

ជ្រើសរើសសមាជិកពិសេស

សិក្សាអនុគមន៍លោការីតនេព័ត៌មាន
លំហាត់និងដំណោះស្រាយ



រៀបចំដោយសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

រៀបរៀងដោយ លីម ផល្គុន

សាស្ត្រាចារ្យគណិតវិទ្យាសាលាបរិមាសាស្ត្រ

ស្របតាមកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំយុវជននិងកីឡា

លំហាត់ទី០១

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x^2 - 2 - 2\ln x + (\ln x)^2$

(C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១. ចូរគណនាលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow 0^+$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។

២. ចូរស្រាយថាគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2}{x}(x^2 - 1 + \ln x)$ ។

៣. គេយក $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ គ្រប់ $x > 0$ ។

ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0, +\infty)$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $(1, +\infty)$ ។

៤. ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

រក $f(1)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គណនា $f\left(\frac{1}{e}\right)$ និង $f(2)$ រួចចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។ ចូរសង្កេតក្រាប(C) ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow 0^+$ និង $x \rightarrow +\infty$

យើងមាន $f(x) = x^2 - 2 - 2\ln x + (\ln x)^2$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x^2 - 2 - 2\ln x + (\ln x)^2] = +\infty$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x^2 - 2 - 2\ln x + (\ln x)^2]$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 \left(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{2\ln x}{x^2} + \frac{(\ln x)^2}{x^2} \right) \right] = +\infty$$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។

២. ស្រាយថាគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2}{x}(x^2 - 1 + \ln x)$

យើងមាន $f(x) = x^2 - 2 - 2\ln x + (\ln x)^2$

យើងបាន $f'(x) = 2x - \frac{2}{x} + \frac{2\ln x}{x} = \frac{2}{x}(x^2 - 1 + \ln x)$ ពិត

ដូចនេះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2}{x}(x^2 - 1 + \ln x)$ ។

៣. ក) គណនា $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0, +\infty)$

យើងមាន $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ គ្រប់ $x > 0$

យើងបាន $g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 1}{x}$ ។

ដោយគ្រប់ $x > 0$ យើងមាន $g'(x) = \frac{2x^2 + 1}{x} > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើន

ជានិច្ចលើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $(1, +\infty)$

យើងបាន $g(1) = 1 - 1 + \ln 1 = 0$ ។

ដោយ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0, +\infty)$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ $g(x)$ ដូចតទៅ៖

ចំពោះគ្រប់ $x \in (0, 1)$: $g(x) < 0$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x \in (1, +\infty)$: $g(x) > 0$ ។

៤. បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

ដោយ $f'(x) = \frac{2}{x}(x^2 - 1 + \ln x) = \frac{2g(x)}{x}$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x \in (0, 1)$: $f'(x) < 0$ និងគ្រប់ $x \in (1, +\infty)$: $f'(x) > 0$ ។

រក $f(1)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាតៃនៃ f ៖

យើងបាន $f(1) = 1^2 - 2 - 2\ln 1 + (\ln 1)^2 = 1 - 2 = -1$ ។

ដូចនេះ $f(1) = -1$ ។

លំហាត់សិក្សាអនុគមន៍ជ្រើសរើសពិសេស

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

៥.គណនា $f\left(\frac{1}{e}\right)$ និង $f(2)$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x)=0$ មានឫស

ពីរ α និង β ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ៖

យើងមាន $f(x) = x^2 - 2 - 2\ln x + (\ln x)^2$

យើងបាន $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e^2} - 2 - 2\ln\frac{1}{e} + \left(\ln\frac{1}{e}\right)^2 = 0.2 - 2 + 2 + 1 = 1.2$

និង $f(2) = 2^2 - 2 - 2\ln 2 + (\ln 2)^2 = 4 - 2 - 2(0.7) + (0.7)^2 = 1.09$ ។

ដូចនេះ $f\left(\frac{1}{e}\right) = 1.2$ និង $f(2) = 1.09$ ។

គេមាន $f(1) = -1$ ហើយ $f\left(\frac{1}{e}\right) = 1.2$ និង $f(2) = 1.09$

ដោយ $f\left(\frac{1}{e}\right) f(1) = -1.2 < 0$ និង $f(1) f(2) = -1.09 < 0$

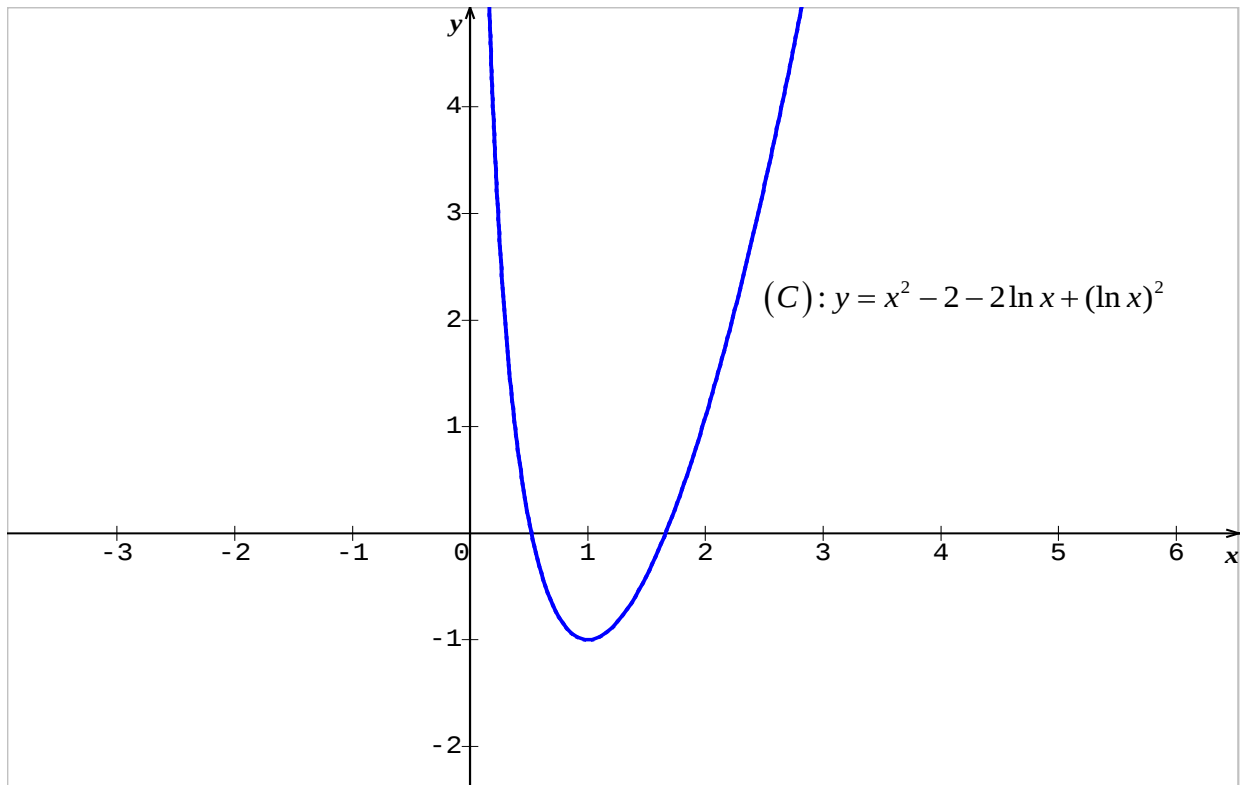
នោះតាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលយ៉ាងហោចណាស់មាន $\alpha \in \left(\frac{1}{e}, 1\right)$ និង

$\beta \in (1, 2)$ ដែល $f(\alpha) = 0$ និង $f(\beta) = 0$ ។

ដូចនេះសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។

សង់ក្រាប(C) ៖



លំហាត់ទី០២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 4 - e^x$ មានក្រាប(C)។

១.រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។

២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់(d): $y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង(C) និង (d) ។

៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤.គណនា $f(-2)$, $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប(C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃកប្បង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C) និងអ័ក្ស (ox) និង

បន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ។ (គេឲ្យ $e = 2.7$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$)

ដំណោះស្រាយ

១. រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 4 - e^x) = -\infty$

និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 4 - e^x) = +\infty$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង

(C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$

យើងមាន $f(x) - y = -e^x$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = -\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0$

ដូចនេះ $(d): y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និង (d) ៖

យើងមាន $f(x) - y = -e^x < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

ដូចនេះខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (d) ជានិច្ច។

៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x) = x + 4 - e^x$

យើងបាន $f'(x) = 1 - e^x$ ។

បើ $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 1 - e^x < 0 \Leftrightarrow x > 0$

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

បើ $f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 - e^x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$

៤.គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$

យើងមាន $f(x) = x + 4 - e^x$

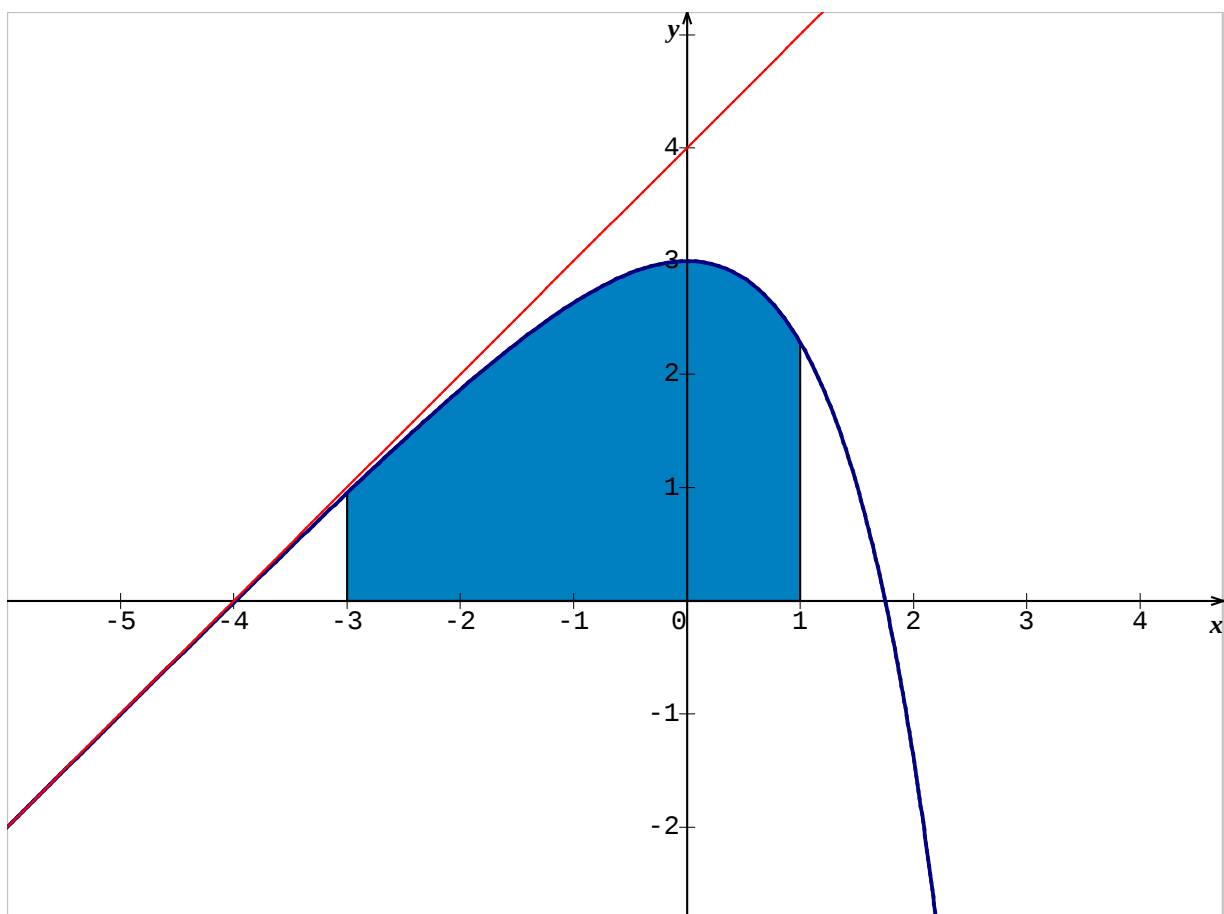
យើងបាន $f(-2) = -2 + 4 - e^{-2} = 2 - 0.2 = 1.8$

$$f(-1) = -1 + 4 - e^{-1} = 3 - 0.4 = 2.6$$

$$f(1) = 1 + 4 - e = 5 - 2.7 = 2.3$$

$$f(2) = 2 + 4 - e^2 = 6 - 7.3 = -1.3$$

សង់ក្រាប(C)នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$



៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)និងអ័ក្ស (ox) និង

បន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ៖

យើងបាន $S = \int_{-3}^1 f(x) dx = \int_{-3}^1 (x + 4 - e^x) dx$

$$\begin{aligned}
 &= \left[\frac{x^2}{2} + 4x - e^x \right]_{-3}^1 \\
 &= \left(\frac{1}{2} + 4 - e \right) - \left(\frac{9}{2} - 12 - e^{-3} \right) \\
 &= \frac{1}{2} + 4 - e - \frac{9}{2} + 12 + e^{-3} = 12 - e - \frac{1}{e^3}
 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $S = 12 - e - \frac{1}{e^3}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

លំហាត់ទី០៣

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$

ហើយមានខ្សែកោង (C) ។

១-គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (c) ជាមួយ

អាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។ ចូរសង់ (c) ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា និងបន្ទាត់ឈរ $x=1$; $x=e^{0.5}$ ។ ($e=2.72$; $e^{0.5}=1.65$)

ដំណោះស្រាយ

1) គណនាលីមីត

គេមាន $f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$

គេបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{\ln x}{x^2} \right) = 2$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$

ហើយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(2 + \frac{\ln x}{x^2} \right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^2} = -\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ។

ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

ដូចនេះបន្ទាត់ $y=2$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតដេក និង $x=0$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប ។

2) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ៖

គេមាន $f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$ គ្រប់ $x > 0$

គេបាន $f'(x) = (2 + \frac{\ln x}{x^2})'$

$$= \frac{(\ln x)' x^2 - (x^2)' \ln x}{x^4} = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2 - 2x \cdot \ln x}{x^4} = \frac{x(1 - 2 \ln x)}{x^3} = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

គេមាន $f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$ ដោយ $x^3 > 0 \forall x > 0$ នោះ f' មានសញ្ញាដូចភាគយក

$1 - 2 \ln x$ ។

-បើ $1 - 2 \ln x = 0$ នោះ $\ln x = \frac{1}{2}$ គេទាញ $x = e^{\frac{1}{2}}$ ឬ $x = \sqrt{e}$ ។

-បើ $1 - 2 \ln x > 0$ នោះ $0 < x < \sqrt{e}$

-បើ $1 - 2 \ln x < 0$ នោះ $x > \sqrt{e}$

ចំពោះ $x = \sqrt{e}$ គេបាន $f(\sqrt{e}) = 2 + \frac{\ln \sqrt{e}}{e} = 2 + \frac{1}{2e} = 2.184$

តារាងអថេរភាព ៖

x	0	$\sqrt{e}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
		+	-
$f(x)$	$-\infty$	2.184	0

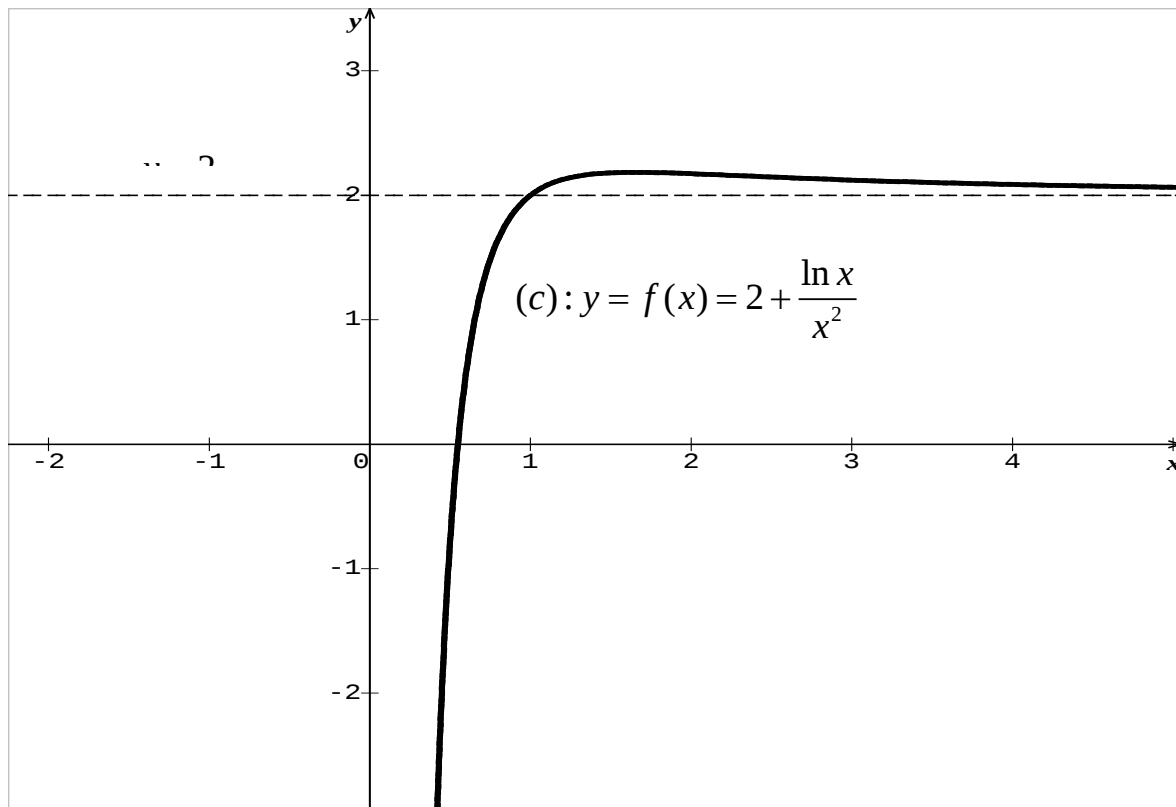
3) រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប និងអាស៊ីមតូតដេក ៖
ប្រសព្វរវាងក្រាប និងអាស៊ីមតូតដេកជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ៖

$$\begin{cases} y = 2 + \frac{\ln x}{x^2} \\ y = 2 \end{cases}$$

សមីការអាប៉ូស៊ីស $2 + \frac{\ln x}{x^2} = 2$ ដោយ $x > 0$ នោះសមីការសមមូល

$\ln x = 0$ នោះ $x = 1$ ហើយ $y = 2$ ។ ដូចនេះ $A(1, 2)$ ។

សង់ក្រាប (c): $y = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$



គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយក្រាប (c) និងអាស៊ីមតូតដេកក្នុង $[1, \sqrt{e}]$ ៖

$$S = \int_1^{\sqrt{e}} \left[\left(2 + \frac{\ln x}{x^2} \right) - 2 \right] dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x \cdot \frac{dx}{x^2}$$

តាង $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{dx}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$

គេបាន
$$s = \left[-\frac{\ln x}{x} \right]_1^{\sqrt{e}} + \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x^2} = \left[-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} \right]_1^{\sqrt{e}}$$

$$= \left[-\frac{1}{2\sqrt{e}} - \frac{1}{\sqrt{e}} \right] - [0 - 1] = -\frac{3}{2\sqrt{e}} + 1 = \frac{2\sqrt{e} - 3}{2\sqrt{e}}$$

ដូចនេះ $s = \frac{2\sqrt{e} - 3}{2\sqrt{e}} = \frac{2(1.65) - 3}{2(1.65)} = 0.08$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

លំហាត់ទី០៤

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2\ln x}{x}$ មានក្រាប C ។

១-រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង

អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក

បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ដំណោះស្រាយ

១-រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

គេបាន $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - \frac{2\ln x}{x} \right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ ។

និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2\ln x}{x} \right) = 1$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។

រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ នោះបន្ទាត់ $x=0$

ជាអាស៊ីមតូតឈរ និង $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

គេមាន $f(x) = 1 - \frac{2\ln x}{x}$, $x > 0$

យើងបាន $f'(x) = -2 \cdot \frac{(\ln x)'x - (x)'\ln x}{x^2} = -2 \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2(\ln x - 1)}{x^2}$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(\ln x - 1)}{x^2}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $\ln x - 1$

-បើ $f'(x) > 0$ គេបាន $\ln x - 1 > 0$ ឬ $x > e$

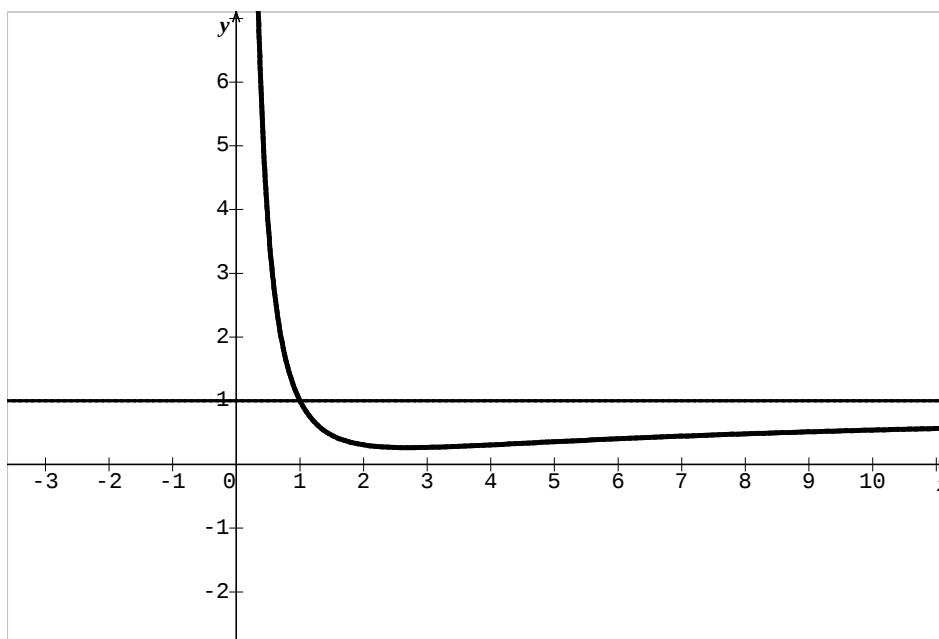
-បើ $f'(x) = 0$ គេបាន $\ln x - 1 = 0$ ឬ $x = e$

-បើ $f'(x) < 0$ គេបាន $\ln x - 1 < 0$ ឬ $x < e$

ចំពោះ $x = e$ គេបាន $f(e) = 1 - \frac{2\ln e}{e} = 1 - \frac{2}{e} = 1 - (0.7) = 0.3$ ។

x	0	e	$+\infty$
y'		○	
y	$+\infty$	0.3	1

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ៖



៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$

តាង S ផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុង ដែលត្រូវរក ។

$$\begin{aligned}\text{យើងបាន } S &= \int_1^e \left[1 - \left(1 - \frac{2 \ln x}{x} \right) \right] \cdot dx \\ &= \int_1^e \frac{2 \ln x}{x} \cdot dx = \int_1^e 2 \ln x \cdot \frac{dx}{x}\end{aligned}$$

$$\text{តាង } u = \ln x \text{ នោះ: } du = \frac{dx}{x}$$

$$\text{ចំពោះ: } x=1 \text{ នោះ: } u=0 \text{ ហើយ } x=e \text{ នោះ: } u=1$$

$$\text{គេបាន } S = \int_0^1 2u \cdot du = \left[u^2 \right]_0^1 = 1^2 - 0^2 = 1$$

$$\text{ដូចនេះ: } S=1 \text{ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។}$$

លំហាត់ទី០៥

គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = (x-1)(e^{2x} + 1)$ ដែល $x \in \mathbb{R}$ ។

១) ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃ $f'(x)$

(មិនបាច់រកលីមីតនៃ $f'(x)$ ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$) ។

៣) កំនត់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f

៤) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c)

នៃ $y = f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (c) និងបន្ទាត់ (d)

៥) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ហើយស្របជាមួយនឹង (d) ។

៦) គូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ $(d), (T)$ ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

យើងមាន $f(x) = (x-1)(e^{2x} + 1)$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(x-1)(e^{2x} + 1)] = -\infty$

$$\text{ព្រោះ} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} + 1) = 1 \end{cases}$$

$$\text{និង } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x-1)(e^{2x} + 1)] = +\infty \quad \text{ព្រោះ} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} + 1) = +\infty \end{cases}$$

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$

យើងមាន $f(x) = (x-1)(e^{2x} + 1)$ កំណត់លើ $D = IR$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } f'(x) &= (x-1)'(e^{2x} + 1) + (e^{2x} + 1)'(x-1) \\ &= e^{2x} + 1 + 2e^{2x}(x-1) \\ &= 1 + (2x-1)e^{2x} \end{aligned}$$

$$\text{និង } f''(x) = (2x-1)'e^{2x} + (e^{2x})'(2x-1) = 4xe^{2x}$$

$$\text{ដូចនេះ } f'(x) = 1 + (2x-1)e^{2x}, \quad f''(x) = 4xe^{2x} \quad \forall$$

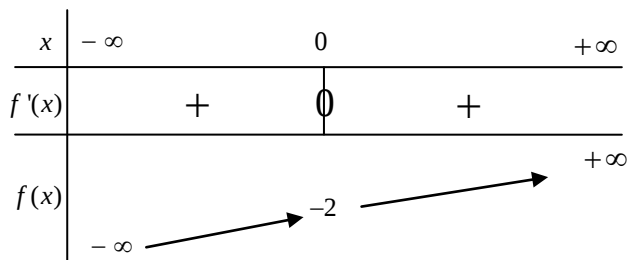
គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f'(x)$

យើងមាន $f''(x) = 4xe^x$ មានឫស $x = 0$

ចំពោះ $x = 0$ នោះ $f'(0) = 1 - 1 = 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	1	0	$+\infty$

៣) កំណត់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f តាមតារាងអថេរភាពខាងលើយើងទាញបាន $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
ដូចនេះ $f'(x)$ មានសញ្ញាវិជ្ជមាន ។



៤) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (d): $y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតយើងមាន
 $f(x) = (x-1)(e^{2x} + 1) = x - 1 + (x-1)e^{2x}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)e^{2x} = 0$

ដូចនេះ បន្ទាត់ (d): $y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c) ។

-បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (c) និងបន្ទាត់ (d)

គេមាន $f(x) - y = (x-1)e^{2x}$ មានសញ្ញាដូច $x-1$

-បើ $x-1 > 0$ ឬ $x > 1$ នោះខ្សែកោង (c) នៅលើបន្ទាត់ (d) ។

-បើ $x-1 < 0$ ឬ $x < 1$ នោះខ្សែកោង (c) នៅក្រោមបន្ទាត់ (d) ។

-បើ $x-1 = 0$ ឬ $x = 1$ នោះខ្សែកោងកាត់បន្ទាត់ត្រង់ $A(1, 0)$ ។

៥) កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ៖

តាង $M_0(x_0, y_0)$ ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ (T) និងក្រាប (c)

តាមរូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះសរសេរ (T): $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

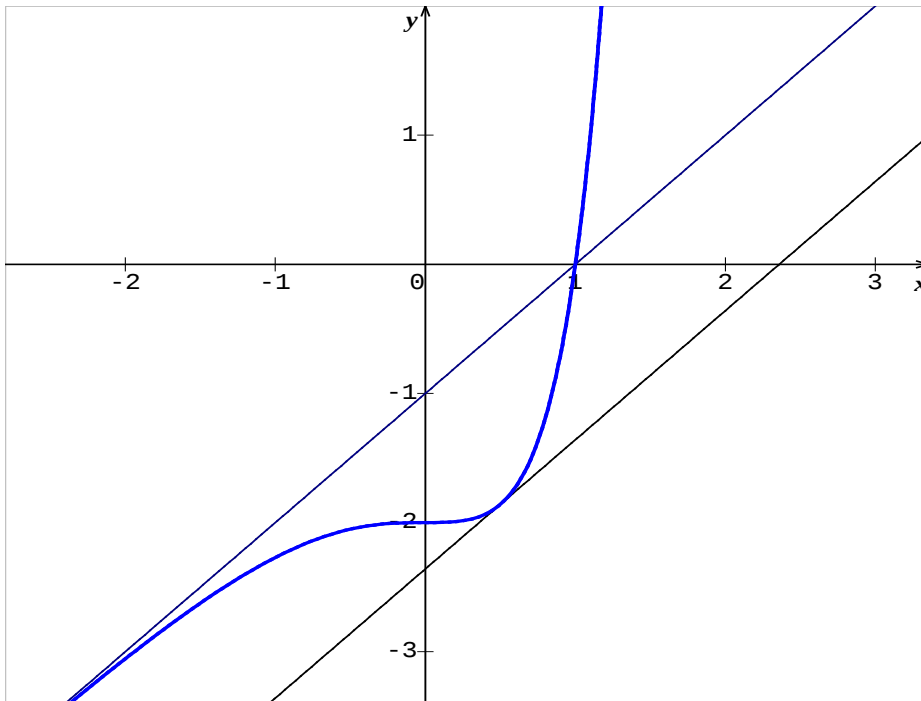
ដោយ (T) // (d): $y = x - 1$ នាំឱ្យ $f'(x_0) = 1$

តែ $f'(x_0) = 1 + (2x_0 - 1)e^{2x_0}$ គេបាន $1 + (2x_0 - 1)e^{2x_0} = 1$

នាំឱ្យ $x_0 = \frac{1}{2}$ ហើយ $y_0 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - 1\right)(e + 1) = -\frac{1}{2}(e + 1)$

គេបាន (T): $y + \frac{1}{2}(e + 1) = 1\left(x - \frac{1}{2}\right)$ នាំឱ្យ $y = x - 1 - \frac{e}{2}$ ។

៦) គូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ (d), (T) ៖



លំហាត់ទី០៦

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4 \ln x}{x}$

ដែល $x > 0$ ។ តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង ត្រង់ $+\infty$ ។

កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាប (C) ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចកំណត់សញ្ញារបស់វាដោយដឹងថា

គ្រប់ $x > 0$ គេមាន $x^2 + 4 - 4 \ln x > 0$ ។ សង់តារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។

៣) A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា

តាង (d) ជាបន្ទាត់កែងនឹងអាស៊ីមតូតដេកត្រង់ A និង (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ

(C) ត្រង់ចំណុច A ។ ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ (d) និង (T) ។

៤) គណនា $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ (C), (d) និង (T) ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង ត្រង់ $+\infty$

គេមាន $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4\ln x}{x}$ ដែល $x > 0$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-x + 3 - \frac{4\ln x}{x} \right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x + 3 - \frac{4\ln x}{x} \right) = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។

កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាប (C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

ម្យ៉ាងទៀត $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4\ln x}{x}$ ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4\ln x}{x} = 0$

ដូចនេះបន្ទាត់ (Δ): $y = -x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

២) គណនាដេរីវេ

គេមាន $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4\ln x}{x}$

គេបាន $f'(x) = -1 - 4 \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{-x^2 - 4 + 4\ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = -\frac{x^2 + 4 - 4\ln x}{x^2}$ ។

កំណត់សញ្ញា $f'(x)$ ៖

ដោយដឹងថាគ្រប់ $x > 0$ គេមាន $x^2 + 4 - 4\ln x > 0$ នោះគេទាញ

$f'(x) = -\frac{x^2 + 4 - 4\ln x}{x^2} < 0$ គ្រប់ $x < 0$ ។

សង់តារាងអប្បបរមានៃ f

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$



៣) រកសមីការនៃបន្ទាត់ (d) និង (T)

ដោយ A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអ័ស្សីមតូតដេក

$$\text{របស់វានោះវាជាគូចម្លើយនៃប្រពន្ធនៃ} \begin{cases} y = -x + 3 - \frac{4 \ln x}{x} \\ y = -x + 3 \end{cases}$$

ផ្ទឹមសមីការពីរនេះគេបាន $-x + 3 = -x + 3 - \frac{4 \ln x}{x}$ សមមូល $\ln x = 0$

ឬ $x = 1$ ហើយ $y = -1 + 3 = 2$ ។ គេបាន $A(1, 2)$ ។

ដោយ (d) ជាបន្ទាត់កែងនឹងអ័ស្សីមតូតដេក $(\Delta): y = -x + 3$ ត្រង់ A

នោះសមីការ (d) មានទម្រង់ $y = x + b$ ហើយ $A(1, 2) \in (d)$ នោះ $2 = 1 + b$ ឬ

$b = 1$ ។ ដូចនេះ $(d): y = x + 1$ ។

ម្យ៉ាងទៀត (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A នោះសមីការ (T) សរសេរ

$$(T): y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$\text{ដោយ } f'(1) = -\frac{1 + 4 - 4 \ln 1}{1^2} = -5, f(1) = 2$$

$$\text{គេបាន } (T): y = -5(x - 1) + 2 = -5x + 7 \text{ ។}$$

$$\text{ដូចនេះ } (T): y = -5x + 7 \text{ ។}$$

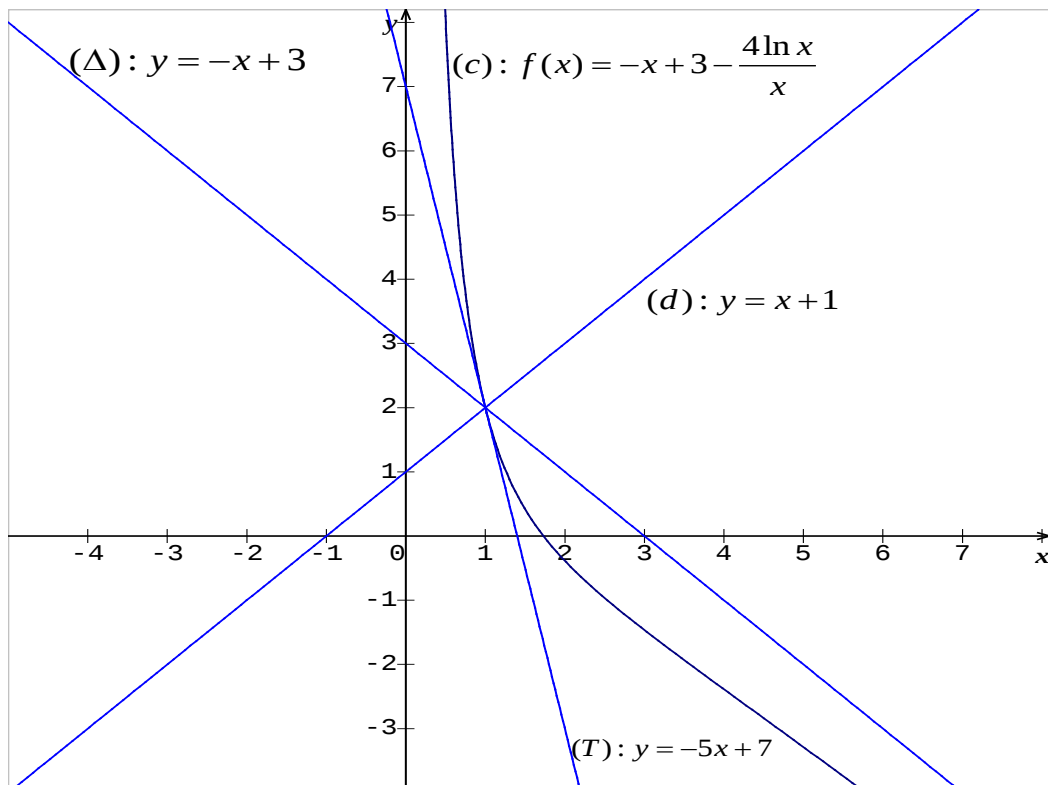
៤) គណនា $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ (C) , (d) និង (T)

$$\text{ដោយ } f(x) = -x + 3 - \frac{4 \ln x}{x}$$

$$\text{គេបាន } f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + 3 - \frac{4 \ln(\frac{1}{2})}{\frac{1}{2}} = 2.5 + 8(0.7) = 8.1 \text{ ។}$$

$$f(2) = -2 + 3 - \frac{4 \ln 2}{2} = 1 - 2(0.7) = -0.4 \text{ ។}$$

$$f(4) = -4 + 3 - \frac{4 \ln 4}{4} = -1 - 2 \ln 2 = -1 - 2(0.7) = -2.4 \text{ ។}$$



លំហាត់ទី០៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - 2\ln x$

មានក្រាប C នៅក្នុងតម្រុះអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ 0 ខាងស្តាំ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C ។

២) រកដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

ទាញរកតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f រួចសង្កេតតារាងអប្បបរមា

៣) គណនាតម្លៃ $f(1)$ រួចសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច $x = 1$ ។

៤) ចូរបង្ហាញថាគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) បានទេ ។

៥) គណនា $f(e)$ និង $f(\frac{7}{2})$ រួចគូសក្រាប C ។

គេយក $e = 2.7$, $\ln 2 = 0.7$, $\ln 7 = 1.95$ ។

៦) ចូរស្រាយថា $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x - 2x \ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

៧) ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា S_a នៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប C និងបន្ទាត់ T និងបន្ទាត់ឈរ $x = a$, $x = 1$ ដែល $0 < a < 1$ ។

គណនាលីមីតនៃ S_a កាលណា a ខិតជិតសូន្យខាងស្តាំ ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ និងត្រង់ 0 ខាងស្តាំ

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - 2 \ln x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2 \ln x}{x} \right) \right] = +\infty$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។

ហើយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x + 1 - 2 \ln x) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប C ។

២) រកដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$

យើងមាន $f(x) = x + 1 - 2 \ln x$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{2}{x} = \frac{x-2}{x}$ ។

គ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{x-2}{x}$ មានសញ្ញាដូច $(x-2)$ ។

បើ $f'(x) = \frac{x-2}{x} = 0$ នោះ $x = 2$ ។

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

ទាញរកតម្លៃអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍ f រួចសង់តារាងអថេរភាព ៖

តាមតារាងសិក្សាសញ្ញាខាងលើយើងឃើញថា $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី $(-)$ ទៅ $(+)$ ត្រង់ចំណុច $x = 2$ ។

ដូចនេះ f មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = 2$ គឺ

$$f(2) = 2 + 1 - 2\ln 2 = 3 - 2(0.7) = 1.6 \quad \text{។}$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘	1.6	↗ $+\infty$

៣) គណនាតម្លៃ $f(1)$ រួចសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ (T)

គេមាន $f(x) = x + 1 - 2\ln x$ ចំពោះ $x = 1$ គេបាន $f(1) = 1 + 1 - 2\ln 1 = 2$ ។

រូបមន្តសមីការបន្ទាត់ប៉ះ $(T): y = f'(1)(x - 1) + f(1)$

ដោយ $f'(x) = \frac{x-2}{x}$ នោះ $f'(1) = \frac{1-2}{1} = -1$

គេបាន $(T): y = -1(x - 1) + 2 = -x + 3$ ។

៤) បង្ហាញថាគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) ៖

ឧបមាថា (T') ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ត្រង់ចំណុច x_0 ។

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (T') គឺ $f'(x_0) = \frac{x_0 - 2}{x_0}$ ។

បើ $(T') \perp (T)$ នោះ $(-1)f'(x_0) = -1$

ឬ $f'(x_0) = 1$ ឬ $\frac{x_0 - 2}{x_0}$ ឬ $x_0 - 2 = x_0$ (មិនអាច)

ដូចនេះគេមិនអាចគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (T) បានទេ

៥) គណនា $f(e)$ និង $f(\frac{7}{2})$ រួចគូសក្រាប

គេមាន $f(x) = x + 1 - 2\ln x$

ចំពោះ $x = e$ នោះ $f(e) = e + 1 - 2\ln e = 2.7 + 1 - 2 = 1.7$ ។

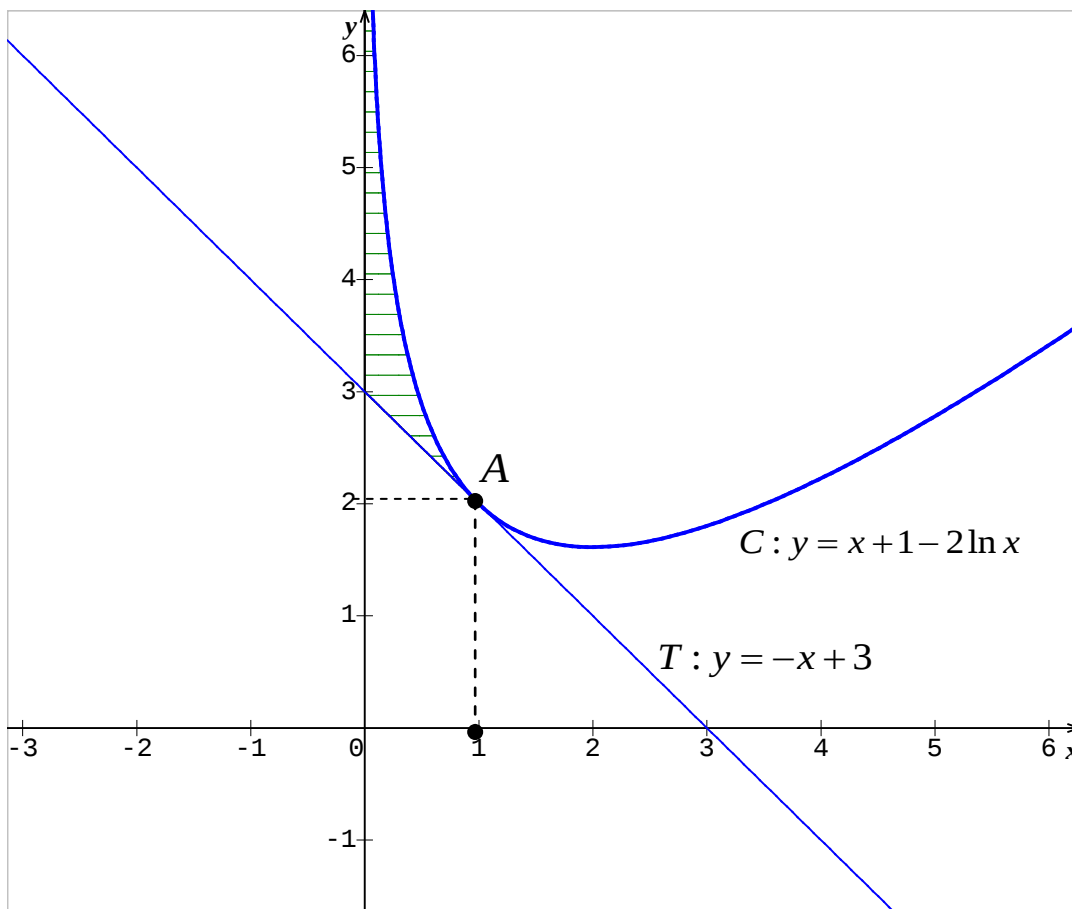
ចំពោះ $x = \frac{7}{2}$ នោះ $f(\frac{7}{2}) = \frac{7}{2} + 1 - 2\ln \frac{7}{2} = 4.5 - 2(\ln 7 - \ln 2)$
 $= 4.5 - 2(1.95 - 0.7) = 2$

ដូចនេះ $f(e) = 1.7$ និង $f(\frac{7}{2}) = 2$ ។

៦) ស្រាយថា $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x - 2x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f

គេមាន $F'(x) = x + 3 - 2(\ln x + 1) = x + 1 - 2\ln x = f(x)$ គ្រប់ $x > 0$

ដូចនេះ $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x - 2x\ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f លើ $(0, +\infty)$ ។



៧) គណនាផ្ទៃក្រឡា S_a នៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយក្រាប C និងបន្ទាត់ T

និងបន្ទាត់ឈរ $x = a$, $x = 1$ ដែល $0 < a < 1$ ៖

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } S_a &= \int_a^1 [f(x) - (-x + 3)] dx = \left[F(x) + \frac{x^2}{2} - 3x \right]_a^1 \\ &= \left[\frac{x^2}{2} + 3x - 2x \ln x + \frac{x^2}{2} - 3x \right]_a^1 \\ &= [x^2 - 2x \ln x]_a^1 \\ &= (1 - 2 \ln 1) - (a^2 - 2a \ln a) \\ &= 1 - a^2 + 2a \ln a \end{aligned}$$

ដូចនេះ $S_a = 1 - a^2 + 2a \ln a$ (ខ្នាតផ្ទៃ)

គណនាលីមីតនៃ S_a កាលណា a ខិតជិតសូន្យខាងស្តាំ ៖

$$\text{យើងបាន } \lim_{a \rightarrow 0^+} S_a = \lim_{a \rightarrow 0^+} (1 - a^2 + 2a \ln a) = 1 \quad \text{ព្រោះ: } \lim_{a \rightarrow 0^+} a \ln a = 0 \quad \text{។}$$

លំហាត់ទី០៨

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1)$ ហើយមានក្រាប C

១) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត

ដេកនៃក្រាប C ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-2)$, $f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៤) គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងដែលខណ្ឌដោយក្រាប C , អក្សរអាប់ស៊ីសនិងអក្សរអរដោនេ ។

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត រួចទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេក ៖

$$\text{គេមាន } f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1) = -(x-1)^2 e^x$$

$$\text{គេបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-(x-1)^2 e^x] = 0 \quad \text{ព្រោះ: } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \text{។}$$

ហើយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [-(x-1)^2 e^x] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ហើយបន្ទាត់ $y = 0$

ជាសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(c) ។

២) គណនាដេរីវេ និងសិក្សាសញ្ញារបស់វា ៖

គេមាន $f(x) = -(x-1)^2 e^x$ ដោយប្រើរូបមន្ត $(uv)' = u'v + uv'$

គេបាន $f'(x) = -2(x-1)e^x - (x-1)^2 e^x = -(x-1)e^x[2 + (x-1)]$

ដូចនេះ $f'(x) = -(x-1)(x+1)e^x$ ។

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R} : e^x > 0$ នោះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច

$$g(x) = -(x-1)(x+1)$$

បើ $g(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-1)(x+1) = 0$ គេទាញ $x_1 = -1, x_2 = 1$ ។

តារាងសញ្ញានៃ $g(x) = -(x-1)(x+1)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

តាមតារាងរាងខាងលើយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ $f'(x) = -(x-1)(x+1)e^x$

-ចំពោះ $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ គេបាន $f'(x) < 0$

-ចំពោះ $x \in \{-1, 1\}$ គេបាន $f'(x) = 0$

-ចំពោះ $x \in (-1, 1)$ គេបាន $f'(x) > 0$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$-\frac{4}{e}$	0	$-\infty$	

$$f(-1) = -(-1-1)^2 e^{-1} = -\frac{4}{e} ; f(1) = 0 \quad \forall$$

៣) គណនា $f(-2)$, $f(0)$ និង $f(2)$

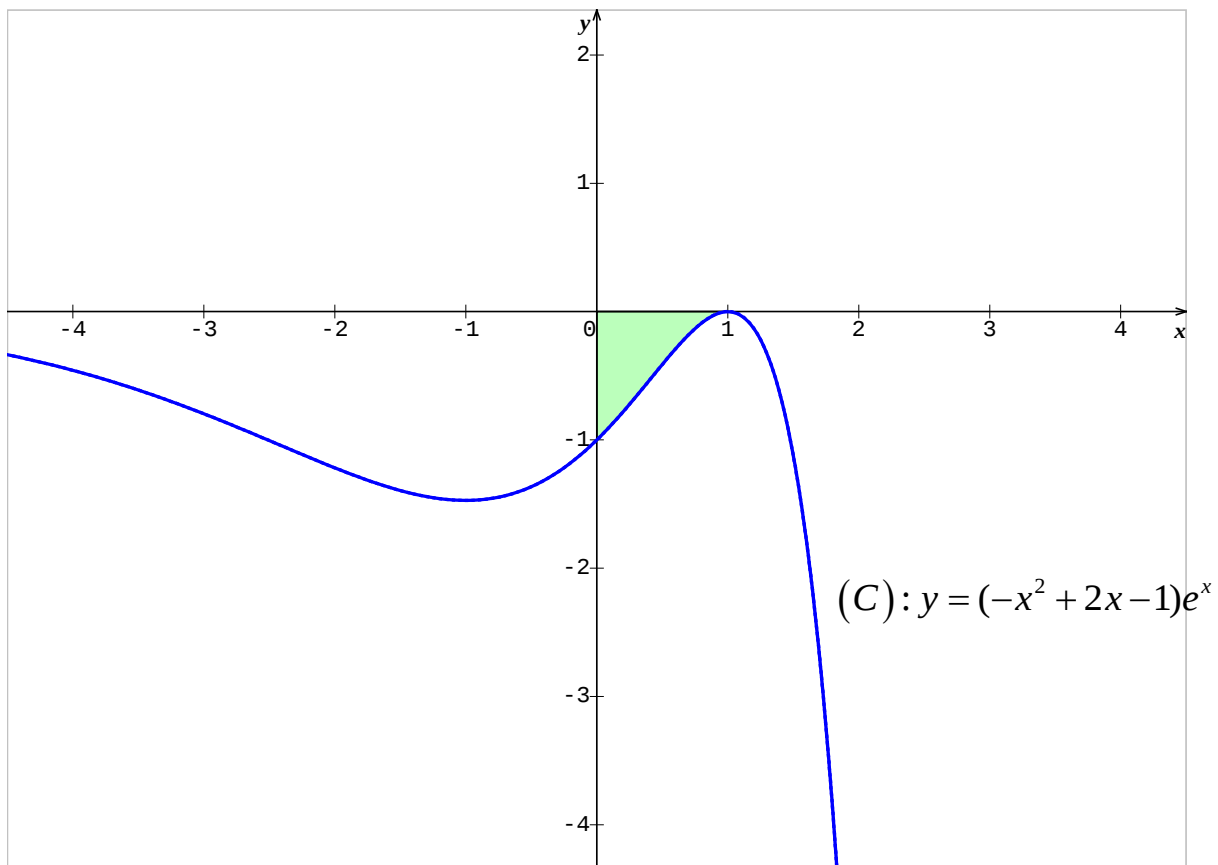
បើ $x = -2$ នោះ: $f(-2) = -(-2-1)^2 e^{-2} = -\frac{9}{e^2} = -9(0.13) = -1.17$

បើ $x = 0$ នោះ: $f(0) = -(0-1)^2 e^0 = -1$

បើ $x = 2$ នោះ: $f(2) = -(2-1)^2 e^2 = -e^2 = -7.4$

ដូចនេះ: $f(-2) = -\frac{9}{e} = -1.17$, $f(0) = -1$ និង $f(2) = -e^2 = -7.4 \quad \forall$

សង់ក្រាប (c): $y = f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1) = -(x-1)^2 e^x \div$



៤) គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយ (c) ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស និង អ័ក្សអរដោនេ ៖
តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (c) , អ័ក្សអាប់ស៊ីស និង អ័ក្សអរដោនេ ៖

គេបាន $S = \int_0^1 (x-1)^2 e^x .dx$

តាង $\begin{cases} u = (x-1)^2 \\ dv = e^x dx \end{cases}$ នោះ $\begin{cases} du = 2(x-1)dx \\ v = e^x \end{cases}$

គេបាន $S = \left[(x-1)^2 e^x \right]_0^1 - \int_0^1 2(x-1)e^x = 0 - 1 - 2 \int_0^1 (x-1)e^x .dx$

តាង $\begin{cases} u = x-1 \\ dv = e^x dx \end{cases}$ នោះ $\begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

គេបាន
$$\begin{aligned} S &= -1 - 2 \left(\left[(x-1)e^x \right]_0^1 - \int_0^1 e^x dx \right) \\ &= -1 - 2 \left(0 + 1 - \left[e^x \right]_0^1 \right) = -1 - 2 + 2(e-1) \\ &= 2e - 5 = 2(2.718) - 5 = 0.436 \text{ (ឯកតាផ្ទៃ) } \end{aligned}$$

ដូចនេះ $S = 0.436$ (ឯកតាផ្ទៃ) ។

លំហាត់ទី០៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$, $x \neq 0$ មានក្រាប(C)

១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$ ។

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប(C) ។

២) ចូរសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប(C) ។

(គេយក $e^{-1} = 0.4$, $e = 2.7$, $e^2 = 7.3$, $\frac{e^3}{27} = 0.7$) ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x^2} = 0 \quad \& \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$$

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប(C) ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ នោះបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ(C)

ហើយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះបន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ(C) ។

២) សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

$$\text{គេបាន } f'(x) = \frac{e^x x^2 - 2xe^x}{x^4} = \frac{(x-2)e^x}{x^3}$$

ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0$ កន្សោម $f'(x) = \frac{(x-2)e^x}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច $\frac{x-2}{x}$ ។

$$\text{បើ } f'(x) = \frac{(x-2)e^x}{x^3} = 0 \quad \text{នោះ } x = 2 \quad \text{។}$$

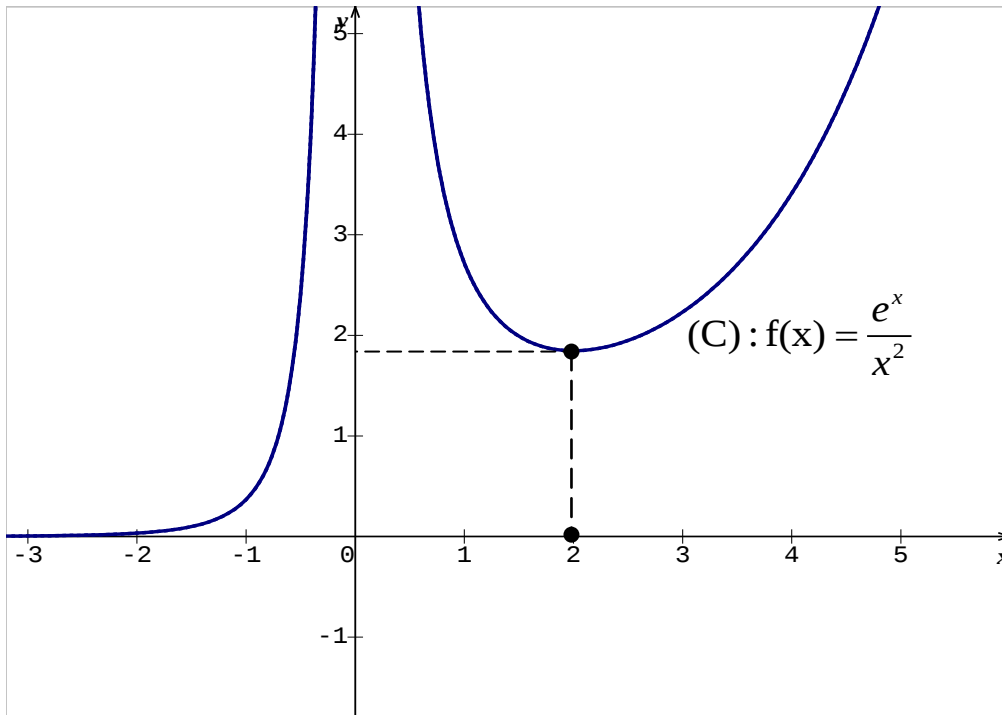
$$\text{ចំពោះ } x = 2 \quad \text{នោះ } f(2) = \frac{e^2}{4} = \frac{7.3}{4} = 1.8 \quad \text{។}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		0	+
$f(x)$	0	$+\infty$	1.8	$+\infty$

៣) គណនា $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប(C)

$$\text{យើងបាន } f(-1) = e^{-1} = 0.4, \quad f(1) = e = 2.7, \quad f(3) = \frac{e^3}{27} = 0.7$$

$$\text{ដូចនេះ } f(-1) = 0.4, \quad f(1) = 2.7, \quad f(3) = 0.7$$



លំហាត់ទី១០

គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ ។
គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់អនុគមន៍ នៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយ
អរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) a. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។

b. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមាន
សមីការ $y = x + 2$ ។

២) a. ស្រាយបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$ ។

b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ $\mathbb{R}$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) a. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C
ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។

b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

- ៤) a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមាន
 អាប៉េស៊ីសសូន្យមានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$ ។
- b. ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃ
 ប្រហែលនៃ $\ln 3$ ចូរសង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។
 (នៅលើតម្រុយនេះមួយឯកតាស្មើ $2cm$)

ដំណោះស្រាយ

- ១) a. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} \right) = -\infty$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \text{ ។}$$

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} \right) = +\infty$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{e^x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{e^x} = 4 \text{ ។}$$

- b. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប C ធៀបនឹង d_1 សមីការ $y = x + 2$

$$\text{យកសមីការ } C \text{ ដកសមីការ } d_1 \text{ គេបាន } f(x) - y = -\frac{4e^x}{e^x + 3} < 0$$

$$\text{គ្រប់ } x \in \mathbb{R} \text{ ព្រោះ } e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

ដូចនេះក្រាប C ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y = x + 2$

២) a. ស្រាយបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$

$$\text{គេមាន } f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$$

គេអាចសរសេរដូចតទៅ៖

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3} = x + 2 - \frac{4(e^x + 3) - 12}{e^x + 3}$$

$$= x + 2 - 4 + \frac{12}{e^x + 3} = x - 2 + \frac{12}{e^x + 3}$$

យើងបាន $f'(x) = (x - 2)' - \frac{12(e^x + 3)'}{(e^x + 3)^2}$

$$= 1 - \frac{12e^x}{(e^x + 3)^2} = \frac{(e^x + 3)^2 - 12e^x}{(e^x + 3)^2}$$

$$= \frac{e^{2x} + 6e^x + 9 - 12e^x}{(e^x + 3)^2} = \frac{e^{2x} - 6e^x + 9}{(e^x + 3)^2}$$

$$= \frac{(e^x - 3)^2}{(e^x + 3)^2}$$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2 \geq 0$ ។

b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ $\mathbb{R}$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

ដោយគេមានគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3}\right)^2 \geq 0$

នោះ f ជាអនុគមន៍កើនលើ $\mathbb{R}$ ។

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (e^x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \ln 3$

ហើយ $f(\ln 3) = \ln 3 + 2 - \frac{4e^{\ln 3}}{e^{\ln 3} + 3} = \ln 3 + 2 - \frac{12}{6} = \ln 3$

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	$\ln 3$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\ln 3$	$+\infty$

៣) a. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$

$$\text{ចំពោះ } x = \ln 3 \text{ នោះ } f'(\ln 3) = \left(\frac{e^{\ln 3} - 3}{e^{\ln 3} + 3} \right)^2 = \left(\frac{3 - 3}{3 + 3} \right)^2 = 0$$

ដូចនេះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I

ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ជាបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស ox ដែលមានសមីការ $y = \ln 3$ ។

b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2

តាមសម្រាយខាងលើយើងមាន f ជាអនុគមន៍កើនលើ x

ហើយបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ជាបន្ទាត់ស្របនឹង ox

នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានទីតាំងរវាងក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2

ដូចតទៅ ៖

ចំពោះ $x \in (-\infty, \ln 3)$ នោះក្រាប C ស្ថិតនៅក្រោមបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

ចំពោះ $x = \ln 3$ ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុច $I(\ln 3, \ln 3)$

ចំពោះ $x \in (\ln 3, +\infty)$ នោះក្រាប C ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

៤) a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស

$$\text{សូន្យមានសមីការ } y = \frac{1}{4}x + 1$$

សមីការបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសសូន្យ

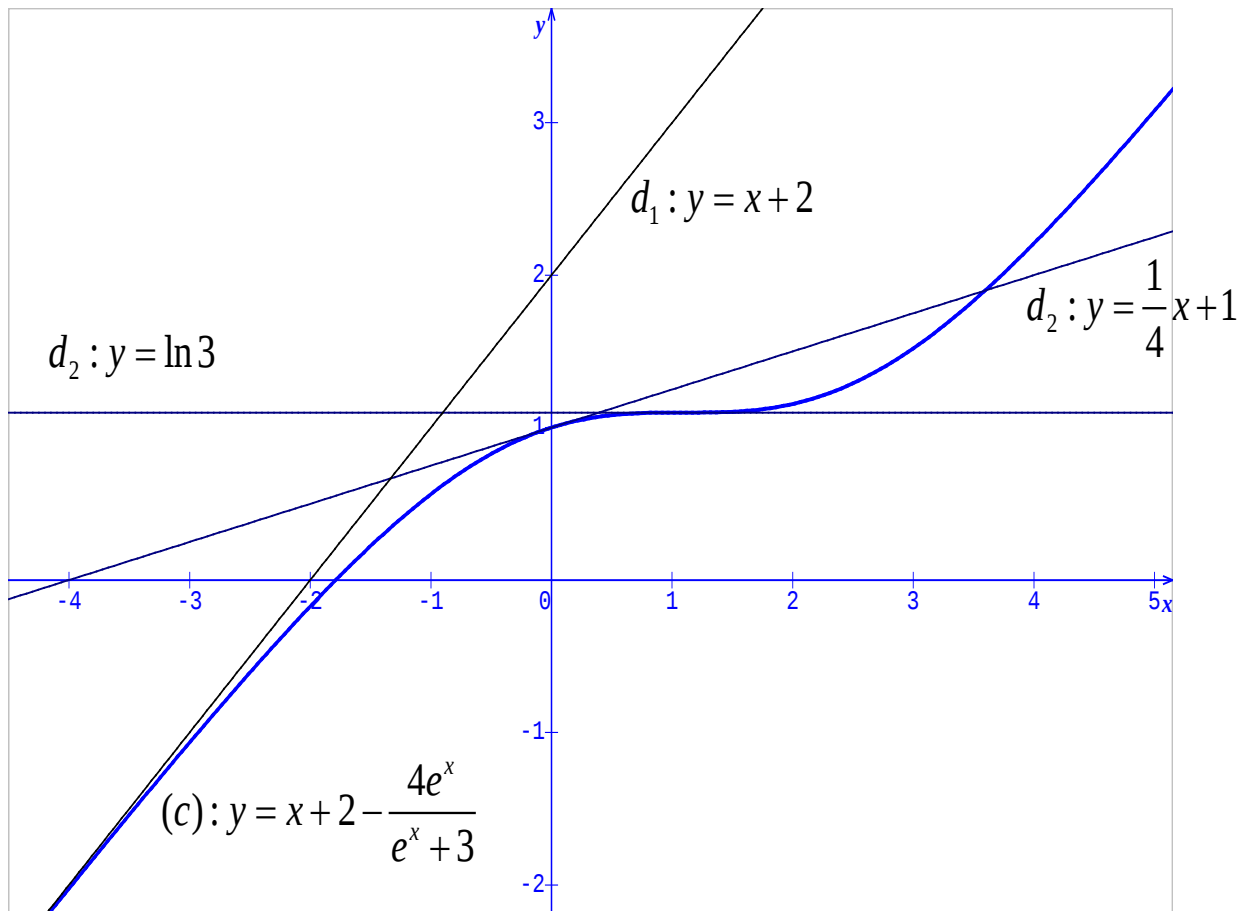
$$\text{មានរាង } d_3 : y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$\text{ដោយ } f'(0) = \left(\frac{e^0 - 3}{e^0 + 3} \right)^2 = \left(\frac{1 - 3}{1 + 3} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{និង } f(0) = 0 + 2 - \frac{4e^0}{e^0 + 3} = 1$$

ដូចនេះ $d_3 : y = \frac{1}{4}x + 1$ ។

b. ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln 3$ សង់ក្រាប C និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។



លំហាត់ទី១១

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$

ហើយមានក្រាប C ។

១-រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង

អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ មួយ ។

៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក

បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។ គេឲ្យ $e=2.7$, $\frac{2}{e}=0.7$

ដំណោះស្រាយ

១)រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

គេបាន $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \frac{2 \ln x}{x}) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ ។

និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \frac{2 \ln x}{x}) = 1$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។

រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ នោះបន្ទាត់ $x=0$

ជាអាស៊ីមតូតឈរ និង $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២)គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

គេមាន $f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$, $x > 0$

យើងបាន $f'(x) = -2 \cdot \frac{(\ln x)'x - (x)' \ln x}{x^2} = -2 \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2(\ln x - 1)}{x^2}$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(\ln x - 1)}{x^2}$

មានសញ្ញាដូចភាគយក $\ln x - 1$ ។

-បើ $f'(x) > 0$ គេបាន $\ln x - 1 > 0$ ឬ $x > e$

-បើ $f'(x) = 0$ គេបាន $\ln x - 1 = 0$ ឬ $x = e$

-បើ $f'(x) < 0$ គេបាន $\ln x - 1 < 0$ ឬ $x < e$

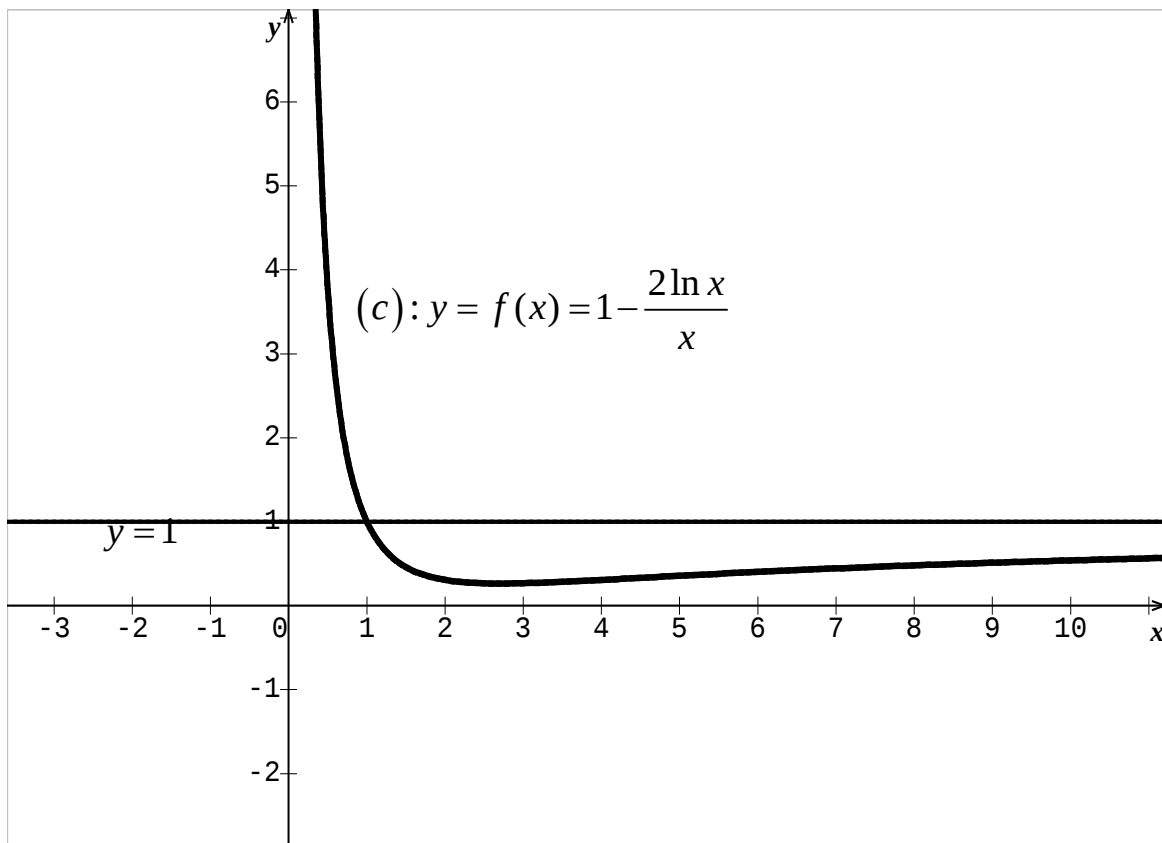
ចំពោះ $x = e$ គេបាន $f(e) = 1 - \frac{2 \ln e}{e} = 1 - \frac{2}{e} = 1 - (0.7) = 0.3$ ។

លំហាត់សិក្សាអនុគមន៍ច្រើនរើសពិសេស

x	0	e	$+\infty$
y'		○	
y	$+\infty$		1

$\swarrow$ 0.3 $\searrow$

៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ៖



៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្បង់កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។ តាង S ផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្បង់ ដែលត្រូវរកដោយ $\forall x \in [1, e]$ ក្រាប C ស្ថិតនៅក្រោម $y = 1$

$$\begin{aligned}
 \text{យើងបាន } S &= \int_1^e \left[1 - \left(1 - \frac{2 \ln x}{x} \right) \right] . dx \\
 &= \int_1^e \frac{2 \ln x}{x} . dx = \int_1^e 2 \ln x . \frac{dx}{x}
 \end{aligned}$$

តាង $u = \ln x$ នោះ $du = \frac{dx}{x}$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $u=0$ ហើយ $x=e$ នោះ $u=1$

$$\text{គេបាន } S = \int_0^1 2u \cdot du = \left[u^2 \right]_0^1 = 1^2 - 0^2 = 1$$

ដូចនេះ $S=1$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) ។

លំហាត់ទី១២

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x - 4 + \frac{8}{e^x + 2}$

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) ក. រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

ខ. ស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x) = x - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

គ. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C) ។

២) ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right)^2$ ។

ខ. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = \ln 2$ ។

៤) គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និងអាស៊ីមតូត

តូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ ។

ដំណោះស្រាយ

១) ក. រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\text{មាន } f(x) = x - 4 + \frac{8}{e^x + 2}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - 4 + \frac{8}{e^x + 2} \right) = -\infty \quad \text{។}$$

និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - 4 + \frac{8}{e^x + 2} \right) = +\infty$ ។

ខ.ស្រាយថាអនុគមន៍ f អាចសរសេរជា $f(x) = x - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

យើងមាន $f(x) = x - 4 + \frac{8}{e^x + 2} = x + \left(\frac{8}{e^x + 2} - 4 \right) = x - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ ពិត

ដូចនេះ $f(x) = x - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

គ.ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរបស់ខ្សែកោង (C)

យើងមាន $f(x) = x - 4 + \frac{8}{e^x + 2}$ និង $f(x) = x - \frac{4e^x}{e^x + 2}$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{e^x + 2} = 0$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x}{e^x + 2} = 0$

ដូចនេះ $(d_1): y = x - 4$ និង $(d_2): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។

២) ក.ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\forall x \in \mathbb{R}: f'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right)^2$

យើងមាន $f(x) = x - 4 + \frac{8}{e^x + 2}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{8e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2)^2 - 8e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 2)^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right)^2$ ។

ខ.សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right)^2 \geq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះ f

ជាអនុគមន៍កើនហើយបើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x - 2 = 0$ ឬ $x = \ln 2$ ។

លំហាត់សិក្សាអនុគមន៍ច្រើនអ៊ែសពិសេស

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-1.3	$+\infty$

ចំពោះ $x = \ln 2$ នោះ $f(\ln 2) = -2 + \ln 2 = -1.3$ ។

៣) រកសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = \ln 2$

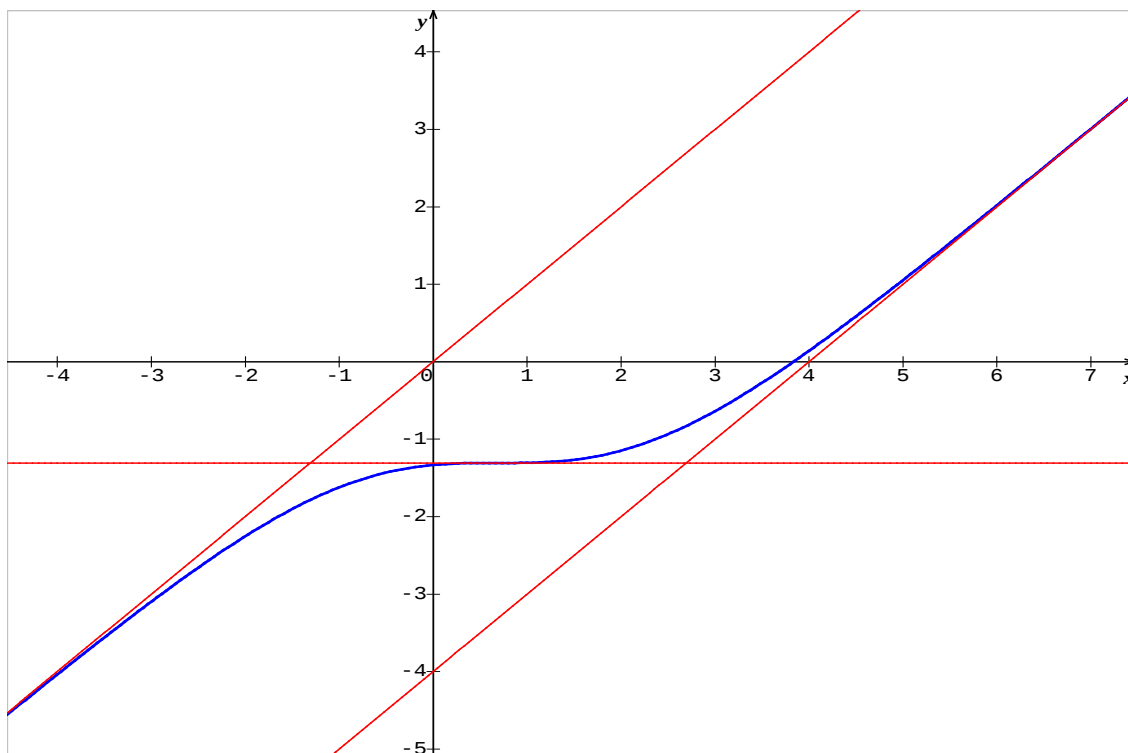
គេមាន $f'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right)^2$ នោះ $f'(\ln 2) = 0$

ដូចនេះសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) គឺ $(T): y = -2 + \ln 2$ ។

៤) គណនា $f(-2)$ និង $f(2)$

$$f(-2) = -2 - 4 + \frac{8}{e^{-2} + 2} = -2.4 \text{ និង } f(2) = 2 - 4 + \frac{8}{e^2 + 2} = -1.1$$

សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) និងអាស៊ីមតតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C)



លំហាត់ទី១៣

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ

$$f(x) = -1 + 2\ln x + \frac{1 - 2\ln x}{2x^2} = 0$$

(C) ជាក្រាបតំណាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) ចូរគណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូត ឈរនៃ (C) ។

២) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1 + \ln x)}{x^3}$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

៣) គេតាង g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ។

a. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0, +\infty)$ ។

b. គណនាតម្លៃ $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ g លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $(1, +\infty)$ ។

៤) ចូរគណនា $f(1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥) ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = 0$ ។ គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។

(គេយក $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$, $\sqrt{e} = 1.6$, $e = 2.7$ និង $\ln 2 = 0.7$)

ដំណោះស្រាយ

១) គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

យើងមាន $f(x) = -1 + 2\ln x + \frac{1 - 2\ln x}{2x^2}$ គ្រប់ $x > 0$ ។

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + 2\ln x + \frac{1 - 2\ln x}{2x^2} \right) = +\infty$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2\ln x}{x^2} = 0$

ហើយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-1 + 2\ln x + \frac{1 - 2\ln x}{2x^2} \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[-(1 - 2 \ln x) + \frac{(1 - 2 \ln x)}{2x^2} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[(1 - 2 \ln x) \left(-1 + \frac{1}{2x^2} \right) \right] = +\infty$$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - 2 \ln x) = +\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-1 + \frac{1}{2x^2} \right) = +\infty$ ។

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ។

២) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1 + \ln x)}{x^3}$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $f(x) = -1 + 2 \ln x + \frac{1 - 2 \ln x}{2x^2}$ គ្រប់ $x > 0$ ។

$$\text{យើងបាន } f'(x) = \frac{2}{x} + \frac{-2x - 2x(1 - 2 \ln x)}{2x^4} = \frac{2}{x} + \frac{-4x + 4x \ln x}{2x^4}$$

$$= \frac{2}{x} - \frac{2 - 2 \ln x}{x^3} = \frac{2x^2 - 2 + 2 \ln x}{x^3}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1 + \ln x)}{x^3}$ ពិត។

៣) a. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ រួចទាញថា g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0, +\infty)$

យើងមាន $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

$$\text{យើងបាន } g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 1}{x} \quad \text{។}$$

ដោយគ្រប់ $x > 0$ គេមាន $\frac{2x^2 + 1}{x} > 0$ នោះ $g'(x) > 0$ ។

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0, +\infty)$ ។

b. គណនាតម្លៃ $g(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ g លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $(1, +\infty)$

ចំពោះ $x = 1$ យើងបាន $g(1) = 1^2 - 1 + \ln 1 = 1 - 1 + 0 = 0$

ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ g ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ចលើ $(0, +\infty)$ នោះយើងទាញបាន៖

ចំពោះ $x \in (0,1): g(x) < 0$ និង $x \in (1,+\infty): g(x) > 0$ ។

៤) គណនា $f(1)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x) = -1 + 2\ln x + \frac{1-2\ln x}{2x^2}$ គ្រប់ $x > 0$

ចំពោះ $x=1$ នោះ $f(1) = -1 + 2\ln 1 + \frac{1-2\ln 1}{2(1)^2} = -1 + 0 + \frac{1-0}{2} = -\frac{1}{2}$

ដូចនេះ $f(1) = -\frac{1}{2}$ ។

ម្យ៉ាងទៀតដោយ $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1 + \ln x)}{x^3} = \frac{2g(x)}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (0,1)$

ហើយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x=1$ និង $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (1,+\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$

៥) ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = 0$ និង គណនា $f(2)$ រួចសង់ក្រាប(C)

យើងមាន $f(x) = -1 + 2\ln x + \frac{1-2\ln x}{2x^2} = 0$ ដែល $x > 0$

សមមូល $-(1-2\ln x) + \frac{(1-2\ln x)}{2x^2} = 0$

សមមូល $(1-2\ln x)\left(-1 + \frac{1}{2x^2}\right) = 0$

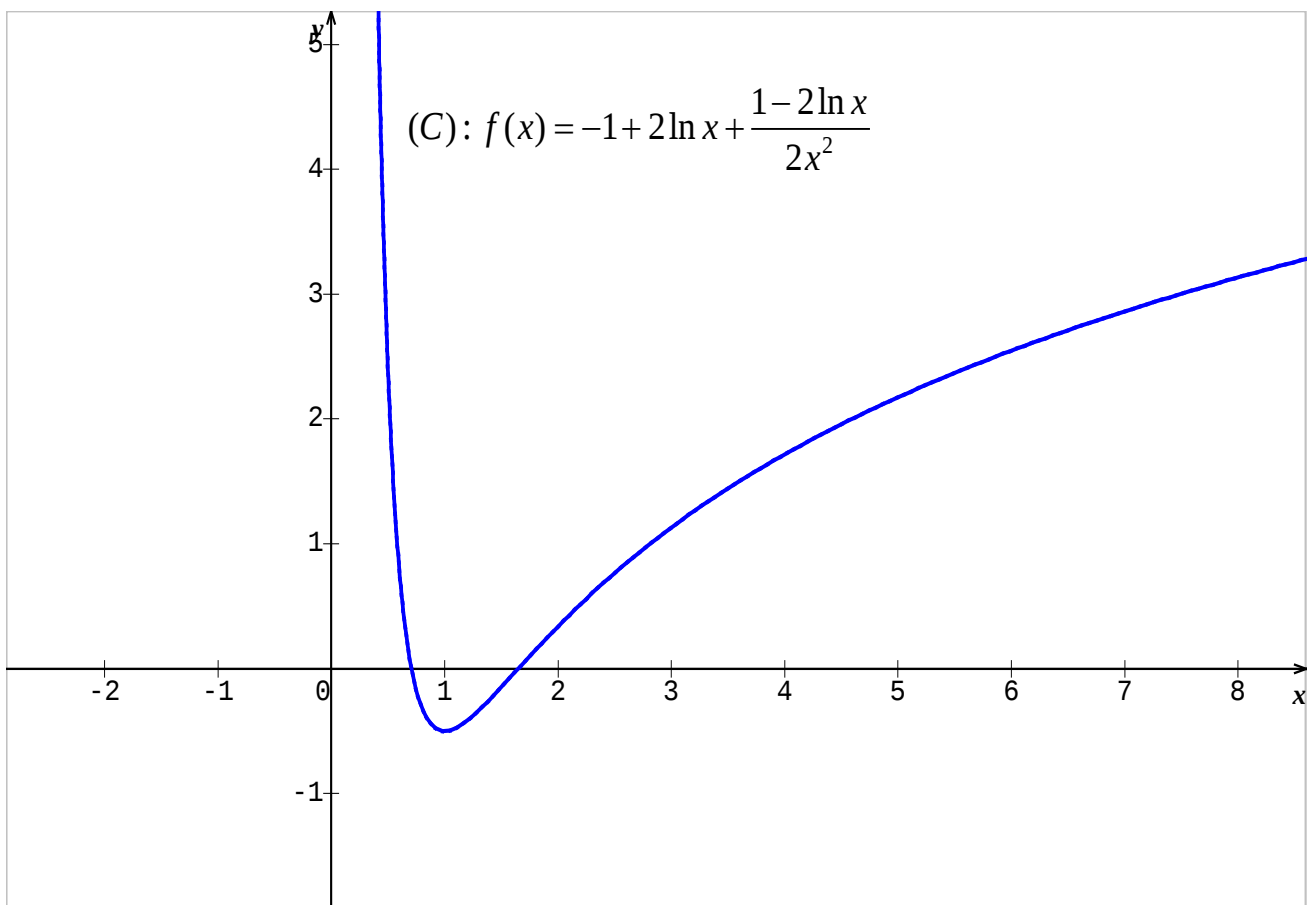
សមមូល $\frac{(1-2\ln x)(-2x^2+1)}{2x^2} = 0$

សមមូល $\begin{cases} \ln x = \frac{1}{2} \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x = \sqrt{e} \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

ដូចនេះសមីការមានឫពីរគឺ $x = \sqrt{e}$, $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ។

ម្យ៉ាងទៀតចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = \frac{(1-2\ln 2)(-8+1)}{8} = \frac{(1-1.4)(-7)}{8} = 0.35$

ដូចនេះ $f(2) = 0.35$ ។



លំហាត់ទី១៤

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2}$

មានក្រាប (C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{-x^2 + 1 - 2\ln x}{x^3}$ ។

៣) គេតាង $g(x) = -x^2 + 1 - 2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ ។

ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) រក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរនៃ (C)

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2} \right) = -\infty$ ព្រោះ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0 \end{cases}$

និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[1 + \left(-1 + \frac{1}{x^2} \right) \ln x \right] = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ (C) ។

២) ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{-x^2 + 1 - 2\ln x}{x^3}$

យើងមាន $f(x) = 1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2}$

យើងបាន $f'(x) = -\frac{1}{x} + \frac{x - 2x \ln x}{x^4} = \frac{-x^2 + 1 - 2\ln x}{x^3}$ ពិត

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{-x^2 + 1 - 2\ln x}{x^3}$ ។

៣) គេតាង $g(x) = -x^2 + 1 - 2\ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងបាន $g'(x) = -2x - \frac{2}{x} = -\frac{2(x^2 + 1)}{x} < 0$ ព្រោះ $\forall x > 0: \frac{x^2 + 1}{x} > 0$

ដូចនេះ $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1) = -1 + 1 - 2\ln 1 = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ៖

ដោយ $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះជានិច្ច

លើ $(1, +\infty)$ យើងបាន $g(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $g(x) < 0$

ចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ ។

៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

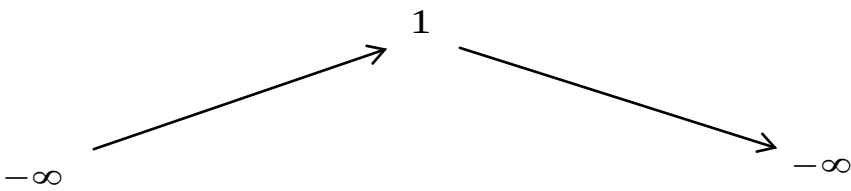
ដោយ $f'(x) = \frac{-x^2 + 1 - 2\ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}$ មានសញ្ញាដូច g លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

តាមសម្រាយខាងលើយើងបាន ៖

$f(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $f(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ ។

លំហាត់សិក្សាអនុគមន៍ជ្រើសរើសពិសេស

តួសតារាងអប្បបរមាតនៃអនុគមន៍ f ៖

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

៥) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$

ដោយ $f(x) = 1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2}$

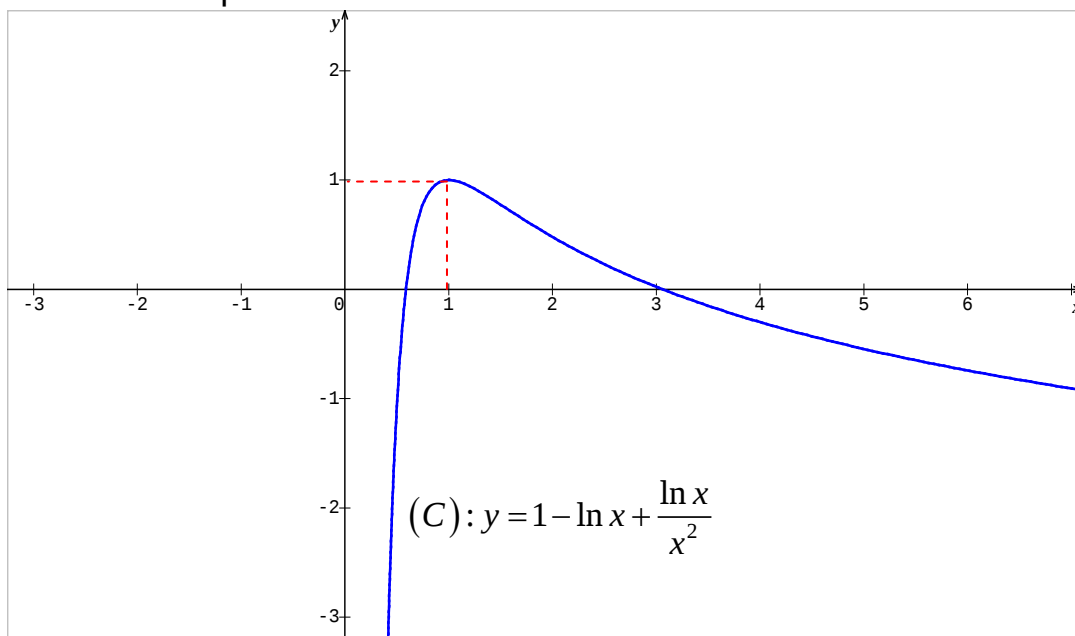
យើងបាន $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 - \ln \frac{1}{2} + 4 \ln \frac{1}{2} = 1 - 3 \ln 2 = 1 - 3(0.7) = -1.1$

$$f(2) = 1 - \ln 2 + \frac{\ln 2}{4} = 1 - 0.7 + \frac{0.7}{4} = 0.475$$

$$f(4) = 1 - \ln 4 + \frac{\ln 4}{16} = 1 - 2 \ln 2 + \frac{\ln 2}{8} = -0.3125$$

ដូចនេះ $f(\frac{1}{2}) = -1.1$, $f(2) = 0.475$, $f(4) = -0.3125$ ។

សង់ក្រាប(C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ៖



លំហាត់ទី១៥

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x^3 - 6x + 3x \ln x + 3$

មានក្រាប (C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។

២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = 3(x^2 - 1 + \ln x)$ ។

៣) គេតាង $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៥) គណនាតម្លៃ $f(2)$ ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

អនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x^3 - 6x + 3x \ln x + 3$

$$\begin{aligned} \text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 6x + 3x \ln x + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^3 \left(1 - \frac{6}{x} + 3 \frac{\ln x}{x^2} + \frac{3}{x^3} \right) \right] = +\infty \end{aligned}$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^3} = 0 \quad \text{។}$$

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 - 6x + 3x \ln x + 3) = 3 \quad \text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x) = 0$$

២) ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = 3(x^2 - 1 + \ln x)$

យើងមាន $f(x) = x^3 - 6x + 3x \ln x + 3$

យើងបាន $f'(x) = 3x^2 - 6 + 3 \ln x + 3 = 3x^2 - 3 + 3 \ln x$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = 3(x^2 - 1 + \ln x)$ ពិតៗ

៣) គេតាង $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 1}{x} > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$

យើងបាន $g(1) = 1^2 - 1 + \ln 1 = 1 - 1 + 0 = 0$ ។ ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$

ដោយ $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើនលើ $(0, +\infty)$

ហើយដោយយើងមាន $g(1) = 0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ g ដូចតទៅ

ចំពោះ $x \in (0, 1)$ នោះ $g(x) < 0$ និងចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ នោះ $g(x) > 0$ ។

៤) ទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

យើងមាន $f'(x) = 3(x^2 - 1 + \ln x) = 3g(x)$

នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$

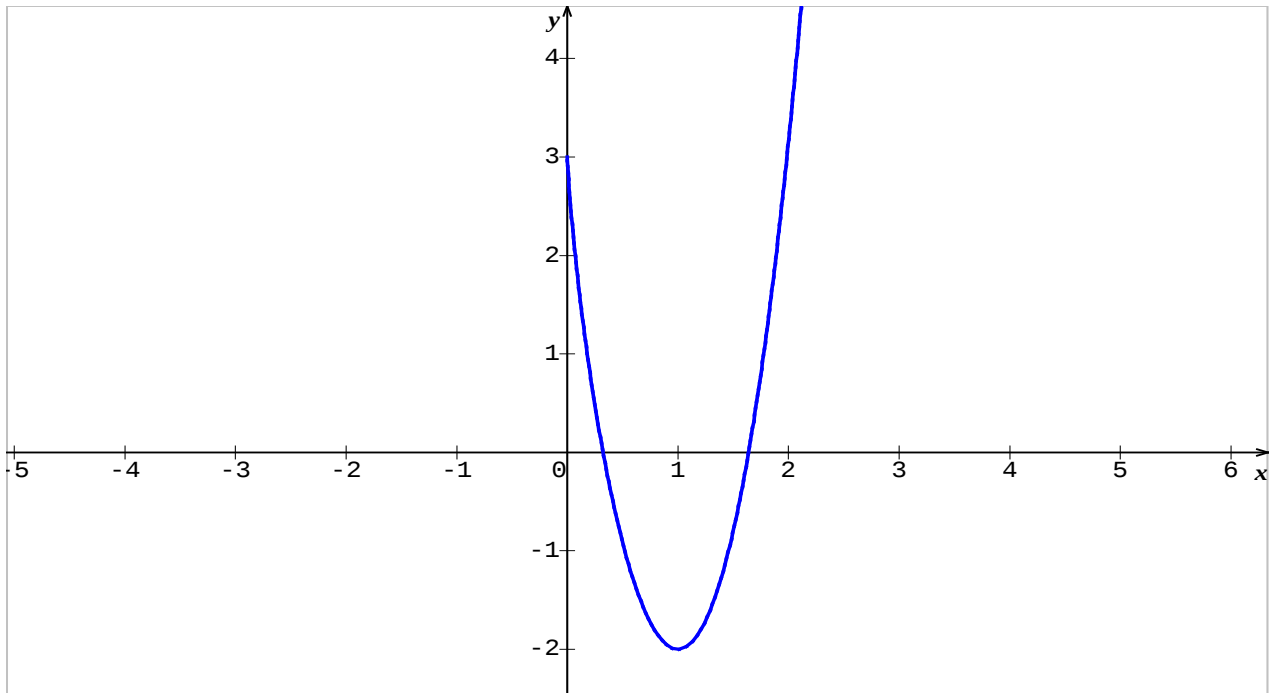
ហើយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x = 1$ និង $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-2	$+\infty$

៥) គណនាតម្លៃ $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$

ចំពោះ $x = 2$ នោះ $f(2) = 8 - 12 + 6\ln 2 + 3 = 3.2$



លំហាត់ទី១៦

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 2(x-2) + \frac{1-\ln x}{x}$

មានក្រាប (C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។

២) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។

៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1) + \ln x}{x^2}$ ។

៤) គេតាង $g(x) = 2(x^2 - 1) + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។

៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ

$(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x) = 0$

មានឬសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។

ចូរសង់ក្រាប(C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$, $e^{-1} = 0.4$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \left[2(x-2) + \frac{1-\ln x}{x} \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\ln x}{x} = 0$ ។

និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[2(x-2) + \frac{1-\ln x}{x} \right] = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\ln x}{x} = +\infty$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប។

២) ស្រាយថា $(\Delta): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C) បើ $x \rightarrow +\infty$

យើងបាន $f(x) - y = \frac{1-\ln x}{x}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\ln x}{x} = 0$

នោះបន្ទាត់ $(\Delta): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូត

ទ្រេតនៃក្រាប(C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង(C) ៖

យើងមាន $f(x) - y = \frac{1-\ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $(1-\ln x)$ គ្រប់ $x > 0$

ចំពោះ $1-\ln x = 0 \Leftrightarrow x = e$ នោះ $f(x) - y = 0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប(C)

ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(e, 2e-4)$ ។

ចំពោះ $1 - \ln x < 0 \Leftrightarrow x > e$ នោះ $f(x) - y < 0$

នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅខាងលើ (C) ។

ចំពោះ $1 - \ln x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < e$ នោះ $f(x) - y > 0$

នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C) ។

៣) ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1) + \ln x}{x^2}$

យើងមាន $f(x) = 2(x - 2) + \frac{1 - \ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x) = 2 + \frac{-1 - (1 - \ln x)}{x^2} = \frac{2x^2 - 2 + \ln x}{x^2} = \frac{2(x^2 - 1) + \ln x}{x^2}$

ដូចនេះចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1) + \ln x}{x^2}$ ។

៤) គេតាង $g(x) = 2(x^2 - 1) + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $g'(x) = 4x + \frac{1}{x} = \frac{4x^2 + 1}{x} > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ យើងបាន $g(1) = 2(1^2 - 1) + \ln 1 = 2(1 - 1) + 0 = 0$

ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$

ដោយ $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍កើន

លើ $(0, +\infty)$ ហើយដោយយើងមាន $g(1) = 0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញា
នៃ g ដូចតទៅ៖

ចំពោះ $x \in (0, 1)$ នោះ $g(x) < 0$ និងចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ នោះ $g(x) > 0$ ។

៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

យើងមាន $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$

ហើយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x = 1$ និង $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

៦) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$

យើងបាន $f\left(\frac{1}{e}\right) = f(e^{-1}) = 2(e^{-1} - 2) + \frac{1 - \ln e^{-1}}{e^{-1}} = 2(0.4 - 2) + \frac{2}{0.4} = 1.8$

ហើយ $f(2) = 0 + \frac{1 - \ln 2}{2} = \frac{1 - 0.7}{2} = 0.15$ ។

ដូចនេះ $f(\frac{1}{e}) = 1.8$ និង $f(2) = 0.15$ ។

ទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$

យើងមាន $f(1) = 2(1 - 2) + \frac{1 - \ln 1}{1} = -1$ ។

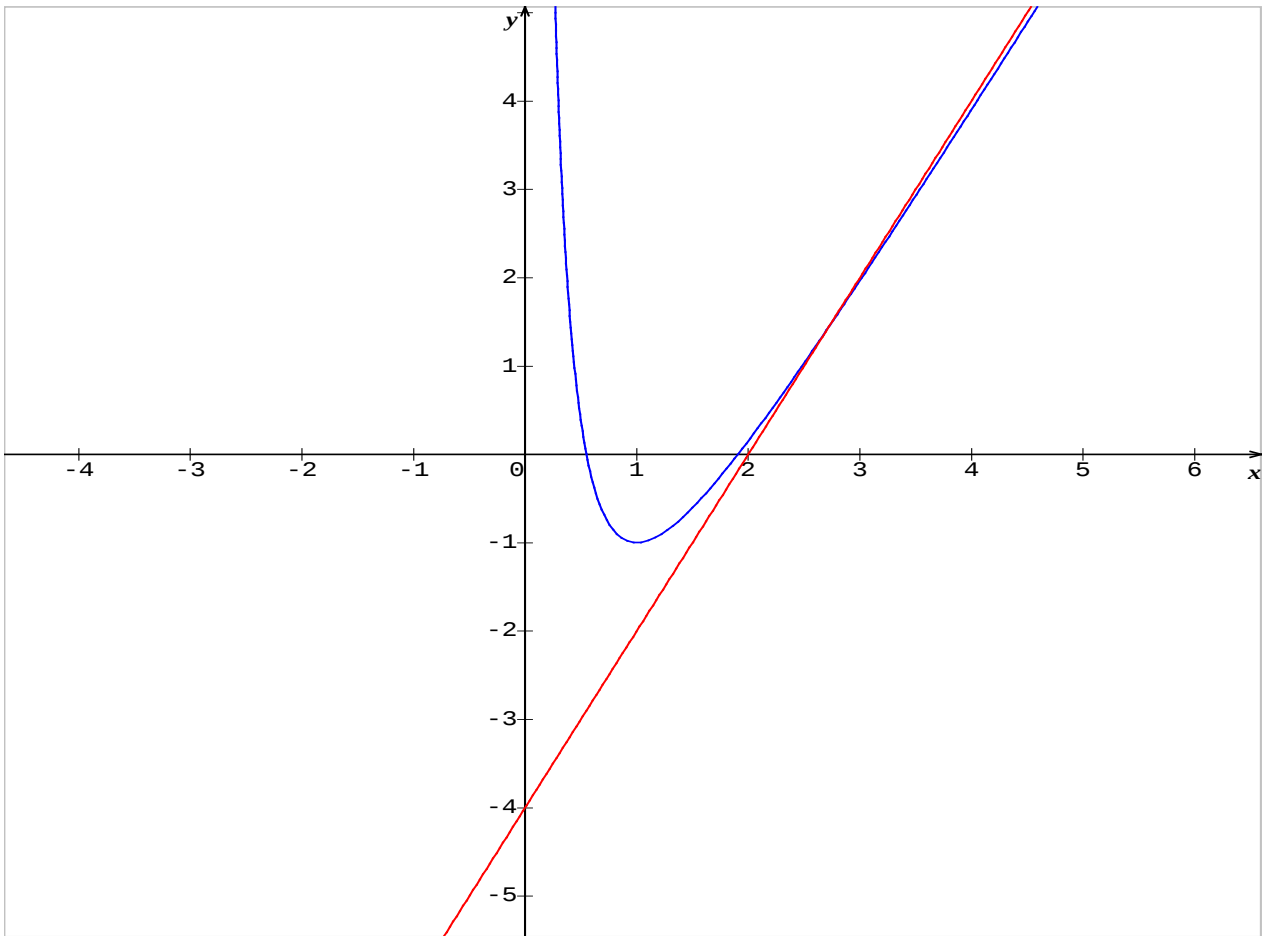
ដោយ $f\left(\frac{1}{e}\right)f(1) = -1.8 < 0$ និង $f(1)f(2) = -0.15 < 0$

តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាលមានពីរចំនួនពិត α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$

ធ្វើឲ្យកន្សោម $f(x) = 0$ មានន័យថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β

ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។

សង់ក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$



លំហាត់ទី១៧

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x}$

មានក្រាប(C) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការ

អាស៊ីមតូតឈរ។

២) ស្រាយថាបន្ទាត់(Δ): $y = -2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(C)

បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់(Δ)ជាមួយខ្សែកោង(C) ។

៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1 - x^2) - \ln x}{x^2}$ ។

៤) គេតាង $g(x) = 2(1-x^2) - \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ ។

ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1,+\infty)$ ។

៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0,+\infty)$

រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៦) ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$, $e^{-1} = 0.4$

ដំណោះស្រាយ

-១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \left[-2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x} \right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x} = 0$ ។

និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[-2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x} \right] = -\infty$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \ln x}{x} = +\infty$ ។

ដូចនេះបន្ទាត់ $x = 0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប។

២) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = -2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C)

យើងបាន $f(x) - y = -\frac{1 - \ln x}{x}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = -\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x} = 0$

នោះបន្ទាត់ $(\Delta): y = -2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូត

តូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។

សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ៖

យើងមាន $f(x) - y = -\frac{1 - \ln x}{x}$ មានសញ្ញាដូចភាគយក $(\ln x - 1)$ គ្រប់ $x > 0$

ចំពោះ $\ln x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = e$ នោះ $f(x) - y = 0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ (Δ) និងក្រាប (C)

ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច $A(e, -2e + 3)$ ។

ចំពោះ $\ln x - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < x < e$ នោះ $f(x) - y < 0$

នាំឲ្យបន្ទាត់(Δ)ស្ថិតនៅខាងលើ(C) ។

ចំពោះ $\ln x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > e$ នោះ $f(x) - y > 0$ នាំឲ្យបន្ទាត់(Δ)ស្ថិតនៅពីលើខ្សែកោង (C)។

៣) ស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1-x^2) - \ln x}{x^2}$

យើងមាន $f(x) = -2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x}$

យើងបាន $f'(x) = -2 - \frac{-1 - (1 - \ln x)}{x^2} = \frac{-2x^2 + 2 - \ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $f'(x) = \frac{2(1-x^2) - \ln x}{x^2}$ ។

៤) គេតាង $g(x) = 2(1-x^2) - \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ក) ស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$

យើងមាន $g'(x) = -2x - \frac{1}{x} = -\frac{2x^2 + 1}{x} < 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

ដូចនេះស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

ខ) គណនា $g(1)$ យើងបាន $g(1) = 2(1-1) - \ln 1 = 2(1-1) + 0 = 0$

ដូចនេះ $g(1) = 0$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$

ដោយ $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ នោះ g ជាអនុគមន៍ចុះលើ $(0, +\infty)$

ហើយដោយយើងមាន $g(1) = 0$ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានសញ្ញានៃ g

ដូចតទៅ៖

ចំពោះ $x \in (0, 1)$ នោះ $g(x) > 0$ និងចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ នោះ $g(x) < 0$ ។

លំហាត់សិក្សាអនុគមន៍ជ្រើសរើសពិសេស

៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣បញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$

រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ នោះ $f(x)$ មានសញ្ញាដូច $g(x)$ ។

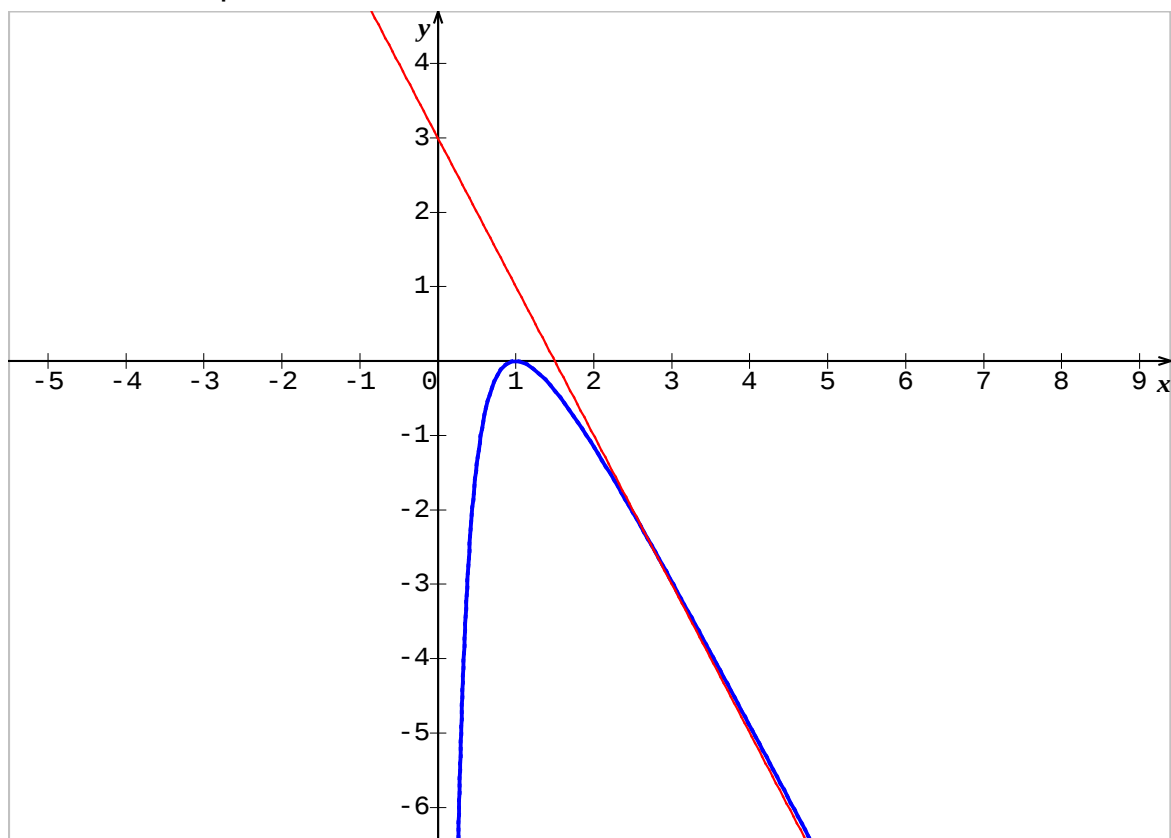
យោងតាមសម្រាយខាងលើយើងបាន $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$

ហើយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x = 1$ និង $f'(x) < 0$ ចំពោះ $x \in (1, +\infty)$ ។

តារាងអថេរភាពនៃ f ៖

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$

៦) សង់ក្រាប(C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$



លំហាត់ទី១៨

គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$

មានក្រាប (C) ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀប

រវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = x + 2$ ។

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ) គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃ f ។

៣. ក) ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរ

ជាពីរទម្រង់ $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$ និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

៤. គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៥. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta), (d_1), (d_2)$

នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ។

គេយក $e = 2.7, \frac{e-1}{e+1} = 0.5$ និង $\frac{e^2-1}{e^2+1} = 0.8$ ។

ដំណោះស្រាយ

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀប

រវាងខ្សែកោង (C) ជាមួយនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = x + 2$ ៖

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = -\infty$

និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = +\infty$

ដូចនេះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\begin{cases} (C): f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \\ (\Delta): y = x + 2 \end{cases}$

យើងបាន $(C) - (\Delta): f(x) - y = -\frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} = \frac{2(1 - e^x)}{e^x + 1}$

ដោយគ្រប់ $x \in \mathbb{R}: e^x + 1 > 0$ នោះ $f(x) - y = \frac{2(1 - e^x)}{e^x + 1}$

បើ $1 - e^x < 0 \Leftrightarrow x > 0$ នោះ (C) ស្ថិតនៅពីក្រោមបន្ទាត់ (Δ) ។

បើ $1 - e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ នោះ (C) ប្រសព្វបន្ទាត់ (Δ) ត្រង់ចំណុច $I(0, 2)$ ។

បើ $1 - e^x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ នោះ (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (Δ) ។

២.ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$

យើងបាន $f'(x) = 1 - \frac{2e^x(e^x + 1) - 2e^x(e^x - 1)}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x + 1)^2 - 4e^x}{(e^x + 1)^2}$

$$f'(x) = \frac{e^{2x} + 2e^x + 1 - 4e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2} = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

ខ) គូសតារាងអប៊ែរភាពនៃ f ៖

យើងមាន $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2 \geq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នោះ f

ជាអនុគមន៍កើនហើយបើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x - 1 = 0$ ឬ $x = 0$ ។

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$

៣.ក) ស្រាយបំភ្លឺថា កន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរជាពីរទម្រង់៖

$$f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1} \quad \text{និង} \quad f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} = x + \left[2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \right] = x + \frac{4}{e^x + 1}$ ពិត

ហើយ $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{(e^x + 1)} = x + 4 + \left[-\frac{2(e^x - 1)}{(e^x + 1)} - 2 \right] = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ពិត

ខ) ទាញបញ្ជាក់ថា ខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

យើងមាន $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$ និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x + 1} = 0$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4e^x}{e^x + 1} = 0$

នោះបន្ទាត់ $(d_1): y = x$ និង $(d_2): y = x + 4$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត

នៃក្រាប (C) រៀងគ្នាត្រង់ $+\infty$ និង $-\infty$ ។

៤.គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C)

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$ (1)

ជំនួស x ដោយ $-x$ ក្នុង(1) យើងបាន៖

$$f(x) + f(-x) = -x + 2 - \frac{2(e^{-x} - 1)}{e^{-x} + 1} = -x + 2 + \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1} \quad (2)$$

បូកសមីការ(1)&(2) យើងបាន $f(x) + f(-x) = 4$ ។

ដូចនេះ $f(x) + f(-x) = 4$ ។

តាមរូបមន្ត $f(x) + f(2a - x) = 2b$ នោះគេទាញ $a = 0, b = 2$ ។

ដូចនេះ $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C)។

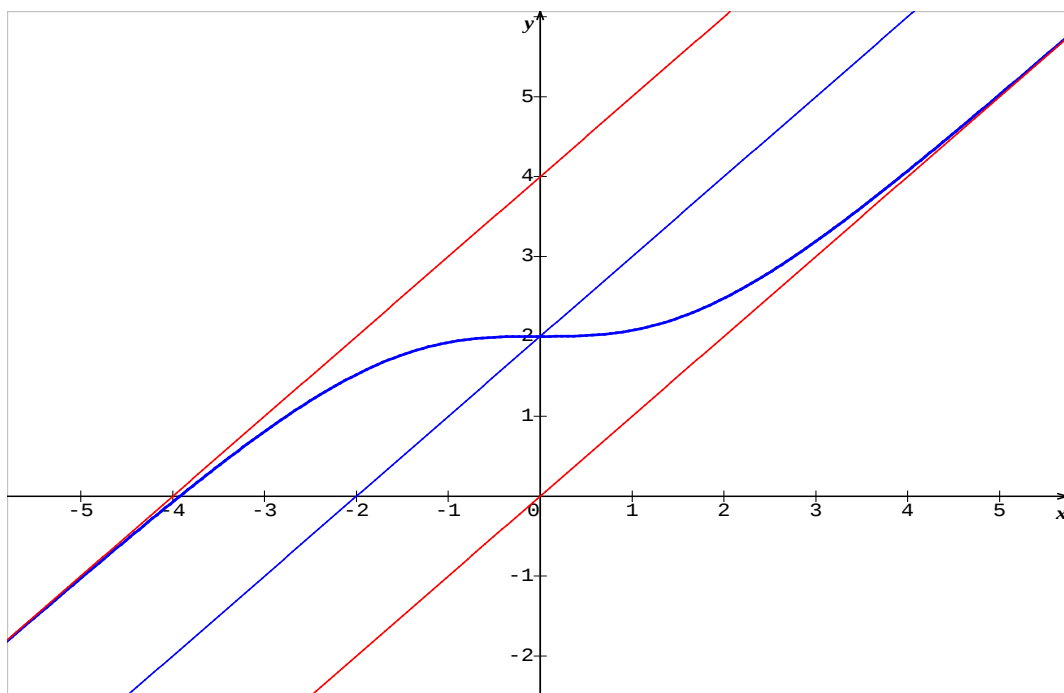
៥.គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ និងសង់ក្រាប(C) បន្ទាត់(Δ), (d_1), (d_2)៖

យើងមាន $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$

ចំពោះ $x = 1$: $f(1) = 1 + 2 - \frac{2(e - 1)}{e + 1} = 3 - 2 \times 0.5 = 2$

ចំពោះ $x = 2$: $f(2) = 2 + 2 - \frac{2(e^2 - 1)}{e^2 + 1} = 4 - 2 \times 0.8 = 2.4$

ដូចនេះ $f(1) = 2$ និង $f(2) = 2.4$ ។



លំហាត់ទី១៩

គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

តាង (C) ជាក្រាបតំណាង f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C)

មានអក្សរអាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអបេរភាពនៃ f ។

៣) កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c ដោយដឹងថា $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជា ព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។

៤) ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្សរអាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = -2$, $x = 0$ ។

(គេឲ្យ $e = 2.7$, $e^{-1} = 0.4$, $e^{-3} = 0.05$)

ដំណោះស្រាយ

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

យើងមាន f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

យើងបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2(x+1)^2 e^x = +\infty$

និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2(x+1)^2 e^x = 0$ ព្រោះ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ។

ទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្សរអាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ៖

ដោយ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ នោះក្រាប (C) មានអក្សរអាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអបេរភាពនៃ f

យើងមាន $f(x) = 2(x+1)^2 e^x$

យើងបាន $f'(x) = 4(x+1)e^x + 2(x+1)^2 e^x$

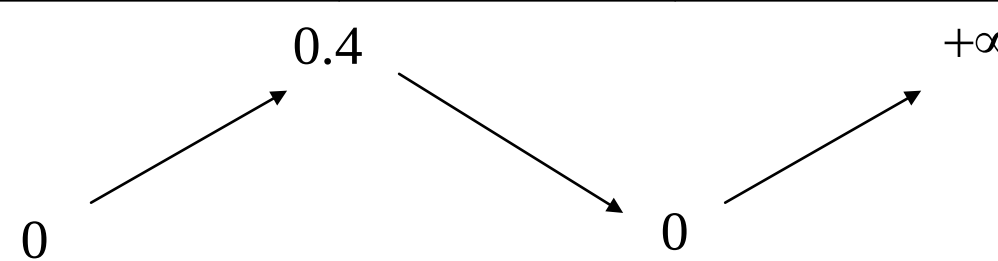
$$= 2(x+1)e^x [2 + (x+1)]$$

$$= 2(x+1)(x+3)e^x$$

ដូចនេះ $f'(x) = 2(x+1)(x+3)e^x$ ។

បើ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$

យើងបាន $f(-3) = \frac{8}{e^3} = 0.4$ និង $f(-1) = 0$

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

៣) កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c

ដើម្បីឲ្យ $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$

កាលណា $\forall x \in \mathbb{R} : F'(x) = f(x)$

យើងមាន $F'(x) = (2ax + b)e^x + (ax^2 + bx + c)e^x$
 $= [ax^2 + (2a + b)x + (b + c)]e^x$

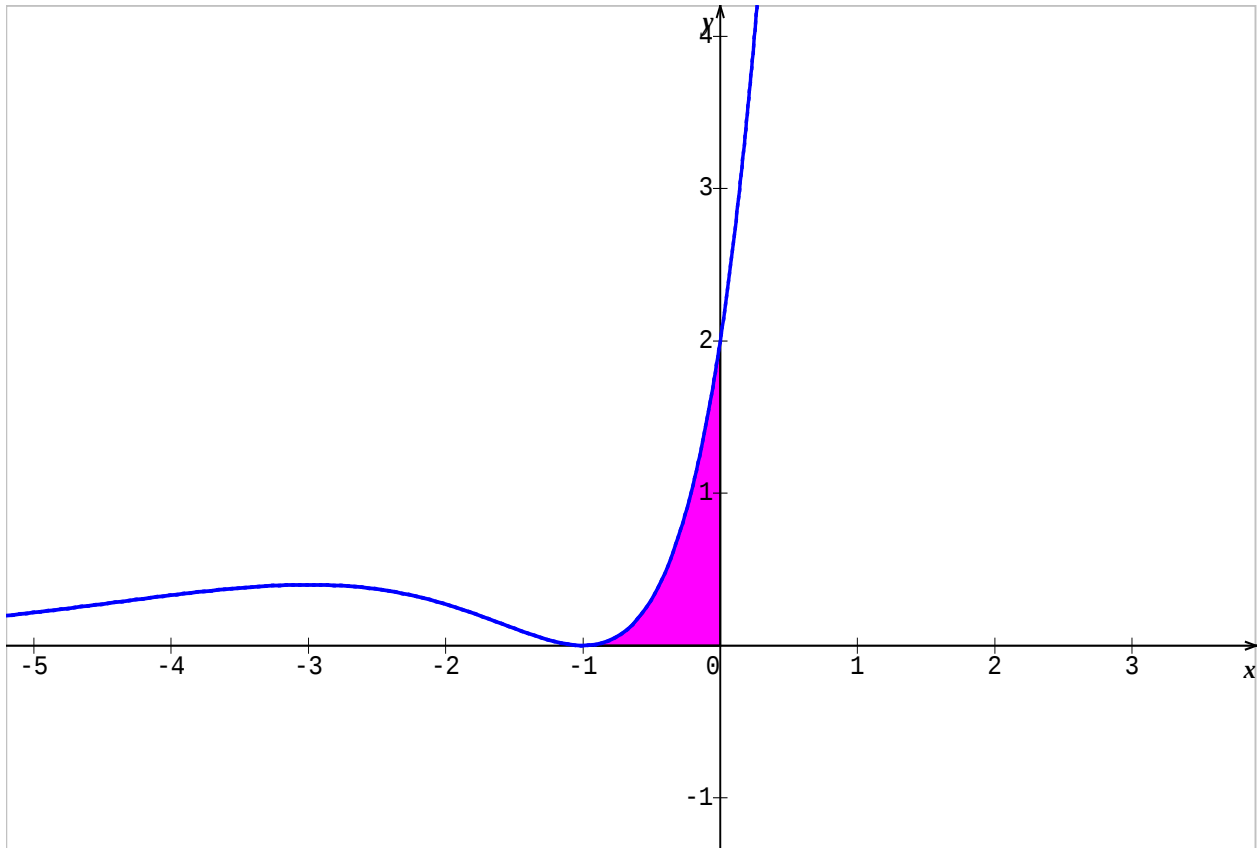
យើងបាន $[ax^2 + (2a + b)x + (b + c)]e^x = 2(x^2 + 2x + 1)e^x$

យើងទាញ $\begin{cases} a = 2 \\ 2a + b = 4 \\ b + c = 2 \end{cases}$ នោះ $a = 2, b = 0, c = 2$

ដូចនេះ $a = 2, b = 0, c = 2$ ។

ហើយ $F(x) = 2(x^2 + 1)e^x$ ។

៤) សង់ក្រាប(C)



គណនាផ្ទៃក្រឡានៃមណ្ឌលបង្គំខណ្ឌដោយក្រាប(C) និងអក្សរអាប់ស៊ីស
និងបន្ទាត់ $x = -1$, $x = 0$ ៖

$$\text{យើងបាន } S = \int_{-1}^0 f(x) dx = [F(x)]_{-1}^0 = F(0) - F(-1)$$

$$\text{ដោយ } F(x) = 2(x^2 + 1)e^x \text{ នោះ: } F(0) = 2, F(-1) = \frac{4}{e}$$

$$\text{ដូចនេះ: } S = 2 - \frac{4}{e} = \frac{2(e-2)}{e} \quad (\text{ឯកតាផ្ទៃ})$$

www.mathtoday.wordpress.com

លំហាត់ទី២០

គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ។

(c) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(c) ។

២) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) ចូរសង់ក្រាប(c) ។ គេយក $e = 2.7$, $\ln 2 = 0.7$ ។

ដំណោះស្រាយ

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$:

$$\text{យើងមាន } f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$\text{យើងបាន } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\text{ហើយ } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x) = -\infty$$

$$\text{ព្រោះ } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \text{ និង } \lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x) = -\infty \text{ ។}$$

$$\text{ដូចនេះ } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \text{ និង } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \text{ ។}$$

បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(c) :

ដោយ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ នោះបន្ទាត់ $x = 0$ ឬអក្ស័យ(oy)

ជាអាស៊ីមតូតឈរ និងបន្ទាត់ $y = 0$ ឬអក្ស័យ(ox) ជាអាស៊ីមតូតដេក។

២) គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

យើងមាន $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ជាអនុគមន៍មានដែនកំណត់ $D_f = (0, +\infty)$

$$\text{ដេរីវេ } f'(x) = \left(\frac{\ln x}{x}\right)' = \frac{(\ln x)'(x) - (x)'(\ln x)}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} \text{ ។}$$

មានសញ្ញាដូច $(1 - \ln x)$ គ្រប់ $x \in D_f$ ។

បើ $f'(x) > 0$ នោះ $1 - \ln x > 0$ ឬ $\ln x < 1$ ឬ $0 < x < e$ ។

បើ $f'(x) = 0$ នោះ $1 - \ln x = 0$ ឬ $\ln x = 1$ ឬ $x = e$ ។

បើ $f'(x) < 0$ នោះ $1 - \ln x < 0$ ឬ $\ln x > 1$ ឬ $x > e$ ។

ចំពោះ $x = e$ នោះ $f(e) = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e} = 0.4$ ។

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0.4	0

៣) សង់ក្រាប(c)

