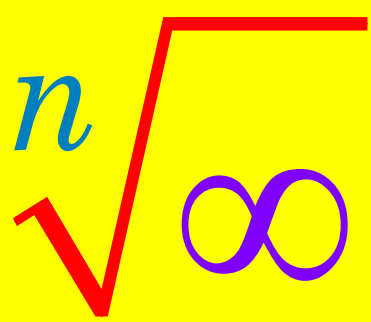


2020

គណិតវិទ្យាថ្ងៃនេះ



ΜαθητοδαΥ

គណិតវិទ្យាវិទ្យាល័យ
សម្រាប់សិស្សស្វ័យសិក្សាដោយខ្លួនឯង

គណិតវិទ្យា

សម្រាប់សិស្សថ្នាក់ទី ១១

ស្តីពី គណិតវិទ្យា

កម្រងលំហាត់ជ្រើសរើស

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សាគោលបេសកកម្មស្នូលរបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

គណិតវិទ្យាវិទ្យាល័យ សម្រាប់សិស្សស្វ័យសិក្សាដោយខ្លួនឯង

ស្វ៊ីតនព្វន្ត

លំហាត់

១-ចូរគណនាផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្តខាងក្រោម ៖

1) $1, 2, 3, 4, \dots$

4) $1, 5, 9, 13, \dots$

2) $1, 3, 5, 7, \dots$

5) $\frac{1}{2}, \frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{19}{2}, \dots$

3) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$

6) $\sqrt{2}, 6\sqrt{2}, 11\sqrt{2}, 16\sqrt{2}, \dots$

២-គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $39, 37, 35, 33, \dots$

ក) គណនាផលបូក n តួដំបូង S_n នៃស្វ៊ីតនេះ ។

ខ) កំណត់ n ដើម្បីឱ្យ S_n មានតម្លៃអតិបរមា រួចកំណត់តម្លៃនោះ ។

៣-គេមានស្វ៊ីតនព្វន្ត $-58, -54, -50, -46, \dots$

ក) គណនាផលបូក n តួដំបូង S_n នៃស្វ៊ីតនេះ ។

ខ) កំណត់ n ដើម្បីឱ្យ S_n មានតម្លៃអប្បបរមា រួចកំណត់តម្លៃនោះ ។

៤-គេឱ្យស្វ៊ីតនព្វន្ត $(a_n), n \in \mathbb{N}$ ដោយដឹងថា $a_{11} = 53$ និង $a_{50} = 209$

ចូរគណនាផលបូក n តួដំបូង S_n នៃស្វ៊ីតនេះ ។

៥-គេឱ្យ (a_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ដោយគេដឹងថា ៖

ក) $a_{35} = 9, a_{45} = 17$ ។ គណនា a_{40} ។

ខ) $a_2 = -12, S_{12} = 18$ ។ គណនា a_1, d និង a_6 ។

៦-គេឱ្យស្វ៊ីតនព្វន្ត $2, 7, 12, \dots$ និង $2, 5, 8, \dots$ ។

តើក្នុងចំណោម 121 តួនៃស្វ៊ីតទាំងពីរនេះ មានប៉ុន្មានតួដែលមានតម្លៃស្មើគ្នា ។

៧-បង្ហាញថាស្វ៊ីត (a_n) ដែលមានតួទី n កំណត់ដោយ $a_n = \frac{2n+3}{4}$ ជាស្វ៊ីតនព្វន្តកើន ។

៨-គេឱ្យប្រាំចំនួនជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។ គណនាចំនួនទាំងនោះបើគេដឹងថា

ផលបូកវ៉ាស្មើនឹង 125 ហើយផលបូកពីរតួដំបូងស្មើនឹង 38 ។

ស្មិតនព្វន្ត

៩-បើផលបូក 9 តួដំបូងនៃស្មិតនព្វន្តមួយស្មើនឹង 162 ហើយផលបូក 12 តួដំបូងរបស់វាស្មើ 288 ។
ចូរគណនាផលបូក 30 តួដំបូងនៃស្មិតនេះ ។

១០-កំណត់ផលសងរួម d និងតួទីមួយ a_1 នៃស្មិតនព្វន្តមួយដោយដឹងថា
$$\begin{cases} a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 98 \\ a_1 - a_2 + a_3 = 4 \end{cases}$$

១១-ផលបូក n តួដំបូងនៃស្មិតមួយកំណត់ដោយ $S_n = n^2 + n$ ។

គណនាតួទី 5 នៃស្មិតនេះ រួចបង្ហាញថាតួនៃស្មិតនេះជាស្មិតនព្វន្ត។

១២-គេឱ្យស្មិតនៃចំនួនពិត (a_n) កំណត់ដោយ ៖

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{\sqrt{1+a_n^2}} ; n=1, 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$

ក)គេតាង $b_n = \frac{1}{a_n^2}$ ។ ចូរបង្ហាញថា (b_n) ជាស្មិតនព្វន្តមួយ ។

ខ)គណនា b_n និង a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

១៣-គេឱ្យស្មិតនៃចំនួនពិត $a_1 = 3 ; a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{1}{2^n})$

ក)គេតាង $b_n = 2^n a_n$ ។ ចូរបង្ហាញថា (b_n) ជាស្មិតនព្វន្តមួយ ។

ខ)គណនា b_n និង a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

១៤-គេឱ្យស្មិត (a_n) កំណត់ដោយ ៖

$$a_1 = 4 \text{ និង } a_{n+1} = (1 + \frac{1}{n})a_n + 2n + 2 \text{ ដែល } n=1, 2, 3, 4, \dots$$

ក)តាង $b_n = \frac{a_n}{n}$ ។ បង្ហាញថា (b_n) ជាស្មិតនព្វន្តមួយ ។

ខ)គណនា b_n និង $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ជាអនុគមន៍នៃ n ។

គ)គណនា a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

១៥-គេឱ្យស្មិត (a_n) កំណត់ដោយ ៖

$$a_1 = 4 \text{ និង } a_{n+1} = \frac{7a_n - 9}{a_n + 1} \text{ ដែល } n=1, 2, 3, 4, \dots$$

ក)តាង $b_n = \frac{1}{a_n - 3}$ ។ បង្ហាញថា (b_n) ជាស្មិតនព្វន្តមួយ ។

ខ)គណនា b_n និង $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ជាអនុគមន៍នៃ n ។

គ)គណនា a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

ស្មិតនព្វន្ត

១៦-ផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីត (a_n) កំណត់ដោយ $S_n = 10n - n^2$

ក)កំណត់ n ដើម្បីឱ្យ S_n មានតម្លៃអតិបរមា។

ខ)ស្រាយថា (a_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។

១៧-គេឱ្យស្វ៊ីត (a_n) កំណត់ដោយ ៖

$$a_1 = 2 \text{ និង } a_{n+1} = \frac{(2n+3)a_n - 2n^2 - 2n + 1}{2a_n - 2n + 1} \text{ ដែល } n \in \mathbb{N}$$

ក)តាង $b_n = \frac{1}{a_n - n}$ ។ បង្ហាញថា (b_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្តមួយ ។

ខ)គណនា b_n និង $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ជាអនុគមន៍នៃ n ។

គ)គណនា a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

១៨-គេឱ្យស្វ៊ីត (a_n) កំណត់ដោយ $a_n = 13 - 2n$ ដែល $n \in \mathbb{N}$

ក)រកប្រភេទនៃស្វ៊ីត (a_n) ។

ខ)គណនាផលបូក $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ជាអនុគមន៍នៃ n ។

គ)កំណត់ n ដើម្បីឱ្យ S_n មានតម្លៃអតិបរមា រួចកំណត់តម្លៃនោះ។

១៩-គេមានស្វ៊ីត (a_n) កំណត់ដោយ ៖

$$a_1 = 1, a_2 = 5 \text{ និងទំនាក់ទំនង } a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 3; n \in \mathbb{N}$$

ក)ស្រាយថា $b_n = a_{n+1} - a_n$ ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។

ខ)គណនា b_n ; $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ និង a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

២០-គេឱ្យសមីការ $x^3 - 6x^2 + (2m+1)x - (m+1) = 0$

កំណត់ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសបី x_1, x_2, x_3 ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។

២១-គេមានស្វ៊ីត $u_{n+1} = \frac{\alpha u_n + \beta}{u_n + \gamma}$ ដែល $n \in \mathbb{N}$

ក)កំណត់បីចំនួនពិត α, β, γ ដោយដឹងថា $u_1 = 2, u_2 = \frac{5}{3}, u_3 = \frac{3}{2}$

ខ)ចំពោះតម្លៃ α, β, γ ដែលបានរកឃើញខាងលើចូរស្រាយថាស្វ៊ីត (v_n) កំណត់ដោយ

$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត រួចគណនា v_n និង u_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

ស្មិតនព្វន្ត

២២-គេមានស្មិត (a_n) កំណត់ដោយ ៖

$$a_1 = 1, a_2 = 7 \text{ និងទំនាក់ទំនង } a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n + 2; n \in \mathbb{N}$$

ក) ស្រាយថា $b_n = a_{n+1} - 3a_n$ ជាស្មិតនព្វន្ត ។

ខ) គណនា b_n និងផលបូក $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ជាអនុគមន៍នៃ n ។

គ) ទាញរកទំនាក់ទំនងរវាង a_n និង a_{n+1} ដែលមាន n ។

២៣-គេឱ្យ a, b, c, d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានបង្កើតបានជាស្មិតនព្វន្តមួយ

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $abcd + (b-a)^4$ ជាការេប្រាកដ ។

២៤-គេឱ្យ a, b, c ជាបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។ បើ $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}$ ជាបីតួបន្តគ្នានៃស្មិតនព្វន្តមួយ

នោះចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា a^2, b^2, c^2 ក៏ជាបីតួបន្តគ្នានៃស្មិតនព្វន្តដែរ ។

២៥-ចូរកំណត់ចំនួនពិត x ដើម្បីឱ្យចំនួនខាងក្រោមជាបីតួបន្តគ្នានៃស្មិតនព្វន្តមួយ ៖

ក) $x-2; 2(x-1)^2; x+8$

ខ) $(2-x)^2; 2x; x+2$

គ) $(x+1)^2; (x+3)^2; (x+9)^2$

២៦-មានស្មិតនព្វន្តមួយ មានតួ $u_1 = \frac{5\pi}{3}$ និងផលសង្ខេប $d = \frac{\pi}{6}$ ។

ក) គណនាតួទី 168 នៃស្មិតនេះ ។

ខ) តើតួទីប៉ុន្មាននៃស្មិតនេះដែលមានតម្លៃស្មើនឹង $\frac{8\pi}{3}$?

២៧-តើមានត្រីកោណកែងណាដែលមានរង្វាស់នៃជ្រុងទាំងបីរបស់វាបង្កើតបានជាបីតួបន្តគ្នានៃស្មិតនព្វន្ត ?

២៨-គេឱ្យសមីការ $x^2 + \alpha x + \beta = 0$ ។

កំណត់តម្លៃ α និង β ដើម្បីឱ្យផលបូកការេនៃឫសរបស់សមីការនេះស្មើនឹង 14 ហើយ

$1, \alpha, \beta$ ជាបីតួបន្តគ្នានៃស្មិតនព្វន្តមួយដែលចុះដាច់ខាត ។

២៩-តើមានត្រីកោណដែលជ្រុងរបស់វា និង បរិមាត្របង្កើតបានជាស្មិតនព្វន្តឬទេ?

៣០-គេឱ្យត្រីកោណមួយដែលរង្វាស់មុំក្នុងបង្កើតបានជាស្មិតនព្វន្តមួយ ។

ចូរគណនាតួទីពីរនៃស្មិតនេះ ?

៣១- គេមានស្វ៊ីត (u_n) កំណត់ដោយ
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+168u_n^2}} \end{cases}; n \in \mathbb{N}$$

ក) តាង $V_n = \frac{1}{u_n^2}$ ។ បង្ហាញថា (V_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្តមួយ ។

ខ) គណនា V_n, u_n និង $S_n = \sum_{k=1}^n (V_k)$ ជាអនុគមន៍នៃ n ។

៣២- គេឱ្យអនុគមន៍ពហុធា $f(x) = px^2 + qx$ ។

ក) កំណត់ចំនួនពិត p និង q ដើម្បីឱ្យ $f(x) = f(x-1) + x$ គ្រប់ x ។

ខ) ទាញរកផលបូក $\sum_{k=1}^n (k) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ ។

៣៣- គេមានពហុធា $f(x) = px^3 + qx^2 + rx$ ។

ក) កំណត់ p, q, r ដើម្បីឱ្យ $f(x) = f(x-1) + x^2$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថា $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

៣៤- គេមានពហុធា $f(x) = px^4 + qx^3 + rx^2 + sx$ ។

ក) កំណត់ p, q, r, s ដើម្បីឱ្យ $f(x) = f(x-1) + x^3$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថា $\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

៣៥- ផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីតមួយស្មើ $S_n = 2n^2 + 3n$ ។

ចូរគណនាតួទី 5 រួចបង្ហាញថាស្វ៊ីតនេះជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។

៣៦- គេឱ្យស្វ៊ីត
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{5a_n - 1}{a_n + 3} \end{cases}$$

ក) តាង $b_n = \frac{1}{a_n - 1}$ ។ បង្ហាញថា (b_n) ជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ។

ខ) គណនា b_n និង a_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។