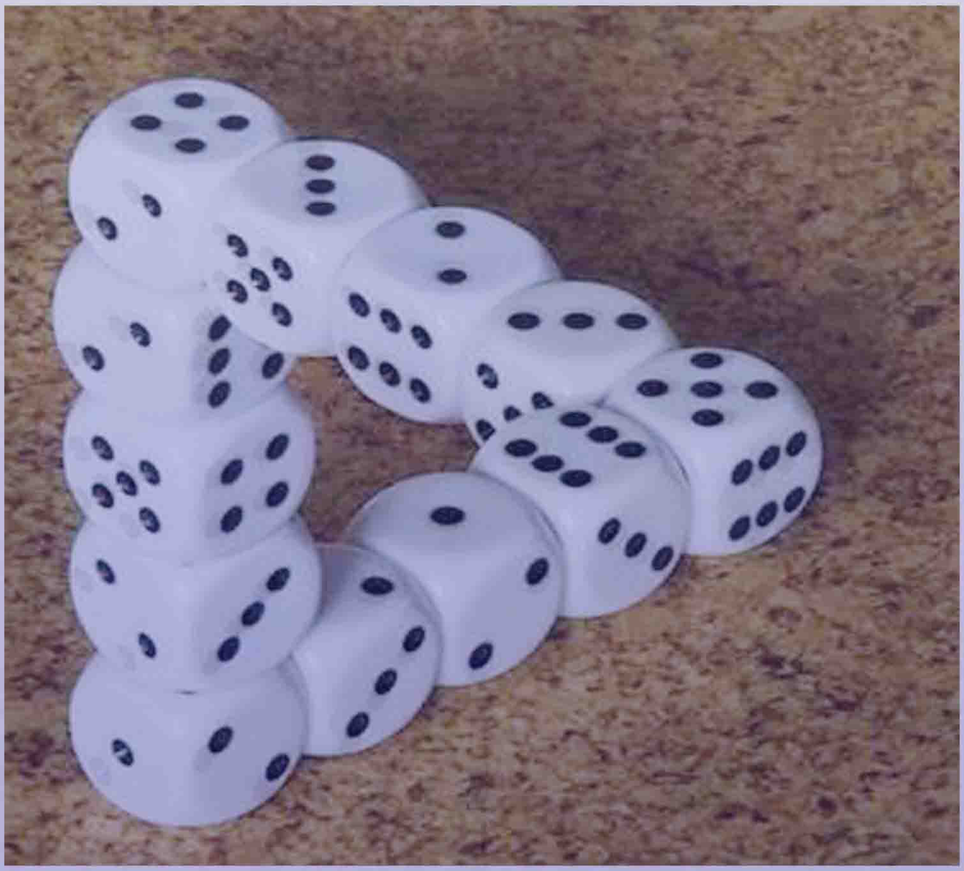
វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

National Institute of Education

ប្រូបាប៊ីលីតេ

Probability



គរុនិស្សិត បរិញ្ញាបត្រ+១ ជំនាន់ទី២៣

ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧-២០១៨

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

ប្រូបាប៊ីលីតេ

Probability

កិច្ចការស្រាវជ្រាវ

របស់គរុនិស្សិតបរិញ្ញាបត្រ+១

មុខវិជ្ជា៖ គណិតវិទ្យា ក្រុម២

គរុនិស្សិតជំនាន់ទី២៣

សមាជិកក្រុម

១. ខៀវ សុទីន (ប្រធាន)

២.សួន សូំតែត (អនុប្រធាន)

៣.មី ឃ្លីន (សមាជិក)

៤.ទូច គីមហៃ (សមាជិក)

៥.ដា ចាន់ (សមាជិក)

៦.ឈឿម ចន្ធី (សមាជិក)

៧. សួន ម៉ៅ (សមាជិក)

ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧-២០១៨

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

ប្រូបាប៊ីលីតេ

Probability

កិច្ចការស្រាវជ្រាវ

របស់គរុនិស្សិតបរិញ្ញាបត្រ+១

មុខវិជ្ជា៖ គណិតវិទ្យា ក្រុម២

គរុនិស្សិតជំនាន់ទី២៣

សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ ៖ **ម៉ែន វាំង**

សមាជិកក្រុម

១. ខៀវ សុទីន (ប្រធាន)

២.សួន សូំតែត (អនុប្រធាន)

៣.មី ឃ្លីន (សមាជិក)

៤.ទូច គីមហៃ (សមាជិក)

៥.ដា ចាន់ (សមាជិក)

៦.ឈឿម ចន្ទី (សមាជិក)

៧. សួន ម៉ៅ (សមាជិក)

ឆ្នាំសិក្សា ២០១៧-២០១៨

អារម្ភកថា

សូស្តីមិត្តអ្នកអានជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន!

សៀវភៅ **ប្រូបាប** នេះសម្រាប់សិស្សថ្នាក់ទី១២ សិស្សសិក្សាទូទៅ និងនិស្សិត ដែលអ្នកសិក្សាកំពុងកាន់នៅក្នុងដៃនេះ គឺជាស្នាដៃរបស់គរុនិស្សិត(បរិញ្ញាបត្រ+១)ជំនាន់ទី២៣ ឯកទេស គណិតវិទ្យាក្រុមទី២ នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ ក្រោមការណែនាំរបស់លោកគ្រូ **ម៉ែន ទាំង** ក្នុងគោលបំណង ទុកជាឯកសារសម្រាប់អ្នកសិក្សា ដែលមានបំណងចង់សិក្សាស្រាវជ្រាវ ចង់ចេះ ចង់យល់ដឹងអំពីមេរៀននេះឱ្យបានកាន់តែច្បាស់ និងម្យ៉ាងទៀតដើម្បីជាជំនួយដល់អ្នកសិក្សាដែលមានបំណងត្រៀម ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ និងបន្តការសិក្សានៅថ្នាក់មហាវិទ្យាល័យ ។

នៅក្នុងសៀវភៅនេះ ពួកយើងខ្ញុំបានខិតខំស្រាវជ្រាវជ្រើសរើសយកនូវរូបមន្ត ទ្រឹស្តីបទ និងលំហាត់យ៉ាងសម្រាំងបំផុត យកមកធ្វើការសរសេរ និងបកស្រាយយ៉ាងលម្អិត ដែលអាចឱ្យលោកអ្នកងាយយល់ ឆាប់ចងចាំអំពីវិធីសាស្ត្រនៃការដោះស្រាយ និងស្រាយបំភ្លឺទាំងអស់ ។ ប៉ុន្តែទោះជាយ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏កង្វះខាត និងកំហុសឆ្គងដោយអចេតនាដែលបានកើតឡើង ក៏គង់តែមានជាពុំខាន ទាំងផ្នែកបច្ចេកទេស និងអក្ខរាវិរុទ្ធ ។ អាស្រ័យហេតុនេះ ពួកយើងខ្ញុំដែលជាអ្នករៀបរៀង រង់ចាំដោយក្តីសោមនស្សរីករាយជានិច្ចនូវមតិរិះគន់ ក្នុងន័យស្ថាបនាពីសំណាកអ្នកសិក្សាក្នុងគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានទាំងអស់ ដើម្បីជួយកែលម្អសៀវភៅនេះឱ្យកាន់តែមានភាពសុក្រឹតថែមមួយកម្រិតទៀត ។

ចុងបញ្ចប់នេះ ពួកក្រុមយើងខ្ញុំដែលជាអ្នកនិពន្ធ និងរៀបរៀងសូមគោរពអរគុណ និងជូនពរដល់អ្នកសិក្សាទាំងអស់ ឱ្យមានសុខភាពល្អ កម្លាំងពលំមាំមួន ប្រាជ្ញាវាងវៃ និងទទួលជ័យជំនះគ្រប់ភារកិច្ច ។

ថ្ងៃ **ច័ន្ទ ៣ កើត** ខែ **បឋមាសាឍ** ឆ្នាំ **ច** សំរឹទ្ធស័ក ព.ស ២៥៦២

រាជធានីភ្នំពេញ,ថ្ងៃទី **១៥** ខែ **មិថុនា** ឆ្នាំ ២០១៨

និពន្ធ និងរៀបរៀងដោយគរុនិស្សិតកម្រិតឧត្តម (បរិញ្ញាបត្រ+១)

ជំនាន់ទី២៣ ថ្នាក់គណិតវិទ្យា ក្រុម២

បានឃើញ និងត្រួតពិនិត្យ

ថ្ងៃ ....ខែ **បឋមាសាឍ** ឆ្នាំ **ច** សំរឹទ្ធស័ក ព.ស ២៥៦២

រាជធានីភ្នំពេញ,ថ្ងៃទី .... ខែ **មិថុនា** ឆ្នាំ ២០១៨

សាស្ត្រាចារ្យណែនាំ

ម៉ែន ទាំង

សេចក្ដីថ្លែងអំណរគុណ

ពួកយើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នាដែលជាគរុនិស្សិត**បរិញ្ញាបត្រ+១ ជំនាន់ទី២៣** ឯកទេស **គណិតវិទ្យា ក្រុម២** នៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ សូមសម្ដែងនូវសេចក្ដីដឹងគុណចំពោះលោកអ្នកមានគុណទាំងពីរ ដែលលោកបានផ្ដល់កំណើតដល់យើងខ្ញុំ ព្រមទាំងខំចិញ្ចឹមបីបាច់ថែរក្សាពួកខ្ញុំដោយដៃរបស់លោកផ្ទាល់ មិនត្រឹមតែប៉ុណ្ណោះ ញើសឈាមរបស់លោកដែលបានបញ្ចេញដើម្បីពួកខ្ញុំទាំងប៉ុន្មាន បានក្លាយជាកម្លាំងចលករ អូសទាញយិតយោងពួកខ្ញុំឲ្យចាកឆ្ងាយពីភាពអវិជ្ជា ហើយក្លាយជាមនុស្សដែលមានតម្លៃក្នុងជីវិត រហូតដល់សម្រេចបាននូវសមិទ្ធផលដ៏ធំធេងក្នុងឆាកជីវិតដូចសព្វថ្ងៃនេះ ពោលគឺអាជីពជាគ្រូបង្រៀន ។ ហើយយើងខ្ញុំក៏សូមសម្ដែងការដឹងគុណ និងអរគុណផងដែរចំពោះ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យ បងប្អូនប្រុសស្រី និងចាស់ព្រឹទ្ធាចារ្យទាំងអស់ ចាប់តាំងពីថ្ងៃដំបូងនៃការចូលរៀនរបស់ពួកខ្ញុំរហូតមកដល់សព្វថ្ងៃនេះ ពួកលោកប្រៀបបានជាអ្នកមានគុណទីពីររបស់ពួកខ្ញុំដែរ ព្រោះរាល់អនុសាសន៍ណែនាំរបស់លោករួមផ្សំនឹងចំណេះដឹងដែលលោកប្រគល់ឲ្យ បានបំភ្លឺនូវខ្សែជីវិតរបស់ខ្ញុំឲ្យមានរស្មីឡើង សមដូចពាក្យមួយឃ្លានិយាយថា « គ្រូបង្រៀន គឺជាអ្នកបង្កើតពន្លឺបំភ្លឺទីងងឹត » ។

យើងខ្ញុំក៏សូមថ្លែងអំណរគុណផងដែរ ចំពោះបុព្វបុរសខ្មែរយើងដែលបាន ចងក្រងនូវកម្រងស្នាដៃល្អៗ ជាច្រើនដែលជួយដល់ការស្រាវជ្រាវរបស់ពួកយើងខ្ញុំ និងដកស្រង់នូវឧត្តមគតិល្អៗដើម្បីបញ្ចូលក្នុងឯកសាររបស់ពួកយើងខ្ញុំ ។

សារជាថ្មីម្ដងទៀតនេះ យើងទាំងអស់គ្នាក៏សូមថ្លែងអំណរគុណចំពោះឯកឧត្តមបណ្ឌិត នាយកវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ **សៀង សុវណ្ណរា** ដែលបានសម្រួលដល់ការរៀនសូត្រដល់ពួកយើងខ្ញុំទាំងអស់គ្នាក្នុងអំឡុងពេលសិក្សានៅទីនេះដើម្បីត្រៀមខ្លួនជា ធនធានគ្រូបង្រៀនថ្មី និងប្រកបដោយគុណភាពខ្ពស់ ។

គ្រូណែនាំ **ម៉ែន ខាំង** ដែលជាគ្រូឧទ្ទេសផ្នែកគណិតវិទ្យានៃវិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំក្នុងការផ្ដល់ជាឯកសារ គំនិត និងជួយដឹកនាំគាំទ្រដល់ប្រធានបទស្រាវជ្រាវរបស់យើងខ្ញុំ ។

គ្រូឧទ្ទេស **ស៊ឹម ទិសុទ្ធ ឃី មឿយ ហួត សុខលឿន ឡេង កុសល** និង **គង់ ម៉ុនអៀង**ដែលបានជួយបង្ហាត់បង្រៀនទាំងឯកទេស និង វិធីសាស្ត្របង្រៀនល្អៗដល់ក្រុមយើងខ្ញុំ។

ជាចុងក្រោយ ពួកយើងខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណដល់លោកគ្រូអ្នកគ្រូទាំងអស់ដែលបានបង្រៀនពួកយើងខ្ញុំចាប់តាំងពី ថ្នាក់ទី ០១ ដល់ទី ១២ និងលោកគ្រូអ្នកគ្រូ សាស្ត្រាចារ្យ គ្រូឧទ្ទេស នៃវិទ្យាស្ថាជាតិអប់រំទាំងអស់ដែលបានបណ្ដុះបណ្ដាលពួកយើងខ្ញុំកន្លងមក ហើយក៏សូមជូនពរអ្នកទាំងអស់គ្នាឱ្យជួបតែជោគជ័យគ្រប់ភារកិច្ច និងជួបប្រទះពុទ្ធពរទាំងបួនប្រការគឺអាយុ វណ្ណៈ សុខៈ និងពលៈ កុំបីឃ្លៀងឃ្លាតឡើយ ។

សូមអរគុណ !

មាតិកា

 លលេខខ

ចំណងជើងអត្ថបទ ទំព័រទី

❖ មេរៀនទី១ វិភាគបន្សំ

I. គោលការណ៍រាប់ (Counting Principle) 1

1. គោលការណ៍ផលបូក 1

2. គោលការណ៍ផលគុណ 3

II. ចម្លាស់ (Permutations) 4

1. ចម្លាស់ប្រាំដែល 4

2. ចម្លាស់ r ធាតុយកចេញពី n ធាតុ 4

3. ចម្លាស់រង្វង់ 5

III. បន្សំ (Combination) 6

1. បន្សំ r ធាតុយកចេញពី n ធាតុ 6

2. ចម្លាស់មានធាតុដូចគ្នា 8

IV. ទ្រឹស្តីបទទ្វេធា 9

❖ លំហាត់អនុវត្តន៍ នៃមេរៀនទី១ 10

❖ មេរៀនទី២ ប្រូបាប

I. លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍ 13

1. លំហសំណាក 13

2. ព្រឹត្តិការណ៍ 14

II. ប្រូបាប 17

1. និយមន័យ 17

2. លក្ខណៈនៃប្រូបាប 18

3. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សមាស 18

III. ការគណនាប្រូបាបដោយប្រើចម្លាស់ និងបន្សំ 20

1. គណនាប្រូបាបដោយប្រើចម្លាស់ 20

2. គណនាប្រូបាបដោយប្រើបន្សំ 22

IV. ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ 24

1. និយមន័យ 24

2. ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា និងមិនទាក់ទងគ្នា 27

3. រូបមន្តប្រូបាបសរុប 29

❖ **លំហាត់អនុវត្តន៍ នៃមេរៀនទី២**.. 32
❖ **មេរៀនទី៣ បំណែងចែកប្រូបាប**
I. អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប 43
1. អថេរចៃដន្យ 43
2. បំណែងចែកប្រូបាប ឬ ច្បាប់ប្រូបាប 45
3. អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប 46
II. សង្ឃឹមគណិតនៃអថេរ X 48
1. តម្លៃមធ្យមតាមវិធីពិសោធន៍.. 48
2. តម្លៃមធ្យមតាមទ្រឹស្តីបទ 49
3. សង្ឃឹមគណិតនៃអនុគមន៍អថេរចៃដន្យ X 50
III. វ៉ារ្យ៉ង់នៃអថេរ X.. 51
1. និយមន័យ 51
2. លក្ខណៈនៃវ៉ារ្យ៉ង់ 51
❖ **លំហាត់អនុវត្តន៍ នៃមេរៀនទី៣**.. 52
❖ **មេរៀនទី៤ បំណែងចែកទ្វេធា**
I. បំណែងចែកទ្វេធា.. 53
1. ការពិសោធទ្វេធា 53
2. ច្បាប់ទ្វេធានៃប្រូបាប 53
II. សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យ៉ង់នៃអថេរចៃដន្យ X 56
III. ការគណនាតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ 57
❖ **លំហាត់អនុវត្តន៍ នៃមេរៀនទី៤**.. 59
❖ **មេរៀនទី៥ បំណែងចែកណរម៉ាល់**
I. អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរណោរម៉ាល់ X.. 60
1. អថេរចៃដន្យជាប់.. 60
2. បំណែងចែកណរម៉ាល់.. 60
II. ប្រូបាបដែលស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ 63
III. ចំណោទដែលទាក់ទងទៅនឹងការរកតម្លៃ μ និង σ 65
❖ **លំហាត់អនុវត្តន៍ នៃមេរៀនទី៥**.. 67
❖ **ផ្នែកចម្លើយនៃលំហាត់អនុវត្តន៍**.. 69
❖ **លំហាត់ធ្លាប់ចេញប្រឡងបាក់ឌុប** 158

មេរៀនទី១ វិភាគបន្សំ

I. គោលការណ៍រាប់ (Counting Principle)

1. គោលការណ៍ផលបូក (Sum Rule)

ឧទាហរណ៍១៖ គេមានសំណុំពីរគឺ $A=\{1,3,5,7,9\}$ និង $B=\{2,3,4,5\}$ ។

យើងឃើញថា៖ $A=\{1,3,5,7,9\}\Rightarrow n(A)=5$ និង $B=\{2,3,4,5\}\Rightarrow n(B)=4$

នោះ $A\cap B=\{3,5\}\Rightarrow n(A\cap B)=2$

$A\cup B=\{1,2,3,4,5,7,9\}\Rightarrow n(A\cup B)=7$ (1)

តែ $n(A)+n(B)-n(A\cap B)=5+4-2=7$ (2)

តាម (1) និង(2) $\Rightarrow n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

ជាទូទៅ៖ ចំពោះសំណុំ A និង B គេបាន៖ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

ឧទាហរណ៍២៖ គេមានសំណុំបីគឺ $A=\{a,b,c\}$, $B=\{2,4,6,8\}$ និង $C=\{1,3,5,e,f\}$ ។

យើងមាន៖ $A=\{a,b,c\}\Rightarrow n(A)=3$, $B=\{2,4,6,8\}\Rightarrow n(B)=4$ និង

$C=\{1,3,5,e,f\}\Rightarrow n(C)=5$

$\Rightarrow A\cap B\cap C=\varnothing \wedge A\cup B\cup C=\{a,b,c,1,2,3,4,5,6,8,e,f\}\Rightarrow n(A\cup B\cup C)=12$

តែ $n(A)+n(B)+n(C)=3+4+5=12$

នាំឲ្យ៖ $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)$

ជាទូទៅ៖ ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ $E_1,E_2,E_3,\ldots\ldots,E_k$ គ្មានប្រសព្វទាល់តែសោះ(គ្មានធាតុដូចគ្នា)នោះចំនួនរបៀបដែលកើតឡើងនៃ k ព្រឹត្តិការណ៍កំណត់ដោយ៖
$N=n(E_1\cup E_2\cup\ldots.\cup E_k)=n(E_1)+n(E_2)+\ldots+n(E_k)$ ។

ឧទាហរណ៍៣៖ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួន២ដង។ រកចំនួនលទ្ធផលដែលអាចកើតឡើងបើ៖

ក.គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខមានផលបូកស្មើ ៣ឬ៤ ។

ខ.គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខមានផលបូកធំជាង ៩ ។

ចម្លើយ

.រកចំនួនលទ្ធផលដែលកើតឡើង

ដោយគ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ៦ចុះលេខពី ១ដល់៦ ហើយគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចំនួន២ដងជាគូមានលំដាប់

ក.គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខមានផលបូកស្មើ ៣ឬ៤

តាង៖ A “ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចេញមានផលបូកស្មើ៣”

B “ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចេញមានផលបូកស្មើ៤”

គេបាន $A=\{(1,2);(2,1)\}\Rightarrow n(A)=2$; $B=\{(1,3);(3,1);(2,2)\}\Rightarrow n(B)=3$; $A\cap B=\varnothing$

តាមគោការណ៍ផលបូកគេបាន៖ $N_1 = n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$ របៀប

ដូចនេះ $N_1 = 5$ របៀប ។

ខ.គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខមានផលបូកធំជាង ៩

ក្នុងករណីនេះចំនួនដែលធំជាង៩មាន ១០, ១១ និង ១២

តាង៖ E_1 "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចេញមានផលបូកស្មើ១០"

E_2 "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចេញមានផលបូកស្មើ១១"

E_3 "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចេញមានផលបូកស្មើ១២"

គេបាន៖ $E_1 = \{(4,6);(6,4);(5,5)\} \Rightarrow n(E_1) = 3$; $E_2 = \{(5,6);(6,5)\} \Rightarrow n(E_2) = 2$

$E_3 = \{(6,6)\} \Rightarrow n(E_3) = 1$; $E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \varnothing$

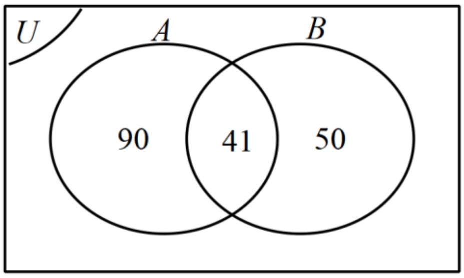
តាមគោលការណ៍ផលបូក៖ $N_2 = n(E_1) + n(E_2) + n(E_3) = 3 + 2 + 1 = 6$ របៀប

ដូចនេះ $N_2 = 6$ របៀប ។

<u>ឧទាហរណ៍</u>4៖តាមការសម្ភាសអតិថិជនចំនួន ១៤៥នាក់បានឲ្យដឹងថាមានអតិថិជន៩០នាក់ចូលចិត្តទិញអាវ៥០នាក់ចូលចិត្តទិញខោនិង៤១នាក់ចូលចិត្តទិញទាំងអាវទិញទាំងខោ។រកចំនួនអតិថិជនដែលចូលចិត្ត៖

ក.ទិញតែអាវ   ខ.ទិញតែខោ   គ.មិនទិញទាំងអស់

<u>ចម្លើយ</u>



តាង៖ U ជាសំណុំអតិថិជនទាំងអស់ដែល រួមសម្ភាស

A ជាសំណុំអតិថិជនទាំងអស់ដែលចូលចិត្តទិញអាវ

B ជាសំណុំអតិថិជនទាំងអស់ដែលចូលចិត្តទិញខោ

$A \cap B$ ជាសំណុំអតិថិជនទាំងអស់ដែលចូលទិញអាវនិងខោ

នាំឲ្យ៖ $n(U) = 145$, $n(A) = 90$

$n(B) = 50$, $n(A \cap B) = 41$

.រកចំនួនអតិថិជនដែលចូលចិត្ត

ក.ទិញតែអាវ

គេបាន៖ $n(A \cap \overline{B}) = n(A) - n(A \cap B) = 90 - 41 = 49$ នាក់

ដូចនេះ: អ្នកដែលចូលចិត្តទិញតែអាវមាន 49 នាក់ ។

ខ.ទិញតែខោ

គេបាន៖ $n(B \cap \overline{A}) = n(B) - n(A \cap B) = 50 - 41 = 9$ នាក់

ដូចនេះ: អ្នកដែលចូលចិត្តទិញតែខោមាន 9 នាក់

គ.មិនទិញទាំងអស់

គេបាន៖ $n(\overline{A \cap B}) = n(U) - n(A \cup B)$

តែ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=90+50-41=99$ នាក់

នាំឲ្យ $n\left(\overline{A\cap B}\right)=n(U)-n(A\cup B)=145-99=46$ នាក់

ដូចនេះ៖ អ្នកដែលមិនចូលចិត្តទិញអ្វីសោះមាន 46 នាក់

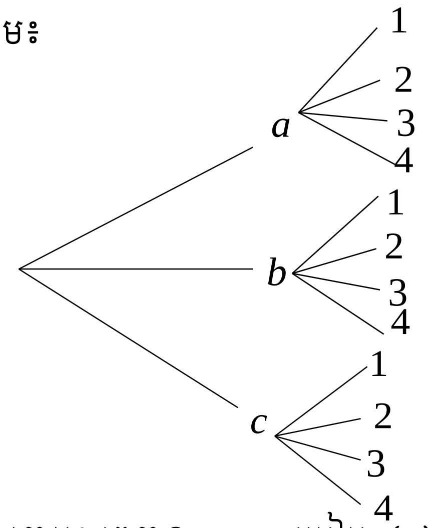
2. **គោលការណ៍ផលគុណ** (Product Rule)

ឧទាហរណ៍ទី១៖អ្នកទទួលខុសត្រូវផ្នែកសម្ភារៈម្នាក់ត្រូវការសរសេរស្លាកលេខកៅអីដោយប្រើតួអក្សរឡាតាំងពី a ដល់ c នៅពីមុខលេខដែលគេប្រើលេខពី ១ដល់ ៤ ។ តើគាត់សរសេរស្លាកលេខបានប៉ុន្មានកៅអី?

ចម្លើយ

រកចំនួនរបៀបនៃការសរសេរស្លាកលេខបិទកៅអី

ដ្យាក្រាម៖



តាមដ្យាក្រាម៖ គេបាន $N=12$ របៀប (1)

ម្យ៉ាងទៀត៖ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍សរសេរស្លាកលេខដោយប្រើអក្សរ

B ជាព្រឹត្តិការណ៍សរសេរស្លាកលេខដោយប្រើលេខ

នាំឲ្យ៖ $n(A)=3$, $n(B)=4$

នោះ៖ $n(A)\times n(B)=3\times 4=12$ របៀប (2)

តាម (1) និង (2) គេបាន៖ $N=n(A)\times n(B)$ ។

ទ្រឹស្តីបទ៖ បើ $E_1,E_2,E_3,...,E_k$ ជា k ព្រឹត្តិការណ៍កើតឡើងផ្សេងៗគ្នាដែលព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗមានលទ្ធផលរៀងគ្នា $r_1,r_2,r_3,...,r_k$ នោះចំនួនលទ្ធផលសរុបនៃ k ព្រឹត្តិការណ៍កំណត់ដោយ៖

$$N=n\left(E_1\cap E_2\cap E_3\cap...\cap E_k\right)=r_1\times r_2\times r_3\times...\times r_k$$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២៖គេចង់បង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នាដោយប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ។ តើគេអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃលេខសម្ងាត់

ដោយគេប្រើលេខពី 0ដល់ ៩ដើម្បីបង្កើតលេខបបួនខ្ទង់ខុសៗគ្នាគេបាន៖

ខ្ទង់ទី 1 មាន 9 ជម្រើស

ខ្ទង់ទី 2 មាន 9 ជម្រើស

ខ្ទង់ទី 3 មាន 8 ជម្រើស

ខ្ទង់ទី 4 មាន 7 ជម្រើស

តាមគោលការណ៍ផលគុណគេបាន៖ $N=9\times9\times8\times7=4\,536$ របៀប

ដូចនេះ គេអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បាន $N=4\,536$ របៀប ។

II. ចម្លាស់ (Permutations)

1 .ចម្លាស់ច្រំដែល (Permutations Lists)

និយមន័យ៖ ចម្លាស់ច្រំដែលជាតម្រៀបធាតុតាមលំដាប់ហើយអាចមានធាតុច្រំដែលចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលកំណត់ដោយ៖ n^r ដែល n ជាចំនួនធាតុក្នុងសំណុំពិសោធន៍ហើយ r ជាចំនួនដងដែលធ្វើក្នុងវិញ្ញាសា។

ឧទាហរណ៍១៖គេចង់បង្កើតលេខទូរស័ព្ទដែលមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់ដោយមិនគិតលេខបីខ្ទង់ខាងមុខប្រព័ន្ធ។ តើគេអាចបង្កើតលេខទូរស័ព្ទបានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនលេខទូរស័ព្ទដែលបង្កើតបាន

ដោយ៖ លេខទូរស័ព្ទ ៦ ខ្ទង់ ដែលត្រូវបង្កើតត្រូវយកចេញពីលេខ 0 ដល់ ៩ មាន ១០ លេខហើយលេខនីមួយៗអាចច្រំដែលបានវាជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ ១០ ធាតុ ពិសោធន៍ ៦ ដង។

គេបាន៖ $N=10^6=1\,000\;\;000$ របៀប

ដូចនេះ គេអាចបង្កើតលេខទូរស័ព្ទបានចំនួន $N=10^6=1\,000\;\;000$ របៀប ។

ឧទាហរណ៍២៖គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយដែលមានមុខប្រាំមួយចំនួនបីដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។ រកចំនួនរបៀបដែលអាចកើតឡើង?

ចម្លើយ

រកចំនួនរបៀបកើតឡើង

ដោយ៖ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយដែលមានមុខ ៦ចំនួន ៣ដងនោះចំនួនដែលត្រូវចេញអាចច្រំដែលវាជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ ៦ធាតុ ពិសោធន៍ ៣ដង គេបាន៖ $N=6^3=216$ របៀប

ដូចនេះ ចំនួនអាចកើតឡើងមាន $N=216$ របៀប ។

2.ចម្លាស់នៃ r ធាតុក្នុង n ធាតុ

ជាទូទៅ៖តម្រៀបនៃ r ធាតុយកចេញពី n ធាតុដោយគិតលំដាប់ហៅថាចម្លាស់ដែលកំណត់សរសេរដោយ៖ $P(n,r)={}_nP_r={}^nP_r=P_n^r=A_n^r=n(n-1)(n-2)....(n-r+1)$ មាន r កត្តា ។

ឧទាហរណ៍១៖តើចំនួនបីខ្ទង់ប៉ុន្មានត្រូវបានបង្កើតចេញពីលេខ ១ដល់ ៩ ។ សំណួរដូចគ្នាចំពោះលេខ ៧ខ្ទង់?

ដោយគេបង្កើតចំនួនដែលមានលេខបីខ្ទង់ដោយប្រើលេខ 1ដល់ 9

តាមគោការណ៍ផលគុណគេបាន៖

ចំពោះលេខបីខ្ទង់ $N=9\times8\times7=9\times(9-1)\times(9-3+1)=\dfrac{9!}{6!}=P(9,3)$ មាន 3កត្តា

ចំពោះលេខ៧ខ្ទង់ $N=9\times8\times7\times6\times5\times4\times3=9\times(9-1)\times(9-2)\times...\times(9-7+1)=\dfrac{9!}{2!}=P(9,7)$ មាន 7កត្តា

គេបាន៖ $P(n,r)=n(n-1)(n-2)....(n-r+1)$ មាន r កត្តា

$$=\frac{n(n-1)(n-2)....(n-r+1)\times(n-r)!}{(n-r)!}$$

$$=\frac{n(n-1)(n-2)\times....\times(n-r+1)\times(n-r)(n-r-1)\times...\times2\times1}{(n-r)!}$$

$$=\frac{n!}{(n-r)!}\ ;\ 0\le r\le n\wedge\left(r\in\mathbb{Z},n\in\mathbb{Z}\right)$$

ដូចគ្នាចំពោះ៖ $P(n,n)=n(n-1)(n-2)....(n-n+1)=n(n-1)(n-2)\times...\times2\times1=n!\ (1)$

$$P(n,n)=\frac{n!}{(n-n)!}=\frac{n!}{0!}\ (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន៖ $\dfrac{n!}{0!}=n!\Rightarrow 0!=1$

.រូបមន្ត៖ $\boxed{P(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!}}$ ហើយ $P(n,n)=n!$ ដែល $0!=1$ ។

ឧទាហរណ៍២៖ ក្មេងប្រុស ៤នាក់និងស្រី ៥នាក់ឈរតម្រង់ជួរគ្នាដើម្បីទិញការ៉េមបើដឹងថាក្មេងស្រីត្រូវឈរនៅចុងសងខាងនៃការតម្រង់ជួរនោះ។តើគេអាចឈរបានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការតម្រង់ជួរ

ដោយ ក្មេងប្រុស ៤នាក់និងស្រី ៥នាក់សរុប ៩នាក់ឈរតម្រង់ជួរគ្នាដើម្បីទិញការ៉េមហើយក្នុងនោះក្មេងស្រីត្រូវឈរនៅចុងសងខាងមានន័យថាក្នុងចំណោមក្មេងស្រី ៥នាក់ត្រូវមាន ២នាក់ឈរនៅចុងសងខាងជាចម្លាស់នៃ ៥ យក ២ នៅសល់មនុស្ស ៧នាក់ទាតចល័តដោយសេរីគេបាន៖

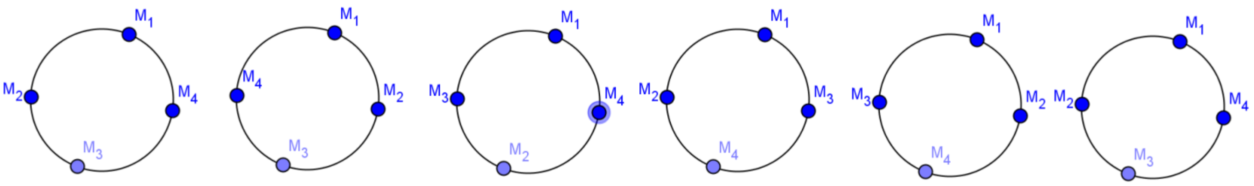
$$N=P(5,2)\times7!=\frac{5!}{(5-2)!}\times7!=\frac{5!\times7!}{3!}=\frac{5\times4\times3!\times7!}{3!}=100\ 800\ \text{របៀប}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{គេអាចឈរបាន } N=100\ 800 \text{ របៀប}}$ ។

3. **ចម្លាស់វង់**

$\boxed{\text{ចំនួនចម្លាស់នៃ } n \text{ វត្ថុជាវង្វង់ត្រូវបានគេកំណត់ដោយ } \dfrac{n!}{n}=(n-1)!}$ ។

ឧទាហរណ៍១៖ គេមានមនុស្សបួននាក់មកអង្គុយជុំវិញតុមូលមួយ។តើគេអាចអង្គុយបានប៉ុន្មានរបៀប?



ចម្លើយ

ចំនួនរបៀបដែលក្មេងប្រុសបួននាក់អង្គុយជារង្វង់គឺ $(4-1)!=3!=6$ របៀប

ឧទាហរណ៍២៖ មនុស្ស៨នាក់អង្គុយជុំវិញតុមូលមួយ ក្នុងនោះមានក្មេង២នាក់។

ក. រកចំនួនរបៀបដែលអាចកើតឡើង

ខ.រកចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយនៅពេលដែលក្មេងទាំងពីរអង្គុយជិតគ្នា ។

ចម្លើយ

ក.ចំនួនដែលអាចកើតឡើងគឺ $(8-1)!=7!=5040$ (មនុស្ស៨នាក់តម្រៀបជារង្វង់)

ខ.ចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយនៅពេលដែលក្មេងទាំងពីរអង្គុយជិតគ្នាគឺ $(7-1)!.2!=6!.2!=1440$ (ក្មេងពីរនាក់អង្គុយជិតគ្នា ចាត់ទុកថាជាមនុស្សតែម្នាក់ និងការដែលក្មេងអង្គុយ២នាក់មាន $2!$ របៀប)

III. បន្សំ (Combination)

1. បន្សំនៃ r ធាតុក្នុង n ធាតុ

ជាទូទៅ: បន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺជាការយកព្រមគ្នាម្តង r ធាតុចេញពី n ធាតុខុសៗគ្នា ដោយមិនគិតលំដាប់នៃការយកចេញ ។ $(r\in \mathbb{N}, n\in \mathbb{N}, r\le n)$ *ចំនួនបន្សំនៃ r ធាតុយកពី n ធាតុគឺ:* $C(n,r)=\dfrac{P(n,r)}{r!}=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ *ឬគេអាចសរសេរ* $C_n^r=\begin{pmatrix} r\\ n\end{pmatrix}=C(n,r)={}_nC_r={}^nC_r$ ។

ចំណាំ: ១. $C(0,0)=C(n,0)=C(n,n)=1$

២. $C(n,1)=C(n,n-1)=n$

៣. $C(n,r)=C(n,n-r)$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់:

១) $C(0,0)=C(n,0)=C(n,n)=1$, តាមរូបមន្ត $C(n,r)=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

យើងបាន $C(0.0)=\dfrac{0!}{0!0!}=\dfrac{1!}{1!}=1$ (ព្រោះ $0!=1$)

$$C(n,0)=\frac{n!}{0!(n-0)!}=\frac{n!}{n!}=1$$

$$C(n,n)=\frac{n!}{n!(n-n)!}=\frac{n!}{n!0!}=\frac{n!}{n!}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{C(0,0)=C(n,0)=C(n,n)=1}$ ។

២) $C(n,1)=C(n,n-1)=n$

គេមាន $C(n,1)=\dfrac{n!}{(n-1)!1!}=\dfrac{n(n-1)!}{(n-1)!}=n \quad (1)$

$$C(n,n-1)=\frac{n!}{(n-n+1)!(n-1)!}=\frac{n(n-1)!}{(n-1)!}=n \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន $C(n,1)=C(n,n-1)=n$ (ពិត) ។

ដូចនេះ $\boxed{C(n,1)=C(n,n-1)=n}$ ។

៣) $C(n,r)=C(n,n-r)$

គេមាន $C(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$ (1)

$$C(n,n-r)=\frac{n!}{(n-n+r)!(n-r)!}=\frac{n!}{(n-1)!r!} \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន $C(n,r)=C(n,n-r)$ (ពិត) ។

ដូចនេះ $\boxed{C(n,r)=C(n,n-r)}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី១៖ នៅក្នុងថង់មួយមានសន្លឹកកាតុង៤សន្លឹក ដែលចុះលេខ ១,២,៣,៤។គេហូតយកកាតុង៣សន្លឹកព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។

រកចំនួនករណីដែលអាចកើតមានឡើងទាំងអស់។

<u>ចម្លើយ</u>

រកចំនួនករណីដែលអាចកើតមានឡើងទាំងអស់

ដោយគេហូតយកសន្លឹកកាតុង៣សន្លឹកចេញពីសន្លឹកកាតុង៤សន្លឹកដោយមិនគិតលំដាប់គឺជាបន្សំនៃ៤យក៣ជាតុនោះករណីដែលអាចកើតមានឡើងទាំងអស់គឺ

$C(4,3)=\dfrac{4!}{3!(4-3)!}=\dfrac{4!}{3!1!}=\dfrac{4\times3!}{3!}=4$ ករណី

ដូចនេះ ចំនួនករណីដែលអាចកើតមានឡើងទាំងអស់គឺ 4 ករណី ។

ឧទាហរណ៍ទី២៖ នៅក្នុងប្រអប់គេដាក់កូនបាល់១០គ្រាប់ ក្នុងនោះមានកូនបាល់ពណ៌ក្រហម៣គ្រាប់ ពណ៌ខ្មៅ៣គ្រាប់ និងពណ៌លឿង៤គ្រាប់។ គេចាប់យកកូនបាល់ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក) រកចំនួនករណីទាំងអស់ដែលអាចកើតមានឡើង។

ខ) រកចំនួនករណីដែលគេចាប់បានកូនបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់។

គ) រកចំនួនករណីដែលគេចាប់បានកូនបាល់ពណ៌ដូចគ្នាទាំងអស់។

ឃ) រកចំនួនករណីដែលគេចាប់បានកូនបាល់គ្មានពណ៌ដូចគ្នាសោះ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក) រកករណីទាំងអស់ដែលអាចកើតមានឡើង

គេមានកូនបាល់ ១០ គ្រាប់ ពណ៌ក្រហម ៣ គ្រាប់ ខ្មៅ ៣ គ្រាប់ និង ពណ៌លឿង ៤ គ្រាប់

គេចាប់យកកូនបាល់ ៣គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ

ករណីទាងអស់គឺ: $C(10,3)=\dfrac{10!}{3!(10-3)!}=\dfrac{10!}{7!3!}=\dfrac{10\times9\times8\times7!}{7!3!}=\dfrac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$ ករណី។

ដូចនេះ ដែលអាចកើតមានឡើងទាំងអស់គឺ:120 ករណី។

ខ) រកករណីដែលចាប់កូនបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់

នេះគឺជាបន្សំនៃ ៤យក ៣ជាតុ គឺ: $C(4,3)=\dfrac{4!}{3!(4-3)!}=\dfrac{4!}{3!1!}=4$ របៀប។

ដូចនេះ ករណីដែលចាប់កូនបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់គឺ: 4 របៀប។

គ) រកករណីដែលចាប់កូនបាល់ពណ៌ដូចគ្នាទាំងអស់។

មានន័យថាគេចាប់បានកូនបាល់មានពណ៌ក្រហម៣ ពណ៌ខ្មៅ៣ ឬ លឿង៣នេះករណីកើតឡើង

គឺ: $C(3,3)+C(3,3)+C(4,3)=1+1+4=6$ របៀប។

ដូចនេះ ករណីចាប់បានពណ៌ដូចគ្នាគឺ: 6 របៀប។

ឃ) រកករណីដែលគេចាប់កូនបាល់គ្មានពណ៌ដូចគ្នាសោះ។

មានន័យថាគេចាប់បានកូនបាល់មានពណ៌ក្រហម១និង ពណ៌ខ្មៅ១ និង លឿង១គ្រាប់គឺ:

នោះ $C(3,1)\times C(3,1)\times C(4,1)=3\times 3\times 4=36$ របៀប។

ដូចនេះ ករណីដែលចាប់បានគ្មានពណ៌ដូចគ្នាសោះគឺ: 36 របៀប ។

ប្រតិបត្តិ ១). ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស ២ នាក់ និង សិស្សស្រី ៨ នាក់។គ្រូចង់ដឹងសមត្ថភាពសិស្ស ៣នាក់ដោយឲ្យដោះស្រាយលំហាត់មួយនៅលើក្តារខៀន។

ក). តើគ្រូអាចហៅសិស្សម្តង៣នាក់មកលើក្តារខៀនបានប៉ុន្មានរបៀប? $An:120$ របៀប

ខ). តើក្រុមសិស្ស៣នាក់មានប៉ុន្មានរបៀបបើគ្រូចង់បានក្រុមនេះមានសិស្សប្រុស២នាក់និង សិស្សស្រីម្នាក់? $An:8$ របៀប

២). ចំពោះឆកោណនិយ័តមួយ គណនាតាមលក្ខខណ្ឌខាងក្រោយៈ

ក). រកចំនួនបន្ទាត់កាត់តាមកំពូលពីរ របស់ឆកោណនិយ័តនោះ។ $An:15$ របៀប

ខ). រកចំនួនចតុកោណដែលកើតពីកំពូល៤របស់ឆកោណនិយ័តនោះ។ $An:15$ របៀប

2. ចម្លាស់មានធាតុដូចគ្នា

ជាទូទៅ: ចម្លាស់ n វត្ថុដែលមាន r_1 វត្ថុប្រភេទទី 1, r_2 វត្ថុប្រភេទទី 2 ,........., r_k ប្រភេទវត្ថុទី k ដែល $(r_1+r_2+.........+r_n=n)$ នោះចំនួនចម្លាស់កំណត់ដោយ: $\dfrac{n!}{r_1!r_2!..........r_k!}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី១ តើមានពាក្យផ្សេងៗប៉ុន្មានដែលយើងអាចតម្រៀបប្រើពាក្យ:

១). PHNOM PENH

២).BANANA

ចម្លើយ

១).ចំនួនតម្រៀបពាក្យ PHNOM PENH

មានអក្សរ P ចំនួន 2 តួ

អក្សរ H ចំនួន 2 តួ

អក្សរ N ចំនួន 2 តួ

អក្សរ 0 ចំនួន 1 តួ

អក្សរ M ចំនួន 1 តួ

អក្សរ E ចំនួន 1 តួ

សរុបមកយើងមាន 9 តួអក្សរនោះចំនួនតម្រៀបគឺៈ

$$\frac{9!}{2!2!2!1!1!1!}=\frac{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2!}{2!2!2!}=\frac{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3}{2\times2}=45360$$ របៀប។

ដូចនេះ ចំនួនតម្រៀបគឺៈ 45360 របៀប ។

២). ចំនួនតម្រៀបពាក្យ BANANA

យើងមានអក្សរ B ចំនួន 1 តួ

អក្សរ A ចំនួន 3 តួ

អក្សរ N ចំនួន 2 តួ

សរុបមកមានតួអក្សរចំនួន 6 តួ នោះចំនួនតម្រៀបគឺៈ $\frac{6!}{3!2!1!}=\frac{6\times5\times4\times3!}{3!2!1!}=\frac{6\times5\times4}{2}=60$ របៀប។

ដូចនេះ ចំនួនតម្រៀបគឺៈ 60 របៀប ។

ប្រតិបត្តិ

១. គេដាំដើមស្វាយ៣ដើម ដើមស្រស់៤ដើមនិងដើមចេក២ដើមតាមបណ្តោយព្រំដី។តើគេដាំបានប៉ុន្មានករណីបើគេមិនអាចបែងចែករវាងដើមឈើប្រភេទតែមួយទេ? $An:\frac{9!}{3!4!2!}=1260$ របៀប

IV. ទ្រឹស្តីបទទ្វេធា

ការពន្លាទ្វេធា $(x+y)^n$

ទ្រឹស្តីបទៈ បើ x និង y ជាអថេរនិង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាននោះៈ

$$(x+y)^n=\sum_{k=0}^{n}C(n,k)x^{n-k}y^k$$

$$=C(n,0)x^n+C(n,1)x^{n-1}y+C(n,2)x^{n-2}y^2+......+C(n,n-2)x^2y^{n-2}+C(n,n-1)xy^{n-1}+C(n,n)y^n$$

ឧទាហរណ៍ទី១ៈ រកមេគុណនៃអថេរ x^5 តាមការពន្លាទ្វេធាៈ

ក). $(x+5)^{10}$ ខ). $(2x-1)^{20}$ ។

ចម្លើយ

រកមេគុណនៃ x^5 តាមការពន្លាទ្វេធាៈ

ក). $(x+5)^{10}$ តាមទ្រឹស្តីបទទ្វេធាៈ

យើងបាន $(x+5)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C(10,k)x^{10-k}(5)^k$

បើ $k=5$ នាំឲ្យតួនៃ x^5 គឺ $C(10,5)x^5\times(5)^5=\frac{10!}{5!5!}x^5\times5^5$

$$=\frac{10.9.8.7.6.5^5}{5.4.3.2.1}x^5=787500x^5$$

ដូចនេះ មេគុណនៃ x^5 នៃពន្លាតគឺៈ 787500 ។

ខ). $(2x-1)^{20}$ តាមទ្រឹស្តីបទទ្វេធាៈ

យើងបាន $(2x-1)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C(20,k)(2x)^{20-k}(-1)^k$

បើ $k=15$ នាំឲ្យតួនៃ x^5 គឺ $C(20,15)(2x)^{20-15}\times(-1)^{15}=\frac{20!}{15!5!}(2x)^{20-15}\times(-1)$

$$=\frac{20.19.18.17.16.2^5.(-1)}{5.4.3.2.1}x^5=-496128x^5$$

ដូចនេះ មេគុណនៃ x^5 នៃពន្លាតគឺ: $\boxed{(2x-1)^{20}=-496128}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី២៖ រកមេគុណនៃអថេរ x^7y^5 នៃការពន្លាទ្វេធា:

ក). $(x+y)^{12}$ ខ). $(3x-2y)^{12}$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

រកមេគុណនៃ x^7y^5 នៃការពន្លាតកន្សោមៈ

ក). $(x+y)^{12}$ តាមទ្រឹស្តីបទទ្វេធា:

យើងបាន $(x+y)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C(12,k)x^{12-k}y^k$

បើ $k=5$ នាំឲ្យតួនៃ x^7y^5 គឺ $C(12,5)x^{12-5}y^5=\frac{12!}{7!5!}x^7\times y^5$

$$=\frac{12.11.10.9.8}{5.4.3.2.1}x^7y^5=792x^7y^5$$

ដូចនេះ មេគុណនៃ x^7y^5 នៃពន្លាតគឺ: $\boxed{(x+y)^{12}=792}$

ខ). $(3x-2y)^{12}$ តាមទ្រឹស្តីបទទ្វេធា:

យើងបាន $(3x-2y)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C(12,k)(3x)^{12-k}(-2y)^k$

បើ $k=5$ នាំឲ្យតួនៃ x^7y^5 គឺ $=C(12,5)(3x)^{12-5}(-2y)^5=\frac{12!}{7!5!}(3x)^7\times(-2y)^5$

$$=792\times3^7\times(-2)^5x^7y^5=-25344\times3^7x^7y^5$$

ដូចនេះ មេគុណនៃ x^7y^5 នៃពន្លាតគឺ: $\boxed{(3x-2y)^{12}=-25344\times3^7}$

លំហាត់អនុវត្តន៍

១.ក្នុងពីធីរៀបអាពាហ៍ពិពាហ៍មួយកូនកំលោះក្រមុំបីគូចង់ថតជាមួយគ្នាដោយអង្គុយជាជួរលើកៅអី 6 ដោយឲ្យកូនកំលោះក្រមុំមួយគូៗអង្គុយជាប់គ្នា។តើគេអាចអង្គុយថតបានប៉ុន្មានរបៀប ?

២.កម្មវិធីស្ថានីទូរទស្សន៍មួយបានរៀបចំ 6 កម្មវិធីដែលមួយកម្មវិធីមានរយៈពេលកន្លះម៉ោងនាយប់ថ្ងៃអាទិត្យមួយ។បើអ្នកមានពេលមួយម៉ោងកន្លះសម្រាប់មើលទូរទស្សន៍។តើអ្នកអាច់ជ្រើសរើសមើលបានប៉ុន្មានរបៀប ?

៣.ថ្នាក់រៀនមួយជ្រើសរើសប្រធានថ្នាក់១នាក់និងអនុប្រធានថ្នាក់២នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស៧នាក់ ។ តើគេអាច់ជ្រើសរើសប្រធាននិងអនុប្រធានថ្នាក់នេះបានប៉ុន្មានរបៀប ?

៤.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់៣គ្រាប់មានពណ៌ខុសគ្នា។ រកលទ្ធផលដែលៈ

ក.កើតឡើងទាំងអស់

ខ.មានលេខ៦ម្តងគត់

គ.មានលេខខុសៗគ្នា

ង.យ៉ាងហោចណាស់មានពីរលេខដូចគ្នា។

៥.គេតំរៀបក្មេងប្រុស៤នាក់និងក្មេងស្រី៣នាក់ឲ្យឈរមួយជួរតើការឈរនោះមានប៉ុន្មានរបៀប? ក្នុងករណីៈ

ក.ក្មេងប្រុសនៅចុងសងខាង

ខ.ក្មេងប្រុសឈរជិតគ្នានៅខាងចុង។

៦.ក.តើលេខបីខ្ទង់ប៉ុន្មានត្រូវបានបង្កើតពីលេខ ០,១,២,៣,៤,៥ និង៦ បើលេខនីមួយៗត្រូវបានគេប្រើតែម្តងគត់?

ខ.តើលេខបីខ្ទង់ទាំងនោះមានប៉ុន្មានជាលេខសេស?

គ.តើមានប៉ុន្មានលេខដែលធំជាង ៣៣០?

៧.ក្មេងប្រុស៤នាក់និងនិងស្រី៥នាក់អាចអង្គុយបានប៉ុន្មានករណីក្នុងមួយជួរប្រសិនបើក្មេងប្រុសនិងក្មេងស្រីត្រូវតែអង្គុយឆ្លាស់គ្នា។

៨.គូស្វាមីភរយា៨នាក់បានទិញកន្លែងអង្គុយ៨កន្លែងក្នុងមួយជួរដើម្បីមើលការប្រគុំតន្ត្រី។តើពួកគេអង្គុយបានប៉ុន្មានរបៀប?

ក.ដោយមិនគិតពីដៃគូ

ខ.គូនីមួយៗត្រូវអង្គុយជាប់គ្នា

គ.បុរសទាំងអស់អង្គុយរួមគ្នានៅខាងស្តាំស្ត្រីទាំងអស់។

៩.គេដាំដើមស្វាយ ៥ដើម ចេក ៤ដើម និង ដូង ២ដើមតាមបណ្តោយព្រំដី។តើគេអាចដាំរុក្ខជាតិទាំងនោះបានប៉ុន្មានរបៀប?

១០.វិទ្យាល័យមួយបានចូលរួមប្រកួតកីឡាបាល់ទាត់ ១២ លើកក្នុងមួយរដូវកាល។តើក្រុមនេះអាចបញ្ចប់រដូវកាលដោយឈ្នះ ៧ លើក ស្មើ ២ លើកនិងចាញ់ ៣ លើកបានប៉ុន្មានករណី?

១១.ចូរសរសេរ ៤ តួដំបូងនៃការពន្លាតកន្សោមខាងក្រោមៈ

1. $(1+b)^{20}$, 2. $(1-3b)^{30}$, 3. $\left(1-\frac{x}{2}\right)^{8}$, 4. $\left(2x+\frac{3}{y}\right)^{8}$, 5. $\left(\frac{x}{2}-\frac{a}{3}\right)^{6}$

១២.ក.គេឲ្យកន្សោម $(1+kx)^8$ ដែល $k>0$ ដោយដឹងថាមេគុណនៃ x^3ស្មើបួនដងនៃមេគុណ x^2 ។ រកតម្លៃ k

ខ.គេឲ្យកន្សោម $(1+2b)^n$ ដែល $n \in IN$ ដោយដឹងថាមេគុណនៃ b^2 ស្មើ 84 ។រកតម្លៃ n ។

១៣.ស្រាយបញ្ជាក់សមភាពខាងក្រោមៈ

1. $0!=1!=1$ 2. $C(n,0)=C(n,n)=1$ 3. $C(n,p)+C(n,p+1)=C(n+1,p+1)$

១៤.គេបង្កើតលេខទូរស័ព្ទដែលមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់ដោយមិនគិតលេខបីខ្ទង់ខាងដើមប្រព័ន្ធ។តើគេអាចបង្កើតលេខនេះបានប៉ុន្មានរបៀប?ដោយដឹងថាៈ

ក.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់នេះអាចច្រំដែល

ខ.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់ខុសៗគ្នា

គ.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់មានលេខប្រាំពីរដង

ឃ.លេខប្រាំពីរ២ដងនិងលេខប្រាំបួនបីដង ។

១៥.គេសរសេរកូតសម្រាប់បិទកាតដែលលេខកូតនីមួយៗផ្តើមដោយអក្សរបីតួផ្សេងគ្នា(អក្សរអង់គ្លេស) និងភ្ជាប់ដោយលេខមិនសូន្យបួនលេខ។រកចំនួនករណី៖

ក.ទាំងអស់ដែលកើតមានឡើង

ខ.ដែលមានលេខកូតផ្តើមដោយអក្សជាស្រះនិងលេខខ្ទង់ចុងក្រោយជាលេខគូ។

១៦.តើមានលេខបីខ្ទង់ប៉ុន្មានត្រូវបានបង្កើតចេញពីលេខ $1,2,3,4$ និង 5 ។ តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលនៅចន្លោះពី 100 ដល់ 10000 ។

១៧. រកចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលធំជាងមួយលានដែលត្រូវបង្កើតដោយប្រើលេខ $2,3,0,3,4,2$ និង 3 ។

១៨. គេចង់បង្កើតក្រុមមួយដែលមានមនុស្ស 5 នាក់ដែលជ្រើសរើសចេញពីមនុស្សស្រី 4 នាក់និងប្រុស 8 នាក់។ តើគេអាចបង្កើតក្រុមនេះបានប៉ុន្មានរបៀប ?បើយ៉ាងហោចណាស់មានស្រីម្នាក់ក្នុងក្រុម។

១៩.ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $\binom{n}{r}\binom{r}{k}=\binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k}$ ។

២០.ស្រាយថា $\binom{n+r+1}{r}=\binom{n+r}{r}+\binom{n+r}{r-1}$ រួចទាញថា

$$\binom{n}{0}+\binom{n+1}{1}+\ldots+\binom{n+r-1}{r-1}\binom{n+r}{r}=\binom{n+r+1}{r}$$ ។

២១.បង្ហាញថា

$$1.\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}=2^n$$

$$2.\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+2^2\binom{n}{2}+\ldots+2^n\binom{n}{n}=3^n$$

មេរៀនទី២ ប្រូបាប

I. លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍

1.លំហសំណាក

-ពិសោធន៍ចៃដន្យ៖ ជាពិសោធន៍មួយដែលគេធ្វើដោយមិនបានដឹងទុកជាមុនថាមានលទ្ធផលអ្វីមួយប្រាកដកើតឡើង។

-វិញ្ញាសា៖ ជាពិសោធន៍មួយដែលគេកំណត់ធ្វើដោយជាក់លាក់ ក្នុងពិសោធន៍ដោយចៃដន្យ ។

-លំហសំណាក៖ គឺជាសំណុំលទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងក្នុងវិញ្ញាសាមួយនៃពិសោធន៍ចៃដន្យ។ គេកំណត់សរសេរលំហសំណាកដោយអក្សរ S

ឧទាហរណ៍៖ ក្នុងវិញ្ញាសាបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួនមួយដង។

ក.តើសកម្មភាពណាជាពិសោធន៍ចៃដន្យ?ជាវិញ្ញាសា?

ខ.ចូរកំណត់លំហសំណាក ។

<u>**ចម្លើយ**</u>

ក.ពិសោធន៍ចៃដន្យ ជាសកម្មភាពបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់

វិញ្ញាសា ជាសកម្មភាពបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចំនួនមួយដង

ខ.ដោយគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួនមួយដង នោះលទ្ធផលអាចកើតឡើងគឺ

$S=\{1,2,3,4,5,6\}$ គេបាន $n(S)=6$ ករណី

លំហាត់គំរូ ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីបួនគ្រាប់ $A\ B\ C$ និង D ។ គេចាប់យកឃ្លី 2គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ។

ក.តើសកម្មភាពណាជាពិសោធន៍ចៃដន្យ?ជាវិញ្ញាសា?

ខ.តើការចាប់យកឃ្លីនេះមានប៉ុន្មានរបៀប?(គិតលំដាប់)

គ.ដូចសំណួរ(ខ) ដោយមិនគិតលំដាប់។

<u>**ចម្លើយ**</u>

ក.ពិសោធន៍ចៃដន្យ ជាសកម្មភាពចាប់ឃ្លី

វិញ្ញាសា ជាសកម្មភាពចាប់ឃ្លី2គ្រាប់

ខ.តើការចាប់យកឃ្លីនេះមានប៉ុន្មានរបៀប?(គិតលំដាប់)

ដោយគេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់គិតលំដាប់ នោះករណីអាចកើតមានឡើងគឺ

$S=\{AB,AC,AD,BA,BC,BD,CA,CB,CD,DA,DB,DC\}$

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=12$ ករណី ។

គ.តើការចាប់យកឃ្លីនេះមានប៉ុន្មានរបៀប?(មិនគិតលំដាប់)

ដោយគេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ចេញពីក្នុងថង់មិនគិតលំដាប់ នោះករណីអាចកើតឡើងគឺ

$S=\{AB,AC,AD,BC,BD,CD\}$

នោះចំនួនករណីអាច $n(S)=6$ ករណី ។

ប្រតិបត្តិ៖ គេចាប់យកសៀវភៅពីរក្បាលចេញពីក្នុងប្រអប់ដែលមានសៀវភៅ3ក្បាលគឺ A,B និង C ។

ក.តើសកម្មភាពណាជាពិសោធន៍ចៃដន្យ?ជាវិញ្ញាសា?

ខ.តើការចាប់យកឃ្លីនេះមានប៉ុន្មានរបៀប?(គិតលំដាប់)(An: 6 របៀប)

គ.ដូចសំណួរ(ខ) ដោយមិនគិតលំដាប់។ (An: 3 របៀប)

2.ព្រឹត្តិការណ៍

១.ព្រឹត្តិការណ៍

-ព្រឹត្តិការណ៍ គឺជាសំណុំរងនៃលំហសំណាក។

-ព្រឹត្តិការណ៍ គឺជាលទ្ធផលដែលស្របតាមបំណងប្រាថ្នា។

ឧទាហរណ៍៖ ក្នុងវិញ្ញាសាបោះកាក់មួយចំនួនពីរដង។

ក.ចូររកលំហសំណាក

ខ.គេប្រាថ្នាចង់បានលទ្ធផលចេញមុខដូចគ្នា

<u>ចម្លើយ</u>

ក.ចូររកលំហសំណាក

ដោយកាក់មួយបោះចំនួនពីរដង

នោះករណីអាចកើតឡើងគឺ $S=\{TT,TH,HT,HH\}$ $\Rightarrow n(S)=4$ ករណី

ខ.គេប្រាថ្នាចង់បានលទ្ធផលចេញមុខដូចគ្នា

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍បានលទ្ធផលចេញមុខដូចគ្នា នោះ $A=\{TT,HH\}$

គេបាន $n(A)=2$ ករណី

លំហាត់គំរូ៖ ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ូលក្រហម 4 គ្រាប់ និងប៊ូលខៀវ 3 គ្រាប់។គេលូកយកប៊ូល 3 គ្រាប់ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

ក.រកចំនួនករណីអាច

ខ.រកព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី

គ.រកព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 គ្រាប់ និងខៀវ 1 គ្រាប់

ឃ.រកព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមយ៉ាងតិចមួយ

<u>ចម្លើយ</u>

ក.រកចំនួនករណីអាច

ដោយក្នុងប្រអប់មានប៊ូល 7 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកប៊ូល 3 គ្រាប់ នោះចំនួនករណីអាចគឺ

$n(S)=C(7,3)=\dfrac{7!}{3!(7-3)!}=35$ ករណី ។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=35}$ ករណី ។

ខ.រកព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំងបី

ដោយប៊ូលក្រហមមាន 4 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក 3 គ្រាប់

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(4,3)=4$ ករណី

ដូចនេះ $\boxed{n(A)=4}$ ករណី ។

គ.រកព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 គ្រាប់ និងខៀវ 1 គ្រាប់

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហម 2 គ្រាប់ និងខៀវ 1 គ្រាប់ នោះ

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,2)\times C(3,1)=\frac{4!}{2!(4-2)!}\times\frac{3!}{1!(3-1)!}=18$ ករណី

ដូចនេះ $\boxed{n(B)=18}$ ករណី ។

ឃ.រកព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមយ៉ាងតិចមួយ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានប៊ូលក្រហមយ៉ាងតិចមួយ

មានន័យថា ចាប់បានប៊ូលក្រហម 1 គ្រាប់ និងខៀវ 2 គ្រាប់ ឬប៊ូលក្រហម 2 គ្រាប់ និងខៀវ 1 គ្រាប់ឬ ប៊ូលក្រហម 3 គ្រាប់

នោះចំនួនករណីស្រប $n(D)=C(4,1)\times C(3,2)+C(4,2)\times C(3,1)+C(4,3)=34$ ករណី

ដូចនេះ $\boxed{n(D)=34}$ ករណី ។

ប្រតិបត្តិ៖ ក្នុងថង់មួយមានប័ណ្ណ 4 សន្លឹកដែលចុះលេខ $1,2,3$ និង 4 ។គេហូតយកម្តងមួយចំនួន 2 លើក ដោយមិនដាក់វិញ។ចូរកំណត់លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍៖

C_1 :ហូតបានលេខគូនៅលើកទី 1

$\left(An: C_1=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}\right)$

C_2 :ហូតបានលេខសេសទាំង 2 លើក($An: C_2=\{(1,3);(3,1)\}$)

C_3 :ហូតលើកទី 1 បានលេខគូ លើកទី 2 បានលេខធំជាង 3 ($An: C_3=\{(2,4)\}$)

C_4 :លើកទី 1 បានលេខ 1 និងលើកទី 2 បានលេចតូចជាង 2 (An: ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន)

២.ព្រឹត្តិការណ៍សមាស

.<u>និយមន័យ</u>

.ព្រឹត្តិការណ៍សមាសជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលប្រើសញ្ញាប្រសព្វ និងប្រជុំ ឬព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណនិងផលបូក។

-ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណនៃ A និង B ជាប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ។

គេកំណត់សរសេរ $A\cap B$ ។

-ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង B ជាប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ។

គេកំណត់សរសេរ $A\cup B$ ។

-ព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា កាលណាព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ នៃព្រឹត្តិការណ៍ A B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន: $A\cap B=\varnothing$ ។

-ព្រឹត្តិការណ៍ 2 ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគ្នា កាលណាផលគុណព្រឹត្តិការណ៍ទាំង 2 ជាព្រឹត្តិការណ៍មិន

អាចមាន និងព្រឹត្តិការណ៍ផលបូកព្រឹត្តិការណ៍ទាំង 2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ: $A\cap\bar{A}=\varnothing, A\cup\bar{A}=S$

គេបានព្រឹត្តិការណ៍ 2 បំពេញគ្នាជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុង។

លំហាត់គំរូ៖ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។គេតាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខគូ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខជាពហុគុណនៃ 3និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខតូចជាងឬស្មើ 2 ។ ចូរកំណត់៖

ក.លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍ A,B,C

ខ.ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ $A\cap B, A\cap C, B\cap C$

គ.ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក $A\cup B, B\cup C$

ឃ.ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ A,B,C

ង.តើព្រឹត្តិការណ៍ណាជាព្រឹត្តិកាណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា ?

<u>ចម្លើយ</u>

ក.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ គេបានលទ្ធផលអាចកើតឡើងមានលេខ1 2 3 4 5 និង 6 ។

គេបានលំហសំណាក $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

ព្រឹត្តិការណ៍ $A=\{2,4,6\}$, $B=\{3,6\}$, $C=\{1,2\}$

ខ.ព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ : $A\cap B=\{6\}$, $A\cap C=\{2\}$, $B\cap C=\varnothing$

គ.ព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក : $A\cup B=\{2,3,4,6\}$, $B\cup C=\{1,2,3,6\}$

ឃ.ព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ A,B,C គឺ $\bar{A}=\{1,3,5\}$, $\bar{B}=\{1,2,4,5\}$, $\bar{C}=\{3,4,5,6\}$

ង.ដោយ $B\cap C=\varnothing$ នោះ B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា។

ប្រតិបត្តិ៖ គេធ្វើវិញ្ញាសាចាប់យកប័ណ្ណមួយសន្លឹកចំនួន 2 លើកដោយចៃដន្យនិងមិនដាក់ចូលវិញចេញពីថង់មួយដែលមានប័ណ្ណ 4 សន្លឹកគឺ ប័ណ្ណលេខ1 លេខ 2 លេខ 3 និងលេខ 4 ។

ក.ចូរកំណត់លំហសំណាក និងព្រឹត្តិការណ៍:

A:ចាប់ទាំង 2 លើកបានប័ណ្ណមានលេខតូចជាង 4 ។$\left(An: A=\{(1,2);(1,3);(2,1);(2,3);(3,1);(3,2)\}\right)$

B:ចាប់លើកទី1បានលេខតូចជាង 2 និងលើកទី 2 បានលេខសេស ។($An: B=\{(1,3)\}$)

C:ចាប់ទាំង 2 លើកបានលេខខុសគ្នា។

$\left(An: C_1=\{(1,2);(1,3);(1,4);(2,1);(2,3);(2,4);(3,1);(3,2);(3,4);(4,1);(4,2);(4,3)\}\right)$

D:ចាប់លើកទី1បានលេខធំជាង 4 ។(An: ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន)

E:ចាប់លើកទី 2 បានលេខ1 ។ $\left(An: E=\{(2,1);(3,1);(4,1)\}\right)$

ខ.តើមួយណាជាព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុ ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន ព្រឹត្តិការណ៍ប្រាកដ។

គ.តើព្រឹត្តិការណ៍ណាជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នា។

ឃ.រកព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ $A\cap B$, $B\cap F$ និងព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក $A\cup B$, $B\cup E$ ។

II. ប្រូបាប

1.និយមន័យប្រូបាប

ប្រូបាប គឺជាផលធៀបរវាងចំនួនករណីស្របនិងចំនួនករណីអាច។

ប្រូបាប គឺជាសេចក្ដីសង្ឃឹមនៅចន្លោះ $0 \le P \le 1$ ។

គេកំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A មួយគឺ $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$ ដែល $n(A)$ ជាចំនួនករណីស្រប និង $n(S)$ ជាចំនួនករណីអាចកើតមានឡើង។

ឧទាហរណ៍៖ គ្រូធ្វើសំណួរផ្ទាល់មាត់ដោយឲ្យសិស្សចាប់ឆ្នោតយកសំណួរមួយក្នុងចំណោមសំណួរពិជគណិត 3 សំណួរ និងធរណីមាត្រ 2 សំណួរ ។ សៅជាសិស្សចូលចិត្តរៀនតែពិជគណិត។ រកប្រូបាបសៅចាប់បានសំណួរពិជគណិត? ចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ?

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងសំណួរមាន 5 សំណួរនោះចំនួនករណីអាចកើតមានឡើងគឺ $n(S)=5$ ករណី

.រកប្រូបាបសៅចាប់បានសំណួរពិជគណិត

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានលំហាត់ពិជគណិត

ដោយលំហាត់ពិជគណិតមាន 3 សំណួរនោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=3$ ករណី ។

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{3}{5}=0.6$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.6}$ ។

.រកប្រូបាបសៅចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានលំហាត់ធរណីមាត្រ

ដោយលំហាត់ធរណីមាត្រមាន 2 សំណួរនោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=2$ ករណី ។

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{2}{5}=0.4$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4}$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គេរើសសិស្សម្នាក់ឲ្យធ្វើប្រធានថ្នាក់ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5 នាក់ និងសិស្សប្រុស 3 នាក់។

រកប្រូបាបដែល:

ក.ប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី ខ.ប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស ។

<u>ចម្លើយ</u>

រកប្រូបាបដែល:

ក.ប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សស្រី

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សស្រីជាប្រធានក្រុម

សិស្សទាំងអស់មាន $5+3=8$ នាក់ $n(S)=8$ ករណី

សិស្សស្រីមាន 5 នាក់ $n(A)=5$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{5}{8}=0.625$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.625}$ ។

ខ.ប្រធានថ្នាក់ជាសិស្សប្រុស

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រុសជាប្រធានក្រុម

សិស្សប្រុសមាន 3 នាក់ $n(B)=3$ ករណី

គេបានៈ $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{3}{5}=0.6$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.6}$ ។

ប្រតិបត្តិ៖គេធ្វើវិញ្ញាសាហូតប័ណ្ណម្តងមួយសន្លឹកចំនួន 2 ដង ចេញពីថង់មួយដែលមានប័ណ្ណលេខ 1 លេខ 2 និងលេខ 3 ដោយហូតហើយដាក់វិញ។

ក.ចូរសរសេរលំហសំណាក ព្រឹត្តិការណ៍ A ដែលហូតលើកទី 1 បានលេខគូ និងព្រឹត្តិការណ៍ B ដែលហូតទាំង 2 លើកបានប័ណ្ណមានផលបូកលេខស្មើនឹង 5 ។

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ។

2.លក្ខណៈនៃប្រូបាប

ជាទូទៅ៖បើគេតាង e_i ជាព្រឹត្តិការណ៍ឯកជាតុនៃលំហសំណាក S នោះគេបាន៖

\+ $P(e_1)+P(e_2)=1$

\+ $P(e_1)+P(e_2)+P(e_3)=1$

\+ $P(e_1)+P(e_2)+P(e_3)+...+P(e_n)=1 \quad ,\sum_{i=1}^{n}P(e_i)=P(S)=1$

3.ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍សមាស

ឧទាហរណ៍៖គេធ្វើវិញ្ញសាបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខគូ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍បោះបានលេខជាពហុគុណនៃ 3

ក.ចូររកលំហសំណាក S ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B

គ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង B

ឃ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ A ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក.លំហសំណាក $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

$A=\{2,4,6\} \quad ,B=\{3,6\}$

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B

នោះ $A\cap B=\{6\} \Rightarrow n(A\cap B)=1$

$P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{1}{6}=0.1666$

ម្យ៉ាងទៀត $P(A)=\frac{3}{6}$ & $P(B)=\frac{2}{6}$

គេបាន $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{6}=0.1666$

គ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង B

នោះ $A\cup B=\{2,3,4,6\}\Rightarrow n(A\cup B)=4$ ករណី

ឬ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=3+2-1=4$ ករណី

$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{n(A)+n(B)-n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{4}{6}=0.6666$$

$$P(A\cup B)=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=0.6666$$

ឃ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃព្រឹត្តិការណ៍ A

ដោយ $A=\{2,4,6\}\Rightarrow \bar{A}=\{1,3,5\}$

$P(\bar{A})=\frac{3}{6}=0.5$

គេបានរូបមន្តៈ បើ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B នោះគេបាន

+ប្រូបាបផលគុណ $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

+ប្រូបាបផលបូក $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

+ប្រូបាបផលបូក $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

ករណី $P(A\cap B)=0$, $n(A\cap B)=0$

លំហាត់គំរូៈក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 2 និងឃ្លីខៀវ 3 ។គេចាប់យកឃ្លី 2 ចេញពីថង់ម្តងមួយៗដោយចៃដន្យ។

ក.ក្នុងករណីយកហើយដាក់វិញ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន

-ឃ្លីក្រហមមុន និងឃ្លីខៀវក្រោយ

-ឃ្លីក្រហមមុន ឬឃ្លីខៀវក្រោយ

ខ.ក្នុងករណីយកហើយមិនដាក់វិញ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន

-ឃ្លីក្រហមមុន និងឃ្លីខៀវក្រោយ

-ឃ្លីក្រហមមុន ឬឃ្លីខៀវក្រោយ

<u>ចម្លើយ</u>

តាងព្រឹត្តិការណ៍ A: ចាប់បានឃ្លីក្រហមមុន B:ចាប់បានឃ្លីខៀវក្រោយ

ក.ក្នុងករណីយកហើយដាក់វិញ គេបានចំនួនឃ្លីនៅក្នុងថង់សម្រាប់ចាប់មុន និងក្រោយស្មើគ្នា

ដូចនេះការចាប់ឃ្លីទី 1 និងទី 2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ 2 មិនទាក់ទងគ្នាទេ

គេបាន $P(A)=\frac{2}{5}$, $P(B)=\frac{3}{5}$

ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីក្រហមមុន និងឃ្លីខៀវក្រោយ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ

A និង $B : A\cap B$ គេបាន $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$

ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីក្រហមមុន ឬឃ្លីខៀវក្រោយ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង $B : A\cup B$

គេបាន $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{6}{25}=\frac{19}{25}$

ខ. ក្នុងករណីយកហើយមិនដាក់វិញ

ចំនួនឃ្លីក្នុងថង់សម្រាប់ចាប់លើកទី 1 មាន 5 នោះលើកទី 2 មានតែ 4 ។

+ចាប់បានឃ្លីក្រហម និងចាប់បានឃ្លីខៀវ នោះប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីក្រហមមុនគឺ $\frac{2}{5}$ និងប្រូបាប ចាប់បានឃ្លីខៀវក្រោយគឺ $\frac{3}{4}$ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B គឺៈ

$P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

+ចាប់បានឃ្លីក្រហម ឬចាប់បានឃ្លីខៀវប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលបូក A និង B គឺ

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

III. គណនាប្រូបាបដោយប្រើចម្លាស់ និងបន្សំ

1.គណនាប្រូបាបដោយប្រើចម្លាស់

ឧទាហរណ៍:គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ ចំនួនពីរដង។

ក.រកប្រូបាបដែលបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា

ខ.រកប្រូបាបដែលបោះបានទាំងពីរលើកជាលេខគូ

គ.រកប្រូបាបដែលបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា និងជាលេខគូ។

<u>ចម្លើយៈ</u>

ការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ ចំនួន 2 ដងជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 2 ធាតុយកពី 6 ធាតុ។នោះ ចំនួនករណីអាចកើតមានឡើងគឺ $n(S)=6^2=36$ ករណី

ក.រកប្រូបាបដែលបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា

មានន័យថាបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា ជាចម្លាស់ 2 ធាតុយកពី 6 ធាតុ។នោះចំនួន ករណីស្របគឺ $n(A)=P(6,2)=\frac{6!}{(6-2)!}=30$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{30}{36}=0.8333$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.8333}$ ។

ខ.រកប្រូបាបដែលបោះបានទាំងពីរលើកជាលេខគូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះបានទាំងពីរលើកជាលេខគូ $(2,4,6)$

មានន័យថា ជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 2 ជាតុយកពី 3 ជាតុ។នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=3^2=9$ ករណី។

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{9}{36}=0.25$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.25}$ ។

គ.រកប្រូបាបដែលបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា និងជាលេខគូ

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបោះបានទាំងពីរលើកមានលេខខុសគ្នា និងជាលេខគូ

មានន័យថាជាចម្លាស់នៃ 2 ជាតុយកពី 3 ជាតុ។នោះចំនួនករណីអាចគឺ

$n(C)=P(3,2)=\frac{3!}{(3-2)!}=6$ ករណី ។

ឬ $n(A\cap B)=\{(2,4),(2,,6),(4,2),(4,6),(6,2),(6,4)\}=6$ ករណី ។

គេបាន $P(C)=P(A\cap B)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{6}{36}=0.1666$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.1666}$ ។

លំហាត់គំរូ:គេចង់បង្កើតលេខសម្ងាត់របស់សោដោយចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសពីសូន្យ ។

ក.តើគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

ខ.គេជ្រើសរើសលេខសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ។ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A :"លេខសម្ងាត់ជាលេខគូ"

B :"លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ជាលេខគូ"

C :"លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់មានលេខ 1 ម្តងគត់"

D :"លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា"

<u>ចម្លើយ:</u>

ក.តើគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

លេខសម្ងាត់នេះជាចម្លាស់ 4 លេខយកចេញពី 9 លេខហើយអាចមានលេខច្រំដែល

ចំនួនចម្លាស់ច្រំដែលនៃ 4 ជាតុយកចេញពី 9 ជាតុគឺ $9^4=6551$ របៀប ។

ដូចនេះគេអាចបង្កើតលេខសម្ងាត់នេះបាន $9^4=6551$ របៀប។

ខ.គេជ្រើសរើសលេខសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ។ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

A :"លេខសម្ងាត់ជាលេខគូ"

មានន័យថាលេខសម្ងាត់មានលេខខាងចុងជាលេខ $2,4,6,8$ ហើយលេខសម្ងាត់ 3 ខ្ទង់ខាងដើមត្រូវជ្រើសចេញពី 9 លេខ នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=9\times9\times9\times4=9^3\times4$ ករណី ។

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{9^3\times4}{9^4}=\frac{4}{9}=0.4444$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.4444}$ ។

B :"លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ជាលេខគូ"

មានន័យថាលេខសម្ងាត់នេះត្រូវយកចេញពីលេខ $2,4,6,8$ ហើយលេខនេះអាចច្រំដែល

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=4\times4\times4\times4=4^4=256$ ករណី។

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{256}{6561}=0.3900$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.3900}$ ។

C :"លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់មានលេខ 1 ម្តងគត់ "

មានន័យថាលេខ 1 អាចមានទីតាំង 4 កន្លែងហើយលេខសម្ងាត់ 3 ខ្ទង់ទៀតត្រូវជ្រើសចេញពី 8

លេខនោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(C)=8\times8\times8\times4=8^3\times4$ ករណី

ទម្រង់ $(1***)$,$(*1**)$,$(**1*)$,$(***1)$

គេបាន $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{4\times8^3}{9^4}=0.312$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.312}$ ។

D :"លេខសម្ងាត់ទាំង 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា"

មានន័យថាលេខសម្ងាត់នេះជាចម្លាស់នៃ 4 លេខយកចេញពី 9 លេខ។

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(D)=P(9,4)=\dfrac{9!}{(9-4)!}=9\times8\times7\times6=3024$

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{3024}{6561}=0.46$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.46}$ ។

2.**គណនាប្រូបាបដោយប្រើបន្សំ**

ឧទាហរណ៍:គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ដោយចៃដន្យមកធ្វើប្រធានថ្នាក់ ក្នុងនោះមានសិស្សស្រី 8 នាក់ និងសិស្សប្រុស 11 នាក់។

ក.តើគេអាចរៀបសិស្សបានប៉ុន្មានរបៀប?

ខ.ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ជ្រើសបានសិស្សទាំងអស់សុទ្ធតែស្រី"

B "ជ្រើសបានសិស្សប្រុស 2 នាក់ និងសិស្សស្រី 1 នាក់"

<u>ចម្លើយ</u>

ក.តើគេអាចរៀបសិស្សបានប៉ុន្មានរបៀប?

គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ចេញពីសិស្ស 19 នាក់ ដោយសិស្សម្នាក់ៗមិនដូចគ្នា

នោះគេបានចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(19,3)=\dfrac{19!}{3!(19-3)!}=969$ ករណី។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=969}$ ករណី។

ខ.ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

A "ជ្រើសបានសិស្សទាំងអស់សុទ្ធតែស្រី"

សិស្សស្រីមាន 8 នាក់ ហើយគេជ្រើសយក 3 នាក់

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(8,3)=\frac{8!}{3!(8-3)!}=56$ ករណី ។

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{56}{969}=0.0577$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0577}$ ។

B "ជ្រើសបានសិស្សប្រុស 2 នាក់ និងសិស្សស្រី 1 នាក់"

សិស្សស្រីមាន 8 នាក់ ហើយគេជ្រើសយក 1 នាក់និងសិស្សប្រុសមាន 11 នាក់ ហើយគេជ្រើសយក 2 នាក់នោះចំនួនករណីស្របគឺ ៖

$n(B)=C(8,1)\times C(11,2)=\frac{8!}{1!(8-1)!}\times\frac{11!}{2!(11-2)!}=8\times55=440$ ករណី ។

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{440}{969}=0.4540$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4540}$ ។

លំហាត់គំរូ៖ គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹកដើម្បីលក់ឲ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះសន្លឹកឆ្នោតមានរង្វាន់មាន 5 សន្លឹក។ បុរសម្នាក់ទិញឆ្នោត 10 សន្លឹក។ រកប្រូបាបដែលៈ

A "គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ"

B "ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក"

C "ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់"។

<u>**ចម្លើយ**</u>

ដោយឆ្នោតមាន 150 សន្លឹក ហើយបុរសម្នាក់ទិញឆ្នោត 10 សន្លឹក

នោះចំនួនករណីអាចកើតឡើងគឺ $n(S)=C(150,10)=\frac{150!}{10!(150-10)!}$ ។

រកប្រូបាបដែល

A "គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ"

សន្លឹកឆ្នោតគ្មានត្រូវរង្វាន់សោះគឺ $150-5=145$ សន្លឹក

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(145,10)=\frac{145!}{10!(145-10)!}$

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{C(145,10)}{C(150,10)}=0.7048$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.7048}$ ។

B "ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក"

ព្រឹត្តិការណ៍ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងព្រឹត្តិការណ៍គ្មានត្រូវរង្វាន់សោះ

គេបាន $P(B)=1-P(A)=1-0.7048=0.2952$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.2952}$ ។

C "ត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកគត់"

មានន័យថាទិញបានត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹកក្នុងចំណោមសន្លឹកឆ្នោតមានរង្វាន់មាន 5 សន្លឹក និងទិញបានគ្មានត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹកក្នុងចំណោមសន្លឹកឆ្នោតគ្មានរង្វាន់មាន 145 សន្លឹក ។

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(C)=C(5,3)\times C(145,7)=\frac{5!}{3!(5-3)!}\times\frac{145!}{7!(145-7)!}$

គេបាន $P(C)=\frac{C(5,3)\times C(145,7)}{C(150,10)}=0.002$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.002}$ ។

IV. ប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ

ឧបមាថា A និង B ជាលទ្ធផលនៃការសាកល្បងណាមួយ។ ប្រសិនបើការពិសោធត្រូវធ្វើឡើងម្តងទៀត ហើយលទ្ធផលនៃការសាកល្បងលើកទី១ មានការប៉ះពាល់ដល់ការសាកល្បងលើកទី២ (លទ្ធផលនៃការសាកល្បងលើកទី១ មានផលប៉ះពាល់ដល់ការសាកល្បងលើកទី២ ឬលទ្ធផលនៃការសាកល្បងលើកទី២ អាស្រ័យការសាកល្បងលើកទី១) នោះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ឬជាព្រឹត្តិការណ៍មានលក្ខខណ្ឌ ។

១. និយមន័យ

-បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរក្នុងលំហសំណាកមួយដែល $P(A)\neq 0$ នោះប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ B ដោយដឹង A គឺ: $P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

-គេអាចគណនាបានដូចគ្នា: $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ ដែល $P(B)\neq 0$

-តាមរូបមន្តនេះគេអាចទាញបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផលគុណ A និង B គឺកំណត់ដោយ:

$P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)=P(B)\times P(A/B)$ ។

លំហាត់គំរូ: ១. នៅក្នុងភូមិមួយមានប្រជាជន 85% បានចាក់ថ្នាំការពារជំងឺឆ្លង ។ ក្នុងចំណោមអ្នកចាក់ថ្នាំការពារ គេឃើញមានអ្នកឆ្លងជំងឺ 2% និងចំណោមអ្នកមិនចាក់ថ្នាំការពារមាន 1% មិនឆ្លងជំងឺ ។

រកប្រូបាបដែល:

ក. អ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំការពារ ។

ខ. អ្នកចាក់ថ្នាំការពារ ហើយឆ្លងជំងឺ ។

គ. អ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ។

ឃ. អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺ ។

ង. បើក្នុងភូមិមានប្រជាជន 1000 នាក់ តើអ្នកចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺ មានប៉ុន្មាននាក់? អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារមានប៉ុន្មាននាក់? អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺមានប៉ុន្មាននាក់?

ចម្លើយ:

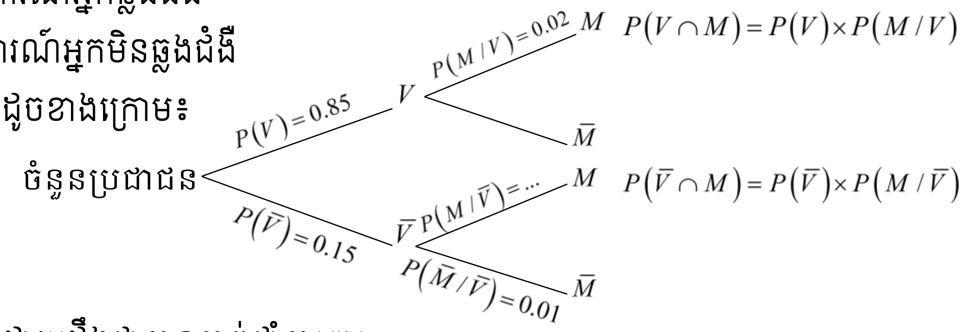
តាង V ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកចាក់ថ្នាំការពារ

$\bar{V}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ

M ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកឆ្លងជំងឺ

$\bar{M}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនឆ្លងជំងឺ

គេបានដ្យាក្រាមមែកឈើដូចខាងក្រោម៖



ក. រកប្រូបាបអ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំការពារ

អ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំការពារ គឺជាអ្នកឆ្លងជំងឺក្នុងចំណោមអ្នកចាក់ថ្នាំការពារ ដែលមាន 2% ដូចនេះប្រូបាបដែលអ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំការពារជាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ M ដោយដឹងថា V គឺ: $\boxed{P(M/V) = 2\% = 0.02}$

ខ. ប្រូបាបដែលអ្នកចាក់ថ្នាំការពារ ហើយឆ្លងជំងឺ:

ព្រឹត្តិការណ៍អ្នកចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺជាព្រឹត្តិការណ៍ $(V \cap M)$

គេបាន: $P(V \cap M) = P(V) \times P(M/V)$

$$= 0.85 \times 0.02$$
$$= 0.017$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអ្នកចាក់ថ្នាំការពារ ហើយឆ្លងជំងឺ $\boxed{P(V \cap M) = 0.017}$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលអ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ

អ្នកមិនឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំការពារមាន $1\% \Rightarrow P(\bar{M}/\bar{V}) = 0.01$

ព្រឹត្តិការណ៍អ្នកឆ្លងជំងឺ ដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនឆ្លងដោយដឹងថាមិនបានការពារ ។

គេបាន: $P(\bar{M}/\bar{V}) + P(M/\bar{V}) = 1$

$$P(M/\bar{V}) = 1 - P(\bar{M}/\bar{V})$$
$$= 1 - 0.01 = 0.99$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ $\boxed{P(M/\bar{V}) = 0.99}$ ។

ឃ. រកប្រូបាបដែលអ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺ:

ព្រឹត្តិការណ៍អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺជាព្រឹត្តិការណ៍ $(\bar{V} \cap M)$

គេបាន: $P(\bar{V} \cap M) = P(\bar{V}) \times P(M/\bar{V})$

$$= 0.15 \times 0.99$$

$P(\bar{V} \cap M) = 0.148$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺ $\boxed{P(\bar{V} \cap M) = 0.148}$ ។

ង. បើក្នុងភូមិមានមនុស្ស 1000 នាក់៖

អ្នកចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺមានចំនួន $\boxed{0.017\times1000=17 \text{ នាក់}}$

អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺមានចំនួន $\boxed{0.148\times1000=148 \text{ នាក់}}$

អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារមានចំនួន $\boxed{0.15\times1000=150 \text{ នាក់}}$

អ្នកចាក់ថ្នាំការពារមានចំនួន $\boxed{0.85\times1000=850 \text{ នាក់}}$ ។

លំហាត់គំរូ២. សិប្បកម្មមួយមានម៉ាស៊ីន២ផលិតវត្ថុដូចគ្នា។ គេដឹងថាម៉ាស៊ីនទី១ ផលិតវត្ថុបាន 45% ដែលក្នុងនោះមានខូច 3% និងម៉ាស៊ីនទី២ផលិតបាន 55% ដែលក្នុងនោះមានខូច 2% ។

ក. តើប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូច ដោយដឹងថាផលិតដោយម៉ាស៊ីនទី១ស្មើប៉ុន្មាន?

ខ. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី១

គ. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី២

ឃ. បើម៉ាស៊ីនទាំងពីរផលិតបានវត្ថុចំនួន 1000 តើម៉ាស៊ីនទី១ ធ្វើខូចអស់ប៉ុន្មាន? ហើយម៉ាស៊ីនទី២ ធ្វើខូចអស់ប៉ុន្មាន?

ចម្លើយ:

តាង: A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលម៉ាស៊ីនទី១ផលិតវត្ថុ

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលម៉ាស៊ីនទី២ផលិតវត្ថុ

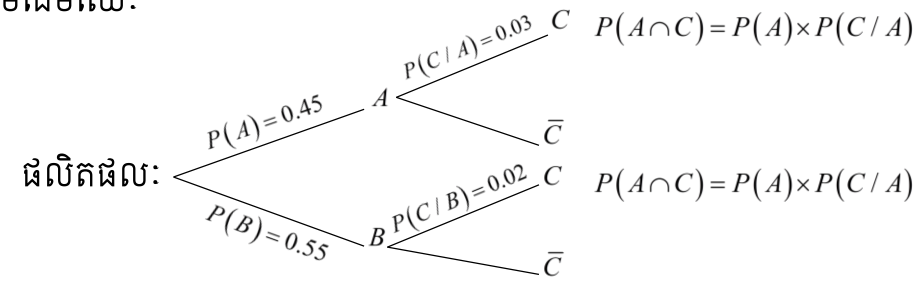
C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានវត្ថុខូច

$\bar{C}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្មានវត្ថុខូច

យើងបាន: $P(A)=45\%=0.45$, $P(B)=55\%=0.55$

$P(C/A)=3\%=0.03$, $P(C/B)=2\%=0.02$

គេបានដ្យាក្រាមដើមឈើ:



ក. ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូច ដោយដឹងថាផលិតដោយម៉ាស៊ីនទី១

ដោយដឹងថា ផលិតដោយម៉ាស៊ីនទី១គឺជាផលិតផលដែលខូចមាន 3% ក្នុងម៉ាស៊ីនទី១

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចដោយដឹងថាផលិតដោយម៉ាស៊ីនទី១ គឺជាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌនៃព្រឹត្តិការណ៍ C ដោយដឹងថា A គឺ៖ $\boxed{P(C/A)=0.03}$ ។

ខ. ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី១

តាមរូបមន្ត: $P(C/A)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}$

នាំឱ្យ: $P(A\cap C)=P(C/A)\times P(A)$

$=0.03\times0.45=0.0135$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី១គឺ: $\boxed{P(A\cap C)=0.0135}$ ។

គ. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី២

តាមរូបមន្ត: $P(C/B)=\dfrac{P(B\cap C)}{P(B)}$

$$P(B\cap C)=P(C/B)\times P(B)$$
$$=0.02\times 0.55=0.011$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី២ គឺ: $\boxed{P(B\cap C)=0.011}$ ។

ឃ. រកផលិតផលខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី១ និងម៉ាស៊ីនទី២៖

ដោយម៉ាស៊ីនទាំងពីរផលិតបានវត្ថុចំនួន 1000 ៖

នាំឱ្យ: -ផលិតផលខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី១គឺស្មើនឹង: $1000\times 0.03=30$

-ផលិតផលខូចក្នុងម៉ាស៊ីនទី១គឺស្មើនឹង: $1000\times 0.02=20$ ។

ប្រតិបត្តិ:

១. សិប្បកម្មមួយមានម៉ាស៊ីន២ ផលិតវត្ថុដូចគ្នា។ គេដឹងថាម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុបាន 40% ដែលក្នុងនោះមានខូច 2% និងម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុបាន 60% ដែលក្នុងនោះមានខូច 4% ។

ក.តើប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចដោយដឹងថាផលិតដោយម៉ាស៊ីន A ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ? ($An: P(C/A)=0.02$)

ខ. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីន A ។($An: P(A\cap C)=0.008$)

គ. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីន B ។($An: P(B\cap C)=0.024$)

២. ក្នុងភូមិមួយមានប្រជាជន 90% បានចាក់ថ្នាំការពារជំងឺឆ្លង។ ក្នុងចំណោមអ្នកចាក់ថ្នាំការពារ គេឃើញមានអ្នកឆ្លងជំងឺ 3% និងចំណោមអ្នកមិនចាក់ថ្នាំការពារមាន 2% មិនឆ្លងជំងឺ។ រកប្រូបាបដែល៖

ក. អ្នកឆ្លងជំងឺដោយដឹងថាបានចាក់ថ្នាំការពារ។($An: P(M/V)=0.03$)

ខ. អ្នកចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺ។($An: P(V\cap M)=0.027$)

គ. អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារហើយឆ្លងជំងឺ។($An: P(\bar{V}\cap M)=0.098$)

២. ព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា និងមិនទាក់ទងគ្នា:

ជាទូទៅ: A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរដែលមានប្រូបាបមិនសូន្យ:

-គេថាព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នាកាលណា ព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌណាមួយក្នុងចំណោមលក្ខខណ្ឌខាងក្រោម៖

$i).\ P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ $ii).\ P(B/A)=P(B)$ $iii).\ P(A/B)=P(A)$ ។

-គេថាព្រឹត្តិការណ៍ព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ទាក់ទងគ្នាកាលណា៖

$P(A\cap B)\neq P(A)\times P(B)$ ។

លំហាត់គំរូ: ១. ថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 3 មានលេខខុសគ្នា និងប៊ូលស 2 មានលេខខុសគ្នា។ គេចាប់យកប៊ូលម្តងមួយៗចំនួន២ដង ដោយថែដន្យចេញពីថង់ដោយដាក់វិញ។

តាង: ព្រឹត្តិការណ៍ A « ចាប់លើកទី១ បានប៊ូលក្រហម» B «ចាប់លើកទី២បានប៊ូលស»

ក. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A , B និង $A\cap B$ ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

គ. គណនា $P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

<u>ចម្លើយ:</u>

ក. គណនា: $P(A)$, $P(B)$ និង $P(A\cap B)$

ដោយគេធ្វើវិញ្ញាសាចាប់ហើយដាក់វិញ គេបានលទ្ធផលនីមួយៗជាចម្លាស់ច្រំដែលនៃ២ធាតុ យកចេញពី៥ធាតុ នោះលំហសំណាកគឺ: $n(S)=5^2=25$ របៀប ។

ព្រឹត្តិការណ៍: $n(A)=3^2+3\times 2=15$ របៀប

ព្រឹត្តិការណ៍: $n(B)=3\times 2+2^2=10$ របៀប

ព្រឹត្តិការណ៍: $n(A\cap B)=3\times 2=6$ របៀប

គេបាន: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{15}{25}=\dfrac{3}{5}$

$P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{10}{25}=\dfrac{2}{5}$

$P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{6}{25}$

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

ដោយៈ $P(A)\times P(B)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{6}{25}$

នោះគេបាន: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\dfrac{6}{25}$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ។

គ. គណនា $P(A/B)$ និង $P(B/A)$:

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និង B មិនទាក់ទងគ្នានោះគេបាន:

$P(A/B)=P(A)=\dfrac{3}{5}$ និង $P(B/A)=P(B)=\dfrac{2}{5}$ ។

លំហាត់គំរូ:២.ឧបមាថាយើងហូតឆ្នោតពីរសន្លឹកបន្តបន្ទាប់គ្នាដោយមិនដាក់ទៅវិញចេញពីឆ្នោត 10 សន្លឹក ក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹក។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសន្លឹកឆ្នោតហូតលើកទី១ជាសន្លឹកឈ្នះ ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសន្លឹកឆ្នោត ហូតលើកទី២ជាសន្លឹកឈ្នះ។

ក. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះ $P(A\cap B)$

ខ. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរសន្លឹក មានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹក $P(A\cap B')+P(A'\cap B)$

<u>ចម្លើយ:</u>

ក. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះ

មានន័យថាលើកទី១ គេហូតបានសន្លឹកឈ្នះ និងលើកទី២ក៏ហូតបានសន្លឹកឈ្នះដែរ

$P(A\cap B)=P(A)\times P(B/A)$

$$=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$$

ដូចនេះ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះគឺៈ $\boxed{P(A\cap B)=\frac{1}{15}}$ ។

ខ. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរសន្លឹកមានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹកៈ

មានន័យថា«លើកទី១ហូតបានសន្លឹកឈ្នះនិងលើកទី២ហូតបានសន្លឹកចាញ់ឬលើកទី១ហូតបានសន្លឹកចាញ់និងលើកទី២ហូតបានសន្លឹកឈ្នះ»

តាងៈ C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលកើតឡើង

នោះគេបានៈ $P(C)=P(A\cap B')+P(A'\cap B)$

$$=P(A).P(B'/A)+P(A').P(B/A')$$

$$=\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}$$

$$P(C)=\frac{7}{30}+\frac{7}{30}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលការហូតទាំងពីរសន្លឹកមានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹកគឺៈ $\boxed{P(C)=\frac{7}{15}}$ ។

ប្រតិបត្តិៈ

១. ឧបមាថាយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់មួយតូចមួយធំ។ តាងៈ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ធំចេញលេខ 3 , B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់តូចចេញលេខ 4 និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកស្មើ 6 ។

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ?(An:មិនទាកទងគ្នា)

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ? (An: ទាកទងគ្នា)

២. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់២ដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ A«ផលបូកលេខដែលបោះបានជាចំនួនគូ» ; B«បោះលើកទី១បានលេខ 6 »និង C«បោះលើកទី១បានលេខធំជាងលើកទី២»

ក.គណនាប្រូបាបមានលក្ខខណ្ឌ $P(B/A)$, $P(C/B)$ និង $P(C/A)$ ។

$$\left(An: P(B/A)=\frac{1}{6},\ P(C/B)=\frac{5}{6}\ ,P(C/A)=\frac{1}{3}\right)$$

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ពីរខាងក្រោមនេះទាក់ទងគ្នា ឬមិនទាក់ទងគ្នា?

$A\,\&\,B$; $A\,\&\,C$; $B\,\&\,C$ ។(An: $A\,\&\,B$ មិនទាក់ទងគ្នា ហើយ $A\,\&\,C$; $B\,\&\,C$ ទាក់ទងគ្នា)

៣. រូបមន្តប្រូបាបសរុប

ជាទូទៅៈ-បើ A_1 , A_2 , ... , A_n ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសម្រុងគ្នាពីរៗក្នុងលំហសំណាកមួយ ហើយមានព្រឹត្តិការណ៍ B មួយកើតឡើងក្នុងព្រឹត្តិការណ៍ A_1 , A_2 , ... , A_n នោះគេបានៈ

$$B=(A_1\cap B)\cup(A_2\cap B)\cup...\cup(A_n\cap B)\ .$$

$$P(B)=P(A_1\cap B)+P(A_2\cap B)+...+P(A_n\cap B)\ .$$

ដោយៈ $P(A_1\cap B)=P(B/A_1)\cdot P(A_1)$

នាំឱ្យៈ $P(B)=P(A_1)\cdot P(B/A_1)+P(A_2)\cdot P(B/A_2)+...+P(A_n)\cdot P(B/A_n)\cdot P(A_1)$

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}\left[P(A_i)\cdot P(B/A_i)\right]$$

-បើ A_k ជាព្រឹត្តិការណ៍មួយក្នុងលំហសំណាក នោះគេបាន៖

$$P(A_k/B)=\frac{P(A_k\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A_k)\cdot P(B/A_k)}{\sum_{i=1}^{n}\left[P(A_i)\cdot P(B/A_i)\right]}$$ ។

-រូបមន្តប្រូបាបសរុប៖ $P(B)=\sum_{i=1}^{n}\left[P(A_i)\cdot P(B/A_i)\right]$ ។ -ទ្រឹស្តីបទបៃយេស $(Bayes'Theorem)$; $P(A_k/B)=\frac{P(A_k)\cdot P(B/A_k)}{\sum_{i=1}^{n}\left[P(A_i)\cdot P(B/A_i)\right]}$ ។

លំហាត់គំរូ: ១. មានប្រជាជន 85% បានចាក់ថ្នាំការពារជំងឺឆ្លង។ 2% កើតជំងឺឆ្លងដោយដឹងថាចាក់ថ្នាំការពាររួចហើយ។ 1% មិនកើតជំងឺឆ្លងដោយដឹងថាមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ

ក. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកកើតជំងឺឆ្លង

ខ. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកបានចាក់ថ្នាំការពារ ដោយដឹងថាកើតជំងឺឆ្លង។

<u>ចម្លើយ:</u>

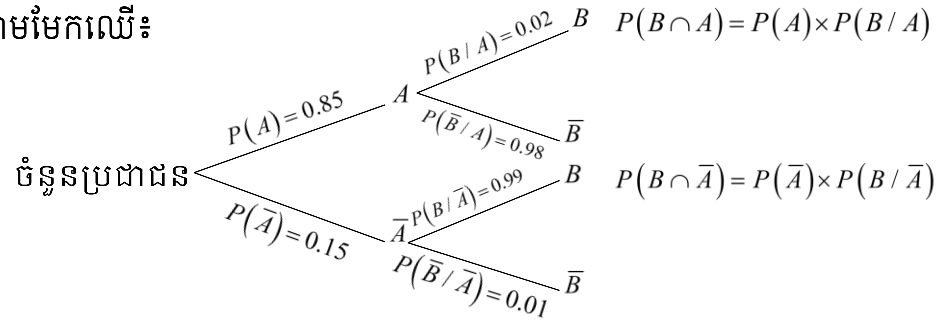
តាង: ព្រឹត្តិការណ៍ A «អ្នកបានចាក់ថ្នាំការពារ» , $\bar{A}$ «អ្នកមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ»

B «អ្នកកើតជំងឺឆ្លង» , $\bar{B}$ «អ្នកមិនឆ្លងជំងឺ»

គេបាន៖ អ្នកជំងឺដែលបានចាក់ថ្នាំការពារ ជាព្រឹត្តិការណ៍ $(B\cap A)$

អ្នកជំងឺដែលមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ ជាព្រឹត្តិការណ៍ $(B\cap\bar{A})$

គេបាន៖ ដ្យាក្រាមមែកឈើ៖



ក. គណនាប្រូបាបដែលអ្នកកើតជំងឺឆ្លង:

ចំនួនអ្នកកើតជំងឺឆ្លង ជាផលបូកចំនួនអ្នកជំងឺដែលចាក់ថ្នាំការពារនិងអ្នកជំងឺដែលមិនបានចាក់ថ្នាំការពារ

គេបាន៖ $P(B)=P(B\cap A)+P(B\cap\bar{A})$

តែ: $P(B\cap A)=P(A)\cdot P(B/A)$; $P(B\cap\bar{A})=P(\bar{A})\cdot P(B/\bar{A})$

នោះរូបមន្តប្រូបាបសរុប៖

$$P(B)=P(A)\cdot P(B/A)+P(\bar{A})\cdot P(B/\bar{A})$$

ដោយ: $P(B/\bar{A})=1-P(\bar{B}/\bar{A})=1-0.01=0.99$

គេបាន៖ $P(B)=0.85\times0.02+0.15\times0.99$

$=0.017+0.1485$

$P(B)=0.1655=16.55\%$ ។

ដូចនេះ អ្នកកើតជំងឺទាំងអស់មានៈ $\boxed{16.55\%}$ ។

ខ.គណនាប្រូបាបដែលអ្នកបានចាក់ថ្នាំការពារ ដោយដឹងថាកើតជំងឺឆ្លងៈ

អ្នកបានចាក់ថ្នាំការពារដោយដឹងថាកើតជំងឺឆ្លងគឺជាអ្នកចាក់ថ្នាំហើយឆ្លងជំងឺក្នុងចំណោមអ្នកកើតជំងឺៈ

គេបានៈ $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(B)}$

$$=\frac{0.85\times 0.02}{0.1655}=0.1027$$

ដូចនេះ $\boxed{P(A/B)=0.1027=10.27\%}$ ជាប្រូបាបដែលត្រូវរក។

លំហាត់គំរូៈ ២. គេមានម៉ាស៊ីន A , B និង C ផលិតវត្ថុដូចគ្នា ។ ម៉ាស៊ីន A ផលិតបាន 50% ម៉ាស៊ីន B ផលិតបាន 30% និងម៉ាស៊ីន C ផលិតបាន 20% ។ គេដឹងថាវត្ថុដែលផលិតដោយម៉ាស៊ីន A មានខូច 3% ម៉ាស៊ីន B ខូច 4% និងម៉ាស៊ីន C ខូច 4% ។

ក. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូច

ខ. ក្នុងចំណោមវត្ថុខូចចំនួន 1000 តើម៉ាស៊ីន A ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន ?ម៉ាស៊ីន B ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន ? ម៉ាស៊ីន C ធ្វើខូចចំនួនប៉ុន្មាន ?

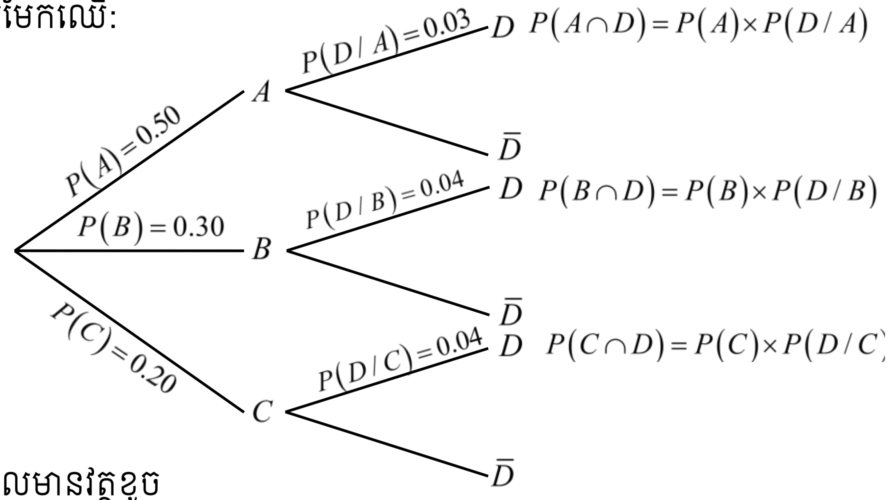
<u>ចម្លើយៈ</u>

តាង ព្រឹត្តិការណ៍ A «ម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុ» , B «ម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុ»

C «ម៉ាស៊ីន C ផលិតវត្ថុ» , D «វត្ថុខូច»

គេបានដ្យាក្រាមមែកឈើៈ

ប្រភេទម៉ាស៊ីនៈ



ក. រកប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូច

វត្ថុខូចជាវត្ថុដែលខូច ផលិតក្នុងម៉ាស៊ីន A , B និង C

តាមរូបមន្តប្រូបាបសរុបគេបានប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចគឺៈ

$$P(D)=P(A\cap D)+P(B\cap D)+P(C\cap D)$$

$$=P(A)\cdot P(D/A)+P(B)\cdot P(D/B)+P(C)\cdot P(D/C)$$

$$P(D)=(0.50\times 0.03)+(0.30\times 0.04)(0.20\times 0.04)$$

$$=0.015+0.012+0.008=0.035$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានវត្ថុខូចគឺៈ $\boxed{P(D)=0.035}$

ខ. រកចំនួនវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីននីមួយៗ

ប្រូបាបដែលម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុដោយដឹងថាវត្ថុខូចគឺៈ $P(A/D)$

ប្រូបាបដែលម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុដោយដឹងថាវត្ថុខូចគឺៈ $P(B/D)$

ប្រូបាបដែលម៉ាស៊ីន C ផលិតវត្ថុដោយដឹងថាវត្ថុខូចគឺៈ $P(C/D)$

តាមទ្រឹស្តីបទបៃយេស គេបានៈ

$$P(A/D)=\frac{P(D/A)\cdot P(A)}{P(D)}=\frac{0.03\times 0.50}{0.035}=0.428$$

$$P(B/D)=\frac{P(D/B)\cdot P(B)}{P(D)}=\frac{0.04\times 0.30}{0.035}=0.343$$

$$P(C/D)=\frac{P(D/C)\cdot P(C)}{P(D)}=\frac{0.04\times 0.20}{0.035}=0.229$$

ដូចនេះ ចំនួនវត្ថុខូចក្នុងម៉ាស៊ីននីមួយៗក្នុងចំណោមវត្ថុខូច 1000 គឺៈ

-ម៉ាស៊ីន A ផលិតវត្ថុខូចបានចំនួនៈ $1000\times 0.428=428$

-ម៉ាស៊ីន B ផលិតវត្ថុខូចបានចំនួនៈ $1000\times 0.343=343$

-ម៉ាស៊ីន C ផលិតវត្ថុខូចបានចំនួនៈ $1000\times 0.229=229$ ។

ប្រតិបត្តិៈ

១. ក្នុងក្រូចមួយកញ្ចេមានលាយក្រូចបាត់ដំបង 70% និងក្រូចកំពង់ចាម 30% ។ គេដឹងក្រូចទាំងពីរប្រភេទនេះមានផ្លែខ្លះជូរ ផ្លែខ្លះផ្អែម។ ក្រូចបាត់ដំបងមានក្រូចជូរ 5% និងក្រូចកំពង់ចាម 9% ។

ក. រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសក្រូចមួយផ្លែបានក្រូចជូរ។($An:P(\overline{S})=0.062$)

ខ. រកប្រូបាបដែលក្រូចបាត់ដំបង ដោយដឹងថាក្រូចជូរ។($An:P(B/\overline{S})=0.5645$)

គ. រកប្រូបាបដែលក្រូចកំពង់ចាម ដោយដឹងថាក្រូចផ្អែម។($An:P(K/S)=0.291$)

ឃ. បើក្នុងកញ្ចេនេះ មានក្រូច 1000 ផ្លែ តើមានក្រូចជូរចំនួនប៉ុន្មានផ្លែ? ក្រូចជូរជាក្រូចបាត់ដំបងមានប៉ុន្មានផ្លែ? ($An:62$ ផ្លែ និង 35 ផ្លែ)

២. គេមានប្រអប់ចំនួន 2 ។ ប្រអប់លេខ 1 មានឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ និងខៀវ 1 គ្រាប់។ ប្រអប់លេខ 2 មានឃ្លីក្រហម 1 គ្រាប់ និងខៀវ 3 គ្រាប់។ គេបោះកាក់មួយគ្រាប់ បើកាក់ចេញខាង H នោះគេរើសឃ្លី 1 គ្រាប់ចេញពីប្រអប់ទី 1។បើកាក់ចេញខាង T នោះគេរើសឃ្លី 1 ចេញពីប្រអប់ទី 2 ។

រកប្រូបាបដែលរើសបានឃ្លីក្រហម។ ($An:P(R)=P(A\cap R)+P(B\cap R)=0.455$)

លំហាត់អនុវត្តន៍

1. គេហូតបៀរពីរសន្លឹកចេញពីបៀរ 52 សន្លឹក។គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបៀរ 2 សន្លឹកមានអាត់មួយយ៉ាងតិច។
2. គេបោះកាក់មួយដែលមានមុខ H និងខ្នង T ចំនួនពីរដង។

១.គណនាប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់ទទួលបានមុខមួយកើតឡើង

២.គណនាប្រូបាបដែលគេទទួលបានមុខកើតឡើងពេលបោះលើកទីមួយ។

3. គេបោះកាក់មួយចំនួនបួនដង។

១.រកប្រូបាបដែលគ្មានមុខ H ផ្ងារឡើង

២.រកប្រូបាបដែលមានមុខ H មួយគត់ផ្ងារឡើង

4. ក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំគីណាល់ 7 គ្រាប់និងថ្នាំអាស្ពីរីន 5 គ្រាប់។គេចាប់យកថ្នាំ 4 គ្រាប់ ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.ថ្នាំគីណាល់ទាំង 4 គ្រាប់

២.ថ្នាំអាស្ពីរីនមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច

5. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 10 គ្រាប់និងឃ្លីខៀវ 13 គ្រាប់។គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ។

១.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ក្រហមទាំងពីរ

២.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវទាំងពីរ

៣.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច។

6. សូឡាចង់ទិញកូនក្រូច 5 ដើមយកទៅដាំក្នុងផ្ទះ។នៅកន្លែងលក់មានកូនក្រូចថ្លុង 8 ដើមនិងកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ 14 ដើម។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.តាង A "ទិញបានកូនក្រូចថ្លុងទាំង 5 ដើម"

២.តាង B "ទិញបានកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ទាំង 5 ដើម"

៣.តាង C "ទិញបានកូនក្រូចថ្លុង 2 ដើមនិងកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ 3 ដើម"

៤.តាង D "ទិញបានកូនក្រូចពោធិ៍សាត់មួយដើមយ៉ាងតិច"

7. ក្នុងកសិដ្ឋានមួយគេចិញ្ចឹមជ្រូក 13 ក្បាល ក្នុងនោះជ្រូកសម្បុរសមាន 8 ក្បាល និងជ្រូកសម្បុរខ្មៅមាន 5 ក្បាល។គេជ្រើសយកជ្រូក 4 ក្បាលទុកធ្វើពូជ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេ៖

១.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសទាំង 4 ក្បាល

២.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅទាំង 4 ក្បាល

៣.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅ 2 ក្បាលនិងជ្រូកសម្បុរស 2 ក្បាល

៤.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសមួយយ៉ាងតិច។

8. ក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 25 នាក់ក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 15 នាក់ និងសិស្សស្រី 10 នាក់។គេជ្រើសរើសសិស្ស 4 នាក់ដើម្បីប្រឡងសិស្សពូកែប្រចាំសាលា។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែសិស្សប្រុស

២.ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 2 នាក់ និងសិស្សប្រុស 2 នាក់

៣.ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិចមួយនាក់។

9. គេជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5 នាក់និងសិស្សប្រុស 7 នាក់ជាតំណាងក្រុម។រកប្រូបាបដែលសិស្ស៖

ក.សិស្សប្រុសជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

ខ.សិស្សស្រីជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

គ.ស្រីម្នាក់ និងប្រុសម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

ឃ.យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

10. ថង់មួយមានឃ្លីលឿង 5 គ្រាប់ដែលបង់លេខ 1, 2, 3, 4, 5 និងឃ្លីខៀវ 4 គ្រាប់ដែលបង់លេខ 1, 2, 3, 4 ។គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ។

១.តើការចាប់នេះអាចកើតឡើងប៉ុន្មានរបៀប ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

A "ចាប់បានឃ្លីលឿងទាំង 3 គ្រាប់"

B "ចាប់បានឃ្លីលឿង 2 គ្រាប់និងខៀវ 1 គ្រាប់"

C "ចាប់បានឃ្លីខៀវយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់"

11. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួន 9 សន្លឹកនិងក្រដាសប្រាក់ 1000៛ ចំនួន 7 សន្លឹក។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 5 សន្លឹកដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលហូតបានៈ

១.ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ទាំងប្រាំសន្លឹក

២.ក្រដាសប្រាក់ 1000៛ យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក

៣.ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួនបីសន្លឹកគត់

12. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវចំនួន 7 ដើមនិងប៊ិចក្រហម 5 ដើម។គេចាប់យកប៊ិច 4 ដើម ដោយ ចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានៈ

១.ប៊ិចខៀវទាំងអស់

២.ប៊ិចខៀវពីរដើម

៣.ប៊ិចក្រហមមួយដើមយ៉ាងតិច

13. ក្រូចថ្លុង 20 ផ្លែបានលក់ ក្នុងនោះមានក្រូច 16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម និង 4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

១.តាង A "ក្រូចទាំងបីមានរសជាតិជូរ"

២.តាង B "ក្រូចទាំងបីមានរសជាតិផ្អែម"

៣.តាង C "ក្រូចពីរផ្លែជូរ"

៤.តាង D "យ៉ាងតិចមានក្រូចមួយផ្លែផ្អែម"

14. ការប្រឡងគណិតវិទ្យាមួយមានមានលំហាត់គណិតវិទ្យា 6 លំហាត់និងធរណីមាត្រ 4 លំហាត់។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 4 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំងអស់តាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន។

១.រកចំនួនករណីអាច

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

តាង A សិស្សម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ពិជគណិតទាំង 4

តាង B សិស្សម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ធរណីមាត្រទាំង 4

តាង C សិស្សម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ពិជគណិត1

15. ឧបមាថាកំណើតកូនប្រុសនិងកូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា។រកប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន 5 នាក់។

១.សុទ្ធតែកូនស្រី

២.យ៉ាងតិចកូនប្រុសពីរនាក់

៣.កូនច្បងជាស្រីបន្ទាប់មកកូនប្រុសពីរនាក់។

16. គេចង់បង្កើតគណៈកម្មការមួយដែលមានសមាជិក 5 នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 12 នាក់ចំពោះមនុស្សទាំងនោះមានពីរនាក់នឹងអាចចូលជាសមាជិកបានលុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់។

១.តើគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការនេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

២.រកប្រូបាបដែល A និង B ចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់។

17. គេជ្រើសរើសមនុស្ស 5 នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 15 នាក់ដើម្បីបង្កើតគណៈកម្មការមួយដែល A និង B អាចចូលជាសមាជិកបានលុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

18. គេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 9 រៀងគ្នាលើកាក់ 9 ។គេចាប់យកកាក់ម្តងមួយៗចំនួនបីកាក់មកតម្រៀបតាមលំដាប់ដែលចាប់បាន។រកប្រូបាបដែលកាក់ទាំងបីបង្កើតបាន៖

១.ចំនួន 123 ។

២.ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 125 ។

19. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 1000៛ ចំនួន 5 សន្លឹកនិងប្រាក់ 500៛ ចំនួន 4 សន្លឹក។គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 3 សន្លឹកដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ហូតបានប្រាក់ 2500៛

២.ហូតបានប្រាក់ 1500៛

៣.ហូតបានប្រាក់ 1000៛ យ៉ាងតិចចំនួនមួយសន្លឹក។

20. ក្នុងហាងលក់សំលៀកបំពាក់មួយមានអាវកីឡាពណ៌សចំនួន 9 អាវ ពណ៌ខៀវចំនួន 12 អាវ និងពណ៌ក្រហមចំនួន 6 អាវ។បុរសម្នាក់ទិញអាវ 4 យកទៅចែកឲ្យកូនៗរបស់គាត់។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌ខៀវទាំងអស់

ខ.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌ខៀវ 2 ពណ៌ស 1 និងពណ៌ក្រហម 1

គ.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌សមួយ

21. ទឹកផ្លែឈើ *Green Mate* មួយកេស មានទឹកសណ្តែក 11 កំប៉ុង ទឹកដូង 8 កំប៉ុង និងទឹកត្រឡាច 5 កំប៉ុង។គេនាចាប់យកទឹកផ្លែឈើ 4 កំប៉ុងដោយចៃដន្យ។

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចាប់យកទឹកផ្លែឈើ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "គេនាចាប់បានទឹកសណ្តែកទាំងបួនកំប៉ុង"

B "រតនាចាប់បានទឹកសណ្ដែក 2 កំប៉ុង និងទឹកត្រឡាច 2 កំប៉ុង"

C "រតនាចាប់បានទឹកសណ្ដែក 2 កំប៉ុង ទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង និងទឹកដូង 1 កំប៉ុង"

D "រតនាចាប់បានទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង"

22. ក្នុងហាងលក់ថាសចម្រៀងមួយកន្លែងមានថាសចម្រៀងបុរាណ 7 សម័យ 10 និង Remix 12 ។ បុរសម្នាក់បានទិញថាសចម្រៀង 4 ។

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការទិញថាសចម្រៀងនេះ ?

២.ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A :ទិញបានសុទ្ធតែថាសចម្រៀងសម័យ

B :ទិញបានថាសចម្រៀងសម័យ 2 និងបុរាណ 2

C :ទិញបានថាសចម្រៀងសម័យ 3 និង Remix1

D :ទិញបានថាសចម្រៀង Remix យ៉ាងតិចពីរ។

23. កាបូបមួយមានដាក់សៀវភៅគណិតវិទ្យា 5 ក្បាល សៀវភៅរូបវិទ្យា 3 ក្បាល និងសៀវភៅគីមីវិទ្យា 1 ក្បាល។គេចាប់យកសៀវភៅ 3 ក្បាលចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ។

រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.សៀវភៅគីមីមួយក្បាល

២.សៀវភៅគណិត 2 ក្បាល និងសៀវភៅរូបវិទ្យា 1 ក្បាល

៣.យ៉ាងតិចសៀវភៅគណិតវិទ្យាមួយក្បាល។

24. ក្នុងភូមិមួយមានគ្រួសារក្រីក្រចំនួន 3 គ្រួសារ ដែលគ្រួសារ A មានសមាជិក 8 នាក់ គ្រួសារ B មានសមាជិក 7 នាក់ គ្រួសារ C មានសមាជិក 11 នាក់។គេជ្រើសរើសមនុស្ស 6 នាក់យកទៅបណ្ដុះបណ្ដាលវិជ្ជាជីវៈដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A ទាំងអស់

២.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ C ទាំងអស់

៣.ជ្រើសរើសបានមនុស្ស 2 ក្នុងគ្រួសារនីមួយៗ

៤.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A យ៉ាងតិចមួយនាក់

៥.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ B យ៉ាងតិចមួយនាក់។

25. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 8 គ្រាប់ ឃ្លីខៀវ 10 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 5 គ្រាប់និងឃ្លីស 4 គ្រាប់។គេចាប់យកឃ្លី 7 គ្រប់ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន៖

១.ឃ្លីខៀវទាំងអស់

២.ឃ្លីខ្មៅ 4 គ្រាប់ និងឃ្លីស 3 គ្រាប់

៣.ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 2 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

៤.ឃ្លីស 1 គ្រាប់ ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 1 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

26. គេតម្រៀបក្មេងប្រុស 4 នាក់ និងក្មេងស្រី 3 នាក់ឲ្យឈរជាជួរដើម្បីទទួលអំណោយ។

១.តើការឈរនេះធ្វើបានប៉ុន្មានរបៀប?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល

A "ក្មេងប្រុសឈរនៅចុងសងខាង"

B "ក្មេងប្រុសឈរនៅជិតគ្នា"

C "ក្មេងស្រីឈរនៅសងខាង"។

27. ការប្រឡងមួយគ្រូបានឲ្យសំណួរត្រៀម100សំណួរ។សិស្សម្នាក់រៀបចំចម្លើយបាន 25% នៃសំណួរទាំងអស់។រកប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់នោះចាប់បានបីសំណួរ។

១.ត្រៀមចម្លើយទាំងបីសំណួរ

២.គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមចម្លើយមួយសោះ

៣.យ៉ាងតិចបានមួយសំណួរត្រៀមចម្លើយហើយ។

28. គេប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ទេ។

១.តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបង្កើតបាន៖

A "ចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា"

B "ចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា"។

29. សោរសម្ងាត់មួយមានលេខ 4 ខ្ទង់ផ្សំឡើងពីលេខ1ដល់ 8 ។ដើម្បីបើកសោរសម្ងាត់នេះគេគ្រាន់តែដឹងថាលេខដែលបើកបានមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា។

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីបើកសោរនេះបាន?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A "លេខសម្ងាត់ខ្ទង់ទី 2 ជាលេខ 7 "

B "លេខខាងចុងពីរខ្ទង់ជាលេខ 23 "

C "លេខខ្ទង់ទី1ជាលេខ 5 និងខ្ទង់ទី 4 ជាលេខ 4 "។

30. ទេសចរណ៍ម្នាក់សម្រាកក្នុងក្រុង A ដើម្បីទស្សនាក្រុង B, C, D, E និង F ។

១.តើដំណើរទស្សនាក្រុងទាំង 5 មានប៉ុន្មានរបៀប?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលដំណើរទស្សនាក្រុងទាំង 5 ៖

A "ដោយយកក្រុង D ជាក្រុងទស្សនាទី 3 "

B "បើទីក្រុង C ត្រូវទស្សនាមុនទីក្រុង D "។

31. គេមានផ្លូវ 4 សម្រាប់ធ្វើដំណើរពីក្រុង A ទៅក្រុង B និងផ្លូវ 3 ដែលភ្ជាប់ពីក្រុង B ទៅក្រុង C ។ រថយន្តក្រុងដឹកអ្នកទេសចរណ៍កំសាន្តចេញពីក្រុង A ចុះសម្រាកក្នុងក្រុង B រួចចេញពីក្រុង B ឆ្ពោះទៅក្រុង C ហើយធ្វើដំណើរត្រឡប់មកក្រុង A វិញដោយចុះសម្រាកក្នុងក្រុង B ទៀត។

១.តើអ្នកទេសចរណ៍អាចជ្រើសរើសផ្លូវធ្វើដំណើរកំសាន្តបានប៉ុន្មានរបៀប?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅ មិនត្រូវបានប្រើសម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញ"

B "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅត្រូវបានប្រើដដែលសម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញតែផ្លូវនៅចន្លោះក្រុង B និងក្រុង C"

C "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅត្រូវបានប្រើដដែលតែមួយចន្លោះគត់សម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញ"។

32. ឧបមាថាថ្នាក់ទី 12 មួយប្រូបាបដើម្បីឲ្យសិស្សម្នាក់ជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាមាន 0.4 ប្រូបាបដើម្បីឲ្យចូលចិត្តរៀនខ្មែរមាន 0.6 និងប្រូបាបដើម្បីឲ្យចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាផងរៀនខ្មែរផង 0.2 ។រកប្រូបាបដើម្បីឲ្យសិស្សម្នាក់៖

១.ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងមិនចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

២.ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

៣.មិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងចូលចិត្តរៀនខ្មែរ។

33. ឧបមាថាយើងមានថង់ពីរគឺថង់ A មានផ្ទុកប៊ូលស 3 និងប៊ូលខ្មៅ 2 ចំណែកថង់ B មានផ្ទុកប៊ូលស 2 និងប៊ូលខ្មៅ 4 ។គេចាប់យកប៊ូលពីថង់ A ហើយដាក់ចូលក្នុងថង់ B បន្ទាប់មកទាញយកប៊ូលមួយពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ។

១.រកប្រូបាបដែលគេចាប់លើកទីមួយបានប៊ូលសបន្ទាប់មកបានប៊ូលខ្មៅនៅលើកទីពីរ

២.រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅទាំងពីរលើក

៣.រកប្រូបាបដែលធ្វើឲ្យចំនួនប៊ូលស មិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើពិសោធន៍ចប់។

34. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 3 គឺ a,b,c ។គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចំនួនពីរលើកចេញពីថង់ដោយចៃដន្យហើយដាក់ចូលវិញ។

១.ចូលកំណត់លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍៖ A"ចាប់បានឃ្លីផ្សេងគ្នា" ; B"ចាប់ឃ្លី b នៅលើកទីមួយ"

២.គណនាប្រូបាប $P(A)$ $P(B)$ $P(A\cap B)$ $P(A\cup B)$

35. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 6 : ឃ្លី 3 មានលេខ 1 ឃ្លី 2 មានលេខ 2 និងឃ្លី 1 មានលេខ 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

កចូរកំណត់លំហសំណាក .S និងគណនាប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗក្នុងលំហសំណាក។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលយកបានឃ្លី 2 មានលេខខុសគ្នា។ យកបានឃ្លីលេខ 1 តែមួយគត់។ យកបានឃ្លីលេខ 1 យ៉ាងតិចមួយ។

គ. គណនាប្រូបាបដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4 ។

36. A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងលំហសំណាក S ។គេស្គាល់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍: $P(A)=0.3$ $P(B)=0.5$, $P(A\cap B)=0.2$ ។

កគណនា .$P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A\cup B)$, ($\bar{A}$, $\bar{B}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A និង B) ។

ខ. បង្ហាញថា $A=(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})$ រួចទាញរក $P(A\cap\bar{B})$ និង $P(A\cup\bar{B})$ ។

គ. គណនា $P(\bar{A}\cap B)$ និង $P(\bar{A}\cup B)$ ។

37. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ខុសគ្នា ។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញលេខ1ដោយដឹងថាគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង 2 ចេញលេខខុសគ្នា។

38. ឧបមាថាយើងហូតឆ្នោត 2 សន្លឹកបន្តបន្ទាប់គ្នាដោយមិនដាក់ទៅវិញចេញពីឆ្នោត10 សន្លឹក ក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់3 សន្លឹក។ តាង: A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសន្លឹកឆ្នោតហូតនៅលើកទី១ជាសន្លឹកឈ្នះ ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសន្លឹកឆ្នោតហូតនៅលើកទី២ជាសន្លឹកឈ្នះ។

ករកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះ .$P(A\cap B)$ ។

ខ. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរសន្លឹកមានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹកតាងដោយ $P(C)$ ។

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា?

39. ថង់មួយមានកាក់ 100 ដែលកាក់ 25 ត្រឹមត្រូវល្អ និងកាក់ 75 គ្មានលំនឹងល្អ។ ចំពោះកាក់គ្មានលំនឹងល្អនីមួយៗមានប្រូបាបបោះបានខាងលេខស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ ។ គេចាប់យកកាក់មួយចេញពីថង់ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យរួចបោះ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖ A: «ចាប់បានកាក់ល្អ» , B: «ចាប់បានកាក់គ្មានលំនឹងល្អ» និង C: «បោះកាក់បានខាងលេខ» ។

កគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ .A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ។

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C ។

គ. គណនាប្រូបាបដែលចាប់យកបានកាក់ល្អ ដោយដឹងថាបោះកាក់បានខាងលេខ។

40. គ្រូសរសេរសំនួរពីជគណិត និងសំនួរធរណីមាត្រធ្វើជាសន្លឹកឆ្នោតឱ្យសិស្សចាប់ ដើម្បីឆ្លើយយកពិន្ទុដែលប្រូបាបនៃការចាប់បានសំណួរពីជគណិតស្មើនឹងប្រូបាប ដែលចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ។ គ្រូដឹងថាប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវសំណួរពីជគណិតគឺៈ 0.7 និងប្រូបាបដែលឆ្លើយសំណួរធរណីមាត្របានត្រឹមត្រូវគឺៈ 0.5 ។

ករកប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវ។ .

ខ.គេដឹងហើយថាសុខឆ្លើយសំនួរត្រូវតើប្រូបាបដែលឆ្លើយត្រូវសំនួរធរណីមាត្រស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

41. គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹក ដើម្បីលក់ឱ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹក ។

ក បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត .1សន្លឹក តើប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ខ. បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត 2 សន្លឹក រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក?

គ. ឧបមាថាក្នុងឆ្នោត 150 សន្លឹកនេះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ $\frac{1}{10}$ ។ បើគាត់ទិញឆ្នោត15 សន្លឹក តើគាត់ប្រាកដក្នុងចិត្តថា ពិតជាត្រូវរង្វាន់ទាំង $\frac{1}{10}$ នេះឬទេ? រកប្រូបាបដែលអ្នកមានឆ្នោតត្រូវយ៉ាងតិច3 សន្លឹក?

42. ក្នុងកម្មវិធីប្រឡងមួយ គ្រូឱ្យសំណួរត្រៀមទៅសិស្ស 100 សំណួរ ។ សិស្សម្នាក់ៗត្រូវចាប់យកសំណួរ 3 ដោយចៃដន្យដើម្បីឆ្លើយ ។ សិស្ស A រៀបចំដោះស្រាយចម្លើយបាន $\frac{1}{4}$ នៃសំណួរទាំងអស់។ រកប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេចៈ

ក . 3 សំណួរ ។ ខ . 2 សំណួរ ។

គ. គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមហើយមួយសោះ ។

ឃ. យ៉ាងតិចមួយសំណួរ ។

43. គេចាប់បៀរមួយដៃមាន 8 សន្លឹក ចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក ។ រកប្រូបាបដែលបៀរក្នុងដៃមានៈ

ក.សន្លឹកជួងតែ 2 គត់ ។ ខ.សន្លឹកការ៉ូ 2 និងសន្លឹកអាត់ 1 ។

គ. សន្លឹកការ៉ូ 3 និងសន្លឹកស្តេចចាស់ 2 សន្លឹក ។

44. គ្រូចង់ដឹងពីចំណង់ចំណូលចិត្តសិស្សក្នុងវិស័យកីឡា។ក្នុងចំណោមសិស្ស 30 នាក់មាន 20 នាក់ចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា 14 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់ និង 8 នាក់ចូលចិត្តទាំងពីរមុខនេះ ។ គ្រូសួរសិស្ស 6 នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

"A: សិស្សទាំង 6 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា ឬអានទស្សនាវដ្ដីកីឡា"

"B: គ្មានសិស្សណាម្នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា"

"C: មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡា" ។

45. គេហូតយកបៀរមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 32 សន្លឹក ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍:

C: "ហូតបៀរបានសន្លឹកកឺ"

R: "ហូតបៀរបានសន្លឹកស្តេច"

F: "ហូតបៀរបានសន្លឹកក្រមុំ ឬប៊ិច"

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង R អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

ខ. គណនា $P(C/F)$ ។ តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

46. ក្នុងភូមិមួយមានមនុស្ស 15% កើតជម្ងឺ M_a ។ ក្នុងចំណោមអ្នកកើតជម្ងឺ M_a មាន 15% កើតជម្ងឺ M_b និងក្នុងចំណោមអ្នកមិនកើតជម្ងឺ M_a មាន 4% កើតជម្ងឺ M_b ។ គេសាកសួរមនុស្សម្នាក់ដោយចៃដន្យ និងគេតាងព្រឹត្តិការណ៍ៈ

"A: អ្នកកើតជម្ងឺ M_a"

"B: អ្នកកើតជម្ងឺ M_b "

ក. គណនា $P(A)$, $P(B/A)$ និង $P(B/\bar{A})$

ខ. គណនា $P(B)$ និង $P(A/B)$ ។

47. រោងចក្រមួយផលិតអំពូលអគ្គិសនីដែលមាន 75% សមតាមខ្នាត និង 25% ល្មៀងពីខ្នាត។ គេធ្វើការជ្រើសរើសរៀបចំអំពូលដែលផលិតរួចដាក់ក្នុងប្រអប់។ ដោយការត្រួតពិនិត្យនេះមិនបានល្អិតល្អន់ នោះគេដឹងថាក្នុងចំណោមអំពូលល្មៀងពីខ្នាត គេទទួលយករៀបដាក់ក្នុងប្រអប់ 10% និងក្នុងចំណោមអំពូលសមតាមខ្នាត គេទទួលយករៀបទុក 90% ។ រកប្រូបាបដែលៈ

ក.អំពូលមួយត្រូវទទួលយករៀបទុកក្នុងប្រអប់

ខ. អំពូលមួយសមតាមខ្នាត ដោយដឹងថាជាអំពូលត្រូវទទួលយកទុកក្នុងប្រអប់

គ. បើគេផលិតអំពូល100 តើគេយកអំពូលរៀបដាក់ក្នុងប្រអប់ចំនួនប៉ុន្មាន ? ហើយក្នុងនោះមានអំពូលល្អសមតាមខ្នាតចំនួនប៉ុន្មាន ?

48. គេមានប្រអប់ពីរដែលប្រអប់ទី១ មានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ ខ្មៅ3 គ្រាប់ និងប្រអប់ទី២ មានឃ្លីពណ៌ស 3 គ្រាប់ ខ្មៅ 4 គ្រាប់ ។ គេជ្រើសរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យ រួចចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នេះ ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស។

ខ. រកប្រូបាបនៃឃ្លីយកចេញពីថង់ទី១ ដោយដឹងថាជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ។

49. ឧបមាថាកំណើតកូនប្រុស កូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា។ រកប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន៥នាក់មាន៖

ក. សុទ្ធតែកូនប្រុស ។ ខ. យ៉ាងតិចកូនស្រី២នាក់ ។

គ. កូនប្រុសច្បង និងបន្ទាប់មកកូនស្រី២នាក់ ។

50. ឧបមាថាយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ មួយតូចមួយធំ។ តាងៈ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ធំចេញលេខ1 , B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់តូចចេញលេខ 2 និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកស្មើនឹង 6 ។

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

51. ឧបមាថាមានមនុស្សពីរនាក់ A និង B ហូតសន្លឹកឆ្នោតមួយសន្លឹកតាមវេន (A ទី១និង B បន្ទាប់) ដោយមិនដាក់ទៅវិញពីសន្លឹកឆ្នោត 10 សន្លឹក ដែលក្នុងនោះមានសន្លឹកឆ្នោត 3 ជាសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែល B ហូតបានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ។

52. ឧបមាថាយើងមានថង់២ ហើយថង់ A មានផ្ទុកប៊ូលស 3 និងប៊ូលខ្មៅ 2 ចំណែកឯថង់ B មានផ្ទុកប៊ូលស 2 និងប៊ូលខ្មៅ 4 ។ យើងទាញប៊ូលមួយពីថង់ A ហើយដាក់ចូលទៅក្នុងថង់ B បន្ទាប់មកទាញប៊ូលមួយពីក្នុងថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចំនួនប៊ូលពណ៌សនៅតែមិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើការពិសោធរួច។

53. ឧបមាថាគ្រួសារមួយមានកូនពីរនាក់ ហើយតាងៈ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយ៉ាងហោចណាស់ពួកគេមានកូនស្រីម្នាក់និងកូនប្រុសម្នាក់ ហើយតាងៈ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានកូនស្រីម្នាក់ឬគ្មានសោះ។ តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

54. តើយ៉ាងដូចម្តេចដែរចំពោះករណីនៅពេលដែលគ្រួសារមានកូន 3 នាក់ តាមលំហាត់ខាងលើ ?

55. ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A, A_1, A_2 និង B នៅក្នុង S ចូរបង្ហាញលក្ខណៈខាងក្រោម៖

$1.P(A/B)\geq 0$, $2.P(S/B)=1$, $3.P(A_1\cup A_2/B)=P(A_1/B)+P(A_2/B)$, if $A_1\cap A_2=\varnothing$

56. ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A និង B នៅក្នុងសំណុំសកល S ចូរបង្ហាញថា៖

$1.P\left(\overline{A}\right)=1-P(A)$, $2.P\left(\overline{A}/B\right)=1-P(A/B)$ ដែល $\overline{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ A ។

57. ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A_1, A_2 និង A_3 បង្ហាញថា៖

$$P(A_1\cup A_2\cup A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1\cap A_2)$$
$$-P(A_2\cap A_3)-P(A_1\cap A_3)+P(A_1\cap A_2\cap A_3)$$

58. ចំពោះបីព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា A, B និង C នៅក្នុងលំហរសំណាក់ S ស្រាយថាព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមក៏មិនទាក់ទងគ្នាដែរ៖ $1.\ \overline{A}\ and\ B$, $2.\ \overline{A}\ and\ \overline{B}$, $3.\ A\ and\ B\cup C$ ។

59. បញ្ហានៅក្នុងស្ថិតិមួយត្រូវបានផ្តល់ឲ្យសិស្សបីនាក់ A, B និង C ដោះស្រាយដែលម្នាក់ៗមានឱកាស់ដោះស្រាយបានស្មើរ $\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{1}{4}$ រៀងគ្នា។ រកប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់មានម្នាក់ក្នុងចំណោមពួកគេដោះស្រាយបាន ។

60. ចំនួនមួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីលេខ $\{1,2,3,\ldots,100\}$ ដោយដឹងថាលេខដែលជ្រើសរើសត្រូវចែកដាច់នឹង 2 ។រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានលេខចែកដាច់ 3 ឬ 5 ។

មេរៀនទី៣ បំណែងចែកប្រូបាប

I. អថេរចៃដន្យ និងបំណែងចែកប្រូបាប

1. អថេរចៃដន្យ

ឧទាហរណ៍៖ យើងធ្វើពិសោធន៍ចៃដន្យដោយបោះកាក់មួយពីរដងបន្តបន្ទាប់គ្នា។ លទ្ធផលដែលអាចចេញ គឺ ខាងរូបតាងដោយ H និងខាងខ្នងតាងដោយ T ។

លំហពិសោធន៍ $E=\{T,H\}$ ។លំហសំណាកនៃពិសោធន៍គឺ $S=\{C$ ដែល C ជា TT ឬ TH ឬ HT ឬ $HH\}$

យើងសិក្សាអំពីព្រឹត្តិការណ៍ដែល H កើតឡើងយើងបាន៖

- ✓ ព្រឹត្តិការណ៍ $C_0=\{(TT)\}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្មាន H កើតឡើងគឺចំនួន H ស្មើ 0 ។
- ✓ ព្រឹត្តិការណ៍ $C_1=\{(TH),(HT)\}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល H កើតឡើងម្តងនៅលើកទី 1 ឬម្តងនៅលើកទី 2 គឺចំនួន H ស្មើ 1 ។
- ✓ ព្រឹត្តិការណ៍ $C_2=\{(HH)\}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល H កើតឡើង 2 ដងគឺចំនួន H ស្មើ 2

យើងបាន: លំហ A ដែល $A=\{0,1,2\}$

តាង: X ជាអនុគមន៍កំណត់ពីធាតុ C មួយនៃ S ទៅធាតុមួយទៀតនៃ A ដែល:

$$X: S \mapsto A$$

$$C_0 \mapsto 0 \quad X(C_0)=0$$

$$C_1 \mapsto 1 \quad X(C_1)=1$$

$$C_2 \mapsto 2 \quad X(C_2)=2$$

ដូចនេះ X ជាអនុគមន៍តម្លៃពិតដែលកំណត់លើលំហសំណាក S ទៅលំហនៃចំនួនពិត $A=\{0,1,2\}$ ។ X ហៅថាអថេរចៃដន្យ។

ក្នុងពិសោធន៍ចៃដន្យមួយដែលមានលំហសំណាក S អនុគមន៍ X ដែលកំណត់ពីធាតុ C នីមួយៗនៃ S ទៅចំនួនពិតតែមួយ $X(C)=x$ ហៅថាអថេរចៃដន្យ។ លំហនៃ X គឺជាសំណុំនៃចំនួនពិត $A=\{x: x=X(C)\ ;\ C\in S\}$ ។

អថេរចៃដន្យជាអថេរបរិមាណដែលតម្លៃវាអាស្រ័យលើសំណាង។ អថេរចៃដន្យមានពីរប្រភេទគឺ: អថេរចៃដន្យដាច់ និងអថេរចៃដន្យជាប់ ។

អថេរចៃដន្យដាច់ ជាអថេរចៃដន្យដែលមានតម្លៃរបស់វាជាចំនួនរាប់បាននៃសំណុំកំណត់ ឬសំណុំមិនកំណត់។

អថេរចៃដន្យជាប់ ជាអថេរចៃដន្យដែលមានតម្លៃជាចន្លោះនៃចំនួនពិត។

និយមន័យ: អថេរចៃដន្យ គឺជាអថេរដែលភ្ជាប់ចំនួនទៅនឹងធាតុនីមួយៗ នៃលំហសំណាកហើយមានផលបូកនៃតម្លៃប្រូបាបស្មើនឹង 1 ។

សំគាល់: អថេរចៃដន្យមួយ ជាអថេរចៃដន្យដាច់បើវាយកតម្លៃដែលជាចំនួនគត់។

ឧទាហរណ៍: ឧបមាថាគេមានកាក់ស្មើសាច់មួយដែលមុខម្ខាងជា H និងមុខម្ខាងទៀតជា T ។ គេបោះកាក់នោះ 2 ដង។ គណនាប្រូបាប៖

ក. មិនចេញមុខ H សោះ។

ខ. នៃព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ H ម្តង។

គ. ព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ H ពីរដង។

ចម្លើយ:

ដោយគេបោះកាក់មួយពីរដងនោះចំនួនករណីអាចៈ

$n(S)=\{(TT),(TH),(HT),(HH)\}=4$ របៀប

ក. រកប្រូបាបមិនចេញមុខ H សោះ

មានន័យថាបោះលើកទី១ ចេញមុខ T និងលើកទី២ ចេញមុខ T ទៀត

គេបាន: $P(TT)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=0.25$

ដូចនេះ ប្រូបាបមិនចេញមុខ H សោះគឺ: $\boxed{P(TT)=0.25}$ ។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ H ម្តងៈ

មានន័យថា បោះលើកទី១ចេញមុខ H លើកទី២ចេញមុខ T ឬលើកទី១ចេញមុខ T លើកទី២ចេញមុខ H :

គេបាន: $P=P(HT)+P(TH)$

$$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

$$P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0.5$$

ដូចនេះ ប្រូបាបចេញមុខ H ម្តងគឺ: $\boxed{P=0.5}$ ។

គ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ H ពីរដងៈ

មានន័យថាលើកទី១ ចេញមុខ H ហើយលើកទី២ ចេញមុខ H ទៀតៈ

គេបាន: $P(HH)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=0.25$

ដូចនេះ $\boxed{P(HH)=0.25}$ ។

ប្រតិបត្តិ: ឧបមាថាគេបោះកាក់ស្មើសាច់មួយ 3 ដង។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

ក. ព្រឹត្តិការណ៍មិនចេញមុខ T សោះ។ $(An:0.125)$

ខ. ព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ T ម្តង។$(An: 0.375)$

គ. ព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ T ពីរដង ។ $(An: 0.375)$

ឃ. ព្រឹត្តិការណ៍ចេញមុខ T បីដង ។$(An: 0.125)$

2. **បំណែងចែកប្រូបាប ឬច្បាប់ប្រូបាប**

ការបោះកាក់មួយចំនួន 2 ដងដោយគិតពីចំនួន H កើតឡើងយើងបានៈលំហសំណាក $S=\{(TT),(TH),(HT),(HH)\}$ និងសំណុំអថេរចៃដន្យ $A=\{0,1,2\}$ ។គេបានៈ

ប្រូបាបនៃ $(X=0)$ គឺ $\frac{1}{4}$ គេសរសេរ $P(X=0)=p_0=\frac{1}{4}$

$(X=0)$ អានថាព្រឹត្តិការណ៍« X យកតម្លៃ 0 »

ប្រូបាបនៃ $(X=1)$ គឺ $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ គេសរសេរ $P(X=1)=p_1=\frac{1}{2}$

$(X=1)$ អានថាព្រឹត្តិការណ៍« X យកតម្លៃ 1 »

ប្រូបាបនៃ $(X=2)$ គឺ $\frac{1}{4}$ គេសរសេរ $P(X=2)=p_2=\frac{1}{4}$

$(X=2)$ អានថាព្រឹត្តិការណ៍« X យកតម្លៃ 2 »

តារាងបង្ហាញពីអថេរចៃដន្យ និងប្រូបាបត្រូវគ្នា៖

$X=x$	0	1	2
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

គេអាចសរសេរៈ $P(X=x)=C(2,x)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad , \quad x\in A$

និយមន័យៈ

ប្រូបាប $P(X=x)$ ដែលភ្ជាប់ទៅនឹងតម្លៃនីមួយៗនៃអថេរចៃដន្យ X ហៅថាបំណែងចែកប្រូបាប។

ជាទូទៅៈ តារាងបំណែងចែកប្រូបាប៖

$X=x$	x_0	x_1	$\dots x_i \dots$	x_n
$P(X=x)$	p_0	p_1	$\dots p_i \dots$	p_n

$P(X=x_i)=p_i\geq 0$

$$\sum_{i=0}^{n} p_i = p_0+p_1+p_2+\dots+p_n=1$$

លំហាត់គំរូៈ តារាងចំនួនបងប្អូនបង្កើតរបស់សិស្ស 40 នាក់ $(N=40)$ ។ គណនាប្រូបាបរួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាប ។

x	0	1	2	3	4
F	8	17	11	3	1

ចម្លើយ

គណនាប្រូបាប:

$P(X=x_i)=\frac{f_i}{N}$

$P(X=0)=\frac{8}{40}=0.2=p_0$

$P(X=1)=\frac{17}{40}=0.425=p_1$

$P(X=2)=\frac{11}{40}=0.275=p_2$

$P(X=3)=\frac{3}{40}=0.075=p_3$

$P(X=4)=\frac{1}{40}=0.025=p_4$

គេបាន: $\boxed{P=p_0+p_1+p_2+p_3+p_4=0.2+0.425+0.275+0.075+0.025=1}$

ធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាប:

តាមច្បាប់ប្រូបាបគេបានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបដូចខាងក្រោម៖

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.200	0.425	0.275	0.075	0.025

ប្រតិបត្តិ:

១. គេធ្វើការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បីព្រមគ្នា។ តាង: X ជាអថេរចៃដន្យដែល X ជា«ចំនួនលេខ 3 ដែលមាននៅក្នុងលទ្ធផលនីមួយៗ» ។ ចូរគណនាប្រូបាប $P(X=x)$ រួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X ។

២. គេមានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យ X

ដូចមានបង្ហាញក្នុងតារាងខាងក្រោម:

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.1	0.3	c	0.2	0.1

ក. គណនាតម្លៃ c ។$(An: c=0.3)$

ខ. គណនា $P(2\le X\le 4)$ ។$(An: P(2\le X\le 4)=0.8)$

គ. គណនា $P(X<3)$ ។$(An: P(X<3)=0.4)$

3. អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប (*probability density function*)

ក្នុងវិញ្ញាសាបោះកាក់មួយដោយគិតពីចំនួនក្បាល H កើតឡើង នោះគេបានអថេរចៃដន្យ X យកតម្លៃ $x=0$ និង $x=1$ ។អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបគឺ: $f(x)=\frac{1}{2}$; $x\in\{0,1\}$ ព្រោះ

$p(T)=P(x=0)=f(0)=\frac{1}{2}$ និង $p(H)=P(x=1)=f(1)=\frac{1}{2}$ ។

ក្នុងវិញ្ញាសាបោះកាក់មួយ ចំនួន 2 ដងដោយគិតពីចំនួន H កើតឡើង នោះគេបាន

អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃប្រូបាបគឺៈ $f(x)=C(2\,,x)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2$; $x\in\{0,1,2\}$ ។

ក្នុងវិញ្ញាសាបោះកាក់ម្តងឬច្រើនដងដើម្បីបានលទ្ធផលមាន H មួយរួចឈប់បោះ $\{H\,,TH\,,TTH\,,...\,,TT...H\}$ ដែល $x=1,2,3,...$ ។ប្រូបាបនៃការបោះ x ដងទើបបាន H ម្តងគឺៈ

$P(X=x)=\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ។

គេបានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបគឺៈ $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x\in\{1\,,2\,,3\,,...\}$ ។

ផលបូកនៃ $f(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\in A$ គឺស្មើនឹង 1 ។

- $\sum_{x=0}^{1}f(x)=\sum_{x=0}^{1}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

- $\sum_{x=0}^{2}f(x)=\sum_{x=0}^{2}C(2,x)\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=1$

- $\sum_{x=0}^{\infty}f(x)=\sum_{x=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^x=\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4+...\ =\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=1$

និយមន័យៈ អនុគមន៍ដែលអាចគណនាតម្លៃប្រូបាប $P(X=x)$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ទាំងអស់ហៅថាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ X ។

លំហាត់គំរូៈ អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យដាច់ Y កំណត់ដោយ $P(Y=y)=cy^2$ ចំពោះគ្រប់ $y=0,1,2,3,4$ ហើយ c ជាចំនួនថេរ ។

ក. គណនា $P(Y=y)$ ចំពោះតម្លៃនីមួយៗនៃ y រួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ y ។

ខ. គណនាតម្លៃ c ។

ដំណោះស្រាយៈ

ក. គណនា $P(Y=y)$:

ដោយៈ $P(Y=y)=cy^2$

បើៈ $y=0$ នោះ $P(Y=0)=0=p_0$

$y=1$ នោះ $P(Y=1)=c=p_1$

$y=2$ នោះ $P(Y=2)=4c=p_2$

$y=3$ នោះ $P(Y=3)=9c=p_3$

$y=4$ នោះ $P(Y=4)=16c=p_4$

គេបានៈ តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ Y គឺៈ

y	0	1	2	3	4
$P(Y=y)$	0	c	$4c$	$9c$	$16c$

ខ. គណនាតម្លៃ c:

ដោយ Y ជាអថេរចៃដន្យនោះគ្រប់តម្លៃ y គេបាន $\sum P(Y=y)=1$

នោះយើងបាន:

$p_0+p_1+p_2+p_3+p_4=1$

$0+c+4c+9c+16c=1$.

$30c=1 \Rightarrow c=\frac{1}{30}$

ដូចនេះ $\boxed{c=\frac{1}{30}}$ ។

ប្រតិបត្តិ: អថេរចៃដន្យដាច់ R មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(R=r)=c(3-r)$ ចំពោះគ្រប់ $r=0,1,2,3$ ។

ក. គណនា $P(R=r)$ រួចធ្វើតារាងបំណែងចែកប្រូបាប ។

$\left(An: P(R=0)=3c, P(R=1)=2c, P(R=2)=c, P(R=3)=0\right)$

ខ. គណនាតម្លៃ c ។ $\left(An: c=\frac{1}{6}\right)$

គ. គូសក្រាបអង្កត់ឈរតាងបំណែងចែកប្រូបាប ។

II. សង្ឃឹមគណិតវិទ្យានៃអថេរចៃដន្យ X

1. តម្លៃមធ្យមតាមវិធីពិសោធន៍

ឧទាហរណ៍: ឧបមាថាគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចំនួន១៤០ដងហើយគេកត់ត្រាលទ្ធផលលេខដែលបានដាក់ក្នុងតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ដូចខាងក្រោម៖

តាង x ជាលេខដែលចេញ

x	1	2	3	4	5	6	
f	11	22	40	17	20	30	សរុប140

គេគណនាតម្លៃ x គិតជាមធ្យមតាមរូបមន្ត $\bar{X}=\frac{\sum fx}{\sum f}$

គេបាន $\bar{X}=\frac{11+44+120+68+100+180}{140}=\frac{523}{140}$

$=3.73$ មានន័យថាជាមធ្យមគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខ3 ។

ប្រតិបត្តិ៖ គេស្រង់ចំនួនទិន្នន័យនៃអ្នកកើតជំងឺគ្រុនឈាមចំនួន 74 គ្រួសារគេបានតារាងប្រេកង់ដូចខាងក្រោម៖

x	0	1	2	3	
f	20	30	15	9	សរុប 74

គណនាចំនួនអ្នកជំងឺជាមធ្យមក្នុងមួយគ្រួសារ។(An:ប្រហែល1នាក់)

2. **តម្លៃមធ្យមតាមទ្រឹស្តីបទ**

គេអាចរកតម្លៃមធ្យមតាមទ្រឹស្តីបទដោយគុណx និមួយៗជាមួយនឹងប្រូបាបរបស់វាp បន្ទាប់មកធ្វើប្រមាណវិធីបូក ។តម្លៃដែលរកឃើញនេះហៅថាតម្លៃមធ្យមដែលសង្ឃឹមទុក ឬសង្ឃឹមគណិតវិទ្យា ។

ចំណាំ៖

- តាមវិធីពិសោធន៍លទ្ធផលជាបំណែងចែកប្រេកង់ ហើយតម្លៃមធ្យមនៃបំណែងចែកប្រេកង់តាងដោយμ ឬ$\bar{X}$ ។
- តាមវិធីទ្រឹស្តី លទ្ធផលជាបំណែងចែកប្រូបាប ហើយតម្លៃមធ្យមគឺជាតម្លៃដែលសង្ឃឹមទុក ឬហៅថាសង្ឃឹមគណិតវិទ្យា ។

និយមន័យ៖

សង្ឃឹមគណិតវិទ្យានៃអថេរចៃដន្យដាច់ X ដែលតាងដោយ $E(X)$ កំណត់ដោយរូបមន្ត

$E(X) = \sum xP(X = x)$ ឬគេសរសេរ $E(X) = \sum x_i P_i$ ដែល $i = 1,2,3 \dots, n$ ។

សម្គាល់៖ គេតែងប្រើ μ សម្រាប់តាងសង្ឃឹមគណិតវិទ្យា នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X មានន័យថា$\mu = E(X)$ ។

ឧទាហរណ៍: គណនាសង្ឃឹមគណិតវិទ្យា ដែលជាលទ្ធផលនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ ។

ចម្លើយ

គេបានបំណែងចែកប្រូបាប

x	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

តាមរូបមន្តសង្ឃឹមគណិតវិទ្យា $E(X) = \sum xP(X = x)$

នាំឱ្យ $E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{2}$

ដូចនេះ $E(X) = \frac{7}{2}$ មានន័យថា គេសង្ឃឹមជាមធ្យមបោះបានគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខ 3 ។

ប្រតិបត្តិ៖ តារាងបំណែងចែកប្រូបាបខាងក្រោមបង្ហាញពីរង្វាន់ជាទឹកប្រាក់នៃឆ្នោតកោសនៅកន្លែងមួយ។ បើអ្នកទិញឆ្នោតមួយសន្លឹក គណនាប្រូបាបដែលនឹងឈ្នះឆ្នោត ។

ក. 100 ពាន់រៀល (An: 0.20)

ខ. យ៉ាងតិច 10 ពាន់រៀល (An: 0.55)

គ. មិនលើសពី 100 ពាន់រៀល (An: 0.95)

ឃ. តើអ្នកសង្ឃឹមឈ្នះឆ្នោតប៉ុន្មានពាន់រៀល? (An: 48)

រង្វាន់ (ពាន់រៀល)	ប្រូបាប
0	0.45
10	0.30
100	0.20
500	0.05

3. សង្ឃឹមគណិតវិទ្យានៃអនុគមន៍អថេរចៃដន្យ X

ក.និយមន័យ

និយមន័យ: សង្ឃឹមគណិតវិទ្យាអាចអនុវត្តន៍ចំពោះអនុគមន៍នៃអថេរចៃដន្យដាច់ដូចជា ៖ $100X, X^3$ $(X-2)^2, \dots$ ។ បើ $f(x)$ ជាអនុគមន៍នៃអថេរចៃដន្យដាច់ Xនោះ $E[f(X)] = \sum[f(x)P(X=x)]$ ។

ឧទាហរណ៍៖

$E\left(\frac{1}{2}X\right) = \sum\left[\frac{1}{2}xP(X=x)\right]$

$E(5X^2+10X) = \sum[(5x^2+10x)P(X=x)]$

$E(X-X^2) = \sum[(x-x^2)P(X=x)]$

លំហាត់គំរូ៖ X ជាអថេរចៃដន្យដែលមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ចំពោះ $x=1,2,3,4$ ។ ចូរគណនា៖

ក.$E(2X)$ ខ.$E\left(\frac{3}{2}X^2\right)$ គ.$E(2X^2-3X)$

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.2	0.1	0.3	0.4

ចម្លើយ

ក .$E(2X) = \sum[2x\times P(X=x)] = 2\times1\times0.2 + 4\times0.1 + 6\times0.3 + 8\times0.4$
$= 5.8$

ខ. $E\left(\frac{3}{2}X^2\right) = \sum\left(\frac{3}{2}x^2P(X=x)\right) = \frac{3}{2}\times0.2 + 6\times0.1 + \frac{27}{2}\times0.3 + 24\times0.4$
$= 14.65$

គ.$E(2X^2-3X) = \sum[(2X^2-3X)P(X=x)] = (-1)\times0.2 + 2\times0.1 + 9\times0.3 + 20\times0.4$
$= 10.7$

ខ.លក្ខណ:

បើX ជាអថេរចៃដន្យដាច់នោះគេបាន៖

១.$E(a) = a$ ដែល aជាចំនួនថេរ

២.$E(aX) = a\,E(X)$ ដែល aជាចំនួនថេរ

៣.$E(aX+b) = aE(X)+b$ ដែល a និង b ជាចំនួនថេរ

៤.$E[f_1(X)+f_2(X)] = E(f_1(X)) + E(f_2(X))$ ដែល f_1និងf_2ជាអនុគមន៍នៃX ។

លំហាត់គំរូ៖ អថេរចៃដន្យ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=0)=0.05, P(X=1)=0.45,$ $P(X=2)=0.5$ ។ គណនា៖

ក.$\mu = E(X)$ ខ. $E(X^2)$ គ. $E(5X^2+5X-3)$

ដំណោះស្រាយ

ក.$\mu = E(X) = \sum[xP(X=x)] = 1\times0.45 + 2\times0.5 + 0$
$= 1.45$

ខ. $E(X^2) = \sum[x^2P(X=x)] = 0 + 0.45 + 4\times0.5$
$= 2.45$

គ. $E(5X^2+5X-3) = \sum[(5x^2+5x-3)P(X=x)] = (-3)\times0.05 + 7\times0.45 + 27$

$= 30$

ដូចនេះ. $\mu = E(X) = 1.45$, $E(X^2) = 2.45$, $E(5X^2 + 5X - 3) = 30$

ប្រតិបត្តិ៖ ចូរបង្ហាញថា

ក. $E(a) = a$ ដែល aជាចំនួនថេរ

ខ. $E(aX) = a\,E(X)$ ដែល aជាចំនួនថេរ

គ. $E(aX + b) = aE(X) + b$ ដែល a និង b ជាចំនួនថេរ

III. វ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យ X

1. និយមន័យ

វ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X តាងដោយ $Var(X)$ កំណត់ដោយ៖

$Var(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - E^2(X)$ ដែល $\mu = E(X)$ ។ $\sigma = \sqrt{Var(X)}$ ហៅថាគម្លាតស្តង់ដា ។

ឧទាហរណ៍៖ អថេរចៃដន្យដាច់ X មានបំណែងចែកប្រូបាបដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

គណនា $Var(X)$

របៀបទី១ ដោយប្រើរូបមន្ត$Var(X) = E(X-\mu)^2$

រក $\mu = E(X) = \sum [xP(X=x)] = 1 \times 0.2 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.3 + 4 \times 0.1$
$= 2.4$

នាំឱ្យ $Var(X) = E(X-\mu)^2 = \sum [(x-2.4)P(X=x)]$
$= (1-2.4)^2 \times 0.2 + (0.4)^2 \times 0.3 + (0.6)^2 \times 0.4 + (1.6)^2 \times 0.1$
$= 0.84$

របៀបទី២៖ $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$

$Var(X) = \sum [x^2P(X=x)] - (2.4)^2 = 0.2 + 4 \times 0.3 + 9 \times 0.4 + 16 \times 0.1 - 5.76$
$= 0.84$

ដូចនេះ $Var(X) = 0.84$

2. លក្ខណៈនៃវ៉ារ្យង់

1. $Var(a) = 0$ ដែល a ជាចំនួនថេរ
2. $Var(aX) = a^2\,Var(X)$
3. $Var(aX+b) = a^2Var(X)$ ដែល a, b ជាចំនួនថេរ ។

លំហាត់គំរូ៖ តារាងបំណែងចែកខាងក្រោមបង្ហាញពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ប្រចាំថ្ងៃនៅទីក្រុងមួយ៖

ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.10	0.20	0.45	0.15	0.05	0.05

ក. គណនាមធ្យម

ខ. គណនាគម្លាតស្តង់ដា។

ចម្លើយ

ក. គណនាមធ្យម

តាមរូបមន្ត $\mu = E(X) = \sum xP(X=x)$
$= 1 \times 0.2 + 2 \times 0.45 + 3 \times 0.15 + 4 \times 0.05 + 5 \times 0.05$

$= 2$មានន័យថាចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយថ្ងៃគឺចំនួន2ករណី

ដូចនេះ $\mu = 2$ ។

ខ. គណនាគម្លាតស្តង់ដា

តាមរូបមន្ត $\sigma = \sqrt{Var(X)}$, $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$

$$E(X^2) = \sum [x^2 P(X = x)] = 0.2 + 4 \times 0.45 + 9 \times 0.15 + 16 \times 0.05 + 25 \times 0.05 = 5.4$$

គេបាន $Var(X) = 5.4 - 4 = 1.4$

ដូចនេះ $\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{1.4} = 1.18$

ប្រតិបត្តិ៖ ស្រាយបញ្ជាក់លក្ខណៈរបស់ $Var(X)$

1. $Var(a) = 0$ ដែល a ជាចំនួនថេរ
2. $Var(aX) = a^2\ Var(X)$
3. $Var(aX + b) = a^2 Var(X)$ ដែល a, b ជាចំនួនថេរ ។

លំហាត់អនុវត្តន៍

1) អថេរចៃដន្យ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X = x)$ ចំពោះ $x = 1,2,3,4$ ចូរគណនា

ក. $E(X)$ ខ. $E(X^2)$ គ. $E(2X^2 + 3X + 4)$ ឃ. $Var(X)$

x	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

2) គណនាចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងផ្ងាឡើងបានខាងរូបក្បាលកាលណាគេបោះកាក់បីព្រមគ្នា។

3) គណនាចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងបោះបានគ្រាប់ឡុកឡាក់មានផលបូកលេខជាចំនួនគូរ បើគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរផ្សេងគ្នា។

4) អថេរចៃដន្យ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X = x) = Ax$ ចំពោះ$x = 1,2,3,4,5,6$ និង

$P(X = x) = A\left(2x + \frac{1}{2}\right)$ ចំពោះ $x = 7,8,9$។

គណនា៖

ក. ចំនួនថេរ A ខ. $E(X)$ គ. $Var(X)$ ឃ. $E(X + 3)$ ង. $Var(X + 3)$

5) បើ $E(X) = 2$ និង $Var(X) = 8$ ។ ចូគណនា $E((1 + X)^2)$ និង $Var(2 + X)$ ។

6) តារាងបំណែងចែកប្រូបាបខាងក្រោម បង្ហាញពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ប្រចាំថ្ងៃនៅក្នុងទីក្រុងមួយ ។

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.15	0.05	0.3	0.4	0.1

គណនា

ក.ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយថ្ងៃ

ខ.វ៉ារ្យង់ ។

7) អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X = x)$ ដូចបង្ហាញក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

x	-2	-1	0	1	c
$P(X = x)$	0.1	0.1	0.3	0.4	0.1

គណនាតម្លៃ c ៖

ក. បើ $E(2X) = 0.3$ ខ. បើ $E(X + 2X^2) = 1.8$ ។

មេរៀនទី៤ បំណែងចែកទ្វេធា

I. បំណែងចែកទ្វេធា

1. ការពិសោធទ្វេធា

និយមន័យ៖ ការពិសោធន៍ទ្វេធាគឺជាពិសោធដែលមានលក្ខណៈទូទៅ៖
-ការពិសោធន៍មាន n វិញ្ញាសាដូចគ្នាហើយវិញ្ញាសានីមួយៗមិនទាក់ទងគ្នា ។
-វិញ្ញាសានីមួយៗមានលទ្ធផលមួយក្នុងចំណោម«ជោគជ័យ ឬបរាជ័យ» ។
-ប្រូបាប P នៃ«ជោគជ័យ»រក្សាតម្លៃថេរចំពោះគ្រប់វិញ្ញាសាហើយប្រូបាបនៃ«បរាជ័យ»គឺ q=1-p ។
-អថេរចៃដន្យទ្វេធា X គឺជាចំនួនដងនៃ«ជោគជ័យ»ក្នុងnវិញ្ញាសានៃការពិសោធន៍ ។
-បំណែងចែកទ្វេធាគឺជាបំណែងចែកប្រូបាបនៃអថេរចៃដន្យទ្វេធា X ។

ឧទាហរណ៍: ក្នុងការពិសោធបោះកាក់មួយដែលមានមុខ H និង T លទ្ធផលមានតែ២យ៉ាងគត់គឺ«ចេញមុខ H » ឬ«ចេញមុខ T » ។

បើគេមានបំណងចង់បោះឱ្យបានមុខ H នោះពេលគេបោះបានមុខ H ដូចបំណង គេថាពិសោធន៍នេះបាន«ជោគជ័យ»ហើយបើបោះបានមុខ T នោះគេថា«បរាជ័យ» ។

2. ច្បាប់ទ្វេធានៃប្រូបាប

ជាទូទៅ: ក្នុងការពិសោធន៍ទ្វេធាដែលមាន n វិញ្ញាសាបើប្រូបាបដែលបានជោគជ័យស្មើនឹង p ប្រូបាបដែលបរាជ័យស្មើនឹង $q(q=1-p)$ និង X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធា នោះអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរ X កំណត់ដោយ: $P(X=x)=C(n,x)p^x(1-p)^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,3,...,n$ ។ បើ X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធា នោះគេអាចសរសេរ $X\sim Bin(n,p)$ ដែល n,p ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបំណែងចែក ។

ឧទាហរណ៍: គេដឹងថាប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់ប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យាស្មើនឹង 0.75 ។

គណនាប្រូបាបដែលសិស្សមួយក្រុមមានគ្នា១០នាក់ប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យាលើសពី៥នាក់។

<u>**ចម្លើយ**</u>

យក«សិស្សប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យា»ជាជោគជ័យ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យា

F ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សប្រឡងមិនជាប់តេស្តគណិតវិទ្យា

គេបាន $P(A)=0.75$ ហើយ $P(F)=1-P(A)=1-0.75=0.25$ ។

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដែលជា«ចំនួនសិស្សដែលប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យា» គេបានប្រូបាបដែលសិស្សប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យាលើសពី៥នាក់កំណត់ដោយ $P(X>5)$ ។

ហើយ $P(X>5)=P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)+P(X=9)+P(X=10)$

តាមរូបមន្តអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរ $X : P(X = x) = C(n,x) \times p^x q^{n-x}$ ដែល $x = 0,1,2,3,...,10$ ។

គេបាន $P(X = 6) = C(10,6) \times (0.75)^6 (0.25)^4 = 0.1460$

$P(X = 7) = C(10,7) \times (0.75)^7 (0.25)^3 = 0.2503$

$P(X = 8) = C(10,8) \times (0.75)^8 (0.25)^2 = 0.2816$

$P(X = 9) = C(10,9) \times (0.75)^9 (0.25)^1 = 0.1877$

$P(X = 10) = C(10,10) \times (0.75)^{10} (0.25)^0 = 0.0563$

នាំឱ្យ $P(X > 5) = 0.1460 + 0.2503 + 0.2816 + 0.1877 + 0.053 = 0.9219$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសិស្សមួយក្រុមមានគ្នា១០នាក់ប្រឡងជាប់តេស្តគណិតវិទ្យាលើសពី៥នាក់ ស្មើនឹង 0.9219 ។

លំហាត់គំរូទី1 នៅក្នុងរោងចក្រមួយមានម៉ាស៊ីន10 ដូចៗគ្នា។ គេដឹងថាប្រូបាបដើម្បីឱ្យម៉ាស៊ីននីមួយៗខូច ស្មើនឹង0.10 ហើយម៉ាស៊ីនទាំងនោះមិនទាក់ទងគ្នាទេ ។ តើប្រូបាបដើម្បីឱ្យម៉ាស៊ីន 2 ខូច ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

<u>ចម្លើយ</u>

តាង x ជាចំនួនម៉ាស៊ីនដែលរើសយកក្នុងចំណោមម៉ាស៊ីន10 គឺៈ $C(10,x)$ របៀប

ប្រូបាបដើម្បីឱ្យ x ម៉ាស៊ីនខូច និង $(10-x)$ ម៉ាស៊ីនផ្សេងទៀតល្អគឺៈ $p^x \times q^{10-x} = (0.1)^x \times (0.9)^{10-x}$

ដូច្នេះ ប្រូបាបដើម្បីឱ្យ x ម៉ាស៊ីនខូច ក្នុងចំណោម10ម៉ាស៊ីនគឺៈ

$$P(X = x) = C(10,x) \times p^x \times q^{10-x} = C(10,x) \times (0.1)^x \times (0.9)^{10-x}$$

ចំពោះ $x = 2$ គេបានៈ

ដូចនេះ ប្រូបាបដើម្បីឱ្យម៉ាស៊ីន 2 ខូចគឺ $P(X = 2) = C(10,2) \times (0.1)^2 \times (0.9)^8 = 0.182$ ។

លំហាត់គំរូទី២ គេហូតបៀ3 សន្លឹកចេញពីបៀ32សន្លឹកដោយចៃដន្យ ។ តាង X ជាចំនួនសន្លឹក«ក្រមុំ»ដែលអាចមាននៅក្នុងបៀ3សន្លឹកដែលហូតចេញ ។ បើ x ជាធាតុនៃសំណុំ $\{0,1,2,3,4\}$ ចូរគណនាប្រូបាបដើម្បីឱ្យ $X = x$ ក្នុងករណីដូចខាងក្រោមៈ

ក. គេទាញបៀទាំង3 សន្លឹកព្រមគ្នា ។

ខ. គេទាញម្តងមួយសន្លឹកហើយដាក់ទៅវិញ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក. ករណីទាញបៀទាំង 3 សន្លឹកព្រមគ្នា

-បៀ3 សន្លឹកទាញយកក្នុងចំណោមបៀ32 សន្លឹក គេបាន

ចំនួនករណេអាច $C(32,3)$ របៀប

ក្នុងចំណោមបៀ3សន្លឹក ដែលទាញចេញអាចមានក្រមុំច្រើនត្រឹម3 ។

ដូច្នេះ X ជាចំនួនក្រមុំ អាចមានតម្លៃៈ

$X = 0$ មានន័យថា គ្មាន«ក្រមុំ»សោះ

$X=1$មានន័យថា មាន«ក្រមុំ»មួយ

$X=2$មានន័យថា មាន«ក្រមុំ»ពីរ

$X=3$មានន័យថា មាន«ក្រមុំ»បី

នាំឱ្យ $X=4$ជា ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន

យើងជ្រើសរើស«ក្រមុំ»ចំនួន x ក្នុងចំណោម«ក្រមុំ» 4 ,គេបានៈ

ចំនួនករណីអាច $C(4,x)$ នៅសល់បៀ $(3-x)$ ទៀតយកក្នុងចំណោមបៀ 28 សន្លឹកដែលមិនមែនសន្លឹក«ក្រមុំ»គឺៈ $C(28,3-x)$ ។

ចំនួនករណីស្រប គឺៈ $C(4,k)\times C(28,3-k)$

នាំឱ្យប្រូបាប $P(X=x)=\dfrac{C(4,k)\times C(28,3-k)}{C(32,3)}=\dfrac{C(4,k)\times C(28,3-k)}{4960}$

បើ $x=0$ នោះ $P(X=0)=\dfrac{C(4,0)\times C(28,3)}{C(32,3)}=\dfrac{3276}{4960}=0.61$

$x=1$ នោះ $P(X=1)=\dfrac{C(4,1)\times C(28,2)}{C(32,3)}=\dfrac{1512}{4960}=0.30$

$x=2$ នោះ $P(X=2)=\dfrac{C(4,2)\times C(28,1)}{C(32,3)}=\dfrac{168}{4960}=0.03$

$x=3$ នោះ $P(X=3)=\dfrac{C(4,3)\times C(28,0)}{C(32,3)}=\dfrac{4}{4960}=0.0008$ ។

ខ.ករណីទាញហើយដាក់ទៅវិញ

ដោយគេទាញហើយដាក់វិញ មុននឹងទាញមួយទៀតគេបានព្រឹត្តិការណ៍មិនទាកទងគ្នា ។ក្នុងការទាញបៀ1 សន្លឹកចេញមកគេមានព្រឹត្តិការណ៍ពីរៈ

A: ព្រឹត្តិការណ៍«បានសន្លឹកក្រមុំ»

$\overline{A}$: ព្រឹត្តិការណ៍«មិនមែនសន្លឹកក្រមុំ»

ដែល $P(A)=\dfrac{4}{32}=\dfrac{1}{8}\approx 0.125$ និង $P(\overline{A})=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}\approx 0.875$ ($\overline{A}$ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពីព្រឹត្តិការ A)

ប្រូបាបដើម្បីបាន $(X=x)$ ក្រមុំ x ដង ហើយសន្លឹកមិនមែន«ក្រមុំ» $(3-x)$ ដងគឺៈ

$$p^x\times q^{3-x}=\left[P(A)\right]^x\times\left[P(\overline{A})\right]^{3-x}=\left(\frac{1}{8}\right)^x\times\left(\frac{7}{8}\right)^{3-x}$$

តាមការប្រែប្រួលនៃច្បាប់ Berouilli $Bin(3,0.125)$ គេបាន ប្រូបាបដើម្បីបានសន្លឹក«ក្រមុំ»ចំនួន x ក្នុងចំណោមការទាញបីដងគឺៈ $P(X=x)=C(3,x)\times\left(\dfrac{1}{8}\right)^x\times\left(\dfrac{7}{8}\right)^{3-x}$ ។

បើ $x=0$ នោះ $P(X=0)=C(3,0)\times\left(\dfrac{1}{8}\right)^0\times\left(\dfrac{7}{8}\right)^3=\dfrac{343}{512}\approx 0.66$

$x=1$ នោះ $P(X=1)=C(3,1)\times\left(\dfrac{1}{8}\right)^1\times\left(\dfrac{7}{8}\right)^2=\dfrac{147}{512}\approx 0.28$

$x=2$ នោះ $P(X=2)=C(3,2)\times\left(\frac{1}{8}\right)^2\times\left(\frac{7}{8}\right)^1=\frac{21}{512}\approx 0.04$

$x=3$ នោះ $P(X=3)=C(3,3)\times\left(\frac{1}{8}\right)^3\times\left(\frac{7}{8}\right)^0=\frac{1}{512}\approx 0.001$ ។

$x=4$ នោះ $P(X=4)=P(\varnothing)=0$ (ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន) ។

ប្រតិបត្តិ:ប្រូបាបដែលកីឡាកបាញ់ត្រូវចំគោលដៅស្មើនឹង p ហើយប្រូបាបដែលគាត់បាញ់ខុសគោលដៅស្មើនឹង q ។សរសេរប្រូបាបដែលកីឡាករនោះបាញ់ចំនួន10ដងដោយចំគោលដៅចំនួន 6 ដង ។

$An: P(X=6)=210p^6q^4$ ។

II. សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យ X

បើអថេរចៃដន្យទ្វាជានៃបំណែងចែកទ្វេជា នោះគេអាចរកសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃ X តាមច្បាប់ទ្វេជានៃប្រូបាបខាងក្រោម:

> ច្បាប់ទ្វេជានៃប្រូបាប បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(n,p)$ នោះ $E(X)=np$ ហើយវ៉ារ្យង់តាងដោយ $Var(X)=npq=E(X)q$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)=\sqrt{npq}=\sqrt{Var(X)}$ ដែល $q=1-p$ ។

លំហាត់គំរូទី១ ឧបមាថាប្រូបាបដែលជាថ្ងៃមានភ្លៀងស្មើនឹង 0.4 ។ គណនាចំនួនថ្ងៃមានភ្លៀងដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយសប្តាហ៍ណិងគម្លាតស្តង់ដា ។

គេយក«ថ្ងៃមានភ្លៀង»ជាជោគជ័យ

គេបាន $p=0.4$, $q=1-p=1-0.4=0.6$

តាង X ជាអថេរចៃដន្យដែលជា«ចំនួនថ្ងៃមានភ្លៀងមួយក្នុងមួយសប្តាហ៍»

នោះ X ជាអថេរនៃ $Bin(n,p)$ ដែល $n=7$ ហើយ $p=0.4$ ។

តាមច្បាប់ទ្វេជា $E(X)=np=7\times0.4=2.8$

វ៉ារ្យង់ $Var(X)=npq=7\times0.4\times0.6=1.68$

គម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{1.68}=1.30$ ថ្ងៃ

ដូចនេះចំនួនថ្ងៃមានភ្លៀងដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយសប្តាហ៍ប្រហែល3ថ្ងៃ និងគម្លាតស្តង់ដាប្រហែល1ថ្ងៃ ។

លំហាត់គំរូទី២ នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 6 បាល់ពណ៌លឿង 8 និងបាល់ពណ៌ខៀវ 6 ។គេចាប់យកបាល់មួយដោយចៃដន្យចេញពីថង់នោះ ហើយកត់ទុកពណ៌របស់បាល់ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ ។ គេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន10 ដង ។

ក.រកចំនួនបាល់ពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកនឹងចាប់បានទាំងអស់ ។

ខ.រកប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់មិនលើសពី4 ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក.រកចំនួនបាល់ពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកនឹងចាប់បានទាំងអស់

តាង X ជាអថេរចៃដន្យ«ចំនួនបាល់ពណ៌ក្រហម»

$X\sim Bin(n,p)$ ដែល $n=10$ និង $p=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$ ។

គេបាន: $E(X)=np=10\left(\frac{3}{10}\right)=3$ ។

ដូចនេះ គេសង្ឃឹមទុកថា គេនឹងចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមទាំងអស់ចំនួន 3 បាល់ ។

ខ.រកប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់មិនលើសពី4

តាង Y ជាអថេរចៃដន្យ«ចំនួនបាល់ពណ៌លឿង»

$Y\sim Bin(n,p)$ ដែល $n=10$ និង $p=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ ហើយ $1-p=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ ។

ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់មិនលើសពី4គឺ $P(Y\le 4)$

គេបាន: $P(Y\le 4)=P(Y=4)+P(Y=3)+P(Y=2)+P(Y=1)+P(Y=0)$

តាមរូបមន្ត $P(Y=y)=C(n,y)\cdot p^{y}\cdot(1-p)^{n-y}$ ដែល $y=0,1,2,3,...,10$

គេបាន: $P(Y=0)=C(10,0)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{0}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{10}=0.0060$

$$P(Y=1)=C(10,1)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{1}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{9}=0.0403$$

$$P(Y=2)=C(10,2)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{8}=0.1209$$

$$P(Y=3)=C(10,3)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{3}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{7}=0.2150$$

$$P(Y=4)=C(10,4)\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{4}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{6}=0.2508$$

នាំឱ្យ $P(Y\le 4)=0.2508+0.2150+0.1209+0.0403+0.0060=0.6330$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានបាល់ពណ៌លឿងទាំងអស់មិនលើសពី4 ស្មើនឹង 0.6330 ។

ប្រតិបត្តិ:១. ចំពោះផលិតផលនៃខ្សែសង្វាក់ផលិតកម្មមួយ 10% ជាផលិតផលខូច ។ ផលិតផល 25 ត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ។ រកចំនួនសង្ឃឹមនៃផលិតផលខូច ។ $(An:E(X)=2.5)$

២.ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 4 និងពណ៌ខៀវ 6 ។គេចាប់យកប៊ូល 2 ពីក្នុងថង់ម្តងមួយៗដោយដាក់ចូលវិញ ។ តាង X ជាចំនួនប៊ូលពណ៌ក្រហមគេចាប់បាន ។ រកវ៉ារ្យង់ $Var(X)$ និងគម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$ ។ $(An:Var(X)=0.48\,;\sigma(X)=0.69)$ ។

III. ការគណនាតម្លៃនៃអថេរចៃដន្យដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ

តម្លៃអថេរចៃដន្យ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ គឺជាតម្លៃ X ណាដែលត្រូវនឹងតម្លៃប្រូបាបធំជាងគេ តម្លៃនោះជួនកាលគេហៅថា **ម៉ូត** ។

ឧទាហរណ៍:បើ X ជាអថេរនៃ $Bin(10,0.45)$ គណនាតម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ។

$X\sim Bin(10,0.45)$ គេបាន $P(X=x)=C(n,x)\times p^{x}(1-p)^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,...,10$ ។

$$P(X=0)=C(10,0)\times(0.45)^{0}(0.55)^{10}=0.0025$$

$$P(X=1)=C(10,1)\times(0.45)^{1}(0.55)^{9}=0.0207$$

$$P(X=2)=C(10,2)\times(0.45)^{2}(0.55)^{8}=0.0763$$

$P(X=3)=C(10,3)\times(0.45)^3(0.55)^7=0.1665$

$P(X=4)=C(10,4)\times(0.45)^4(0.55)^6=0.2384$

$P(X=5)=C(10,5)\times(0.45)^5(0.55)^5=0.2340$

$P(X=6)=C(10,6)\times(0.45)^6(0.55)^4=0.1595$

គេឃើញថាតម្លៃ $x=4$ នៃ X ត្រូវនឹងប្រូបាបធំជាងគេ ។

ដូចនេះ តម្លៃ $x=4$ នៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេឬម៉ូតស្មើនឹង 4 ។

សង្កេត: $E(X)=np=10\times0.45=4.5$ តម្លៃប្រហាក់ប្រហែលនឹងតម្លៃនៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ។

ជាទូទៅៈ ដើម្បីរកតម្លៃនៃ X ដែលធ្វើឱ្យមានតម្លៃប្រូបាបធំជាងគេ គេត្រូវរកប្រូបាបតម្លៃ X ដែលនៅជិតតម្លៃមធ្យម ឬ $E(X)$ ។

លំហាត់គំរូ: X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(6,0.25)$ ។ គណនាតម្លៃនៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយដោយគូសក្រាបអង្កត់ឈរ ។

<u>ចម្លើយ</u>

+គណនាតម្លៃនៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ

ដោយ $E(X)=np=6\times0.25=1.5$ នោះគេត្រូវយក $x=0,1,2,3$ ជាតម្លៃនៃ X ។

ដោយ X ជាអថេរនៃ $Bin(n,p)$ នោះ $P(X=x)=C(n,x)\times p^x(1-p)^{n-x}$,គេបានៈ

$P(X=0)=C(6,0)\times(0.25)^0(0.75)^6=0.1780$

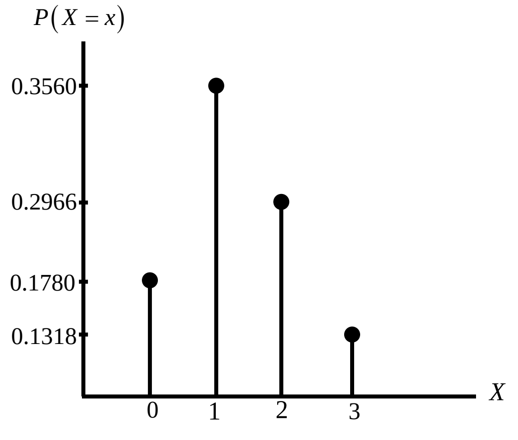
$P(X=1)=C(6,1)\times(0.25)^1(0.75)^5=0.3560$

$P(X=2)=C(6,2)\times(0.25)^2(0.75)^4=0.2966$

$P(X=3)=C(6,3)\times(0.25)^3(0.75)^3=0.1318$ ។

ដូចនេះ　តម្លៃនៃអថេរ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេគឺ $x=1$ ។

+ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយដោយគូសក្រាបអង្កត់ឈរ



ប្រតិបត្តិ: X ជាអថេរចៃដន្យទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធាដែលមានមធ្យមស្មើនឹង 2 និងមានវ៉ារ្យង់ស្មើនឹង 1.6

ក.គណនាតម្លៃនៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ។ $An: x=2$

ខ.គណនា $P(X<6)$ ។ $An: P(X>6)=0.9936$

➪ លំហាត់អនុវត្តន៍

1. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួន7ដង។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ2ចំនួន 3 ដង។

2. ថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម3 និងបាល់ពណ៌ស2 ។ គេចាប់យកបាល់មួយចេញពីថង់ ហើយកត់ត្រាពណ៌នៃបាល់ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ ។ បើគេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន5 ដង គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានបាល់ក្រហមចំនួន2ដង ។

3. បើ X ជាអថេរនៃ $Bin\left(6,\frac{1}{3}\right)$ ។គណនា:

ក. $P(X=4)$ ខ. $P(X\le 2)$ ។

4. បើ X ជាអថេរនៃ $Bin(8,0.4)$ ។ គណនា:

ក. $P(X=2)$ ខ. $P(X=0)$ គ. $P(X>6)$ ។

5. ប្រូបាបដែលមនុស្សម្នាក់គាំទ្រគណបក្ស A ស្មើនឹង 0.6 ។ គេធ្វើការស្ទង់មតិលើសំណាកមួយដែលមានមនុស្ស 8នាក់ ។រកប្រូបាបដែល:

ក.3 នាក់គាំទ្រគណបក្សA ។ ខ.ច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណបក្សA ។

6. គេបានសំគាល់ឃើញថា ថ្នាំបង្ការោគផ្តល់គ្រោះថ្នាក់ធ្ងន់ធ្ងរមួយ ចំពោះការចាក់ថ្នាំបង្ការោគ 3000 ។ គេចាក់ថ្នាំបង្ការោគនៃមនុស្ស 20000 នាក់ ។ គណនាប្រូបាប:

ក. ដែលគ្មានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់ ។ ខ. មានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់ ។

គ. មានគ្រោះថ្នាក់យ៉ាងតិចលើសពីម្នាក់ ។

7. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,p)$ ដែល $P>\frac{1}{2}$ និង $Var(X)=\frac{15}{8}$ ។

គណនា: ក. p ខ. $E(X)$ គ. $P(X=2)$ ។

8. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,0.3)$ ។ គណនា:

ក.សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ខ.គម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$

គ.តម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ឬម៉ូត ។

9. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(8,0.4)$ ។ គណនា:

ក.តម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ឬម៉ូត ។ ខ. $P(X\le 4)$ គ. $P(X\ge 4)$ ។

10. នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 5 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 7 និងឃ្លីពណ៌ក្រហម 8 ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីថង់នោះ ហើយកត់ទុកពណ៌របស់ឃ្លី រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ ។គេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន 9 ដង។

ក.រកចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់ ។

ខ.រកចំនួនឃ្លីពណ៌សដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់ ។

គ.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី 3 ។

មេរៀនទី៥ បំណែងចែកណរម៉ាល់

I. អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរណរម៉ាល់

1. អថេរចៃដន្យជាប់

និយមន័យ: អថេរចៃដន្យជាប់គឺជាអថេរចៃដន្យដែលយកតម្លៃណាមួយក៏បាននៅក្នុងចន្លោះនៃចំនួនពិតមួយ ។

ឧទាហរណ៍: បុរសម្នាក់មានម៉ាសនៅចន្លោះ $82.5kg$ និង $83.5kg$ ។

បើអថេរ X ជាម៉ាសបុរសនោះ គេបាន X អាចយកតម្លៃ $82.6kg$ ឬ $82.7kg$ ឬ $82.8kg$ ឬ $83kg$ ឬ...
មានន័យថា គេមិនអាចស្គាល់តម្លៃពិតប្រាកដរបស់ X បានទេ ។ អថេរ X ហៅថា អថេរចៃដន្យជាប់ ។

2. បំណែងចែកណរម៉ាល់

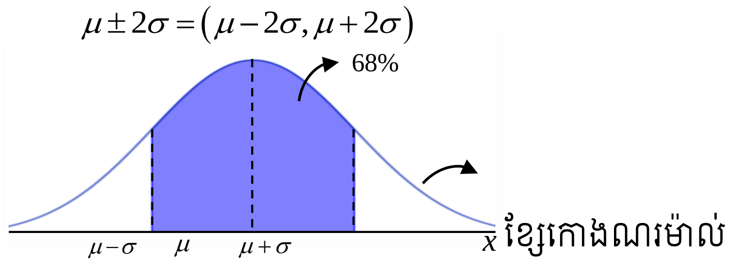
និយមន័យ: បើអថេរចៃដន្យជាប់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $f(x)$ ដែល

$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ហើយ $x\in(-\infty,+\infty)$ នោះគេថាអថេរ X ជាអថេរចៃដន្យនៃបំណែងចែកណរម៉ាល់ ដែលមានតម្លៃមធ្យមស្មើនឹង μ និងវ៉ារ្យង់ស្មើនឹង σ^2 ។

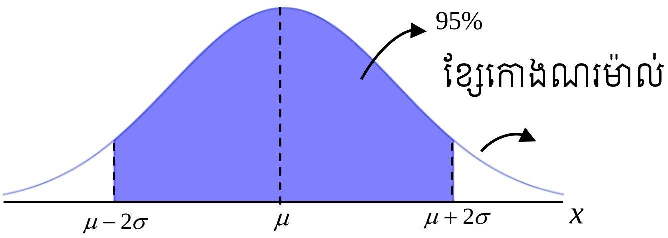
បំណែងចែកណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យម μ និងវ៉ារ្យង់ស្មើនឹង σ^2 កំណត់ដោយ $N(\mu,\sigma^2)$ ។

* **លក្ខណៈពិសេសនៃខ្សែកោងណរម៉ាល់ $f(x)$**

1. មានរាងដូចជួង និងមានលក្ខណៈឆ្លុះធៀបនឹងម៉ូត
2. -មានផ្ទៃក្រឡាប្រហែល 68% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ដែលនៅចន្លោះ $\pm\sigma$ ពីមធ្យម ។
   មានន័យថា $\mu\pm\sigma=(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$

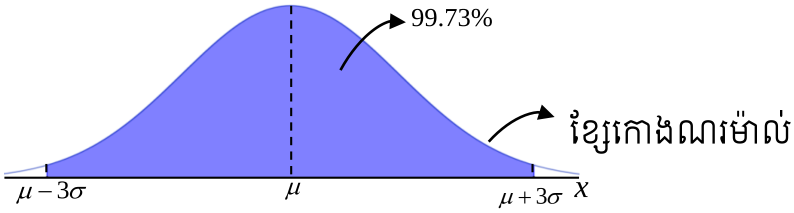


-មានផ្ទៃក្រឡាប្រហែល 95% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ស្ថិតក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ដែលនៅចន្លោះ $\pm2\sigma$ ពីមធ្យម ។
ក្នុងន័យនេះ គេអាចសរសេរ



-មានផ្ទៃក្រឡាប្រហែល 99.73% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ស្ថិតក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ដែលនៅចន្លោះ $\pm 3\sigma$ ពីមធ្យម ។

ក្នុងន័យនេះ គេអាចសរសេរ $\mu \pm 3\sigma = (\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$



3. តម្លៃអតិបរមានៃ $f(x)$ កើតឡើងនៅពេល $x=\mu$ ហើយតម្លៃអតិបរមានោះគឺ

$f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ។

ទំហំខ្សែកោងដែលមានរាងជួងនោះទាក់ទងទៅនឹងតម្លៃ μ និង σ ។

លំហាត់គំរូទី១ បំណែងចែកប្រាកចំណូលប្រចាំឆ្នាំរបស់ក្រុមអ្នកវិនិយោគមួយក្រុមប្រហាក់ប្រហែលនឹងបំណែងចែកណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង 37200\$ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 800\$ ។

ក.តើប្រាក់ចំណូលប្រហែល 68% ស្ថិតនៅចន្លោះចំនួនប៉ុន្មាន \$?

ខ.តើប្រាក់ចំណូលប្រហែល 95% ស្ថិតនៅចន្លោះចំនួនប៉ុន្មាន \$?

គ.តើប្រាក់ចំណូលប្រហែល 99.73% ស្ថិតនៅចន្លោះចំនួនប៉ុន្មាន \$?

ឃ.រកមេដ្យាន និងម៉ូតនៃបំណែងចែក ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក.រកចន្លោះចំនួនដែលប្រាក់ចំណូលប្រហែល 68%

ដោយដឹងថា 68% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ស្ថិតនៅក្រោមខ្សែក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់នៅចន្លោះ $\pm\sigma$ លើមធ្យម គេបាន $\mu \pm \sigma = (\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ តែ $\mu = 37200$ និង $\sigma = 800$

នាំឱ្យ $\mu \pm \sigma = (37200 - 800, 37200 + 800) = (36400, 38000)$

ដូចនេះ $\boxed{\mu \pm \sigma = (36400, 38000)}$ ។

ខ.រកចន្លោះចំនួនដែលប្រាក់ចំណូលប្រហែល 95%

ដោយដឹងថា 95% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ស្ថិតនៅក្រោមខ្សែក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់នៅចន្លោះ $\pm 2\sigma$ លើមធ្យម គេបាន $\mu \pm 2\sigma = (\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ តែ $\mu = 37200$ និង $\sigma = 800$

នាំឱ្យ $\mu \pm 2\sigma = (37200 - 2\cdot 800, 37200 + 2\cdot 800) = (35600, 38800)$

ដូចនេះ $\boxed{\mu \pm \sigma = (35600, 38800)}$ ។

គ.រកចន្លោះចំនួនដែលប្រាក់ចំណូលប្រហែល 99.73%

ដោយដឹងថា 99.73% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ស្ថិតនៅក្រោមខ្សែក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់នៅចន្លោះ $\pm 3\sigma$ លើមធ្យម គេបាន $\mu \pm 3\sigma = (\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ តែ $\mu = 37200$ និង $\sigma = 800$

នាំឱ្យ $\mu \pm 3\sigma = (37200 - 3\cdot 800, 37200 + 3\cdot 800) = (34800, 39600)$

ដូចនេះ $\boxed{\mu \pm \sigma = (34800, 39600)}$ ។

ឃ.រកមេដ្យាន និងម៉ូតនៃបំណែងចែក

ដោយបំណែងចែកប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំទាំងអស់របស់ក្រុមអ្នកវិនិយោគប្រហាក់ប្រហែលបំណែងចែក ណរម៉ាល់ នោះមធ្យមម៉ូត និងមេដ្យាននៃបំណែងចែកស្មើគ្នា ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{មេដ្យាន និងម៉ូតស្មើ } 37200\ \$}$ ។

លំហាត់គំរូទី២ មធ្យមនៃបំណែងចែកណរម៉ាល់មួយស្មើនឹង 60 និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 5 ។

ក.តើមានប៉ុន្មាន $\%$ នៃការអង្កេតដែលស្ថិតនៅចន្លោះ 55 និង 65 ?

ខ.តើមានប៉ុន្មាន $\%$ នៃការអង្កេតដែលស្ថិតនៅចន្លោះ 50 និង 70 ?

គ.តើមានប៉ុន្មាន $\%$ នៃការអង្កេតដែលស្ថិតនៅចន្លោះ 45 និង 75 ?

<u>ចម្លើយ</u>

ក.រកភាគរយនៃការអង្កេតដែលស្ថិតនៅចន្លោះ $(55, 65)$

យើងមាន: $\mu = 60$ និង $\sigma = 5$

នាំឱ្យ $\mu \pm \sigma = (60 - 5, 60 + 5) = (55, 65)$

ដោយ 68% នៃការអង្កេតទាំងអស់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\pm\sigma$ ពីមធ្យមគឺ $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$

ដូចនេះ 68% នៃការអង្កេតទាំងអស់ស្ថិតនៅចន្លោះ $(55, 65)$ ។

ខ.រកភាគរយនៃការអង្កេតដែលស្ថិតនៅចន្លោះ $(50, 70)$

យើងមាន: $\mu = 60$ និង $\sigma = 5$

នាំឱ្យ $\mu \pm \sigma = (60 - 2\cdot 5, 60 + 2\cdot 5) = (50, 70)$

ដោយ 95% នៃការអង្កេតទាំងអស់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\pm 2\sigma$ ពីមធ្យមគឺ $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$

ដូចនេះ 95% នៃការអង្កេតទាំងអស់ស្ថិតនៅចន្លោះ $(50, 70)$ ។

គ.រកភាគរយនៃការអង្កេតដែលស្ថិតនៅចន្លោះ $(45, 75)$

យើងមាន: $\mu = 60$ និង $\sigma = 5$

នាំឱ្យ $\mu \pm 3\sigma = (60 - 3\cdot 5, 60 + 3\cdot 5) = (45, 75)$

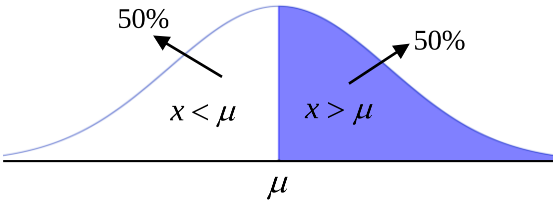
ដោយ 99.73% នៃការអង្កេតទាំងអស់ស្ថិតនៅចន្លោះ $\pm 3\sigma$ ពីមធ្យមគឺ $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$

ដូចនេះ 99.73% នៃការអង្កេតទាំងអស់ស្ថិតនៅចន្លោះ $(45, 75)$ ។

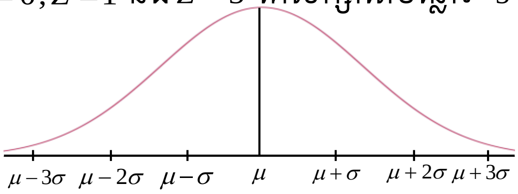
II. ប្រូបាបដែលស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់

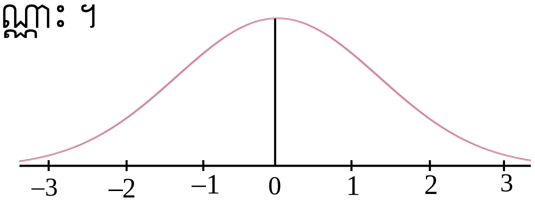
* ផ្ទៃក្រឡាដែលស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ ផ្នែកធូតគឺ $X > \mu$ ស្មើនឹង 50% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ឬមានប្រូបាបស្មើនឹង 0.5 ។

* ផ្ទៃក្រឡាដែលស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ ផ្នែកមិនធូតគឺ $X < \mu$ ស្មើនឹង 50% នៃផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ ឬមានប្រូបាបស្មើនឹង 0.5 ។



➯ ដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការគណនាប្រូបាបដែលស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់ គេបង្កើតអ័ក្សថ្មីមួយទៀតមានអថេរហៅថា អថេរណរម៉ាល់ស្តង់ដាដោយកំណត់យក 0 នៅចំតម្លៃ μ ហើយគេបាន: $Z = 0, Z = 1$ និង $Z = 3$ គេសិក្សាតែចន្លោះ -3 ទៅ 3 ប៉ុណ្ណោះ ។





ជាទូទៅ បើគេស្គាល់តម្លៃនៃអថេរ X នោះគេអាចរកតម្លៃនៃអថេរណរម៉ាល់ស្តង់ដា Z បានតាមរូបមន្ត បម្លែង $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ដែល μ ជាមធ្យមនៃបំណែងចែក ហើយ σ ជាគម្លាតស្តង់ដានៃបំណែងចែក ។

ឧទាហរណ៍: ប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំសម្រាប់ប្រធានក្រុមតាមផ្នែកទាំងអស់របស់ក្រុមហ៊ុនមួយជាបំណែងចែកណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង 1000 ពាន់រៀលនិង គម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 100 ពាន់រៀល ។

ក.គណនាប្រូបាបដែលគេនឹងជ្រើសរើសបានប្រធានក្រុមតាមផ្នែកដែលមានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំ នៅចន្លោះ 790 ពាន់រៀល និង 1000 ពាន់រៀល។

ខ.គណនាប្រូបាបដែលគេនឹងជ្រើសរើសបានប្រធានក្រុមតាមផ្នែកដែលមានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំ តិចជាង 790 ពាន់រៀល ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក.គណនាប្រូបាបដែលគេនឹងជ្រើសរើសបានប្រធានក្រុមតាមផ្នែកដែលមានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំ នៅចន្លោះ 790 ពាន់រៀល និង 1000 ពាន់រៀល

ដោយ $X = 790,\ \mu = 1000$ និង $\sigma = 100$

នាំឱ្យ $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{790-1000}{100} = -2.10$

គេបាន: $P(-2.10 < Z < 0) = 0.4821$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេនឹងជ្រើសរើសបានប្រធានក្រុមតាមផ្នែកដែលមានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំនៅចន្លោះ 790 ពាន់រៀល និង 1000 ពាន់រៀលស្មើនឹង 0.4821 ។

ខ.រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានប្រធានក្រុមតាមផ្នែកមានប្រាក់ចំណូលតិចជាង 790 ពាន់រៀល

ប្រូបាបនេះគឺ $P = 0.5 - 0.4821 = 0.0179$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានប្រធានក្រុមតាមផ្នែកមានប្រាក់ចំណូលតិចជាង 790 ពាន់រៀលស្មើនឹង 0.0179 ។

សំគាល់:អថេរណរម៉ាល់ស្តង់ដាគឺជាអថេរណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង 0 និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 1 ។

ដូចនេះ បើ Z ជាអថេរណរម៉ាល់ស្តង់ដានោះគេសរសេរ Z ជាអថេរនៃ $N(0,1)$ ។ មើលតម្លៃ Z ក្នុងតារាងណរម៉ាល់ ឧទាហរណ៍: $Z = 1.43$ គេមើលត្រង់ប្រសព្វរវាងខ្ទង់ដេក 1.4 និង ខ្ទង់ឈរ 0.03 ឃើញ 0.4236 លេខនេះមានន័យថា $P(0$ ដល់ $1.43) = 0.4236$ ។

លំហាត់គំរូ១ បើ Z ជាអថេរនៃ $N(0,1)$ ។ គណនា:

ក. $P(|Z| < 1.43)$ ខ. $P(|Z| > 1.43)$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក.គណនា $P(|Z| < 1.43)$

ដោយ $|Z| < 1.43 \Rightarrow Z > -1.43$ ឬ $Z < 1.43$ គេបាន:

$$P(|Z| < 1.43) = P(Z > -1.43) + P(Z < 1.43)$$
$$= 0.4236 + 0.4236$$
$$= 0.8472$$

ដូចនេះ $\boxed{P(|Z| < 1.43) = 0.8472}$ ។

ខ.គណនា $P(|Z| > 1.43)$

ដោយ $|Z| > 1.43 \Rightarrow Z < -1.43$ ឬ $Z > 1.43$ គេបាន:

$$P(|Z| > 1.43) = P(Z < -1.43) + P(Z > 1.43)$$
$$= (0.5 - 0.4236) + (0.5 - 0.4236)$$
$$= 0.0764 + 0.0764$$
$$= 0.1528$$

ដូចនេះ $\boxed{P(|Z| > 1.43) = 0.1528}$ ។

លំហាត់គំរូ២ បើ X ជាអថេរនៃ $N(10,25)$ ។ គណនា:

ក. $P(X > 12)$ ខ. $P(X < 6)$ គ. $P(6 < X < 12)$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

បើ X ជាអថេរនៃ $N(0,25)$ នោះ $\mu = 10$, $\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5$

គេបាន $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{X-10}{5}$

ក.គណនា $P(X>12)$

គេបាន: $P(X>12)=P\left(\frac{X-10}{5}>\frac{12-10}{5}\right)$

$=P(Z>0.4)$

$=0.5-0.1554$

$=0.3446$

ដូចនេះ $\boxed{P(X>12)=0.3446}$ ។

ខ. $P(X<6)$

គេបាន: $P(X<6)=P\left(\frac{X-10}{5}<\frac{6-10}{5}\right)$

$=P(Z>-0.8)$

$=0.5-0.2881$

$=0.2119$

ដូចនេះ $\boxed{P(X>12)=0.2119}$ ។

គ. $P(6<X<12)$

គេបាន: $P(6<X<12)=P\left(\frac{6-10}{5}<\frac{X-10}{5}<\frac{12-10}{5}\right)$

$=P(-0.8<Z<0.4)$

$=0.2881-0.1554$

$=0.4435$

ដូចនេះ $\boxed{P(6<X<12)=0.4435}$ ។

ប្រតិបត្តិ: ១.អថេរចៃដន្យ X ដែល $X\sim N(50,8)$ គណនា:

ក. $P(48<X<54)$ $An:0.6818$

ខ. $P(52<X<55)$ $An:0.2005$

គ. $P\left(|X-50|<\sqrt{8}\right)$ $An:0.6826$ ។

២.បើ $Z\sim N(0,1)$ គណនា:

ក. $P(0.25<Z<1.75)$ $An:0.3612$

ខ. $P(-0.70<Z<1.86)$ $An:0.7266$

គ. $P(-1.4<Z<-0.6)$ $An:0.1935$ ។

III. ចំណោទដែលទាក់ទងទៅនឹងការរកតម្លៃ μ និង σ

ឧទាហរណ៍ទី១ បើ X ជាអថេរនៃ $N(0,1)$ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ

ក. $P(Z<a)=0.9693$ ខ. $P(Z>a)=0.7357$ ។

ចម្លើយ

កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ:

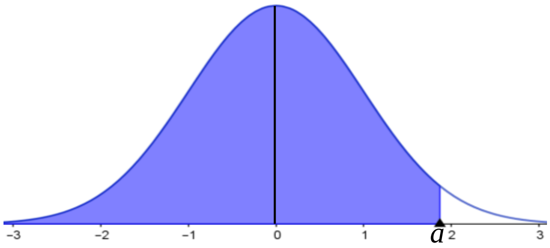
ក. $P(Z<a)=0.9693$

ដោយ $P(Z<a)=0.9693$

តែ $P(Z<1.87)=0.5+0.4693=0.9693$

នាំឱ្យ $a=1.87$

ដូចនេះ $\boxed{a=1.87}$ ។



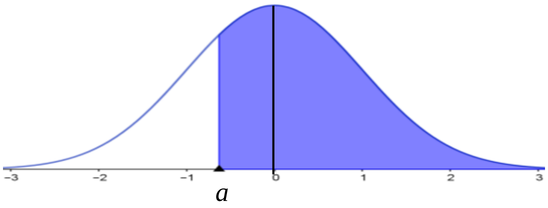
ខ. $P(Z>a)=0.7357$

ដោយ $P(Z>a)=0.7357$

តែ $P(Z>-0.63)=0.5+0.2357=0.7357$

នាំឱ្យ $a=-0.63$

ដូចនេះ $\boxed{a=-0.63}$ ។



ឧទាហរណ៍ទី២ បើ X ជាអថេរនៃ $N(100,\sigma)$ និង $P(X<106)=0.8849$ ។ គណនា σ ។

ចម្លើយ

គណនា σ

ដោយ $X\sim N(100,\sigma)\Rightarrow Z=\dfrac{X-100}{\sigma}$

នាំឱ្យ $P(X<106)=0.8849$

$$P\left(\frac{X-100}{\sigma}<\frac{106-100}{\sigma}\right)=0.8849$$

$$P\left(Z<\frac{6}{\sigma}\right)=0.8849$$ តែ $P(Z<1.2)=0.5+0.3849=0.8849$

គេបាន: $\dfrac{6}{\sigma}=1.2\Rightarrow\sigma=\dfrac{6}{1.2}=5$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\sigma=5}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី៣ បើ X ជាអថេរនៃ $N(\mu,\sigma^2)$ មាន

$P(X>80)=0.0113, P(X>30)=0.9713$ ។ គណនាតម្លៃនៃ μ និង σ ។

ចម្លើយ

គណនាតម្លៃនៃ μ និង σ

ដោយ $X\sim N(\mu,\sigma^2)\quad ;Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

យើងមាន $P(X>80)=0.0113$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{80-\mu}{\sigma}\right)=0.0113$$

$P(Z>a)=0.0113$ យក $a=\frac{80-\mu}{\sigma}$

តែ $P(Z>2.28)=0.5-0.4887=0.0113$

នាំឱ្យ $a=\frac{80-\mu}{\sigma}=2.28 \Leftrightarrow 80-\mu=2.28\sigma \quad (1)$

ម្យាងទៀត $P(X>30)=0.9713$

$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{30-\mu}{\sigma}\right)=0.9713$

$P(Z>b)=0.9713$ យក $b=\frac{30-\mu}{\sigma}$

តែ $P(Z>-1.9)=0.5+0.4713=0.9713$

នាំឱ្យ $\frac{30-\mu}{\sigma}=-1.9 \Rightarrow 30-\mu=-1.9\sigma \ (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $-\begin{cases}80-\mu=2.28\sigma\\30-\mu=-1.9\sigma\end{cases}$

$4.18\sigma=50 \Rightarrow \sigma=11.96$

តាម (2): $\mu=30+1.9\sigma=30+22.724=52.724$

ដូចនេះ $\boxed{\mu=52.724\ ,\ \sigma=11.96}$ ។

ប្រតិបត្តិ: បើ X ជាអថេរនៃ $N(\mu,\sigma^2)$ ហើយ $P(X<57.84)=0.9015$ និង $P(X>50)=0.4960$ ។

គណនាមធ្យម μ និងគម្លាតស្តង់ដា σ ។ ($An:\mu=49.94\ ,\ \sigma=6.13$)

លំហាត់អនុវត្តន៍

1. ប្រាក់ខែជាមធ្យមរបស់បុគ្គលិកក្រុមហ៊ុនមួយស្មើនឹង 250 \$ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 10 \$ ។ គេដឹងថាបំណែងចែកប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិកទាំងអស់តាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ ។ តើមានប៉ុន្មាន% នៃប្រាក់ចំណូលរបស់បុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ចំណូលច្រើនជាង 275 \$?
2. ប្រាក់កម្រៃជើងសារប្រចាំឆ្នាំរបស់អ្នកលក់ម៉ាស៊ីនភ្លើងម្នាក់គិតជាមធ្យមស្មើនឹង 400\$ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 50\$ ។បើប្រាក់កម្រៃជើងសារប្រចាំឆ្នាំតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ តើមានប៉ុន្មាន% ដែលអ្នកលក់នោះរកបាននៅចន្លោះ 300\$ និង 420\$ ។
3. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(300,25)$ ។ គណនា:
   ក. $P(X>305)$ ខ. $P(X<291)$ គ. $P(X<312)$ ឃ. $P(X>286)$ ។
4. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(100,80)$ ។ គណនា:
   ក. $P(85<X<112)$ ខ. $P(105<X<115)$ គ. $P(85<X<92)$ ឃ. $P(|X-100|<\sqrt{80})$ ។
5. ក.បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(100,36)$ និង $P(X<a)=0.8907$ ។ គណនាតម្លៃ a ។
   ខ.បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(70,25)$ និង $P(|X-70|<a)=0.8$ ។ គណនាតម្លៃ a ។

6. បើ Z ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(0,1)$ ។ គណនា៖

ក. $P(0<Z<1.73)$ ខ. $P(-2.05<Z<0)$ គ. $P(-0.89<Z<-0.16)$

ឃ. $P(|Z|<1.78)$ ង. $P(|Z|<0.75)$ ។

7. បើ Z ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(0,1)$ ។ គណនាតម្លៃ a បើ៖

ក. $P(Z>a)=0.3632$ ខ. $P(Z<a)=0.0793$ ។

8. បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(\mu,25)$ និង $P(X<27.5)=0.3085$ ។ គណនា μ ។

9. បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(\mu,\sigma^2)$ និង $P(X>102)=0.4168$; $P(X<97)=0.2517$ ។ គណនា μ និង σ ។

10. បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(50,6.8)$ ។ គណនាតម្លៃអថេរ X ដែលទាក់ទងទៅនឹងតម្លៃអថេរណរម៉ាល់ ស្តង់ដា៖ ក. $Z=-1.2$ ខ. $Z=0.6$ ។

11. ពិន្ទុការប្រឡងវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាក្នុងថ្នាក់រៀនមួយតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង μ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង σ ។គេដឹងថា 10% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុលើសពី 75 ពិន្ទុ ហើយ 20% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុតិចជាង 40 ពិន្ទុ ។ គណនាតម្លៃ μ និង σ ។

ផ្នែកចម្លើយ

ចម្លើយលំហាត់អនុវត្តន៍មេរៀនទី១

១.ក្នុងពីធីរៀបអាពាហ៍ពិពាហ៍មួយកូនកំលោះក្រមុំបីគូចង់ថតជាមួយគ្នាដោយអង្គុយជាជួរលើកៅអី 6 ដោយឲ្យកូនកំលោះក្រមុំមួយគូៗអង្គុយជាប់គ្នា។តើគេអាចអង្គុយថតបានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយ

ដោយកូនកំលោះក្រមុំបីគូអង្គុយថតលើកៅអី៦ដែលកូនកំលោះក្រមុំតាមគូត្រូវអង្គុយជាប់គ្នាមានន័យថាក្នុងគូនីមួយៗអាចចល័តបាន២របៀបនិងកូនកំលោះក្រមុំ៣គូចល័តសេរីគេបាន៖

$N = 2^3 \times 3! = 8 \times 6 = 48$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N = 48 \text{ របៀប}}$ ។

២.កម្មវិធីស្ថានីទូរទស្សន៍មួយបានរៀបចំ 6 កម្មវិធីដែលមួយកម្មវិធីមានរយៈពេលកន្លះម៉ោងនាយប់ថ្ងៃអាទិត្យមួយ។បើអ្នកមានពេលមួយម៉ោងកន្លះសម្រាប់មើលទូរទស្សន៍។តើអ្នកអាច់ជ្រើសរើសមើលបានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការមើលកម្មវិធីទូរទស្សន៍

ដោយយើងមានពេលមួយម៉ោងកន្លះសម្រាប់មើលកម្មវិធីទូរទស្សន៍ដែលមួយកម្មវិធីមានរយៈពេលកន្លះម៉ោងនោះយើងអាចមើលបាន៣កម្មវិធីក្នុងចំណោម៦កម្មវិធីគេបាន៖

$N = C(6,3) = \dfrac{6!}{3! \times 3!} = \dfrac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N = 20 \text{ របៀប}}$ ។

៣.ថ្នាក់រៀនមួយជ្រើសរើសប្រធានថ្នាក់១នាក់និងអនុប្រធានថ្នាក់២នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស៧នាក់ ។ តើគេអាច់ជ្រើសរើសប្រធាននិងអនុប្រធានថ្នាក់នេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការជ្រើរើសប្រធាននិងអនុប្រធានថ្នាក់

ដោយគេជ្រើរើសប្រធានថ្នាក់ម្នាក់និងអនុប្រធានថ្នាក់២នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស៧នាក់

គេបាន៖ $N = C(7,1) \times C(6,2) = \dfrac{7!}{6! \times 1!} \times \dfrac{6!}{4! \times 2!} = 7 \times \dfrac{6 \times 5}{2 \times 1} = 105$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N = 105 \text{ របៀប}}$ ។

៤.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់៣គ្រាប់មានពណ៌ខុសគ្នា។រកលទ្ធផលដែល៖

ក.កើតឡើងទាំងអស់

ខ.មានលេខ៦ម្តងគត់

គ.មានលេខខុសៗគ្នា

ង.យ៉ាងហោចណាស់មានពីរលេខដូចគ្នា។

ចម្លើយ

ក.រកលទ្ធផលដែលកើតឡើងទាំងអស់

ដោយគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់៣គ្រាប់មានពណ៌ខុសគ្នាដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយមាន៦លេខអាចចេញគេបាន៖ $N_1 = 6^3 = 216$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N_1 = 216 \text{ របៀប}}$ ។

ខ.លទ្ធផលមានលេខ៦ម្តងគត់

មានន័យថាក្នុងចំណោម៣លេខដែលត្រូវចេញគឺត្រូវមានលេខ៦ម្តងគត់ $(6 \bullet \bullet)$ ឬ $(\bullet 6 \bullet)$ ឬ $(\bullet \bullet 6)$ គេបាន៖ $N_2 = 1\times5\times5 + 5\times1\times5 + 5\times5\times1 = 25+25+25 = 75$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N_2 = 75 \text{ របៀប}}$

គ.លទ្ធផលមានលេខខុសៗគ្នា

មានន័យថាគ្មានលេខច្រំដែលនៅក្នុងលទ្ធផលទេគេបាន៖ $N_3 = 6\times5\times4 = 120$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N_3 = 120 \text{ របៀប}}$ ។

ឃ.យ៉ាងហោចណាស់មានពីលេខដូចគ្នា

ដោយលទ្ធផលដែលយ៉ាងហោចណាស់មានពីលេខដូចគ្នាផ្ទុយពីលទ្ធផលដែលមាន៣លេខខុសគ្នា គេបាន៖ $N_3 + N_4 = N_1 \Rightarrow N_4 = N_1 - N_3 = 216 - 120 = 96$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N_4 = 96 \text{ របៀប}}$ ។

៥.គេតម្រៀបកក្មេងប្រុស៤នាក់និងក្មេងស្រី៣នាក់ឲ្យឈរមួយជួរតើការឈរនោះមានប៉ុន្មានរបៀប? ក្នុងករណី៖ ក.ក្មេងប្រុសនៅចុងសងខាង

ខ.ក្មេងប្រុសឈរជិតគ្នានៅខាងចុង។

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរ

ក.ក្មេងប្រុសនៅចុងសងខាង

ដោយក្មេងប្រុសមាន៤នាក់និងស្រី៣នាក់សរុប៧នាក់ដើម្បីឲ្យក្មេងប្រុសនៅចុងសងខាងមានន័យថា ក្នុងណោមក្មេងប្រុស៤នាក់ត្រូវមាន២នាក់ឈរនៅសងខាងនៅសល់ក្មេងប្រុស២នាក់និងក្មេងស្រី៣ នាក់ទាត់ចល័តដោយ សេរីគេបាន៖ $N_1 = P(4,2)\times5! = \frac{4!}{2!}\times5! = 4\times3\times5\times4\times3\times2\times1 = 1\,440$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N_1 = 1\,440 \text{ របៀប}}$ ។

ខ.ក្មេងប្រុសឈរជិតគ្នានៅខាងចុង

មានន័យថាក្មេងប្រុសត្រូវឈរជាប់គ្នាខាងឆ្វេងឬខាងស្តាំ

គេបាន៖ $N_2 = 2\times4!\times3! = 2\times4\times3\times2\times3\times2\times1 = 6\,912$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{N_2 = 6\,912 \text{ របៀប}}$ ។

៦.ក.តើលេខបីខ្ទង់ប៉ុន្មានត្រូវបានបង្កើតពីលេខ ០,១,២,៣,៤,៥ និង៦ បើលេខនីមួយៗត្រូវបានគេប្រើ

តែម្តងគត់?

ខ.តើលេខបីខ្ទង់ទាំងនោះមានប៉ុន្មានជាលេខសេស?

គ.តើមានប៉ុន្មានលេខដែលធំជាង ៣៣០?

ចម្លើយ

ក.រកចំនួនលេខដែលត្រូវបង្កើត

ដោយគេចង់បង្កើតលេខ៣ខ្ទង់ចេញពីលេខ $0,1,2,3,4,5,6$ ដែលលេខនីមួយៗប្រើបានតែម្តងគត់គេបាន៖ខ្ទង់រយមាន 6 ជម្រើស , ខ្ទង់ដប់មាន 6 ជម្រើស និងខ្ទង់រាយមាន 5 ជម្រើស

គេបាន៖ $N_1 = 6\times6\times5 = 180$ របៀប

ដូចនេះ $N_1 = 180$ របៀប ។

ខ.រកលេខបីខ្ទង់ដែលជាចំនួនគត់សេស

ដើម្បីបង្កើតលេខបីខ្ទង់ដែលជាចំនួនគត់សេសកាលណាលេខខាងចុងជាលេខ $1,3,5$

គឺ $(\bullet\bullet1)$ ឬ $(\bullet\bullet3)$ ឬ $(\bullet\bullet5)$ គេបាន៖ $N_2 = 5\times5\times1+5\times5\times1+5\times5\times1 = 75$ របៀប

ដូចនេះ $N_2 = 75$ របៀប ។

គ.រកលេខដែលធំជាង 330

ដើម្បីឲ្យលេខធំជាង330 កាលណា $(3\bullet\bullet)$ ឬ $(4\bullet\bullet)$ ឬ $(5\bullet\bullet)$ ឬ $(6\bullet\bullet)$ ករណី

$(3\bullet\bullet)$ គេបាន៖ $N_a = 1\times3\times5 = 15$ របៀប

$(4\bullet\bullet)$ គេបាន៖ $N_b = 1\times6\times5 = 30$ របៀប

$(5\bullet\bullet)$ គេបាន៖ $N_c = 1\times6\times5 = 30$ របៀប

$(6\bullet\bullet)$ គេបាន៖ $N_d = 1\times6\times5 = 30$ របៀប

តាមគោលការណ៍បោះគេបាន៖ $N_3 = N_a + N_b + N_c + N_d = 15+30+30+30 = 105$ របៀប

ដូចនេះ $N_3 = 105$ របៀប ។

៧.ក្មេងប្រុស៤នាក់ និងស្រី៥នាក់អាចអង្គុយបានប៉ុន្មានករណីក្នុងមួយជួរប្រសិនបើក្មេងប្រុសនិងក្មេងស្រីត្រូវតែអង្គុយឆ្លាស់គ្នា។

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយ

ដោយៈក្មេងប្រុសបួននាក់និងស្រី៥នាក់ត្រូវអង្គុយឆ្លាស់គ្នាមានន័យថាក្មេងស្រីត្រូវនៅចុងសងខាងនៃការអង្គុយ គឺជាចម្លាស់នៃ៧យក២នៅសល់៧នាក់ចល័តដោយសេរី

គេបាន៖ $N = P(7,2)\times7! = \frac{7!}{5!}\times7! = 7\times6\times7! = 211\,680$ របៀប

ដូចនេះ $N = 211\,680$ របៀប ។

៨.គូស្វាមីភរិយា៨នាក់បានទិញកន្លែងអង្គុយ៨កន្លែងក្នុងមួយជួរដើម្បីមើលការប្រគុំតន្ត្រី។តើពួកគេអង្គុយបានប៉ុន្មានរបៀប?

ក.ដោយមិនគិតពីដៃគូ

ខ.គូនីមួយៗត្រូវអង្គុយជាប់គ្នា

គ.បុរសទាំងអស់អង្គុយរួមគ្នានៅខាងស្តាំស្ត្រីទាំងអស់។

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការអង្គុយ

ក.មិនគិតដៃគូ

ដោយគូស្វាមីភរិយា៤គូទិញកៅអី៨កន្លែងក្នុង១ជួរអង្គុយដោយមិនគិតពីដៃគូមានន័យថាអាចអង្គុយដោយសេរីលើកៅអី៨នោះ គេបាន៖ $N_1 = 8! = 40\ 320$ របៀប

ដូចនេះ $N_1 = 40\ 320$ របៀប ។

ខ.គូនីមួយៗអង្គុយជាប់គ្នា

មានន័យថាគូស្វាមីភរិយា១គូអាចចល័តបានពីរបៀបហើយគូស្វាមីភរិយាទាំង៤គូអាចចល័តដោយសេរីគេបាន៖ $N_2 = 2^4 \times 4! = 16 \times 24 = 384$ របៀប

ដូចនេះ $N_2 = 384$ របៀប ។

គ.បុរសទាំងអស់អង្គុយរួមគ្នានៅខាងស្តាំស្ត្រីទាំងអស់

មានន័យថាបុរស៤នាក់អង្គុយខាងស្តាំនិងស្ត្រី៤នាក់អង្គុយខាងឆ្វេង

គេបាន៖ $N_3 = 4! \times 4! = 24 \times 24 = 576$ របៀប

ដូចនេះ $N_3 = 576$ របៀប ។

៩.គេដាំដើមស្វាយ ៥ដើម ចេក ៤ដើម និង ដូង ២ដើមតាមបណ្តោយព្រំដី។តើគេអាចដាំរុក្ខជាតិទាំងនោះបានប៉ុន្មានរបៀប?

ចម្លើយ

.រកចំនួនរបៀបនៃការដាំរុក្ខជាតិ

ដោយគេដាំដើមស្វាយ៥ដើម ចេក៤ដើម និងដូង២ដើម សរុប១១ដើមជាចម្លាស់មានជាតុដូចគ្នា

គេបាន៖ $N = \dfrac{11!}{5! \times 4! \times 2!} = \dfrac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 2} = 6930$ របៀប

ដូចនេះ $N = 6\ 930$ របៀប ។

១០.វិទ្យាល័យមួយបានចូលរួមប្រកួតកីឡាបាល់ទាត់ ១២ លើកក្នុងមួយរដូវកាល។តើក្រុមនេះអាចបញ្ចប់រដូវកាលដោយឈ្នះ ៧ លើក ស្មើ ២ លើកនិងចាញ់ ៣ លើកបានប៉ុន្មានករណី?

ចម្លើយ

.រកចំនួនករណីអាចកើតឡើងពេលបញ្ចប់រដូវកាលនៃការលេងកីឡា

ដោយ ក្រុមកីឡាករត្រូវប្រកួត១២លើកដោយឈ្នះ៧ដង ស្មើ ២ដងនិងចាញ់ ៣ដង

ជាចម្លាស់មានជាតុដូចគ្នា គេបាន៖ $N = \dfrac{12!}{7! \times 3! \times 2!} = \dfrac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 2} = 7\ 920$ របៀប

ដូចនេះ $N = 7\ 920$ របៀប ។

១១.ចូរសរសេរ ៤ តួដំបូងនៃការពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

$1.\ (1+b)^{20}$, $2.\ (1-3b)^{30}$, $3.\ \left(1-\frac{x}{2}\right)^8$, $4.\ \left(2x+\frac{3}{y}\right)^8$, $5.\ \left(\frac{x}{2}-\frac{a}{3}\right)^6$

ចម្លើយ

.សរសេរ៤តួដំបូងនៃការពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម៖

តាមរូបមន្ត៖ $(a+b)^n=\sum_{r=0}^{n}C_n^r a^{n-r}b^r$ គេបាន៖

$$1.\ (1+b)^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1\,b+C_{20}^2\,b^2+C_{20}^3\,b^3+.........$$
$$=1+20b+\frac{20!}{18!\times 2!}b^2+\frac{20!}{17!\times 3!}b^3+.........$$
$$=1+20b+190b^2+1140b^3+.........$$

$$2.\ (1-3b)^{30}=C_{30}^0+C_{30}^1\,(-3b)+C_{30}^2\,(-3b)^2+C_{30}^3\,(-3b)^3+.........$$
$$=1+\frac{30!}{29!1!}(-3b)+\frac{30!}{28!\times 2!}(-3b)^2+\frac{30!}{27!\times 3!}(-3b)^3+.........$$
$$=1+30(-3b)+435\times 9b^2+4060(-27b^3)+.........$$
$$=1-90b+3915b^2-109\ 620b^3+.........$$

$$3.\ \left(1-\frac{x}{2}\right)^8=C_8^0+C_8^1\left(-\frac{x}{2}\right)+C_8^2\left(-\frac{x}{2}\right)^2+C_8^3\left(-\frac{x}{2}\right)^3+.........$$
$$=1+\frac{8!}{7!1!}\left(-\frac{x}{2}\right)+\frac{8!}{6!\times 2!}\left(\frac{x^2}{4}\right)+\frac{8!}{5!\times 3!}\left(-\frac{x^3}{8}\right)+.........$$
$$=1+30(-3b)+435\times 9b^2+4060(-27b^3)+.........$$
$$=1-4x+7x^2-7x^3+.........$$

$$4.\ \left(2x-\frac{3}{y}\right)^8=C_8^0\,(2x)^8+C_8^1\,(2x)^7\left(\frac{3}{y}\right)+C_8^2\,(2x)^6\left(\frac{3}{y}\right)^2+C_8^3\,(2x)^5\left(\frac{3}{y}\right)^3+.........$$
$$=265x^8+3072\left(\frac{x^7}{y}\right)+\frac{8\times 7}{2}\times 64\times 9\left(\frac{x^6}{y^2}\right)+\frac{8\times 7\times 6}{6}\times 32\times 27\left(\frac{x^5}{y^3}\right)+.........$$
$$=265x^8+3072\left(\frac{x^7}{y}\right)+16\ 128\left(\frac{x^6}{y^2}\right)+48\ 384\left(\frac{x^5}{y^3}\right)+.........$$

$$5.\ \left(\frac{x}{2}-\frac{a}{3}\right)^6=C_6^0\left(\frac{x}{2}\right)^6+C_6^1\left(\frac{x}{2}\right)^5\left(-\frac{a}{3}\right)+C_6^2\left(\frac{x}{2}\right)^4\left(-\frac{a}{2}\right)^2+C_6^3\left(\frac{x}{2}\right)^3\left(-\frac{a}{2}\right)^3+.........$$
$$=\left(\frac{x}{2}\right)^6+6\left(\frac{x^5}{32}\right)\left(-\frac{a}{3}\right)+15\left(\frac{x^4}{16}\right)\left(\frac{a^2}{4}\right)+20\left(\frac{x^3}{8}\right)\left(-\frac{a^3}{8}\right)+.........$$
$$=\frac{x^6}{64}-\frac{x^5a}{16}+\frac{15x^4a^2}{64}-\frac{5x^3a^3}{16}+.........$$

១២.ក.គេឲ្យកន្សោម $(1+kx)^8$ ដែល $k>0$ ដោយដឹងថាមេគុណនៃ x^3 ស្មើបួនដងនៃមេគុណ x^2 ។
រកតម្លៃ k ។

ខ.គេឲ្យកន្សោម $(1+2b)^n$ ដែល $n\in IN$ ដោយដឹងថាមេគុណនៃ b^2 ស្មើ 84 ។រកតម្លៃ n ។

ចម្លើយ

ក.រកតម្លៃ k

ដោយកន្សោម $(1+kx)^8$, $k>0$, $n=8$ មានតួកំណត់ដោយ៖ $T_{r+1}=C_8^r(kx)^r$

បើ $r=2\Rightarrow T_3=C_8^2(kx)^2=\dfrac{8!}{6!\,2!}k^2x^2=28k^2x^2$

$r=3\Rightarrow T_4=C_8^3(kx)^3=\dfrac{8!}{5!\,3!}k^3x^3=56k^3x^3$

តែមេគុណនៃ x^3 ស្មើបួនដងនៃមេគុណរបស់ x^2

គេបាន $56k^3x^3=4\times 28k^2x^2$

$56k^3-112k^2=0$

$56k^2(k-2)=0$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}56k^2=0\\ k-2=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}k=0\\ k=2\end{array}\right.$

$k=0$ មិនយក

ដូចនេះ $\boxed{k=2}$ ។

ខ.រកតម្លៃ n

ដោយកន្សោម $(1+2b)^n$, $n\in IN$ មានតួកំណត់ដោយ៖ $T_{r+1}=C_n^r(2b)^r$

បើ $r=2\Rightarrow T_3=C_n^2(kx)^2=\dfrac{n!}{(n-2)!\,2!}4b^2=2n(n-1)b^2$

តែមេគុណនៃ b^2 ស្មើ 48

គេបាន $2n(n-1)=84$

$n^2-n-42=0$

$(n-7)(k+6)=0$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}n-7=0\\ k+6=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}k=7\\ k=-6\end{array}\right.$

$n=-6$ មិនយក

ដូចនេះ $\boxed{n=7}$ ។

១៣.ស្រាយបញ្ជាក់សមភាពខាងក្រោម៖

1. $0!=1!=1$ 2. $C(n,0)=C(n,n)=1$ 3. $C(n,p)+C(n,p+1)=C(n+1,p+1)$

ចម្លើយ

.ស្រាយបញ្ជាក់សមភាពខាងក្រោម:

1/ $0!=1!=1$

ដោយ៖ $n!=n(n-1)!\Rightarrow(n-1)!=\dfrac{n!}{n}$

បើ $n=1 \Rightarrow 0!=\frac{1!}{1}=1!$ (1)

$n=2 \Rightarrow 1!=\frac{2!}{2}=\frac{2\times1}{2}=1$ (2)

តាម (1) និង (2) : $\Rightarrow 0!=1!=1$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{0!=1!=1}$ ។

2/ $C_n^0=C_n^n=1$

ដោយៈ $C_n^0=\frac{n!}{(n-0)!0!}=\frac{n!}{n!\times1}=1$

$C_n^n=\frac{n!}{(n-n)!n!}=\frac{n!}{0!n!}=1$

ដូចនេះ $\boxed{C_n^0=C_n^n=1}$ ។

3/ $C_n^p+C_n^{p+1}=C_{n+1}^{p+1}$

ដោយៈ $C_n^p+C_n^{p+1}=\frac{n!}{(n-p)!p!}+\frac{n!}{(p+1)!(n-p-1)!}$

$=\frac{n!}{(n-p)(n-p-1)!p!}+\frac{n!}{(p+1)p!(n-p-1)!}$

$=\frac{n!}{(n-p-1)!p!}\left(\frac{1}{n-p}+\frac{1}{p+1}\right)$

$=\frac{n!}{(n-p-1)!p!}\left(\frac{p+1+n-p}{(p+1)(n-p)}\right)$

$=\frac{n!}{(n-p-1)!p!}\left(\frac{n+1}{(p+1)(n-p)}\right)$

$=\frac{(n+1)!}{(n-p)!(p+1)!}=\frac{(n+1)!}{(p+1)![(n+1)-(p+1)]!}=C_{n+1}^{p+1}$

ដូចនេះ $\boxed{C_n^p+C_n^{p+1}=C_{n+1}^{p+1}}$ ។

១៤.គេបង្កើតលេខទូរស័ព្ទដែលមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់ដោយមិនគិតលេខបីខ្ទង់ខាងដើមប្រព័ន្ធ។តើគេអាចបង្កើតលេខនេះបានប៉ុន្មានរបៀប ?ដោយដឹងថា៖

ក.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់នេះអាចច្រំដែល

ខ.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់ខុសៗគ្នា

គ.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់មានលេខ5 ពីរដង

ឃ.លេខប្រាំពីរ២ដងនិងលេខប្រាំបួនបីដង ។

ចម្លើយ

.រកចំនួននៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ

ក.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់អាចច្រំដែល

ដោយគេបង្កើតលេខទូរស័ព្ទដែលមានលេខប្រាំមួយខ្ទង់(មិនគិតលេខបីខ្ទង់ខាងដើមប្រព័ន្ធ)ដែលប្រើ

លេខពី០ដល់៩ ហើយលេខអាចប្រំដែលបាននោះគេបានករណីដែលអាចកើតឡើងគឺ៖

$N_1 = 10^6 = 1000\,000$ របៀប

ដូចនេះ $N_1 = 1000\,000$ របៀប ។

ខ.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់ខុសៗគ្នា

មានន័យថាក្នុងចំណោមលេខ៦ខ្ទង់ដែលយកចេញពីលេខ០ដល់៩មិនអាចចេញពីរដងឡើយ នោះគេបាន៖

ខ្ទង់សែនមាន 10 ជម្រើស ខ្ទង់រយមាន 7 ជម្រើស

ខ្ទង់ម៉ឺនមាន 9 ជម្រើស ខ្ទង់ដប់មាន 6 ជម្រើស

ខ្ទង់ពាន់មាន 8 ជម្រើស ខ្ទង់រាយមាន 5 ជម្រើស

គេបាន៖ $N_2 = 10\times9\times8\times7\times6\times5 = 151\,200$ របៀប

ដូចនេះ $N_2 = 151\,200$ របៀប ។

គ.លេខទាំងប្រាំមួយខ្ទង់មានលេខ៥ពីដង

គឺ $(55\bullet\bullet\bullet\bullet)$ ឬ $(5\bullet5\bullet\bullet\bullet)$ ឬ $(5\bullet\bullet5\bullet\bullet)$ ឬ $(5\bullet\bullet\bullet5\bullet)$ ឬ $(5\bullet\bullet\bullet\bullet5)$

ចំពោះ $(55\bullet\bullet\bullet\bullet)$ មាន 5 របៀប

$(5\bullet5\bullet\bullet\bullet)$ មាន 4 របៀប

$(5\bullet\bullet5\bullet\bullet)$ មាន 3 របៀប

$(5\bullet\bullet\bullet5\bullet)$ មាន 2 របៀប

$(5\bullet\bullet\bullet\bullet5)$ មាន 1 របៀប

គេបាន៖ 15 របៀប

នោះលេខ 5 ពីកន្លែងក្នុងចំណោម៦កន្លែងមាន 15 របៀប ហើយនៅសល់៤ន្លែងទៀតគឺជាចម្លាស់ប្រំដែលនៃប្រាំបួនជាតុចំនួន៤ដងគេបាន៖ $N_3 = 15\times9^4 = 98\,415$ របៀប

ដូចនេះ $N_3 = 98\,415$ របៀប ។

ឃ.លេខ៧ពីរដងនិងលេខ៩បីដង

មានន័យថាក្នុងចំណោម៦លេខត្រូវមានលេខ៧ពីរដងនិងលេខ៩បីដងជាចម្លាស់មានជាតុដូចគ្នា ហើយលេខ មួយទៀតអាចជាលេខ1 ឬ 2 ឬ 3 ឬ 4 ឬ 5 ឬ 6 ឬ 8 គេបាន៖ $N_4 = \frac{6!}{3!2!1!}\times8 = 480$

ដូចនេះ $N_4 = 480$ របៀប ។

១៥.គេសរសេរកូតសម្រាប់បិទកាតដែលលេខកូតនីមួយៗផ្តើមដោយអក្សរបីតួផ្សេងគ្នា(អក្សរអង់គ្លេស) និងភ្ជាប់ដោយលេខមិនសូន្យបួនលេខ។រកចំនួនករណី៖

ក.ទាំងអស់ដែលកើតមានឡើង

ខ.ដែលមានលេខកូតផ្តើមដោយអក្សជាស្រះនិងលេខខ្ទង់ចុងក្រោយជាលេខគូ។

ចម្លើយ

.រកចំនួនករណី

ក.ទាំងអស់ដែលកើតឡើង

ដោយតួអក្សរអង់គ្លេសមាន 26 តួមានស្រៈ 5 តួដើម្បីសរសេរកូតដែលផ្ដើមដោយអក្សរ 3 តួខុសគ្នា និងលេខមិនសូន្យ 4 ខ្ទង់គឺជាចម្លាស់នៃ 3 ធាតុយកចេញពី 26 ធាតុនិងលេខ 4 ខ្ទង់មិនសូន្យមាន 9 លេខជាចម្លាស់ច្រំដែលគេបាន៖ $N_1 = P(26,3)\times 9^4 = \frac{26!}{23!}\times 9^4 = 26\times 25\times 24\times 9^4 = 102\ 351\ 600$

ដូចនេះ $N_1 = 102\ 351\ 600$ របៀប ។

ខ.លេខកូតផ្ដើមដោយអក្សរជាស្រៈនិងលេខខ្ទង់ចុងក្រោយជាលេខគូ

ដោយក្នុងចំណោមអក្សរ 26 តួមានស្រៈ 5 តួនិងក្នុងចំណោមលេខពី 1 ដល់ 9 មានលេខគូចំនួន 4 លេខដើម្បីសរសេរកាតដែលផ្ដើមដោយស្រៈនិងលេខខាងចុងក្រោយជាចំនួនគូគឺ៖

$N_2 = 5\times 25\times 24\times 9^3\times 4 = 8\ 748\ 000$ របៀប

ដូចនេះ $N_2 = 8\ 748\ 000$ របៀប ។

១៦.តើមានលេខបីខ្ទង់ប៉ុន្មានត្រូវបានបង្កើតចេញពីលេខ $1,2,3,4$ និង 5 ។តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលនៅចន្លោះពី 100 ដល់ 10000 ។

ចម្លើយ

+រកចំនួនដែលមានលេខបីខ្ទង់

ដោយគេប្រើលេខ $1,2,3,4$ និង 5 ដើម្បីសរសេរលេខបីខ្ទង់មិនច្រំដែលជាចម្លាស់នៃ 5 យក 3

គេបាន៖ $N_1 = P(5,3) = \frac{5!}{2!} = 60$ ចំនួន

ដូចនេះ $N_1 = 60$ ចំនួន ។

\+ រកចំនួនដែលនៅចន្លោះពី 100 ដល់ 10000

ដើម្បីបានចំនួនដែលនៅចន្លោះពី 100 ដល់ 10000 ដោយប្រើលេខ $1,2,3,4$ និង 5 ចំនួននោះត្រូវមានលេខបីខ្ទង់ឬបួនខ្ទង់

.យក N_2 ជាចំនួនដែលមានលេខបីខ្ទង់នោះគេបាន៖ $N_2 = P(5,4) = \frac{5!}{1!} = 120$

នាំឲ្យ $N = N_1 + N_2 = 60 + 120 = 180$

ដូចនេះ $N = 180$ ចំនួន ។

១៧.រកចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលធំជាងមួយលានដែលត្រូវបង្កើតដោយប្រើលេខ $2,3,0,3,4,2$ និង 3 ។

ចម្លើយ

.រកចំនួនដែលធំជាងមួយលាន

តាង៖ N ជាចំនួនដែលធំជាងមួយលាន

N_1 ជាចំនួនដែលតូចជាងមួយលាន

N_2 ជាចំនួនទាំងអស់ដែលបង្កើតបាន

នាំឲ្យ៖ $N = N_2 - N_1$

ដោយគេប្រើលេខ $2,3,0,3,4,2$ និង 3 នោះដើម្បីសរសេរចំនួនគត់វិជ្ជមានជាចម្លាស់មានជាតុដូចគ្នា

គេបាន៖ $N = N_2 - N_1 = \frac{7!}{2!3!} - \frac{6!}{2!3!} = 420 - 60 = 360$ ចំនួន ។

ដូចនេះ $N = 360$ ចំនួន ។

១៨.គេចង់បង្កើតក្រុមមួយដែលមានមនុស្ស 5 នាក់ដែលជ្រើសរើសចេញពីមនុស្សស្រី 4 នាក់និងប្រុស 8 នាក់។ តើគេអាចបង្កើតក្រុមនេះបានប៉ុន្មានរបៀបបើយ៉ាងហោចណាស់មានស្រីម្នាក់ក្នុងក្រុម។

ចម្លើយ

.រកចំនួនក្រុមដែលអាចបង្កើតបាន

តាង៖ N ជាចំនួនក្រុមដែលយ៉ាងហោចណាស់មានស្រីម្នាក់

N_1 ជាចំនួនក្រុមដែលគ្មានមនុស្សស្រី

N_2 ជាចំនួនក្រុមទាំងអស់ដែលបង្កើតបាន

នាំឲ្យ៖ $N = N_2 - N_1$

ដោយគេចង់បង្កើតក្រុមមួយដែលមានមនុស្ស 5 នាក់ដែលជ្រើសរើសចេញពីមនុស្សស្រី 4 នាក់និងប្រុស 8 នាក់សរុប 12 នាំឲ្យ៖ $N = N_2 - N_1 = C(12,5) - C(8,5)$

$$= \frac{12!}{7!5!} - \frac{8!}{5!3!} = \frac{12\times11\times10\times9\times8}{5\times4\times3\times2} - \frac{8\times7\times6}{3\times2} = 792 - 56 = 736 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ $N = 736$ របៀប ។

១៩.ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k}$ ។

ចម្លើយ

ដោយ៖ $\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \times \frac{r!}{k!(r-k)!}$

$$= \frac{n!}{(n-r)!k!(r-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \times \frac{(n-k)!}{(r-k)!(n-r)!}$$

$$= \binom{n}{k}\frac{(n-k)!}{(r-k)![(n-k)-(r-k)]!} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k} \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ $\boxed{\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k}}$ ។

២០.ស្រាយថា $\binom{n+r+1}{r} = \binom{n+r}{r} + \binom{n+r}{r-1}$ រួចទាញថា

$\binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \ldots + \binom{n+r-1}{r-1}\binom{n+r}{r} = \binom{n+r+1}{r}$ ។

ចម្លើយ

ដោយៈ $\binom{n+r+1}{r}=\dfrac{(n+r+1)!}{r!(n+1)!}=\dfrac{(n+r+1)(n+r)!}{r!(n+1)!}$

$$=\frac{(n+1)(n+r)!+r(n+r)!}{r!(n+1)!}=\frac{(n+1)(n+r)!}{r!(n+1)!}+\frac{r(n+r)!}{r!(n+1)!}$$

$$=\frac{(n+1)(n+r)!}{r!(n+1)n!}+\frac{r(n+r)!}{r(r-1)!(n+1)!}=\frac{(n+r)!}{r!n!}+\frac{(n+r)!}{(r-1)!(n+1)!}=\binom{n+1}{r}\binom{n+r}{r-1}$$ ពិត

ដូចនេះ $\binom{n+r+1}{r}=\binom{n+r}{r}+\binom{n+r}{r-1}$ ។

. រួចទាញថា $\binom{n}{0}+\binom{n+1}{1}+\ldots+\binom{n+r-1}{r-1}\binom{n+r}{r}=\binom{n+r+1}{r}$

ដោយៈ $\binom{n+r+1}{r}=\binom{n+r}{r}+\binom{n+r}{r-1}$

$$\binom{n+r}{r-1}=\binom{n+r-1}{r-1}+\binom{n+r-1}{r-2}$$

$$\binom{n+r-1}{r-2}=\binom{n+r-2}{r-2}+\binom{n+r-2}{r-3}$$

....

....

$$\binom{n+3}{2}=\binom{n+2}{2}+\binom{n+2}{1}$$

$$\binom{n+2}{1}=\binom{n+1}{1}+\binom{n+1}{0}$$

តែ $\binom{n+1}{0}=\binom{n}{0}=1\Rightarrow\binom{n+r+1}{r}=\binom{n}{0}+\binom{n+1}{1}+\ldots+\binom{n+r-1}{r-1}\binom{n+r}{r}$ ពិត

ដូចនេះ $\binom{n}{0}+\binom{n+1}{1}+\ldots+\binom{n+r-1}{r-1}\binom{n+r}{r}=\binom{n+r+1}{r}$ ។

២១.បង្ហាញថា 1. $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}=2^n$, 2. $\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+2^2\binom{n}{2}+\ldots+2^n\binom{n}{n}=3^n$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

1. $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}=2^n$

តាមទ្រឹស្តីបទទ្វេធា ៖ $(a+b)^n=\sum_{r=0}^{n}C(n,r)a^{n-r}b^r$

នាំឲ្យៈ $(1+x)^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}x+\binom{n}{2}x^2+\ldots+\binom{n}{n}x^n$

បើ $x=1\Rightarrow(1+1)^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}\times1+\binom{n}{2}\times1^2+\ldots+\binom{n}{n}\times1^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}$

$$2^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}$$ ពិត

ដូចនេះ $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+...+\binom{n}{n}=2^n$ ។

2.$\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+2^2\binom{n}{2}+...+2^n\binom{n}{n}=3^n$

តាមទ្រឹស្តីបទទ្វេធា ៖ $(a+b)^n=\sum_{r=0}^{n}C(n,r)a^{n-r}b^r$

នាំឲ្យ៖ $(1+2x)^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}(2x)+\binom{n}{2}(2x)^2+...+\binom{n}{n}(2x)^n$

បើ $x=1\Rightarrow(1+2)^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}\times2+\binom{n}{2}\times2^2+...+\binom{n}{n}\times2^n=\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+2^2\binom{n}{2}+...+2^n\binom{n}{n}$

$3^n=\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+2^2\binom{n}{2}+...+2^n\binom{n}{n}$ ពិត

ដូចនេះ $\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+2^2\binom{n}{2}+...+2^n\binom{n}{n}=3^n$ ។

➪ចម្លើយលំហាត់អនុវត្តន៍មេរៀនទី២

1. គេហូតបៀរពីរសន្លឹកចេញពីបៀរ 52 សន្លឹក។គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានបៀរ 2 សន្លឹក មានសន្លឹកអាត់មួយយ៉ាងតិច។

<u>ចម្លើយ</u>

.គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានបៀរពីរសន្លឹកមានសន្លឹកអាត់មួយយ៉ាងតិច

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានបៀរពីរសន្លឹកមានសន្លឹកអាត់មួយយ៉ាងតិច

$\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានបៀរពីរសន្លឹកគ្មានសន្លឹកអាត់មួយសោះ

ដោយបៀរមាន 52 សន្លឹកគេហូតយក 2 សន្លឹកនោះករណីអាចកើតឡើងគឺ

$n(S)=C(52,2)=\frac{52!}{2!(52-2)!}=1326$ ករណី ។

បៀរគ្មានសន្លឹកអាត់គឺ $52-4=48$ សន្លឹក

នោះព្រឹត្តិការណ៍ហូតបានបៀរ 2 សន្លឹកគ្មានសន្លឹកអាត់គឺ $n(\bar{A})=C(48,2)=\frac{48!}{2!(48-2)!}=1128$ ករណី

គេបាន $P(\bar{A})=\frac{n(\bar{A})}{n(S)}=\frac{1128}{1326}=0.8506$

យើងបាន $P(A)=1-P(\bar{A})=1-0.8506=0.1494$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.1494}$ ។

2. គេបោះកាក់មួយដែលមានមុខ H និងខ្នង T ចំនួនពីរដង។

១.គណនាប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់ទទួលបានមុខ H មួយកើតឡើង

២.គណនាប្រូបាបដែលគេទទួលបានមុខ H កើតឡើងពេលបោះលើកទីមួយ។

ចម្លើយ

ដោយកាក់មួយបោះចំនួនពីរដងនោះករណីអាចគឺ $\{TH,TT,HT,HH\}$
នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=4$ ករណី
១.គណនាប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់ទទួលបានមុខ H មួយកើតឡើង
តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយ៉ាងហោចណាស់ទទួលបានមុខ H មួយកើតឡើងគឺ $\{TH,HT,HH\}$
នោះ $n(A)=3$ ករណី
គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{4}=0.75$
ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.75}$
២.គណនាប្រូបាបដែលគេទទួលបានមុខ H កើតឡើងពេលបោះលើកទីមួយ
តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេទទួលបានមុខ H កើតឡើងពេលបោះលើកទីមួយគឺ $\{HT,HH\}$
នោះ $n(B)=2$ ករណី
គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{4}=0.5$
ដូចចនេះ $\boxed{P(B)=0.5}$

3. គេបោះកាក់មួយចំនួនបួនដង។
១.រកប្រូបាបដែលគ្មានមុខ H ផ្ងាឡើង
២.រកប្រូបាបដែលមានមុខ H មួយគត់ផ្ងាឡើង

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយគេបោះកាក់មួយចំនួន 4 ដងនោះចំនួនករណីអាចកើតឡើង $n(S)=2^4=16$ ករណី
១.រកប្រូបាបដែលគ្មានមុខ H ផ្ងាឡើង
តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្មានមុខ H ផ្ងាឡើង
ចំនួនករណីដែលគ្មានមុខ H ផ្ងាឡើងមានតែមួយករណីគត់គឺ $\{TTTT\}$
នោះ $n(A)=1$ ករណី
គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{16}=0.062$
ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.062}$
២.រកប្រូបាបដែលមានមុខ H មួយគត់ផ្ងាឡើង
តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានមុខ H មួយគត់ផ្ងាឡើង
ចំនួនករណីដែលមានមុខ H មួយគត់ផ្ងាឡើងគឺ $\{TTTH,TTHT,THTT,HTTT\}$
នោះ $n(B)=4$ ករណី
គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{4}{16}=0.25$

ដូចនេះ $P(B)=0.25$

4. ក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំគីណាល 7 គ្រាប់និងថ្នាំអាស្ពីរីន 5 គ្រាប់។គេចាប់យកថ្នាំ 4 គ្រាប់ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.ថ្នាំគីណាលទាំង 4 គ្រាប់

២.ថ្នាំអាស្ពីរីនមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំ12 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកថ្នាំ 4 គ្រាប់ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ នោះចំនួនករណីអាចកើតឡើងគឺ $n(S)=C(12,4)=\frac{12!}{4!(12-4)!}=495$ ករណី ។

រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.ថ្នាំគីណាលទាំង 4 គ្រាប់

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានថ្នាំគីណាលទាំង 4 គ្រាប់

ដោយថ្នាំគីណាលក្នុងថង់មាន 7 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកថ្នាំ 4 គ្រាប់ចេញនោះ

ចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(7,4)=\frac{7!}{4!(7-4)!}=35$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{35}{495}=0.0707$

ដូចនេះ $P(A)=0.0707$

២.ថ្នាំអាស្ពីរីនមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានថ្នាំអាស្ពីរីនមួយគ្រាប់យ៉ាងតិច

មានន័យថាចាប់បានថ្នាំអាស្ពីរីន1គ្រាប់និងថ្នាំគីណាល 3 គ្រាប់ ឬថ្នាំអាស្ពីរីន 2 គ្រាប់និង ថ្នាំគីណាល 2 គ្រាប់ឬថ្នាំអាស្ពីរីន 3 គ្រាប់និងថ្នាំគីណាល1គ្រាប់ឬថ្នាំអាស្ពីរីន 4 គ្រាប់

នោះចំនួនករណីស្រប

$n(B)=C(5,1)\times C(7,3)+C(5,2)\times C(7,2)+C(5,3)\times C(7,1)+C(5,4)=460$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{460}{495}=0.9292$

ដូចនេះ $P(B)=0.9292$ ។

<u>ម្យ៉ាងទៀត</u>

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងព្រឹត្តិការណ៍ A

គេបានប្រូបាប $P(B)=1-P(A)=1-0.0707=0.9293$

ដូចនេះ $P(B)=0.9293$ ។

5. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម10 គ្រាប់និងឃ្លីខៀវ13 គ្រាប់។គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ។

១.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ក្រហមទាំងពីរ

២.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវទាំងពីរ

៣.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

ដោយឃ្លីមាន 23 គ្រាប់ គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ នោះចំនួនករណីអាចកើតមានឡើង

គឺ $n(S)=C(23,2)=\dfrac{23!}{(23-2)!2!}=253$ ករណី។

១.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ក្រហមទាំងពីរ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ក្រហមទាំងពីរ

នោះ $n(A)=C(10,2)=\dfrac{10!}{(10-2)!2!}=45$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{45}{253}=0.1778$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.1778}$

២.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវទាំងពីរ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវទាំងពីរ

នោះ $n(B)=C(13,2)=\dfrac{13!}{(13-2)!2!}=78$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{78}{253}=0.3083$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.3083}$

៣.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខៀវមួយយ៉ាងតិច

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ D ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនិងព្រឹត្តិការណ៍ A

គេបានប្រូបាប $P(D)=1-P(A)=1-0.1778=0.8222$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.8222}$

6. សុទ្បាចង់ទិញកូនក្រូច 5 ដើមយកទៅដាំក្នុងផ្ទះ។នៅក្នុងកន្លែងលក់មានកូនក្រូចថ្លុង 8 ដើមនិងកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ 14 ដើម។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.តាង A:ទិញបានកូនក្រូចថ្លុងទាំង 4 ដើម

២.តាង B:ទិញបានកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ទាំង 4 ដើម

៣.តាង C:ទិញបានកូនក្រូចថ្លុង 2 ដើមនិងកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ 3 ដើម

៤.តាង D:ទិញបានកូនក្រូចពោធិ៍សាត់មួយដើមយ៉ាងតិច។

ចម្លើយ

ដោយកូនក្រូចមាន 22 ដើម គេទិញកូនក្រូច 5 ដើម នោះចំនួនករណីអាចកើតមានឡើងគឺ

$n(S)=C(22,5)=\dfrac{22!}{(22-5)!5!}=26334$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.តាង A:ទិញបានកូនក្រូចថ្លុងទាំង 4 ដើម

នោះ $n(A)=C(8,5)=\dfrac{8!}{(8-5)!5!}=56$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{56}{26334}=0.0021$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0021}$ ។

២.តាង B :ទិញបានកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ទាំង 4 ដើម

នោះ $n(B)=C(14,5)=\dfrac{14!}{(14-5)!5!}=2002$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{2002}{26334}=0.0760$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0760}$ ។

៣.តាង C :ទិញបានកូនក្រូចថ្លុង 2 ដើមនិងកូនក្រូចពោធិ៍សាត់ 3 ដើម

នោះ $n(C)=C(8,2)\times C(14,3)=\dfrac{8!}{(8-2)!2!}\times\dfrac{14!}{(14-3)!3!}=28\times364=10192$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{10192}{26334}=0.3870$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.3870}$ ។

៤.តាង D :ទិញបានកូនក្រូចពោធិ៍សាត់មួយដើមយ៉ាងតិច

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ D ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនិងព្រឹត្តិការណ៍ A

គេបានប្រូបាប $P(D)=1-P(A)=1-0.0021=0.9979$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.9979}$ ។

7. ក្នុងកសិដ្ឋានមួយគេចិញ្ចឹមជ្រូក 13 ក្បាល ក្នុងនោះជ្រូកសម្បុរសមាន 8 ក្បាល និងជ្រូកសម្បុរខ្មៅមាន 5 ក្បាល។គេជ្រើសយកជ្រូក 3 ក្បាលទុកធ្វើពូជ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេ៖

១.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសទាំង 3 ក្បាល

២.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅទាំង 3 ក្បាល

៣.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅ 2 ក្បាលនិងជ្រូកសម្បុរស 2 ក្បាល

៤.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសមួយយ៉ាងតិច។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយជ្រូកទាំងអស់មាន 13 ក្បាល ហើយគេជ្រើសទុក 4 ក្បាលនោះចំនួនករណីអាចកើតឡើង

គឺ $n(S)=C(13,4)=\frac{13!}{(13-4)!4!}=715$ ករណី

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេៈ

១.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសទាំង 3 ក្បាល

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសទាំងអស់

នោះ $n(A)=C(8,4)=\frac{8!}{(8-4)!4!}=70$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{70}{715}=\frac{14}{123}=0.097$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.097}$

២.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅទាំង 3 ក្បាល

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅទាំងអស់

នោះ $n(B)=C(5,4)=\frac{5!}{(5-4)!4!}=5$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{5}{715}=0.0069$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0069}$

៣.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅ 2 ក្បាលនិងជ្រូកសម្បុរស 2 ក្បាល

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរខ្មៅ 2 ក្បាលនិងជ្រូកសម្បុរស 2 ក្បាល

នោះ $n(D)=C(8,2)\times C(5,2)=\frac{8!}{(8-2)!2!}\times\frac{5!}{(5-2)!2!}=28\times 10=280$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{280}{715}=0.3916$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.3916}$

៤.ជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសមួយយ៉ាងតិច

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសមួយយ៉ាងតិច

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ E ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹងព្រឹត្តិការណ៍ B

គេបានប្រូបាប $P(E)=1-P(B)=1-0.0069=0.9931$

ដូចនេះ $\boxed{P(E)=0.9931}$

<u>+ម្យ៉ាងទៀត</u>

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេជ្រើសបានជ្រូកសម្បុរសមួយយ៉ាងតិច

មានន័យថា ជ្រើស ស1ក្ប និងខ3ក្ប ឬ ស2ក្ប និងខ2ក្ប ឬ ស3ក្ប និងខ1ក្ប ឬ ស4ក្ប។

នោះ $n(E)=C(8,1)\times C(5,3)+C(8,2)\times C(5,2)+C(8,3)\times C(5,1)+C(8,4)$

$$=\frac{8!}{(8-1)!1!}\times\frac{5!}{(5-3)!3!}+\frac{8!}{(8-2)!2!}\times\frac{5!}{(5-2)!2!}+\frac{8!}{(8-3)!3!}\times\frac{5!}{(5-1)!1!}+\frac{8!}{(8-4)!4!}$$

$=8\times10+28\times10+56\times5+70=710$ ករណី

គេបាបប្រូបាប $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(S)}=\dfrac{710}{715}=0.993$

ដូចនេះ $\boxed{P(E)=0.993}$ ។

8. ក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 25 នាក់ក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 15 នាក់ និងសិស្សស្រី 10 នាក់។គេជ្រើសរើសសិស្ស 4 នាក់ដើម្បីប្រឡងសិស្សពូកែប្រចាំសាលា។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែសិស្សប្រុស

២.ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 2 នាក់ និងសិស្សប្រុស 2 នាក់

៣.ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិចមួយនាក់។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងថ្នាក់មួយមានសិស្ស 25 នាក់ហើយគេជ្រើសរើសសិស្ស 4 នាក់

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(25,4)=\dfrac{25!}{4!(25-4)!}=12650$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែសិស្សប្រុស

តាង A ព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែសិស្សប្រុសដោយសិស្សប្រុសមាន 15 នាក់ ហើយគេជ្រើសរើស 4 នាក់

នោះចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(15,4)=\dfrac{15!}{4!(15-4)!}=1365$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{1365}{12650}=0.1079$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.1079}$

២.ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 2 នាក់ និងសិស្សប្រុស 2 នាក់

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រី 2 នាក់ និងសិស្សប្រុស 2 នាក់

នោះចំនួនករណីអាច $n(B)=C(15,2)\times C(10,2)=\dfrac{15!}{2!(15-2)!}\times\dfrac{10!}{2!(10-2)!}=4725$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{4725}{12650}=0.3735$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.3735}$ ។

៣.ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិចមួយនាក់

តាង $\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិចមួយនាក់

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ $\bar{A}$ និងព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0.1079=0.8921$

ដូចនេះ $\boxed{P(\bar{A})=0.8921}$

9. គេជ្រើសរើសសិស្ស 2 នាក់ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី 5 នាក់និងសិស្សប្រុស 7 នាក់ជាតំណាងក្រុម។

រកប្រូបាបគេជ្រើសបានសិស្ស៖

ក.ប្រុសជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

ខ.ស្រីជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

គ.ស្រីម្នាក់ និងប្រុសម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

ឃ.យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

ចម្លើយ

ដោយសិស្សទាំងអស់មាន12 នាក់ គេជ្រើសយកសិស្ស 2 នាក់ នោះចំនួនករណីអាចកើតឡើងគឺ

$n(S)=C(12,2)=\dfrac{12!}{(12-2)!2!}=66$ ករណី

រកប្រូបាបគេជ្រើសបានសិស្ស៖

ក.ប្រុសជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសបានសិស្សប្រុសជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

នោះ $n(A)=C(7,2)=\dfrac{7!}{(7-2)!2!}=21$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{21}{66}=\dfrac{7}{22}=0.3181$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.3181}$

ខ.ស្រីជាប្រធានទាំងពីរនាក់

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសបានសិស្សស្រីជាតំណាងក្រុមទាំងពីរនាក់

នោះ $n(B)=C(5,2)=\dfrac{5!}{(5-2)!2!}=10$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{10}{66}=\dfrac{5}{33}=0.1515$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.1515}$ ។

គ.ស្រីម្នាក់ និងប្រុសម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសបានសិស្សស្រីម្នាក់ និងប្រុសម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

នោះ $n(C)=C(5,1)\times C(7,1)=35$ ករណី ។

គេបានប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{35}{66}=0.5303$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.5303}$ ។

ឃ.យ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសបានយ៉ាងតិចមានសិស្សស្រីម្នាក់ជាតំណាងក្រុម

មានន័យថាជ្រើសបានសិស្សស្រីម្នាក់ និងសិស្សប្រុសម្នាក់ ឬសិស្សស្រីទាំងពីរនាក់

នោះ $n(D)=C(5,1)\times C(7,1)+C(5,2)=45$ ករណី

គេបានប្រូបាប $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{45}{66}=\dfrac{15}{22}=0.6818$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.6818}$ ។

+ម្យ៉ាងទៀត

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ D និងព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា នោះគេបាន

$P(D)=1-P(A)=1-0.3181=0.6819$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.6819}$ ។

10. ថង់មួយមានឃ្លីលឿង 5 គ្រាប់ដែលបង់លេខ $1,2,3,4,5$ និងឃ្លីខៀវ 4 គ្រាប់ដែលបង់លេខ $1,2,3,4$ គេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ។

១.តើការចាប់នេះអាចកើតឡើងប៉ុន្មានរបៀប ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ចាប់បានឃ្លីលឿងទាំង 3 គ្រាប់"

B "ចាប់បានឃ្លីលឿង 2 គ្រាប់និងខៀវ 1 គ្រាប់"

C "ចាប់បានឃ្លីខៀវយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់"

ចម្លើយ

១.តើការចាប់នេះអាចកើតឡើងប៉ុន្មានរបៀប ?

ដោយថង់មួយមានឃ្លី 9 គ្រាប់ហើយគេចាប់យក 3 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ នោះចំនួនករណីអាចកើតមានឡើងគឺ $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!(9-3)!}=84$ ករណី។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=84}$ ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ចាប់បានឃ្លីលឿងទាំង 3 គ្រាប់"

ដោយឃ្លីលឿងមាន 5 គ្រាប់ហើយគេចាប់យកឃ្លី 3 គ្រាប់ នោះចំនួនករណីស្រប

$n(A)=C(5,3)=\dfrac{5!}{3!(5-3)!}=10$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{10}{84}=0.1190$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.1190}$ ។

B "ចាប់បានឃ្លីលឿង 2 គ្រាប់និងខៀវ 1 គ្រាប់"

នោះចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)\times C(4,1)=40$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{40}{84}=0.4761$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4761}$ ។

C "ចាប់បានឃ្លីខៀវយ៉ាងតិចមួយគ្រាប់"

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ C និងព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(C)=1-P(A)=1-0.1190=0.8810$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.8810}$ ។

11. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួន 9 សន្លឹកនិងក្រដាសប្រាក់ 1000៛ ចំនួន 7 សន្លឹក។ គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 5 សន្លឹកដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលហូតបាន៖

១.ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ទាំងប្រាំសន្លឹក

២.ក្រដាសប្រាក់ 1000៛ យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក

៣.ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួនបីសន្លឹកគត់

ចម្លើយ

ដោយក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់ចំនួន 16 សន្លឹកហើយគេហូតយក 5 សន្លឹកចេញដោយចៃដន្យនោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(16,5)=\frac{16!}{5!(16-5)!}=4368$ ករណី

រកប្រូបាបដែលហូតបាន៖

១.ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ទាំងប្រាំសន្លឹក

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ទាំងប្រាំសន្លឹក

ដោយក្រដាសប្រាក់ 500៛ មាន 9 សន្លឹកហើយហូតយក 5 សន្លឹកចេញដោយចៃដន្យនោះ

ចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(9,5)=126$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{126}{4368}=0.0288$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0288}$ ។

២.ក្រដាសប្រាក់ 1000៛ យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក

តាង $\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានក្រដាសប្រាក់ 1000៛ យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ $\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0.0288=0.9712$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(\bar{A})=0.9712}$ ។

៣.ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួនបីសន្លឹក

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានក្រដាស 500៛ ប្រាក់ចំនួនបីសន្លឹក មានន័យថាក្នុងក្រដាសប្រាក់

ហូតបាន 5 សន្លឹកមានក្រដាសប្រាក់ 500៛ចំនួន 3 សន្លឹកនឹង 2 សន្លឹកផ្សេងទៀតជាក្រដាសប្រាក់ 1000៛

នោះចំនួនករណីហូតបានក្រដាសប្រាក់ចំនួនសន្លឹកគឺ

$$n(B)=C(9,3)\times C(7,2)=\frac{9!}{3!(9-3)!}\times\frac{7!}{2!(7-2)!}=1764$$

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{1764}{4368}=0.4038$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4038}$ ។

12. ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចខៀវចំនួន 7 ដើមនិងប៊ិចក្រហម 5 ដើម។គេចាប់យកប៊ិច 4 ដើម ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.ប៊ិចខៀវទាំងអស់

២.ប៊ិចខៀវពីរដើម

៣.ប៊ិចក្រហមមួយដើមយ៉ាងតិច

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិច 12 ដើមហើយគេចាប់យកប៊ិច 4 ដើមចេញដោយចៃដន្យ

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(12,4)=\frac{12!}{4!(12-4)!}=495$ ករណី ។

រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.ប៊ិចខៀវទាំងអស់

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានប៊ិចខៀវទាំងអស់ មានន័យថាគេចាប់យកប៊ិច 4 ដើមចេញពីប៊ិចខៀវ 7 ដើម នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(7,4)=\frac{7!}{4!(7-4)!}=35$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{35}{495}=0.0707$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0707}$ ។

២.ប៊ិចខៀវពីរដើម

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានប៊ិចខៀវពីរដើម មានន័យថាចាប់បានប៊ិចខៀវ 2 ដើម និងប៊ិចក្រហម 2 ដើម

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=C(7,2)\times C(5,2)=\frac{7!}{2!(7-2)!}\times\frac{5!}{2!(5-2)!}=210$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{210}{495}=0.4242$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4242}$ ។

៣.ប៊ិចក្រហមមួយដើមយ៉ាងតិច

តាង $\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានប៊ិចក្រហមមួយដើមយ៉ាងតិច

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ $\bar{A}$ និងព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0.0707=0.9293$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(\bar{A})=0.9293}$ ។

<u>ម្យ៉ាងទៀត</u>

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានប៊ិចក្រហមមួយដើមយ៉ាងតិច មានន័យថាចាប់បាន ប៊ិចក្រហម 1 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 3 ដើម ឬចាប់បានប៊ិចក្រហម 2 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 2 ដើម ឬចាប់បាន ប៊ិចក្រហម 3 ដើមនិងប៊ិចខៀវ 1 ដើម ឬចាប់បានប៊ិចក្រហមទាំង 4 ដើម នោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(D)=C(5,1)\times C(7,3)+C(5,2)\times C(7,2)+C(5,3)\times C(7,1)+C(5,4)=460$ ករណី

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{460}{495}=0.9292$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.9292}$ ។

13. ក្រូចថ្លុង 20 ផ្លែបានលក់ ក្នុងនោះមានក្រូច 16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម និង 4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.តាង A "ក្រូចទាំងបីមានរសជាតិជូរ"

២.តាង B "ក្រូចទាំងបីមានរសជាតិផ្អែម"

៣.តាង C "ក្រូចពីរផ្លែជូរ"

៤.តាង D "យ៉ាងតិចមានក្រូចមួយផ្លែផ្អែម"

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្រូចថ្លុងមាន 20 ផ្លែ ហើយគេទិញក្រូចថ្លុង 3 ផ្លែនោះចំនួនករណីអាចគឺ

$n(S)=C(20,3)=\dfrac{20!}{3!(20-3)!}=1140$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.តាង A "ក្រូចទាំងបីមានរសជាតិជូរ"

ដោយផ្លែក្រូចថ្លុងជូរមាន 4 ផ្លែហើយគេទិញ 3 ផ្លែនោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(A)=C(4,3)=\dfrac{4!}{3!(4-3)!}=4$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{4}{1140}=0.0035$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0035}$ ។

២.តាង B "ក្រូចទាំងបីមានរសជាតិផ្អែម"

ដោយផ្លែក្រូចថ្លុងផ្អែមមាន 16 ផ្លែហើយគេទិញ 3 ផ្លែនោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(B)=C(16,3)=\dfrac{16!}{3!(16-3)!}=560$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{560}{1140}=0.4912$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4912}$ ។

៣.តាង C ″ក្រូចពីរផ្លែជូរ″

មានន័យថាទិញបានផ្លែជូរ 2 ផ្លែនិងផ្អែម 1 ផ្លែ នោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(C)=C(4,2)\times C(16,1)=\dfrac{4!}{2!(4-2)!}\times\dfrac{16!}{1!(16-1)!}=96$ ករណី

គេបាន $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{96}{1140}=0.084$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.084}$ ។

៤.តាង D ″យ៉ាងតិចមានក្រូចមួយផ្លែផ្អែម″

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ D និងព្រឹត្តិការណ៍ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(D)=1-P(A)=1-0.0035=0.9965$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.9965}$ ។

<u>ម្យ៉ាងទៀត</u>

តាង D ″យ៉ាងតិចមានក្រូចមួយផ្លែផ្អែម″ មានន័យថាគេទិញបានក្រូចផ្លែផ្អែម 1 ផ្លែនិងផ្លែជូរ 2 ផ្លែ ឬ ក្រូចផ្លែផ្អែម 2 ផ្លែនិងផ្លែជូរ 1 ផ្លែ ឬក្រូចផ្លែផ្អែមផ្លែទាំងអស់នោះចំនួនករណីអាចគឺ

$n(D)=C(16,1)\times C(4,2)+C(16,2)\times C(4,1)+C(16,3)=1136$ ករណី

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{1136}{1140}=0.996$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.996}$ ។

14. ការប្រឡងគណិតវិទ្យាមួយមានមានលំហាត់គណិតវិទ្យា 6 លំហាត់និងធរណីមាត្រ 4 លំហាត់។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើ 4 លំហាត់ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំងអស់តាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន។

១.រកចំនួនករណីអាច

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

តាង A″សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ពិជគណិតទាំង 4″

តាង B″សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ធរណីមាត្រទាំង 4″

តាង C″សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ពិជគណិត 1″

<u>ចម្លើយ</u>

១.រកចំនួនករណីអាច

ដោយការប្រឡងមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាមាន 10 លំហាត់ហើយបេក្ខជនម្នាក់ៗជ្រើសយក 4 លំហាត់

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(10,4)=\dfrac{10!}{4!(10-4)!}=210$ ករណី ។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=210}$ ករណី ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ពិជគណិតទាំង 4"

ដោយលំហាត់ពិជគណិតមាន 6 លំហាត់ហើយបេក្ខជនម្នាក់ៗជ្រើសយក 4 លំហាត់

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(6,4)=\dfrac{6!}{4!(6-4)!}=15$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{15}{210}=0.071$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.071}$ ។

B "សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ធរណីមាត្រទាំង 4"

ដោយលំហាត់ពិជគណិតមាន 4 លំហាត់ហើយបេក្ខជនម្នាក់ៗជ្រើសយក 4 លំហាត់

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=C(4,4)=1$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{1}{210}=0.0047$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0047}$ ។

C "សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសលំហាត់ពិជគណិត 1"

មានន័យថា ជ្រើសបានលំហាត់ពិជគណិត 1 លំហាត់និងលំហាត់ធរណីមាត្រ 3 លំហាត់

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(C)=C(6,1)\times C(4,3)=\dfrac{6!}{1!(6-1)!}\times\dfrac{4!}{3!(4-3)!}=24$ ករណី

គេបាន $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{24}{210}=0.114$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.114}$ ។

15. ឧបមាថាកំណើតកូនប្រុសនិងកូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា។រកប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន 5 នាក់។

១.សុទ្ធតែកូនស្រី

២.យ៉ាងតិចកូនប្រុសពីរនាក់

៣.កូនច្បងជាស្រីបន្ទាប់មកកូនប្រុសពីរនាក់។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយកំណើតកូនប្រុសនិងកូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា

គ្រួសារមួយមានកូន 5 នាក់ នោះករណីអាច $n(S)=2^5=32$ ករណី

រកប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន 5 នាក់

១.សុទ្ធតែកូនស្រី

តាង G ជាព្រឹត្តការណ៍បានកូន 5 នាក់សុទ្ធតែកូនស្រី

កូន 5 នាក់សុទ្ធតែស្រី (សសសសស) នោះចំនួនករណីស្រប $n(G)=1$ ករណី

គេបាន $P(G)=\frac{n(G)}{n(S)}=\frac{1}{32}=0.03125$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(G)=0.03125}$ ។

២.យ៉ាងតិចកូនប្រុសពីរនាក់

តាង A ជាព្រឹត្តការណ៍យ៉ាងតិចកូនប្រុសពីរនាក់

គឺ(សសសបប), (សសបបប), (សបបបប), (បបបបប) នោះ $n(A)=4$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{32}=0.125$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.125}$ ។

៣.កូនច្បងជាស្រីបន្ទាប់មកកូនប្រុសពីរនាក់

តាង B ជាព្រឹត្តការណ៍កូនច្បងជាស្រីបន្ទាប់មកកូនប្រុសពីរនាក់

គឺ (សបបសប) (សបបបស) នោះ $n(B)=2$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{32}=0.0625$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0625}$ ។

16. គេចង់បង្កើតគណៈកម្មការមួយដែលមានសមាជិក 5 នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 12 នាក់ចំពោះមនុស្សទាំងនោះមានពីរនាក់នឹងអាចចូលជាសមាជិកបានលុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់។

១.តើគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការនេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

២.រកប្រូបាបដែល A និង B ចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់។

ចម្លើយ

១.តើគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការនេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

តាង S គណៈកម្មការដែលគេចង់បង្កើត

ដោយគេចង់បង្កើតគណៈកម្មការមួយដែលមានសមាជិក 5 នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 12 នាក់

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(12,5)=\frac{12!}{5!(12-5)!}=792$ ។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=792}$ ។

២.រកប្រូបាបដែល A និង B ចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល A និង B ចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់

ដោយ A និង B ត្រូវចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់ នោះនៅសល់សមាជិក 3 នាក់ទៀតត្រូវយកចេញពីសមាជិក 10 នាក់

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(D)=C(2,2)\times C(10,3)=1\times\frac{10!}{3!(10-3)!}=120$ ករណី ។

គេបាន $P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{120}{792}=0.1515$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.1515}$ ។

17. គេជ្រើសរើសមនុស្ស 5 នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 15 នាក់ដើម្បីបង្កើតគណៈកម្មការមួយដែល A និង B អាចចូលជាសមាជិកបានលុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នេះ។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងចំណោមមនុស្ស 15 នាក់ គេរើស 5 នាក់ធ្វើជាគណៈកម្មការ

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(15,5)=\frac{15!}{5!(15-5)!}=3003$ ករណី។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដើម្បីបង្កើតគណៈកម្មការនេះ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដើម្បីបង្កើតគណៈកម្មការនេះ

ដោយ A និង B អាចចូលជាសមាជិកបានលុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់ មានន័យថា A និង B អាចចូលទាំងពីរនាក់និង 3 នាក់ទៀតត្រូវយកចេញពី 13 នាក់ ឬក៏ A និង B អត់ចូលទាំងពីរនាក់ នោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(D)=C(2,2)\times C(13,3)+C(13,5)=\frac{13!}{3!(13-3)!}+\frac{13!}{5!(13-5)!}=1573$ ករណី

គេបាន $P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{1573}{3003}=0.5238$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.5238}$ ។

18. គេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 9 រៀងគ្នាលើកាក់ 9 ។គេចាប់យកកាក់ម្តងមួយៗចំនួនបីកាក់មកតម្រៀបតាមលំដាប់ដែលចាប់បាន។រកប្រូបាបដែលកាក់ទាំងបីបង្កើតបាន៖

១.ចំនួន 123

២.ជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង 125

ចម្លើយ

ដោយកាក់មាន 9 កាក់បង់លេខពី 1 ដល់ 9 ដោយគេចាប់កាក់បីមកតម្រៀបតាមលំដាប់

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=P(9,3)=\frac{9!}{(9-3)!}=504$ ករណី

១.រកប្រូបាបដែលកាក់ទាំងបីបង្កើតបានចំនួន 123

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានកាក់ទាំងបីលើកបង្កើតបានចំនួន 123

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=1$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{504}=0.00198$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.00198}$ ។

២.រកប្រូបាបដែលចាប់បានកាក់ទាំងបីលើកបង្កើតបានជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង125

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានកាក់ទាំងបីលើកបង្កើតបានជាចំនួនដែលចែកដាច់នឹង125

គេមានចំនួនដែលចែកដាច់នឹងមាន: 125 250 375 500 625 750 និង 875

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=7$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{7}{504}=0.01388$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.01388}$ ។

19. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់1000៛ចំនួន 5 សន្លឹកនិងប្រាក់ 500៛ចំនួន 4 សន្លឹក។គេហូតយកក្រដាសប្រាក់ 3 សន្លឹកដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ហូតបានប្រាក់ 2500៛

២.ហូតបានប្រាក់1500៛

៣.ហូតបានប្រាក់1000៛យ៉ាងតិចចំនួនមួយសន្លឹក។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងកាបូបមានប្រាក់ចំនួន 9 សន្លឹកហើយគេហូតយក 3 សន្លឹកចេញចៃដន្យ

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!(9-3)!}=84$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ហូតបានប្រាក់ 2500៛

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ហូតបានប្រាក់ 2500៛ ដោយគេហូតយកក្រដាសប្រាក់ចំនួន 3 សន្លឹក មានន័យថាហូតបានប្រាក់1000៛ចំនួន 2 សន្លឹក និង 500៛ចំនួន 1 សន្លឹក

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(5,2)\times C(4,1)=40$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{40}{84}=0.4761$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.4761}$ ។

២.ហូតបានប្រាក់1500៛

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ហូតបានប្រាក់1500៛ ដោយគេហូតយកប្រាក់ចំនួន 3 សន្លឹក មានន័យថាហូតបានក្រដាសប្រាក់ 500៛ទាំងបីសន្លឹក

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(B)=C(4,3)=4$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{4}{84}=0.04761$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.04761}$ ។

៣.ហូតបានប្រាក់1000៛យ៉ាងតិចចំនួនមួយសន្លឹក

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ហូតបានប្រាក់ 1000 ៛យ៉ាងតិចចំនួនមួយសន្លឹក ដោយគេហូតយកប្រាក់ចំនួន 3 សន្លឹក មានន័យថាហូតបាន 1000 ៛ចំនួន 1 សន្លឹកនិង 500 ៛ចំនួន 2 សន្លឹក ឬហូតបានប្រាក់ 1000 ៛ចំនួន 2 សន្លឹកនិង 500 ៛ចំនួន 1 សន្លឹក ឬហូតបានប្រាក់ 1000 ៛ទាំងបីសន្លឹក

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(D)=C(5,1)\times C(4,2)+C(5,2)\times C(4,1)+C(5,3)=80$ ករណី ។

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{80}{84}=0.9523$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.9523}$ ។

<u>ម្យ៉ាងទៀត</u>

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ហូតបានប្រាក់ 1000 ៛យ៉ាងតិចចំនួនមួយសន្លឹក

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ D និងព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(D)=1-P(B)=1-0.04761=0.9523$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.9523}$ ។

20. ក្នុងហាងលក់សំលៀកបំពាក់មួយមានអាវកីឡាពណ៌សចំនួន 9 អាវ ពណ៌ខៀវចំនួន 12 អាវ និងពណ៌ក្រហមចំនួន 6 អាវ។បុរសម្នាក់ទិញអាវ 4 យកទៅចែកឲ្យកូនៗរបស់គាត់។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌ខៀវទាំង 4 អាវ

ខ.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌ខៀវ 2 ពណ៌ស 1 និងពណ៌ក្រហម 1

គ.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌សមួយ។

ចម្លើយ

ដោយអាវកីឡាមាន 27 អាវ ហើយបុរសម្នាក់ទិញអាវ 4 នោះករណីអាច

$n(S)=C(27,4)=\dfrac{27!}{4!(27-4)!}=17\,550$ ករណី

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក.ទិញអាវកីឡាពណ៌ខៀវទាំង 4 អាវ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ទិញអាវកីឡាពណ៌ខៀវទាំង 4 អាវ

ដោយអាវពណ៌ខៀវមាន 12 អាវ ហើយគេទិញអាវ 4 នោះចំនួនករណីស្របគឺ

$n(A)=C(12,4)=\dfrac{12!}{4!(12-4)!}=495$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{495}{17\,550}=0.0282$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0282}$ ។

ខ.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌ខៀវ 2 ពណ៌ស 1 និងពណ៌ក្រហម 1

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទិញអាវកីឡាពណ៌ខៀវ 2 ពណ៌ស 1 និងពណ៌ក្រហម 1

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=C(12,2)\times C(6,1)\times C(9,1)$

$$=\frac{12!}{2!(12-2)!}\times\frac{6!}{1!(6-1)!}\times\frac{9!}{1!(9-1)!}=3564 \text{ ករណី}$$

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3564}{17550}=0.2030$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.2030}$ ។

គ.ទិញបានអាវកីឡាពណ៌សមួយ

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ទិញអាវកីឡាពណ៌សមួយ

មានន័យថា ទិញអាវកីឡាពណ៌ស 1 ពណ៌ខៀវ 2 និងពណ៌ក្រហម 1 ឬអាវកីឡាពណ៌ស 1 ពណ៌ខៀវ 1 និងពណ៌ក្រហម 2 នោះចំនួនករណីស្របគឺ

$$n(C)=C(9,1)\times C(12,2)\times C(6,1)+C(9,1)\times C(12,1)\times C(6,2)$$

$$=\frac{9!}{1!(9-1)!}\times\frac{12!}{2!(12-2)!}\times\frac{6!}{1!(6-1)!}+\frac{9!}{1!(9-1)!}\times\frac{12!}{1!(12-1)!}\times\frac{6!}{2!(6-2)!}=5184 \text{ ករណី}$$

គេបាន $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{5184}{17550}=0.2953$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.2953}$ ។

21. ទឹកផ្លែឈើ *Green Mate* មួយកេស មានទឹកសណ្តែក 11 កំប៉ុង ទឹកដូង 8 កំប៉ុង និងទឹកត្រឡាច 5 កំប៉ុង។រតនាចាប់យកទឹកផ្លែឈើ 4 កំប៉ុងដោយចៃដន្យ។

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចាប់យកទឹកផ្លែឈើ ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "រតនាចាប់បានទឹកសណ្តែកទាំងបួនកំប៉ុង"

B "រតនាចាប់បានទឹកសណ្តែក 2 កំប៉ុង និងទឹកត្រឡាច 2 កំប៉ុង"

C "រតនាចាប់បានទឹកសណ្តែក 2 កំប៉ុង ទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង និងទឹកដូង 1 កំប៉ុង"

D "រតនាចាប់បានទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង"

ចម្លើយ

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចាប់យកទឹកផ្លែឈើ ?

ដោយទឹកផ្លែឈើមួយកេសមាន 24 កំប៉ុង ហើយរតនាចាប់យក 4 កំប៉ុងដោយចៃដន្យ

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=C(24,4)=\frac{24!}{4!(24-4)!}=10626$ ករណី។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=10626}$ ករណី។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "រតនាចាប់បានទឹកសណ្តែកទាំងបួនកំប៉ុង"

ដោយទឹកសណ្តែកមាន 11 កំប៉ុង ហើយរតនាចាប់យក 4 កំប៉ុងដោយចៃដន្យ

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(11,4)=\dfrac{11!}{4!(11-4)!}=330$ ករណី

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{330}{10626}=0.0310$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0310}$ ។

B "វេតនាចាប់បានទឹកសណ្តែក 2 កំប៉ុង និងទឹកត្រឡាច 2 កំប៉ុង"

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=C(11,2)\times C(5,2)=\dfrac{11!}{2!(11-2)!}\times\dfrac{5!}{2!(5-2)!}=550$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{550}{10626}=0.0517$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0517}$ ។

C "វេតនាចាប់បានទឹកសណ្តែក 2 កំប៉ុង ទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង និងទឹកដូង 1 កំប៉ុង"

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(C)=C(11,2)\times C(5,1)\times C(8,1)=2200$ ករណី

គេបាន $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{2200}{10626}=0.2070$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.2070}$ ។

D "វេតនាចាប់បានទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង"

មានន័យថា វេតនាចាប់បានទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង ទឹកសណ្តែក 2 កំប៉ុង និងទឹកដូង 1 កំប៉ុង ឬបានទឹកត្រឡាច 1 កំប៉ុង ទឹកសណ្តែក 1 កំប៉ុង និងទឹកដូង 2 កំប៉ុង នោះចំនួនកណីអាចគឺ

$$n(D)=C(5,1)\times C(11,2)\times C(8,1)+C(5,1)\times C(11,1)\times C(8,2)$$

$$=\frac{5!}{1!(5-1)!}\times\frac{11!}{2!(11-2)!}\times\frac{8!}{1!(8-1)!}+\frac{5!}{1!(5-1)!}\times\frac{11!}{1!(11-1)!}\times\frac{8!}{2!(8-2)!}=3740 \text{ ករណី}$$

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{3740}{10626}=0.3519$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.3519}$ ។

22. ក្នុងហាងលក់ថាសចម្រៀងមួយកន្លែងមានថាសចម្រៀងបុរាណ 7 សម័យ 10 និង Remix 12 ។ បុរសម្នាក់បានទិញថាសចម្រៀង 4 ដោយចៃដន្យ។

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការទិញថាសចម្រៀងនេះ ?

២.ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A :ទិញបានសុទ្ធតែថាសចម្រៀងសម័យ

B :ទិញបានថាសចម្រៀងសម័យ 2 និងបុរាណ 2

C :ទិញបានថាសចម្រៀងសម័យ 3 និង Remix 1

D :ទិញបានថាសចម្រៀង Remix យ៉ាងតិចពីរ។

ចម្លើយ

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការទិញថាសចម្រៀងនេះ?

ដោយថាសចម្រៀងសរុបមាន 29 ថាស គេទិញយក 4 ថាស នោះចំនួនករណីអាចកើតមានឡើងគឺ

$n(S)=C(29,4)=\dfrac{29!}{(29-4)!4!}=23751$ របៀប។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=23751}$ របៀប ។

២.ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A :ទិញបានសុទ្ធតែថាសចម្រៀងសម័យ

នោះ $n(A)=C(10,4)=\dfrac{10!}{(10-4)!4!}=210$ របៀប។

គេបានប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{210}{23751}=0.0088$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0088}$ ។

B:ទិញបានថាសចម្រៀងសម័យ 2 និងបុរាណ 2

នោះ $n(B)=C(10,2)\times C(7,2)=\dfrac{10!}{(10-2)!2!}\times\dfrac{7!}{(7-2)!2!}=45\times 21=945$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{945}{23751}=0.0397$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0397}$ ។

C :ទិញបានថាសចម្រៀងសម័យ 3 និងRemix1

នោះ $n(C)=C(10,3)\times C(12,1)=\dfrac{10!}{(10-3)!3!}\times\dfrac{12!}{(12-1)!1!}=120\times 12=1440$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{1440}{23751}=0.0606$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.0606}$ ។

D:ទិញបានថាសចម្រៀងRemixយ៉ាងតិចពីរ

មានន័យថា ទិញបានRe. 2 ស.1 និងប.1 ឬRe. 3 និងស.1 ឬRe. 3 និងប.1 ឬRe. 4

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$$n(D)=C(12,2)\times C(7,1)\times C(10,1)+C(12,3)\times C(7,1)+C(12,1)\times C(10,1)+C(12,4)$$

$$=\frac{12!}{(12-2)!2!}\frac{10!}{(10-1)!1!}\frac{7!}{(7-1)!1!}+\frac{12!}{(12-3)!3!}\frac{10!}{(10-1)!1!}+\frac{12!}{(12-1)!1!}\frac{7!}{(7-1)!1!}+\frac{12!}{(12-4)!4!}$$

$=66\times 10\times 7+220\times 10+220\times 7+495=8855$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{8855}{23751}=0.3728$

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.3728}$ ។

23. កាបូបមួយមានដាក់សៀវភៅគណិតវិទ្យា 5 ក្បាល សៀវភៅរូបវិទ្យា 3 ក្បាល និងសៀវភៅគីមីវិទ្យា 1 ក្បាល។គេចាប់យកសៀវភៅ 3 ក្បាលចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.សៀវភៅគីមីមួយក្បាល

២.សៀវភៅគណិត 2 ក្បាល និងសៀវភៅរូបវិទ្យា 1 ក្បាល

៣.យ៉ាងតិចសៀវភៅគណិតវិទ្យាមួយក្បាល។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងកាបូបមួយមានសៀវភៅ 9 ក្បាលហើយគេចាប់យកសៀវភៅ 3 ក្បាលដោយចៃដន្យ

នោះចំនួនករណីអាចកើតឡើងគឺ $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{3!(9-3)!}=84$ ករណី។

តាង M ជាសៀវភៅគណិតវិទ្យា

P ជាសៀវភៅរូបវិទ្យា

C ជាសៀវភៅគីមីវិទ្យា

រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន៖

១.សៀវភៅគីមីមួយក្បាល

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានសៀវភៅគីមីមួយក្បាល មានន័យថាគេចាប់បាន

$C1$ ក្បាល $M1$ ក្បាល និង $P1$ ក្បាល ឬ $C1$ ក្បាលនិង $M2$ ក្បាល ឬ $C1$ ក្បាល និង $P2$ ក្បាល

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(A)=C(1,1)\times C(5,1)\times C(3,1)+C(1,1)\times C(5,2)+C(1,1)\times C(3,2)=28$

គេបាន $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{28}{84}=0.3334$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.3334}$ ។

២.សៀវភៅគណិត 2 ក្បាល និងសៀវភៅរូបវិទ្យា 1 ក្បាល

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានសៀវភៅគណិត 2 ក្បាល និងសៀវភៅរូបវិទ្យា 1 ក្បាល

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(B)=C(5,2)\times C(3,1)=30$ ករណី

គេបាន $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{30}{84}=0.3571$

ដូនេះ $\boxed{P(B)=0.3571}$ ។

៣.យ៉ាងតិចសៀវភៅគណិតវិទ្យាមួយក្បាល

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានសៀវភៅគណិតយ៉ាងតិចមួយក្បាល

មានន័យថាគេចាប់បាន $M1$ ក្បាល $P1$ ក្បាល និង $C1$ ក្បាល ឬ $M1$ ក្បាល និង $P2$ ក្បាល ឬ $M2$ ក្បាល និង $P1$ ក្បាល ឬ $M2$ ក្បាល និង $C1$ ក្បាល ឬ $M3$ ក្បាល

នោះចំនួនករណីស្របគឺ $n(D)=C(5,1)\times C(3,1)\times C(1,1)+C(5,1)\times C(3,2)+C(5,2)\times C(3,1)$

$+C(5,2)\times C(1,1)+C(5,3)=80$ ករណី

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{80}{84}=0.9523$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.9523}$ ។

24. ក្នុងភូមិមួយមានគ្រួសារក្រីក្រចំនួន 3 គ្រួសារ ដែលគ្រួសារ A មានសមាជិក 8 នាក់ គ្រួសារ B មានសមាជិក 7 នាក់ គ្រួសារ C មានសមាជិក 11 នាក់។គេជ្រើសរើសមនុស្ស 6 នាក់យកទៅបណ្តុះបណ្តាលវិជ្ជាជីវៈដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A ទាំងអស់

២.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ C ទាំងអស់

៣.ជ្រើសរើសបានមនុស្ស 2 ក្នុងគ្រួសារនីមួយៗ

៤.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A យ៉ាងតិច 3 នាក់

៥.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ B យ៉ាងតិច 4 នាក់។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងភូមិមួយមានមនុស្ស 26 នាក់ គេជ្រើសរើសមនុស្ស 6 នាក់ នោះចំនួនករណីអាចកើតឡើងគឺ

$n(S)=C(26,6)=\dfrac{26!}{6!(26-6)!}=230\,230$ ករណី

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A ទាំងអស់

តាង A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A ទាំងអស់

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ $n(A_1)=C(8,6)=\dfrac{8!}{6!(8-6)!}=28$ ករណី

គេបាន $P(A_1)=\dfrac{n(A_1)}{n(S)}=\dfrac{28}{230\,230}=0.00012$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A_1)=0.00012}$ ។

២.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ C ទាំងអស់

តាង C_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ C ទាំងអស់

ដោយក្នុងគ្រួសារ C មានមនុស្ស 11 នាក់ គេជ្រើសរើស 6 នាក់ នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$n(C_1)=C(11,6)=\dfrac{11!}{6!(11-6)!}=462$ ករណី

គេបាន $P(C_1)=\dfrac{n(C_1)}{n(S)}=\dfrac{462}{230\,230}=0.0020$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C_1)=0.0020}$ ។

៣.ជ្រើសរើសបានមនុស្ស 2 ក្នុងគ្រួសារនីមួយៗ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានមនុស្ស 2 ក្នុងគ្រួសារនីមួយៗនោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$n(D)=C(8,2)\times C(7,2)\times C(11,2)=\dfrac{8!}{2!(8-2)!}\times\dfrac{7!}{2!(7-2)!}\times\dfrac{11!}{2!(11-2)!}$

$=28\times 21\times 55=32340$ ករណី

គេបាន $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{32340}{230230}=0.1404$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.1404}$ ។

៤.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A យ៉ាងតិច 3 នាក់

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A យ៉ាងតិច 3 នាក់

មានន័យថា ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ A 3 នាក់ គ្រួសារ B 1នាក់ និងគ្រួសារ C 2 នាក់

ឬគ្រួសារ A 3 នាក់ គ្រួសារ B 2 នាក់ និងគ្រួសារ C 1នាក់។

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$n(E)=C(8,3)\times C(7,1)\times C(11,2)+C(8,3)\times C(7,2)\times C(11,1)$

$=\dfrac{8!}{3!(8-3)!}\times\dfrac{7!}{1!(7-1)!}\times\dfrac{11!}{2!(11-2)!}+\dfrac{8!}{3!(8-3)!}\times\dfrac{7!}{2!(7-2)!}\times\dfrac{11!}{1!(11-1)!}$

$=21560+12936=34496$ ករណី ។

គេបាន $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(S)}=\dfrac{34496}{230230}=0.1498$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(E)=0.1498}$ ។

៥.ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ B យ៉ាងតិច 4 នាក់

តាង F ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ B យ៉ាងតិច 4 នាក់

មានន័យថា ជ្រើសរើសបានមនុស្សក្នុងគ្រួសារ B 4 នាក់ គ្រួសារ A 1នាក់ និងគ្រួសារ C 1នាក់

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ $n(F)=C(7,4)\times C(8,1)\times C(11,1)$

$=\dfrac{7!}{4!(7-4)!}\times\dfrac{8!}{1!(8-1)!}\times\dfrac{11!}{1!(11-1)!}=3080$ ករណី

គេបាន $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(S)}=\dfrac{3080}{230230}=0.0133$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(F)=0.0133}$ ។

25. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីក្រហម 8 គ្រាប់ ឃ្លីខៀវ 10 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 5 គ្រាប់និងឃ្លីស 4 គ្រាប់។គេចាប់យកឃ្លី 7 គ្រាប់ដោយចៃដន្យ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន៖

១.ឃ្លីខៀវទាំងអស់

២.ឃ្លីខ្មៅ 4 គ្រាប់ និងឃ្លីស 3 គ្រាប់

៣.ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 2 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

៤.ឃ្លីស 1គ្រាប់ ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 1គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

ចម្លើយ

ដោយឃ្លីក្នុងថង់មាន 27 គ្រាប់ គេចាប់យកឃ្លី 7 គ្រាប់ចេញ នោះចំនួនករណីអាចគឺ

$$n(S)=C(27,7)=\frac{27!}{7!(27-7)!}=888030$$

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន៖

១.ឃ្លីខៀវទាំងអស់

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីខៀវទាំងអស់

ដោយឃ្លីខៀវមាន 10 គ្រាប់ ហើយគេចាប់ឃ្លី 7 គ្រាប់ចេញ នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$$n(A)=C(10,7)=\frac{10!}{7!(10-7)!}=120$$ ករណី ។

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{120}{888030}=0.00013$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.00013}$ ។

២.ឃ្លីខ្មៅ 4 គ្រាប់ និងឃ្លីស 3 គ្រាប់

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីខ្មៅ 4 គ្រាប់ និងឃ្លីស 3 គ្រាប់

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ $n(B)=C(5,4)\times C(4,3)=\frac{5!}{4!(5-4)!}\times\frac{4!}{3!(4-3)!}=20$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{20}{888030}=0.000022$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.000022}$ ។

៣.ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 2 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 2 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

នោះចំនួនករណណីកើតឡើងគឺ $n(C)=C(8,2)\times C(5,2)\times C(10,3)$

$$=\frac{8!}{2!(8-2)!}\times\frac{5!}{2!(5-2)!}\times\frac{10!}{3!(10-3)!}=33600$$ ករណី

គេបាន $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{33600}{888030}=0.0378$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.0378}$ ។

៤.ឃ្លីស 1 គ្រាប់ ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 1 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីស 1 គ្រាប់ ឃ្លីក្រហម 2 គ្រាប់ ឃ្លីខ្មៅ 1 គ្រាប់ និងឃ្លីខៀវ 3 គ្រាប់

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ $n(D)=C(4,1)\times C(8,2)\times C(5,1)\times C(10,3)$

$$=\frac{4!}{1!(4-1)!}\times\frac{8!}{2!(8-2)!}\times\frac{5!}{1!(5-1)!}\times\frac{10!}{3!(10-3)!}=67200$$ ករណី

គេបាន $P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{67200}{888030}=0.0756$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(D)=0.0756}$ ។

26. គេតម្រៀបក្មេងប្រុស 4 នាក់ និងក្មេងស្រី 3 នាក់ឲ្យឈរជាជួរដើម្បីទទួលអំណោយ។

១.តើការឈរនេះធ្វើបានប៉ុន្មានរបៀប ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល

A "ក្មេងប្រុសឈរនៅចុងសងខាង"

B "ក្មេងប្រុសឈរនៅជិតគ្នា"

C "ក្មេងស្រីឈរនៅសងខាង"។

ចម្លើយ

១.តើការឈរនេះធ្វើបានប៉ុន្មានរបៀប ?

ដោយគេតម្រៀបក្មេងប្រុស 4 នាក់និងស្រី 3 នាក់ សរុប 7 នាក់

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=7!=5040$ ករណី។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែល

$.A$ "ក្មេងប្រុសឈរនៅចុងសងខាង"

ដោយក្មេងប្រុសឈរនៅចុងសងខាង នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$n(A)=P(4,2)\times 5!=\frac{4!}{2!}\times 5!=1440$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1440}{5040}=0.2857$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.2857}$ ។

$.B$ "ក្មេងប្រុសឈរនៅជិតគ្នា"

ដោយក្មេងប្រុសឈរនៅជិតគ្នា នោះចំនួនករណីដែលកើតឡើងគឺ

$n(B)=4!\times 4!=576$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{576}{5040}=0.1142$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.1142}$ ។

$.C$ "ក្មេងស្រីឈរនៅសងខាង"

ដោយក្មេងស្រីឈរនៅសងខាង នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ

$n(C)=P(3,2)\times 5!=\frac{3!}{2!}\times 5!=360$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{360}{5040}=0.0714$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.0714}$ ។

27. ការប្រឡងមួយគ្រូបានឲ្យសំណួរត្រៀម100 សំណួរ។សិស្សម្នាក់រៀបចំចម្លើយបាន 25% នៃសំណួរទាំងអស់។រកប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់នោះចាប់បានបីសំណួរ។

១.ត្រៀមចម្លើយទាំងបីសំណួរ

២.គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមចម្លើយមួយសោះ

៣.យ៉ាងតិចបានមួយសំណួរត្រៀមចម្លើយហើយ។

ចម្លើយ

ដោយការប្រឡងមួយគ្រូបានឲ្យសំណួរត្រៀម100 សំណួរ ហើយសិស្សម្នាក់ចាប់បានបីសំណួរ នោះចំនួនករណីអាចកើតឡើងគឺ $n(S)=C(100,3)=\frac{100!}{3!(100-3)!}=161700$ ករណី

រកប្រូបាបដែលសិស្សម្នាក់នោះចាប់បាន

១.ត្រៀមចម្លើយទាំងបីសំណួរ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សម្នាក់នោះត្រៀមចម្លើយទាំងបីសំណួរ

ដោយសិស្សម្នាក់រៀបចំចម្លើយបាន 25% នៃសំណួរទាំងអស់ មានន័យថាត្រៀមបាន 25 សំណួរ

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ $n(A)=C(25,3)=\frac{25!}{3!(25-3)!}=2300$ ករណី

គេបាន $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2300}{161700}=0.0142$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.0142}$ ។

២.គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមចម្លើយមួយសោះ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សម្នាក់នោះគ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមចម្លើយមួយសោះ

ដោយសំណួរដែលសិស្សមិនបានត្រៀមគឺ $100-25=75$ សំណួរ

នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ $n(B)=C(75,3)=\frac{75!}{3!(75-3)!}=67525$ ករណី

គេបាន $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{67525}{161700}=0.4175$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4175}$ ។

៣.យ៉ាងតិចបានមួយសំណួរត្រៀមចម្លើយហើយ

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍សំណួរត្រៀមចម្លើយមួយយ៉ាងតិច

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ C និងព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នា

គេបាន $P(C)=1-P(A)=1-0.4175=0.5825$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.5825}$ ។

<u>ម្យ៉ាងទៀត</u>

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍សំណួរត្រៀមចម្លើយមួយយ៉ាងតិច មានន័យថា សំណួរត្រៀមចម្លើយ1 និង សំណួរគ្មានត្រៀមចម្លើយ 2 ឬសំណួរត្រៀមចម្លើយ 2 និងសំណួរគ្មានត្រៀមចម្លើយ1ឬសំណួរត្រៀម ចម្លើយ 3 នោះចំនួនករណីកើតឡើងគឺ៖

$$n(C)=C(25,1)\times C(75,2)+C(25,2)\times C(75,1)+C(25,3)$$

$$=\frac{25!}{1!(25-1)!}\times\frac{75!}{2!(75-2)!}+\frac{25!}{2!(25-2)!}\times\frac{75!}{1!(75-1)!}+\frac{25!}{3!(25-3)!}=94175 \text{ ករណី}$$

គេបាន $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{94175}{161700}=0.5824$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.5824}$ ។

28. គេប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើ លេខ 0 ទេ។

១.តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបង្កើតបាន៖

A "ចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា"

B "ចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា"។

ចម្លើយ

១.តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើ?

ដើម្បីសរសេរលេខខ្ទង់ចេញពីលេខ ដល់ ដោយលេខដំបូងមិនប្រើលេខ នោះ

ខ្ទង់ពាន់ 9 ជម្រើស

ខ្ទង់រយ 10 ជម្រើស

ខ្ទង់ដប់ 10 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយ 10 ជម្រើស

តាមគោលការណ៍របាប់ ចំនួនករណីអាច $n(s)=9\times10\times10\times10=9000$ របៀប

ដូចនេះ គេអាចសរសេរបានចំនួន $n(s)=9000$ របៀប ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបង្កើតបាន៖

A "ចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា"

មានន័យថាក្នុងចំណោមលេខ 4 ខ្ទង់មិនមានលេខច្រំដែលទេ នោះ

ខ្ទង់ពាន់មាន 9 ជម្រើស

ខ្ទង់រយមាន 9 ជម្រើស

ខ្ទង់ដប់មាន 8 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយមាន 7 ជម្រើស

គេបាន $n(A)=9\times9\times8\times7=4536$ របៀប

នោះប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{4536}{9000}=0.504$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.504}$ ។

B "ចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា"។

មានន័យថាលេខទាំងខ្ទង់ដូចគ្នាទាំងអស់គឺ

$\{(1111),(2222),(3333),(4444),(5555),(6666),(7777),(8888),(9999)\}$

នោះ $n(B)=9$ របៀប។

គេបានប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{9}{9000}=0.001$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.001}$ ។

29. សោរសម្ងាត់មួយមានលេខ 4 ខ្ទង់ផ្សំឡើងពីលេខ 1 ដល់ 8 ។ដើម្បីបើកសោរសម្ងាត់នេះគេគ្រាន់តែដឹងថាលេខដែលបើកបានមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា។

១.តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីបើកសោរនេះបាន ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A "លេខសម្ងាត់ខ្ទង់ទី 2 ជាលេខ 7

B "លេខខាងចុងពីរខ្ទង់ជាលេខ 23

C "លេខខ្ទង់ទី 1 ជាលេខ 5 និងខ្ទង់ទី 4 ជាលេខ 4

ចម្លើយ

១.រកចំនួនរបៀបនៃការដោះសោរនេះ

ដោយគេជ្រើសលេខពី ដល់ ដើម្បីបើកសោរដែលមានលេខ ខ្ទង់ខុសគ្នានោះគេបាន

ខ្ទង់ពាន់មាន 8 ជម្រើស

ខ្ទង់រយមាន 7 ជម្រើស

ខ្ទង់ដប់មាន 6 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយមាន 5 ជម្រើស

នោះចំនួនករណីអាចគឺ $n(S)=8\times7\times6\times5=1680$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=1680}$ របៀប

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

A "លេខសម្ងាត់ខ្ទង់ទី 2 ជាលេខ 7 គេបាន៖

ខ្ទង់ពាន់មាន 7 ជម្រើស

ខ្ទង់រយមាន 1 ជម្រើស

ខ្ទង់ដប់មាន 6 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយមាន 5 ជម្រើស

នោះឲ្យ $n(A)=7\times1\times6\times5=210$ របៀប ។

គេបានប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{210}{1680}=0.125$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.125}$ ។

B "លេខខាងចុងពីរខ្ទង់ជាលេខ 23 គេបាន

ខ្ទង់ពាន់មាន 6 ជម្រើស

ខ្ទង់រយមាន 5 ជម្រើស

ខ្ទង់ដប់មាន 1 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយមាន 1 ជម្រើស

នាំឲ្យ $n(B)=6\times5\times1\times1=30$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{30}{1680}=0.017$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.017}$ ។

C "លេខខ្ទង់ទី 1 ជាលេខ 5 និងខ្ទង់ទី 4 ជាលេខ 4 គេបាន

ខ្ទង់ពាន់មាន 1 ជម្រើស

ខ្ទង់រយមាន 6 ជម្រើស

ខ្ទង់ដប់មាន 5 ជម្រើស

ខ្ទង់រាយមាន 1 ជម្រើស

នាំឲ្យ $n(C)=1\times6\times5\times1=30$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{30}{1680}=\frac{1}{56}=0.017$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.017}$ ។

30. ទេសចរណ៍ម្នាក់សម្រាកក្នុងក្រុង A ដើម្បីទស្សនាក្រុង B,C,D,E និង F ។

១.តើដំណើរទស្សនាក្រុងទាំង 5 មានប៉ុន្មានរបៀប?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលដំណើរទស្សនាក្រុងទាំង 5 ៖

A "ដោយយកក្រុង D ជាក្រុងទស្សនាទី 3"

B "បើទីក្រុង C ត្រូវទស្សនាមុនទីក្រុង D" ។

ចម្លើយ

១.រកចំនួនរបៀបនៃការទស្សនាក្រុងទាំង 5

ដោយដំណើរកំសាន្តចេញពីក្រុង A ដើម្បីទស្សនាក្រុង B,C,D,E និង F

ដំណើរ ចេញពីក្រុង A មាន 5 ជម្រើស

ចេញពីក្រុងទី 2 មាន 4 ជម្រើស

ចេញពីក្រុងទី 3 មាន 3 ជម្រើស

ចេញពីក្រុងទី 4 មាន 2 ជម្រើស

ចេញពីក្រុងទី 5 មាន 1 ជម្រើស

តាមគោលការណ៍រាប់ $n(S)=5\times4\times3\times2\times1=5!=120$ របៀប។

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=120}$ របៀប។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលដំណើរទស្សនាក្រុងទាំង 5 ៖

A "ដោយយកក្រុង D ជាក្រុងទស្សនាទី 3"

គេបានដំណើរកំសាន្តចេញពី

ក្រុងទី 1 មាន 4 ជម្រើស

ក្រុងទី 2 មាន 3 ជម្រើស

ក្រុងទី 3 មាន 1 ជម្រើស

ក្រុងទី 4 មាន 2 ជម្រើស

ក្រុងទី 5 មាន 1 ជម្រើស

នាំឲ្យ $n(A)=4\times3\times1\times2\times1=24$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{24}{120}=\dfrac{1}{5}=0.2$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.2}$ ។

B "បើទីក្រុងជ C ត្រូវទស្សនាមុនទីក្រុង D"

គឺមាន $(C****),(*C***),(**C**),(***CD)$

ករណី $(C****)$ គេបាន $=1\times4!=24$ របៀប

$(*C***)$ គេបាន $=3\times1\times3!=18$ របៀប

$(**C**)$ គេបាន $=3\times2\times1\times2!=12$ របៀប

$(***CD)$ គេបាន $=3!\times1\times1=6$ របៀប

គេបានករណីសរុប $n(B)=24+18+12+6=60$ របៀប

នោះប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}=0.5$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.5}$ ។

31. គេមានផ្លូវ 4 សម្រាប់ធ្វើដំណើរពីក្រុង A ទៅក្រុង B និងផ្លូវ 3 ដែលភ្ជាប់ពីក្រុង B ទៅក្រុង C ។ រថយន្តក្រុងដឹកអ្នកទេសចរណ៍កំសាន្តចេញពីក្រុង A ចុះសម្រាកក្នុងក្រុង B រួចចេញពីក្រុង B ឆ្ពោះទៅក្រុង C ហើយធ្វើដំណើរត្រឡប់មកក្រុង A វិញដោយចុះសម្រាកក្នុងក្រុង B ទៀត។

១.តើអ្នកទេសចរណ៍អាចជ្រើសរើសផ្លូវធ្វើដំណើរកំសាន្តបានប៉ុន្មានរបៀប ?

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅ មិនត្រូវបានប្រើសម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញ"

B "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅត្រូវបានប្រើដដែលសម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញតែផ្លូវនៅចន្លោះក្រុង B និងក្រុង C"

C "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅត្រូវបានប្រើដដែលតែមួយចន្លោះគត់សម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញ"។

ចម្លើយ

១.រកចំនួនរបៀបនៃការធ្វើដំណើរការកំសាន្ត

ដោយការធ្វើដំណើរកំសាន្តពីក្រុង $A \to C$ មាន $4\times3=12$ ជម្រើស

និងការធ្វើដំណើរត្រលប់ពី C មក A គឺ $C \to A$ មាន $3\times4=12$ ជម្រើស

នោះ $n(S)=12\times12=144$ របៀប

ដូចនេះ $\boxed{n(S)=144}$ របៀប

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅ មិនត្រូវបានប្រើសម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញ"

នោះពីក្រុង $A \to C$ មាន $4\times3=12$ ជម្រើស

ពីក្រុង $C \to A$ មាន $3\times2=6$ ជម្រើស

នោះ $n(A)=4\times3\times2\times3=72$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{72}{144}=\dfrac{1}{2}=0.5$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.5}$ ។

.B "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅត្រូវបានប្រើដដែលសម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញតែផ្លូវនៅចន្លោះក្រុង B និងក្រុង C"

នោះពីក្រុង $A \to C$ មាន $4\times3=12$ ជម្រើស

ពីក្រុង $C \to A$ មាន $1\times3=3$ ជម្រើស

នោះ $n(B)=3\times4\times3=36$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{36}{144}=\dfrac{1}{4}=0.25$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.25}$ ។

C "ផ្លូវដែលធ្វើដំណើរទៅត្រូវបានប្រើដដែលតែមួយចន្លោះគត់សម្រាប់ការត្រឡប់មកវិញ"។

មានន័យថាគេត្រលប់មកវិញគេអាចប្រើផ្លូវដដែលនៅចន្លោះក្រុង CB និង CA ។

+ករណីប្រើនៅចន្លោះក្រុង CB គេបាន

ពេលទៅមាន $4\times3=12$ ជម្រើស

ពេលមកវិញមាន $1\times3=3$ ជម្រើស

នោះ $12\times3=36$ របៀប

+ករណីប្រើនៅចន្លោះក្រុង CA គេបាន

ពេលទៅមាន $4\times3=12$ ជម្រើស

ពេលមកវិញមាន $2\times1=2$ ជម្រើស

នោះ $12\times2=24$ របៀប

តាមគោលការណ៍របាប់ $\Rightarrow n(C)=24+36=60$ របៀប

គេបានប្រូបាប $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{60}{144}=\dfrac{5}{12}=0.4166$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.4166}$ ។

32. ឧបមាថាថ្នាក់ទី12 មួយប្រូបាបដើម្បីឲ្យសិស្សម្នាក់ជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាមានប្រូបាប 0.4 ដើម្បីឲ្យចូលចិត្តរៀនខ្មែរមាន 0.6 និងប្រូបាបដើម្បីឲ្យចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាផងរៀនខ្មែរផង 0.2 ។រកប្រូបាបដើម្បីឲ្យសិស្សម្នាក់៖

១.ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងមិនចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

២.ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

៣.មិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងចូលចិត្តរៀនខ្មែរ។

ចម្លើយ

តាង M ជាព្រឹត្តិការណ៍សិស្សចូលចឹត្តរៀនគណិតវិទ្យា

K ជាព្រឹត្តិការណ៍សិស្សចូលចឹត្តរៀនភាសាខ្មែរ

$M\cap K$ ជាព្រឹត្តិការណ៍សិស្សចូលចឹត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងភាសាខ្មែរ

គេបាន $P(M)=0.4$ $P(K)=0.6$ $\&P(M\cap K)=0.2$

រកប្រូបាបដើម្បីឲ្យសិស្សម្នាក់៖

១.ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងមិនចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

គេបាន $P(M\cap\bar{K})=P(M)-P(M\cap K)$

$=0.4-0.2=0.2$

ដូចនេះ $\boxed{P(M\cap\bar{K})=0.2}$ ។

២.ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

គេបាន $P(M\cup\bar{K})=P(M)+P(K)-P(M\cap K)$

$=0.4+0.6-0.2=0.8$

ដូចនេះ $\boxed{P(M\cup\bar{K})=0.8}$ ។

៣.មិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងចូលចិត្តរៀនខ្មែរ

គេបាន $P(\bar{M}\cap K)=P(K)-P(M\cap K)$

$=0.6-0.2=0.4$

ដូចនេះ $\boxed{P(\bar{M}\cap K)=0.4}$ ។

33. ឧបមាថាយើងមានថង់ពីរគឺថង់ A មានផ្ទុកប៊ូលស 3 និងប៊ូលខ្មៅ 2 ចំណែកថង់ B មានផ្ទុកប៊ូលស 2 និងប៊ូលខ្មៅ 4 ។គេចាប់យកប៊ូលពីថង់ A ហើយដាក់ចូលក្នុងថង់ B បន្ទាប់មកទាញយកប៊ូលមួយពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ។

១.រកប្រូបាបដែលគេចាប់លើកទីមួយបានប៊ូលសបន្ទាប់មកបានប៊ូលខ្មៅនៅលើកទីពីរ

២.រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅទាំងពីរលើក

៣.រកប្រូបាបដែលធ្វើឲ្យចំនួនប៊ូលស មិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើពិសោធន៍ចប់។

ចម្លើយ

ក្នុងថង់ A មានប៊ូលស 3 ខ្មៅ 2 នោះប៊ូលសរុប 5 និងថង់ B មានប៊ូលស 2 ខ្មៅ 4 នោះប៊ូល 6 សរុប

ដោយគេយកប៊ូលពីថង់ A ដាក់ចូលក្នុងថង់ B រួចយកប៊ូលពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញ

គេបានករណីអាចគឺ $n(S)=C(5,1)\times C(7,1)=5\times 7=35$ របៀប ។

១.រកប្រូបាបដែលគេចាប់លើកទីមួយបានប៊ូលសបន្ទាប់មកបានប៊ូលខ្មៅនៅលើកទីពីរ

តាង M ជាព្រឹត្តិការណ៍គេចាប់លើកទីមួយបានប៊ូលសបន្ទាប់មកបានប៊ូលខ្មៅនៅលើកទីពីរ

មានន័យថាគេចាប់បានប៊ូលសមួយពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B រួចយកប៊ូលខ្មៅមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញគេបាន $n(M)=C(3,1)\times C(4,1)=3\times 4=12$ របៀប។

នោះប្រូបាប $P(M)=\dfrac{n(M)}{n(S)}=\dfrac{12}{35}=0.3428$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(M)=0.3428}$ ។

២.រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅទាំងពីរលើក

តាង N ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅទាំងពីរលើក

មានន័យថាគេចាប់បានប៊ូលខ្មៅមួយពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B រួចយកប៊ូលខ្មៅមួយពីថង់ B ដាក់ចូលក្នុងថង់ A វិញគេបាន $n(N)=C(2,1)\times C(5,1)=2\times 5=10$

នោះប្រូបាប $P(N)=\dfrac{n(N)}{n(S)}=\dfrac{10}{35}=0.2857$

ដូចនេះ $\boxed{P(N)=0.2857}$ ។

៣.រកប្រូបាបដែលធ្វើឲ្យចំនួនប៊ូលស មិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើពិសោធន៍ចប់

តាង R ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលធ្វើឲ្យចំនួនប៊ូលស មិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើពិសោធន៍ចប់

គឺ(សស)ឬ(ខខ)គេបាន $P(R)=C(3,1)\times C(3,1)+C(2,1)\times C(5,1)=3\times 3+2\times 5=19$

នោះប្រូបាប $P(R)=\dfrac{n(R)}{n(S)}=\dfrac{19}{35}=0.5428$

ដូចនេះ $\boxed{P(R)=0.5428}$ ។

34. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 3 គឺ a b c ។គេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចំនួនពីរលើកចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ហើយដាក់ចូលវិញ។

១.ចូរកំណត់លំហសំណាក S និងព្រឹត្តិការណ៍៖

A "ចាប់បានឃ្លីផ្សេងគ្នា"

B "ចាប់ឃ្លី b នៅលើកទីមួយ"

២.គណនាប្រូបាប $P(A)$ $P(B)$ $P(A\cap B)$ $P(A\cup B)$

ចម្លើយ

១.ចូរកំណត់លំហសំណាកនិងព្រឹត្តិការណ៍ $A\&B$

ដោយគេមានឃ្លី 3 គឺ a,b,c ហើយគេចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចំនួនពីរលើកចេញពីថង់រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ នោះគេបានលំហសំណាក S គឺ

$S=\{(aa),(ab),(ac),(ba),(bb),(bc),(ca),(cb),(cc)\} \Rightarrow n(S)=9$ ករណី

$+A$ "ចាប់បានឃ្លីផ្សេងគ្នា"

$\Rightarrow A=\{(ab),(ac),(ba),(bc),(ca),(cb)\} \Rightarrow n(A)=6$ ករណី

$+B$ "ចាប់ឃ្លី b នៅលើកទីមួយ"

$\Rightarrow B=\{(ba),(bb),(bc)\} \Rightarrow n(B)=3$ ករណី

២.គណនាប្រូបាប

$+P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}=0.6666$

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.6666}$ ។

$+P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}=0.3333$

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.3333}$ ។

$+P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{2}{9}=0.2222$ ព្រោះ $n(A\cap B)=2$

ដូចនេះ $\boxed{P(A\cap B)=0.2222}$ ។

$+P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{6}{9}+\dfrac{3}{9}-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A\cup B)=\dfrac{7}{9}}$

35. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី 6 : ឃ្លី 3 មានលេខ 1 ឃ្លី 2 មានលេខ 2 និងឃ្លី 1 មានលេខ 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។

ក. ចូរកំណត់លំហសំណាក S និងគណនាប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗក្នុងលំហសំណាក។

ខ. គណនាប្រូបាបដែលយកបានឃ្លី 2 មានលេខខុសគ្នា។ យកបានឃ្លីលេខ 1 តែមួយគត់។ យកបានឃ្លីលេខ 1 យ៉ាងតិចមួយ។

គ. គណនាប្រូបាបដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4 ។

ចម្លើយ

ក. កំណត់លំហសំណាក S និងគណនាប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗក្នុងលំហសំណាក:

-កំណត់លំហសំណាក S :

ដោយឃ្លីសរុបមាន 6 គ្រាប់ដែលមានបីប្រភេទខុសៗគ្នាហើយគេចាប់យកឃ្លី 2 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ នោះគេបានលំហសំណាក S កំណត់ដោយ៖

$S=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3)\}$

-គណនាប្រូបាបនៃលទ្ធផលនីមួយៗក្នុងលំហសំណាក:

ដោយឃ្លីទាំងអស់មាន 6 គ្រាប់ ហើយគេចាប់យកម្តង 2 គ្រាប់ដោយចៃដន្យនោះគេបាន៖

$n(S)=C(6,2)=\dfrac{6!}{(6-2)!2!}=\dfrac{4!\cdot 5\cdot 6}{4!\cdot 2\cdot 1}=15$ របៀប

$$P(11)=\frac{C(3,2)}{C(6,2)}=\frac{\frac{3!}{(3-2)!2!}}{\frac{6!}{(6-2)!2!}}=\frac{3}{15}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

$$P(12)=\frac{C(3,1)\cdot C(2,1)}{C(6,2)}=\frac{\frac{3!}{(3-1)!1!}\times\frac{2!}{(2-1)!1!}}{\frac{6!}{(6-2)!2!}}=\frac{3\times 2}{15}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

$$P(13)=\frac{C(3,1).C(1,1)}{C(6,2)}=\frac{\frac{3!}{(3-1)!1!}\times 1}{\frac{6!}{(6-2)!2!}}=\frac{3}{15}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

$$P(22)=\frac{C(2,2)}{C(6,2)}=\frac{\frac{2!}{(2-2)!2!}}{\frac{6!}{(6-2)!2!}}=\boxed{\frac{1}{15}}\ ,\ P(23)=\frac{C(2,1).C(1,1)}{C(6,2)}=\frac{\frac{2!}{(2-1)!1!}\times 1}{\frac{6!}{(6-2)!2!}}=\boxed{\frac{2}{15}}$$

ខ. -គណនាប្រូបាបដែលយកបានឃ្លី 2 មានលេខខុសគ្នា:

មានន័យថាគេអាចចាប់បានបីរបៀបគឺ៖ $(1,2)$ ឬ $(1,3)$ ឬ $(2,3)$ ។

តាង: A «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លី 2 មានលេខខុសគ្នា»

គេបាន: $n(A)=C(3,1)\cdot C(2,1)+C(3,1)\cdot C(1,1)+C(2,1)\cdot C(1,1)$

$=(3\cdot 2)+(3\cdot 1)+(2\cdot 1)=11$ របៀប

នាំឱ្យ: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{11}{15}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពីរមានលេខខុសគ្នាគឺ: $\boxed{P(A)=\dfrac{11}{15}}$ ។

-គណនាប្រូបាបដែលយកបានឃ្លីលេខ 1 តែមួយគត់៖

មានន័យថាគេយកបានឃ្លីលេខ $(1,2)$ ឬ $(1,3)$:

តាង: B «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីលេខ1តែមួយគត់»

នោះនាំឱ្យ: $n(B)=C(3,1)\cdot C(2,1)+C(3,1)\cdot C(1,1)$

$=(3\cdot 2)+(3\cdot 1)=9$ របៀប

គេបាន: $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលយកបានឃ្លីលេខ1តែមួយគត់គឺ: $\boxed{P(B)=\dfrac{3}{5}}$ ។

-គណនាប្រូបាបដែលយកបានឃ្លីលេខ1 យ៉ាងតិចមួយ:

មានន័យថាគេយកបានឃ្លី៖ $(1,2)$ ឬ $(1,3)$ ឬ $(1,1)$

តាង: C «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានឃ្លីលេខ1យ៉ាងតិចមួយ»

នាំឱ្យ: $n(C)=C(3,1)\cdot C(2,1)+C(3,1)\cdot C(1,1)+C(3,2)$

$=(3\cdot 2)+(3\cdot 1)+3=12$ របៀប

$P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលយកបានឃ្លីលេខ1 យ៉ាងតិចមួយគឺ: $\boxed{P(C)=\dfrac{4}{5}}$ ។

គ. គណនាប្រូបាបដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4 ៖

មានន័យថាគេចាប់បានឃ្លីមានលេខ១មួយ និងឃ្លីមានលេខ៣មួយ ឬគេចាប់បានឃ្លីមានលេខ២ទាំងពីរ (ឬមានន័យថាគេយកបានឃ្លីលេខ $(1,3)$ ឬ $(2,2)$)

តាង: D «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4 »

$n(D)=C(3,1).C(1,1)+C(2,2)=3\cdot 1+1=4$ របៀប

នោះ $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(S)}=\dfrac{4}{15}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលឃ្លីយកចេញមានផលបូកលេខស្មើនឹង 4 គឺ: $\boxed{P(D)=\dfrac{4}{15}}$ ។

36. A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍នៅក្នុងលំហសំណាក S ។គេស្គាល់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍: $P(A)=0.3$

$P(B)=0.5$, $P(A\cap B)=0.2$ ។

ក. គណនា $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A\cup B)$, $(\bar{A},\bar{B}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A និង $B)$ ។

ខ. បង្ហាញថា $A=(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})$ រួចទាញរក $P(A\cap\bar{B})$ និង $P(A\cup\bar{B})$ ។

គ. គណនា $P(\bar{A}\cap B)$ និង $P(\bar{A}\cup B)$ ។

ចម្លើយ

ក. គណនា $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A\cup B)$ ៖

ដោយៈ $\bar{A},\bar{B}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនឹង A និង B នោះតាមគោលការណ៍បំពេញគ្នាគេបានៈ

$P(A)+P(\bar{A})=1$ $\qquad$ $P(B)+P(\bar{B})=1$

$\Rightarrow P(\bar{A})=1-P(A)$ $\qquad$ $\Rightarrow P(\bar{B})=1-P(B)$

$=1-0.3=0.7$ $\qquad$ $=1-0.5=0.5$

$\boxed{P(\bar{A})=0.7}$ $\qquad$ $\boxed{P(\bar{B})=0.7}$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=0.3+0.5-0.2$

$=0.6$

$\boxed{P(A\cup B)=0.6}$ ។

ខ. បង្ហាញថាៈ $A=(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})$

យើងមានៈ $(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})=A\cap(B\cup\bar{B})$

$=A\cap S=A$ $\qquad$ (ព្រោះ $(B\cup\bar{B})=S$)

ដូចនេះ $\boxed{A=(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})}$

.ទាញរកៈ $P(A\cap\bar{B})$ និង $P(A\cup\bar{B})$

ដោយៈ $A=(A\cap B)\cup(A\cap\bar{B})$

នោះ $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap\bar{B})$

នាំឱ្យៈ $P(A\cap\bar{B})=P(A)-P(A\cap B)$

$=0.3-0.2=0.1$.

ដូចនេះ $\boxed{P(A\cap\bar{B})=0.1}$ ។

$P(A\cup\bar{B})=P(A)+P(\bar{B})-P(A\cap\bar{B})$

$=0.3+0.5-0.1=0.7$

$\boxed{P(A\cup\bar{B})=0.7}$

គ. គណនា $P(\bar{A}\cap B)$ និង $P(\bar{A}\cup B)$:

$P(\bar{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)$ $\qquad$ $P(\bar{A}\cup B)=P(\bar{A})+P(B)-P(\bar{A}\cap B)$

$=0.5-0.2=0.3$ $\qquad$ $=0.7+0.5-0.3=0.9$

$\boxed{P(\bar{A}\cap B)=0.3}$ $\qquad$ $\boxed{P(\bar{A}\cup B)=0.9}$

37. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 2 គ្រាប់ខុសគ្នា ។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញលេខ1ដោយដឹងថាគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង 2 ចេញលេខខុសគ្នា។

ចម្លើយ

-រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញលេខ1ដោយដឹងថាគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំង 2 ចេញលេខខុសគ្នា៖

ដោយគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់២គ្រាប់ខុសគ្នា នោះចំនួនករណីអាចគឺៈ $n(S)=6^2=36$ ករណី

តាង: A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចេញលេខ១

គេបាន: $A=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(1,1),(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(6,1)\}$

$n(A)=12$ ករណី

- B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរចេញលេខខុសគ្នា

វាជាចម្លាស់នៃ២ធាតុយកចេញពី៦ធាតុគឺ:

$n(B)=P(6,2)=\dfrac{6!}{(6-2)!}=30$ ករណី

$(A\cap B)=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(6,1)\}\Rightarrow n(A\cap B)=10$

យើងបាន: $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

ដោយ: $P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{10}{36}$; $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{30}{36}$

$\Rightarrow P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

$=\dfrac{10}{36}\div\dfrac{30}{36}=\dfrac{10}{36}\times\dfrac{36}{30}=\dfrac{1}{3}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលត្រូវរកគឺ: $\boxed{P(A/B)=\dfrac{1}{3}}$ ។

38. ឧបមាថាយើងហូតឆ្នោត 2 សន្លឹកបន្តបន្ទាប់គ្នាដោយមិនដាក់ទៅវិញចេញពីឆ្នោត 10 សន្លឹក ក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 3 សន្លឹក។ តាង: A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសន្លឹកឆ្នោតហូតនៅលើកទី១ជាសន្លឹកឈ្នះ ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសន្លឹកឆ្នោតហូតនៅលើកទី២ជាសន្លឹកឈ្នះ។

ក. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះ $P(A\cap B)$ ។

ខ. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរសន្លឹកមានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹកតាងដោយ $P(C)$ ។

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា?

ចម្លើយ

ក. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះ $P(A\cap B)$

មានន័យថាលើកទី១ហូតបានសន្លឹកឈ្នះ ហើយលើកទី២ក៏ហូតបានសន្លឹកឈ្នះដែរ

គេបាន: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)$

$=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}=\dfrac{1}{15}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលការហូតទាំងពីរជាសន្លឹកឈ្នះគឺ: $\boxed{P(A\cap B)=\dfrac{1}{15}}$ ។

ខ. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលការហូតទាំងពីរសន្លឹកមានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹកតាងដោយ $P(C)$

មានន័យថាការហូតលើកទី១បានសន្លឹកឈ្នះ លើកទី២បានសន្លឹកចាញ់ ឬលើកទី១បានសន្លឹកចាញ់

លើកទី២បានសន្លឹកឈ្នះគេបាន: $P(C)=P(A\cap\bar{B})+P(\bar{A}\cap B)=\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{7}{15}$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលការហូតទាំងពីរមានសន្លឹកឈ្នះមួយសន្លឹកគឺ: $\boxed{P(C)=\frac{7}{15}}$ ។

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B អាស្រ័យគ្នា ឬមិនអាស្រ័យគ្នា ?

យើងមាន: $P(B)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{9}{30}=\frac{3}{15}$

ដោយ: $P(B/A)=\frac{2}{9}\neq P(B)=\frac{3}{15}$ នោះនាំឱ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

39. ថង់មួយមានកាក់ 100 ដែលកាក់ 25 ត្រឹមត្រូវល្អ និងកាក់ 75 គ្មានលំនឹងល្អ។ ចំពោះកាក់គ្មានលំនឹងល្អនីមួយៗមានប្រូបាបបោះបានខាងលេខស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ ។ គេចាប់យកកាក់មួយចេញពីថង់ដោយចៃដន្យរួចបោះ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖ A: «ចាប់បានកាក់ល្អ» , B: «ចាប់បានកាក់គ្មានលំនឹងល្អ» និង C: «បោះកាក់បានខាងលេខ» ។

ក. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B ។

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C ។

គ. គណនាប្រូបាបដែលចាប់យកបានកាក់ល្អ ដោយដឹងថាបោះកាក់បានខាងលេខ។

ចម្លើយ

ក. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និងព្រឹត្តិការណ៍ B

ដោយគេមានកាក់សរុបចំនួន100 ដែលក្នុងនោះមានកាក់ត្រឹមត្រូវល្អចំនួន 25 នោះគេបានប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានកាក់ល្អគឺ: $P(A)=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}=0.25$

ដូចគ្នាដែរចំពោះប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B: «ចាប់បានកាក់គ្មានលំនឹងល្អ» គឺ: $P(B)=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}=0.75$

ខ. គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C

$$\begin{aligned}P(C)&=P(A\cap C)+P(B\cap C)\\&=P(A)\cdot P(C/A)+P(B)\cdot P(C/B)\\&=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}\\&=\frac{1}{8}+\frac{9}{20}=\frac{5+18}{40}=\frac{23}{40}\end{aligned}$$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C គឺ: $\boxed{P(C)=\frac{23}{40}}$ ។

គ. គណនាប្រូបាបដែលចាប់យកបានកាក់ល្អ ដោយដឹងថាបោះកាក់បានខាងលេខ:

$$P(A/C)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{1}{8}\times\frac{40}{23}=\frac{5}{23}$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានកាក់ល្អ ដោយដឹងថាបោះបានខាងលេខគឺ: $\boxed{P(A/C)=\frac{5}{23}}$ ។

40. គ្រូសរសេរសំនួរពីជគណិត និងសំនួរធរណីមាត្រធ្វើជាសន្លឹកឆ្នោតឱ្យសិស្សចាប់ ដើម្បីឆ្លើយយកពិន្ទុដែលប្រូបាបនៃការចាប់បានសំណួរពីជគណិតស្មើនឹងប្រូបាប ដែលចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រ។ គ្រូដឹងថាប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវសំណួរពីជគណិតគឺ: 0.7 និងប្រូបាបដែលឆ្លើយសំណួរធរណីមាត្របានត្រឹមត្រូវគឺ: 0.5 ។

ក. រកប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវ។

ខ.គេដឹងហើយថាសុខឆ្លើយសំនួរត្រូវតើប្រូបាបដែលឆ្លើយត្រូវសំនួរធរណីមាត្រស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

តាង: A «ជាព្រឹត្តិការណ៍សុខឆ្លើយសំណួរពីជគណិត»

B «ជាព្រឹត្តិការណ៍សុខឆ្លើយសំណួរធរណីមាត្រ»

R «ជាព្រឹត្តិការណ៍សុខឆ្លើយសំណួរត្រឹមត្រូវ»

ដោយ: ប្រូបាបនៃការចាប់បានសំណួរពីជគណិតស្មើនឹងប្រូបាប ដែលចាប់បានសំណួរធរណីមាត្រនោះ គេបាន: $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$ ។ ហើយគេដឹងថាប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវសំណួរពីជគណិតគឺ: 0.7 នោះ $P(R/A)=0.7$ និងប្រូបាបដែលឆ្លើយសំណួរធរណីមាត្របានត្រឹមត្រូវគឺ: 0.5 នោះគេបាន: $P(R/B)=0.5$ ។

ក. រកប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវ:

$$P(R)=P(A\cap R)+P(B\cap R)$$
$$=P(A)\cdot P(R/A)+P(B)\cdot P(R/B)$$
$$=0.5\times0.7+0.5\times0.5=0.6$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសិស្សសុខឆ្លើយត្រូវគឺ: $\boxed{P(R)=0.6}$ ។

ខ.គេដឹងហើយថាសុខឆ្លើយសំនួរត្រូវតើប្រូបាបដែលឆ្លើយត្រូវសំនួរធរណីមាត្រស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

$$P(B/R)=\frac{P(B\cap R)}{P(R)}=\frac{0.25}{0.6}=0.416$$

ដូចនេះ $\boxed{P(B/R)=0.416}$ ។

41. គេរៀបចំឆ្នោត 150 សន្លឹក ដើម្បីលក់ឱ្យអស់មុនពេលចេញផ្សៀង ដែលក្នុងនោះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹក ។

ក. បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត 1សន្លឹក តើប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

ខ. បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត 2 សន្លឹក រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក ?

គ.ឧបមាថាក្នុងឆ្នោត 150 សន្លឹកនេះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ $\frac{1}{10}$ ។ បើគាត់ទិញឆ្នោត15 សន្លឹក តើគាត់ប្រាកដក្នុងចិត្តថា ពិតជាត្រូវរង្វាន់ទាំង $\frac{1}{10}$ នេះឬទេ ? រកប្រូបាបដែលអ្នកមានឆ្នោតត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹក ?

ចម្លើយ

ក. បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត 1សន្លឹក តើប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

ដោយគាត់បានទិញឆ្នោត1សន្លឹកពីឆ្នោត150 សន្លឹកដែលក្នុងនោះមានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹក នោះចំនួនករណីអាចគឺជាបន្សំនៃ150 ជាតុយកចេញម្តង1ជាតុគេបាន:

$n(S)=C(150,1)=\frac{150!}{(150-1)!1!}=150$ ករណី

តាង: A«ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់»

ដោយសន្លឹកឆ្នោតត្រូវរង្វាន់មាន៧សន្លឹក ហើយគាត់ទិញមួយសន្លឹក

នោះ $n(A)=C(7,1)=\frac{7!}{(7-1)!1!}=7$ ករណី

គេបាន: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{7}{150}=0.0466$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់គឺ: $\boxed{P(A)=0.0466}$ ។

ខ. បើអ្នកទិញបានទិញឆ្នោត 2 សន្លឹក រកប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក ?ប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិចមួយសន្លឹកជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់មិនត្រូវរង្វាន់សោះ ។

តាង: B«ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគាត់មិនត្រូវរង្វាន់»

គេបាន: $P(B)+P(\bar{B})=1\Rightarrow P(\bar{B})=1-P(B)$

ដោយគាត់បានទិញឆ្នោត 2 សន្លឹកពីឆ្នោត150 សន្លឹក ដែលក្នុងនោះមានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 7 សន្លឹក នោះចំនួនករណីអាចគឺជាបន្សំនៃ150 ជាតុយកចេញម្តង 2 ជាតុគេបាន:

$n(S)=C(150,2)=\frac{150!}{(150-2)!2!}=149\times 75=11175$ ករណី

$n(B)=C(143,2)=\frac{143!}{(143-2)!2!}=71\times 143=10153$ ករណី

នាំឱ្យ: $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{10153}{11175}=0.908$

នោះ $P(\bar{B})=1-P(B)=1-0.908=0.092$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគាត់ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិចមួយសន្លឹកគឺ: $\boxed{P(\bar{B})=0.092}$ ។

គ. តើគាត់ប្រាកដក្នុងចិត្តថា ពិតជាត្រូវរង្វាន់ទាំង $\frac{1}{10}$ នេះឬទេ ?

ឧបមាថាក្នុងឆ្នោត 150 សន្លឹកនេះមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ $\frac{1}{10}$ (សន្លឹកឆ្នោតត្រូវរង្វាន់មាន15 សន្លឹក)។

បើគាត់ទិញឆ្នោត15 សន្លឹកនោះគេបានប្រូបាបដែលគាត់សង្ឃឹមថាត្រូវគឺ:

$P(T)=\frac{C(15,15)}{C(150,15)}$ មានន័យថាគាត់មានសង្ឃឹម តិចណាស់ថានឹងត្រូវរង្វាន់ទាំង $\frac{1}{10}$ នេះ។

ដូចនេះ គេមិនអាចប្រាកដក្នុងចិត្តថា ពិតជាត្រូវរង្វាន់ទាំង $\frac{1}{10}$ នេះទេ។

-រកប្រូបាបដែលអ្នកមានឆ្នោតត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹក ?

វាជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពីព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្មានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវសោះឬមានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវមួយសន្លឹកឬមានសន្លឹកឆ្នោតត្រូវពីរសន្លឹក។

តាង: $P(x\geq 3)$ «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលអ្នកមានឆ្នោតត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹក»

បើ x ជាចំនួនឆ្នោតត្រូវរង្វាន់

នោះគេបាន: $P(x\geq 3)+P_0+P_1+P_2=1\Rightarrow P(x\geq 3)=1-(P_0+P_1+P_2)$

ដោយ: $$P_0=\frac{C(135,15)}{C(150,15)}=0.189$$

$$P_1=\frac{C(15,1)\cdot C(135,14)}{C(150,15)}=0.352$$

$$P_2=\frac{C(15,2)\cdot C(135,13)}{C(150,15)}=0.283$$

នោះគេបាន:

$$\begin{aligned}P(x\geq 3)&=1-(P_0+P_1+P_2)\\&=1-(0.189+0.352+0.283)\\&=1-0.824=0.176\end{aligned}$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអ្នកមានឆ្នោតត្រូវយ៉ាងតិច 3 សន្លឹកគឺ: $\boxed{P(x\geq 3)=0.176}$ ។

42. ក្នុងកម្មវិធីប្រឡងមួយ គ្រូឱ្យសំណួរត្រៀមទៅសិស្ស 100 សំណួរ ។ សិស្សម្នាក់ៗត្រូវចាប់យកសំណួរ 3 ដោយចៃដន្យដើម្បីឆ្លើយ ។ សិស្ស A រៀបចំដោះស្រាយចម្លើយបាន $\frac{1}{4}$ នៃសំណួរទាំងអស់។ រកប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច:

ក. 3 សំណួរ ។ ខ. 2 សំណួរ ។

គ. គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមហើយមួយសោះ ។

ឃ. យ៉ាងតិចមួយសំណួរ ។

ចម្លើយ

-រកប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច:

ដោយគ្រូបានឱ្យសំណួរត្រៀមទៅសិស្ស 100 សំណួរហើយសិស្សម្នាក់ៗត្រូវចាប់យក 3 ដោយចៃដន្យដើម្បីឆ្លើយនោះគេបានលំហសំណាក S គឺជាបន្សំនៃ 3 ធាតុយកចេញពី 100 ធាតុគឺ៖

$$n(S)=C(100,3)=\frac{100!}{(100-3)!3!}=161700 \text{ ករណី}$$

ហើយសិស្ស A រៀបចំដោះស្រាយចម្លើយបាន $\frac{1}{4}$ នៃសំណួរទាំងអស់គឺស្មើនឹង 25 សំណួរ។

បើ x ជាចំនួនសំនួរដែលបានត្រៀមនោះគេបាន:

ក. ប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច 3 សំណួរ៖

$$P\left(x=3\right)=\frac{C\left(25,3\right)}{C\left(100,3\right)}=\frac{2300}{161700}=0.0142$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច 3 សំណួរគឺ: $\boxed{P\left(x=3\right)=0.0142}$ ។

ខ. ប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច 2 សំណួរ៖

$$P\left(x=2\right)=\frac{C\left(25,2\right)\cdot C\left(75,1\right)}{C\left(100,3\right)}=\frac{22500}{161700}=0.139$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច 2 សំណួរគឺ: $\boxed{P\left(x=2\right)=0.139}$ ។

គ. គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមហើយមួយសោះ

$$P\left(x=0\right)=\frac{C\left(25,0\right)\cdot C\left(75,3\right)}{C\left(100,3\right)}=\frac{67525}{161700}=0.417$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្មានបានសំណួរត្រៀមហើយមួយសោះគឺ: $\boxed{P\left(x=0\right)=0.417}$ ។

ឃ. យ៉ាងតិចមួយសំណួរ

វាជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនៃព្រឹត្តិការណ៍គ្មានបានសំណួរដែលត្រៀមហើយមួយសោះ

គេបាន: $P\left(x\geq 1\right)=1-P\left(x=0\right)$

$=1-0.417=0.583$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលសិស្ស A ចាប់បានសំណួរ ដែលបានត្រៀមចម្លើយរួចស្រេច យ៉ាងតិចមួយសំណួរ គឺ: $\boxed{P\left(x\geq 1\right)=0.583}$ ។

43. គេចាប់បៀរមួយដៃមាន 8 សន្លឹក ចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក ។ រកប្រូបាបដែលបៀរក្នុងដៃមាន៖

ក. សន្លឹកជួងតែ 2 គត់ ។ ខ. សន្លឹកការ៉ូ 2 និងសន្លឹកអាត់ 1 ។

គ. សន្លឹកការ៉ូ 3 និងសន្លឹកស្តេចចាស់ 2 សន្លឹក ។

ចម្លើយ

ដោយគេចាប់បៀរមួយដៃមាន 8 សន្លឹក ចេញពីហ៊ូបៀរ 52 សន្លឹក នោះលំហសំណាក S គឺបន្សំនៃ 8 ធាតុយកចេញពី 52 ធាតុគឺ: $n\left(S\right)=C\left(52,8\right)=\frac{52!}{\left(52-8\right)!8!}=752538150$ ករណី ។ ហើយក្នុងចំណោមបៀរ 52 សន្លឹកមាន: កឺ 13 សន្លឹក ការ៉ូ 13 សន្លឹក ប៊ិច 13 សន្លឹក និងជួង 13 សន្លឹក។

-រកប្រូបាបដែលបៀរក្នុងដៃមាន:

ក. សន្លឹកជួងតែ 2 គត់:

មានន័យថាសន្លឹកជួង 13 សន្លឹក គេហូតបាន 2 សន្លឹក និង 6 សន្លឹកទៀតគេហូតចេញពីបៀរ 39 សន្លឹក ក្នុងចំណោមបៀរ 52 សន្លឹក ។

តាង: A «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានសន្លឹកជួងតែ 2 គត់»

គេបាន: $n\left(A\right)=C\left(13,2\right)\cdot C\left(39,6\right)=254484594$ ករណី

នាំឱ្យ: $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(S\right)}=\frac{254484594}{752538150}=0.3382$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលបៀរក្នុងដៃមានសន្លឹកជួងតែ 2 គត់គឺ: $\boxed{P(A)=0.3382}$ ។

ខ. សន្លឹកការ៉ូ2 និងសន្លឹកអាត់1

មានន័យថាគេចាប់យក ការ៉ូ2 អត់អាត់ អាត់1ខុសពីការ៉ូ ហើយ5ទៀតខុសពីការ៉ូខុសពីអាត់ ឬការ៉ូ2 មានអាត់1 ហើយ6ទៀតខុសពីការ៉ូខុសពីអាត់ ។

តាង: B «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានសន្លឹកការ៉ូ2 និងសន្លឹកអាត់1»

គេបាន: $n(B)=C(12,2)\cdot C(3,1)\cdot C(36,5)+C(12,1)\cdot C(1,1)\cdot C(36,6)$

$n(B)=74644416+23373504=98017920$ ករណី

នាំឱ្យ: $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{98017920}{752538150}=0.1302$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលបៀរក្នុងដៃមានសន្លឹកការ៉ូ2 និងសន្លឹកអាត់1គឺ: $\boxed{P(B)=0.1302}$ ។

គ. សន្លឹកការ៉ូ3 និងសន្លឹកស្តេចចាស់2សន្លឹក

មានន័យថាគេចាប់យក ការ៉ូ3អត់ស្តេច ស្តេច2ខុសពីការ៉ូ ហើយ3ទៀតខុសពីការ៉ូខុសពីស្តេច ឬការ៉ូ3 មានស្តេច1 ស្តេច1ខុសពីការ៉ូ ហើយ4ទៀតខុសពីការ៉ូខុសពីស្តេច ។

តាង: C «ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលហូតបានសន្លឹកការ៉ូ3 និងសន្លឹកស្តេចចាស់2សន្លឹក»

គេបាន: $n(C)=C(12,3)\cdot C(3,2)\cdot C(36,3)+C(12,2)\cdot C(1,1)\cdot C(3,1)\cdot C(36,4)$

$=4712400+11663190=16375590$ ករណី

នាំឱ្យ: $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{16375590}{752538150}=0.02176$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានសន្លឹកការ៉ូ3 និងសន្លឹកស្តេចចាស់2សន្លឹកគឺ: $\boxed{P(C)=0.02176}$ ។

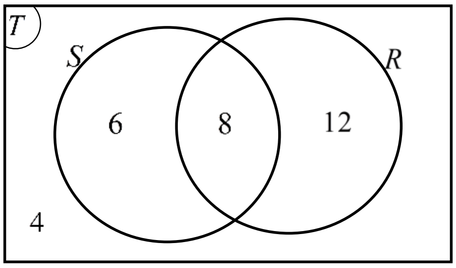
44. គ្រូចង់ដឹងពីចំណង់ចំណូលចិត្តសិស្សក្នុងវិស័យកីឡា។ក្នុងចំណោមសិស្ស30នាក់មាន 20 នាក់ចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្តីកីឡា 14នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡាផ្ទាល់ និង8នាក់ចូលចិត្តទាំងពីរមុខនេះ ។ គ្រូសួរសិស្ស 6 នាក់ដោយចៃដន្យ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

"A: សិស្សទាំង 6នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា ឬអានទស្សនាវដ្តីកីឡា"

"B: គ្មានសិស្សណាម្នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា"

"C: មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡា" ។

ចម្លើយ



តាង: T «សិស្សសរុប»

R «សិស្សចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្តី»

S «សិស្សចូលចិត្តលេងកីឡា»

$n(T)=30$, $n(R)=20$, $n(S)=14$, $n(R\cap S)=8$

$n(R\cup S)=n(R)+n(S)-n(R\cap S)=20+14-8=26$

ដោយៈ សិស្សសរុបមាន 30 នាក់ ហើយគ្រូសួរសិស្ស 6 នាក់ដោយចៃដន្យ នោះលំហសំណាក U គឺជាបន្សំនៃ 6 ធាតុយកចេញពី 30 ធាតុដែលៈ $n(U)=C(30,6)=593775$ ករណី

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ

"A: សិស្សទាំង 6 នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា ឬអានទស្សនាវដ្តីកីឡា"

មានន័យថាវាគឺជាបន្សំនៃ 6 ធាតុយកចេញពី 26 ធាតុនៃសិស្សដែលចូលចិត្តលេងកីឡាឬអានទស្សនាវដ្តី ឬចូលចិត្តទាំងពីរ ៖នោះ $n(A)=C(26,6)=230230$ ករណី

គេបានៈ $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\dfrac{230230}{593775}=0.3877$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A គឺៈ $\boxed{P(A)=0.3877}$ ។

"B: គ្មានសិស្សណាម្នាក់ចូលចិត្តលេងកីឡា"

មានន័យថាគេធ្វើការជ្រើសរើស សិស្ស៦នាក់ ពីក្នុងចំណោមសិស្ស ១៦នាក់ដែលចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្តីកីឡា និងមិនចូលចិត្តទាំងពីរ ៖ នោះ $n(B)=C(16,6)=8008$

គេបានៈ $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(U)}=\dfrac{8008}{593775}=0.0134$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺៈ $\boxed{P(B)=0.0134}$ ។

"C: មានសិស្សម្នាក់គត់ចូលចិត្តលេងកីឡា"

មានន័យថាគេជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ពីក្នុងចំណោមសិស្ស១៤នាក់ដែលចូលចិត្តលេងកីឡានិងជ្រើសរើសសិស្ស៥នាក់ពីក្នុងចំណោម សិស្ស១៦នាក់ដែលចូលចិត្តអានទស្សនាវដ្តីកីឡា និងមិនចូលចិត្តទាំងពីរ ៖ នោះ $n(C)=C(14,1)\cdot C(16,5)=14\times 4368=61152$

គេបានៈ $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(U)}=\dfrac{61152}{593775}=0.1029$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C គឺៈ $\boxed{P(C)=0.1029}$ ។

45. គេហូតយកបៀមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 32 សន្លឹក ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ៈ

C: "ហូតបៀរបានសន្លឹកកឺ"

R: "ហូតបៀរបានសន្លឹកស្តេច"

F: "ហូតបៀរបានសន្លឹកក្រមុំ ឬប៊ិច"

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង R អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

ខ. គណនា $P(C/F)$ ។ តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

ចម្លើយ

បៀរមួយហ៊ូ 32 សន្លឹក មានន័យថាក្នុងបៀរនោះមានសន្លឹក ដួង 8 សន្លឹក ប៊ិច 8 សន្លឹក កឺ 8 សន្លឹក និងការ៉ូ 8 សន្លឹក។ គេហូតយកបៀរមួយសន្លឹកចេញពីហ៊ូបៀរ 32 សន្លឹកនោះលំហសំណាក S ជាបន្សំនៃ 1 ធាតុយកចេញពី 32 សន្លឹកគឺៈ $n(S)=C(32,1)=32$ ករណី

គេតាងព្រឹត្តិការណ៍:

C: "ហូតបៀរបានសន្លឹកកឺ"

នោះ $n(C)=C(8,1)=8$ ករណី

គេបាន: $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{8}{32}=0.25$

R: "ហូតបៀរបានសន្លឹកស្តេច"

នោះ $n(R)=C(4,1)=4$ ករណី

គេបាន: $P(R)=\frac{n(R)}{n(S)}=\frac{4}{32}=0.125$

F: "ហូតបៀរបានសន្លឹកក្រមុំ ឬប៊ិច"

នោះ $n(F)=C(8,1)+C(4,1)-C(1,1)=8+4-1=11$ ករណី

គេបាន: $P(F)=\frac{n(F)}{n(S)}=\frac{11}{32}=0.3437$

ក.តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង R អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

យើងមាន: $P(C\cap R)=\frac{n(C\cap R)}{n(S)}=\frac{1}{32}=0.03125$

ហើយ: $P(C)\times P(R)=0.25\times 0.125=0.03125$

ដូចនេះ $\boxed{P(C\cap R)=P(C)\times P(R)=0.03125}$ នោះព្រឹត្តិការណ៍ C និង R មិនអាស្រ័យគ្នាទេ។

ខ. គណនា $P(C/F)$ ។ តើព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នាឬទេ ?

តាម: $P(C/F)=\frac{P(C\cap F)}{P(F)}$

ដោយ: $P(C\cap F)=\frac{1}{32}=0.03125$, $P(F)=\frac{11}{32}=0.3437$

គេបាន: $P(C/F)=\frac{0.03125}{0.3437}=0.0909$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នេះគឺ: $\boxed{P(C/F)=0.0909}$ ។

យើងមាន: $P(C\cap F)=\frac{1}{32}=0.03125$, $P(C)\cdot P(F)=\frac{11}{32}\times\frac{8}{32}=0.08593$

ដោយ: $P(C\cap F)=0.03125\neq P(C)\cdot P(F)=0.08593$

ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ C និង F អាស្រ័យគ្នា។

46. ក្នុងភូមិមួយមានមនុស្ស 15% កើតជម្ងឺ M_a ។ ក្នុងចំណោមអ្នកកើតជម្ងឺ M_a មាន 15% កើតជម្ងឺ M_b និងក្នុងចំណោមអ្នកមិនកើតជម្ងឺ M_a មាន 4% កើតជម្ងឺ M_b ។ គេសាកសួរមនុស្សម្នាក់ដោយចៃដន្យ និងគេតាងព្រឹត្តិការណ៍:

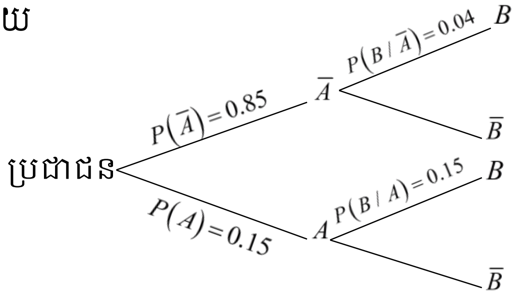
"A: អ្នកកើតជម្ងឺ M_a "

"B: អ្នកកើតជម្ងឺ M_b "

ក. គណនា $P(A)$, $P(B/A)$ និង $P(B/\bar{A})$

ខ. គណនា $P(B)$ និង $P(A/B)$ ។

ចម្លើយ



ក. គណនា $P(A)$, $P(B/A)$ និង $P(B/\bar{A})$

តាមបំរាប់ខាងលើគេបានៈ

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ $P(A)=15\%=0.15$, $P(B/A)=15\%=0.15$, $P(B/\bar{A})=4\%=0.04$ ។

ខ. គណនា $P(B)$ និង $P(A/B)$

តាមៈ $P(B)=P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)+P(\bar{A})\cdot P(B/\bar{A})$

ដោយៈ $P(\bar{A})=1-P(A)=1-0.15=0.85$

គេបានៈ $P(B)=0.15\times0.15+0.85\times0.04=0.0225+0.034=0.0565$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B គឺៈ $\boxed{P(B)=0.0565}$ ។

តាមៈ $$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

ដោយៈ $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B/A)=0.15\times0.15=0.0225$

គេបានៈ $$P(A/B)=\frac{P(A)\cdot P(B/A)}{P(B)}=\frac{0.0225}{0.0565}=0.3982$$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នេះគឺៈ $\boxed{P(A/B)=0.3982}$ ។

47. រោងចក្រមួយផលិតអំពូលអគ្គិសនីដែលមាន 75% សមតាមខ្នាត និង 25% ល្មៀងពីខ្នាត។ គេធ្វើការជ្រើសរើសរៀបចំអំពូលដែលផលិតរួចដាក់ក្នុងប្រអប់។ ដោយការត្រួតពិនិត្យនេះមិនបានល្អិតល្អន់ នោះគេដឹងថាក្នុងចំណោមអំពូលល្មៀងពីខ្នាត គេទទួលយករៀបដាក់ក្នុងប្រអប់ 10% និងក្នុងចំណោមអំពូលសមតាមខ្នាត គេទទួលយករៀបទុក 90% ។ រកប្រូបាបដែលៈ

ក. អំពូលមួយត្រូវទទួលយករៀបទុកក្នុងប្រអប់

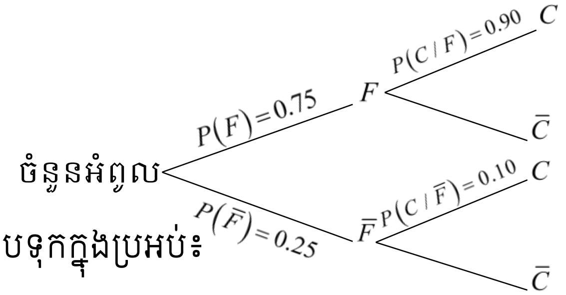
ខ. អំពូលមួយសមតាមខ្នាត ដោយដឹងថាជាអំពូលត្រូវទទួលយកទុកក្នុងប្រអប់

គ. បើគេផលិតអំពូល 100 តើគេយកអំពូលរៀបដាក់ក្នុងប្រអប់ចំនួនប៉ុន្មាន ? ហើយក្នុងនោះមានអំពូលល្អសមតាមខ្នាតចំនួនប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ

តាងៈ F "ជាអំពូលសមតាមខ្នាត"

C "ការរៀបទុកដាក់អំពូល"



ក. រកប្រូបាបដែលអំពូលមួយត្រូវទទួលយករៀបទុកក្នុងប្រអប់៖

តាមៈ $P(C)=P(F\cap C)+P(\bar{F}\cap C)$

$=P(F)\cdot P(C/F)+P(\bar{F})\cdot P(C/\bar{F})$

$=0.75\times 0.90+0.25\times 0.10$

$=0.675+0.025=0.70$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអំពូលមួយត្រូវទទួលយករៀបទុកក្នុងប្រអប់គឺៈ $\boxed{P(C)=0.70}$ ។

ខ. រកប្រូបាបដែលអំពូលមួយសមតាមខ្នាតដោយដឹងថាជាអំពូលត្រូវទទួលយកទុកក្នុងប្រអប់ៈ

តាមៈ $P(F/C)=\dfrac{P(F\cap C)}{P(C)}$

ដោយៈ $P(F\cap C)=0.75\times 0.90=0.675$, $P(C)=0.70$

គេបានៈ $P(F/C)=\dfrac{0.675}{0.70}=0.964$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលអំពូលមួយសមតាមខ្នាតដោយដឹងថាជាអំពូលត្រូវទទួលយកទុកនៅក្នុងប្រអប់គឺៈ $\boxed{P(F/C)=0.964}$ ។

គ. តើគេយកអំពូលរៀបដាក់ក្នុងប្រអប់ចំនួនប៉ុន្មាន ? ហើយក្នុងនោះមានអំពូលល្អសមតាមខ្នាតចំនួនប៉ុន្មាន ?

-ប្រសិនបើគេផលិតអំពូលចំនួន100

នោះអំពូលដែលរៀបដាក់ក្នុងប្រអប់គឺមានចំនួន $\boxed{n(C)=0.70\times 100=70}$ ។ហើយនៅក្នុងនោះមានអំពូលល្អសមតាមខ្នាតចំនួន $\boxed{n(F\cap C)=0.675\times 100=67.5}$ ។

48. គេមានប្រអប់ពីរដែលប្រអប់ទី១ មានឃ្លីពណ៌ស 2គ្រាប់ ខ្មៅ3គ្រាប់ និងប្រអប់ទី២ មានឃ្លីពណ៌ស 3គ្រាប់ ខ្មៅ 4គ្រាប់ ។ គេជ្រើសរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យ រួចចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នេះ ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស។

ខ. រកប្រូបាបនៃឃ្លីយកចេញពីថង់ទី១ ដោយដឹងថាជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ។

<u>ចម្លើយ</u>

តាងៈ W "ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌ស"

B "ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ"

ដោយប្រអប់មានពីរ ហើយគេជ្រើសរើសប្រអប់

មួយដោយចៃដន្យដើម្បីរើសឃ្លីពីប្រអប់ នោះប្រូបាបនៃប្រអប់ទី១

ស្មើនឹងប្រូបាបនៃប្រអប់ទី២គឺ: $P(I)=P(II)=0.5$ ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស:

ដោយគេជ្រើសរើសប្រអប់មួយដោយចៃដន្យរួចចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់នោះប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ W គឺ:

$$\begin{aligned}P(W)&=P(I\cap W)+P(II\cap W)\\&=P(I)\cdot P(W/I)+P(II)\cdot P(W/II)\\&=0.5\times\frac{2}{5}+0.5\times\frac{3}{7}\\&=0.2+0.214=0.414\end{aligned}$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សគឺ: $\boxed{P(W)=0.414}$ ។

ខ. រកប្រូបាបនៃឃ្លីយកចេញពីថង់ទី១ ដោយដឹងថាជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ:

$$P(I/B)=\frac{P(I\cap B)}{P(B)}=\frac{P(I)\cdot P(B/I)}{P(B)}$$

ដោយព្រឹត្តិការណ៍ B និង W ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយគ្នានោះ

គេបាន: $P(B)+P(W)=1$, $\Rightarrow P(B)=1-P(W)$

នាំឱ្យ: $P(I/B)=\dfrac{P(I)\cdot P(B/I)}{1-P(W)}=\dfrac{0.5\times0.6}{1-0.414}=\dfrac{0.3}{0.586}=0.512$

ដូចនេះ ប្រូបាបនៃឃ្លីយកចេញពីថង់ទី១ ដោយដឹងថាជាឃ្លីពណ៌ខ្មៅ $\boxed{P(I/B)=0.512}$ ។

49. ឧបមាថាកំណើតកូនប្រុស កូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា។ រកប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន៥នាក់មាន៖

ក. សុទ្ធតែកូនប្រុស ។ ខ. យ៉ាងតិចកូនស្រី២នាក់ ។

គ. កូនប្រុសច្បង និងបន្ទាប់មកកូនស្រី២នាក់ ។

ចម្លើយ

តាង: B "ជាកំណើតកូនប្រុស"

G "ជាកំណើតកូនស្រី"

ដោយកំណើតកូនប្រុស កូនស្រីមានសំណាងដូចគ្នា: $P(B)=P(G)=0.5$

-រកប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន៥នាក់មាន:

ក. សុទ្ធតែកូនប្រុស:

មានន័យថាកូនរបស់គាត់ទាំង៥ដងសុទ្ធតែកូនប្រុសគឺ: $(BBBBB)$

បើតាង: A"ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលកូនទាំង៥សុទ្ធតែប្រុស"

នោះគេបាន: $P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{32}=0.03125$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូន៥នាក់សុទ្ធតែប្រុសគឺ: $\boxed{P(A)=0.03125}$ ។

ខ. យ៉ាងតិចកូនស្រី២នាក់:

មានន័យថាវាជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពីព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារនោះគ្មានកូនស្រីម្នាក់សោះនិងមានកូនស្រីម្នាក់គត់។

បើ: x ជាចំនួនកូនស្រី

នោះគេបាន: $P(x\geq 2)=1-P(x=0)-P(x=1)$

ដោយ: $P(x=0)=P(A)=\dfrac{1}{32}=0.03125$

ហើយករណីដែលគ្រួសារនោះមានកូនស្រីតែម្នាក់គត់គឺ:

$\{(BBBBG),(BBBGB),(BBGBB),(BGBBB),(GBBBB)\}=5$ ករណី

$P(x=1)=\dfrac{5}{32}=0.15625$

$P(x\geq 2)=1-P(x=0)-P(x=1)$

$=1-0.03125-0.15625=0.8125$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្រួសារមួយមានកូនយ៉ាងតិចកូនស្រី២នាក់គឺ: $\boxed{P(x\geq 2)=0.8125}$ ។

គ. កូនប្រុសច្បង និងបន្ទាប់មកកូនស្រី២នាក់:

តាង: C "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលកូនប្រុសច្បង និងបន្ទាប់មកកូនស្រី២នាក់"

គេបាន: $C=\{(BBBGG),(BBGBG),(BBGGB),(BGBBG),(BGBGB),(BGGBB)\}$

នោះ $n(C)=6$ ករណី

នាំឱ្យ: $P(C)=\dfrac{6}{32}=0.1875$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្រួសារមានកូនប្រុសច្បងនិងបន្ទាប់មកកូនស្រី២នាក់គឺ: $\boxed{P(C)=0.1875}$

50. ឧបមាថាយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ មួយតូចមួយធំ។ តាង: A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ធំចេញលេខ 1, B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់តូចចេញលេខ 2 និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកស្មើនឹង 6 ។

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ?

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ?

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ?

<u>ចម្លើយ</u>

ឧបមាថាយើងបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ មួយតូចមួយធំនោះចំនួនករណីអាចគឺ:

$n(S)=6^2=36$ ករណី

ដោយគេតាង: A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ធំចេញលេខ 1, B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់តូចចេញលេខ 2 និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកស្មើនឹង 6 ។

គេបាន: $A=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\}\Rightarrow n(A)=6$ ករណី

$B=\{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2)\} \Rightarrow n(B)=6$ ករណី

$C=\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\} \Rightarrow n(C)=5$ ករណី

$(A\cap B)=\{(1,2)\} \Rightarrow n(A\cap B)=1$ ករណី

$(A\cap C)=\{(1,5)\} \Rightarrow n(A\cap C)=1$ ករណី

$(B\cap C)=\{(4,2)\} \Rightarrow n(B\cap C)=1$ ករណី

ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

យើងមាន: $P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{1}{36}$

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$, $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow P(A)\cdot P(B)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{36}$

គេបាន: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\dfrac{1}{36}$

ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ។

ខ. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

យើងមាន: $P(A\cap C)=\dfrac{n(A\cap C)}{n(S)}=\dfrac{1}{36}$

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$, $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{5}{36}=\dfrac{5}{36}$

$\Rightarrow P(A)\cdot P(C)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{5}{36}=\dfrac{5}{216}$

គេបាន: $P(A\cap C)=\dfrac{1}{36}\neq P(A)\times P(C)=\dfrac{5}{216}$

ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ។

គ. តើព្រឹត្តិការណ៍ B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ ?

យើងមាន: $P(B\cap C)=\dfrac{n(B\cap C)}{n(S)}=\dfrac{1}{36}$

$P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$, $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{5}{36}=\dfrac{5}{36}$

$\Rightarrow P(B)\cdot P(C)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{5}{36}=\dfrac{5}{216}$

គេបាន: $P(B\cap C)=\dfrac{1}{36}\neq P(B)\times P(C)=\dfrac{5}{216}$

ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ។

51. ឧបមាថាមានមនុស្សពីរនាក់ A និង B ហូតសន្លឹកឆ្នោតមួយសន្លឹកតាមវេន (A ទី១និង B បន្ទាប់) ដោយមិនដាក់ទៅវិញពីសន្លឹកឆ្នោត 10 សន្លឹក ដែលក្នុងនោះមានសន្លឹកឆ្នោត 3 ជាសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែល B ហូតបានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ។

<u>ចម្លើយ</u>

រកប្រូបាប៊ីលីតេដែល B ហូតបានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះ

មានន័យថាលើកទី១ A ហូតបានសន្លឹកឈ្នះហើយ B ហូតបានសន្លឹកឈ្នះបន្ទាប់ឬលើកទី១ A ហូតបានសន្លឹកចាញ់ហើយ B ហូតបានសន្លឹកឈ្នះបន្ទាប់ដដែល។

បើគេតាង: C "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល A ហូតបានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះមួយ"

D "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល B ហូតបានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះមួយ"

នោះគេបាន: $P(D)=P(C\cap D)+P(\bar{C}\cap D)$

ដោយ: $P(C\cap D)=P(C)\times P(D/C)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$

$P(\bar{C}\cap D)=P(\bar{C})\times P(D/\bar{C})=\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{7}{30}$

នាំឱ្យ: $P(D)=\frac{1}{15}+\frac{7}{30}=\frac{2+7}{30}=\frac{3}{10}=0.3$

ដូចនេះ ប្រូបាប៊ីលីតេដែល B ហូតបានសន្លឹកឆ្នោតឈ្នះគឺ: $\boxed{P(D)=0.3}$ ។

52. ឧបមាថាយើងមានថង់២ ហើយថង់ A មានផ្ទុកប៊ូលស 3 និងប៊ូលខ្មៅ 2 ចំណែកឯថង់ B មានផ្ទុកប៊ូលស 2 និងប៊ូលខ្មៅ 4 ។ យើងទាញប៊ូលមួយពីថង់ A ហើយដាក់ចូលទៅក្នុងថង់ B បន្ទាប់មកទាញប៊ូលមួយពីក្នុងថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចំនួនប៊ូលពណ៌សនៅតែមិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើការពិសោធរួច។

ចម្លើយ

-រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចំនួនប៊ូលពណ៌សនៅតែមិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើការពិសោធរួចៈ

មានន័យថាបើគេចាប់បានប៊ូលពណ៌សមួយពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B នោះគេត្រូវតែចាប់បានប៊ូលពណ៌សដដែលពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញ ឬ គេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅមួយពីថង់ A ដាក់ក្នុងថង់ B ហើយគេត្រូវតែចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅដដែលពីថង់ B ដាក់ក្នុងថង់ A វិញដើម្បីកុំឱ្យវាមានការប្រែប្រួល។ ក្នុងថង់ A មានប៊ូល $(W=3\ ,\ B=2)$ និងថង់ B មានប៊ូល $(W=2\ ,\ B=4)$ ។

បើគេតាង: R "ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិនប្រែប្រួលបន្ទាប់ពីធ្វើពិសោធ"

នោះគេបាន: $P(R)=P(W,W)+P(B,B)$

$$=\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}+\frac{2}{5}\times\frac{5}{7}=\frac{9+10}{35}=\frac{19}{35}=0.5428$$

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលនៅតែមិនផ្លាស់ប្តូរបន្ទាប់ពីធ្វើពិសោធរួចគឺ: $\boxed{P(R)=0.5428}$ ។

53. ឧបមាថាគ្រួសារមួយមានកូនពីរនាក់ ហើយតាងៈ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយ៉ាងហោចណាស់ពួកគេមានកូនស្រីម្នាក់និងកូនប្រុសម្នាក់ ហើយតាងៈ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានកូនស្រីម្នាក់ឬគ្មានសោះ។ តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ?

ចម្លើយ

-តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាឬទេ?

ដោយគ្រួសារមួយមានកូនពីរនាក់នោះលំហសំណាក S គឺៈ $S=\{(BB),(BG),(GB),(GG)\}$

ដោយៈ A"ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយ៉ាងហោចណាស់ពួកគេមានកូនស្រីម្នាក់និងកូនប្រុសម្នាក់"

គេបានៈ $A=\{(BG),(GB)\} \Rightarrow n(A)=2$ ករណី

នាំឱ្យៈ $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}=0.5$

B"ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានកូនស្រីម្នាក់ឬគ្មានសោះ"

នោះ $B=\{(BG),(GB),(BB)\} \Rightarrow n(B)=3$ ករណី

នាំឱ្យៈ $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{3}{4}=0.75$

គេបានៈ $P(A)\times P(B)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{8}=0.375$

ហើយៈ $A\cap B=\{(BG),(GB)\} \Rightarrow n(A\cap B)=2$ ករណី

$P(A\cap B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}=0.5$

ដោយៈ $P(A\cap B)=0.5\neq P(A)\times P(B)=0.375$

ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ទាក់ទងគ្នា ។

54. តើយ៉ាងដូចម្ដេចដែរចំពោះករណីនៅពេលដែលគ្រួសារមានកូន 3 នាក់ តាមលំហាត់ខាងលើ?

ចម្លើយ

ដោយគ្រួសារមានកូន 3 នាក់នោះលំហសំណាក S គឺកំណត់ដោយៈ

$S=\{(BBB),(BBG),(BGB),(BGG),(GBB),(GBG),(GGB),(GGG)\}$

នាំឱ្យៈ $n(S)=8$ ករណី

ដោយៈ A"ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលយ៉ាងហោចណាស់ពួកគេមានកូនស្រីម្នាក់និងកូនប្រុសម្នាក់"

គេបានៈ $A=\{(BBG),(BGB),(BGG),(GBB),(GBG),(GGB)\} \Rightarrow n(A)=6$ ករណី

នាំឱ្យៈ $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}=0.75$

B"ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមានកូនស្រីម្នាក់ឬគ្មានសោះ"

នោះៈ $B=\{(BBB),(BBG),(BGB),(GBB)\} \Rightarrow n(B)=4$ ករណី

នាំឱ្យៈ $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}=0.5$

គេបាន: $P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}=0.375$

ហើយ: $A\cap B=\{(BBG),(BGB),(GBB)\}\Rightarrow n(A\cap B)=3$ ករណី

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{3}{8}=0.375$$

ដោយ: $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=0.375$

ដូចនេះ ព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ។

55.ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A, A_1, A_2 និង B នៅក្នុង S ចូរបង្ហាញលក្ខណៈខាងក្រោម៖

$1.P(A/B)\geq 0$, $2.P(S/B)=1$, $3.P(A_1\cup A_2/B)=P(A_1/B)+P(A_2/B)$, $if\ A_1\cap A_2=\varnothing$

<u>ចម្លើយ</u>

បង្ហាញលក្ខណៈ

$1.P(A/B)\geq 0$

តាមរូបមន្ត៖ $P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$, $P(B)>0$

តែ៖ $n(A\cap B)\geq 0\Rightarrow P(A/B)\geq 0$

ដូចនេះ $P(A/B)\geq 0$ ។

$2.P(S/B)=1$

ដោយ៖ $S\cap B=B\Rightarrow P(S\cap B)=P(B)$

នាំឲ្យ $P(S/B)=\frac{P(S\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B)}{P(B)}=1$ ពិត

ដូចនេះ $P(S/B)=1$ ។

$3.P(A_1\cup A_2/B)=P(A_1/B)+P(A_2/B)$, $if\ A_1\cap A_2=\varnothing$

តាមរូបមន្ត៖ $P(A_1\cup A_2/B)=\frac{P[(A_1\cup A_2)\cap B]}{P(B)}$

តែ៖ $(A_1\cup A_2)\cap B=(A_1\cap B)\cup(A_2\cap B)$ និង $A_1\cap A_2=\varnothing\Rightarrow(A_1\cap B)\cap(A_2\cap B)=\varnothing$

នាំឲ្យ $P(A_1\cup A_2/B)=\frac{P[(A_1\cup A_2)\cap B]}{P(B)}=\frac{P[(A_1\cap B)\cup(A_2\cap B)]}{P(B)}$

$$=\frac{P(A_1\cap B)+P(A_2\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A_1\cap B)}{P(B)}+\frac{P(A_2\cap B)}{P(B)}$$

$=P(A_1/B)+P(A_2/B)$ ពិត

ដូចនេះ $P(A_1\cup A_2/B)=P(A_1/B)+P(A_2/B)$, $if\ A_1\cap A_2=\varnothing$ ។

56.ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A និង B នៅក្នុងសំណុំសកល S ចូរបង្ហាញថា៖

$1.P(\overline{A})=1-P(A)$, $2.P(\overline{A}/B)=1-P(A/B)$ ដែល $\overline{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ A ។

<u>ចម្លើយ</u>

$1.P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$

ដោយៈ $\overline{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ A នោះ $A\cup\overline{A}=S\Rightarrow n\left(A\cup\overline{A}\right)=n(S)$

នាំឲ្យ៖ $P(S)=\dfrac{n(S)}{n(S)}=\dfrac{n\left(A\cap\overline{A}\right)}{n(S)}=\dfrac{n\left(A\right)}{n(S)}+\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(S)}=P(A)+P\left(\overline{A}\right)$ (1)

តែ៖ $P(S)=\dfrac{n(S)}{n(S)}=1$ (2) តាម (1) និង (2) : $P(A)+P(\overline{A})=1\Leftrightarrow P(\overline{A})=1-P(A)$ ពិត

ដូចនេះ $P(\overline{A})=1-P(A)$ ។

$2.P\left(\overline{A}/B\right)=1-P\left(A/B\right)$

ដោយៈ $A\cup\overline{A}=S$, $A\cap\overline{A}=\varnothing$

នាំឲ្យ៖ $P\left(A\cup\overline{A}/B\right)=P(S/B)=1$ (1)

តែ៖ $P\left(A\cup\overline{A}/B\right)=\dfrac{P\left[\left(A\cup\overline{A}\right)\cap B\right]}{P(B)}=\dfrac{P\left[\left(A\cap B\right)\cup\left(\overline{A}\cap B\right)\right]}{P(B)}$

$$=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P(B)}+\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P(B)}=P\left(A/B\right)+P\left(\overline{A}/B\right)\ (2)$$

តាម (1) និង (2) : $P\left(A/B\right)+P\left(\overline{A}/B\right)=1\Leftrightarrow P\left(\overline{A}/B\right)=1-P\left(A/B\right)$ ពិត

ដូចនេះ $P\left(\overline{A}/B\right)=1-P\left(A/B\right)$ ។

57 . ចំពោះព្រឹត្តិការណ៍ A_1, A_2 និង A_3 បង្ហាញថា៖

$$P\left(A_1\cup A_2\cup A_3\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)+P\left(A_3\right)-P\left(A_1\cap A_2\right)$$
$$-P\left(A_2\cap A_3\right)-P\left(A_1\cap A_3\right)+P\left(A_1\cap A_2\cap A_3\right)$$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

បង្ហាញថា៖

$$P\left(A_1\cup A_2\cup A_3\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)+P\left(A_3\right)-P\left(A_1\cap A_2\right)$$
$$-P\left(A_2\cap A_3\right)-P\left(A_1\cap A_3\right)+P\left(A_1\cap A_2\cap A_3\right)$$

តាង៖ $B=A_2\cup A_3\Rightarrow P\left(A_1\cup A_2\cup A_3\right)=P\left(A_1\cup B\right)=P\left(A_1\right)+P\left(B\right)-P\left(A_1\cap B\right)$ (1)

តែ៖ $A_1\cap B=A_1\cap\left(A_2\cup A_3\right)=\left(A_1\cap A_2\right)\cup\left(A_1\cap A_3\right)$

នាំឲ្យ៖ $P\left(A_1\cap B\right)=P\left(A_1\cap A_2\right)+P\left(A_1\cap A_3\right)-P\left[\left(A_1\cap A_2\right)\cap\left(A_1\cap A_3\right)\right]$

$$=P\left(A_1\cap A_2\right)+P\left(A_1\cap A_3\right)-P\left(A_1\cap A_2\cap A_3\right)\ (2)$$

ម្យ៉ាងទៀត៖ $B=A_2\cup A_3\Rightarrow P\left(B\right)=P\left(A_2\cup A_3\right)=P\left(A_2\right)+P\left(A_3\right)-P\left(A_2\cap A_3\right)$ (3)

យក (2) , (3) ជំនួសក្នុង (1) គេបាន៖

$$P\left(A_1\cup A_2\cup A_3\right)=P\left(A_1\right)+P\left(A_2\right)+P\left(A_3\right)-P\left(A_1\cap A_2\right)$$
$$-P\left(A_2\cap A_3\right)-P\left(A_1\cap A_3\right)+P\left(A_1\cap A_2\cap A_3\right)$$ ពិត

ដូចនេះ

$$\boxed{\begin{aligned}P(A_1\cup A_2\cup A_3)&=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)-P(A_1\cap A_2)\\&-P(A_2\cap A_3)-P(A_1\cap A_3)+P(A_1\cap A_2\cap A_3)\end{aligned}}$$ ។

58.ចំពោះបីព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា A, B និង C នៅក្នុងលំហរសំណាក់ S ស្រាយថាព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមក៏មិនទាក់ទងគ្នាដែរ៖ $1.\ \overline{A}\ and\ B$, $2.\ \overline{A}\ and\ \overline{B}$, $3.\ A\ and\ B\cup C$ ។

ចម្លើយ

$1.\ \overline{A}\ and\ B$

ដោយ៖ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នានោះ $A=(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})$

នាំឲ្យ៖ $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap\overline{B})\Rightarrow P(A\cap\overline{B})=P(A)-P(A\cap B)=P(A)-P(A)P(B)$

$$=P(A)[1-P(B)]$$
$$=P(A)P(\overline{B})$$

ដោយ $P(A\cap\overline{B})=P(A)P(\overline{B})$ នាំឲ្យ $\overline{A}$ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា (ពិត)

ដូចនេះ $\overline{A}$ និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ។

$2.\ \overline{A}\ and\ \overline{B}$

ដោយ៖ $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$

នាំឲ្យ៖ $P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$

$$=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$$
$$=1-P(A)-P(B)+P(A)P(B)$$
$$=1-P(A)-P(B)[1-P(A)]$$
$$=(1-P(A))(1-P(B))$$
$$=P(\overline{A})P(\overline{B})$$

ដោយ $P(A\cap\overline{B})=P(A)P(\overline{B})$ នាំឲ្យ $\overline{A}$ និង $\overline{B}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា (ពិត)

ដូចនេះ $\overline{A}$ និង $\overline{B}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ។

$3.\ A\ and\ B\cup C$

ដោយ៖ A, B និង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នានោះ $[A\cap(B\cup C)]=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

នាំឲ្យ៖ $P[A\cap(B\cup C)]=P[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$

$$=P(A\cap B)+P(A\cap C)-P(A\cap B\cap C)$$
$$=P(A)P(B)+P(A)P(C)-P(A)P(B)P(C)$$
$$=P(A)P(B)+P(A)P(C)-P(A)P(B\cap C)$$
$$=P(A)[P(B)+P(C)-P(B\cap C)]$$
$$=P(A)P(B\cup C)$$

ដោយ៖ $P[A\cap(B\cup C)]=P(A)P(B\cup C)$ នាំឲ្យ A និង $B\cup C$ ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា (ពិត)

ដូចនេះ A និង $B\cup C$ ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នា ។

59.បញ្ហានៅក្នុងស្ថិតិមួយត្រូវបានផ្តល់ឲ្យសិស្សបីនាក់ A,B និង C ដោះស្រាយដែលម្នាក់ៗមានឱកាស់ដោះស្រាយបានស្មើរ $\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{1}{4}$ រៀងគ្នា។រកប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់មានម្នាក់ក្នុងចំណោមពួកគេដោះស្រាយបាន ។

ចម្លើយ

រកប្រូបាបដែលយ៉ាងហោចណាស់មានសិស្សម្នាក់ដោះស្រាយលំហាត់បាន

ដោយៈ $P(A)=\frac{1}{2},P(B)=\frac{3}{4}$ និង $P(C)=\frac{1}{4}$ បញ្ហានឹងត្រូវបានដោះស្រាយបើយ៉ាងហោចណាស់មានម្នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស A,B ឬ C អាចដោះស្រាយលំហាត់បានគឺជាប្រូបាបកំណត់ដោយៈ

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(B\cap C)-P(A\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

តែៈ $P(A\cap B)=P(A)P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$, $P(B\cap C)=P(B)P(C)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$

$$P(A\cap C)=P(A)P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}\ ,\ P(A\cap B\cap C)=P(A)P(B)P(C)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{32}$$

នាំឲ្យ $P(A\cup B\cup C)=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{1}{4}-\frac{3}{8}-\frac{3}{16}-\frac{1}{8}+\frac{3}{32}=\frac{29}{32}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A\cup B\cup C)=\frac{29}{32}}$ ។

60.ចំនួនមួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីលេខ $\{1,2,3,...,100\}$ ដោយដឹងថាលេខដែលជ្រើសរើសត្រូវចែកដាច់នឹង 2 ។រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានលេខចែកដាច់ 3 ឬ 5 ។

<u>**ចម្លើយ**</u>

រកប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានលេខចែកដាច់ 3 ឬ 5

តាងៈ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានចំនួនចែកដាច់នឹង 2

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានចំនួនចែកដាច់នឹង 3

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានចំនួនចែកដាច់នឹង 5

គេបានៈ $P(A_3\cup A_5/A_2)=\frac{P[(A_3\cup A_5)\cap A_2]}{P(A_2)}$

$$=\frac{P[(A_3\cap A_2)\cup(A_5\cap A_2)]}{P(A_2)}$$

$$=\frac{P(A_3\cap A_2)+P(A_5\cap A_2)-P(A_3\cap A_5\cap A_2)}{P(A_2)}$$

តែៈ $A_3\cap A_2$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានចំនួនចែកដាច់នឹង 6 $\Rightarrow n(A_3\cap A_2)=16$

$A_5\cap A_2$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានចំនួនចែកដាច់នឹង 10 $\Rightarrow n(A_5\cap A_2)=10$

$A_2\cap A_3\cap A_5$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានចំនួនចែកដាច់នឹង 30 $\Rightarrow n(A_2\cap A_3\cap A_5)=3$

និង $n(A_2)=50$, $n(S)=100$

នាំឲ្យ៖ $P(A_3 \cap A_2)=\frac{16}{100}$, $P(A_5 \cap A_2)=\frac{10}{100}$, $P(A_2 \cap A_3 \cap A_5)=\frac{3}{100}$, $P(A_2)=\frac{50}{100}$

គេបាន៖ $P(A_3 \cup A_5 / A_2)=\dfrac{\frac{16}{100}+\frac{10}{100}-\frac{3}{100}}{\frac{50}{100}}=\frac{23}{50}$

ដូចនេះ $\boxed{P(A_3 \cup A_5 / A_2)=\frac{23}{50}}$ ។

➪ចម្លើយលំហាត់អនុវត្តន៍មេរៀនទី៣

1.អថេរចៃដន្យ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ចំពោះ $x=1,2,3,4$ ចូរគណនា

ក.$E(X)$ ខ.$E(X^2)$ គ. $E(2X^2+3X+4)$ ឃ.$Var(X)$

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.2	0.3	0.4	0.1

ចម្លើយ

ក.គណនា $E(X)$

តាមរូបមន្ត $E(X)=\sum[xP(X=x)]=1\times0.2+2\times0.3+3\times0.4+4\times0.1$
$=2.4$

ដូចនេះ $E(X)=2.4$ ។

ខ.គណនា $E(X^2)$

តាមរូបមន្ត $E(X^2)=\sum[x^2P(X=x)]=0.2+4\times0.3+9\times0.4+16\times0.1$
$=6.6$

ដូចនេះ $E(X^2)=6.6$ ។

គ.គណនា $E(2X^2+3X+4)$

តាមរូបមន្ត $E(2X^2+3X+4)=\sum[(2x^2+3x+4)P(X=x)]$
$=9\times0.2+18\times0.3+32\times0.4+48\times0.1$
$=24.8$

ដូចនេះ $E(2X^2+3X+4)=24.8$

ឃ. គណនា $Var(X)$

តាមរូបមន្ត $Var(X)=E(X^2)-E^2(X)=6.6-(2.4)^2$
$=0.84$

ដូចនេះ $Var(X)=0.84$ ។

2. គណនាចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងផ្ងាឡើងបានខាងរូបក្បាលកាលណាគេបោះកាក់បីព្រមគ្នា។

ចម្លើយ

កាលណាគេបោះកាក់បីព្រមគ្នា ដោយកាក់មានមុខ ពីរគឺ ខាង T តាងដោយរូបក្បាល និងH ខាងខ្នង

គេបានលទ្ធផល $HHH, HHT, HTT, TTT, THH, THT, TTH, HTH$

នាំឱ្យយើងបានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបដូចខាងក្រោម៖

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

យក X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ និង xជាចំនួនលទ្ធផលដែលរូបក្បាលកើតឡើង

តាមរូបមន្តសង្ឃឹមគណិតវិទ្យាគេបាន៖

$$E(X)=\sum[xP(X=x)]=\frac{3}{8}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}=\frac{12}{8}=1.5$$

ដូចនេះ គេសង្ឃឹមទុកថា នឹងចេញរូបខាងក្បាលគឺ ចំនួនមួយករណី

3. គណនាចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងបោះបានគ្រាប់ឡុកឡាក់មានផលបូកលេខជាចំនួនគូរ បើគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរផ្សេងគ្នា។

<u>ចម្លើយ</u>

កាលណាគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរផ្សេងគ្នាគេទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម៖

1 \ 2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

យក X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ និង x ជាចំនួនលទ្ធផលដែលផលបូលមុខនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខគូ

គេបានតារាងបំណែងចែកប្រូបាបដូចខាងក្រោម៖

x	0 (ផលបូកសេស)	1(ផលបូកគូ)
$P(X=x)$	$\frac{18}{36}$	$\frac{18}{36}$

ដូចនេះ $E(X)=P(X=1)=\frac{18}{36}=0.5$ មានន័យថាគេសង្ឃឹមពាក់កណ្តាលថានឹងចេញលេខមាន ផលបូកលេខចេញលេខគូ ។

4) អថេរចៃដន្យ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)=Ax$ ចំពោះ$x=1,2,3,4,5,6$ និង

$$P(X=x)=A\left(2x+\frac{1}{2}\right)$$ ចំពោះ $x=7,8,9$។

គណនា៖

ក. ចំនួនថេរ A ខ. $E(X)$ គ. $Var(X)$ ឃ. $E(X+3)$ ង. $Var(X+3)$

ចម្លើយ

ក. គណនាចំនួនថេរ A

យើងមាន $P(X=1)=A$, $P(X=2)=2A$, $P(X=3)=3A$, $P(X=4)=4A$, $P(X=5)=5A$, $P(X=6)=6A$, $P(X=7)=\left(\frac{23A}{2}\right)$, $P(X=8)=\frac{33A}{2}$, $P(X=9)=\frac{37A}{2}$

យើងបាន $\sum P(X=x)=1$ នាំឱ្យ

$$A+2A+3A+4A+5A+6A+\frac{23A}{2}+\frac{33A}{2}+\frac{37A}{2}=1$$

គេបាន $21A+\frac{93A}{2}=1$

$$\frac{135A}{2} = 1$$

ដូចនេះ $A = \frac{2}{135}$ ។

ខ. គណនា $E(X)$

តាមរូបមន្ត $E(X) = \sum xP(X = x)$

$$E(X) = 0.01 + 2 \times 0.02 + 3 \times 0.03 + 4 \times 0.04 + 5 \times 0.05 + 6 \times 0.06 + 7 \times 0.145 + 8 \times 0.165 + 9 \times 0.185$$

$= 4.91$

ដូចនេះ $E(X) = 4.91$ ។

គ. គណនា $Var(X)$

តាមរូបមន្ត $Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$

ដោយ

$$E(X^2) = \sum [x^2 P(X = x)]$$

$$= 1 \times 0.01 + 4 \times 0.02 + 9 \times 0.03 + 16 \times 0.04 + 25 \times 0.05 + 36 \times 0.06 + 49 \times 0.145 + 64 \times 0.165 + 81 \times 0.185$$

គេបាន $E(X^2) = 37.06$

នាំឱ្យ $Var(X) = 37.06 - 4.91^2 = 12.95$ ។

ដូចនេះ $Var(X) = 12.95$ ។

ឃ. គណនា $E(X + 3)$

តាមរូបមន្ត $E(X + 3)$

$$= \sum [(x + 3)P(X = x)] = 4 \times 0.01 + 5 \times 0.02 + 6 \times 0.03 + 7 \times 0.04 + 8 \times 0.05 + 9 \times 0.06 + 10 \times 0.145 + 11 \times 0.165 + 12 \times 0.185$$

$= 7.025$

ដូចនេះ $E(X + 3) = 7.025$ ។

ង. គណនា $Var(X + 3)$

តាមរូបមន្ត $Var(X + 3) = E((X + 3)^2) - E^2(X + 3)$

យើងបាន $E[(X + 3)^2] = \sum [(x + 3)^2 P(X = x)]$

$$= 16 \times 0.01 + 25 \times 0.02 + 36 \times 0.03 + 49 \times 0.04 + 64 \times 0.05 + 81 \times 0.06 + 100 \times 0.145 + 121 \times 0.165 + 144 \times 0.185$$

$= 20017.9$

នាំឱ្យ $Var(X + 3) = 20017.9 - (7.025)^2 = 19968.5494$ ។

ដូចនេះ $Var(X + 3) = 19968.5494$ ។

5) បើ $E(X) = 2$ និង $Var(X) = 8$ ។ ចូរគណនា $E((1 + X)^2)$ និង $Var(2 + X)$ ។

ចម្លើយ

គណនា $E((1 + X)^2)$ និង $Var(2 + X)$

យើងមាន $E[(1 + X)^2] = E(1 + 2X + X^2)$

$= 1 + 2E(X) + E(X^2)$

$= 5 + E(X^2)$

ចំពោះ $Var(2+X)=E[(2+X)^2]-E^2(2+X)$

$=E(4+4X+X^2)-\left(2+E(X)\right)^2$

$=4+4E(X)+E(X^2)-4-4E(X)-E^2(X)$

$=Var(X)=8$

$\Rightarrow\ E[(1+X)^2]=\ 5+E(X^2)=5+Var(X)+E^2(X)$

$=5+8+4=17$

ដូចនេះ $E((1+X)^2)=17$និង $Var(2+X)=8$ ។

6) តារាងបំណែងចែកប្រូបាបខាងក្រោម បង្ហាញពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ប្រចាំថ្ងៃនៅក្នុងទីក្រុងមួយ ។

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.15	0.05	0.3	0.4	0.1

គណនា៖

ក.ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយថ្ងៃ

ខ.វ៉ារ្យង់ ។

ចម្លើយ

ក.គណនាចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយថ្ងៃ

តាមរូបមន្តសង្ឃឹមគណិតវិទ្យា

$E(X)=\sum[xP(X=x)]=0.15+2\times0.05+3\times0.3+4\times0.4+5\times0.1$

$=3.25$

ដូចនេះ ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុងមួយថ្ងៃគឺ 3ករណី ។

ខ. គណនាវ៉ារ្យង់

តាមរូបមន្ត$Var(X)=E(X^2)-E^2(X)$

ដោយ $E(X^2)=\sum[x^2P(X=x)]=0.15+4\times0.05+9\times0.3+16\times0.4+25\times0.1$

$=11.95$

$\Rightarrow Var(X)=11.95-3.25=1.3875$

ដូចនេះ $Var(X)=1.3875$

7) អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ដូចបង្ហាញក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

x	-2	-1	0	1	c
$P(X=x)$	0.1	0.1	0.3	0.4	0.1

គណនាតម្លៃ c ៖

ក. បើ $E(2X)=0.3$ ខ. បើ $E(X+2X^2)=1.8$ ។

ចម្លើយ

ក. គណនាតម្លៃ c បើ $E(2X)=0.3$

ដោយ $E(2X)=2\sum[xP(X=x)]$

$=2\left((-2)\times0.1+(-1)\times0.1+0.4+c\times0.1\right)$

$=0.2+0.2c$

យើងបាន $0.2c=0.3-0.2$

នាំឱ្យ $c=\dfrac{0.1}{0.2}=0.5$

ដូចនេះ $c=0.5$

ខ. គណនា c បើ $E(X+2X^2)=1.8$

តាមរូបមន្ត $E(X+2X^2)=\sum[(x+2x^2)P(X=x)]$

$=6\times0.1+0.1+3\times0.4+(c+2c^2)0.1$

$1.8\ =1.9+(c+2c^2)0.1$

យើងបាន $(c+2c^2)=-1$

$2c^2+c+1=0$

$\Delta=1-8=-7<0$ នាំឱ្យសមីការ គ្មានឫស

ដូចនេះ គ្មានតម្លៃ c ណាមួយដែល ផ្ទៀងផ្ទាត់ $E(X+2X^2)=1.8$ ក្នុងសំនុំចំនួនពិតនោះទេ

ចម្លើយលំហាត់អនុវត្តន៍មេរៀនទី៤

1. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួន7ដង។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ2ចំនួន 3 ដង

ចម្លើយ

យក«គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2 »ជាជោគជ័យ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2

F ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់មិនចេញមុខលេខ 2

គេបាន $P(A)=\dfrac{1}{6}$ ហើយ $P(F)=1-P(A)=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$ ។

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដែលជា«គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2 » គេបានប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2 ចំនួន3 កំណត់ដោយ $P(X=3)$

តាមរូបមន្ត $P(X=x)=C(n,x)\times\left[p(A)\right]^x p\left[(F)\right]^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,3,\ldots,7$ ។

គេបាន $P(X=3)=C(10,3)\times\left(\dfrac{1}{6}\right)^3\left(\dfrac{5}{6}\right)^4=0.2679$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ2ចំនួន 3 ដងស្មើនឹង 0.2679 ។

2. ថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម3 និងបាល់ពណ៌ស2 ។ គេចាប់យកបាល់មួយចេញពីថង់ ហើយកត់ត្រាពណ៌នៃបាល់ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ ។ បើគេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន5 ដង គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានបាល់ក្រហមចំនួន2ដង ។

ចម្លើយ

យក«គេចាប់បានបាល់ក្រហម»ជាជោគជ័យ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបាល់ក្រហម

B' ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានបាល់មិនមែនក្រហម

គេបាន $P(B)=\dfrac{3}{5}$ ហើយ $P(B')=1-P(B)=1-\dfrac{3}{5}=\dfrac{2}{5}$ ។

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដែល«គេចាប់បានបាល់ក្រហម» គេបានប្រូបាបដែលគេចាប់បានបាល់ក្រហមចំនួន2ដង កំណត់ដោយ $P(X=2)$

តាមរូបមន្ត $P(X=x)=C(n,x)\times\left[p(B)\right]^{x}\left[p(B')\right]^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,3,...,5$ ។

គេបាន $P(X=2)=C(5,2)\times\left(\frac{3}{5}\right)^{2}\left(\frac{2}{5}\right)^{3}=0.2304$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគេចាប់បានបាល់ក្រហមចំនួន 3 ដងស្មើនឹង 0.2304 ។

3. បើ X ជាអថេរនៃ $Bin\left(6,\frac{1}{3}\right)$ ។គណនា:

ក. $P(X=4)$ ខ. $P(X\le 2)$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

មាន: X ជាអថេរនៃ $Bin\left(6,\frac{1}{3}\right)$ នោះ $n=6$ និង $p=\frac{1}{3}$ ហើយ $1-p=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ ។

ក.គណនា $P(X=4)$

តាមរូបមន្តអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរ $X: P(X=x)=C(n,x)\times p^{x}(1-p)^{n-x}$

គេបាន: $P(X=4)=C(6,4)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2}=0.0823$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(X=4)=0.0823}$ ។

ខ.គណនា $P(X\le 2)$ ដែល $x=0,1,2$

តាមរូបមន្ត $P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$

មាន: $P(X=0)=C(6,0)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{0}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{6}=0.0878$

$P(X=1)=C(6,1)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{1}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{5}=0.2634$

$P(X=2)=C(6,2)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{4}=0.3292$

គេបាន $P(X\le 2)=0.0878+0.2634+0.3292=0.6804$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(X\le 2)=0.6804}$ ។

4. បើ X ជាអថេរនៃ $Bin(8,0.4)$ ។គណនា:

ក. $P(X=2)$ ខ. $P(X=0)$ គ. $P(X>6)$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

មាន: X ជាអថេរនៃ $Bin(8,0.4)$ នោះ $n=8$ និង $p=0.4$ ហើយ $1-p=1-0.4=0.6$ ។

ក.គណនា $P(X=2)$

តាមរូបមន្តអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបនៃអថេរ $X: P(X=x)=C(n,x)\times p^{x}(1-p)^{n-x}$

គេបាន: $P(X=2)=C(8,2)\cdot(0.4)^{2}\cdot(0.6)^{6}=0.2090$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(X=2)=0.2090}$ ។

ខ.គណនា $P(X=0)$

គេបាន: $P(X=0)=C(8,0)\cdot(0.4)^{0}\cdot(0.6)^{8}=0.0168$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(X=0)=0.0168}$ ។

គ.គណនា $P(X>6)$ ដែល $x=7,8$

តាមរូបមន្ត $P(X>6)=P(X=7)+P(X=8)$

មាន: $P(X=7)=C(8,7)\cdot(0.4)^7\cdot(0.6)^1=0.0078$

$P(X=8)=C(8,8)\cdot(0.4)^8\cdot(0.4)^0=0.0006$

គេបាន $P(X>6)=0.0078+0.0006=0.0084$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(X>6)=0.0084}$ ។

5. ប្រូបាបដែលមនុស្សម្នាក់គាំទ្រគណបក្ស A ស្មើនឹង 0.6 ។ គេធ្វើការស្ទង់មតិលើសំណាកមួយដែលមានមនុស្ស 8នាក់ ។ រកប្រូបាបដែល:

ក.3 នាក់គាំទ្រគណបក្សA ។

ខ.ច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណបក្សA ។

<u>ចម្លើយ</u>

យក«គាំទ្រគណបក្សA »ជាជោគជ័យ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សគាំទ្រគណបក្សA

A'ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមនុស្សមិនគាំទ្រគណបក្សA

គេបាន $P(A)=0.6$ ហើយ $P(A')=1-P(A)=1-0.6=0.4$ ។

រកប្រូបាបដែល:

ក.មនុស្ស 3 នាក់គាំទ្រគណបក្សA

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដែល«មនុស្សគាំទ្រគណបក្សA» គេបានប្រូបាបដែលមនុស្សគាំទ្រគណបក្សA ចំនួន3នាក់ កំណត់ដោយ $P(X=3)$

តាមរូបមន្ត $P(X=x)=C(n,x)\times[p(A)]^x\, p[(A')]^{n-x}$ ដែល $x=0,1,2,3,\ldots,8$ ។

គេបាន $P(X=3)=C(8,3)\times(0.6)^3(0.4)^5=0.1238$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមនុស្ស 3 នាក់គាំទ្រគណបក្សAស្មើនឹង 0.1238 ។

ខ.ច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណបក្សA

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដែល «មនុស្សច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណបក្សA » គេបានប្រូបាបដែលមនុស្សច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណបក្សA កំណត់ដោយ $P(X\le 5)$

តាមរូបមន្ត $P(X\le5)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$

គេមាន $P(X=0)=C(8,3)\times(0.6)^0(0.4)^8=0.0367$

$P(X=1)=C(8,3)\times(0.6)^1(0.4)^7=0.0550$

$P(X=2)=C(8,3)\times(0.6)^2(0.4)^6=0.0825$

$P(X=3)=C(8,3)\times(0.6)^3(0.4)^5=0.1238$

$P(X=4)=C(8,3)\times(0.6)^4(0.4)^4=0.1857$

$P(X=5)=C(8,3)\times(0.6)^5(0.4)^3=0.2786$

គេបាន $P(X\le 5)=0.0367+0.0550+0.0825+0.1238+0.1857+0.2785=0.7623$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមនុស្សច្រើនជាង5 នាក់គាំទ្រគណបក្សA ស្មើនឹង 0.7623 ។

6. គេបានសំគាល់ឃើញថា ថ្នាំបង្ការរោគផ្តល់គ្រោះថ្នាក់ធ្ងន់ធ្ងរមួយ ចំពោះការចាក់ថ្នាំបង្ការរោគ 3000 ។ គេចាក់ថ្នាំបង្ការរោគនៃមនុស្ស 20000 នាក់ ។ គណនាប្រូបាបៈ

ក. ដែលគ្មានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់ ។

ខ. មានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់ ។

គ. មានគ្រោះថ្នាក់យ៉ាងតិចលើសពីម្នាក់ ។

ចម្លើយ

តាង X ជាព្រឹត្តិការណ៍ប្រែប្រួលដែលកំណត់ដោយ« $X=x$ »ដែល x ជាចំនួនគ្រោះថ្នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 20000 ដែលចាក់ថ្នាំបង្ការរោគ ។ តាមការប្រែប្រួលនៃច្បាប់ *Bernouilli* $Bin(n,p)$

ដោយ $n=20000$ និង $p=\frac{1}{3000}$

នាំឱ្យ $P(X=x)=C(n,x)p^x(1-p)^{n-x}$ ដោយ $0\le x\le n$

ក. គណនាប្រូបាបដែលគ្មានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់

យើងបាន:

$P(X=0)=C(20000,0)\left(\frac{1}{3000}\right)^0\left(\frac{2999}{3000}\right)^{20000}=\left(\frac{2999}{3000}\right)^{20000}\approx 0.00127$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលគ្មានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់ គឺ: $P(X=0)=0.00127$ ។

ខ. គណនាប្រូបាបមានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់

យើងបាន:

$P(X=1)=C(20000,1)\left(\frac{1}{3000}\right)^1\left(\frac{2999}{3000}\right)^{19999}=\frac{20}{3}\left(\frac{2999}{3000}\right)^{19999}\approx 0.00848$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានម្នាក់គ្រោះថ្នាក់ គឺ: $P(X=1)=0.00848$ ។

គ. គណនាប្រូបាបមានគ្រោះថ្នាក់យ៉ាងតិចលើសពីម្នាក់

យើងបាន: $P(X>1)=P(X=2)+P(X=3)+...+P(X=20000)$

តាមប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ

$P(X>1)=1-\left[P(X=0)+P(X=1)\right]$

$P(X>1)=1-(0.00127+0.00848)\approx 0.99025$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលមានគ្រោះថ្នាក់យ៉ាងតិចលើសពីម្នាក់ គឺ: $P(X>1)=0.99025$ ។

7. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,p)$ ដែល $p<\frac{1}{2}$ និង $Var(X)=\frac{15}{8}$ ។គណនា:

ក. p ខ. $E(X)$ គ. $P(X=2)$ ។

ចម្លើយ

ក.គណនា p

មាន $Bin(10,p)$ នោះ $n=10$

ហើយ $Var(X)=np(1-p)=\frac{15}{8}$

គេបាន: $-p^2+p-\frac{3}{16}=0$

$\Delta=1-4(-1)\left(\frac{3}{16}\right)=\frac{1}{4}\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\frac{1}{2}$

នាំឱ្យ $p=\frac{-1-\frac{1}{2}}{-2}=\frac{3}{4}>\frac{1}{2}$ (មិនយក) ឬ $p=\frac{-1+\frac{1}{2}}{-2}=\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$ (យក)

ដូចនេះ $\boxed{p=\frac{1}{4}}$ ។

ខ.គណនា $E(X)$

គេបាន: $E(X)=np=10\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{2}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{E(X)=\frac{5}{2}}$ ។

គ.គណនា $P(X=2)$

មាន: X ជាអថេរនៃ $Bin\left(10,\frac{1}{4}\right)$ នោះ $n=10$ និង $p=\frac{1}{4}$ ហើយ $1-p=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ ។

តាមរូបមន្ត $P(X=x)=C(n,x)\times p^x(1-p)^{n-x}$

គេបាន: $P(X=2)=C(10,2)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^8=0.2815$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(X=2)=0.2815}$ ។

8. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,0.3)$ ។ គណនា:

ក.សង្ឃឹមគណិត $E(X)$ ខ.គម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$

គ.តម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ឬម៉ូត ។

ចម្លើយ

ក.គណនាសង្ឃឹមគណិត $E(X)$

មាន: X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,0.3)$ នោះ $n=10$ និង $p=0.3$

គេបាន: $E(X)=np=10\cdot(0.3)=3$ ។

ដូចនេះ សង្ឃឹមគណិត $\boxed{E(X)=3}$ ។

ខ.គម្លាតស្តង់ដា $\sigma(X)$

មាន: $p=0.3\Rightarrow 1-p=1-0.3=0.7$

គេបាន: $\sigma(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{3\cdot(0.7)}=1.4491$ ។

ដូចនេះ គម្លាតស្តង់ដា $\boxed{\sigma(X)=1.4491}$ ។

គ.តម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ឬម៉ូត

ដោយសង្ឃឹមគណិត $E(X)=3$ នោះតម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេនៅក្បែរៗ 3 នោះយក $x=2,3,4$ ជាតម្លៃនៃ X ។

ដោយ X ជាអថេរនៃ $Bin(n,p)$ នោះ $P(X=x)=C(n,x)\times p^x(1-p)^{n-x}$

គេបាន: $P(X=2)=C(10,2)\cdot(0.3)^2\cdot(0.7)^8=0.2334$

$$P(X=3)=C(10,3)\cdot(0.3)^3\cdot(0.7)^7=0.2668$$

$$P(X=4)=C(10,4)\cdot(0.3)^4\cdot(0.7)^6=0.2001$$

ដូចនេះ តម្លៃនៃអថេរ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេគឺ $x=3$ ។

9. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(8,0.4)$ ។ គណនា:

ក.តម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ឬម៉ូត ។ ខ.$P(X\le 4)$ គ. $P(X\ge 4)$ ។

ចម្លើយ

ក.តម្លៃ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ ឬម៉ូត

ដោយ X ជាអថេរនៃ $Bin(n,p)$ នោះ $P(X=x)=C(n,x)\times p^x(1-p)^{n-x}$

ដែល $x=0,1,2,3,...,8$ ។

គេបាន: $P(X=0)=C(8,0)\cdot(0.4)^0\cdot(0.6)^8=0.0168$

$$P(X=1)=C(8,1)\cdot(0.4)^1\cdot(0.6)^7=0.0895$$

$$P(X=2)=C(8,2)\cdot(0.4)^2\cdot(0.6)^6=0.2090$$

$$P(X=3)=C(8,3)\cdot(0.4)^3\cdot(0.6)^5=0.2787$$

$$P(X=4)=C(8,4)\cdot(0.4)^4\cdot(0.6)^4=0.2322$$

$$P(X=5)=C(8,5)\cdot(0.4)^5\cdot(0.6)^3=0.1238$$

$$P(X=6)=C(8,6)\cdot(0.4)^6\cdot(0.6)^2=0.0413$$

$$P(X=7)=C(8,7)\cdot(0.4)^7\cdot(0.6)^1=0.0078$$

$$P(X=8)=C(8,8)\cdot(0.4)^8\cdot(0.6)^0=0.0006$$

ដូចនេះ តម្លៃនៃអថេរ X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេគឺ $x=3$ ។

ខ.គណនា $P(X\le 4)$

គេបាន: $P(X\le 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$

$$=0.0168+0.0895+0.2090+0.2787+0.2322$$
$$=0.8262$$

ដូចនេះ $\boxed{P(X\le 4)=0.8262}$ ។

គ.គណនា $P(P\ge 4)$

គេបាន: $P(X\ge 4)=P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$

$$=0.2322+0.1238+0.0413+0.0078+0.0006$$
$$=0.4057$$

ដូចនេះ $\boxed{P(X\ge 4)=0.4057}$ ។

10. នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស5 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ7 និងឃ្លីពណ៌ក្រហម8។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីថង់នោះ ហើយកត់ត្រាទុកពណ៌របស់ឃ្លី រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ។ គេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន9ដង។

ក.រកចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់ ។

ខ.រកចំនួនឃ្លីពណ៌សដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់ ។

គ.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី3។

<u>ចម្លើយ</u>

ក.រកចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់

តាង X ជាអថេរចៃដន្យ«ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហម»

$X \sim Bin(n,p)$ ដែល $n=9$ និង $p=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$ ។

គេបានៈ $E(X)=np=9\left(\frac{3}{5}\right)=5.4$ ។

ដូចនេះ គេសង្ឃឹមទុកថា គេនឹងចាប់បានបាល់ពណ៌ក្រហមទាំងអស់ចំនួន5.4ឃ្លី។

ខ.រកចំនួនឃ្លីពណ៌ស ដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់

តាង Y ជាអថេរចៃដន្យ«ចំនួនឃ្លីពណ៌ស»

$Y \sim Bin(n,p)$ ដែល $n=9$ និង $p=\frac{5}{20}$ ។

គេបានៈ $E(Y)=np=9\left(\frac{5}{20}\right)=2.25$ ។

ដូចនេះ គេសង្ឃឹមទុកថា គេនឹងចាប់បានបាល់ពណ៌សទាំងអស់ចំនួន2.25ឃ្លី ។

គ.រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី3

តាង Z ជាអថេរចៃដន្យ«ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅ»

$Z \sim Bin(n,p)$ ដែល $n=9$ និង $p=\frac{7}{20}$ ហើយ $1-p=1-\frac{7}{20}=\frac{13}{20}$ ។

ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី3គឺ $P(Z\le 3)$

គេបានៈ $P(Z\le 3)=P(Z=3)+P(Z=2)+P(Z=1)+P(Z=0)$

តាមរូបមន្ត $P(Z=z)=C(n,z)\cdot p^z\cdot(1-p)^{n-z}$ ដែល $z=0,1,2,3$

គេបានៈ $P(Z=0)=C(9,0)\cdot\left(\frac{7}{20}\right)^0\cdot\left(\frac{13}{20}\right)^9=0.0207$

$P(Z=1)=C(9,1)\cdot\left(\frac{7}{20}\right)^1\cdot\left(\frac{13}{20}\right)^8=0.1003$

$P(Z=2)=C(9,2)\cdot\left(\frac{7}{20}\right)^2\cdot\left(\frac{13}{20}\right)^7=0.2161$

$P(Z=3)=C(9,3)\cdot\left(\frac{7}{20}\right)^3\cdot\left(\frac{13}{20}\right)^6=0.2716$

នាំឱ្យ $P(Z\le 3)=0.2716+0.2161+0.1003+0.0207=0.6087$ ។

ដូចនេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី3 ស្មើនឹង 0.6087 ។

ចម្លើយលំហាត់អនុវត្តន៍មេរៀនទី៥

1. ប្រាក់ខែជាមធ្យមរបស់បុគ្គលិកក្រុមហ៊ុនមួយស្មើនឹង 250 $ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 10 $ ។ គេដឹងថាបំណែងចែកប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិកទាំងអស់តាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ ។ តើមានប៉ុន្មាន% នៃប្រាក់ចំណូលរបស់បុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ចំណូលច្រើនជាង 275 $?

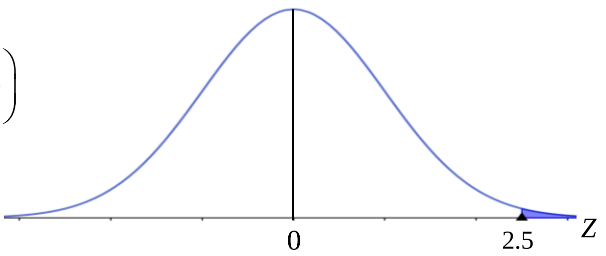
ចម្លើយ

រកភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលរបស់បុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ចំណូលច្រើនជាង 275 $

តាង X ជាអថេរនៃប្រាក់ចំណូលគិតជាដុល្លា

នាំឱ្យ $X \sim N(250, 10^2)$ ដែល $\mu = 250$ និង $\sigma = 10$

គេបាន $Z = \dfrac{X - 250}{10}$



នាំឱ្យ $P(X > 275) = P\left(\dfrac{X-250}{10} > \dfrac{275-250}{10}\right)$

$= P(Z > 2.5)$

$= 0.5 - P(0 < Z < 2.5)$

$= 0.5 - 0.4938$

$= 0.0062$

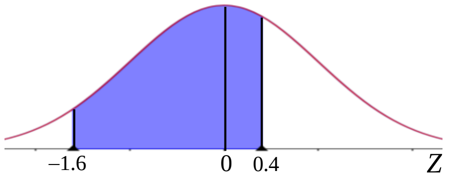
ដូចនេះ បុគ្គលិកដែលមានប្រាក់ចំណូលច្រើនជាង 275 $ មាន 0.62% ។

2. ប្រាក់កម្រៃជើងសារប្រចាំឆ្នាំរបស់អ្នកលក់ម៉ាស៊ីនភ្លើងម្នាក់គិតជាមធ្យមស្មើនឹង 400$ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 50$ ។បើប្រាក់កម្រៃជើងសារប្រចាំឆ្នាំតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ តើមានប៉ុន្មាន% ដែលអ្នកលក់នោះរកបាននៅចន្លោះ 320$ និង 420$ ។

ចម្លើយ

រកភាគរយនៃប្រាក់កម្រៃជើងសាដែលរកបាននៅចន្លោះពី 320$ ទៅ 420$

តាង X ជាអថេរនៃប្រាក់កម្រៃជើងសាគិតជាដុល្លា



នាំឱ្យ $X \sim N(400, 50^2)$ ដែល $\mu = 400$ និង $\sigma = 50$

គេបាន $Z = \dfrac{X - 400}{50}$

នាំឱ្យ $P(320 < X < 420) = P\left(\dfrac{320-400}{50} < \dfrac{X-400}{50} < \dfrac{420-400}{50}\right)$

$= P(-1.6 < Z < 0.4)$

$= 0.4452 + 0.1554$

$= 0.6006$

ដូចនេះ ភាគរយនៃប្រាក់កម្រៃជើងសាដែលរកបាននៅចន្លោះពី 320$ ទៅ 420$ ស្មើនឹង 60.6% ។

3. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(300,25)$ ។ គណនា:

ក. $P(X>305)$ ខ. $P(X<291)$ គ. $P(X<312)$ ឃ. $P(X>286)$ ។

ចម្លើយ

ដោយ: $X\sim N(300,25)$ គេបាន $\mu=300, \sigma=\sqrt{25}=5$ នាំឱ្យ $Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}=\dfrac{X-300}{5}$ ។

គណនាប្រូបាប:

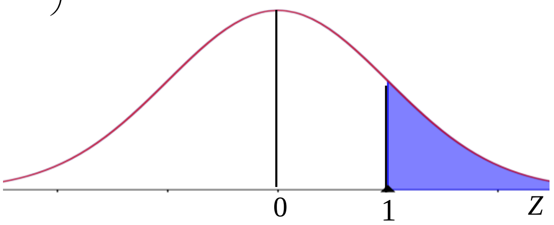
ក. $P(X>305)$

យើងបាន: $P(X>305)=P\left(\dfrac{X-300}{5}>\dfrac{305-300}{5}\right)$

$=P(Z>1)$

$=0.5-0.3413$

$=0.1587$



ដូចនេះ $\boxed{P(X>305)=0.1587}$ ។

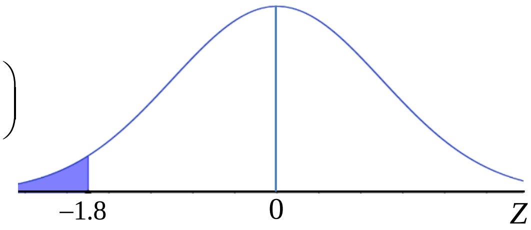
ខ. $P(X<291)$

យើងបាន: $P(X<291)=P\left(\dfrac{X-300}{5}<\dfrac{291-300}{5}\right)$

$=P(Z<-1.8)$

$=0.5-0.4641$

$=0.0359$



ដូចនេះ $\boxed{P(X<291)=0.0359}$ ។

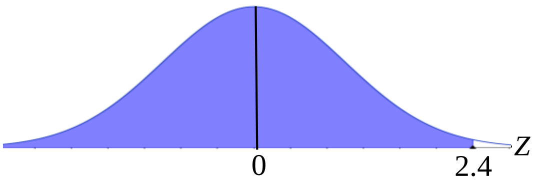
គ. $P(X<312)$

យើងបាន: $P(X<312)=P\left(\dfrac{X-300}{5}<\dfrac{312-300}{5}\right)$

$=P(Z<2.4)$

$=0.5+0.4918$

$=0.9918$



ដូចនេះ $\boxed{P(X<312)=0.9918}$ ។

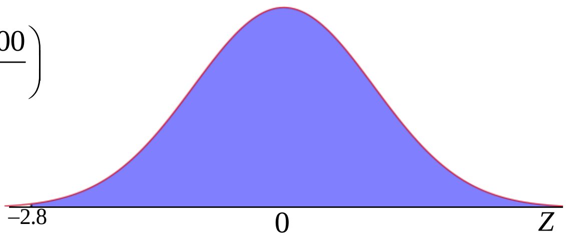
ឃ. $P(X>286)$

យើងបាន: $P(X>286)=P\left(\dfrac{X-300}{5}>\dfrac{286-300}{5}\right)$

$=P(Z>-2.8)$

$=0.5+0.4974$

$=0.9974$



ដូចនេះ $\boxed{P(X>286)=0.9974}$ ។

4. X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(100,80)$ ។ គណនា:

ក. $P(85<X<112)$ ខ. $P(105<X<115)$ គ. $P(85<X<92)$ ឃ. $P\left(|X-100|<\sqrt{80}\right)$ ។

ចម្លើយ

គណនាប្រូបាប:

ដោយ $X\sim N(100,80)$ គេបាន $\mu=100$, $\sigma=\sqrt{80}$ នាំឱ្យ $Z=\dfrac{X-100}{\sqrt{80}}=\dfrac{X-100}{8.94}$ ។

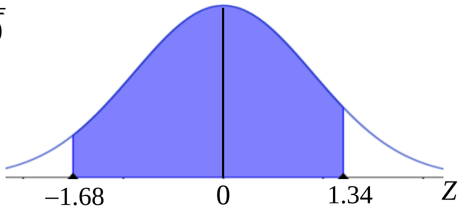
ក. $P(85<X<112)$

គេបាន: $P(85<X<112)=P\left(\dfrac{85-100}{\sqrt{80}}<\dfrac{X-100}{\sqrt{80}}<\dfrac{112-1}{\sqrt{80}}\right.$

$=P(-1.68<Z<1.34)$

$=0.4534+0.4099$

$=0.8633$



ដូចនេះ $\boxed{P(85<X<112)=0.8633}$ ។

ខ. $P(105<X<115)$

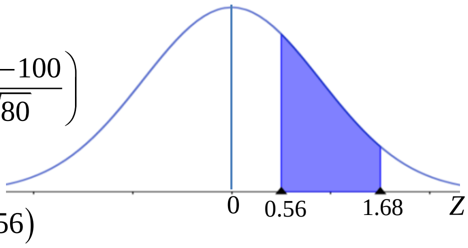
គេបាន: $P(105<X<115)=P\left(\dfrac{105-100}{\sqrt{80}}<\dfrac{X-100}{\sqrt{80}}<\dfrac{115-100}{\sqrt{80}}\right)$

$=P(0.56<Z<1.68)$

$=P(0<Z<1.68)-P(0<Z<0.56)$

$=0.4535-0.2123$

$=0.2412$



ដូចនេះ $\boxed{P(105<X<115)=0.2412}$ ។

គ. $P(85<X<92)$

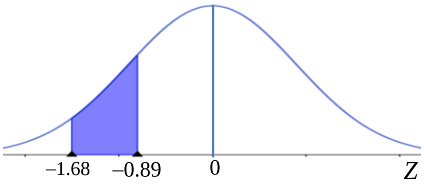
គេបាន: $P(85<X<92)=P\left(\dfrac{85-100}{\sqrt{80}}<\dfrac{X-100}{\sqrt{80}}<\dfrac{92-100}{\sqrt{80}}\right)$

$=P(-1.68<Z<-0.89)$

$=P(0<Z<-1.68)-P(-0.89<Z<0)$

$=0.4535-0.3133$

$=0.1402$



ដូចនេះ $\boxed{P(105<X<115)=0.1402}$ ។

ឃ. $P\left(|X-100|<\sqrt{80}\right)$

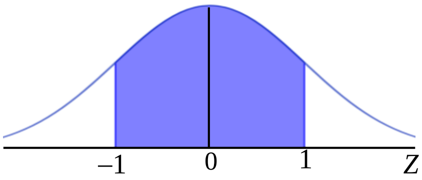
គេបាន: $P\left(|X-100|<\sqrt{80}\right)=P\left(-\sqrt{80}<X-100<\sqrt{80}\right)$

$$= P\left(\frac{-\sqrt{80}}{\sqrt{80}} < \frac{X-100}{\sqrt{80}} < \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{80}}\right)$$

$$= P(-1 < Z < 1)$$

$$= 0.3413 + 0.3413$$

$$= 0.6826$$



ដូចនេះ $\boxed{P\left(|X-100| < \sqrt{80}\right) = 0.6826}$ ។

5. ក.បើ X ជាអថេរថេរចៃដន្យនៃ $N(100,36)$ និង $P(X<a)=0.8907$ ។ គណនាតម្លៃ a ។

ខ.បើ X ជាអថេរថេរចៃដន្យនៃ $N(70,25)$ និង $P(|X-70|<a)=0.8$ ។ គណនាតម្លៃ a ។

ចម្លើយ

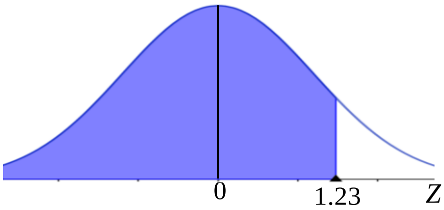
ក. គណនាតម្លៃ a

ដោយ $X \sim N(100,36)$ គេបាន $\mu = 100$, $\sigma = \sqrt{36} = 6$ នាំឱ្យ $Z = \frac{X-100}{6}$

តែ $P(X<a) = 0.8907$

$$P\left(\frac{X-100}{6} < \frac{a-100}{6}\right) = 0.8907$$

$$P\left(Z < \frac{a-100}{6}\right) = 0.8907$$



ម្យ៉ាងទៀត $P(Z<1.23) = 0.5 + 0.3907 = 0.8907$ ។

នាំឱ្យ $\frac{a-100}{6} = 1.23$

$$a - 100 = 7.38 \Rightarrow a = 107.38$$ ។

ដូចនេះ $\boxed{a = 107.38}$ ។

ខ. គណនាតម្លៃ a

ដោយ $X \sim N(70,25)$ គេបាន $\mu = 70$, $\sigma = \sqrt{25} = 5$ នាំឱ្យ $Z = \frac{X-70}{5}$

តែ $P(|X-70|<a) = 0.8$

$$P(-a < X-70 < a) = 0.8$$

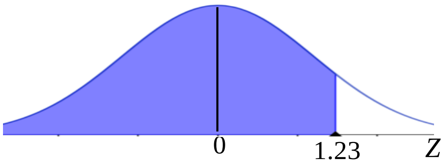
$$P\left(-\frac{a}{5} < \frac{X-70}{5} < \frac{a}{5}\right) = 0.8$$

$$P\left(-\frac{a}{5} < Z < \frac{a}{5}\right) = 0.8$$

$$P\left(-\frac{a}{5} < Z < 0\right) + P\left(0 < Z < \frac{a}{5}\right) = 0.8$$

$$2P\left(0 < Z < \frac{a}{5}\right) = 0.8$$

$$P\left(0 < Z < \frac{a}{5}\right) = 0.4$$



ម្យ៉ាងទៀត $P(Z<1.28)=0.3997\approx 0.4$ ។

នាំឱ្យ $\frac{a}{5}=1.28 \quad \Rightarrow a=6.4$ ។

ដូចនេះ: $\boxed{a=6.4}$ ។

6. បើ Z ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(0,1)$ ។ គណនា:

ក. $P(0<Z<1.73)$ ខ. $P(-2.05<Z<0)$ គ. $P(-0.89<Z<-0.16)$

ឃ. $P(|Z|<1.78)$ ង. $P(|Z|<0.75)$ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គណនាប្រូបាប

ដោយ: $Z\sim N(0,1)$

ក. $P(0<Z<1.73)=0.4582$

ដូចនេះ: $\boxed{P(0<Z<1.73)=0.4582}$ ។

ខ. $P(-2.05<Z<0)=0.4798$

ដូចនេះ: $\boxed{P(-2.05<Z<0)=0.4798}$ ។

គ. $P(-0.89<Z<-0.16)=P(0>Z>-0.89)-P(0>Z>-0.16)$

$=0.3133-0.0636=0.2497$

ដូចនេះ: $\boxed{P(-0.89<Z<-0.16)=0.2497}$ ។

ឃ. $P(|Z|<1.78)=P(-1.78>Z>1.78)$

$=0.4628+0.4628=0.9256$

ដូចនេះ: $\boxed{P(|Z|<1.78)=0.9256}$ ។

ង. $P(|Z|>0.75)=P(-0.75>Z>0.75)$

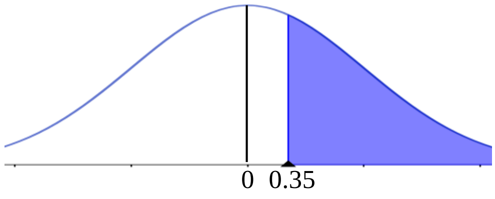
$=0.5-0.2734+0.5-0.2734=0.4532$

ដូចនេះ: $\boxed{P(|Z|>0.75)=0.4532}$ ។

7. បើ Z ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(0,1)$ ។ គណនាតម្លៃ a បើ:

ក. $P(Z>a)=0.3632$ ខ. $P(Z<a)=0.0793$ ។

ចម្លើយ



គណនាតម្លៃ a

ដោយ $Z\sim N(0,1)$

ក. $P(Z>a)=0.3632$

ដោយ: $P(Z>0.35)=0.5-0.1368$

$=0.3632$

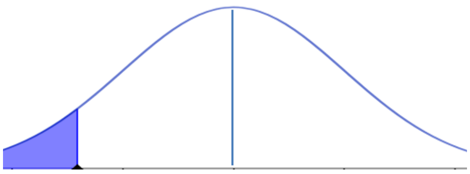
ដូចនេះ: $\boxed{a=0.35}$ ។

ខ. $P(Z<a)=0.0793$

ដោយ: $P(Z<-1.41)=0.5-0.4207$

$=0.0793$

ដូចនេះ: $\boxed{a=-1.41}$ ។



8. បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(\mu,25)$ និង $P(X<27.5)=0.3085$ ។ គណនា μ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គណនា μ

ដោយ $X\sim N(\mu,25)\Rightarrow Z=\dfrac{X-\mu}{5}$

តែ $P(X<27.5)=0.3085$

$$P\left(\frac{X-\mu}{5}<\frac{27.5-\mu}{5}\right)=0.3085$$

$$P\left(Z<\frac{27.5-\mu}{5}\right)=0.3085$$

ម្យ៉ាងទៀត $P(Z<-0.5)=0.5-0.1915=0.3085$

នាំឱ្យ $\dfrac{27.5-\mu}{5}=-0.5\Rightarrow \mu=30$

ដូចនេះ: $\boxed{\mu=30}$ ។

9. បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(\mu,\sigma^2)$ និង $P(X>102)=0.4168$; $P(X<97)=0.2517$ ។

គណនា μ និង σ ។

<u>ចម្លើយ</u>

គណនា μ និង σ

ដោយ $X\sim N(\mu,\sigma^2)\Rightarrow Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

តែ $P(X>102)=0.4168$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{102-\mu}{\sigma}\right)=0.4168$$

$$P\left(Z>\frac{102-\mu}{\sigma}\right)=0.4168$$

ម៉្យាងទៀត $P(Z>0.21)=0.5-0.0832=0.4168$

នាំឱ្យ $\dfrac{102-\mu}{\sigma}=0.21\Leftrightarrow 0.21\sigma+\mu=102\quad(1)$

ហើយ $P(X<97)=0.2517$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{97-\mu}{\sigma}\right)=0.2517$$

$$P\left(Z<\frac{97-\mu}{\sigma}\right)=0.2517$$

ម្យ៉ាងទៀត $P(Z<-0.68)=0.2517$

នាំឱ្យ $\frac{97-\mu}{\sigma}=-0.68 \Leftrightarrow -0.68\sigma+\mu=97 \quad (2)$

យក (1) ដក (2) គេបាន: $0.89\sigma=5 \Leftrightarrow \sigma=5.618$

យក $\sigma=5.618$ ជំនួសក្នុង (1) នោះ $0.21\times 5.618+\mu=102 \quad \Leftrightarrow \mu=100.8$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\mu=100.8\ ,\ \sigma=5.618}$ ។

10. បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $N(50,6.8)$ ។ គណនាតម្លៃអថេរ X ដែលទាក់ទងទៅនឹងតម្លៃអថេរណរម៉ាល់ ស្តង់ដា: ក. $Z=-1.2$ ខ. $Z=0.6$ ។

ចម្លើយ

គណនាតម្លៃអថេរ X

ដោយ $X\sim N(50,6.8)\Rightarrow Z=\frac{X-50}{\sqrt{6.8}}=\frac{X-50}{2.16}$ ។

ក. $Z=-1.2$

គេបាន: $\frac{X-50}{2.16}=-1.2 \Leftrightarrow X=46.87$ ។

ដូចនេះ $\boxed{X=46.87}$ ។

ខ. $Z=0.6$

គេបាន: $\frac{X-50}{2.16}=0.6 \Leftrightarrow X=51.57$ ។

ដូចនេះ $\boxed{X=51.57}$ ។

11. ពិន្ទុការប្រឡងវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាក្នុងថ្នាក់រៀនមួយតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង μ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង σ ។គេដឹងថា 10% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុលើសពី 75 ពិន្ទុ ហើយ 20% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុតិចជាង 40 ពិន្ទុ ។ គណនាតម្លៃ μ និង σ ។

ចម្លើយ

គណនាតម្លៃ μ និង σ

តាង X ជាអថេរណម៉ាល់នៃពិន្ទុប្រឡងគណិតវិទ្យា

នាំឱ្យ $X\sim N(\mu,\sigma^2)\Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$

ដោយ 10% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុលើសពី 75 ពិន្ទុ នាំឱ្យ $P(X>75)=0.1$ ហើយ 20% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុតិចជាង 40 ពិន្ទុ នាំឱ្យ $P(X<40)=0.2$ ។

ចំពោះ $P(X>75)=0.1$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{75-\mu}{\sigma}\right)=0.1$$

$$P\left(Z>\frac{75-\mu}{\sigma}\right)=0.1$$

តែ $P(Z>1.31)=0.5-0.4049\approx 0.1$

នាំឱ្យ $\frac{75-\mu}{\sigma}=1.31\Leftrightarrow 1.31\sigma+\mu=75\quad (1)$

ចំពោះ $P(X<40)=0.2$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{40-\mu}{\sigma}\right)=0.2$$

$$P\left(Z<\frac{40-\mu}{\sigma}\right)=0.2$$

តែ $P(Z<-0.85)=0.5-0.3023\approx 0.2$

នាំឱ្យ $\frac{40-\mu}{\sigma}=-0.85\Leftrightarrow -0.85\sigma+\mu=40\quad (2)$

យក (1) ដក (2) គេបាន៖ $2.16\sigma=35\Leftrightarrow \sigma=16.21$ ។

យក $\sigma=16.21$ ជំនួសក្នុង (1) នាំឱ្យ $\mu=75-21.24=53.76$ ។

ដូចនេះ $\boxed{\mu=53.76\ ,\sigma=16.21}$ ។

លំហាត់ធ្លាប់ចេញប្រឡងបាក់ឌុប

ឆ្នាំ២០០៤ ដល់២០១៧

1.(**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០០៤**) គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស 3នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 6នាក់ និងសិស្សស្រី 4នាក់ ។ រកប្រូបាបដែល គេជ្រើសរើសបានសិស្ស ប្រុស 2 នាក់ និងសិស្សស្រី1នាក់។

<u>ចម្លើយ</u>

តាង A ជា«ព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស 2 នាក់ និងសិស្សស្រី1នាក់

ដោយគេជ្រើសរើសយកសិស្ស 3នាក់ក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ មានន័យថា

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,3)=\dfrac{10!}{7!3!}=120$ ករណី ។

ដោយក្នុងចំណោមសិស្ស10 នាក់ មានសិស្សប្រុស 6នាក់ និងសិស្សស្រី 4នាក់ ហើយគេជ្រើសរើសសិស្សប្រុស 2 នាក់ និងសិស្សស្រី1នាក់ មានន័យថាគេជ្រើសរើសសិស្សប្រុស 2 នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្សប្រុស 6នាក់ និងសិស្សស្រី 1នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្សស្រី4នាក់ នោះគេបាន៖

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(6,2)\times C(4,1)=\dfrac{6!}{4!2!}\times\dfrac{4!}{3!1!}=60$ ករណី ។

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}=0.5$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=0.5}$ ។

2.(**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០០៥**) ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយ មានលំហាត់ពីជគណិត 6 និងធរណីមាត្រ 4 ។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង10នេះ ទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន ។

១.រកចំនួនករណីអាច ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ៖

ក.« A:សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ» ។

ខ.« B:សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរ» ។

គ.« C:សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយ និងលំហាត់ធរណីមាត្រមួយ» ។

<u>ចម្លើយ</u>

១.ដោយបេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង10 មានន័យថា

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,2)=\dfrac{10!}{8!2!}=45$ ករណី ។

ដូចនេះ ចំនួនករណីអាច $n(S)=45$ ករណី ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក.« A:សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ»

ដោយសិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរក្នុងចំណោមលំហាត់ពីជគណិត6

មានន័យថាចំនួនករណីស្របប $n(A)=C(6,2)=\dfrac{6!}{4!2!}=15$ ករណី ។

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{15}{45}=\dfrac{1}{3}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{1}{3}}$ ។

ខ.« B :សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរ»

ដោយសិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរក្នុងចំណោមលំហាត់ធរណីមាត្រ4

មានន័យថាចំនួនករណីស្របប $n(B)=C(4,2)=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ ករណី ។

តាម $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{6}{45}=\dfrac{2}{15}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\dfrac{2}{15}}$ ។

គ.« C :សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយ និងលំហាត់ធរណីមាត្រមួយ»

ដោយសិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយ និងលំហាត់ធរណីមាត្រមួយ ក្នុងចំណោមលំហាត់ពីជគណិត 6 និងធរណីមាត្រ 4 ។

មានន័យថា ចំនួនករណីស្របប $n(C)=C(6,1)\times C(4,1)=\dfrac{6!}{5!1!}\times\dfrac{4!}{3!1!}=6\times 4=24$ ករណី ។

តាម $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{24}{45}=\dfrac{8}{15}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\dfrac{8}{15}}$ ។

3.(**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០០៦**) គេប្រើលេខពី0 ដល់9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 4ខ្ទង់ ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ទេ ។

ក. តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើ ?

ខ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា ?

គ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា ?

<u>ចម្លើយ</u>

ក. តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនខុសៗគ្នាតាមរបៀបខាងលើ ?

ខ្ទង់ទី១អាចមាន $m_1=9$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី២អាចមាន $m_2=10$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី៣អាចមាន $m_3=10$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី៤អាចមាន $m_4=10$ ចំនួន

តាមគោលការណ៍របាប់ គេបាន: $m_1\times m_2\times m_3\times m_4=9\times 10\times 10\times 10=9000$ ចំនួន ។

ដូចនេះ គេអាចសរសេរចំនួនមាន4លេខខុសៗគ្នាបាន 9000 ចំនួន ។

ខ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា?

ខ្ទង់ទី១អាចមាន $m_1 = 9$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី២អាចមាន $m_2 = 9$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី៣អាចមាន $m_3 = 8$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី៤អាចមាន $m_4 = 7$ ចំនួន

តាមគោលការណ៍របាប់ គេបាន: $m_1 \times m_2 \times m_3 \times m_4 = 9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$ ចំនួន ។

ដូចនេះ ចំនួនដែលមានលេខទាំង4ខ្ទង់ខុសៗគ្នាបាន 4536 ចំនួន ។

គ. តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ដូចគ្នា?

ខ្ទង់ទី១អាចមាន $m_1 = 9$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី២អាចមាន $m_2 = 1$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី៣អាចមាន $m_3 = 1$ ចំនួន

ខ្ទង់ទី៤អាចមាន $m_4 = 1$ ចំនួន

តាមគោលការណ៍របាប់ គេបាន: $m_1 \times m_2 \times m_3 \times m_4 = 9 \times 1 \times 1 \times 1 = 9$ ចំនួន ។

ដូចនេះ ចំនួនដែលមានលេខទាំង4ខ្ទង់ដូចគ្នាបាន 9 ចំនួន ។

4. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០០៨**)ក្រូចថ្លុង20ផ្លែដែលដាក់លក់មាន16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម និង4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

ក.« A:ក្រូចទាំង 3ផ្លែ សុទ្ធតែជូរ » ។

ខ.« B:ក្រូចទាំង 3ផ្លែ សុទ្ធតែផ្អែម » ។

គ. « C:យ៉ាងតិចណាស់មានក្រូច1ផ្លែ មានរស់ជាតិផ្អែម » ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្រូចថ្លុង20ផ្លែដែលដាក់លក់ ដោយមានអ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែ មានន័យថា គេជ្រើសរើសក្រូចថ្លុង3ផ្លែ ក្នុងចំណោមក្រូចថ្លុង20ផ្លែ ។

នោះ ចំនួនករណីអាច $n(S) = C(20,3) = \frac{20!}{17!3!} = 1140$ ករណី ។

ក.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍« A:ក្រូចទាំង 3ផ្លែ សុទ្ធតែជូរ »

ដោយមានក្រូច4ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ ហើយគេជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែ

នោះ ចំនួនករណីស្រប $n(A) = C(4,3) = 4$ ករណី ។

តាមរូបមន្តប្រូបាប $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{1140} = \frac{1}{285}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A) = \frac{1}{285}}$ ។

ខ.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍« B:ក្រូចទាំង 3ផ្លែ សុទ្ធតែផ្អែម »

ដោយមានក្រូច16ផ្លែទៀតមានរសជាតិផ្អែម ហើយគេជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែ

នោះ ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(16,3)=\frac{16!}{13!3!}=560$ ករណី ។

តាមរូបមន្តប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{560}{1140}=\frac{28}{57}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{28}{57}}$ ។

គ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍« C:យ៉ាងតិចណាស់មានក្រូច1ផ្លែ មានរស់ជាតិផ្អែម »

ព្រឹត្តិការណ៍ C:យ៉ាងតិចណាស់មានក្រូច1ផ្លែ មានរស់ជាតិផ្អែម ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពីព្រឹត្តិការណ៍ A

តាមរូបមន្តប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ

$$P(C)=1-P(A)=1-\frac{1}{285}=\frac{284}{285}$$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{284}{285}}$ ។

5. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០០៩**)មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែន បានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់ ហើយលេខបីខ្ទង់ នោះខុសគ្នាដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី1 ដល់ 9 ។

១.តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

២.មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ ដើម្បីប្រើក្នុងពេលចេញធ្វើប្រតិបត្តិការសឹក ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក.« A:ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ»

ខ.« B:ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស» ។

<u>ចម្លើយ</u>

១.តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរបៀបខុសៗគ្នា?

លេខខ្ទង់រយមាន 9 របៀប

លេខខ្ទង់ដប់មាន 8 របៀប

លេខខ្ទង់រាយមាន 7 របៀប

តាមគោលការណ៍រាប់គេបាន $n(S)=9\times8\times7=504$ របៀប ។

ដូចនេះ មេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ 504 របៀបខុសៗគ្នា ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍:

ក.« A:ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ»

លេខខ្ទង់រាយមាន 4 របៀប (ព្រោះលេខគូមានចំនួន 4 លេខ)

លេខខ្ទង់ដប់មាន 8 របៀប

លេខខ្ទង់រយមាន 7 របៀប

តាមគោលការណ៍របាប់គេបាន $n(A)=4\times8\times7=224$ របៀប ។

តាមរូបមន្តប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{224}{504}=\frac{4}{9}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{4}{9}}$ ។

ខ.« B:ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស»

លេខខ្ទង់រាយមាន 5 របៀប (ព្រោះលេខសេសមានចំនួន5 លេខ)

លេខខ្ទង់ដប់មាន 8 របៀប

លេខខ្ទង់រយមាន 7 របៀប

តាមគោលការណ៍របាប់គេបាន $n(B)=5\times8\times7=280$ របៀប ។

តាមរូបមន្តប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{280}{504}=\frac{5}{9}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{5}{9}}$ ។

6. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១០**)ទេសចរណ៍មួយក្រុមមានបុរស3នាក់ និងស្ត្រី5នាក់បានឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួរដោយចៃដន្យ ដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គរវត្ត ។

១.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរណ៍នោះ ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ

ក.« A: ទេសចរណ៍ដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»

ខ.« B: ទេសចរណ៍ជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា» ។

<u>ចម្លើយ</u>

១.រកចំនួនរបៀបនៃការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរណ៍នោះ

ដោយទេសចរណ៍មួយក្រុមមានបុរស3នាក់ និងស្ត្រី5នាក់បានឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួរដោយចៃដន្យ ដើម្បីទិញសំបុត្រចូលទស្សនាប្រាសាទអង្គរវត្ត

គេបាន ការឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួររបស់ក្រុមទេសចរណ៍គឺ $8!=40320$ របៀប ។

ដូចនេះ គេអាចឈរបន្តបន្ទាប់គ្នាជាជួរបាន $n(S)=40320$ របៀប ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ក. « A: ទេសចរណ៍ដែលឈរនៅមុខគេបង្អស់ជាស្ត្រី»

ដោយស្ត្រីមាន5នាក់ នោះគេបានចំនួនរបៀបដែលស្ត្រីឈរមុខគេបង្អស់ស្មើនឹង

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=5\times7!=25200$ របៀប ។

តាមរូបមន្តប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{5\times7!}{8!}=\frac{5}{8}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{5}{8}}$ ។

ខ.« B: ទេសចរណ៍ជាបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នា»

ដោយបុរសមាន3នាក់ នោះចំនួនរបៀបដែលបុរសទាំងអស់ឈរនៅជាប់ៗគ្នាស្មើនឹង

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=3!\times6!=4320$ របៀប ។

តាមរូបមន្តប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3!\times 7!}{8!}=\frac{3}{28}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{3}{28}}$ ។

7. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១១ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត**)ក្នុងថង់មួយមានប៊ិចពណ៌ក្រហម8 ដើម និង ប៊ិចពណ៌ខៀវ6ដើម។ គេចាប់យកប៊ិច5 ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។

គណនាប្រូបាបៈ

ក.« A:ប៊ិចទាំង5 ពណ៌ក្រហម»

ខ.« B:ប៊ិចពណ៌ក្រហម3 និងពណ៌ខៀវ 2»

គ.« C:មានប៊ិចពណ៌ខៀវ1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង5»។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងថង់មានប៊ូល14ដើម ហើយគេចាប់យកប៊ិច5ដើមព្រមគ្នាចេញពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ

គេបាន ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(14,5)=\frac{14!}{9!5!}=2002$ ករណី ។

គណនាប្រូបាបៈ

ក.« A:ប៊ិចទាំង5 ពណ៌ក្រហម»

គេចាប់យកប៊ិចទាំង5 ចេញពីប៊ិចពណ៌ក្រហម8

នោះ ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(8,5)=\frac{8!}{3!5!}=56$ ករណី

គេបាន ប្រូបាប $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{56}{2002}=\frac{4}{143}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{4}{143}}$ ។

ខ.« B:ប៊ិចពណ៌ក្រហម3 និងពណ៌ខៀវ 2»

គេចាប់យកប៊ិច5 ក្នុងនោះប៊ិចពណ៌ក្រហម3 ចេញពីប៊ិចពណ៌ក្រហម8 និងពណ៌ខៀវ 2 ចេញពីប៊ិចពណ៌ខៀវ 6

នោះ ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(8,3)\times C(6,2)=\frac{8!}{5!3!}\times\frac{6!}{4!2!}=56\times 15=840$ ករណី

គេបាន ប្រូបាប $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{840}{2002}=\frac{60}{143}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{60}{143}}$ ។

គ.« C:មានប៊ិចពណ៌ខៀវ1 យ៉ាងតិចក្នុងចំណោមប៊ិចទាំង5»

ព្រឹត្តិការណ៍C ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយនៃព្រឹត្តិការណ៍A

តាមរូបមន្ត ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយៈ

$P(C)=1-P(A)=1-\frac{4}{143}=\frac{139}{143}$

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{139}{143}}$ ។

៨. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១១ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម**) គ្រូបន្ទុកថ្នាក់បានជ្រើសរើសប្រធានក្រុមវេនសម្អាតថ្នាក់ប្រចាំថ្ងៃ ចំនួន6 នាក់នៃថ្នាក់រៀនមួយដែលមានសិស្សប្រុសចំនួន20 នាក់ និង សិស្សស្រីចំនួន 15 នាក់ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក.« A:ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែប្រុស»

ខ.« B:ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែស្រី»

គ.« C:ប្រធានក្រុមមានប្រុស3នាក់ និងស្រី 3នាក់» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយគ្រូជ្រើសរើសសិស្ស6នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្ស35 នាក់

នោះចំនួនករណីអាច $n(S)=C(35,6)=\frac{35!}{29!6!}$ ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក.« A:ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែប្រុស»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(20,6)=\frac{20!}{14!6!}$ ។

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\frac{20!}{14!6!}}{\frac{35!}{29!6!}}=\frac{19\times 3}{7\times 11\times 31}=\frac{57}{2387}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{57}{2387}}$ ។

ខ.« B:ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែស្រី»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(15,6)=\frac{15!}{9!6!}$ ។

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\frac{15!}{9!6!}}{\frac{35!}{29!6!}}=\frac{13}{4216}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{13}{4216}}$ ។

គ.« C:ប្រធានក្រុមមានប្រុស3នាក់ និងស្រី 3នាក់»

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(20,3)\times C(15,3)=\frac{20!}{14!3!}\times\frac{15!}{9!3!}=518700$ ។

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{5705}{11594}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{5705}{11594}}$ ។

9. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត**)គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំង3 មានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ$1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ។

១.រកចំនួនករណីដែអាចកើតមានឡើងទាំងអស់ ។

២.រកប្រូបាបដែលចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ5 ។

៣.រកប្រូបាបដែលចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់នោះជាចំនួនគូ ។

<u>ចម្លើយ</u>

១.រកចំនួនករណីដែអាចកើតមានឡើងទាំងអស់

+របៀបទី១

លេខ3 ខ្ទង់ខុសគ្នាខុសៗគ្នា ដែលយកចេញពីលេខ$1,2,3,4,5,6,7,8,9$ គឺជាចម្លាស់នៃ3ធាតុក្នុងចំណោម9 ធាតុ

គេបាន ចំនួនករណីអាច $n(S)=P(9,3)=\dfrac{9!}{(9-3)!}=9\times8\times7=504$ ករណី។

+របៀបទី2

តាង$\overline{a_1a_2a_3}$ ជាចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា

នោះ a_1មាន 9 របៀប

a_2មាន 8 របៀប

a_3មាន 7 របៀប

តាមគោលការណ៍របាប់ គេបាន:$n(S)=9\times8\times7=504$ របៀប ។

២.រកប្រូបាបដែលចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ5

តាង Aជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ5

តាង$\overline{abc}$ជាចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ5

ចំនួនជាពហុគុណនៃ5 កាលណាលេខខាងចុងជាលេខ0 ឬ5

នោះc មាន1 របៀប (គឺលេខ5)

b មាន8 របៀប (គឺលេខ1 ឬ 2 ឬ 3ឬ 4ឬ 6ឬ 7ឬ 8 ឬ9)

a មាន7 របៀប (ដកលេខដែលជាជម្រើសbចេញ)

តាមគោលការណ៍របាប់$n(A)=1\times7\times8=56$ របៀប

តាម$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{56}{504}=\dfrac{1}{9}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{1}{9}}$ ។

៣.រកប្រូបាបដែលចំនួនមានលេខ3ខ្ទង់នោះជាចំនួនគូ

តាងB ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់នោះជាចំនួនគូ

តាង$\overline{a_1b_1c_1}$ ជាចំនួនមានលេខ3 ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ5

ចំនួនដែលជាចំនួនគូ កាលណាលេខខាងចុងជាចំនួនគូ ឬ0

នោះ c_1 មាន4 របៀប

b_1 មាន8 របៀប

a_1 មាន7 របៀប

តាមគោលការណ៍របាប់ $n(B)=4\times7\times8=224$ ករណី

តាម $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{224}{504}=\dfrac{4}{9}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\dfrac{4}{9}}$ ។

10. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម**)ក្នុងថតតុមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរ 5ក្បាល ។សិស្សម្នាក់បានយកសៀវភៅ4ក្បាលព្រមគ្នា ចេញពីថតតុដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក.សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង4ក្បាល។

ខ.សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ1ក្បាលយ៉ាងតិច។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងថតតុមួយមានសៀវភៅសរុបចំនួន12 ក្បាល ហើយគេចាប់យកសៀវភៅ4ក្បាលព្រមគ្នា នោះចំនួនករណីអាច គឺ $n(S)=C(12,4)=\dfrac{12!}{8!4!}=\dfrac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1}=11\times5\times9=495$ របៀប ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក.សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង4ក្បាល

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង4ក្បាល

គេចាប់យកសៀវភៅ4 ក្បាលចេញសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7ក្បាល

នោះចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(7,4)=\dfrac{7!}{3!4!}=\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ របៀប

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{35}{495}=\dfrac{7}{99}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{7}{99}}$ ។

ខ.សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ1ក្បាលយ៉ាងតិច

តាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ1ក្បាលយ៉ាងតិច

ព្រឹត្តិការណ៍ A' ជាព្រឹត្តិការផ្ទុយពីព្រឹត្តិការណ៍ A

គេបាន: $P(A')=1-P(A)=1-\dfrac{7}{99}=\dfrac{92}{99}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A')=\dfrac{92}{99}}$ ។

11. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៣ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត**)ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 2គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ $1,2$ និងឃ្លីពណ៌ខៀវ3គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ $1,2,3$ ។គេចាប់យកឃ្លីពីរគ្រាប់ព្រម គ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ។

១.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា» ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើនឹង3» ។

៣.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើនឹង3 ដោយដឹងថាវាមាន ពណ៌ដូចគ្នា» ។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 2គ្រាប់និងឃ្លីពណ៌ខៀវ3គ្រាប់ ហើយគេចាប់យកឃ្លីពីរគ្រាប់ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ

គេបាន ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(5,2)=\dfrac{5!}{3!2!}=10$ ករណី ។

១.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា»

ដោយឃ្លីពណ៌ស 2គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ $1,2$ និងឃ្លីពណ៌ខៀវ3គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ $1,2,3$

នោះឃ្លី2គ្រាប់មានពណ៌ដូចគ្នាគឺ $\{ស_1ស_2, ខ_1ខ_2, ខ_1ខ_3, ខ_2ខ_3\}$

គេបានចំនួនករណីអាច $n(A)=4$ ករណី ។

២.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើនឹង3»

ដោយឃ្លីពណ៌ស 2គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ $1,2$ និងឃ្លីពណ៌ខៀវ3គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ $1,2,3$

នោះឃ្លី2គ្រាប់មានផលបូកលេខស្មើនឹង3មាន គឺ $\{ស_1ស_2, ស_1ខ_2, ខ_1ស_2, ខ_1ខ_2\}$

គេបានចំនួនករណីអាច $n(A)=4$ ករណី ។

តាម $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}=0.4$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=0.4}$ ។

៣.រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C «គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើនឹង3 ដោយដឹងថាវាមាន ពណ៌ដូចគ្នា»

ដោយឃ្លីទាំងពីរមានផលបូកលេខស្មើនឹង3 ដោយដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា

នោះ $P(C)=P(B/A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

តែ $A\cap B=\{ស_1ស_2, ខ_1ខ_2\}$ នាំឱ្យ $P(A\cap B)=\dfrac{2}{10}$

គេបាន $P(C)=\dfrac{1/5}{2/5}=\dfrac{1}{2}=0.5$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=0.5}$ ។

12. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៣ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម**)ក្នុងប្រអប់មួយមានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ5ដើម និងពណ៌ក្រហម4ដើម ។ សិស្សម្នាក់បានចាប់យកខ្មៅដៃ3 ព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការខាងក្រោម:

ក.សិស្សយកបានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ 2ដើម និងខ្មៅដៃពណ៌ក្រហម1ដើម។

ខ.សិស្សយកបានខ្មៅដៃមានពណ៌ដូចគ្នា។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងប្រអប់មួយមានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ5ដើម និងពណ៌ក្រហម4ដើមហើយគេចាប់យកខ្មៅដៃ3 ព្រមគ្នា នោះចំនួនករណីអាច គឺ $n(S)=C(9,3)=\frac{9!}{6!3!}=\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$ ករណី ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការខាងក្រោម:

ក.សិស្សយកបានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ 2ដើម និងខ្មៅដៃពណ៌ក្រហម1ដើម

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍សិស្សយកបានខ្មៅដៃពណ៌ខៀវ 2ដើម និងខ្មៅដៃពណ៌ក្រហម1ដើម

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,2)\times C(4,1)=\frac{5!}{3!2!}\times\frac{4!}{3!1!}=40$ ករណី

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{40}{84}=\frac{10}{21}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{10}{21}}$ ។

ខ.សិស្សយកបានខ្មៅដៃមានពណ៌ដូចគ្នា

តាង A' ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលសិស្សយកបានខ្មៅដៃមានពណ៌ដូចគ្នា

ខ្មៅដៃពណ៌ដូចគ្នា គឺ«ខៀវទាំង3 ឬក្រហមទាំង3»

នោះចំនួនករណីស្រប $n(A')=C(5,3)+C(4,3)=\frac{5!}{3!2!}+\frac{4!}{3!1!}=14$ ករណី

គេបាន: $P(A')=\frac{14}{84}=\frac{1}{6}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A')=\frac{1}{6}}$ ។

13. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៤ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត លើកទី១**)នៅក្នុងធុងមួយគេមានប៊ូល12 ដែលគេសរសេរលេខពី1ដល់12 ។គេចាប់ប៊ូល3 ចេញពីធុងព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។

១.រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង3» ។

២.រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានប៊ូលតែ1គត់មានលេខចែកដាច់នឹង3» ។

៣.រកប្រូបាបដែល «គេចាប់បានមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយគេចាប់យកប៊ូល3 ចេញពីប៊ូល12ដែលគេសរសេរលេខពី1 ដល់12

គេបានចំនួនករណីអាច $n(S)=C(12,3)=\frac{12!}{9!3!}=\frac{12\times11\times10}{6}=220$ ករណី ។

រកប្រូបាបដែលគេចាប់បាន:

ក. ប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3

តាងAជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានប៊ូលទាំងបីមានលេខសុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 3

ដោយប៊ូលដែលមានលេខចែកដាច់នឹង 3 គឺលេខ $3,6,9,12$

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,3)=\frac{4!}{1!3!}=4$ ករណី ។

តាមរូបមន្ត $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{220}=\frac{1}{55}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{1}{55}}$ ។

ខ. មានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានមានប៊ូលតែមួយគត់មានលេខចែកដាច់នឹង 3

ដោយប៊ូលដែលមានលេខចែកដាច់នឹង 3 គឺលេខ $3,6,9,12$ និងប៊ូលដែលមានលេខចែកមិនដាច់នឹង 3 គឺលេខ $1,2,4,5,7,8,10,11$ ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,1)\times C(8,2)=\frac{4!}{3!1!}\times\frac{8!}{6!2!}=4\times\frac{8\times 7}{2}=112$ ករណី ។

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{112}{220}=\frac{28}{55}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(S)=\frac{28}{55}}$ ។

គ. មានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគេចាប់បានមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$

ដោយគេចាប់យកប៊ូល 3 ចេញពីប៊ូល 12 ដែលគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 12 ហើយប៊ូលដែលគេចាប់បានមានលេខតាមលំដាប់កើនជាស្វ៊ីតនព្វន្តដែលមានផលសងរួម $d=3$ គឺ:

$(1,4,7);(2,5,8);(3,6,9);(4,7,10);(5,8,11);(6,9,12)$ មាន 6 ករណី ។

គេបានចំនួនករណីស្រប $n(C)=6$ ករណី ។

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{6}{220}=\frac{3}{110}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{3}{110}}$ ។

14. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៤ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត លើកទី២**)នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី4នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិច2នាក់ និងសិស្សអឺរ៉ុប3នាក់ ។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្ម័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស3នាក់ ដោយចៃដន្យ ។រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. «យ៉ាងតិចមានសិស្ស2នាក់ជាសិស្សអាស៊ី» ។

ខ. «យ៉ាងតិចមានសិស្ស2នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប» ។

គ. «មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប» ។

ចម្លើយ

ដោយនៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី4នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិច2នាក់ និងសិស្សអឺរ៉ុប3នាក់ នោះសិស្សសរុបមាន9 នាក់ ។

គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សាក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស3នាក់

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,3)=\frac{9!}{6!3!}=\frac{9\times8\times7}{3\times2}=84$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ

ក. «យ៉ាងតិចមានសិស្ស2នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍«យ៉ាងតិចមានសិស្ស2នាក់ជាសិស្សអាស៊ី»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)\times C(5,1)+C(4,3)=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{5!}{4!1!}+\frac{4!}{1!3!}=34$ ករណី ។

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{34}{84}=\frac{17}{42}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{17}{42}}$ ។

ខ. «យ៉ាងតិចមានសិស្ស2នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍«យ៉ាងតិចមានសិស្ស2នាក់ជាសិស្សអឺរ៉ុប»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(3,2)\times C(6,1)+C(3,3)=\frac{3!}{1!2!}\times\frac{6!}{5!1!}+\frac{3!}{0!3!}=19$ ករណី ។

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{19}{84}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{19}{84}}$ ។

គ. «មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍«មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប»

ចំនួនករណីអាច $n(C)=C(4,1)\times C(2,1)+C(3,1)=24$ ករណី ។

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{24}{84}=\frac{2}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{2}{7}}$ ។

15. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៤ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម លើកទី១**)នៅក្នុងធុងមួយគេមានប៊ូលក្រហម 4 ប៊ូលស 3 និង ប៊ូលខៀវ1។គេចាប់យកប៊ូល3ក្នុងពេលតែ1 ចេញពីក្នុងធុងដោយចៃដន្យ ។

ក. រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលក្រហម2 និង1ទៀតមិនក្រហម» ។

ខ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំង3» ។

គ. រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហម2» ។

ចម្លើយ

ដោយនៅក្នុងធុងមួយគេមានប៊ូលក្រហម 4 ប៊ូលស 3 និង ប៊ូលខៀវ1 ហើយគេចាប់យកប៊ូល3ក្នុងពេលតែ1ចេញពីក្នុងធុងដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(8,3)=\frac{8!}{5!3!}=\frac{8\times7\times6}{6}=56$ ករណី ។

ក. រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលក្រហម2 និង1ទៀតមិនក្រហម»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍«គេចាប់បានប៊ូលក្រហម2 និង1ទៀតមិនក្រហម»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)\times C(4,1)=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{4!}{1!3!}=24$ ករណី ។

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{3}{7}}$ ។

ខ.រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំង3»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍«គេចាប់បានប៊ូលក្រហមទាំង3»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(4,3)=\frac{4!}{1!3!}=4$ ករណី ។

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{4}{56}=\frac{1}{14}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{1}{14}}$ ។

គ. រកប្រូបាបដែល«គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហម2»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍«គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហម2»

គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហម2មានន័យថា ប៊ូលក្រហម2 ឬប៊ូលក្រហមទាំង3

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,2)\times C(4,1)+C(4,3)=24+4=28$ ករណី ។

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{28}{56}=\frac{1}{2}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{1}{2}}$ ។

របៀបម្យ៉ាងទៀត

គេចាប់បានយ៉ាងតិចប៊ូលក្រហម2មានន័យថា ប៊ូលក្រហម2 ឬប៊ូលក្រហមទាំង3

គេបាន $P(C)=P(A)+P(B)=\frac{3}{7}+\frac{1}{14}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{1}{2}}$ ។

16. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៤ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម លើកទី២**)នៅក្នុងអាងចិញ្ចឹមត្រីមួយមានត្រីពណ៌ក្រហម4 និងត្រីពណ៌ស3។គេចាប់យកត្រី2មកដាក់អាងថ្មីដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. «ត្រីពណ៌ក្រហមទាំង2» ។

ខ. «ត្រីពណ៌សទាំង2» ។

គ. «ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងអាងចិញ្ចឹមត្រីមួយមានត្រីពណ៌ក្រហម4 និងត្រីពណ៌ស3 ហើយគេចាប់យកប៊ូល2មកដាក់អាងថ្មីដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(7,2)=\frac{7!}{5!2!}=\frac{7\times 6}{2}=21$ ករណី ។

ក. រកប្រូបាបដែល«ត្រីពណ៌ក្រហមទាំង2»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍«ត្រីពណ៌ក្រហមទាំង2»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,2)=\frac{4!}{2!2!}=6$ ករណី ។

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{2}{7}}$ ។

ខ.រកប្រូបាបដែល«ត្រីពណ៌សទាំង2»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍«ត្រីពណ៌សទាំង2»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(3,2)=\frac{3!}{3!1!}=3$ ករណី ។

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{1}{7}}$ ។

គ. រកប្រូបាបដែល«ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌»

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍«ត្រីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,1)\times C(3,1)=12$ ករណី ។

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{4}{7}}$ ។

17. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៥ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត**)ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលស3 ប៊ូលខៀវ3 និងប៊ូលក្រហម2 ។គេចាប់យកប៊ូលម្តង3 ក្នុងពេលតែមួយ ចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ ។ គេសន្និដ្ឋានថាប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលនីមួយៗជាសមប្រូបាប ។គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមៈ

ក. A «យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ» ។

ខ. B «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ខុសគ្នា» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូលស3 ប៊ូលខៀវ3 និងប៊ូលក្រហម2 ហើយគេចាប់យកប៊ូលម្តង3 ក្នុងពេលតែមួយ ចេញពីស្បោងដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(8,3)=\frac{8!}{5!3!}=\frac{8\times7\times6}{3\times2}=56$ ករណី ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «យ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ»

ដើម្បីចាប់បានយ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ កាលណាចាប់បានប៊ូលខៀវពីរ និងផ្សេងពីខៀវ1 ឬពណ៌ខៀវទាំង3

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(3,2)\times C(5,1)+C(3,3)=3\times5+1=16$ ករណី

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{16}{56}=\frac{2}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{2}{7}}$ ។

ខ. B «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ខុសគ្នា»

ដើម្បីចាប់បានយ៉ាងតិចមានប៊ូលពីរពណ៌ខៀវ កាលណាចាប់បានប៊ូលខៀវ1 ប៊ូលក្រហម1 និងប៊ូលពណ៌ស1

នាំឱ្យ ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(3,1)\times C(2,1)\times C(3,1)=3\times2\times3=18$ ករណី

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{18}{56}=\frac{9}{28}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{9}{28}}$ ។

18. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៥ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម**)ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន3 និងពណ៌ខៀវចំនួន5 ។គេចាប់យកឃ្លី2គ្រាប់ក្នុងពេលតែមួយពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ» ។

ខ. «គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សចំនួន3 និងពណ៌ខៀវចំនួន5 ហើយគេចាប់យកប៊ូល2គ្រាប់ក្នុងពេលតែមួយពីក្នុងថង់ដោយចៃដន្យ

ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(8,2)=\frac{8!}{6!2!}=\frac{8\times7}{2}=28$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. «គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ»

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍«គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ខៀវទាំងពីរ»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(5,2)=\frac{5!}{3!2!}=\frac{5\times4}{2}=10$ ករណី ។

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{10}{28}=\dfrac{5}{14}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{5}{14}}$ ។

ខ. «គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌»

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍«គេចាប់បានឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,1)\times C(3,1)=5\times 3=15$ ករណី ។

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{15}{28}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{15}{28}}$ ។

19. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៦ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត**)ក្នុងថង់មួយមានប៊ូល15 ដែលចែកជាប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន7 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង7 នេះ តាមលេខរៀងពី1ដល់7 រួចប៊ូលខៀវចំនួន5 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង5នេះ តាមលេខរៀងពី1ដល់5 ចុងក្រោយប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន3 និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង 3 នេះតាមលេខរៀងពី1ដល់3 ។គេចាប់យកប៊ូល1 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង»

ខ. B «ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស»

គ. C «ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងថង់មួយមានប៊ូល15 ហើយគេចាប់យកប៊ូល1 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យចំនួនករណីអាច $n(S)=C(15,1)=15$ ករណី ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង»

តាង G ជាប៊ូលពណ៌បៃតង B ជាប៊ូលពណ៌ខៀវ និង R ជាប៊ូលពណ៌ក្រហម

ដោយប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន7 គេសរសេរតាមលេខរៀងពី1ដល់7 ហើយគេចាប់យកប៊ូល1 ចេញពីថង់ដោយចៃដន្យ នោះប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង គឺ $\{G_1,G_2,G_3,G_4,G_5,G_6,G_7\}$ ។

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=7$ ករណី ។

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{7}{15}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{7}{15}}$ ។

ខ. B «ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស»

ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស គឺ $\{G_1,G_3,G_5,G_7,B_1,B_3,B_5,R_1,R_3\}$

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=9$ ករណី ។

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{3}{5}}$ ។

គ. C «ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស»

ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង និងលេខសេស គឺ $\{G_1,G_3,G_5,G_7\}$

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=4$ ករណី ។

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{4}{15}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{4}{15}}$ ។

20. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៦ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម**)ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម ចំនួន3 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន5 ។គេចាប់យកឃ្លី2 ចេញពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ក្រហម»

ខ. B «ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ខៀវ»

គ. C «ឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហមចំនួន3 និងឃ្លីពណ៌ខៀវចំនួន5 ហើយគេចាប់យកឃ្លី2 ចេញពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យ ចំនួនករណីអាច $n(S)=C(8,2)=\frac{8!}{6!2!}=28$ ករណី ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ក្រហម»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(3,2)=3$ ករណី។

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{28}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{3}{28}}$ ។

ខ. B «ឃ្លីទាំងពីរមានពណ៌ខៀវ»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(5,2)=\frac{5!}{3!2!}=10$ ករណី។

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{5}{14}}$ ។

គ. C «ឃ្លីមួយក្នុងមួយពណ៌»

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(3,1)\times C(5,1)=3\times 5=15$ ករណី។

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{15}{28}=\frac{15}{28}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\frac{15}{28}}$ ។

21. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៧ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត**)ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស10 នាក់ ដែលក្នុងនោះមាន4នាក់ជាសិស្សស្រី និង6នាក់ជាសិស្សប្រុស ។គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស4នាក់ ដោយចៃដន្យ យកទៅប្រកួតជាមួយក្រុមសិស្សនៃថ្នាក់ដទៃ ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»

ខ. B «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»

គ. C «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន50% ជាសិស្សប្រុស» ។

ចម្លើយ

ដោយក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស10 នាក់ ដែលក្នុងនោះមាន4នាក់ជាសិស្សស្រី និង6នាក់ជាសិស្សប្រុស ហើយគេរៀបចំសិស្សជាក្រុមក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស4នាក់ ដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យចំនួនករណីអាច $n(S)=C(10,4)=\frac{10!}{6!4!}=210$ ករណី ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែស្រី»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(4,4)=1$ ករណី

តាម $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{210}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\frac{1}{210}}$ ។

ខ. B «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបានសុទ្ធតែប្រុស»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(6,4)=\frac{6!}{2!4!}=15$ ករណី

តាម $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{15}{210}=\frac{1}{14}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\frac{1}{14}}$ ។

គ. C «ក្រុមសិស្សដែលជ្រើសរើសបាន50% ជាសិស្សប្រុស»

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(4,2)\times C(6,2)=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{6!}{4!2!}=90$ ករណី

តាម $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\dfrac{3}{7}}$ ។

22. (**ប្រឡង BaccII ឆ្នាំ២០១៧ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម**)ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន3 និងប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន6 ។គេចាប់យកប៊ូល3ក្នុងពេលតែមួយ ចេញពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ស»

ខ. B «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ក្រហម»

គ. C «មានប៊ូលមួយពណ៌ក្រហម និងពីរទៀតពណ៌ស» ។

<u>ចម្លើយ</u>

ដោយក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន3 និងប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន6 ហើយគេចាប់យកប៊ូល3 ក្នុងពេលតែមួយ ចេញពីក្នុងប្រអប់ដោយចៃដន្យ

នាំឱ្យចំនួនករណីអាច $n(S)=C(9,3)=\dfrac{9!}{6!3!}=84$ ករណី ។

គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម:

ក. A «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ស»

ចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(3,3)=1$ ករណី

តាម $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{1}{84}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(A)=\dfrac{1}{84}}$ ។

ខ. B «ប៊ូលទាំងបីមានពណ៌ក្រហម»

ចំនួនករណីស្រប $n(B)=C(6,3)=\dfrac{6!}{3!3!}=20$ ករណី

តាម $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}=\dfrac{20}{84}=\dfrac{5}{21}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(B)=\dfrac{5}{21}}$ ។

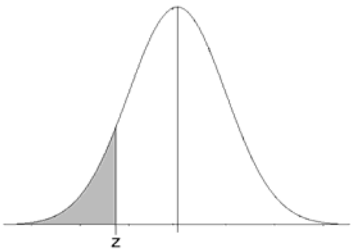
គ. C «មានប៊ូលមួយពណ៌ក្រហម និងពីរទៀតពណ៌ស»

ចំនួនករណីស្រប $n(C)=C(6,1)\times C(3,2)=6\times 3=18$ ករណី

តាម $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}=\dfrac{18}{84}=\dfrac{3}{14}$ ។

ដូចនេះ $\boxed{P(C)=\dfrac{3}{14}}$ ។

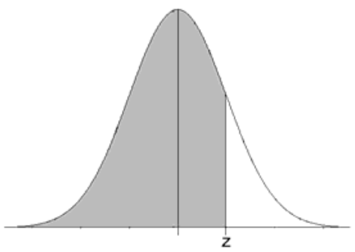
Standard Normal Cumulative Probability Table



Cumulative probabilities for NEGATIVE z-values are shown in the following table:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

Standard Normal Cumulative Probability Table



Cumulative probabilities for POSITIVE z-values are shown in the following table:

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

ឯកសារយោង

១.វចនានុក្រមខ្មែរ និពន្ធដោយ សម្តេចព្រះសង្ឃរាជ **ជួន ណាត**

២.សៀវភៅសិស្សគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១០ ទី១១ និងថ្នាក់ទី១២ របស់ក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា

៣.សៀវភៅគណិតវិទ្យា១៨នាក រៀបរៀងដោយ JICA គាំទ្រដោយក្រសួងអប់រំយុវជន និងកីឡា

៤.សៀវភៅប្រូបាប៊ីលីតេចងក្រងដោយ អនុបណ្ឌិត **ទី ប៉ូលីរ៉េត**

៥.សៀវភៅប្រូបាប៊ីលីតេ ចងក្រងដោយសាស្ត្រាចារ្យ និងអធិការមធ្យមសិក្សា សហការជាមួយសាស្ត្រាចារ្យបារាំង នៃមូលនិធិឡរ៉-កម្ពុជា (Loire Cambodia)

៦.COMBINATORICS AND GRAPH THEORY

៧.Challenge and Thrill of Pre-College Mathematics

៨.Probability , Random Variables, and Random Processes

វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

រក្សាសិទ្ធគ្រប់យ៉ាង