

✍ ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែថ្នាក់សាលា ថ្នាក់ទេត
និងទូទាំងប្រទេស

✍ រួមបញ្ចូលរូបមន្តនិងវិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសំខាន់ៗ
រក្សាសិទ្ធិ មជ្ឈមណ្ឌលកណ្តាលភ្នំពេញ ឌី.អ៊ិច ហ្វីល ដាវីត

អារម្ភកថា

សូស្តីបួនៗសិស្សានុសិស្សនិង មជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សា ដែលកំពុងអានសៀវភៅសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ជាទីមេត្រី ! នេះជាស្នាដៃ ទីបួនបន្ទាប់ពីសៀវភៅត្រៀមប្រឡងឆមាសលើកទី១ ប្រឡងឆមាសលើកទី២ និងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ(ថ្នាក់ជាតិ) របស់ខ្ញុំដែលបានរៀបរៀងចងក្រងឡើងក្នុងគោលបំណងជំនួយដល់ការស្វ័យសិក្សា ពង្រឹងចំណេះដឹង និង ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩ ទូទាំងសាលា ទូទាំងខេត្ត និង ទូទាំងប្រទេស ហើយជាឯកសារស្រាវជ្រាវសំខាន់ដើម្បីជួយលើកកម្ពស់វិស័យអប់រំជាពិសេសផ្នែកគណិតវិទ្យានៅប្រទេសកម្ពុជាយើង ឲ្យបានល្អប្រសើរឡើង។

ក្នុងសៀវភៅនេះខ្ញុំបានដកស្រង់ចេញពីវិញ្ញាសាប្រឡងសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេសរៀងរាល់ឆ្នាំចាប់ពី ២០០០ ដល់ ២០១២ ទូទាំងរាជធានី ទូទាំងខេត្តនានាដូចជា បាត់ដំបង បន្ទាយមានជ័យ កណ្តាល កំពង់ធំ ឧត្តរមានជ័យ កំពង់ស្ពឺ តាកែវ កំពត និង ពានរង្វាន់ ឯកឧត្តមសភាចារ្យ សុខ អាននៅតាកែវ និង បណ្ឌិតសាលានៅក្នុងខេត្តបាត់ដំបង ដូចជា សាលាអនុវិទ្យាល័យសោហ៊ី... ជាពិសេសជាងនេះទៅទៀតយើងខ្ញុំបានបញ្ចូល រូបបន្តនិងល្បិច វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយលំហាត់សំខាន់ ងាយយល់ នៅខាងចុងសៀវភៅ មានលំហាត់សម្រាប់អនុវត្ត និងស្រាវជ្រាវទៀតផង។

ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅដល់លោកអ្នកមានគុណទាំងពីរ លោកគ្រូអ្នកគ្រូ ទាំងពីរបឋមសិក្សា ដល់ឧត្តមសិក្សា ដែលបានផ្តល់ចំណេះដឹង ផ្តល់ថវិកាជួយឧបត្ថម្ភ ផ្តល់កម្លាំងចិត្ត និងផ្តល់ឱកាស ពេលវេលា ដើម្បីឲ្យខ្ញុំមានថ្ងៃនេះ។

ក្នុងលោកនេះពុំមានអ្វីដែលល្អគ្រប់ដប់នោះទេ ដូចសៀវភៅដែលបួនៗបានអាននេះអីចឹង ប្រាកដជាមានចំណុចខ្វះខាតដោយអចេតនាជាក់ជាមិនខាន ។

ខ្ញុំរង់ចាំយ៉ាងសប្បាយរីករាយចំពោះរាល់មតិយោបល់ពីគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សា ដើម្បីជួយកែខែសៀវភៅសិស្សពូកែ គណិតនេះឲ្យមានភាពល្អប្រសើរឡើង។

ជាចុងបញ្ចប់ ខ្ញុំសូមជូនពរឲ្យបួនៗ និងមជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សាគ្រប់រូបមានសុខភាពល្អ មានជោគជ័យក្នុងការសិក្សា។

បាត់ដំបង, ថ្ងៃទី ០១ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០១១
អ្នករៀបរៀង

អ៊ុយ ដាវីត
012 93 82 27 / 098 77 83 77
uydavith2010@gmail.com
អាសយដ្ឋានគេហទំព័រ **មជ្ឈមណ្ឌលគណិតវិទ្យាខ្មែរ**
www.khmermathcenter.blogspot.com
Face book (Davith Uy)

ប្រវត្តិរូបសង្ខេប

- + ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត ៖ ១៤ កញ្ញា ១៩៨៧
- + ទីកន្លែងកំណើត ៖ ភូមិ អូរតាគាំ៣ ឃុំ ស្វាយប៉ោ ស្រុក ទីរួមខេត្ត ខេត្ត បាត់ដំបង
- + មានបងប្អូន ៧នាក់ ជាកូនទី៥
- + ឪពុកឈ្មោះ អ៊ុយ ហោ មុខរបរ យោធិនចូលនិវត្តន៍
- + ម្តាយឈ្មោះ មាស លី មុខរបរ មេផ្ទះ
- + ទីលំនៅបច្ចុប្បន្ន ផ្ទះលេខ ៤៥៧ ក្រុមទី១២ ភូមិ កម្មករ សង្កាត់ ស្វាយប៉ោ ក្រុង បាត់ដំបង ខេត្ត បាត់ដំបង
- + ទំនាក់ទំនង Tel: 012 93 82 27 / 098 77 83 77
- + Email: uydavith2010@gmail.com
- + Face book: Davith Uy

ប្រវត្តិការសិក្សា

- + ពីឆ្នាំ១៩៩៣-១៩៩៩ រៀននៅសាលាបឋមសិក្សា វត្តកំផែង
- + ពីឆ្នាំ១៩៩៩-២០០៥ រៀននៅវិទ្យាល័យ នេត យ៉ង់
- ✓ ធ្លាប់ជាអតីតជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី៩និងទី១២
- + ពីឆ្នាំ២០០៥-២០០៥ ជានិស្សិតនៅសាកលវិទ្យាល័យ ភូមិន្ទកសិកម្ម ជំនាញ វិទ្យាសាស្ត្រនិងវេជ្ជសាស្ត្រសត្វ (អាហាររូបករណ៍)
- + ពីឆ្នាំ២០០៥-២០០៧ ជាគរុសិស្សថ្នាក់គណិត-រូប នៅមជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគ ខេត្តបាត់ដំបង (អាហាររូបករណ៍)
- + ឆ្នាំដដែល ជានិស្សិតនៅសាកលវិទ្យាល័យឯកទេសនៃកម្ពុជា(CUS) (បាត់ដំបង) ជំនាញ IT (អាហាររូបករណ៍)
- + ពីឆ្នាំ២០០៨-២០១០ ជានិស្សិតនៅសាកលវិទ្យាល័យខេមរៈ(បាត់ដំបង) ជំនាញ គណិតវិទ្យា(បរិញ្ញាបត្រ)
- + ពីឆ្នាំ២០១០-បច្ចុប្បន្ន ជានិស្សិតឆ្នាំទី៣នៅសាកលវិទ្យាល័យអន្តរជាតិ ឌូរី (DIU) ជំនាញអក្សរសាស្ត្រអង់គ្លេស (English Literature)
- + ពីឆ្នាំ២០០៨-បច្ចុប្បន្ន ជាសិស្សនៅសាលាហ្វឹកហ្វឺនភាសាអង់គ្លេស (COERR) កម្រិតទី៩ (Level 9)

ប្រវត្តិការងារ

- + ពីឆ្នាំ២០០៧-២០០៩ ជាគ្រូបង្រៀននិងទទួលបន្ទុកថ្នាក់នៅសាលាវិទ្យាល័យស្តៅសន្តិភាព ស្រុករតនមណ្ឌល
- + ពីឆ្នាំ២០០៩-បច្ចុប្បន្ន ជាគ្រូបង្រៀននិងទទួលបន្ទុកថ្នាក់នៅសាលាអនុវិទ្យាល័យ សោ ហ៊ី ក្រុងបាត់ដំបង
- + ពីឆ្នាំ២០១១-បច្ចុប្បន្ន ជាគ្រូបង្រៀន នៅសាលាចំណេះទូទៅអន្តរជាតិ ឌូរី (DIS) ក្រុងបាត់ដំបង
- + ពីឆ្នាំ២០១១-បច្ចុប្បន្ន ជាគ្រូបង្រៀននិងទទួលបន្ទុកថ្នាក់នៅសាលារៀនសុវណ្ណភូមិ ក្រុងបាត់ដំបង
- + ពីឆ្នាំ២០១១-បច្ចុប្បន្ន ជាគ្រូបង្រៀននៅសាលាអន្តរជាតិ យូ អេស អេ ផ្នែកភាសាអង់គ្លេស ក្រុងបាត់ដំបង

I. ផ្នែកពិជគណិត

1. ចំនួនអសនិទាន

ក. កំឡុងសន្ទស្សន៍គូ

1) $x^n = a, a \geq 0$ នោះ $x = \pm \sqrt[n]{a} = \begin{cases} +\sqrt[n]{a} \\ -\sqrt[n]{a} \end{cases}$

2) $\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

3) $\sqrt[n]{A^{2n}} = |A|$

4) $\sqrt[n]{A \cdot B} = \sqrt[n]{|A|} \cdot \sqrt[n]{|B|}, (A, B \geq 0)$

5) $\sqrt[n]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[n]{|A|}}{\sqrt[n]{|B|}}, A, B \geq 0, B \neq 0$

6) $\sqrt[n]{A^{2n} \cdot B} = |A| \times \sqrt[n]{B}, B \geq 0$

7) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[m \times n]{A}; A \geq 0, (m, n \in \mathbb{Z}^+)$

8) $\sqrt[n \times k]{A^{m \times k}} = \sqrt[n]{A^m}$

ខ. កំឡុងសន្ទស្សន៍សេស

1) $x^n = a$ គ្រប់ a នោះ $x = \sqrt[n]{a}$

2) $\sqrt[n]{a^n} = a$

3) $\sqrt[n]{A^{2n+1}} = A$

4) $\sqrt[n]{A \cdot B} = \sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{B}$

5) $\sqrt[n]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[n]{A}}{\sqrt[n]{B}}, (B \neq 0)$

6) $\sqrt[n]{A^{2n+1} \cdot B} = A \times \sqrt[n]{B}$

គ. បញ្ចេញមួយចំនួនពីកំឡុងសន្ទស្សន៍

♥ $\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}, a, b \geq 0$

ឃ. បញ្ចូលមួយចំនួនទៅក្នុងកំឡុងសន្ទស្សន៍

♣ $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}, a, b \geq 0$

ង. ផលបូក ឬ ផលគុណចំនួនអសនិទាន

1) $a \sqrt[n]{b} \pm c \sqrt[n]{b} = (a \pm c) \sqrt[n]{b}$ អាចបូក ឬ ដកបាន ព្រោះមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នា និង កំឡុងសន្ទស្សន៍ដូចគ្នា

2) $a \sqrt[n]{b} \pm c \sqrt[m]{b}$ មិនអាចបូក ឬ ដកបានព្រោះមាន សន្ទស្សន៍ខុសគ្នា

3) $a \sqrt[n]{b} \pm c \sqrt[n]{d}$ មិនអាចបូក ឬ ដកបានព្រោះមាន កំឡុងសន្ទស្សន៍ខុសគ្នា

ច. ផលគុណចំនួនអសនិទាន

♦ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}, a, b \geq 0$

ឆ. ផលចែកចំនួនអសនិទាន

♠ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, a \geq 0, b > 0$

ជ. បំបាត់កំឡុងសន្ទស្សន៍ភាគបែង

1) $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ គុណភាគយកនឹងភាគបែងនឹង កំឡុងសន្ទស្សន៍ភាគបែង

2) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a}$ គុណភាគយកនឹងភាគបែងនឹងការ រំលែកកំឡុងសន្ទស្សន៍ភាគបែង

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{a}$ គុណភាគយកនឹងភាគបែងនឹង កំឡុងសន្ទស្សន៍ភាគបែង

♣ ប្រើរូបមន្ត $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
 $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

4) $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a - b}$ គុណភាគយកនឹងភាគ បែងនឹងកន្សោមផ្ទាល់នៃភាគបែង

5) $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a - b}$

6) $\frac{1}{\alpha \pm \sqrt{b}} = \frac{\alpha \mp \sqrt{b}}{\alpha^2 - b}$

7) $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \beta} = \frac{\sqrt{a} \mp \beta}{a - \beta^2}$

♠ ប្រើរូបមន្ត $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
 $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

8) $\frac{1}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}} = \frac{(a^2 \mp ab + b^2)}{a \pm b}$ គុណភាគយកនឹង ភាគបែងនឹងកន្សោមបំពេញនៃភាគ បែង

$$9) \frac{1}{\alpha \pm \sqrt[3]{b}} = \frac{(\alpha^2 \mp \alpha \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2})}{\alpha^3 \pm b}$$

$$10) \frac{1}{\sqrt[3]{a} \pm \beta} = \frac{(\sqrt[3]{a^2} \mp \beta \sqrt[3]{a} + \beta^2)}{a \pm \beta^3}$$

2. រូបមន្តឯកលក្ខណៈភាព

$$1). (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 = (a \pm b)^2 \mp 2ab$$

$$2). (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$\Leftrightarrow (a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b)$$

$$3). a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$4). a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$\Leftrightarrow a^3 \pm b^3 = (a \pm b)^3 \mp 3ab(a \pm b)$$

$$5). a^3 + b^3 + c^3 - 3abc =$$

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$6). (a + b + c)^2 =$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$7). (a + b - c)^2 =$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

$$8). (a - b - c)^2 =$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

$$9). (ab + bc + ac)^2 =$$

$$a^2b^2 + b^2c^2 + a^2c^2 + 2a^2bc + 2ab^2c + 2abc^2$$

$$10). \frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} \pm \frac{1}{c} = \frac{bc \pm ac \mp ab}{abc}$$

$$11). (a + b + c)^3 =$$

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(a + c)$$

$$12). a^n - b^n =$$

$$(a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$13). a^{2n} - b^{2n} =$$

$$(a + b)(a^{2n-1} - a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 - \dots - b^{2n-1})$$

$$14). a^{2n+1} + b^{2n+1} =$$

$$(a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + b^{2n})$$

$$15). (a + b)^n =$$

$$C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + \dots + C_n^k a^{n-k}b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$16). (a - b)^n =$$

$$C_n^0 a^n - C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 - \dots + (-1)^n C_n^n b^n$$

$$17). a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a^2 + a + 1)$$

$$18). a^n + 1 = (a + 1)(a^{n-1} - a^{n-2} + \dots - a^2 + a - 1)$$

សម្គាល់

$$1). C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ (ជាបន្ទុំនៃ } k \text{ ជាតុវ៉ែសយក}$$

ក្នុង } n \text{ ជាតុ)}

$$2). n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$3). n! = n \times (n-1)!$$

$$4). 0! = 1! = 1$$

រូបមន្តដើម្បីរកមេគុណក្នុងការបំបែកតាម ត្រីកោណ

ប៉ាស្កាល់

					1									
						1		1						
							1	2	1					
					1		3		3	1				
				1		4		6		4	1			
			1		5		10		10		5	1		
		1		6		15		20		15		6	1	
	1		7		21		35		35		21		7	1

$$1). (a \pm b)^5 = a^5 \pm 5a^4b + 10a^3b^2 \pm 10a^2b^3 + 5ab^4 \pm b^5$$

$$2). (a \pm b)^6 = a^6 \pm 6a^5b + 15a^4b^2 \pm 20a^3b^3 + 15a^2b^4 \pm 6ab^5 \pm b^6$$

3. លក្ខណៈស្វ័យគុណ

$$1). a^n = a \cdot a \cdot a \cdots a \cdot a \text{ ចំនួន } n \text{ កត្តា}$$

$$2). a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$3). a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

4). $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

5). $(a^n)^m = (a^m)^n = a^{n \times m}$

6.) $a^0 = 1$

7). $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

8). $10^n = 100 \dots 00$ មាន n លេខសូន្យ

9). $10^{-n} = 0.00 \dots 01$ មាន n ខ្ទង់ក្រោយក្បៀស

10). $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

11). $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 =$

$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{2}{xy} + \frac{2}{yz} + \frac{2}{xz}$

4. ចំណោទអត្រាការប្រាក់

$$P = P_0(1 + R)^t \begin{cases} P \text{ ប្រាក់សរុប} \\ P_0 \text{ ប្រាក់ដើម} \\ R \text{ អត្រាការប្រាក់} \\ t \text{ រយៈពេល} \end{cases}$$

នាំឲ្យ $P_0 = \frac{P}{(1+R)^t}$

នាំឲ្យ $R = \sqrt[t]{\frac{P}{P_0}} - 1$

នាំឲ្យ $t = \frac{\ln \frac{P}{P_0}}{\ln(R+1)} = \frac{\ln P - \ln P_0}{\ln(R+1)}$ ប្រើសម្រាប់

គណនាតាមម៉ាស៊ីនគិតលេខ

♠ ប្រាក់ការ = ប្រាក់ដើម $\times$ អត្រាការប្រាក់

♠ ប្រាក់សរុប = ប្រាក់ដើម + ប្រាក់ការ

5. វិសមភាព

១. និយមន័យ

1) បើ $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$

2) បើ $a < b \Leftrightarrow a - b < 0$

២. លក្ខណៈ

1) បើ $a > b \Leftrightarrow b < a$

2) បើ $a > b \Leftrightarrow -a < -b$

3) បើ $\begin{cases} a > b \\ b < c \end{cases} \Rightarrow a < c$

4) បើ $a > b \Leftrightarrow a + c < b + c, \forall c \in \mathbb{R}$

5) បើ $a > b \Leftrightarrow \begin{cases} ac > bc, c > 0 \\ ac < bc, c < 0 \end{cases}$

វិបាក បើ $a > b \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{c} > \frac{b}{c}, c > 0 \\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}, c < 0 \end{cases}$

6. ប្រមាណវិធី លើវិសមភាព

1) $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c > b + d$

2) $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$

3) $\begin{cases} a > b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d$

4) $\begin{cases} a < b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d$

5) $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow a \cdot c > b \cdot d > 0$

6) $a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n, \forall n \in \mathbb{N}$

7) $a > b > 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}, \forall n \in \mathbb{N}$

8) $\begin{cases} a, b > 0 \\ a > b \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

♦ វិសមភាពកូស៊ី (Cauchy 1789-1857)

$\forall a, b \geq 0$ គេបាន: $a + b \geq \sqrt{ab}$

7. សមាមាត្រ

១. និយមន័យ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

២. លក្ខណៈ

1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$

2) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

3) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

4) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \\ \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \end{cases}$

$$5) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \\ \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d} \end{cases}$$

$$6) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a-c-e}{b-d-f} \end{cases}$$

8. តម្លៃដាច់ខាត

១. និយមន័យ

$\forall x \in \mathbb{R}$ គេកំណត់ $|x|$ ជាតម្លៃដាច់ខាតនៃ x ដែល៖

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

២. លក្ខណៈតម្លៃដាច់ខាត

$$1). |x| = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2). |x| = |-x|$$

$$3). |xy| = |x||y|$$

$$4). \frac{|x|}{|y|} = \left| \frac{x}{y} \right|$$

$$5). \text{បើ } \alpha \geq 0 \text{ និង } |x| < \alpha \Rightarrow -\alpha < x < \alpha$$

♣ សម្គាល់

បើ x ជាចំនួនពិតនោះ គេបាន៖ $-|x| \leq x \leq |x|$

$$6). |x+y| \leq |x| + |y|$$

$$7). |x-y| \geq |x| - |y|$$

វិសមភាពមធ្យមនព្វន្ឋ និង មធ្យមធរណីមាត្រ

♥ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $a \geq 0$ និង $b \geq 0$ គេមាន៖

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

♥ វិសមភាពនេះក្លាយជាសមភាពលុះត្រាតែ

$$a = b$$

វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមភាពនិងវិសមភាពតម្លៃដាច់ខាត៖

$$1). |A| = |B| \Leftrightarrow A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B$$

$$2). |A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A < 0 \\ A = -B \end{cases}$$

$$3). |A| < B \Leftrightarrow \begin{cases} -B < A < B \\ B > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B > 0 \\ A^2 < B^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases} \text{ or } \begin{cases} A < 0 \\ A > -B \end{cases}$$

$$4). |A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A > B \\ A < -B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A > B \end{cases} \text{ or } \begin{cases} A < 0 \\ A < -B \end{cases} \Leftrightarrow B < 0 \text{ or } \begin{cases} B \geq 0 \\ A^2 > B^2 \end{cases}$$

$$5). |A| > |B| \Leftrightarrow |A|^2 > |B|^2$$

6). បើ $a > 0$ នោះគេបាន៖

$$\text{ក). } |ax+b| < a \Leftrightarrow ax+b < a \text{ និង } ax+b > -a$$

$$\text{ខ). } |ax+b| > a \Leftrightarrow ax+b > a \text{ និង } ax+b < -a$$

$$\text{គ). } |ax+b| = a \Leftrightarrow ax+b = \pm a$$

9. ភាពចែកដាច់

ក. និយមន័យ

♥ គេឱ្យពីរចំនួនគត់ធម្មជាតិ a និង b ដែល $b \neq 0$

។ គេថា a ចែកដាច់នឹង b លុះត្រាតែមាន

ចំនួនគត់ធម្មជាតិ K មួយ ដែល គេបាន៖

$$a = kb$$

វិធីសាស្ត្ររកលេខខាងចុងនៃមួយចំនួន

♠ ពិនិត្យចំនួនគត់ធម្មជាតិ៖ $A = n^k$ ចំពោះ

$$n, k \in \mathbb{N}$$

របៀបទី១

⊗ បើចង់រកលេខខាងចុងនៃ A គេត្រូវសរសេរ A

ជាភាគ៖

$$A = 10a + b = \overline{ab} \Rightarrow A \text{ ជាលេខខាងចុងនៃ } A$$

គេសរសេរ៖ $A = n^k = (10q + r)^k = 10t + r^k$

ចំពោះ $r \in N$ និង $0 \leq r \leq 9$

☉ លេខខាងចុងនៃ A ជាលេខខាងចុងនៃ r^k

♣ បើ $A = 100a + \overline{bc} = \overline{abc}$ នោះ $\overline{bc}$ ជាពីរលេខខាងចុងនៃ A

♣ បើ $A = 1000a + \overline{bcd} = \overline{abcd}$ នោះ $\overline{bcd}$ ជាបីលេខខាងចុងនៃ A

♣ បើ $A = 10^m \times a_m + \overline{a_{m-1} \cdot a_{m-2} \cdot a_1 \cdots a_0}$
 $= \overline{a_m \cdot a_{m-1} \cdot a_{m-2} \cdot a_1 \cdots a_0}$
នោះ $\overline{a_{m-1} \cdot a_{m-2} \cdot a_1 \cdots a_0}$ ជា m លេខខាងចុងនៃ A

🔍 របៀបទី២

♣ ពេល k យករៀងគ្នាទូរលក្ខណៈមួយចំនួនជាតិផ្សេងគ្នានោះនៅក្នុងការតាងទសភាគនៃចំនួន

♠ $A = n^k$ លេខខាងចុង ឬ មួយ ចំនួនខាងចុងនៃ A បង្ហាញឲ្យឃើញថាជាខួប។

♠ គេចាំបាច់រកខួបនៃការបង្ហាញនេះ និង A ក្នុងករណីណាមួយចំនួនតម្លៃ k ដែលឲ្យ។

10. សមីការនិងវិសមីការដឺក្រេទី២

១. និយមន័យ

សមីការដឺក្រេទី២មានរាងទូទៅ

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ ដែល x ជាអញ្ញាត

និង a, b និង c ជាមេគុណ។

២. ដំណោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២

🔍 របៀបទី១ តាមវិធីព្រែកតូកណ្តាល វិធីនេះបានតែករណីខ្លះប៉ុន្មាននោះ។

$$a \rightarrow \pm a_1 \times \pm a_2$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow c \rightarrow \pm c_1 \times \pm c_2$$

$$b \leftarrow \pm a_1 \cdot c_2 \pm a_2 \cdot c_1$$

$$ax^2 \pm a_1 \cdot c_2 x \pm a_2 \cdot c_1 x + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x \pm k_1)(x \pm k_2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \mp k_1 \\ x = \mp k_2 \end{cases}$$

🔍 របៀបទី២ វិធីបន្ថែមបន្ថយតួវិធីនេះបានតែករណីខ្លះប៉ុន្មាននោះ។

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Rightarrow (a_1x)^2 \pm 2 \cdot a_1 \cdot b_1x + b_1^2 - b_1^2 + c = 0$$

$$(a_1x \pm b_1)^2 - b_1^2 + c = 0$$

$$(a_1x \pm b_1)^2 - c_1^2 = 0, c_1^2 = b_1^2 - c$$

$$(a_1x \pm b_1 - c_1)(a_1x \pm b_1 + c_1) = 0$$

$$\begin{cases} a_1x \pm k_1 = 0 \Rightarrow x = \frac{\mp k_1}{a_1} \\ a_1x \pm k_2 = 0 \Rightarrow x = \frac{\mp k_2}{a_1} \end{cases}$$

🔍 របៀបទី៣ រកតាមឌីសគ្រីមីណង់

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

☉ បើ $\Delta > 0$ សមីការមានឫសពីរជាចំនួនពិតផ្សេងគ្នាគឺ៖

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

☉ បើ $\Delta = 0$ សមីការមានឫសឌុបជាចំនួនពិតគឺ

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

☉ បើសមីការគ្មានឫសក្នុងសំណុំ R ទេ តែមានឫសក្នុងសំណុំ ចំនួនកុំផ្លិច $\mathbb{C}$ គឺ៖

$$x = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \begin{cases} x_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} \end{cases}$$

♦ ករណីពិសេស ដោយមិនបាច់រក Δ មានពីរករណី៖

♦ ករណីទី១៖ បើ $a+b+c=0$ នោះសមីការមានឫសពីរជានិច្ច $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

♦ ករណីទី២៖ បើ $a-b+c=0$ នោះសមីការមានឫសពីរជានិច្ច $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$

៣. ទ្រឹស្តីបទវ៉ែត៖

◆ បើសមីការ $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ មានឫសពីរគឺ x_1 និង x_2 នោះគេបាន៖

◆ ផលបូកឫស $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

◆ ផលគុណឫស $P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

៤. ទ្រឹស្តីបទវ៉ែតប្រាស៖

បើយើងមានពីរចំនួនពិតគឺ x_1 និង x_2 ដែល

$S = x_1 + x_2$ និង $P = x_1 \times x_2$ នោះគេថា x_1 និង x_2

ជាឫសរបស់សមីការ $x^2 - Sx + P = 0$

☞ របៀបទី៤ ដាក់ជាផលគុណកត្តាដោយស្គាល់ឫសទាំងពីរ៖

☼ បើ x_1 និង x_2 ជាឫសរបស់សមីការ

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ នោះគេបាន៖

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

11. រូបមន្តផលបូកចំនួនគត់៖

$$1). 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2). 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$3). 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$4). 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$5). 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

12. ដោះស្រាយចំណោទសមីការដឺក្រេទី២

☞ វិធីដោះស្រាយ៖

1) ជ្រើសរើសអញ្ញាត (តាងអញ្ញាតឲ្យទាក់ទងនឹងសំណួរនៃចំណោទ)

2) បង្កើតសមីការ (សរសេរតាមបំរាប់នៃប្រធានពេលគឺជាការបកស្រាយលក្ខខណ្ឌនៃប្រធានតាមសមីការ)

3) ដោះស្រាយសមីការដែលបង្កើតបាន

4) ពិភាក្សាដើម្បីយកចម្លើយដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនៃចំណោទ។

13. វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២និងទី៤ រាងពិសេសសំខាន់ៗ

1) សមីការរាងទី១

សមីការមានរាង

$$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x + \frac{1}{x}\right) + c = 0 \quad (1)$$

☼ វិធីដោះស្រាយ

$$\text{តាង } t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow t \leq -2 \text{ ឬ } t \geq 2, \quad \forall x \neq 0$$

គេបាន (1) ទៅជា៖

$$\begin{cases} t \leq -2 \quad \vee \quad t \geq 2 \\ at^2 + bt + c - 2a = 0 \end{cases}$$

ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ធម្មតា

2) សមីការរាងទី២

សមីការមានរាង

$$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x - \frac{1}{x}\right) + c = 0 \quad (2)$$

☼ វិធីដោះស្រាយ

$$\text{តាង } t = x - \frac{1}{x} \Rightarrow -\infty < t < +\infty, \quad \forall x \neq 0$$

គេបាន (2) ទៅជា៖ $at^2 + bt + c - 2a = 0$

ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ធម្មតា

3) សមីការរាងទី៣ (សមីការបីការេ)

សមីការបីការេមានរាង៖

$$ax^4 + bx^2 + c = 0, \quad (a \neq 0) \quad (3)$$

☼ វិធីដោះស្រាយ

តាង $t = x^2 \geq 0$ នោះសមីការ (3) ទៅជា៖

$$at^2 + bt + c = 0, \quad (3')$$

(3') ហៅថាសមីការរ៉េសូវង់

❖ គេអាចដោះស្រាយ សមីការរ៉េសូវង់ដូចសមីការដឺក្រេទី២

🌈 ពិនិត្យមើលឫសនៃសមីការរ៉េសូវង់និងសមីការបីការេ

សមីការវ៉េស្វែរ	សមីការប៊ីកាដ
$ax^2 + bx + c = 0$	$ax^4 + bx^2 + c = 0$
-មានឫសពីរវិជ្ជមាន	-មានឫសបួន
-មានឫសមួយវិជ្ជមាន	-មានឫសពីរ
-មានឫសពីរអវិជ្ជមាន	-គ្មានឫស
-គ្មានឫស	-គ្មានឫស

4) សមីការរាងទី៤

សមីការមានរាង៖

$$(x+a)^4 + (x+b)^4 = k, \quad (k \neq 0) \quad (4)$$

$$(x-a)^4 + (x-b)^4 = k, \quad (k \neq 0) \quad (4')$$

☸ វិធីដោះស្រាយ

♣ ចំពោះសមីការ(4)

$$\text{តាង } t = x + \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow x = t - \frac{a+b}{2}$$

$$\text{នោះ } \begin{cases} x+a = t + \frac{a-b}{2} \\ x+b = t - \frac{a-b}{2} \end{cases} \quad \text{ចំពោះ } \alpha = \frac{a-b}{2}$$

គេបាន សមីការ (4) ទៅជា៖

$$t^4 + 12\alpha^2 t^2 + t^2 + 2\alpha^4 - k = 0$$

♣ ចំពោះសមីការ(4')

$$\text{តាង } t = x - \frac{a+b}{2} \text{ (ធ្វើដូចគ្នា)}$$

5) សមីការរាងទី៥

សមីការមានរាង៖

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = k \quad (5)$$

ក្នុងនោះដែល $a+b=c+d, k \neq 0$

☸ វិធីដោះស្រាយ

$$\text{តាង } t = (x+a)(x+b) \text{ ឬ } t = x^2 + (a+b)x + e$$

$$\text{ចំពោះ } e \in R \text{ ដែល } t \geq -\frac{(a-b)^2}{4}$$

គេបានសមីការ (5) ទៅជា៖

$$t^2 + (cd - ab)t - k = 0$$

6) សមីការរាងទី៦

សមីការមានរាង៖

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0, \quad (a \neq 0) \quad (6)$$

☸ វិធីដោះស្រាយ

ចំពោះ $x = 0$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ (6)

គេចែកអង្គទាំងពីរនៃ (6) នឹង $x^2 \neq 0$ គេបាន៖

$$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + bx\left(x \pm \frac{1}{x}\right) + c = 0$$

$$\text{តាង } t = x \pm \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 \mp 2$$

គេបាន សមីការទៅជា៖ $at^2 + bt + c \pm 2a = 0$

• បើ $t = x + \frac{1}{x}$ គេបានលក្ខខណ្ឌ $|t| \geq 2$

• បើ $t = x - \frac{1}{x}$ គេបានលក្ខខណ្ឌ t

7) សមីការរាងទី៧

សមីការមានរាង៖

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm dx + e = 0$$

$$\text{ចំពោះ } \frac{e}{a} = \left(\frac{d}{b}\right)^2 \quad (7)$$

$$\text{ករណីពិសេសបើ } \begin{cases} e = a \\ b = \pm d \end{cases}$$

គេបានសមីការទៅជា៖

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0$$

ចែកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនឹង $x^2 \neq 0$

គេបាន៖

$$a\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + b\left(x \pm \frac{1}{x}\right) + c = 0$$

☸ វិធីដោះស្រាយ

$$\text{តាង } t = x \pm \frac{1}{x} \text{ ដោះស្រាយដូចសមីការ (6)}$$

8) សមីការរាងទី៨

សមីការមានរាង៖

$$\frac{mx}{ax^2 + bx + c} + \frac{nx}{ax^2 + b'x + c} = k, \quad k \neq 0 \quad (8)$$

☸ វិធីដោះស្រាយ

បើ $x=0$ មិនមែនជាឫសយើងចែកអង្គខាងធ្វេង

សមីការ (8) នឹង x

គេបាន៖

$$\frac{m}{ax + \frac{c}{x} + b} + \frac{n}{ax + \frac{c}{x} + b} = k$$

តាង $t = ax + \frac{c}{x}$ រកលក្ខខណ្ឌនៃ t

គេបានសមីការទៅជា៖

$$\frac{m}{t+b} + \frac{n}{t+b} = k$$

9) សមីការរាងទី៩

សមីការមានរាង៖

$$\alpha(x+a)(x+b) + \beta(x+a)\sqrt{\frac{x+b}{x+a}} = k \quad (9)$$

វិធីដោះស្រាយ

$$\text{តាង } t = (x+a)\sqrt{\frac{x+b}{x+a}} \quad (\text{លក្ខខណ្ឌនៃ } x)$$

$$\Rightarrow t^2 = (x+a)(x+b)$$

គេបាន (9) សមីការទៅជា៖

$$\alpha t^2 + \beta t = k$$

10) សមីការរាងទី១០

សមីការមានរាង៖

$$\alpha\sqrt[n]{(a+x)^2} + \beta\sqrt[n]{a^2-x^2} + \alpha\sqrt[n]{(a-x)^2} = 0 \quad (10)$$

(n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានសេស)

វិធីដោះស្រាយ

ឧបមាថា $\alpha \neq 0$ ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $\sqrt[n]{(a-x)^2} \neq 0$

គេបាន៖

$$\alpha\sqrt[n]{\left(\frac{a+x}{a-x}\right)^2} + \beta\sqrt[n]{\frac{a+x}{a-x}} + \alpha = 0$$

តាង $t = \sqrt[n]{\frac{a+x}{a-x}}$ នោះសមីការក្លាយទៅជា៖

$$\alpha t^2 + \beta t + \alpha = 0$$

14. វិធីសាស្ត្រដោះស្រាយសមីការដ៏ក្រៃទី៣ រាង

ពិសេសសំខាន់ៗ

11) សមីការរាងទី១១

សមីការមានរាងទូទៅ

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (a \neq 0) \quad (1)$$

វិធីដោះស្រាយ

បើសមីការនេះមានរាង៖ $a+b+c+d=0$

នោះសមីការ(1) មានឫសមួយគឺ $x=1$ ។

គេប្រើវិធីចែកពហុធា $ax^3 + bx^2 + cx + d$ នឹង $(x-1)$ ។

គេបាន៖ $Ax^2 + Bx + C$

យើងអាចសរសេរ៖

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x-1)(Ax^2 + Bx + C) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 & (2) \\ Ax^2 + Bx + C=0 & (3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 & (2) \\ Ax^2 + Bx + C=0 & (3) \end{cases}$$

សំណុំនៃ (2), (3) ជាសំណុំឫសនៃសមីការ(1) ។

12) សមីការរាងទី១២

សមីការមានរាងទូទៅ

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (a \neq 0) \quad (2)$$

វិធីដោះស្រាយ

បើសមីការនេះមានរាង៖

$$a-b+c-d=0 \Leftrightarrow a+c=b+d \text{ នោះសមីការ(2)}$$

មានឫសមួយគឺ $x=-1$ ។ គេប្រើវិធីចែកពហុធា

$$ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ នឹង } (x+1) ។$$

គេបាន៖ $Ax^2 + Bx + C$

យើងអាចសរសេរ៖

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x+1)(Ax^2 + Bx + C) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 & (4) \\ Ax^2 + Bx + C=0 & (5) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 & (4) \\ Ax^2 + Bx + C=0 & (5) \end{cases}$$

សំណុំនៃ (4), (5) ជាសំណុំឫសនៃសមីការ(2) ។

13) សមីការរាងទី៣

សមីការមានរាងទូទៅ

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (a \neq 0) \quad (3)$$

វិធីដោះស្រាយ

បើជំនួស $x = \alpha$ ក្នុងសមីការ(3) មានឫសផ្សេងផ្ទាល់
នោះ α ជាឫស។

គេចែកពហុធា $ax^3 + bx^2 + cx + d$ នឹង $(x - \alpha)$ ។

គេបាន៖

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (x - \alpha)(Ax^2 + Bx + C) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \alpha = 0 \Rightarrow x = \alpha & (6) \\ Ax^2 + Bx + C = 0 & (7) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \alpha = 0 \Rightarrow x = \alpha & (6) \\ Ax^2 + Bx + C = 0 & (7) \end{cases}$$

សំណុំឫសនៃ(6)និង (7) ជាសំណុំឫសនៃ សមីការ
(3)។

14) សមីការរាងទី៤

សមីការមានរាងទូទៅ

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (a \neq 0) \quad (4)$$

❁ វិធីដោះស្រាយ

ដាក់កត្តារួម៖

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = (px + q)(Ax^2 + Bx + C) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} px + q = 0 \Rightarrow x = -\frac{q}{p} & (8) \\ Ax^2 + Bx + C = 0 & (9) \end{cases}$$

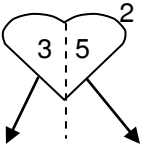
$$\Leftrightarrow \begin{cases} px + q = 0 \Rightarrow x = -\frac{q}{p} & (8) \\ Ax^2 + Bx + C = 0 & (9) \end{cases}$$

សំណុំឫសនៃ(8)និង (9) ជាសំណុំឫសនៃ សមីការ
(4)។

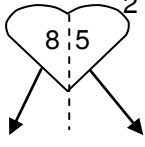
ចំ.វិធីសាស្ត្របេះដូងសម្រាប់គណនាការនៃមួយ
ចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់

ក.មួយចំនួនមានលេខខាងចុងជាលេខ (5)

→ វិធាន ៖ គេយកលេខខាងមុខគុណនឹងខ្ទង់រាងមួយ
លេខហើយខាងចុងលើកជាការេ។



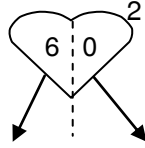
$$3 \times 4 = 12 \quad 5^2 = 25 \quad = 1225$$



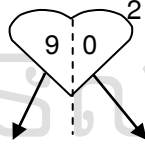
$$8 \times 9 = 72 \quad 5^2 = 25 \quad = 7225$$

ខ.មួយចំនួនមានលេខខាងចុងជាលេខសូន្យ(0)

→ វិធាន ៖ គេយកលេខខាងមុខលើកជាការេហើយ
លេខខាងចុងមានសូន្យពីរជានិច្ច។



$$6^2 = 36 \quad 00 \quad = 3600$$



$$9^2 = 81 \quad 00 \quad = 8100$$

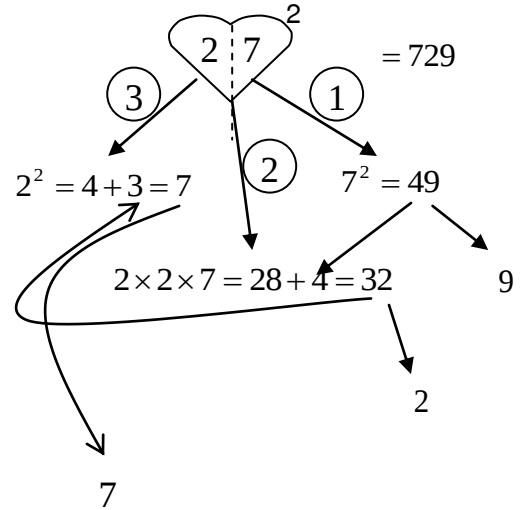
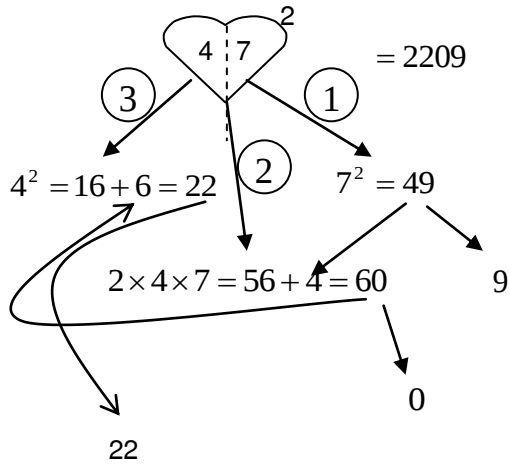
គ.មួយចំនួនមានលេខខាងចុងជាលេខ

(1;2;3;4;6;7;8;9)

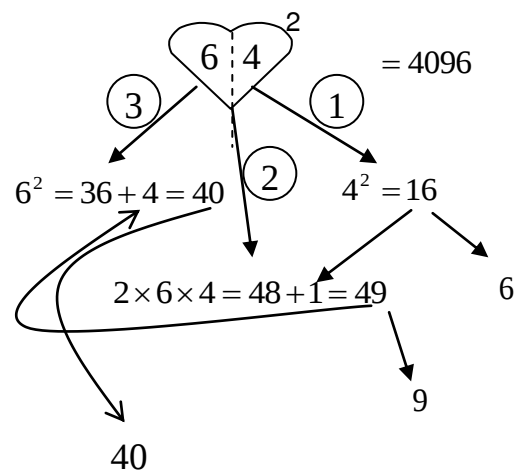
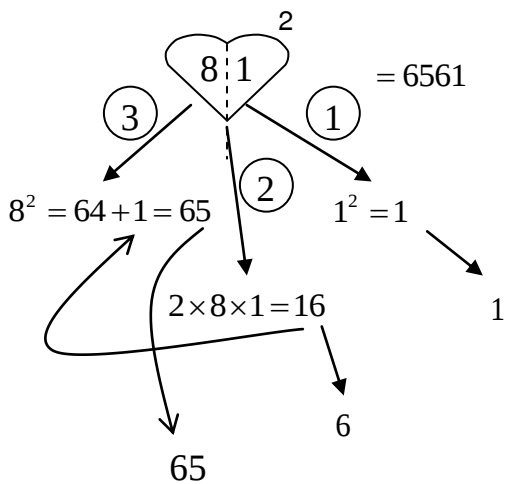
→ វិធាន ៖ គេយកលេខខាងមុខលើកជាការេហើយ
លេខខាងចុងលើកជាការេ និងត្រួតពិនិត្យលេខ

មេគុណ 2 គុណនឹងតួមុខនឹងតួក្រោយ ។

→ វិធីត្រាទុក គេត្រូវសរសេរលេខខាងក្រោយមួយ
ខ្ទង់គត់ចំនែកលេខខាងមុខគេត្រូវយកទៅបូកនឹងតួខា
ងមុខបន្តបន្ទាប់។



ព្យាយាមគង់បានសម្រេច!



II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

1. វិធីសាស្ត្រកំណត់រាងត្រីកោណ

1) ត្រីកោណសមបាត

- ត្រីកោណដែលមានជ្រុងពីរប៉ុនគ្នា ជាត្រីកោណសមបាត។

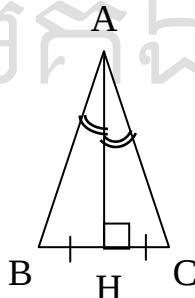
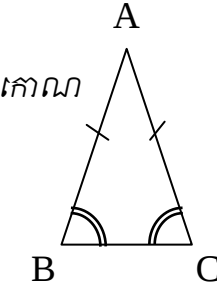
- ♣ $AB = AC \Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត កំពូល A ។

- ត្រីកោណដែលមានមុំពីរប៉ុនគ្នាជាត្រីកោណសមបាត។

- ♣ $\angle B = \angle C \Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណសមបាត កំពូល A ។

- ត្រីកោណដែលមានមេដ្យានរួម ជាមួយកម្ពស់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ និងជាមេដ្យាទ័រ ជាត្រីកោណសមបាត។

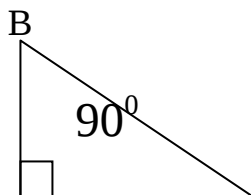
- ♣ $\triangle ABC$ មាន AH ជាកម្ពស់ AH ជាមេដ្យាន AH ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ និង AH ជាមេដ្យាទ័រ ជាត្រីកោណសមបាត។



2) ត្រីកោណកែង

- ត្រីកោណដែលមានមុំមួយមានរង្វាស់ស្មើ 90° ជាត្រីកោណកែង។

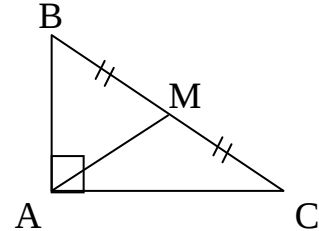
- ♣ $\triangle ABC$ មាន $\angle A = 90^\circ$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A។



- ត្រីកោណដែលមានមុំមួយមានរង្វាស់មេដ្យានចំពោះជ្រុងមួយស្មើនឹងពាក់កណ្តាលជ្រុងនេះ។

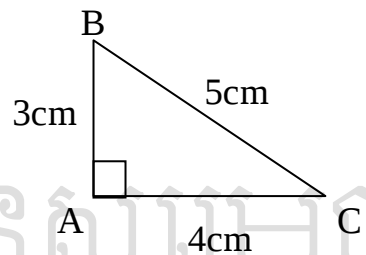
- ♣ $\triangle ABC$ មានមេដ្យាន $AM = \frac{1}{2} BC$

$\Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A។



- ត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ការេជ្រុងមួយ ស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងពីរទៀត។

- ♣ $\triangle ABC$ មាន $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ កែងត្រង់ A ។



វិបាក

បើត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A

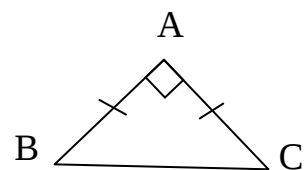
$\Rightarrow \angle B + \angle C = 90^\circ$ មេដ្យាន $AM = \frac{1}{2} BC$ ហើយ

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

3) ត្រីកោណកែងសមបាត

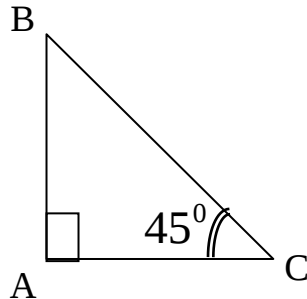
- ត្រីកោណកែងមានជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែងស្មើគ្នា ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

- ♣ ត្រីកោណកែង ABC មាន $AB = AC \Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។



✎ ត្រីកោណកែងដែលមានមុំមួយស្មើនឹង 45° ជា ត្រីកោណកែងសមបាត។

♣ ត្រីកោណកែង ABC មាន $\angle B = 45^{\circ}$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។



✎ ត្រីកោណកែងដែលមានរង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុសស្មើ នឹង $\sqrt{2}$ នៃជ្រុងមុំកែង។

♣ ត្រីកោណកែង ABC មាន $BC = \sqrt{2} AB$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

✎ ត្រីកោណសមបាតដែលមានមុំកែងមួយជាត្រីកោណកែងសមបាត។

♣ ត្រីកោណសមបាត ABC មាន $\angle A = 90^{\circ}$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

🌸 វិបាក

បើត្រីកោណ ABC កែងសមបាត

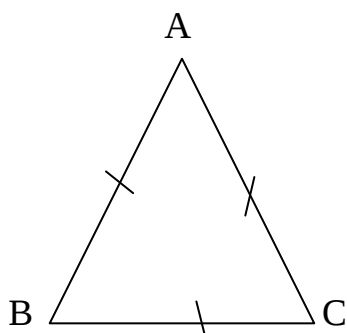
$$\Rightarrow \angle B = \angle C = 45^{\circ}$$

$$AB = AC, \quad BC = \sqrt{2} AB$$

4) ត្រីកោណសម័ង្ស

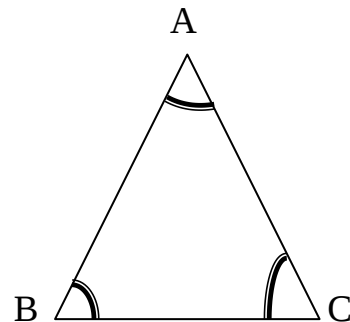
✎ ត្រីកោណដែលមានជ្រុងទាំងបីស្មើគ្នាជាត្រីកោណសម័ង្ស។

♣ ΔABC មាន $AB = AC = BC$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។



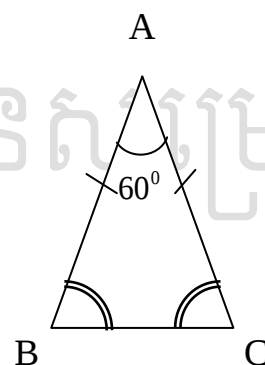
✎ ត្រីកោណសមបាតដែលមានមុំទាំងបីស្មើគ្នា ជា ត្រីកោណសម័ង្ស។

♣ ΔABC មាន $\angle A = \angle B = \angle C$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។



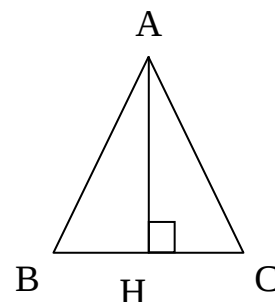
✎ ត្រីកោណសមបាតដែលមានមុំមួយស្មើនឹង 60° ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

♣ ΔABC សមបាត មាន $\angle A = 60^{\circ}$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។



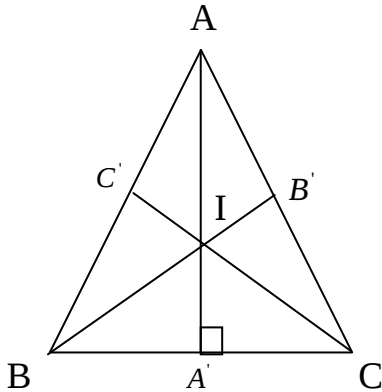
✎ ត្រីកោណដែលមានកំពស់ស្មើនឹង $\frac{\sqrt{3}}{2}$ នៃជ្រុង ត្រីកោណសម័ង្ស។

♣ ΔABC មានកម្ពស់ $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$
 $\Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។



☞ ត្រីកោណដែលមានមេដ្យាន មេដ្យាទ័រ កម្ពស់ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំទាំងបីត្រួតស៊ីគ្នាជាត្រីកោណសម័ង្ស។

♣ $\triangle ABC$ មាន AA' , BB' , CC' ជាកម្ពស់ ជាមេដ្យាន ជាមេដ្យាទ័រ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណសម័ង្ស



☼ វិបាក៖

បើត្រីកោណ $\triangle ABC$ សម័ង្ស

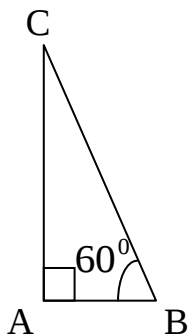
$\Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ និង $AB = AC = BC$

និងកម្ពស់ $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$ ហើយ កម្ពស់ មេដ្យាន មេដ្យាទ័រ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង ត្រួតស៊ីគ្នា។

5) ត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស៖

☞ ត្រីកោណកែងដែលមានមុំមួយមានរង្វាស់ស្មើ 30° ឬ 60° ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស។

♣ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A មាន $\angle B = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែងកន្លះសម័ង្ស។



☞ ត្រីកោណកែងដែលមានរង្វាស់ជ្រុងមួយនៃមុំកែងស្មើនឹងពាក់កណ្តាលនៃអ៊ីប៉ូតេនុសជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស។

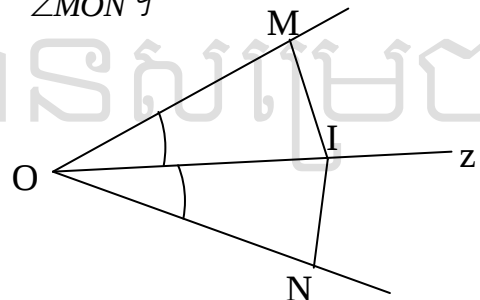
♣ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A មាន $AB = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស។

☞ ត្រីកោណកែងដែលមានជ្រុងមួយនៃមុំស្មើនឹង $\frac{\sqrt{3}}{2}$ នៃអ៊ីប៉ូតេនុស ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

♣ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A មាន $AC = \frac{\sqrt{3}}{2} BC \Rightarrow \triangle ABC$ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស។

6) វិធីសាស្ត្រស្រាយបញ្ជាក់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំមួយ

- បើ $\angle MOI = \angle NOI \Rightarrow OI$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle MON$
- បើចម្ងាយ $IM = IN \Rightarrow OI$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle MON$ ។

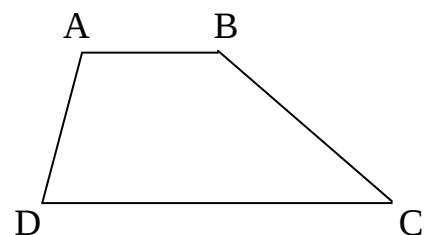


2. វិធីសាស្ត្រកំណត់រាងចតុកោណ៖

1) ក. ចតុកោណព្នាយ

☞ ចតុកោណព្នាយជាចតុកោណប៉ោងដែលមានជ្រុងពីរស្របគ្នា។

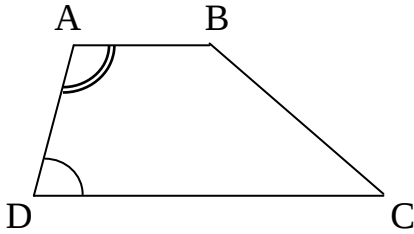
♣ ចតុកោណ $ABCD$ មាន $AB \parallel CD \Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយ។



☞ ផលបូកមុំជាប់និងជ្រុងទ្រូតស្មើនឹង 180° ។

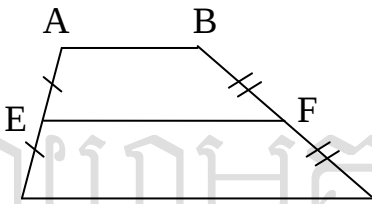
♣ $\angle A + \angle D = 180^\circ$

$\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយ។



- តាមចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងទ្រូតមួយ គេគូសបន្ទាត់ស្រប នឹងបាតនៃចតុកោណព្នាយ បន្ទាត់នេះនឹងកាត់ជ្រុងទ្រូតមួយទៀតត្រង់ចំណុចកណ្តាល។

- ♠ E ចំណុចកណ្តាល AD តាម E គូស $EF \parallel AB \Rightarrow F$ ចំណុចកណ្តាល BC ។



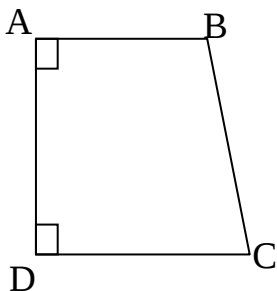
- អង្កត់ភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាលទាំងពីរនៃជ្រុងទ្រូតបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយ។

- ♠ E, F ចំណុចកណ្តាលនៃ $AD, BC \Rightarrow EF$ ជាបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយ $ABCD$ ដែល $EF \parallel AB \parallel CD$ និង $EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$ ។

១. ចតុកោណព្នាយកែង

- ចតុកោណព្នាយកែង ជាចតុកោណព្នាយដែលមានមុំកែងមួយ។

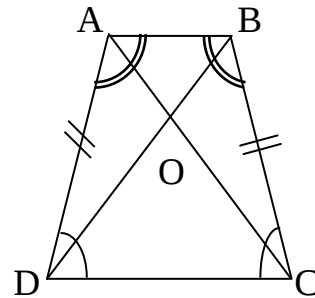
- ♠ ចតុកោណព្នាយ $ABCD$ មាន $\angle A = 90^\circ \Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយកែង។



គ. ចតុកោណព្នាយសមបាត

- ចតុកោណព្នាយសមបាត ជាចតុកោណព្នាយដែលមានលក្ខណៈណាមួយក្នុងចំណោមលក្ខណៈខាងក្រោម៖

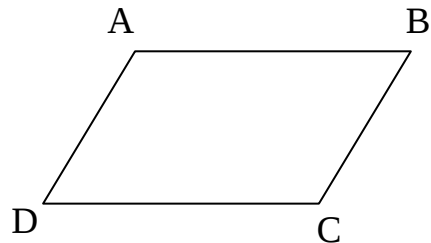
- ♣ មុំបាតស្មើគ្នា
- ♣ ជ្រុងទ្រូតស្មើគ្នា
- ♣ អង្កត់ទ្រូងស្មើគ្នា



2) ប្រលេឡូក្រាម

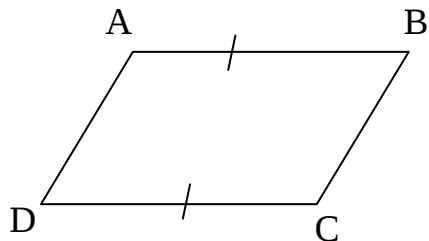
- ប្រលេឡូក្រាម ជាចតុកោណដែលមានជ្រុងស្របគ្នាពីរ។

- ♠ ចតុកោណ $ABCD$ មាន $AB \parallel CD \Rightarrow ABCD$ ជាចតុប្រលេឡូក្រាម។



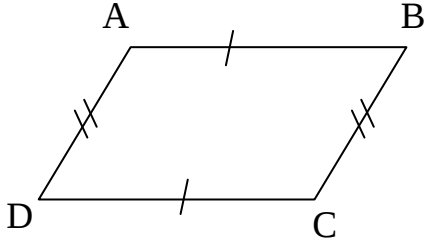
- ប្រលេឡូក្រាមជាចតុកោណដែលមានជ្រុងឈមស្របគ្នាផងនិងប៉ុនគ្នា។

- ♠ $AB \parallel CD$ និង $AB = CD \Rightarrow ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។



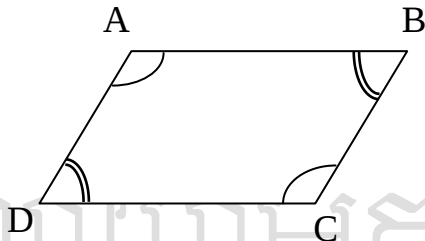
➤ ប្រលេឡូក្រាមជាចតុកោណដែលមានជ្រុងឈម ប៉ុន្មានពីរៗ។

♠ $AB = CD$, $AD = BC$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។



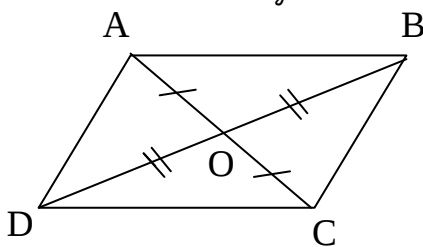
➤ ប្រលេឡូក្រាមជាចតុកោណដែលមាន មុំឈម ប៉ុន្មានពីរៗ។

♠ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។



➤ ប្រលេឡូក្រាមជាចតុកោណដែលមានអង្កត់ទ្រូង កាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាល។

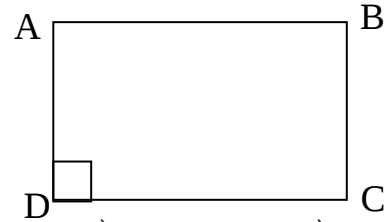
♠ O ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង AC និង BD
 $\Rightarrow ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម។



3) ចតុកោណកែង

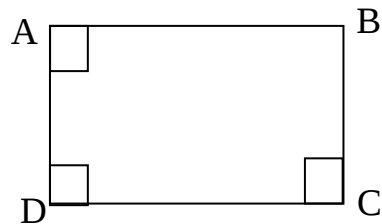
➤ ចតុកោណកែងជាប្រលេឡូក្រាម ដែលមានមុំកែង មួយ។

♠ ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មាន $\angle D = 90^\circ$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណកែង។



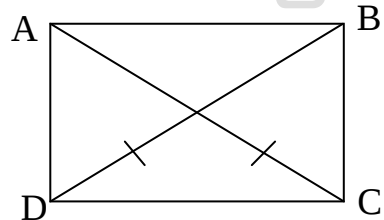
➤ ចតុកោណកែងជាចតុកោណ ដែលមានមុំកែង បី។

♠ ចតុកោណ $ABCD$ មានមុំ
 $\angle A = \angle D = \angle C = 90^\circ$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណកែង។



➤ ចតុកោណកែងជាប្រលេឡូក្រាម ដែលមានអង្កត់ ប៉ុន្មានៗ។

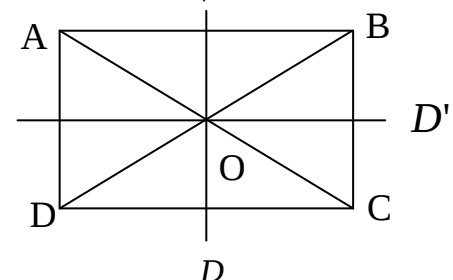
♠ $ABCD$ មានអង្កត់ទ្រូង $AC = BD$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណកែង។



➤ ចតុកោណកែងជាចតុកោណដែលមានអ័ក្ស បង្វែងចុះពីរកាត់តាមចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ ទ្រូង។

♠ ចតុកោណ $ABCD$ មានអ័ក្សចុះ D និង D' កាត់តាម O

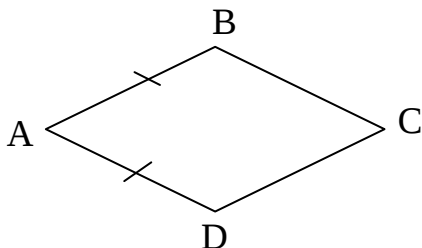
$\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណកែង។



4) ចតុកោណស្មើ

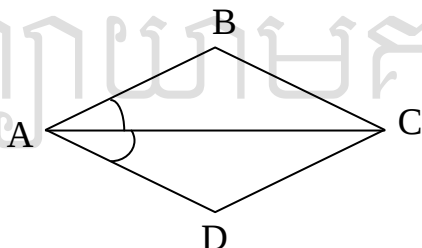
❏ ចតុកោណស្មើជាប្រលេឡូក្រាម ដែលមានជ្រុងជាប់ពីរប៉ុនគ្នា។

♣ ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានជ្រុងជាប់ $AD = AB$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ។



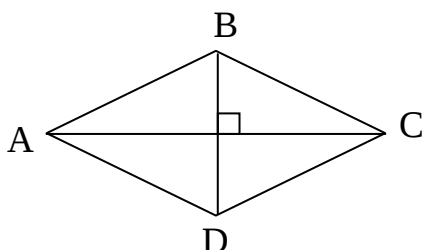
❏ ចតុកោណស្មើជាប្រលេឡូក្រាមដែលមានអង្កត់ទ្រូងជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំកំពូល។

♣ ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានអង្កត់ទ្រូង AC ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle A$ ។
 $\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ។



❏ ចតុកោណស្មើជាប្រលេឡូក្រាម ដែលមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នា។

♣ ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានអង្កត់ទ្រូង $AC \perp BD$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាចតុកោណស្មើ។

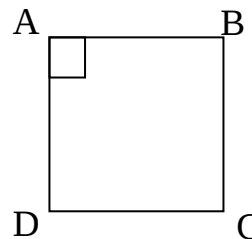


5) ការ

❏ ការជាចតុកោណស្មើដែលមានមុំកែងមួយ។

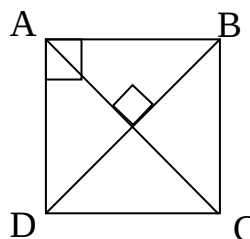
♣ ចតុកោណស្មើ $ABCD$ មាន $\angle A = 90^\circ$

$\Rightarrow ABCD$ ជាការ



❏ ការជាចតុកោណកែង ដែលមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នា។

♣ ចតុកោណកែង $ABCD$ មានអង្កត់ទ្រូង $AC \perp BD$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាការ



❏ ការជាចតុកោណកែងដែលមានជ្រុងជាប់ពីរប៉ុនគ្នា។

♣ ចតុកោណកែង $ABCD$ មានជ្រុងជាប់ $AD = AB$
 $\Rightarrow ABCD$ ជាការ

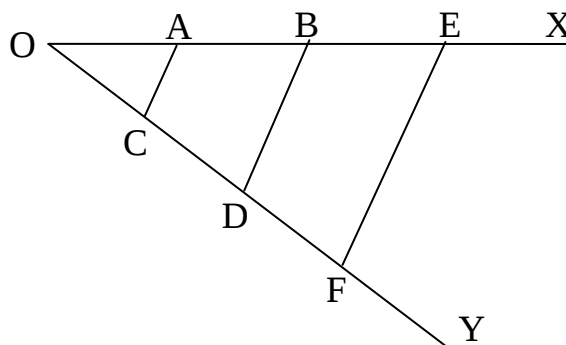
3. ទ្រឹស្តីបទតាលែស

1) ទ្រឹស្តីបទស្រប

បន្ទាត់ $AC \parallel BD \parallel EF$ កំណត់លើមុំ $\angle XOY$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស គេបាន៖

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{OE}{OF}$$



2) ទ្រឹស្តីបទប្រាស

$$\text{ប្រាសមកវិញ} \quad \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{OE}{OF}$$

$$\Rightarrow AC \parallel BD \parallel EF$$

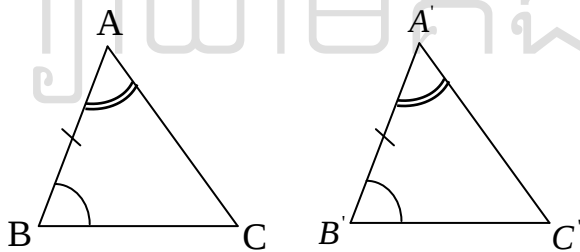
4. ករណីប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណសមញ្ញ

- ☼ សម្គាល់៖ រូបពីរប៉ុនគ្នាជារូបមាន៖
 $\begin{cases} - \text{រាងដូចគ្នា} \\ - \text{ទំហំប៉ុនគ្នា} \end{cases} \Rightarrow \text{ជារូបកើតឡើងពីការចម្លង(copy)គ្នាទៅវិញទៅមក ។}$

ក. ករណីទី១ (ម.ជ.ម)

- ☼ គេសម្គាល់ ទៅលើមានជ្រុងមួយ។
- ✎ ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា កាលណាវាមានជ្រុងមួយជាប់នឹងមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា។

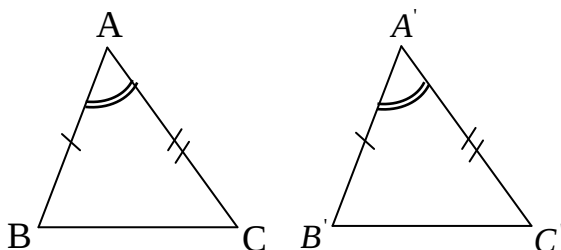
- ♠ បើ $\triangle ABC$ និង $\triangle A'B'C'$ មាន៖
 $AB = A'B'$, $\angle A = \angle A'$ និង $\angle B = \angle B'$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី១ (ម.ជ.ម)



ខ. ករណីទី២ (ជ.ម.ជ)

- ☼ គេសម្គាល់ ទៅលើមានជ្រុងពីរ។
- ✎ ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា កាលណាវាមានមុំមួយប៉ុនគ្នា អមដោយជ្រុងពីរប៉ុនរៀងគ្នា។

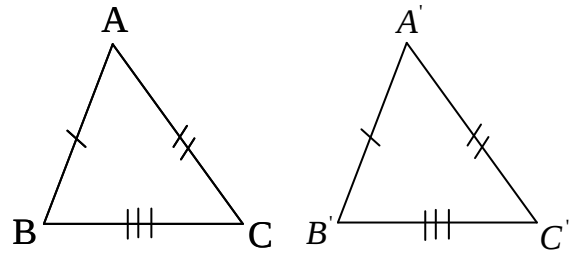
- ♠ បើ $\triangle ABC$ និង $\triangle A'B'C'$ មាន៖
 $AB = A'B'$, $\angle A = \angle A'$ និង $AC = A'C'$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី២ (ជ.ម.ជ)



គ. ករណីទី៣ (ជ.ជ.ជ)

- ☼ គេសម្គាល់ ទៅលើមានជ្រុងបី។
- ✎ ត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា កាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា។

- ♠ បើ $\triangle ABC$ និង $\triangle A'B'C'$ មាន៖
 $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ និង $AC = A'C'$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី៣ (ជ.ជ.ជ)



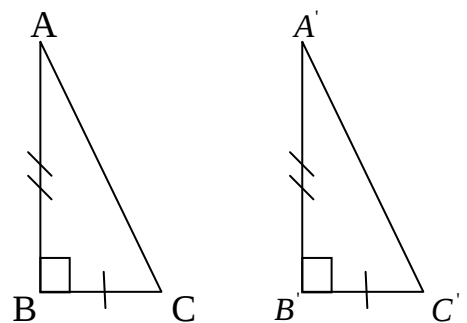
5. ករណីប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណកែង

ក. ករណីទី១ (ជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែង)

តាងដោយ(ជក.ជក)

- ✎ ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែងប៉ុនរៀងគ្នា។

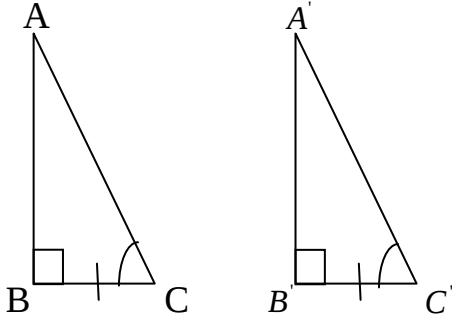
- ♠ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ B និង $\triangle A'B'C'$ កែងត្រង់ B'
 មាន $AB = A'B'$, $BC = B'C'$ ។
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី១ (ជ.ជ.ជ)



ខ. ករណីទី២ (ជ្រុងមួយនៃមុំកែងនិងមុំស្រួចមួយ) តាងដោយ(ជក.ម)

- ✎ ត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានជ្រុងមួយនៃមុំកែងគ្នា និងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា។

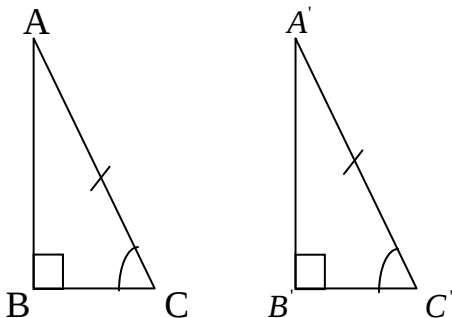
- ♣ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ B និង $\triangle A'B'C'$ កែងត្រង់ B'
 មាន $BC = B'C'$ និង $\angle C = \angle C'$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី២
 (ជ.ក.ម)



គ. ករណីទី៣ (អ៊ីប៉ូតេនុសនិង មុំស្រួចមួយ)
 តាងដោយ(អ.ម)

- ✎ ត្រីកោណកែងពីរមុំប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសមុំប៉ុនគ្នា និងមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា។

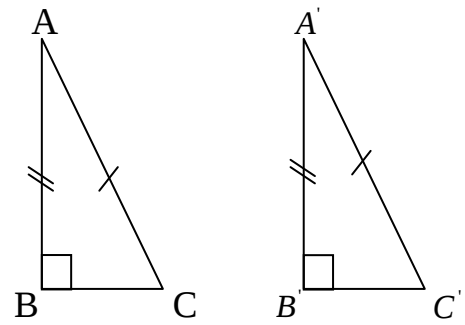
- ♣ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ B និង $\triangle A'B'C'$ កែងត្រង់ B'
 មាន $AC = A'C'$ និង $\angle C = \angle C'$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី៣
 (អ.ម)



ឃ. ករណីទី៤ (អ៊ីប៉ូតេនុសនិង ជ្រុងមុំកែងមួយ)
 តាងដោយ(អ.ម)

- ✎ ត្រីកោណកែងពីរមុំប៉ុនគ្នាកាលណាវាមានអ៊ីប៉ូតេនុសមុំប៉ុនគ្នា និងជ្រុងមុំកែងមួយប៉ុនគ្នា។

- ♣ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ B និង $\triangle A'B'C'$ កែងត្រង់ B'
 មាន $AC = A'C'$ និង $AB = A'B'$
 $\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ តាមករណីទី៤
 (អ.ជ)



6. ត្រីកោណដូចគ្នា

☼ សម្គាល់៖ រូបពីរដូចគ្នាជារូបមាន៖

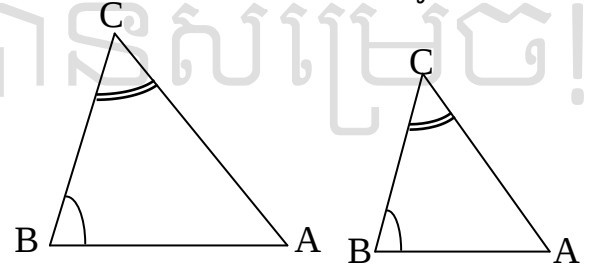
- $\left\{ \begin{array}{l} - \text{រាងដូចគ្នា} \\ - \text{ទំហំមិនប៉ុនគ្នា} \end{array} \right. \Rightarrow \text{ជារូបកើតឡើងពីការពង្រីក ឬបង្រួមគ្នាទៅវិញទៅមក។}$

ក. ករណីទី១ (ម.ម)

- ✎ ត្រីកោណពីរដូចគ្នាតាមករណីជំនួចទីមួយ
 កាលណាវាមានមុំពីរមុំប៉ុនគ្នា។

- ♣ បើ $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ តាមករណីជំនួចទី១(ម.ម)

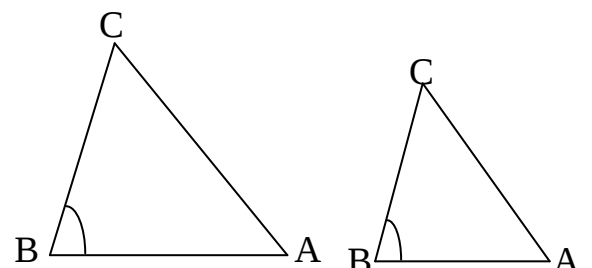


ខ. ករណីទី២ (ជ.ម.ជ)

- ✎ ត្រីកោណពីរដូចគ្នាតាមករណីជំនួចទីពីរ
 កាលណាវាមានមុំមួយប៉ុនគ្នាអមដោយជ្រុងពីរសមាមាត្ររៀងគ្នា។

- ♣ បើ $\angle B = \angle B'$ និង $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ តាមករណីជំនួចទី២(ជ.ម.ជ)

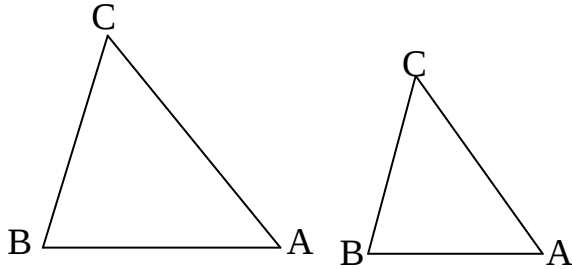


គ. ករណីទី៣ (ជ.ជ.ជ)

ត្រីកោណពីរដូចគ្នាតាមករណីជំនួចទីបី
កាលណាមាន ជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា។

♠ បើ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ តាមករណីជំនួចទី៣(ជ.ជ.ជ)



7. ករណីពិសេស

ត្រីកោណកែងពីរដែលមានមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នា
ជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ត្រីកោណកែងពីរដែលមានជ្រុងទាំងពីរនៃមុំ
កែងសមាមាត្រគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ត្រីកោណសម័ង្សពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា។

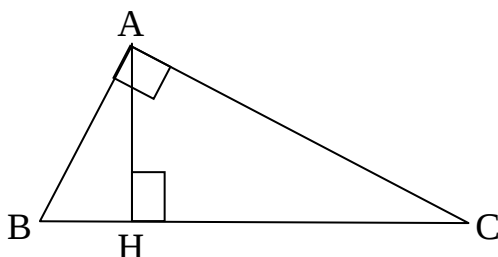
ត្រីកោណពីរ ដែលមានជ្រុងកែងរៀងគ្នា ឬ
ស្របរៀងគ្នា ជាត្រីកោណដូចគ្នា។

ត្រីកោណកែងពីរដែលមានអ៊ីប៉ូតេនុស និង ជ្រុង
នៃមុំកែងមួយសមាមាត្រគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា។

8. ទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

សម្គាល់៖ អនុវត្តន៍បានតែក្នុងត្រីកោណកែង។

ក. ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់កម្ពស់គូសចេញពី
កំពូលមុំកែង ជាមធ្យមធរណីមាត្រ រវាងអង្កត់
ដែលវាកំណត់នៅលើអ៊ីប៉ូតេនុស។

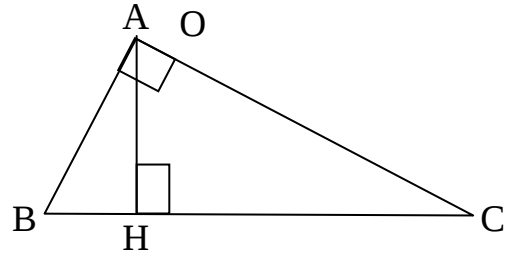


♥ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A គេបាន៖

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AHB \\ \sim \triangle CHA \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{BH}{AH}$$

$$\Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH$$

ខ. ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់ជ្រុងមុំកែងជា
មធ្យមធរណីមាត្ររវាងចំណោលកែងវានឹង
អ៊ីប៉ូតេនុស។



♥ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A គេបាន៖

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AHB \\ \sim \triangle CAB \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AH}{BC} = \frac{BH}{AB}$$

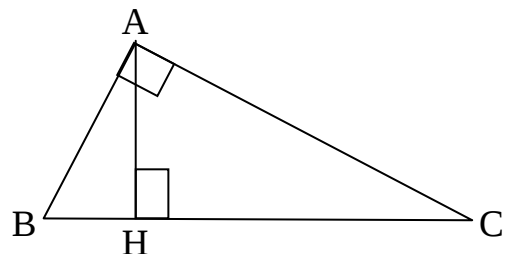
$$\Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

ម្យ៉ាងទៀត

$$\left. \begin{array}{l} \triangle HAC \\ \sim \triangle ABC \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC}$$

$$\Rightarrow AC^2 = CH \cdot BC$$

គ. ក្នុងត្រីកោណកែង ផលគុណរវាងរង្វាស់ជ្រុង
មុំកែងទាំងពីរស្មើនឹងផលគុណរវាងកម្ពស់និង
រង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុស។



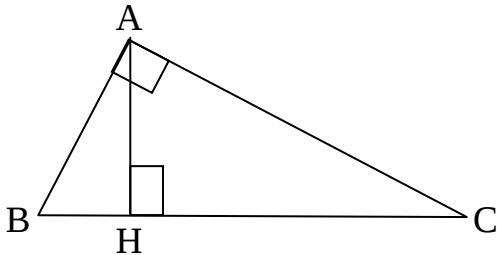
♥ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A គេបាន៖

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AHB \\ \sim \triangle CAB \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow AB \cdot AC = AH \cdot BC$$

ឃ. ទ្រឹស្តីបទពីតាក័រ

ក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកការ៉េនៃរង្វាស់ជ្រុងមុំកែង ស្មើនឹងការ៉េនៃអ៊ីប៉ូតេនុស។



♥ $\triangle ABC$ កែងត្រង់ A គេបាន៖

♥ តាមទ្រឹស្តីបទ (ខ)

$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$+ AC^2 = CH \cdot BC$$

$$AB^2 + AC^2 = BC(BH + CH)$$

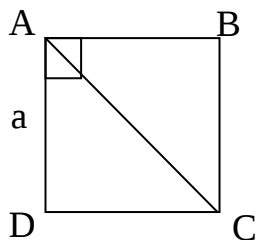
$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC \cdot BC$$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

9. អនុវត្តន៍ទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

អង្កត់ទ្រូងការេ

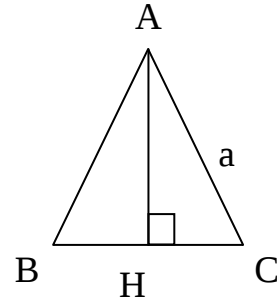
អង្កត់ទ្រូងការេ មានរង្វាស់ស្មើនឹងជ្រុងមុំកែង គុណនឹង $\sqrt{2}$ ។



$$\Rightarrow AC = a \cdot \sqrt{2}$$

កម្ពស់ត្រីកោណសម័ង្ស

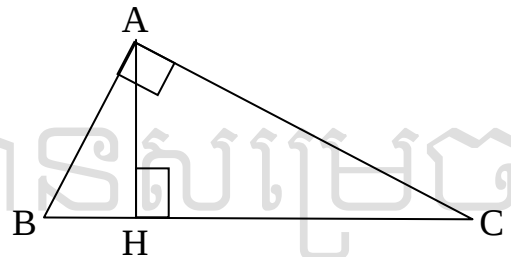
កម្ពស់ត្រីកោណសម័ង្សមានរង្វាស់ស្មើនឹង ផលគុណរវាងជ្រុងនិង $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។



$$\Rightarrow AH = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

កម្ពស់ត្រីកោណកែងដោយស្គាល់រង្វាស់ជ្រុងមុំកែង

កម្ពស់ត្រីកោណកែងមានរង្វាស់ស្មើនឹង ផលធៀបរវាងផលគុណជ្រុងមុំកែងនិង ឫសការ៉េនៃផលបូកការ៉េនៃជ្រុងមុំកែង។



$$\Rightarrow AH = \frac{b \cdot C}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

ធាតុសំខាន់ៗក្នុងត្រីកោណនិងចតុកោណ

ក. កម្ពស់៖

ជាអង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូលមកកែងនឹង ជ្រុងឈម។

ខ. មេដ្យាន៖

អង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូលមកកាត់តាម ចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងឈម។

គ. មេដ្យាទ័រ៖

បន្ទាត់ដែលមកកាត់តាមចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង មួយនៃត្រីកោណ។

ឃ. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ៖

- ✿ អង្កត់ដែលគូសចេញពីកំពូលមុំហើយចែកមុំជាពីរកំពស់

♣ ង. អរតូសង់

- ✿ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកម្ពស់ទាំងបីនៃត្រីកោណ។
 - ◆ បើត្រីកោណមានមុំស្រួចនោះអរតូសង់នៅខាងក្នុងត្រីកោណ។
 - ◆ បើត្រីកោណមានមុំទាលនោះអរតូសង់នៅខាងក្រៅត្រីកោណ។

♣ ច. ទីប្រជុំទម្ងន់

- ✿ ជាចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណ។

♣ ឆ. ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ

- ✿ ជាចំណុចប្រសព្វនៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណ។

- ✿ សម្គាល់៖ ពាក្យថាក្នុងបានមកពី កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង។

♣ ដ. ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ

- ✿ ជាចំណុចប្រសព្វនៃមេដ្យាទ័រទាំងបីនៃត្រីកោណ។

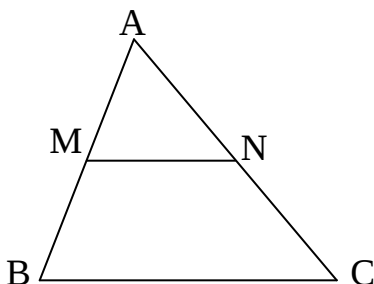
10. បាតមធ្យមនៃត្រីកោណ

- បាតមធ្យមជាអង្កត់ដែលកាត់តាមជ្រុងពីរនៃត្រីកោណហើយស្របនឹងជ្រុងទីបីនៃត្រីកោណ។
- បាតមធ្យមមានរង្វាស់ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលនឹងជ្រុងទីបី។^a

♥ បើ M, N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB, AC

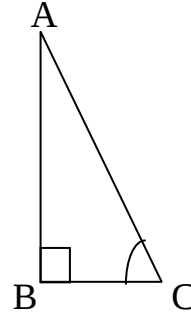
⇒ MN ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ABC ដែល៖

$$MN \parallel BC \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$$



11. ផលធៀបត្រីកោណមាត្រ

គេឲ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A គេបាន៖



✿ ស៊ីនុសមុំ C = $\frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}}$ ឬ (ឈមអ៊ី)

$$\Rightarrow \sin C = \frac{AB}{AC}$$

✿ កូស៊ីនុសមុំ C = $\frac{\text{ជ្រុងជាប់}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}}$ ឬ (ជាប់អ៊ី)

$$\Rightarrow \cos C = \frac{BC}{AC}$$

✿ តង់សង់មុំ C = $\frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{ជ្រុងជាប់}}$ ឬ (តោងឈមជាប់)

✿ $\Rightarrow \tan C = \frac{AB}{BC}$

✿ កូតង់សង់មុំ C = $\frac{\text{ជ្រុងជាប់}}{\text{ជ្រុងឈម}}$ ឬ (ចម្រាស់នៃតង់)

$$\Rightarrow \cot \angle C = \frac{BC}{AB}$$

12. ផ្ទៃក្រឡានៃរូបធរណីមាត្រ

ក. ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ

- ✿ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណស្មើនឹងបាតគុណកម្ពស់ចែកនឹង២។

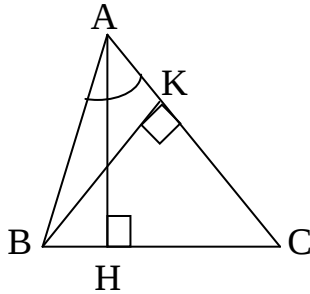
- ✿ ម្យ៉ាងទៀតផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណស្មើនឹងផលគុណរវាងជ្រុងដែលផ្គុំបានមុំ α មួយនឹងស៊ីនុសមុំ α នេះចែកនឹង២។

- ✿ ម្យ៉ាងទៀតតាមរូបមន្តលោក ហេរ៉ុង ស្គាល់រង្វាស់ជ្រុងទាំងបី

គេបាន៖ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណស្មើនឹង

ឬសកាដនៃមធ្យម បរិមាត្រ កត្តាឲ្យមធ្យម

បរិមាត្រជាករង្វាស់ជ្រុងទីមួយ កត្តាឲ្យមធ្យម
 បរិមាត្រជាករង្វាស់ជ្រុងទីពីរ កត្តាឲ្យមធ្យម
 បរិមាត្រជាករង្វាស់ជ្រុងទីបី ដែលមធ្យម
 បរិមាត្រស្មើនឹងកន្លះនៃផលបូកជ្រុងទាំងបី។



$$\bullet S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} BK \cdot AC$$

$$\Rightarrow AH \cdot BC = BK \cdot AC$$

♥ ដោយក្នុងត្រីកោណ ABK គេបាន៖

$$\sin A = \frac{BK}{AB} \Rightarrow BK = AB \cdot \sin A$$

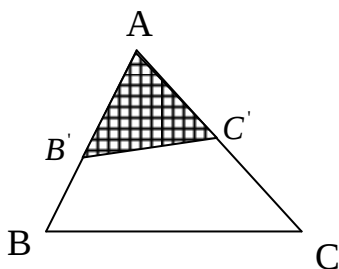
$$\bullet S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$$

♥ រូបមន្តហេរុង

$$\bullet S_{ABC} = \sqrt{P(P-AB)(P-AC)(P-BC)}$$

$$\text{ដែល } P = \frac{AB+AC+BC}{2}$$

ខ. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណពីរ
 គេឲ្យត្រីកោណ ABC ដែល B', C'
 ជាចំណុចពីរនៅលើជ្រុង AB និង AC



គេបាន៖

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{A'B'}{AB} \times \frac{A'C'}{AC}$$

ករណី $\triangle ABC$ ដូច $\triangle A'B'C'$ នោះ

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = \left(\frac{A'C'}{AC}\right)^2 = \left(\frac{B'C'}{BC}\right)^2$$

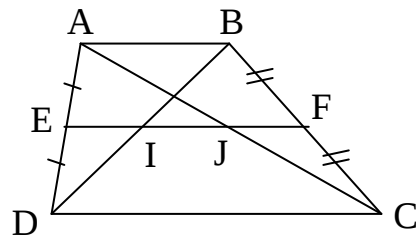
គ. ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណញាយ

គ.១. ចតុកោណញាយ

បាតមធ្យម៖

- ☞ ជាអង្កត់ដែលកាត់ពាក់កណ្តាលជ្រុងទ្រូងទាំងពីរ ហើយស្របនឹងបាតទាំងពីរ។
- ☞ មានរង្វាស់ពាក់កណ្តាលផលបូកបាតទាំងពីរ។

$$\text{គេបាន៖ បាតមធ្យម } EF = \frac{1}{2}(AB+CD)$$



☞ អង្កត់ភ្ជាប់ចំណុចកណ្តាលអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ៖

$$IJ = \frac{1}{2}(CD-AB)$$

☞ ផ្ទៃក្រឡា៖ $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH \cdot (AB+CD)$

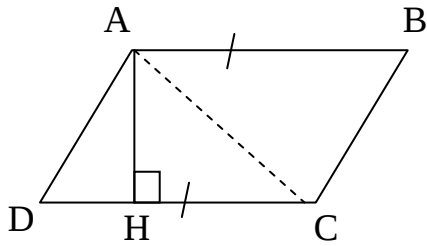
គ.២. ប្រលេឡូក្រាម៖

លក្ខណៈ ប្រលេឡូក្រាមមាន៖

- ☞ ជ្រុងឈមស្របគ្នា និង ស្មើគ្នាពីរៗ
- ☞ អង្កត់ទ្រូងកាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាល។

វិធីសាស្ត្រស្រាយបញ្ជាក់ថាចតុកោណមួយជាប្រលេឡូក្រាម៖

- ☞ ចតុកោណមានជ្រុងឈមពីរស្របគ្នា និង ស្មើគ្នា
- ☞ ចតុកោណមានអង្កត់ទ្រូងកាត់គ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាល
- ☞ ចតុកោណដែលមានជ្រុងឈមស្របគ្នា
- ☞ ផ្ទៃក្រឡា៖ មានរង្វាស់ស្មើនឹងផលគុណរវាងបាតនិងកម្ពស់។

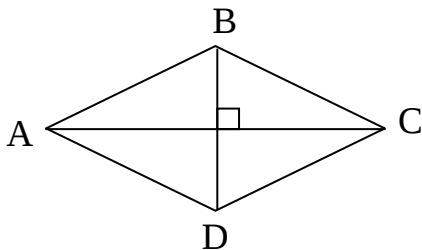


$S_{ABCD} = AH \cdot CD = AB \cdot BC \cdot \sin B$

គ.៣. ចតុកោណស្មើ

វិធីសាស្ត្រស្រាយបញ្ជាក់៖

- ☞ ចតុកោណមានជ្រុងស្មើគ្នា ជាចតុកោណស្មើ
- ☞ ប្រលេឡូក្រាមមានជ្រុងជាប់ស្មើគ្នាជាចតុកោណស្មើ
- ☞ ចតុកោណមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នាជាចតុកោណស្មើ
- ☞ ប្រលេឡូក្រាមមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលជាចតុកោណស្មើ។
- ☞ ផ្ទៃក្រឡាមានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះផលគុណរវាងអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ។

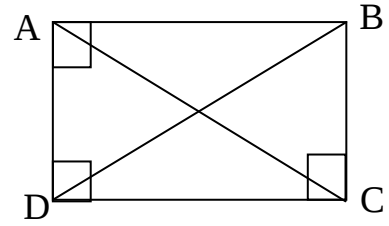


$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$

គ.៤. ចតុកោណកែង

វិធីសាស្ត្រស្រាយបញ្ជាក់៖

- ☞ ប្រលេឡូក្រាមមានមុំកែងមួយជាចតុកោណកែង
- ☞ ប្រលេឡូក្រាមមានអង្កត់ទ្រូងស្មើគ្នាជាចតុកោណកែង
- ☞ ចតុកោណមានមុំកែងបីជាចតុកោណកែង



☞ ផ្ទៃក្រឡាមានរង្វាស់ផលគុណរវាងបណ្តោយនិងទទឹង។

$S_{ABCD} = AB \cdot AD$

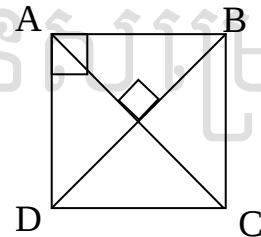
☞ បរិមាត្រមានរង្វាស់ស្មើនឹង២ដងនៃផលបូករវាងបណ្តោយនិងទទឹង។

$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD)$

គ.៥. ការេ

វិធីសាស្ត្រស្រាយបញ្ជាក់៖

- ☞ ចតុកោណកែងមានជ្រុងជាប់ស្មើគ្នា (ប៉ុនគ្នា) ជាការេ
- ☞ ចតុកោណកែងមានអង្កត់ទ្រូងកែងគ្នាជាការេ



☞ បរិមាត្រមានរង្វាស់ស្មើនឹង៤ដងនៃប្រវែងជ្រុង

$P_{ABCD} = 4 \cdot AB$

☞ ផ្ទៃក្រឡាមានរង្វាស់ស្មើនឹងការេនៃប្រវែងជ្រុង

$S_{ABCD} = AB^2$

☞ អង្កត់ទ្រូងមានរង្វាស់ ផលគុណប្រវែងជ្រុងនឹងបួសការេ។

$AC = AB\sqrt{2}$

13. រង្វង់

ក.និយមន័យ

រង្វង់ជាសំនុំចំណុចជាច្រើនដែលប៊ិចនៅស្មើចម្ងាយទៅចំណុចនឹងមួយ។

☞ បើគេឲ្យចំណុច O និង $R > 0$ ។

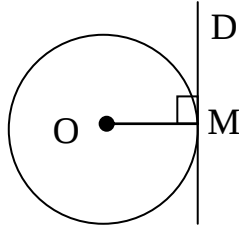
សំនុំចំណុច M ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $OM = R$

ជារង្វង់។

ខ. បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់៖

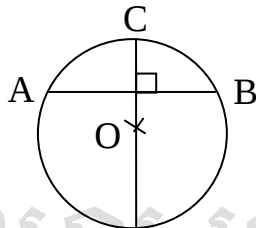
ឆ បើ $OM \perp D$ និង M ស្ថិតនៅលើ O

$\Rightarrow D$ ប៉ះរង្វង់ O ត្រង់ M ។



គ. អង្កត់ផ្ចិតឬកាំនៃរង្វង់មួយកែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ និងជួបប៉ុនគ្នា៖

$AB \perp OC \Rightarrow AI = IB$ និង $\cup AC = \cup CB$



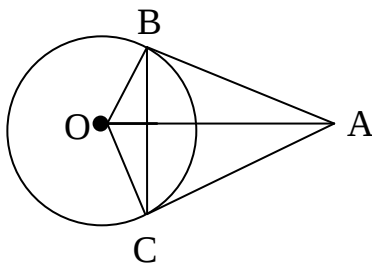
AB, AC ប៉ះរង្វង់ O

A ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AB និង AC

$\Rightarrow AB = AC$ ហើយ OA កន្លះបន្ទាត់ពុះ

$\angle BAC$ និង $\angle BOC$ និង OA ជាមេដ្យាទ័រនៃ

CB ។



ឃ. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់៖

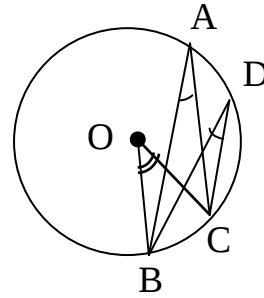
$\angle BAC, \angle BDC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្តាប់ធ្នូរួម

$\cup BC$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle BDC = \frac{\cup BC}{2}$

និង $\angle BOC$ មុំផ្ចិតស្តាប់ធ្នូ $\cup BC$

$\Rightarrow \angle BOC = \cup BC$ ឬ $\angle BOC = 2\angle BAC$



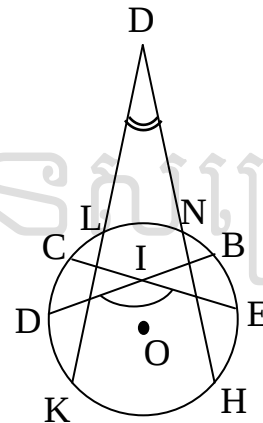
ង. មុំក្នុងនិងក្រៅរង្វង់៖

$\angle DIE$ ជាមុំក្នុងរង្វង់

$\Rightarrow \angle DIE = \frac{1}{2}(\cup CB + \cup DE)$

$\angle KMH$ ជាមុំក្រៅរង្វង់

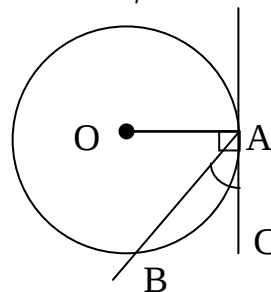
$\Rightarrow \angle KMH = \frac{1}{2}(\cup KH - \cup LN)$



ច. មុំពិសេស៖

AC ប៉ះរង្វង់ត្រង់ A

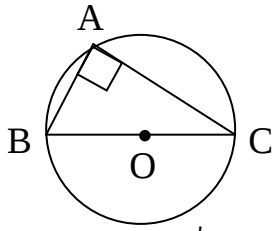
$\Rightarrow \angle BAC$ ជាមុំពិសេសដែល $\angle BAC = \frac{\cup AB}{2}$



ឆ. មុំចារឹកកន្លះរង្វង់៖

$\angle BAC$ ស្តាប់ធ្នូ $\cup BC$ ដែល BC ជាអង្កត់ផ្ចិត

$\Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$



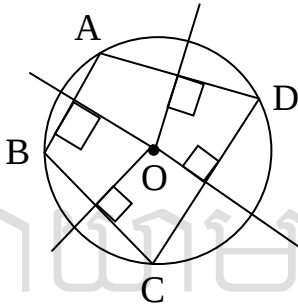
ដ.ចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ឬ រង្វង់ចារឹកក្រៅ ចតុកោណ៖

ចតុកោណ ABCD មានផលបូកមុំឈម

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

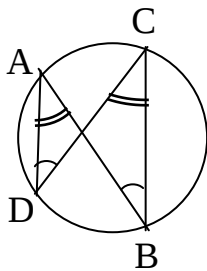
នាំឲ្យចតុកោណ ABCD

ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិតជាចំណុចប្រសព្វមេដ្យាទ័រនៃជ្រុងទាំងបួន។



ឈ.ចតុកោណខ្វែង៖

ចតុកោណខ្វែង ABCD ដែលមាន $\angle A = \angle C$ ហើយ $\angle B = \angle D$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់។

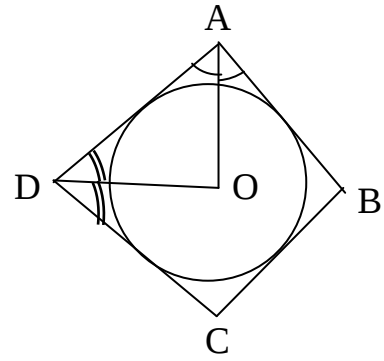


ញ.ចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់៖

ចតុកោណ ABCD មានផលបូកជ្រុងឈម

$$AB + CD = AD + BC \text{ ជាចតុកោណ}$$

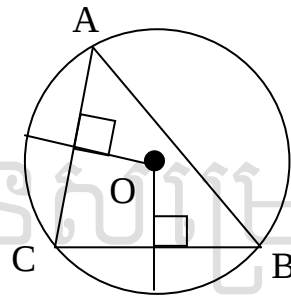
ចារឹកក្រៅរង្វង់ផ្ចិត O ។



ដ.ត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ឬរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ៖

O ជាចំណុចកណ្តាលរវាងមេដ្យាទ័រនៃជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC

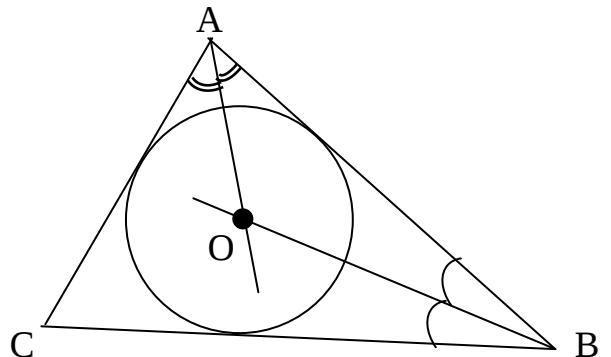
នាំឲ្យ O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC



ប.រង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ៖

O ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះទាំងបីនៃមុំក្នុងត្រីកោណ ABC

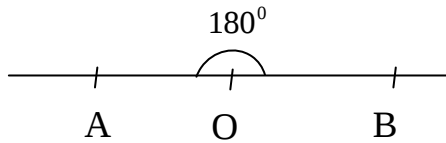
នាំឲ្យ O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC



៦. របៀបបង្ហាញចំណុចត្រង់គ្នា

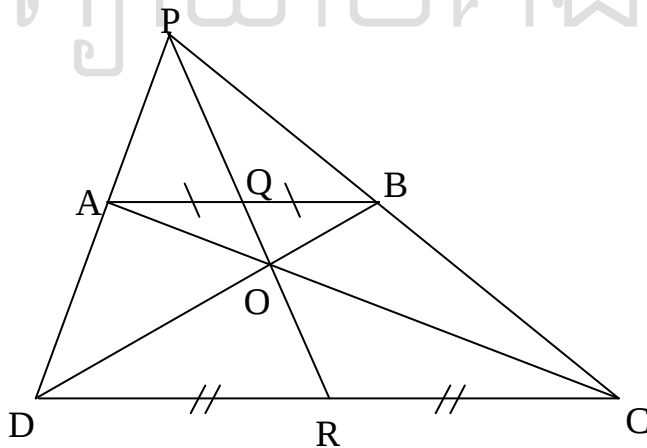
1. មុំរាប

បើយើងឃើញ $\angle AOB = 180^\circ$ នោះចំណុច A, O, B ត្រង់គ្នា។



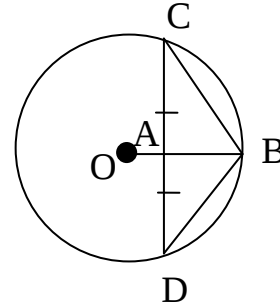
2. អង្កត់ទ្រូងចតុកោណញាយ៖

បើដឹងថា អង្កត់ទ្រូង $AC \cap BD = O$
នាំឲ្យ A, O, C ឬ ចំណុច B, O, D ត្រង់គ្នា។
ម្យ៉ាងទៀត យើងឧបមាថា $AD \cap BC = P$
 Q ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB , R ជាចំណុច
កណ្តាលនៃ DC
នាំឲ្យចំណុច P, Q, O, R ត្រង់គ្នា។



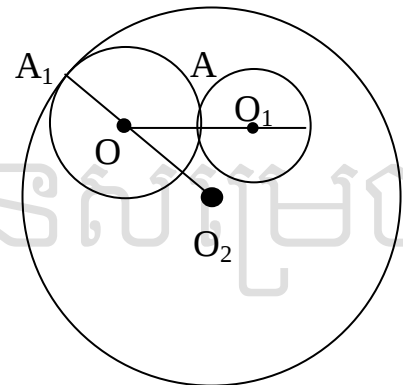
3. មេដ្យាទ័របស់ជួនៃរង្វង់៖

បើយើងរកឃើញថា OA ជាមេដ្យាទ័រនៃ CD
នាំឲ្យ $AC = AD$ ហើយ B ជាចំណុច
កណ្តាលនៃ $\cup CD$
នាំឲ្យចំណុច O, A, B ត្រង់គ្នា។



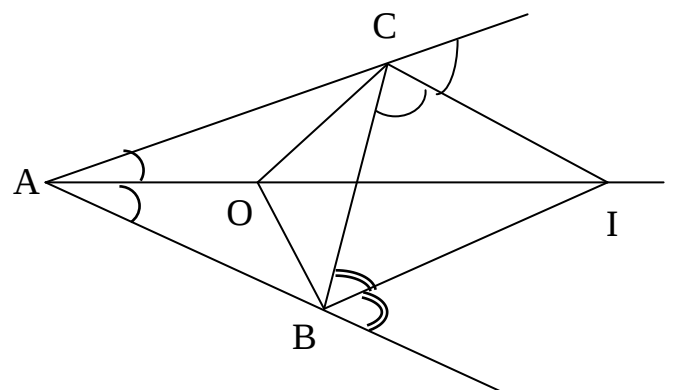
4. រង្វង់ពីរប៉ះគ្នា៖

☞ រង្វង់ពីរ O និង O_1 ប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ A
នាំឲ្យចំណុច O, A, O_1 ត្រង់គ្នា។
☞ រង្វង់ពីរ O និង O_2 ប៉ះគ្នាខាងក្នុងត្រង់ A_1
នាំឲ្យចំណុច O, O_2, A_1 ត្រង់គ្នា។



5. បន្ទាត់ពុះមុះក្នុង និង មុំក្រៅនៃត្រីកោណ៖

ក្នុងត្រីកោណមួយ បើយើងដឹងថា O ជាចំណុច
ប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង និង I ជា
ចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅ
នាំឲ្យចំណុច A, O, I ត្រង់គ្នា។



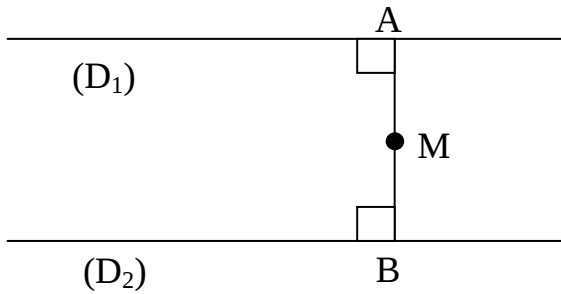
6. ចំណោលកែងនៃបន្ទាត់ស្របពីរ៖

បើយើងរកឃើញថា M នៅចន្លោះបន្ទាត់

ស្របពីរ D_1 និង D_2 ហើយ

$$MA \perp D_1, MB \perp D_2$$

នាំឲ្យចំណុច A, M, B ត្រូវគ្នា។

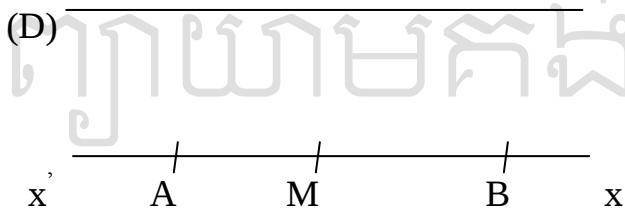


7. ចំណុចនៅលើបន្ទាត់ស្រប៖

បើយើងឃើញចំណុច A, M, B នៅលើ xx'

ហើយ $xx' \parallel D$

នាំឲ្យចំណុច A, M, B ត្រូវគ្នា។

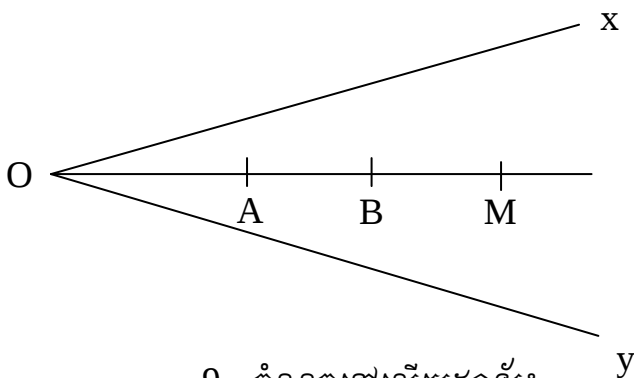


8. ចំណុចនៅលើកន្លះបន្ទាត់ពុះ៖

បើយើងរកឃើញចំណុច A, M, B

នៅលើបន្ទាត់ពុះ $\angle xoy$ តែមួយ

នាំឲ្យចំណុច A, M, B ត្រូវគ្នា។

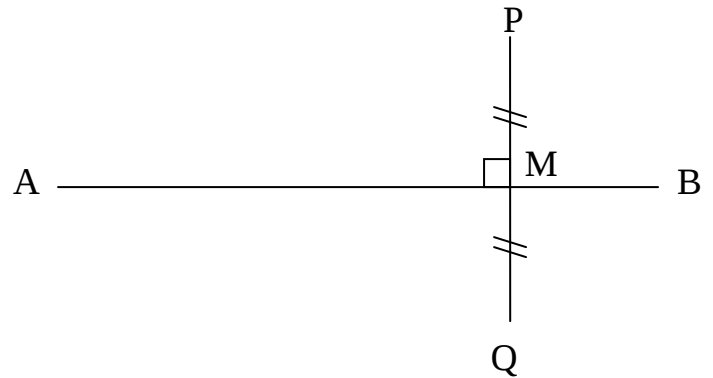


9. ចំណុចនៅលើមេដ្យាទ័រ៖

បើយើងរកឃើញថាចំណុច A, M, B

នៅលើមេដ្យាទ័រ នៃ PQ ដូចគ្នា

នាំឲ្យចំណុច A, M, B ត្រូវគ្នា។



10. ចំណុចនៅលើជ្រុងមុំទល់កំពូល៖

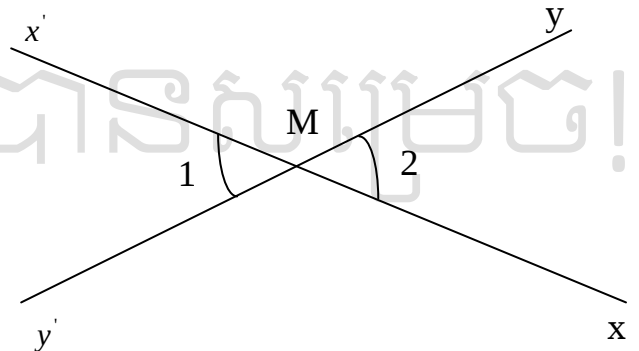
បើយើងរកឃើញថា៖

$X'X \cap Y'Y = M$ បង្កើតជាមុំទល់កំពូលប៉ុនគ្នា

$$\angle M_1 = \angle M_2$$

ចំណុច X', M, X ឬ ចំណុច Y', M, Y

ត្រូវគ្នា។



បំ របៀបរកសំណុំចំណុច

☞ កំណត់សម្គាល់៖

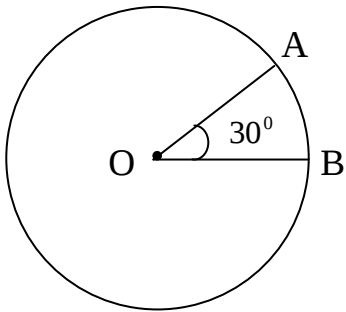
- ពាក្យថា “នឹង” មានន័យថាមិនប្តូរទំហំ។
- ពាក្យថា “ថេរ” មានន័យថាអាចប្តូរទីតាំង តែមិនប្តូរទំហំ។
- ពាក្យថា “អថេរ” មានន័យថាមិននៅនឹង វាវត់ ចុះរត់ឡើង ពោលគឺប្តូរទីតាំង និង ប្តូរទំហំ។

ឧទាហរណ៍៖ គេមានរង្វង់ C(O,R) និង

$$\angle AOB = 30^\circ$$

កាលណាគេបង្វិលមុំ $\angle AOB$ ជុំវិញ O គេបាន៖

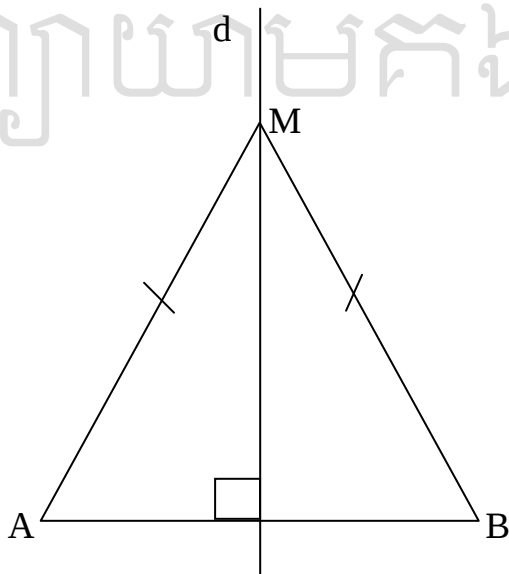
ចំណុច O នឹង
 $\angle AOB$ ថេរ
 ចំណុច A, B អថេរ



1. មេដ្យាទីវ៖

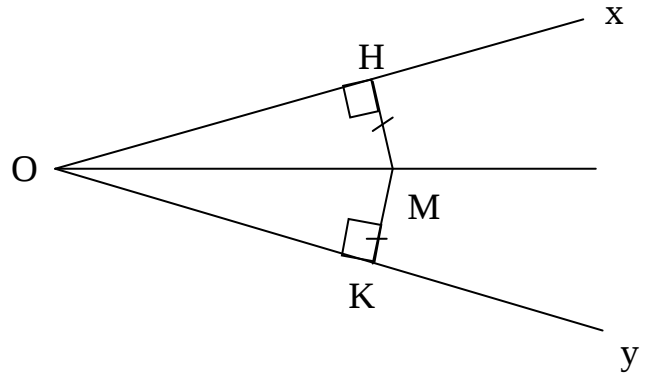
$$\left. \begin{array}{l} \text{បើ } AB \text{ នឹង} \\ AM = BM \end{array} \right| \Rightarrow$$

សំណុំចំណុច M រត់លើ d ជាមេដ្យាទីវនៃ AB ។



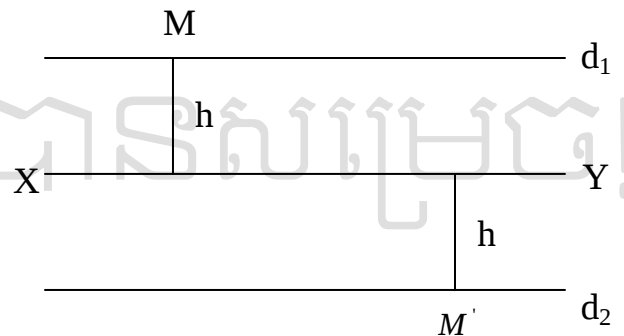
2. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ៖

$\angle XOY$ ថេរ
 $MH \perp OX, MK \perp OY$
 ចម្ងាយ $MH = MK$
 សំណុំចំណុច M រត់លើកន្លះបន្ទាត់ OM
 គេបាន៖ OM ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle XOY$ ។



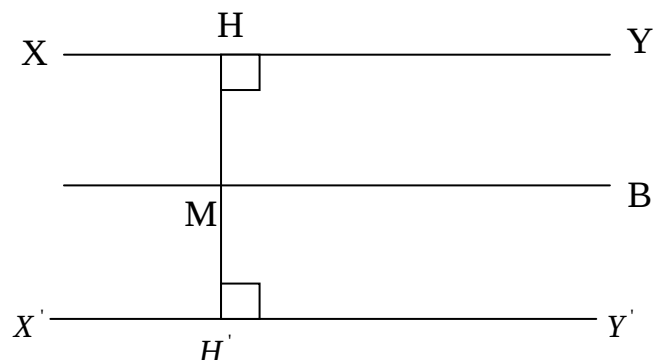
3. បន្ទាត់ស្របទៅនឹងបន្ទាត់មួយ៖

XY នឹង
 ចម្ងាយពី M ទៅ XY ថេរ
 $MH = h$
 សំណុំចំណុច M រត់នៅលើបន្ទាត់ d_1 ស្របទៅ
 នឹង XY ។



4. បន្ទាត់ស្របស្មើចម្ងាយទៅនឹងបន្ទាត់ពីរ៖

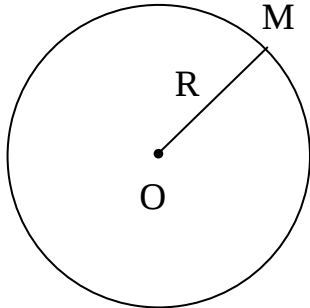
$XY \parallel X'Y'$
 $MH \perp XY$
 $MH' \perp X'Y'$
 M ចល័តដែលចម្ងាយ
 $MH = MH' = L$
 M រត់នៅលើ $d \parallel XY \parallel X'Y'$ ។



5. រង្វង់ផ្ចិត៖

$$\left. \begin{array}{l} O \text{ នឹង} \\ OM = R \text{ ថេរ} \\ M \text{ ចល័ត} \end{array} \right| \Rightarrow$$

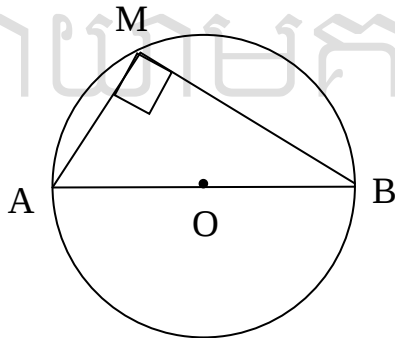
សំណុំចំណុច M រត់នៅលើរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R



6. រង្វង់អង្កត់ផ្ចិត AB៖

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ នឹង} \\ \angle AMB = 90^\circ \\ M \text{ ចល័ត} \end{array} \right| \Rightarrow$$

សំណុំចំណុច M រត់នៅលើរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត AB



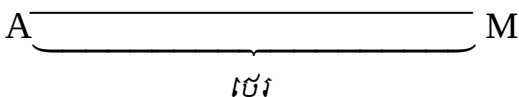
7. ធ្នូកាប៉ាប៖

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ នឹង} \\ \angle AMB = \alpha \neq 90^\circ \\ M \text{ ចល័ត} \end{array} \right| \Rightarrow$$

សំណុំចំណុច M រត់នៅលើធ្នូកាប៉ាប៖ $\cup AMB$

ចំណុចនឹង

$$\left. \begin{array}{l} M \text{ នឹង} \\ AM \text{ ថេរ} \end{array} \right| \Rightarrow A \text{ ជាចំណុចនឹង}$$



៦ សំណង់ធរណីមាត្រ

ដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់មួយដោយប្រើវិធីសង្ខេប គេអនុវត្តដូចខាងក្រោម៖

1) វិភាគ៖

ឧបមាថាសង់បានរូបដែលត្រូវរករួចហើយ នោះគេវិភាគបណ្តាលក្នុងៈធរណីមាត្រ ដើម្បីកំណត់លក្ខណៈដែលត្រូវសង្ខេប៖

ក.ប្រើចំណុចមួយ៖

- ❁ ពិនិត្យចំណុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ពីរដែលបានស្គាល់រួចហើយ
- ❁ ចំណុចចែកអង្កត់មួយតាមផលធៀបមួយដែលបានឲ្យ
- ❁ ពិនិត្យចំណោលកែងនៃចំណុចមួយលើបន្ទាត់មួយ

ខ.ប្រើបន្ទាត់មួយ៖

- ❁ បន្ទាត់មួយតាមពីរចំណុចដែលបានស្គាល់
- ❁ បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយនិងស្រប (ឬកែង)ជាមួយបន្ទាត់ស្គាល់មួយ
- ❁ បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយនិងផ្គុំជាមួយបន្ទាត់ដែលស្គាល់បានមុំមួយដែលបានឲ្យពីមុន។
- ❁ ប្រើលក្ខណៈកម្ពស់ បន្ទាត់ពុះមុំ មេដ្យាន មេដ្យាទ័រ នៃត្រីកោណមួយ។

គ.ប្រើរង្វង់មួយ៖

- ❁ កំណត់ផ្ចិតនិងកាំ
- ❁ កំណត់អង្កត់ផ្ចិត
- ❁ ផ្ទេររង្វង់លើអង្កត់និងក្រោមមុំដែលបានឲ្យពីមុន

2) សង្ខេប៖

☸ ដោយប្រើលទ្ធផលនៃផ្នែកវិភាគគេស្រាយបញ្ជាក់ថាវិធីសង្ខេបនោះផ្សេងផ្ទាត់គ្រប់សំណើរនៃលំហាត់។

3) ពិភាក្សា៖

☸ សិក្សាលើចម្លើយលំហាត់មានប៉ុន្មានចម្លើយ ឬគ្មានចម្លើយ។

ពាក់មួកសុវត្ថិភាពគឺស្រឡាញ់
ជីវិតខ្លួនឯងនិងអ្នកដទៃ!
ការពង្សាបំបាត់គឺបើកបរមានសុវត្ថិភាព!
**មនុស្សគ្រប់រូបត្រូវមាន
វិន័យ សីលធម៌
អធ្យាស្រ័យគ្នា
ទើបនាំយុទ្ធនាកិត្តិយសនិង
សេចក្តីថ្លៃថ្នូរបាន!**

ចូរគេចឲ្យឆ្ងាយពីគ្រឿងញៀន!

មិនត្រូវសាកល្បងគ្រឿងញៀន
ដូចជា ស្រា ចារី យ៉ាម៉ា អាភៀន
កញ្ឆា ជាដើម។

ចូរថាទេចំពោះគ្រឿងញៀន!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០២ មេសា ២០១២
វិញ្ញាសាទី១៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០២ - ០៤ - ២០១២
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាផលបូក៖

១. $A = \frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \dots + \frac{1}{(a+2011)(a+2012)} \quad (a \neq 0)$

២. $B = 2011(2012^9 + 2012^8 + 2012^7 + \dots + 2012^2 + 2013 + 1) + 1$

II. (១០ពិន្ទុ) ១. ចូររកតម្លៃនៃឫសការេ $\sqrt{2012 + 2011\sqrt{2012 + 2011\sqrt{2012 + 2011\sqrt{\dots}}}}$

២. M និង N ជាពីរចំនួននៃឫសការេប្រាកដតូចជាង ១០០ ។ បើ $M - N = 27$

ចូររកតម្លៃនៃ $\sqrt{M} + \sqrt{N}$

III. (១០ពិន្ទុ) ចូរប្រៀបធៀបពីរចំនួនខាងក្រោម៖

១. $A = 2013^4$ និង $B = 2010 \times 2012 \times 2014 \times 2016$

២. $P = 2^{30} + 3^{30} + 4^{30}$ និង $Q = 3 \times 24^{10}$ ។

IV. (១០ពិន្ទុ) ហាងលក់សម្ភារកីឡាមួយបានធ្វើកម្មវិធីលក់ពិសេសដូចតទៅ៖ រាល់អតិថិជនទី២៥ ត្រូវទទួលបានរង្វាន់បាល់មួយ និងរាល់អតិថិជនទី៣៥ ត្រូវទទួលបានរង្វាន់អាវយឺតមួយ។ រីឯអតិថិជនទី១ ដែលបានទទួលរង្វាន់ទាំងបាល់និងអាវយឺត។

១. តើមានអតិថិជនចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលបានចូលទិញក្នុងហាងនេះមុនរឺ?

២. ដាវាជាអតិថិជនដែលទទួលបានរង្វាន់មួយមុនរឺ? ហើយបន្ទាប់មកគឺរឺ?

តើដាវាជាអតិថិជនទីប៉ុន្មាន ? ហើយទទួលបានរង្វាន់អ្វី?

V. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងការស្រាវជ្រាវទៅលើសិស្សចំនួន ៨០០០នាក់ បានឲ្យដឹងថា សិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យាមានចំនួនស្មើនឹងបីដងចំនួនសិស្ស ដែលបានចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងមានសិស្ស ៤៨ នាក់ចូលចិត្តរៀនទាំងពីរមុខវិជ្ជា។

ចូររកចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និងចំនួនសិស្សដែលចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា។

VI. (១០ពិន្ទុ) ខួបកំណើតលើកទី n របស់ដាវីដ នឹងប្រព្រឹត្តទៅនៅឆ្នាំ n^2 នៃសតវត្សទី២១ នេះ។

តើខួបកំណើតលើកទី ៣២ របស់ដាវីដធ្វើនៅឆ្នាំណា?

VII. (២០ពិន្ទុ) ABCD ជាចតុកោណកែងមួយដែល $AB = a$ និង $AD = b$, E ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើជ្រុង CD ។ ត្រីកោណ AED មានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $\frac{1}{5}$ នៃផ្ទៃក្រឡាចតុកោណប៉ោង ABCE ។ ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ DE ឲ្យជាប់ទាក់ទងនឹង a ។

VIII. (២០ពិន្ទុ) PQRS ជាចតុកោណប៉ោងដែលមានចំណុច A, B, C និង D ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នា នៃអង្កត់ PQ, QR, RS និង SP ហើយ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ CD និង H ជាចំណុចមួយនៅលើអង្កត់ AM ដែល $HC = BC$ ។
បង្ហាញថា $\angle BHM = 90^\circ$ ។

ព្យាយាមកំចាត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០២ មេសា ២០១២
វិញ្ញាសាទី២៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៤ - ០៤ - ២០១២
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ) ១. គេឲ្យ $x = \sqrt{3+\sqrt{5}}$, $y = \sqrt{3-\sqrt{5}}$ គណនា $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ ។

២. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ និង $\sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ ចំពោះ $n \geq 1$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ១. រកសំណុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានទាំងអស់ (x, y, z) ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1, \quad x \leq y \leq z$$

២. រកគ្រប់សំណុំចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោម៖

$$\begin{cases} 3x + 8y - z = 27 \\ 6x - 3y + z = 33 \end{cases}$$

III. (១៥ពិន្ទុ) ១. គេឲ្យ $x = \frac{1}{2}(3^{\frac{1}{n}} - 3^{-\frac{1}{3}})$ គណនាកន្សោម $(x + \sqrt{1+x})^n$ ។

២. គេមាន $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = 3$ គណនាកន្សោម $P = \frac{x^2 + x^{-2}}{x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}}$ ។

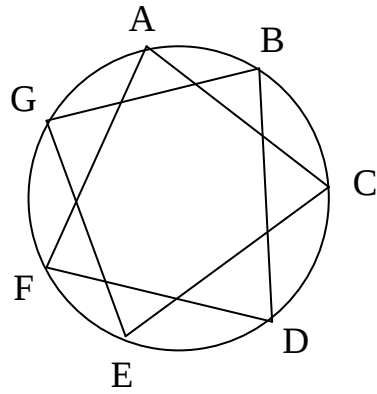
IV. (១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ និងវិសមីការខាងក្រោម៖

១. $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{5}$

២. $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} > x-2$

V. (១០ពិន្ទុ) កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ $y = mx$ ប្រសព្វនឹងអនុគមន៍ $y = |x-1| - |x-2|$ ត្រង់បីចំណុច ។

VI. (១០ពិន្ទុ) តាមរូបខាងក្រោម គណនា ផលបូកមុំ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G$ ។



VII. (២០ពិន្ទុ) ចតុកោណ ABCD ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។
បង្ហាញថា $AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC$ ។

ព្យាយាមកំចាត់សម្រេច!

ការប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែក៖ អក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១១
វិញ្ញាសា ៖ វប្បធម៌ទូទៅ ថ្នាក់ទី៩
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងការដោះស្រាយទំនាស់អាចមានស្ថានភាពបី កើតឡើងគឺ ស្ថានភាព ឈ្នះ-បាញ់ ស្ថានភាពឈ្នះ-ឈ្នះ និងស្ថានភាព បាញ់-ឈ្នះ ។
1. ចូរបង្ហាញពីលក្ខណៈនៃស្ថានភាពនីមួយៗ។
 2. ក្នុងស្ថានភាពនីមួយៗ តើភាគីទំនាស់មានអារម្មណ៍ដូចម្តេចខ្លះ?
- II. (៣០ពិន្ទុ) តើគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍អាចបណ្តាលមកពីកត្តាអ្វីខ្លះ? ចូររៀបរាប់និងពន្យល់?
- III. (៤០ពិន្ទុ) តើវត្តអារាមមានតួនាទីដូចម្តេចខ្លះចំពោះសហគមន៍?

ព្យាយាមកំចាត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១១
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០១១
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ)

1. គេមានបន្ទះលោហៈមួយសន្លឹកដែលមានកំរាស់ 3mm ហើយមានទម្ងន់ 264kg ។
ចូររកផ្ទៃក្រឡាបន្ទះលោហៈនេះគិតជា m^2 ដោយដឹងថាម៉ាសមាឌនៃលោហៈគឺ $8\text{kg} / \text{dm}^3$ ។
2. គេមានចំនួនគត់តាង $91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98$ និង 99 ។
ចូរដាក់ចំនួនគត់ខាងលើក្នុងការតូចៗនៃរូបខាងស្តាំដៃឆ្វេរយ៉ាងណាឲ្យ បាន ផលបូកជួរដេក នីមួយៗ ស្មើនឹងផលបូកជួរឈរនីមួយៗ ស្មើនឹងផលបូកអង្កត់ទ្រូងនីមួយៗ ស្មើនឹង 285 ។
(សម្គាល់ ៖ ចំនួននីមួយៗប្រើបានតែម្តង)

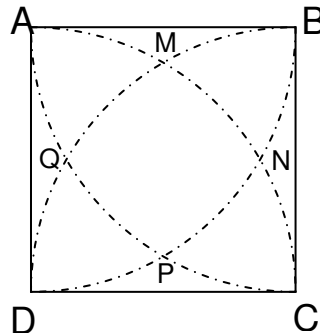
II. (២០ពិន្ទុ)

1. ចូរគណនាកន្សោម $D = (243)^{0.2} + (81)^{0.25} + (4)^{0.50} - (16)^{0.75}$ ។
2. x_1 និង x_2 ជាឫសនៃសមីការ ៖ $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m = 0$ ។
ចូរបង្ហាញថា $x_1 - x_2$ ជាចំនួនថេរ ។
3. ចូររកតម្លៃ m ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការ ៖ $\begin{cases} 3x + 7y = m \\ 2x + 5y = 20 \end{cases}$ មានគូបម្លើយវិជ្ជមាន។

- III. (១៥ពិន្ទុ) ក្រុមសាមគ្គីមួយមានដីស្រែពីរកន្លែងមានរាងជាការេដូចគ្នាដែលមានផ្ទៃក្រឡាខុសគ្នា 75 m^2 ហើយផលបូកបរិមាត្រដីស្រែទាំងពីរកន្លែងមានរង្វាស់ ស្មើនឹង 100 m ។
ចូរគណនាផលស្រូវតាមកន្លែងនីមួយៗ ដោយដឹងថាស្រែទាំងពីរកន្លែងទទួលបានផលបាន $0.35\text{kg} / \text{m}^2$ ។

- IV. (១៥ពិន្ទុ) ចូររកគូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប (x, y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ ៖ $x^2 - 249xy - 250y^2 = 6033$ ។

- V. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យកាតព្វកិច្ច $ABCD$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើ a ។ នៅក្នុងកាតព្វកិច្ចនេះសង់មួយកាតបួននៃរង្វង់
ដែលកាតមានរង្វាស់ស្មើ a ហើយផ្ចិតរបស់វាជាកំពូលទាំងបួនរបស់កាតព្វកិច្ច $ABCD$ ។
ចូរគណនាបរិមាត្ររូបផ្កាក្រាល $AMBNCPDQA$ ដែលសង់បាននេះ។ (ដូចរូប)



- VI. (២០ពិន្ទុ) អង្កត់ទ្រូងកាតព្វកិច្ចនៃចតុកោណកែវ $ABCD$ ចែកចតុកោណកែវជាត្រីកោណ 4 ។ s_1 និង s_2
ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយជាបាតរបស់ចតុកោណកែវ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡា s នៃ
ចតុកោណកែវអនុគមន៍ទៅនឹង s_1 និង s_2 ។

ព្យាយាមកំណត់ចំណុចសម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១១
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៣ - ០៤ - ២០១១
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (២០ពិន្ទុ)

1. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$ ។

2. ចូរដោះស្រាយសមីការ៖ $\frac{x-4}{2008} + \frac{x-3}{2009} - \frac{x-2}{2010} - \frac{x-1}{2011} = 0$ ។

3. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{6} \\ x - y = 5 \end{cases}$$
 ចំពោះ $x > y > 0$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ចូររកចំនួនមួយដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ ៖ $\overline{abca}$ ដោយដឹងថា $\overline{abca} = (5c+1)^2$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យកន្សោម $M = x^2 + y^2 + 2z^2 + t^2$ ចំពោះ x, y, z និង t ដោយដឹងថា $x^2 - y^2 + t^2 = 21$ និង $x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 101$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) a, b និង c ជារង្វាស់ជ្រុងរបស់ត្រីកោណ។

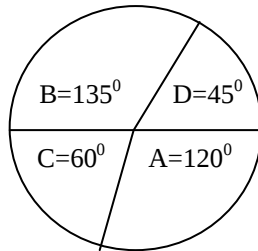
ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $3(ab+bc+ac) \leq (a+b+c)^2 < 4(ab+bc+ac)$ ។

V. ការេមួយជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើ 1 ឯកតាប្រវែង។ តាមចំណុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូងការេ គេគូសបន្ទាត់ចល័តមួយ។ ចូរគណនាផលបូកការេនៃចម្ងាយពីកំពូលទាំង 4 របស់ការេទៅបន្ទាត់ចល័ត។

VI. គេឲ្យត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល A មានផ្ទៃក្រឡាស្មើ S ។ MN ជាបាតមធ្យមត្រូវនឹងបាត BC ហើយ O ជាចំណុចប្រសព្វនៃ MN នឹងកំពូលគូសចេញពីកំពូល A ។ គេបន្ទាយ $[CO]$ កាត់ AB ត្រង់ D និងបន្ទាយ $[BO]$ កាត់ AC ត្រង់ E ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ADOE$ អនុគមន៍ទៅ នឹង S ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) គេបានសាកសួរសិស្សមកប្រឡងសិស្សពូកែចំនួន 240 នាក់ អំពីមធ្យោបាយធ្វើដំណើរមកកាន់ រាជធានីភ្នំពេញ។ មធ្យោបាយធ្វើដំណើរទាំងនោះរួមមាន A: រថយន្តក្រុង B: រថយន្តតាក់ស៊ី C: រថយន្តផ្ទាល់ខ្លួន និង D: ទោចក្រយានយន្ត។ ក្រាផ្ចិតនេះបង្ហាញអំពីលទ្ធផលនៃការសាកសួរ (ដូចរូប) ។ រកចំនួនសិស្សធ្វើដំណើរតាមមធ្យោបាយនីមួយៗ។



- II. (២០ពិន្ទុ) សិស្សមួយក្រុមបានព្រមព្រៀងចូលលុយគ្នាដើម្បីធ្វើពិធីដប់លៀងមួយ។ លុយដែលប្រមូលបានសរុប 770000 រៀល ដោយដឹងថាសិស្សប្រុសម្នាក់ត្រូវបង់ 30000 រៀលនិងសិស្សស្រីម្នាក់ត្រូវបង់ 20000 រៀល។ ចូររកចំនួនសិស្សប្រុស និងចំនួនសិស្សស្រីនៃក្រុមនេះ។
- III. (១០ពិន្ទុ) ចូររកចំនួនគត់ x ដែល $700 < x < 800$ ដោយដឹងថាផលបូកគ្រប់ខ្ទង់នៃ x ស្មើ 17 និងបើគេប្តូរលេខ ខ្ទង់រយទៅខាងស្តាំនៃចំនួននោះគេបានចំនួនថ្មីមួយតិចជាងចំនួនដើម 441 ។

- IV. (១០ពិន្ទុ) ចូរគណនាកន្សោម៖

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$
$$B = [(0.001)^2 + (0.02)^3 + (0.0001)^2 \cdot 10^5] \cdot 10^5$$

- V. (២០ពិន្ទុ)

1. (៧ពិន្ទុ) គេឲ្យប្រព័ន្ធសមីការ៖
$$\begin{cases} 3x + 7y = m \\ 2x + 5y = 20 \end{cases}$$

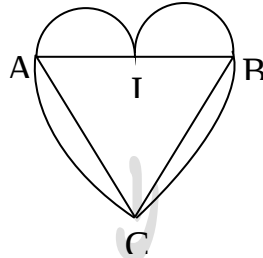
ចូររកតម្លៃ m ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយវិជ្ជមាន។

2. (៨ពិន្ទុ) ចូរដោះស្រាយសមីការ $a^2b^2x^4 - b^4x^2 - a^4x^2 + a^2b^2$, (x ជាអញ្ញាត $a, b \neq 0$) ។

3. (5ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការ $2(x+1) = 5 + ax$ ។ ចូររកតម្លៃ a ដើម្បីឲ្យសមីការមានឫសតូចជាងឬស្មើ 1 ។

VI. (១០ពិន្ទុ) ទីធ្លាមួយមានផ្ទៃក្រឡាស្មើ 864cm^2 គេចែកទីធ្លានេះជាបីចំណែក។ គេដឹងថាចំណែកអ្នកទីបី ស្មើនឹង ផលបូកចំណែកអ្នកទីមួយ និងចំណែកអ្នកទីពីរ។ ផលធៀបចំណែកអ្នកទីមួយ និងចំណែកអ្នកទីពីរស្មើនឹង $\frac{11}{5}$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡាចំណែកនីមួយៗ។

V. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណសម័ង្ស ABC ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើ $2a$ ។ I ជាចំណុចកណ្តាល $[AB]$ ។ នៅខាងក្រៅត្រីកោណ ABC សង់កន្លះរង្វង់ពីរដែលមាន $[AI]$ និង $[BI]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតរួចសង់ផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត A កា AB ដែលផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត A កា AB ដែលខ័ណ្ឌដោយចំណុច B និង C និងសង់ផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានផ្ចិត B កា AB ដែលខ័ណ្ឌដោយចំណុច A និង C ។ គេបានរូបមួយរាងបែបដូច្នេះ (ដូចរូបខាងក្រោម)។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡារូបរាងបែបដូចនេះ។



VI. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណកែង ABC កែងត្រង់ A ដែលជ្រុងនៃមុំកែងមានរង្វាស់ b និង c ។ $[AI]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុង AD ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៣ - ០៤ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (២០ពិន្ទុ)

1. (៥ពិន្ទុ) ចូរគណនាកន្សោម៖ $A = \sqrt{40\sqrt{2} - 57} - \sqrt{40\sqrt{2} + 57}$ ។

2. (៥ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការ $x^2 + 2ax + k = 0$ មានឫសមួយស្មើ $(a - b) \neq 0$ ។ ចូររកតម្លៃ k ។

3. (១០ពិន្ទុ) ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖
$$\begin{cases} \frac{2x^2}{1+x^2} = y \\ \frac{2y^2}{1+y^2} = z \\ \frac{2z^2}{1+z^2} = x \end{cases}$$

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណ ABC ដែល $AB = c$; $AC = b$; $BC = a$ ។ D ; M និង N ជាជើងនៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំទាំងបីរបស់ត្រីកោណ ដោយដឹងថា $AD = x$; $BM = y$ និង $CN = z$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) $f(x)$ ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x និងផ្ទៀងផ្ទាត់

$$xf(x+2) = (x^2 - 9)f(x) \text{ ។}$$

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫស 3 យ៉ាងតិច។

IV. (១៥ពិន្ទុ) រកចំនួនដែលត្រូវដាក់បន្តនៅសេរីឡូស៊ីកក្នុងចំណោមចម្លើយដែលបានស្នើឡើងទាំងប្រាំខាងក្រោម៖

ឧទាហរណ៍គម្រូ៖ 3 6 12 24 ... ?

ក. 72 ខ. 18 គ. 37 ឃ. 48 ង. 11

ចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវគឺ ឃ. 48 (ព្រោះចំនួនទាំងនេះបានគុណនឹង 2 រាល់លើក)

1. (៥ពិន្ទុ) 1 5 9 13 ?

ក. 15 ខ. 16 គ. 17 ឃ. 18 ង. 19

2. (៥ពិន្ទុ) 5 2 4 1 3 ?

ក. 0 ខ. 1 គ. 2 ឃ. 3 ង. 4

3. (៥ពិន្ទុ) 6 9 13 18 ?

ក. 23 ខ. 24 គ. 25 ឃ. 26 ង. 27

4. (៥ពិន្ទុ) 18 54 45 135 126 ?
ក. 136 ខ. 257 គ. 378 ឃ. 499 ង. 620

V. (១៥ពិន្ទុ) P ; Q ; R និង S ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃជ្រុង $[AB]$; $[BC]$; $[CD]$ និង $[DA]$ របស់ប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណដែលផ្គុំឡើងដោយបន្ទាត់ (AQ) ; (BR) ; (CS) និង (DP) ដោយដឹងថាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ស្មើ a^2 ។

VI. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យចតុកោណព្នាយសមបាត $ABCD$ មានកំពស់ h ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត (O) ។ មុំផ្ចិតនៃរង្វង់ស្កាត់ដោយជ្រុងទ្រូតនៃចតុកោណព្នាយមានរង្វាស់ស្មើ α ។

ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណព្នាយជា អនុគមន៍នៃ h និង α ។

ព្យាយាមកំណត់ចំណុចសម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៨ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. ដោយមិនឱ្យប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូររកតម្លៃ $A = \frac{246912}{123457^2 - 123456 \times 123458}$ ។

II. គេឱ្យ $\overline{2a3} + 326 = \overline{5b9}$ ដែល $\overline{2a3}$ និង $\overline{5b9}$ ជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ បើ $\overline{5b9}$ ចែកដាច់នឹង 9 ចូរគណនា $a+b$ ។

III. សម្រួលប្រភាគ $F = \frac{166...6}{66...64}$ ដោយដឹងថាភាគយកនឹងភាគបែងមាន 2010 ខ្ទង់ស្មើគ្នា។

IV. គេកំណត់ $*$ ជាប្រមាណវិធីគណិតវិទ្យាមួយដោយ $a*b = a^b$ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b ។
 តើប្រមាណវិធីមួយចំនួនខាងក្រោមមួយណាត្រឹមត្រូវ? ចូរបញ្ជាក់៖

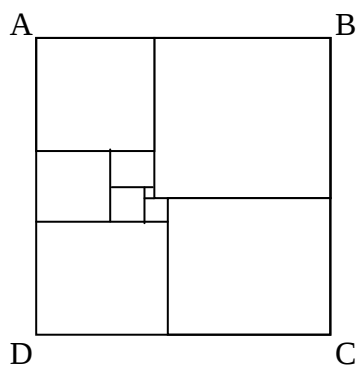
ក. $a*b = b*a$ ខ. $a*(b*c) = (a*b)*c$ គ. $a*b^n = (a*n)*c$ ឃ. $(a*b)^n = a*(bn)$
 ($a; b; c$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន)

V. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេដាក់ចំនួនគត់វិជ្ជមានចូលកាតព្វកិច្ចៗទាំង 9 ។ ដោយដឹងថាផលបូកចំនួនតាមជួរដេក ជួរឈរនីមួយៗនិងផលបូកតាមអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរស្មើគ្នា។
 រកចំនួនគត់ x ។

x	19	96
1	d	
a	b	c

VI. កសិករម្នាក់មានបារីម្យ៉ាងចំនួន 10 ដើម ។ ដោយការសន្សំសំចៃគាត់ដក់បារីអស់បារី 10 ដើមមិនបាន បោះចោលកន្ទុយបារីទេ គាត់ពន្លាកន្ទុយបារី 3 បានបារី 1 ដើម។ តើកសិករដក់បារីប៉ុន្មានដើមដោយគ្មានសល់កន្ទុយបារីសោះ?

VII. ចតុកោណកែង ABCD ត្រូវបានចែកជាកាតព្វកិច្ច 9 (ដូចរូប) ។ កាតទាំង 9 មានជ្រុងជាចំនួនគត់ $a; b; c; d; e; f; g; h;$ និង i តាមលំដាប់កើនហើយជ្រុងជាប់គ្នាមានតួចែករួមស្មើ 1 ។
 រកក្រឡាផ្ទៃ ចតុកោណកែង ABCD ។



ព្យាយាមកំណត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៨ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. គេឧបមាថា $a^2 + a = -1$ ។
ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A = a^4 + 2a^3 + 4a^2 + 3a + 3$ ។
- II. រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x; y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ ។
- III. ដោយឲ្យតម្លៃទៅចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ពី $0; 1; 2; 3; \dots$ ចូរបញ្ជាក់តម្លៃ n ដែលនាំឲ្យវិសមភាព $2^n > n^2$ ពិត។
- IV. រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b ដែលមានផលបូកស្មើ 92 និង $a+1$ ជាពហុគុណនៃ b ។
- V. ABC ជាត្រីកោណសាមញ្ញដែលមានមុំ A ជាមុំទាល។ គេគូសកំពស់ $[AH]$ និង មេដ្យាន $[AO]$ (H នៅចន្លោះ B និង O)។ គេឲ្យ $\widehat{HAO} = \widehat{ACB} = \alpha$ និង $BC = 2a$ ។
គណនា AH និង AO ជាអនុគមន៍នៃ α និង a ។
- VI. គេឲ្យកាតព្វកិច្ច $ABCD$ ។ គេបន្លាយជ្រុង AB ទៅខាង B ឲ្យបាន $BC = AB$ ។ M ជាចំណុចនៅក្នុងកាតព្វកិច្ច ដោយ $\widehat{MAC} = \widehat{MCD} = \alpha$ ។
ក. គណនា រង្វាស់មុំ $\widehat{AMC}$ គិតជាដឺក្រេ។
ខ. បង្ហាញថាចតុកោណ $AMCE$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ។
បញ្ជាក់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ អនុវិទ្យាល័យសោហ៊ុំ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៤ ធ្នូ ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ២៤ - ១២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១៥ពិន្ទុ) ក. ចូរប្រៀបធៀបចំនួន $x = 3\sqrt{30}$ និង $y = 5\sqrt{11}$ ។
 ខ. គណនាចំនួន x និង y ដែល $\sqrt{3 + \sqrt{5}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) ក. កំណត់លេខខាងចុង នៃកន្សោម៖ $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + 1989^2$ ។
 ខ. រកតម្លៃ m ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $m^{\frac{2}{3}} - m^{\frac{1}{3}} - 2 = 0$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) ក. គណនា n ដែល $n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ ។
 ខ. ដោះស្រាយសមីការ $(2^{18} - 2^{17})(2^{15} - 2^{14}) = 2^x$ ។
- IV. (១០ពិន្ទុ) គណនាកន្សោមខាងស្តាំ ៖ $A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1999 \times 2000}$ ។
- V. (១៥ពិន្ទុ) សិស្សមួយក្រុមរៀបចំឡើងជំរះរថយន្តមួយ។ បើសិស្សម្នាក់អង្គុយកៅអីមួយនោះសល់សិស្ស 4 នាក់គ្មានកៅអីអង្គុយ។ បើសិស្ស 2 នាក់អង្គុយកៅអីតែមួយនោះសល់សិស្ស 4 នាក់គ្មានសិស្សអង្គុយ។
 រកចំនួនសិស្ស។
- VI. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណសមបាត ABC មួយដែលមានបាត $[BC]$ ។ D ជាចំណោលកែងនៃ B លើបន្ទាត់ (AC) ។
 បំភ្លឺថា $BC^2 = 2AC \times DC$ ។
- VII. (២០ពិន្ទុ) P ជាបរិមាត្រត្រីកោណ ABC ។ $[AA']$; $[BB']$ និង $[CC']$ ជាមេដ្យានទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $2(AA' + BB' + CC') < 3P$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំឆ្នាំដំបូង
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៣ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាបនៈ វប្បធម៌ខ្មែរ ថ្នាក់ទី៩ ៖ ២៣ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ៥០

- I. (៥ពិន្ទុ) ជំនោរ និង លំនាចសមុទ្របណ្តាលមកពីបាតុភូតអ្វី?
- II. (១៣ពិន្ទុ) តើពិធីប្រគល់ព្រះនង្គ័លប្រារព្ធឡើងនៅថ្ងៃណា ខែណា? ហើយមានអត្ថន័យដូចម្តេច?
- III. (១៥ពិន្ទុ) តើតំបន់ណាដែលព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា ដែលស្ងៀមចេះតែបង្កវិវាទ? មានប៉ុន្មានកន្លែង?
ចូររៀបរាប់ឈ្មោះ។
- IV. (១៧ពិន្ទុ) តើអង្គសមុទ្រណាដែលជ្រៅជាងគេក្នុងពិភពលោកនៅទីកន្លែងណា? ជម្រៅប៉ុន្មានម៉ែត្រ? ឈ្មោះអ្វី?
តើភ្នំដែលខ្ពស់ជាងគេនៅប្រទេសកម្ពុជាឈ្មោះអ្វី? កំពស់ប៉ុន្មានម៉ែត្រ? ស្ថិតនៅខេត្តណា?

ព្យាយាមកំណត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកណ្តាល
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៧ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១៖ ១៧ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. បង្ហាញថាប្រភាគ $\frac{2010}{x^2 - 4x + 7}$ មានន័យជានិច្ច។

II. សម្រួលកន្សោម៖ $A = \frac{\frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + x + x\sqrt{x}}}$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x-5} - \frac{x-14}{3+\sqrt{x-5}} = 3$ ។

IV. ក. បើ a និង b ជាចំនួនសនិទានពីរខុសគ្នា។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a^2 + b^2}{2} > ab$ ។

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $999^2 + 1001^2 > 1999998$ ។

V. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R គេគូសអង្កត់ធ្នូពីរ [AB] និង [CD] កែងគ្នាត្រង់ I ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $IA^2 + IB^2 + IC^2 + ID^2 = 4R^2$ ។

VI. G ជាចំណុចប្រសព្វរវាងមេដ្យាននៃត្រីកោណសាមញ្ញ ABC ។ តាម G គេគូសបន្ទាត់ស្របនឹង AB និង AC

កាត់ជ្រុង BC រៀងគ្នាត្រង់ P និង Q។

ប្រៀបធៀបអង្កត់ BP; PQ និង QC។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកណ្តាល
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៧ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ១៨ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. $a; b; c$ និង d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ គេបាន៖
 $(ab + cd)^2 = (a^2 + c^2)(b^2 + d^2)$ និង $\sqrt{ab} + \sqrt{cd} = \sqrt{(a+b)(c+d)}$ ។
- II. a និង b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ដោយដឹងថា $a^2 + b^2 = 41$ ។
ចូរគណនា $a+b$ ។
- III. ចូរកំណត់ x និង y ដែលនាំឲ្យកន្សោម៖ $A = 2x^2 + 9y^2 - 6xy - 6x - 12y + 30$ មានតម្លៃអប្បបរមា។
គណនាតម្លៃអប្បបរមានោះ។
- IV. m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។ ដោះស្រាយសមីការ $\frac{m^2(x+2)^2}{8} - 2(2x+m+1) = (m+1)^2 + \frac{m^2(x-2)^2}{8} + 1$ ។
- V. ABC ជាត្រីកោណមួយដែលមាន $BC=a$; $CA=b$; $AB=c$ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ I កាត់ BC ត្រង់ D ។ I ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹក ក្នុង ត្រីកោណ។
ក. គណនា DB ; DC និង $\frac{IA}{ID}$ ជាអនុគមន៍នៃ a ; b និង c ។
ខ. បន្ទាត់កាត់តាម I ស្របនឹង BC កាត់ AB ត្រង់ E និង AC ត្រង់ F ។
គណនា EF ។
- VI. គេឲ្យកន្លះរង្វង់ (O) ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត $AB=2R$ និងកាំ OC កែងនឹង AB ។ នៅក្នុងកន្លះរង្វង់ (O) គេគូសរង្វង់ផ្ចិត (I) អង្កត់ផ្ចិត OA និងកន្លះរង្វង់ផ្ចិត (J) អង្កត់ផ្ចិត OB ។ ចំណុច ω នៅលើ OC ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ (ω) ដែល (ω) ប៉ះ (O) ត្រង់ប៉ះត្រង់ C និងប៉ះ (J) ត្រង់ N ។ គេសន្មត $C\omega = x$ ។
ក. គណនាប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណ ωOI ជាអនុគមន៍នៃ R និង x ។
ទាញរកតម្លៃ x បន្ទាប់មករកតម្លៃនៃ MN ។
ខ. យក S ជាកំណូលទីបួននៃចតុកោណកែងដែលមានជ្រុង OI និង ωO ។ បង្ហាញថាមានរង្វង់ផ្ចិត S ប៉ះក្នុងកន្លះរង្វង់ (O) និងប៉ះក្រៅរង្វង់ (ω) និងប៉ះក្រៅរង្វង់ (I) ។
រកប្រវែងកាំនៃរង្វង់ (S) ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តបន្ទាយមានជ័យ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៨ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. ១. ប្រាប់តម្លៃតូចបំផុតនៃត្រីកោណ $f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{40}{9}$ ។
 ២. គេឲ្យ $a+b=1$ ។ គណនា $P = 2(a^3 + b^3) - 3(a^2 + b^2) + 1$ ។
- II. រកបូសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ $2(x+y)+16=3xy$ ។
- III. ១. គណនា $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ ។
 ២. តើគេត្រូវការប៉ុន្មានលេខដើម្បីប៉ះលេខទំព័រសៀវភៅមួយមាន 333 ទំព័រ?
- IV. រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង $b(a>b)$ ដោយដឹងថាផលបូកពីរចំនួននេះជាពហុគុណនៃ 9 ហើយផលដកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើ 63 ។
- V. គេឲ្យបតុកោណមួយ $ABCD$ បាតតូច $[AB]$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ A និង D ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ហើយ H និង K ជាចំនោលកែងនៃ O លើ $[AB]$ និង $[CD]$ ។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AD = AH + DK$ ។
- VI. $a ; b ; c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R ហើយ $[AH]$ ជាកំពស់ S ជាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថា $abc = 4RS$ ។
- VII. គេឲ្យកន្លះរង្វង់ផ្ចិត (O) អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ C ជាចំណុចមួយនៅលើកន្លះរង្វង់ ។ M និង N ជាចំនោលកែងនៃ A និង B លើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ C ។ D ជាចំនោលកែងនៃ C លើបន្ទាត់ AB ។
 ស្រាយបំភ្លឺថា $CD^2 = AM \times BN$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តបន្ទាយមានជ័យ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ១៩ - ០២ - ២០១០

I. គេឲ្យ a និង b ជាពីរចំនួនពិតវិជ្ជមាន។

ក. ប្រៀបធៀប $A = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ និង $B = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀប $A = \frac{a+b}{2}$ និង $B = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ ។

II. គេឲ្យ $m; n; p$ និង q ជាបួនចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងខាងក្រោមនេះ៖

$$m^2 + 2n + 1 = 0; \quad n^2 + 2p + 1 = 0$$

$$p^2 + 2q + 1 = 0; \quad q^2 + 2m + 1 = 0$$

$$\text{គណនា } I = m^{2010} + n^{2010} + p^{2010} + q^{2010} \text{ ។}$$

III. ដោះស្រាយសមីការ៖ $\frac{x+9}{2009} + \frac{x+8}{2008} + \frac{x+7}{2007} + \frac{x+6}{2006} + \frac{x+5}{2005} = 5$ ។

IV. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $x_1; x_2$ ជាឫសនៃសមីការ $a^2 + pa + 1 = 0$ ហើយ $y_1; y_2$ ជាឫសនៃសមីការ $b^2 + qb + 1 = 0$ នោះគេបាន $(x_1 - y_1)(x_2 - y_1)(x_1 + y_2)(x_2 + y_2) = q^2 - p^2$ ។

V. ស្រាយថាបើ $a; b; c$ ជាផ្ទាំងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយគេបាន៖

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca) \text{ ។}$$

VI. តើ $2^{18} + 2^{20}$ ចែកដាច់នឹង 5 ឬទេ? ចូរបង្ហាញ។

VII. ចូរប្រៀបធៀប $(1+2000^2)$ និង $(2001^2 - 2 \times 2000)$ ។

VIII. គេមានក្រដាសប្រាក់ 100 រៀលមួយសន្លឹក។ គេយកទៅដូរជាក្រាសជាសរុបបីប្រភេទ ដែលជាប្រភេទក្រដាសប្រាក់ ប្រាក់កាត់ ១រៀល ២០រៀល ឲ្យបាន 100 សន្លឹក។ រកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ ។

IX. គេឲ្យត្រីកោណ ABC និង [AD) ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះក្នុងមុំ BAC កាត់ត្រង់ D ។

$$\text{ស្រាយថាគេបាន } \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \text{ ។}$$

- x. ស្នើមួយគេសន្មតថាត្រង់។ ភូមិពីរ A និង B ស្ថិតនៅសងខាងស្ទឹងនោះ។ ក្រុមសំណង់ចង់សង់ស្ពាន
ឆ្លងកាត់ស្ទឹងដើម្បីធ្វើចរាចររវាងភូមិទាំងពីរ A និង B នោះ។
រកទីតាំងសំណង់ស្ពានដើម្បីធ្វើឲ្យអស់ថ្លៃតិចបំផុតហើយផ្លូវរវាងភូមិទាំងពីរជិតបំផុត។

ព្យាយាមកំណត់ចំណុចសម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សតូចប្រចាំ ខេត្តកំពង់ស្ពឺ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៨ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. គេឲ្យ $\frac{1}{x-5} = 2$ តើ $\frac{1}{x+2}$ ស្មើប៉ុន្មាន?

II. បង្ហាញថា $\sqrt[4]{49+5\sqrt{24}} + \sqrt[4]{49-5\sqrt{24}} = 2\sqrt{3}$ ។

III. ប្រៀបធៀប $A = \sqrt{2008} + \sqrt{2010}$ និង $B = 2\sqrt{2009}$ ។

IV. គេឲ្យ $A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{2009}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2010}$ ។
 បង្ហាញថា $A = 1 - \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2010}$ ។

V. គេឲ្យ $x^2 + y^2 = 1$ និង $b \cdot x^2 = a \cdot y^2$ ដែល $a \neq 0$; $b \neq 0$ ។
 បង្ហាញថា $\frac{x^{2010}}{a^{1005}} + \frac{y^{2010}}{b^{1005}} = \frac{2}{(a+b)^{1005}}$ ។

VI. គេឲ្យ a ; b និង c ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងខាងក្រោម៖
 $a+b+c=1$; $a^2+b^2+c^2=1$; $a^3+b^3+c^3=1$ ។
 គណនាកន្សោម $A = a^{2008} + b^{2009} + c^{2010}$ ។

VII. រង្វង់ផ្ចិត O_1 កាំ r_1 និងរង្វង់ផ្ចិត O_2 កាំ r_2 ប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ M ។ រង្វង់ផ្ចិត O_3 កាំ r_3 មួយទៀត ប៉ះ
 ខាងក្រៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O_1 ផងហើយប៉ះគ្នាខាងក្រៅនឹងរង្វង់ផ្ចិតផង O_2 ។ បន្ទាត់ប៉ះរួមត្រង់ M នៃរង្វង់ (O_1) និង (O_2)
 ជួបរង្វង់ (O_3) ត្រង់ A និង B ។ I ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។
 ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB = \frac{4 \cdot r_3 \sqrt{r_1 \cdot r_2}}{r_1 + r_2}$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកំពង់ស្ពឺ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០១០
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២៖ ១៨ - ០២ - ២០១០
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. គណនាកន្សោម A ដោយឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណបីកត្តា៖

$$A = \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{12}+\sqrt{8}+3+\sqrt{6}} \quad ?$$

II. រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដើម្បីឱ្យ $x^2 + x + 6$ ស្មើនឹង n^2 ដែល x ជាចំនួនគត់។

III. នៅម៉ោង $7h30mn$ មនុស្សម្នាក់ដើរពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដោយល្បឿន $7km/h$ ។ ដល់ទីក្រុង B គាត់បានសម្រាកអស់រយៈពេល $1h$ ហើយបានត្រឡប់មកទីក្រុង A វិញដោយល្បឿនមធ្យម $7km/h$ ។ ពេលត្រឡប់មកវិញគាត់ជិះផ្លូវផ្សេងដែលមានចម្ងាយឆ្ងាយជាងផ្លូវមុន $17km$ ។ គាត់មកដល់ទីក្រុង A នៅម៉ោង $13h6mn$ ។

រកចម្ងាយផ្លូវដែលជិតជាងគេពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ។

IV. គេឱ្យ $1 < a < b + c < a + 1$ និង $b < c$ ។
ស្រាយបង្ហាញថា $b < a$ ។

V. គេឱ្យ ABC មាន $\hat{A} = 90^\circ$ និង $AB = AC = 1$ ។ គេបន្ទាយ $[AC]$ ទៅខាង C ឱ្យបាន $CD = BC$ ។
រកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ BCD គិតជាឯកតា ផ្ទៃក្រឡា។

VI. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC មានកំពូល A មេដ្យាន $[BN]$ ។ លើបន្ទាត់ (AC) ដៅចំណុច C ដែល $CD = CA$ ។
ស្រាយបញ្ជាក់ថា $BD = 2BN$ ។

ការប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែក៖ អក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ វប្បធម៌ទូទៅ ថ្នាក់ទី៩
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

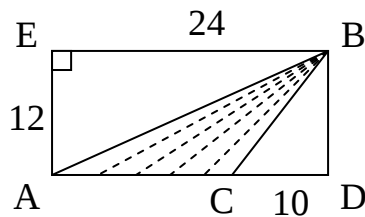
១. (៥០ពិន្ទុ) តើវត្ថុអារាមពុទ្ធសាសនាមានតួនាទី ដូចម្តេចចំពោះសង្គមខ្មែរ?
២. (៥០ពិន្ទុ) តើការចូលម្លប់ មានផលប្រយោជន៍ដូចម្តេចខ្លះចំពោះ កូនស្រីនិងការប្តូសរៀន មានផលប្រយោជន៍ដូចម្តេចខ្លះចំពោះកូនប្រុស?

ព្យាយាមកំណត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ) តើមានចំនួនគត់ n ប៉ុន្មានខ្លះដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7} < \frac{n}{13} < \frac{4}{5}$?

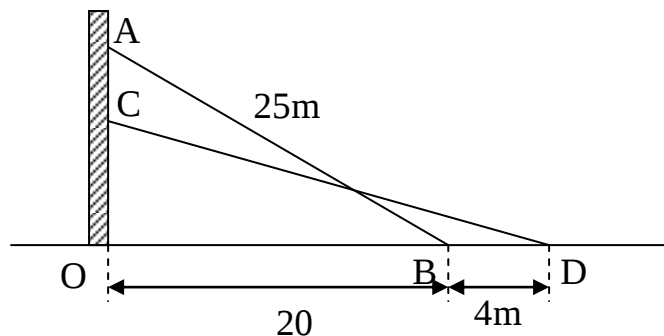
II. (១៥ពិន្ទុ) ត្រីកោណ ABC ត្រូវបានកាត់យកពីក្រដាសរាងចតុកោណកែងដូចរូបខាងក្រោម៖



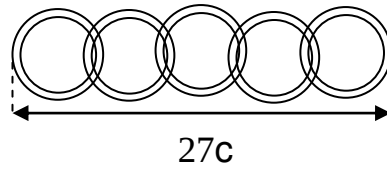
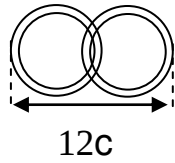
តើនៅសល់ក្រដាសប៉ុន្មានភាគ?

III. (១៥ពិន្ទុ) ១. បើ $\frac{1}{x+2} = 2$ តើ $\frac{1}{x+3}$ ស្មើប៉ុន្មាន?
 ២. បើ $\frac{1}{x+3} = 3$ តើ $\frac{1}{x+4}$ ស្មើប៉ុន្មាន?
 ៣. ទាញរក $\frac{1}{x+(n+1)}$ បើគេដឹងថា $\frac{1}{x+n} = n$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) រោងកែត្រង់មួយមានប្រវែង 25m ត្រូវបានផ្អែកចុងខាងលើទៅនឹងជញ្ជាំងឈរមួយ ហើយចម្ងាយពីជញ្ជាំងទៅចុងរោងកែខាងក្រោមស្មើ 20m ។ បើគេបង្ខិតចុងរោងកែខាងក្រោមឲ្យឆ្ងាយពីជញ្ជាំងថែម 4m ទៀត។ តើចុងរោងកែលើធ្លាក់ចុះប៉ុន្មានម៉ែត្រ?



- V. (២០ពិន្ទុ) ច្រវ៉ាក់ដែលមានកងមូលប៉ុនៗគ្នា 2 មានប្រវែង $12cm$ ។ ច្រវ៉ាក់កងដែលមាន កងមូល ប៉ុនៗគ្នា 5 (ប៉ុននឹងច្រវ៉ាក់មុន) មានប្រវែង $27cm$ ។
តើច្រវ៉ាក់កងមូលប៉ុនៗគ្នា 40 (ប៉ុននឹងកងច្រវ៉ាក់មុន) មានប្រវែងប៉ុន្មាន?



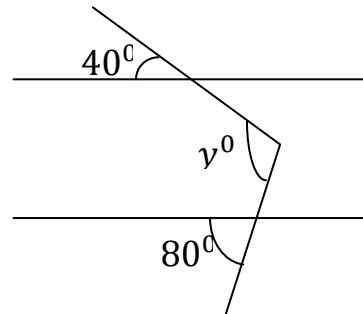
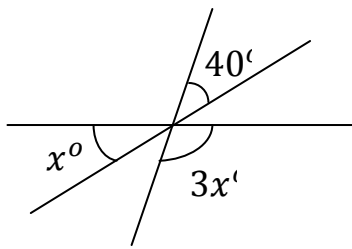
- VI. (២០ពិន្ទុ) ត្រីកោណ ABC មួយកែងត្រង់ A ហើយមានបរិមាត្រ $60cm$ និងផ្ទៃក្រឡា $120cm^2$ ។
ចូររករង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ ABC ។

ព្យាយាមកំចាត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៣ - ០៤ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ) បង្ហាញថាត្រីកោណដែលមានជ្រុងៗ α ; 2α និង 3α ជាត្រីកោណកែង ។

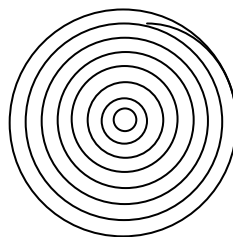
II. (១៥ពិន្ទុ) ចូររក x និង y នៅក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ៖



III. (១៥ពិន្ទុ) គេដឹងថា $f(x) \cdot f(x + 1) = 9$ និង $f(3) = 81$ ។ ចូររក $f(9)$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ គេគូសកម្ពស់ $[AH]$ នៃត្រីកោណ ABC រួចគូសមេដ្យាន $[AM]$ នៃត្រីកោណ AHC ។
 រកប្រវែង AM បើគេដឹងថា $AB = 5cm$ និង $AH = 4cm$ ។

V. (២០ពិន្ទុ) ខ្សែព័ទ្ធរួមមានបណ្តោយ $15cm$ និងទទឹង $5cm$ ។ គេយកខ្សែព័ទ្ធនោះមករុំព័ទ្ធទៀបជាសម្ព័ន្ធដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងក្រោម។ តើគេអាចបានថាសដែលមានអង្កត់ផ្ចិតប្រហែលប៉ុន្មាន cm ដែរ?



VI. (២០ពិន្ទុ) x ; y និង z ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចជាង ១ ។ រកគ្រប់ចម្លើយរបស់សមីការ
 $x + y + z = 20$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំឆ្នាំដំបូង
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៧ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាសា៖ ចម្បងមធ្យម ថ្នាក់ទី៩ ៖ ១៧ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ៥០

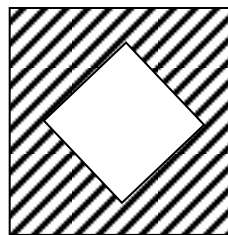
- I. (៨ពិន្ទុ) តើប្រទេសកម្ពុជាមានរដូវប៉ុន្មាន? ក្នុងមួយរដូវមានប៉ុន្មានខែ? ពីខែណាដល់ខែណា?
- II. (១០ពិន្ទុ) ចូរប្រាប់ពីលក្ខខណ្ឌធម្មជាតិនៅកម្ពុជាដែលអនុគ្រោះដល់ប្រជាជន។
- III. (១០ពិន្ទុ) តើភ្លើងជាតិខ្មែរនិពន្ធដោយអ្នកណា? ឈ្មោះអ្វី? និពន្ធទាំងឡាយ? ចែកជាប៉ុន្មានវគ្គ?
មានអត្ថន័យដូចម្តេចក្នុងវគ្គនីមួយៗ?
- IV. (៩ពិន្ទុ) តើផ្កាស្លាបី ក្នុងពិធីរៀបអាពាហ៍ពិពាហ៍តំណាងឲ្យអ្វីខ្លះ?
- V. (៩ពិន្ទុ) តើប្រាសាទអង្គរវត្តកសាងនៅឆ្នាំណា? មានកំពស់ប៉ុន្មាន? បណ្តោយប៉ុន្មាន? ទទឹងប៉ុន្មាន?
ដោយស្តេចអង្គរណា?
ចូរបង្ហាញពីព្រំប្រទល់ប្រទេសកម្ពុជានៅសម័យនោះ។
- (៤ពិន្ទុ) ដូចម្តេចដែលហៅថាវដ្តទឹក? ចូរពន្យល់។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកណ្តាល
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៨ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. គណនាកន្សោម ៖ $A = \frac{(6+12+18+\dots+96)^2}{(12+24+36+\dots+192)^2}$ ។

II. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម៖ $\sqrt{3}-\sqrt{8}$ និង $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}}$ ។

III. ក្នុងរូបជ្រុងការេតូចស្មើពាក់កណ្តាលជ្រុងការេធំ។
រកផលធៀបក្រឡាផ្ទៃតូច និងក្រឡាផ្ទៃការេធំ។



IV. n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិមិនសូន្យ។ រកលក្ខណៈដែល n
ត្រូវបំពេញដើម្បីឲ្យវាស្មើនឹងផលដកការេនៃពីរចំនួនគត់ជាប់គ្នា។
អនុវត្តន៍៖
គណនាពីរចំនួនគត់ជាប់គ្នាដែលផលដកការេនៃការេវាស្មើ 321។

V. គេឲ្យត្រីកោណសមបាត ABC មួយមានបាត [BC] ។ D ជាចំណោលកែងនៃ B លើ (AC)។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា
 $BC^2 = 2AC \cdot DC$ ។

VI. A;B និង C ជារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ ABC (គិតជាដឺក្រេ)។

១. គេសន្មត B និង C សមាមាត្រនឹង 2 និង 5 ។ គណនា A;B និង C ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម៖

ក. ABC ជាត្រីកោណសមបាត។

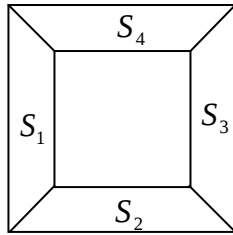
ខ. ABC ជាត្រីកោណកែង។

២. គេសន្មត B និង C សមាមាត្រនឹង m និង $5(m>0)$ ។ គណនា A;B និង C ដើម្បីឲ្យត្រីកោណ ABC
ជាត្រីកោណកែង។

បង្ហាញថាចំណោទមានចម្លើយពីរជានិច្ចលើកលែងតែតម្លៃ m_1 មួយនៃ m ដែលគេត្រូវបញ្ជាក់។
ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC បើ $m_1 = m$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកណ្តាល
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ១៩ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. គេមានការពិរា ដាក់ការតូចក្នុងការធំដោយឲ្យជ្រុងរបស់វាស្របគ្នា(ដូចរូប)។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថាផលបូកក្រឡាផ្ទៃ $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$ ។



- II. n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ រកផ្នែកគត់នៃឫសការេនៃចំនួន $n^2 + n$ ។
 អនុវត្តន៍៖ រកពីរចំនួនគត់ត្រងាដែលផលគុណវាស្មើនឹង 2256 ។

- III. គេឲ្យ n មួយដែល៖
 បើគេចែក n នឹង 8 គេបានសំណល់ 1 បើគេចែក n នឹង 5 គេបានសំណល់ 2 ។
 តើ n ចែកដាច់នឹង 40 បានសំណល់ប៉ុន្មាន?

- IV. $a; b; c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់៖ $a + b + c = 1$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; $a^3 + b^3 + c^3 = 1$ ។
 គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A = a^{2007} + b^{2008} + c^{2009}$ ។

- V. គេឲ្យ $a = 2x + 5$; $b = 4x + 3$; $c = 10x + 4$ ។
 រក x ដើម្បីឲ្យ $a; b; c$ ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ។

- VI. បើ $6^{x+2} - 6^x = 210\sqrt{6}$ ។ រកតម្លៃនៃ 6^{2x-1} ។

- VII. ចំនួនវិជ្ជមាន ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $a \geq b \geq c$ និង $a + b + c \leq 1$ ។
 បង្ហាញថា $a^2 + 3b^2 + 5c^2 \leq 1$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកំពង់ធំ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៨ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេរៀបសិស្សជាក្រុម។ បើគេរៀបសិស្ស 8 នាក់ក្នុងមួយក្រុម នោះសល់សិស្ស 4 នាក់។
តែបើគេរៀបសិស្ស 9 នាក់ក្នុងមួយក្រុម នោះខ្វះសិស្ស 2 នាក់។
រកចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់នោះ។

II. គណនា៖

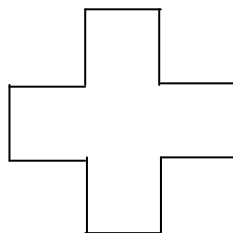
$$A = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \sqrt{\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}}$$

- III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖
$$\begin{cases} x \cdot y = -100 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases} \quad ?$$

- IV. គេឲ្យរង្វង់ O និងចំណុច M ក្នុងរង្វង់នេះ។
ស្រាយបំភ្លឺថាក្នុងចំណោមអង្កត់ធ្នូកាត់តាមចំណុច M អង្កត់ធ្នូកែងនឹងកាំ ហើយ កាត់តាម M
មានរង្វាស់ខ្លីជាងគេ។

- V. គេកាត់ក្រដាសជាវង់សញ្ញាកាកបាទក្រហមដូចរូបខាងស្តាំ។ ដែលជ្រុងទាំង 12 មានរង្វាស់ស្មើគ្នាហើយស្មើនឹង
2cm ។

- VI. ចូរកាត់រូបនេះយកបួនចំនែកចេញហើយយកបួននោះទៅផ្គុំជាមួយផ្នែកនៅសល់ឲ្យបានការេមួយ
រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃការេនោះ។



ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកំពង់ធំ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៨ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ១៩ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. គេឲ្យ ៖ $A = [(x-1) - (3x-2)]^2 - [(x-1)^2 + (3x-2)^2]$ ។

ក. ដាក់កន្សោម A ជាផលគុណកត្តាដ៏ក្រៃទីមួយនៃ x ។

ខ. សម្រួលកន្សោម ៖ $B = \frac{A}{2x-2}$ ។

គ. គណនាតម្លៃ x កាលណា $B = \sqrt{2}$ ។

II. ដោះស្រាយសមីការ ៖
$$\frac{\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} - \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{1 - \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \text{ ។}$$

III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ៖
$$\begin{cases} \frac{2}{y+1} + \frac{1}{2x-1} = 1 \\ \frac{4}{2x-1} + \frac{2}{y+1} = 3 \end{cases} \text{ ។}$$

IV. ដោះស្រាយវិសមីការរួចបកស្រាយចម្លើយតាមក្រាភិច ៖ $\frac{5x+4}{5} - 6x + 2 \geq 4 - \frac{x-6}{3}$ ។

V. គេឲ្យត្រីកោណសមបាត ABC និង ADC កែងត្រង់ A និង D មានជ្រុងរួម $[AC]$ ហើយបីតនៅសងខាងជ្រុងរួម។

គេឲ្យ $AB = AC = a$ ។

ក. បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាចតុកោណញ័យ។

គណនា BC ; AD និង BD ជាអនុគមន៍នៃ a ។

ខ. អង្កត់ទ្រូងទាំងពីររបស់ចតុកោណកាត់គ្នាត្រង់ O ។

បង្ហាញថាត្រីកោណ AOD និងត្រីកោណ COB ដូចគ្នានិងរកផលធៀបដំបូង។

គណនា AO ; OB ; OC និង OD ជាអនុគមន៍នៃ a ។

គ. រង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ កាត់ $[BD]$ ត្រង់ K ។

បង្ហាញថា $[CK]$ ជាកំពស់នៃត្រីកោណ BCD ។

គណនា DK និង OK ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែពានរង្វាន់ ឯកឧត្តមសុខរណ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២២ ឧសភា ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ២២ - ០៥ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១៥០

I. បញ្ចេញកន្សោមពីវ៉ាឌីកាល់៖

ក. $\sqrt{2 + \sqrt[2x+1]{4^x} + 4^x}$ ខ. $\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}+1)^3}$

II. បើ a ; b និង c ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល $a < b+c$; $b < a+c$ និង $c < a+b$ ហើយ $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ ។
ចូរបង្ហាញថា $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$ ។

III. ដោះស្រាយសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$ ។

IV. រកលេខចុងក្រោយនៃ 7^{2016} ។

V. គេឲ្យ a ; b និង c ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងខាងក្រោមនេះ៖
 $a^2 + 2b + 1 = 0$; $b^2 + 2c + 1 = 0$; $c^2 + 2a + 1 = 0$ ។
ចូរគណនា $S = a^{2009} + b^{2009} + c^{2009}$ ។

VI. ឬស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ 10m ត្រូវខ្យល់វាយបាក់ត្រង់ចំណុច m
មួយចុងឬស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ 3m ពីគល់ឬស្សី។
គណនាប្រវែងពីគល់ឬស្សីទៅចំណុច m ។

VII. ជាត្រីកោណកែង ABC ត្រង់ A ។ រង្វង់ផ្ចិត A និងកាំ AB កាត់ជ្រុង [BC] និង [AC] រៀងគ្នាត្រង់ D និង E ។ បើ
 $BD = 20$; $DC = 16$ ។
ចូរគណនា AC^2 ។

VIII. ABCD ជាការេមួយ។ គេគូសរង្វង់ផ្ចិត D និងកាំ DA ដែលកាត់អង្កត់ទ្រូង [BD] នៃការេត្រង់ X ។
ដូចគ្នាដែរគេគូសរង្វង់ផ្ចិត B និងកាំ BC ដែលកាត់អង្កត់ទ្រូង [BD] នៃការេត្រង់ Y ។
បើ $XY = 2$ រកក្រឡាផ្ទៃដែលខ័ណ្ឌដោយធ្នូ AXC និងធ្នូ AYC ។

IX. ក្មេងបីនាក់ X ; Y ; Z មានបាល់ដែលមានលក្ខខណ្ឌដូចខាងក្រោម៖

ក. បើ Z ឲ្យបាត់មួយទៅ X នោះ Z មានបាត់ពីរដងនៃ X ។

ខ. បើ X ឲ្យបាត់បីទៅ Z នោះ Z មានបាត់បួនដងនៃ X ។

១. រកចំនែកបាត់នៃ X និង Z ។

២. រកចំណែកបាត់នៃ Y បើគេដឹងថាចំណែកវាស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃចំនួនបាត់ទាំងអស់។

ព្យាយាមកំណត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកំពត
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៧ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ២៧ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. ដោះស្រាយសមីការ $3x \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x}} - 2x \cdot \sqrt[3]{x} = 20$ ។

- II. គេធ្វើប្រអប់មួយពីក្រដាសកាតុងរឹងរាងចតុកោណកែងមានបណ្តោយ 12cm និងទទឹង 8cm ។ គេកាត់ការេបួនជ្រុងមានរង្វាស់ $x\text{ cm}$ ចេញពីបួនជ្រុងរបស់ក្រដាសនោះរួចបត់បណ្តោយនិងទទឹងតាមចំណុចៗដើម្បីធ្វើប្រអប់មួយរាង ប្រលេពីប៉ែតកែង។
 ចូររកតម្លៃ x បើមាឌនៃប្រអប់នេះស្មើនឹង 64cm^3 ។

- III. រកប្រភេទត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ a ; b និង c បើគេដឹងថា $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ ។

- IV. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $B = a^2 + b^2 + ab$ បើគេដឹងថា $a + b = 1$ ។

- V. a ; b ; c ជារង្វាស់ជ្រុងត្រីកោណមួយ។ x ; y ; z ជារង្វាស់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង។
 បង្ហាញថា $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ។

- VI. គេឲ្យត្រីកោណកែងសមបាតកែងត្រង់ A ។ យក M ជាចំណុចមួយលើ $[BC]$ ។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថា $MB^2 + MC^2 = 2MA^2$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកំពត
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៧ កុម្ភៈ ២០០៩
វិញ្ញាបនៈ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ២៧ - ០២ - ២០០៩
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = \frac{3}{x} \\ 2y + \frac{1}{x} = \frac{3}{y} \end{cases} ។$$

II. គេឱ្យ $f(n) = 3^{2n} + 7$ ($n \in \mathbb{N}$) ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $f(n+1) - f(n)$ ចែកដាច់នឹង 8 ។

III. បើ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ បង្ហាញថា $E = \frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$ ជាចំនួនគត់។

IV. ក្នុងថ្នាក់មួយសិស្សដែលទទួលបានតារាងកិត្តិយសមាន $\frac{1}{8}$ នៃចំនួនសិស្សដែលមិនទទួលបាន ។
បើចំនួនសិស្សដែលបានទទួលត្រូវកើនពីរនាក់ថែមទៀតនោះចំនួនសិស្សត្រូវស្មើនឹង 20% នៃចំនួនសិស្សមិនបានទទួល។
រកចំនួនសិស្សសរុបក្នុងថ្នាក់នេះ។

V. ត្រីកោណកែងមួយមានអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើ 13cm និងផលបូកជ្រុងពីរទៀតស្មើ 17cm ។
រករង្វាស់ជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែង។

VI. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មួយ។ គេបន្លាយ AB ; BC និង CA រៀងគ្នាឱ្យបាន BB' = AB ; CC' = BC និង AA' = CA ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $S_{A'B'C'} = 7S_{ABC}$ ។

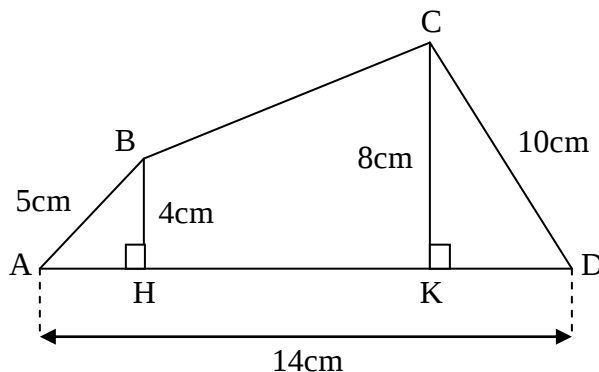
ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៦ ឧសភា ២០០៨
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០៦ - ០៥ - ២០០៨
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១៥ពិន្ទុ) គណនាកន្សោម A ដោយឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណកត្តា ៣ កត្តា ៖ $A = \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{12}+\sqrt{8}+3+\sqrt{6}}$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) ចូរបំប្លែកប្រភាគ $\frac{31}{30}$ ជាផលបូកនៃ ៣ ប្រភាគ ដែលប្រភាគនីមួយៗមានភាគបែងចំនួនបឋម។
- III. (២០ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការ $ax^2 + bx + c = 0$; ($a \neq 0$) ដែលមានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ។
 ក. ចូរបង្ហាញថា $2ax_1 + b \neq 0$ និង $2ax_2 + b \neq 0$ ។
 ខ. គណនា $y = \frac{x_1}{2ax_1+b} + \frac{x_2}{2ax_2+b}$ ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) យុវតីម្នាក់មានប្រាក់ 2500៛ យកទៅទិញតែមបិទសំបុត្រឱ្យបានពីរប្រភេទ ដែលប្រភេទទី១មានតម្លៃ 300៛ និងប្រភេទទី២មានតម្លៃ 500៛ ។ តើយុវតីនោះទិញតែមទាំងអស់ប៉ុន្មានសន្លឹក?
 តើក្នុងនោះមានប្រភេទតែម 300៛ ប៉ុន្មានសន្លឹក និងប្រភេទតែម 500៛ ប៉ុន្មានសន្លឹក?
- V. (៣០ពិន្ទុ) គេឱ្យកាត $ABCD$ ។ គេបន្ទាយជ្រុង $[AB]$ ទៅខាង B ឱ្យបាន $BE = AB$ ។ M ជាចំណុចនៅក្នុងកាតដោយ $\widehat{MAC} = \widehat{MCD} = x$ ។
 ក. គណនាផ្ទាំងមុំ $\widehat{AMC}$ គិតជាដឺក្រេ។
 ខ. បង្ហាញថាចតុកោណ $AMCE$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ។ បញ្ជាក់ផ្ចិតនៃរង្វង់នេះ។
 គ. បង្ហាញថា (MC) ជាបន្ទាត់ពុះមុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ (AM) និង (ME) ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៦ ឧសភា ២០០៨
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៨ - ០៩ - ២០០៨
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យពីរចំនួនពិត a និង b ដែល $2 \leq a \leq 5$ និង $3 \leq b \leq 7$ ។
 ចូរកំណត់តម្លៃធំបំផុត និងតូចបំផុតនៃប្រភាគ $\frac{a}{b}$ ។
- II (១៥ពិន្ទុ) មនុស្សមួយក្រុមមានគ្នា 13 នាក់។ ចូរពន្យល់ថា មានមនុស្ស 2 នាក់យ៉ាងតិចនៅក្នុងក្រុម ដែលកើតនៅក្នុងខែតែមួយ។
- III (១៥ពិន្ទុ) ចំពោះចំនួនពិត $a ; b ; c$ ចូរគណនា៖

$$A = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$
- IV (២០ពិន្ទុ) គេសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 3 ខ្ទង់ដោយប្រើនិមិត្តសញ្ញា $\overline{abc}$ ហើយ
 $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ។
 (ឧទាហរណ៍៖ $432 = 100 \times 4 + 10 \times 3 + 2$) ។
 ចូររក a និង b ដោយដឹងថា $5\overline{ab} - 500 = 500 - \overline{ab}5$ ។
- V (២០ពិន្ទុ) ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $a ; b ; c$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{a}{24} = \frac{b}{18} = \frac{c}{12}$ ។
 ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ បើគេដឹងថា $b + c = 10$ cm ។
 ខ. គណនារង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណដែលត្រូវនឹងជ្រុង a ។
- VI (២០ពិន្ទុ) ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ ABCD ដែលមានរូបដូចខាងក្រោមនេះ៖



ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៣ មីនា ២០០៨
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៣ - ០៣ - ២០០៣
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. ក. គេសង្កេតឃើញថា៖

$$1^2 \dots\dots\dots = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6}$$

$$1^2 + 2^2 \dots\dots\dots = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 \dots\dots\dots = \frac{3 \cdot 4 \cdot 7}{6}$$

.....

កំនត់រូបមន្តទូទៅ ដោយប្រើលំនាំ ឧទាហរណ៍ខាងលើ។

ខ. គណនាផលបូក ៖ $S = \frac{1^3+1}{1+1} + \frac{2^3+1}{2+1} + \frac{3^3+1}{3+1} + \dots + \frac{2008^3+1}{2008+1}$ ។

II. តាង p ជាចំនួនបឋមមួយ ដែលចំនួនធំជាងបន្ទាប់ ជាការប្រាកដ។

រកចំនួនបឋម p នោះ។

III. ពហុកោណមួយមានផលបូកមុំក្នុងទាំងអស់ តូចជាង 2008^0 ។

រកចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតនៃពហុកោណនោះ។

IV. រកតម្លៃនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដែល៖

$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = 43$$

V. តាង n ជាចំនួនគត់ដែលប្រសូមមួយនៃប្រសូសមីការដឺក្រេទីពីរ $4x^2 - (4\sqrt{3} + 4)x + \sqrt{3}n - 24 = 0$ ជាចំនួនគត់។

រកតម្លៃ n ។

VI. គេដឹងថាជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានត្នាហើយមុំធំបំផុតស្មើ ២ដងនៃមុំតូចបំផុត។

រកបរិមាត្រត្រីកោណ ABC ។

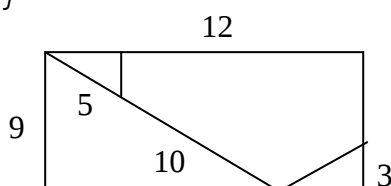
VII. ទំព័រសៀវភៅមួយត្រូវបានបង់លេខពី 1 ដល់ n ។ សិស្សម្នាក់បានបូកលេខទំព័រទាំងអស់ហើយទទួលបានលទ្ធផល

2008 គេដឹងថាដើម្បីសារការ មិនប្រុងប្រយ័ត្ន សិស្សនោះ បានបូកលេខទំព័រមួយចំនួនពីរដង។

រកលេខទំព័រនោះ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៣ មីនា ២០០៨
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ១៣ - ០៣ - ២០០៨
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. ឧបមាថា $a \neq 0; b \neq 0$ និង $\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = 2008$ ។
រកតម្លៃនៃ $\frac{b+c}{a+b}$ ។
- II. រកគ្រប់គូ $(x; y)$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលជាឫសសមីការ $x^2 + 2008^2 = y^2 + 2007^2$ ។
- III. ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្សនិងចំណុច P មួយប្រែប្រួលនៅក្នុងប្លង់តែមួយជាត្រីកោណ ABC ដែល
ត្រីកោណ PAB ; PAC ; PBC ជាត្រីកោណសមបាត។
តើមានប៉ុន្មានទីតាំងចំណុច P ខុសគ្នា? ចូររៀបរាប់ឈ្មោះត្រីកោណសមបាតទាំងនេះដោយប្រាប់កំពូល
របស់វា។
- IV. ក្មេងប្រុសម្នាក់ឈរលើស្ពានផ្លូវដែកមួយដែលភ្ជាប់ពី A ទៅ B ប្រវែង $\frac{3}{8}$ នៃស្ពានពីរ។ វាឮសម្លេងរថភ្លើង
ដែលបើកក្នុងល្បឿន 100km/h ជិតមកដល់ A ។ បើវាវត់ទៅខាង A វានឹងជួបរថភ្លើងនៅត្រង់ A ។
បើវាវត់ទៅខាង B រថភ្លើងនឹងបុកវានៅត្រង់ B ។
តើវាត្រូវវត់ល្បឿនដូចម្តេច?
- V. អ្នកលេងល្បែងបីនាក់ A ; B ; C លេងល្បែងមួយដោយដឹងថា អ្នកចាញ់សងលុយឲ្យទីពីរអ្នកទៀត
តាមចំនួនទឹកប្រាក់ ដែលម្នាក់ៗមាន។ គេលេងល្បែងនោះបីដង ដោយម្នាក់ៗចាញ់តែម្តងគត់ ហើយឧបមាថា A
ចាញ់លើកទីមួយ B ចាញ់លើកទីពីរនិង C ចាញ់លើកទីបី ។ នៅពេលចប់ល្បែងម្នាក់ៗមានប្រាក់ 16 ដុល្លាដូចគ្នា។
រកចំនួនទឹកប្រាក់ដែលម្នាក់ៗមាន មុនពេលចាប់ផ្តើមលេងល្បែង។
- VI. ចតុកោណកែងមួយត្រូវបានគេពុះជាចំណែក ដោយប្រាប់ប្រវែងអង្កត់ខ្លះ ដូចរូបខាងក្រោម។ ចំណែកទាំងនេះ
ត្រូវបានរៀបចំជាការេមួយ។
ចូររកបរិមាត្រនៃការេនោះ។



ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកណ្តាល
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៣ មីនា ២០០៨
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០៣ - ០៣ - ២០០៨
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

1. ដោះស្រាយនិងពិភាក្សាសមីការ $x(x-4)+4m=0$

2. បង្ហាញថា $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} + \frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} = 2$ ។

3. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3}{x+\frac{1}{1+\frac{x+1}{3-x}}} = x-1$

4. គេឲ្យបីចំនួន $a=3\sqrt{2}+\sqrt{17}$; $b=4+\sqrt{19}$; $c=\sqrt{5}(\sqrt{3}+2)$ ។
 បង្ហាញថា $c < b < a$ ។

5. គេរៀប N ជើងជាការ។

ក. X ជាចំនួនអតិបរមា (ដែលអាច) នៃជើងផ្កានៃជ្រុងនីមួយៗ នោះគេរៀបបានការមួយដែលមាន X ជួរ ដែលមួយជួរមាន X ជើងផ្កា ក្នុងករណីនេះគេសង្កេតឃើញថា នៅសល់ជើងផ្កា 34 ដែលមិនត្រូវបានរៀប។

ចូរបង្ហាញថា X មិនអាចតូចជាងមួយចំនួនដែលត្រូវបញ្ជាក់។

ខ. បើគេចង់រៀបការដែលមាន $X+1$ ជួរនោះគេត្រូវការជើងផ្កា 15 ទៀតទើបគ្រប់សម្រាប់រៀប។
 គណនា X និង N ។

6. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ហើយមានកំពស់ AD ។ រង្វង់ផ្ចិត O_1 និង O_2 ចារឹករៀងគ្នាក្នុង ត្រីកោណ ABC និង ACD ។ បន្ទាត់ O_1O_2 ជួបជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នាត្រង់ K និង L ។ តាង S_1 និង S_2 ផ្ទៃក្រឡារៀងគ្នានៃ ត្រីកោណ ABC និង AKL ។

បង្ហាញថា $S_1 \geq 2S_2$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តកណ្តាល
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៣ មីនា ២០០៨
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៣ - ០៣ - ២០០៨
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. រកតួនៃចំនួនគត់ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព៖ $a^2 + b^2 = a + b + 8$ ។
 រកលេខចុងក្រោយនៃ 7^{2008} ។
- II. គណនា $F = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ ។
- III. សម្រួលកន្សោម $A = \frac{y^2z^2}{b^2c^2} + \frac{(z^2-b^2)(b^2-z^2)}{b^2(c^2-b^2)} + \frac{(c^2-z^2)(c^2-y^2)}{c^2(c^2-b^2)}$ ។
- IV. X ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលមាន 5 ខ្ទង់។ តាង A ជាចំនួនបានមកពីការដាក់លេខ 1 ខាងស្តាំ X និង
 ជាចំនួនបានមកពីដាក់ លេខ 1 ខាងឆ្វេង X។
 ក. សរសេរ A និង B ជាអនុគមន៍នៃ X។
 ខ. រក X បើ $A=kB$ (k ជាចំនួនគត់ដែលត្រូវពិភាក្សា)
 (ដើម្បីរក X គេគួរពិនិត្យករណី $k \geq 10$ ករណី k ជាចំនួនគត់ ហើយទើបពិនិត្យករណីផ្សេងទៀត។)
- V. គេឲ្យចតុកោណស្មើ ABOC មួយ។ គេគូសបន្ទាត់អថេរមួយកាត់តាម A កាត់បន្ទាយនៃ OB និង OC រៀងគ្នាត្រង់
 M និង N។
 ក. សិក្សាភាពដូចគ្នានៃត្រីកោណ ABM និង NCA។ បង្ហាញថាផលគុណ $BM \cdot CN$ មានតម្លៃថេរ។
 ខ. គេសន្មតមុំ $\widehat{BOC} = 60^\circ$ ។បង្ហាញថា $BM = CN = 2BC$ ហើយទាញបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ MBC និង BCN
 ដូចគ្នា។
 គ. BN និង CM កាត់គ្នាត្រង់ I។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាចតុកោណ OBIC ចារឹកក្នុងរង្វង់ហើយរង្វង់ចារឹក
 ក្រៅរបស់វាប៉ះនឹងជ្រុង AB និង AC នៃ ចតុកោណស្មើ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៩ ឧសភា ២០០៧
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១៩ - ០៥ - ២០០៧
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) បុរសម្នាក់ត្រូវការផឹកទឹកម្តង 700cm^3 ។ ប៉ុន្តែគាត់មានកាទឹកតែពីរគឺ ការមួយមានចំណុះ 500cm^3 និងការមួយទៀតមានចំណុះ 300cm^3 ។
តើបុរសនោះធ្វើដូចម្តេច ទើបអាចផឹកទឹកឲ្យបានគ្រប់ 700cm^3 ?
- II. (១០ពិន្ទុ) ចូរបំពេញចន្លោះនៅក្នុងប្រមាណវិធីខាងក្រោមនេះ ដោយប្រើលេខខុសៗគ្នាពី 1 ដល់ 5 ៖
 $[(\dots + \dots) \times (\dots) - (\dots)] \div (\dots) = 6$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) គេឧបមាថា $a^2 + a = -1$ ។
ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A = a^4 + 2a^3 + 4a^2 + 3a - 2$ ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងការធ្វើតេស្តគណិតវិទ្យាលើកទី២ សិស្សម្នាក់បានពិន្ទុលើសពិន្ទុដែលបានកាលពីធ្វើតេស្តលើកទី១ចំនួន 16 ពិន្ទុ។ សិស្សនោះសង្ឃឹមថាខ្លួននឹងបានពិន្ទុ 88 នៅក្នុងការធ្វើតេស្តលើកទី៣ ហើយពិន្ទុនេះនឹងតម្លើងមធ្យមភាគនៃពិន្ទុទាំងលើកទៅដល់ 80 ពិន្ទុ។
តើសិស្សនោះបានពិន្ទុប៉ុន្មានខ្លះ នៅក្នុងការធ្វើតេស្តលើកទី១ និងនៅលើកទី២។
- V. (២០ពិន្ទុ) រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជាទីប (x, y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ ។
- VI. (២៥ពិន្ទុ) ក្នុងរង្វង់ធ្នឹត O កាំ R គេគូសអង្កត់ធ្នឹត $[AB]$ ដែល $AB = R$ ចូរគូសអង្កត់ធ្នឹត $[AC]$ ដែល $\widehat{BAC} = 45^\circ$ ។
ក. គណនារង្វាស់មុំ $\widehat{ACB}$ និង $\widehat{ABC}$ ។
ខ. គណនា BC និង AC ជាអនុគមន៍នៃ R ។ (គេឲ្យ $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$)។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១៩ ឧសភា ២០០៧
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ២១- ០៥ - ២០០៧
រយៈពេល ៖ ១៨០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១៥ពិន្ទុ) ដោយឲ្យតម្លៃទៅចំនួនគត់ n ពី $0, 1, 2, 3, \dots$ ចូរបញ្ជាក់តម្លៃនៃ n ដែលនាំឲ្យសមភាព $2^n > n^2$ ពិត។
- II. (២០ពិន្ទុ) ចូរឲ្យឧទាហរណ៍តម្លៃ x មួយ (x ជាចំនួនពិត) ដែលនាំឲ្យសមភាព $|a| + 1 = |a + 1|$ ពិត និងឧទាហរណ៍តម្លៃ x មួយដែលសមភាពនេះមិនពិត។
តើតម្លៃ x ណាខ្លះដែលធ្វើឲ្យសមភាពនេះពិត។
- III. (២០ពិន្ទុ) រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b ដែលមានផលបូកស្មើ ៩២ និង $a + 1$ ជាពហុគុណនៃ b ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) ចូររកចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមានតាមគ្នា ដែលមានផលបូកស្មើ ១០ ។
(អាចជាផលបូកនៃ២ចំនួន ៣ចំនួន ៤ចំនួន...)។
- V. (២៥ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណសាមញ្ញដែលមានកំនុំ A ជាមុំទាល។ គេគូសកំពស់ $[AH]$ និងមេដ្យាន $[AO]$ (H នៅចន្លោះ B និង O) គេឲ្យ $\widehat{HAO} = \widehat{ACB} = \alpha$ និង $BC = 2a$ ។
គណនា AH និង AO ជាអនុគមន៍នៃ a និង α ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តបាត់ដំបង
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៩ មីនា ២០០៧
វិញ្ញាសា៖ វប្បធម៌ខ្មែរ ថ្នាក់ទី៩ ៖ ២៩ - ០៣ - ២០០៧
រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ៥០

- I. (៦ពិន្ទុ) ចូរឲ្យនិយមន័យ “ទង់” និងរាប់ឈ្មោះទង់ដែលខ្មែរនិយមប្រើក្នុងពិធីបុណ្យផ្សេងៗឲ្យបាន ៤ បែបដោយប្រាប់ពីការប្រើប្រាស់ផង។
- II. (៦ពិន្ទុ) តើពុទ្ធពរមានន័យដូចម្តេច? មានប៉ុន្មានយ៉ាង? អ្វីខ្លះ? ចូរពន្យល់ពរនីមួយៗ។
- III. (៧ពិន្ទុ) តើក្បាច់ចម្លាក់ខ្មែរបុរាណមានប៉ុន្មានប្រភេទ? គឺអ្វីខ្លះ? ហើយមានមុខងារដូចម្តេច?
- IV. (៨ពិន្ទុ) ចូរនិយាយពីរបៀបប្រើ “អស្តា” និង “ទណ្ឌឃាត” ដោយរកឧទាហរណ៍មកបញ្ជាក់។
- V. (៨ពិន្ទុ) “សីលធម៌និងប្រពៃណីផ្សេងៗរបស់ខ្មែរ មានលក្ខណៈ កសាងនិងអភិវឌ្ឍសង្គម” ។ ព្រោះអ្វី?
ចូរពន្យល់។
- VI. (១៥ពិន្ទុ) តើមានភពប៉ុន្មានក្នុងប្រព័ន្ធព្រះអាទិត្យ? ចូររាប់ឈ្មោះ។
តើភពណាខ្លះនៅជិតព្រះអាទិត្យ? ហើយភពណាខ្លះនៅឆ្ងាយពីប្រព័ន្ធព្រះអាទិត្យ?
ចូរអធិប្បាយពីកំនកំណើតព្រះអាទិត្យ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែប្រចាំ ខេត្តបាត់ដំបង
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៩ មីនា ២០០៧
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ ៖ ២៩ - ០២ - ២០០៧
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) គណនា ៖ $A = 2005(2006^9 + 2006^8 + \dots + 2006^2 + 2007) + 1$ ។

II. (២៥ពិន្ទុ) បង្ហាញថា ៖

ក. (៧ពិន្ទុ) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}}$

ខ. (១០ពិន្ទុ) $\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[4]{49 - 20\sqrt{6}} = 2\sqrt{3}$

គ. (៨ពិន្ទុ) $(a + b)(b + c)(a + c) \geq 8abc$; $a ; b ; c > 0$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូនរមេគេឲ្យចំណុច $A(5; 4)$; $B(0; 2)$ និង $C(4; 0)$ ។
 គណនាកូអរដោនេចំណុច G ទីប្រជុំទម្ងន់នៃត្រីកោណ ABC ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ពូសុខធ្វើដំណើរពីភូមិ A ទៅភូមិ B ដោយត្រូវជិះកង់ឡើងទួលចម្ងាយ $\frac{1}{3}$ នៃផ្លូវក្នុងល្បឿន 10km/h ហើយជិះកង់ចុះទួល ចម្ងាយ $\frac{1}{3}$ នៃផ្លូវក្នុងល្បឿន 15km/h និងត្រូវដើរចម្ងាយ $\frac{1}{3}$ នៃផ្លូវក្នុងល្បឿន 6km/h ។
 គណនាចម្ងាយពីភូមិ A ទៅភូមិ B ដោយដឹងថាគាត់ធ្វើដំណើរពីភូមិ A ទៅភូមិ B អស់រយៈពេល 1 ម៉ោង។

V. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យរង្វង់ $C(O; R)$ និងរង្វង់ $C'(O'; r)$ ដែល $R > r$ ប៉ះគ្នាខាងក្រៅត្រង់ A ។ គេគូសបន្ទាត់ប៉ះ រួមក្នុងនឹងបន្ទាត់ប៉ះរួម ក្រៅ (BC) (ចំណុច B នៅលើរង្វង់ (C) ; ចំណុច C នៅលើរង្វង់ (C')) ។ បន្ទាត់ទាំងពីរនេះប្រសព្វគ្នាត្រង់ M ។
 ១. បញ្ជាក់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ។
 ២. (AB) កាត់រង្វង់ (C') ត្រង់ D ហើយ (AC) កាត់រង្វង់ (C) ត្រង់ E ។
 បង្ហាញថា $[BE]$ និង $[CD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ (C) និង (C') ។

VI (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យ $[AB]$ និង $[CD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតពីរកែងគ្នាក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។ M ជាចំណុចមួយលើផ្ចិត BC ; N ជាចំណុចមួយលើផ្ចិត BD ។ បន្ទាត់ (MA) និង (NA) កាត់ (CD) ត្រង់ P និង Q ។
 ប្រៀបធៀបមុំ $\angle AMN$ និង $\angle AQC$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៥ ឧសភា ២០០៦
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០៥ - ០៥ - ២០០៧
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ) សមីការ $x^2 - bx + 1 = 0$ មានឫសមួយស្មើ 4 ដងឬសមួយទៀត។ តើ b ស្មើប៉ុន្មាន?

II. (១៥ពិន្ទុ) រកតម្លៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} - 2 = 0$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គណនា $X = \sqrt[3]{(a+1)(b+1)(c+1)} - 1$ ដោយដឹងថា $a+b=4, ab=3$ និង $ab+ac+bc=31$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) គណនា $x+y+z$ ដោយដឹងថា $2x+y+z=7$; $x+2y+z=8$ និង $x+y-2z=-3$ ។

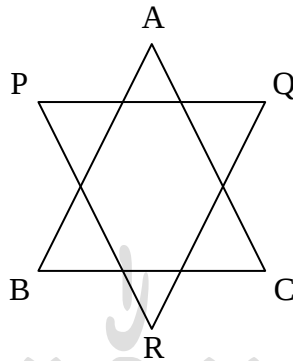
V. (២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងការេ ABCD គេសង់ត្រីកោណសម័ង្ស AID ។
គណនារង្វាស់មុំ BIC គិតជាដឺក្រេ។

VI. (២០ពិន្ទុ) រកបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នា $x; y$ និង z ដោយដឹងថា $\begin{cases} x+y=6 \\ y+z=10 \end{cases}$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៥ ឧសភា ២០០៦
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៧ - ០៩ - ២០០៧
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

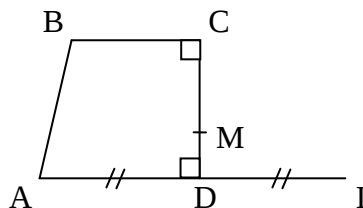
I. (១៥ពិន្ទុ) គណនា $S = \frac{2^2+4^2+6^2+8^2+\dots+200^2}{3^2+6^2+9^2+12^2+\dots+300^2}$ ។

- II. (២០ពិន្ទុ) គណនាផ្ទៃក្រឡានៃរូបខាងក្រោម ដោយដឹងថា ABC និង PQR ជាត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 3 cm ហើយជ្រុងពីរជ្រុងមួយនៃត្រីកោណមួយទៀតបាន៣ អង្កត់ប៉ុនគ្នា។



- III. (២០ពិន្ទុ) កុំហរ៣នាក់ $A; B; C$ មានគ្រាប់ឃ្លីរៀងៗខ្លួន។ បើសិនជា A ឲ្យឃ្លីគ្រាប់ទៅ B ហើយ B ឲ្យឃ្លី១គ្រាប់ទៅ C នោះអ្នកទាំងបីមានចំនួនឃ្លីស្មើគ្នា។
 រកចំនួនឃ្លីដែលម្នាក់ៗមាន ដោយដឹងថាម្នាក់ៗមានឃ្លីតិចជាង១០ ហើយចំនួនឃ្លីរបស់ A និង B ជាចំនួនបឋម។

- IV. (២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងរូបខាងក្រោម $ABCD$ ជាចតុកោណញាយកែង។ $AD = DI$; M ជាចំណុចរត់នៅលើ $[CD]$ ។
 កំណត់ទីតាំងនៃ M នៅលើ $[CD]$ ដើម្បីឲ្យ $AM + MB$ មានប្រវែងតូចបំផុត។



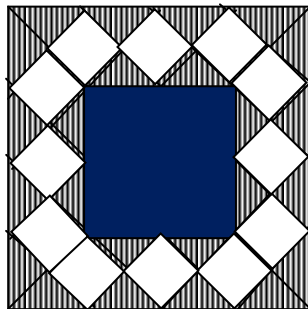
- V. (២០ពិន្ទុ) ក. សរសេរគ្រប់ចំនួនបឋមដែលតូចជាង១០០ ។
 ខ. ៥ ចំនួនបឋមតូចជាង ១០០ ដូចជា $\{2; 41; 53; 67; 89\}$ ត្រូវបានសរសេរដោយប្រើគ្រប់លេខពី ១ ដល់ ៩ ហើយលេខ នីមួយៗប្រើតែម្តង។
 ចូររកសំណុំនៃ ៥ ចំនួនបឋមនេះផ្សេងទៀតឲ្យបាន ៥ សំណុំ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំឆ្នាំដំបូង
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២១ មីនា ២០០៦
វិញ្ញាសា ៖ វប្បធម៌ខ្មែរ ថ្នាក់ទី៩ ៖ ២១ - ០៣ - ២០០៦
រយៈពេល ៖ ៩០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ៥០

- I. (៣ពិន្ទុ) តើក្បួនអង្គណាដែលមានគំនិតដោះយកខេត្តខ្មែរ នៅទិសខាងលិចពីសៀម? មូលហេតុអ្វី?
- II. (៤ពិន្ទុ) តើពិធីពូជក្នុងខ្សាច់ ស្រង់ព្រះ គេប្រារព្ធឡើងមានគោលបំណងអ្វី? ចូររៀបរាប់។
- III. (៤ពិន្ទុ) ចូររៀបរាប់គ្រឿងក្នុងខ្មែរដែលប្រើខ្សែ។
- IV. (៥ពិន្ទុ) សីលធម៌និង ប្រពៃណីផ្សេងៗ របស់ខ្មែរ សុទ្ធតែមានលក្ខណៈកសាង និងអភិវឌ្ឍសង្គម។
តើមាននៅចំណុចត្រង់ណាខ្លះ? ចូរពន្យល់។
- V. (៥ពិន្ទុ) តើព្រៃឈើមានសារៈសំខាន់អ្វីខ្លះ ក្នុងជីវភាពប្រចាំថ្ងៃរបស់ប្រជាជនខ្មែរ?
- VI. (១០ពិន្ទុ) ចូររៀបរាប់ពីជំនឿក្នុងការអុជធ្នូ ៖ ៣សរសៃ ៥សរសៃ និង ៩សរសៃ។
- VII. (១២ពិន្ទុ) តើអបាយមុខមានន័យដូចម្តេច? ផ្អែកតាមវចនានុក្រមខ្មែរ របស់សម្តេចសង្ឃ ជួនណាត
តើអបាយមុខមានប៉ុន្មានយ៉ាង? អ្វីខ្លះ?
- VIII. (៧ពិន្ទុ) ចូរបកស្រាយសុភាសិត " ទុកវាចាស់ ប្រើណាស់វាថ្មី" ដោយលើកឧទាហរណ៍បញ្ជាក់ផង។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៥ ឧសភា ២០០៥
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០៥ - ០៥ - ២០០៥
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) បើ $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ និង $B = 1 + \frac{1}{2}A$ តើ B លើស A ប៉ុន្មាន?
- II. (១០ពិន្ទុ) សរសេរចំនួន 93 ជាផលបូកនៃស្វ័យគុណគោល 3 ។
- III. (១៥០ពិន្ទុ) ការប្រឡងមួយមាន 25 សំណួរ។ ចម្លើយត្រូវមួយបានពិន្ទុ 4 ហើយចម្លើយខុសមួយបានពិន្ទុ -1 ។ សិស្សម្នាក់ឆ្លើយបានគ្រប់សំណួរ ហើយបានពិន្ទុសរុប 70 ។
តើសិស្សនោះឆ្លើយត្រូវបានប៉ុន្មានសំណួរ?
- IV. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងរូបខាងក្រោមនេះមានត្រីកោណដែលមានឆ្និត (▲) ការតូចពណ៌ស (□) និងការពង់នៅកណ្តាលពណ៌ខ្មៅ () ។ តាមរយៈការប្រៀបធៀបនៃត្រីកោណឆ្និតទាំងអស់ A ជាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃត្រីកោណឆ្និតទាំងអស់ B ជាផ្ទៃក្រឡាសរុបនៃការពណ៌សទាំងអស់ និង C ជាផ្ទៃក្រឡានៃការពង់នៅកណ្តាល។
បណ្តាចម្លើយខាងក្រោមនេះ តើចម្លើយណាខ្លះជាចម្លើយត្រូវ? ព្រោះអ្វី?
1) $A = B$; 2) $B = C$; 3) $2A = 3C$; 4) $3B = 2C$ ។



- V. (២០ពិន្ទុ) ត្រីកោណ ABC មាន $\hat{A} = 90^\circ$ និង $AB = AC = 1$ ។ គេបន្លាយ $[AC]$ ទៅខាង C ឲ្យបាន $CD = CB$ ។ រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ BCD គិតជាឯកតាផ្ទៃក្រឡា។
- VI. (៣០ពិន្ទុ) កីឡាករ 3 នាក់ពាក់អាវដែលមានផ្ទៃក្រឡាខុសៗគ្នា។ កីឡាករទី 1 ពាក់អាវដែលមានផ្ទៃក្រឡា 1 កីឡាករទី 2 ពាក់អាវដែលមានផ្ទៃក្រឡា 2 កីឡាករទី 3 ពាក់អាវដែលមានផ្ទៃក្រឡា 3 ។ មុនពេលប្រកួតកីឡាករទាំង 3 នាក់បានទុកអាវចូលគ្នានៅក្នុងស្បោងតែមួយ។ ពេលរៀបប្រកួតកីឡាករទាំង 3

នាក់បានលូកយកអារព័ក្នុងស្បែងមកពាក់។ ជាឧទាហរណ៍ ក៏ឡាករទី1 ទី2 ទី3 លូកយកបានរៀង

គ្នាអារដែលមានលេខ 3; 2; 1 ហើយលទ្ធផលសរសេរជា(3; 2; 1)។

ក. ចូរសរសេរលទ្ធផលទាំងអស់ដែលអាចមាន។

ខ. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍A: “ក៏ឡាករលូកយកបានអារដែលមានផ្ទុកលេខមិនមែនជាលេខរបស់ខ្លួនទាំង 3 នាក់” ។

ព្យាយាមកំណត់សម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០៥ ឧសភា ២០០៥
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០៥ - ០៥ - ២០០៥
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) រកចំនួនគត់តូចបំផុត $C (C > 1)$ ដែល $C = a^2 = b^3$; a និង b ជាចំនួនគត់។
- II. (២០ពិន្ទុ) ក. សរសេរ $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ ជាពង $a + \sqrt{b}$ ។
 ខ. គណនា $\sqrt{2 + 2\sqrt{2 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}}$ ។
- III. (២០ពិន្ទុ) មធ្យមភាគនៃ n ចំនួនគត់ខុសពី ០ ($a_1, a_2, \dots, a_n$) ស្មើ 22 ។ បើគេថែម 29 ទៅលើ n ចំនួនគត់ទាំងនោះ នោះមធ្យមភាគថ្មីគឺ 23 ។ តើមានចំនួនទាំងអស់ប៉ុន្មាន?
- IV. (២០ពិន្ទុ) មនុស្សម្នាក់រត់ដោយល្បឿន 10 km/h នៅលើចម្ងាយផ្លូវ 1 km រួចដើររហូតដោយល្បឿន 5 km/h នៅលើ ចម្ងាយផ្លូវ 3 km ។ រកល្បឿនមធ្យមរបស់មនុស្សនោះនៅលើចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់។
- V. (៣០ពិន្ទុ) នៅក្នុងកាត $ABCD$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 4 cm គេគូសត្រីកោណសម័ង្ស AEF , E នៅលើជ្រុង $[BC]$ និង F នៅលើជ្រុង $[CD]$ ។
 ក. រករង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស AEF ឲ្យជាប់ទាក់ទងនឹង $\cos 15^\circ$ ។
 ខ. ដោយដឹងថា $\cos^2 a = \frac{1+\cos 2}{2}$ និង $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ចូរគណនា $\cos 15^\circ$ ។
 គ. ទាញរង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស AEF ដោយគិតតម្លៃជាចំនួនទសភាគយកត្រឹម $\frac{1}{10}$ នៃ cm ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៥
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៥
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\sqrt{4\sqrt{3}-6} = \sqrt{x\sqrt{3}} - \sqrt{y\sqrt{3}} ; (x > 0 ; y > 0)$

ខ. $\left(\frac{26-x}{1979}\right) + \left(\frac{20-x}{1985}\right) + \left(\frac{23-x}{1982}\right) + \left(\frac{17-x}{1988}\right) + \left(\frac{14-x}{1991}\right) + \frac{2005}{401} = 0$

II. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យកន្សោម $A = \frac{x^4-6x^3+1999}{x-6}$ ។ រកគ្រប់ចំនួនគត់ x ដើម្បីឲ្យ A ជាចំនួនគត់។

III. (១០ពិន្ទុ) គណនាផលបូក $S = a^{2003} + b^{2004} + c^{2005}$ ដោយដឹងថា a, b, c ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង 3 ខាងក្រោម ៖ $a^2 + 2b + 1 = 0 ; b^2 - 2c + 1 = 0$ និង $c^2 - 2a + 1 = 0$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) ក. រកតម្លៃ x និង y ដោយដឹងថា $x + y = 120$ និង $PGCD(x; y) = 40$ ។
 ខ. រកលេខនៅខាង x និង y ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 45។

V. (១០ពិន្ទុ) បង្ហាញថាចំនួន $A = \underbrace{11 \dots 1}_{2n \text{ លើខ1}} - \underbrace{22 \dots 2}_{n \text{ លើខ2}}$ ជាការប្រាកដនៃចំនួនមួយ។

VI. (២០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូនរមេ គេឲ្យពីរចំណុច $A(2; 0); B(0; 4)$ និងបន្ទាត់ $(D): y = -2x + 8$ ។ ពីចំណុច $M(m, n)$ នៅលើបន្ទាត់ (D) គេទំលាក់ចំណោលកែងរៀងគ្នាលើអ័ក្ស (Ox) និង (Oy) ត្រង់ H និង K ។
 ក. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (AK) និង (BH) ។
 ខ. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ I នៃបន្ទាត់ (AK) និង (BH) ជាអនុគមន៍ m និង n ។ ស្រាយបំភ្លឺថា I នៅលើបន្ទាត់ (D) ។

VII. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យរង្វង់ (C) ផ្ចិត O កាំ R និងចំណុច P នឹង ដោយ $OP = a < R$ ដៅពីរចំណុច A, B ចល័តនៅលើរង្វង់ (C) ដែល $\widehat{APB} = 90^\circ$ ។ សង់ $[OM]; [PH]$ កែងនឹង $[AB]$ ។
 ក. គណនា $MP^2 + MO^2$ និង $HP^2 + HO^2$ ជាអនុគមន៍។
 ខ. យក I ជាចំណុចកណ្តាល $[OP]$ ។ គណនា IM រួចទាញរកសំណុំចំណុចនៃ M ។
 គ. រកទីតាំងចំណុច M ដើម្បីឲ្យក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ OMP ធំបំផុត។ រកតម្លៃធំបំផុតនោះ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៥
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៥
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) ក. គណនាតម្លៃ ៖ $A = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{6} + 1)(5 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3})$ ។

ខ. គណនាតម្លៃលេខនៃ $B = \frac{4008 \cdot \sqrt{a^2 - 4}}{a - \sqrt{a^2 - 4}}$ ចំពោះ $a = \sqrt{\frac{2005}{2004}} + \sqrt{\frac{2004}{2005}}$ ។

II. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យពីរចំនួន a, b ដោយ $ab \neq 0$; $a + b \neq 0$ និង x, y ជាពីរចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់៖

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ និង } \frac{x^4}{a} + \frac{y^4}{b} = \frac{1}{a+b}$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{x^8}{a^3} + \frac{y^8}{b^3} = \frac{1}{(a+b)^3}$ ។

III. (២០ពិន្ទុ) យក x_1 និង x_2 ជាឫសនៃសមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) ។

តាង $S_n = x_1^n + x_2^n$ ដោយ $n = 1, 2, 3, \dots$ ។

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a \cdot S_{n+2} + b \cdot S_{n+1} + c \cdot S_n = 0$ ។

ខ. អនុវត្ត ៖ គណនាតម្លៃ $A = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^6 + \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^6$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) កំណត់ a និង b ដើម្បីឲ្យពហុធា $x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + 1$ ជាការប្រាកដនៃពហុធាមួយ។
បង្ហាញថា $x = \sqrt[3]{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}}$ ជាឫសមួយនៃសមីការដឺក្រេទី៣ មានមេគុណជាចំនួនគត់។

V. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួន $A = 123456789101112 \dots 998999$ ដែលក្នុងចំនួននេះ គេសរសរលេខពី 1 ដល់ 999។

តើលេខប៉ុន្មាន នៅទីតាំង ទី 2005 គិតពីឆ្វេងដៃ?

VI. (១០ពិន្ទុ) សុខ និង សៅ ជជែកគ្នាពីចំនួនកាក់របស់ពួកគេ។ សុខ និយាយ " សៅ បើឯងយកកាក់មកឲ្យខ្ញុំមួយចំនួន នោះខ្ញុំនឹងមានកាក់ 6 ដង កាក់របស់ឯង" សៅ តបថា " សុខ បើឯងឲ្យកាក់មកខ្ញុំមួយចំនួនវិញ នោះឯងមាន កាក់ស្មើ៣ដងកាក់របស់ខ្ញុំ"។
រកចំនួនកាក់តិចបំផុតដែល សុខ អាចមាន។

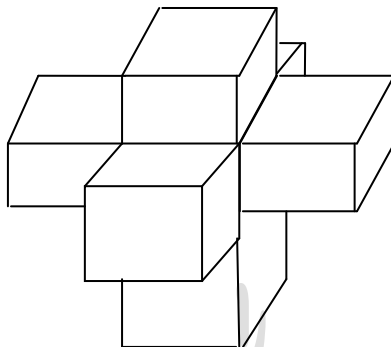
- VII.(២០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណកែងសមបាត ABC កែងត្រង់ C ។ យក P ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង $[BC]$; M ជាចំណុចកណ្តាល នៃ $[AB]$ ។ ចំណែក L, N នៅលើ $[AP]$ ដែល $[CN] \perp [AP]$ និង $AL = CN$ ។
- ក. គណនាមុំ $\angle LMN$ ។
- ខ. បើក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ស្មើ 4 ដងក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ LMN គណនាមុំ $\angle CAP$ ។

ព្យាយាមកំណត់ចំណុចសម្រេច!

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១១ ឧសភា ២០០៤
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ១១ - ០៥ - ២០០៤
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) រក x ដើម្បីឲ្យ $\frac{x}{3} - \frac{x}{6} + \frac{x}{9} - \frac{x}{12} = -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គូប 7 ប៉ុន្មានគ្នា ផ្គុំជាប់គ្នាដូចរូបខាងក្រោមនេះ។



មាឌនៃសូលីតដែលផ្គុំបានស្មើ 189cm^3 ។
 រកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីតនេះ។

III. (១៥ពិន្ទុ) រកគ្រប់តម្លៃ $m (m \neq 0)$ ដើម្បីឲ្យសមីការ $mx - m + 1 = 0$ មានឫសវិជ្ជមាន។

IV. (២០ពិន្ទុ) កសិករម្នាក់មានដំឡូង 5 ល្អិតដែលមានទម្ងន់រៀងគ្នា $7\text{kg}; 10\text{kg}; 14\text{kg}; 18\text{kg}$ និង 19kg ។ គាត់បានលក់ដំឡូង 4 ល្អិតមនុស្ស 2 នាក់។ អ្នកទី 1 ទិញបានដំឡូងដែលមានទម្ងន់ស្មើ 2 ដងនៃទម្ងន់ដំឡូង អ្នកទី 2 ។

រកទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់។

V. (២០ពិន្ទុ) ត្រីកោណ ABC មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $x, x + a$ និង $x + 2a$ ដែល a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។
 រកគ្រប់រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ដែលតូចជាងឬស្មើ 10 ដើម្បីឲ្យត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែង។

VI. (២០ពិន្ទុ) ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 3, 4 និង 5។ ត្រីកោណនេះចារិកក្នុងរង្វង់មួយ។ តាង A, B, C ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ដែលនៅក្នុងរង្វង់និងក្រៅត្រីកោណ ហើយ C ជាផ្ទៃក្រឡាដែលធំជាងគេ។
 គណនា $A + B$ ឲ្យជាប់ទាក់ទងនឹង C ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ១១ ឧសភា ២០០៤
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ១១ - ០៥ - ២០០៤
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) បើ $\frac{1}{x+2}$ គឺ $\frac{1}{x+3}$ ស្មើប៉ុន្មាន?
- II. (១៥ពិន្ទុ) a និង b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ដោយដឹងថា $a^2 - b^2 = 13$ ចូរគណនា $a + b$ ។
- III. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យការេ $ABCD$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ ១ឯកតា។ នៅលើជ្រុង $[BC]$ គេដាក់ចំណុច E ដោយ $BC = \sqrt{2} - 1$ ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $[AE]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ BAC ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួន $t_1 = 1 ; t_2 = 3 ; t_3 = 6 ; t_4 = 10 ; t_5 = 15 ; t_6 = 21$ ដែលចំនួននីមួយៗជាផលបូកនៃចំនួនគត់តូចៗ ដោយសង្កេតគំរូដែលឲ្យចូរសរសេរកន្សោម t_n ។ គណនា $t_n + t_n$ រួចទាញរករូបមន្តសម្រាប់គណនា t_n ។
គណនា t_{100} ។
- V. (២០ពិន្ទុ) មនុស្សចាស់ម្នាក់ធ្វើការងារមួយចប់ក្នុងរយៈពេល ១៥h។ ក្មេងម្នាក់ធ្វើការងារដដែលចប់ក្នុងរយៈពេល ២០h ។
ក. តើមនុស្សចាស់ម្នាក់និងក្មេងម្នាក់រួមគ្នាធ្វើការងារនេះចប់ក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង?
ខ. តើមនុស្សចាស់ប៉ុន្មាននាក់និងក្មេងប៉ុន្មាននាក់រួមគ្នាធ្វើការងារនេះចប់ក្នុងរយៈពេល 5h។
- VI. (២០ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។ នៅលើបន្ទាយនៃជ្រុង $[AB]$ គេដាក់ចំនុច P (A នៅចន្លោះ P និង B)។ តាង a ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC ; r_1 ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ PAC ; r_2 ជាកាំរង្វង់ដែលប៉ះជ្រុងនៃមុំ P ហើយប៉ះជ្រុង $[BC]$ ខាងក្រៅត្រីកោណ ABC ។ រង្វង់កាំ r_1 ប៉ះ $[PA]$ ត្រង់ D ប៉ះ $[PA]$ ត្រង់ E និងប៉ះ $[PC]$ ត្រង់ F រង្វង់កាំ r_2 ប៉ះ $[BC]$ ត្រង់ F ប៉ះ $[BC]$ ត្រង់ G និងប៉ះ (PC) ត្រង់ I ។
ក. បង្ហាញថា $DG = HI = \frac{3a}{2}$ ។
ខ. គណនា $r_1 - r_2$ ដោយឲ្យជាប់ទាក់ទងនឹង a ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៤
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៤
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម៖ $\frac{1+2a}{1+\sqrt{1+2a}} + \frac{1-2a}{1-\sqrt{1+2a}}$ ចំពោះ $a = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ។
- II. (១០ពិន្ទុ) រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់ផ្សេងៗគ្នាដែល $a^2 + b^2 = a + b + 8$ ។
- III. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $a; b$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន $a > b$ ដែល ចូរប្រៀបធៀបពីរចំនួន៖
 $A = \sqrt{a + 2004} - \sqrt{a}$ និង $A = \sqrt{b + 2004} - \sqrt{b}$ ។
- IV. (១០ពិន្ទុ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ x
 $A = (x + 2004)(x + 2 \cdot 2004)(x + 3 \cdot 2004)(x + 4 \cdot 2004) + 2004^4$ ចំនួនជាការប្រាកដ។
- V. (១៥ពិន្ទុ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $A_1 \cdot A_2 \geq 2(B_1 + B_2)$ នោះមានយ៉ាងតិចមួយក្នុងចំណោមសមីការពីរ $x^2 + A_1 \cdot x + B_1 = 0$ និង $x^2 + A_2 \cdot x + B_2 = 0$ មានឫស។
- VI. (២៥ពិន្ទុ) គេឲ្យកាតព្វក្រម $ABCD$ ដែលជ្រុងមានរង្វាស់ $12cm$ ។ គេសង់អង្កត់ AE ដោយ E ជាចំណុច នៅលើជ្រុង CD និង $DE = 5cm$ ។ មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AE]$ កាត់ $[AD]$ និង $[BC]$ រៀងគ្នា ត្រង់ $M; P; Q$ ។
 គណនា $\frac{PM}{MQ}$ ។
- VII. (២០ពិន្ទុ) រកលេខនៅខាងលើនៃចំនួន $A = 3^{1999} \times 7^{2001} \times 7^{2004} \times 3^{2003}$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៤
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៤
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១៥ពិន្ទុ) រកតម្លៃលេខនៃចំនួន៖

$$A = \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2003}{2004}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2002}{2003}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2003}{2004}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2002}{2003}\right)$$

II. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល A ដោយមុំ $\hat{A} = 20^\circ$ ។ នៅលើជ្រុង $[AC]$ គេដាក់ចំណុច D មួយដែល $AD = BC$ ។ គណនារង្វាស់មុំ $\widehat{ABD}$ ។

III. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យបីចំនួន a, b, c វិជ្ជមាន តាង៖

$$P = \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ac + a^2}$$

$$Q = \frac{b^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{c^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{a^3}{c^2 + ac + a^2}$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $P = Q$ ។

IV. (១០ពិន្ទុ) បង្ហាញថាចំនួន $A = 2004 \cdot \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់។

V. (១៥ពិន្ទុ) រកគ្រប់ចំនួនគត់ $x; y; z$ ក្នុងសមីការ៖

$$x + y + z + 4 = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{y-3} + 6\sqrt{z+5}$$

VI. (១០ពិន្ទុ) គេជ្រើសរើសចំនួនមួយមានលេខ 3 ខ្ទង់ (ឧទាហរណ៍ 234) រួចសរសេរលេខនេះបន្តជា លេខ 6 ខ្ទង់ (ឧទាហរណ៍ 234234) ។ គេយកចំនួនមានលេខ 6 ខ្ទង់នេះចែកនឹង 7 រួចចែកនឹង 11 រួចចែកនឹង 13 អ្នកនឹងឃើញលទ្ធផលជាលេខ 3 ខ្ទង់ដែលបានជ្រើសរើសដំបូង។ ដោយប្រើ លេខបីខ្ទង់ ផ្សេងទៀត ចូរពន្យល់បញ្ហានេះ?

VII. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណ ABC មានកំពស់ CH ។ បណ្តាញ់ចំនុចក្នុងត្រីកោណ ACH និង BCH រៀងគ្នាប៉ះនឹង CH ត្រង់ R និង S ។ គេឲ្យ $AB = 2005\text{mm}; AC = 2004\text{mm}; BC = 2003\text{mm}$ ។ គណនាប្រវែង RS ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៨ ឧសភា ២០០៣
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ២៨ - ០៥ - ២០០៣
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាផលបូកដោយមិនប្រើឧបករណ៍ម៉ាស៊ីនគិតលេខ៖

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{9999}$$

II. (១៥ពិន្ទុ) ចំនួនមួយមានលេខបីខ្ទង់ដែលមាន 4 ជាលេខខ្ទង់រយ។ បើគេលើកត្រឡប់លេខខ្ទង់រយមកដាក់ខាងមុខនៃលេខ ពីរទៀតនោះគេនឹងបានចំនួនទីពីរថ្មីមួយទៀតដែលមានលេខបីខ្ទង់ហើយមាន 4 ជាលេខខ្ទង់រយ។ គេដឹងថា ចំនួនទីពីរ លើស ចំនួន 400 ដកចំនួនទីមួយ 400។
 រកចំនួនទីមួយនេះ។

III. (១៥ពិន្ទុ) រកគ្រប់ចំនួនគត់សនិទានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $2x^2 + 2xy + y^2 = 25$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) បង្ហាញថា $\left[\sqrt{4 + \sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}} - 4 \right]^{2003}$ ជាចំនួនសនិទាន។

V. (២០ពិន្ទុ) រង្វង់ពីរផ្ចិត O_1 និង O_2 ហើយនៅក្រៅគ្នា។ បន្ទាត់ប៉ះរួមក្រៅមួយប៉ះរង្វង់ទាំងពីររៀងគ្នាត្រង់ M និង N ដែល $MN = a$ ។ បន្ទាត់ប៉ះរួមក្នុងមួយប៉ះរង្វង់ទាំងពីររៀងគ្នាត្រង់ P និង Q ដែល $PQ = b$; ($a > b > 0$)។
 គណនាផលគុណរវាងកាំនៃរង្វង់ទាំងពីរនោះឲ្យជាប់ទាក់ទងនឹង a និង b ។

VI. (២០ពិន្ទុ) M ជាចំណុចនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ABC មួយ។ បន្ទាត់ (BM) ជួបជ្រុង $[AC]$ ត្រង់ N ។ បន្ទាត់ (CM) ជួបជ្រុង $[AB]$ ត្រង់ L ។ $\triangle BLM$ និង $\triangle CMN$ មានផ្ទៃក្រឡារៀងគ្នា $5cm^2$; $8cm^2$ និង $10cm^2$ ។
 គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ALMN$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៨ ឧសភា ២០០៣
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ៣០ - ០៥ - ២០០៣
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) $A = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{2002}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2003}$
 បង្ហាញថា $A = 1 - \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2003}$ ។

II. (១០ពិន្ទុ) គេដឹងថា $(a + b)^2 + (a + 3b)^2 - 4(a + b) - 10(a + 3b) + 29 = 0$
 គណនាតម្លៃលេខនៃ $2a + 4b$ ។

III. (២០ពិន្ទុ) ក្នុងការក្រាលបាតបន្ទប់មួយដែលមានរាងចតុកោណកែង គេបានប្រើឥដ្ឋកំរាលពណ៌ក្រហម និង ពណ៌ស ដែលមានរាងជាការេហើយមានជ្រុងប្រវែង $5dm$ ។ គេបានប្រើឥដ្ឋកំរាលពណ៌ក្រហម និងឥដ្ឋកំរាលពណ៌ស អស់ចំនួនស្មើគ្នា។ បន្ទប់នោះមានទទឹង $5x$ និងបណ្តោយ $5y$ (គិតជា dm) ។ គេបានក្រាលឥដ្ឋពណ៌ក្រហមទាំងអស់។
 កំណត់ចំនួនគត់ x និង y ទាំងអស់ដែលអាចមាន។

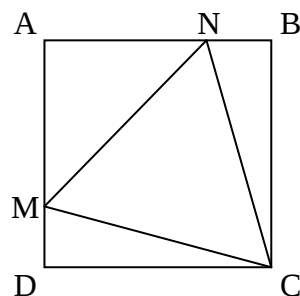
IV. (២០ពិន្ទុ) a, b និង c ជាចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a + b + c = 1$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ និង $a^3 + b^3 + c^3 = 1$ ។
 គណនាតម្លៃលេខនៃ $P = a^{2002} + b^{2003} + c^{2004}$ ។

V. (២០ពិន្ទុ) M ជាចំណុចមួយនៅក្នុងកាតព្វកោណ $EFGH$ មួយហើយដែល
 $\widehat{MEG} = \widehat{MGH} = \beta$ ($0^\circ < \beta < 45^\circ$) ។
 គណនារង្វាស់មុំ $\widehat{EFM}$ ឲ្យជាប់ទាក់ទងនឹង β ។

VI. (២០ពិន្ទុ) រង្វង់បីមានផ្ចិតរៀងគ្នា I_1, I_2 និង I_3 ហើយមានកាំ R ដូចគ្នា។ រង្វង់ (I_1) ជួបរង្វង់ (I_2) ត្រង់ចំណុច O និង A ។ រង្វង់ (I_2) ជួបរង្វង់ (I_3) ត្រង់ចំណុច O និង B ។ រង្វង់ (I_3) ជួបរង្វង់ (I_1) ត្រង់ចំណុច O និង C ។
 បង្ហាញថាចំណុច A, B និង C ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយដែលមានកាំ R ដែរ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៣
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៣
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. គេមានបន្ទាត់មានសមីការ $mx + (2m - 1)y + 3 = 0$ ។
 ក. សរសេរសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(2, 1)$ ។
 ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ខាងលើ កាត់តាមចំណុចនឹងមួយជានិច្ច គឺ M ចំពោះគ្រប់ m ។
 រកកូអរដោនេនៃ M ។
- II. a) គណនា $A = \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$
 b) សម្រួល $B = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \div \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$
 (ចំពោះ $x > 0$; $x \neq 1$)
- III. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2(x+y) = xy \\ xy + yz + xz = 108 \\ xyz = 180 \end{cases}$
- IV. ចំពោះតម្លៃលេខណាខ្លះនៃ x ដែលកន្សោម $P = (x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 6)$ មានតម្លៃតូចបំផុត ?
 រកតម្លៃតូចបំផុតនោះ។
- V. ក្នុងត្រីកោណ ABC គេដាក់ចំណុច M ដែលមុំ $\widehat{MBA} = 30^\circ$; $\widehat{MAB} = 10^\circ$ ។
 គណនាមុំ $\widehat{AMC}$ បើមុំ $\widehat{MAB} = 80^\circ$ និង $AC = BC$ ។
- VI. ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ មាន $ABCD$ ជាការេ និង CMN ជាត្រីកោណសម័ង្ស។
 គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ CMN បើគេដឹងថាក្រឡាផ្ទៃការេ $ABCD$ ស្មើ 1cm^2 ។



ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០៣
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០៣
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១៥ពិន្ទុ) រកបូសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ $2(x + y) + 16 = 3xy$ ។
- II. (១៥ពិន្ទុ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា សមីការខាងក្រោមនេះ មានបូសជានិច្ច
 $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$ ចំពោះ x ជាអន្ធិត a, b
 និង c ជាចំនួនពិត។
- III. (២០ពិន្ទុ) ក. គណនាតម្លៃលេខនៃ $A = \sqrt[3]{182 + \sqrt{33125}} + \sqrt[3]{182 - \sqrt{33125}}$ ។
 ខ. គេឲ្យ $(a + \sqrt{a^2 + 1})(b + \sqrt{b^2 + 1}) = 1$ ។
 គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $B = a^{2003} + b^{2003}$ ។
- IV. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ ។
 ក. គណនា $f(x) + f(y)$ ដោយដឹងថា $x + y = 1$ ។
 ខ. ទាញរកផលបូក $S = f\left(\frac{1}{2003}\right) + f\left(\frac{2}{2003}\right) + f\left(\frac{3}{2003}\right) + \dots + f\left(\frac{2002}{2003}\right)$ ។
- V. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យត្រីកោណ ABC និងចំណុច I មួយនៅក្នុងត្រីកោណនេះ។ បន្ទាត់ $(AI), (BI), (CI)$ រៀងគ្នាកាត់
 $[BC], [AC], [AB]$ ត្រង់ចំណុច M, N, P ។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{AI}{AM} + \frac{BI}{BN} + \frac{CI}{CP} = 2$ ថេរ។
- VI. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យ បីចំនួន $A = \underbrace{88 \dots 88}_{n \text{ តួនៃ } 8}$ $B = \underbrace{22 \dots 22}_{(n+1) \text{ តួនៃ } 2}$ និង $C = \underbrace{44 \dots 44}_{2n \text{ តួនៃ } 4}$ ។
 ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A + B + C + 7$ ជាចំនួនមួយការប្រាកដ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៣ ឧសភា ២០០២
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ២៣ - ០៥ - ២០០២
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. (១០ពិន្ទុ) ចូរស្រាយបំភ្លឺថា ៖

$$(2001)(2003)(2002^2 + 1)(2002^4 + 1)(2002^8 + 1)(2002^{16} + 1) = 2002^{32} - 1 \text{ ។}$$

II. (១០ពិន្ទុ) ចូរដោះស្រាយសមីការ ៖ $(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 2x + 3) = x^2 + 2x + 7$ ។

III. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $a ; b ; c$ ជាបីចំណុចដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $abc = 1$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា ៖
$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1 \text{ ។}$$

IV. (២០ពិន្ទុ) ចូរស្រាយបំភ្លឺថា ៖ $\sqrt[4]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[4]{49 - 20\sqrt{6}} = 2\sqrt{3}$ ។

V. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យចតុកោណកែង $ABCD$ មួយ។ I ជាចំណុចមួយនៅខាងក្នុងចតុកោណកែង $ABCD$ ហើយដែល ៖

$$IA = a ; IB = b ; IC = c ; ID = x \text{ ។}$$

ស្រាយបំភ្លឺថា ៖ $x^2 = a^2 - b^2 + c^2$ ។

VI. (២០ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ហើយមាន $\widehat{ABC} = 2\alpha$ ។ រង្វង់ធ្នឹត M កាំ R ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC ។ រង្វង់ធ្នឹត N កាំ r ប៉ះរង្វង់ធ្នឹត M កាំ R ហើយរង្វង់ធ្នឹត N កាំ r នោះប៉ះនឹងជ្រុង $[AC]$ និង $[BC]$ របស់ត្រីកោណ ABC ទៀតផង។

១. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $MN = \frac{R-r}{\sin(45^\circ - \alpha)}$ ។

២. ចូរគណនាផលធៀប $\frac{R}{r}$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ទូទាំងប្រទេស
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ២៣ ឧសភា ២០០២
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ២៣ - ០៥ - ២០០២
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

- I. (១០ពិន្ទុ) ចតុកោណប៉ោង $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O មួយ ។ បន្ទាត់ (AB) ជួប (CD) ត្រង់ I ហើយបន្ទាត់ (AD) ជួប (BC) ត្រង់ J ដែល $\widehat{IAJ} = 3\alpha$; $\widehat{AJB} = 2\alpha$; $\widehat{AID} = \alpha$ ។
 ចូរគណនា α គិតជាដឺក្រេ។
- II. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $x^2 + y^2 = 1$ និង $bx^2 = ay^2$ ដែល $a \neq 0$; $b \neq 0$ ។
 ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{x^{2002}}{a^{1001}} + \frac{y^{2002}}{b^{1001}} = -\frac{2}{(a+b)^{1001}}$ ។
- III. (២០ពិន្ទុ) ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

$$\begin{cases} (x+y)(y+z) = 187 \\ (y+z)(z+x) = 154 \\ (z+x)(x+y) = 238 \end{cases} \quad (\text{ដែល } x; y; z \text{ ជាចំនួនវិជ្ជមាន})$$
- IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ និង $a + b + c = abc$ ។
 ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$ ។
- V. (១៥ពិន្ទុ) $EFGH$ ជាស្ពានច្បាររាងចតុកោណកែងដែលមានបាតធំ $EF = a$ និងបាតតូច $GH = b$ ។
 គេចែកស្ពាននោះជាពីរផ្នែក ដែលមានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា ដោយធ្វើបងតាម $[MN]$ ស្របបាតទាំងពីរហើយ
 $M \in [EH]$; $N \in [FG]$ ។
 ចូរគណនាប្រវែង MN ឲ្យជាបំពេញទំនាក់ទំនង a និង b ។
- VI. (២០ពិន្ទុ) P ជាចំណុចមួយនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O កាំ R អង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។
 ១. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាអតិបរមារបស់ត្រីកោណ PAB ។
 ២. ស្រាយបំភ្លឺថា $PA \times PB \leq 2R^2$ ហើយ $PA + PB \leq 2R\sqrt{2}$ ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០២
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី១ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០២
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. 1. សរសេរកន្សោម $A = \sqrt[3]{16} + \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} + \sqrt[3]{\frac{27}{4}}$ ជាស្វ័យគុណគោល 2។

2. សម្រួលប្រភាគ៖ $F = \frac{(4x^2-3x-18)^2 - (4x^2+3x)^2}{(-2x-6)(-4x+6)(2x+3)}$ ។

3. គណនាតម្លៃ S បើ $x = 95$ ។

$$S = \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+7x+12} + \frac{1}{x^2+9x+20}$$
 ។

4. ក្នុងតម្រុយអរតូនរមេមួយ គេមានចំណុច $A(1; 2); B(4; 1)$ និង $C(-1; -9)$ ។

ក. ស្រាយបំភ្លឺ C ជាចំណុចនៅលើមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ខ. រកកូអរដោនេចំណុចកណ្តាល I នៃអង្កត់ AB ។

គ. រកសមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

5. គេឲ្យសមីការ៖ $(m+1)x^2 + 2mx - 4$ (m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ)។

ក. បើដឹងថាផលបូកឫសស្មើ -1 គណនាតម្លៃ m ។

ខ. ចំពោះតម្លៃ m ដែលរកឃើញ ចូររកឫសនៃសមីការ។

II. តាមកំពូល A នៃត្រីកោណសមបាត ABC គេគូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់ $[BC]$ ត្រង់ E និងកាត់រង្វង់ ចារឹកក្រៅ ត្រីកោណត្រង់ F ។

1. ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ABE និង AFB រួចទាញបង្ហាញថា៖ $AE \cdot AF = AB^2$ ។

2. បន្ទាត់គូសចេញពីកំពូល C កែងនឹង $[AF]$ ត្រង់ H កាត់បន្ទាត់ (BF) ត្រង់ I ។ បង្ហាញថា (FA) ជាមេដ្យាទ័រនៃ $[CI]$ ។

3. គេបន្ទាយ $[CI]$ ឲ្យបាន $AD = AC$ បង្ហាញថាចតុកោណ $DIBC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ រួចបញ្ជាក់ផ្ចិតរង្វង់នេះផង។

4. គេឧបមាថា $AC = 6cm$; $\widehat{IAC} > 30^\circ$ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ AIC ។

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
ផ្នែកអក្សរសិល្ប៍ខ្មែរ គណិតវិទ្យា រូបវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ និងថ្នាក់ទី១២
សម័យប្រឡង ៖ ០១ មេសា ២០០២
វិញ្ញាសា ៖ គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី៩ លើកទី២ ៖ ០១ - ០៤ - ២០០២
រយៈពេល ៖ ១២០ នាទី ពិន្ទុ ៖ ១០០

I. គណនាកន្សោម៖ $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{99}\right)$ និង
 $B = \sqrt{2 + \sqrt[4x+1]{16^x + 16^x}}$ ។

II. បង្ហាញថាបើ $abc = 1$ នោះគេបាន៖ $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$ ។

III. ឫសមួយនៃសមីការ $4x^2 - Px + 2 = 0$ ស្មើនឹងពីរដងនៃឫសមួយផ្សេងទៀត។

ក. រកឫសសមីការនោះ។

ខ. រកតម្លៃ P ។

IV. ចូរស្រាយបំភ្លឺ $x = \sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{2} - 1)^3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។

V. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2x + y + z = 18 & (1) \\ x + 2y + z = 1 & (2) \\ x + y + 2z = 21 & (3) \end{cases}$ ។

VI. $[AH]$; $[BK]$; $[CL]$ ជាកំពស់ត្រីកោណ ABC ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $AH + BK + CL < AB + BC + AC$ ។

VII. ដោះស្រាយនិងពិភាក្សាសមីការ $x^2 - 2x + a = 0$ (a ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ)។

VIII. គេឲ្យកាត $ABCD$ ។ សង់ត្រីកោណសម័ង្ស ABE ក្នុងរូបកាត និងសង់ត្រីកោណសម័ង្ស BCF ក្រៅរូបកាត ។
 បង្ហាញថាចំណុច $D; E; F$ រត់ត្រង់គ្នា។

IX. គេឲ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់។ កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង B ទៅកាត់កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង A និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅ A រៀងគ្នាត្រង់ I និង E ហើយទៅកាត់រង្វង់ត្រង់ D ។ គេដឹងថាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្នុង A កាត់រង្វង់ត្រង់ F ។

បង្ហាញថា $DI = DE$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា៖ $OJ \times OH = OI \times OK = R^2$ រួចទាញបង្ហាញថាបន្ទាត់ (ME) កាត់តាម
ចំណុចនឹង មួយកាលណា M រត់លើរង្វង់(C)។

សូមប្អូនៗរង់ចាំអាណសៀវភៅសិស្សត្រីកោណឆ្នាំវិទ្យា
ភាគII នឹងជិតចេញជាពេលដ៏ខ្លីខាងមុខ!

ព្យាយាមកំចាត់សម្រេច!

សូមមានសុខភាពល្អនិងជោគជ័យក្នុងការសិក្សា
និងពេលប្រឡងដ៏ខ្លីខាងមុខ!