A\cup B)$ ។

ខ.ចូរគណនាប្រូបាប $P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

39.គេហូតបៀ2សន្លឹក ដោយហូតម្តង1សន្លឹកៗចេញពីក្នុងហ៊ូដែលមានបៀ52សន្លឹក

(ហូតហើយមិនដាក់ចូលហ៊ូវិញ)។ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) A :បានសន្លឹកអាត់ទាំង2សន្លឹក ។

២) B :បានសន្លឹកទីមួយជាសន្លឹកអាត់និងសន្លឹកទីពីរជាសន្លឹករូប ។

៣) C :បានសន្លឹកទីមួយជាសន្លឹកការ៉ូ និង សន្លឹកទីពីរជាសន្លឹកភិច។

40.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់1គ្រាប់ចំនួន2ដង។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A.បោះបានលេខទាំង2លើកខុសគ្នា។

B.បោះបានលេខទាំង2លើកជាលេខគូ។

C.បោះបានលេខទាំង2លើកខុសគ្នានិងជាលេខគូ ។

41.ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចពណ៌ខៀវ5 ខ្មៅ4 និងក្រហម3។ គេចាប់យកប៊ិចបីព្រមគ្នា ដោយចៃដន្យពីក្នុងថង់។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.ប៊ិចទាំងបីមានពណ៌ខុសគ្នា។

ខ.ប៊ិចទាំងបីមានពណ៌ដូចគ្នា។

គ.មានតែប៊ិចពីរមានពណ៌ដូចគ្នា ។

42.ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីក្រហម 8 និង ឃ្លីខៀវ 12 ។គេចាប់យកឃ្លីពីរគ្រាប់ព្រមគ្នា ដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នោះ ។

ក.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំងពីរគ្រាប់ ។

ខ.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីខៀវទាំងពីរគ្រាប់ ។

គ.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខុសគ្នា ។

ឃ.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ដូចគ្នា ។

43.អ្នកបានបង្កើតចំនួនដែលមានលេខប្រាំខ្ទង់ដោយប្រើលេខ $1,2,3,4,5$ ដែលខ្ទង់នីមួយៗគ្មានលេខច្រំដែលទេ ហើយអ្នកបានបូកចំនួនទាំងអស់បញ្ចូលគ្នា ។ តើផលបូកនោះស្មើប៉ុន្មាន ?

44.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួនពីរដងដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបដើម្បីឲ្យគ្រាប់ឡុកឡាក់ ៖

ក.ចេញលេខដូចគ្នាទាំងពីរលើក ។

ខ.ចេញលេខគូទាំងពីរលើក

គ.លើទី1ចេញលេខសេសនិងលើទីពីរចេញលេខគូ។

ឃ.ចេញលេខទាំងពីរលើកមានផលបូកស្មើ 6 ។

45.ក្នុងបន្ទប់ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សទាំងអស់ 40 នាក់ ដោយដឹងថាសិស្សប្រុស មានចំនួន x និងសិស្សស្រីមានចំនួន y ។គេជ្រើសរើសសិស្សពីរនាក់ឲ្យទៅចូលរួម

ធ្វើសិក្ខាសាលាមួយ ។ តាង $P(A)$ ជាប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស ទាំងពីរនាក់និង $P(B)$ ជាប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីទាំងពីរនាក់។

ចូរកំណត់ x និង y បើគេដឹងថា $\dfrac{P(A)}{P(B)}=\dfrac{3}{29}$ ។

46.ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1 , 2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 3គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1 , 2 , 3 ។

គេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ

ក.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។

គ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ដោយបានដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា ។

47.គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរដែលមានប្រូបាប $P(A)=0.45$ $P(B)=0.50$ និង $P(A\cap B)=0.30$ ។

ចូរគណនាប្រូបាប $P(A\cup B), P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

48.ថង់១មានប៊ូលក្រហម5និងប៊ូលខ្មៅ1។គេចាប់យកប៊ូលម្តង១ចំនួន3ដងដោយមិនដាក់វិញ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ A :ប៊ូលចាប់បានលើកទី១មានពណ៌ក្រហម,

B :ចាប់បានលើកទី២មានពណ៌ក្រហម

និង C.ប៊ូលចាប់បានលើកទី៣មានពណ៌ខ្មៅ។

ក.គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P\left(A/B\right), P\left(C/A\cap B\right)$ និង $P\left(A/C\right)$ ។

ខ.តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B A និង C ទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

www.mathtoday.wordpress.com