

វិញ្ញាណប្រែសម្រេច

គណៈកម្មាធិការ

គ្រប់គ្រងធនធានធម្មជាតិ

២០១៧

រៀបចំដោយ លោក ជំនួញ

Tel: 017 250 290

វិញ្ញាណសាស្ត្រសង្គមវិទ្យា

គណិតវិទ្យា

គ្រូបង្រៀនប្រឡងប្រាក់ឧប

២០១៧

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពផ្សាយ លើក ទី១

Tel: 017 250 290



- I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិចពីរ $z = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$ និង $w = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។
- ១. ចូរគណនា $p = zw$ រួចសរសេរលទ្ធផលជាទម្រង់ពីជគណិត $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$ ។
 - ២. ចូរសរសេរ p និង w ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកទម្រង់ត្រីកោណមាត្រនៃ z ។
- II-នៅក្នុងចង្កូមមានបូលក្រហមចំនួន 4 បូលខៀវចំនួន 5 និងបូលបៃតងចំនួន 6 ។ គេចាប់យកបូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចង្កូមនោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖
- ១. A: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។
 - ២. B: ចាប់បានបូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 ។
 - ៣. C: ចាប់បានបូលមានពណ៌ខុសគ្នា។
 - ៤. D: ចាប់បានបូលមានពណ៌បៃតងយ៉ាងតិចមួយ ។
- III-គណនាលីមីតខាងក្រោម ៖
- ១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x^2} - 1}{1 - \cos 4x}$
 - ២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$
 - ៣. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x \left(1 - \cos \frac{2a}{\sqrt{x}} \right) \right]$, $a \in \mathbb{R}^*$
- IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{(x+2)(x^2 + x + 2)}$ ដែល $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ ។
- ១. ចូរកំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{m}{x+2} + \frac{nx+p}{x^2+x+2}$ ។
 - ២. គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^2 \frac{x^2 - 2x + 4}{(x+2)(x^2 + x + 2)} dx$ ។
- V-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 4y' + 4y = 20x^3 e^{2x}$ ។
- ១. ចូរស្រាយថាបើ $y = f(x) = e^{2x} g(x)$ ជាចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) នោះអនុគមន៍ g ជាចម្លើយរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(F): y'' = 20x^3$ ។
 - ២. ដោះស្រាយសមីការ (F) រួចទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) ។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = 2(x-1)^2 e^{-x}$ ។ តាង (C) ជាក្រាបក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$
- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាក្រាប (C) មានអក្សរអាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ។
 - ២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - ៣) កំណត់បីចំនួនពិត a, b, c ដោយដឹងថា $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ គឺជាព្រឹត្តិមីទីមួយនៃ $f(x)$ លើ $\mathbb{R}$ ។
 - ៤) ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់ខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអក្សរអាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ $x = -2$, $x = 0$ ។
- VII-ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(0, 4, 1)$, $B(2, 0, 5)$, $C(2, 2, 1)$ និង $D(0, 6, -3)$ ។
- ១) ចូរស្រាយថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។
 - ២) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។
 - ៣) សរសេរសមីការប្លង់ (ABC) និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) គូសពីគល់ O រួចកែងនិងប្លង់ (ABC) ។
 - ៤) គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ H រវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (ABC) ។
 - ៥) គណនាប្រវែង OH រួចទាញរកមាឌនៃពីរ៉ាមីត $OABCD$ ។



I-គណនាលីមីត: ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)(x+1) + \cos 2x}{x^3 + 6x^2}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x^3 - 1}$ គ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + \sin x}$

II-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$ និង $z_3 = \sqrt{3} + i$ ។

- ១. ចូរកំណត់ពីរចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា $a + ib = \sqrt{2}z_1 + iz_2 + z_3$ ។
- ២. ចូរសរសេរ z_1, z_2, z_3 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III-គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x} dx$ និង $J = \int_0^{\frac{\pi}{12}} 2 \cos^2 x dx$

IV-ក្នុងចំណោមមូលក្រហម 4 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4 និងមូលខៀវ 5 ចុះលេខ 5, 6, 7, 8, 9 ។
គេចាប់យកមូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោមនោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- ១. A: ចាប់បានមូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។ ២. B: ចាប់បានមូលចុះលេខសេសទាំង 3 ។
- ៣. C: ចាប់បានមូលចុះលេខបង្កើតបានជាស្វ៊ីតនព្វន្តមានផលសងរួម $d = 3$ ។

V-១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): 6y'' - 5y' + y = 0$ ។

២. រកចម្លើយពិសេសមួយរបស់សមីការ (E) ដែល $y(0) = 5$ និង $y'(0) = 2$ ។

VI-គេឲ្យគូប $ABCDEFGH$ មួយមានទ្រនុងស្មើ 1 ។ លំហមានទិសដៅតាមតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅ

វិជ្ជមាន $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ យក I, J, K និង L ជាចំណុចកណ្តាលនៃទ្រនុង $[EF], [BC], [DH]$ និង $[BF]$

- ១. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា IJK ជាត្រីកោណសម័ង្ស។
- ២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\overrightarrow{IJ} \times \overrightarrow{IK} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AG}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔIJK ។
- ៣. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (IJ) និង (KL) អរតូកូណាល់គ្នា។ ៤. គណនារង្វាស់មុំ $\angle ILJ$ ។
- ៥. គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{IL} \cdot \overrightarrow{IK}$ និង $\overrightarrow{JL} \cdot \overrightarrow{JK}$ រួចទាញរកប្រភេទនៃត្រីកោណ ILK និងត្រីកោណ JLK ។
- ៦. គណនា $(\overrightarrow{IJ} \times \overrightarrow{IK}) \cdot \overrightarrow{IL}$ រួចទាញថាបួនចំណុច I, J, K, L ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ។

VII-គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 2 - \frac{2(e^x - 1)}{e^x + 1}$ មានក្រាប (C) ។

១. ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចសិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) នឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = x + 2$

២. ក) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ ខ) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ចូរស្រាយបំភ្លឺថាកន្សោម $f(x)$ អាចសរសេរជាពីរទម្រង់ $f(x) = x + \frac{4}{e^x + 1}$

និង $f(x) = x + 4 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថាខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតទ្រេតពីរតាងដោយ (d_1) និង (d_2)

៤. គណនា $f(x) + f(-x)$ រួចទាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

៥. គណនា $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) បន្ទាត់ $(\Delta), (d_1), (d_2)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ។

គេយក $e = 2.7, \frac{e-1}{e+1} = 0.5$ និង $\frac{e^2-1}{e^2+1} = 0.8$ ។

សម្រាប់គ្រឿងប្រឡូងសញ្ញាបត្រទូទិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

b) ដោយសន្មតថា I ជាផ្ចិតឆ្លង់នៃក្រាប (C) និងតម្លៃប្រហែល $\ln 3$ ចូរសង់ខ្សែ (C) និងបន្ទាត់ $(d_1), (d_2), (d_3)$ ។



- I-នៅក្នុងចំងាយមានឃ្លីក្រហម៥ ឃ្លីខៀវ៧ និងឃ្លីខ្មៅ៨ ។ គេចាប់យកឃ្លី៣ព្រមគ្នាចេញពីចំងាយនោះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖
- ១) A : ចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ខុសគ្នា។ ២) B : ចាប់បានឃ្លីមានពណ៌ដូចគ្នា។ ៣) C : ចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ២ ។
- II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{8\sin^3 x - 1}{\sin 2x - \cos x}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2+x\sin 5x} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$
- III-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = -1 + i\sqrt{3}$ និង $b = 3 + \sqrt{3}i$
- ១) ចូរសរសេរ $z = (a+b)(a^2+b^2)$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។
- ២) ចូរសរសេរ z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្ររួចគណនាឬសទី៥នៃ z ។
- ៣) ចូរសរសេរ a, b, ab និង $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{4x^2 - x + 3}{(x+1)(x^2 - x + 2)}$ ។
- ១) កំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{m}{x+1} + \frac{nx+p}{x^2-x+2}$ ។
- ២) គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_1^3 \frac{4x^2 - x + 3}{(x+1)(x^2 - x + 2)} dx$ ។
- V-នៅក្នុងតម្រុយអេគ្រូនម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យបន្ទាត់ $(L): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$
- និងប្លង់ $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ ។
- ១) គណនាកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ A រវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) ។
- ២) គណនារង្វាស់មុំ φ ផ្គុំដោយបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) គិតជាដឺក្រេ។
- ៣) ចូរគណនា $\vec{p} = \vec{n} \times \vec{u}$ ដែល $\vec{n} = (2, -2, 1)$ និង $\vec{u} = (1, -4, -1)$ ។
- ៤) សរសេរសមីការប្លង់ (Q) កាត់តាមបន្ទាត់ (L) ហើយកែងនឹងប្លង់ (P) ។
- ៥) សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (Δ) ជាប្រសព្វរវាង (P) និង (Q) ។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = -2x + 3 - \frac{1 - \ln x}{x}$ មានក្រាប (C) ។
- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ។
- ២) ស្រាយថា $(\Delta): y = -2x + 3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។ ចូរសិក្សាទីតាំងរវាង (Δ) និង (C) ។
- ៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(1-x^2) - \ln x}{x^2}$ ។
- ៤) ក) គេតាង $g(x) = 2(1-x^2) - \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
- ខ) គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។
- ៥) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអប្បបរមាតៃអនុគមន៍ f
- ៦) ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេគ្រូនម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, e^{-1} = 0.4$ ។



- I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = \sqrt{3} + i$ និង $b = -\sqrt{3} + 3i$
- ១) ចូរសរសេរ $z = a^2 + b^2$ ជាទម្រង់ពីជគណិត។ ២) ចូរសរសេរ a, b និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos^2 x + 7\cos x - 4}{8\cos^3 x - 1}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^3 + 4x\sqrt{x} + 1} - x\sqrt{x})$
- III-នៅក្នុងចំណោមមួយមានបូលក្រហម 4 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4 និងបូលខៀវ 5 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4, 5។
គេចាប់យកបូល 2 ចេញពីក្នុងចំណោមនោះដោយចៃដន្យ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖
 A : ចាប់បានបូល 2 ចុះលេខដូចគ្នា, B : ចាប់បានបូល 2 ចុះលេខគូដូចគ្នា, C : ចាប់បានបូលមានពណ៌ខុសគ្នា។
១) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$ និង $P(C)$ ។ ២) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup B)$, $P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$
៣) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A/C)$ និង $P(B/C)$ ។
- IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{6-5x}{(x+2)(x^2-x+2)}$ ។
- ១) កំណត់បីចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{m}{x+2} + \frac{nx+p}{x^2-x+2}$ ។
២) គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^2 \frac{6-5x}{(x+2)(x^2-x+2)} dx$ ។
- V-នៅក្នុងតម្រុយអេគ្រូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យពីរចំណុច $A(1,1,1)$ និង $B(1,2,3)$ និងប្លង់ $(P): x+2y+2z-11=0$ ។
- ១) ចូរកំណត់កូអរដោនេវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\vec{p} = \overrightarrow{AB} \times \vec{n}$ ដែល $\vec{n} = (1,2,2)$ ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់របស់ប្លង់ (P) ។
២) ចូររកសមីការប្លង់ (Q) កាត់តាមពីរចំណុច A និង B ហើយកែងនឹងប្លង់ (P) ។
៣) ចូរគណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{n} \times \vec{p}$ ។
៤) ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $B \in (P)$ រួចទាញរកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ (L) ជាប្រសព្វរវាង (P) និង (Q) ។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 2(x-2) + \frac{1-\ln x}{x}$ មានក្រាប (C) ។
- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតឈរ។
២) ស្រាយថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = 2x - 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) បើ $x \rightarrow +\infty$ ។
សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងបន្ទាត់ (Δ) ជាមួយខ្សែកោង (C) ។
៣) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{2(x^2-1)+\ln x}{x^2}$ ។
៤) ក. គេតាង $g(x) = 2(x^2-1) + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
ខ. គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។
៥) ប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
៦) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{e})$ និង $f(2)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1 < \beta < 2$ ។
ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេគ្រូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, e^{-1} = 0.4$ ។



- I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $b = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$
- ១) ចូរសរសេរសមីការដឺក្រេទីពីរមួយដែលមានឫស a និង b ។
 - ២) គេយក $z = i(a^2 + ab - b^2)$ ។ ចូរសរសេរ z ជាទម្រង់ពីជគណិត។
 - ៣) ចូរសរសេរ a, b និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- II-នៅក្នុងចំងាយមានប៊ូលក្រហម 4 ចុះលេខ 1, 2, 3, 4 និងប៊ូលខៀវ 5 ចុះលេខ 5, 6, 7, 8, 9 ។
គេចាប់យកប៊ូល 1 ចេញពីក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍៖
 A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស, B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខជាតហុគុណនៃ 3 និង C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខៀវ
- ១) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A)$, $P(B)$ និង $P(C)$ ។ ២) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup B)$, $P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$
 - ៣) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A/C)$ និង $P(B/C)$ ។
- III-គេឲ្យអេលីប (E) មានសមីការទូទៅ $25x^2 + 16y^2 - 100x - 32y - 284 = 0$ ។
- ១) ចូរសរសេរសមីការនៃ (E) ជាទម្រង់ស្តង់ដាររួចកំណត់កូអរដោនេផ្ចិត កំពូលនិងកំណុំរបស់វា ។
 - ២) ចូរសង់អេលីប (E) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 4y' + 4y = 6(x-2)e^{2x}$
- ១) ចូរស្រាយថាបើ $y = e^{2x} f(x)$ ជាចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) នោះអនុគមន៍ f ជាចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ $(F): y'' = 6(x-2)$ ។
 - ២) ដោះស្រាយសមីការ f រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។
 - ៣) រកអនុគមន៍ g ជាចម្លើយពិសេសរបស់ (E) ដោយដឹងថា $g(3) = g'(3) = 0$ ។
- V-នៅក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $S(-3, 1, -2)$, $A(6, 7, 0)$, $B(-1, -5, 7)$ និង $C(3, -6, -8)$ ។
- ១) ចូរស្រាយថា ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។
 - ២) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle ABC$ ។ ៣) ចូរកំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។
 - ៤) តាង $\vec{u} = \frac{\vec{SA}}{|\vec{SA}|}$, $\vec{v} = \frac{\vec{SB}}{|\vec{SB}|}$ និង $\vec{w} = \frac{\vec{SC}}{|\vec{SC}|}$ ស្រាយថា $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ ជាគោលអេតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x^3 - 6x + 3x \ln x + 3$ មានក្រាប (C) ។
- ១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។
 - ២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = 3(x^2 - 1 + \ln x)$ ។
 - ៣) ក. គេតាង $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ ចូរស្រាយថា $g'(x) > 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
ខ. គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។
 - ៤) គូសតារាងអប្បបរមាអនុគមន៍ f ។
 - ៥) គណនាតម្លៃ $f(2)$ ។ ចូរសង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។ គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។



I-ចូរគណនាលីមីត៖ $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{1 - \sin^3 x}$ $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{4})}{4x - \pi}$ $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x}{x^3 - 1}$

II-នៅក្នុងចំងាយមានប៊ូល15គ្រាប់ដែលក្នុងនោះមានប៊ូលក្រហម7និងប៊ូលខៀវ8។
គេចាប់យកប៊ូល3គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំងាយនោះដោយចៃដន្យ ។ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖
១) A: ចាប់បានប៊ូលក្រហម2និងខៀវ1 ។ ២) B: ចាប់បានប៊ូលក្រហម1និងខៀវ2 ។
៣) C: ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា។

III-គេឲ្យអេលីប(E)មានសមីការទូទៅ $9x^2 + 25y^2 - 18x - 150y + 9 = 0$ ។
១) ចូរសរសេរសមីការនៃ(E) ជាទម្រង់ស្តង់ដាររួចកំណត់កូអរដោនេផ្ចិត កំពូលនិងកំណុំរបស់វា ។
២) ចូរសង់អេលីប(E)ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

IV-១) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} dx$ និង $J = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + 2x + 1 \right) dx$
២) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' + y' - 6y = 0$ បើ $y(0) = 2, y'(0) = -1$ ។

V-ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវ៉ិដ្លមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(1,1,3), B(2,3,5), C(5,-3,5)$ និង $D(4,-5,3)$
១) គណនា $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{DC}$ រួចទាញរកប្រភេទនៃចតុកោណ ABCD ។
២) គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ រួចទាញរកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។
៣) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃ ABCD ។ ៤) ចូរកំណត់សមីការប្លង់(ABC)។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = 1 - \ln x + \frac{\ln x}{x^2}$ មានក្រាប(C) ។
១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C) ។
២) ចូរស្រាយថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $f'(x) = \frac{-x^2 + 1 - 2 \ln x}{x^3}$ ។
៣) ក.គេតាង $g(x) = -x^2 + 1 - 2 \ln x$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។ចូរស្រាយថា $g'(x) < 0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។
ខ.គណនា $g(1)$ ។ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ចំពោះ $x \in (0,1)$ និង $x \in (1, +\infty)$ ។
៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរទី៣ចូរទាញបញ្ជាក់សញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។
គូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
៥) គណនាតម្លៃ $f(\frac{1}{2}), f(2)$ និង $f(4)$ ។ចូរសង់ក្រាប(C)ក្នុងតម្រុយអេតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$ ។

សម្រាប់គ្រឿងប្រឡូងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

៥) កំណត់សមីការប្លង់(ABC) ។



I-គណនាលីមីត: ក) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{x^2+2-3x}$ ខ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x^3-27}$ គ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5\sin 5x}{x}$

II-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \sqrt{3}-i$, $z_2 = (1-\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})i$ និង $z_3 = -\frac{1}{2}$ ។ គណនា $z_1+z_2, (z_1+z_2) \times z_3$ ។
សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រចំនួនកុំផ្លិច $Z = (z_1+z_2) \times z_3$ ។ ទាញយកតម្លៃនៃ Z^3 ។

III-គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^2 (6x^2-3x-1)dx$, $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1-2\sin^2 x)dx$ ។
គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ ដោយ $f(x) = -2\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x) = -\frac{2}{x} - \frac{2}{x^2}$ ។
គណនា $K = \int_1^e f(x)dx$ ។ ($\ln e = 1$)

IV-ក្នុងចំណោមមួយមានប៊ូល១៥ដែលចែកជា ប៊ូលពណ៌បៃតងចំនួន៧និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៧នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៧ រួចប៊ូលខៀវចំនួន៥និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៥នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៥ចុងក្រោយប៊ូលក្រហមចំនួន៣និងគេសរសេរលើប៊ូលទាំង៣នេះតាមលេខរៀងពី១ដល់៣។
គេចាប់យកប៊ូលមួយចេញពីក្នុងចំណោមចែកដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម ៖
A: ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតង។ B: ប៊ូលដែលចាប់បានមានលេខសេស។
C: ប៊ូលដែលចាប់បានមានពណ៌បៃតងនិងលេខសេស ។

V-១) គេមានសមីការ $18x^2+10y^2=90$ ។
ក) បង្ហាញថាសមីការនេះជាសមីការអេលីប។ រកប្រវែងអក្សរធំប្រវែងអក្សរតូច និងកូអរដោនេនៃកំពូលទាំងពីរ។
ខ) សង់អេលីបនេះ។
២) នៅក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច
 $M(2,3,4)$, $N(3,5,6)$, $P(4,6,7)$ $Q(3,4,5)$ ។

ក) រកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{MN}$ និង $\overrightarrow{QP}$ ។ ខ) ទាញបង្ហាញថា $MNPQ$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

VI-ក) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''+2y'-3y=0$ ។
ខ) រកចម្លើយពិសេសមួយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ដែល $y(0)=1$ និង $y'(1)=e$ ។

VII-គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x+2-\frac{4e^x}{e^x+3}$ ។
គេតាងដោយ C ក្រាបរបស់អនុគមន៍ នៅក្នុងប្លង់ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
១) a. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$ ។
b. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ d_1 ដែលមានសមីការ $y=x+2$ ។

២) a. ស្រាយបំភ្លឺថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x , $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$ ។

b. សិក្សាអថេរភាពនៃ f លើ $\mathbb{R}$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) a. តើគេអាចថាយ៉ាងណាចំពោះបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច I ដែលមានអាប់ស៊ីស $\ln 3$ ។

b. សិក្សាទីតាំងនៃក្រាប C ធៀបនឹងបន្ទាត់ប៉ះ d_2 ។

៤) a. បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះ d_3 ទៅនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីសសូន្យមានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + 1$ ។

b. ដោយសន្មតថាចំណុច I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប C និងក្នុងតម្លៃប្រហែលនៃ $\ln 3$ ចូរសង់ក្រាប C

និងបន្ទាត់ប៉ះ d_1, d_2, d_3 ។ (នៅលើតម្រុយនេះមួយឯកតាស្មើ $2cm$)



I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = -\sqrt{3} + i$ និង $b = \sqrt{2}(1 + i)$

ក) គណនា $z = a^2 + b^2 + 3a\sqrt{3} + \sqrt{2}(1 - 3i)b$ រួចកំណត់ម៉ូឌុល និង អាក្យម៉ង់នៃ z ។

ខ) ចូរសរសេរ $u = a.b$ និង $v = \frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II-ចូរគណនាលីមីត៖ ក. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{x \sin x}$ ខ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

III-គណនាអាំងតេក្រាល

ក) $A = \int_0^1 2xe^{x^2} dx$ ខ) $B = \int_1^e \frac{(\ln x)^4}{x} dx$

គ) $C = \int_0^2 \frac{(x+2)dx}{x^2 + 4x + 6}$ ឃ) $D = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

IV-គេចង់បង្កើតចំនួនមួយមានលេខ៣ខ្ទង់ដែលលេខក្នុងខ្ទង់ទាំង៣ជាលេខខុសៗគ្នា ហើយដោយប្រើលេខ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ។

- ១) តើគេអាចបង្កើតបានចំនួនទាំងអស់ប៉ុន្មានចំនួន ។
 - ២) គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយដោយចៃដន្យចេញពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលគេបង្កើតបាន ។
- ចូររកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

- ក. $\ll A$: ជ្រើសរើសបានចំនួនគូ $\gg$
- ខ. $\ll B$: ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលលេខក្នុងខ្ទង់ទាំងបីជាចំនួនគូ $\gg$
- គ. $\leq C$: ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលផលបូកលេខនៃខ្ទង់ទាំងបីស្មើនឹង 16 $\gg$

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x}{x^2}, x \neq 0$ មានក្រាប (C)

- ១) ចូររកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង ត្រង់ $\pm\infty$ ។ បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងអស់របស់ក្រាប (C) ។
- ២) ចូរសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។ (គេយក $e^{-1} = 0.4, e = 2.7, e^2 = 7.3, \frac{e^3}{27} = 0.7$) ។

VI-ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

គេឲ្យចំណុច $A(0, 0, 2), B(2, 0, 1), C(2, 2, 3)$ និង $D(0, 2, 4)$ ។

- ក. បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។
- ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។
- គ. សរសេរសមីការប្លង់ (ABC) និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់ (L) កែងនឹងប្លង់ (ABC) ត្រង់ D ។
- ឃ. កំនត់កូអរដោនេនៃចំនុច E បើគេដឹងថា $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD})$ ។
- ង. គណនាមាឌរបស់ព្រិសត្រង់ដែលមានកំពស់ $[AE]$ និងបាតជាចតុកោណ $ABCD$ ។



- I-គេឲ្យសមីការដឺក្រេទីពីរ $(E): z^2 - 2(\sqrt{3} + 2i)z + 4i\sqrt{3} = 0$
- ១.ដោះស្រាយសមីការ (E) ក្នុងសំណុំកុំផ្លិច $\mathbb{C}$ ។ គេតាង z_1 និង z_2 ជាឫសរបស់សមីការ (E) ។
- ២.ចូរសរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- II-គណនាលីមីត
១. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 1}$ ២. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ ៣. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - \ln x}{(x+1)^2}$
- III-គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{\cos x - \sin x \cos x - 1}{\cos^2 x}$ ដែល $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$
- ១.ចូរស្រាយថា $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{1}{\cos^2 x}$ គ្រប់ $x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ ។
- ២.គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) dx$ ។
- IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 2y' + 10y = 0$ ។
- ១.ដោះស្រាយសមីការ (E) ។
- ២.រកអនុគមន៍ $y = f(x)$ ជាចម្លើយពិសេសរបស់ (E) ដោយដឹងថាក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ ប៉ះនឹងបន្ទាត់ $y = 4x + 1$ ត្រង់ $A(0,1)$ ។
- V-ក្នុងប្រអប់មួយមានបិចក្រហម 5 និងបិចខៀវ 7 ។ គេចាប់យកបិច 3 ដើម្បីព្រមគ្នាចេញពីប្រអប់នោះដោយចៃដន្យ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖
១. A : ចាប់បានបិចពណ៌ខៀវទាំងបីដើម។ ២. B : ចាប់បានបិចក្រហមយ៉ាងតិចមួយដើម។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = x + 4 - e^x$ មានក្រាប (C) ។
- ១.រកលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x \rightarrow -\infty$ និង $x \rightarrow +\infty$ ។
- ២.ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y = x + 4$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។
- សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (C) និង (d) ។
- ៣.គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៤.គណនា $f(-2), f(-1), f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- ៥.គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃកប្បាទខណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -3$ និង $x = 1$ ។
- (គេឲ្យ $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-2} = 0.2$)
- VII-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យប្លង់ $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$ ។
- តាង A, B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) ជាមួយអ័ក្ស $(ox), (oy)$ និង (oz) រៀងគ្នា ។
- ក) ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង C រួចសង់ចំណុចនេះ។
- ខ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចរកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។
- គ) គណនាផលគុណស្កាលែ $(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AO}$ ។ ទាញរកមាឌចតុមុខ $OABC$
- ឃ) សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ (S) ចារឹកក្រៅចតុមុខ $OABC$ ។ បញ្ជាក់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំរបស់ស្វ៊ែរ (S) ផង។



- I- គេមានចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។
- ១-សរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។
- ២-សរសេរ $a ; b$ និង ab ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II- ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស ២គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1 , 2 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ ៣គ្រាប់ដែលមានចុះលេខ 1 , 2 , 3 គេចាប់យកឃ្លី២គ្រាប់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។
- ១-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A: គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា ។
- ២-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B: គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ។
- ៣-រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C: គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3ដោយបានដឹងថាវាមានពណ៌ដូចគ្នា ។
- III-១-កំណត់ចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យ $\frac{x^2 + 6x + 5}{(x - 2)(x^2 + x + 1)} = \frac{m}{x - 2} + \frac{nx + p}{x^2 + x + 1}$ ដែល $x \neq 2$ ។
- ២-គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 5}{(x - 2)(x^2 + x + 1)} . dx$ ។
- IV-គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E_1) : -y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$ ។
- ១-ដោះស្រាយសមីការ $(E_2) : -y'' - y' + 6y = 0$ ។
- ២-រកពហុធា $p(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E_1) ។ ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E_1)
- V- នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យបីចំណុច $A(1, 0, 1), B(0, 2, 2)$ និង $C(2, 1, 0)$ ។
- ១- បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។
- ២-គណនា $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។
- ៣-រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាម $D(1, -1, 3)$ ហើយកែងនឹងប្លង់(ABC) ត្រង់ M។
- រកកូអរដោនេចំណុច M ។
- VI-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x^2}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ។
- ១-គណនា $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃ(C) ។
- ២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- ៣-កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។
- ចូរសង់ (c) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- ៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង(c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វានិងបន្ទាត់ឈរ $x = 1 ; x = e^{0.5}$ ។
- ($e = 2.72 ; e^{0.5} = 1.65$)



- I- គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $y = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។
- ១-គណនា $A = x - y^2$ និង $B = x^2 + x + 1$ ។
 - ២-សរសេរ x និង y ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- II- គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ ៣ ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ 1,2,3,4,5, 6,7,8,9
- ១-រកចំនួនករណីអាច ។
 - ២-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ ៣ ខ្ទង់នោះជាពហុគុណនៃ 5 ។
 - ៣-រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ ៣ ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។
- III- គេឲ្យអនុគមន៍ $y = g(x) = xe^{2x}$ ។
- ១-រកដេរីវេ $g'(x)$ និង $g''(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា អនុគមន៍ g មានអប្បបរមាត្រង់ $x = -0.5$ ។
 - ២-រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាង $y = g(x)$ ត្រង់ $x = 1$ ។
- IV- គេឲ្យសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 0$ (E) ។
- ១-រកចម្លើយទូទៅ y_h នៃសមីការ (E) ។
 - ២-គេដឹងថា $y_p = a \cos x + b \sin x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ $y'' - 4y' + 5y = 4 \cos x - 12 \sin x$ (F)
- ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ រកចំនួនពិត a និង b ហើយទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (F) ។
- V- ១- អេលីប E មួយមានសមីការ $25x^2 + 16y^2 - 150x + 64y = 111$ ។
- ក) រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូល និង កំណុំរបស់អេលីប E ។
 - ខ) សង់អេលីប E ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។
 - ២- ចំណុច $M(-1,0,1)$; $N(0,1,2)$ និង $P(1,2,-1)$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ប្លង់ α មួយមានសមីការ $x - 2y + z - 4 = 0$ ។
- ក) រកកូអរដោនេនៃ $\vec{n} = \overrightarrow{MN} \times \overrightarrow{MP}$ ហើយទាញរកសមីការប្លង់ β ដែលកាត់តាមចំណុច M, N និង P ។
 - ខ) រកសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ី S មួយដែលមានផ្ចិត M ហើយកាត់តាម N ។ តើប្លង់ α ជួបស្វ៊ី S ឬទេ ?
- VI- អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។
- ១- រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
 - ២- គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
 - ៣- សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$
 - ៤- គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។



- I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច** $a=1+\frac{\sqrt{3}+1}{2}i$ និង $b=\frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ ។
- ១) ចូរគណនា $z=a+b$, $w=a-b$ និង $\frac{z}{w}$ ដោយសរសេរលទ្ធផលនីមួយៗជាទម្រង់ពីជគណិត ។
 - ២) ចូរសរសេរ z , w និង $\frac{z}{w}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 - ៣) ប្រើលទ្ធផលខាងលើចូរទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos\frac{\pi}{12}$ និង $\sin\frac{\pi}{12}$ ។
- II-ចូរគណនាលីមីត** $A=\lim_{x\rightarrow 1}\frac{x^2-2\cos\frac{\pi x}{3}}{x-1}$ និង $B=\lim_{x\rightarrow +\infty}\frac{(2x+\ln x)(4e^x-x+1)}{x^2+2xe^x+1}$
- III-នៅក្នុងចង់មួយមានប៊ូលក្រហម 3 ប៊ូលខៀវ 4 និងប៊ូលខ្មៅ 5 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីចង់នោះ ដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖**
- ១) A : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ខុសគ្នា ។
 - ២) B : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា 2 ។
 - ៣) C : ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នាទាំង 3 ។
- IV-គេមានអនុគមន៍** g កំណត់ដោយ $g(x)=\frac{5x^2-4x+3}{x^3-2x^2+x-2}$ ដែល $x\neq 2$ ។
- ១) កំណត់ចំនួនពិត A, B និង C ដើម្បីឲ្យ g អាចសរសេរជាទម្រង់ $g(x)=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+C}{x^2+1}$ គ្រប់ $x\neq 2$ ។
 - ២) គណនាអាំងតេក្រាល $I=\int_{-1}^1\frac{5x^2-4x+3}{x^3-2x^2+x-2}\cdot dx$ ។
- V-ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់** $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានបីចំណុច $A(-1,2,3)$ $B(0,-1,1)$ និង $C(2,3,5)$ ។
- ១) ចូរកំណត់សមីការប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច A ហើយកែងនឹងវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC}$ និងសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់ (L) កាត់តាមពីរចំណុច B និង C ។
 - ២) រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ H រវាងបន្ទាត់ (L) ជាមួយប្លង់ (P)
 - ៣) រកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC រួចគណនាផ្ទៃក្រលានៃ $\triangle ABC$ ។
- VI-គេឱ្យអនុគមន៍** $f(x)=(x-1)(e^{2x}+1)$ ដែល $x\in\mathbb{R}$ ។
- ១) ចូរគណនាលីមីត $\lim_{x\rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\rightarrow +\infty} f(x)$ ។
 - ២) រកដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ $f'(x)$ (មិនបាច់រកលីមីត $f'(x)$ ត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$)
 - ៣) កំនត់សញ្ញារបស់ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f
 - ៤) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(d): y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (c) នៃ $y=f(x)$ កាលណា $x\rightarrow -\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាងខ្សែកោង (c) និងបន្ទាត់ (d)
 - ៥) កំនត់សមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ហើយស្របជាមួយ នឹងបន្ទាត់ (d) ។
 - ៦) ចូរគូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ $(d), (T)$ ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ តែមួយ ។

សម្រាប់គ្រឿងប្រឡូងសញ្ញាបត្រទូទិសឆ្នាំ២០១៧

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$$

II-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = -1 + 5i$ និង $W = 1 + i$ ។ ចូរគណនា $Z + W$, $Z - W$, $Z \times W$ និង $\frac{Z}{W}$ ។

III-ផលបូកបរិមាត្រការេមួយ និង រង្វង់មួយមានប្រវែង ℓ ។ គណនាផលធៀបរវាងកាំរង្វង់ និង ជ្រុងការេ ដើម្បីឲ្យផលបូកផ្ទៃក្រលាការេ និង ផ្ទៃក្រឡារង្វង់មានតម្លៃអប្បបរមា ។

IV-១) គេឲ្យអេលីប (E): $25x^2 + 9y^2 - 100x - 18y - 116 = 0$ ។

ក-ចូរកំណត់រកក្នុងអដ្ឋាននៃផ្ទៃត-កំពូល-កំណុំ និង អិចសង់ទ្រីស្ទីតេរបស់អេលីប(E) ។

ខ-ចូរសង់ (E) នៅក្នុងតម្រុះអត្ថន័យម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

V-គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = -x + 3 - \frac{4 \ln x}{x}$ ដែល $x > 0$ ។

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយ អរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) រកលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង ត្រង់ $+\infty$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាប (C) ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចកំណត់សញ្ញារបស់វាដោយដឹងថាគ្រប់ $x > 0$ គេមាន $x^2 + 4 - 4\ln x > 0$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) A ជាចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករបស់វា តាង (d) ជាបន្ទាត់កែងនឹងអាស៊ីមតូតដេក ត្រង់ A និង (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុច A ។ ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ (d) និង (T) ។

៤) គណនា $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$ និង $f(4)$ រួចសង់ $(C), (d)$ និង (T) ។

VI-គេឲ្យគូប $ABCDEFGH$ មួយមានទ្រនុងស្មើ១។លំហមានទិសដៅតាមតំរុយអវត្តណរម៉ាល់មានទិសដៅ

វិជ្ជមាន $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE} \right)$ គេយក I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[EF]$ និង K ជាផ្ចិតកាត់ $ADHE$ ។

ក. ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{IG} \times \overrightarrow{IA}$ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ IGA

២. រកមាឌតេត្រាអែត $ABIG$ រួចទាញរកចម្ងាយពីចំនុច B ទៅប្លង់ (AIG) ។

សម្រាប់គ្រឿងប្រឡូងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិន្ទឆ្នាំ២០១៧

ទាញរកចម្ងាយពីចំណុច D ទៅប្លង់ (ABC) ។



- I-នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត 3ក្បាល និង ធរណីមាត្រ 4ក្បាល ហើយប្រអប់ B មានសៀវភៅពីជគណិត 5ក្បាល និង ធរណីមាត្រ3ក្បាល ។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ B ដាក់ចូលប្រអប់ A វិញ ។ រកប្រូបាបដែលចំនួនសៀវភៅទាំងពីជគណិត និង ធរណីមាត្រនៅក្នុងប្រអប់ទាំងពីរមិនប្រែប្រួល ។
- II-អេលីប (E) មួយមានផ្ចិត $A(1,-2)$ កំណុំ $F_1(1-\sqrt{5},-2)$; $F_2(1+\sqrt{5},-2)$ និងអក្សរធំប្រវែង 6ឯកតា។
- ១) រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីប E ។
- ២) រកកូអរដោនេកំពូល ហើយសង់អេលីប E ។
- III-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x \neq 1$ ដោយ $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$
- ១) កំណត់ចំនួនពិត a, b, c, d ដើម្បីឲ្យ $f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x - 1}$ ។
- ២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_{-1}^0 f(x).dx$ ។
- IV-១) រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ $y'' + 4y = 0$ (E) ។
- ២) រកអនុគមន៍ g ដែលជាចម្លើយមួយនៃ (E) បើគេដឹងថា $g(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3}$ និង $g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3}$ ។
- V-ចំណុច $A(-2,3,0)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
- ១) រកសមីការឆ្លុះនៃបន្ទាត់ L ដែលកាត់តាម $A(-2,3,0)$ ហើយស្របនឹង $\vec{u}$
- ២) រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{OA} \times \vec{u}$ ។ រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}$ ។
- ៣) រកចម្ងាយពីចំណុច $B(1,1,1)$ ទៅប្លង់ P ។ រកសមីការស្វ៊ែរ S ដែលមានផ្ចិត B ហើយប៉ះនឹងប្លង់ P ។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = e^x(-x^2 + 2x - 1)$ ហើយមានក្រាប C ។
- ១) គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
- ២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- ៣) គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- ៤) គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកប្បង់ដែលខណ្ឌដោយក្រាប C , អក្សរធំស៊ីស និងអក្សរអេដោនេ ។



- I-អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos 2x}}{x \sin x + x^2}$ ចំពោះ $x \neq 0$ និង $f(0) = \frac{1}{8} \ln(\sqrt{a})$ ។
- កំណត់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន a ដើម្បីឲ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x = 0$
- II-គេមានក្រាប $(c_1): y = f(x) = ax + b + e^{x-1}$ និង $(c_2): y = g(x) = 1 - x \ln x$ ។
- កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ (c_1) និង (c_2) ប៉ះគ្នានៅត្រង់ចំណុច $M(1, 1)$ ។
- III-គេឲ្យប៉ារ៉ាបូល $(p): y = f(x) = x^2 - 2x + 2$ ហើយ A និង B ជាចំណុចពីរផ្សេងគ្នាមានអាប់ស៊ីស a និង b រៀងគ្នាស្ថិតនៅលើ (p) ។
- ក) ចូរសង់ប៉ារ៉ាបូល (p) ខាងលើក្នុងតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- ខ) ចូរបង្ហាញថា $f(b) - f(a) = (b - a) f'(\frac{a+b}{2})$ ។
- គ) ស្រាយតាមបែបធរណីមាត្រនូវសមភាព $f(b) - f(a) = (b - a) f'(\frac{a+b}{2})$ ។
- IV-គេឲ្យ $y = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$ ដែល $x > 0$ និង $x \neq e$ ។
- គណនាឌីផេរ៉ង់ស្យែល dy រួចទាញ បញ្ជាក់ថា $2x \frac{dy}{dx} = (1 + y)^2$
- V-អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{2 \ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។
- ១-រក $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
- ២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។
- ៣-សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ មួយ ។ គេឲ្យ $e = 2.7, \frac{2}{e} = 0.7$
- ៤-គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x = 1$ និង $x = e$ ។
- VI-ក្នុងតម្រុយអរតូនរម័លមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យចំណុច
- $A(1, 2, 3); B(2, 3, -6); C(-2, 1, -2)$ និង $D(0, 4, 0)$ ។
- ១) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BD}$ រួចទាញថាបីចំណុច B, C, D មិននៅត្រង់គ្នា ។
- គណនាផ្ទៃក្រលានៃត្រីកោណ BCD រួចកំណត់សមីការប្លង់ (BCD) ។
- ២) គណនាមាឌតេត្រាអែត $ABCD$ រួចទាញរកចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ (BCD) ។
- ៣) H ជាចំណោលកែងនៃ A លើប្លង់បាត (BCD) ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (AH) រួចរកកូអរដោនេ H ។

សម្រាប់គ្រឿងប្រឡូងសញ្ញាបត្រទូទិសឆ្នាំ២០១៧

គណនាផ្ទៃក្រឡា SA រូបទាញរកមាឌនៃពីរ៉ាមីត $SABCD$ ។



I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

១) ចូរសរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២) ចូរសរសេរ a, b និង ab ជាពងត្រីកោណមាត្រ ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan^2 x - (2 + \sqrt{3})\tan x + 2\sqrt{3}}{\sin x - \sqrt{3}\cos x}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{2x + 2}}$ ។

III-គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 3}{x^2 + 4}$

ចូរកំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f មានចំណុចបរមាតែមួយគត់ ហើយខ្សែកោងរបស់វាមានបន្ទាត់មានសមីការ $y = 2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

IV-គេដាក់ឃ្លីក្រហម 5 និងឃ្លីខៀវ 15 ចូលក្នុងបង់មួយ ។ ឃ្លីបីត្រូវយកចេញដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាប ៖

- ក) ឃ្លីទាំងបីសុទ្ធតែពណ៌ក្រហម
- ខ) ឃ្លីពីរគត់ពណ៌ក្រហម
- គ) យ៉ាងតិចឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម
- ឃ) យ៉ាងតិចឃ្លីមួយពណ៌ខៀវ ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x^2 - 8x + 7 + 6\ln x$, $x > 0$

តាង (C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) ចូរកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។

២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣) គណនា $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$, $f(4)$ និង $f(5)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។ (គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7$, $\ln 3 = 1.1$, $\ln 5 = 1.6$)

VI-ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1, 2, 3)$ និងប្លង់ $(\alpha): x + 2y - 2z - 8 = 0$ ។

ក-កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (Δ) គូសចេញពីចំណុច A ហើយកែងនឹងប្លង់ (β) ត្រង់ចំណុច H ។

ខ-គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច H និងចំណុច A' ឆ្លុះគ្នានឹង A ធៀបនឹងប្លង់ (α) ។

គ-កំណត់សមីការប្លង់ (β) កាត់តាមចំណុច A' ហើយស្របនឹងប្លង់ (α) ខាងលើ ។



I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ និង $z_2 = 1-i$

ក.ចូរសរសេរ z_1, z_2 និង $Z = \frac{z_1}{z_2}$ ជាពហុធានីកោណមាត្រ។

ខ.ចូរសរសេរ $Z = \frac{z_1}{z_2}$ ជាពហុធានីកោណមាត្រ។

គ.ទាញអោយបានថា $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ និង $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ។

II-ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស១០នាក់ និង សិស្សស្រី១៥នាក់ ។ គេជ្រើសរើសសិស្ស៤នាក់ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

- ១) A:ជ្រើសរើសបានសិស្ស២នាក់និងស្រី២នាក់ ។
- ២) B:ជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុសទាំង៤នាក់ ។
- ៣) C:ជ្រើសរើសបានសិស្សស្រីយ៉ាងតិច១នាក់។

III-គណនាអាំងតេក្រាលក) $\int_1^2 (3x^2 + 4x + 1) dx$ ខ) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 x dx$

IV-ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ក) $y'' + y' - 2y = 0$ ខ) $4y'' - 4y' + y = 0$

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = (-2x+2)e^{x-\frac{x^2}{2}}$

- ១) សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ $\pm\infty$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) តំណាងអនុគមន៍ $y = f(x)$ ។
- ២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) រកកូអរដោនេនៃចំណុច I ជាប្រសព្វរវាងក្រាប(C) និងអ័ក្ស(ox) កំណត់សមីការបន្ទាត់(T)ប៉ះនឹងក្រាប(C) ត្រង់ចំណុច I ។
- ៤) ចូរស្រាយថា I ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប(C) ។
- ៥) គណនា $f(-1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប(C) ក្នុងតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- ៦) គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយក្រាប(C) និងអ័ក្ស(ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = -1, x = 2$ ។

គេឲ្យ $e = 2.7$ និង $e^{-\frac{3}{2}} = 0.23$ ។

VI-ក្នុងលំហមានតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (ឯកតា 1cm នៅលើអ័ក្ស)

គេឱ្យបីចំនុច $A(-2, -3, 7)$, $B(2, -1, 5)$ និង $C(4, -2, 3)$ ។

ក-ចូរសរសេរសមីការប្លង់ (ABC) ។

ខ-ពីគល់ O គេគូសបន្ទាត់ (OH) កែងនឹងប្លង់ (ABC) ដែល $H \in (ABC)$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំនុច H ។



I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$ ។ ចូរសរសេរ z និង z^4 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II-គេឲ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = (-x^2 + 5x - 7)e^x$

- ១) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។
- ២) រកតម្លៃអតិបរមា និង អប្បបរមានៃ f ។

III-ក្នុងចំណោមមូលក្រហម 5 គ្រាប់ចុះលេខ 1, 2, 3, 4, 5 និងមូលខ្មៅ 4 គ្រាប់ចុះលេខ 6, 7, 8, 9 ។ គេចាប់យកមូល 3 គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោមនោះដោយចៃដន្យ ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

- $\ll A: \text{ចាប់បានមូលចុះលេខគូ} 2 \text{ គ្រាប់} \gg$
- $\ll B: \text{ចាប់បានមូលពណ៌ដូចគ្នា} 2 \text{ គ្រាប់} \gg$
- $\ll C: \text{ចាប់បានមូលចុះលេខបង្កើតបានជាស្តីតន្ត្រីមានផលសងរួម } d=3 \gg$

- ១) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A), P(B), P(C)$ ។
- ២) ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup C)$ និង $P(B \cup C)$ ។

IV-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + y = 2x^3 e^x$

- ១) រកចំនួនពិត a, b, c និង d ដោយដឹងថា $g(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ (E) ។
- ២) ដោះស្រាយសមីការ $(F): y'' + y = 0$ រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x^2 - 8x + 7 + 6 \ln x$, $x > 0$

តាង (C) ជាក្រាបតាមអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

- ១) ចូរកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។
- ២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) គណនា $f(\frac{1}{2}), f(2), f(4)$ និង $f(5)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។ (គេឲ្យ $\ln 2 = 0.7, \ln 3 = 1.1, \ln 5 = 1.6$)

VI-គេឱ្យប្លង់ពីរដែលមានសមីការរៀងគ្នា $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ និង $(Q): -2x + 2y - z - 17 = 0$

- ក-បង្ហាញថាប្លង់ (P) ស្របជាមួយនឹងប្លង់ (Q) ។ រួចគណនាចំងាយរវាងប្លង់ពីរនេះ ។
- ខ-ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំណុច $A(1, 2, 3)$ ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ (P) ។
- ពីចំណុច A គេគូសបន្ទាត់ $(AH) \perp (Q)$ ដោយ $H \in (Q)$ ។ សរសេរសមីការប្លង់មេដ្យាករនៃអង្កត់ $[AH]$



- I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 2 + 2i\sqrt{3}$ និង $w = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។
- ចូរសរសេរ $z, w, z \times w$ និង $\frac{z}{w}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។
- II-គេឲ្យសំណុំ $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ គេបង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ដែលលេខទាំងបីខ្ទង់នោះជាលេខខុសៗគ្នាយកចេញពីក្នុងសំណុំ E ។
- ១) រកចំនួនទាំងអស់ដែលអាចបង្កើតបាន ។
- ២) គេជ្រើសរើសយកចំនួនមួយពីក្នុងចំណោមចំនួនទាំងអស់ដែលបានបង្កើតខាងលើដោយចៃដន្យ ។
- ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖
- ក. A : ជ្រើសរើសបានចំនួនគត់សេស ។
- ខ. B : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រាកដនៃចំនួនគត់ ។
- គ. C : ជ្រើសរើសបានចំនួនដែលជាការប្រាកដដោយដឹងថាជាចំនួនសេស ។
- III-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 1 + x^2 e^{-x}$ មានក្រាប C ។
- ១) ចូររកលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។
- ២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
- ៣) គណនា $f(-1), f(1)$ និង $f(3)$ រួចសង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
- (គេយក $e = 2.7, e^{-1} = 0.4, e^{-3} = 0.1$) ។
- ៤) គណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃផ្ទៃក្នុងកំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក និងបន្ទាត់ឈរ $x = 0, x = \lambda > 0$ ទាញរកលីមីត $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$ ។
- IV-ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យប្លង់ (P) មួយកាត់តាមចំនុច $A(3, 2, -4)$
- ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ ។
- ក-ចូរសរសេរសមីការប្លង់ (P) ខាងលើ ។
- ខ-ពីចំនុច $B(2, 3, 4)$ គេគូសបន្ទាត់ (BH) កែងនឹងប្លង់ (P) ។
- ($H \in (P)$) ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំនុច H រួចទាញរកចំងាយពីចំនុច B ទៅប្លង់ (P) ។



I-ក្នុងចំណោមមូលក្រហម៥មានចុះលេខ១,២,៣,៤,៥និងមូលខៀវ៤ មានចុះលេខ៦,៧,៨,៩ ។

គេចាប់យកមូល២គ្រាប់ព្រមគ្នាចេញពីក្នុងចំណោមដោយចៃដន្យ ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ ៖

$\ll A$: ចាប់បានមូលពណ៌ដូចគ្នា $\gg$, $\leq B$: ចាប់បានមូលចុះលេខគូ $\gg$

$\ll C$: ចាប់បានមូលដែលផលបូកលេខចុះលើមូលទាំង២ចែក ជាចំនួន៣ $\gg$

១) គណនាប្រូបាប $P(A), P(B)$ និង $P(C)$ ។

២) គណនាប្រូបាប $P(A \cap B), P(B \cap C), P(A \cap C)$ និង $P(A \cap B \cap C)$

៣) គណនាប្រូបាប $P(A \cup B), P(A \cup C), P(B \cup C)$ និង $P(A \cup B \cup C)$

II-ចូរគណនាលីមីត ៖ $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ និង $B = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{\cot x}{x} \right)$

III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 2y' + y = 6xe^x$ ។

១) ចូរស្រាយថា $f(x) = x^3 e^x$ ជាចម្លើយមួយរបស់សមីការ (E) ។

២) ដោះស្រាយសមីការ $(F): y'' - 2y' + y = 0$ រួចទាញរកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) ។

IV-ផ្នែក A: គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 - 1 + 2 \ln x$ ។

១) ស្រាយបញ្ជាក់ថា g ជាអនុគមន៍កើនជាប់ខាតលើ $(0, +\infty)$ ។ គណនា $g(1)$ ។

២) ទាញបញ្ជាក់សញ្ញារបស់ $g(x)$ លើចន្លោះ $(0,1)$ និង $(1, +\infty)$ ។

ផ្នែក B: គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = x - 1 - \frac{1 + 2 \ln x}{x}$

តាង (c) ជាក្រាបរបស់វានៅក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0^+ និង $+\infty$ ។

២) ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(\Delta): y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (c) កាលណា x ខិតជិត $+\infty$ ។

បញ្ជាក់ទីតាំងធៀបរវាង (c) និង (Δ) ។

៣) ស្រាយបញ្ជាក់ថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ។ (គេយក $e = 2.72, \frac{1}{e} = 0.36, \ln 2 = 0.69$)

៤) ដោយប្រើលទ្ធផលសំណួរ A ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ។ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥) រក $f(\frac{1}{e}), f(2)$ និង $f(e)$ ។ រួចទាញសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសពីរ α និង β ដែល $\frac{1}{e} < \alpha < 1$ និង $2 < \beta < e$ ។

៦) ចូរគូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ (Δ) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយ (c) និង (Δ) និងបន្ទាត់ឈរ $x=1, x=e$ ។

V-តម្រុយអរតូណូម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យ $A(2,2,1), B(3,1,1), C(-2,4,5)$ និង $D(1,-1,0)$ ។

ក-គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}$ រួចទាញថាបីចំណុច A, B, C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

ខ-កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ គ-គណនា $(\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{BD}$ រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត $ABCD$ ។

ឃ-ទាញរកចម្ងាយពីចំណុច D ទៅប្លង់ (ABC) ។



I-គណនាលីមីត ក) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 5}{x^2 - 4x + 3}$ ខ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 2x}}{2x^2}$ គ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{7}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{7})}{7x - \pi}$

II-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = a + ib$ ដែល a និង b ជាពីរចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $(1 - i\sqrt{3})a + (\sqrt{3} + i)b = 2$
១) ចូរកំណត់ចំនួនពិត a និង b ។
២) ចូរសរសេរ z និង z^{2017} ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

III-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{បើ } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{បើ } x < 1 \end{cases}$
ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា f ជាអនុគមន៍មានដេរីវេត្រង់ $x = 1$ ។

IV-គេឲ្យ $g(x) = \frac{2x^2 + 9x + 12}{x^2 + 3x + 2}$ ដែល $x \neq -1$ និង $x \neq -2$ ។
១) កំណត់បីចំនួនពិត A, B និង C ដែល $g(x) = A + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$ ។
២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \frac{2x^2 + 9x + 12}{x^2 + 3x + 2} dx$ ។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = (x-2)e^x$ ។
(C) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។
១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតដេករបស់ក្រាប (C) ។
២) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
៣) គណនា $f(-2), f(-1), f(0)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប (C) ។
៤) គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងខណ្ឌដោយក្រាប (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសនិងបន្ទាត់ឈរ $x = 0, x = 2$ ។

VI-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យប្លង់ $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$ ។
តាង A, B និង C ជាចំណុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) ជាមួយអ័ក្ស $(ox), (oy)$ និង (oz) រៀងគ្នា ។
ក) ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A, B និង C រួចសង់ចំណុចនេះ។
ខ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចរកផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle ABC$ ។
គ) គណនាផលគុណស្កាលែ $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO}$ ។ ទាញរកមាឌចតុមុខ $OABC$ ។
ឃ) សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃស្វ៊ែរ (S) ចារឹកក្រៅចតុមុខ $OABC$ រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំរបស់ស្វ៊ែរ (S) ផង។



I-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x}$ $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2 - e^x)(3e^x + 1)}{e^x(x + 6e^x)}$

II-គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x) = \sqrt{\ln x}$ និង $g(x) = 3\sin x - \sin^3 x$

III-គេមានចំនួនកុំផ្លិច $u = 1 + i\sqrt{3}$ និង $v = \sqrt{3} + i$ ។

១) គេតាង $z = u + v$ ។ ចូរស្រាយថា $z = (1 + \sqrt{3})(1 + i)$ ។

២) ចូរសរសេរ u, v និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

IV-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{4x^2 - x - 2}{x^2(x + 1)}$ ដែល $x \neq 0$ និង $x \neq -1$ ។

១) កំណត់បីចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឲ្យបាន $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x + 1}$ គ្រប់ $x \neq 0$ និង $x \neq -1$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int \frac{4x^2 - x - 2}{x^2(x + 1)} \cdot dx$ ។

V-នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យប្លង់

$(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$ និង បន្ទាត់ $(L): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

១) គណនាកូអរដោនេ G ជាប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (L) និងប្លង់ (P) ។

២) ប្លង់ (P) ប្រសព្វអ័ក្ស $(ox), (oy)$ និង (oz) រៀងគ្នាត្រង់ A, B និង C ។ ចូរកំណត់កូអរដោនេ A, B និង C ។

៣) ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{O}$ ។ តើ G តាងអ្វីចំពោះត្រីកោណ ABC ?

៤) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC

៥) S ជាចំណុចមានអាប់ស៊ីស $x_s = 3$ ហើយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ (L) កំណត់កូអរដោនេនៃ S រួចគណនាមាឌបតុមុខ $SABC$ ។

VI-គេឲ្យ f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ។

(c) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) រកលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (c) ។

២) គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣) ចូរសង់ក្រាប (c) ។ គេយក $e = 2.7, \ln 2 = 0.7$ ។



- I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \frac{1+3i}{2+i}$ និង $z_2 = \frac{3+i}{1+2i}$ ។
- ១) ចូរសរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ពីជគណិតរួចទាញថា z_1 និង z_2 ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់គ្នា ។
 - ២) ចូរសរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
 - ៣) កំណត់ពីរចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា $az_1 + bz_2 = \frac{1+5i}{i}$ ។
- II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^3 - 1}$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 - x \sin x}$ និង $C = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin(x - \frac{\pi}{6})}{\pi - 6x}$
- III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 6y' + 5y = 0$ ។
- ១) រកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។
 - ២) រកចម្លើយពិសេសរបស់សមីការ (E) បើ $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$ ។
- IV-គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}$ ដែល $x \neq 0, x \neq -1$ ។
- ១) ចូរស្រាយថាអនុគមន៍ g អាចសរសេរ $g(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$ ។
 - ២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} dx$ ។
- V-នៅក្នុងចង្កេះមួយមានប៊ូលក្រហម 5 ចុះលេខពី ១ ដល់ ៥ និង ប៊ូលខ្មៅ 4 ចុះលេខពី ៦ ដល់ ៩ ។
គេចាប់យកប៊ូល 1 គ្រាប់ចេញពីក្នុងចង្កេះដោយចៃដន្យ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖
- ១) A : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេស។
 - ២) B : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខជាពហុគុណនៃ 3 ។
 - ៣) C : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសដោយដឹងថាជាលេខពហុគុណនៃ 3 ។
 - ៤) D : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខសេសឬជាប៊ូលមានពណ៌ក្រហម។
- VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x - x}{x}$ ដែល $x \neq 0$ និង $x \in \mathbb{R}$
- ១) សិក្សាលីមីតនៃ f កាលណា $x \rightarrow 0$ និង $x \rightarrow \pm\infty$ រួចបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីតតូតទ្រេតនៃក្រាប C តាង f ។
 - ២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
 - ៣) រក $f(-2)$, $f(-1)$, $f(1)$ និង $f(2)$ រួចសង់ក្រាប C ។ គេយក $e^{-1} = 0.4$, $e^{-2} = 0.2$, $e = 2.7$ និង $e^2 = 7.3$ ។
- VII-ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានប្លង់ចំណុច $A(4,0,0)$, $B(0,-2,0)$, $C(0,0,2)$ និង $D(4,2,2)$ ។
- ១) បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។
 - ២) ចូរកំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (BC) និងសមីការនៃប្លង់ (ABC)
 - ៣) យក H ជាចំណោលកែងនៃ A លើបន្ទាត់ (BC) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច H រួចគណនា AH និងផ្ទៃក្រលាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។
 - ៤) គេមានចំណុច $S(1,6,-6)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (SA) កែងនឹងប្លង់ $(ABCD)$ រួចគណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត $SABCD$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៨

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់ភ្ញៀវប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិន្ទឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $x = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ និង $y = \frac{\sqrt{3}-i}{2}$

១) ចូរសរសេរ $z = x + iy$ ជាទម្រង់ពីជគណិតរូបគណនាម៉ូឌុល $r = |z|$ ។

២) ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $z = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ រួចរក z^{2017} ។

៣) ចូរសរសេរ $w = \frac{x}{y}$ ជាទម្រង់ពីជគណិតនិងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

II-គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 - x^2 + 4}{x^2 - 6x + 8}$, $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 2x}{3x^2}$, $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(4e^x + 1)]$

III-គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 4y' - 5y = 0$ ។

១) រកចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ (E) ។ ២) រកចម្លើយពិសេសរបស់សមីការ (E) បើ $y(0) = 3$, $y'(0) = -3$ ។

IV-នៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 24 នាក់ដែលក្នុងនោះមានសិស្សពូកែផ្នែកមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា 7 នាក់ រូបវិទ្យា 8 នាក់ និងអក្សរសាស្ត្រខ្មែរ 9 នាក់។ គេជ្រើសរើសសិស្ស 3 នាក់ព្រមគ្នាពីក្នុងចំណោមសិស្សទាំងអស់ដើម្បីផ្តល់អាហាររូបករណ៍ ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

១) A : ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាផ្សេងគ្នាទាំង 3 ។ ២) B : ជ្រើសរើសបានសិស្សពូកែមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា 1 នាក់។

V-គេឲ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{7x+1}{x^3+2x^2+x}$ ដែល $x \neq 0, x \neq -1$ ។

១) កំណត់បីចំនួនពិត A, B និង C ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ g អាចសរសេរ $g(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \frac{7x+1}{x^3+2x^2+x} dx$ ។

VI-តម្រុយអរតូណម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមាន $A(4, 0, 0)$ $B(0, -2, 0)$, $C(0, 0, 2)$ និង $D(4, 2, 2)$

១) បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

២) ចូរកំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (BC) និងសមីការនៃប្លង់កាត់តាមបីចំណុច A, B និង C ។

៣) យក H ជាចំណោលកែងនៃ A លើបន្ទាត់ (BC) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច H រួចគណនា AH និងផ្ទៃក្រលាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

៤) គេមានចំណុច $S(1, 6, -6)$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (SA) កែងនឹងប្លង់ $(ABCD)$ រួចគណនាមាឌនៃពីរ៉ាមីត $SABCD$ ។

VI-គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0, +\infty)$ ហើយកំណត់ដោយ $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x + 1 - x \ln x$

មានក្រាបតំណាង (C) ក្នុងតម្រុយ $(o, \vec{i}, \vec{j})$ ។

១) ចូររក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ។ ២) ចូររកដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ រួចទាញថា $f''(x) < 0$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$

៣) គណនា $f'(1)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។ ($e = 2.7$, $\ln 2 = 0.7$ និង $\frac{e^3}{3} = 6.6$)

៤) គណនា $f(2)$ និង $f(e)$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា (C) កាត់អ័ក្ស (ox) ត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស α ដែល $2 < \alpha < e$ ។

៥) ចូរបង្ហាញថា $F(x) = -\frac{x^4}{12} + \frac{5}{4}x^2 + x - \frac{x^2}{2} \ln x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ $f(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

៦) ចូរសង់ក្រាប (C) រួចគណនាផ្ទៃក្រឡា $S(\lambda)$ នៃមណ្ឌលប្លង់ខណ្ឌដោយ (C) ជាមួយអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ឈរ $x = \lambda$, $x = 1$ ដែល $0 < \lambda < 1$ រួចរកលីមីតនៃ $S(\lambda)$ កាលណា $\lambda \rightarrow 0^+$ ។

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាជ្រើសរើសទី២៩

រៀបរៀងនិងបោះពុម្ពដោយ លីម ផល្គុន

Tel: 017 250 290

សម្រាប់រៀបប្រឡងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិន្ទឆ្នាំ២០១៧

I-គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = \sqrt{2+\sqrt{3}} + i\sqrt{2-\sqrt{3}}$

១) ចូរសរសេរ z^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២) ចូរសរសេរ z^2 និង z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣) ទាញរកតម្លៃនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ និង $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

II-ចូរគណនាលីមីតខាងក្រោម ៖

១) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2} - \sqrt[3]{x^2 - 3x + 1}}{(x-1)^3}$

២) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{x \cdot \tan x}$

III-គេឲ្យ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរដែលមានប្រូបាប $P(A) = 0.45$ $P(B) = 0.50$ និង $P(A \cap B) = 0.30$ ។

ចូរគណនាប្រូបាប $P(A \cup B)$, $P(A/B)$ និង $P(B/A)$ ។

IV-គេមានអនុគមន៍ $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2}$ ដែល $x \neq 0$ និង $x \neq -1$

១) កំណត់ចំនួនពិត A, B, C ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1}$ ។

២) គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int f(x) \cdot dx$ ។

V-ក្នុងតំរុយអក្សរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (គេយកឯកតា $1cm$ នៅលើអ័ក្ស) ។

គេឱ្យបីចំនុច $A(1, -2, 3)$, $B(3, -1, 3)$, $C(5, 1, 4)$ ។

១) កំណត់កូអរដោនេវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$ រួចកំណត់តំលៃកូស៊ីនុសនៃមុំរវាងវ៉ិចទ័រពីរនេះ ។

២) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញថាបីចំនុច A, B, C មិននៅត្រង់ត្នា ។

៣) គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

៤) កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។

៥) រកមាឌតេត្រាអែត $ABCD$ ទាញរកចំងាយពីចំនុច D ទៅប្លង់ (ABC) ។

VI-គេមានអនុគមន៍ $y = f(x) = 1 + 2e^x - 2xe^x$ មានក្រាប (c) ។

១) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចបញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតដេក ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា ។ គូសតារាងអប្បបរមាភាពនៃ $f(x)$ ។

៣) គណនាកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វ A រវាង (c) ជាមួយអាស៊ីមតូតដេករួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (c) ត្រង់ចំនុច A ។

៤) គូសក្រាប (c) និងបន្ទាត់ (T) ក្នុងតំរុយអក្សរម៉ាល់ $(0, \vec{i}, \vec{j})$ ។

៥) គណនាផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) និងអាស៊ីមតូតដេក និងបន្ទាត់ឈរ $x=0$; $x=2$ ។

សម្រាប់គ្រឿងប្រឡូងសញ្ញាបត្រទុតិយភូមិឆ្នាំ២០១៧

$$(e = 2.72 ; e^{0.5} = 1.65)$$