



ក្រសួងលំហូតព្រឹស្សន៍សិក្សាស្រាវជ្រាវ

ប្រធានបទប្រកួតប្រជែង

ប្រធានបទប្រកួតប្រជែង

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x) - 4x}{\sin(2x) - 2x}$$

រៀបរៀងដោយ ពៅ ពេជ្រពុទ្ធិពង្ស

រក្សាសិទ្ធិគ្រប់យ៉ាង

២០២០

លីមីត និង អាំងតេក្រាល

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + \sin(x))^2] dx = \frac{\pi}{2}$

Limic
Phân

គេងព្រួញលើកទី១



គណិតវិទ្យា

ប្រជុំវិញការសិក្សាប្រឡង



សម្រាប់
ប្រឡងឆ្នាំសិក្សា ឆ្នាំ ២០១៩
ប្រឡងមធ្យមសិក្សាធុតិយភូមិ
ប្រឡងត្រូវ មធ្យម បឋម អនុ ។

គេងព្រួញលើកទី១ ២០១៩

គេងព្រួញលើកទី១

Differential Equation

“សមីការដេរីវេសមីការធាតុដើម”

មេរៀនសមីការដេរីវេសមីការធាតុដើម
លំហាត់មាតិកាមេរៀនសមីការដេរីវេសមីការធាតុដើម

dy
dx

សមីការដេរីវេសមីការធាតុដើម

សម្រាប់ប្រើប្រាស់ប្រឡងបឋម និងប្រឡងប្រចាំឆ្នាំសិក្សា

ស្របតាមគម្រោងសិក្សា

គណិតវិទ្យា គេងព្រួញលើកទី១

គេងព្រួញលើកទី១ គេងព្រួញលើកទី២

លីមីតនៃអនុគមន៍



ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

លីមីតនៃអនុគមន៍

លីមីតនៃអនុគមន៍

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x) - 4x}{\sin(2x) - 2x}$$

គេងព្រួញលើកទី១ គេងព្រួញលើកទី២

២០២០

រក្សាសិទ្ធិគ្រប់យ៉ាងដោយ

សេវាកម្មបង្រៀនតាមផ្ទះ
មានទទួលបានបង្រៀនគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី ៩ និង ថ្នាក់ទី ១២
សម្រាប់តែនៅក្នុងពេល !!!

ទូរស័ព្ទលេខ ០៩៦ ៧៣ ០០ ៣៩៣ / ០៧០ ៧៩០ ៨៥៤

លីមីតនៃអនុគមន៍

i. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រង់ចំនួននិងអនន្ត

1. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រង់ចំនួនកំណត់

A. និយមន័យ អនុគមន៍ f មានលីមីត L កាលណា x ខិតជិត a លើគ្រប់ចំនួន $\varepsilon > 0$ មានចំនួន $\delta > 0$ ដែល $0 < |x - a| < \delta$ នាំឱ្យ $|f(x) - L| < \varepsilon$ ។

គេសរសេរបាន $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ ។

B. និយមន័យ គេថាអនុគមន៍ f ខិតទៅ $+\infty$ ឬ $-\infty$ កាលណា x ខិតជិត a លើចំពោះ គ្រប់ចំនួន $M > 0$ មាន $\delta > 0$ ដែល $0 < |x - a| < \delta$ នាំឱ្យ $f(x) > M$ ឬ $f(x) < -M$ ។

គេសរសេរបាន $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$

2. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រង់អនន្ត

A. និយមន័យ អនុគមន៍ f មានលីមីត L កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ ឬ $-\infty$ លើគ្រប់ចំនួន $\varepsilon > 0$ មានចំនួន $N > 0$ ដែល $x > N$ ឬ $x < -N$ នាំឱ្យ $|f(x) - L| < \varepsilon$ ។

គេសរសេរបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ ឬ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ ។

B. និយមន័យ

- អនុគមន៍ f មានលីមីត $+\infty$ កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ លើចំពោះ គ្រប់ចំនួន $M > 0$ មាន $N > 0$ ដែល $x > N$ នាំឱ្យ $f(x) > M$ ។

គេសរសេរបាន $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- អនុគមន៍ f មានលីមីត $+\infty$ កាលណា x ខិតជិត $-\infty$ លើចំពោះ គ្រប់ចំនួន $M > 0$ មាន $N > 0$ ដែល $x < -N$ នាំឱ្យ $f(x) > M$ ។

គេសរសេរបាន $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

3. ប្រមាណវិធីលីមីត

លើ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ និង $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = N$ ហើយ L, M, N ជាចំនួនពិតគេបាន:

១. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = L \pm M$ (a ដែល ជាចំនួនកំណត់ ឬអនន្ត)

២. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) + g(x) - h(x) = L + M - N$

៣. $\lim_{x \rightarrow a} Kf(x) = KL$ (K ជាចំនួនថេរ)

៤. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) \cdot h(x) = L \cdot M \cdot N$

៥. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L}{M}$

៦. $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = L^n$ ដែល (n ជាចំនួនគត់ឡឺរឺអវិជ្ជមាន)។

ii. លីមីតនៃអនុគមន៍អលនិទាន

ជាទូទៅ

- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ ចំពោះ $a \geq 0$ និង $n \in N, n \geq 2$
- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ ចំពោះ $a < 0$ និង n ជាចំនួនគត់មធ្យមជាតិលេសចំនួន ២
- $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \sqrt[n]{L} = L^{\frac{1}{n}}$

ជើ $L \geq 0$ និង $n \in N, n \geq 2$

ជើ $L < 0$ និង n ជាចំនួនគត់លេសចំនួន ២

iii. លីមីតនៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

៣. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{ax} = 1$

៥. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x} = 0$

៧. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

៩. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot x = 1$

២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

៤. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\sin(ax)} = 1$

៦. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{1 - \cos(ax)} = 0$

៨. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{\tan(ax)} = 1$

១០. $\lim_{x \rightarrow 0} ax \cot(ax) = 1$

iv. លីមីតនៃអនុគមន៍លោការីត

១. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$

៣. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x) = 0, n \neq 0$

៥. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

៧. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln(x)} = +\infty$

២. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$

៤. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

៦. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0, n \neq 0$

៨. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{\ln(x)} = +\infty$

៩. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

១១. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}} = 1$

១៣. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

១០. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{ax}\right)^{ax} = e$

១២. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+ax)^{\frac{1}{ax}} = 1$

១៤. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ax)}{ax} = 1$

v. លីមីតនៃអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

១. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$

៣. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

៥. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

៧. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln(a)$

២. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$

៤. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty, n > 0$

៦. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{ax}} = e$

៨. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{u^x - 1}{x} = \ln(u)$

vi. កំណត់ចំណាំ

១. $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

៣. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

៥. $(a^n)^m = a^{nm}$

៧. $a^x \cdot b^{x+1} \cdot c^{x-1} = a^x \cdot b \cdot b^x \cdot \frac{c^x}{c} = \frac{b}{c} (abc)^x$

៩. $\ln(xy) = \ln x + \ln y$

១១. $e^{\ln(a)} = a$

២. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

៤. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

៦. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

៨. $\ln(x^n) = n \ln x$

១០. $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$

ជំគាណ៍ ÷

១. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

២. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

.....

៣. $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

៤. $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

៥. $a^n - 1 = (a-1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1)$

៦. $a^n + 1 = (a+1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a + 1)$

៧. $(\sqrt[n]{a})^2 - (\sqrt[n]{b})^2 = (\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b})(\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b})$

៨. $((\sqrt[n]{a})^n - 1^n) = ((\sqrt[n]{a})^{n-1} + (\sqrt[n]{a})^{n-2} + (\sqrt[n]{a})^{n-3} + \dots + 1)$

រាងមិនកំណត់លីមីតនៃអនុគមន៍មាន៧គឺ $1^\infty, 0^0, \infty^0, \infty-\infty, \infty \times 0, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$

vii. វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយលីមីត

1. លីមីតមានរាងមិនកំណត់ $\frac{0}{0}$ នៃ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

- ដាក់ $f(x)$ និង $g(x)$ ជាផលគុណក្នុងនៃ $x - a$
- សម្រួលកត្តាផ្ទេរចោល
- បន្ទាប់មកគណនាលីមីតថ្មី

2. លីមីតមានរាងមិនកំណត់ $\frac{\infty}{\infty}$

- ទាញកត្តាដែលមានដឺក្រេខ្ពស់ទាំងពីរភាគីនៃនិមិត្តសមីការ
- សម្រួលដឺក្រេចោល
- បន្ទាប់មកគណនាលីមីតថ្មី

3. លីមីតមានរាងមិនកំណត់ $\infty - \infty$

- ទាញដឺក្រេខ្ពស់ជាងគ្នា
- បន្ទាប់មកគណនាលីមីតថ្មី

4. លីមីតមានរាងមិនកំណត់ $1^\infty, 0^0, \infty^0$

- ត្រូវបំប្លែងអោយទៅជាអាំងតេក្រាល

១. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

២. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{ax}\right)^{ax} = e$

៣. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}} = 1$

៤. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+ax)^{\frac{1}{ax}} = 1$

៥. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

៦. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+ax)}{ax} = 1$

៧. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

៨. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{ax}} = e$

- បន្ទាប់មកគណនាលីមីតថ្មី។

ភាពជាប់នៃអនុគមន៍

i. ការព្យាបាលត្រង់ចំណុច

និយមន័យ អនុគមន៍ $y = f(x)$ ជាប់ត្រង់ចំណុច $x = c$ កាលណា f បំពេញលក្ខខណ្ឌ ទាំងបីខាងក្រោម:

- f កំណត់ចំពោះ $x = c$
- f មានលីមីតកាលណា $x \rightarrow c$
- $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

សំគាល់: លើអនុគមន៍ $y = f(x)$ មិនជាប់ត្រង់ $x = c$ គេថា f ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = c$ ។ អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ចំណុច $x = c$ លើ f មិនបំពេញលក្ខខណ្ឌណាមួយនៅក្នុងចំណោម លក្ខខណ្ឌទាំងបី។

ii. លក្ខណៈការព្យាបាលនៃអនុគមន៍

លើអនុគមន៍ f និង g ជាប់ត្រង់ $x = c$ នោះគេបាន:

1. $f(x) + g(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = c$
2. $f(x) - g(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = c$
3. $f(x) \cdot g(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = c$
4. $kf(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = c$ (ដែល k ជាចំនួនថេរ)
5. $\frac{f(x)}{g(x)}$ ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x = c$ (ដែល $g(c) \neq 0$)

iii. ការព្យាបាលនៅចន្លោះ

និយមន័យ

- អនុគមន៍ f ជាប់នៅលើចន្លោះបើក (a, b) លុះត្រាតែ f ជាប់គ្រប់ចំណុច x នៃចន្លោះនោះ។
- អនុគមន៍ f ជាប់លើចន្លោះបិទ $[a, b]$ លុះត្រាតែ f ជាប់នៅលើចន្លោះបើក (a, b) និង មានលីមីត $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$, $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ ។
(អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ a ខាងស្តាំ ជាប់ត្រង់ b ខាងឆ្វេង)

iv. អនុគមន៍បន្លាយគ្នា

ជាទូទៅ បើ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $x = a$ និងមានលីមីត $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ នោះបន្លាយនៃអនុគមន៍ f តាមភាពជាប់គ្រង $x = a$ ។

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{បើ } x \neq a \\ L & \text{បើ } x = a \end{cases}$$

v. ទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាល

ទ្រឹស្តីបទ: បើអនុគមន៍ f ជាប់លើចន្លោះបិទ $[a, b]$ និង k ជាចំនួនមួយនៃចន្លោះ $f(a)$ និង $f(b)$ មានចំនួន c មួយយ៉ាងតិចនៅក្នុងចន្លោះបិទ $[a, b]$ ដែល $f(c) = k$ ។

លំហាត់បន្ថែមលើមីកនៃអនុគមន៍

១. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

២. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

៣. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 4}{x + 2}$

៤. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

៥. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 9} - 3}{x^2 - 9}$

៦. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x^2 - 1}$

៧. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 2x + x^{2017}}{\sqrt{x^2 + 3x} - 2}$

៨. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x - a}$

៩. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 2\sqrt{3}x + 3}{\sqrt{3}x - 3}$

១០. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{3x - 2}}{x^3 - 8}$

១១. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{3x - 3}}{x^3 - 64}$

១២. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{2}}$

១៣. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 - 7} - \sqrt{2}}$

១៤. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{\sqrt{-x^2 + 3} - \sqrt{2}}$

១៥. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{2^x - x^2}$

១៦. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - \sqrt[3]{9x + 6}}{x - 3}$

១៧. $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$

១៨. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a}$

១៩. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - (6 - 2)x - 26}{x^2 - 6^2}$

២០. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}$

២១. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - \sqrt{2x} - 2}{x - 2}$

២២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 6)^n - 6^n}{x}$

២៣. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9x - 3^x}{x^3 - 27}$

២៤. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 3^x}{3^x - 5^x}$

២៥. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 4}{x - 2}$

២៦. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{2x}}{2x - 2^x}$

២៧. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - 3x}{3^x - 3x^2}$

២៨. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{3^x - 1}$

២៩. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - 1}{3^x - 3}$

៣០. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{3x}$

៣១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{ax}$

៣២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+1} - e}{nx}$

៣៣. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$

៣៤. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin ax}{x}$

៣៥. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \pi ax}{\sin ax}$

៣៦. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin bx}$

៣៧. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 bx}$

៣៨. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sin bx}$

៣៩. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{\sqrt{3} \sin dx}$

៤០. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$

៤១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \tan 2x}{6x}$

៤២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\tan 3x}$

၆၈၇၇ ဖော်ပြမှုများ

လိုက်နာသောနည်းလမ်းများဖြင့်ပြောဆိုပါ

၆၈၇၇. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{\sin 2x \tan 3x}$

၆၈၇၈. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2}$

၆၈၇၉. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 3x}{2x}$

၆၈၈၀. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \tan(\sin x)}{2x}$

၆၈၈၁. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x}{\sin x \tan 2x}$

၆၈၈၂. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x \sin x)}{x^2 \tan 3x \sin x}$

၆၈၈၃. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(\sin x))}{6x}$

၆၈၈၄. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \sin 3x}{\sin^2 2x}$

၆၈၈၅. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x}{\sin^2 2x}$

၆၈၈၆. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan 2x} \sqrt{1 - \tan x}}{\sin 7x}$

၆၈၈၇. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(\sin x))}{\tan(\tan(\tan(x)))}$

၆၈၈၈. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \sin 5x}{x^2 + \sin^2 2x}$

၆၈၈၉. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x}{\sin^2 2x}$

၆၈၉၀. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos 2x} \cos x}{\sin^2 ax}$

၆၈၉၁. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \sqrt{\cos 2x} - 1}{\tan^2 x}$

၆၈၉၂. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{\tan^2 x}$

၆၈၉၃. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x \sin x}{1 - \cos 2x}$

၆၈၉၄. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2}{2 - 2 \cos x}$

၆၈၉၅. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x \tan x + 1} - 1}{2 \sin^2 x}$

၆၈၉၆. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin x + 1} - 1}{\tan ax}$

၆၈၉၇. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\tan t + 1} - 1}{\tan bt}$

၆၈၉၈. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos t + 1} - \sqrt{2}}{t \sin t}$

၆၈၉၉. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t + 1} - 1}{\tan t}$

၆၉၀၀. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t - \ln(1 + t)}{\tan t}$

၆၉၀၁. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x \sin 3x}{x^3}$

၆၉၀၂. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{1 - \cos x}}{x \sin 3x}$

၆၉၀၃. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x^2}}{x \sin 3x}$

၆၉၀၄. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{\ln x} - 1}{1 - \sqrt{x}}$

၆၉၀၅. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{kx} - e^k}{x^2 - \sqrt{x}}$

၆၉၀၆. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e - e^x}{x - 1}$

၆၉၀၇. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{\pi - x}$

၆၉၀၈. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin x}{\cos x - 1}$

၆၉၀၉. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{2} x}{x - 1}$

၆၉၁၀. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\cos \frac{\pi}{2} x + 1} - 1}{x - 1}$

၆၉၁၁. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt[3]{2 - \cos \pi x} - 1}$

၆၉၁၂. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\pi - 2x}$

၆၉၁၃. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\cos x}$

၆၉၁၄. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x - \pi)}{\cos(x - \frac{\pi}{2})}$

၆၉၁၅. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos x - \frac{1}{2}}$

၆၉၁၆. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

၆၉၁၇. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x - \tan a}{x - a}$

၆၉၁၈. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 5x}{x}$

၆၉၁၉. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos 2x}{x - \frac{\pi}{2}}$

၆၉၂၀. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x - 3)}{x - 3}$

၆၉၂၁. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + a) - \cos a}{\sin 3x}$

၆၉၂၂. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - \cos x \sin x}{x - \frac{\pi}{4}}$

၆၉၂၃. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - \sqrt{2} \cos x}{x - \frac{\pi}{4}}$

၆၉၂၄. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x - \frac{\pi}{4}}{\tan x - \sin 2x}$

$$၄၆. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - \ln(1-x)}{\sin x}$$

$$၄၇. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x \cdot \sin x}{\tan^3 3x}$$

$$၄၈. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \ln x}{\sin x^2}$$

$$၄၉. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\tan x}$$

$$၅၀. \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 3e^x$$

$$၅၁. \lim_{x \rightarrow +\infty} -x + \sqrt{x}$$

$$၅၂. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x-1}} - \sqrt{x}$$

$$၅၃. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$$

$$၅၄. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln x - e^x$$

$$၅၅. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x - 3e^{2x}$$

$$၅၆. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{3}{(x-1)^2}$$

$$၅၇. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} - x$$

$$၅၈. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x} - \sqrt{x^2}$$

$$၅၉. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{4x+3} - \sqrt{x-1} - \sqrt{x+a}$$

$$၆၀. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x} + \sqrt{x} - x$$

$$၆၁. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-1} - x$$

$$၆၂. \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x - e^x$$

$$၆၃. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{e^x - 1} - x$$

$$၆၄. \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \ln(xe^x - 1)$$

$$၆၅. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x+x^2-1} + \sqrt{x^2-x} - \sqrt{2x+4x^2-1}$$

$$၆၆. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} e^{x\sqrt{x-1}}$$

$$၆၇. \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(xe^x) - \ln(3x)$$

$$၆၈. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} - \cot x$$

$$၆၉. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$၇၀. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x}$$

$$၇၁. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} - \frac{1}{\cos x}$$

$$၇၂. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x \ln x} - \frac{1}{x}$$

$$၇၃. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x^3-3x}$$

$$၇၄. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2-3x+1}$$

$$၇၅. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x+3}{-x^2-3x+1}$$

$$၇၆. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}x}{x-1}$$

$$၇၇. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-x^2}{x+1}$$

$$၇၈. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x-e^{2x}}{\sqrt{x-x}}$$

$$၇၉. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x-2}{(e^x-x)(e^x+1)}$$

$$၈၀. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x - x + 2}{(e^x-x)(e^x+1)}$$

$$၈၁. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2a}{\sqrt{x-1}}$$

$$၈၂. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x-1}}$$

$$၈၃. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$$

$$၈၄. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x^n - \ln x}$$

$$၈၅. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x^e - e^x}$$

$$၈၆. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(n!)}{n+3}$$

$$၈၇. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\sqrt{x}\sqrt{1+x}} - \sqrt{x+\sqrt{x}}}{x}$$

$$၈၈. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+e^x)}{x-b}$$

$$၈၉. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x - \sqrt{x+3}}{\sqrt{2x-1}}$$

$$၉၀. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot x}{\cot(3x)}$$

$$၉၁. \lim_{x \rightarrow 0} (x)^x$$

$$၉၂. \lim_{x \rightarrow 0} (ax)^x$$

$$၉၃. \lim_{x \rightarrow 0} (3x)^{\sin 2x}$$

$$၉၄. \lim_{x \rightarrow 0} (x)^{\tan x}$$

$$၉၅. \lim_{x \rightarrow 0} (x)^{\cos x - 1}$$

$$၉၆. \lim_{x \rightarrow 0} (-\cos(x) + 1)^{x \sin x}$$

$$၉၇. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - e^x)^{2x}$$

$$၉၈. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - 1)^{x^2}$$

១៤៧. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - e^x)^{e^x - \cos x}$

១៤៨. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x)^{\tan x}$

១៤៩. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin \pi x - \tan x)^{\sin x}$

១៥០. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x - x)^{\cos x - 1}$

១៥១. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{3x}$

១៥២. $\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x - 3x)^{2 \sin x}$

១៥៣. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cot 3x} \right)^x$

១៥៤. $\lim_{x \rightarrow 1} (\cos \pi x)^{x-1}$

១៥៥. $\lim_{x \rightarrow 1} (\sin \pi x)^{x-1}$

១៥៦. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{x - \frac{\pi}{2}}$

១៥៧. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\cot x - 1)^{-x + \frac{\pi}{4}}$

១៥៨. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x - \cos x)^{-x + \frac{\pi}{4}}$

១៥៩. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right)^{e^{-x}}$

១៦០. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x-1} \right)^{3e^{2x}}$

១៦១. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x)^{e^x}$

១៦២. $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{\cos(\frac{\pi x}{2})}$

១៦៣. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(e^{1-x} - \sin \frac{x\pi}{2} \right)^{\sqrt{x}-1}$

១៦៤. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\tan x)^{x-\pi}$

១៦៥. $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x)^{(x-1)^2}$

១៦៦. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)^{\sqrt{x}-1}$

១៦៧. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x)^{\sqrt{2x}-2}$

១៦៨. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x)^{\cos(\frac{\pi}{x})}$

១៦៩. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\cos \frac{\pi}{x} \right)^{\cos \frac{\pi}{x}}$

១៧០. $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln(x))^{\sin \pi x}$

១៧១. $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^{\frac{1}{x}}$

១៧២. $\lim_{x \rightarrow 1} (x)^{\frac{1}{x-1}}$

១៧៣. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x-2)^{\frac{x}{(x-1)^2}}$

១៧៤. $\lim_{x \rightarrow 1} (4-3x)^{\frac{1}{\sqrt{x}-1}}$

១៧៥. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x$

១៧៦. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{\sin x}}$

១៧៧. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x)^{\tan x}$

១៧៨. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{1}{x^2}}$

១៧៩. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{(e^x-1)x}}$

១៨០. $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(e+x))^{\frac{3}{x}}$

១៨១. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^x$

១៨២. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1)^x$

១៨៣. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-3}{x+5} \right)^{x-3}$

១៨៤. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x} \right)^x$

១៨៥. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^{x^3}$

១៨៦. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} + 1 \right)^{\sqrt{x^2+1}}$

១៨៧. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x-4}{e^{\sqrt{x}}-1} + 1 \right)^x$

១៨៨. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(x)-5}{x+2} + 1 \right)^{\ln(x)}$

១៨៩. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{(x+5)^2} \right)^{x+5}$

១៩០. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-1}} \right]^x$

១៩១. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{e^x + \ln x}{e^x - x} \right]^{e^x}$

១៩២. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\ln(3x)}{\ln(2x)} \right]^{\ln x}$

១៩៣. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\cot(x)}$

១៩៤. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\cot^2 x}$

១៩៥. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cot(2x)} + 1 \right)^{\cot(3x) + x}$

១៩៦. $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin x + 1)^{\cot^2 x}$

១៩៧. $\lim_{x \rightarrow \pi} (-\cos x)^{\cot^2 x}$

