Probability
Probability
Probability

សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ

គណិតវិទ្យា

ប្រូបាបីលីតេ

កំណែលំហាត់ប្រូបាបីលីតេឆ្នាំទី៣

រៀបរៀងដោយៈ វ៉ែន ចាន់រ៉ាត់

ឆ្នាំ ២០២៣

អារម្ភកថា

សូមគោរពជម្រាបសួរដល់លោកគ្រូអ្នកគ្រូ ប្រិយមិត្តអ្នកសិក្សាទាំងអស់ជាទីស្រលាញ់និងជាទីរាប់អាន !

សៀវភៅ "**កំណែលំហាត់កិច្ចការស្រាវជ្រាវប្រូបាប៊ីលីតេ**" ដែលខ្ញុំបានរៀបរៀងឡើងមកនេះជាចំណែក មួយដើម្បីជាជំនួយក្នុងការហ្វឹកហាត់របស់សិស្សនិស្សិត លើមុខវិជ្ជាប្រូបាប៊ីលីតេ ។ ក្នុងនោះដែរយើងខ្ញុំបានរៀបចំផ្នែកលំហាត់ភ្ជាប់ជាមួយដំណោះស្រាយត្រាប់ដែលបង្កើនភាពងាយស្រួលដល់អ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវ។

កំហុសឆ្គងខ្លះៗដោយអចេតនាប្រាកដជាកើតមានឡើងជាក់ជាមិនខាន អាស្រ័យហេតុនេះខ្ញុំបាទជាអ្នករៀបរៀង រង់ចាំជានិច្ចនូវមតិរិះគន់បែបស្ថាបនា ពីសំណាក់អ្នកសិក្សាគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ដើម្បីកែលម្អសៀវភៅនេះឱ្យកាន់តែល្អប្រសើរបន្ថែមទៀត។

ជាទីបញ្ចប់យើងខ្ញុំសូមជូនពរដល់សិស្សានុសិស្សនិងអ្នកសិក្សាទាំងអស់ឱ្យជួបតែសំណាងល្អ មានសុភមង្គល និងទទួលបានជោគជ័យរាល់ការបំពេញការងារផ្សេងៗកុំបីខាន។

------------- ✂ ------------

ផ្នែកលំហាត់

1. តើមានកាតសម្គាល់ខ្លួនប៉ុន្មានផ្សេងគ្នាដែលអាចបង្កើតបានបើមាន 6 ខ្ទង់នៅលើកាតនិងមិនមានលេខណាមួយត្រូវបានប្រើច្រើនជាងមួយដង?
2. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំអាចជ្រើសរើសសិស្ស 4 ចេញពីថ្នាក់ដែលមាន 12 នាក់បើសិស្សម្នាក់ទទួលបានភារកិច្ចដូចៗគ្នា? តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគ្រូដឹកនាំសិស្សអាចជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ៗទទួលបានភារកិច្ចផ្សេងគ្នា?
3. តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគេអាចតម្រៀបទង់ជាតិចំនួន 7 ដែលក្នុងនោះមានទង់ជាតិពណ៌ក្រហម 3 ដូចគ្នា ខៀវ 2 ដូចគ្នានិង ស 2 ដូចគ្នា?
4. នៅហាងកាហ្វេមួយមានបម្រើកាហ្វេ 12 ប្រភេទផ្សេគ្នា។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលហាងកាហ្វេ 4 ប្រភេទ ផ្សេងគ្នាត្រូវបានជ្រើសរើស?
5. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចជ្រើសរើសការ៉េម 3 ប្រភេទនិងគ្រឿមខាងលើ 2 ប្រភេទពីបង្អែមបូហ្វេដែលមានការ៉េម 10 ប្រភេទនិងគ្រឿមខាងលើ 6 ប្រភេទ?
6. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលជ្រើសរើសបានសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាលចេញពីសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 8 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 9 ក្បាលបើសៀវភៅត្រូវបានជ្រើសរើស

   ដោយសចៃដន្យ។
7. កាតក្រហមនិងកាតខ្មៅដែលនីមួយៗចុះលេខពី 2 ដល់ 9 ត្រូវបានដាក់ចូលក្នុងថង់មួយ។ កាត 4 ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាបដែល៖
   - ក. កាតទាំង 4 មានពណ៌ក្រហម
   - ខ.កាតក្រហម 2 និង កាតខ្មៅ 2
   - គ.យ៉ាងហោចណាស់មានកាតក្រហម 1
   - ឃ.កាតទាំង 4 ពណ៌ខ្មៅ ។
8. នៅក្នុងថតតុមួយមានស្រោមជើងក្រហមដូចៗគ្នាចំនួន11 និងស្រោមជើងខ្មៅដូចៗគ្នាចំនួន 8 ។ ឧបមាថាអ្នកជ្រើសរើស 2 ដោយចៃដន្យនៅពេលងងឹត។
   - ក.ប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងក្រហម 1 គូ

- ខ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងខ្មៅ 1គូ
- គ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើង 2 យ៉ាងតិចដែលមានពណ៌ខុសគ្នា

9. ក្រុមបាល់ទាត់មួយមាននិស្សិតឆ្នាំទីមួយ 20 នាក់ ឆ្នាំទីពីរមាន 20 នាក់ និស្សិតឆ្នាំទីបីមាន 15 នាក់ និង និស្សិតឆ្នាំទីបួនមាន10 នាក់។ កីឡាករ 4 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដើម្បីធ្វើជាប្រធានក្រុម។ រកប្រូបាប៊ីលីតេ

ក.ទាំង 4 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទី 4

- ខ.មានម្នាក់ពីឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ
- គ.មាន 2 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីពីរនិងនិស្សិតឆ្នាំទីមួយ

10. នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ក្រហម 9 និងបាល់ស 8 និងបាល់ខៀវ 6 ។ គេជ្រើសរើសយកបាល់ 2 ដោយចៃដន្យម្តងមួយពីដោយដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលៈ

- ក.បាល់ទីមួយមានពណ៌ក្រហមនិងបាល់ទីពីរមានពណ៌ស
- ខ.បាល់ទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា
- គ.បាល់ទីពីរមានពណ៌ខៀវ ។

11. ពិលមួយមានថ្ម 6 គ្រាប់ក្នុងនោះមានថ្ម 2 គ្រាប់ខូច។ បើថ្ម 2 គ្រាប់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមួយដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលថ្មទាំងពីរជាថ្មខូច?

12. គ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហមួយគ្រាប់និងសមួយគ្រាប់ត្រូវបានបោះម្តង។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 4 លើគ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហម B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកមុខលើគ្រាប់ឡូកឡាក់ទាំងពីរជាលេខសេស C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 5 លើគ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហម D ជាព្រឹត្តិកាណ៍ដែលផលបូកទាំងពីរលើគ្រាប់ឡូកឡាក់ស្មើ 11 ។

- ក.តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?
- ខ.តើ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

13. នៅក្នុងគ្រួសារដែលមានកូនពីរនាក់។ សន្មតថាឱកាសមានកូនប្រុសឬកូនស្រីស្មើគ្នា។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមានកូនស្រីមួយយ៉ាងច្រើនម្នាក់ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមួយមានកូនភេទដូចគ្នា។

- ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?
- ខ.បើគ្រួសារមានកូនបីនាក់វិញ

14. សន្មតថាកាក់ស្មើសាច់មួយត្រូវបានបោះពីរដង។ កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម

- A: កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីមួយ
- B: កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីពីរ
- C: កាក់ចេញលទ្ធផលដូចគ្នានូវការបោះទាំងពីរលើក

តើ A,B និង C មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

15. ក្នុងថង់ទី 1 មានបាល់ក្រហម 5 និងបាល់ខ្មៅ 3 ។ ក្នុងថង់ទី2 មានបាល់ក្រហម 3 និងបាល់ខ្មៅ 1។ ក្នុងថង់ទី 3 មានបាល់ក្រហម 4 និងបាល់ខ្មៅ 2 ។ បើថង់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនិងបាល់មួយត្រូវបានចាប់យក រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម។

16. ការដឹកជញ្ជូនប្រអប់ពីរដែលនីមួយៗមានទូរសព្ទ 6 គ្រឿងត្រូវបានទទួលដោយហាងលក់។ប្រអប់ទី 1 មានទូរសព្ទខូច1និប្រអប់ទី 2 មានទូរសព្ទខូច2 ។ បន្ទាប់ពីប្រអប់ទាំងពីរត្រូវបានបើក ទូរសព្ទមួយត្រូវបានជ្រើសរើសយកដោយចៃដន្យហើយរកឃើញថាវាខូច។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចេញពីប្រអប់ទី2 ។

17. ហាងទំនិញមួយទិញទំនិញពីរោងចក្រ 3 ផ្សេងគ្នា។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ A មានមួកខៀវ 12 មួកក្រហម 6 និងមួកបៃតង 6 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រB មានមួកខៀវ 10 មួកក្រហម 10 និងមួកបៃតង 4 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ C មានមួកខៀវ 8 មួកក្រហម 8 និងមួកបៃតង 8 ។ បើប្រអប់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសហើយមួកមួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់។

- ក.បើមួកនោះជាមួកក្រហម រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ A។
- ខ.បើមួកនោះជាមួកបៃតង រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B។

18. ក្រុមហ៊ុនមានវិធីសាស្ត្រដើម្បីបំប៉នបុគ្គលិកខ្លួន។ ដោយកត្តាពេលវេលា បរិយាកាស និងទីតាំងក្រុមហ៊ុនបញ្ជូន 20% នៃបុគ្គលិកខ្លួននៅទីតាំង A 35% នៃបុគ្គលិកខ្លួនទៅទីតាំង B 45% នៃបុគ្គលិកខ្លួន

ទៅទីតាំង C ។ នៅទីតាំង A មានអត្រាប្រឡងជាប់ 80% ទីតាំង B មានអត្រាប្រឡងជាប់ 75% និង ទីតាំង C មានអត្រាប្រឡងជាប់ 60% ។

- ក.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងជាប់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង B
- ខ.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងធ្លាក់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង C ។

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

1. តើមានកាតសម្គាល់ខ្លួនប៉ុន្មានផ្សេងគ្នាដែលអាចបង្កើតបានបើមាន 6 ខ្ទង់នៅលើកាតនិងមិនមានលេខណាមួយត្រូវបានប្រើច្រើនជាងមួយដង?

ចម្លើយ: ដោយកាតទាំងអស់មាន 10 ជម្រើសចាប់ពី 0 ដល់ 9

យើងបាន $n(s)=P(10,6)=\dfrac{10!}{(10-6)!}=151200$ របៀប

ដូចនេះ លេខសម្គាល់ខ្លួនមាន 6 មាន 151200 របៀប។

2. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំអាចជ្រើសរើសសិស្ស 4 ចេញពីថ្នាក់ដែលមាន 12 នាក់បើសិស្សម្នាក់ទទួលបានភារកិច្ចដូចៗគ្នា? តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគ្រូដឹកនាំសិស្សអាចជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ៗទទួលបានភារកិច្ចផ្សេងគ្នា?

ចម្លើយ: ក. រកចំនួនរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំសិស្ស

តាមរូបមន្ត $C(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

ដោយ $n=12$, $r=4$

$$\Longrightarrow C(12,4)=\frac{12!}{8!4!}=\frac{12\times11\times10\times9\times8!}{8!\times4!}=495$$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំសិស្សមានភារកិច្ចដូចគ្នាគឺមាន 495 របៀប

ខ.រកចំនួនរបៀបដែលគ្រូអាចដឹកនាំសិស្ស

តាមរូបមន្ត $P(n,r)=\dfrac{n!}{(n-r)!}$

$$\Longrightarrow P(12,4)=\frac{12!}{8!}=11880 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបដែលគ្រូអាចដឹកនាំសិស្សមានភារកិច្ចផ្សេងៗគ្នាគឺ 11880 របៀប។

3. តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគេអាចតម្រៀបទង់ជាតិចំនួន 7 ដែលក្នុងនោះមានទង់ជាតិពណ៌ក្រហម 3 ដូចគ្នា ខៀវ 2 ដូចគ្នានិង ស 2 ដូចគ្នា?

ចម្លើយៈ រកចំនួនរបៀបនៃការតម្រៀបទង់ជាតិ

គេបាន $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \ldots \times n_k!}$, $n=7$, $n_1=3$, $n_2=2$, $n_3=3$

$\Longrightarrow n(s)=\frac{7!}{3!\,2!\,2!}=210$ របៀប

ដូចនេះ ចំនួនចម្លាស់នៃការតម្រៀបទង់ជាតិគឺ 210 របៀប។

4. នៅហាងកាហ្វេមួយមានបម្រើកាហ្វេ 12 ប្រភេទផ្សេគ្នា។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលហាងកាហ្វេ 4 ប្រភេទ ផ្សេងគ្នាត្រូវបានជ្រើសរើស?

ចម្លើយៈ រកចំនួនរបៀបដែលហាងកាហ្វេបានជ្រើសរើស

តាមរូបមន្ត $C(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

ដោយ $n=12$, $r=4$

$\Longrightarrow C(12,4)=\frac{12!}{8!\,4!}=495$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបដែលហាងកាហ្វេបានជ្រើសរើសគឺ មាន 495 របៀប។

5. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចជ្រើសរើសការ៉េម 3 ប្រភេទនិងគ្រឿមខាងលើ 2 ប្រភេទពីបង្អែមបូហ្វេដែលមានការ៉េម 10 ប្រភេទនិងគ្រឿមខាងលើ 6 ប្រភេទ?

ចម្លើយៈ រកចំនួនរបៀបដែលអាចជ្រើសរើស

តាមរូបមន្ត $C(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

ដោយ $n=6, r=2$

$\Longrightarrow C(6,2)=\frac{6!}{4!\,2!}=15$ របៀប

តាង A គេជ្រើសរើសការ៉េម 3 ប្រភេទនិងគ្រឿមខាងលើ 2 ប្រភេទពីបង្អែមបូហ្វេដែលមានការ៉េម 10 ប្រភេទ និងគ្រឿមខាងលើ 6 ប្រភេទ

$$\Longrightarrow A=C(10,3)\times C(6,2)=\frac{10!}{7!\,3!}\times\frac{6!}{4!\,2!}=1800 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ $A=1800$ របៀប។

6. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលជ្រើសរើសបានសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាលចេញពីសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 8 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 9 ក្បាលបើសៀវភៅត្រូវបានជ្រើសរើសដោយសចៃដន្យ។

ចម្លើយ: តាង A ជាប្រូបាបដែលជ្រើសរើសបានសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាលចេញពីវិទ្យាសាស្ត្រ 8 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 9 ក្បាល។

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

ដែល $n(s)=C(17,7)=\dfrac{17!}{10!\,7!}=19448$

$$n(A)=C(8,3)\times C(9,4)$$
$$=\frac{8!}{5!\,3!}\times\frac{9!}{5!\,4!}=7056$$
$$\Longrightarrow P(A)=\frac{7056}{19448}=0.362814$$

ដូចនេះ $P(A)=0,362814$

7. កាតក្រហមនិងកាតខ្មៅដែលនីមួយៗចុះលេខពី 2 ដល់ 9 ត្រូវបានដាក់ចូលក្នុងថង់មួយ។ កាត 4 ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាបដែល៖

ចម្លើយ: ក. កាតទាំង 4 មានពណ៌ក្រហម

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានកាតទាំង 4 មានពណ៌ក្រហម

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(s)}$

$n(s)=C(16,4)=\frac{16!}{12!\,4!}=1820$

$n(A)=C(8,4)=\frac{8!}{4!\,4!}=70$

$\Longrightarrow P(A)=\frac{70}{1820}=0.0384615$

ដូចនេះ $P(A)=0.0384615$

ខ.កាតក្រហម 2 និង កាតខ្មៅ 2

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានកាតក្រហម 2 និង កាតខ្មៅ 2

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(s)}$

$n(B)=C(8,2)\times C(8,2)$

$\frac{8!}{6!\,2!}\times\frac{8!}{6!\,2!}=784$

$\Longrightarrow P(B)=\frac{784}{1820}=0.430769$

ដូចនេះ $P(B)=0,430769$ ។

គ.យ៉ាងហោចណាស់មានកាតក្រហម 1

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកកាតដែលយ៉ាងហោចណាស់មានកាតក្រហម 1

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(s)}$

$n(C)=C(8,1)\times C(8,3)+C(8,2)\times \mathrm{C}(8,2)+\mathrm{C}(8,4)$

$=8\times\frac{8!}{5!\,3!}+\frac{8!}{6!\,2!}\times\frac{8!}{6!\,2!}+\frac{8!}{4!\,4!}=1302$

$\Longrightarrow \mathrm{P(C)}=\frac{1302}{1820}=0,71$

ដូចនេះ $\mathrm{P(C)}=0,71$

ឃ.កាតទាំង 4 ពណ៌ខ្មៅ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ

តាមរូបមន្ត $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(s)}$

$$P(D)=\frac{7\times5\times2}{1820}=0,038$$

ដូចនេះ $P(D)=0.038$

8. នៅក្នុងថតតុមួយមានស្រោមជើងក្រហមដូចៗគ្នាចំនួន11 និងស្រោមជើងខ្មៅដូចៗគ្នាចំនួន 8 ។ ឧបមាថាអ្នកជ្រើសរើស 2 ដោយចៃដន្យនៅពេលងងឹត។

ចម្លើយៈ ក.ប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងក្រហម 1 គូ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រោមជើងក្រហម 1 គូ

តាមរូមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(s)}$

$$n(A)=C(19,2)=\frac{19!}{17!\,2!}=171$$

$$n(A)=C(11,2)=\frac{11!}{9!\,2!}=55$$

$$\Longrightarrow P(A)=\frac{55}{171}=0.32$$

ដូចនេះ $P(A)=0.32$ ។

ខ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងខ្មៅ 1គូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រោមជើងខ្មៅ 1គូ

តាមរូបមន្ត $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(S)}$

$$n(B)=C(8,2)=\frac{8!}{6!\,2!}=28$$

$$\Longrightarrow P(B)=\frac{28}{171}=0.16$$

ដូចនេះ $P(B)=0.16$

គ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើង 2 យ៉ាងតិចដែលមានពណ៌ខុសគ្នា

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រោមជើង 2 យ៉ាងតិចដែលមានពណ៌ខុសគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(S)}$

$n(C)=C(11,1)\times C(8,1)=88$
$n(S)=171$
$\Longrightarrow P(C)=\dfrac{88}{171}=0.51462$

ដូចនេះ $P(C)=0.51$

9. ក្រុមបាល់ទាត់មួយមាននិស្សិតឆ្នាំទីមួយ 20 នាក់ ឆ្នាំទីពីរមាន 20 នាក់ និស្សិតឆ្នាំទីបីមាន 15 នាក់ និង និស្សិតឆ្នាំទីបួនមាន10 នាក់។ កីឡាករ 4 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដើម្បីធ្វើជាប្រធានក្រុម។ រកប្រូបាប៊ីលីតេ

ក.ទាំង 4 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទី 4

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលរើសបានទាំង 4 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីបួន

តាមរូបមន្ត $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$

$n(S)=C(65,4)=\dfrac{65!}{61!\,4!}=677040$

$n(A)=C(10,4)=\dfrac{10!}{6!\,4!}=210$

$\Longrightarrow P(A)=\dfrac{210}{677040}=0.000310174$

ដូចនេះ $P(A)=0.000310174$

ខ.មានម្នាក់ពីឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មានម្នាក់ពីឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ

តាមរូបមន្ត $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$

$n(B)=C(20,1)\times C(20,1)\times C(15,1)\times C(10,1)=60000$

$\Longrightarrow P(B)=\frac{60000}{677040}=0.0886211$

ដូចនេះ $P(B)=0.0886211$

គ.មាន 2 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីពីរនិងនិស្សិតឆ្នាំទីមួយ

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មាន 2 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីពីរនិងនិស្សិតឆ្នាំទីមួយ

តាមរូបមន្ត $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}$

$n(C)=C(20,2)\times C(20,2)=36100$

$\Longrightarrow P(C)=\frac{36100}{677040}=0.0533203$

ដូចនេះ $P(C)=0.0533203$

10. នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ក្រហម 9 និងបាល់ស 8 និងបាល់ខៀវ 6 ។ គេជ្រើសរើសយកបាល់ 2 ដោយចៃដន្យម្តងមួយពីដោយដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែល៖

ក.បាល់ទីមួយមានពណ៌ក្រហមនិងបាល់ទីពីរមានពណ៌ស

ខ.បាល់ទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា

គ.បាល់ទីពីរមានពណ៌ខៀវ

ចម្លើយ: រកប្រូបាប៊ីលីតេ

ក.បាល់ទីមួយមានពណ៌ក្រហមនិងបាល់ទីពីរមានពណ៌ស

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់មានពណ៌ក្រហម

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់ពណ៌ស

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់ពណ៌ខៀវ

តាម $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

ដោយ $P(A)=\frac{9}{23}$, $P(B)=\frac{8}{23} \Longrightarrow P(A\cap B)=\frac{9}{23}\times\frac{8}{23}=0.13$

ដូចនេះ $P(A\cap B)=0.13$

ខ.បាល់ទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា

តាម $P(A\cap A)\cup P(B\cap B)\cup P(C\cap C)=P(A)\cdot P(A)+P(B)\cdot P(B)+P(C)\cdot P(C)$

$$=\frac{9}{23}\cdot\frac{9}{23}+\frac{8}{23}\cdot\frac{8}{23}+\frac{6}{23}\cdot\frac{6}{23}=0.34$$

ដូចនេះ $P(A\cap A)\cup P(B\cap B)\cup P(C\cap C)=0.34$

គ.បាល់ទីពីរមានពណ៌ខៀវ

តាម $P(A\cup B)\cap P(C)=P(A)+P(B)\cdot P(C)=\frac{9}{23}+\frac{8}{23}\times\frac{6}{23}=0.48$

ដូចនេះ $P(A\cup B)\cap P(C)=0.48$

11. ពិលមួយមានថ្ម 6 គ្រាប់ក្នុងនោះមានថ្ម 2 គ្រាប់ខូច។ បើថ្ម 2 គ្រាប់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមួយដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលថ្មទាំងពីរជាថ្មខូច?

ចម្លើយៈ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលថ្មទាំងពីរជាថ្មខូច

តាង A ព្រឹត្តិការណ៍នេះ

តាម $P(A\cap A)=P(A)\cdot P(A)=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}=0.11$

ដូចនេះ $P(A\cap A)=0.11$

12. គ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហមមួយគ្រាប់និងសមួយគ្រាប់ត្រូវបានបោះម្តង។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 4 លើគ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហម B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកមុខលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរជាលេខសេស C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 5 លើគ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហម D ជាព្រឹត្តិកាណ៍ដែលផលបូកទាំងពីរលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ស្មើ 11 ។

ក.តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

ខ.តើ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

ចម្លើយៈ ក.តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 4 លើគ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហម

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកមុខលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរជាលេខសេស

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 5 លើគ្រាប់ឡុកឡាក់ក្រហម

D ជាព្រឹត្តិកាណ៍ដែលផលបូកទាំងពីរលើគ្រាប់ឡុកឡាក់ស្មើ 11

$$A=[(R_4,W_1)\ldots(R_4,W_6)]$$

$$B=\left\{\begin{bmatrix} (R_1,W_4),(R_1,W_4),(R_1,W_6),(R_2,W_1),(R_2,W_3),(R_2,W_5),(R_3,W_2),(R_3,W_4) \\ (R_4,W_1),(R_1,W_3),(R_4,W_5),(R_5,W_2),(R_5,W_4),(R_5,W_6),(R_6,W_1),(R_6,W_3),(R_6,W_5) \end{bmatrix}\right\}$$

$$C=[(R_5,W_1)\ldots(R_5,W_6)] \qquad D=[(R_5,W_6),(R_6,W_5)]$$

$$\Longrightarrow n(s)=36\ ,\ P(B)=\frac{3}{6}\ ,P(C)=\frac{1}{6}\ ,\ P(D)=\frac{1}{18}\ ,\ P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{1}{12}$$

$$\Longrightarrow P(A\cap B)=\frac{1}{12}$$

ដោយ $P(AB)=P(A)\cdot P(B)=\dfrac{1}{12}$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នា។

ខ.តើ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

$$C\cap D=\{[(R_5,W_6)]\}\Longrightarrow n(C\cap D)=1$$

$$\Longrightarrow P(C)\cdot P(D)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{18}=\frac{1}{96}$$

ដោយ $P(C\cap D)\neq P(C)\cdot P(D)$

ដូចនេះ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

13. នៅក្នុងគ្រួសារដែលមានកូនពីរនាក់។ សន្មតថាឱកាសមានកូនប្រុសឬកូនស្រីស្មើគ្នា។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមានកូនស្រីមួយយ៉ាងច្រើនម្នាក់ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមួយមានកូនភេទដូចគ្នា។

ចម្លើយ: ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមានកូនស្រីមួយយ៉ាងច្រើនម្នាក់

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមួយមានកូនភេទដូចគ្នា

$A=\{[(R_1,W_1),(W_1,W_1)]\}$, $n(A)=2$

$B=\{[(R_1,R_1),(W_1,W_1)]\}$

$\Longrightarrow n(B)=2$, $n(S)=4$

$$\Longrightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{2} \quad \Longrightarrow P(B)=\frac{1}{2}$$

តាម $P(A\cap B)=1$

$$\Longrightarrow P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{1}{4}$$

ដោយ $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{4}$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នា។

ខ.បើគ្រួសារមានកូនបីនាក់វិញ

$A=\{[(R_1,W_1),(W_1,W_1),(W_2,W_2)]\}$

$\Longrightarrow n(A)=3$

$B=\{(R_1,R_1),(W_1,W_1),(W_2,W_2)\}$

$$\Longrightarrow n(B)=3 \quad ,P(A)=\frac{3}{4}$$

ដោយ $n(A\cap B)=2$

ដោយ $P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B)$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

14. សន្មតថាកាក់ស្មើសាច់មួយត្រូវបានបោះពីរដង។ កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម

- A: កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីមួយ
- B: កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីពីរ
- C: កាក់ចេញលទ្ធផលដូចគ្នានូវការបោះទាំងពីរលើក

តើ A,B និង C មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

ចម្លើយ: កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍៖

$$S=\{(HH),(HT),(TH),(TT)\}$$
$$n(S)=4$$
$$A=\{(HH),(HT)\}\ ,\ B=\{(HH),(TH)\}\ ,\ C=\{(HH),(TT)\}$$
$$\Longrightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{2}$$
$$\Longrightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{1}{2}$$
$$A\cap B\cap C=\{(HH)\}\ ,\ n(A\cap B\cap C)=1$$
$$P(A\cap B\cap C)=\frac{n(A\cap B\cap C)}{n(S)}=\frac{1}{4}$$
$$\Longrightarrow P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)=\frac{1}{8}$$

ដោយ $P(A\cap B\cap C)\neq P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$

ដូចនេះ A,B និង C អាស្រ័យគ្នា។

15. ក្នុងថង់ទី 1មានបាល់ក្រហម 5និងបាល់ខ្មៅ 3។ ក្នុងថង់ទី2 មានបាល់ក្រហម 3និងបាល់ខ្មៅ 1។ ក្នុងថង់ទី 3មានបាល់ក្រហម 4និងបាល់ខ្មៅ 2។ បើថង់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនិងបាល់មួយត្រូវបានចាប់យក រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម។

ចម្លើយ: រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម

តាង R ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម

A ជាព្រឹត្តិការណ៍ថង់ទី1

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ថង់ទី2

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ថង់ទី3

តាម $P(R) = P(R/A) + P(R/B) + P(R/C)$

ដោយ $P(R/A) = \dfrac{P(R/A)\cdot P(A)}{P(R/A)\cdot P(A) + P(R/B)\cdot P(B) + P(R/C)\cdot P(C)}$

$$= \frac{\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{3}}{\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{3}\right)}$$

$$= 0,1417$$

$$P(R/B) = \frac{P(R/B)\cdot P(B)}{P(R/B)\cdot P(B) + P(R/A)\cdot P(A) + P(R/C)\cdot P(C)}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}}{\left(\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{3}\right)} = 0.367347$$

$$P(R/B) = \frac{P(R/C)\cdot P(C)}{P(R/C)\cdot P(C) + P(R/A)\cdot P(A) + P(R/B)\cdot P(B)}$$

$$= \frac{\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{3}}{\left(\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{3}\right)} = 0.326531$$

$$\Longrightarrow P(R) = 0.1417 + 0.367347 + 0.326531 = 0.835578$$

ដូចនេះ $P(R) = 0.835578$

16. ការដឹកជញ្ជូនប្រអប់ពីរដែលនីមួយៗមានទូរសព្ទ 6 គ្រឿងត្រូវបានទទួលដោយហាងលក់។ប្រអប់ទី 1 មានទូរសព្ទខូច1និប្រអប់ទី 2 មានទូរសព្ទខូច2 ។ បន្ទាប់ពីប្រអប់ទាំងពីរត្រូវបានបើក ទូរសព្ទមួយត្រូវបានជ្រើសរើសយកដោយចៃដន្យហើយរកឃើញថាវាខូច។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចេញពីប្រអប់ទី2 ។

ចម្លើយៈ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចេញពីប្រអប់ទី2

តាង A ប្រអប់ទី1

B ប្រអប់ទី 2

A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានទូរសព្ទខូច

គេបាន $P(A_1/B)=\dfrac{P(A_1/B)\cdot P(B)}{P(A_1/B)\cdot P(B)+P(A_1/A)\cdot P(A)}$

$$=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}}=0.25$$

ដូចនេះ $P(A_1/B)=0.25$ ។

17. ហាងទំនិញមួយទិញទំនិញពីរោងចក្រ 3 ផ្សេងគ្នា។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ A មានម្ជុលខៀវ 12 ម្ជុលក្រហម 6 និងម្ជុលបៃតង 6 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ B មានម្ជុលខៀវ 10 ម្ជុលក្រហម 10 និងម្ជុលបៃតង 4 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ C មានម្ជុលខៀវ 8 ម្ជុលក្រហម 8 និងម្ជុលបៃតង 8 ។ បើប្រអប់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសហើយម្ជុលមួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់។

- ក.បើម្ជុលនោះជាម្ជុលក្រហម រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ A ។
- ខ.បើម្ជុលនោះជាម្ជុលបៃតង រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B ។

ចម្លើយៈ ក.បើម្ជុលនោះជាម្ជុលក្រហម រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ A

តាង A_1 រោងចក្រ A

B_1 រោងចក្រ B

C_2 រោងចក្រC

A_2 ជាព្រឹត្តិករណ៍ចាប់បានម្ជុលពណ៌ក្រហម

គេបាន $P(A_2/A_1)=\dfrac{P(A_2/A_1)\cdot P(A_1)}{P(A_2/A_1)\cdot P(A)+P(A_2/B_1)\cdot P(B_1)+P(A_2/C_1)\cdot P(C_1)}$

$$=\frac{\frac{6}{24}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{6}{24}\cdot\frac{1}{23}+\frac{10}{24}\cdot\frac{1}{3}+\frac{8}{24}\cdot\frac{1}{3}}=0.319444$$

ដូចនេះ $P(A_2/A_1)=0.319444$ ។

ខ.បើម្ជុលនោះជាម្ជុលខែតង រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B

តាង B_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B

គេបាន $P(B_2/B_1)=\dfrac{P(B_2/B_1)\cdot P(B_1)}{P(B_2/B_1)\cdot P(B_1)+P(B_2/A_1)\cdot P(A)+P(B_2/C_1)\cdot P(C_1)}$

$$=\frac{\frac{4}{24}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{4}{24}\cdot\frac{1}{3}+\frac{6}{24}\cdot\frac{1}{3}+\frac{8}{24}\cdot\frac{1}{3}}=0.222222$$

ដូចនេះ $P(B_2/B_1)=0.2222$ ។

18. ក្រុមហ៊ុនមានវិធីសាស្ត្រដើម្បីបំប៉នបុគ្គលិកខ្លួន។ ដោយកត្តាពេលវេលា បរិយាកាស និងទីតាំងក្រុមហ៊ុនបញ្ជូន 20% នៃបុគ្គលិកខ្លួននៅទីតាំង A 35% នៃបុគ្គលិកខ្លួនទៅទីតាំង B 45% នៃបុគ្គលិកខ្លួនទៅទីតាំង C ។ នៅទីតាំង A មានអត្រាប្រឡងជាប់ 80% ទីតាំង B មានអត្រាប្រឡងជាប់ 75% និងទីតាំង C មានអត្រាប្រឡងជាប់ 60% ។

- ក.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងជាប់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង B
- ខ.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងធ្លាក់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង C ។

ចម្លើយៈ ក.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបុគ្គលិកម្នាក់ប្រឡងជាប់នៅទីតាំង B

តាង A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍បញ្ជូនបុគ្គលិកទៅទីតាំង A

B_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍បញ្ជូនបុគ្គលិកទៅទីតាំង B

C_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍បញ្ជូនបុគ្គលិកទៅទីតាំង C

R ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបុគ្គលិកប្រឡងជាប់

គេបាន $P(R/B_1)=\dfrac{P(R/B_1)\cdot P(B_1)}{P(R/B_1)\cdot P(B_1)+P(R/A_1)\cdot P(A_1)+P(R/C_1)\cdot P(C_1)}$

$$=\frac{(0.75)\,(0.35)}{(0.75)\,(0.35)+(0.8)\,(0.2)+(0.6)\,(0.45)}=0.379061$$

ដូចនេះ $P(R/B_1)=0.379061$ ។

ខ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបុគ្គលិកម្នាក់ប្រឡងធ្លាក់នៅទីតាំង C

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបុគ្គលិកប្រឡងធ្លាក់

គេបាន $P(D/C_1)=\dfrac{P(D/C_1)\cdot P(C)}{P(D/C_1)\cdot P(C)+P(D/A_1)\cdot P(A_1)+P(D/C_1)\cdot P(C_1)}$

$$=\frac{(0.40)\,(0.45)}{(0.40)\,(0.45)+(0.2)\,(0.2)+(0.25)\,(0.35)}=0.585366$$

$\Longrightarrow P(D/C_1)=0.585366$

ដូចនេះ $P(D/C_1)=0.585366$ ។

សូមអរគុណ !