ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

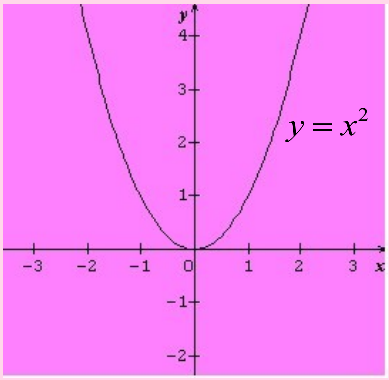
ថ្នាក់ទី ១០ ភាគ ១

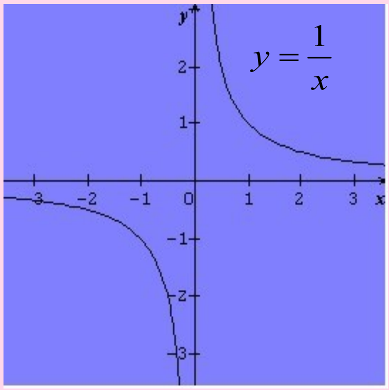
ជំពូកទី៥ : អនុគមន៍ និងក្រាបអនុគមន៍

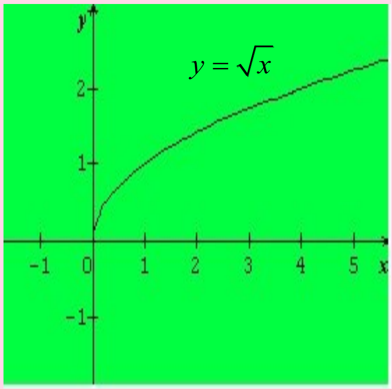
មេរៀនទី១ : អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍

មេរៀនទី២ : អនុគមន៍ដឺក្រេទី២ និងក្រាបរបស់វា

មេរៀនទី៣ : អនុគមន៍សនិទាន និងអនុគមន៍អសនិទាន







សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ ៖ អនុបណ្ឌិត ថៃ ហេង

គរុនិស្សិតជំនាន់ទី ១៨ ៖ ស៊ា តារា

យន់ ចិត្រា ជួន សុខគង់

សាង ធិតា សៅ វណ្ណៈ

២០០៩-២០១០

មាតិកា

មេរៀនទី 1 : អនុគមន៍ និងក្រាបអនុគមន៍ ---1

1.1 សញ្ញាណនៃអនុគមន៍ ---1

1.2 ដែនកំណត់ និងសំណុំរូបភាព ---1

1.3 អនុគមន៍កើន និងអនុគមន៍ចុះ--1

1.4 ក្រាបនៃអនុគមន៍--1

1.5 អនុគមន៍ ---2

មេរៀនទី 2 : អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ក្រាបរបស់វា

2.1 អនុគមន៍ $y = ax^2$ --9

2.2 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a\left(x-p\right)^2$ -----------------------------------9

2.3 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a\left(x-p\right)^2 + q$ ---------------------------------9

2.4 តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 -------------------10

2.5 ដំណោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប ---------10

2.6 ដំណោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប------------------------12

មេរៀនទី 3 : អនុគមន៍សនិទាន និងអនុគមន៍អសនិទាន

3.1 អនុគមន៍សនិទាន និងក្រាប ---27

3.2 អនុគមន៍អសនិទាន និងក្រាប---28

3.3 ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស---28

មេរៀនទី 1 អនុគមន៍ និងក្រាបនៃអនុគមន៍

1.1 សញ្ញាណនៃអនុគមន៍

និយមន័យ A និង B ជាសំណុំមិនទទេ ។ បើទំនាក់ទំនង f ពីសំណុំ A សំណុំ B ភ្ជាប់ធាតុ នីមួយៗនៃសំណុំ A ទៅនឹងធាតុតែមួយគត់នៃសំណុំ B នោះទំនាក់ទំនង f ហៅថា អនុគមន៍ពីសំណុំ A ទៅសំណុំ B ។

1.2 ដែនកំណត់ និងសំណុំរូបភាព

1. ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ D គឺសំណុំអថេរ x ដែលបណ្តាលអោយអនុគមន៍ $y=f(x)$ មានតម្លៃ ។
2. សំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ f ដែលតាងដោយ I គឺសំណុំតម្លៃ $y=f(x)$ ចំពោះគ្រប់ x នៅលើដែនកំណត់ D ។

Mozilla Firefox.lnk

1.3 អនុគមន៍កើន និងអនុគមន៍ចុះ

ជាទូទៅ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $[a,b]$ ។

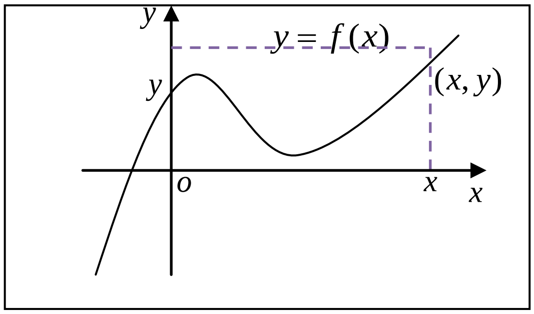
បើ $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}>0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ $[a,b]$ ។

បើ $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}<0$ នោះគេថា f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ $[a,b]$ ។

1.4 ក្រាបនៃអនុគមន៍

ជាទូទៅ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ គឺជាសំណុំចំណុច (x,y) ដែល x នីមួយៗនៅក្នុងដែនកំណត់ D នៃអនុគមន៍ f ហើយ $y=f(x)$ ។ ក្រាប f ជាសំណុំ :

$\{\,(x,y)\mid y=f(x),\ x\in D\,\}$ ។



1.5 អនុគមន៍ច្រាស

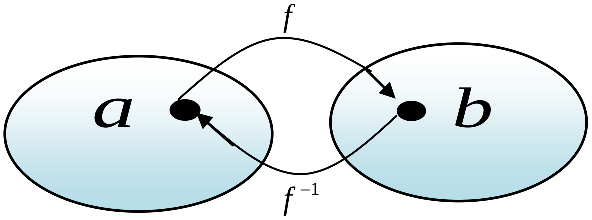
ជាទូទៅ បើ f ជាអនុគមន៍មួយទល់មួយ :

(1). f មានអនុគមន៍ច្រាស f^{-1}

(2). b ជារូបភាពនៃ a តាម $f \Leftrightarrow a$ ជារូបភាពនៃ b តាម f^{-1} មានន័យថា

$b = f(a) \Leftrightarrow a = f^{-1}(x)$ ។

ដ្យាក្រាម



វិធាន ដើម្បីរកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ f គេត្រូវ

- ជំនួស $f(x)$ ដោយ y ។
- ប្តូរ x ជា y និង y ជា x គេបានសមីការថ្មី រួចទាញរកតម្លៃ y ។
- បើសមីការថ្មីនេះ មិនតាង y ជាអនុគមន៍នៃ x ទេ នោះអនុគមន៍ f គ្មានអនុគមន៍ច្រាសទេ ។
- ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ ។

លំហាត់

1. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ : $f(x)=x^2-4x+2$ ។ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ $x\in\{-1,0,1,2\}$ កំណត់តម្លៃ $f(x)$ ។
2. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ : $f(x)=2(x-1)^2+1$ ។ គណនា $f(-1)$, $2f(1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ។
3. គេមានអនុគមន៍ $g: x\mapsto 3-2x$ ។ ដោយមានជំនួយពីក្រាបតាង $y=3-2x$ ។
   ក. រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ g ត្រូវនឹងដែនកំណត់ $\{x\in\mathbb{R} \mid -1\le x\le 2\}$ ។
   ខ. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ g ត្រូវនឹងសំណុំរូបភាព $\{y\in\mathbb{R} \mid -3\le y\le 2\}$ ។
4. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :
   ក. $f(x)=4\sqrt{x-3}-\frac{3x}{\sqrt{5-x}}$
   ខ. $f(x)=\sqrt{5x-4}+\frac{1}{x-3}$
   គ. $f(x)=4\sqrt{3-2x}-\frac{3x}{x^2-3x+2}$
   ឃ. $f(x)=\sqrt[3]{x-5}-\sqrt[4]{4-x}$
5. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=x+3$, $x>0$ និង $g(x)=x^2$, $-2\le x\le 3$ ។ រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ f , g ។
6. គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=2x-3$ និង $g(x)=x^2+2$ ។ សិក្សាភាពកើន ឬចុះនៃអនុគមន៍ f និង g ដោយប្រើផលធៀប $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ និង $\frac{\Delta g}{\Delta x}$ ។
7. រកអនុគមន៍ច្រាស ចំពោះអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម :
   ក. $f(x)=2x+3$
   ខ. $f(x)=2-x$
   គ. $f(x)=\frac{1}{x}-3$, $x\ne 0$
   ឃ. $f(x)=\frac{3}{x-1}$, $x\ne 1$
8. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :
   ក. $y=|x+1|$
   ខ. $y=|x-1|+2$
9. ក. រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=x+3$ ។
   ខ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងអនុគមន៍ច្រាស f^{-1} ។

ចំលើយ

1. កំណត់តម្លៃ $f(x)$

យើងមាន $f(x)=x^2-4x+2$ ដែល $x\in\{-1,0,1,2\}$

- ចំពោះ $x=-1$ នោះ $f(-1)=(-1)^2-4(-1)+2=1+4+2=\boxed{7}$
- ចំពោះ $x=0$ នោះ $f(0)=0^2-4(0)+2=\boxed{2}$
- ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1)=(1)^2-4(1)+2=1-4+2=\boxed{-1}$
- ចំពោះ $x=2$ នោះ $f(2)=(2)^2-4(2)+2=4-8+2=\boxed{-2}$

2. គណនា $f(-1)$, $2f(1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$

យើងមាន $f(x)=2(x-1)^2+1$

- $f(-1)=2(-1-1)^2+1=2(-2)^2+1=8+1=\boxed{៩}$
- $2f(1)=2\left[2(1-1)^2+1\right]=2\left[2(0)+1\right]=\boxed{2}$
- $f\left(-\frac{1}{2}\right)=2\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2+1=2\left(-\frac{3}{2}\right)^2+1=\frac{9}{2}+1=\boxed{\frac{11}{2}}$

3. អនុគមន៍ $g:x\mapsto 3-2x$ មានក្រាបតាងដោយ $y=3-2x$

ក. រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ g ត្រូវនឹងដែនកំណត់ $\{x\in\mathbb{R}|-1\le x\le 2\}$

ចំពោះគ្រប់ $-1\le x\le 2\Leftrightarrow -4\le -2x\le 2\Leftrightarrow -1\le 3-2x\le 5$ ឬ $-1\le y\le 5$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{សំណុំរូបភាព } I=\{y\mid -1\le y\le 5\}}$

ខ. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ g ត្រូវនឹងសំណុំរូបភាព $\{y\in\mathbb{R}|-3\le y\le 2\}$

ចំពោះគ្រប់ $-3\le y\le 2\Leftrightarrow -3\le 3-2x\le 2\Leftrightarrow -6\le -2x\le -1\Leftrightarrow \frac{1}{2}\le x\le 3$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{ដែនកំណត់ } D=\{x\in\mathbb{R}|\frac{1}{2}\le x\le 3\}}$

4. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $f(x)=4\sqrt{x-3}-\frac{3x}{\sqrt{5-x}}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases}x-3\ge 0\\5-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 3\\x<5\end{cases}$ ឬ $3\le x<5$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{ដែនកំណត់ } D=\{x\in\mathbb{R}|3\le x<5\}}$

ខ. $f(x)=\sqrt{5x-4}+\dfrac{1}{x-3}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases}5x-4\ge 0\\ x-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{4}{5}\\ x\ne 3\end{cases}$ ឬ $x\in[\dfrac{4}{5}\,,\,3)\cup(3\,,\,+\infty)$

ដូច្នេះ

ដែនកំណត់ $D=\{x\in\mathbb{R}\mid\dfrac{4}{5}\le x<3$ ឬ $x>3\}$

គ. $f(x)=4\sqrt{3-2x}-\dfrac{3x}{x^2-3x+2}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $\begin{cases}3-2x\ge 0\\ x^2-3x+2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le\dfrac{3}{2}\\ (x-1)(x-2)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le\dfrac{3}{2}\\ x\ne 1\ ;\ x\ne 2\end{cases}$

ឬ $x\in(-\infty\,,\,1)\cup(1\,,\,\dfrac{3}{2}]$

ដូច្នេះ

ដែនកំណត់ $D=\{x\in\mathbb{R}\mid x<1$ ឬ $1<x\le\dfrac{3}{2}\}$

ឃ. $f(x)=\sqrt[3]{x-5}-\sqrt[4]{4-x}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $4-x\ge 0\Leftrightarrow x\le 4$

ដូច្នេះ

ដែនកំណត់ $D=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 4\}$

5. រកសំណុំរូបភាពនៃអនុគមន៍ $f\ ,\ g$

- $f(x)=x+3\ ,\ x\ge 0$

  ចំពោះគ្រប់ $x\ge 0\Leftrightarrow x+3\ge 3$ ឬ $f(x)\ge 3$

ដូច្នេះ

សំណុំរូបភាព $I=\{f\in\mathbb{R}\mid f(x)\ge 3\}$

- $g(x)=x^2\ ,\ -2\le x\le 3$

  ចំពោះគ្រប់ $-2\le x\le 3\Leftrightarrow 0\le x^2\le 9$

ដូច្នេះ

សំណុំរូបភាព $I=\{g\in\mathbb{R}\mid 0\le g(x)\le 9\}$

6. សិក្សាភាពកើន ឬចុះនៃអនុគមន៍ f និង g ដោយប្រើផលធៀប $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ និង $\dfrac{\Delta g}{\Delta x}$

- $f(x) = 2x-3$

  ចំពោះគ្រប់ $x_1, x_2 \in D$ ដែល $x_1 < x_2$ យើងបាន

  $$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{(2x_2-3)-(2x_1-3)}{x_2-x_1} = \frac{2x_2-3-2x_1+3}{x_2-x_1} = \frac{2(x_2-x_1)}{x_2-x_1} = 2 > 0$$

  ដូច្នេះ $f(x)$ ជា អនុគមន៍កើនគ្រប់តម្លៃនៃ x

- $g(x) = x^2+2$

  ចំពោះគ្រប់ $x_1, x_2 \in D$ ដែល $x_1 < x_2$ យើងបាន

  $$\frac{\Delta g}{\Delta x} = \frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{(x_2^2+2)-(x_1^2+2)}{x_2-x_1} = \frac{x_2^2+2-x_1^2-2}{x_2-x_1} = \frac{(x_2-x_1)(x_2+x_1)}{x_2-x_1} = x_2+x_1$$

  - បើ $x_1 < x_2 \le 0$ នាំអោយ $x_2+x_2 < 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះ
  - បើ $0 \le x_1 < x_2$ នាំអោយ $x_2+x_1 > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើន

7. រកអនុគមន៍ច្រាសចំពោះអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម :

ក. $f(x) = 2x+3$

ជំនួស $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y = 2x-3$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x = 2y-3$ នោះ $y = \dfrac{x+3}{2}$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x) = \dfrac{x+3}{2}$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ច្រាស នៃអនុគមន៍ $f(x) = 2x+3$ គឺ $f^{-1}(x) = \dfrac{x+3}{2}$

ខ. $f(x) = 2-x$

ជំនួស $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y = 2-x$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x = 2-y$ នោះ $y = 2-x$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x) = 2-x$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ច្រាស នៃអនុគមន៍ $f(x) = 2-x$ គឺ $f^{-1}(x) = 2-x$

គ. $f(x) = \dfrac{1}{x}-3$, $x \ne 0$

ជំនួស $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y = \dfrac{1}{x}-3$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x = \dfrac{1}{y}-3$ នោះ $y = \dfrac{1}{x+3}$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x+3}$, $x \ne -3$

ដូច្នេះ | អនុគមន៍ច្រាស់ នៃអនុគមន៍ $f(x)=\frac{1}{x}-3$, $x\neq 0$ គឺ $f^{-1}(x)=\frac{1}{x+3}$, $x\neq -3$

ឃ. $f(x)=\frac{3}{x-1}$, $x\neq 1$

ជំនួស $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y=\frac{3}{x-1}$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x=\frac{3}{y-1}$ នោះ $y=\frac{x+3}{x}$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x)=\frac{x+3}{x}$, $x\neq 0$

ដូច្នេះ | អនុគមន៍ច្រាស នៃអនុគមន៍ $f(x)=\frac{3}{x-1}$, $x\neq 1$ គឺ $f^{-1}(x)=\frac{x+3}{x}$, $x\neq 0$

8. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y=|x+1|$

ដែនកំណត់ $D=\mathbb{R}$ ។ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះ $y=|x+1|\geq 0$ ។

យើងបានសំណុំរូបភាព $I=\{y\,|\,y\geq 0\}$ ។

- ចំពោះ $x\geq -1$ នោះ $y=x+1$

តារាងតំលៃលេខ

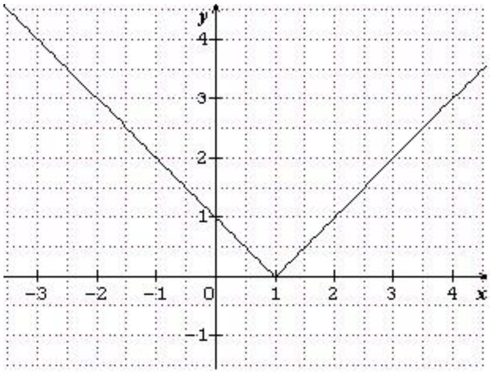
x	-1	0
y	0	1

- ចំពោះ $x<-1$ នោះ $y=-x-1$

តារាងតំលៃលេខ

x	-2	-3
y	1	2

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=|x+1|$



ខ. $y=|x-1|+2$

ដែនកំណត់ $D=\mathbb{R}$ ។ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ នោះ $y=|x-1|+2\geq 2$ ។

យើងបានសំណុំរូបភាព $I=\{y|y\geq 2\}$ ។

- ចំពោះ $x\geq 1$ នោះ $y=x-1+2$
  $y=x+1$

តារាងតំលៃលេខ

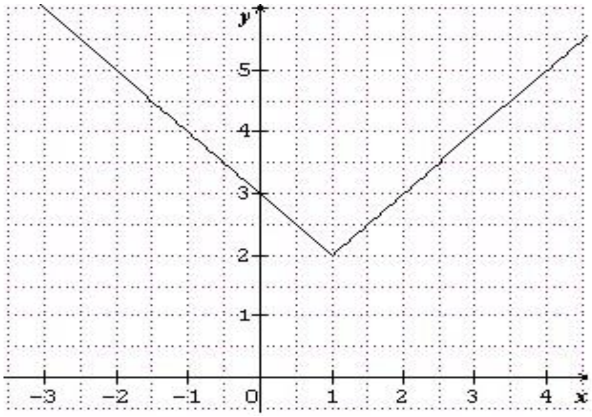
x	1	2
y	2	3

- ចំពោះ $x<1$ នោះ $y=-x+1+2$
  $y=-x+3$

តារាងតំលៃលេខ

x	0	-1
y	3	4

សង់ក្រាបអនុគមន៍ $y=|x-1|+2$



9. ក. រកអនុគមន៍ច្រាសនៃអនុគមន៍ $f(x)=x+3$

ជំនួស $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y=x+3$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x=y+3$ នោះ $y=x-3$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x)=x-3$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ច្រាស នៃអនុគមន៍ $f(x)=x+3$ គឺ $f^{-1}(x)=x-3$

ខ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងអនុគមន៍ច្រាស f^{-1}

$f(x)=x+3$

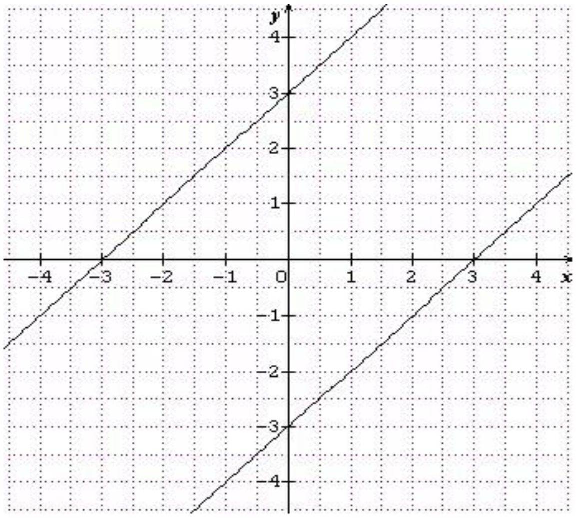
តារាងតម្លៃលេខ

x	-3	0
y	0	3

$f(x)^{-1}=x-3$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	3
y	-3	0



មេរៀនទី 2 អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 និងក្រាប

2.1 អនុគមន៍ $y = ax^2$

អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 មានមួយអថេរគឺជាអនុគមន៍ដឺលដឺក្រេនៃអថេរស្មើ 2 ។

ជាទូទៅ
- ចំពោះ $a>0$ ប៉ារាបូល $y = ax^2$ បែរភាពផតឡើងលើ ។
- ចំពោះ $a<0$ ប៉ារាបូល $y = ax^2$ បែរភាពផតឡើក្រោម ។

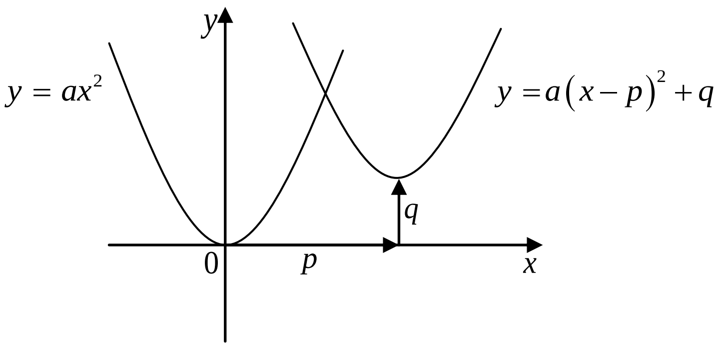
2.2 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2$

ជាទូទៅ ក្រាបតាង $y = a(x-p)^2$ ជារូបកិលនៃក្រាបតាង $y = ax^2$ ចំនួន p ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

- រំកិលទៅស្តាំ បើ $p>0$ ។
- រំកិលទៅឆ្វេង បើ $p<0$ ។

2.3 ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2 + q$

ជាទូទៅ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = a(x-p)^2 + q$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលដែលបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y = ax^2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំនួន p ឯកតា ហើយស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេចំនួន q ឯកតា ។ ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល (p,q) និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = p$ ។



ជាទូទៅ $y = ax^2 + bx + c = a\left[x + \dfrac{b}{2a}\right]^2 - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a} = a(x-p)^2 + q$

ដែល $p = -\dfrac{b}{2a}$ និង $q = -\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ ។

ក្រាបនៃ $y = ax^2 + bx + c$ ជាប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $\left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

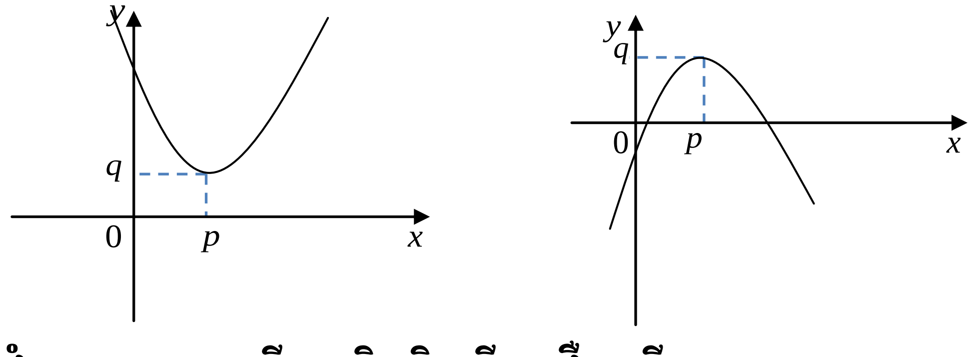
និងអ័ក្សឆ្លុះមានសមីការ $x = -\dfrac{b}{2a}$ ។

2.4 តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

ជាទូទៅ តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 : $y = ax^2 + bx + c$

- បើ $a>0$ នោះអនុគមន៍មានតម្លៃអប្បបរមាស្មើ $y = -\dfrac{b^2-4ac}{4a}$
  ត្រង់ $x = -\dfrac{b}{2a}$ ហើយអនុគមន៍គ្មាន អតិបរមា ទេ ។
- បើ $a<0$ នោះអនុគមន៍មានតម្លៃ អតិបរមាស្មើ $y = -\dfrac{b^2-4ac}{4a}$
  ត្រង់ $x = -\dfrac{b}{2a}$ ហើយអនុគមន៍គ្មាន អប្បបរមា ទេ ។

ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y = ax^2 + bx + c = a(x-p)^2 + q$



2.5 ដំណោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប

ក. ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប

ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 2 $ax^2 + bx + c = 0$ (1)

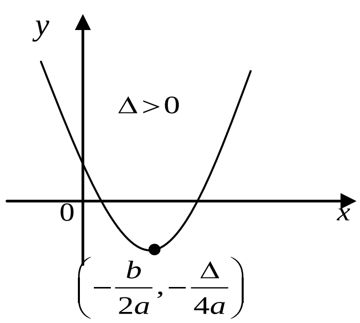
ដោយប្រើក្រាបនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 $y = ax^2 + bx + c$ (2)

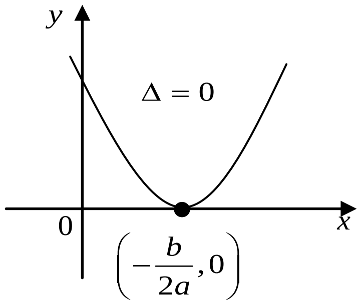
តាង $\Delta = b^2 - 4ac$ ជាឌីសគ្រីមីណង់ នៃសមីការ (1)

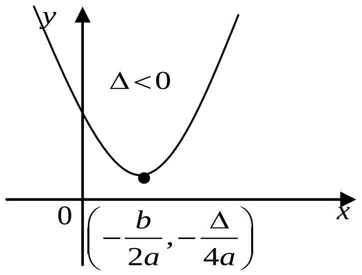
$$y = ax^2 + bx + c = a\left[x + \frac{b}{2a}\right]^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \frac{\Delta}{4a}$$

ដូចនេះក្រាបនៃ (2) មានកំពូល $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

➢ចំពោះ $a>0$ គេមានករណីដូចខាងក្រោម :





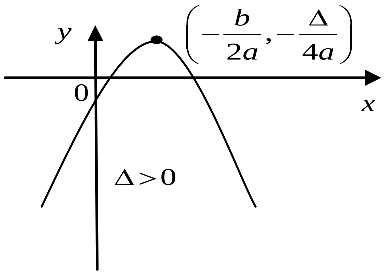


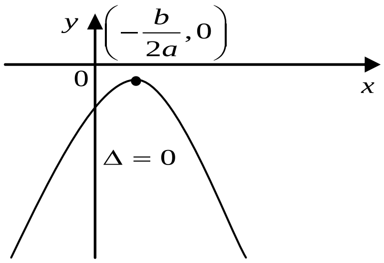
ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុចផ្សេងគ្នា សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 , x_2

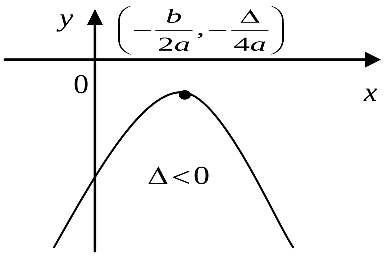
ប៉ារ៉ាបូលប៉ះនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$ សមីការ(1) មានឫសឌុប គឺ $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

ប៉ារ៉ាបូលមិនជួបអ័ក្សអាប់ស៊ីស សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួនពិត

➢ ចំពោះ $a<0$ គេមានករណីដូចខាងក្រោម :







ប៉ារ៉ាបូលកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ចំណុចផ្សេងគ្នា សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 , x_2

ប៉ារ៉ាបូលប៉ះនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$ សមីការ(1) មានឫសឌុប គឺ $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

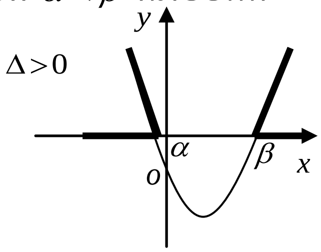
ប៉ារ៉ាបូលមិនជួបអ័ក្សអាប់ស៊ីស សមីការ (1) គ្មានឫសជាចំនួនពិត

ខ. ដំណោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 តាមក្រាប

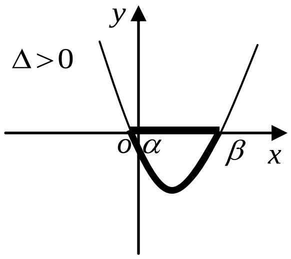
ដោះស្រាយវិសមីការដឺក្រេទី 2 ដោយប្រើក្រាបនៃអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 $y=ax^2+bx+c$ (1)

➢ បើ $a>0$

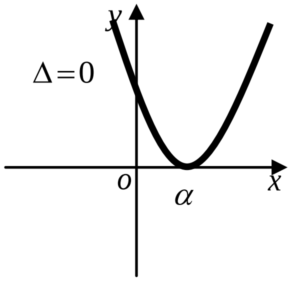
តាងឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=b^2-4ac$ ហើយ α និង β ជាឫសពិតមិនស្មើគ្នានឹង $\alpha<\beta$ នៃសមីការដឺក្រេទី 2 $ax^2+bx=c=0$ (2) ។



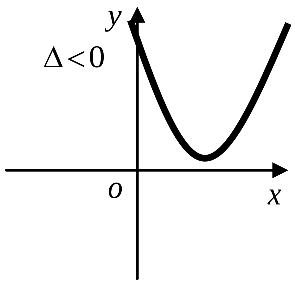
- បើ $\Delta>0$ក្រាបតាងអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ រូប I និង II ។
  សំណុំឫសនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2 $ax^2+bx+c>0$
  គឺសំណុំនៃតម្លៃ x ដែល $y>0$ នៅលើក្រាបនៃ (1) គឺ
  $x<\alpha, x>\beta$ ។



  សំណុំឫសនៃវិសមីការដឺក្រេទី 2
  $ax^2+bx+c<0$ គឺ $\alpha<x<\beta$ ។



- បើ $\Delta=0$ សមីការ (2) មានឫសឌុប α នោះក្រាបតាង (1) ដូចក្នុងរូប III ។
  សំណុំឫសនៃ $ax^2+bx+c>0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់ លើកលែងតែ α ហើយ $ax^2+bx+c<0$ គ្មានឫសទេ។



- បើ $\Delta<0$ តាមក្រាបក្នុងរូប IV គេបានសំណុំឫសនៃ $ax^2+bx+c>0$ ជាចំនួនពិតទាំងអស់ ហើយ $ax^2+bx+c<0$ គ្មានឫសទេ ។

លំហាត់

1. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ក្រោម :

   ក. $y=\frac{3}{2}x^2$ ខ. $y=-\frac{1}{3}x^2$ គ. $-\frac{3}{2}x^2$

2. រកអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 ដែលក្រាបបានមកដោយរំកិលក្រាបតាង $y=-3x^2$ ដែលកំពូលស្ថិតនៅលើចំណុចខាងក្រោម :

   ក. $(-2\,,0)$ ខ. $(0\,,2)$ គ. $(-1\,,4)$

3. សង់ក្រាបប៉ារ៉ាបូលនីមួយៗ រកកំពូលរបស់វា និងចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស

   ក. $y=3x^2-2x$ ខ. $y=(x+1)(x-3)$ គ. $y=-2x^2-4x+6$

4. កំណត់អនុគមន៍ដែលក្រាបជាប៉ារ៉ាបូលដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម :

   ក. កូអរដោនេនៃកំពូល (3 , -1) ហើយក្រាបកាត់តាមចំណុច (6 , 0) ។

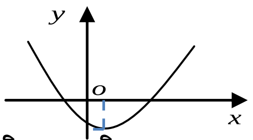
   ខ. ក្រាបកាត់តាមបីចំណុច (-1 , -3) , (0 , 1) និង (1 , 3) ។

   គ. ក្រាបកាត់តាមពីរចំណុច (1 , 1) និង (4 , 4) ហើយកំពូលនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

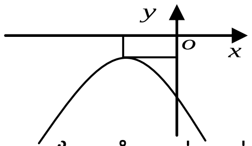
5. ប៉ារ៉ាបូលខាងក្រោមមានក្រាបតា $y=ax^2+bx+c$

   កំណត់សញ្ញានៃ a,b,c និង $\Delta=b^2-4ac$ ចំពោះក្រាបទាំងពីរខាងក្រោម :

   ក.



   ខ.



6. កំណត់តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍ បើវាមានដែនកំណត់ភ្ជាប់ខាងក្រោម :

   ក. $y=3x-x^2\ \left(-1\le x\le 2\right)$ ខ. $y=x^2+5x+4\ \left(-3\le x\le 10\right)$

7. កំណត់ចំនួនចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល $y=x^2+2kx+1$ និង $y=2x-3$ តាមតម្លៃ k ។

8. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=|x-4|$ ។

9. គេមាន $f(x)=x^2-4x+3$ និង $g(x)=(x-2)^2-1$ ។

   ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $\forall x\,,\ f(x)=g(x)$ ខ. ទាញជាផលគុណកត្តានៃ $f(x)$

10. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម :

   ក. $x^2>9$ ខ. $x(x-2)<3$ គ. x^2+5x-6 ឃ. $2x^2-7x+3\ge 0$

   ង. $4x(x-1)\le 3$ ច. $(1-x)^2\ge 17-2x$ ឆ. $(x+2)^2<x(4-x)+40$

11. គេមាន $f(x)=x^2-2x-5$

   ក. កំណត់កូអរដោនេកំពូលនៃប៉ារ៉ាបូល រួចទាញជាទម្រង់ $f(x)=(x-\alpha)^2+\beta$ ។

   ខ. សង់ប៉ារ៉ាបូលក្នុងតំរុយកូអរដោនេ រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

12. គេមានអនុគមន៍ $f(x)=x^2+3x-1$ និង $g(x)=4-x^2$ ។

ក. សង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ f និង g ក្នុងតំរុយកូអរដោនេ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=g(x)$ រួចបកស្រាយតាមបែបក្រាភិច ។

គ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x)\le g(x)$ រួចបកស្រាយតាមបែបក្រាភិច ។

13. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=|2x-1|$ ចំពោះ $1\le x\le 3$ ។

ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និងរកសំណុំរូបភាពតាងអនុគមន៍ f ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x)\le 3$ ។

គ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=x+1$ រួចដោះស្រាយសមីការ $|2x-1|=x+1$ តាមក្រាប ។

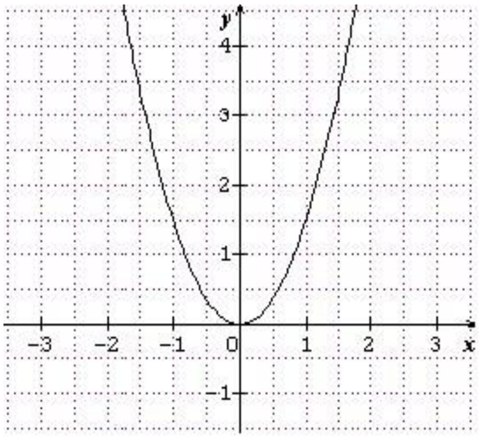
ចំលើយ

1. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ក្រោម :

ក. $y = \frac{3}{2}x^2$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = \frac{3}{2}x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{27}{2}$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{27}{2}$

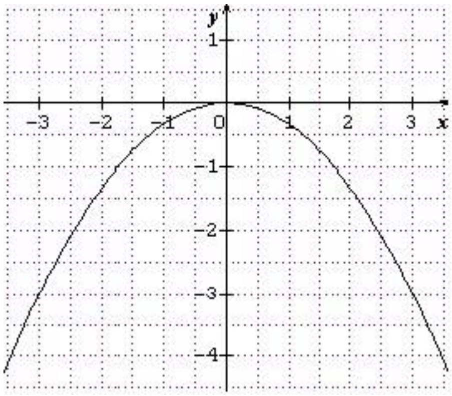


ដៅចំណុចទាំងនោះ រួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ
ហើយមានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ

ខ. $y = -\frac{1}{3}x^2$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = -\frac{1}{3}x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	-3

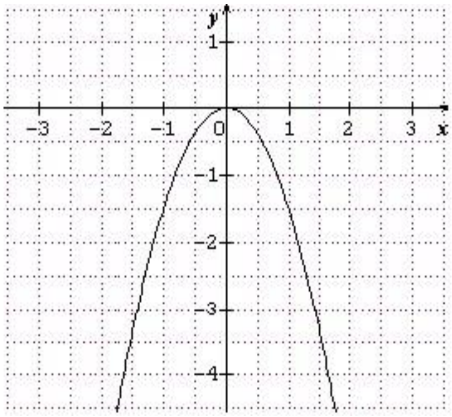


ដៅចំណុចទាំងនោះ រួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ
ហើយមានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ

គ. $y = -\frac{3}{2}x^2$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = -\frac{3}{2}x^2$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$-\frac{27}{2}$	-6	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-6	$-\frac{27}{2}$



ដៅចំណុចទាំងនោះ រួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ
ហើយមានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ

2. រកអនុគមន៍ដឺក្រេទី 2

ក្រាបអនុគមន៍នេះបានមកពីការរំកិលក្រាបតាង $y=-3x^2$ ដែលកំពូលស្ថិតនៅលើចំណុច

ក. $(-2,0)$

តាមក្រាបតាងនៃអនុគមន៍ $y=a(x-p)^2+q$ បានមកពីការរំកិលក្រាងតាងអនុគមន៍ $y=ax^2$

ដែលក្រាបអនុគមន៍ $y=a(x-p)^2+q$ មានកំពូលត្រង់ (p,q)

យើងបាន $(p,q)=(-2,0)$ និង $a=-3$ នោះ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ

$y=-3(x+2)^2=-3x^2-12x-12$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ $y=-3x^2-12x-12$

ខ. $(0,2)$

តាមសំរាយដូចលំហាត់ (ក) យើងបាន $(p,q)=(0,2)$ និង $a=-3$ នោះ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ

$y=-3(x-0)^2+2=-3x^2+2$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ $y=-3x^2+2$

គ. $(-1,4)$

តាមសំរាយដូចលំហាត់ (ក) យើងបាន $(p,q)=(-1,4)$ និង $a=-3$ នោះ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ

$y=-3(x+1)^2+4=-3x^2-6x+1$

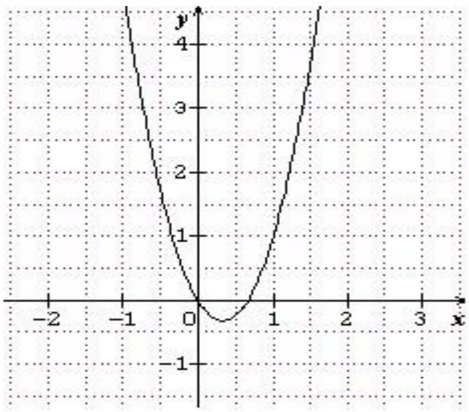
ដូច្នេះ អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 គឺ $y=-3x^2-6x+1$

3. សង់ក្រាបប៉ារ៉ាបូលនីមួយៗ រកកំពូល និងចំណុចប្រសព្វប៉ារ៉ាបូលជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស

ក. $y=3x^2-2x$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=3x^2-2x$ កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-2	-1	0	$\frac{1}{3}$	1	2	3
y	16	5	0	$-\frac{1}{3}$	1	8	21



ដៅចំណុចទាំងនោះ រួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

កំពូល គឺ $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)=\left(-\frac{-2}{6},-\frac{4}{12}\right)=\left(\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$

ចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ $y=0$

នាំអោយ $3x^2-2x=0$

$$\Leftrightarrow x(3x-2)=0 \Leftrightarrow x=0, x=\frac{2}{3}$$

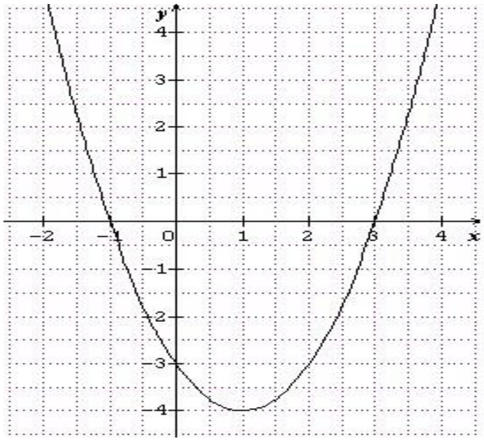
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $\left(\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$ និងមានចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ $(0,0)$ និង $\left(\frac{2}{3},0\right)$

ខ. $y=(x+1)(x-3)$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=(x+1)(x-3)$

កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5



ដៅចំណុចទាំងនោះ រួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

$y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$

កំពូល គឺ $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)=\left(-\frac{-2}{2},-\frac{(-2)^2-4(-3)}{4}\right)=(1,-4)$

ចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ $y=0$

នាំអោយ $(x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow x=-1, x=3$

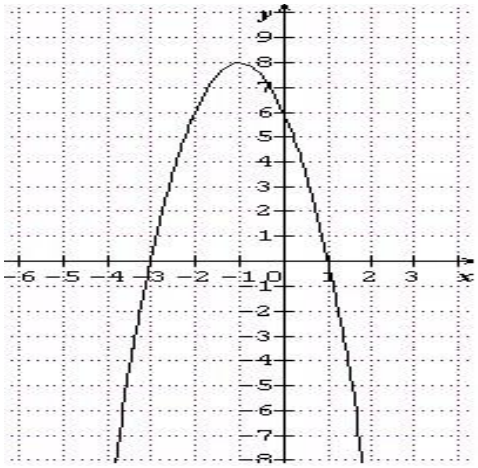
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $(1,-4)$ និងមានចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ $(-1,0)$ និង $(3,0)$

គ. $y=-2x^2-4x+6$

ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=-2x^2-4x+6$

កាត់តាមចំណុចខាងក្រោម

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	10	0	6	8	6	0	10



ដៅចំណុចទាំងនោះ រួចភ្ជាប់ គេបានក្រាបដូចខាងស្តាំ

កំពូលគឺ $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)=\left(-\frac{-4}{2(-2)},-\frac{(-4)^2-4(-2)6}{4(-2)}\right)=(-1,8)$

ចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ $y=0$

នាំអោយ $-2x^2-4x+6=0 \Leftrightarrow x=-1, x=\frac{6}{-2}=-3$

ដូច្នេះ

> ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $(-1,8)$ និងមានចំណុចប្រសព្វជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ត្រង់ $(-1,0)$ និង $(-3,0)$

4. កំណត់អនុគមន៍ដែលក្រាបជាប៉ារ៉ាបូល

ក. កូអរដោនេនៃកំពូល $(3,-1)$ ហើយក្រាបកាត់តាមចំណុច $(6,0)$

អនុគមន៍មានរាង $y=a(x-p)^2+q$ (1) មានកំពូល (p,q)

យើងបាន $(p,q)=(3,-1)$ ជំនួសក្នុង (1) $y=a(x-3)^2-1$ ហើយក្រាបកាត់តាមចំណុច $(6,0)$

នោះ $0=a(6-3)^2-1\Leftrightarrow 9a-1=0\Leftrightarrow a=\frac{1}{9}$, យើងបាន $y=\frac{1}{9}(x-3)^2-1=\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{3}x$

ដូច្នេះ

> អនុគមន៍ គឺ $y=\frac{x^2}{9}-\frac{2}{3}x$

ខ. ក្រាបកាត់តាមបីចំណុច $(-1,-3)$, $(0,1)$ និង $(1,3)$

អនុគមន៍មានរាង $y=ax^2+bx+c$ កាត់តាមបីចំណុចខាងលើ

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} a(-1)^2+b(-1)+c=-3 \\ a(0)^2+b(0)+c=1 \\ a(1)^2+b(1)+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c=-3 & (1) \\ c=1 & (2) \\ a+b+c=3 & (3) \end{cases}$$

យក (2) ជំនួស ក្នុង $(1)\&(3)$ យើងបាន

$$\begin{cases} a-b=-4 \\ a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$$

ដូច្នេះ

> អនុគមន៍ គឺ $y=-x^2+3x+1$

គ. ក្រាបកាត់តាមពីរចំណុច $(1,1)$ និង $(4,4)$ ហើយកំពូលនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស

អនុគមន៍មានរាង $y=a(x-p)^2+q$ (1) មានកំពូល (p,q)

កំពូលនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ $q=0$ នាំអោយ $y=a(x-p)^2$

ក្រាបកាត់តាមពីចំណុច $(1,1)$ និង $(4,4)$ យើងបាន ប្រព័ន្ធសមីការដូចខាងក្រោម

$$\begin{cases} a(1-p)^2=1 & (1) \\ a(4-p)^2=4 & (2) \end{cases}$$

យក (1) ចែកនឹង (2) យើបាន $\dfrac{(1-p)^2}{(4-p)^2}=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1-p}{4-p}\right)^2=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \dfrac{1-p}{4-p}=\dfrac{1}{2}$ ឬ $\dfrac{1-p}{4-p}=-\dfrac{1}{2}$

- $\dfrac{1-p}{4-p}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(1-p)=4-p \Leftrightarrow p=-2$ ជំនួសក្នុង (1): $a=\dfrac{1}{9}$
- $\dfrac{1-p}{4-p}=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(1-p)=-4+p \Leftrightarrow p=2$ ជំនួសក្នុង (1): $a=1$

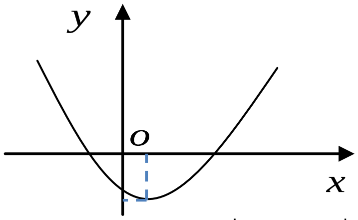
យើងបាន $y=\dfrac{1}{9}(x+2)^2=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{4}{9}x+\dfrac{4}{9}$ និង $y=(x-2)^2=x^2-4x+4$

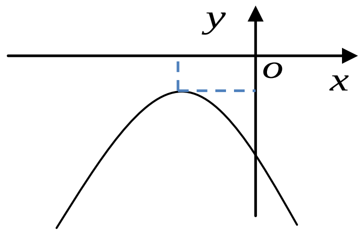
ដូច្នេះ

អនុគមន៍ គឺ $y=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{4}{9}x+\dfrac{4}{9}$ និង $y=x^2-4x+4$

5. កំណត់សញ្ញានៃ a , b , c និង $\Delta=b^2-4ac$ ចំពោះក្រាបទាំងពីរខាងក្រោម

ប៉ារ៉ាបូលមានក្រាបតាង $y=ax^2+bx+c$





ប៉ារ៉ាបូលបែរភាពផតឡើងទៅលើនោះ $a>0$ ។ អាប់ស៊ីសកំពូលវិជ្ជមាន នាំអោយ $-\dfrac{b}{2a}>0 \Rightarrow b<0$ ហើយក្រាបកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ពីចំនុច នាំអោយ $\Delta>0$ និង c មានសញ្ញាវិជ្ជមាន រឺ អវិជ្ជមាន ។

ប៉ារ៉ាបូលបែរភាពផតចុះក្រោម នោះ $a<0$ ។ អាប់ស៊ីសកំពូលអវិជ្ជមាន នាំអោយ $-\dfrac{b}{2a}<0 \Rightarrow b<0$ ហើយក្រាប់មិនកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស នាំអោយ $\Delta>0$ និង c មានសញ្ញាវិជ្ជមាន រឺអវិជ្ជមាន ។

6. កំណត់តម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃអនុគមន៍

ក. $y=3x-x^2 \quad (-1\le x\le 2)$

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(2)-f(-1)}{2+1}=\dfrac{2+4}{3}=2>0$ នាំអោយ ជាអនុគមន៍កើនលើ ចន្លោះ $[-1,2]$

អនុគមន៍មានតម្លៃអតិបរមាស្មើ $f(2)=2$ និង អប្បបរមាស្មើ $f(-1)=-4$

អនុគមន៍មានតម្លៃអតិបរមាស្មើ 2 និង អប្បបរមាស្មើ -4

ដូច្នេះ

ខ. $y = x^2 + 5x + 4 \quad (-3 \le x \le 0)$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(0) - f(-3)}{3} = \frac{4+2}{3} = 2 > 0$ នាំអោយ ជាអនុគមន៍កើនលើចន្លោះ $[-3,0]$

អនុគមន៍មានតម្លៃអតិបរមាស្មើ $f(0) = 4$ និងអប្បបរមាស្មើ $f(-3) = -2$

ដូច្នេះ អនុគមន៍មានតម្លៃអតិបរមាស្មើ 4 និង អប្បបរមាស្មើ -2

7. កំណត់ចំនួនចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល $y = x^2 + 2kx + 1$ និងបន្ទាត់ $y = 2x - 3$ តាមតម្លៃ k

តាមសមីការអាប់ស៊ីស

$x^2 + 2kx + 1 = 2x - 3$

$x^2 + 2x(k-1) + 4 = 0$

$\Delta' = (k-1)^2 - 4 = (k+1)(k-3)$

$\Delta' = 0 \Leftrightarrow (k+1)(k-3) = 0 \Leftrightarrow k = -1, k = 3$

k	$-\infty$ $\quad -1$	3	$+\infty$
Δ	+	−	+

ដូច្នេះ

- $-1 < k < 3$ នោះ គ្មានចំណុចប្រសព្វ
- $k = -1$ ឬ $k = 3$ នោះ ប៉ារ៉ាបូល ប៉ះនឹងបន្ទាត់
- $k < -1$ ឬ $k > 3$ នោះប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វនឹងបន្ទាត់ត្រង់ពីរចំណុច ។

8. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y = |x - 4|$

- បើ $x < 4$ នោះ $y = -x + 4$

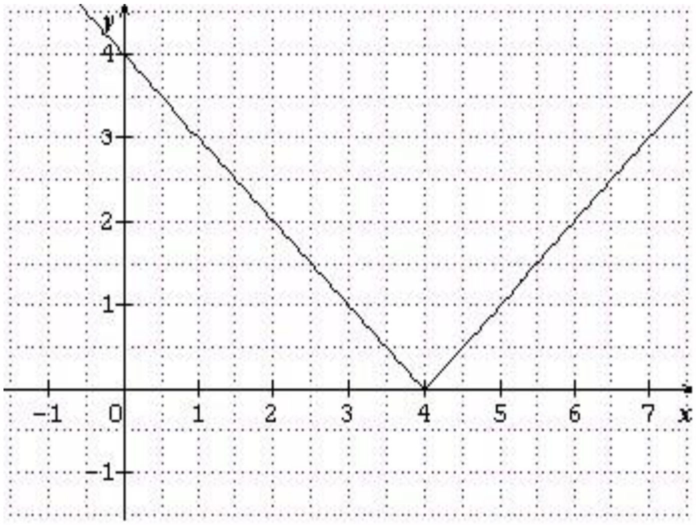
តារាងតម្លៃលេខ

x	2	3
y	2	1

- បើ $x \ge 4$ នោះ $y = x - 4$

តារាងតម្លៃលេខ

x	4	5
y	0	1



9. ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $\forall x$, $f(x) = g(x)$

យើងមាន $g(x)=(x-2)^2-1$, $f(x)=x^2-4x+3$

$\forall x$, $f(x)=x^2-4x+3=x^2-4x+4-1=(x-2)^2-1=g(x)$

ដូច្នេះ $f(x)=g(x)$ ចំពោះគ្រប់ x

ខ. ទាញជាផលគុណកត្តានៃ $f(x)$

$f(x)=g(x)$ $\forall x$

$f(x)=(x-2)^2-1=(x-2+1)(x-2-1)=(x-1)(x-3)$

ដូច្នេះ $f(x)=(x-1)(x-3)$ ចំពោះគ្រប់ x

9. ដោះស្រាយវិសមីការ

ក. $x^2>9 \Leftrightarrow x^2-9>0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)>0,\quad x=3,\ x=-3$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$(x-3)(x+3)>0$		+	0	−	0	+	

យើងបាន $x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

ដូច្នេះ ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

ខ. $x(x-2)<3 \Leftrightarrow x^2-2x-3<0,\ x=-1, x=3$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x^2-2x-3<0$		+	0	−	0	+	

យើងបាន $x\in(-1,3)$

ដូច្នេះ ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in(-1,3)$

គ. $x^2+5x-6<0$, $x=1$, $x=-6$

x	$-\infty$	-6	1	$+\infty$

$x^2+5x-6<0$	+	0 − 0	+

យើងបាន $x\in(-6,1)$

ដូច្នេះ **ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in(-6,1)$**

ឃ. $2x^2-7x+3\geq 0$

ដោះស្រាយសមីការ

$2x^2-7x+3=0$

$\Delta=(-7)^2-4(2)(3)$

$=49-24=25$

$x_1=\dfrac{7-5}{4}=\dfrac{1}{2}$

$x_2=\dfrac{7+5}{4}=3$

x	$-\infty$ $\qquad \frac{1}{2}$ $\qquad 3$ $\qquad +\infty$		
$2x^2-7x+3>0$	+ 0	−	0 +

យើងបាន $x\in\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)\cup(3,+\infty)$

ដូច្នេះ **ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)\cup(3,+\infty)$**

ង. $4x(x-1)\leq 3 \Leftrightarrow 4x^2-4x-3\leq 0$

ដោះស្រាយសមីការ

$4x^2-4x-3=0$

$\Delta=(-2)^2-4(-3)=4+12=16$

$x_1=\dfrac{2-4}{4}=-\dfrac{1}{2}$, $x_2=\dfrac{2+4}{4}=3$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$

$4x^2-4x-3\leq 0$	$+$	0	$-$	0	$+$

យើងបាន $x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

ដូច្នេះ **ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$**

ច. $(1-x)^2\geq 17-2x \Leftrightarrow 1-2x+x^2+2x-17\geq 0 \Leftrightarrow x^2-16\geq 0$, $x=-4, x=4$

x	$-\infty$	-4		4	$+\infty$
$x^2-16\geq 0$	$+$	0	$-$	0	$+$

យើងបាន $x\in(-\infty,-4]\cup[4,+\infty)$

ដូច្នេះ **ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in(-\infty,-4]\cup[4,+\infty)$**

ឆ. $(x+2)^2 < x(4-x)+40 \Leftrightarrow x^2+4x+4-4x+x^2-40<0$

$\Leftrightarrow 2x^2-36<0$

$\Leftrightarrow x^2-18<0$, $x=-3\sqrt{2}$, $x=3\sqrt{2}$

x	$-\infty$	$-3\sqrt{2}$		$3\sqrt{2}$	$+\infty$
$x^2-18<0$	$+$	0	$-$	0	$+$

យើងបាន $x\in\left(-3\sqrt{2},3\sqrt{2}\right)$

ដូច្នេះ ចម្លើយវិសមីការ គឺ $x\in\left(-3\sqrt{2},3\sqrt{2}\right)$

10. ក. កំណត់កូអរដោនេកំពូលនៃប៉ារ៉ាបូល

យើងមាន $f(x)=x^2-2x-5$

កំពូលប៉ារ៉ាបូល គឺ $(p,q)=\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)=\left(-\frac{-2}{2},-\frac{(-2)^2-4(-5)}{4}\right)=(1,-6)$

ទាញជាទម្រង់ $f(x)=(x-\alpha)^2+\beta$

ដោយ $f(x)$ មានកំពូល $(1,-6)$, យើងបាន $f(x)=(x-1)^2-6$

ដូច្នេះ

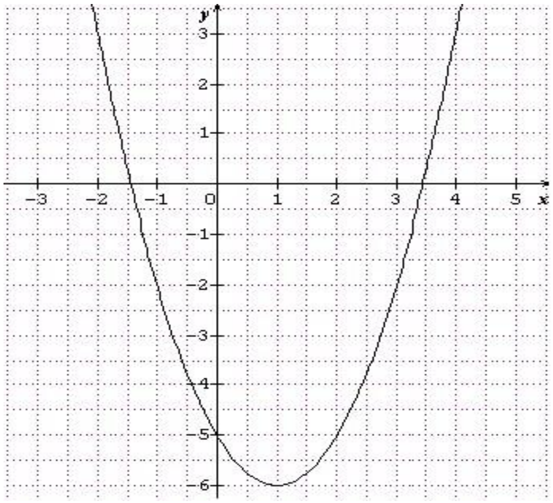
ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $(1,-6)$ ហើយ $f(x)$ អាចសរសេរជារាង $f(x)=(x-1)^2-6$

ខ. សង់ប៉ារ៉ាបូលក្នុងតំរុយកូអរដោនេ បញ្ជាក់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស

$f(x)=(x-1)^2-6$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-1	0	1	2	3
y	-2	-5	-6	-5	-2



ដៅចំណុចទាំងនេះ រួចភ្ជាប់ យើងបានក្រាបខាងស្តាំ

ខ្សែកោងកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីស គឺ $f(x)=0$

យើងបាន $(x-1)^2-6=\left(x-1-\sqrt{6}\right)\left(x-1+\sqrt{6}\right)=0$

នាំអោយ $\left(x-1-\sqrt{6}\right)=0$ ឬ $\left(x-1+\sqrt{6}\right)=0$

នាំអោយ $x=1+\sqrt{6}$ ឬ $x=1-\sqrt{6}$

ដូច្នេះ

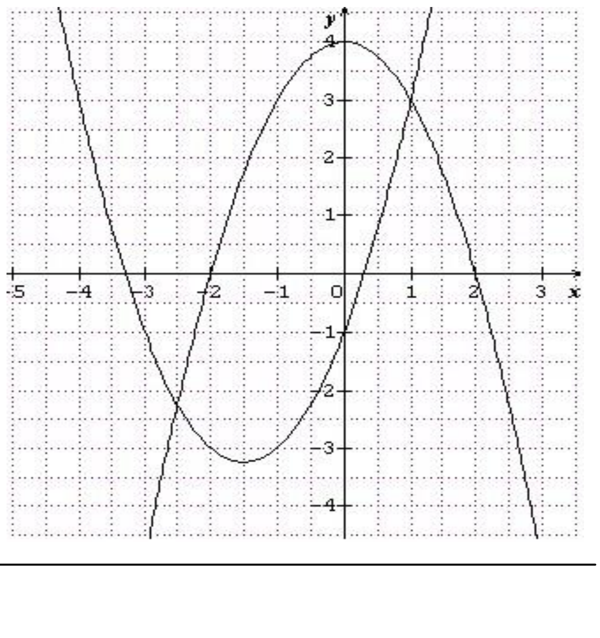
កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស គឺ $\left(1+\sqrt{6},0\right)$ និង $\left(1-\sqrt{6},0\right)$

11. ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f និង g ក្នុងតំរុយកូអរដោនេ

$f(x)=x^2+3x-1$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	0
y	-1	-3	$-\frac{13}{4}$	-3	-1



កំពូល $\left(-\frac{3}{2},-\frac{3^2-4(-1)}{4}\right)=\left(-\frac{3}{2},-\frac{13}{4}\right)$

$g(x)=4-x^2$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-2	-1	0	1	2
y	0	3	4	3	0

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=g(x)$ រួចបកស្រាយតាមបែបក្រាបភិច

$f(x)=g(x)$

$x^2+3x-1=4-x^2$

$2x^2+3x-5=0$

$a+b+c=0$

$x_1=1\ ,\ \ x_2=-\dfrac{5}{2}$

តាមក្រាបភិចខាងលើ ខ្សែកោងទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច គឺ $(1,3)$ និង $\left(-\dfrac{5}{2},-\dfrac{9}{4}\right)$

ដូច្នេះ ខ្សែកោងទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច គឺ $(1,3)$ និង $\left(-\dfrac{5}{2},-\dfrac{9}{4}\right)$

គ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x)\le g(x)$ តាមក្រាប

តាមក្រាបខាងលើ យើងឃើញថា $-\dfrac{5}{2}\le x\le 1$ ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ស្ថិតនៅខាងក្រោម ខ្សែ កោងតាងអនុគមន៍ g ។

ដូច្នេះ ចំលើយនៃវិសមីការ គឺ $-\dfrac{5}{2}\le x\le 1$

12. ក. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f

$f(x)=|2x-1|$ ចំពោះ $1\le x\le 3$

យើងបាន $f(x)=2x-1$ ចំពោះ $1\le x\le 3$

តារាងតម្លៃលេខ

x	1	2
$f(x)$	1	3

រកសំណុំរូបភាពតាងអនុគមន៍ f

តាង $y=f(x)$

យើងមាន $1\le x\le 3 \Leftrightarrow 2\le 2x\le 6 \Leftrightarrow 1\le 2x-1\le 5 \Leftrightarrow 1\le |2x-1|\le 5$ ឬ $1\le y\le 5$

ដូច្នេះ

សំនុំរូបភាព $I=\{y \mid 1\le y\le 5\}$

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $f(x)\le 3$

$f(x)\le 3 \Leftrightarrow |2x-1|\le 3 \Leftrightarrow -3\le 2x-1\le 3 \Leftrightarrow -2\le 2x\le 4 \Leftrightarrow -1\le x\le 2$

តែ $1\le x\le 3 \Rightarrow 1\le x\le 2$

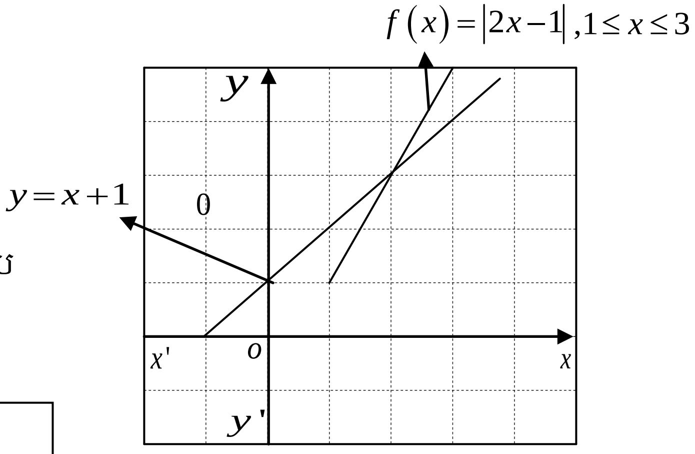
ដូច្នេះ

ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $-1\le x\le 2$

គ. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=x+1$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-1	0
$f(x)$	0	1



ដោះស្រាយវិសមីការ $|2x-1|=x+1$

តាមក្រាប យើងឃើញថា បន្ទាត់តាងអោយអនុគមន៍ទាំងពីរ កាត់គ្នាត្រង់ $x=2$

ដូច្នេះ

ចម្លើយនៃសមីការគឺ $x=2$

មេរៀនទី 3 អនុគមន៍សនិទាន និង អនុគមន៍អសនិទាន

1.1 អនុគមន៍សនិទាន និងក្រាប

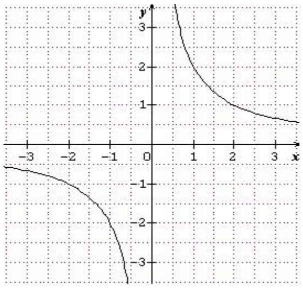
ក. ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$

ជាទូទៅ ចំពោះអនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$ កំណត់លើ $\{x|x\neq 0\}$ ។

កំណើនអថេរ $\Delta x = x_2 - x_1$

កំណើន អនុគមន៍ $\Delta f = f\left(x_2\right) - f\left(x_1\right) = \frac{a}{x_2} - \frac{a}{x_1} \frac{-a\left(x_2 - x_1\right)}{x_2 - x_1}$

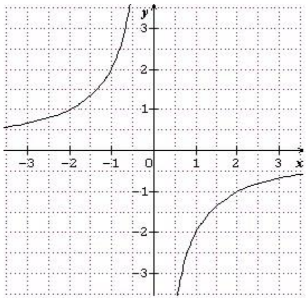
គេបាន $\frac{\Delta f}{\Delta x} = -\frac{a}{x_2 x_1}$



- ចំពោះ $a>0$ និង $0<x_1<x_2$ ឬ $x_1<x_2<0$ គេបាន

  $\frac{\Delta f}{\Delta x}<0$

  នោះ f ជា អនុគមន៍ចុះចំពោះ $x<0$ និង $x>0$ ។



- ចំពោះ $a<0$ និង $0<x_1<x_2$ ឬ $x_1<x_2<0$ គេបាន

  $\frac{\Delta f}{\Delta x}>0$

  នោះ f ជា អនុគមន៍កើនចំពោះ $x<0$ និង $x>0$ ។

ក្រាបតាង អនុគមន៍ $y=\frac{a}{x}$ ដែល $a\neq 0$ ហៅថា "អ៊ីពែបូល" ដែលមានអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង អ័ក្សអរដោនេជាអាស៊ីមតូត ។

ខ. ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\frac{a}{x-p}+q$

ជាទូទៅ ក្រាបតាង អនុគមន៍ $y=\frac{a}{x-p}+q$ គឺជាអ៊ីពែបូលដែលបានមកដោយ រំកិលក្រាបតាង $y=\frac{a}{x}$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង q ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។ អ៊ីពែបូលនេះមានអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកដែលមានសមីការរៀងគ្នា $x=p$ និង $y=q$

គ.ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ អនុគមន៍

$$y=\frac{ax+b}{cx+d}=\frac{a}{c}\left(\frac{x+\frac{b}{a}}{x+\frac{d}{c}}\right)=\frac{a}{c}\left(\frac{x+\frac{d}{c}-\frac{d}{c}+\frac{b}{a}}{x+\frac{d}{c}}\right)=\frac{a}{c}\left(\frac{-\frac{d}{c}+\frac{b}{a}}{x+\frac{d}{c}}\right)+\frac{a}{c}=\frac{k}{x-p}+q$$

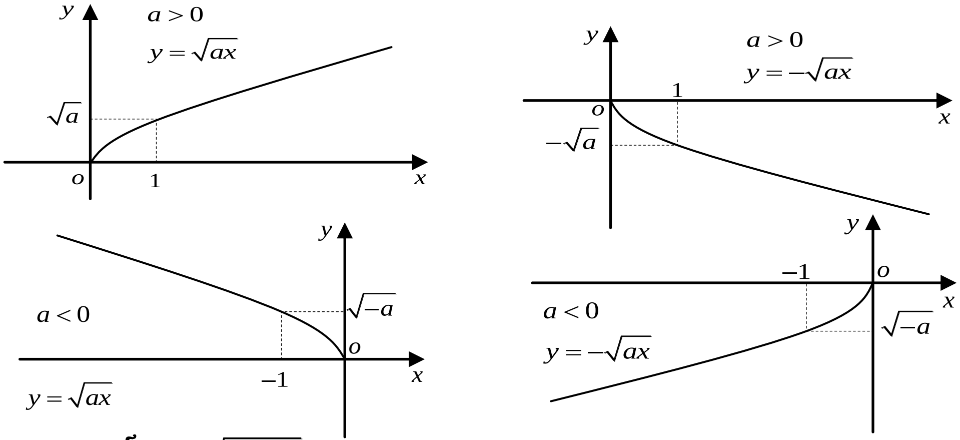
ដែល $k=\frac{a}{c}\left(-\frac{d}{c}+\frac{b}{a}\right)$, $p=-\frac{d}{c}$ និង $q=\frac{a}{c}$ ។ អ៊ីពែបូលនេះមានអាស៊ីមតូតឈរ និងដេក ដែលមានសមីការរៀងគ្នា $x=p$ និង $y=q$ ។

1.2 អនុគមន៍អសនិទានខាយ និងក្រាប

ក. ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\sqrt{ax}$

ជាទូទៅ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{x}$ គឺជារូបឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលតាង $y=x^2$ តាមបំលែងឆ្លុះធៀបទៅនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ដែលត្រូវនឹង $x\geq 0$ ។

ជាទូទៅ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{ax}$ មានរាងដូចខាងក្រោម អាស្រ័យតាមសញ្ញានៃ a ។



ខ. ក្រាបអនុគមន៍ $y=\sqrt{ax+b}$

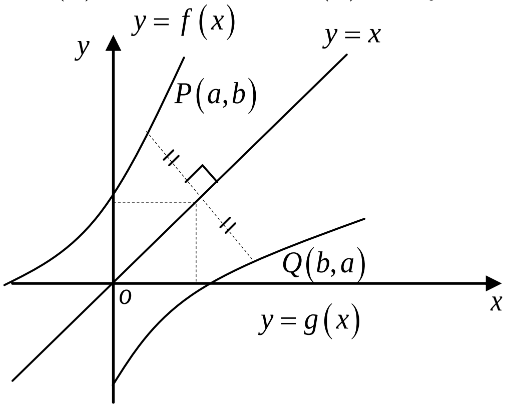
ជាទូទៅ ក្រាបតាងអនុគមន៍ $y=\sqrt{ax+b}=\sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}=\sqrt{a(x-p)}$ បានដោយ រំកិលក្រាបតាង $y=\sqrt{ax}$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ដែល $p=-\frac{b}{a}$ ។

1.3 ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស

ជាទូទៅ បើអនុគមន៍ $y=f(x)$ មានអនុគមន៍ច្រាស $y=g(x)$ យើងបាន $b=f(x)$ សមមូល $a=g(b)$ ។

ដូច្នេះ ចំណុច $P(a,b)$ ស្ថិតនៅលើក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=f(x)$ គឺសមមូលទៅនឹងចំណុច $Q(b,a)$ ស្ថិតលើក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស $y=g(x)$ ។

ចំណុច $P(a,b)$ និង $Q(b,a)$ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=x$ ។



លំហាត់

1. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y=\frac{2}{x}$
   ក. ចំនួន -5 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។
   ខ. ចំនួន -4 ឯកតា ស្របអ័ក្សអរដោនេ ។
   គ. ចំនួន 3 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 5 ឯកតា ស្របអ័ក្សអរដោនេ ។
2. សង់ក្រាប និងកំណត់អាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :
   ក. $y=\frac{4}{x+3}$
   ខ. $y=4-\frac{2}{x+1}$
3. កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y=\frac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $y=\frac{5}{2}-x$ ។
4. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយបំលែងក្រាបតាង $y=2\sqrt{x}$ តាមរំកិលក្រាបចំនួន 2 ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅឆ្វេង ។
5. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :
   ក. $y=\sqrt{3x-5}$
   ខ. $y=-\sqrt{4-x}$
6. រកអនុគមន៍ច្រាស និងរកដែនកំណត់តាងអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម :
   ក. $f(x)=\frac{2}{3}x+5$ ខ. $f(x)=\frac{1}{x+2}+1$
   គ. $f(x)=\sqrt{1-x}$ ឃ. $f(x)=-\sqrt{x+4}$ ។

ចំលើយ

1. រកអនុគមន៍ដែលក្រាបបានដោយរំកិលក្រាបតាង $y=\frac{2}{x}$

តាមក្រាបតាង អនុគមន៍ $y=\frac{a}{x-p}+q$ គឺជាអ៊ីពែបូលដែលបានមកដោយ រំកិលក្រាបតាង $y=\frac{a}{x}$ ចំនួន p ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង q ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

ក. ចំនួន -5 ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស

យើងបាន $p=-5$ និង $q=0$ នាំអោយ $y=\frac{2}{x+5}$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ដែលរកគឺ $y=\frac{2}{x+5}$

ខ. ចំនួន -4 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ

យើងបាន $p=0$ និង $q=-4$ នាំអោយ $y=\frac{2}{x}-4$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ដែលរកគឺ $y=\frac{2}{x}-4$

គ. ចំនួន 3 ឯកតាស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង 5 ឯកតាស្របអ័ក្សអរដោនេ

យើងបាន $p=3$ និង $q=5$ នាំអោយ $y=\frac{2}{x-3}+5$

ដូច្នេះ អនុគមន៍ដែលរកគឺ $y=\frac{2}{x-3}+5$

2. សង់ក្រាប និងកំណត់អាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម :

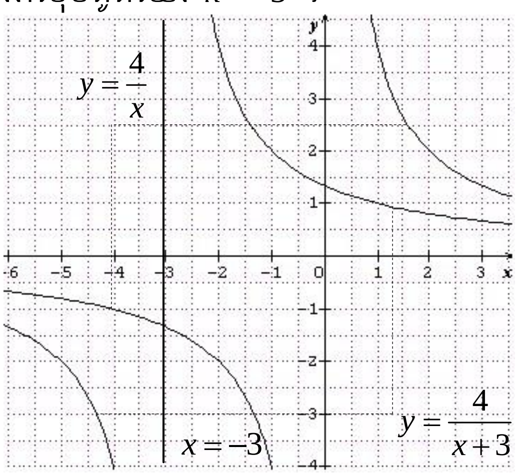
ក. $y=\frac{4}{x+3}$

ក្រាបអនុគមន៍ $y=\frac{4}{x+3}$ បានមកពីការរំកិល ក្រាបអនុគមន៍ $y=\frac{4}{x}$ ចំនួន -3ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ អនុគមន៍ $y=\frac{4}{x+3}$ មានសមីការអាស៊ីមតូតឈរ $x=-3$ ។

សង់ក្រាបអនុគមន៍ $y=\frac{4}{x}$

អនុគមន៍ $y=\frac{4}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x \mid x\neq 0\}$

តារាងតម្លៃលេខ



x	-3	-2	-1	1	2	3

y	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	4	2	$\frac{4}{3}$

ខ. $y=4-\frac{2}{x+1}$

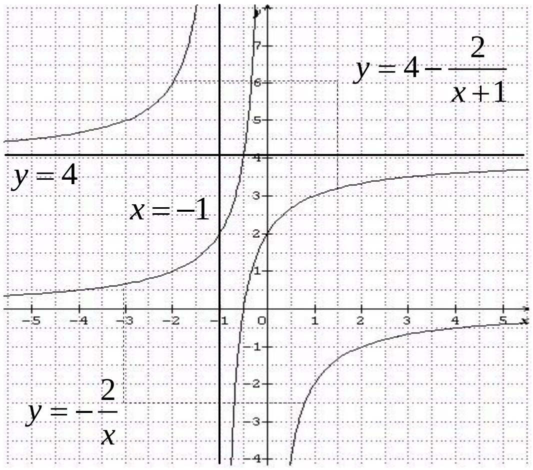
ក្រាបអនុគមន៍ $y=4-\frac{2}{x+1}$ បានមកពីការរំកិលក្រាបអនុគមន៍ $y=-\frac{2}{x}$ ចំនួន -1ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស និងចំនួន 4 ឯកតាស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ ។ អនុគមន៍ $y=4-\frac{2}{x+1}$ មានអាស៊ីមតូតឈរ និង ដេកដែលមានសមីការរៀងគ្នា $x=-1$ និង $y=4$ ។

ស្រង់ក្រាបអនុគមន៍ $y=-\frac{2}{x}$

អនុគមន៍ $y=-\frac{2}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x\,|\,x\neq 0\}$

តារាងតម្លៃលេខ

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	$\frac{2}{3}$	1	2	-2	-1	$-\frac{2}{3}$



3. កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y=\frac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $y=\frac{5}{2}-x$

សង់ក្រាប $y=\frac{1}{x}$ ។ អនុគមន៍ $y=\frac{1}{x}$ មានដែនកំណត់ $\{x\,|\,x\neq 0\}$ ។

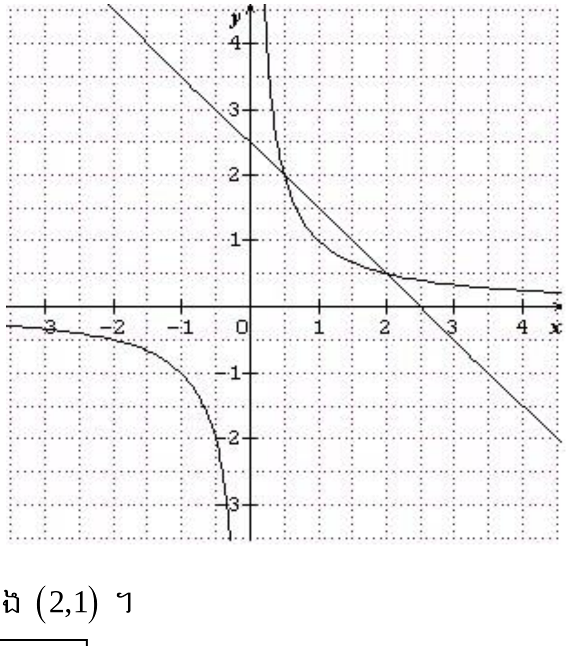
តារាងតម្លៃលេខ

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

សង់បន្ទាត់ $y=\frac{5}{2}-x$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	$\frac{5}{2}$
y	$\frac{5}{2}$	0



តាមក្រាបគេបានកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វគឺ $\left(\frac{1}{2},2\right)$ និង $(2,1)$ ។

ដូច្នេះ **កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វគឺ $\left(\frac{1}{2},2\right)$ និង $(2,1)$**

4. រកអនុគមន៍

យើងមាន ក្រាបនៃអនុគមន៍បានដោយបំលែងក្រាបតាង $y=2\sqrt{x}$ តាមរំកិលក្រាបចំនួន 2 ឯកតា ស្របអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅឆ្វេង នាំអោយ អនុគមន៍ $y=2\sqrt{x+2}$ ។

ដូច្នេះ អនុគមន៍ដែលរកគឺ $y=2\sqrt{x+2}$

5. សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាងក្រោម :

ក. $y=\sqrt{3x-5}$

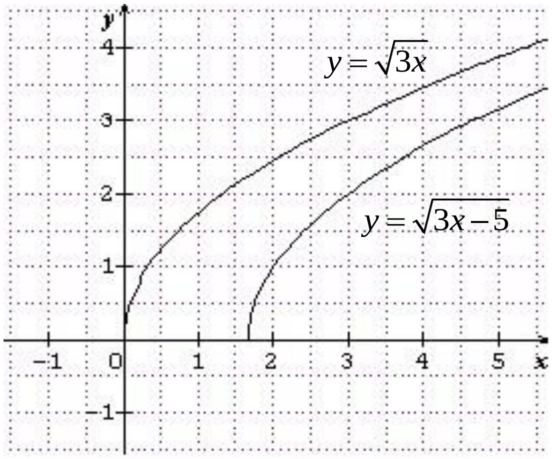
ក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\sqrt{3x-5}=\sqrt{3\left(x-\frac{5}{3}\right)}$ បានមកពីការរំកិលក្រាបនៃអនុគមន៍ $y=\sqrt{3x}$ ចំនួន $\frac{5}{3}$ ឯកតា ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅស្តាំ ។

សង់ក្រាបអនុគមន៍ $y=\sqrt{3x}$

អនុគមន៍ $y=\sqrt{3x}$ មានដែនកំណត់ $\{x \mid x\geq 0\}$

តារាងតម្លៃលេខ

x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	3
y	0	1	2	3



6. រកអនុគមន៍ច្រាស់ និងរកដែនកំណត់តាងអនុគមន៍ $f(x)$ នីមួយៗខាងក្រោម :

ក. $f(x)=\frac{2}{3}x+5$

អនុគមន៍ $f(x)$ មានន័យគ្រប់តម្លៃ x

$D=\{x \mid x\in\mathbb{R}\}$

ជំនួយ $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y=\frac{2}{3}x+5$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x=\frac{2}{3}y+5$ នោះ $y=\frac{3}{2}(x-5)$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x)=\frac{3}{2}(x-5)$ ។

ដូច្នេះ អនុគមន៍ច្រាស់នៃអនុគមន៍ $f(x)=\frac{2}{3}x+5$ គឺ $f^{-1}(x)=\frac{3}{2}(x-5)$

ខ. $f(x)=\frac{1}{x+2}+1$

អនុគមន៍មានន័យលុះត្រាតែ $x+2\neq 0$ នោះ $x\neq -2$

$D=\{x \mid x\neq -2\}$

ជំនួយ $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y=\frac{1}{x+2}+1$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x=\frac{1}{y+2}+1$ នោះ $y=\frac{1}{x-1}-2$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x)=\frac{1}{x-1}-2$ ។

ដូច្នេះ: អនុគមន៍ច្រាស់នៃអនុគមន៍ $f(x)=\frac{1}{x+2}+1$ គឺ $f^{-1}(x)=\frac{1}{x-1}-2$

គ. $f(x)=\sqrt{1-x}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $1-x\geq 0$ នាំអោយ $x\leq 0$

$D=\{x\,|\,x\leq 0\}$

ជំនួយ $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y=\sqrt{1-x}$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x=\sqrt{1-y}$ នោះ $y=1-x^2$ ដែល $x\geq 0$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x)=1-x^2,\ x\geq 0$ ។

ដូច្នេះ: អនុគមន៍ច្រាស់នៃអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{1-x}$ គឺ $f^{-1}(x)=1-x^2$ ដែល $x\geq 0$

ឃ. $f(x)=-\sqrt{x+4}$

$f(x)$ មានន័យលុះត្រាតែ $x+4\geq 0$ នាំអោយ $x\geq -4$

$D=\{x\,|\,x\geq -4\}$

ជំនួយ $f(x)$ ដោយ y យើងបាន $y=-\sqrt{x+4}$ ។ ប្តូរ x ជា y និង y ជា x យើងបាន $x=-\sqrt{y+4}$ នោះ $y=x^2-4$ ដែល $x\leq 0$ ។ ជំនួយ y ដោយ $f^{-1}(x)$ យើងបាន $f^{-1}(x)=x^2-4,\ x\leq 0$ ។

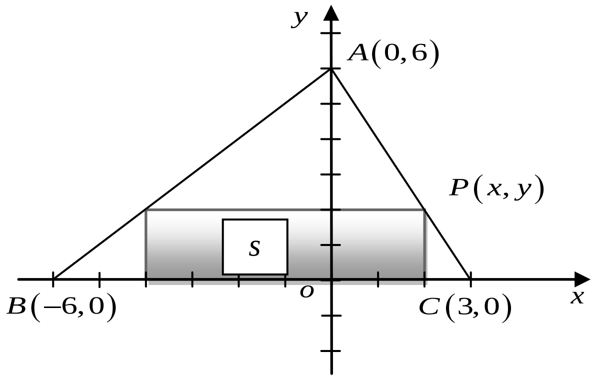
ដូចនេះ: អនុគមន៍ច្រាស់នៃអនុគមន៍ $f(x)=-\sqrt{x+4}$ គឺ $f^{-1}(x)=x^2-4$ ដែល $x\leq 0$

លំហាត់ជំពូក

1. កំណត់តម្លៃ p និង q ដែលអនុគមន៍ $y=x^2+px+q$ មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x=4$ និង អនុគមន៍ មានតម្លៃស្មើ 5 ត្រង់ $x=2$ ។
2. កំណត់តម្លៃ k ដែលប៉ារ៉ាបូល $y=2x^2+kx+4$ ប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។
3. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីអោយប៉ារ៉ាបូល $y=a(x-2)^2-3$ ប្រសព្វអ័ក្សអាប់ស៊ីសខាងអវិជ្ជមាន ។
4. កំណត់សំណុំតម្លៃ p ដែលសមីការ $x^2-2xp+p-2=0$ មានឫសមួយវិជ្ជមាន និង ឫសមួយទៀត អវិជ្ជមាន ។
5. ក្រាបតាង $y=x^2+2px+q$ កាត់តាមចំណុច $(2,1)$ និងកំពូលវានៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ កំណត់តម្លៃ p និង q ។
6. ចំណុច $p(x,y)$ នៅលើជ្រុង AC នៃត្រីកោណ ABC ដូចរូបខាងក្រោម :

   ក. គណនាក្រលាផ្ទៃ S នៃចតុកោណកែងជាអនុគមន៍នៃ x ។

   ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច P ដើម្បី S មានតម្លៃអតិបរមា រួចគណនាតម្លៃ S ។



7. កំណត់សំណុំតម្លៃនៃ a ដែលវិសមីការ $x^2+ax+(a+3)>0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។
8. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y=\sqrt{2x-1}$ និងបន្ទាត់ $y=x+k$ ចំពោះតម្លៃ $k=-1$ ។
9. បំពេញនៃចំណុចដែលឋិតនៅលើក្រាបតាង $2x-y=-2$

   ក. $(....,0)$ ខ. $(0,....)$ គ. $(-2,....)$ ឃ. $(....,3)$
10. កំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលអោយ :

    ក. បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(2,-3)$ និង $(-1,-5)$ ។

    ខ. បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(-1,3)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 2 ។

    គ. បន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស $(y'y)$ កាត់ចំណុច $(2,5)$ ។

    ឃ. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(-1,3)$ និងស្របនឹងបន្ទាត់សមីការ $y=-4$ ។

11. ដោះស្រាយតាមក្រាភិចប្រព័ន្ធ $\begin{cases} x-2>0 \\ y\geq 0 \\ x-y-4<0 \\ x+2y-16\leq 0 \end{cases}$ ។

12. គេមានអនុគមន៍ f និង g កំណត់ដោយ :

$f(x)=-(x+2)^2+4$ និង $g(x)=\dfrac{2}{x-3}+1$ ។ សង់ខ្សែកោងតាង f និង g ។

13. ក. សង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល $(P):y=x^2$ អ៊ីពែបូល $(H):y=\dfrac{1}{x}$ និងបន្ទាត់ $(D):y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ ក្នុងតំរុយកូអរដោនេតែមួយ ។

ខ. ដោយមានជំនួយពីក្រាភិចខាងលើ ចូរដោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការខាងក្រោម :

$(1).x^2=\dfrac{x+1}{2}$ $(2).x^2=\dfrac{1}{x}$ $(3).\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{1}{x}$

$(4).2x^2\geq x+1$ $(5).\dfrac{2}{x}>x+1$ $(6).x^2<\dfrac{1}{x}$ ។

14. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ : $f(x)=2x^2+12x-3$ ។

កំណត់ចំនួនពិត a,α,β ដែល $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ ។

15. គេមានប៉ារ៉ាបូល $(P):y=ax^2+bx+c$ កាត់តាមចំណុច $A(-1,0)$, $B(1,3)$ និង $C(3,4)$ ។ និងបន្ទាត់ $(D):y=x+2$ ។

ក. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c រួចសង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល ។

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{4}\leq x+2$ តាមក្រាភិច ។

ចំលើយលំហាត់ជំពូក

1. កំណត់តម្លៃ p និង q

យើងមាន $f(x)=x^2+px+q$

$$=x^2+px+\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{4}+q$$

$$=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2-\frac{p^2}{4}+q$$

នាំអោយ អនុគមន៍ f មានតម្លៃ អប្បបរមា ត្រង់ $x=-\frac{p}{2}$ តែ អនុគមន៍ f មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x=4$ នោះ $-\frac{p}{2}=4\Leftrightarrow -8$ ហើយ អនុគមន៍មានតម្លៃស្មើ 5 ត្រង់ $x=2$

យើងបាន

$f(2)=5$

$\Leftrightarrow 2^2+2p+q=5$

$\Leftrightarrow 4+2(-8)+q=5$

$\Leftrightarrow q=17$

ដូច្នេះ $p=-8,\ q=17$ និងអនុគមន៍ $f(x)=x^2-8x+17$

2. កំណត់តម្លៃ k

សមីការប៉ារ៉ាបូល $y=2x^2+kx+4=2\left(x^2+\frac{k}{2}x+\frac{k^2}{16}\right)-\frac{k^2}{8}+4=2\left(x+\frac{k}{4}\right)^2-\frac{k^2}{8}+4$

ប៉ារ៉ាបូលមានកំពូល $\left(-\frac{k}{4},-\frac{k^2}{8}+4\right)$ ។ ដើម្បីអោយប៉ារ៉ាបូលប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីស លុះត្រាតែ $-\frac{k^2}{8}+4=0\Leftrightarrow k^2=32$ នោះ $k=-4\sqrt{2}$, $k=4\sqrt{2}$ ។

ដូច្នេះ $k=-4\sqrt{2}$ នោះអនុគមន៍ $f(x)=2x^2-4\sqrt{2}x+4$
រឺ $k=4\sqrt{2}$ នោះ $f(x)=2x^2+4\sqrt{2}x+4$

3. កំណត់តម្លៃ a

ដើម្បីអោយប៉ារ៉ាបូល $y=a(x-2)^2-3=ax^2-4ax+4a-3\ ,a\neq 0$

ប្រសព្វអ័ក្សអាប់ស៊ីសខាងអវិជ្ជមាន លុះត្រាតែ សមីការ $y=ax^2-4ax+4a-3=0$

មានឫសពីរអវិជ្ជមាន

យើងបាន $\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ p > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

- $\Delta' = \dfrac{(-2a)^2 - a(4a-3)}{a} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{4a^2 - 4a^2 + 3a}{a} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{3a}{a} \geq 0 \Leftrightarrow 3 \geq 0$ ពិត
- $P = \dfrac{4a-3}{a} > 0$, $4a - 3 = 0$ នោះ $a = \dfrac{3}{4}$, $a = 0$

a	$-\infty$		0		$\dfrac{3}{4}$		$+\infty$
$P > 0$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

យើងបាន $a < 0$ ឬ $a > \dfrac{3}{4}$

- $S = \dfrac{4a}{a} = 4 < 0$ មិនពិត

ដូច្នេះ: គ្មានតម្លៃ a ដែលធ្វើអោយប៉ារ៉ាបូលប្រសព្វអ័ក្សអាប់ស៊ីសខាងអវិជ្ជមានទេ

4. កំណត់សំណុំតម្លៃ p

ដើម្បីអោយសមីការ $x^2 - 2px + p - 2 = 0$ មានឫសមួយវិជ្ជមាន និងឫសមួយទៀតអវិជ្ជមាន

លុះត្រាតែ $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P < 0 \end{cases}$

- $\Delta' > 0 \Leftrightarrow p^2 - p + 2 > 0$

  $\int = 1 - 8 = -7 < 0$ នាំអោយ $\Delta' > 0$ គ្រប់តម្លៃ p (1)

- $P < 0 \Leftrightarrow p - 2 < 0 \Leftrightarrow p < 2$ (2)

  តាម (1) & (2) យើងបាន $p < 2$

ដូច្នេះ: $p < 2$ នោះ យសមីការ $x^2 - 2px + p - 2 = 0$ មានឫសមួយវិជ្ជមាន និងឫសមួយទៀតអវិជ្ជមាន

5. កំណត់តម្លៃ p និង q

ក្រាបតាង $y = x^2 + 2px + q$ មានកំពូល $(-p, -p^2 + q)$

យើងមាន ក្រាបកាត់តាមចំណុច $(2,1)$ និងកំពូលនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះ

$$\begin{cases} f(2) = 1 \\ -p^2 + q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4p + q = 1 & (1) \\ q = p^2 & (2) \end{cases}$$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1)

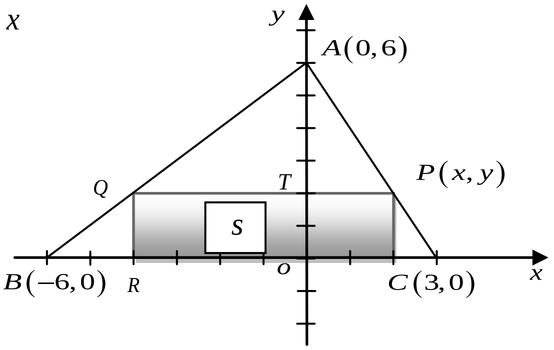
$p^2 + 4p + 3 = 0$

$1-4+3=0,\ p_1=-1,\ p_2=-\frac{c}{a}=-3$

- ចំពោះ $p=-1$ នោះ $q=1$
- ចំពោះ $p=-3$ នោះ $q=9$

ដូច្នេះ
- ចំពោះ $p=-1$ និង $q=1$ នោះ $y=x^2-2x+1$
- ចំពោះ $p=-3$ និង $q=9$ នោះ $y=x^2-6x+9$

6. ក. កំណត់ក្រឡាផ្ទៃ S នៃចតុកោណកែងជាអនុគមន៍នៃ x



សមីការបន្ទាត់ (AC): $\frac{y-0}{x-3}=\frac{6-0}{0-3}$ នោះ $y=-2x+6$

$\Delta AQP \sim \Delta ABC$ ព្រោះ $(QP)\parallel(BC)$

$\frac{QP}{BC}=\frac{AT}{AO}=\frac{6-y}{6} \Rightarrow \frac{QP}{9}=\frac{6-y}{6}$

$\Rightarrow QP=-\frac{3}{2}y+9 \Rightarrow QP=-\frac{3}{2}(-2x+6)+9=3x$

$CP=y=-2x+6$ ព្រោះ ចំណុច P នៅលើបន្ទាត់ (AC) ។

$$S=QP\times CP=3x(-2x+6)=-6(x^2-3x)=-6\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)=-6\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{2}$$

ដូច្នេះ ក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែង គឺ $S=-6\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{2}$

ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុច P

$S=-6\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{2}$ ដើម្បីអោយ S មានតម្លៃអតិបរមា លុះត្រាតែ $x-\frac{3}{2}=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

យើងបាន $S=\frac{27}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូច្នេះ ក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែង គឺ $S=\frac{27}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ

7. កំណត់សណ្ដុតម្លៃនៃ a

យើងមាន $x^2+ax+(a+3)>0$

ដើម្បីអោយវិសមីការនេះផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់តម្លៃ $x\in\mathbb{R}$ លុះត្រាតែ $\Delta<0$

$\Delta=a^2-4(a+3)=a^2-4a-12=0$

$\int '=4+12=16$

$a=2\pm4=\begin{cases}6\\-2\end{cases}$

a	$-\infty$	-2		6	$+\infty$
$\Delta < 0$	+	0	−	0	+

យើងបាន $-2 < a < 6$

ដូច្នេះ វិសមីការផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x \in \mathbb{R}$ កាលណា $-2 < a < 6$

8. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបតាង $y = \sqrt{2x-1}$ និងបន្ទាត់ $y = x + k$

ចំពោះ $k = -1$ នោះ សមីការបន្ទាត់ $y = x - 1$

តាមសមីការអាប់ស៊ីស

$$\sqrt{2x-1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = (x-1)^2 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$x^2 - 4x + 2 = 0$

$\Delta' = 4 - 2 = 2$

$x_1 = 2 - \sqrt{2} < 1$ មិនយក

$x_2 = 2 + \sqrt{2}$

នោះ $x = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow y = 1 + \sqrt{2}$

ដូច្នេះ កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ គឺ $\left(2+\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}\right)$

9. បំពេញគូនៃចណុចដែលបតនៅលើក្រាបតាង $2x - y = -2$

ក. $(-1,0)$ ខ. $(0,2)$ គ. $(-2,-2)$ ឃ. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

10. កំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលអោយ :

ក. បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(2,-3)$ និង $(-1,-5)$

យើងបាន $\frac{y+3}{x-2} = \frac{-5+3}{-1-2} \Rightarrow y + 3 = \frac{2}{3}(x-2) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$

ដូច្នេះ សមីការបន្ទាត់ គឺ $y = \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$

ខ. បន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(-1,3)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 2

សមីការបន្ទាត់ រាង $y = ax + b$

តាមបំរាប់ខាងលើ យើងបាន $\begin{cases} a = 2 \\ 3 = -a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$ នាំអោយ $y = 2x + 5$

ដូច្នេះ សមីការបន្ទាត់ គឺ $y = 2x + 5$

គ. បន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស $(y'y)$ កាត់ចំណុច $(2,5)$

សមីការបន្ទាត់ ស្របនឹងអ័ក្ស $(y'y)$ រាង $x=a$

ដោយបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $(2,5)$ នាំអោយ $a=2 \Rightarrow x=2$

ដូច្នេះ សមីការបន្ទាត់ គឺ $x=2$

ឃ. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(-1,3)$ និងស្របនឹងបន្ទាត់សមីការ $y=-4$

ដោយបន្ទាត់ $y=-4$ ស្របនឹងអ័ក្ស $(x'x)$ នាំអោយសមីការបន្ទាត់ដែលត្រូវរកស្របនឹង អ័ក្ស $(x'x)$

សមីការបន្ទាត់មានរាង $y=b$ កាត់តាមចំណុច $(-1,3)$ នាំអោយ $b=3 \Rightarrow y=3$

ដូច្នេះ សមីការបន្ទាត់ គឺ $y=3$

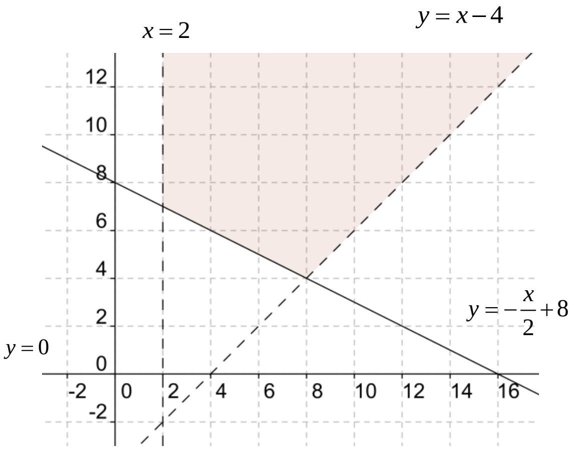
ង. បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(1,4)$ និងកែងនឹងបន្ទាត់ $y=-\frac{1}{2}x+3$

សមីការបន្ទាត់មានរាង $y=ax+b$ កែងនឹងបន្ទាត់ $y=-\frac{1}{2}x+3$ នាំអោយ $a\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1 \Rightarrow a=2$

បន្ទាត់កាត់ចំណុច $(1,4)$ នោះ $4=a+b \Rightarrow 4=2+b \Rightarrow b=2$ នោះ $y=2x+2$

ដូច្នេះ សមីការបន្ទាត់ គឺ $y=2x+2$

11. ដោះស្រាយតាមក្រាភិចប្រព័ន្ធ $\begin{cases} x-2>0 \\ y\geq 0 \\ x-y-4<0 \\ x+2y-16\leq 0 \end{cases}$

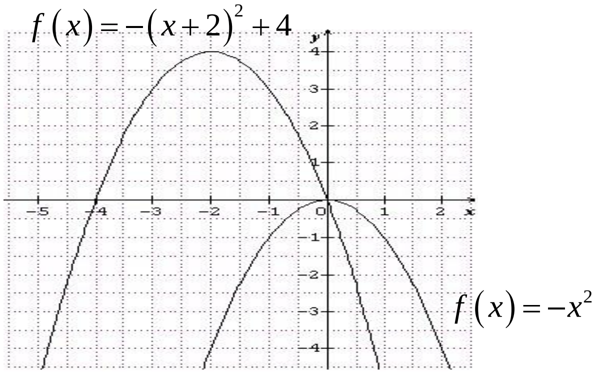


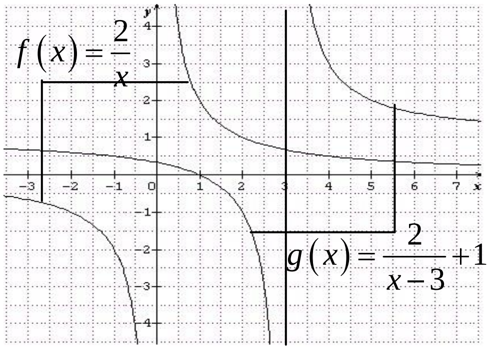
ដូច្នេះ តំបន់ផ្ទៃកឆ្វូតជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការ

12. សង់ខ្សែកោងតាង អនុគមន៍ f និង អនុគមន៍ g

- $f(x)=-(x+2)^2+4$ បានមកពីការរំកិល ក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=-x^2$ ស្របនឹងអ័ក្ស អាប់ស៊ីសទៅឆ្វេងចំនួន 2 ឯកតា និងស្របអ័ក្សអរដោនេទៅលើចំនួន 4 ឯកតា ។

- $g(x)=\frac{2}{x-3}+1$ បានមកពីការរំកិលក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=\frac{2}{x}$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសទៅស្តាំចំនួន 3 ឯកតា និងស្របអ័ក្សអរដោនេទៅលើចំនួន 1 ឯកតា ។

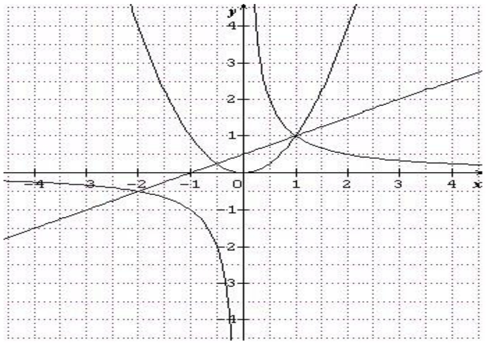




13. ក. សង់ក្រាបតាង

- ប៉ារ៉ាបូល $(P): y=x^2$
- អ៊ីពែបូល $(H): y=\frac{1}{x}$
- បន្ទាត់ $(D): y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

ក្នុងតំរុយកូអរដោនេតែមួយ



ខ. តាមក្រាបដោះស្រាយសមីការ និង វិសមីការខាងក្រោម :

$(1).\ x^2=\frac{x+1}{2}$

ចម្លើយនៃសមីការនេះ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល និង បន្ទាត់ ។

តាមក្រាប យើងឃើញថា ប៉ារ៉ាបូល និង បន្ទាត់ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $x=1$ និង $x=-\frac{1}{2}$ ។

ដូច្នេះ **សមីការមានឫស $x=-\frac{1}{2}$, $x=1$**

$(2).\ x^2=\frac{1}{x}$

ចម្លើយនៃសមីការនេះ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល និង អ៊ីពែបូល ។

តាមក្រាប យើងឃើញថា ប៉ារ៉ាបូល និង អ៊ីពែបូល ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $x=1$ ។

ដូច្នេះ **សមីការមានឫស $x=1$**

$(3).\ \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{1}{x}$

ចម្លើយនៃសមីការនេះ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ និង អ៊ីពែបូល ។

តាមក្រាប យើងឃើញថា បន្ទាត់ និង អ៊ីពែបូល ប្រសព្វគ្នាត្រង់ $x=1$ និង $x=-2$ ។

ដូច្នេះ | សមីការមានឫស $x=1$ និង $x=-2$ |

$(4).2x^2\geq x+1$ ឬ $x^2\geq\dfrac{x+1}{2}$

ចម្លើយនៃវិសមីការនេះ ជាតំបន់ដែល ប៉ារ៉ាបូលស្ថិតនៅលើ បន្ទាត់ ។

តាមក្រាប យើងឃើញថា តំបន់ដែល ប៉ារ៉ាបូលស្ថិតនៅលើ បន្ទាត់ គឺត្រង់ $x\leq-\dfrac{1}{2}$ ឬ $x\geq1$ ។

ដូច្នេះ | ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $x\leq-\dfrac{1}{2}$ ឬ $x\geq1$ |

$(5).\ \dfrac{2}{x}>x+1$ ឬ $\dfrac{1}{x}>\dfrac{x+1}{2}$

ចម្លើយនៃវិសមីការនេះ ជាតំបន់ដែល អ៊ីពែបូលស្ថិតនៅលើ បន្ទាត់ ។

តាមក្រាប យើងឃើញថា តំបន់ដែល អ៊ីពែបូលស្ថិតនៅលើ បន្ទាត់ គឺត្រង់ $x<-2$ ឬ $0<x<1$ ។

ដូច្នេះ | ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $x<-2$ ឬ $0<x<1$ |

$(6).\ x^2<\dfrac{1}{x}$

ចម្លើយនៃវិសមីការនេះ ជាតំបន់ដែល អ៊ីពែបូលស្ថិតនៅលើ ប៉ារ៉ាបូល ។

តាមក្រាប យើងឃើញថា តំបន់ដែល អ៊ីពែបូលស្ថិតនៅលើប៉ារ៉ាបូល គឺត្រង់ $0<x<1$ ។

ដូច្នេះ | ចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $0<x<1$ |

14. កំណត់ចំនួនពិត a,α,β ដែល $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

យើងមាន $f(x)=2x^2+12x-3=2\left(x^2+6x+9-9\right)-3=2(x+3)^2-21$

នាំអោយ $a=2,\ \ \alpha=-3,\ \ \beta=-21$

ដូច្នេះ $\boxed{a=2,\ \ \alpha=-3,\ \ \beta=-21}$

15. ក. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c រួចសង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល

ប៉ារ៉ាបូល $(P): y=ax^2+bx+c$ កាត់តាមចំណុច $A(-1,0),\ B(1,3), C(3,4)$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} a-b+c=0 & (1) \\ a+b+c=3 & (2) \\ 9a+3b+c=4 & (3) \end{cases}$

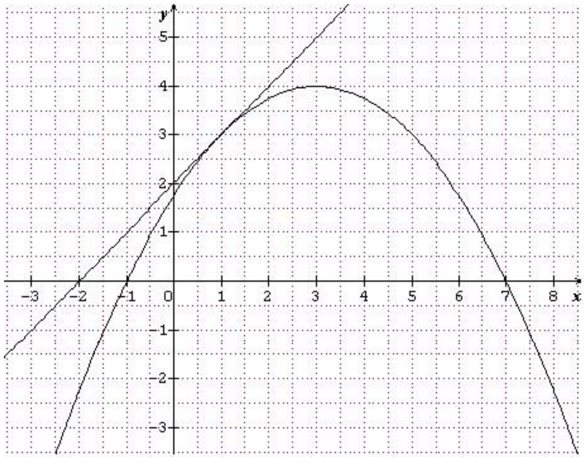
យក $(2)-(1)$: $2b=3\Rightarrow b=\dfrac{3}{2}$

យក $(3)-(1): 8a+4b=4\Rightarrow 8a+6=4\ \Rightarrow a=-\dfrac{1}{4}$

តាម $(1): -\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{2}+c=0\Rightarrow c=\dfrac{7}{8}$

ដូច្នេះ $\boxed{a=-\dfrac{1}{4},\ b=\dfrac{3}{2},\ c=\dfrac{7}{8}\ \text{និងប៉ារ៉ាបូល}\ (P): y=-\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{8}}$

សង់ក្រាបតាងប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ $(D): y=x+2$



ប៉ារ៉ាបូល $(P): y=-\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{4}$

កំពូលប៉ារ៉ាបូល $\left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

$$=\left(-\dfrac{\frac{3}{2}}{2\left(-\frac{1}{4}\right)}, -\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^2-4\left(-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{7}{4}\right)}{4\left(-\frac{1}{4}\right)}\right)$$

$$=(3,4)$$

ខ. ដោះស្រាយវិសមីការ $-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{3}{2}x+\dfrac{7}{4}\le x+2$

ចម្លើយនៃវិសមីការនេះ ជាតំបន់ដែល បន្ទាត់ (D) ស្ថិតនៅលើ ប៉ារ៉ាបូល (P)។

តាមក្រាប បន្ទាត់ (D) ស្ថិតនៅប៉ារ៉ាបូល(P) គ្រប់តម្លៃនៃ x ។

ដូច្នេះ $\boxed{\text{ចម្លើយនៃវិសមីការគឺ}\ \forall x\in\mathbb{R}}$