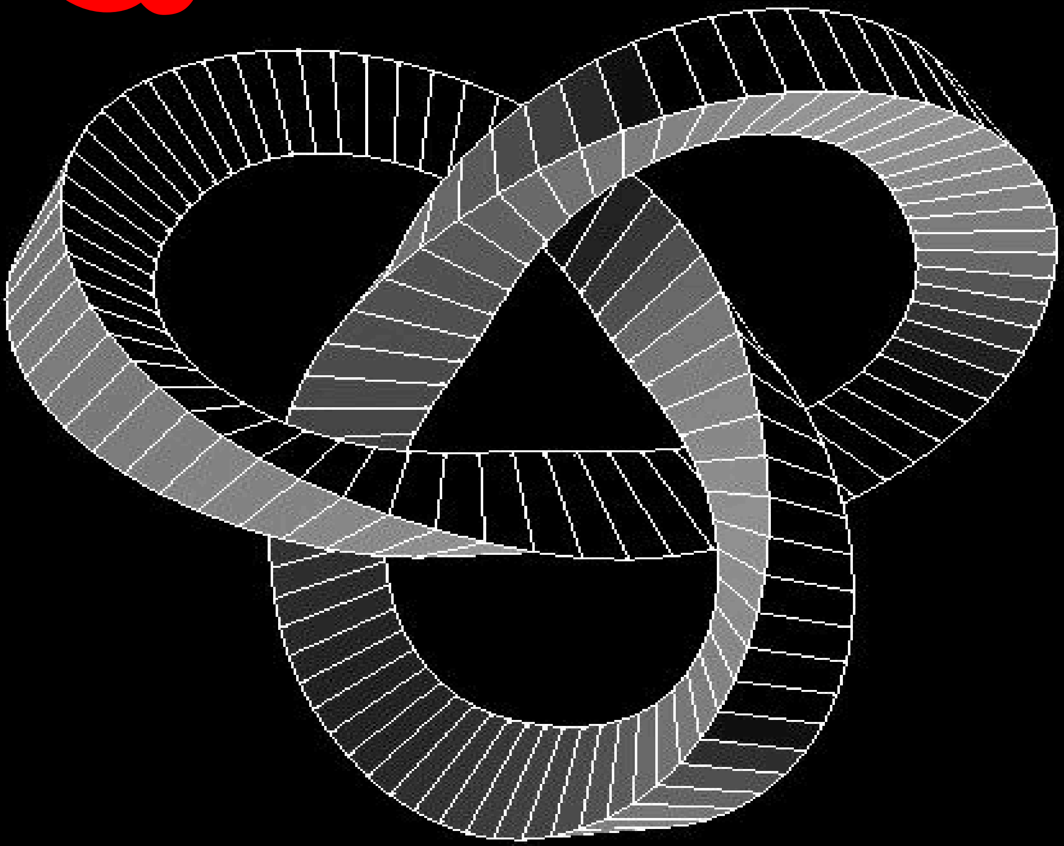
ប្រូបាប៊ីលីតេ



RON CHANRATT

លំហាត់និងដំណោះស្រាយ

Problem01 (ប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ ២០១៩)

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល16 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់16 ។គេចាប់យកប៊ូល3 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង4 ។

B : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែមិនអាចចែកដាច់នឹង5

C : គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង4 ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង4 ៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច$n(S)$: ដោយប៊ូលសរុបមាន16 ហើយគេចាប់យកប៊ូល3 នោះ

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(16,3)=\dfrac{16!}{3!13!}=560$ ។

.ចំនួនករណីស្រប$n(A)$: ក្នុងចំណោមប៊ូលចុះលេខពី1 ដល់16 មានប៊ូលដែលចុះលេខចែកដាច់នឹង4 គឺ $\{4,8,12,16\}$ នោះគេបាន $n(A)=C(4,3)=4$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{4}{560}=\dfrac{1}{140}$ ។

B : គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែមិនអាចចែកដាច់នឹង5

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ក្នុងចំណោមប៊ូល16 ដែលចុះលេខពី1 ដល់16 មានប៊ូលចុះលេខចែកដាច់នឹង5 ចំនួនបីគឺ $\{5,10,15\}$ នោះចំនួនប៊ូលដែលចុះលេខចែកមិនដាច់នឹង5 មាន13 ។

យើងបាន $n(B)=C(13,3)=\dfrac{13!}{3!10!}=286$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{286}{560}=\dfrac{143}{280}$ ។

C : **គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង** 4 **៖**

ដោយក្នុងចំណោមប៊ូល16 ដែលចុះលេខពី1 ដល់16 មានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនចែកដាច់នឹង4 ចំនួនបួនគឺ$\{4,8,12,16\}$ និងប៊ូល 12ទៀតចុះលេខជាចំនួនចែកមុនដាច់នឹង4 នោះយើងបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,1)C(12,2)=264$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{264}{560}=\dfrac{33}{70}$ ។

Problem02

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណសចំនួន2 ឃ្លីព៌ណក្រហមចំនួន4 និងនិងឃ្លីព៌ណខៀវចំនួន4 ។ គេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A :ឃ្លីទាំង3 មានព៌ណក្រហម ។

B : យ៉ាងតិចមានឃ្លី2 មានព៌ណខៀវ ។

C : ឃ្លីទាំង3 មានព៌ណខុសៗគ្នា។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A :**ឃ្លីទាំង3 មានពីណក្រហម៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបគេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច$n(S)$:

ដោយនៅក្នុងថង់នេះមានឃ្លីសរុបទាំងអស់ចំនួន $2+4+4=10$ ហើយគេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យនោះលទ្ធផលមិនគិតលំដាប់ទេ ។

វាជាបន្សំនៃ3 ធាតុយកចេញពីក្នុងចំណោម10 ធាតុ។

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\dfrac{10!}{3!7!}=\dfrac{7!.8.9.10}{6\times7!}=120$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយក្នុងចំណោមគ្រាប់ឃ្លីទាំង 10 មានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 ហើយគេចាប់យកឃ្លី 3 បានឃ្លីពណ៌ក្រហមទាំង 3 វាជាបន្សំ 3 ជាតុក្នុងចំណោម 4 ជាតុ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)=\dfrac{4!}{3!1!}=\dfrac{24}{6}=4$ ។

ដូចនេះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺ $P(A)=\dfrac{4}{120}=\dfrac{1}{30}$ ។

B : **យ៉ាងតិចមានឃ្លី 2 មានពណ៌ខៀវ៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$ ៖

ក្នុងការចាប់គ្រាប់ឃ្លីចំនួន 3 គេបានគ្រាប់ឃ្លីពណ៌ខៀវយ៉ាងតិចចំនួន 2 នោះគេបានចំនួនករណីស្រប ៖

$n(B)=C(4,2)C(6,1)+C(4,3)=\dfrac{4!}{2!2!}\times 6+\dfrac{4!}{3!1!}=36+4=40$ ។

ដូចនេះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺ $P(B)=\dfrac{40}{120}=\dfrac{1}{3}$ ។

C : **ឃ្លីទាំង 3 មានពណ៌ខុសៗគ្នា៖**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$ ៖

ដោយក្នុងថង់មានឃ្លីពណ៌សចំនួន 2 ឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន 4 ក្នុងការចាប់គ្រាប់ឃ្លីចំនួន 3 គេបានគ្រាប់ឃ្លីមានពណ៌ខុសៗគ្នានោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(2,1)C(4,1)C(4,1)=2\times 4\times 4=32$

ដូចនេះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C គឺ $P(C)=\dfrac{32}{120}=\dfrac{4}{15}$ ។

Problem03

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សពូកែចំនួន 10 នាក់ ដែលក្នុងនោះ 4 នាក់ជាសិស្សស្រីនិង 6 នាក់ជាសិស្សប្រុស។គេរៀបចំសិស្សជាក្រុម ក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់ដោយចែដន្យយកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដទៃ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ

A :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី។

B :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស។

C :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ

A :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាចៈ

សិស្សសរុបមាន 10 នាក់ជ្រើសរើសយក 4 នាក់ព្រមគ្នាដើម្បីបង្កើតជាក្រុមគឺមានសរុបទាំងអស់ $n(S)=C(10,4)=\dfrac{10!}{4!6!}=210$ របៀប។

ចំនួនករណីស្របៈ

ដោយសិស្សស្រីសរុបមាន 4 នាក់នោះគេបាន $n(A)=C(4,4)=1$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{1}{210}$ ។

B :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្របៈ

ដោយសិស្សប្រុសសរុបមាន 6 នាក់នោះគេបាន $n(B)=C(6,4)$

ឬ $n(B)=\dfrac{6!}{4!2!}=15$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{15}{210}=\dfrac{1}{14}$ ។

C :ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុស

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប៖

ដោយក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស 4 នាក់នោះក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន 50% ជាសិស្សប្រុសជាក្រុមដែលមានសិស្សប្រុស 2 និងស្រី 2។

$n(C)=C(6,2)\times C(4,2)=\frac{6!}{2!4!}\times\frac{4!}{2!2!}=15\times 6=90$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$។

Problem04

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល១៥ដែលចែកជា ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន៧ និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៧នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៧ រួចប៊ូលខៀវចំនួន៥និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៥នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៥ចុងក្រោយប៊ូលក្រហមចំនួន៣និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៣នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៣។ គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង។

B : ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស។

C : ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : **ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ការចាប់យកប៊ូល១ចេញពីក្នុងថង់ដែលមានប៊ូលសរុប១៥ គឺជាបន្សំ1 ក្នុងចំណោម 15 ដែលមានទាំងអស់ចំនួន $n(S)=C(15,1)=15$ ករណី ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដើម្បីចាប់បានប៊ូលមានពណ៌បៃតងគេត្រូវចាប់យកក្នុងចំណោមប៊ូលពណ៌បៃតង 7 ដែល

ជាបន្សំ1ក្នុង7 គឺ $n(A)=C(7,1)=7$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{7}{15}$ ។

B : **ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(\mathrm{B})}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្របn(B) :

ប៊ូលដែលចុះលេខសេសមានទាំងអស់ 9 គ្រាប់ហើយដើម្បីឲ្យប៊ូលដែលចាប់បាន

មានលេខសេសគឺគេត្រូវចាប់យកក្នុងចំណោមប៊ូលទាំង9 ដែលមានទាំងអស់

ចំនួន $n(B)=C(9,1)=9$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$ ។

C : **ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប$n(C)$:

ប៊ូលពណ៌បៃតងនិងចុះលេខសេសមាន4គ្រាប់នោះដើម្បីឲ្យប៊ូលដែលចាប់បានមាន

ពណ៌បៃតងនិងលេខសេសលុះត្រាតែគេចាប់យកក្នុងចំណោមប៊ូលទាំង4គ្រាប់នេះ

ដែលមានទាំងអស់ $n(C)=4$ករណី ។ ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{4}{15}$ ។

Problem05

ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលព៌ណស 3 ប៊ូលព៌ណខៀវ3 និងប៊ូលព៌ណក្រហម2 ។

គេចាប់យកប៊ូលម្តង3 ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ។

គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរព៌ណខៀវ» B : «ប៊ូលទាំងបីមានព៌ណខុសៗគ្នា»

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : «យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ»

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបមាន 8 ហើយគេចាប់យកប៊ូលម្តង 3 ក្នុងពេលតែមួយចេញពីស្បោង

ដោយចៃដន្យនោះគេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(8,3)=\dfrac{8!}{3!5!}=56$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយប៊ូលខៀវមាន 3 នោះ $n(A)=C(3,2)C(5,1)+C(3,3)=16$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{16}{56}=\dfrac{2}{7}$ ។

B : «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ខុសៗគ្នា»

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ដោយក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលពណ៌ស 3 ប៊ូលពណ៌ខៀវ3 និងប៊ូលពណ៌ក្រហម2

ហើយគេចាប់យកប៊ូល៣បានប៊ូលពណ៌ខុសគ្នាទាំង៣នោះគេបានចំនួនករណីស្រប

$n(B)=C(3,1)C(3,1)C(2,1)=18$ ។ ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{18}{56}=\dfrac{9}{28}$ ។

Problem06

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល12ដែលគេសរសេរពីលេខ1ដល់12 ។

គេចាប់យកប៊ូល3ចេញពីធុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង3»

ខ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង3»

គ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមាន

ផលសងរួម $d=3$ »។

Solution

ក.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ ។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបមាន12ហើយគេចាប់យកប៊ូល3ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(12,3)=\dfrac{12!}{3!9!}=\dfrac{10\times11\times12}{6}=220$ ។

ក្នុងចំណោមប៊ូលចុះលេខពី 1 ដល់12 មានប៊ូល4ចុះលេខចែកដាច់នឹង3 គឺ ៖ $\{3,6,9,12\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)=4$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{4}{220}=\dfrac{1}{55}$ ។

ខ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង3»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

គេបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ដោយក្នុងចំណោមប៊ូលចុះលេខពី1 ដល់12 មានប៊ូល4ចុះលេខចែកដាច់នឹង3និង ប៊ូល8 ទៀតចុះលេខចែកមិនដាច់នឹង3នោះគេបានចំនួនករណីស្រប៖

$n(B)=C(4,1)C(8,2)=4\times\dfrac{8!}{2!6!}=112$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{112}{220}=\dfrac{28}{55}$ ។

គ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តមាន $d=3$»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

គេបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ដោយ $C = \{(1,4,7),(2,5,8),(3,6,9),(4,7,10),(5,8,11),(6,9,12)\}$

នោះគេបាន $n(C) = 6$ ។ ដូចនេះ $p(C) = \frac{6}{220} = \frac{3}{110}$ ។

Problem07

នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី៤នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិក២នាក់និងសិស្សអឺរ៉ុប៣នាក់។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស៣នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

ខ.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប»

គ.«មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប»។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

យើងបាន $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយសិស្សសរុបនៅក្នុងថ្នាក់មាន 9 នាក់ហើយគេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស៣នាក់ដោយចៃដន្យនោះគេបានចំនួនករណីអាច ៖

$n(S) = C(9,3) = \frac{9!}{3!6!} = 84$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A) = C(4,2)C(5,1) + C(4,3) = 34$ ។

ដូចនេះ $p(A) = \frac{34}{84} = \frac{17}{42}$ ។

ខ.«យ៉ាងតិចមានសិស្ស២នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

យើងបាន $p(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B) = C(3,2)C(6,1) + C(3,3) = 19$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\frac{19}{84}$ ។

គ.«មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទីប»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

យើងបាន $p(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,1)C(2,1)C(3,1)=24$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\frac{24}{84}=\frac{2}{7}$ ។

Problem08

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 3គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1,2,3 ។

គេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។

១-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A: គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។

២-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B: គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។

៣-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C: គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3ដោយបានដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា ។

Solution

១)រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា៖

តាង a_1,a_2 ជាឃ្លីពណ៌ស ចុះលេខ1 និង 2 ហើយ b_1,b_2,b_3 ជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅចុះលេខ 1, 2 និង 3 ។ លំហសំណាក ៖

$S=\{(a_1,a_2),(a_1,b_1),(a_1,b_2),(a_1,b_3),(a_2,b_1),(a_2,b_2),(a_2,b_3),(b_1,b_2),(b_1,b_3),(b_2,b_3)\}$

សំណុំព្រឹត្តិការណ៍ A,B និង $A\cap B$៖

$A=\{(a_1,a_2),(b_1,b_2),(b_2,b_3),(b_1,b_3)\}$, $B=\{(a_1,a_2),(a_1,b_2),(a_2,b_1),(b_1,b_2)\}$

និង $A\cap B=\{(a_1,a_2),(b_1,b_2)\}$ ។

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ ដោយ $n(S)=10$, $n(A)=4$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{4}{10}=0.4$ ។

២)រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ3

រូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$ ដោយ $n(B)=4$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=0.4$ ។

៣)គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C

គេបាន $P(C)=P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$

ដោយ $n(A\cap B)=2$ ដូចនេះ $P(C)=\frac{2}{4}=0.5$ ។

Problem09

គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

១-រកចំនួនករណីអាច ។

២-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5 ។

៣-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។

Solution

១)រកចំនួនករណីអាច ៖

ចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ជាតម្រៀបគិតលំដាប់ដែលកំណត់ដោយ ៖

$n(S)=A(9,3)=\frac{9!}{(9-3)!}=\frac{6!.7.8.9}{6!}=504$ ។

ដូចនេះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=504$ ។

២)រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ នោះគេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ជាពហុគុណនៃ 5 ជាចំនួនដែលមានលេខចុងក្រោយជាលេខ5

ហើយលេខពីរខ្ទង់ខាងមុខជាលេខដែលយកចេញពីលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=A(8,2)=\frac{8!}{(8-2)!}=\frac{6!.7.8}{6!}=56$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{56}{504}=\frac{1}{9}$ ។

៣)រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ នោះគេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់ជាចំនួគូ ជាចំនួនដែលមានលេខចុងក្រោយជាចំនួនគូ ។

ក្នុងចំណោម9ចំនួន 1,2,3,4,5,6,7,8,9 មានចំនួនគូបួនគឺ 2,4,6,8 ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=A(8,2)\times 4=\frac{8!}{(8-2)!}\times 4=\frac{6!.7.8}{6!}\times 4=224$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$ ។

Problem10

ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចព័ណក្រហម 8 និងប៊ិព័ណខៀវ6 ។ គេចាប់យកប៊ិច5 ព្រមគ្នា ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបៈ

A : «ប៊ិចទាំង5 ព័ណក្រហម»

B : «ប៊ិច3 ព័ណក្រហមនិងប៊ិច2 ព័ណខៀវ»

C : «មានប៊ិចព័ណខៀវ1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង5 »

Solution

គណនាប្រូបាបៈ

A : «ប៊ិចទាំង5 ព័ណក្រហម»

យើងបាន $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ិចសរុបនៅក្នុងថង់មាន14 ហើយគេចាប់យកប៊ិច5 ព្រមគ្នានោះគេបានៈ

$n(C)=C(14,5)=\frac{14!}{5!9!}=14\times 13\times 11=2002$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(8,5)=\frac{8!}{5!3!}=56$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\frac{56}{2002}=\frac{4}{143}$ ។

B: «ប៊ិច3 ព័ណក្រហមនិងប៊ិច2 ព័ណខៀវ»

យើងបាន $p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(8,3)C(6,2)=840$

ដូចនេះ $p(B)=\frac{840}{2002}=\frac{30}{143}$ ។

C: «មានប៊ិចព័ណខៀវ1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង5 »

យើងបាន C និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $p(C)=1-p(A)$

ដូចនេះ $p(C)=1-\frac{4}{143}=\frac{139}{143}$ ។

Problem11

ទេសចរមួយក្រុមមានបុរស3 នាក់និងស្ត្រី5 នាក់បានឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួរដោយ ចៃដន្យដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គរវត្ត។

១.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរនោះ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

A: «ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»

B: «ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា»

Solution

១.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរនោះ៖

តាង $n(S)$ ជាចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរ។

ដោយក្រុមទេសចរមានបុរស3 នាក់និងស្ត្រី5នោះរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាគឺ

$n(S)=8!=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8=40320$ ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ៖

A: «ទេសចរដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=40320$ ។

ចំនួនករណីស្រួបគឺ $n(A)=5\times7!=25200$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{25200}{40320}=\dfrac{5}{8}$ ។

B: «ទេសចរជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា»

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រួប $n(B)=3!6!=4320$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{4320}{40320}=\dfrac{3}{28}$ ។

Problem12

មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែន បានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសគ្នាដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី1ដល់9។

១.តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

២.មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យដើម្បីប្រើក្នុងពេលធ្វើប្រតិបត្តិការសឹក។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A: «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ»

B: «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស»

Solution

១.ចំនួនសម្ងាត់ដែលមេបញ្ជាការបង្កើតបានទាំងអស់៖

តាង $n(S)$ ជាចំនួនសម្ងាត់ដែលមេបញ្ជាការបង្កើតបានទាំងអស់។

ដោយចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសគ្នាដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី1ដល់9នោះគេបាន ៖

$n(S)=P(9,3)=\dfrac{9!}{6!}=7\times8\times9=504$ ចំនួន។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A : «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ»

យើងបាន $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=504$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគូ ត្រូវមានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយបង្អស់ជាលេខ $2,4,6,8$ ។

គេបាន $n(A)=4\times\frac{8!}{6!}=4\times7\times8=224$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$ ។

B : «ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស»

ដោយ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន ៖

$p(B)=1-p(A)=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\frac{4}{9}$, $p(B)=\frac{5}{9}$ ។

Problem13

ក្រូចថ្លុង 20 ផ្លែដែលដាក់លក់មាន 16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែមនិង 4 ផ្លែមានរសជាតិជូរ។
អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូចថ្លុង 3 ដោយចៃដន្យ។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ»។

២. B : «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម»

៣. C : «យ៉ាងតិចមានក្រូច 1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម»។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : «ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ»។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,3)=\dfrac{20!}{3!17!}=\dfrac{18\times19\times20}{6}=1140$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)=4$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{4}{1140}=\dfrac{1}{285}\approx 0.0035$ ។

២.B : «ក្រូចទាំង3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម»

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(16,3)=\dfrac{16!}{3!13!}=\dfrac{14\times15\times16}{6}=560$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{560}{1140}=\dfrac{28}{57}\approx 0.4912$ ។

៣.C : «យ៉ាងតិចមានក្រូច1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម»។

C និង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

ដូចនេះ $p(C)=1-p(A)=1-\dfrac{1}{285}=\dfrac{284}{285}\approx 0.9965$ ។

Problem14

គេប្រើលេខពី 0 ដល់9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ4 ខ្ទង់ដោយលេខខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ទេ។

១.តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើនេះ?

២.តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា?

៣.តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នា?

Solution

១.រកចំនួនដែលគេអាចសរសេរបាន

ចំនួនមានលេខបួនខ្ទង់ដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9 និងដោយលេខខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ។

លេខខ្ទង់ទីមួយដំបូងគេអាចសរសេរបាន 9 របៀបដោយប្រើលេខពី1ដល់9 ។

លេខខ្ទង់ទីពីរអាចសរសេរបាន 10 របៀបដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9។

លេខខ្ទង់ទីបីអាចសរសេរបាន 10 របៀបដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9។

លេខខ្ទង់ទីបួនអាចសរសេរបាន 10 របៀបដោយប្រើលេខពី 0 ដល់9។

ដូចនេះចំនួនសរុបដែលគេអាចសរសេរបានមាន $9\times10\times10\times10=9,000$ ចំនួន។

២.ចំនួនដែលមានលេខទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា៖

លេខខ្ទង់ទីមួយដំបូងគេអាចសរសេរបាន 9 របៀប

លេខខ្ទង់ទីពីរអាចសរសេរបាន 9 របៀប

លេខខ្ទង់ទីបីអាចសរសេរបាន 8 របៀប

លេខខ្ទង់ទីបួនអាចសរសេរបាន 7 របៀប

ដូចនេះចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នាសរុបទាំងអស់គឺ ៖

$9\times9\times8\times7=4536$ ចំនួន។

៣.ចំនួនដែលមានលេខទាំង 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា ៖

ចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នាដោយប្រើលេខពី1 ដល់9 គឺ ៖

$\{1111,2222,3333,4444,5555,6666,7777,8888,9999\}$

ដូចនេះមាន9 ចំនួនដែលមានលេខទាំង4 ខ្ទង់ដូចគ្នា ។

Problem15

ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយ មានលំហាត់ពីជគណិត6 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ4 ។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង10 នេះទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន។

១.រកចំនួនករណីអាច ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖

A : «សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ។

B: សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរនីមាត្រទាំងពីរ។

C: សិស្សZ ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយនិងលំហាត់ធរណីមាត្រ។

Solution

១.រកចំនួនករណីអាច ៖

លំហាត់សរុបមាន10ហើយបេក្ខជនត្រូវជ្រើសរើសលំហាត់2 នោះគេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=45$ ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖

A: «សិស្សX ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប$n(A)=C(6,2)=\dfrac{6!}{2!4!}=15$ ។

ដូចនេះ: $p(A)=\dfrac{15}{45}=\dfrac{1}{3}$ ។

B: សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរនីមាត្រទាំងពីរ។

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$

ដូចនេះ: $p(B)=\dfrac{6}{45}=\dfrac{2}{15}$ ។

C: សិស្សZ ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយនិងលំហាត់ធរណីមាត្រ។

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,1)C(4,1)=6\times 4=24$ ។

ដូចនេះ: $p(C)=\dfrac{24}{45}=\dfrac{8}{15}$ ។

Problem16

គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស3 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស6 នាក់និងសិស្សស្រី4 នាក់។រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស 2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់។

Solution

រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់៖

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសយកសិស្ស3 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ហើយគេបានសិស្សប្រុស2 នាក់និងសិស្សស្រី1 នាក់។

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\dfrac{10!}{3!7!}=\dfrac{8\times9\times10}{6}=120$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,2)C(4,1)=\dfrac{6!}{2!4!}\times4=60$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}$ ។

Problem17

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម8 និងឃ្លីព៌ណបៃតង12 ។

គេចាប់យកឃ្លី1 ចំនួនពីរដងចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

(ចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ)។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ។

ខ. B: យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ។

គ. C: យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណក្រហម

A_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណក្រហម

គេបាន $A = A_1 \cap A_2$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2 / A_1)$

ដោយ $P(A_1) = \dfrac{n(A_1)}{n(S_1)} = \dfrac{C(8,1)}{C(20,1)} = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

$P(A_2 / A_1) = \dfrac{n(A_2 / A_1)}{n(S_2)} = \dfrac{C(7,1)}{C(19,1)} = \dfrac{7}{19}$

ដូចនេះ $P(A) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{7}{19} = \dfrac{14}{95} \approx 0.1474$ ។

ខ.B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណបៃតង

B_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណបៃតង

គេបាន $B = B_1 \cap B_2$ នោះ $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)P(B_2 / B_1)$

ដោយ $P(B_1) = \dfrac{n(B_1)}{n(S_1)} = \dfrac{C(12,1)}{C(20,1)} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$

$P(B_2 / B_1) = \dfrac{n(B_2 / B_1)}{n(S_2)} = \dfrac{C(11,1)}{C(19,1)} = \dfrac{11}{19}$

ដូចនេះ $P(B) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{11}{19} = \dfrac{33}{95} \approx 0.3474$ ។

គ.C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីក្រហម

C_2 :ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

C_1' : ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីបៃតង

C_2' : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីក្រហម

យើងបាន $C = (C_1 \cap C_2) \cup (C_1' \cap C_2')$

នោះ $P(C) = P(C_1 \cap C_2) + P(C_1' \cap C_2')$

$$= P(C_1)P(C_2/C_1) + P(C_1')P(C_2'/C_1')$$

ដោយ $P(C_1) = \frac{n(C_1)}{n(S_1)} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$, $P(C_2/C_1) = \frac{n(C_2/C_1)}{n(S_2)} = \frac{12}{19}$

$$P(C_1') = \frac{n(C_1')}{n(S_1)} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \ , P(C_2'/C'_1) = \frac{n(C_2'/C_1')}{n(S_2)} = \frac{8}{19}$$

ដូចនេះ $P(C) = \frac{2}{5} \times \frac{12}{19} + \frac{3}{5} \times \frac{8}{19} = \frac{48}{95} = 0.5052$ ។

សម្គាល់ ៖ គេអាចគណនាប្រូបាបនេះតាមព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេមាន C និង $A \cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន៖

$$P(C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - \frac{14}{95} - \frac{33}{95} = \frac{48}{95} = 0.5052$$ ។

Problem18

ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម4 និងឃ្លីព៌ណបៃតង6 ។គេចាប់យកឃ្លី1 ចំនួនពីរដងចេញពីក្នុងថង់នោះដោយថែជន្យ(ចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ)។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ។

ខ. B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ។ គ. C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានឃ្លីព៌ណក្រហមទាំងពីរ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណក្រហម

A_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណក្រហម

គេបាន $A = A_1 \cap A_2$ នោះ $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$

ដោយ $P(A_1) = \frac{n(A_1)}{n(S)} = \frac{C(4,1)}{C(10,1)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

$$P(A_2) = \frac{n(A_2)}{n(S)} = \frac{C(4,1)}{C(10,1)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

ដូចនេះ $P(B)=P(B_1\cap B_2)=P(B_1)P(B_2)$ ។

ខ.B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតងទាំងពីរ

តាងព្រឹត្តិការណ៍ B_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីព៌ណបៃតង

B_2 : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីព៌ណបៃតង

គេបាន $B=B_1\cap B_2$ នោះ $P(B)=P(B_1\cap B_2)=P(B_1)P(B_2)$

ដោយ $P(B_1)=\dfrac{n(B_1)}{n(S)}=\dfrac{C(6,1)}{C(10,1)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$P(B_2)=\dfrac{n(B_2)}{n(S)}=\dfrac{C(6,1)}{C(10,1)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{25}=0.36$ ។

គ.C : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ C_1 :ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីក្រហម

C_2 :ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

C_1' : ចាប់យកលើកទី១បានឃ្លីបៃតង

C_2' : ចាប់យកលើកទី២បានឃ្លីបៃតង

យើងបាន $C=(C_1\cap C_2)\cup(C_1'\cap C_2')$

នោះ $P(C)=P(C_1\cap C_2)+P(C_1'\cap C_2')$

$=P(C_1)P(C_2)+P(C_1')P(C_2')$

ដោយ $P(C_1)=\dfrac{n(C_1)}{n(S)}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$, $P(C_2)=\dfrac{n(C_2)}{n(S)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$P(C_1')=\dfrac{n(C_1')}{n(S)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$, $P(C_2')=\dfrac{n(C_2')}{n(S)}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{12}{25}=0.48$ ។

សម្គាល់ ៖ គេអាចគណនាប្រូបាបនេះតាមព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេមាន C និង $A\cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះគេបាន៖

$P(C)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)=1-\dfrac{4}{25}-\dfrac{9}{25}=\dfrac{12}{25}=0.48$ ។

Problem19

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម6 គ្រាប់ចុះលេខ1,2,3,4,5,6 និងប៊ូលខ្មៅ9គ្រាប់ចុះលេខ1,2,3,4,5,6,7,8,9 ។

គេចាប់យកប៊ូល1គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនសេស។

ខ. B: យកបានប៊ូលចុះលេខសេសដោយដឹងថាជាប៊ូលខ្មៅ។

គ. C: យកបានប៊ូលខ្មៅដោយដឹងថាជាប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A: យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនសេស៖

តាមរូបមន្តគោននៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន15 ចាប់យក1 នោះគេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,1)=15$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ប៊ូលចុះលេខជាចំនួនសេសមាន8 ចាប់យក1 នោះ $n(A)=C(8,1)=8$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{8}{15}\approx 0.5333$ ។

ខ. B: យកបានប៊ូលចុះលេខសេសដោយដឹងថាជាប៊ូលខ្មៅ

B_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូលមួយបានប៊ូលខ្មៅ។

គេបាន $B=A/B_1$ នោះ $P(B)=P(A/B_1)=\frac{n(A\cap B_1)}{n(B_1)}$

គេមាន $n(B_1)=9$ និង $A\cap B_1=\{1,3,5,7,9\}$ នោះ $n(A\cap B_1)=5$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{5}{9}\approx 0.5556$ ។

គ.C : យកបានប៊ូលខ្មៅដោយដឹងថាជាប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូ

តាងC_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូលមួយបានប៊ូលចុះលេខគូ។

គេបាន $C=B_1/C_1$ នោះ $P(C)=\frac{n(B_1\cap C_1)}{n(C_1)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខគូមាន7 គ្រាប់នោះ$n(C_1)=C(7,1)=7$ ។

ហើយ $B_1\cap C_1=\{2,4,6,8\}$ នោះ $n(B_1\cap C_1)=4$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{4}{7}\approx 0.5714$ ។

Problem20

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម4 គ្រាប់ចុះលេខ1,2,3,4និងប៊ូលខ្មៅ6 គ្រាប់ចុះលេខ 1,2,3,4,5,6។គេចាប់យកប៊ូល2គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានប៊ូលខ្មៅយ៉ាងតិច1 គ្រាប់។

ខ.B : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ។

គ.C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងពណ៌ដូចគ្នា។

ឃ.D : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងពណ៌ខុសគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានប៊ូលខ្មៅយ៉ាងតិច1 គ្រាប់

យើងតាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល2 បានប៊ូលពណ៌ក្រហមទាំង2

នោះA'និងA ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

គេបាន $P(A)=1-P(A')=1-\frac{n(A')}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច$n(S)$:

ប៊ូលសរុបមាន10 ហើយចាប់យកប៊ូល2 ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=\dfrac{9\times10}{2}=45$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A')=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ។

ដូចនេះ $P(A)=1-\dfrac{6}{45}=\dfrac{39}{45}=\dfrac{13}{15}\approx0.8667$ ។

ខ.B : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា ៖

យើងតាង B' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកប៊ូល2 គ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា

នោះ B' និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(B)=1-P(B')=1-\dfrac{n(B')}{n(S)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខដូចគ្នាមានតែ4 គូនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B')=4$ ។

ដូចនេះ $P(B)=1-\dfrac{4}{45}=\dfrac{41}{45}\approx0.9111$ ។

គ.C : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងពណ៌ដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប ៖

ដើម្បីចាប់យកប៊ូល2 បានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងពណ៌ដូចគ្នាលុះត្រាតែប៊ូល2 នេះ

ចាប់យកពីក្នុងចំណោមប៊ូលក្រហមសុទ្ធឬប៊ូលខ្មៅសុទ្ធនោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(C)=C(4,2)+C(6,2)=\dfrac{4!}{2!2!}+\dfrac{6!}{4!2!}=6+15=21$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{21}{45}=\dfrac{7}{15}\approx0.4667$ ។

ឃ.D : យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នានិងពណ៌ខុសគ្នា៖

យើងមាន D និង $(B\cup C)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

គេបាន $P(D)=1-P(B\cup C)=1-P(B)-P(C)=1-\frac{4}{45}-\frac{21}{45}=\frac{4}{9}$

ដូចនេះ $P(D)=\frac{4}{9}$ ។

Problem21

នៅក្នុងស្បោងមួយមានឃ្លីព៌ណក្រហម6 ឃ្លីព៌ណខ្មៅ5និងឃ្លីព៌ណ

បៃតង9 ។ គេចាប់យកឃ្លី3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងស្បោងនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា ។

ខ. B : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា។

គ. C : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា2គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានឃ្លីមានព៌ណខុសគ្នា ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

$n(S)=C(20,3)=\frac{20!}{3!17!}=\frac{18\times19\times20}{6}=1140$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(6,1)C(5,1)C(9,1)=6\times5\times9=270$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{270}{1140}=\frac{9}{38}\approx0.2368$ ។

ខ. B : យកបានឃ្លីមានព៌ណដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(6,3)+C(5,3)+C(9,3)$

$$=\frac{6!}{3!3!}+\frac{5!}{3!2!}+\frac{9!}{3!6!}$$
$$=20+10+84=114$$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{114}{1140}=\frac{1}{10}=0.10$ ។

គ.C : យកបានឃ្លីមានពណ៌ដូចគ្នា 2 គ្រាប់

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប ៖

$$n(C)=C(6,2)C(14,1)+C(5,2)C(15,1)+C(9,2)C(11,1)$$
$$=\frac{6!}{2!4!}\times 14+\frac{5!}{2!3!}\times 15+\frac{9!}{2!7!}\times 11$$
$$=210+150+396=756$$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{756}{1140}=\frac{63}{95}\approx 0.6632$ ។

Problem22

នៅក្នុងធុងមួយមានប៊ូល 30 គ្រាប់ចុះលេខពី 1 ដល់ 30 ។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងធុងនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង 2 គ្រាប់។

ខ.B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ទាំង 2 គ្រាប់។

គ.C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋម 1 គ្រាប់និងចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ 1 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋមទាំង 2 គ្រាប់

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(30,2)=\dfrac{30!}{28!2!}=\dfrac{29\times 30}{2}=435$ ។

.ចំនួនករណីស្រប៖

ចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី1 ដល់30 មានចំនួនបឋមទាំងអស់ចំនួន១០គឺ

$\{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប៖

$n(A)=C(10,2)=\dfrac{10!}{2!8!}=\dfrac{9\times 10}{2}=45$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{45}{435}=\dfrac{3}{29}\approx 0.1035$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ទាំង2 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ចំនួនគត់ធម្មជាតិបន្តគ្នាពី1 ដល់30 មានចំនួនជាការេប្រាកដទាំងអស់5 ចំនួនគឺ

$\{1,4,9,16,25\}$ នោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)=\dfrac{5!}{2!3!}=10$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{10}{435}=\dfrac{2}{87}$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនបឋម1 គ្រាប់និងចុះលេខជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់1 គ្រាប់៖

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(10,1)C(5,1)=10\times 5=50$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{50}{435}=\dfrac{10}{87}\approx 0.1149$ ។

Problem23

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម12 ដើមនិងប៊ិចខៀវ12 ដើម។ គេចាប់យកប៊ិច2 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ក.A : យកបានប៊ិចមានព័ណខុសគ្នា។

ខ.B : យកបានប៊ិចមានព័ណដូចគ្នា។

គ.C : យកបានប៊ិចព័ណខៀវយ៉ាងតិច1 ដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក.A : យកបានប៊ិចមានព័ណខុសគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$

ប៊ិចសរុបមានចំនួន24 ដើមហើយចាប់យក2 ដើមព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n(S)=C(24,2)=\dfrac{24!}{2!22!}=\dfrac{23\times 24}{2}=276$ ។

ចំនួនករណីស្រប$n(A)=C(12,1)C(12,1)=12\times 12=144$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{144}{276}=\dfrac{12}{23}\approx 0.5217$ ។

ខ.B : យកបានប៊ិចមានព័ណដូចគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(12,2)+C(12,2)=2\times\dfrac{12!}{2!10!}=11\times 12=132$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{132}{276}=\dfrac{11}{23}\approx 0.4783$ ។

គ.C : យកបានប៊ិចព័ណខៀវយ៉ាងតិច1 ដើម

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប$n(C)=C(12,1)C(12,1)+C(12,2)=144+66=210$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{210}{276}=\dfrac{35}{46}\approx 0.7609$ ។

Problem24

នៅក្នុងកាបូបមួយមានប្រាក់សរុប $230,000$ រៀលដែលក្នុងនោះមាន

ក្រដាស់ប្រាក់បីប្រភេទគឺក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀល ក្រដាសប្រាក់មួយម៉ឺនរៀលនិង

ក្រដាសប្រាក់ពីរម៉ឺនរៀលរួមទាំងអស់ 20 សន្លឹក។

គេដឹងផលបូកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀលនិងចំនួនក្រដាស់ប្រាក់ពីរម៉ឺនរៀល

ស្មើនឹង 3 ដងនៃចំនួនក្រដាសប្រាក់មួយម៉ឺនរៀល។

១.ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ។

២.គេយកប្រាក់ 4 សន្លឹកចេញពីក្នុងកាបូបនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប្រាក់ $45,000$ រៀល

ខ. B : យកបានប្រាក់ $70,000$ រៀល

គ. C : យកបានប្រាក់ច្រើនបំផុត។

Solution

១.រកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ៖

យើងតាង x, y, z ជាចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀល ក្រដាសមួយម៉ឺនរៀលនិង

ក្រដាសពីរម៉ឺនរៀលរៀងគ្នា។ តាមសម្មតិកម្មយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ ៖

$$\begin{cases} 5000x + 10000y + 20000z = 230000 \\ x + y + z = 20 \\ x + z = 3y \end{cases}$$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការនេះគេបាន $x = 8$, $y = 5$, $z = 7$ ។

ដូចនេះចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់រៀលមាន 8 សន្លឹក។

ចំនួនក្រដាសប្រាក់មួយម៉ឺនរៀលមាន 5 សន្លឹក។

ចំនួនក្រដាសប្រាក់ពីរម៉ឺនរៀលមាន 7 សន្លឹក។

២.គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានប្រាក់ $45,000$ រៀល

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,4)=\frac{20!}{4!16!}=\frac{17\times18\times19\times20}{24}=4845$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដើម្បីយកបានប្រាក់ $45,000$ រៀលលុះត្រាតែគេយកបានក្រដាសប្រាក់ប្រាំពាន់មួយសន្លឹក ក្រដាសមួយម៉ឺនរៀលពីរសន្លឹកនិងក្រដាសពីរម៉ឺនរៀលមួយសន្លឹក។

គេបាន $n(A)=C(8,1)C(5,2)C(7,1)=8\times\frac{5!}{2!3!}\times7=560$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{560}{4845}=\frac{112}{969}\approx0.1156$ ។

ខ. B : យកបានប្រាក់ $70,000$ រៀល

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ដើម្បីយកបានប្រាក់ $70,000$ រៀលលុះត្រាតែគេយកបានក្រដាសមួយម៉ឺនរៀល ១សន្លឹកនិងក្រដាសពីរម៉ឺនរៀល៣សន្លឹក។

គេបាន $n(B)=C(5,1)C(7,3)=5\times\frac{7!}{4!3!}=175$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{175}{4845}=\frac{35}{969}\approx0.0361$ ។

គ. C : យកបានប្រាក់ច្រើនបំផុត៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ដើម្បីយកបានប្រាក់ច្រើនបំផុតលុះត្រាតែគេយកបានក្រដាសពីរម៉ឺនរៀលទាំង

៤សន្លឹកនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(7,4)=\frac{7!}{4!3!}=35$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{35}{4845}=\frac{7}{969}\approx 0.0072$ ។

Problem25

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស15នាក់ក្នុងនោះសិស្សប្រុស9នាក់និងសិស្សស្រី6 នាក់។
គេជ្រើសរើសសិស្ស3នាក់ដោយចៃដន្យជាតំណាងទៅសម្ភាសន៍។
រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី។

B : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សប្រុស។

C : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់មាន2 នាក់ជសិស្សស្រី។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សស្រី

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាបយើងបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

សិស្សសរុបមាន15 នាក់ហើយគេជ្រើសរើសសិស្ស3នាក់នោះចំនួនករណីអាចគឺ៖

$n(S)=C(15,3)=\frac{15!}{3!12!}=\frac{13\times14\times15}{6}=455$ ។

.ចំនួនករណីស្រប$n(A)$:

សិស្សស្រីសរុបមាន6 នាក់ហើយគេជ្រើសរើសសិស្ស3នាក់ឲ្យបានសិស្សស្រីទាំង3

នោះ $n(A)=C(6,3)=\frac{6!}{3!3!}=4\times5=20$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{20}{455}=\frac{4}{91}$ ។

B : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់សុទ្ធតែជាសិស្សប្រុស៖

តាមរូបមន្តគោល $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(9,3)=\frac{9!}{3!6!}=\frac{7\times8\times9}{6}=84$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{84}{455}=\frac{12}{65}$ ។

C : ក្រុមសិស្សទាំង3នាក់មាន2 នាក់ជាសិស្សស្រី៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,2)C(9,1)=\frac{6!}{2!4!}\times9=135$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{135}{455}=\frac{27}{91}$ ។

Problem26

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 8គ្រាប់ ប៊ូលព៌ណខ្មៅ9គ្រាប់ និងប៊ូលព៌ណបៃតង11 គ្រាប់។គេចាប់យកប៊ូល2 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលព៌ណដូចគ្នាទាំងពីរគ្រាប់ ។

B : យកបានប៊ូលព៌ណខុសគ្នា ។

C : យកបានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលព៌ណដូចគ្នាទាំងពីរគ្រាប់ ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច៖

ប៊ូលសរុបមាន 28 គ្រាប់ហើយចាប់យក 2 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច៖

$n(S)=C(28,2)=\dfrac{28!}{2!26!}=378$ ។

.ចំនួនករណីស្រប ៖

ដោយនៅក្នុងថង់មានប៊ូលព៌ណក្រហម 8 គ្រាប់ប៊ូលព៌ណខ្មៅ 9 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 11 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ព្រមគ្នាបានប៊ូលព៌ណដូចគ្នាទាំងពីរ

នោះគេបាន $n(A)=C(8,2)+C(9,2)+C(11,2)$

$$=\frac{8!}{2!6!}+\frac{9!}{2!7!}+\frac{11!}{2!9!}=28+36+55=119 \text{ ។}$$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{119}{378}=\dfrac{7\times17}{7\times54}=\dfrac{17}{54}$ ។

B: យកបានប៊ូលព៌ណខុសគ្នា ៖

ដោយ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $P(B)=1-P(A)$

ដូចនេះ $P(B)=1-\dfrac{17}{54}=\dfrac{37}{54}$ ។

C: យកបានប៊ូលព៌ណបៃតងយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ ៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(11,1)C(17,1)+C(11,2)=11\times17+55=242$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{242}{378}=\dfrac{121}{189}$ ។

Problem27

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចព៌ណខៀវ 5 ដើមនិងប៊ិចព៌ណក្រហម 4 ដើម។

គេចាប់យកប៊ិច 3 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A: យកបានប៊ិចខៀវពីរដើមនិងប៊ិចក្រហមមួយដើម ។

B: យកបានប៊ិចមានព៌ណដូចគ្នាទាំងបីដើម ។

C: យកបានប៊ិចព៌ណខៀវយ៉ាងតិចមួយដើម ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ិចខៀវពីរដើមនិងប៊ិចក្រហមមួយដើម ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times8\times9}{6}=84$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,2)C(4,1)=\dfrac{5!}{2!3!}\times4=40$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{40}{84}=\dfrac{10}{21}$ ។

B : យកបានប៊ិចមានពណ៌ដូចគ្នាទាំងបីដើម ៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,3)+C(4,3)=\dfrac{5!}{3!2!}+\dfrac{4!}{3!1!}=14$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$ ។

C : យកបានប៊ិចពណ៌ខៀវយ៉ាងតិចមួយដើម ៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(5,1)C(4,2)+C(5,2)C(4,1)+C(5,3)$

$$=5\times\frac{4!}{2!2!}+\frac{5!}{2!3!}\times4+\frac{5!}{3!2!}=30+40+10=80$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{80}{84}=\dfrac{20}{21}$ ។

Problem28

ក្នុងទូដាក់សៀវភៅអានមួយមានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 5ក្បាល សៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា 3ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4ក្បាល។សិស្សម្នាក់បានចាប់យកសៀវភៅ3ក្បាលមកអានដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A :យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 2ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 1ក្បាល ។

B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាមួយក្បាល។

C : យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរយ៉ាងតិចមួយក្បាល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A :យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 2ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 1ក្បាល ៖

តាមរូបមន្តយើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច ៖

សៀវភៅសរុបនៅក្នុងទូមាន12ក្បាលហើយចាប់យកព្រមគ្នា3ក្បាលនោះគេបាន

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(12,3)=\dfrac{12!}{3!9!}=\dfrac{10\times11\times12}{6}=220$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,2)C(4,1)=\dfrac{5!}{2!3!}\times4=40$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{40}{220}=\dfrac{2}{11}$ ។

B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាមួយក្បាល៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(3,1)C(9,2)=3\times\dfrac{9!}{2!7!}=108$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{108}{220}=\dfrac{27}{55}$ ។

C : យកបានសៀវភៅអក្សរសាស្ត្រខ្មែរយ៉ាងតិចមួយក្បាល៖

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(5,1)C(7,2)+C(5,2)C(7,1)+C(5,3)$

$$=5\times\frac{7!}{2!5!}+\frac{5!}{2!3!}\times7+\frac{5!}{2!3!}$$
$$=105+70+10=185$$

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{185}{220}=\dfrac{37}{44}$ ។

Problem29

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល 9 គ្រាប់ចុះលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

គេចាប់យកប៊ូល 2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូទាំងពីរគ្រាប់។

B : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5 ។

C : យកបានប៊ូលយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ចុះលេខជាចំនួនពហុគុណនៃ 3 ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូទាំងពីរគ្រាប់៖

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច៖

ប៊ូលសរុបមាន 9 គ្រាប់ហើយចាប់យក 2 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(9,2)=36$ ។

ចំនួនករណីស្រប៖

ប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូមាន 4 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខ

ជាចំនួនគូនោះគេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ ។

B : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរជាចំនួនចែកដាច់នឹង 5 ៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $B=\{(1,4),(1,9),(2,3),(2,8),(3,7),(4,6),(6,9),(7,8)\}$

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=8$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$ ។

C : យកបានប៊ូលយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់ចុះលេខជាចំនួនពហុគុណនៃ3 ៖

យើងបាន $p(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ប៊ូលចុះលេខជាចំនួនពហុគុណនៃ3មានបីគ្រាប់ $\{3,6,9\}$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(3,1)C(6,1)+C(3,2)=18+3=21$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$ ។

Problem30

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម5គ្រាប់ចុះលេខ 1,2,3,4,5 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 5គ្រាប់ចុះលេខ 1,2,3,4,5 ។ គេចាប់យកប៊ូល2ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A :យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា។

B : យកបានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នា។

C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូមួយនិងចំនួនសេសមួយ។

Solution

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A :យកបានប៊ូលចុះលេខខុសគ្នា

តាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូលពីរគ្រាប់បានប៊ូលចុះលេខដូចគ្នា។

A និង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះយើងបាន $p(A)=1-p(A')=1-\frac{n(A')}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច៖

ប៊ូលសរុបមាន10គ្រាប់ហើយគេចាប់យក2គ្រាប់ព្រមគ្នាគេបានចំនួនករណីអាច

$n(S)=C(10,2)=\frac{10!}{2!8!}=45$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A')=5$ ។

យើងបាន $p(A)=1-\frac{5}{45}=\frac{8}{9}$ ។

B : យកបានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នា៖

យើងបាន $p(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)+C(5,2)=10+10=20$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\dfrac{20}{45}=\dfrac{4}{9}$ ។

C : យកបានប៊ូលចុះលេខជាចំនួនគូមួយនិងចំនួនសេសមួយ៖

យើងបាន $p(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,1)C(4,1)=6\times 4=24$ ។

ដូចនេះ $p(C)=\dfrac{24}{45}=\dfrac{8}{15}$ ។

Problem31

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលសរុបទាំងអស់15គ្រាប់ចែកចេញជាបីព័ណ ដែលក្នុងនោះ
មានប៊ូលព័ណក្រហម4 ប៊ូលព័ណស5និងប៊ូលព័ណខ្មៅ6 ។
គេចាប់យកប៊ូល4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។
ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : យកបានប៊ូលព័ណក្រហម2។

B : យកបានប៊ូលព័ណស2និងប៊ូលណ៌ខ្មៅ2។

C : យកបានប៊ូលព័ណខ្មៅយ៉ាងតិច1។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A : យកបានប៊ូលពីណក្រហម2៖

យើងបាន $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,4)=\dfrac{15!}{4!11!}=\dfrac{12\times 13\times 14\times 15}{24}=1365$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)C(11,2)=\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{11!}{2!9!}=6\times 55=330$ ។

ដូចនេះ $p(A)=\dfrac{330}{1365}=\dfrac{22}{91}$ ។

B : យកបានប៊ូលពីណាស 2 និងប៊ូលណើខ្មៅ 2 ៖

យើងបាន $p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)C(6,2)=\frac{5!}{2!3!}\times\frac{6!}{2!4!}=10\times15=150$ ។

ដូចនេះ $p(B)=\frac{150}{1365}=\frac{10}{91}$ ។

C : យកបានប៊ូលពីណាខ្មៅយ៉ាងតិច 1

តាង C' ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់ប៊ូល 4 គ្រាប់បានប៊ូលព័ណក្រហមឬស(គ្មានព័ណខ្មៅ)

នោះ C និង C' ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $p(C)=1-p(C')=1-\frac{n(C')}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C')=C(9,4)=\frac{9!}{4!5!}=\frac{6\times7\times8\times9}{24}=126$ ។

ដូចនេះ $p(C)=1-\frac{126}{1365}=1-\frac{6}{65}=\frac{59}{65}$ ។

Problem32

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពីរព័ណគឺប៊ូលព័ណក្រហមនិងប៊ូលព័ណបៃតងរួមទាំងអស់ 20 គ្រាប់ហើយចំនួនប៊ូលព័ណក្រហមស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃចំនួនប៊ូលព័ណបៃតង។

១.គណនាចំនួនប៊ូលព័ណក្រហមនិងចំនួនប៊ូលព័ណបៃតងនៅក្នុងថង់នោះ។

២.គេចាប់យកប៊ូល 4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក) A : យកបានប៊ូលព័ណក្រហម 2 និងប៊ូលព័ណបៃតង 2 ។

ខ) B : យកបានប៊ូលព័ណបៃតងទាំងអស់។

គ) C : យកបានប៊ូលព័ណក្រហមយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

Solution

១.គណនាចំនួនប៊ូលពីណាក្រហមនិងចំនួនប៊ូលពីណាបៃតងនៅក្នុងថង់នោះ៖

តាង x ជាចំនួនប៊ូលព៌ណក្រហមនិង y ជាចំនួនប៊ូលព៌ណបៃតង។

តាមសម្មតិកម្មយើងបានប្រព័ន្ធ $\begin{cases} x+y=20 & (1) \\ x=\dfrac{2}{3}y & (2) \end{cases}$

យក(2)ជំនួសក្នុង(1)គេបាន $\dfrac{2}{3}y+y=20$ សមមូល $2y+3y=60$

ឬ $5y=60$ នោះគេទាញបាន $y=\dfrac{60}{5}=12$ហើយតាម(2)គេបាន $x=\dfrac{24}{3}=8$។

ដូចនេះចំនួនប៊ូលក្រហមមាន $x=8$ គ្រាប់និងប៊ូលបៃតង់មាន $y=12$ គ្រាប់។

២. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក) A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម2 និងប៊ូលព៌ណបៃតង2 ៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ូលសរុបនៅក្នុងថង់មាន20គ្រាប់ហើយគេចាប់យក4 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះ

គេបានចំនួនករណីអាចជាបន្សំ4 ជាតុក្នុងចំណោម20 ជាតុដែលកំណត់ដោយ

$n(S)=C(20,4)=\dfrac{20!}{4!16!}=\dfrac{17\times18\times19\times20}{24}=4845$ ករណី។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

នៅក្នុងថង់មានប៊ូលព៌ណក្រហម8 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង12 គ្រាប់ហើយគេចាប់

យកប៊ូល4 ព្រមគ្នានោះចំនួនរបៀបដែលគេយកបានប៊ូលព៌ណក្រហម2 និង

ប៊ូលព៌ណបៃតង2 កំណត់ដោយ $n(A)=C(8,2)C(12,2)$

$$= \frac{8!}{2!6!} \times \frac{12!}{2!10!}$$
$$= 28 \times 66 = 1848$$

ដូចនេះ $P(A) = \frac{1848}{4845} = \frac{616}{1615} \approx 0.3814$ ។

ខ) B : យកបានប៊ូលព័ណបៃតងទាំងអស់៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយចំនួនករណីអាច $n(S) = 4845$

ចំនួនករណីស្រប $n(B) = C(12,4) = \frac{12!}{4!8!} = \frac{9 \times 10 \times 11 \times 12}{24} = 495$

គេបាន $P(B) = \frac{495}{4845} = \frac{33}{323} \approx 0.1022$ ។

គ) C : យកបានប៊ូលព័ណក្រហមយ៉ាងតិច1គ្រាប់៖

គេបានព្រឹត្តិការណ៍ C និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

ដូចនេះ $P(C) = 1 - P(B) = 1 - \frac{33}{323} = \frac{290}{323} \approx 0.8978$ ។

Problem33

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូល9គ្រាប់ដែលនៅលើគ្រាប់ប៊ូលនីមួយៗមានសរសេរលេខ $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។ គេចាប់យកប៊ូល2 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខគូទាំង2 ។

ខ. B : យកបានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ3 មួយគ្រាប់ និងចុះលេខជាពហុគុណនៃ4 មួយគ្រាប់។

គ. C : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរចែកដាច់នឹង5 ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលចុះលេខគូទាំង2

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,2)=\frac{9!}{2!7!}=\frac{8\times 9}{2}=36$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

ដោយប៊ូលចុះលេខគូមាន 4 គ្រាប់នោះ $n(A)=C(4,2)=\frac{4!}{2!2!}=\frac{24}{4}=6$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

ខ. B :យកបានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 មួយនិងចុះលេខជាពហុគុណនៃ 4 មួយ ៖

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ដោយប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ3 មាន 3,6,9 និងប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណ នៃ 4 មាន 4,8 នោះ $n(B)=C(3,1)C(2,1)=6$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

គ. C : យកបានប៊ូលដែលផលបូកលេខចុះលើប៊ូលទាំងពីរចែកដាច់នឹង 5 ៖

តាមរូបមន្តគោល $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $C=\{(1,4),(1,9),(2,3),(2,8),(3,7),(4,6)\}$ នោះ $n(C)=6$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ ។

Problem34

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម3 គ្រាប់ ប៊ូលព៌ណខ្មៅ 5 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 7 គ្រាប់។គេចាប់យកប៊ូល 4 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម1 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 3 គ្រាប់។

ខ. B : យកបានប៊ូលព៌ណខ្មៅ 1 គ្រាប់។

គ. C :យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម1 ព៌ណខ្មៅ 1 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង 2 គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានប៊ូលព៌ណក្រហម1 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណបៃតង3 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្តគោល $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច$n(S)$:

ប៊ូលក្នុងថង់សរុបទាំងអស់មាន15គ្រាប់ហើយគេចាប់យក4 គ្រាប់ព្រមគ្នានោះគេ

បានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,4)=\frac{15}{4!11!}=\frac{12\times13\times14\times15}{24}=1365$ ។

.ចំនួនករណីស្រប$n(A)$:

$n(A)=C(3,1)C(7,3)=3\times\frac{7!}{3!4!}=105$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{105}{1365}=\frac{1}{13}\approx0.0769$ ។

ខ. B : យកបានប៊ូលពីណខ្មៅ1 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,1)\ C(10,3)=5\times\frac{10!}{3!7!}=600$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{600}{1365}=\frac{40}{91}\approx0.4496$ ។

គ. C :យកបានប៊ូលពីណក្រហម1 ពីណខ្មៅ1 គ្រាប់និងប៊ូលពីណបៃតង 2គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(3,1)C(5,1)C(7,2)=3\times5\times\frac{7!}{2!5!}=315$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{315}{1365}=\frac{3}{13}\approx0.2308$ ។

Problem35

គ្រូគណិតវិទ្យាម្នាក់គាត់មានសៀវភៅពីជគណិត10ក្បាលនិងសៀវភៅធរណីមាត្រ10 ក្បាល ។ គាត់បានចាប់យកសៀវភៅ4ក្បាល ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោម សៀវភៅទាំងអស់ដើម្បីចែកឲ្យសិស្សអាន។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត3 ក្បាលនិងធរណីមាត្រ1 ក្បាល។

ខ. B : យកបានសៀវភៅពីជគណិតទាំង4 ក្បាល។

គ. C :យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រយ៉ាងតិច1 ក្បាល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត3 ក្បាលនិងធរណីមាត្រ1 ក្បាល

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

សៀវភៅទាំងអស់មាន20ក្បាលហើយចាប់យក4 ក្បាលព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n(S)=C(20,4)=\dfrac{20!}{4!16!}=\dfrac{17\times18\times19\times20}{24}=4845$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(10,3)C(10,1)=\dfrac{10!}{3!7!}\times10=1200$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{1200}{4845}=\dfrac{80}{323}\approx0.2477$ ។

ខ. B : យកបានសៀវភៅពីជគណិតទាំង4 ក្បាល៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(10,4)=\dfrac{10!}{4!6!}=\dfrac{7\times8\times9\times10}{24}=210$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{210}{4845}=\dfrac{14}{323}\approx0.0433$ ។

គ.C :យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រយ៉ាងតិច1 ក្បាល៖

C និងB ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ $P(C)=1-P(B)=1-\frac{14}{323}=\frac{309}{323}$ ។

Problem36

គ្រូបង្រៀនម្នាក់មានប៊ិច24 ដើមដែលក្នុងនោះមានប៊ិចព័ណក្រហម12 ដើមនិង ប៊ិចព័ណខៀវ12ដើម។គាត់បានចាប់យកប៊ិច20ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោម ប៊ិចទាំងអស់ដើម្បីចែកឲ្យសិស្សរបស់គាត់ដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.A : យកបានប៊ិចក្រហម10ដើមនិងប៊ិចខៀវ10ដើម។

ខ.B : យកបានប៊ិចក្រហម8ដើមនិងប៊ិចខៀវ12ដើម។

គ.C :យកបានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច9ដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.A : យកបានប៊ិចក្រហម10ដើមនិងប៊ិចខៀវ10ដើម។

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ប៊ិចទាំងអស់មាន24ដើមហើយចាប់យក20ដើមព្រមគ្នានោះគេបានចំនួន

ករណីអាច $n(S)=C(24,20)=\frac{24!}{20!4!}=\frac{21\times22\times23\times24}{24}=10626$ ។

.ចំនួនករណីស្របn(A):

$n(A)=C(12,10)C(12,10)=\left(\frac{12!}{10!2!}\right)^2=4356$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{4356}{10626}=\frac{66}{161}\approx0.4099$ ។

ខ.B : យកបានប៊ិចក្រហម8ដើមនិងប៊ិចខៀវ12ដើម។

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(12,8)C(12,12)=\dfrac{12!}{8!4!}=495$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{495}{10626}=\dfrac{15}{322}\approx 0.0466$ ។

គ.C :យកបានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច9ដើម។

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

$$n(C)=C(12,9)C(12,11)+C(12,10)C(12,10)+C(12,11)C(12,9)+C(12,12)C(12,8)$$

$$=\frac{12!}{9!3!}\times\frac{12!}{11!1!}+\left(\frac{12!}{10!2!}\right)^2+\frac{12!}{11!1!}\times\frac{12!}{9!3!}+\frac{12!}{8!4!}$$

$$=220\times 12+4356+12\times 220+495=10131$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{10131}{10626}=\dfrac{307}{322}\approx 0.9534$ ។

Problem37

នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីព៌ណស7 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណបៃតង8 គ្រាប់។ គេចាប់យកឃ្លី12 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានឃ្លីព៌ណស6គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណបៃតង6 គ្រាប់។

ខ.B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតង8គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណស4។

គ.C : យកបានឃ្លីព៌ណសយ៉ាងតិច5គ្រាប់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.A : យកបានឃ្លីព៌ណស6 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណបៃតង6 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,12)=\frac{15!}{12!3!}=\frac{13\times14\times15}{6}=455$

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(7,6)C(8,6)=\frac{7!}{6!1!}\times\frac{8!}{6!2!}=196$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{196}{455}=\frac{28}{65}\approx 0.4308$ ។

ខ.B : យកបានឃ្លីព៌ណបៃតង8 គ្រាប់និងឃ្លីព៌ណស4

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(7,4)C(8,8)=\frac{7!}{4!3!}=35$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{35}{455}=\frac{1}{13}\approx 0.0769$ ។

គ.C : យកបានឃ្លីព៌ណសយ៉ាងតិច5 គ្រាប់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)$:

$$n(C)=C(7,5)C(8,7)+C(7,6)C(8,6)+C(7,7)C(8,5)$$

$$=\frac{7!}{5!2!}+\frac{7!}{6!1!}\times\frac{8!}{6!2!}+\frac{8!}{5!3!}=21+196+56=273$$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{273}{455}=\frac{3}{5}=0.60$ ។

Problem38

ក្នុងទូដាក់សៀវភៅសិក្សាមួយមានសៀវភៅពីជគណិត5ក្បាល សៀវភៅធរណីមាត្រចំនួន8 ក្បាលនិងសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា7 ក្បាល។ សិស្សម្នាក់បានចាប់យកសៀវភៅ3 ក្បាលព្រមគ្នាចេញពីក្នុងទូដាក់សៀវភៅនោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត1ក្បាល សៀវភៅធរណីមាត្រ1ក្បាលនិងសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា1 ក្បាល ។

ខ. B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាទាំង3 ក្បាល។

គ. C : យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រ2 ក្បាល។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក. A : យកបានសៀវភៅពីជគណិត1ក្បាល សៀវភៅធរណីមាត្រ1ក្បាលនិងសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យា1 ក្បាល ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(20,3)=\dfrac{20}{3!17!}=\dfrac{18\times19\times20}{6}=1140$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,1)C(8,1)C(7,1)=5\times8\times7=280$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{280}{1140}=\dfrac{14}{57}\approx0.2456$ ។

ខ. B : យកបានសៀវភៅប្រវត្តិវិទ្យាទាំង3 ក្បាល

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(7,3)=\dfrac{7!}{3!4!}=\dfrac{5\times6\times7}{6}=35$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{35}{1140}=\frac{7}{228}\approx 0.0307$ ។

គ.C : យកបានសៀវភៅធរណីមាត្រ2 ក្បាល៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(8,2)C(12,1)=\frac{8!}{2!6!}\times 12=336$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\frac{336}{1140}=\frac{28}{95}\approx 0.2947$ ។

Problem39

គ្រូបង្រៀនគណិតវិទ្យាម្នាក់មានលំហាត់ពីជគណិត15 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ10 ។ គាត់បានជ្រើសរើសយក22 លំហាត់ព្រមគ្នាពីក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំងអស់ដោយចៃដន្យដើម្បីឲ្យសិស្សយកទៅហ្វឹកហាត់ដោះស្រាយនៅផ្ទះ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : យកបានលំហាត់ពីជគណិត12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ10 ។

ខ.B : យកបានលំហាត់ពីជគណិត15និងលំហាត់ធរណីមាត្រ7 ។

គ.C : យកបានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិច8 លំហាត់។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.A : យកបានលំហាត់ពីជគណិត12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រ10 ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(25,22)=\frac{25!}{22!3!}=\frac{23\times 24\times 25}{6}=2300$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(15,12)C(10,10)=\frac{15!}{12!3!}=\frac{13\times 14\times 15}{6}=455$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{455}{2300}=\frac{91}{460}\approx 0.1978$ ។

ខ.B : យកបានលំហាត់ពីជគណិត15និងលំហាត់ធរណីមាត្រ7

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(15,15)C(10,7)=\dfrac{10!}{7!3!}=120$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{120}{2300}=\dfrac{6}{115}\approx 0.0522$ ។

គ.C : យកបានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិច8 លំហាត់៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប៖

$$n(C)=C(10,8)C(15,14)+C(10,9)C(15,13)+C(10,10)C(15,12)$$

$$=\frac{10!}{8!2!}\times 15+10\times\frac{15!}{13!2!}+\frac{15!}{12!3!}=675+1050+455=2180$$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{2180}{2300}=\dfrac{109}{115}\approx 0.9478$ ។

Problem40

នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត 3ក្បាល និង ធរណីមាត្រ 4ក្បាល ហើយប្រអប់ Bមានសៀវភៅពីជគណិត 5ក្បាល និង ធរណីមាត្រ3ក្បាល ។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលប្រអប់Bហើយចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់B ដាក់ចូលប្រអប់ A វិញ ។រកប្រូបាប ដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និង ធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។

Solution

រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និងធរណីមាត្រនៅក្នុង ប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ៖

តាង A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ Aបានសៀវភៅ

ពីជគណិតហើយដាក់ចូលប្រអប់ B និង A_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ B បានសៀវភៅពីជគណិតហើយដាក់ចូលប្រអប់ A ។

តាង G_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ A បានសៀវភៅធរណីមាត្រហើយដាក់ចូលប្រអប់ B និង G_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលពីប្រអប់ B បានសៀវភៅធរណីមាត្រហើយដាក់ចូលប្រអប់ A ។

នោះគេបាន $E=(A_1\cap A_2)\cup(G_1\cap G_2)$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និង ធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។

គេបាន $P(E)=P\big((A_1\cap A_2)\cup(G_1\cap G_2)\big)=P(A_1\cap A_2)+P(G_1\cap G_2)$

តាមរូបមន្តផលគុណនៃប្រូបាប $P(A_1\cap A_2)=P(A_2/A_1).P(A_1)$

និង $P(G_1\cap G_2)=P(G_2/G_1).P(G_1)$

គេទាញ $P(E)=P(A_2/A_1)P(A_1)+P(G_2/G_1)P(G_1)$

ដោយ $P(A_1)=\dfrac{n(A_1)}{n(S_A)}=\dfrac{C_3^1}{C_7^1}=\dfrac{3}{7}$

$P(A_2/A_1)=\dfrac{n(A_2/A_1)}{n(S_B)}=\dfrac{C_6^1}{C_9^1}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

$P(G_1)=\dfrac{n(G_1)}{n(S_A)}=\dfrac{C_4^1}{C_7^1}=\dfrac{4}{7}$; $P(G_2/G_1)=\dfrac{n(G_2/G_1)}{n(S_B)}=\dfrac{C_4^1}{C_9^1}=\dfrac{4}{9}$

ដូចនេះ $P(E)=\dfrac{3}{7}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{7}\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{18+16}{63}=\dfrac{34}{63}$ ។

Problem41

គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរដោយដឹងថាប្រូបាប $p(A)=0.40$ និង $p(B)=0.55$ ។

ចូរគណនាប្រូបាប $p(A\cup B)$ ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

$a)$ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា។

$b)$ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាប $p(A\cup B)$ ក្នុងករណីខាងក្រោម៖

គេមាន $p(A)=0.40$ និង $p(B)=0.55$

$a)$ **ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នា ៖**

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនចុះសម្រុងគ្នានោះ $A\cap B=\phi$ នាំឲ្យ $p(A\cap B)=0$ ។

ដូចនេះ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)=0.40+0.55=0.95$ ។

$b)$ **ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នា ៖**

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នានោះគេបាន៖

$p(A\cap B)=p(A)p(B)=0.40\times 0.55=0.22$

ដូចនេះ $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0.73$ ។

Problem42

គេឲ្យ X និង Y ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនទាក់ទងគ្នាដោយដឹងថាប្រូបាប ៖

$P(X\cap Y)=0.18$ និង $P(X\cup Y)=0.72$ ។

$a)$ ចូរគណនា $P(X)$ និង $P(Y)$ ។

$b)$ ទាញរក $P(X/Y)$ និង $P(Y/X)$ ។

Solution

$a)$ **គណនា $P(X)$ នឹង $P(Y)$ ៖**

ដោយ X និង Y ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនទាក់ទងគ្នានោះ

$p(X\cap Y)=p(X)p(Y)=0.18 \quad (1)$

តាមរូបមន្ត $p(X\cup Y)=p(X)+p(Y)-p(X\cap Y)$

នោះ $p(X)+p(Y)=p(X\cup Y)+P(X\cap Y)$

គេបាន $p(X)+p(Y)=0.72+0.18=0.90\ (2)$

តាម $(1)\&(2)$ គេបាន $\begin{cases}p(X)p(Y)=0.18=0.30\times 0.60\\ p(X)+p(Y)=0.90=0.30+0.60\end{cases}$

គេទាញបាន $p(X)=0.30$, $p(Y)=0.60$ ឬ $p(X)=0.60$, $p(Y)=0.30$ ។

$b)$ ទាញរក $P(X/Y)$ និង $P(Y/X)$ ៖

.ករណី $p(X)=0.30$, $p(Y)=0.60$ គេបាន ៖

$$p(X/Y)=\frac{p(X\cap Y)}{p(Y)}=\frac{0.18}{0.60}=0.30$$

និង $$p(Y/X)=\frac{p(X\cap Y)}{p(X)}=\frac{0.18}{0.30}=0.60$$ ។

.ករណី $p(X)=0.60$, $p(Y)=0.30$ គេបាន ៖

$$p(X/Y)=\frac{p(X\cap Y)}{p(Y)}=\frac{0.18}{0.30}=0.60$$

និង $$p(Y/X)=\frac{p(X\cap Y)}{p(X)}=\frac{0.18}{0.60}=0.30$$ ។

Problem43

នៅក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម 4 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 6 ដើម។

គេចាប់យកប៊ិចចំនួន 3 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

A : ចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងអស់ ។

B : ចាប់បានប៊ិចក្រហម 2 និងខៀវ 1 ។

C : ចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច 1 ដើម ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$A:$ ចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងអស់

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\dfrac{10!}{3!7!}=\dfrac{8\times9\times10}{6}=120$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,3)=\dfrac{6!}{3!3!}=\dfrac{720}{6\times6}=20$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{20}{120}=\dfrac{1}{6}$ ។

$B:$ ចាប់បានប៊ិចក្រហម2 និងខៀវ1

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប$n(C)=C(4,2)C(6,1)=\dfrac{4!}{2!2!}\times6=36$ ។

ដូចនេះ$P(C)=\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$ ។

$C:$ ចាប់បានប៊ិចក្រហមយ៉ាងតិច1ដើម

យើងមាន$A\,\&\,C$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(C)=1-P(A)=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$ ។ ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{5}{6}$ ។

Problem44

គ្រូបង្រៀនម្នាក់គាត់មានប៊ិចព័ណក្រហម12ដើមនិងប៊ិចខៀវ12ដើម។

គាត់ចាប់យកប៊ិច20ដើមព្រមគ្នាដើម្បីចែកជូនសិស្សរបស់គាត់។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក.$A:$ យកបានប៊ិចព័ណក្រហម10និងប៊ិចព័ណខៀវ10។

ខ.$B:$ យកបានប៊ិចព័ណក្រហមយ៉ាងតិច9ដើម។

គ.$C:$ យកបានប៊ិចព័ណខៀវ11ដើមឬ12ដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចពីណាក្រហម 10 និងប៊ិចពីណាខៀវ 10 ៖

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

ដោយប៊ិចសរុបទាំងអស់មាន 24 ដើមហើយគេចាប់យក 20 ដើមព្រមគ្នានោះ

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(24,20)=\dfrac{24!}{20!4!}=10626$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(12,10)C(12,10)=\left(\dfrac{12!}{10!2!}\right)^2=4356$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{4356}{10626}=\dfrac{66}{161}\approx 0.4099$ ។

ខ. B : យកបានប៊ិចពីណាក្រហមយ៉ាងតិច 9 ដើម

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ប៊ិចក្រហមសរុបមាន 12 ដើមហើយយកបានយ៉ាងតិច 9 ដើមនោះគេបាន

$$n(B)=C(12,9)C(12,11)+C(12,10)C(12,10)+C(12,12)C(12,8)$$

$$=\frac{12!}{9!3!}\times 12+4356+\frac{12!}{8!4!}$$
$$=2640+4356+495=7491$$

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{7491}{10626}=\dfrac{227}{322}\approx 0.7050$ ។

គ. C : យកបានប៊ិចពីណាខៀវ 11 ដើមឬ 12 ដើម

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(12,11)C(12,9)+C(12,12)C(12,8)$

$$=2640+495=3135$$

ដូចនេះ: $P(C)=\frac{3135}{10626}=\frac{95}{322}\approx 0.2950$ ។

Problem45

គេឲ្យសំណុំ $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ។គេបង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់

ដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុងសំណុំ E ។

១)រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន ។

២)គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលបានបង្កើត

ខាងលើដោយចៃដន្យ ។ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស ។

ខ. B : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រោកដនៃចំនួនគត់ ។

គ.C :ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រោកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ។

Solution

១.រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន៖

សំណុំ $E=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ។

បង្កើតចំនួនមានលេខដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុង E

គឺជាតម្រៀបគិតលំដាប់នៃ3ធាតុយកចេញពីក្នុងចំណោម9ធាតុដែលកំណត់ដោយ៖

$$n(S)=\frac{9!}{6!}=7\times 8\times 9=504$$ ។

២)គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

-ចំនួនករណីអាច $n(S)=504$

-ចំនួនករណីស្រប $n(A)=\dfrac{8!}{6!}\times 5=7\times 8\times 5=280$

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{280}{504}=\dfrac{5}{9}$ ។

ខ. B : **ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់**

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $B=\{169,196,256,289,324,361,529,576,625,729,784,841,961\}$

គេបាន $n(B)=13$ ។ ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{13}{504}$ ។

គ. C : **ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការេប្រាកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ៖**

គេមាន $C=B/A$ នោះ $P(C)=P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}$

ដោយ $A\cap B=\{169,289,361,529,625,729,841,961\}$

នោះ $n(A\cap B)=8$ និង $n(A)=280$ ។

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{8}{280}=\dfrac{1}{35}$ ។

Problem46

គេមានគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទីមួយព៌ណសនិងគ្រាប់ឡុកឡាក់ទីពីរព៌ណខ្មៅ។ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់នេះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា។

ខ. B : ផលបូកលេខចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 8 ។

គ. C : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខសុទ្ធតែជាចំនួនគូ ។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A' គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខដូចគ្នានោះគេបាន

$A' \& A$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។ យើងបាន $P(A)=1-P(A')=1-\frac{n(A')}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=6^2=36$ ។

.ចំនួករណីស្រប $n(A')=6$

ដូចនេះ $P(A)=1-\frac{6}{36}=\frac{5}{6}$ ។

ខ. B : ផលបូកលេខចេញលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរស្មើនឹង 8 ៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីស្រប $n(B)$:

ព្រឹត្តិការណ៍ $B=\{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$ នោះ $n(B)=5$

ដូចនេះ $P(B)=\frac{5}{36}$ ។

គ. C : គ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខសុទ្ធតែជាចំនួនគូ ៖

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=3\times 3=9$ ។ ដូចនេះ $P(C)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ ។

Problem47

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណខ្មៅ 4 គ្រាប់និងប៊ូលព៌ណក្រហម 5 គ្រាប់។

គេចាប់យកប៊ូលចំនួន 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ។

១.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាទាំង 3 គ្រាប់។

២.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាតែ 2 គ្រាប់។

Solution

១.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានពីណដូចគ្នាទាំង 3 គ្រាប់

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A ចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាទាំង 3 គ្រាប់

យើងបាន $P\left(A\right)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n\left(S\right)=C\left(9,3\right)=\dfrac{9!}{3!6!}=\dfrac{7\times8\times9}{6}=84$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)+C(5,3)=4+10=14$

ដូចនេះ: $P\left(A\right)=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$ ។

២.គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលមានពីណដូចគ្នាតែ 2 គ្រាប់

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A' ចាប់បានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នាតែ 2 គ្រាប់នោះព្រឹត្តិការណ៍ A' និង A

ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរផ្ទុយគ្នានោះ: $P\left(A'\right)=1-P(A)=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$ ។

Problem48

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលព៌ណក្រហម 4 ប៊ូលព៌ណខ្មៅ 5 និងប៊ូលព៌ណបៃតង 3 ។

គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A : យកបានប៊ូលមានព៌ណខុសគ្នា។ B : យកបានប៊ូលមានព៌ណដូចគ្នា។

Solution

១. A : យកបានប៊ូលមានពីណខុសគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(S)=C(12,3)=\frac{12!}{3!9!}=\frac{10\times11\times12}{6}=220$

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,1)\times C(5,1)\times C(3,1)=4\times5\times3=60$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{60}{220}=\frac{3}{11}$ ។

២. B : យកបានប៊ូលមានពីណដូចគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(B)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,3)+C(5,3)+C(3,3)=4+10+1=15$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}$ ។

Problem49

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូល15គ្រាប់ ដែលនៅក្នុងនោះមាន ប៊ូលក្រហមចំនួន7គ្រាប់ និងប៊ូលខៀវចំនួន8គ្រាប់ ។

គេចាប់យកប៊ូល3គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់នោះដោយចៃដន្យ ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ចាប់បានប៊ូលក្រហម2និងខៀវ1 ។

B : ចាប់បានប៊ូលក្រហម1និងខៀវ2 ។

C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖

A : ចាប់បានប៊ូលក្រហម2និងខៀវ1

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ចំនួនករណីអាច $n(S)$:

គេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដែលមានប៊ូល 15 នោះគេមាន

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,3)=\dfrac{15!}{3!\,12!}=\dfrac{13\times14\times15}{6}=455$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)$:

$n(A)=C(7,2)\times C(8,1)=\dfrac{7!}{2!5!}\times8=168$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\dfrac{168}{455}=\dfrac{24}{65}$ ។

B : **ចាប់បានប៊ូលក្រហម 1 និងខៀវ 2**

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(7,1)\times C(8,2)=7\times\dfrac{8!}{2!\times6!}=7\times\dfrac{7\times8}{2}=196$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\dfrac{196}{455}=\dfrac{28}{65}$ ។

C : **ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា**

យើងមាន C និង $A\cup B$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា។

យើងបាន $P(C)=1-P(A\cup B)=1-P(A)-P(B)$

ដោយ $P(A)=\dfrac{24}{65}$ និង $P(B)=\dfrac{28}{65}$

យើងបាន $P(C)=1-\dfrac{28}{65}-\dfrac{28}{65}=\dfrac{65-56}{65}=\dfrac{9}{65}$

ដូចនេះ $P(C)=\dfrac{9}{65}$ ។

Problem50

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចព៌ណខៀវ 6 ដើមប៊ិចព៌ណក្រហម 6 ដើមនិងប៊ិចព៌ណបៃតង 4 ដើម គេចាប់យកប៊ិច 3 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។

ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចព័ណខុសគ្នា។ ខ. B : យកបានប៊ិចព័ណដូចគ្នា។

គ. C : យកបានប៊ិចព័ណបៃតងយ៉ាងតិចមួយដើម។

Solution

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

ក. A : យកបានប៊ិចពីណខុសគ្នា

តាមរូបមន្តគោលនៃប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

.ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(16,3)=\frac{16!}{3!13!}=\frac{14\times15\times16}{6}=560$ ។

.ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,1)C(6,1)C(4,1)=6\times6\times4=144$ ។

ដូចនេះ $P(A)=\frac{144}{560}=\frac{9}{35}\approx0.2571$ ។

ខ. B : យកបានប៊ិចពីណដូចគ្នា៖

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(6,3)+C(6,3)+C(4,3)$

$$=\frac{6!}{3!3!}+\frac{6!}{3!3!}+\frac{4!}{1!3!}=20+20+4=44$$ ។

ដូចនេះ $P(B)=\frac{44}{560}=\frac{11}{140}\approx0.0786$ ។

គ. C : យកបានប៊ិចពីណបៃតងយ៉ាងតិចមួយដើម

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

ចំនួនករណីស្រប ៖

$$n(C)=C(4,1)C(12,2)+C(4,2)C(12,1)+C(4,3)$$

$$=4\times\frac{12!}{2!10!}+\frac{4!}{2!2!}\times12+\frac{4!}{3!1!}=264+72+4=340$$

ដូចនេះ $P(C)=\frac{340}{560}=\frac{17}{28}\approx0.6071$ ។

Problem51

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌ស 4 គ្រាប់ និងប៊ូលពណ៌ខៀវ 5 គ្រាប់ ។
គេចាប់យកប៊ូល 2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងថង់ដោយចាប់យកម្តងមួយគ្រាប់ ។
តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលសទាំងពីរ និងតាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលខៀវទាំងពីរ ។ គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(B)$ ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម ៖

១.ចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ ។

២.ចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ ។

Solution

១.គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(B)$ ក្នុងករណីចាប់យកហើយមិនដាក់ចូលវិញ ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលស , A_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលស
B_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលខៀវ , B_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលខៀវ

គេបាន $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$

ហើយ $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1).P(B_2) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$

ដូចនេះ $P(A) = \frac{1}{6}$; $P(B) = \frac{5}{18}$ ។

២.គណនាប្រូបាប $P(A)$ និង $P(B)$ ក្នុងករណីចាប់យកហើយដាក់ចូលវិញ ៖

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលស , A_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលស
B_1 ចាប់លើកទី១បានប៊ូលខៀវ , B_2 ចាប់លើកទី២បានប៊ូលខៀវ

គេបាន $P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2 / A_1) = \frac{4}{9}.\frac{4}{9} = \frac{16}{81}$ ។

ហើយ $P(B) = P(B_1 \cap B_2) = P(B_1).P(B_2 / B_1) = \frac{5}{9}.\frac{5}{9} = \frac{25}{81}$

ដូចនេះ $P(A) = \frac{16}{81}$; $P(B) = \frac{25}{81}$ ។

សូមអរគុណ !