

$f(x)$ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆

សូត្រ សៀម SOT SEURM

សាលាពុទ្ធិកម្មធម្មសិក្សាទុតិយភូមិពោធិ៍សាត់

Old and New វិសមភាព

New

Old and New Methods-Old and New Problems

គណិតវិទ្យាអូឡាំពិច
Mathematical Olympic

International Mathematical Olympic
Asian Pacific Mathematical Olympic
IMO Problem Shortlist with Solutions

Group Old and New

មាន 1000 លំហាត់វិសមភាព

សេចក្តីផ្តើម

សៀវភៅនេះបកប្រែនិងរៀបរៀងដោយខ្ញុំករណាខ្ញុំបាទ

សូត្រ សៀម SOT SEURM

អតីតសមណៈសិស្សពុទ្ធិកម្មធម្មសិក្សាទុតិយភូមិពោធិ៍សាត់

និងអតីតសមណៈនិស្សិតមហាវិទ្យាល័យគណិតវិទ្យា RUPP

បច្ចុប្បន្ន ជានិស្សិតមហាវិទ្យាល័យស្ថាបត្យកម្មហាណូយ VN

Old and New Methods-Old and New Problems

គណិតវិទ្យាអូឡាំពិចផ្នែកវិសមភាពថ្មីនិងចាស់

អ្នកមានឧបការគុណក្នុងសៀវភៅនេះរួមមានដូចខាងក្រោមនេះ

ថ្ងៃទី 18 ខែ កក្កដា ឆ្នាំ 2012

+អ្នករៀបរៀងនិងពិនិត្យផ្នែកអក្សរសាស្ត្រខ្មែរនិងបច្ចេកទេសដោយកញ្ញា

HANG PHEAKTRA ហង់ ភ័ក្ត្រានិស្សិតពេទ្យ [អតីតសិស្សវិទ្យាល័យកណ្តៀង]

+ព្រះតេជគុណ ព្រឹម សុខលី ជាសមណៈនិស្សិតពុទ្ធិកម្មហាវិទ្យាល័យភ្នំពេញ

ជួយពិនិត្យផ្នែកទូទៅ (ពោធិ៍សាត់)

+ព្រះតេជគុណ ឆេង វ៉ានី ជាសមណៈនិស្សិតមហាវិទ្យាល័យនៅភ្នំពេញ

ជួយពិនិត្យផ្នែកអក្ខរាវិរុទ្ធ (ពេជ្រសាត់)

+ជួយផ្នែកទូទៅបច្ចេកទេសនិងអក្ខរាវិរុទ្ធដោយលោក **អ៊ឹង មករា** វិស្វករសំណង់

ជាអតីតសិស្សវិទ្យាល័យព្រះសីហនុ ស្រុក កំពង់ចាម ខេត្ត កំពង់ចាម ជាអតីត

និស្សិតវិទ្យាស្ថានបច្ចេកវិជ្ជាកម្ពុជា(ITC) ជានិស្សិតសាលាមិត្តភាព T 80 ស៊ីនគី

និងជានិស្សិតមហាវិទ្យាល័យស្ថាប័នកម្មហានូយ (វៀតណាម ឆ្នាំ 2007-2012)

+ផ្នែកបច្ចេកទេសកំព្យូទ័រដោយស្ថាប័នកម្ម **សៀត ភារៈ (ស្ថាប័នកម្ម) (បាត់ដំបង)**

+អ្នកជួយផ្នែកបច្ចេកទេសនិងគំនិតគឺលោក **វ៉ាន់ យា** និស្សិតវិស្វករសំណង់

ជានិស្សិតពូកែរបស់វៀតណាមឆ្នាំ 2012 លេខ 3 ទូទាំងប្រទេសវៀតណាមផ្នែកគណិត

វិភាគ និងលេខ 2 ប្រចាំសាលាមហាវិទ្យាល័យស្ថាប័នកម្មហានូយ

+ជួយផ្នែកជំនួយការរៀបរៀងដោយលោក **សៀង ស៊ីអុក** និស្សិតវិស្វករសំណង់

+ជួយផ្នែកជំនួយការរៀបរៀងដោយលោក **សុវណ្ណ បូរិន្ទ**

និស្សិតផ្នែកវេជ្ជសាស្ត្រទូទៅ

E-mail: sotsoeurm@yahoo.com

E-mail: sotsoeurm@gmail.com

[Tel:\(+855\)0972248309](tel:+8550972248309)(Khmer)

[Tel:\(+84\)01697985711](tel:+8401697985711) (Viet Nam)

<http://sotseurm.wordpress.com/>

<http://www.facebook.com/sotseurm>

Skype-sot.soeurm

សៀវភៅនេះបានយកចេញពីបណ្តា

+ យកច្រើនជាងគេតាម Internet www.mathlinks.ro សូមចូលបើចង់ឃើញច្បាប់ដើម

Up until today **19771** problems from **199** competitions have been posted.
Out of these, **1232** problems have solutions.

[View who posted the problems](#)

និងមានលំហាត់ដែលបានដាក់ចូលដោយអ្នកគណិតវិទ្យាជាច្រើនប្រទេសនិងច្រើននាក់

រួមមាន : Total posts **2551469** | Total topics **412810** | Total
members **104792** |

និងមានលំហាត់របស់បណ្តាប្រទេសមួយចំនួននោះគឺ : [http://www.imo-](http://www.imo-official.org/countries.aspx)
[official.org/countries.aspx](http://www.imo-official.org/countries.aspx)

+សៀវភៅរៀតណាម

+សៀវភៅភាសាអង់គ្លេស

ឯកសារពិគ្រោះដើម

-វចនានុក្រមខ្មែរ របស់សម្តេចព្រះសង្ឃរាជ ជួន ណាត ឆ្នាំ 1967-1968

-វចនានុក្រមរៀតណាម-បារាំង-ខ្មែរ របស់សាក្សីវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ 1988

-វចនានុក្រម រៀតណាម-ខ្មែរ ភាគទី I និង II ឆ្នាំ 1977

-សៀវភៅក្រសួងអប់រំទាំងចាស់និងកម្មវិធីថ្មី

-Internet

រៀបរៀងនិងចងក្រងដោយ : អាចារ្យ **សូត្រ សៀម**

សាលាបាលីខេត្តពោធិ៍សាត់

-Asian Pacific Mathematical Olympiad 1989-2002 [ThS Nguen Van Nho]

OLYMPIC TOAN HOC CHAU A THAI BINH DUONG

-International Mathematical Olympiad 1959-2001[PSG.TS VU DUONG THUY

Th S NGUEYN VAN NHO]

40 NAM OLYMPIC TOAN HOC QUOC TE

-TUEYN TAP DE THI OLYMPIC TOAN HOC 30 thang 4 ពីភាគ I ដល់ភាគ XVII

-VE DEP BAT DANG THUC OLYMPIC TOAN HOC

[TRAN PHUONG (CHU BIEN) VO QUOC BA CAN ,TRAN QUOC ANH]

SANG DAO BAT DANG THUC [PHAM KIM HUNG]

-ALGEBIAC INEQUALITIES Old and New Inequalities [VASILE CIRTOAJE]

-SU SUNG CAUCHY –SCHWARZ [VO QUOC BA CAM,TRAN QUOC ANH]

-BAT DANG THUC &NHUNG LOI GIAI HAY [VO QUOC BA CAN, TRAN QUOC ANH]

-PHAN LOAI PHUONG PHAP GIAI TOAN BAT DANG THUC

[VASILE CIRTOAJE, VO QUOC BA CAN ,TRAN QUOC ANH]

SU DUNG AM-GM DE CHUNG MINH BAT DANG THUC

[VA QUOC BA CAN ,TRAN QUOC ANH]

-CAC BAI GIAI VE BAT DANG THUC BUNHIACOPXKI

[NGUYEN VU LUONG (Chu bien), NGUYEN NGOC THANG]

អារម្ភកថា

ព្រះសម្មាសម្ពុទ្ធ ទ្រង់ត្រាស់សម្តែងថា រូបំ ជីវត្តិ មច្ចានំ នាម គោត្តំ នជីវត្តិ។ ប្រែថា
រូបរាងកាយយើងគ្រប់ៗគ្នានិងស្លាប់ជានិច្ច តែ នាមនិងកូត របស់យើងនិងបាត់បង់ឡើយ។

មកពីព្រះពុទ្ធដីកានេះយើងបានជាធ្វើឲ្យខ្ញុំករណាខ្ញុំសរសេររៀបរៀងសៀវភៅនេះឡើងគឺ
ដើម្បីឲ្យកូនខ្មែរយើងមានឯកសាភាសាជាតិឲ្យកាន់តែច្រើននិងអ្វីដែលខ្ញុំបានធ្វើនេះសូមឲ្យ
មានតម្លៃជាយូរដល់អ្នកសិក្សាជំនាន់ក្រោយៗទៀត។

សៀវភៅនេះវាគឺជាសៀវភៅទ្រឹស្តីបទនិងលំហាត់គណិតវិទ្យាដែលពិបាកបំផុត។ ដែល
គេលើមកទៅប្រឡងលំដាប់អន្តរជាតិរួមហើយនិងលំហាត់ដែលបំរុងក្នុងពេលប្រឡងនោះ
ហើយក៏មានលំហាត់ប្រឡងលំដាប់ជាតិក៏ច្រើននោះដែរ។ ដែលបណ្តាលលំហាត់មួយចំនួន
មានរបៀបដោះស្រាយច្រើន ដែររបៀបទាំងនោះគឺជាគំនិតរបស់អ្នកគណិតវិទ្យាធំៗបានដោះ
ស្រាយ។ ហើយខ្ញុំក៏បានប្រែយកមកពី Internet និងបណ្តាលសៀវភៅបរទេសជាច្រើនដូចជា
សៀវភៅ វៀត ណាម និង សៀវ ភៅ ភាសា អង់គ្លេស ។ គំនិតរៀបរៀងសៀវភៅនេះគឺខ្ញុំចាប់
ផ្តើមចង់រៀបរៀង កាលពីខ្ញុំនៅជាព្រះសង្ឃនៅឡើង តែដោយកាលនោះផ្ទៃខាងភាសាគេនៅ
មានកំរិតទាបណាស់ដូចនេះមិនធ្វើបាន។ ទើបតែមកដល់ឆ្នាំ 2012 នេះទើបខ្ញុំអាចសរសេរវា
ឲ្យចេញមកបាន។ ហើយខ្ញុំសូមអរគុណដល់បងប្អូនដែលបានជួយឲ្យជាយោបល់បន្ថែមទៀង
ដល់សៀវភៅនេះឲ្យកាន់តែមានតម្លៃថែមទៀត។ និងសូមឧទ្ទិសបុណ្យកុសលដែលខ្ញុំករណា
ខ្ញុំបានបូសអស់រយៈ ពេលជិត 10 ឆ្នាំ ជូនដល់ មាតាបិតារបស់ខ្ញុំនិងបន្ទាប់មកឧទ្ទិសដល់

រៀបរៀងនិងចងក្រងដោយ : អាចារ្យ សូត្រ សៀម

សាលាបាលីខេត្តពោធិ៍សាត់

ឧបជ្ឈាយ៍របស់ខ្ញុំនិងលោកគ្រូអាចារ្យទាំងអស់ទាំងសាលាបាលីនិងសាលាអាណាចក្រ។

ហើយខ្ញុំសូមធ្វើនូវសេចក្តីគោរពដល់លោកគ្រូអ្នកដែលបានបង្រៀនខ្ញុំករណាខ្ញុំរហូតមក
ជាពិសេសដូចជាលោកគ្រូអ្នកគ្រូដែលបង្រៀននៅខេត្តពោធិ៍សាត់និងនៅភ្នំពេញដូចជានៅ
ពោធិ៍សាត់ អ្នកគ្រូ គឹម សុផី (OLYMPIC - អធិការគណៈកម្មាធិការខេត្តពោធិ៍សាត់) លោកគ្រូ

គង់ ចន្ទា លោកគ្រូ ជាលេង យួន ... នៅភ្នំពេញមានដូចជា លោកគ្រូ ជ័យ ថារី, សិន
ដារ៉ាស៊ី, និង ណែសិតទាង ប៉ាង , ហែន គូយ , ជា សៃ , ជា លាង និងផ្នែកគណៈកម្មាធិការ
ដូចជាលោកគ្រូ

ជួន សុវណ្ណជន លោកគ្រូ សួន សុវណ្ណ និងលោកគ្រូ ហិត ស៊ីអាត (OLYMPIC - អធិការគណៈ
កម្មាធិការភ្នំពេញ) និងលោកគ្រូអ្នកគ្រូជាច្រើនទៀត។

លំហាត់វិសមភាព

ភាគទី I

201. [MOSP 2000] គេឱ្យ $\begin{cases} a, b, c \geq 0 \\ ab + bc + ca = 1 \end{cases}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \geq \frac{5}{2}$

រៀបរៀងនិងចងក្រងដោយ : អាចារ្យ សូត្រ សៀម

សាលាបាលីខេត្តពោធិ៍សាត់

202. [MOSP 2000] គេឲ្យ $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \leq 1$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $(a_1^k - 1)(a_2^k - 1) \dots (a_n^k - 1) \geq (n^k - 1)^n, \forall k \in \mathbb{N}^*$

203. [MOSP 2000] គេឲ្យ a, b, c ជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{2\sqrt[3]{abc}} \geq \frac{(a+b+c+\sqrt[3]{abc})^2}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

204. [Romania 2000] ចំពោះគ្រាប់ចំនួនគត់ $n \geq 2$ ពិនិត្យមើល $n-1$ ចំនួនពិតវិជ្ជមាន

$a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ មានផលបូកស្មើ 1 និងចំនួនពិត n ណាក៏ដោយ $b_1, b_2, \dots, b_n$

$$\text{ស្រាយបញ្ជាក់ថា: } b_1^2 + \frac{b_2^2}{a_1} + \frac{b_3^2}{a_2} + \dots + \frac{b_n^2}{a_{n-1}} \geq 2b_1(b_2 + b_3 + \dots + b_n)$$

205. [Russia 2000] គេឲ្យ $a, b, c > 0$ និងផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $abc = 1$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z \geq 2(xy + yz + zx)$$

206. [Russia 2000] ឲ្យចំនួនគត់ $n \geq 2$ និង $x_1, x_2, \dots, x_n$

ជាបណ្តាលចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$-1 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < 1 \text{ និង } x_1^{13} + x_2^{13} + \dots + x_n^{13} = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$x_1^{13}y_1 + x_2^{13}y_2 + \dots + x_n^{13}y_n < x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n; \forall y_1 < y_2 < \dots < y_n$$

207. [Russia 2000] គេឲ្យ $n \in \mathbb{N}$ ចូលបង្ហាញថា: $\sin^n 2x + (\sin^n x - \cos^n x)^2 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

208. [Saint Petersburg 2000] គេឲ្យចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n \geq 3$ និង $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$

$$\text{ចូលស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{a_1 + a_2}{2} \cdot \frac{a_2 + a_3}{2} \dots \frac{a_n + a_1}{2} \leq \frac{a_1 + a_2 + a_3}{2\sqrt{2}} \dots \frac{a_n + a_1 + a_2}{2\sqrt{2}}$$

209. [Siant Petersburg 2000] គេឲ្យចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n \geq 3$ និង $0 < x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{x_n x_1}{x_2} + \frac{x_1 x_2}{x_3} + \dots + \frac{x_{n-1} x_n}{x_1} \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

210. [Singapore 2000] គេឲ្យ $a, b, c, d > 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$c^2 + d^2 = (a^2 + b^2)^3 \quad \text{ស្រាយថា: } \frac{a^3}{c} + \frac{b^3}{d} \geq 1$$

211. [Singapore 2000] រកបណ្តាចំនួនគត់ n ទាំងអស់ $n > 1$ ដែលធ្វើឲ្យ

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 \geq x_n \sum_{i=1}^{n-1} x_i \quad \forall x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}.$$

212. [United Kingdom 2000] គេឲ្យ x, y, z គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន

ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $xyz = 32$ រកតម្លៃតូចបំផុតរបស់កន្សោមខាងក្រោមនេះ

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + 2z^2$$

213. [USA 2000] គេឲ្យ $a_1; a_2; \dots; a_n$ និង $b_1; b_2; \dots; b_n$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន

$$\text{ណាក៏ដោយ។ ចូរបង្ហាញថា: } \sum_{i,j=1}^n \min\{a_i a_j; b_i b_j\} \leq \sum_{i,j=1}^n \min\{a_i b_j; a_j b_i\}$$

214. [USA 2000] គេឲ្យ a, b, c ជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន ចូរស្រាយថា

$$\frac{a+b+c}{3} - \sqrt[3]{abc} \leq \max\{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2; (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2; (\sqrt{c} - \sqrt{a})^2\}$$

215. [Vo Quoc Ba Can vn] គេឲ្យចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$a + b + c + d = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$$

$$\text{ចូរបង្ហាញថា: } a + b + c + d \geq \sqrt{\frac{a^2 + 1}{2}} + \sqrt{\frac{b^2 + 1}{2}} + \sqrt{\frac{c^2 + 1}{2}} + \sqrt{\frac{d^2 + 1}{2}}$$

216. [vn] ឧបមាថា $a; b; c$ ជាបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a^2 + ab + bc} + \frac{1}{b^2 + bc + ca} + \frac{1}{c^2 + ca + ab} \leq \left(\frac{a + b + c}{ab + bc + ca} \right)^2$$

217. [VN] ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ យើងមាន

$$\frac{ab}{a^2 + ab + bc} + \frac{bc}{b^2 + bc + ca} + \frac{ca}{c^2 + ca + ab} \leq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc + ca}$$

218. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $x_1; x_2; \dots; x_n$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = n \quad \text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា}$$

$$\frac{1}{x_1^2 - x_1 + n} + \frac{1}{x_2^2 - x_2 + n} + \dots + \frac{1}{x_n^2 - x_n + n} \leq 1$$

219. [Pham Van Thuan] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$ab + bc + ca = 3 \text{ បើ } k \geq 1 \text{ គឺ: } \frac{1}{a^2 + b^2 + k} + \frac{1}{b^2 + c^2 + k} + \frac{1}{c^2 + a^2 + k} \leq \frac{3}{2 + k}$$

220. [VN] គេឲ្យបីចំនួនវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a + b + c = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{a^3 + b^2 + c} + \frac{b}{b^3 + c^2 + a} + \frac{c}{c^3 + a^2 + b} \leq 1$$

221. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{(3a - b + c)^2}{2a^2 + (b + c)^2} + \frac{(3b^2 - c + a)^2}{2b^2 + (c + a)^2} + \frac{(3c - a + b)^2}{2c^2 + (a + b)^2} \geq \frac{9}{2}$$

222. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $abc = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{1}{1 + a + b^2} + \frac{1}{1 + b + c^2} + \frac{1}{1 + c + a^2} \leq 1$$

223. [Tran Quoc Anh] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{3a + b}{2a + c} + \frac{3b + c}{2b + a} + \frac{3c + a}{2c + b} \geq 4$$

224. [Vo Quoc Ba Can , Vasile Cirtoaje] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{a(b+c)}{a^2+2bc} + \frac{b(c+a)}{b^2+2ca} + \frac{c(a+b)}{c^2+2ab} \leq 2$$

225. [Vu Dinh Quy] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $abc = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{1}{a^2-a+1} + \frac{1}{b^2-b+1} + \frac{1}{c^2-c+1} \leq 3$$

226. [Vasile Cirtoaje] បើ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $abc = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{12a+7}{2a^2+1} + \frac{12b+7}{2b^2+1} + \frac{12c+7}{2c^2+1} \leq 19$$

227. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $abc = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{a}{(a+3)^2} + \frac{b}{(b+3)^2} + \frac{c}{(c+3)^2} \leq \frac{3}{16}$$

228. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យបណ្តាចំនួនមិនអវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$a+b+c+d=4 \text{ និង } a^2+b^2+c^2+d^2=7 \text{ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា}$$

$$a^3+b^3+c^3+d^3 \leq 16$$

229. [Vo Quoc Ba Can ; Pham Van Thuan] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c; d$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$a^2+b^2+c^2+d^2=1 \text{ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{1}{1-ab} + \frac{1}{1-bc} + \frac{1}{1-cd} + \frac{1}{1-da} \leq \frac{16}{3}$$

230. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a+b}{a+7b+c} + \frac{b+c}{b+7c+a} + \frac{c+a}{c+7a+b} \geq \frac{2}{3}$$

231. [Vo Quoc Ba Can] ឧបមាថា $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$a+b+c=1 \text{ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{a^2}{9a+1} + \frac{b^2}{9b+1} + \frac{c^2}{9c+1} \leq \frac{1}{12\sqrt{3(ab+bc+ca)}}$$

232. [B M Olympic 1998] គេឲ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq \frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{a+b} + 1$$

233. [Japanese Mathematical Olympic 2004] ឧបមាថា $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c = 1$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$2\left(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}\right) \geq \frac{1+a}{1-a} + \frac{1+b}{1-b} + \frac{1+c}{1-c}$$

234. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យចំនួនពិត $a; b; c$ ដែល $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2 - bc}{2a^2 + 2b^2 + 5c^2} + \frac{b^2 - ca}{2b^2 + 2c^2 + 5a^2} + \frac{c^2 - ab}{2c^2 + 2a^2 + 5b^2} \geq 0$$

235. [Nguyen Van Thach] គេឲ្យបណ្តាចំនួន $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{a^3}{a^3 + abc + b^3} + \frac{b^3}{b^3 + abc + c^3} + \frac{c^3}{c^3 + abc + a^3} \geq 1$$

236. [VN Olympic] ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ។ ចំពោះគ្រប់ $a; b; c$ វិជ្ជមានយើងបាន

$$\frac{a^4}{a^3 + b^3} + \frac{b^4}{b^3 + c^3} + \frac{c^4}{c^3 + a^3} \geq \frac{a + b + c}{2}$$

237. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យ $a; b; c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{b^2 + bc + c^2} + \frac{1}{c^2 + ca + a^2} + \frac{1}{a^2 + ab + b^2} \geq \frac{9}{(a + b + c)^2}$$

238. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2 + b^2}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^2 + c^2}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^2 + a^2}{c^2 + ca + a^2} \leq \frac{6(a^2 + b^2 + c^2)}{(a + b + c)^2}$$

239. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2 + bc}{a^2 + (b + c)^2} + \frac{b^2 + ca}{b^2 + (c + a)^2} + \frac{c^2 + ab}{c^2 + (a + b)^2} \leq \frac{18}{5} \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2}$$

240. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាវិសមភាពនេះពិតចំពោះគ្រប់ $a; b; c$ ពិតវិជ្ជមាន

$$\frac{a^4}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^4}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^4}{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{a^3 + b^3 + c^3}{a + b + c}$$

241. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែល $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ចូរស្រាយថា

$$\frac{1}{1-a^2} + \frac{1}{1-b^2} + \frac{1}{1-c^2} + \frac{1}{1-bc} + \frac{1}{1-ca} + \frac{1}{1-ab} \geq 9$$

242. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sum \frac{ab}{a^2 + ab + b^2} \leq \sum \frac{a}{2a + b}$$

243. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a^2b(a-b) + b^2c(b-c) + c^2a(c-a) \geq 0$$

244. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a^2 + b^2 + 2} + \frac{1}{b^2 + c^2 + 2} + \frac{1}{c^2 + a^2 + 2} \leq \frac{3}{4}$$

245. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq \frac{a+c}{b+c} + \frac{b+a}{c+a} + \frac{c+b}{a+b}$$

246. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} + a + b + c \geq \frac{6(a^2 + b^2 + c^2)}{a + b + c}$$

247. បើ $a; b; c$ គឺបណ្តាជ្រុងនៃត្រីកោណមួយនោះគឺយើងតែងតែបាន

$$a^2 \left(\frac{b}{c} - 1 \right) + b^2 \left(\frac{c}{a} - 1 \right) + c^2 \left(\frac{a}{b} - 1 \right) \geq 0$$

248. គេឲ្យបីចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $a + b + c > 0$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $k > 0$ គឺយើងបានវិសមភាពខាងក្រោមនេះពិត

$$\frac{a}{ka + k^2b + c} + \frac{b}{kb + k^2c + a} + \frac{c}{kc + k^2a + b} \leq \frac{1}{k}$$

249. គេឲ្យបំពេញនិរន្តរ៍មាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a + b + c = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{4a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{4b^2 + c^2 + a^2} + \frac{1}{4c^2 + a^2 + b^2} \leq \frac{1}{2}$$

250. គេឲ្យ $x_1; x_2; \dots; x_n$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x_1 x_2 \dots x_n = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{1}{x_1 + n - 1} + \frac{1}{x_2 + n - 1} + \dots + \frac{1}{x_n + n - 1} \leq 1$$

251. គេឲ្យ $a_1; a_2; \dots; a_n$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a_1 a_2 \dots a_n = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{1 + a_1} + \frac{1}{1 + a_2} + \dots + \frac{1}{1 + a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n + n}{4}$$

252. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $ab + bc + ca > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc + ca} \geq \frac{ab}{b^2 + bc + c^2} + \frac{bc}{c^2 + ca + a^2} + \frac{ca}{a^2 + ab + b^2}$$

253. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2 - bd}{b + 2c + d} + \frac{b^2 - ca}{c + 2d + a} + \frac{c^2 - db}{d + 2a + b} + \frac{d^2 - ab}{a + 2b + c} \geq 0$$

254. គេឲ្យបំពេញនិរន្តរ៍មាន $a; b; c$ ដែល $ab + bc + ca > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{2a^2 - bc}{b^2 - bc + c^2} + \frac{2b^2 - ca}{c^2 - ca + a^2} + \frac{c^2 - ab}{a^2 - ab + b^2} \geq 3$$

255. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន និងមិនមានពីរចំនួនពីរណាស្មើសូន្យ

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{a^2 - bc}{2b^2 - 3bc + 2c^2} + \frac{b^2 - ca}{2c^2 - 3ca + 2a^2} + \frac{c^2 - ab}{2a^2 - 3ab + 2b^2} \geq 0$$

256. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{a + b + 7c} + \frac{b}{b + c + 7a} + \frac{c}{c + a + 7b} + \frac{2}{3} \cdot \frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2} \leq 1$$

257. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c$ ដែល $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{5-6bc} + \frac{1}{5-6ca} + \frac{1}{5-6ab} \leq 1$$

258. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c$ ដែល $a + b + c = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2 + 9}{2a^2 + (b+c)^2} + \frac{b^2 + 9}{2b^2 + (c+a)^2} + \frac{c^2 + 9}{2c^2 + (a+b)^2} \leq 5$$

259. [Singapore IMO Team Selection Test 2003] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{bc}{2a+b+c} + \frac{ca}{2b+c+a} + \frac{ab}{2c+a+b} \leq \frac{a+b+c}{4}$$

260. [Marin Bancos] គេឲ្យ $a; b; c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{(b+c)^2}{b^2+c^2+a(b+c)} + \frac{(c+a)^2}{c^2+a^2+b(c+a)} + \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2+c(a+b)} \leq 3$$

261. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a + b + c = 3$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{1}{4a^2+b^2+c^2} + \frac{1}{a^2+4b^2+c^2} + \frac{1}{a^2+b^2+4c^2} \leq \frac{1}{2}$$

262. [Pham Kim Hung] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតដែល $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{bc}{a^2+1} + \frac{ca}{b^2+1} + \frac{ab}{c^2+1} \leq \frac{3}{4}$$

263. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យ $n \geq 3$ គឺជាចំនួនគត់និង $a_1; a_2; \dots; a_n$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានណាក៏ដោយ។ តាង $a_0 = a_n$ និង $a_{n+1} = a_1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{a_{i-1} + 2a_i + a_{i+1}} \leq \frac{n}{4}$$

264. [Vasile Cirtoaje] ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c; k > 0$ យើងបានដូចខាងក្រោម

$$\frac{a^2 - bc}{2ka^2 + k^2b^2 + c^2} + \frac{b^2 - ca}{2kb^2 + k^2c^2 + a^2} + \frac{c^2 - ab}{2kc^2 + k^2a^2 + b^2} \geq 0$$

265. [Pham Kim Hung] បើ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c > 0$ គឺមាន

$$\frac{a}{4a + 4b + c} + \frac{b}{a + 4b + 4c} + \frac{c}{4a + b + 4c} \leq \frac{1}{3}$$

266. [Hojoo Lee] ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c > 0$ នោះគឺយើងបាន

$$\frac{b+c}{a^2+bc} + \frac{c+a}{b^2+ca} + \frac{a+b}{c^2+ab} \leq a+b+c$$

267. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2(b+c)^2}{a^2+bc} + \frac{b^2(c+a)^2}{b^2+ca} + \frac{c^2(a+b)^2}{c^2+ab} \leq a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$$

268. [Tigran Sloyan] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2}{(2a+b)(2a+c)} + \frac{b^2}{(2b+c)(2b+a)} + \frac{c^2}{(2c+a)(2c+b)} \leq \frac{1}{3}$$

269. [Vasile Cirtoaje] គេឲ្យ $a; b; c \geq 0$ និង $ab + bc + ca = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} + \frac{1}{c^2+1} \geq \frac{3}{2}$$

270. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2}{5a^2+(b+c)^2} + \frac{b^2}{5b^2+(c+a)^2} + \frac{c^2}{5c^2+(a+b)^2} \leq \frac{1}{3}$$

271. [Olympic VN] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{ab}{3ab+2b+c} + \frac{bc}{3bc+2c+a} + \frac{ca}{3ca+2a+b} \leq \frac{1}{4}$$

272. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b} \leq \frac{a+b+c}{6}$$

273. បើ $a; b; c > 0$ នោះគឺ

$$\frac{ab^2}{a^2 + 2b^2 + c^2} + \frac{bc^2}{b^2 + 2c^2 + a^2} + \frac{ca^2}{c^2 + 2a^2 + b^2} \leq \frac{a + b + c}{4}$$

274. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{ab^3}{a^3 + 2b^3 + c^3} + \frac{bc^3}{b^3 + 2c^3 + a^3} + \frac{ca^3}{c^3 + 2a^3 + b^3} \leq \frac{a + b + c}{4}$$

275. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $a + b + c + d = 3$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \sum \frac{ab}{3b + c + d + 3} \leq \frac{1}{3}$$

276. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $a + b + c + d = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{ab}{c + d + 4} + \frac{bc}{d + a + 4} + \frac{cd}{a + b + 4} + \frac{da}{b + c + 4} + \frac{\sqrt{abcd}}{3} \leq 1$$

277. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2}{3a^2 + (b + c)^2} + \frac{b^2}{3b^2 + (c + a)^2} + \frac{c^2}{3c^2 + (a + b)^2} \leq \frac{1}{2}$$

278. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c; d$ ដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{1 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{a+c}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{a+d}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{b+c}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{b+d}{2}\right)^2} + \frac{1}{1 - \left(\frac{c+d}{2}\right)^2} \leq 8$$

279. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{2} \leq \frac{a^2}{2a^2 + (b + c)^2} + \frac{b^2}{2b^2 + (c + a)^2} + \frac{c^2}{2c^2 + (a + b)^2} \leq \frac{2}{3}$$

280. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{ab}{a + 9b + 6c} + \frac{bc}{b + 9c + 6a} + \frac{ca}{c + 9a + 6b} \leq \frac{a + b + c}{16}$$

281. គេឲ្យ $A; B; C$ គឺជាមុំប៉ិនៃត្រីកោណមួយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{2 - \cos A} + \frac{1}{2 - \cos B} + \frac{1}{2 - \cos C} \geq 2$$

282. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a+b}{1-ab} + \frac{b+c}{1-bc} + \frac{c+a}{1-ca} \leq 3(a+b+c)$$

283. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a+b+c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{ab}{3a+4b+5c} + \frac{bc}{3b+4c+5a} + \frac{ca}{3c+4a+5b} \leq \frac{a+b+c}{12}$$

284. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a+b+c = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{6a^2} + \frac{1}{1+6b^2} + \frac{1}{1+6c^2} \geq \frac{9}{5}$$

285. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a+b+c = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1+2a}{1+2a+6a^2} + \frac{1+2b}{1+2b+6b^2} + \frac{1+2c}{1+2c+6c^2} \geq \frac{15}{7}$$

286. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a+b+c = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1+a}{1+a+6a^2} + \frac{1+b}{1+b+6b^2} + \frac{1+c}{1+c+6c^2} \geq 2$$

287. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a+b+c > 0$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2}{2a^2+(b+c)^2} + \frac{b^2}{2b^2+(c+a)^2} + \frac{c^2}{2c^2+(a+b)^2} \leq \frac{2}{3}$$

288. គេឲ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $x; y; z$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{2x}{x+y}} + \sqrt{\frac{2y}{y+z}} + \sqrt{\frac{2z}{z+x}} \leq 3$$

[Vasile Cirtoaje ; Chinese Western Mathematical Olympic 2004]

289. [Tran Quoc Anh] គេឲ្យចំនួនពិតវិជ្ជមាន $x; y; z$ ណាក៏ដោយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{x}{x+y+2z}} + \sqrt{\frac{y}{y+z+2x}} + \sqrt{\frac{z}{z+x+2y}} \leq \frac{3}{2}$$

290. [Pham Kim Hung] គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{\sqrt{a+2b}} + \frac{b}{\sqrt{b+2c}} + \frac{c}{\sqrt{c+2a}} \leq \sqrt{\frac{3}{2}(a+b+c)}$$

291. [Pham Kim Hung] ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $a+b+c=3$ នោះគឺយើងមាន

$$(a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ca + a^2) \leq 12$$

292. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{a}{\sqrt{a+b}} + \frac{b}{\sqrt{b+c}} + \frac{c}{\sqrt{c+a}} \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$$

293. [Chinese IMO Team Selectin Test 2006] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $x; y; z$ ដែល

ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $x+y+z=1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{xy}{\sqrt{xy+yz}} + \frac{yz}{\sqrt{yz+zx}} + \frac{zx}{\sqrt{zx+xy}} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

294. [Zhao Bin] ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c > 0$ យើងបាន

$$\sqrt{\frac{a^2}{4a^2+ab+4b^2}} + \sqrt{\frac{b^2}{4b^2+bc+4c^2}} + \sqrt{\frac{c^2}{4c^2+ca+4a^2}} \leq 1$$

295. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{a}{a+2b+3c}} + \sqrt{\frac{b}{b+2c+3a}} + \sqrt{\frac{c}{c+2a+3b}} \leq \sqrt{\frac{3}{2}}$$

296. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{a}{2a+3b+4c}} + \sqrt{\frac{b}{2b+3c+4a}} + \sqrt{\frac{c}{2c+3a+4b}} \leq 1$$

297. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c > 0$ យើងមាន

$$\sqrt{\frac{a}{4a+4b+c}} + \sqrt{\frac{b}{4b+4c+a}} + \sqrt{\frac{c}{4c+4a+b}} \leq 1$$

298. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left(\frac{a}{a+b}\right)^2 + \left(\frac{b}{b+c}\right)^2 + \left(\frac{c}{c+a}\right)^2 \geq \frac{3}{4}$$

299. ចំពោះ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{a^2}{b^2+(c+a)^2}} + \sqrt{\frac{b^2}{c^2+(a+b)^2}} + \sqrt{\frac{c^2}{a^2+(b+c)^2}} \leq \frac{3}{\sqrt{5}}$$

300. គេឲ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{\sqrt{2a+b+3c}} + \frac{b}{\sqrt{2b+c+3a}} + \frac{c}{\sqrt{2c+a+3b}} < \sqrt{\frac{8}{15}}(a+b+c)$$

301. គេឲ្យបួនចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{a}{a+b+c}} + \sqrt{\frac{b}{b+c+d}} + \sqrt{\frac{c}{c+d+a}} + \sqrt{\frac{d}{d+a+b}} \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$$

302. គេឲ្យ $a; b; c \geq 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $a+2b+3c=4$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(2a^2+bc)(2b^2+ca)(2c^2+ab) \leq 32$$

303. [Vietnam] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $ab + bc + ca = 1$

$$\text{ចូរបង្ហាញថា: } (a^2 + 2b^2 + 3)(b^2 + 2c^2 + 3)(c^2 + 2a^2 + 3) \geq 64$$

304. [Nguyen Anh Cuong] គេឲ្យបណ្តាចំនួនវិជ្ជមាន $x; y; z$ ដែល $x + y + z = 2$

$$\text{ចូរបង្ហាញថា: } \sqrt{x^3y + y^3z + z^3x} + \sqrt{xy^3 + yz^3 + zx^3} \leq 2$$

305. [VN] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{(a^2 - bc)(b^2 - ca)}{a + b} + \frac{(b^2 - ca)(c^2 - ab)}{b + c} + \frac{(c^2 - ab)(a^2 - bc)}{c + a} \leq 0$$

306. [Tran Quoc Anh] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c = 3$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{a^2 + bc}{b + ca} + \frac{b^2 + ca}{c + ab} + \frac{c^2 + ab}{a + bc} \geq 3$$

307. [Vo Quoc Ba Can] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $a + b + c + d = 4$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{da} \geq a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

308. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ និង $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$

$$\text{នោះយើងមាន: } a^3bc + b^3cd + c^3da + d^3ab \leq 4$$

309. ឧបមាថា $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា: } a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + abc + bcd + cda + dab \leq 1$$

Vasile Cirtoaje ; Pham Kim Hung

310. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c$ វិជ្ជមាន ។ យើងតែងតែបាន

$$\sum \frac{ab\sqrt{(a+c)(b+c)}}{c(a+b)} \geq \sqrt{3(ab+bc+ca)}$$

311. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ យើងតែងតែបាន

$$\left(a^2 + \frac{b^2c}{a}\right)\left(b^2 + \frac{c^2a}{b}\right)\left(c^2 + \frac{a^2b}{c}\right) \geq (a^2 + bc)(b^2 + ca)(c^2 + ab)$$

Tran Quoc Anh

312. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left(a + \frac{bc}{a}\right)\left(b + \frac{ca}{b}\right)\left(c + \frac{ab}{c}\right) \geq 4\sqrt{(a^3 + b^3)(b^3 + c^3)(c^3 + a^3)}$$

Tran Quoc Anh

313. ឧបមាថា $a; b; c$ គឺជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a+b}{\sqrt[3]{a^3+abc}} + \frac{b+c}{\sqrt[3]{b^3+abc}} + \frac{c+a}{\sqrt[3]{c^3+abc}} \geq 3\sqrt[3]{4}$$

314. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $a + b + c = 2$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{11-a}{a^3+3} + \frac{11-b}{b^3+3} + \frac{11-c}{c^3+3} \leq 9$$

Tran Quoc Anh

315. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{(1+a)^2(1+b)^2}{1+c^2} + \frac{(1+b)^2(1+c)^2}{1+a^2} + \frac{(1+c)^2(1+a)^2}{1+b^2} \geq 24$$

Tran Quoc Anh

316. [Olympic vn 2012] គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)$ មានដេរីវេទីពីរលើ $\mathbb{R}$ ឧបមាថាមាន

$$f(1) = 0 \text{ និង } \int_0^1 f(x)dx = 0 \text{ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ } \alpha \in (0; 1) \text{ យើងមាន}$$

$$\left| \int_0^\alpha f(x)dx \right| \leq \frac{2}{81} \max_{0 \leq x \leq 1} |f''(x)|$$

317. [Olympic vn 2012] គេឲ្យ $f: [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ គឺជាអនុគមន៍ផត

(ឬក៏ហៅថាអនុគមន៍ប៉ោងផ្នែកខាងលើ) ។និងមានឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែល $f(0) = f(1) = 0$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \sqrt{1 + 4 \max_{0 \leq x \leq 1} f^2(x)} \leq \int_0^1 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \leq 1 + 2 \max_{0 \leq x \leq 1} f(x)$$

318. គេឲ្យបណ្តាចំនួន $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$ និង $x; y; z; t \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$a + b + c + d = x + y + z + t = 1$$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } ax + by + cz + dt \geq 54abcd$$

វៀតណាមឆ្នាំ 2009

319. ឧបមាថា $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានណាក៏ដោយ។ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^3}{a^3 + abc + b^3} + \frac{b^3}{b^3 + abc + c^3} + \frac{c^3}{c^3 + abc + a^3} \geq 1$$

Nguyen Van Trach

320. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $a + b + c + d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } 2(a^3 + b^3 + c^3 + d^3) + a + b + c + d \leq 12$$

Vo Quoc Ba Can

321. គេឲ្យបណ្តាចំនួនគត់វិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a^3 + b^3 + c^3 + 9abc + 4(a + b + c) \geq 8(ab + bc + ca)$$

Le Huu Dien Khue

322. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $a + b + c = 3$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(2 + ab^2)^2(2 + bc^2)^2(2 + ca^2)^2 \leq 3456$$

323. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $abcd = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{b(b+c)} + \frac{1}{c(c+d)} + \frac{1}{d(d+a)} \geq 2$$

Vasile Cirtoaje

324. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\sqrt[3]{5} \min\{a; b; c; d\} > \max\{a; b; c; d\}$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{5a^3 - bcd} + \frac{1}{5b^3 - cda} + \frac{1}{5c^3 - dab} + \frac{1}{5d^3 - abc} \geq \frac{64}{(a+b+c+d)^3}$$

325. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $abc = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{(a+1)(b+2)} + \frac{b}{(b+1)(c+2)} + \frac{c}{(c+1)(a+2)} \geq \frac{1}{2}$$

326. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $x; y; z > 0$ យើងបាន

$$\frac{x^3}{x^3 + (x+y)^3} + \frac{y^3}{y^3 + (y+z)^3} + \frac{z^3}{z^3 + (z+x)^3} \geq \frac{1}{3}$$

327. គេឲ្យបណ្តាលចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{a^2}{a^2 + 7ab + b^2}} + \sqrt{\frac{b^2}{b^2 + 7bc + c^2}} + \sqrt{\frac{c^2}{c^2 + 7ca + a^2}} \geq 1$$

328. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $r = \sqrt[4]{abcd} \geq 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1+ab}{1+a} + \frac{1+bc}{1+b} + \frac{1+cd}{1+c} + \frac{1+da}{1+d} \geq \frac{4(1+r^2)}{1+r}$$

329. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែល $abcd = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a(1+b)} + \frac{1}{b(1+c)} + \frac{1}{c(1+d)} + \frac{1}{d(1+a)} \geq 2$$

330. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c; d > 0$ នោះគឺយើងបាន

$$\frac{a+b+c+d}{3} \geq \frac{abc}{ab+bc+ca} + \frac{bcd}{bc+cd+db} + \frac{cda}{cd+da+ad} + \frac{dab}{da+ab+bd}$$

331. គេឲ្យ $a; b; c; d > 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{2+a^2} + \frac{1}{2+b^2} + \frac{1}{2+c^2} + \frac{1}{2+d^2} = \frac{1}{2}$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : $abcd \geq ab + ac + ad + bc + bd + cd$

332. គេឲ្យ $a; b; c; d > 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+d^4} = 1$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c}\right)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{d}\right) \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$

333. គេឲ្យ $n \geq 2$ គឺជាចំនួនគត់ធម្មជាតិនិងឲ្យ $x_1; x_2; \dots; x_n$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតដែល

$$\frac{1}{x_1 + 1998} + \frac{1}{x_2 + 1998} + \dots + \frac{1}{1 + x_n + 1998} = \frac{1}{1998}$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\frac{\sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}}{n-1} \geq 1998$

334. គេឲ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន $x; y; z$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt{\frac{2x}{x+y}} + \sqrt{\frac{2y}{y+z}} + \sqrt{\frac{2z}{z+x}} \leq 3$$

335. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x_1; x_2; \dots; x_n$ យើងតែងតែបាន

$$x_1^2 + \dots + (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 \leq \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\pi}{4n+2}} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$$

336. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a_1; a_2; \dots; a_n$ យើងមាន

$$\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_1 + a_2} + \dots + \frac{n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} < 2 \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right)$$

337. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $x_1; x_2; \dots; x_n$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានគឺ

$$x_1^2 + \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}\right)^2 < 4(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$$

Korea 2005

338. ចំពោះ $a; b; c; d$ គឺជាបួនចំនួនវិជ្ជមានណាក៏ដោយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a-b}{a+2b+c} + \frac{b-c}{b+2c+d} + \frac{c-d}{c+2d+a} + \frac{d-a}{d+2a+b} \geq 0$$

339. បើ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\sqrt[3]{(a+b+c)(a+b+d)} \geq \sqrt[3]{ac} + \sqrt[3]{bd}$$

340. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$ បង្ហាញថា

$$\frac{a}{2b+c+2} + \frac{b}{2c+d+2} + \frac{c}{2d+a+2} + \frac{d}{2a+b+2} \geq \frac{4}{5}$$

341. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c + d = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2}$

$$\text{ចូរបង្ហាញថា : } 2(a+b+c+d) \geq \sqrt[3]{a^3+7} + \sqrt[3]{b^3+7} + \sqrt[3]{c^3+7} + \sqrt[3]{d^3+7}$$

342. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1) = 16$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } abc + bcd + cda + dab \leq 4$$

343. គេឲ្យបួនចំនួនណាក៏ដោយ $a; b; c; d$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$6(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) + (a + b + c + d)^2 \geq 12(ab + bc + cd)$$

344. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c + d = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(1 - abcd) \left(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2} - \frac{1}{d^2} \right) \geq 0$$

345. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $abcd = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2)(1 + d^2) \geq (a + b + c + d)^2$$

346. បើ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $abcd = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$4^4(a^4 + 1)(b^4 + 1)(c^4 + 1)(d^4 + 1) \geq \left(a + b + c + d + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)^4$$

357. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $abcd = 1$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$2^8(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)(d^2 + 1) \leq (a + b + c + d)^6$$

348. ឧបមថា $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ ចូរបង្ហាញថា

$$\sqrt{1-a} + \sqrt{1-b} + \sqrt{1-c} + \sqrt{1-d} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}$$

349. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោមនេះ

$$a + b + c + d = abc + bcd + cda + dab$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a + b + c + d + \frac{2a}{a+1} + \frac{2b}{b+1} + \frac{2c}{c+1} + \frac{2d}{d+1} \geq 8$$

350. គេឲ្យ $a; b; c; d$ ជាបណ្តាចំនួនពិតណាក៏ដោយ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(a - c)^2(b - d)^2 + 4(a - b)(b - c)(c - d)(d - a) \geq 0$$

351. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោមនេះ

$$a + b + c + d = abc + bcd + cda + dab$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left(\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 1}\right)^2 + \left(\sqrt{c^2 + 1} + \sqrt{d^2 + 1}\right)^2 \leq (a + b + c + d)^2$$

352. គេឲ្យ $a; b; c; d \geq 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $(a + b + c + d)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(a + b + c + d)^3 \leq 27(abc + bcd + cda + dab)$$

353. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c; d$ វិជ្ជមាននោះយើងបាន

$$\sum \frac{a^3}{(a+b)(a+c)(a+d)} \geq \frac{1}{2}$$

354. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c + d = 4$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$1 + 2(abc + bcd + cda + dab) \geq 9 \min\{a; b; c; d\}$$

355. គេឲ្យបួនចំនួនមិនអវិជ្ជមាន $a; b; c; d$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } a + b + c + d - 4 \geq (2 - \sqrt{2})(ab + bc + cd + da - 4)$$

356. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំពិតដែល $abcd = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$2 + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)(1+d^2)} \geq ab + ac + ad + bd + bd + cd$$

357. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a + b + c + d = 4$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{cd} + \frac{1}{da} \geq a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

358. [Pham Kim Hung] គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$a^2 + b^2 + c^2 = 3 \text{ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា}$$

$$\frac{a}{a^2 + 2b + 3} + \frac{b}{b^2 + 2c + 3} + \frac{c}{c^2 + 2a + 3} \leq \frac{1}{2}$$

359. បើ $a \geq b \geq c \geq d \geq 0$ និង $a + b + c + d = 2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$ab(b+c) + bc(c+d) + cd(d+a) + da(a+b) \leq 1$$

360. បើ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{(a-b)(a-c)}{a+b+c} + \frac{(b-c)(b-d)}{b+c+d} + \frac{(c-d)(c-a)}{c+d+a} + \frac{(d-a)(d-b)}{d+a+b} \geq 0$$

361. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $a; b; c; d$ វិជ្ជមានយើងមាន

$$(a+b)(b+c)(c+d)(d+a)(1+\sqrt[4]{abcd})^4 \geq 16abcd(1+a)(1+b)(1+c)(1+d)$$

Ukraine 2008

362. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left(\frac{a}{a+b+c}\right)^2 + \left(\frac{b}{b+c+d}\right)^2 + \left(\frac{c}{c+d+a}\right)^2 + \left(\frac{d}{d+a+b}\right)^2 \geq \frac{4}{9}$$

363. បើ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 2abcd \geq a^2b^2 + a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + c^2d^2$$

364. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 4abcd \geq 2(a^2bc + b^2cd + c^2da + d^2ab)$$

365. បើ $a \geq b \geq c \geq d \geq 0$ គឺយើងបាន $a + b + c + d - 4\sqrt[4]{abcd} \geq \frac{1}{2}(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 2\sqrt{c})^2$

366. បើ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 4$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a+b+c+d}{2} \leq \sqrt[3]{(1+abcd)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)}$$

367. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $abcd = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{1+ab+bc+ca} + \frac{1}{1+bc+cd+db} + \frac{1}{1+cd+da+ac} + \frac{1}{1+da+ab+bd} \leq 1$$

368. បើ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(a+b+c+d)^3 \geq 4[a(c+d)^2 + b(d+a)^2 + c(a+b)^2 + d(b+c)^2]$$

369. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែល $a + b + c + d = 1$ ចូរស្រាយថា

$$\sqrt{1-ab} + \sqrt{1-bc} + \sqrt{1-cd} + \sqrt{1-da} \geq 3 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

370. គេឲ្យ $a; b; c; d$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែល $a^2 - ab + b^2 = c^2 - cd + d^2$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } (a+b)(c+d) \geq 2(ab+cd)$$

371. គេឲ្យ $a; b; c; x; y$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $x+y=2(a+b+c)$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } ax^3 + by^3 + c \geq 27abc$$

372. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c; d; e$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $a \geq b \geq c \geq d \geq e$ ចូរស្រាយថា

$$(a+b+c+d+e)^2 \geq 8(ac+bd+ce)$$

373. គេឲ្យ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែល $a+b+c+d+e=5$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(a^2+b^2)(b^2+c^2)(c^2+d^2)(d^2+e^2)(e^2+a^2) \leq \frac{729}{2}$$

374. គេឲ្យ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a+b+c+d+e=5$ ចូរស្រាយថា

$$abc+bcd+cde+dea+eab \leq 5$$

375. គេឲ្យ $a; b; c; d; e \in \mathbb{R}$ ដែល $a+b+c+d+e=0$ និង $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2>0$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{ab+bc+cd+de+ea}{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2} \leq \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

376. បើ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែល $a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq a$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{|b-c|} + \frac{b}{|c-d|} + \frac{c}{|d-e|} + \frac{d}{|e-a|} + \frac{e}{|a-b|} \geq 3$$

377. គេឲ្យ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a+b+c+d+e=5$ ចូរស្រាយថា

$$31(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2) \geq a^4+b^4+c^4+d^4+e^4+150$$

378. គេឲ្យ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=5$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a^2}{b+c+d} + \frac{b^2}{c+d+e} + \frac{c^2}{d+e+a} + \frac{d^2}{e+a+b} + \frac{e^2}{a+b+c} \geq \frac{5}{3}$$

379. គេឲ្យ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} = \frac{4}{e^2}$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $e \geq 2$ នោះគឺ

$$(a-1)(b-1)(c-1)(d-1) \geq (e-1)^4$$

380. គេឲ្យ $a; b; c; d; e$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមានដែល $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 5$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{7-2a} + \frac{1}{7-2b} + \frac{1}{7-2c} + \frac{1}{7-2d} + \frac{1}{7-2e} \leq 1$$

381. គេឲ្យ $a; b; c; x; y$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោមនេះ

$$(a+b+c)(x+y+z) = 3; (a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) = 4$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$ax + by + cz \geq 0$$

382. គេឲ្យ $a; b; c; x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c = x+y+z$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{a}{b+x} + \frac{b}{c+y} + \frac{c}{a+z} \geq 1$$

383. គេឲ្យ $a; b; c; x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតដែល $a+x \geq b+y \geq c+z \geq 0$ និងមួយទៀត

$$a+b+c = x+y+z \text{ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } ay + bx \geq ac + xz$$

384. បើ $a; b; c$ និង $x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតមិនអវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{2}{(a+b)(x+y)} + \frac{2}{(b+c)(y+z)} + \frac{2}{(c+a)(z+x)} \geq \frac{9}{(b+c)x + (c+a)y + (a+b)z}$$

385. គេឲ្យ $a; b; c$ និង $x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលភ្ជៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$(a+b+c)(x+y+z) = (a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) = 4$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$abcxyz < \frac{1}{36}$$

386. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបីជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។ បើ $x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតដែល

$x+y+z=0$ នោះចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$yza(b+c-a) + zxb(c+a-b) + xyc(a+b-c) \leq 0$$

387. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។ បើ $x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតនោះគឺ

$$(ya^2 + zb^2 + xc^2)(za^2 + xb^2 + yc^2) \geq (xy + yz + zx)(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$$

388. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c$ ដែល $a+b+c = a^2+b^2+c^2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$-\frac{1}{8} \leq ab+bc+ca \leq 3$$

389. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែល $ab+bc+ca = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$(a^2+2b^2+3)(b^2+2c^2+3)(c^2+2a^2+3) \geq 64$$

390. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបីចំនួនមិនអវិជ្ជមានដែល $a^2+4b^2+9c^2=14$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } 3b+8c+abc \leq 12$$

391. គេឲ្យអនុគមន៍ $F(x) = \sum_{k=0}^{2011} (k-2011x)^2 C_{2011}^k x^k (1-x)^{2011-k}$

ចូរកតម្លៃធំបំផុតរបស់អនុគមន៍លើចន្លោះ $[0; 1]$

392. គេឲ្យ $x; y; z$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខ័ណ្ឌ

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y} \leq 1 \text{ និង } \frac{4}{z} + y \leq 2$$

ចូរកតម្លៃតូចបំផុតរបស់កន្សោម $P(x; y; z) = x + 9y + z$

393. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $abc = 1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1}\right) \geq \frac{9}{2}$$

394. គេឲ្យបណ្តាចំនួនពិត $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខ័ណ្ឌ

$$0 < a \leq b \leq c; c \geq 9; 8c \geq 36 + bc; 12c \geq 36 + bc + 4ca$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} \leq 0$ និងសមភាពកើតមានពេលណា?

395. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាបណ្តាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{(a+b+c)^3}{abc} + \left(\frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}\right)^2 \geq 28$$

396. គេឲ្យ $a; b; c$ គឺជាជ្រុងនៃត្រីកោណមួយនិង S គឺជាក្រលាផ្ទៃរបស់ត្រីកោណនោះ

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\sqrt{a^4 + b^4 + c^4} \geq 4S$ និងសមភាពកើតមានពេលណា?

397. គេឲ្យ 3 ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខ័ណ្ឌ $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

$$\text{ចូរកតម្លៃតូចបំផុតរបស់កន្សោម } P = \frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2}$$

398. គេឲ្យ $a; b; c$ ជាបណ្តាចំនួនពិតខុសពី 0 ដែល $ab + bc + ca \geq 0$

$$\text{ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា : } \frac{ab}{a^2 + b^2} + \frac{bc}{b^2 + c^2} + \frac{ca}{c^2 + a^2} \geq -\frac{1}{2}$$

399. គេឲ្យ $a; b; c > 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខ័ណ្ឌ $a^2 + b^2 + c^2 = 12$

$$\text{ចូររកតម្លៃធំបំផុតរបស់កន្សោម } S = a\sqrt[3]{b^2 + c^2} + b\sqrt[3]{c^2 + a^2} + c\sqrt[3]{a^2 + b^2}$$

400. គេឲ្យត្រីកោណ $2 \Delta A_1 B_1 C_1$ និង $\Delta A_2 B_2 C_2$ និងផ្ទៃ S_1 និង S_2 និងមានបណ្តាប្រុងរៀងគ្នាគឺ

$a_1; b_1; c_1$ និង $a_2; b_2; c_2$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a_1^2(c_2^2 + b_2^2 - a_2^2) + b_1^2(a_2^2 + c_2^2 - b_2^2) + c_1^2(b_2^2 + a_2^2 - c_2^2) \geq 16S_1S_2$$

ហាណូយថ្ងៃទី Ha Noi 22/09/2012

រៀបរៀងដោយ សូត្រ សៀម

អតីតសមណៈសិស្សពុទ្ធិកសិក្សាខេត្តពោធិ៍សាត់

អតីតសមណៈនិស្សិតមហាវិទ្យាល័យគណិតវិទ្យា

សាកលវិទ្យាល័យ ភូមិន្ទភ្នំពេញ