វិទ្យាល័យ អង្គរកា

ភាគ ១

លំហាត់

ធរណីមាត្រសម្រាប់សិស្សពូកែ

ថ្នាក់ទី ៩ និង ១២

៩៩
លំហាត់
និង
ដំណោះស្រាយ

\+

៩៩
លំហាត់
ស្រាវជ្រាវ

សង ពៅ

២០២០

អារម្ភកថា

សួស្តីអ្នកសិក្សាគណិតវិទ្យាទាំងអស់ជាទីរាប់អាន។ សៀវភៅ **លំហាត់ធរណីមាត្រសម្រាប់សិស្សពូកែ** ដែលលោកអ្នកកំពុងមើលនេះ ខ្ញុំបាទបានរៀបរៀងយ៉ាងពិសេសសម្រាប់អ្នកសិក្សាទាំងឡាយយកទុកធ្វើជាឯកសារ ដើម្បីពង្រឹងចំណេះដឹងខាងគណិតវិទ្យា ជាពិសេសខាងផ្នែកធរណីមាត្រនេះឱ្យបានកាន់តែប្រសើរជាងមុនមួយកម្រិតទៀត។ លំហាត់នៅក្នុងសៀវភៅនេះត្រូវបានចងក្រងឡើងយ៉ាងពិសេសសម្រាប់សិស្សានុសិស្សដែលចង់អភិវឌ្ឍខ្លួនឱ្យក្លាយជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា។ លំហាត់មួយចំនួនធំផ្តោតលើកម្រិតថ្នាក់ទី៩ ដោយប្រើប្រាស់រូបមន្តត្រឹមកម្រិតនេះ ។

ទោះបីខ្ញុំខំប្រឹងសរសេរសៀវភៅនេះយ៉ាងផ្ចិតផ្ចង់យ៉ាងណាក៏ដោយក៏នៅតែអាចនឹងមានកំហុសដោយអចេតនាណាមួយកើតមានជាក់ជាមិនខាន។ ខ្ញុំសង្ឃឹមយ៉ាងមុតមាំថា អ្នកសិក្សាទាំងឡាយនឹងជួយផ្តល់ជាមតិរិះគន់ដើម្បីស្ថាបនា ដើម្បីឱ្យសៀវភៅនេះកាន់តែមានភាពល្អប្រសើរជាងមុន។

ជាចុងបញ្ចប់ខ្ញុំបាទជាអ្នករៀបរៀងសូមជូនពរចំពោះអ្នកសិក្សាទាំងឡាយឱ្យមានសុខភាពល្អ និងមានជ័យជំនះគ្រប់ពេលវេលា។

ថ្ងៃ សៅរ៍ ៤រោច ខែចេត្រ ឆ្នាំកុរ ឯកស័ក ព.ស ២៥៦៣
តាកែវ ថ្ងៃទី ១១ ខែ មេសា ឆ្នាំ ២០២០
អ្នករៀបរៀង សន ពៅ
Tel: ០១១ ៥៩៥ ២០៣

មាតិកា

អារម្ភកថា.......... i

លំហាត់.......... 1

ដំណោះស្រាយ.......... 23

លំហាត់ស្រាវជ្រាវ.......... 137

ប្រធាន

សំណាក់

លំហាត់

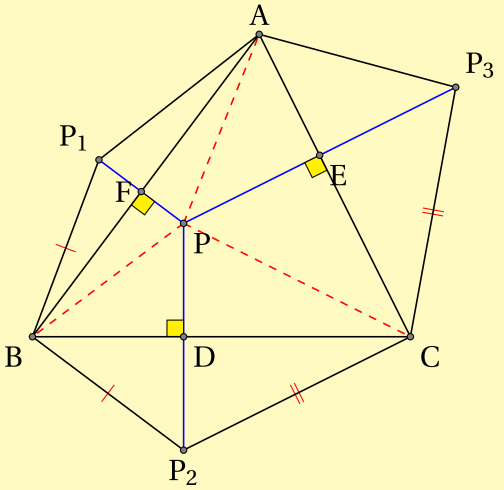
១. បង្ហាញថាផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ 180° ។

២. គេមាន ΔABC មួយដែល M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC ។ បង្ហាញថាបើ $AM = \frac{1}{2}BC$ នោះ $\angle BAC = 90^\circ$ ។

៣. គេមានត្រីកោណ ABC និង D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ។ បង្ហាញថាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ADB$ និង $\angle ADC$ កែងគ្នា។

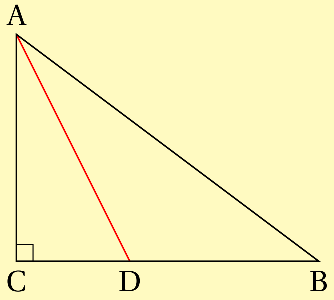
៤. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle A = 90^\circ$ និង $AB = AC$ ។ D ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$ និង AC ។ គូស $CE \perp BD$ ត្រង់ E ។ បង្ហាញថា $BD = 2CE$ ។

៥. គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ហើយ $PP_1 \perp AB$, $PP_2 \perp BC$, $PP_3 \perp AC$ និង $BP_1 = BP_2$, $CP_2 = CP_3$ ។ បង្ហាញថា $AP_1 = AP_3$ ។

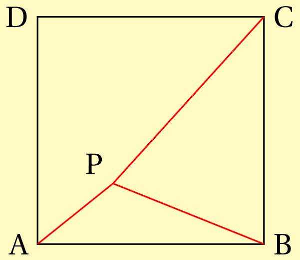


៦. ត្រីកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $(2+\sqrt{6})cm$ និងមេដ្យានដែលគូសចេញពីមុំកែងមានរង្វាស់ $1cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណនេះ។

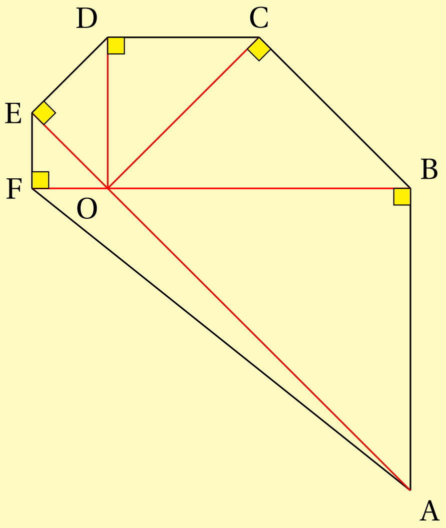
៧. គេ មាន ត្រីកោណកែង ABC មួយ ដែល $\angle C = 90^\circ \angle CAD = \angle BAD$, $CD = 1.5cm$ និង $BD = 2.5cm$ ។ គណនា AC ។



៨. គេមាន ABCD ជាការេ ។ P ជាចំណុចស្ថិតនៅក្នុងការេដែល $PA : PB : PC = 1 : 2 : 3$ ។ គណនា $\angle APB$ ។

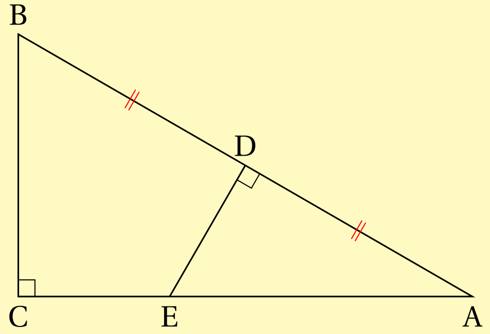


៩. គេមានឆកោណ ABCDEF មួយដែលផ្គុំឡើង ដោយ ត្រីកោណកែង សម បាត ប្រាំ គឺ ត្រីកោណ OAB, OBC, OCD, ODE, OEF និងត្រីកោណមួយទៀតគឺត្រីកោណ OFA ដែល O ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AE និង BF ។ គេឱ្យ $OA = 8cm$ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ OFA ។



១០. (រូបមន្តមេដ្យាន) គេមាន ΔABC មួយដែលមាន AM ជាមេដ្យាន។ បង្ហាញថា $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$ ។

១១. គេ ឱ្យ ត្រីកោណកែង ABC មួយ ដែល $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ ហើយ D ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AC ដែល $ED \perp AB$, $AE = 4cm$ ។ គណនា BC ។



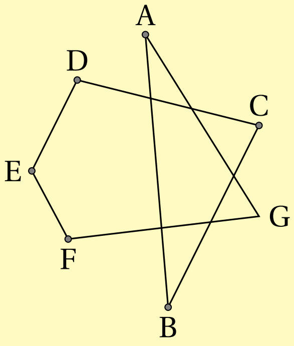
១២. គេមានត្រីកោណ ABC មួយដែលមាន O ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ និង D, E, F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC, CA, AB រៀងគ្នា ដែល $OD \perp BC, OE \perp CA$ និង $OF \perp AB$ ។ បង្ហាញថា $AF^2 + BD^2 + CE^2 = BF^2 + DC^2 + AE^2$ ។

១៣. គេមាន ABCD ជាការេ ។ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD និង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ MD ។ បង្ហាញថា $\angle NBC = 2\angle ABM$ ។

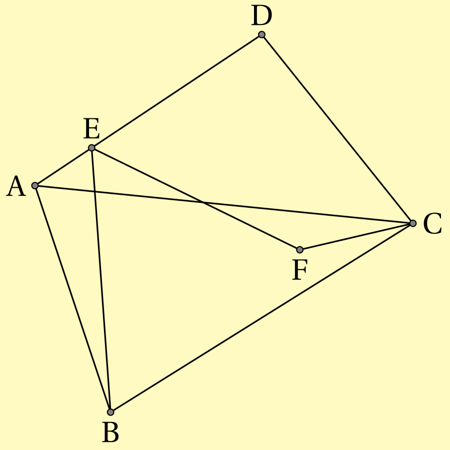
១៤. គណនា

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G$

នៃរូបខាងស្តាំ។



១៥. គេមានចតុកោណ ABCD ហើយ E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AD ។ F ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងចតុកោណ ABCD ដែល EF និង CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BED$ និង $\angle ACB$ រៀងគ្នា។

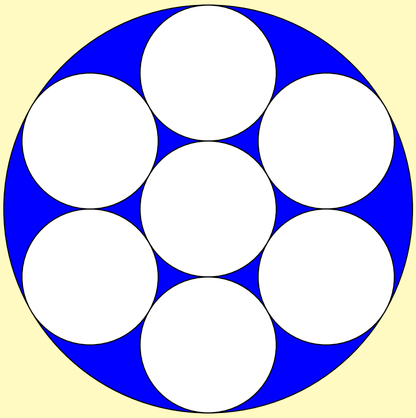


បង្ហាញថា $\angle CFE = 90^\circ + \frac{1}{2}(\angle CAD + \angle CBE)$ ។

១៦. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$ និង D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC។ បង្ហាញថា $BD^2 + CD^2 = 2AD^2$ ។

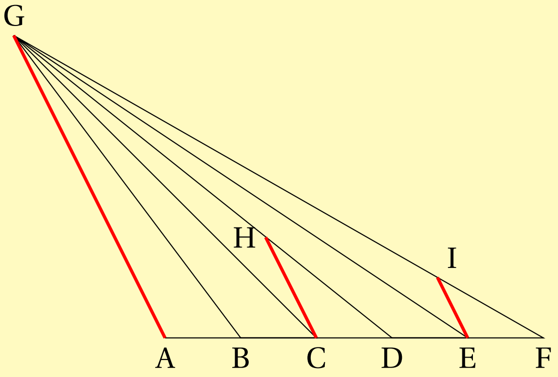
១៧. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងមួយដែលមានបរិមាត្រ $30cm$ និងផ្ទៃក្រឡា $30cm^2$។ គណនារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនេះ។

១៨. គ្រប់រង្វង់តូចៗនៃរូបខាងស្តាំមានរង្វាស់កាំ $1cm$ ។ រង្វង់តូចដែលនៅខាងក្នុងបំផុតប៉ះនឹងរង្វង់តូចៗទាំង 6 ដែលនៅជុំវិញវា ហើយរង្វង់តូចៗទាំង 6 នេះក៏ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ធំ និងរង្វង់ដែលនៅសងខាងវា។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌។

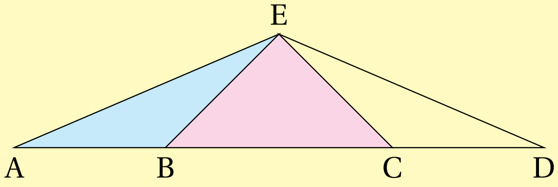


១៩. គេឱ្យ A, B, C, D, E, F ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ដែល $AB = BC = CD = DE = EF = 1cm$ ហើយ CH និង EI ស្របនឹង AG ។

ចូរគណនា $\frac{CH}{EI}$ ។

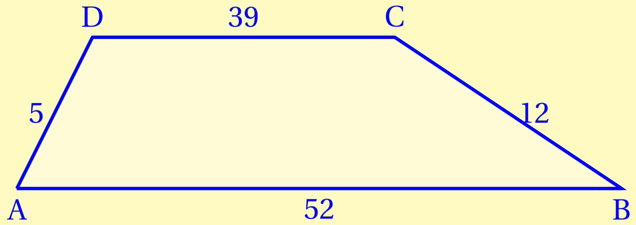


២០. គេឱ្យ A, B, C, D ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ដែល $AB = CD$, $BE = CE = 10cm$ និង បរិមាត្រនៃត្រីកោណ ADE ស្មើពីរដងនៃបរិមាត្រត្រីកោណ BCE ។ រករង្វាស់នៃ AB។



២១. ចតុកោណព្នាយ ABCD មានបាត AB និង CD ។ គេមាន $AB = 52cm$, $BC = 12cm, CD = 39cm$ និង $DA = 5cm$ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណព្នាយ ABCD ។

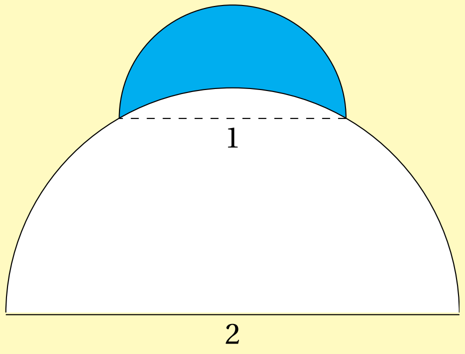


២២. គេឱ្យ ABCDEFGH ជាអដ្ឋកោណនិយ័តដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $2m$ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ADG ។

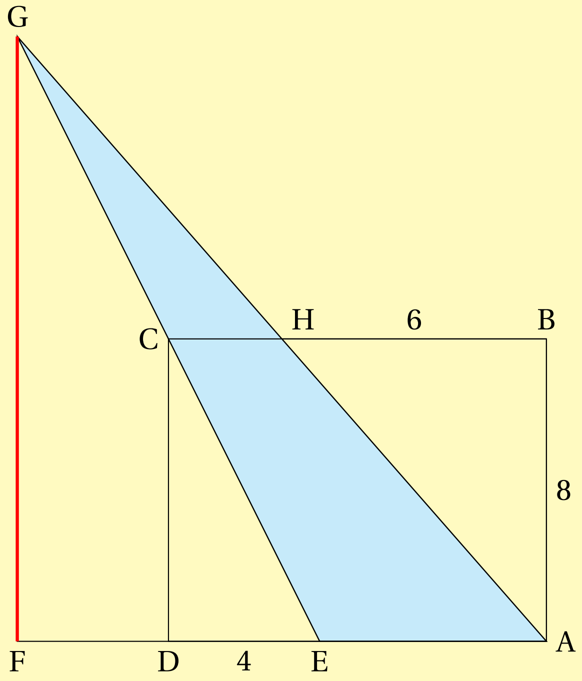
២៣. គេឱ្យ ΔXOY ជាត្រីកោណកែងត្រង់ O ។ M និង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ OX និង OY រៀងគ្នា។ បើ $XN = 19cm$ និង $YM = 22cm$ គណនា XY ។

២៤. គេមានកន្លះរង្វង់ពីរមានអង្កត់ផ្ចិត $1cm$ និង $2cm$ ។ កន្លះរង្វង់តូចស្ថិតនៅផ្នែកខាងលើនៃកន្លះរង្វង់ធំ(ដូចរូប) ។ តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃកន្លះរង្វង់តូចដែលផាត់ពណ៌។ គណនា S ។

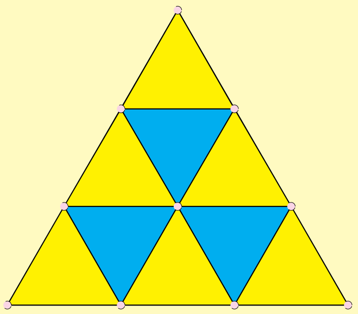


២៥. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណកែងដែល $AB = 8cm$ និង $BC = 9cm$ ។ H ជាចំណុចមួយនៃ BC ដែល $HB = 6cm$ ហើយ E ជាចំណុចមួយនៃ AD ដែល $DE = 4cm$ ។

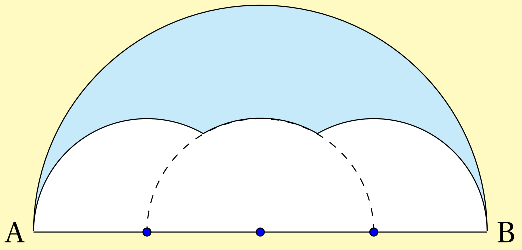
បន្ទាត់ EC និង AH ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G ហើយ F ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ AD ដែល $GF \perp AF$ ។ គណនា GF ។



២៦. ត្រីកោណសម័ង្ស ធំ បាន មក ដោយ យក ឈើចាក់ធ្មេញមកផ្គុំជាត្រីកោណសម័ង្សតូចៗប៉ុនៗគ្នាជាជួរដេក។ ជាឧទាហរណ៍ រូបខាងស្តាំមាន 3 ជួរដេកនៃត្រីកោណសម័ង្សតូចប៉ុនៗគ្នា ដែលជួរបាតនៃត្រីកោណធំមានត្រីកោណតូចៗចំនួន 5 ។ រកចំនួនឈើចាក់ធ្មេញដែលត្រូវប្រើដើម្បីសង់ត្រីកោណសម័ង្សធំ បើគេដឹងថាជួរបាតនៃត្រីកោណធំមានត្រីកោណសម័ង្សតូចៗចំនួន 2021 ត្រីកោណ។



២៧. កន្លះរង្វង់បីប៉ុនៗគ្នា មានអង្កត់ផ្ចិត $1cm$ ហើយមានផ្ចិតស្ថិតនៅលើអង្កត់ AB ដែលចែក AB ជា 4 ចំណែកស្មើៗគ្នា និង

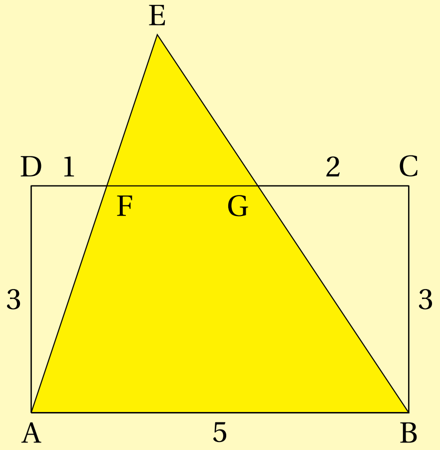


កន្លះរង្វង់មួយទៀតមានអង្កត់ផ្ចិត AB (ដូចរូប)។ តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃកន្លះរង្វង់ដែល

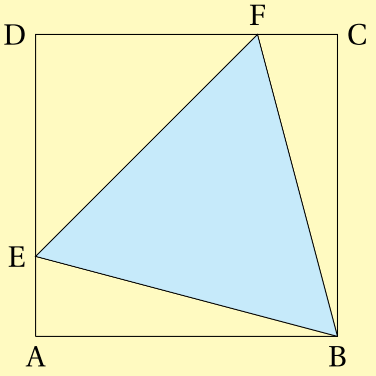
មានអង្កត់ផ្ចិត AB ដែលនៅខាងក្រៅកន្លះរង្វង់តូចៗទាំងបី។ គណនា S ។

២៨. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណកែង ដែល $AB = 5cm$ និង $BC = 3cm$ ។

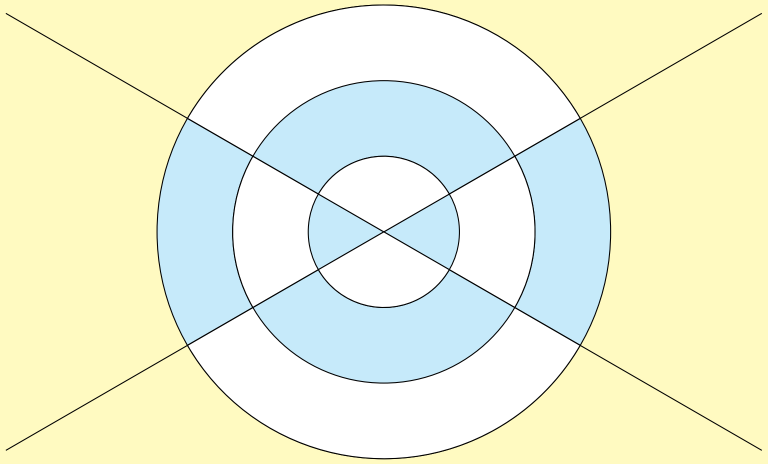
F និង G ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង CD ដែល $CG = 2cm$ និង $DF = 1cm$។ គេបន្លាយ AF និង BG ឱ្យប្រសព្វគ្នាត្រង់ E ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABE ។



២៩. គេ មាន E និង F ជា ចំណុច ស្ថិតនៅ លើ ជ្រុង នៃ ការេ ABCD ដែល ΔBEF ជាត្រីកោណសម័ង្ស។ គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔDEF និង ΔEBA ។

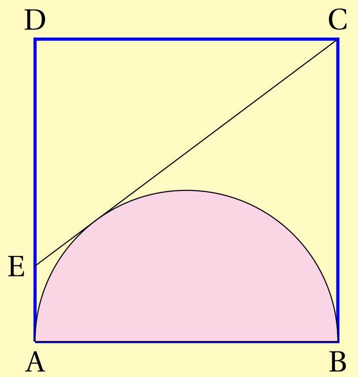


៣០. បន្ទាត់ពីរប្រសព្វគ្នាត្រង់ផ្ចិតនៃរង្វង់បីដែលមានផ្ចិតរួមគ្នា ហើយមានកាំ $3cm, 2cm, 1cm$។ ផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកដែលផាត់ពណ៌ស្មើនឹង $\frac{8}{13}$ នៃផ្នែកដែលមិនផាត់ពណ៌។ រករង្វាស់មុំស្រួច (គិតជាដឺក្រេ)នៃមុំស្រួចដែលបង្កើតឡើងដោយប្រសព្វគ្នារវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ។



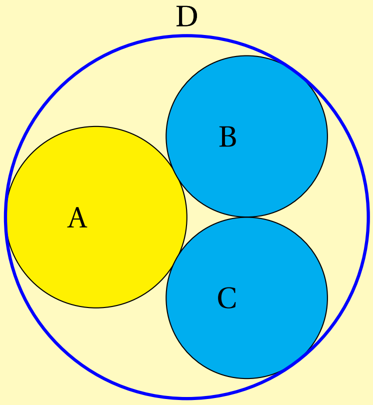
៣១. គេមាន ABCD ជាការេដែលមានវិមាត្រ $2cm$ ។

កន្លះរង្វង់មួយមានអង្កត់ផ្ចិត AB ស្ថិតនៅក្នុងការេ (ដូចរូប) ហើយបន្ទាត់មួយកាត់តាមចំណុច C ប៉ះរង្វង់ និងកាត់ជ្រុង AD ត្រង់ចំណុច E ។ គណនា CE។



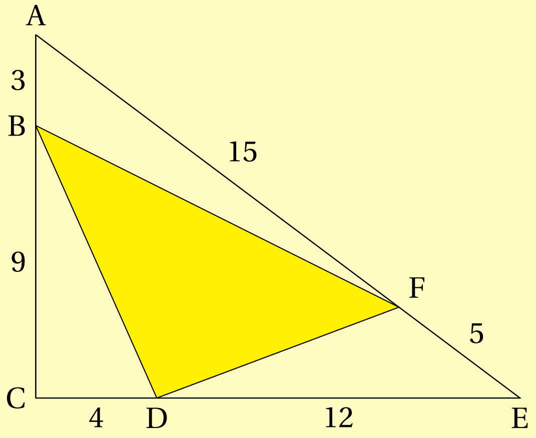
៣២. រង្វង់បី A,B,C ប៉ះគ្នា ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ D ដែលមានកាំ $2cm$ ។ រង្វង់ A មានកាំ $1cm$ និងកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ D ហើយរង្វង់ B និង C ជារង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា។

រករង្វាស់កាំនៃរង្វង់ B ។

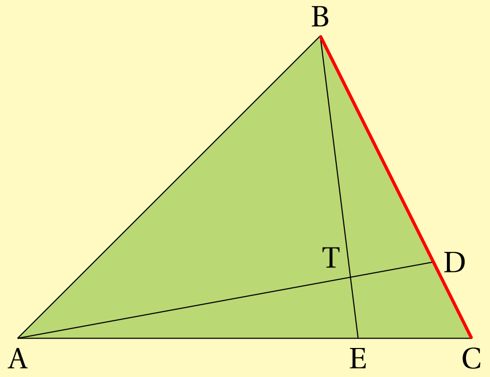


៣៣. គេមាន ΔACE ជាត្រីកោណកែង ដែល $AC = 12cm, CE = 16cm$ និង $EA = 20cm$ ។ ចំណុច B,D និង F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC,CE និង AE រៀងគ្នា ដែល $AB = 3cm$, $CD = 4cm$ និង $EF = 5cm$ ។គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡា

ត្រីកោណ ΔACE និង ΔBDF ។



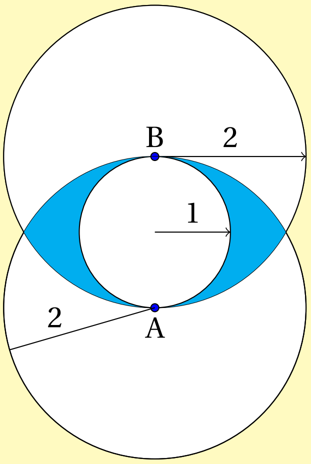
៣៤. គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន D និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC និង AC រៀងគ្នា។ បើ $\frac{AT}{DT}=3$ និង $\frac{BT}{ET}=4$ គណនា $\frac{BD}{CD}$ ។



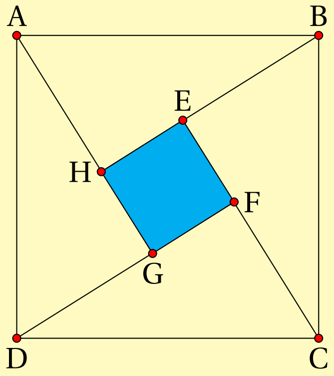
៣៥. គេឱ្យត្រីកោណ ΔABC មួយ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ គូសកាត់ជ្រុង BC ត្រង់ D។ បង្ហាញថា $\frac{CD}{BD}=\frac{AC}{AB}$ ។ (ទ្រឹស្តីបទកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ)

៣៦. ក្នុង ΔABC គេមាន $AB = 7cm, AC = 8cm$ និង $BC = 9cm$ ។ D ជាស្ថិតនៅលើរង្វង់ដែលចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC ដែល AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BAC$។ គណនា $\frac{AD}{CD}$ ។

៣៧. រង្វង់មួយមានកាំ $1cm$ ប៉ះនឹងរង្វង់ពីរដែលមានកាំ $2cm$ នៅចំណុច A និង B ដែល AB ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់តូច។ តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាដែលបានមកពីប្រសព្វរវាងរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ ទាំងពីរ និងមិនមែនជាផ្ទៃក្រឡារង្វង់តូច (ដូចរូប)។ គណនា S ។



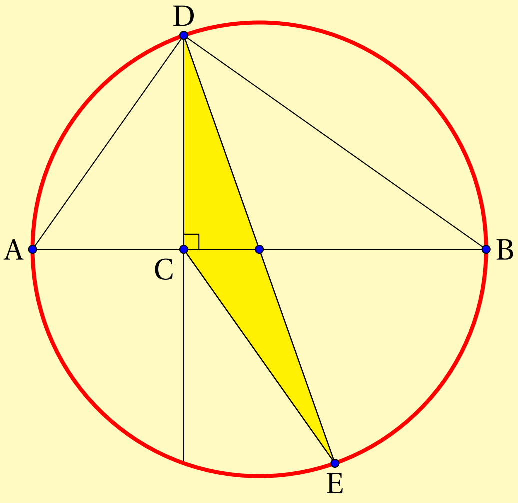
៣៨. គេឱ្យ ABCD ជាការេដែលមានវិមាត្រ $\sqrt{50}\ cm$ ។ E, F, G, H ជាចំណុចស្ថិតនៅលើអង្កត់ BH, CE, DF, AG រៀងគ្នា និង $BE = 1cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាការេ EFGH ។



៣៩. អដ្ឋកោណមានមានជ្រុងបួនមានរង្វាស់ $1cm$ និងជ្រុងបួនទៀតមានរង្វាស់ $\frac{\sqrt{2}}{2}cm$ ។បើជ្រុងជាប់គ្នាមានរង្វាស់មិនស្មើគ្នា ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណនេះ។

៤០. គេមាន AB ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ និង C ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AB ដែល $2\cdot AC = BC$ ។ តាង D និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើរង្វង់ដែល $DC\perp AB$ និង DE ក៏ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់។

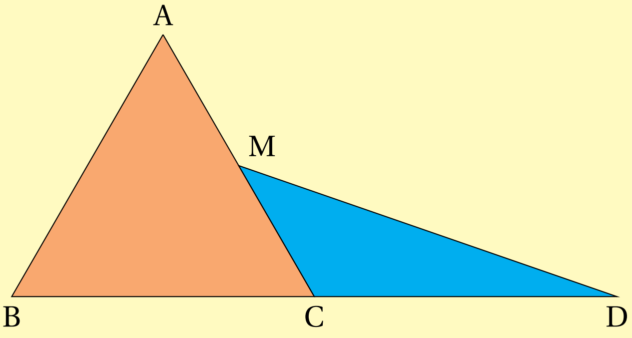
គណនា ផលធៀប នៃ ផ្ទៃក្រឡា ត្រីកោណ ΔDCE និង ΔABD ។



៤១. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB = 25cm, BC = 39cm$ និង $AC = 42cm$ ។ D និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ដែល $AD = 19cm$ និង $AE = 14cm$ ។ គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔADE និង ចតុកោណ BCED ។

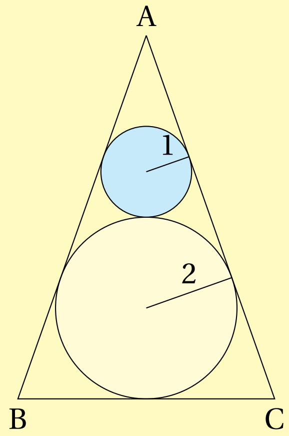
៤២. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AC = BC = 7cm$ និង $AB = 2cm$ ។ បើ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ AB ខាង B ដែល $CD = 8cm$ គណនា BD ។

៤៣. គេមាន ΔABC ជាត្រីកោណសម័ង្សដែល $AB = 2cm$ ។ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AC និង C ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BD ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ CMD ។



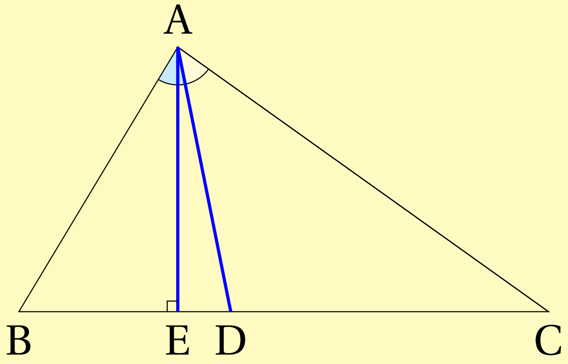
៤៤. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណព្នាយ ដែល $AB \parallel DC$ ហើយ E ជាចំណុចកណ្តាល BC និង F ជាចំណុចកណ្តាល DA ។ ផ្ទៃក្រឡានៃ ABEF ស្មើនឹងពីរដងនៃផ្ទៃក្រឡានៃ CDFE ។ គណនាផលធៀប $\frac{AB}{DC}$ ។

៤៥. រង្វង់ មួយ មាន កាំ $1cm$ ប៉ះ នឹង រង្វង់មួយទៀតដែលមានកាំ $2cm$ ។ ជ្រុងនៃ ΔABC ប៉ះ នឹង រង្វង់ ទាំងពីរ នេះ ហើយ $AB = AC$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔABC ។

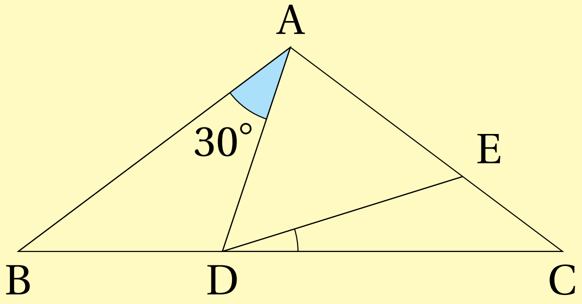


៨៦. គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន $\angle B > \angle C$, AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ និង $AE \perp BC$ ត្រង់ E។ បង្ហាញថា

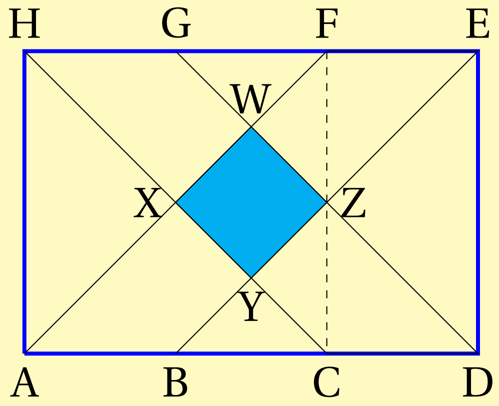
$\angle DAE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$។



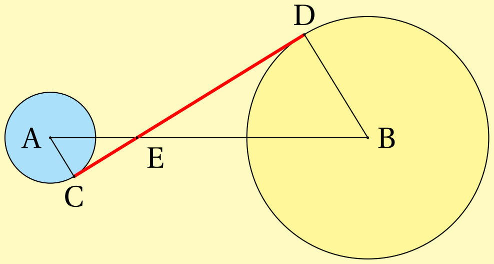
៨៧. គេឱ្យ $AB = AC$, $\angle BAD = 30^\circ$ និង $AE = AD$ ។ គណនារង្វាស់នៃ $\angle CDE$ ។



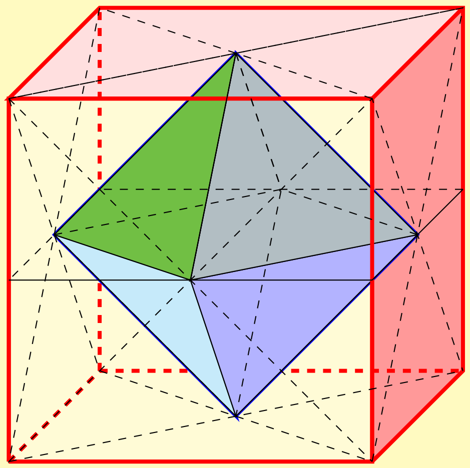
៨៨. គេឱ្យចតុកោណកែង ADEH ដែលចំណុច B និង D ចែកអង្កត់ AD ជាបីស្មើៗគ្នា និង ចំណុច G និង F ចែកអង្កត់ HE ជាបីស្មើៗគ្នា។ បើ $AH = AC = 2cm$ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ WXYZ ។



៨៩. គេឱ្យរង្វង់ពីរមានផ្ចិត A និង B ហើយមានកាំ $3cm$ និង $8cm$ រៀងគ្នា។ បន្ទាត់មួយប៉ះរង្វង់ទាំងពីរត្រង់ C និង D (ដូចរូប)។ បន្ទាត់ AB ប្រសព្វ CD ត្រង់ E ។ បើ $AE = 5cm$ គណនា CD ។

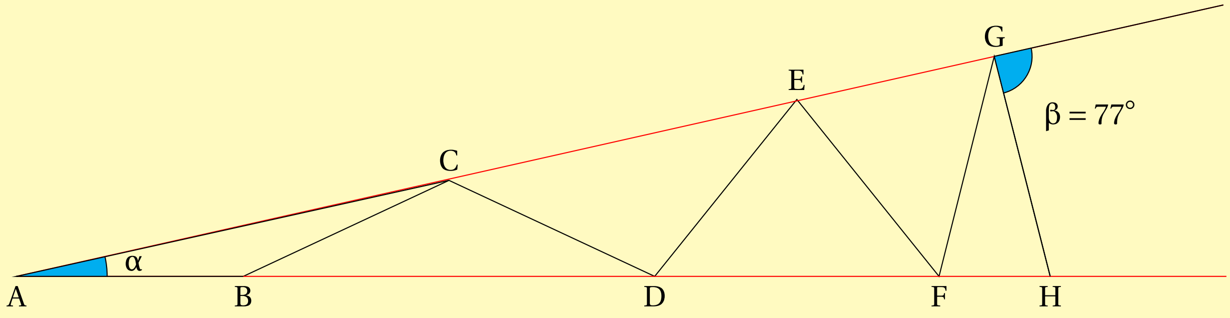


៤០. ចំណុចកណ្តាលនៃមុខខាងរបស់គូបដែលឈមគ្នា គូសភ្ជាប់គ្នាបង្កើតបានជាសូលីតនិយ័ត (Regular Octahedron) មួយដែលមានមុខ 8 ។ បើជ្រុងនៃគូបមានរង្វាស់ $1cm$ គណនាមាឌនៃសូលីតនិយ័តដែលមានមុខ 8 នេះ ។

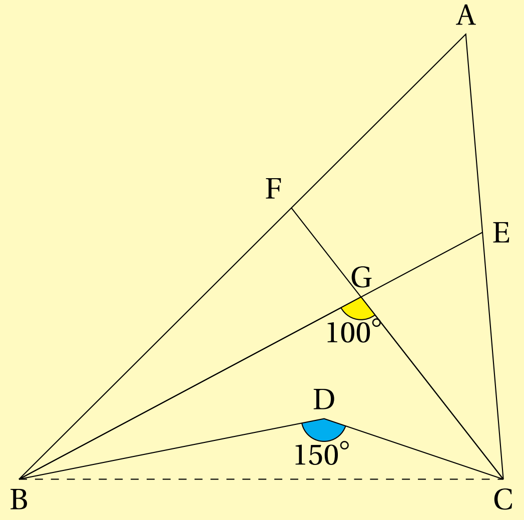


៤១. គេឱ្យ AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH និង $\angle\beta = 77^\circ$ ។

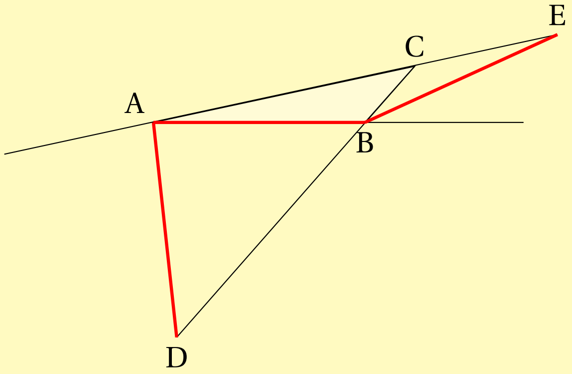
រករង្វាស់ $\angle\alpha$ ។



៤២. គេមាន BE និង CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABD$ និង $\angle ACD$ រៀងគ្នា។ BE និង CF ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G ។ គេឱ្យ $\angle BDC = 150^\circ$ និង $\angle BGC = 100^\circ$ ចូរគណនារង្វាស់នៃ $\angle A$ ។

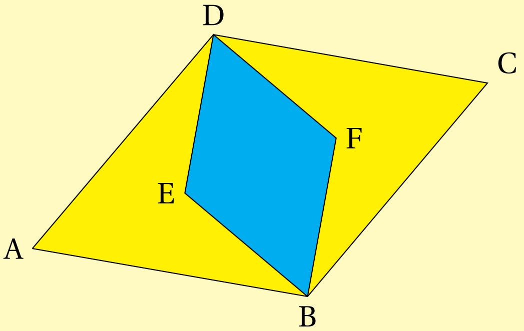


៨៣. គេឱ្យ ΔABC មួយដែលកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅនៃមុំ $\angle A$ និង $\angle B$ ប្រសព្វនឹងជ្រុងឈមត្រង់ចំណុច D និង E រៀងគ្នា ។ បើ $AD = AB = BE$ រករង្វាស់នៃ $\angle BAC$។

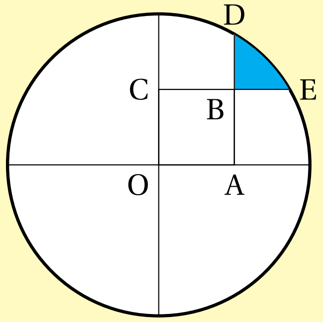


៨៤. គេមានបួនចំណុច A, B, C, D ស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ ដែលមិនមានបីចំណុចណារត់ត្រង់ជួរគ្នា។ បង្ហាញថាចំពោះត្រីកោណ ABC, ABD, ACD និង BCD យ៉ាងហោចណាស់មានត្រីកោណមួយដែលមានមុំក្នុងមិនធំជាង $45°$ ។

៨៥. គេ មាន ចតុកោណស្មើ ABCD ដូចចតុកោណស្មើ BFDE ។ ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណស្មើ ABCD ស្មើនឹង $24cm^2$ និង $\angle BAD = 60°$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណស្មើ BFDE ។

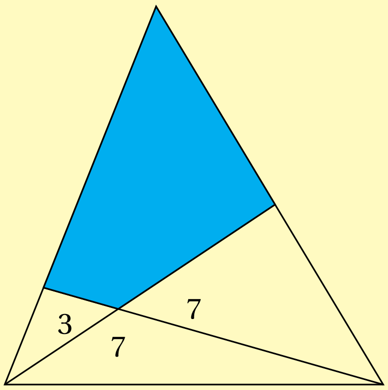


៨៦. គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O មួយមានកាំ $2cm$ និងការេ OABC មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$។ បន្លាយនៃជ្រុង AB និង CB ត្រង់ B កាត់រង្វង់ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា។

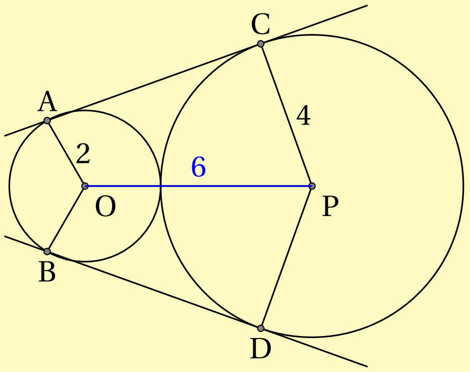


តាង S ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌នៃរូបខាងស្តាំ ។ គណនា S ។

៨៧. ក្នុងត្រីកោណមួយត្រូវបានបែងចែកជាត្រីកោណតូចៗបី និងចតុកោណមួយ ដោយគូសបន្ទាត់ពីរចេញពីកំពូលទៅប្រសព្វនឹងជ្រុងឈមរបស់វា។ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណតូច ៗ នោះ គឺ $3cm^2, 7cm^2$ និង $7cm^2$។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណផ្នែកផាត់ពណ៌។



៨៨. រង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង P មានកាំ $2cm$ និង $4cm$ រៀងគ្នា និងប៉ះគ្នា។ ចំណុច A និង B ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O និង ចំណុច C និង D ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត P ដែលបន្ទាត់ AC និង BD ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ទាំងពីរ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណផត AOBDPC ។



៨៩. គេឱ្យត្រីកោណកែងមួយដែលមានជ្រុងជាប់មុំកែងមួយមានរង្វាស់ $11cm$ និងជ្រុងពីរទៀតមានរង្វាស់ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណនេះ។

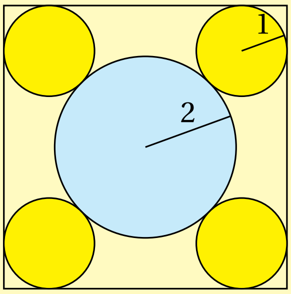
៦០. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle ACB = 90^\circ$, E និង F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB ដែល $AE = AC$ និង $BF = BC$ ។ ចូររករង្វាស់មុំ ECF ។

៦១. ត្រីកោណមួយមានបរិមាត្រ $17cm$ និងជ្រុងទាំងបីមានរង្វាស់ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ចូរកំណត់ចំនួននៃត្រីកោណប្រភេទនេះ។

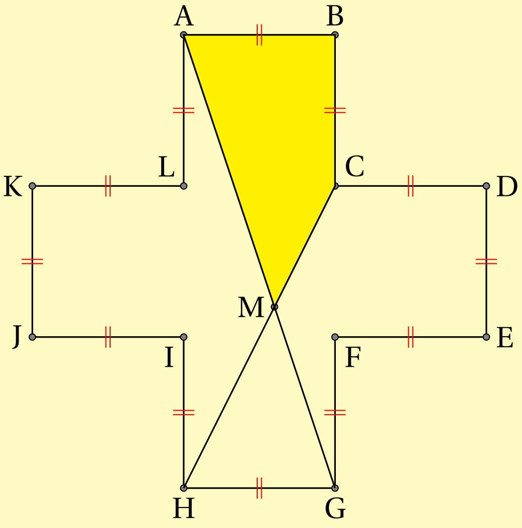
៦២. តាង a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ដែល $a<b<c$ និង a,b,c ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ បើ $b=2cm$ ចូររកចំនួនត្រីកោណដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនេះ។

៦៣. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle ADE = 140^\circ$ ។ ចំណុច B និង C ស្ថិតនៅលើអង្កត់ AD និង AE រៀងគ្នា។ បើ $AB = BC = CD = DE$ ចូររករង្វាស់នៃ $\angle EAD$ ។

៦៤. រង្វង់តូចៗបួនមានរង្វាស់កាំ $1cm$ ។ គ្រប់រង្វង់ដែលមានកាំ $1cm$ នេះប៉ះនឹងជ្រុងពីរនៃការេ ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាការេ។

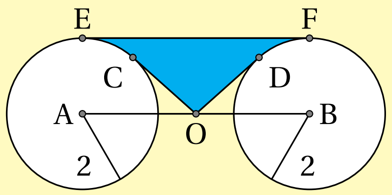


៦៥. គេ ឱ្យ ពហុកោណ ABCDEFGHIJKL មួយមានជ្រុង 12 (ដូចរូប)។ ជ្រុងទាំងអស់របស់ចតុកោណនេះមានមានរង្វាស់ $4cm$ និងជ្រុងពីរដែលជាប់គ្នាផ្គុំបានមុំកែង។ អង្កត់ AG និង CH ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច M ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ ABCM ។



៦៦.

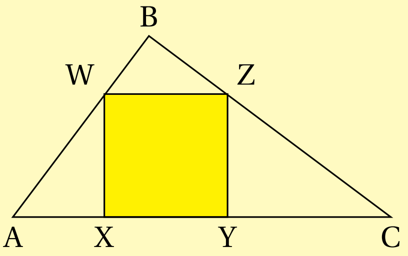
រង្វង់ផ្ចិត A និង B មានកាំ $2cm$ ដូចគ្នា។ ចំណុច O ស្ថិតនៅកណ្តាលអង្កត់ AB និង $OA = 2\sqrt{2}\ cm$ ។ អង្កត់ OC និង OD



ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត A និង B រៀងគ្នា និង EF ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ទាំងពីរ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌ OCEFD ។

៦៧. ក្នុង ΔABC មួយគេមាន $AB = AC$ និង $\angle A = 80^\circ$ ។ បើចំណុច D, E, F ស្ថិតនៅលើជ្រុង BC, CA និង AB រៀងគ្នា ដែល $CE = CD$ និង $BF = BD$ ចូររករង្វាស់នៃ $\angle EDF$។

៦៨. ត្រីកោណកែង ABC មួយមាន $AB = 3cm, BC = 4cm$ និង $AC = 5cm$ ។ ការេ WXYZ ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC



ដែល X,Y ស្ថិតលើជ្រុង AC , W ស្ថិតលើជ្រុង AB និង Z ស្ថិតលើជ្រុង BC ។ ររង្វាស់ជ្រុងនៃការេនេះ។

៦៩. ត្រីកោណ ABC និង ABD ជាត្រីកោណសមបាតដែល $AB = AC = BD$ និង AC ប្រសព្វ BD ត្រង់ចំណុច E ។ បើ $AC \perp BD$ ចូររករង្វាស់នៃផលបូកមុំ $\angle C + \angle D$ ។

៧០. គេឱ្យ PQRS ជាចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $PQ = RS = 2cm$ និង $QR = SP = 6cm$ ។ ចតុកោណកែងនេះបានធ្វើបម្លែងរំវិលផ្ចិត R មុំ 90° តាមទិសទ្រនិចនាឡិកា បន្ទាត់មកវាធ្វើបម្លែងរំវិលបន្តទៀតដែលមានផ្ចិត S មុំ 90° តាមទិសទ្រនិចនាឡិកា ។ រកប្រវែងដែលចំណុច P ធ្វើដំណើរបានពីទីតាំងដើមទៅទីតាំងចុងក្រោយ។

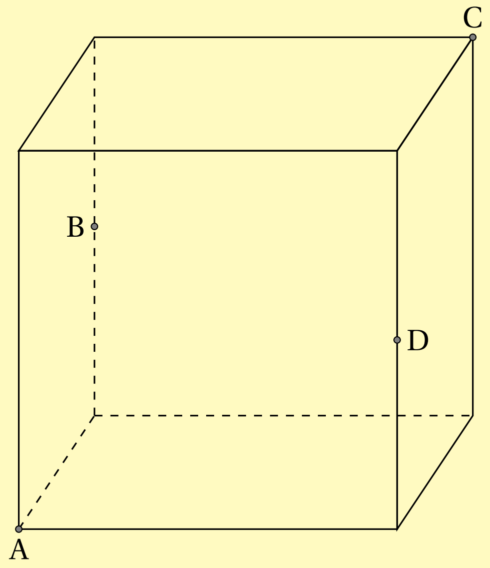
៧១. ចំណុច A និង B ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ដែល $\angle AOB = 60^\circ$ ។ រង្វង់មួយទៀតប៉ះនឹងអង្កត់ OA, OB ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ។ ចូរគណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡារង្វង់តូច និងរង្វង់ធំ។

៧២. ត្រីកោណសម័ង្សមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $6cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកខាងក្រៅ(ព័ទ្ធជុំវិញ)ត្រីកោណ ហើយមានចម្ងាយ $3cm$ ពីចំណុចនៅលើត្រីកោណនេះ។

៧៣. ត្រីកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $32cm$ និងផ្ទៃក្រឡា $20cm^2$ ។ រករង្វាស់នៃអ៊ីប៉ូតេនុសនៃចតុកោណកែងនេះ។

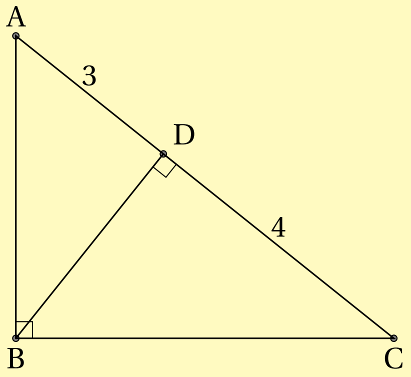
៧៤. ចតុកោណព្នាយ ABCD មួយមានបាត AB និង CD ហើយអង្កត់ទ្រូងរបស់វាប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច K ។ គេឱ្យ $AB = 9cm, DC = 12cm$ និង ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ KAD គឺ $S_{KAD} = 24cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ ABCD ។

៧៥. គូប មួយ មាន ជ្រុង $1cm$ ហើយ មានប្លង់ មួយ កាត់ គូប នេះ តាម អង្កត់ទ្រូង AC និង កាត់តាម ចំណុច B និង D ដែលជា ចំណុចកណ្តាល នៃ ជ្រុង ឈម គ្នា របស់គូប(ដូចរូប)។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ ABCD ។

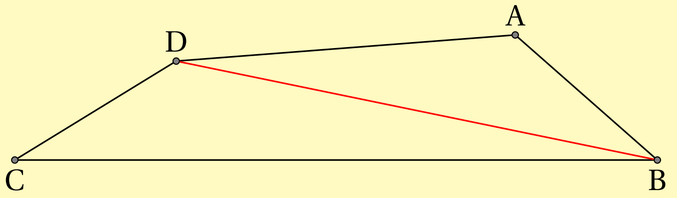


៧៦. គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយមាន $AB = BC = CD$, $\angle ABC = 70^\circ$ និង $\angle BCD = 170^\circ$ ។ គណនារង្វាស់នៃ $\angle BAD$ ។

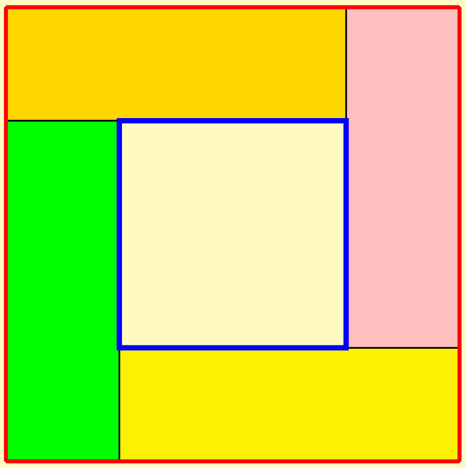
៧៧. គេ ឱ្យ ត្រីកោណកែង ABC ដែលមានមុំកែងត្រង់ B ។ ចំណុច D ស្ថិតនៅលើជ្រុង AC ដែល $AD = 3cm$ និង $DC = 4cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC។



៧៨. ចតុកោណ ABCD មួយមាន $AB = 5cm, BC = 17cm, CD = 5cm$ និង $DA = 9cm$ ។ បើរង្វាស់នៃ BD ជាចំនួនគត់ ចូររករង្វាស់នៃ BD ។



៧៩. ចតុកោណកែងបួនប៉ុនៗគ្នាតម្រៀបគ្នាបានជាការេ(ដូចរូប)។ ផ្ទៃក្រឡានៃការេខាងក្រៅស្មើនឹង បួន ដង នៃ ផ្ទៃក្រឡា ការេ ខាងក្នុង។ គណនាផលធៀបបណ្តោយ ធៀបនឹងទទឹងនៃចតុកោណកែង។



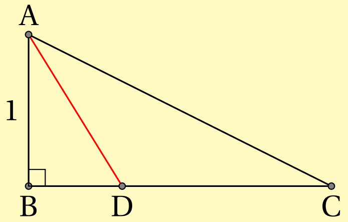
៨០. ចតុកោណកែង ABCD មាន $AB = 4cm$ និង $BC = 3cm$ ។ អង្កត់ EF កាត់តាមចំណុច B ដែល $EF \perp DB$ ហើយចំណុច E និង F ស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ DA និង DC រៀងគ្នា។ គណនា EF ។

៨១. ចតុកោណប៉ោង ABCD មាន $AB = 9cm$ និង $CD = 12cm$ ។ អង្កត់ទ្រូង AC និង BD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច E ហើយ $AC = 14cm$ និង ΔAED និង ΔBEC មានផ្ទៃ

ក្រឡាស្មើគ្នា។ គណនា AE ។

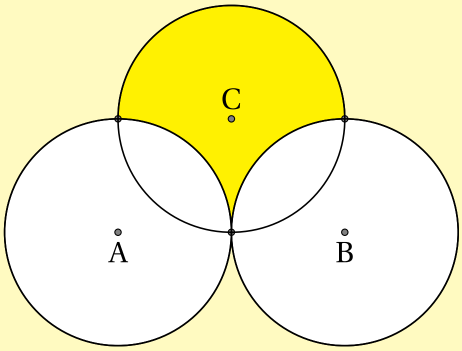
៨២. ចតុកោណកែង ABCD មួយមាន $AB = 8cm$ និង $BC = 6cm$ ។ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង AC និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AB ដែល $ME \perp AC$។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔAME ។

៨៣. ត្រីកោណ ABC មួយមានមុំកែងត្រង់ B ហើយ $AB = 1cm$ និង $BC = 2cm$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុំមុំនៃ $\angle BAC$ ជួប BC ត្រង់ D ។ គណនា BD ។



៨៤. រង្វង់ផ្ចិត O មួយមានផ្ទៃក្រឡា $156\pi\ cm^2$ ។ ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស ដែល BC ជាអង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់ផ្ចិត O និង $OA = 4\sqrt{3}\ cm$ ហើយ O ស្ថិតនៅខាងក្រៅត្រីកោណ ABC ។ គណនា AB ។

៨៥. រង្វង់ផ្ចិត A, B និង C មានកាំ $1cm$ ដូចគ្នា។ រង្វង់ផ្ចិត A និង B ប៉ះគ្នាត្រង់មួយចំណុច ហើយរង្វង់ផ្ចិត C ប៉ះអង្កត់ AB ត្រង់ចំណុចកណ្តាល។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃរង្វង់ផ្ចិត C ដែលនៅខាងក្រៅរង្វង់ផ្ចិត A និង B ។



៨៦. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle A = 70^\circ$ ហើយ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC និងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ប្រសព្វ BD ត្រង់ H និង BC ត្រង់ E ដែល $AH : HE = 3 : 1$

និង $BH:HD=5:3$ ។ រករង្វាស់នៃ $\angle C$ ។

៨៧. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB=AC$ និង D,E,F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB,BC,CA រៀងគ្នាដែល $DE=EF=FD$ ។ បង្ហាញថា $\angle DEB=\frac{1}{2}(\angle ADF+\angle CFE)$ ។

៨៨. គេឱ្យ ΔABC មួយដែល $AC=BC$, $\angle C=20^\circ$ ហើយ M និង N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AC និង BC រៀងគ្នា ដែល $\angle BAN=50^\circ$ និង $\angle ABM=60^\circ$ ។

រករង្វាស់នៃ $\angle NMB$ ។

៨៩. គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន $\angle B=96^\circ$ ។ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ BC ខាង C ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle ABC$ និង $\angle ACD$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ A_1 និង កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle A_1BC$ និង $\angle A_1CD$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ A_2 ។ គេចេះតែគូសកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំបែបនេះរហូតដល់ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle A_4BC$ និង $\angle A_4CD$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ A_5 ។

គណនា $\angle A_5$ ។

៩០. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle C=90^\circ$ និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើអង្កត់ BC ដែល $AC=BE$ ។ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AB ដែល $DE\perp BC$ ។ បើ $DE+BC=1\ cm$ និង $BD=\frac{1}{2}\ cm$ គណនា $\angle B$ ។

៩១. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle C=90^\circ$, $AB=15cm$, $AC=9cm$ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ A ប្រសព្វជ្រុង BC ត្រង់ D ។ រកប្រវែងខ្លីបំផុតពីចំណុច D ទៅជ្រុង AB ។

៩២. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណសមបាត ដែល $AB=BC=2cm$ ។ គេមាន 505 ចំណុច $P_1,P_2,\cdots,P_{505}$ ស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ។ តាង $m_i=AP_i^2+BP_i\cdot P_iC$ ចំពោះ $i=1,2,3,\cdots,505$ ។ គណនា $m_1+m_2+m_3+\cdots+m_{505}$ ។

៩៣. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle C = 90^\circ$ ហើយ D ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB និង E, F ជាពីរចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC, BC រៀងគ្នា និង $DE \perp DF$ ។

បង្ហាញថា $EF^2 = AE^2 + BF^2$ ។

៩៤. គេឱ្យ P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស ABC មួយដែល $PA = 2cm$, $PB = 2\sqrt{3}\ cm$ និង $PC = 4cm$ ។ រករង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ។

៩៥. គេមាន AB ជាអង្កត់ធ្នូមួយនៃរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $52cm$ ។ ចំណុច M ដែលអង្កត់ធ្នូ AB ជាពីរគឺ $AM = 63cm$ និង $MB = 33cm$ ។ គណនា OM ។

៩៦. ABCD ជាចតុកោណកែងមួយ ហើយ P ជាចំណុចស្ថិតនៅក្នុងចតុកោណកែងនេះ ដែល $PA = 3cm, PB = 4cm$ និង $PC = 5cm$ ។ គណនា PD ។

៩៧. ចូរកំណត់ថាតើអាចមានត្រីកោណកែងមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុងជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែងមួយស្មើពីរដងនៃរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែងមួយទៀតដែរឬទេ ?

៩៨. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណកែង។ បន្ទាត់ពីរកាត់តាម C ហើយចែកមុំ C ជាបីចំណែកប៉ុនៗគ្នា និងបន្ទាត់ទាំងពីរនេះប្រសព្វ AB និង AD ត្រង់ E និង F រៀងគ្នា។ បើ $BE = 6cm$ និង $AF = 2cm$ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ABCD ។

៩៩. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណប៉ោងមួយ។ បង្ហាញថា បើ $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ នាំឱ្យ $AC \perp BD$ ។

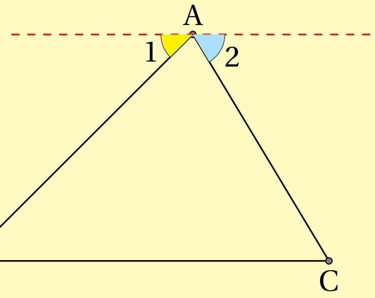
ដំណោះស្រាយ

លំហាត់ទី 1

បង្ហាញថាផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ 180° ។

ដំណោះស្រាយ

គូសបន្ទាត់មួយកាត់តាម A ហើយស្របនឹង BC



គេបាន $\angle B = \angle 1$ និង $\angle C = \angle 2$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

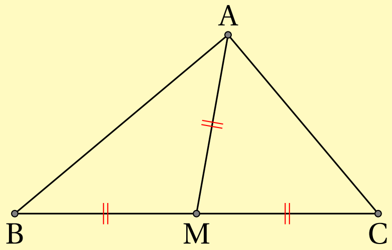
នាំឱ្យ $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$

ដូចនេះ: ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ 180°

លំហាត់ទី 2

គេមាន ΔABC មួយដែល M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC ។ បង្ហាញថាបើ $AM = \frac{1}{2}BC$ នោះ $\angle BAC = 90^\circ$ ។

ដំណោះស្រាយ



គេមាន $AM = BM \iff \angle B = \angle BAM$ និង $AM = MC \iff \angle C = \angle CAM$

នាំឱ្យ $\angle A = \angle BAM + \angle CAM = \angle B + \angle C \iff \angle A = 180^\circ - \angle A$

$$\iff 2\angle A = 180^\circ \iff \angle A = \frac{180^\circ}{2} \iff \angle A = 90^\circ$$

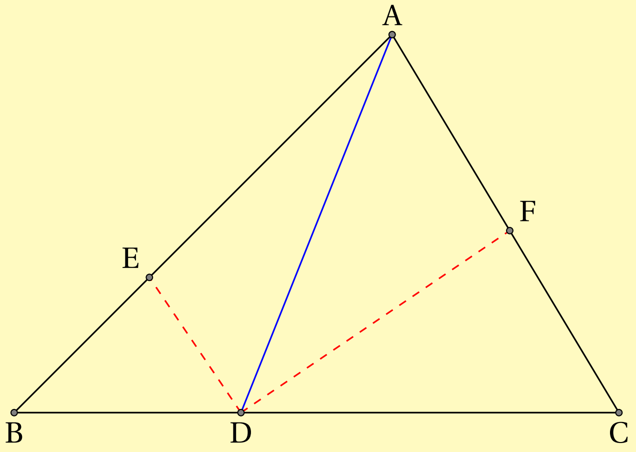
ដូចនេះ $\boxed{\angle A = 90^\circ}$

លំហាត់ទី 3

គេមានត្រីកោណ ABC និង D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ។ បង្ហាញថាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ADB$ និង $\angle ADC$ កែងគ្នា។

ដំណោះស្រាយ

តាង E និង F ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំទាំងពីរនិង AB និង AC រៀងគ្នា។



គេបាន $\angle ADE + \angle ADF = \frac{1}{2}(\angle ADB + \angle ADC) = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

នាំឱ្យ $DE \perp DF$

ដូចនេះ កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំទាំងពីរនេះកែងគ្នា

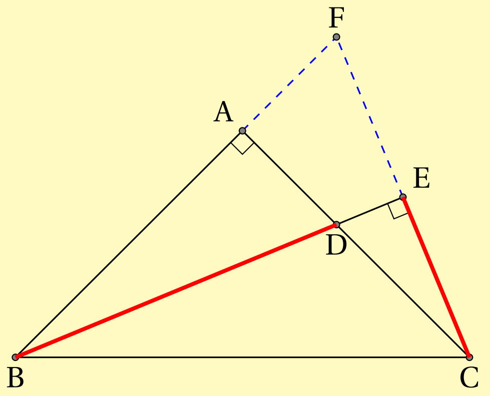
លំហាត់ទី 4

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle A = 90^\circ$ និង $AB = AC$ ។ D ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$ និង AC ។ គូស $CE \perp BD$ ត្រង់ E ។

បង្ហាញថា $BD = 2CE$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង F ជាចំណុចប្រសព្វរវាង BA និង CE



គេមាន $\Delta DAB \sim \Delta DEC$ ព្រោះ $\angle BDA = \angle CDE$ (មុំទល់កំពូល)

និង $\angle BAD = \angle CED = 90^\circ$ ។ នាំឱ្យ $\angle ABD = \angle ACE$

គេមាន $\Delta ABD \cong \Delta ACF$ ព្រោះ $\angle ABD = \angle ACE$, $AB = AC$

និង $\angle BAD = \angle CAF = 90^\circ$ ។ នាំឱ្យ $BD = CF$

គេមាន $\Delta BEF \cong \Delta BEC$ ព្រោះ BE ជាជ្រុងរួម ហើយ $\angle EBF = \angle EBC$

និង $\angle BEF = \angle BEC = 90^\circ$ នាំឱ្យ $CE = EF$

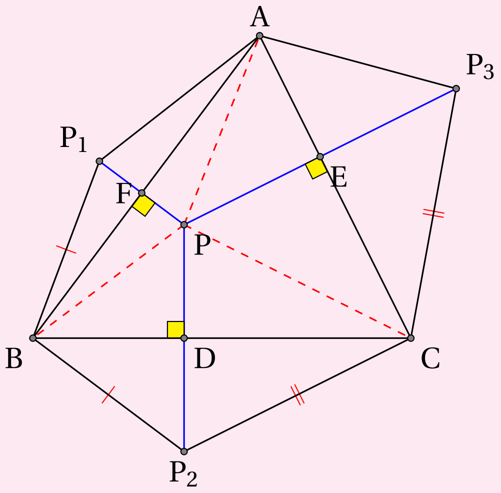
គេបាន $BD = CF$ និង $CE = CF$ នាំឱ្យ $BD = 2CE$

ដូចនេះ $\boxed{BD = 2CE}$

លំហាត់ទី 5

គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ហើយ $PP_1 \perp AB$, $PP_2 \perp BC$, $PP_3 \perp AC$ និង $BP_1 = BP_2$, $CP_2 = CP_3$ ។

បង្ហាញថា $AP_1 = AP_3$ ។



ដំណោះស្រាយ

គេបាន $AP_1^2 = AF^2 + FP_1^2$ និង $BP^2 = BF^2 + FP^2$

នាំឱ្យ $AP_1^2 + BP^2 = AF^2 + FP_1^2 + BF^2 + FP^2 = (AF^2 + FP^2) + (BF^2 + FP_1^2)$

$$\Longleftrightarrow AP_1^2 + BP^2 = AP^2 + BP_1^2 \qquad (1)$$

ស្រាយដូចគ្នាដែរ គេបាន $BP_2^2 + CP^2 = BP^2 + CP_2^2 \qquad (2)$

$$CP_3^2 + AP^2 = CP^2 + AP_3^2 \qquad (3)$$

យក (1) + (2) + (3) គេបាន

$$AP_1^2 + BP^2 + BP_2^2 + CP^2 + CP_3^2 + AP^2 = AP^2 + BP_1^2 + BP^2 + CP_2^2 + CP^2 + AP_3^2$$

$\Longrightarrow AP_1^2 = AP_3^2$ ព្រោះ $BP_1 = BP_2$, $CP_2 = CP_3$

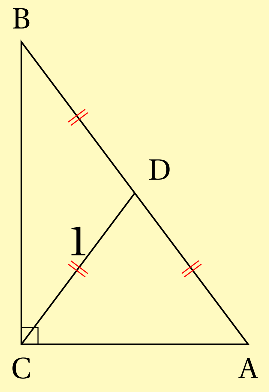
ដោយ $AP_1^2 = AP_3^2 \Longrightarrow AP_1 = AP_3$

ដូចនេះ $\boxed{AP_1 = AP_3}$

លំហាត់ទី 6

ត្រីកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $(2+\sqrt{6})cm$ និងមេដ្យានដែលគូសចេញពីមុំកែងមានរង្វាស់ $1cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណនេះ។

ដំណោះស្រាយ



គេមាន ΔABC ជាត្រីកោណកែង និងមាន

CD ជាមេដ្យាន

នាំឱ្យ $CD = BD = AD = 1cm$

និង $AB = BD + AD = 1 + 1 = 2cm$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន

$AC^2 + BC^2 = AB^2 = 4$ តែ $AC + BC + AB = 2 + \sqrt{6} \Longleftrightarrow AC + BC = \sqrt{6}$

$(AC+BC)^2 = 6 \Longleftrightarrow AC^2 + BC^2 + 2\times AC \times BC = 6 \Longleftrightarrow 4 + 2\times AC\times BC = 6$

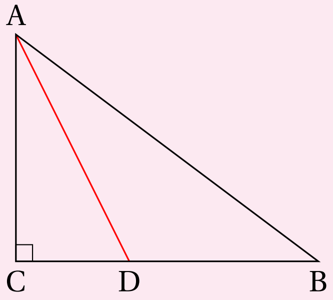
$\Longleftrightarrow AC \times BC = 1 \Longleftrightarrow \frac{1}{2}\times AC \times BC = \frac{1}{2} \Longleftrightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}cm^2$

ដូចនេះ: ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណគឺ $\frac{1}{2}cm^2$

លំហាត់ទី 7

គេមានត្រីកោណកែង ABC មួយដែល $\angle C = 90^\circ \angle CAD = \angle BAD$, $CD = 1.5cm$ និង $BD = 2.5cm$ ។

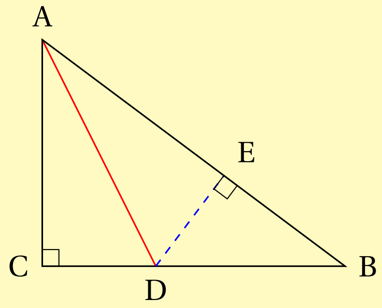
គណនា AC ។



ដំណោះស្រាយ

តាង E ជាចំណោលកែងនៃ D លើ AB ។

គេបាន $\Delta CAD \cong \Delta EAD$ ព្រោះ AD ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម និង $\angle CAD = \angle EAD$ នាំឱ្យ $AC = AE$ និង $CD = DE = 1.5cm$ ។ ចំពោះ ΔBDE គេបាន $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2}$



$\Longleftrightarrow BE = \sqrt{(2.5)^2 - (1.5)^2} = 2cm$ ។

តាង $AC = x \Longleftrightarrow AB = AE + BE = x + 2$ ។

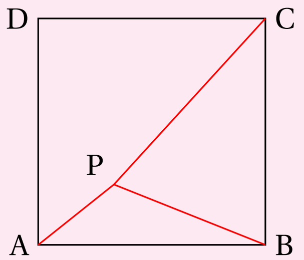
ចំពោះ ΔABC គេបាន $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Longleftrightarrow (x+2)^2 = x^2 + 4^2$

$\Longleftrightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16 \Longleftrightarrow 4x = 12 \Longleftrightarrow x = 3 \Longleftrightarrow AC = 3cm$

ដូចនេះ $\boxed{AC = 3cm}$

លំហាត់ទី 8

គេមាន ABCD ជាការេ ។ P ជាចំណុចស្ថិតនៅក្នុងការេដែល PA : PB : PC = 1:2:3 ។ គណនា $\angle APB$ ។



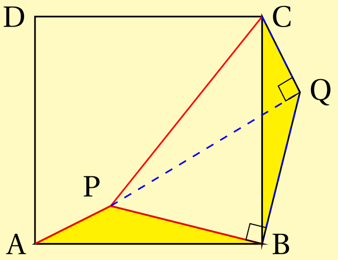
ដំណោះស្រាយ

គេមាន $PA:PB:PC=1:2:3 \iff \frac{PA}{1}=\frac{PB}{2}=\frac{PC}{3}=k$

គេបាន $PA=k$, $PB=2k$, $PC=3k$

ដៅចំណុច Q មួយដែល $PB\perp BQ$, $PB=BQ$ និង $\angle ABP=\angle CBQ$ ។

គេបាន $\Delta ABP\cong\Delta BCQ$ នាំឱ្យ $\angle APB=\angle BQC$



គេមាន $PB=BQ$ និង $\angle PBQ=90^\circ$ នាំឱ្យ ΔPBQ ជាត្រីកោណកែងសមបាត។

គេបាន $\angle BQP=45^\circ$ ។

ក្នុងត្រីកោណកែង PBQ គេមាន $PQ^2=PB^2+BQ^2=(2k)^2+(2k)^2=8k^2$

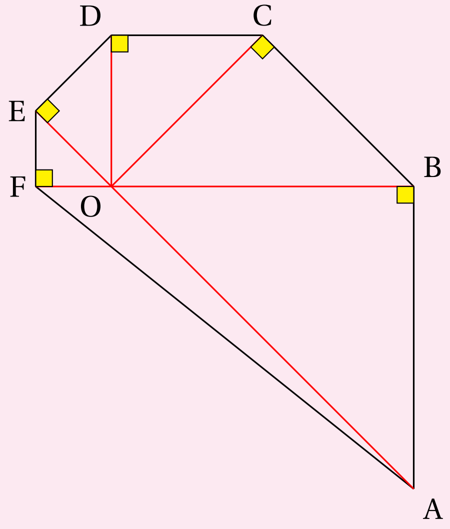
នាំឱ្យ $PQ^2+CQ^2=8k^2+k^2=9k^2=PC^2$ គេបាន $\angle PQC=90^\circ$

នាំឱ្យ $\angle APB=\angle BQC=\angle BQP+\angle PQC=45^\circ+90^\circ=135^\circ$

ដូចនេះ: $\boxed{\angle APB=135^\circ}$

លំហាត់ទី ១

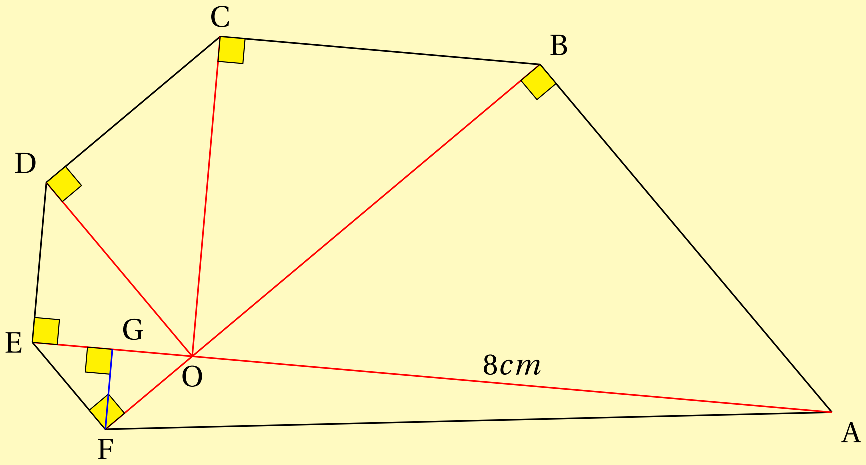
គេមានឆកោណ ABCDEF មួយដែលផ្គុំឡើងដោយត្រីកោណកែងសមបាតប្រាំគឺ ត្រីកោណ OAB, OBC, OCD, ODE, OEF និងត្រីកោណមួយទៀតគឺត្រីកោណ OFA ដែល O ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AE និង BF ។ គេឱ្យ OA = $8cm$ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ OFA ។



ដំណោះស្រាយ

តាង FG ជាកម្ពស់នៃ ΔOFA

គេមាន ត្រីកោណ OAB, OBC, OCD, ODE, OEF សុទ្ធតែជាត្រីកោណកែងសមបាត។



គេបាន $2 \times OB^2 = OA^2 \iff OB = \dfrac{OA}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}OA$

ស្រាយដូចគ្នា គេបាន $\mathrm{OF} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{OE} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \mathrm{OD} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \mathrm{OC} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \mathrm{OB}$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5 \mathrm{OA} = \frac{8}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2}\ cm$$

ដោយ $\Delta\mathrm{OEF}$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត ហើយ $\mathrm{FG} \perp \mathrm{OE}$

នាំឱ្យ $\mathrm{FG} = \mathrm{OG} = \frac{\mathrm{OF}}{\sqrt{2}2} = 1\ cm$

នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ OFA គឺ $\mathrm{S_{OFA}} = \frac{1}{2} \times \mathrm{OA} \times \mathrm{FG} = \frac{1}{2} \times 8 \times 1 = 4cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\mathrm{S_{OFA}} = 4cm^2}$

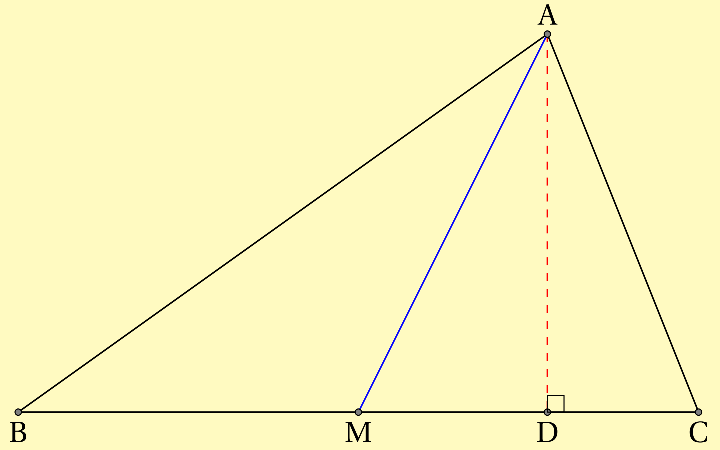
លំហាត់ទី 10

(រូបមន្តមេដ្យាន) គេមាន $\Delta\mathrm{ABC}$ មួយដែលមាន AM ជាមេដ្យាន។

បង្ហាញថា $\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 = 2(\mathrm{AM}^2 + \mathrm{BM}^2)$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង D ជាចំណោលកែងនៃ A មកលើ BC



តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 = AD^2 + (BM + MD)^2 = AD^2 + BM^2 + MD^2 + 2BM \cdot MD$$

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = AD^2 + (MC - MD)^2 = AD^2 + (BM - MD)^2$$

$$= AD^2 + BM^2 + MD^2 - 2MB \cdot MD$$

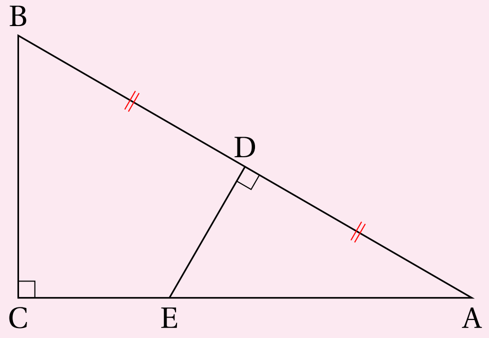
$$AM^2 = AD^2 + MD^2$$

គេបាន $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BM^2 + MD^2) = 2(AM^2 + BM^2)$

ដូចនេះ: $\boxed{AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)}$

លំហាត់ទី 11

គេ ឱ្យ ត្រីកោណកែង ABC មួយ ដែល $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ ហើយ D ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AB និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AC ដែល $ED \perp AB$, $AE = 4cm$ ។ គណនា BC ។

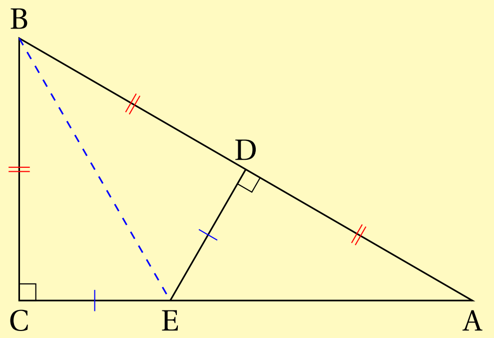


ដំណោះស្រាយ

គូសភ្ជាប់ B ទៅ E

គេមាន $\angle A = 30^\circ$ និង $\angle ADE = 90^\circ$ នាំឱ្យ $\angle AED = 60^\circ$

គេបាន $DE = \frac{AE}{2} = \frac{4}{2} = 2cm$ នាំឱ្យ $AD = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}\ cm$



គេបាន $DE = 2cm$, $BD = AD = 2\sqrt{3}\ cm$ នាំឱ្យ $\Delta ADE \cong \Delta BDE$

នាំឱ្យ $\angle DBE = 30^\circ \iff \angle CBE = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

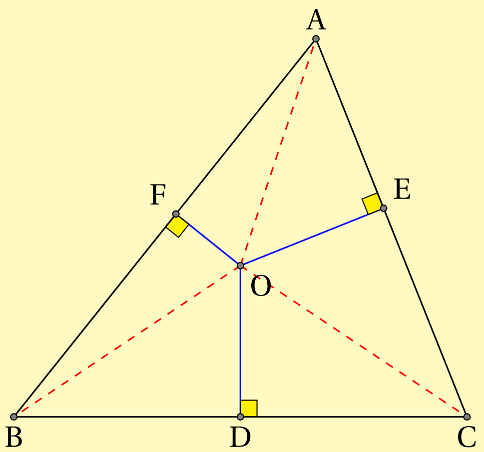
គេបាន $\Delta BCE \cong BDE$ នាំឱ្យ $BC = BD = 2\sqrt{3}$

ដូចនេះ $\boxed{BC = 2\sqrt{3}\ cm}$

លំហាត់ទី 12

គេមានត្រីកោណ ABC មួយដែលមាន O ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ និង D, E, F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC, CA, AB រៀងគ្នា ដែល $OD \perp BC, OE \perp CA$ និង $OF \perp AB$ ។ បង្ហាញថា $AF^2 + BD^2 + CE^2 = BF^2 + DC^2 + AE^2$ ។

ដំណោះស្រាយ



អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន

$$AF^2+BD^2+CE^2=(OA^2-OF^2)+(OB^2-OD^2)+(OC^2-OE^2)$$

$$=(OB^2-OF^2)+(OC^2-OD^2)+(OA^2-OE^2)$$

$$=BF^2+DC^2+AE^2$$

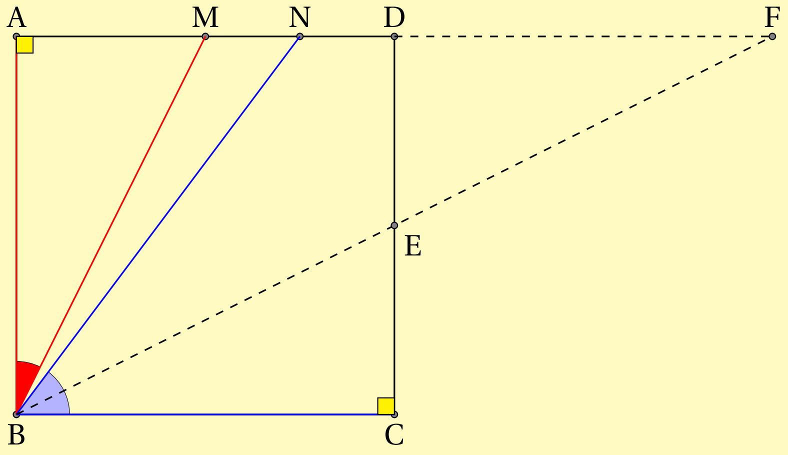
ដូចនេះ $\boxed{AF^2+BD^2+CE^2=BF^2+DC^2+AE^2}$

លំហាត់ទី 13

គេមាន ABCD ជាការេ ។ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD និង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ MD ។ បង្ហាញថា $\angle NBC=2\angle ABM$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $AB=BC=CD=DA=a$ ហើយ E ជាចំណុចកណ្តាលនៃ CD និងតាង F ជាចំណុចប្រសព្វរវាង BE និង AD ។



គេបាន $\Delta ABM\cong\Delta CBE$ ព្រោះ $AB=BC, AM=CE$ និង $\angle A=\angle C=90^\circ$

នាំឱ្យ $\angle ABM=\angle CBE$

ហើយ $\Delta BCE \cong \Delta FDE$ ព្រោះ $DE = CE, \angle BEC = \angle DEF$ (មុំទល់កំពូល)

និង $\angle BCE = \angle EDF = 90^\circ$ នាំឱ្យ $\angle CBE = \angle DFE$ និង $DF = BC = a$

គេមាន $AN = AM + MN = \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a = \frac{3}{4}a$

នាំឱ្យ $BN = \sqrt{AB^2 + AN^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2} = \frac{5}{4}a$

ម្យ៉ាងទៀត $NF = ND + DF = \frac{1}{4}a + a = \frac{5}{4}a$

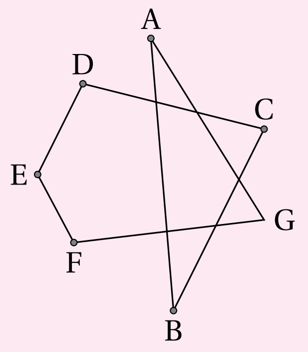
នាំឱ្យ ΔBNF ជាត្រីកោណសមបាត គេបាន $\angle EBN = \angle EFN$

នាំឱ្យ $\angle EBN = \angle CBE = \angle ABM \iff \angle NBC = 2\angle ABM$

ដូចនេះ $\boxed{\angle NBC = 2\angle ABM}$

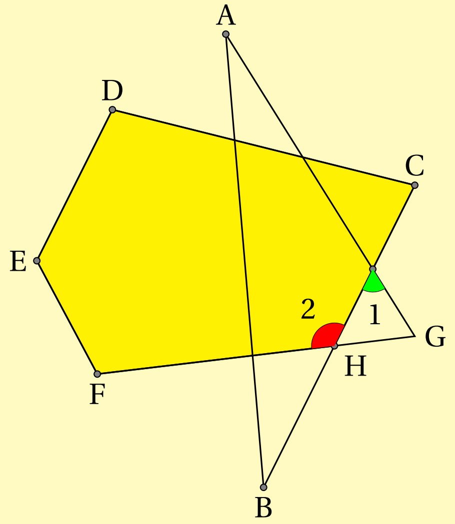
លំហាត់ទី 14

គណនា $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G$ នៃរូបខាងក្រោម។



ដំណោះស្រាយ

តាង H ជាចំណុចប្រសព្វរវាង FG និង BC និង តាង $\angle CHF = \angle 2$



គេបាន $\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle 2=180^\circ\times(5-2)=540^\circ$

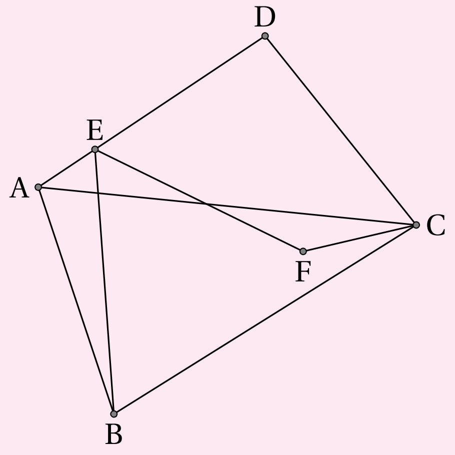
ហើយ $\angle 2=\angle G+\angle 1=\angle G+\angle A+\angle B$

នាំឱ្យ $\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle 2=\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle A+\angle B$

ដូចនេះ $\boxed{\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G=540^\circ}$

លំហាត់ទី 15

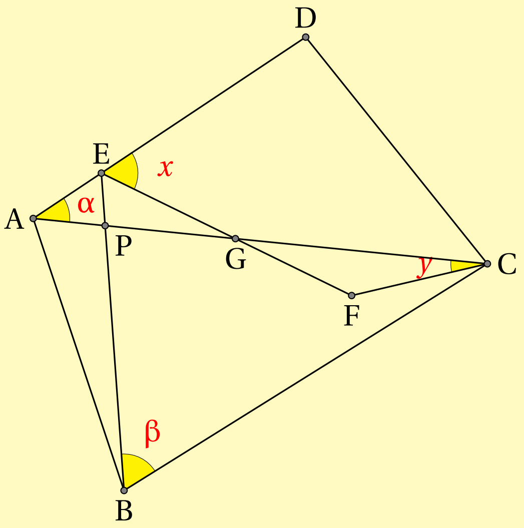
គេមានចតុកោណ ABCD ហើយ E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AD ។ F ជាចំណុចស្ថិតនៅ ខាងក្នុង ចតុកោណ ABCD ដែល EF និង CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle BED$ និង $\angle ACB$ រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $\angle CFE=90^\circ+\frac{1}{2}(\angle CAD+\angle CBE)$



ដំណោះស្រាយ

តាង $\angle CAD=\alpha$, $\angle EBC=\beta$, $\angle DEF=x$ និង $\angle ACF=y$ ។ តាង G ជា

ចំណុចប្រសព្វរវាង AC និង EF ។ ដូចនេះ គេត្រូវបង្ហាញថា $\angle CFE = 90^\circ + \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$



ចំពោះត្រីកោណ CFG គេមាន $\angle CFE = 180^\circ - \angle FGC - y = 180^\circ - \angle AGE - y$

$\angle CFE = \alpha + \angle AEG - y = \alpha + (180^\circ - x) - y = 180^\circ + \alpha - x - y \quad (1)$

តាង P ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AC និង BE ។

គេមាន $\angle PAE + \angle PEA = 180^\circ - \angle APE = 180^\circ - \angle BPC = \angle PBC + \angle BCP$

$\Longleftrightarrow \alpha + 180^\circ - \angle BED = \beta + 2y \Longleftrightarrow \alpha + 180^\circ - 2x = \beta + 2y$

$\Longleftrightarrow 2x + 2y = 180^\circ + \alpha - \beta \Longleftrightarrow x + y = 90^\circ + \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\angle CFE = 180^\circ + \alpha - \left[90^\circ + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right]$

$\Longleftrightarrow \angle CFE = 90^\circ + \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 90^\circ + \frac{1}{2}(\angle CAD + \angle CBE)$

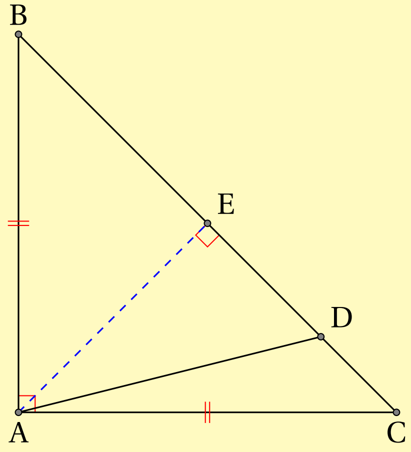
ដូចនេះ: $\boxed{\angle CFE = 90^\circ + \frac{1}{2}(\angle CAD + \angle CBE)}$

លំហាត់ទី 16

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$ និង D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ។ បង្ហាញថា $BD^2 + CD^2 = 2AD^2$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង E ជាចំណោលកែងនៃ A លើ BC



ដោយ ΔABC ជាត្រីកោណកែងសមបាត គេបាន $AE = BE = CE$

គេបាន $BD^2 + CD^2 = (BE + DE)^2 + (CE - DE)^2$

$$= BE^2 + 2BE \cdot DE + DE^2 + CE^2 - 2CE \cdot DE + DE^2$$

$$= BE^2 + CE^2 + 2DE^2 + 2DE(BE - CE)$$

$$= 2BE^2 + 2DE^2 = 2AE^2 + 2DE^2$$

$$= 2(AE^2 + DE^2) = 2AD^2$$

ដូចនេះ $\boxed{BD^2 + CD^2 = 2AD^2}$

លំហាត់ទី 17

គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងមួយដែលមានបរិមាត្រ $30cm$ និងផ្ទៃក្រឡា $30cm^2$។

គណនារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនេះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងនៃ ΔABC ដែល c ជារង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុស។

ដោយ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែលមានបរិមាត្រ $30cm$ និងផ្ទៃក្រឡា $30cm^2$

គេបាន $\begin{cases} a+b+c=30 \\ \frac{1}{2}ab=30 \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} a+b=30-c \\ ab=60 \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases}$

គេមាន $c^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(30-c)^2-2\times 60$

$\Longleftrightarrow c^2=900-60c+c^2-120 \Longleftrightarrow 60c=780 \Longleftrightarrow c=13$

ចំពោះ $c=13$ គេបាន $a+b=17 \Longleftrightarrow b=17-a$

ចំពោះ $b=17-a$ គេបាន $ab=60 \Longleftrightarrow a(17-a)=60$

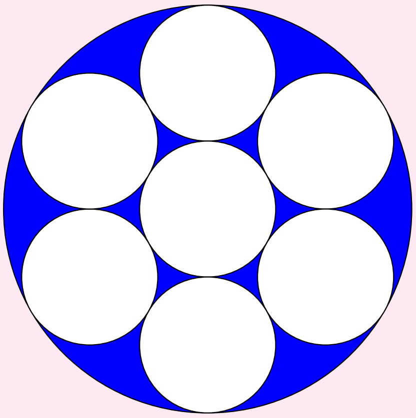
$\Longleftrightarrow a^2-17a+60=0 \Longleftrightarrow (a-5)(a-12)=0 \Longleftrightarrow a=5\ ,\ a=12$

បើ $a=5 \Longleftrightarrow b=12$ និង បើ $a=12 \Longleftrightarrow b=5$

ដូចនេះ **រង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនេះគឺ $5cm, 12cm, 13cm$**

លំហាត់ទី 18

គ្រប់រង្វង់តូចៗនៃរូបខាងស្តាំមានរង្វាស់កាំ $1cm$ ។ រង្វង់តូចដែលនៅខាងក្នុងបំផុត ប៉ះនឹងរង្វង់តូចៗទាំង 6 ដែលនៅជុំវិញវា ហើយរង្វង់តូចៗទាំង 6 នេះក៏ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ធំ និងរង្វង់ដែលនៅសងខាងវា។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌។



ដំណោះស្រាយ

គេបានកាំរង្វង់ធំមានរង្វាស់ $1+2=3cm$ នោះផ្ទៃក្រឡារង្វង់ធំគឺ $\pi\times 3^2=9\pi\ cm^2$

ផ្ទៃក្រឡារង្វង់តូចៗទាំង 7 គឺ $7\times\pi\times 1^2=7\pi\ cm^2$

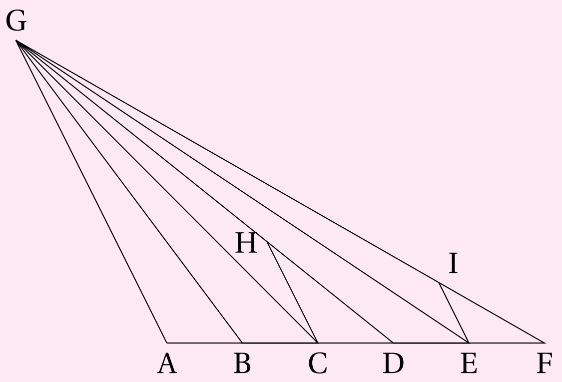
នោះផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌ស្មើ $9\pi-7\pi=2\pi\ cm^2$

ដូចនេះ **ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌គឺ $2\pi\ cm^2$**

លំហាត់ទី 19

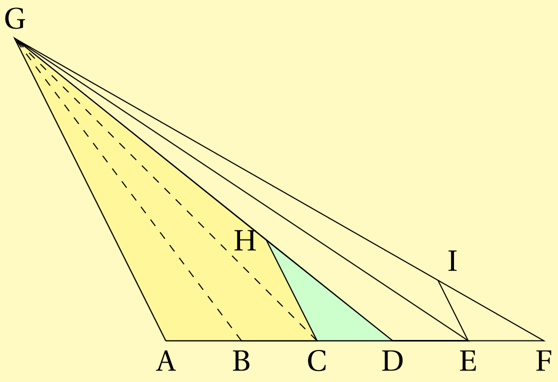
គេឱ្យ A, B, C, D, E, F ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ដែល AB = BC = CD = DE = EF = $1cm$ ហើយ CH និង EI ស្របនឹង AG ។

ចូរគណនា $\frac{CH}{EI}$ ។



ដំណោះស្រាយ

• របៀបទី១:



ប្រៀបធៀបត្រីកោណ ADG និង CDH

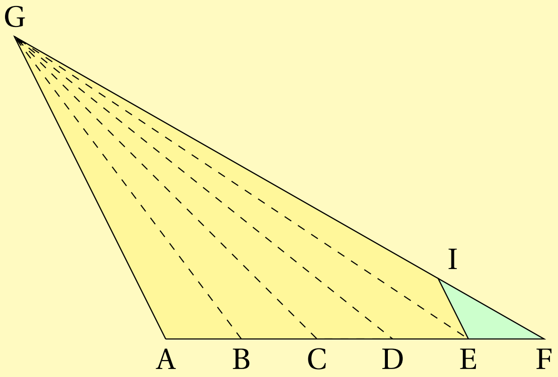
គេមាន $\angle CDH = \angle ADG$ (មុំរួម)

$\angle DAG = \angle DCH$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

នាំឱ្យ $\Delta ADG \sim \Delta CDH$ (ករណី ម.ម)

គេបានផលធៀបដំណូច

$$\frac{CH}{AG} = \frac{CD}{AD} \Longrightarrow CH = \frac{CD \times AG}{AD} = \frac{AG}{3} \quad (1)$$



ប្រៀបធៀបត្រីកោណ AFG និង EFI

គេមាន $\angle AFG = \angle EFI$ (មុំរួម)

$\angle FAG = \angle FEI$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

នាំឱ្យ $\Delta AFG \sim \Delta EFI$ (ករណី ម.ម)

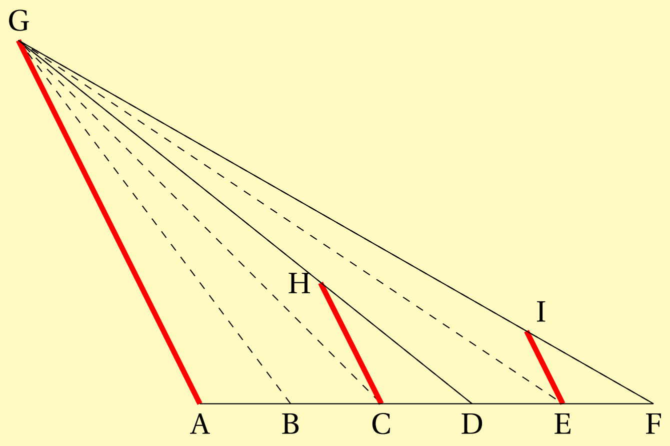
គេបានផលធៀបដំណូច

$$\frac{IE}{AG} = \frac{EF}{AF} \Longrightarrow IE = \frac{EF \times AG}{AF} = \frac{AG}{5} \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\frac{CH}{EI} = \frac{AG/3}{AG/5} = \frac{5}{3}$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{CH}{EI} = \frac{5}{3}}$

• របៀបទី២:



គេមាន $AG \parallel CH \parallel EI$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស

គេបាន $\frac{CH}{AG} = \frac{CD}{AD} \iff CH = \frac{CD \times AG}{AD} = \frac{AG}{3}$

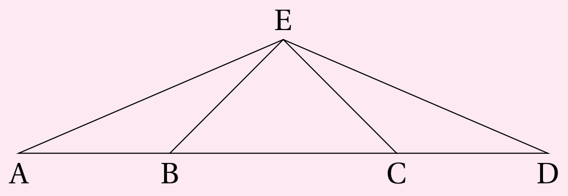
និង $\frac{EI}{AG} = \frac{EF}{AF} \iff EI = \frac{EF \times AG}{AF} = \frac{AG}{5}$

នាំឱ្យ $\frac{CH}{EI} = \frac{AG/3}{AG/5} = \frac{5}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{CH}{EI} = \frac{5}{3}}$

លំហាត់ទី 20

គេ ឱ្យ A, B, C, D ស្ថិតនៅ លើ បន្ទាត់ តែមួយ ដែល $AB = CD$, $BE = CE = 10cm$ និង បរិមាត្រនៃ



ត្រីកោណ ADE ស្មើពីរដងនៃបរិមាត្រត្រីកោណ BCE ។ រករង្វាស់នៃ AB ។

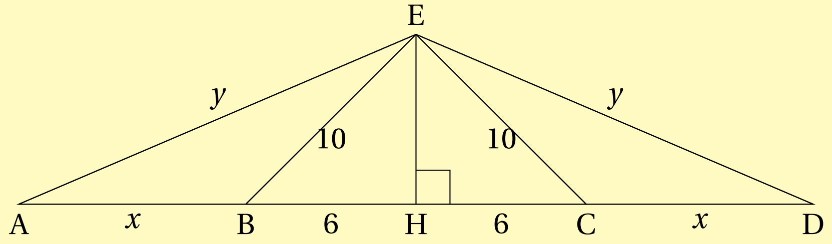
ដំណោះស្រាយ

តាង H ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC

ដោយ $BE = CE$ នោះ BCE ជាត្រីកោណសមបាត នាំឱ្យ $EH \perp BC$

ដោយ $AB = CD$ នោះ $AH = DH$ នាំឱ្យ $EH \perp AD$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល

គេបាន ADE ជាត្រីកោណសមបាត ដែល $AE = DE$



តាង $AB = CD = x$ និង $AE = DE = y$

ក្នុងត្រីកោណកែង HBE គេបាន $HE^2 + HB^2 = BE^2$

$$\Longleftrightarrow HE^2 + 36 = 100 \Longleftrightarrow HE = \sqrt{100 - 36} = 8cm$$

ដោយបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ADE ស្មើពីរដងនៃបរិមាត្រត្រីកោណ BCE

គេបាន $x + 12 + x + y + y = 2(12 + 10 + 10)$

$$2x + 2y + 12 = 64$$

$$x + y = 26 \Longleftrightarrow y = 26 - x$$

ក្នុងត្រីកោណកែង EAH គេបាន $AH^2 + HE^2 = EA^2$

$$\Longrightarrow (x+6)^2 + 8^2 = y^2 = (26 - x)^2$$

$$\Longrightarrow x^2 + 12x + 36 + 64 = 676 - 52x + x^2$$

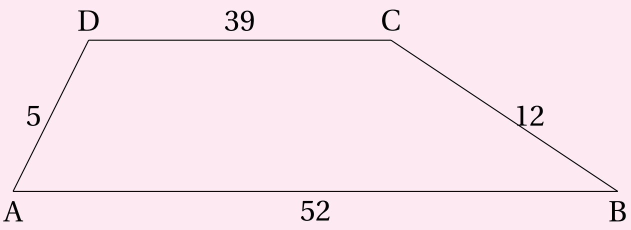
$$\Longrightarrow 64x = 576 \Longleftrightarrow x = 9$$

ដូចនេះ $\boxed{AB = 9\ cm}$

លំហាត់ទី 21

ចតុកោណព្នាយ ABCD មានបាត AB និង CD ។ គេមាន $AB = 52cm$, $BC = 12cm, CD = 39cm$ និង $DA = 5cm$ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណព្នាយ ABCD ។

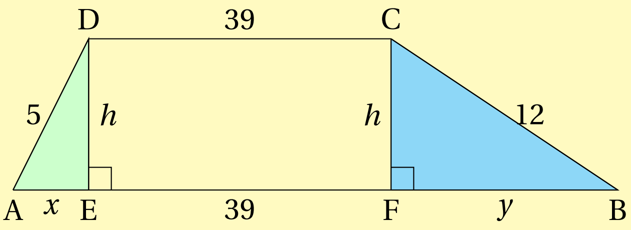


ដំណោះស្រាយ

• របៀបទី១:

តាង E និង F ជាចំណោលកែងនៃ C និង D រៀងគ្នាលើ AB

តាង $DE = CF = h, AE = x, BF = y$



ក្នុងត្រីកោណកែង AED គេបាន $x^2 + h^2 = 25 \quad (1)$

ក្នុងត្រីកោណកែង BFC គេបាន $y^2 + h^2 = 144 \quad (2)$

យក (2) – (1) គេបាន $y^2 - x^2 = 119 \quad (3)$

ដោយ $AB = 52cm \iff x + y + 39 = 52 \iff y = 13 - x$ ជំនួសក្នុង (3)

គេបាន $(13 - x)^2 - x^2 = 119$

$$169-26x+x^2-x^2=119 \Longleftrightarrow x=\frac{25}{13}$$

យក $x=\frac{25}{13}$ ជំនួសក្នុង (1)

គេបាន $\frac{625}{169}+h^2=25 \Longleftrightarrow h=\sqrt{25-\frac{625}{169}}=\frac{60}{13}$

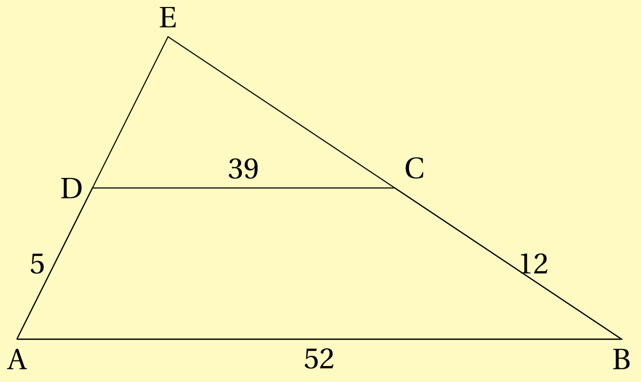
នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ $S_{ABCD}=\frac{(AB+CD)\times DE}{2}$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(52+39)\times\frac{60}{13}=210\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABCD}=210\ cm^2}$

• របៀបទី២:

បន្លាយ AD និង BC ឱ្យប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច E



ដោយ ABCD ជាចតុកោណព្នាយ នោះ AB ∥ DC

តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស គេបាន $\frac{ED}{ED+5}=\frac{39}{52}=\frac{EC}{EC+12}$

ចំពោះ: $\frac{ED}{ED+5}=\frac{39}{52}=\frac{3}{4} \Longleftrightarrow 4ED=3ED+15 \Longleftrightarrow ED=15\ cm$

ចំពោះ: $\frac{EC}{EC+12}=\frac{39}{52}=\frac{3}{4} \Longleftrightarrow 4EC=3EC+36 \Longleftrightarrow EC=36\ cm$

ពិនិត្យ $ED^2+EC^2=15^2+36^2=39^2=CD^2$

នោះ: CDE ជាត្រីកោណកែងត្រង់ E ។

គេបាន $S_{ABCD} = S_{ABE} - S_{CDE} = \frac{1}{2}EA \times EB - \frac{1}{2}ED \times EC$

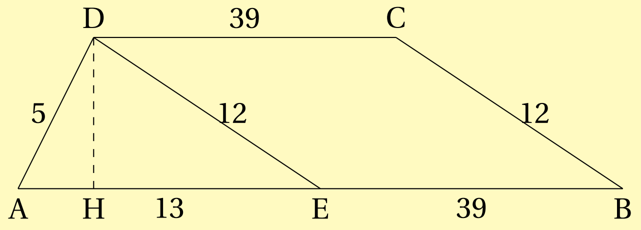
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 48 - \frac{1}{2} \times 15 \times 36 = 480 - 270 = 210\ cm^2$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABCD} = 210\ cm^2}$

• របៀបទី៣:

គូស DE ∥ CB នោះ BCDE ជាប្រលេឡូក្រាម។

គេបាន $BE = 39cm, DE = 12cm, AE = 52 - 39 = 13cm$



ពិនិត្យ $AD^2 + DE^2 = 5^2 + 12^2 = 13^2 = AE^2$

នោះ ADE ជាត្រីកោណកែងត្រង់ D ។

តាង H ជាចំណោលកែងនៃ D លើ AE ។

គេបាន $S_{ADE} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times HD$

នាំឱ្យ $HD = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}\ cm$

នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយ $S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \times DH}{2}$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(52 + 39) \times \frac{60}{13} = 210\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABCD} = 210\ cm^2}$

លំហាត់ទី 22

គេឱ្យ ABCDEFGH ជាអដ្ឋកោណនិយ័តដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $2m$ ។

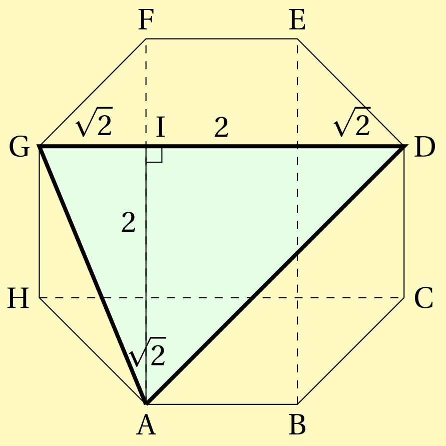
គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ADG ។

ដំណោះស្រាយ

តាង I ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AF និង DG

គេបាន GIF ជាត្រីកោណកែងសមបាត ដែល $IG = IF$

នាំឱ្យ $IF^2 + IG^2 = GF^2 \iff 2IF^2 = 4 \iff IF = \sqrt{2}\ m$



គេបាន $AI = (\sqrt{2} + 2)m$

ហើយ $GD = \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = (2 + 2\sqrt{2})m$

នាំឱ្យ $S_{ADG} = \frac{1}{2}GD \times AI = \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = (4 + 3\sqrt{2})m^2$

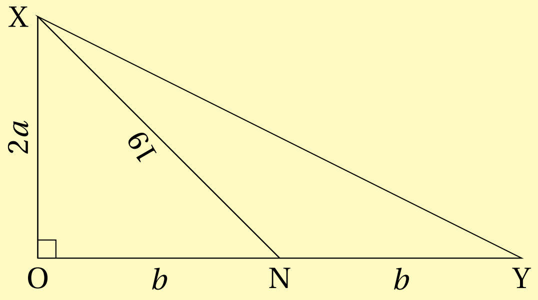
ដូចនេះ: $\boxed{S_{ADG} = (4 + 3\sqrt{2})m^2}$

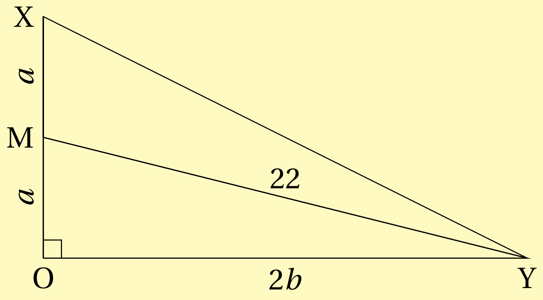
លំហាត់ទី 23

គេឱ្យ ΔXOY ជាត្រីកោណកែងត្រង់ O ។ M និង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ OX និង OY រៀងគ្នា។ បើ $XN = 19cm$ និង $YM = 22cm$ គណនា XY ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $OX = MX = a$ និង $ON = YN = b$



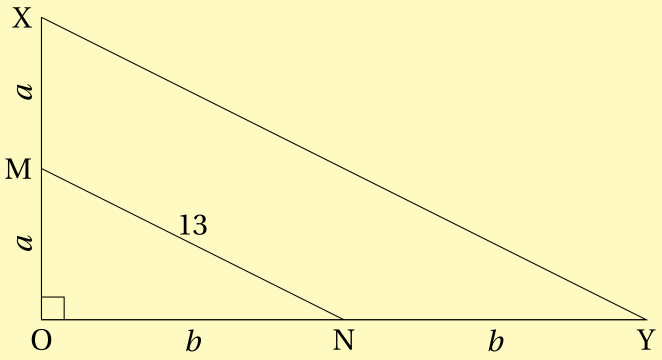


គេបាន $19^2 = (2a)^2 + b^2$ និង $22^2 = a^2 + (2b)^2$

នាំឱ្យ $(4a^2 + b^2) + (a^2 + 4b^2) = 19^2 + 22^2$

$\Longleftrightarrow 5(a^2 + b^2) = 845 \Longleftrightarrow a^2 + b^2 = 169$

គេបាន $MN^2 = a^2 + b^2 = 169 \Longleftrightarrow MN = 13cm$



ដោយ M និង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ OX និង OY រៀងគ្នា

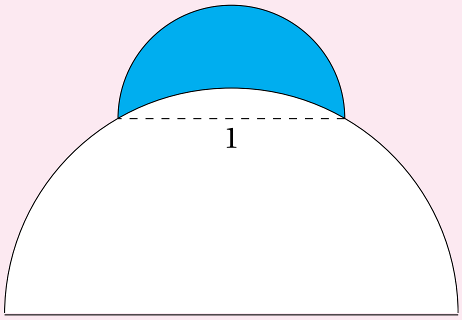
នោះ MN ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ OXY ។

គេបាន $XY = 2 \times MN = 2 \times 13 = 26cm$

ដូចនេះ $\boxed{XY = 26cm}$

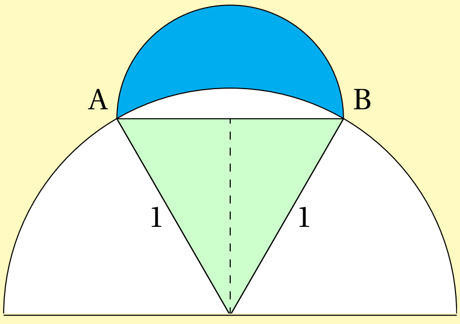
លំហាត់ទី 24

គេមានកន្លះរង្វង់ពីរមានអង្កត់ផ្ចិត $1cm$ និង $2cm$ ។ កន្លះរង្វង់តូចស្ថិតនៅផ្នែកខាងលើនៃកន្លះរង្វង់ធំ(ដូចរូប) ។ តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃកន្លះរង្វង់តូចដែលផាត់ពណ៌។ គណនា S ។



ដំណោះស្រាយ

គេបាន S = ផ្ទៃក្រឡាកន្លះរង្វង់តូច + ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ OAB− ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស OAB ។



$$\text{ផ្ទៃក្រឡាកន្លះរង្វង់តូច} = \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8}\ cm^2$$

គេមាន $OH^2 = OA^2 - HA^2$

$$OH = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ cm$$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $OAB = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\ cm^2$

ដោយ $OA = OB = AB = 1cm$

នោះ ΔOAB ជាត្រីកោណសម័ង្ស នាំឱ្យ $\angle AOB = 60^\circ$

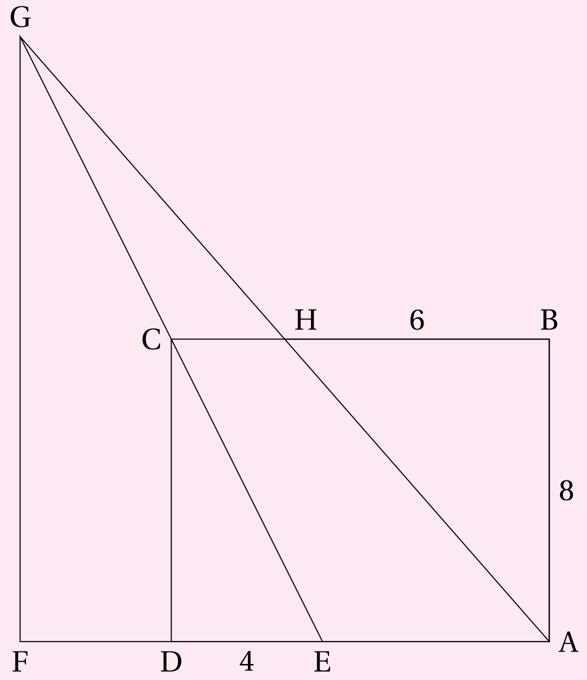
គេបាន ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស $OAB = \dfrac{\pi \times 1^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = \dfrac{\pi}{6}\ cm^2$

នាំឱ្យ $S = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\sqrt{3}}{4} - \dfrac{\pi}{6} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4} - \dfrac{\pi}{24}\right) cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4} - \dfrac{\pi}{24}\right) cm^2}$

លំហាត់ទី 25

គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណកែងដែល $AB = 8cm$ និង $BC = 9cm$ ។ H ជាចំណុចមួយនៃ BC ដែល $HB = 6cm$ ហើយ E ជាចំណុចមួយនៃ AD ដែល $DE = 4cm$ ។ បន្ទាត់ EC និង AH ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G ហើយ F ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ AD ដែល $GF \perp AF$ ។ គណនា GF ។



ដំណោះស្រាយ

គេមាន ABCD ជាចតុកោណកែង នោះ $BC \parallel AD$ និង $AB \parallel DC$

ដោយ $BC = 9cm$ និង $HB = 6cm$ នាំឱ្យ $CH = 9 - 6 = 3cm$

ហើយ $DE = 4cm$ នាំឱ្យ $AE = 5cm$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណកែង CDE

គេបាន $CE^2 = 8^2 + 4^2 \iff CE = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ cm$

ដោយ $CH \parallel EA$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស

គេបាន $\frac{GE}{GC} = \frac{EA}{CH} \iff GE = \frac{EA}{CH} \times GC$

$$GE = \frac{EA}{CH} \times (GE - 4\sqrt{5}) = \frac{5}{3}(GE - 4\sqrt{5})$$

$$3GE = 5GE - 20\sqrt{5} \iff GE = 10\sqrt{5}\ cm$$

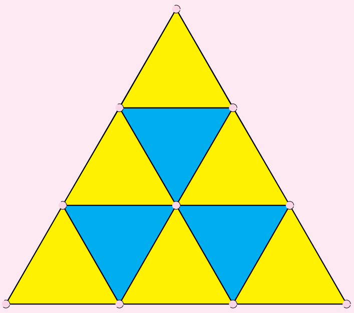
ដោយ $GF \perp AF$ និង $CD \perp AF$ នោះ $GF \parallel CD$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស

គេបាន $\frac{GF}{CD} = \frac{GE}{CE} \iff GF = \frac{GE}{CE} \times CD = \frac{10\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} \times 8 = 20\ cm$

ដូចនេះ: $\boxed{GF = 20cm}$

លំហាត់ទី 26

ត្រីកោណសម័ង្ស ធំ បាន មក ដោយ យក ឈើចាក់ធ្មេញមកផ្គុំជាត្រីកោណសម័ង្សតូចៗប៉ុនៗគ្នាជាជួរដេក។ ជាឧទាហរណ៍ រូបខាងស្តាំមាន 3 ជួរដេកនៃត្រីកោណសម័ង្ស



តូចប៉ុនៗគ្នា ដែលជួរបាតនៃត្រីកោណធំមានត្រីកោណតូចៗចំនួន 5 ។ រកចំនួនឈើចាក់ធ្មេញដែលត្រូវប្រើដើម្បីសង់ត្រីកោណសម័ង្សធំ បើគេដឹងថាជួរបាតនៃត្រីកោណធំមានត្រីកោណសម័ង្សតូចៗចំនួន 2021 ត្រីកោណ។

ដំណោះស្រាយ

ដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការវិភាគ យើងបង្កើតតារាងមួយដូចខាងក្រោម

ចំនួនជួរដេក	ចំនួនត្រីកោណតូចៗនៅជួរបាត	ចំនួនឈើចាក់ធ្មេញទាំងអស់
1	1	3
2	3	$3(1+2)$
3	5	$3(1+2+3)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$2n-1$	$3(1+2+3+\cdots+n)$

គេបាន $2n-1=2021 \iff 2n=2022 \iff n=\dfrac{2022}{2}=1011$

នោះចំនួនឈើចាក់ធ្មេញទាំងអស់ $=3(1+2+3+\cdots+1011)$ ។

តាង $S=1+2+3+\cdots+1011 \quad (1)$

គេបាន $S=1011+1010+1009+\cdots+1 \quad (2)$

យក $(1)+(2)$ គេបាន $2S=1012+1012+1012+\cdots+1012=1011\times 1012$

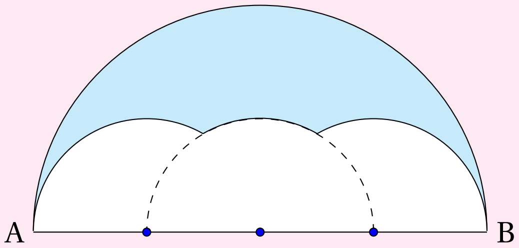
$$\iff S=\frac{1011\times 1012}{2}=511\,566$$

នាំឱ្យ ចំនួនឈើចាក់ធ្មេញទាំងអស់ $=3\times 511\,566=1\,534\,698$ ដើម

ដូចនេះ: ចំនួនឈើចាក់ធ្មេញដែលត្រូវប្រើទាំងអស់មាន $1\,534\,698$ ដើម

លំហាត់ទី 27

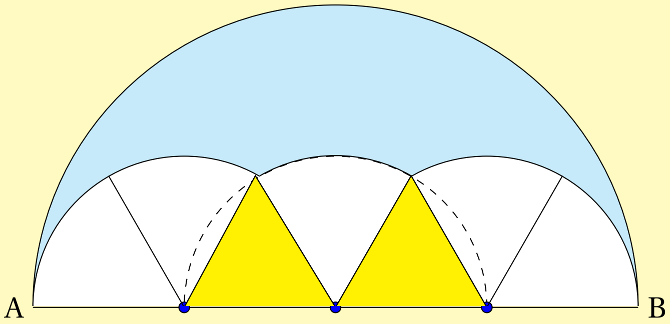
កន្លះរង្វង់បីប៉ុនៗគ្នា មានអង្កត់ផ្ចិត $1cm$ ហើយមានផ្ចិតស្ថិតនៅលើអង្កត់ AB ដែលចែក AB ជា 4 ចំណែកស្មើៗគ្នា និងកន្លះរង្វង់មួយទៀតមានអង្កត់ផ្ចិត AB (ដូចរូប)។ តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃកន្លះរង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AB ដែលនៅខាងក្រៅកន្លះរង្វង់តូចៗទាំងបី។ គណនា S ។



ដំណោះស្រាយ

គណនា S

គេបាន S ស្មើនឹងផលដកនៃផ្ទៃក្រឡាកន្លះរង្វង់ធំនឹងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរ និងចម្រៀកថាសតូចៗទាំង 5 ។



ដោយ ផ្ទៃក្រឡាកន្លះរង្វង់ធំ $= \frac{1}{2}\pi \times 2^2 = 2\pi\ cm^2$

ហើយត្រីកោណតូចៗទាំងពីរជាត្រីកោណសម័ង្សដែលប៉ុនគ្នា ។

គេបានកម្ពស់នៃត្រីកោណគឺ $\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}cm$

នោះ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរគឺ $2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}cm^2$

ម្យ៉ាងទៀត ចម្រៀកថាសទាំង 5 ប៉ុនៗគ្នា ដែលមានមុំផ្ចិត 60° ។

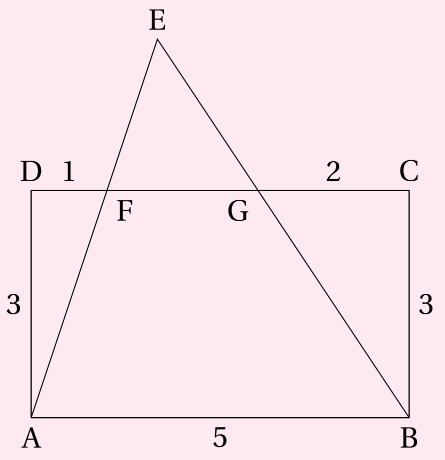
គេបាន ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសទាំង 5 គឺ $5\times\dfrac{\pi\times1\times60^\circ}{360^\circ}=\dfrac{5\pi}{6}cm^2$

នាំឱ្យ $S=2\pi-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{5\pi}{6}=\left(\dfrac{7\pi}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S=\left(\dfrac{7\pi}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)cm^2}$

លំហាត់ទី 28

គេ ឱ្យ ABCD ជាចតុកោណកែង ដែល $AB=5cm$ និង $BC=3cm$ ។ F និង G ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង CD ដែល $CG=2cm$ និង $DF=1cm$ ។ គេបន្លាយ AF និង BG ឱ្យប្រសព្វគ្នាត្រង់ E ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABE ។



ដំណោះស្រាយ

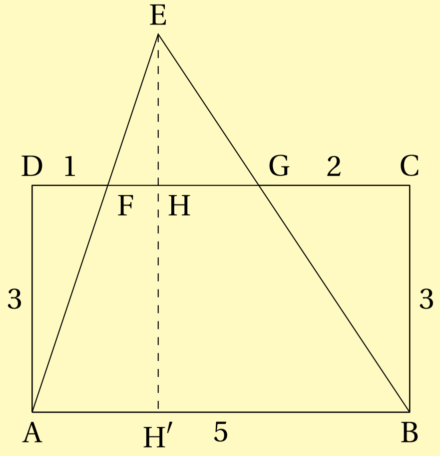
គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABE

ក្នុងត្រីកោណ ΔEFG និង ΔEAB

គេមាន $\angle E$ ជាមុំរួម និង $\angle EFG=\angle EAB$ (មុំត្រូវគ្នា)

គេបាន $\Delta EFG\sim\Delta EAB$ (ករណី ម.ម)

តាង H និង H' ជាចំណោលកែងនៃ E លើ FG និង AB



គេមាន ABCD ជាចតុកោណកែង ដែល $AB = 5cm, GC = 2cm$ និង $DF = 1cm$ នោះ

$FG = 5 - 1 - 2 = 2cm$

ដោយ $\Delta EFG \sim \Delta EAB$ គេបាន $\frac{EH}{EH'} = \frac{FG}{AB} \Longleftrightarrow \frac{EH' - 3}{EH'} = \frac{2}{5}$

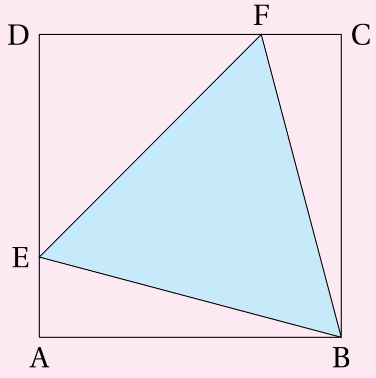
$\Longleftrightarrow 5EH' - 15 = 2EH' \Longleftrightarrow EH' = 5cm$

គេបាន $S_{ABE} = \frac{1}{2} \times AB \times EH' = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2} cm^2$

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABE} = \frac{25}{2} cm^2}$

លំហាត់ទី 29

គេមាន E និង F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុងនៃការេ ABCD ដែល ΔBEF ជាត្រីកោណសម័ង្ស។ គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔDEF និង ΔEBA ។



ដំណោះស្រាយ

គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔDEF និង ΔEBA

តាង $AB = a$ និង $DF = x$ នោះ $FC = EA = a - x$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡា ΔDEF គឺ $S_1 = \frac{1}{2}x^2$

ផ្ទៃក្រឡា ΔEBA គឺ $S_2 = \frac{1}{2}a(a-x)$

នាំឱ្យ ផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔDEF និង ΔEBA គឺ

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}x^2}{\frac{1}{2}a(a-x)} = \frac{x^2}{a(a-x)}$$

ដោយ ΔBEF ជាត្រីកោណសម័ង្ស នាំឱ្យ $EF = EB$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណកែង ΔDEF និង ΔEBA

គេបាន $x^2 + x^2 = EF^2 = EB^2 = a^2 + (a-x)^2$

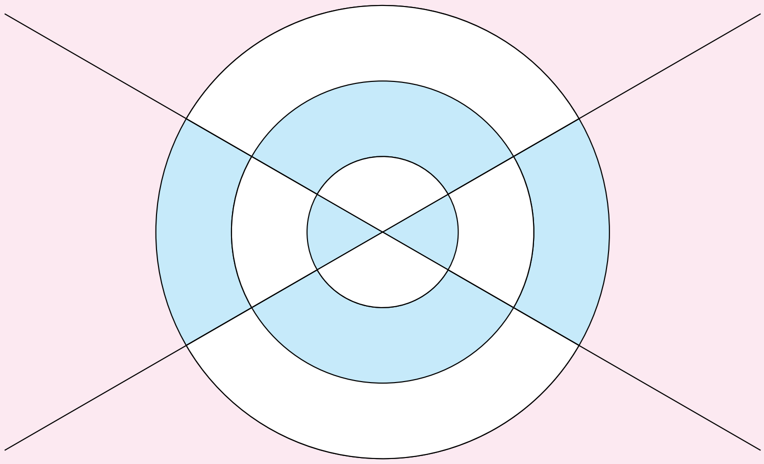
$\Longleftrightarrow 2x^2 = 2a^2 - 2ax + x^2 \Longleftrightarrow x^2 = 2a(a-x)$

ដោយ $x^2 = 2a(a-x)$ នាំឱ្យ $\frac{S_1}{S_2} = \frac{x^2}{a(a-x)} = \frac{2a(a-x)}{a(a-x)} = 2$

ដូចនេះ: **ផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔDEF និង ΔEBA ស្មើ 2**

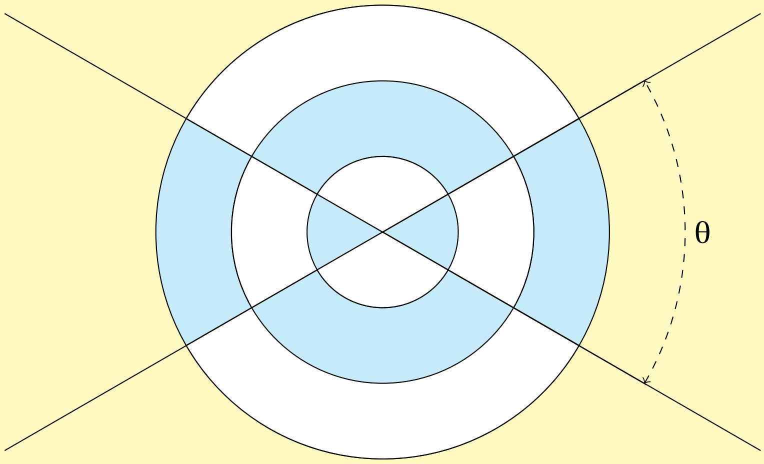
លំហាត់ទី 30

បន្ទាត់ ពីរ ប្រសព្វគ្នា ត្រង់ ផ្ចិត នៃ រង្វង់ បី ដែល មាន ផ្ចិត រួមគ្នា ហើយ មាន កាំ $3cm, 2cm, 1cm$ ។ ផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកដែលផាត់ពណ៌ស្មើនឹង $\frac{8}{13}$ នៃផ្នែកដែលមិនផាត់ពណ៌។ រករង្វាស់មុំស្រួច(គិតជាដឺក្រេ)នៃមុំស្រួចដែលបង្កើតឡើងដោយប្រសព្វគ្នារវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ។



ដំណោះស្រាយ

តាង θ ជាមុំស្រួច(គិតជាដឺក្រេ)ដែលបង្កើតឡើងដោយប្រសព្វគ្នារវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ



ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌នៃរង្វង់ដែលមានកាំ $1cm$ គឺ $2\times\frac{\pi\times 1^2\times\theta}{360}=\frac{\pi\theta}{180}cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌នៃរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ គឺ

$$2\times\frac{\pi(180-\theta)}{360}(2^2-1^2)=\frac{3\pi(180-\theta)}{180}cm^2$$

ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌នៃរង្វង់ដែលមានកាំ $3cm$ គឺ

$$2\times\frac{\pi\times\theta}{360}(3^2-2^2)=\frac{5\pi\theta}{180}cm^2$$

នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌ទាំងអស់គឺ

$$S_1=\frac{\pi\theta}{180}+\frac{3\pi(180-\theta)}{180}+\frac{5\pi\theta}{180}=3\pi+\frac{\pi\theta}{60}$$

ផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់ដែលមានកាំ $3cm$ គឺ $S=\pi\times3^2=9\pi cm^2$

តាង S_2 ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកដែលមិនផាត់ពណ៌ទាំងអស់

គេបាន $S_1+S_2=S$ តែ $S_1=\frac{8}{13}S_2 \Longleftrightarrow S_2=\frac{13}{8}S_1$

នាំឱ្យ $S_1+\frac{13}{8}S_1=S \Longleftrightarrow \frac{21}{8}S_1=S$

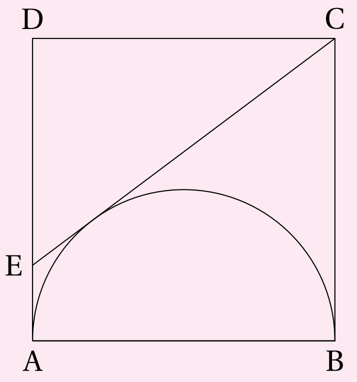
$$\Longleftrightarrow \frac{21}{8}\left(3\pi+\frac{\pi\theta}{60}\right)=9\pi \Longleftrightarrow 21\left(3+\frac{\theta}{60}\right)=72$$

$$\Longleftrightarrow 63+\frac{7\theta}{20}=72 \Longleftrightarrow \theta=\frac{(72-63)20}{7}=\frac{180}{7}\approx 25.71$$

ដូចនេះ | មុំដែលបង្កើតឡើងដោយប្រសព្វគ្នារវាងបន្ទាត់ទាំងពីរមានរង្វាស់ $\frac{180^\circ}{7}\approx 25.71^\circ$ |

លំហាត់ទី 31

គេមាន ABCD ជាការេដែលមានវិមាត្រ $2cm$ ។ កន្លះរង្វង់មួយមានអង្កត់ផ្ចិត AB ស្ថិតនៅក្នុងការេ(ដូចរូប) ហើយបន្ទាត់មួយកាត់តាមចំណុច C ប៉ះរង្វង់ និងកាត់ជ្រុង AD ត្រង់ចំណុច E ។

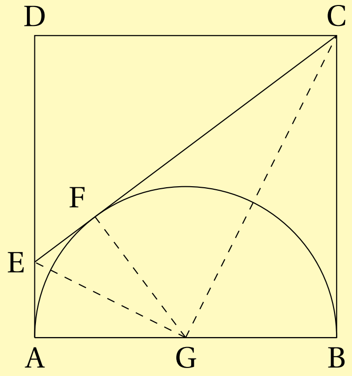


គណនា CE។

ដំណោះស្រាយ

គណនា CE

តាង F ជាចំណុចប៉ះរវាងបន្ទាត់ CE និងរង្វង់ និង G ជាផ្ចិតនៃរង្វង់។



ដោយ CF និង CB ប៉ះរង្វង់ នោះ $\mathrm{CF} = \mathrm{CB} = 2cm$ ដូចគ្នាដែរ $\mathrm{EF} = \mathrm{EA}$

តាង $\mathrm{EA} = x \iff \mathrm{DE} = 2 - x, \mathrm{CE} = \mathrm{CF} + \mathrm{EF} = 2 + x$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណកែង $\Delta \mathrm{CDE}$

គេបាន $\mathrm{DC}^2 + \mathrm{DE}^2 = \mathrm{CE}^2 \iff 2^2 + (2-x)^2 = (2+x)^2$

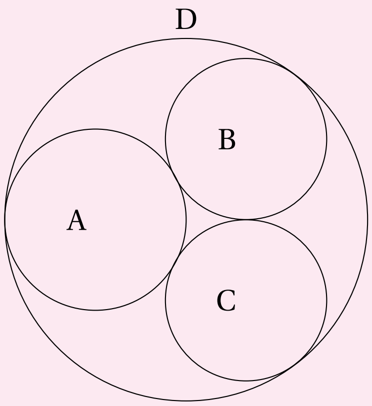
$$4+4-4x+x^2=4+4x+x^2 \iff 8x=4 \iff x=\frac{1}{2}$$

នាំឱ្យ $CE=2+x=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}cm$

ដូចនេះ $\boxed{CE=\frac{5}{2}cm}$

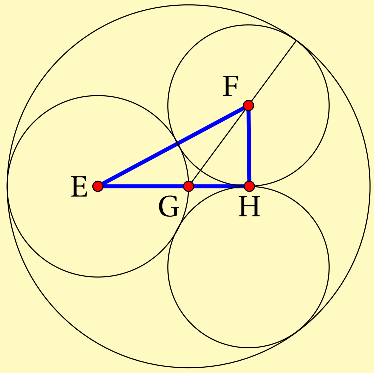
លំហាត់ទី 32

រង្វង់បី A,B,C ប៉ះគ្នា ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ D ដែលមានកាំ $2cm$ ។ រង្វង់ A មានកាំ $1cm$ និងកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ D ហើយ រង្វង់ B និង C ជារង្វង់ពីរប៉ុនគ្នា។ រករង្វាស់កាំនៃរង្វង់ B ។



ដំណោះស្រាយ

តាង E,F និង G ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ A,B និង D រៀងគ្នា និង តាង H ជាចំណុចប៉ះរវាងរង្វង់ B និង C ។ តាង $GH=x$ និង $FH=y$ ។



គេបាន $EH\perp FH$ ត្រង់ H នោះ ΔEFH និង ΔFGH ជាត្រីកោណកែង។

ដោយរង្វង់ A មានកាំ $1cm$ កាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ D ដែលមានកាំ $2cm$

គេបាន $\mathrm{EG}=1cm$ និង $\mathrm{EH}=1+x$ ហើយ $\mathrm{EF}=1+y, \mathrm{FG}=2-y$ ។

អនុវត្តទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណកែង $\Delta\mathrm{EFG}$ និង $\Delta\mathrm{FGH}$

គេបាន $\mathrm{EF}^2-\mathrm{EH}^2=\mathrm{FH}^2=\mathrm{FG}^2-\mathrm{GH}^2$

$$(1+y)^2-(1+x)^2=(2-y)^2-x^2$$

$$1+2y+y^2-1-2x-x^2=4-4y+y^2-x^2$$

$$2y-2x=4-4y \iff x=3y-2$$

គេមាន $\mathrm{EF}^2=\mathrm{EH}^2+\mathrm{EH}^2 \iff (1+y)^2=y^2+(1+x)^2$

ចំពោះ $x=3y-2$ គេបាន $(1+y)^2=y^2+(3y-1)^2$

$$\iff 1+2y+y^2=y^2+9y^2-6y+1$$

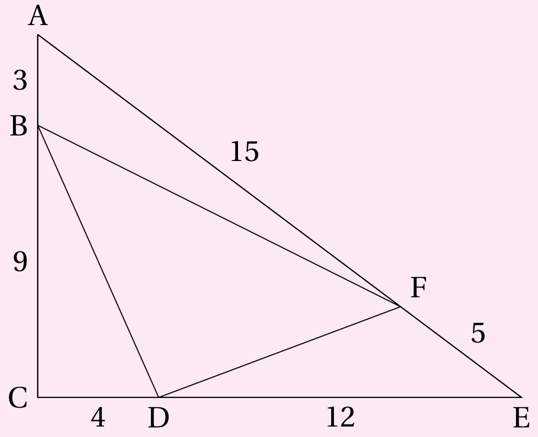
$$\iff 9y^2-8y=0 \iff y(9y-8)=0 \iff y=0\,,\ y=\frac{8}{9}$$

តែ $y=\mathrm{FH}>0$ នោះ $y=\frac{8}{9}cm$

ដូចនេះ កាំនៃរង្វង់ B មានរង្វាស់ $\frac{8}{9}cm$

លំហាត់ទី 33

គេមាន ΔACE ជាត្រីកោណកែង ដែល $AC = 12cm, CE = 16cm$ និង $EA = 20cm$ ។ ចំណុច B, D និង F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC, CE និង AE រៀងគ្នា ដែល $AB = 3cm, CD = 4cm$ និង $EF = 5cm$ ។គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔACE និង ΔBDF ។

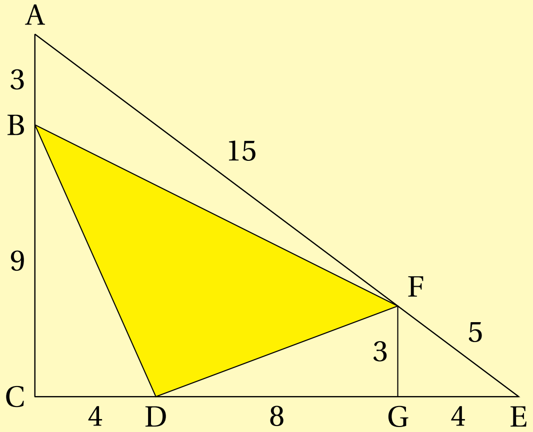


ដំណោះស្រាយ

គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔACE និង ΔBDF

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ACE គឺ $S_{ACE} = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96cm^2$

តាង G ជាចំណោលកែងនៃ F លើជ្រុង CE គេបាន $AC \parallel FG$



ដោយ $AC \parallel FG$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស

គេបាន $\frac{FG}{AC} = \frac{EF}{EA} \iff FG = \frac{EF}{EA} \times AC = \frac{5}{20} \times 12 = 3cm$

និង $\frac{EG}{EC} = \frac{EF}{EA} \iff EG = \frac{EF}{EA} \times EC = \frac{5}{20} \times 16 = 4cm$

ម្យ៉ាងទៀត BCGF ជាចតុកោណព្នាយ ដែលមាន FG និង BC ជាបាត។

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ BCGF គឺ

$$S_{BCGF} = \frac{(FG+BC)\times GC}{2} = \frac{(3+9)\times 12}{2} = 72cm^2$$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BCD គឺ $S_{BCD} = \frac{1}{2}BC\times CD = \frac{1}{2}\times 9\times 4 = 18cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ DFG គឺ $S_{DFG} = \frac{1}{2}DG\times FG = \frac{1}{2}\times 8\times 3 = 12cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ BDF គឺ

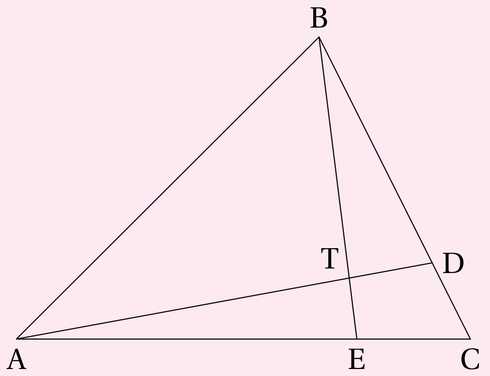
$$S_{BDF} = S_{BCGF} - S_{BCD} - S_{DFG} = 72 - 18 - 12 = 42cm^2$$

ផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔACE និង ΔBDF គឺ $\frac{S_{ACE}}{S_{BDF}} = \frac{96}{42} = \frac{16}{7}$

ដូចនេះ: **ផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔACE និង ΔBDF គឺ $\frac{16}{7}$**

លំហាត់ទី 34

គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន D និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC និង AC រៀងគ្នា។ បើ $\frac{AT}{DT} = 3$ និង $\frac{BT}{ET} = 4$ គណនា $\frac{BD}{CD}$ ។

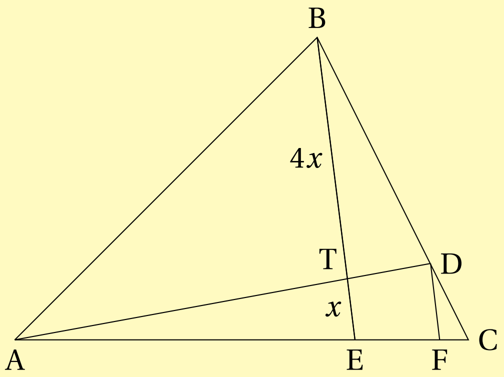


ដំណោះស្រាយ

គណនា $\frac{BD}{CD}$

តាង $TE = x \iff BT = 4$ ព្រោះ $\frac{BT}{ET} = 4$

គូស DF ស្របនឹង BE



គេមាន $\frac{AT}{DT}=3 \Longleftrightarrow \frac{AT}{3}=\frac{DT}{1}=\frac{AT+DT}{3+1}=\frac{AD}{4}$

$\Longleftrightarrow \frac{AT}{3}=\frac{AD}{4} \Longleftrightarrow \frac{AD}{AT}=\frac{4}{3}$

ដោយ $DF \parallel BE \Longleftrightarrow DF \parallel TE$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស

គេបាន $\frac{DF}{TE}=\frac{AD}{AT}=\frac{4}{3} \Longleftrightarrow DF=\frac{4x}{3}$

ចំពោះ ΔBCE និង ΔDCF គេមាន

$\angle C$ ជាមុំរួម និង $\angle EBC=\angle CDF$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

នាំឱ្យ $\Delta BCE \sim \Delta DCF$ (ករណី ម.ម)

គេបាន ផលធៀបដំណូច $\frac{DF}{BE}=\frac{DC}{BC} \Longleftrightarrow \frac{\frac{4x}{3}}{5x}=\frac{CD}{BD+CD}$

$\Longleftrightarrow \frac{4}{15}=\frac{CD}{BD+CD} \Longleftrightarrow \frac{BD+CD}{CD}=\frac{15}{4}$

$\Longleftrightarrow \frac{BD}{CD}+1=\frac{15}{4} \Longleftrightarrow \frac{BD}{CD}=\frac{15}{4}-1=\frac{11}{4}$

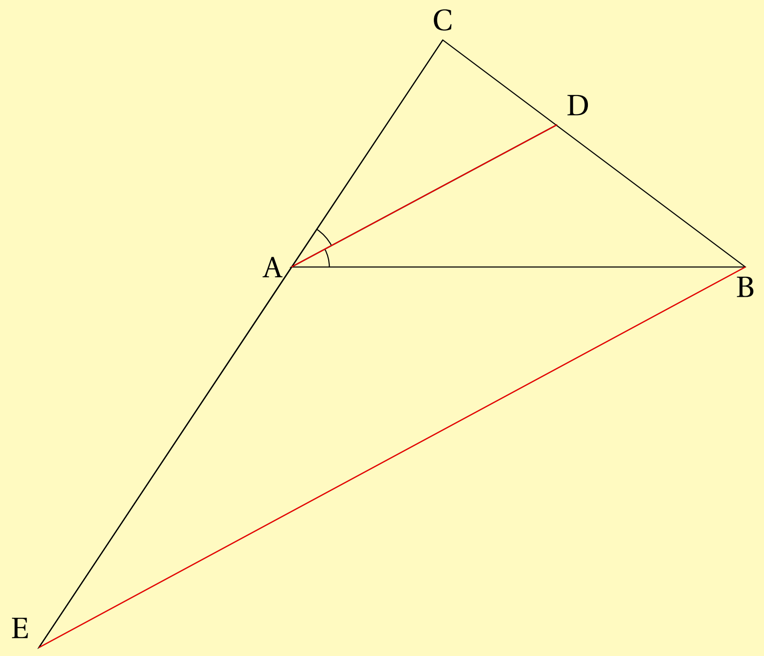
ដូចនេះ $\boxed{\frac{BD}{CD}=\frac{11}{4}}$

លំហាត់ទី 35

គេឱ្យត្រីកោណ ΔABC មួយ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ $\angle BAC$ គូសកាត់ជ្រុង BC ត្រង់ D ។ បង្ហាញថា $\frac{CD}{BD}=\frac{AC}{AB}$ ។ (ទ្រឹស្តីបទកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ)

ដំណោះស្រាយ

យក E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ CA ខាង A ដែល $AD \parallel EB$



ដោយ $AD \parallel EB$ គេបាន $\frac{CD}{BD}=\frac{AC}{AE}$ (1)

គេមាន $\angle AEB=\angle CAD$ (មុំត្រូវគ្នា) (2)

តែ AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BAC$ នាំឱ្យ $\angle CAD=\angle BAD$ (3)

តាម (2) និង (3) គេបាន $\angle AEB=\angle BAD$ (4)

ម្យ៉ាងទៀត $\angle BAD=\angle ABE$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង) (5)

តាម (4) និង (5) គេបាន $\angle AEB=\angle ABE$

នាំឱ្យ ΔABE ជាត្រីកោណសមបាត នោះ $AE = AB \quad (6)$

តាម (1) និង (6) គេបាន $\dfrac{CD}{BD} = \dfrac{AC}{AB}$

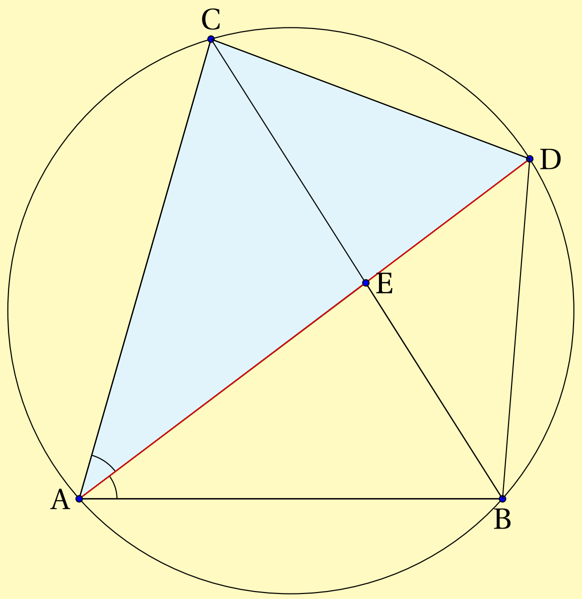
ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{CD}{BD} = \dfrac{AC}{AB}}$

លំហាត់ទី 36

ក្នុង ΔABC គេមាន $AB = 7cm, AC = 8cm$ និង $BC = 9cm$ ។ D ជាស្ថិតនៅលើរង្វង់ដែលចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC ដែល AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle BAC$ ។ គណនា $\dfrac{AD}{CD}$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង E ជាចំណុចប្រសព្វរវាង AD និង BC



ចំពោះ ΔABE និង ΔADC គេមាន

$\angle CAD = \angle EAB$ (ព្រោះ AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$)

$\angle ADC = \angle ABE$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូរួម AC)

គេបាន $\Delta CAD \sim EAB$ (ករណី ម.ម)

ផលធៀបដំណូច $\dfrac{CD}{BE} = \dfrac{AD}{AB} \Longleftrightarrow \dfrac{AD}{CD} = \dfrac{AB}{BE} = \dfrac{7}{BE}$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$

គេបាន $\dfrac{CE}{BE} = \dfrac{AC}{AB}$ (តាមទ្រឹស្តីបទកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ)

ដោយ $AC = 8cm$ និង $AB = 7cm$ នាំឱ្យ $\dfrac{CE}{BE} = \dfrac{8}{7}$

គេបាន $8BE = 7CE = 7(BC - BE) = 7(9 - BE) = 63 - 7BE$

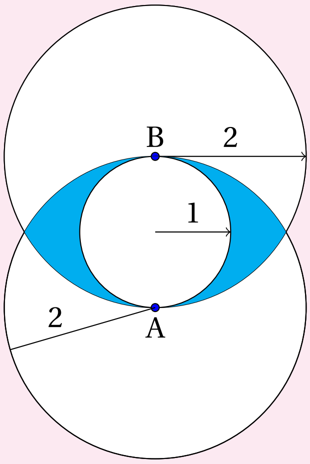
$\Longleftrightarrow 15BE = 63 \Longleftrightarrow BE = \dfrac{21}{5}cm$

នោះតាម (1) គេបាន $\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{7}{21/5} = \dfrac{5}{3}$

ដូចនេះ: $\boxed{\dfrac{AD}{CD} = \dfrac{5}{3}}$

លំហាត់ទី 37

រង្វង់មួយមានកាំ $1cm$ ប៉ះនឹងរង្វង់ពីរដែលមានកាំ $2cm$ នៅចំណុច A និង B ដែល AB ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់តូច។ តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាដែលបានមកពីប្រសព្វរវាងរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ ទាំងពីរ និងមិនមែនជាផ្ទៃក្រឡារង្វង់តូច (ដូចរូប)។ គណនា S ។



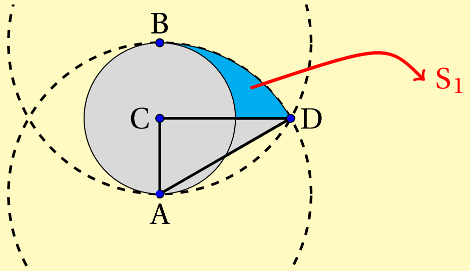
ដំណោះស្រាយ

តាង C ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានកាំ $1cm$ ហើយគេមាន A និង B ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ ទាំងពីរ។ យក D ជាចំណុចប្រសព្វនៃរង្វង់ផ្ចិត A និង B (ដូចរូបខាងក្រោម)។

គេបាន ΔCAD ជាត្រីកោណកែង ដែល $AC = 1cm,\ AD = 2cm$

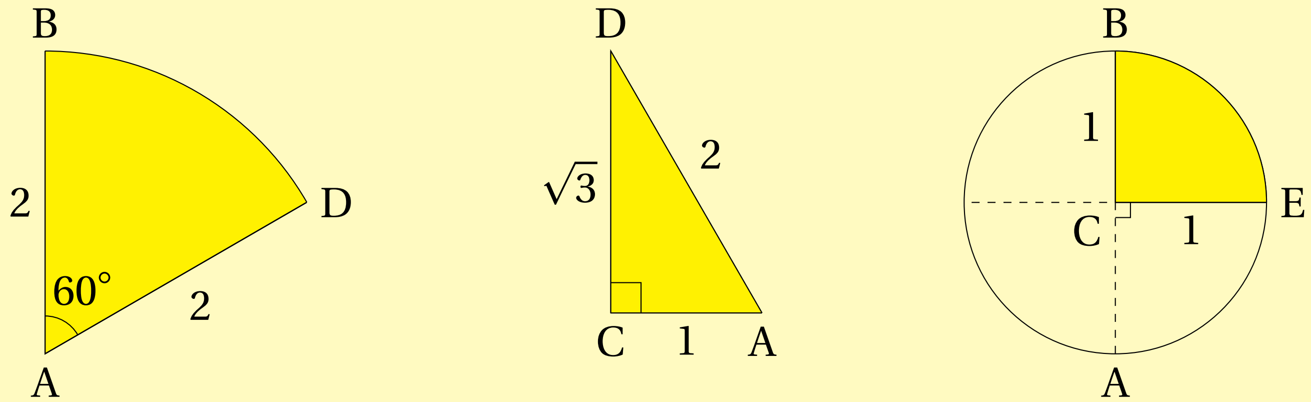
នោះ $CD = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}\ cm$ ។

តាង S_1 ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌(ដូចរូបខាងក្រោម)



ដោយ $AB = BD = AD = 2cm$ នោះ ΔABD ជាត្រីកោណសម័ង្ស

គេបាន $\angle BAD = 60^\circ$



ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស BAD គឺ $\dfrac{\pi \times 2^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = \dfrac{2\pi}{3}\ cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔCAD គឺ $\dfrac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស BCE គឺ $\dfrac{1}{4} \times \pi \times 1^2 = \dfrac{\pi}{4}\ cm^2$

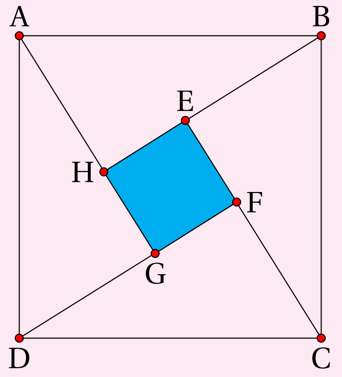
នោះ $S_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4} = \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) cm^2$

គេបាន $S = 4S_1 = 4\left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right) cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S = \left(\frac{5\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right) cm^2}$

លំហាត់ទី 38

គេ ឱ្យ ABCD ជាការេដែលមានវិមាត្រ $\sqrt{50}$ cm ។ E, F, G, H ជាចំណុចស្ថិតនៅ លើ អង្កត់ BH, CE, DF, AG រៀងគ្នា និង $BE = 1cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាការេ EFGH ។



ដំណោះស្រាយ

គេមាន ABCD ជាការេ នោះ $AB = BC = CD = DA = \sqrt{50}\ cm$

និង EFGH ជាការេ នោះ $\angle AHB = \angle BEC = \angle CFD = \angle DGA = 90^\circ$ ។

គេបាន $\Delta AHB, \Delta BEC, \Delta CFD$ និង ΔDGA ជាត្រីកោណកែងដែលប៉ុនៗគ្នា។

នាំឱ្យ $BE = CF = DG = AH = 1cm$

ក្នុងត្រីកោណកែង ΔBEC គេបាន $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$\Longleftrightarrow CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \sqrt{50 - 1} = 7cm$

តែ $CE = CF + FE \Longleftrightarrow FE = CE - CF = 7 - 1 = 6cm$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាការេ EFGH ស្មើ $6\times 6=36cm^2$

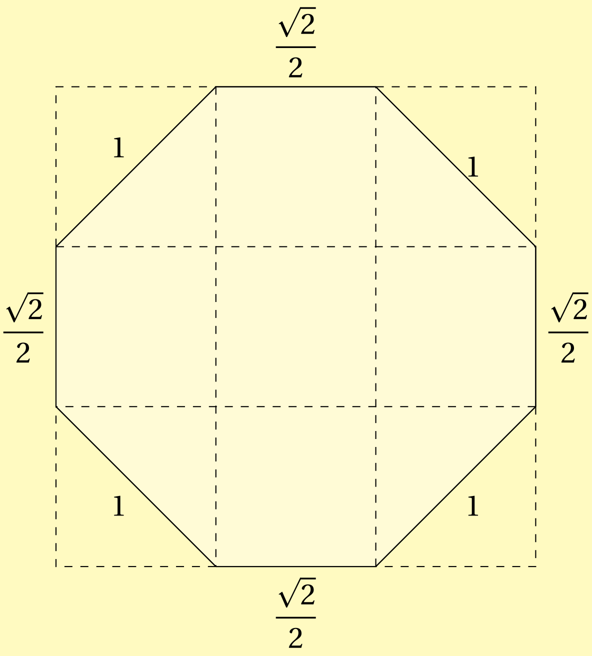
ដូចនេះ: ផ្ទៃក្រឡាការេ EFGH ស្មើ $36cm^2$

លំហាត់ទី 39

អដ្ឋកោណមានមានជ្រុងបួនមានរង្វាស់ $1cm$ និងជ្រុងបួនទៀតមានរង្វាស់ $\frac{\sqrt{2}}{2}cm$ ។ បើជ្រុងជាប់គ្នាមានរង្វាស់មិនស្មើគ្នា ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណនេះ។

ដំណោះស្រាយ

របៀបទី១

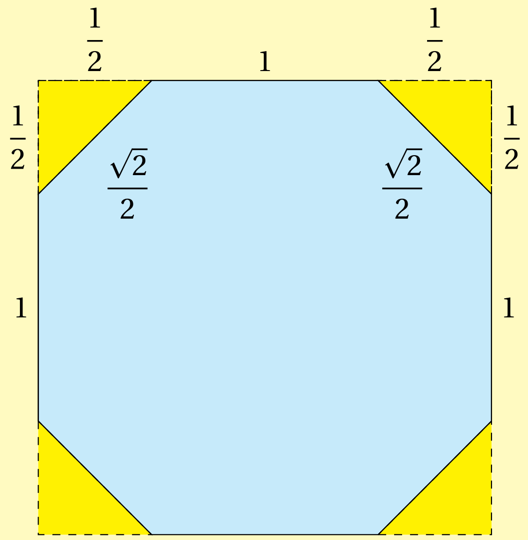


គេបាន អដ្ឋកោណផ្គុំឡើងដោយការេ 5 និងកន្លះការេ 4 ដែលមានវិមាត្រស្មើៗគ្នាគឺ $\frac{\sqrt{2}}{2}cm$

នោះ ផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណស្មើ $\left(5+4\times\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{7}{2}cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណស្មើ $\frac{7}{2}cm^2$

របៀបទី២



គេបានផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណនេះស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡានៃការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2cm$ ដកនឹងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណកែងសមបាតតូចៗទាំង 4 ដែលប៉ុនៗគ្នា ហើយមានវិមាត្រ $\frac{1}{2}cm, \frac{1}{2}cm, \frac{\sqrt{2}}{2}cm$ ។

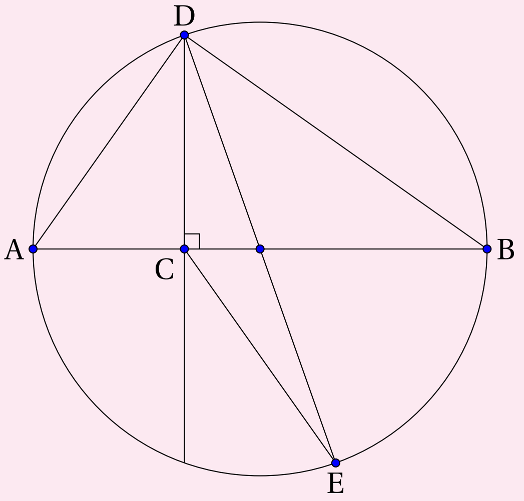
គេបាន ផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណស្មើ $2^2-4\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{7}{2}cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃអដ្ឋកោណស្មើ $\frac{7}{2}cm^2$

លំហាត់ទី 40

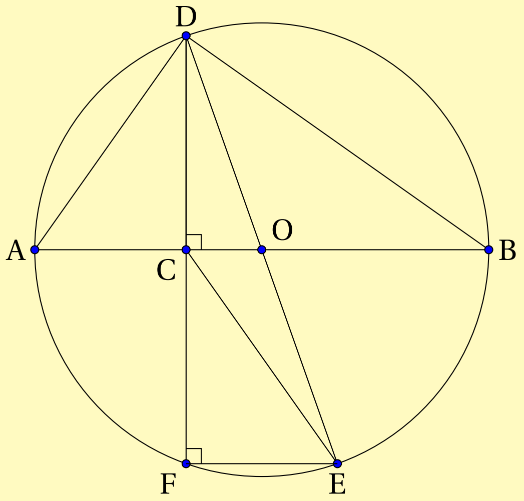
គេមាន AB ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ និង C ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AB ដែល $2\cdot AC = BC$ ។ តាង D និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើរង្វង់ដែល $DC \perp AB$ និង DE ក៏ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់។

គណនា ផលធៀប នៃ ផ្ទៃក្រឡា ត្រីកោណ ΔDCE និង ΔABD ។



ដំណោះស្រាយ

តាង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ និង F ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាយនៃ DC និង រង្វង់។



គេមាន $S_{ABD} = \frac{1}{2}\cdot CD\cdot AB = CD\cdot OB \quad (1)$ ព្រោះ $AB = 2\cdot OB$

ម្យ៉ាងទៀត $S_{DCE} = S_{DEF} - S_{CEF}$

គេមាន DE ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ នោះ ΔDEF ជាត្រីកោណកែងត្រង់ F (ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់)

នាំឱ្យ $S_{CDE}=\frac{1}{2}\cdot DF\cdot EF-\frac{1}{2}\cdot CF\cdot EF=\frac{1}{2}\cdot EF(DF-CF)$ ដោយ AB ជាអង្កត់ផ្ចិត និង $AB\perp DF$ នោះ $CD=CF$

គេបាន $S_{CDE}=\frac{1}{2}\cdot EF\cdot(2CD-CD)=\frac{1}{2}\cdot EF\cdot CD$

ដោយ $CD=CF$ និង $OD=OE$ នោះ OC ជាបាតមធ្យមនៃ ΔDEF

នោះ $FE=2\cdot OC$

គេបាន $S_{CDE}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot OC\cdot CD=OC\cdot CD$

គេមាន $2\cdot AC=BC \Longleftrightarrow \frac{AC}{1}=\frac{BC}{2}=\frac{AC+BC}{1+2}=\frac{AB}{3}$

គេបាន $\frac{BC}{2}=\frac{AB}{3} \Longleftrightarrow \frac{OC+OB}{2}=\frac{2\cdot OB}{3} \Longleftrightarrow OC=\frac{OB}{3}$

នាំឱ្យ $S_{CDE}=\frac{OB}{3}\cdot CD=\frac{1}{3}\cdot CD\cdot OB \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\frac{S_{CDE}}{S_{ABD}}=\frac{\frac{1}{3}\cdot CD\cdot OB}{CD\cdot OB}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{S_{CDE}}{S_{ABD}}=\frac{1}{3}}$

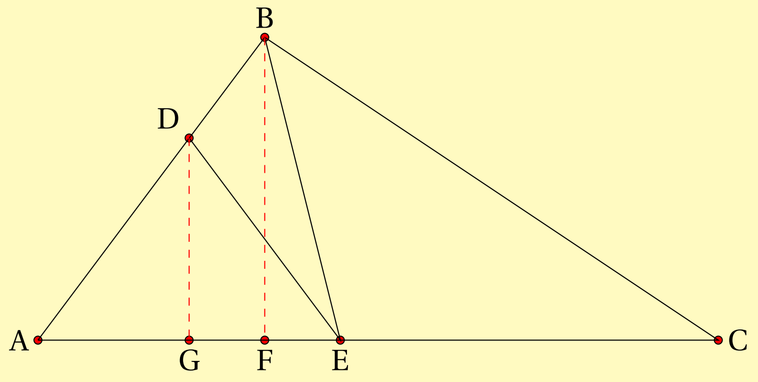
លំហាត់ទី 41

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB=25cm, BC=39cm$ និង $AC=42cm$ ។ D និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ដែល $AD=19cm$ និង $AE=14cm$ ។ គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ΔADE និង ចតុកោណ BCED ។

ដំណោះស្រាយ

តាង F និង G ជាចំណោលកែងនៃ B និង D រៀងគ្នាលើ AC

គេបាន $DG \parallel BF$ នាំឱ្យ $\dfrac{BF}{DG}=\dfrac{AB}{AD} \Longleftrightarrow \dfrac{BF}{DG}=\dfrac{25}{19}$



គេមាន $S_{ADE}=\dfrac{1}{2}\cdot AE\cdot DG=\dfrac{1}{2}\cdot 14\cdot DG=7\cdot DG$

ហើយ $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot BF=\dfrac{1}{2}\cdot 42\cdot BF=21\cdot BF$

ម្យ៉ាងទៀត $S_{BCED}=S_{ABC}-S_{ADE}=21\cdot DG-7\cdot BF$

តែ $\dfrac{BF}{DG}=\dfrac{25}{19} \Longleftrightarrow BF=\dfrac{25}{19}\cdot DG$

នាំឱ្យ $S_{BCED}=21\cdot\dfrac{25}{19}\cdot DG-7\cdot DG=7\cdot DG\left(3\cdot\dfrac{25}{19}-1\right)=7\cdot DG\times\dfrac{56}{19}$

តែ $S_{ADE}=7\cdot DG$ គេបាន $S_{BCED}=S_{ADE}\times\dfrac{56}{19} \Longleftrightarrow \dfrac{S_{ADE}}{S_{BCED}}=\dfrac{19}{56}$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{S_{ADE}}{S_{BCED}}=\dfrac{19}{56}}$

លំហាត់ទី 42

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AC=BC=7cm$ និង $AB=2cm$ ។ បើ D ជាចំណុច ស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ AB ខាង B ដែល $CD=8cm$ គណនា BD ។

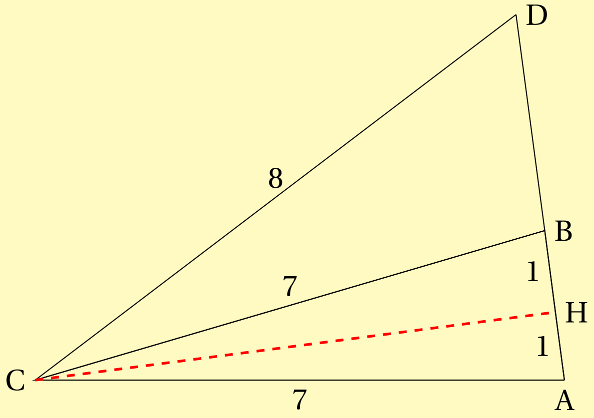
ដំណោះស្រាយ

តាង CH ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC

គេមាន $AC = BC = 7cm$ នោះ ΔABC ជាត្រីកោណសមបាត

ដោយ CH ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណសមបាត ABC នាំឱ្យ $AH = BH$ តែ $AB = 2cm$ នោះ

$AH = BH = 1cm$



តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះ ΔBCH និង ΔCDH

គេបាន $BC^2 + BH^2 = CH^2 = CD^2 - DH^2$

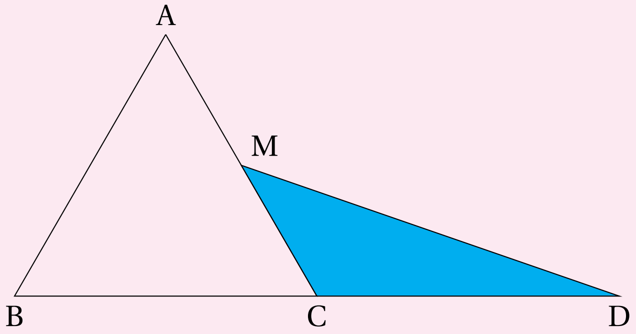
$$7^2 - 1^2 = 8^2 - (BD+1)^2 \iff (BD+1)^2 = 64 - 48$$

$$(BD+1)^2 = 16 \iff BD + 1 = 4 \iff BD = 3cm$$

ដូចនេះ $\boxed{BD = 3cm}$

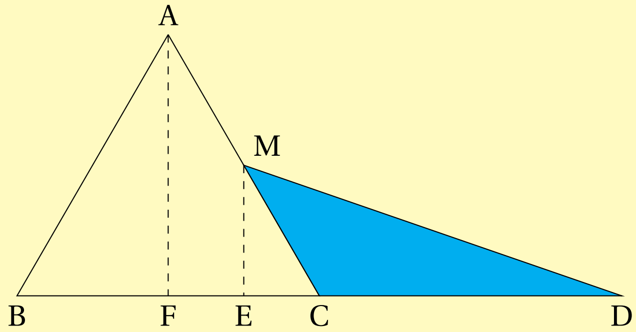
លំហាត់ទី 43

គេមាន ΔABC ជាត្រីកោណសម័ង្សដែល $AB = 2cm$ ។ M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AC និង C ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ BD ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ CMD ។



ដំណោះស្រាយ

តាង E និង F ជាចំណោលកែងនៃ A និង M រៀងគ្នាលើ BC



ដោយ ΔABC ជាត្រីកោណសម័ង្សដែល $AB = 2cm$ នាំឱ្យ $BF = FC = 1cm$

ចំពោះ ΔABF តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រ គេបាន $AF = \sqrt{2^2 - 1} = \sqrt{3}\ cm$

គេមាន $AF \perp AB$ និង $ME \perp BC$ នាំឱ្យ $AF \parallel ME$

តាមទ្រឹស្ដីបទតាលេស គេបាន $\frac{ME}{AF} = \frac{CM}{CA}$

$$\Longleftrightarrow ME = \frac{CM}{CA} \times AF = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ cm$$

ដោយ C ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ BD នាំឱ្យ $CD = BC = 2cm$

គេបាន $S_{CMD} = \frac{1}{2} \cdot ME \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{CMD} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\ cm^2}$

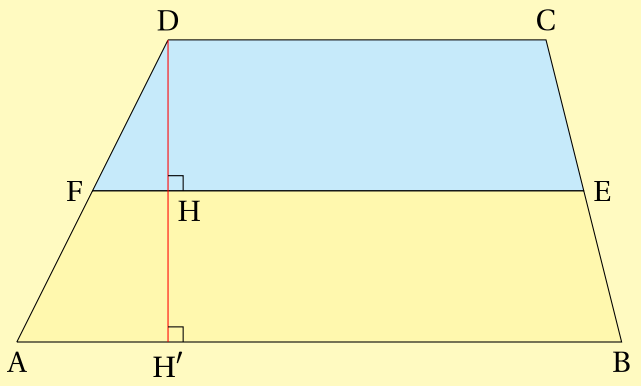
លំហាត់ទី 44

គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណព្នាយ ដែល $AB \parallel DC$ ហើយ E ជាចំណុចកណ្ដាល BC និង F ជាចំណុចកណ្ដាល DA ។ ផ្ទៃក្រឡានៃ ABEF ស្មើនឹងពីរដងនៃផ្ទៃក្រឡានៃ CDFE ។ គណនាផលធៀប $\dfrac{AB}{DC}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន E និង F ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ BC និង DA រៀងគ្នា នោះ EF ជាបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយ ABCD នាំឱ្យ $DC \parallel FE \parallel AB$ និង $FE = \dfrac{AB + DC}{2}$

តាង H និង H′ ជាចំណោលកែងនៃ D លើ EF និង AB រៀងគ្នា។



គេមាន $FE \parallel AB \iff AH \parallel AH'$ និង F ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ DA នោះ $FD = FA$ ឬ $DA = 2DF$

តាមទ្រឹស្ដីបទតាលេស គេបាន $\dfrac{DH'}{DH} = \dfrac{DA}{DF} = 2$

$$\iff DH' = 2DH \iff DH = HH'$$

គេមាន $S_{ABEF}=\frac{1}{2}(FE+AB)\cdot HH'=\frac{1}{2}\left(\frac{AB+DC}{2}+AB\right)\cdot DH$

$=\frac{1}{4}(3AB+DC)\cdot DH$

និង $S_{CDFE}=\frac{1}{2}(DC+FE)\cdot DH=\frac{1}{2}\left(DC+\frac{AB+DC}{2}\right)\cdot DH$

$=\frac{1}{4}(AB+3DC)\cdot DH$

តែ $S_{ABEF}=2\cdot S_{CDFE} \Longleftrightarrow \frac{1}{4}(3AB+DC)\cdot DH=2\cdot\frac{1}{4}(AB+3DC)\cdot DH$

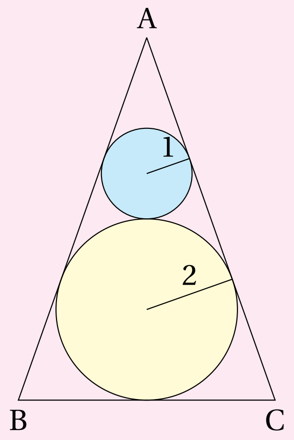
$3AB+DC=2(AB+3DC) \Longleftrightarrow AB=5DC \Longleftrightarrow \frac{AB}{DC}=5$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{AB}{CD}=5}$

លំហាត់ទី 45

វង្វង់ មួយ មាន កាំ $1cm$ ប៉ះ នឹង វង្វង់ មួយទៀតដែលមានកាំ $2cm$ ។ ជ្រុងនៃ ΔABC ប៉ះ នឹង វង្វង់ ទាំងពីរ នេះ ហើយ $AB=AC$ ។

គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔABC ។



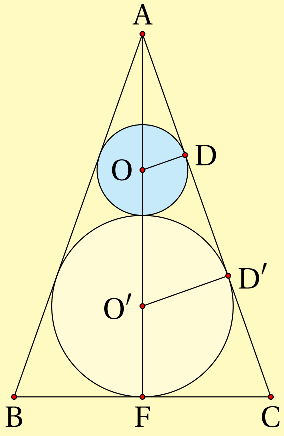
ដំណោះស្រាយ

តាង O,O' ជាផ្ចិតនៃវង្វង់ដែលមានកាំ $1cm$ និង $2cm$ រៀងគ្នា

តាង D,D' ជាចំណុចប៉ះរវាង AC និង O,O' រៀងគ្នា

នាំឱ្យ $OD\perp AC$ និង $OD'\perp A'C$

តាង F ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC នាំឱ្យ $AF\perp BC$



ដោយ $OD \perp AC$ និង $OD' \perp A'C$ នាំឱ្យ $OD \parallel O'D'$

គេបាន $\dfrac{AO}{AO'} = \dfrac{OD}{O'D'} \iff \dfrac{AO}{AO'} = \dfrac{1}{2} \iff AO' = 2 \cdot AO$

$$AO + OO' = 2 \cdot AO \iff AO = OO' = 1 + 2 = 3$$

$$\iff AO = 3cm \iff AF = 2 \times 3 + 2 = 8cm$$

ក្នុងត្រីកោណកែង AOD គេបាន $AD^2 + OD^2 = AO^2$

$$\iff AD = \sqrt{AO^2 - OD^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\ cm$$

ម្យ៉ាងទៀត ΔADO និង ΔAFC មាន

$\angle OAD = \angle FAC$ (មុំរួម)   និង $\angle ODA = \angle AFC = 90^\circ$

នាំឱ្យ $\Delta ADO \sim \Delta AFC$ (ករណី ម.ម)

គេបានផលធៀបដំណូច $\dfrac{FC}{OD} = \dfrac{AF}{AD}$

$$\iff FC = \frac{AF}{AD} \times OD = \frac{8}{2\sqrt{2}} \times 1 = 2\sqrt{2}\ cm$$

គេមាន $BC = 2 \cdot FC = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ cm$

នាំឱ្យ $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot BC \cdot AF = \dfrac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 8 = 16\sqrt{2}\ cm^2$

ដូចនេះ: $S_{ABC} = 16\sqrt{2}\ cm^2$

លំហាត់ទី 46

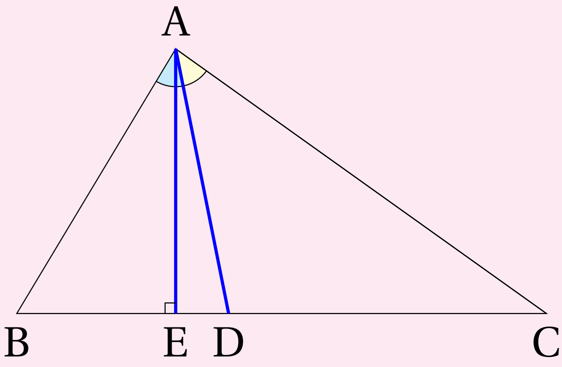
គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន

$\angle B > \angle C$, AD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ

$\angle BAC$ និង $AE \perp BC$ ត្រង់ E។

បង្ហាញថា

$\angle DAE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$។



ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\angle DAE = 90^\circ - \angle ADE$

$$= 90^\circ - (180^\circ - \angle BAD - \angle B)$$

$$= 90^\circ - 180^\circ + \angle BAD + \angle B$$

$$= \angle B - 90^\circ + \frac{1}{2}\cdot\angle ABC \qquad (\text{ព្រោះ: } \angle BAD = \angle CAD)$$

$$= \angle B - 90^\circ + \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B - \angle C)$$

$$= \angle B - 90^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2}\cdot\angle B - \frac{1}{2}\cdot\angle C$$

$$= \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$$

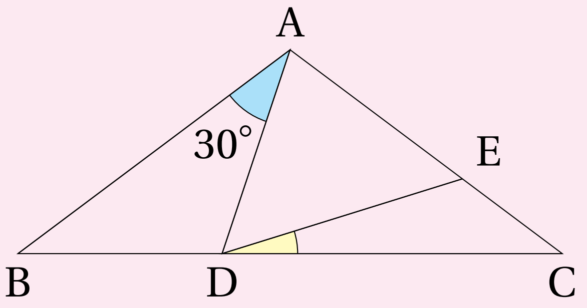
ដូចនេះ: $\angle DAE = \frac{1}{2}(\angle B - \angle C)$

លំហាត់ទី 47

គេឱ្យ $AB = AC$, $\angle BAD = 30^\circ$ និង

$AE = AD$ ។

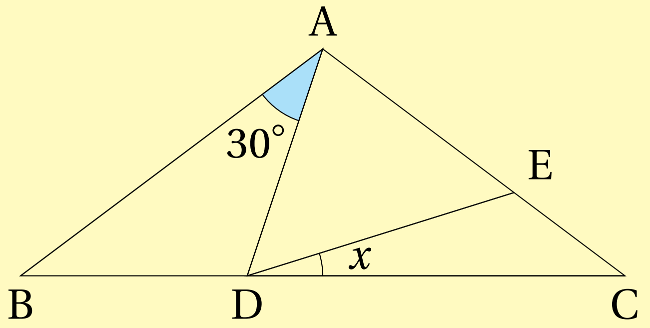
គណនារង្វាស់នៃ $\angle CDE$ ។



ដំណោះស្រាយ

តាង $\angle CDE = x$

គេមាន $AB = AC$ នាំឱ្យ $\angle B = \angle C$ និង $AE = AD$ នាំឱ្យ $\angle ADE = \angle AED$



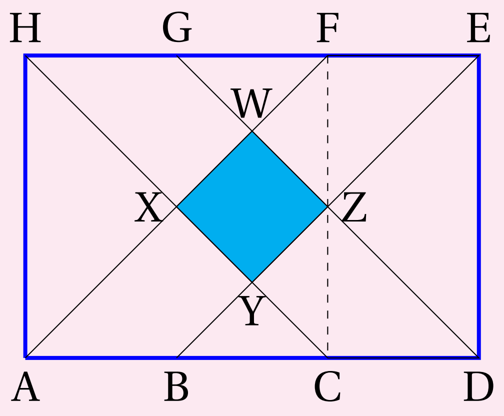
គេបាន $x = \angle ADC - \angle ADE = \angle ADC - \angle AED = \angle ADC - (x + \angle C)$

$$\Longleftrightarrow x = \frac{1}{2}(\angle ADC - \angle C) = \frac{1}{2}(\angle B + 30^\circ - \angle C) = \frac{1}{2}\cdot 30^\circ = 15^\circ$$

ដូចនេះ $\boxed{\angle CDE = 15^\circ}$

លំហាត់ទី 48

គេ ឱ្យ ចតុកោណកែង ADEH ដែល ចំណុច B និង D ចែកអង្កត់ AD ជាបីស្មើៗគ្នា និងចំណុច G និង F ចែកអង្កត់ HE ជាបីស្មើៗគ្នា។ បើ $AH = AC = 2cm$ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ WXYZ ។

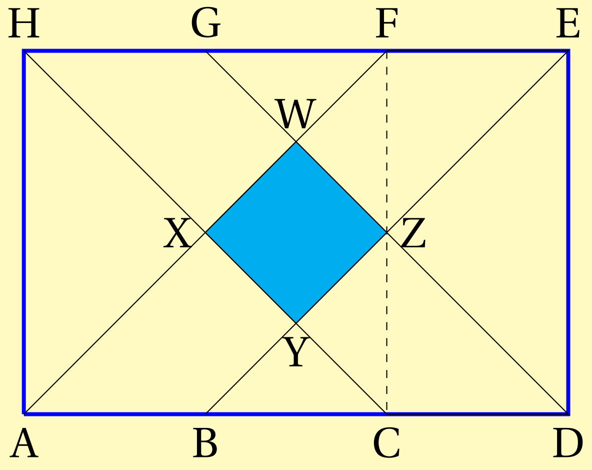


ដំណោះស្រាយ

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ WXYZ

គេមាន ចំណុច B និង D ចែកអង្កត់ AD ជាបីស្មើៗគ្នា និងចំណុច G និង F ចែកអង្កត់ HE ជាបីស្មើៗគ្នា និង $AH = AC = 2cm$ គេបាន

$$AB = BC = CD = EF = FG = GH = 1cm$$



ដោយ $HG \parallel CD$ និង $HG = CD$ នោះ CDGH ជាប្រលេឡូក្រាម (លក្ខណៈនៃប្រលេឡូក្រាម)។ ដូចគ្នាដែរ គេបាន ABEF ជាប្រលេឡូក្រាម នាំឱ្យចតុកោណ WXYZ ក៏ជាប្រលេឡូក្រាម

ដែរ។ តែដោយ $AB = CD = EF = GH$ នោះ $WX = XY = XY = ZW$ នោះចតុកោណ $WXYZ$ ជាចតុកោណស្មើ។

ក្នុងត្រីកោណកែង AFH តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន $AF^2 = AH^2 + HF^2$

$$\Longleftrightarrow AF = \sqrt{AH^2 + HF^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}\ cm$$

ដោយ $AC = AH$ និង $AC \perp AH$ នោះ $ACFH$ ជាការេ នាំឱ្យ $AF \perp CH$ ត្រង់ចំណុចកណ្តាល។

គេបាន $AX = FX = \dfrac{AF}{2} = \sqrt{2}\ cm$ និង $\angle AXH = 90^\circ$ នាំឱ្យ $WXYZ$ ជាការេ។

ដោយ $HX \perp GW$ តាមទ្រឹស្តីបទតាលេស គេបាន $\dfrac{FW}{FX} = \dfrac{FG}{FH} = \dfrac{1}{2}$

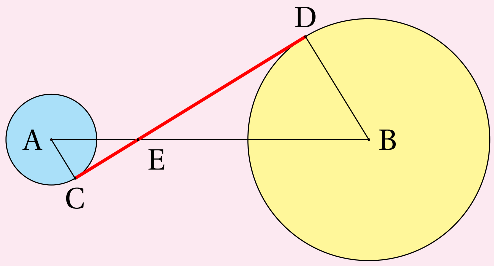
$$\Longleftrightarrow FX = 2FW \Longleftrightarrow FW = WX = \frac{FX}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ cm$$

នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡានៃការេ $WXYZ$ គឺ $S_{WXYZ} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{2}\ cm^2$

ដូចនេះ: ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ $WXYZ$ ស្មើនឹង $\dfrac{1}{2}\ cm^2$

លំហាត់ទី 49

គេឱ្យរង្វង់ពីរមានផ្ចិត A និង B ហើយមានកាំ $3cm$ និង $8cm$ រៀងគ្នា។ បន្ទាត់មួយប៉ះរង្វង់ទាំងពីរត្រង់ C និង D (ដូចរូប)។ បន្ទាត់ AB ប្រសព្វ CD ត្រង់ E ។ បើ $AE = 5cm$ គណនា CD ។



ដំណោះស្រាយ

គេមាន $AC = 3cm, BD = 8cm, AE = 5cm$ ហើយ CD ប៉ះរង្វង់

នោះ $AC \perp CE$ និង $BD \perp CD$

ចំពោះត្រីកោណកែង ACE គេបាន $CE^2 + AC^2 = AE^2$

$$\Longleftrightarrow CE = \sqrt{AE^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4cm$$

គេមាន ត្រីកោណកែង ACE និង BDE ដូចគ្នាព្រោះ $\angle ACE = \angle BDE = 90°$ និង $\angle AEC = \angle BED$ (មុំទល់កំពូល)។

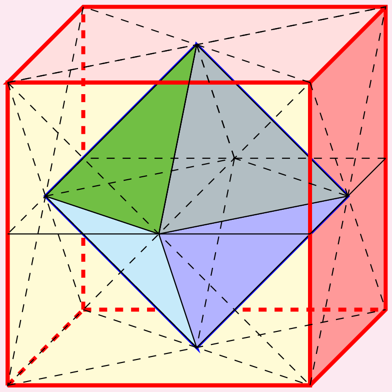
គេបាន $\frac{DE}{CE} = \frac{BD}{AC} \Longleftrightarrow DE = \frac{BD}{AC} \cdot CE = \frac{8}{3} \cdot 4 = \frac{32}{3}\ cm$

នាំឱ្យ $CD = CE + ED = 4 + \frac{32}{3} = \frac{44}{3}\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{CD = \frac{44}{3}\ cm}$

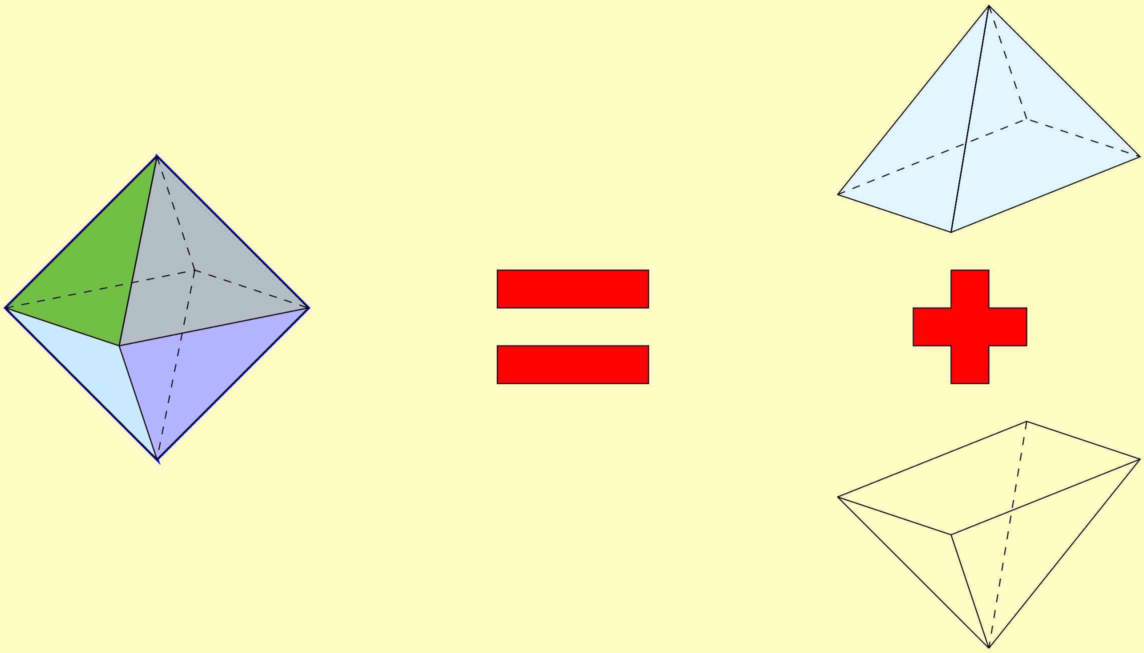
លំហាត់ទី 50

ចំណុចកណ្តាលនៃមុខខាងរបស់គូបដែលឈមគ្នា គូសភ្ជាប់គ្នាបង្កើតបានជាសូលីតនិយ័ត (Regular Octahedron) មួយដែលមានមុខ 8 ។ បើជ្រុងនៃគូបមានរង្វាស់ $1cm$ គណនាមាឌនៃសូលីតនិយ័តដែលមានមុខ 8 នេះ ។

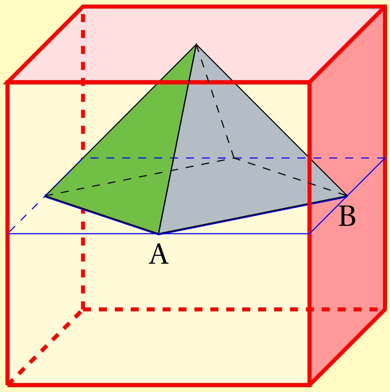


ដំណោះស្រាយ

គណនាមាឌនៃសូលីតនិយ័ត



គេបាន មាឌនៃសូលីតនិយ័តដែលមានមុខ 8 ស្មើនឹងផលបូកមាឌនៃពីរ៉ាមីតពីរដែលប៉ុនគ្នា ហើយពីរ៉ាមីតនេះមានបាតជាការេ។



គេបាន $AB = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\ cm$

មាឌពីរ៉ាមីត $= \frac{1}{3} \times$ ផ្ទៃក្រឡាបាត $\times$ កម្ពស់

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}\ cm^3$$

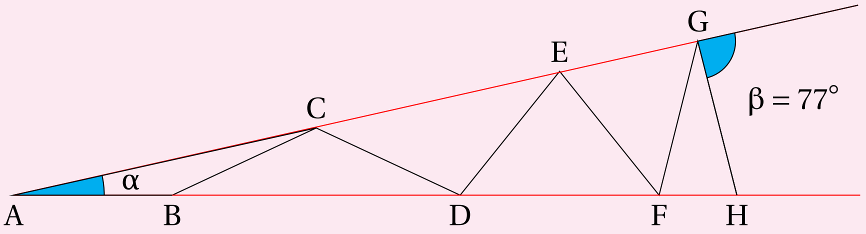
គេបាន មាឌនៃសូលីតនិយ័ត $= 2\times$ មាឌនៃពីរ៉ាមីត $= 2 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{6}\ cm^3$

ដូចនេះ: **មាឌនៃសូលីតនិយ័តស្មើនឹង $\frac{1}{6}\ cm^3$**

លំហាត់ទី 51

គេឱ្យ $AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH$ និង $\angle\beta = 77^\circ$

រករង្វាស់ $\angle\alpha$ ។



ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\angle A = \angle\alpha \iff \angle ACB = \angle\alpha$

$\Longrightarrow \angle CBD = \angle\alpha + \angle\alpha = 2\angle\alpha \Longrightarrow \angle BDC = 2\angle\alpha$

តែ $\angle CBD + \angle BDC = \angle ACB + \angle DCE$

$\Longrightarrow 4\angle\alpha = \angle\alpha + \angle DCE \Longrightarrow \angle DCE = 3\alpha \Longrightarrow \angle DEC = 3\angle\alpha$

$\Longrightarrow \angle EDF + 2\angle\alpha = 6\angle\alpha \Longrightarrow \angle EDF = 4\angle\alpha \Longrightarrow \angle EFD = 4\angle\alpha$

$\Longrightarrow \angle FEG + 3\angle\alpha = 8\angle\alpha \iff \angle FEG = 5\angle\alpha \Longrightarrow \angle FGE = 5\angle\alpha$

$\Longrightarrow \angle HFG + 4\angle\alpha = 10\angle\alpha \Longrightarrow \angle HFG = 6\angle\alpha \Longrightarrow \angle FHG = 6\angle\alpha$

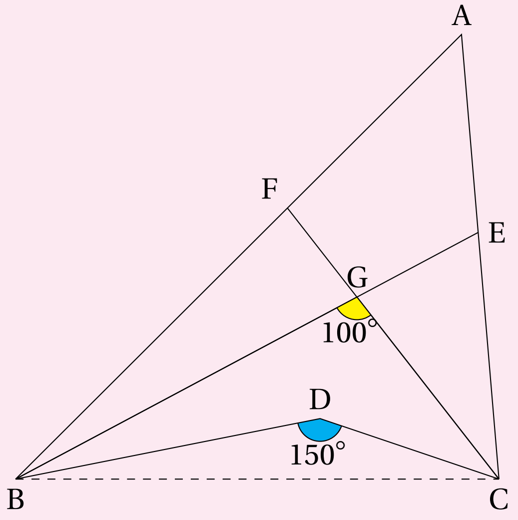
$\Longrightarrow \angle\beta + 5\angle\alpha = 12\angle\alpha \Longrightarrow \angle\beta = 7\angle\alpha$

$$\Longrightarrow \angle\alpha = \frac{1}{7}\angle\beta = \frac{77^\circ}{7} = 11^\circ$$

ដូចនេះ $\boxed{\angle\alpha = 11^\circ}$

លំហាត់ទី 52

គេមាន BE និង CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABD$ និង $\angle ACD$ រៀងគ្នា។ BE និង CF ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G ។ គេឱ្យ $\angle BDC = 150^\circ$ និង $\angle BGC = 100^\circ$ ចូរគណនារង្វាស់នៃ $\angle A$ ។



ដំណោះស្រាយ

ចូរគណនារង្វាស់នៃ $\angle A$

គេមាន $\angle DBC + \angle DCB + \angle BDC = 180^\circ \iff \angle DBC + \angle DCB = 30^\circ$

$\iff \angle GBC + \angle GCB + \angle BGC = 180^\circ \iff \angle GBC + \angle GCB = 80^\circ$

$\iff \angle GBD + \angle DBC + \angle GCD + \angle DCB = 80^\circ$

$\iff (\angle GBD + \angle GCD) + (\angle DBC + \angle DCB) = 80^\circ$

$\iff \angle GBD + \angle GCD = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$

គេមាន BE និង CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABD$ និង $\angle ACD$ រៀងគ្នា

នាំឱ្យ $\angle ABG = \angle GBD \iff \angle ABD = 2\angle GBD = 2\angle ABE$

និង $\angle ACF = \angle GCD \iff \angle ACD = 2\angle ACF = 2\angle GCD$

គេបាន $\angle ABD + \angle ACD = 2(\angle GBD + \angle GCD) = 2\cdot 50^\circ = 100^\circ$

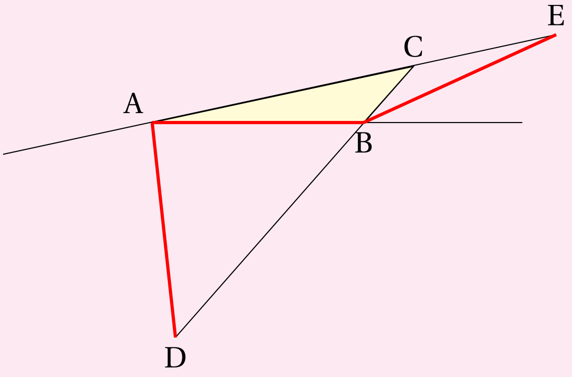
$\iff \angle A = 180^\circ - (\angle ABD + \angle ACD) - (\angle DBC + \angle DCB)$

$= 180^\circ - 100^\circ - 30^\circ = 50^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle A = 50^\circ}$

លំហាត់ទី 53

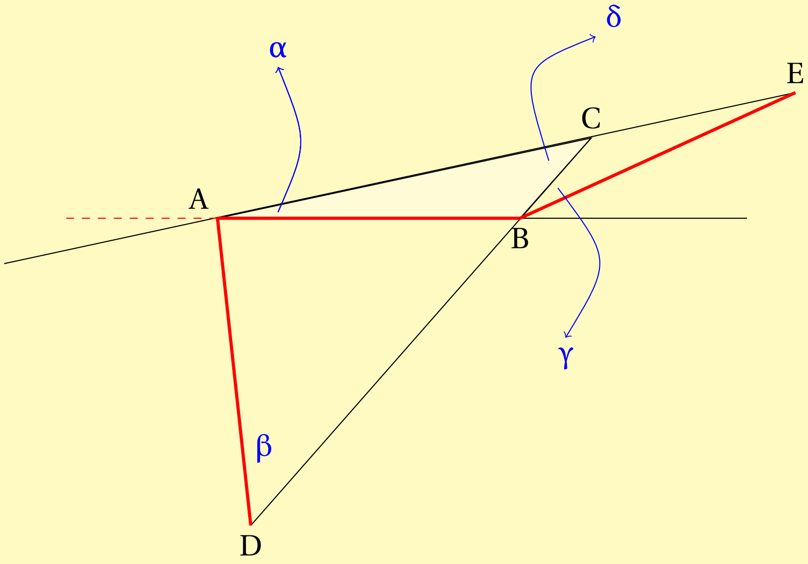
គេឱ្យ ΔABC មួយដែលកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំក្រៅនៃមុំ $\angle A$ និង $\angle B$ ប្រសព្វនឹងជ្រុងឈមត្រង់ចំណុច D និង E រៀងគ្នា ។ បើ $AD = AB = BE$ រករង្វាស់នៃ $\angle BAC$។



ដំណោះស្រាយ

រករង្វាស់ $\angle BAC$

តាង $\angle BAC = \alpha, \angle ADB = \beta, \angle ACB = \delta$ និង $\angle CBE = \gamma$



ដោយ $AD = AB = BE$ គេបាន $\angle AEB = \alpha$ និង $\angle ABD = \beta$

គេបាន $\beta = 2\gamma$, $\beta = \alpha + \delta$ និង $\delta = \alpha + \gamma$

$\Longleftrightarrow 2\gamma = \alpha + (\alpha + \gamma) \Longleftrightarrow \gamma = 2\alpha$ និង $\beta = 2\gamma = 4\alpha$

គេមាន $\beta + \beta + \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 180^\circ \Longleftrightarrow 2\beta + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ$

$\Longleftrightarrow 2(4\alpha) - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ \Longleftrightarrow \frac{15}{2}\alpha = 90^\circ \Longleftrightarrow \alpha = 12^\circ$

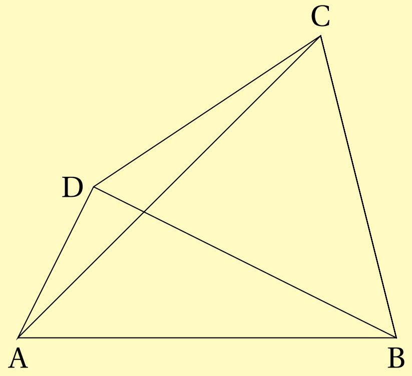
ដូចនេះ $\boxed{\angle BAC = 12^\circ}$

លំហាត់ទី 54

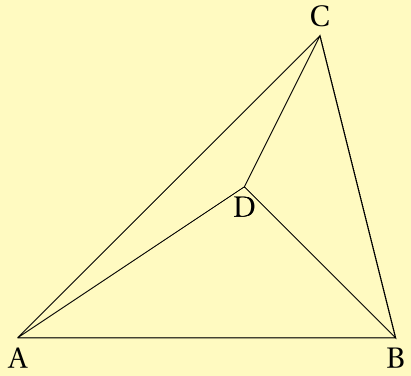
គេមានបួនចំណុច A, B, C, D ស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ ដែលមិនមានបីចំណុចណារត់ត្រង់ជួរគ្នា។ បង្ហាញថាចំពោះត្រីកោណ ABC, ABD, ACD និង BCD យ៉ាងហោចណាស់មានត្រីកោណមួយដែលមានមុំក្នុងមិនធំជាង 45° ។

ដំណោះស្រាយ

គេបែងចែកជាពីរករណី ដូច រូប ក និង រូប ខ



រូប ក



រូប ខ

• រូប ក

គេមាន ABCD ជាចតុកោណ

នោះ $\angle ABC + \angle BCD + \angle CDA + \angle DAB = 360^\circ$

នាំឱ្យមានមុំមួយក្នុងចំណោមមុំទាំងបួននេះមានរង្វាស់មិនតូចជា 90° ។ ឧបមាថា

$\angle CDA \geq 90^\circ$ នោះក្នុង ΔACD គេបាន $\angle DAC + \angle ACD + \angle CDA = 180^\circ$

តែ $\angle CDA \geq 90^\circ$ នាំឱ្យ $\angle DAC + \angle ACD \leq 90^\circ$ នេះបញ្ជាក់ថា ក្នុងចំណោច $\angle DAC$ និង $\angle ACD$ មានមុំមួយមានរង្វាស់មិនធំជាង 45° ។

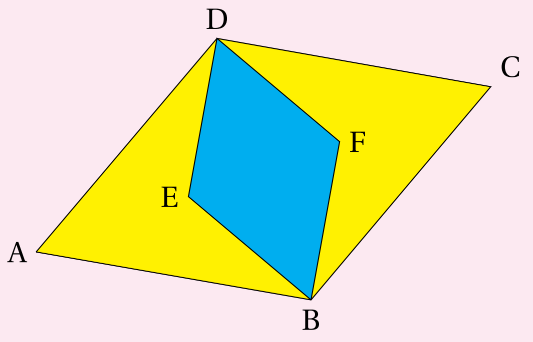
• រូប ខ

គេបាន $\angle ADC + \angle BDC + \angle ADC = 360^\circ$ នោះក្នុងចំណោមមុំទាំងបីនេះមានមុំមួយមានរង្វាស់ធំជាង 90° ។ ឧបមាថា $\angle ADB > 90^\circ$ នាំឱ្យ $\angle DAB + \angle DBA < 90^\circ$ នេះបញ្ជាក់ថា ក្នុងចំណោច $\angle DAB$ និង $\angle DBA$ មានមុំមួយមានរង្វាស់តូចជាង 45° ឬក៏គេអាចនិយាយម្យ៉ាងទៀតថា ក្នុងចំណោមមុំទាំងពីរនេះមានមុំមួយមានរង្វាស់មិនធំជាង 45°។

ដូចនេះ យ៉ាងហោចណាស់មានត្រីកោណមួយដែលមានមុំក្នុងមិនធំជាង 45°

លំហាត់ទី 55

គេ មាន ចតុកោណស្មើ ABCD ដូច ចតុកោណស្មើ BFDE ។ ផ្ទៃក្រឡា នៃ ចតុកោណស្មើ ABCD ស្មើនឹង $24cm^2$ និង $\angle BAD = 60^\circ$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡា នៃចតុកោណស្មើ BFDE ។



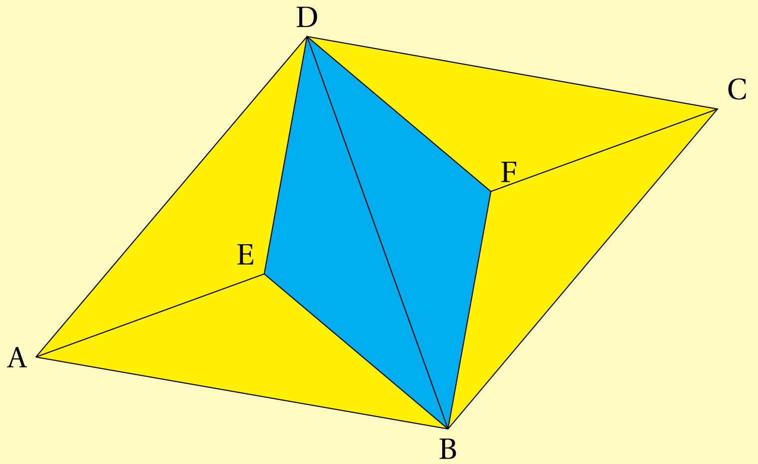
ដំណោះស្រាយ

គេមាន ABCD ជាចតុកោណស្មើនោះ $AB = AD = CD = CB$

និង $\angle BAD = 60^\circ \iff \angle DCB = 60^\circ$ ។

គូសភ្ជាប់ AE និង CF នាំឱ្យ AE និង CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAD$ និង $\angle BCD$ រៀងគ្នា។

គេបាន $\angle DAE = \angle BAE = \angle BCF = \angle FCD = \dfrac{\angle BAD}{2} = 30^\circ$



នាំឱ្យ $\Delta ADE, \Delta ABE, \Delta BCF, \Delta CDF$ ជាត្រីកោណប៉ុនៗគ្នា។

គេមាន $\angle AEB = \angle AEB = 120^\circ \iff \angle BED = 360^\circ - 2 \cdot 120^\circ = 120^\circ$

នាំឱ្យ $\Delta ABE \cong BDE$ ព្រោះ $\angle AEB = \angle BED$ និង $AE = BE = DE$

ហើយ $\Delta BED \cong \Delta BFD$ ព្រោះ $BE = BF = FD = DE$ និង BD ជាជ្រុងរួម។

នាំឱ្យ $\Delta ADE, \Delta ABE, \Delta BCF, \Delta CDF, \Delta BED, \Delta BFD$ ជាត្រីកោណប្រាំមួយប៉ុនៗគ្នា។

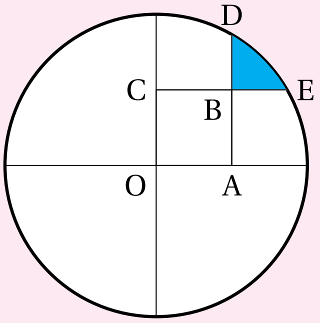
ដោយ $S_{ABCD} = 24cm^2$ នាំឱ្យ $6 \times S_{ABE} = 24cm^2 \iff S_{ABE} = 4cm^2$

គេបាន $S_{BFDE} = 2 \times S_{ABE} = 2 \times 4 = 8cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{BFDE} = 8cm^2}$

លំហាត់ទី 56

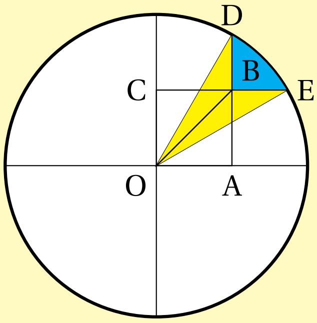
គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O មួយមានកាំ $2cm$ និងការេ OABC មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$។ បន្លាយនៃជ្រុង AB និង CB ត្រង់ B កាត់រង្វង់ត្រង់ D និង E រៀងគ្នា។



តាង S ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌នៃរូបខាងស្តាំ ។ គណនា S ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $OC = 1cm$ និង $OE = 2cm$ នាំឱ្យ $\angle COE = 60^\circ \Longrightarrow \angle AOE = 30^\circ$ និង $\angle DOE = 30^\circ$ ។ គេបាន ផ្ទៃក្រឡា S ស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាស DOE ដកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ OBD និង OBE ។



គេបាន $\Delta OBD \cong \Delta OBE$ ព្រោះ $OD = OE, BD = BE$ និង OB ជាជ្រុងរួម។

ក្នុងត្រីកោណកែង OCE គេបាន $CE = \sqrt{OE^2 - OC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}\ cm$

$\Longleftrightarrow CB + BE = \sqrt{3} \Longleftrightarrow BE = (\sqrt{3} - 1)cm$

នាំឱ្យ $S_{OBE} = \dfrac{1}{2} \cdot OC \cdot (\sqrt{3} - 1) = \dfrac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)cm$

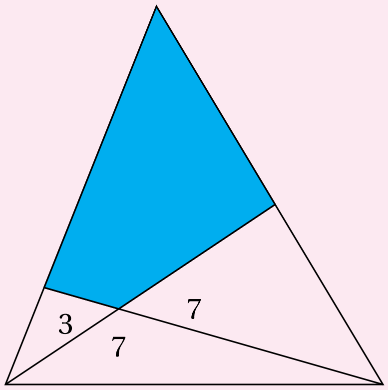
និង ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស $DOE = \dfrac{\pi \times 2^2 \times 30^\circ}{360^\circ} = \dfrac{\pi}{3}\ cm^2$

គេបាន $S=\frac{\pi}{3}-2\times\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)=\left(\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}\right)cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S=\left(\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}\right)cm^2}$

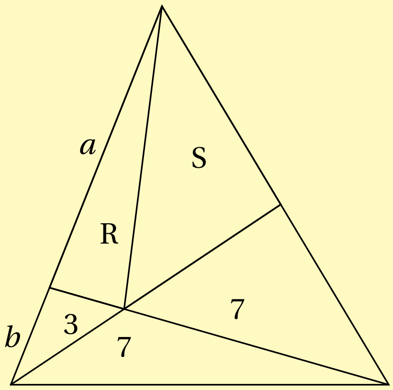
លំហាត់ទី 57

ក្នុងត្រីកោណមួយត្រូវបានបែងចែកជាត្រីកោណតូចៗបី និងចតុកោណមួយ ដោយគូសបន្ទាត់ពីរចេញពីកំពូលទៅប្រសព្វនឹងជ្រុងឈមរបស់វា។ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណតូច ៗ នោះ គឺ $3cm^2, 7cm^2$ និង $7cm^2$។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណផ្នែកផាត់ពណ៌។



ដំណោះស្រាយ

គូសភ្ជាប់ពីកំពូលមួយទៅកំពូលមួយនៃចតុកោណ គេបានត្រីកោណពីរ។ តាង R និង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណទាំងពីរ នោះផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណនោះគឺ $T=R+S$



តាង a និង b ជាបាតនៃត្រីកោណដែលមានផ្ទៃក្រឡា R និង 3 រៀងគ្នា។ ដោយត្រីកោណដែលមានផ្ទៃក្រឡា R និង 3 មានកម្ពស់រួមគ្នា នាំឱ្យផលធៀបនៃបាត a និង b នៃត្រីកោណ

ទាំងពីរ ស្មើនឹងផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡា R និង 3 ។

គេបាន $\frac{a}{b}=\frac{R}{3}=\frac{R+S+7}{3+7} \Longleftrightarrow \frac{R}{3}=\frac{T+7}{10} \Longleftrightarrow R=\frac{3}{10}(T+7)$

ដូចគ្នាដែរ គេបាន $\frac{S}{7}=\frac{R+S+3}{7+7} \Longleftrightarrow \frac{S}{7}=\frac{T+3}{14} \Longleftrightarrow S=\frac{1}{2}(T+3)$

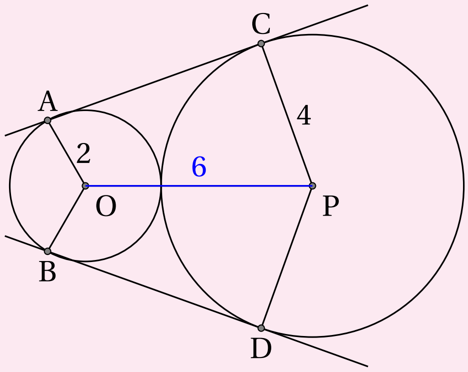
នាំឱ្យ $T=R+S=\frac{3}{10}(T+7)+\frac{1}{2}(T+3)=\frac{1}{10}(3T+21+5T+15)$

$\Longleftrightarrow 10T=8T+36 \Longleftrightarrow 2T=36 \Longleftrightarrow T=18$

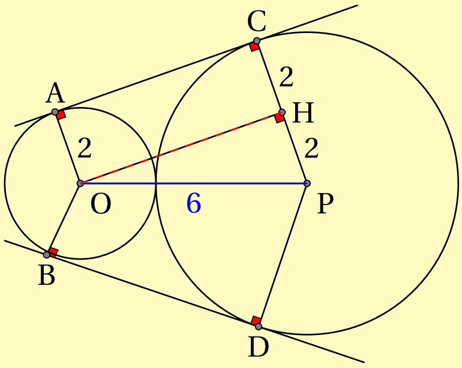
ដូចនេះ: ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើនឹង $18cm^2$

លំហាត់ទី 58

រង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង P មានកាំ $2cm$ និង $4cm$ រៀងគ្នា និងប៉ះគ្នា។ ចំណុច A និង B ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O និង ចំណុច C និង D ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត P ដែល បន្ទាត់ AC និង BD ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ទាំងពីរ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណផត AOBDPC ។



ដំណោះស្រាយ



គេមាន AC និង BD ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ទាំងពីរ នាំឱ្យ $OA \perp AC, CP \perp AC, OB \perp BD,$

$PD \perp BD$ ។

ដោយ $OA \perp AC$ និង $PC \perp AC$ នាំឱ្យ $OA \parallel PC$ នោះ OACP ជាចតុកោណព្នាយកែង។

គូស OH កែងនឹង CP នាំឱ្យ OACH ជាចតុកោណកែង គេបាន $PH = 2cm$ ។

ក្នុងត្រីកោណកែង OPH គេបាន $OH = \sqrt{OP^2 - PH^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}\ cm$

ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណព្នាយ $OACP = \dfrac{(2+4)\times 4\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}\ cm^2$

ដោយ ចតុកោណ OACP និង OBDP សុទ្ធតែជាចតុកោណព្នាយ ហើយប៉ុនគ្នា

គេបាន ផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណផត $AOBDPC = 2\times 12\sqrt{2} = 24\sqrt{2}\ cm^2$

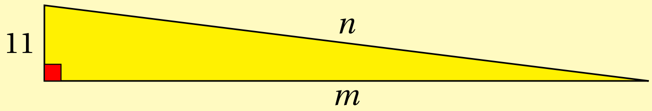
ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណផត AOBDPC ស្មើនឹង $24\sqrt{2}\ cm^2$

លំហាត់ទី 59

គេឱ្យត្រីកោណកែងមួយដែលមានជ្រុងជាប់មុំកែងមួយមានរង្វាស់ $11cm$ និងជ្រុងពីរទៀតមានរង្វាស់ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណនេះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $AB = m$ និង $BC = n$ គេបាន $n > m$



តាមទ្រឹស្តីពីតាគ័រគេបាន

$n^2 - m^2 = 11^2 = 121$

$(n-m)(n+m) = 1\times 121 = 11\times 11$

តែ $n > m \implies n + m > n - m$

គេបាន $\begin{cases} n-m=1 \\ n+m=121 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=61 \\ m=60 \end{cases}$

នាំឱ្យបរិមាត្រនៃត្រីកោណស្មើនឹង $11+60+61=132cm$

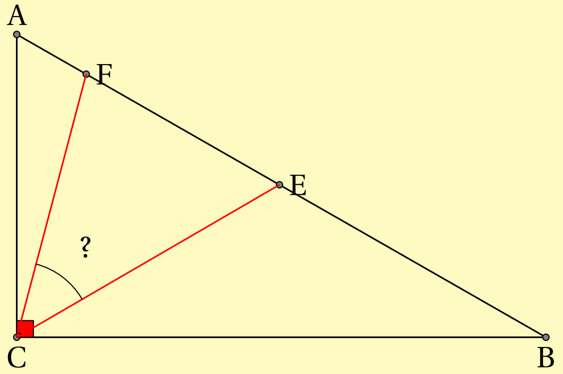
ដូចនេះ: បរិមាត្រនៃត្រីកោណស្មើនឹង $132cm$

លំហាត់ទី 60

គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle ACB = 90^\circ$, E និង F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB ដែល $AE = AC$ និង $BF = BC$ ។ ចូររករង្វាស់មុំ ECF ។

ដំណោះស្រាយ

រករង្វាស់មុំ ECF



គេមាន $AE = AC \Leftrightarrow \angle ACE = \angle AEC$

និង $BF = BC \Leftrightarrow \angle BFC = \angle BCF$

គេបាន $2\angle AEC = 180^\circ - \angle A \Leftrightarrow \angle AEC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

និង $2\angle BFC = 180^\circ - \angle B \Leftrightarrow \angle BFC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle B$

នាំឱ្យ $\angle AEC + \angle EFC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 180^\circ - \frac{90^\circ}{2} = 135^\circ$

គេបាន $\angle ECF = 180^\circ - (\angle AEC + \angle EFC) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle ECF = 45^\circ}$

លំហាត់ទី 61

ត្រីកោណមួយមានបរិមាត្រ $17cm$ និងជ្រុងទាំងបីមានរង្វាស់ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ ចូរកំណត់ចំនួននៃត្រីកោណប្រភេទនេះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង a, b, c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនេះ ដែល $a \geq b \geq c$

ដោយ $a + b + c = 17$ គេបាន $c \leq \frac{17}{3} \Longrightarrow c \leq 5$ ហើយ $a - b < c \leq 5$

❄ បើ $c = 1$ គេបាន $a + b = 16$ និង $a - b = 0$ នាំឱ្យ $a = 8, b = 8$ នោះចំនួនត្រីកោណក្នុងករណីនេះមាន 1 ដែលមានវិមាត្រ $(1, 8, 8)$

❄ បើ $c = 2$ គេបាន $a + b = 15$ និង $a - b = 0$ ឬ $a + b = 15$ និង $a - b = 1$ នាំឱ្យ $a = 8, b = 7$ នោះចំនួនត្រីកោណក្នុងករណីនេះមាន 1 ដែលមានវិមាត្រ $(2, 7, 8)$

❄ បើ $c = 3$ គេបាន $a + b = 14$ និង $a - b = 0$ ឬ $a + b = 14$ និង $a - b = 2$ នាំឱ្យ $a = b = 7$ ឬ $a = 8, b = 6$ នោះចំនួនត្រីកោណក្នុងករណីនេះមាន 2 ដែលមានវិមាត្រ $(3, 7, 7), (3, 6, 8)$

❄ បើ $c = 4$ គេបាន $a + b = 13$ និង $a - b = 1$ ឬ $a + b = 13$ និង $a - b = 3$ នាំ

ឱ្យ $a=7, b=6$ ឬ $a=8, b=5$ នោះចំនួនត្រីកោណក្នុងករណីនេះមាន 2 ដែលមានវិមាត្រ $(4,6,7)$, $(4,5,8)$

❄ បើ $c=5$ គេបាន $a+b=12$ និង $a-b=0$ ឬ $a+b=12$ និង $a-b=2$ ឬ $a+b=12$ និង $a-b=4$ ឬ $a=b=6$ ឬ $a=7, b=5$ ឬ $a=8, b=4$ នោះចំនួនត្រីកោណក្នុងករណីនេះមាន 3 ដែលមានវិមាត្រ $(5,6,6)$, $(5,5,7)$, $(4,5,8)$

គេបាន វិមាត្រនៃត្រីកោណដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងលើមានដូចជា $(1,8,8)$, $(2,7,8)$, $(3,7,7)$, $(3,6,8)$, $(4,6,7)$, $(4,5,8)$, $(5,6,6)$ និង $(5,5,7)$

ដូចនេះ **ចំនួនត្រីកោណសរុបមាន 8 ត្រីកោណ**

លំហាត់ទី 62

តាង a, b, c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ដែល $a<b<c$ និង a, b, c ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ បើ $b=2cm$ ចូររកចំនួនត្រីកោណដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនេះ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $a<b<c$ និង $b=2cm$ នាំឱ្យ $a=1cm$ ព្រោះ a, b, c ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។

ដោយ a, b, c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ នោះតាមទំនាក់ទំនងជ្រុងក្នុងត្រីកោណ គេបាន $a+b>c \iff 3>c \implies c\in\{1,2\}$ តែ $c>b=2cm$ នាំឱ្យគ្មានតម្លៃ c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ មានន័យថាគ្មានត្រីកោណដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងលើទេ។

ដូចនេះ **ចំនួនត្រីកោណគឺ 0**

លំហាត់ទី 63

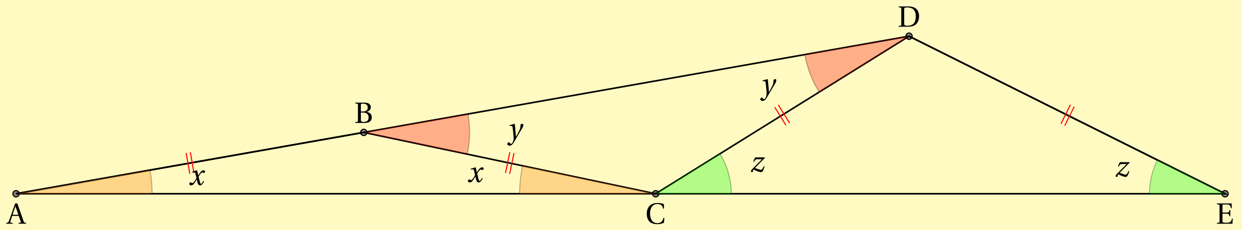
គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle ADE = 140^\circ$ ។ ចំណុច B និង C ស្ថិតនៅលើអង្កត់ AD និង AE រៀងគ្នា។ បើ $AB = BC = CD = DE$ ចូររករង្វាស់នៃ $\angle EAD$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $\angle EAD = x \iff \angle BCA = x$

$\angle CBD = y \iff \angle BDC = y$

$\angle DCE = z \iff \angle DEC = z$



គេបាន $x + x = y \iff y = 2x$ និង $z = x + y = x + 2x = 3x$

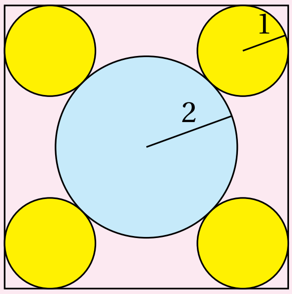
ក្នុងត្រីកោណ AED គេបាន $x + z + 140^\circ = 180^\circ \iff x + 3x = 40^\circ$

$\iff 4x = 40^\circ \iff x = 10^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle EAD = 10^\circ}$

លំហាត់ទី 64

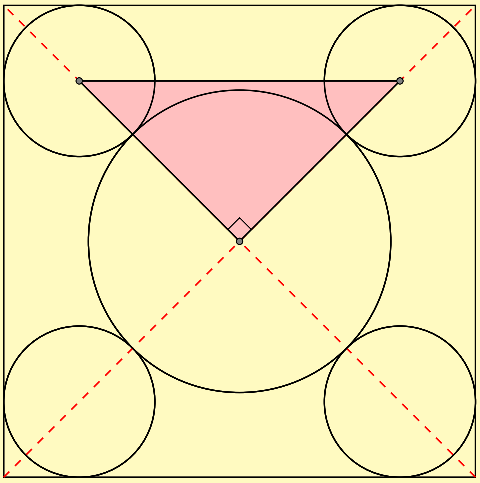
រង្វង់តូចៗបួនមានរង្វាស់កាំ $1cm$ ។ គ្រប់រង្វង់ដែលមានកាំ $1cm$ នេះប៉ះនឹងជ្រុងពីរនៃការេ ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាការេ។



ដំណោះស្រាយ

តាង a ជារង្វាស់កាំនៃការេ។ គេបានត្រីកោណកែងសមបាតដែលមានកំពូលស្ថិតនៅលើផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានកាំ $2cm$ និងកាំ $1cm$ មានរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែង $1+2=3cm$ នាំឱ្យអ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណកែងសមបាតនេះគឺ $\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}\ cm$ ។

គេបាន $a=3\sqrt{2}+1+1=(2+3\sqrt{2})cm$ ។

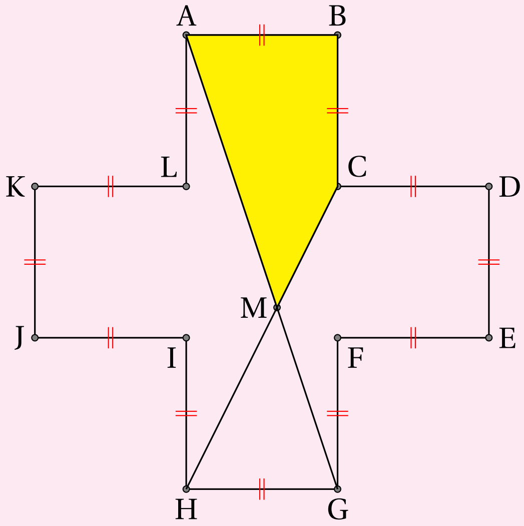


នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡានៃការេស្មើនឹង $(2+3\sqrt{2})^2=4+12\sqrt{2}+18=(22+12\sqrt{2})cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡានៃការេស្មើនឹង } (22+12\sqrt{2})cm^2}$

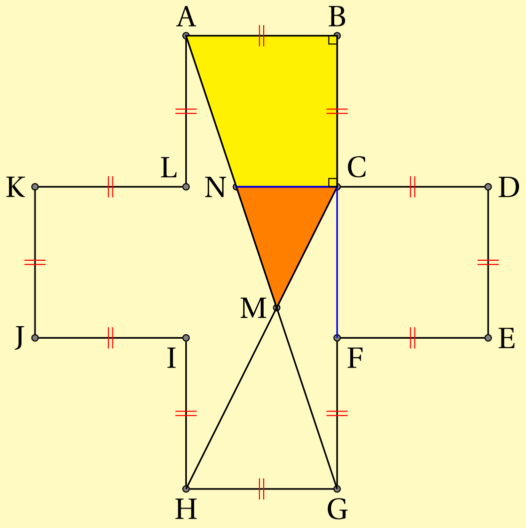
លំហាត់ទី 65

គេ ឱ្យ ពហុកោណ ABCDEFGHIJKL មួយមានជ្រុង 12 (ដូចរូប)។ ជ្រុងទាំងអស់របស់ចតុកោណនេះមានមានរង្វាស់ $4cm$ និង ជ្រុង ពីរ ដែល ជាប់គ្នា ផ្គុំ បាន មុំកែង។ អង្កត់ AG និង CH ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច M ។ គណនា ផ្ទៃក្រឡា នៃ ចតុកោណ ABCM ។



ដំណោះស្រាយ

បន្លាយ DC ខាង C ឱ្យជួប AG ត្រង់ N និងគូសភ្ជាប់ C និង F



គេបាន AB ∥ NC នាំឱ្យ $\frac{NC}{AB} = \frac{GC}{GB}$

$$\Longrightarrow NC = \frac{GC}{GB} \times AB = \frac{8}{12} \times 4 = \frac{8}{3}\ cm$$

នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណព្នាយកែង ABCN គឺ

$$S_{ABCN}=\frac{(AB+NC)\times BC}{2}=\frac{(4+8/3)\times 4}{2}=\frac{40}{3}\ cm^2$$

តាង h និង h' ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ΔMNC និង ΔMGH រៀងគ្នា។ គេមាន $\Delta MNC \sim \Delta MGH$

ព្រោះ $\angle NMC=\angle GMH$ (មុំទល់កំពូល) និង $\angle MCN=\angle MHG$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

គេបាន $\frac{h}{h'}=\frac{NC}{HG}=\frac{8/3}{4}=\frac{2}{3} \Longleftrightarrow h'=\frac{3}{2}h$

តែ $h+h'=GC=8 \Longleftrightarrow h+\frac{3}{2}h=8 \Longleftrightarrow h=\frac{16}{5}cm$

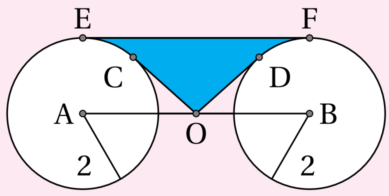
នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ MNC គឺ $S_{MNC}=\frac{1}{2}\times\frac{16}{5}\times\frac{8}{3}=\frac{64}{15}\ cm^2$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ ABCM គឺ

$$S_{ABCM}=S_{ABCN}+S_{NCM}=\frac{40}{3}+\frac{64}{15}=\frac{88}{5}\ cm^2$$

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABCM}=\frac{88}{5}\ cm^2}$

លំហាត់ទី 66



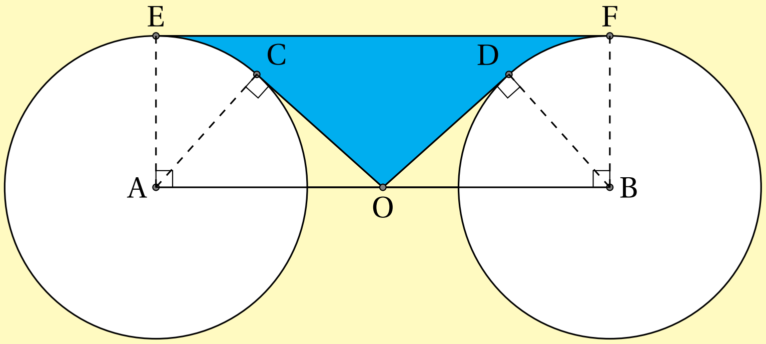
រង្វង់ផ្ចិត A និង B មានកាំ $2cm$ ដូចគ្នា។ ចំណុច O ស្ថិតនៅកណ្ដាលអង្កត់ AB និង $OA=2\sqrt{2}\ cm$ ។ អង្កត់ OC និង OD ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត A និង B រៀងគ្នា និង EF ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ទាំងពីរ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌ OCEFD ។

ដំណោះស្រាយ

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកផាត់ពណ៌ OCEFD

គេមាន EF ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ទាំងពីរ គេបាន ABFE ជាចតុកោណកែង។

នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង $S_{ABFE} = AB \times FB = 2 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 8\sqrt{2}\ cm^2$



ដោយ OC និង OD ជាប៉ះរង្វង់ផ្ចិត A និង B រៀងគ្នា គេបាន $AC \perp OC$ និង $BD \perp OD$

នាំឱ្យ ΔOAC និង ΔOBD ជាត្រីកោណកែងពីរប៉ុនគ្នា ព្រោះ $OA = OB = 2\sqrt{2}\ cm$ ។

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន $OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2cm$ ។

នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ OAC គឺ $S_{OAC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2\ cm^2$ ។

ដោយ $OC = AC = 2cm$ នាំឱ្យ ΔOAC ជាត្រីកោណកែងសមបាត គេបាន $\angle OAC = 45^\circ$

នាំឱ្យ $\angle CAE = 45^\circ$ ។

ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាស CAE ស្មើនឹង $\frac{\pi \times 2^2 \times 45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{2}\ cm^2$

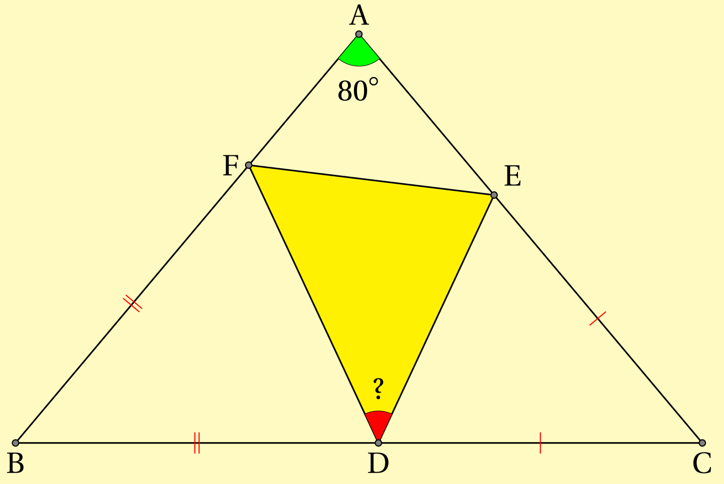
គេបាន $S = 8\sqrt{2} - 2 \times 2 - 2 \times \frac{\pi}{2} = (8\sqrt{2} - 4 - \pi)cm^2$

ដូចនេះ: $\boxed{S = (8\sqrt{2} - 4 - \pi)cm^2}$

លំហាត់ទី 67

ក្នុង ΔABC មួយគេមាន $AB = AC$ និង $\angle A = 80^\circ$ ។ បើចំណុច D, E, F ស្ថិតនៅលើជ្រុង BC, CA និង AB រៀងគ្នា ដែល $CE = CD$ និង $BF = BD$ ចូររករង្វាស់នៃ $\angle EDF$ ។

ដំណោះស្រាយ



គេមាន $AB = AC$ និង $\angle A = 80^\circ \Longrightarrow \angle B = \angle C = \dfrac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$

ដោយ $CD = CE$ និង $\angle C = 50^\circ \Longrightarrow \angle CDE = \dfrac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$

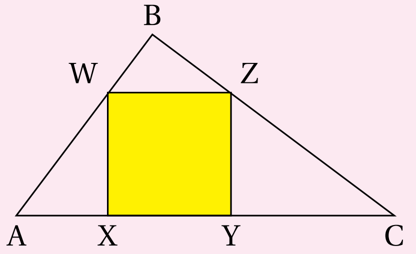
ហើយ $BD = BF$ និង $\angle B = 50^\circ \Longrightarrow \angle BDF = \dfrac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$

គេបាន $\angle EDF = 180^\circ - \angle BDF - \angle CDE = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle EDF = 50^\circ}$

លំហាត់ទី 68

ត្រីកោណកែង ABC មួយមាន $AB = 3cm, BC = 4cm$ និង $AC = 5cm$ ។ ការេ WXYZ ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC



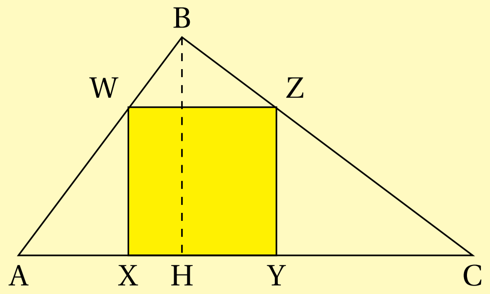
ដែល X, Y ស្ថិតលើជ្រុង AC , W ស្ថិតលើជ្រុង AB និង Z ស្ថិតលើជ្រុង BC ។

រករង្វាស់ជ្រុងនៃការេនេះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង a ជាប្រវែងជ្រុងនៃការេ និង h', h ជាកម្ពស់នៃ $\Delta BWZ, \Delta BAC$ រៀងគ្នា។

គេមាន $WZ \parallel AC$ នាំឱ្យ $\frac{h'}{h} = \frac{WZ}{AC} \Longleftrightarrow \frac{h-a}{h} = \frac{a}{5} \Longleftrightarrow a = \frac{5h}{5+h}$



តែតាមទំនាក់ទំនងជ្រុងក្នុងត្រីកោណកែង ABC ដែលមាន h ជារង្វាស់កម្ពស់

គេបាន $h \times AC = BA \times BC \Longleftrightarrow h = \frac{BA \times BC}{AC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} cm$

នាំឱ្យ $a = \frac{5 \times \frac{12}{5}}{5 + \frac{12}{5}} = \frac{60}{37}\ cm$

ដូចនេះ: រង្វាស់ជ្រុងនៃការេស្មើនឹង $\frac{60}{37}\ cm$

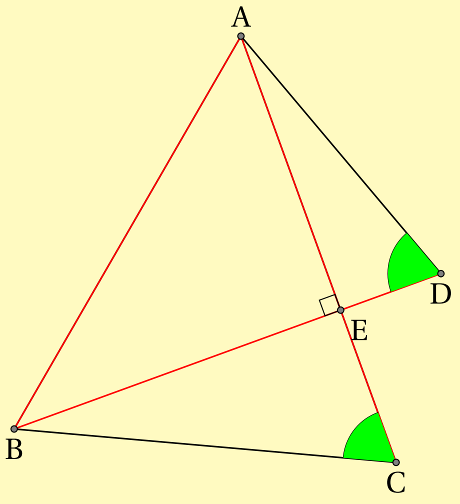
លំហាត់ទី 69

ត្រីកោណ ABC និង ABD ជាត្រីកោណសមបាតដែល $AB = AC = BD$ និង AC ប្រសព្វ BD ត្រង់ចំណុច E ។ បើ $AC \perp BD$ ចូររករង្វាស់នៃផលបូកមុំ $\angle C + \angle D$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន ABC និង ABD ជាត្រីកោណសមបាតដែល $AB = AC = BD$

នាំឱ្យ $\angle C = \angle ABC$ និង $\angle D = \angle BAD$



គេបាន $\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$

និង $\angle D = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABD) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ABD$

នាំឱ្យ $\angle C + \angle D = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ABD) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 90^\circ = 135^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle C + \angle D = 135^\circ}$

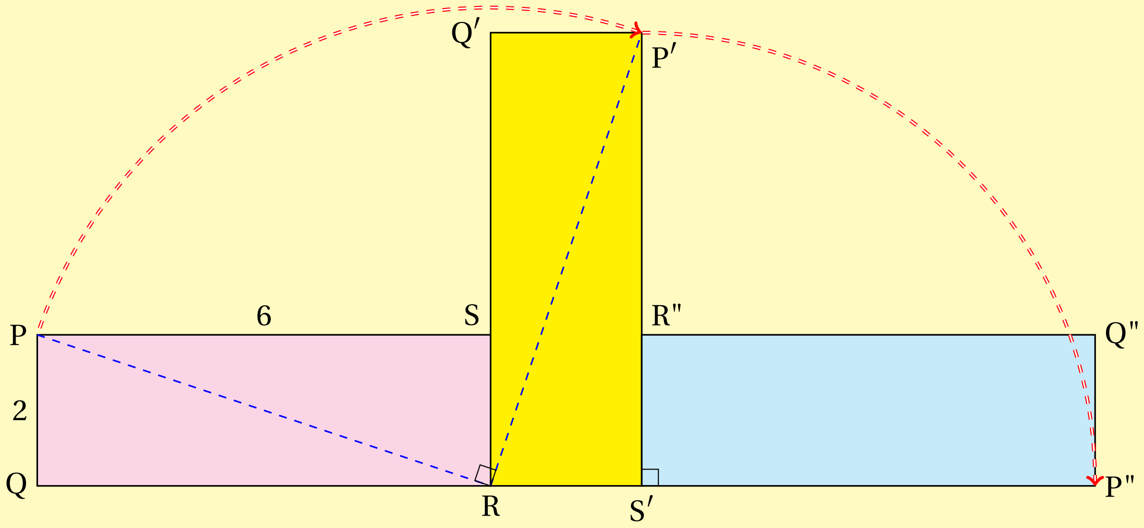
លំហាត់ទី 70

គេឱ្យ PQRS ជាចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $PQ = RS = 2cm$ និង $QR = SP = 6cm$ ។ ចតុកោណកែងនេះបានធ្វើបម្លែងវិលផ្ចិត R មុំ 90° តាមទិសទ្រនិកនាឡិកា បន្ទាត់មកវាធ្វើបម្លែងវិលបន្តទៀតដែលមានផ្ចិត S មុំ 90° តាមទិសទ្រនិកនាឡិកា ។ រកប្រវែងដែលចំណុច P ធ្វើដំណើរបានពីទីតាំងដើមទៅទីតាំងចុងក្រោយ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $P'S'RQ'$ និង $P''S'R''Q''$ ជាចតុកោណកែងដែលបានពីការធ្វើបម្លែងឆ្លុះលើកទីមួយ

និងលើកទីពីររៀងគ្នា។



គេបាន អង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណកែងស្មើនឹង $\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}\ cm$

នាំឱ្យប្រវែងធ្នូ PQ' នៃរង្វង់កាំ $PR=2\sqrt{10}\ cm$ និងមុំផ្ចិត 90° មានរង្វាស់ស្មើនឹង

$$2\pi\times2\sqrt{10}\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=\sqrt{10}\pi\ cm$$

ដូចគ្នាដែរ ប្រវែងធ្នូ $P'P"$ នៃរង្វង់កាំ $S'P'=6cm$ និងមុំផ្ចិត 90° មានរង្វាស់ស្មើនឹង

$$2\pi\times6\times\frac{90^\circ}{360^\circ}=3\pi$$

នាំឱ្យ ប្រវែងដែលចំណុច P ធ្វើដំណើរបានពីទីតាំងដើមទៅទីតាំងចុងក្រោយគឺ

$$\sqrt{10}\,\pi+3\pi=\pi(\sqrt{10}+3)cm$$

ដូចនេះ ចំណុច P ធ្វើដំណើរបាន $\pi(\sqrt{10}+3)cm$

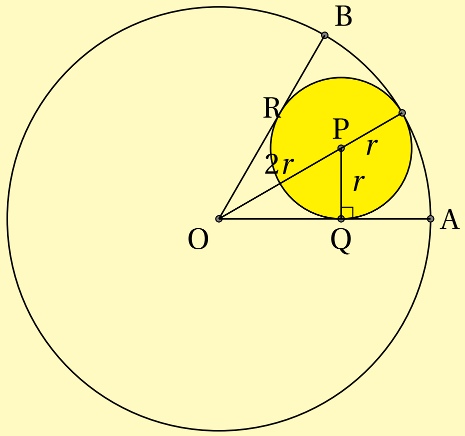
លំហាត់ទី 71

ចំណុច A និង B ស្ថិតនៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ដែល $\angle AOB = 60^\circ$ ។ រង្វង់មួយទៀតប៉ះនឹងអង្កត់ OA, OB ហើយប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ។ ចូរគណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡារង្វង់តូច និងរង្វង់ធំ។

ដំណោះស្រាយ

តាង P ជាផ្ចិតរង្វង់តូច , Q ជាចំណុចប៉ះរវាងរង្វង់តូច និង OA , R, r ជាកាំនៃរង្វង់ធំ និងរង្វង់តូចរៀងគ្នា។ ដោយ OA និង OB ប៉ះនៃរង្វង់តូច ហើយរង្វង់តូចប៉ះរង្វង់ធំ និង $\angle AOB = 60^\circ$ គេបាន $\angle AOP = \angle BOP = 30^\circ$ នាំឱ្យ ΔOPQ ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស

នោះ $OP = 2 \times PQ = 2r \implies R = 2r + r = 3r$



តាង S_1 និង S_2 ផ្ទៃក្រឡានៃរង្វង់តូច និងរង្វង់ធំរៀងគ្នា។

គេបាន $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\pi \times r^2}{\pi \times R^2} = \dfrac{r^2}{R^2} = \left(\dfrac{r}{R}\right)^2 = \left(\dfrac{r}{3r}\right)^2 = \dfrac{1}{9}$

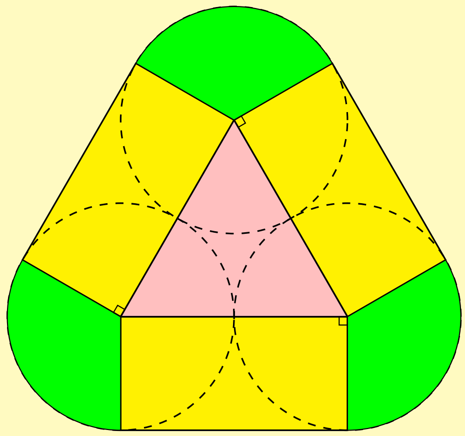
ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{9}}$

លំហាត់ទី 72

ត្រីកោណសម័ង្ស មួយ មាន រង្វាស់ ជ្រុង $6cm$ ។ គណនា ផ្ទៃក្រឡា ផ្នែកខាងក្រៅ(ព័ទ្ធជុំវិញ)ត្រីកោណ ហើយមានចម្ងាយ $3cm$ ពីចំណុចនៅលើត្រីកោណនេះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកខាងក្រៅ(ព័ទ្ធជុំវិញ)ត្រីកោណ ហើយមានចម្ងាយ $3cm$ ពីចំណុចនៅលើត្រីកោណ។



គេបាន S ជាផលបូកនៃផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង 3 និងចម្រៀកថា 3 ។ ដោយត្រីកោណខាងក្នុងជាត្រីកោណសម័ង្សមានជ្រុង $6cm$ នាំឱ្យចតុកោណកែងមានវិមាត្រ $3cm$ និង $6cm$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងនីមួយៗគឺ $S_1 = 3\times 6 = 18cm^2$

ដោយមុំក្នុងនៃត្រីកោណសម័ង្សមានរង្វាស់ 60° នោះចម្រៀកថាមានមុំផ្ចិត 120°

ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថានីមួយៗគឺ $S_2 = \pi\times 3^2\times \dfrac{120^\circ}{360^\circ} = 3\pi\ cm^2$

គេបាន $S = 3S_1 + 3S_2 = 3\times 18 + 3\times 3\pi = (54+9\pi)cm^2$

ដូចនេះ: $\boxed{S = (54+9\pi)cm^2}$

លំហាត់ទី 73

ត្រីកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $32cm$ និងផ្ទៃក្រឡា $20cm^2$ ។ រករង្វាស់នៃអ៊ីប៉ូតេនុសនៃចតុកោណកែងនេះ។

ដំណោះស្រាយ

តាង a, b ជារង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែង និង c ជារង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុស

គេបាន $\begin{cases} a+b+c=32 \\ \frac{1}{2}ab=20 \\ a^2+c^2=c^2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} a+c=32-c \\ ab=40 \\ a^2+b^2=c^2 \end{cases}$

គេមាន $c^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(32-c)^2=2\times 40$

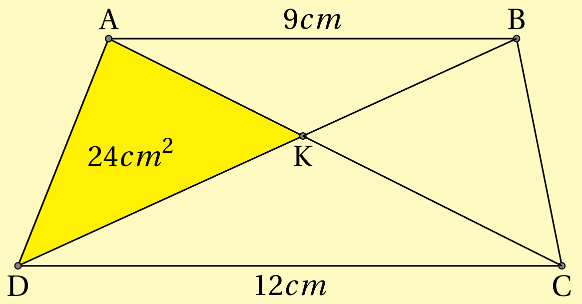
$\Longleftrightarrow c^2=1024-64c+c^2-80 \Longleftrightarrow 64c=944 \Longleftrightarrow c=\frac{944}{64}=\frac{59}{4}$

ដូចនេះ: រង្វាស់អ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណគឺ $\frac{59}{4}cm$

លំហាត់ទី 74

ចតុកោណព្នាយ ABCD មួយមានបាត AB និង CD ហើយអង្កត់ទ្រូងរបស់វាប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច K ។ គេឱ្យ $\mathrm{AB}=9cm, \mathrm{DC}=12cm$ និង ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ KAD គឺ $\mathrm{S}_{\mathrm{KAD}}=24cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ ABCD ។

ដំណោះស្រាយ



គេបាន $\Delta KAB \sim \Delta KCD$ ព្រោះ $\angle KAB = \angle KCD$, $\angle KBA = \angle KDC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)។

នាំឱ្យ $\frac{KA}{KC} = \frac{KB}{KD} = \frac{AB}{DC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

❉ ΔKAD និង ΔKAB មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល A

នាំឱ្យ $\frac{S_{KAB}}{S_{KAD}} = \frac{KB}{KD} = \frac{3}{4} \Longleftrightarrow S_{KAB} = \frac{3}{4} \times S_{KAD} = \frac{3}{4} \times 24 = 18cm^2$

❉ ΔKAD និង ΔKCD មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល D

នាំឱ្យ $\frac{S_{KCD}}{S_{KAD}} = \frac{KC}{KA} = \frac{4}{3} \Longleftrightarrow S_{KCD} = \frac{4}{3} \times S_{KAD} = \frac{4}{3} \times 24 = 32cm^2$

❉ ΔKBC និង ΔKAB មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល B

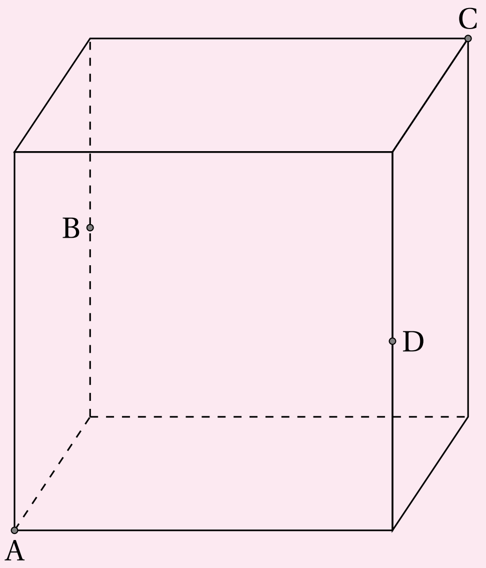
នាំឱ្យ $\frac{S_{KBC}}{S_{KAB}} = \frac{KC}{KA} = \frac{4}{3} \Longleftrightarrow S_{KBC} = \frac{4}{3} \times S_{KAB} = \frac{4}{3} \times 18 = 24cm^2$

គេបាន $S_{ABCD} = S_{KAB} + S_{KBC} + S_{KCD} + S_{KDA} = 18 + 24 + 32 + 24 = 98cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABCD} = 98cm^2}$

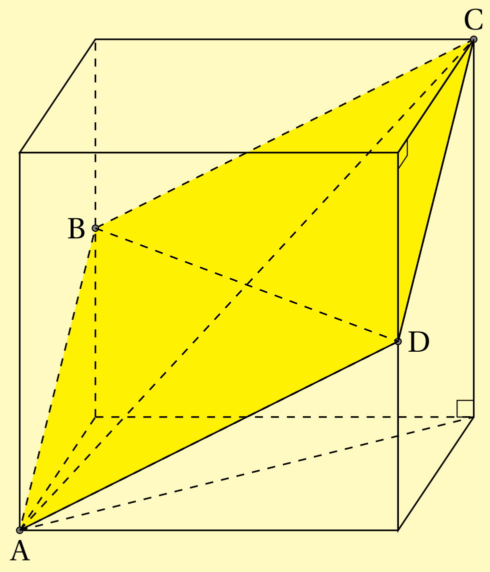
លំហាត់ទី 75

គូប មួយ មាន ជ្រុង $1cm$ ហើយ មាន ប្លង់ មួយ កាត់ គូប នេះ តាម អង្កត់ទ្រូង AC និង កាត់តាម ចំណុច B និង D ដែល ជា ចំណុចកណ្ដាល នៃ ជ្រុង ឈម គ្នា របស់ គូប(ដូច រូប)។ គណនា ផ្ទៃក្រឡា ចតុកោណ ABCD ។



ដំណោះស្រាយ

គេមាន B និង D ដែលជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងរបស់គូប នាំឱ្យ $CD = DA = AB = BC = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}cm$ ។ គេបាន ABCD ជាចតុកោណស្មើ។



ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណស្មើ ABCD កំណត់ដោយ $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD$

តែ BD មានរង្វាស់ស្មើនឹងអង្កត់ទ្រូងនៃមុខខាងគូប នាំឱ្យ $BD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}\ cm$

ហើយ $AC=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}\ cm$

គេបាន $S_{ABCD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{6}}{2}cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABCD}=\frac{\sqrt{6}}{2}cm^2}$

លំហាត់ទី 76

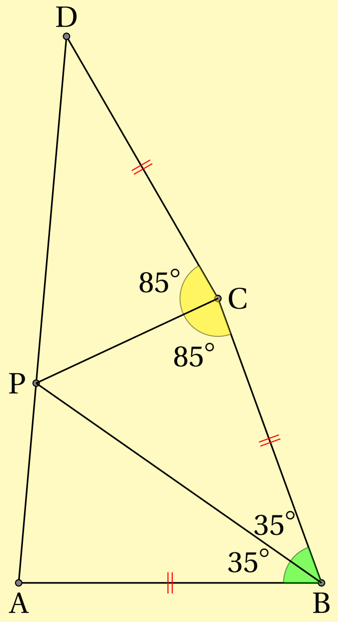
គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយមាន $AB=BC=CD$, $\angle ABC=70^\circ$ និង $\angle BCD=170^\circ$ ។ គណនារង្វាស់នៃ $\angle BAD$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង P ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle ABC$ និង BCD

គេបាន $\angle ABP=\angle PBC=\frac{70^\circ}{2}=35^\circ$ និង $\angle BCP=\angle PCD=\frac{170^\circ}{2}=85^\circ$

នាំឱ្យ $\angle BPC=180^\circ-35^\circ-85^\circ=60^\circ$ ។ យើងនឹងបង្ហាញថា P ស្ថិតនៅលើអង្កត់ AD។



គេមាន $\Delta ABP\cong\Delta CBP$ ព្រោះ BP ជាជ្រុងរួម , $\angle ABP=\angle PBC=35^\circ$ និង

$AB = BC$ ។ នាំឱ្យ $\angle BAP = \angle BCP = 85^\circ$ និង $\angle APB = \angle BPC = 60^\circ$ ។

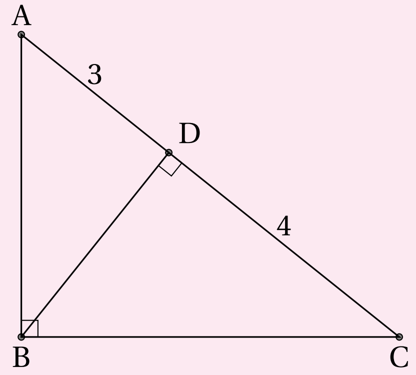
ម្យ៉ាងទៀត $\Delta BPC \cong \Delta DPC$ ព្រោះ $\angle BCP = \angle PCD = 85^\circ$, $BC = CD$ និង PC ជាជ្រុងរួម។ នាំឱ្យ $\angle DPC = \angle BPC = 60^\circ$

គេបាន $\angle APD = \angle APB + \angle BPC + \angle CPD = 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ នេះមានន័យថា P ស្ថិតនៅលើអង្កត់ AD ។ នាំឱ្យ $\angle BAD = \angle BAP = 85^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle BAD = 85^\circ}$

លំហាត់ទី 77

គេ ឱ្យ ត្រីកោណកែង ABC ដែលមានមុំកែង ត្រង់ B ។ ចំណុច D ស្ថិតនៅលើ ជ្រុង AC ដែល $AD = 3cm$ និង $DC = 4cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC។



ដំណោះស្រាយ

តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

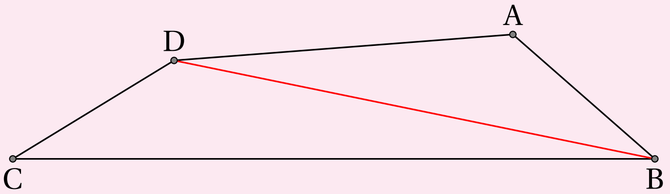
គេបាន $BD^2 = DA \times DC = 3 \times 4 = 12 \iff BD = 2\sqrt{3}\ cm$

នាំឱ្យផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ស្មើនឹង $\frac{1}{2} \times BD \times AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 7 = 7\sqrt{3}\ cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ស្មើនឹង } 7\sqrt{3}\ cm^2}$

លំហាត់ទី 78

ចតុកោណ ABCD មួយមាន $AB = 5cm, BC = 17cm, CD = 5cm$ និង $DA = 9cm$ ។ បើរង្វាស់នៃ BD ជាចំនួនគត់ ចូររករង្វាស់នៃ BD ។



ដំណោះស្រាយ

តាមវិសមភាពក្នុងត្រីកោណ គេបាន $BC - CD < BD < AB + AD$

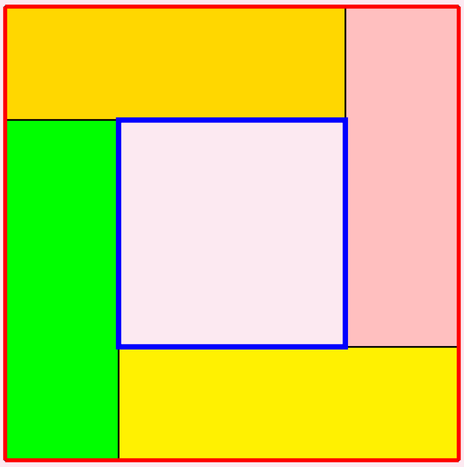
$\Longleftrightarrow 17 - 5 < BD < 5 + 9 \Longleftrightarrow 12 < BD < 14$

ដោយ BD ជាចំនួនគត់ នាំឱ្យ $BD = 13cm$

ដូចនេះ $\boxed{BD = 13cm}$

លំហាត់ទី 79

ចតុកោណកែង បួន ប៉ុនៗ គ្នា តម្រៀប គ្នា បាន ជា ការេ(ដូចរូប)។ ផ្ទៃក្រឡា នៃ ការេ ខាងក្រៅ ស្មើនឹង បួន ដង នៃ ផ្ទៃក្រឡា ការេ ខាងក្នុង។ គណនា ផលធៀប បណ្ដោយ ធៀបនឹងទទឹងនៃចតុកោណកែង។



ដំណោះស្រាយ

តាង a និង b ជាវិមាត្រនៃចតុកោណកែងដែល $a > b$

គេបាន ផ្ទៃក្រឡាការេក្រៅគឺ $(a+b)^2$ និងផ្ទៃក្រឡាការេក្នុងគឺ $(b-a)^2$

តែផ្ទៃក្រឡានៃការេខាងក្រៅស្មើនឹងបួនដងនៃផ្ទៃក្រឡាការេខាងក្នុង

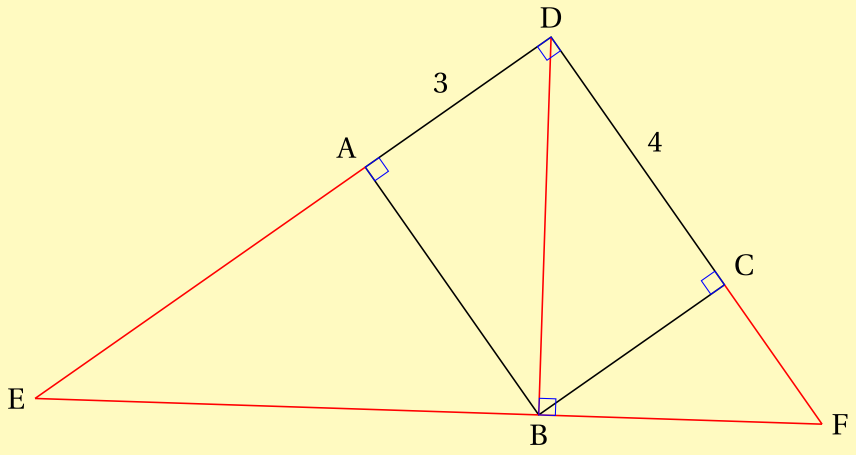
គេបាន $(a+b)^2 = 4(b-a)^2 \implies a+b = 2(b-a) \implies b = 3a \implies \dfrac{b}{a} = 3$

ដូចនេះ ផលធៀបបណ្តោយ ធៀបនឹងទទឹងនៃចតុកោណកែងស្មើនឹង 3

លំហាត់ទី 80

ចតុកោណកែង ABCD មាន AB = $4cm$ និង BC = $3cm$ ។ អង្កត់ EF កាត់តាមចំណុច B ដែល EF ⊥ DB ហើយចំណុច E និង F ស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ DA និង DC រៀងគ្នា។ គណនា EF ។

ដំណោះស្រាយ



គេបានអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណកែង BD = $\sqrt{3^2+4^2} = 5cm$

តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

គេបាន $BC^2 = FC \times CD \iff FC = \frac{BC^2}{CD} = \frac{9}{4}cm$

ហើយ $BA^2 = AE \times AD \iff AE = \frac{BA^2}{AD} = \frac{16}{3}cm$

នាំឱ្យ $DE = 3 + \frac{16}{3} = \frac{25}{3}cm$ និង $DF = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}cm$

ម្យ៉ាងទៀត $EF \times BD = DE \times DF \iff EF = \frac{DE \times DF}{BD} = \frac{1}{5} \times \frac{25}{3} \times \frac{25}{4} = \frac{125}{12}$

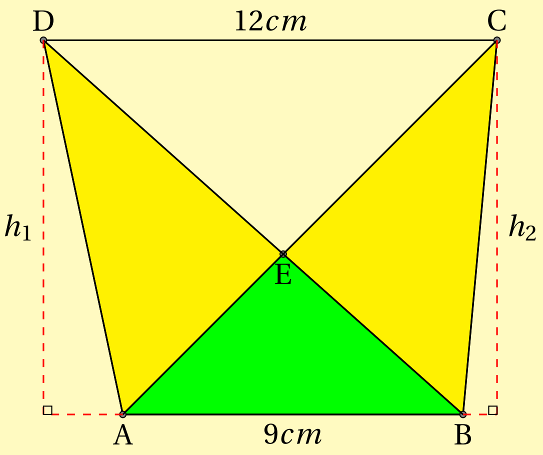
ដូចនេះ: $\boxed{EF = \frac{125}{12}cm}$

លំហាត់ទី 81

ចតុកោណប៉ោង ABCD មាន $AB = 9cm$ និង $CD = 12cm$ ។ អង្កត់ទ្រូង AC និង BD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច E ហើយ $AC = 14cm$ និង ΔAED និង ΔBEC មានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា។ គណនា AE ។

ដំណោះស្រាយ

តាង h_1 និង h_2 ជាកម្ពស់នៃ ΔADE និង ΔABC ដែលគូសចេញពីកំពូល D និង C រៀងគ្នា។



គេមាន ΔAED និង ΔBEC មានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា នាំឱ្យ ΔABD និង ΔABC ក៏មានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នាដែរ។

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ADE គឺ $S_1 = \frac{1}{2} \times h_1 \times AB$

ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC គឺ $S_2 = \frac{1}{2} \times h_2 \times AB$

គេបាន $S_1 = S_2 \iff \frac{1}{2} \times h_1 \times AB = \frac{1}{2} \times h_2 \times AB \iff h_1 = h_2$

ដោយ $h_1 = h_2$ នាំឱ្យ $AB \parallel CD$ នោះ ABCD ជាចតុកោណព្នាយ។

គេបាន $\Delta AEB \sim \Delta CDE$ ព្រោះ $\angle EAB = \angle ECD$ និង $\angle EBA = \angle EDC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)។ នាំឱ្យ $\frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CD} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

គេមាន $\frac{AE}{CE} = \frac{3}{4} \iff \frac{AE}{3} = \frac{CE}{4} = \frac{AE + CE}{3+4} = \frac{AC}{7} = \frac{14}{7} = 2$

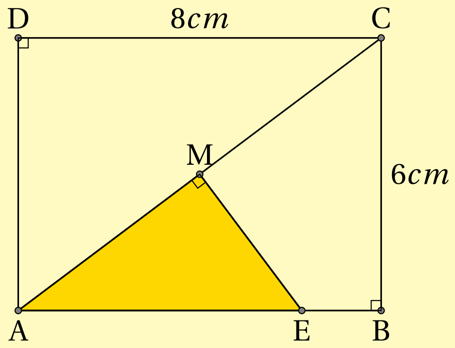
គេបាន $\frac{AE}{3} = 2 \iff AE = 2 \times 3 = 6$

ដូចនេះ $\boxed{AE = 6cm}$

លំហាត់ទី 82

ចតុកោណកែង ABCD មួយមាន $AB = 8cm$ និង $BC = 6cm$ ។ M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ទ្រូង AC និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AB ដែល $ME \perp AC$។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔAME ។

ដំណោះស្រាយ



អង្កត់ទ្រូង $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10cm \iff AM=5cm$

គេបាន $\Delta AME \sim \Delta ABC$ ព្រោះ $\angle A$ ជាមុំរួម និង $\angle AME=\angle ABC=90^\circ$ ។

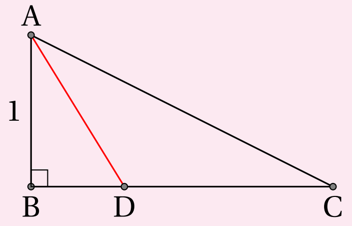
នាំឱ្យ $\frac{ME}{BC}=\frac{AM}{AB} \iff ME=\frac{AM}{AB}\times BC=\frac{5}{8}\times 6=\frac{15}{4}cm$

គេបានផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ AME គឺ $S_{AME}=\frac{1}{2}\times AM\times ME=\frac{1}{2}\times 5\times\frac{15}{4}=\frac{75}{8}cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{AME}=\frac{75}{8}cm^2}$

លំហាត់ទី 83

ត្រីកោណ ABC មួយមានមុំកែងត្រង់ B ហើយ $AB=1cm$ និង $BC=2cm$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុំមុំនៃ $\angle BAC$ ជួប BC ត្រង់ D ។ គណនា BD ។



ដំណោះស្រាយ

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC គេបាន $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}\ cm$

តាមទ្រឹស្តីបទនៃកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ BAC គេបាន $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC} \iff \frac{BD}{2-BD}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\iff (\sqrt{5}+1)BD=2 \iff BD=\frac{2}{\sqrt{5}+1}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{BD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\ cm}$

លំហាត់ទី 84

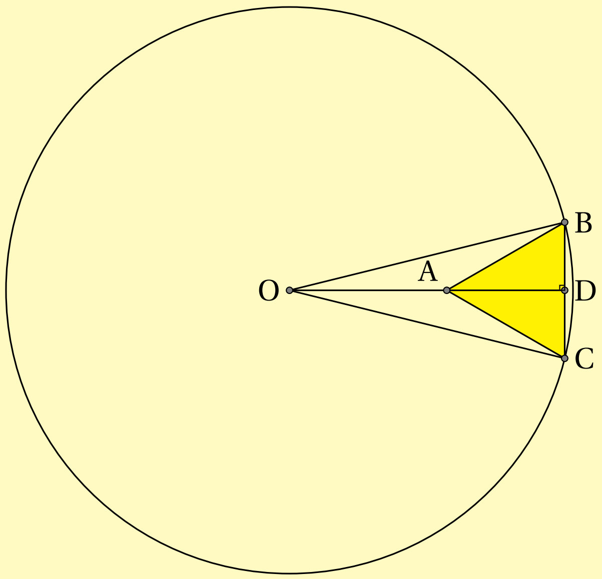
រង្វង់ផ្ចិត O មួយមានផ្ទៃក្រឡា $156\pi\ cm^2$ ។ ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស ដែល BC ជាអង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់ផ្ចិត O និង $OA = 4\sqrt{3}\ cm$ ហើយ O ស្ថិតនៅខាងក្រៅត្រីកោណ ABC ។ គណនា AB ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន រង្វង់ផ្ចិត O មានផ្ទៃក្រឡា $156\pi\ cm^2$ នាំឱ្យកាំ $r = \sqrt{156}\ cm$

ដោយ $OA = 4\sqrt{3} < r$ មានន័យថា ΔABC ស្ថិតនៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។

តាង D ជាចំណុចកណ្តាល BD នាំឱ្យ A ជាចំណុចស្ថិតនៅលើអង្កត់ OA និង $OD \perp BC$



តាង x ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC នាំឱ្យ $BD = \dfrac{x}{2}$

និង $AD = \sqrt{x^2 - \dfrac{x^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ នោះ $OD = 4\sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ ។

ក្នុងត្រីកោណកែង OBD គេបាន $OB^2 = OD^2 + BD^2$

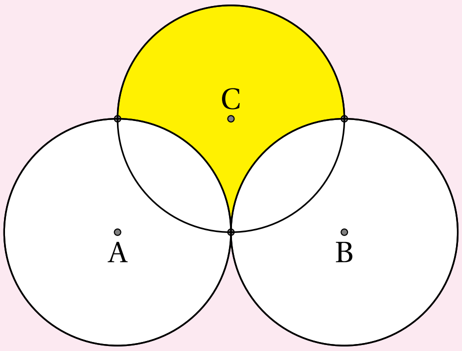
$$\Longleftrightarrow 156 = \left(4\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Longleftrightarrow 156 = 48 + 12x + \frac{3x^2}{4} + \frac{x^2}{4}$$

$$\Longleftrightarrow x^2+12x-108=0 \Longleftrightarrow (x-6)(x+18)=0 \Longleftrightarrow x=6$$

ដូចនេះ $\boxed{AB=6cm}$

លំហាត់ទី 85

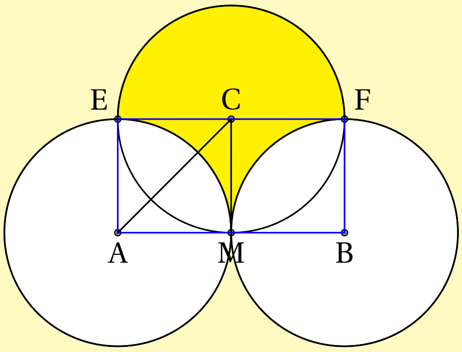
វង្វង់ផ្ចិត A, B និង C មានកាំ $1cm$ ដូចគ្នា។ វង្វង់ផ្ចិត A និង B ប៉ះគ្នាត្រង់មួយចំណុច ហើយវង្វង់ផ្ចិត C ប៉ះអង្កត់ AB ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃវង្វង់ផ្ចិត C ដែលនៅខាងក្រៅវង្វង់ផ្ចិត A និង B ។



ដំណោះស្រាយ

តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃវង្វង់ផ្ចិត C ដែលនៅខាងក្រៅវង្វង់ផ្ចិត A និង B

តាង E, F ជាចំណុចប្រសព្វរវាងវង្វង់ផ្ចិត A, B និងវង្វង់ផ្ចិត C រៀងគ្នា និង M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AB ។ យើងនឹងបង្ហាញថា ABFE ជាចតុកោណកែង។



ដោយវង្វង់ផ្ចិត C ប៉ះអង្កត់ AB ត្រង់ចំណុចកណ្ដាល M នាំឱ្យ $CM \perp AB$ និង

$AM = CM = 1cm$ ។ ក្នុងត្រីកោណកែង AMC គេបាន $AC = \sqrt{AM^2+CM^2} =$

$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\ cm$ ។ ក្នុងត្រីកោណ ACE គេមាន AE = CE = $1cm$ និង AC = $\sqrt{2}\ cm$ នាំឱ្យ ΔACE ជាត្រីកោណកែងត្រង់ E ។ គេបាន AMCE ជាការេ។ ដូចគ្នាដែរ BMCF ក៏ជាការេ។ នាំឱ្យ ABFE ជាចតុកោណកែង។

គេបាន ផ្ទៃក្រឡា S ស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡាកន្លះរង្វង់ផ្ចិត C បូកផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ABFE ហើយដកផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសពីរគឺ AME និង BMF ។

ផ្ទៃក្រឡាកន្លះរង្វង់ផ្ចិត C គឺ $\frac{1}{2}\times\pi\times1^2=\frac{\pi}{2}cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ABFE គឺ $2\times1=2cm^2$

ក្រឡានៃចម្រៀកថាស AME គឺ $\frac{1}{4}\times\pi\times1^2=\frac{\pi}{4}cm^2$

ក្រឡានៃចម្រៀកថាស BMF គឺ $\frac{1}{4}\times\pi\times1^2=\frac{\pi}{4}cm^2$

នាំឱ្យ $S=\frac{\pi}{2}+2-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=2cm^2$

ដូចនេះ: $\boxed{S=2cm^2}$

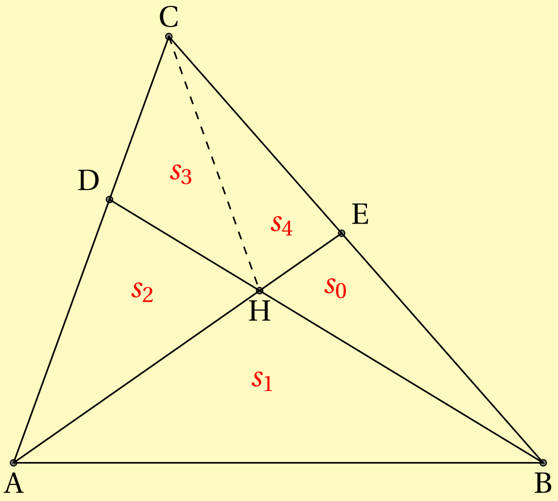
លំហាត់ទី 86

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle A=70^\circ$ ហើយ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC និង កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ប្រសព្វ BD ត្រង់ H និង BC ត្រង់ E ដែល $AH:HE=3:1$ និង $BH:HD=5:3$ ។ រករង្វាស់នៃ $\angle C$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង s_0, s_1, s_2, s_3 និង s_4 ជាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ HBE, HAB, HAD, HCD និង HEC រៀងគ្នា។ គេមាន $\angle A=70^\circ, AH:HE=3:1 \Longleftrightarrow \frac{AH}{HE}=\frac{3}{1}=3$

និង BH : HD = 5 : 3 $\Leftrightarrow \dfrac{BH}{HD} = \dfrac{5}{3}$ ។



❉ ត្រីកោណ HBE និង HAB មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល B

គេបាន $\dfrac{s_1}{s_0} = \dfrac{AH}{HE} = 3 \Leftrightarrow s_1 = 3s_0$

❉ ត្រីកោណ HAD និង HAB មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល B

គេបាន $\dfrac{s_2}{s_1} = \dfrac{HD}{BH} = \dfrac{3}{5} \Leftrightarrow s_2 = \dfrac{3}{5}s_1 = \dfrac{9}{5}s_0$

❉ ត្រីកោណ HAC និង HCE មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល C

គេបាន $\dfrac{s_2 + s_3}{s_4} = \dfrac{AH}{HE} = 3 \Leftrightarrow s_4 = \dfrac{1}{3}(s_2 + s_3)$

❉ ត្រីកោណ HCD និង HBC មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល C

គេបាន $\dfrac{s_3}{s_0 + s_4} = \dfrac{HD}{BH} = \dfrac{3}{5} \Leftrightarrow \dfrac{s_3}{s_0 + \dfrac{1}{3}(s_2 + s_3)} = \dfrac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow \dfrac{s_3}{s_0 + \dfrac{1}{3}s_2 + \dfrac{1}{3}s_3} = \dfrac{3}{5} \Leftrightarrow \dfrac{s_3}{s_0 + \dfrac{3}{5}s_0 + \dfrac{1}{3}s_3} = \dfrac{3}{5}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{s_3}{\frac{8}{5}s_0+\frac{1}{3}s_3}=\frac{3}{5} \Longleftrightarrow 5s_3=\frac{24}{5}s_0+s_3 \Longleftrightarrow s_3=\frac{6}{5}s_0$$

នាំឱ្យ $s_1=3s_0$, $s_2=\frac{9}{5}s_0$, $s_3=\frac{6}{5}s_0$, $s_4=\frac{1}{3}(s_2+s_3)=\frac{1}{3}\left(\frac{9}{5}s_0+\frac{6}{5}s_0\right)=s_0$

គេបាន $s_1+s_0=3s_0+s_0=4s_0$ និង $s_2+s_3+s_4=\frac{9}{5}s_0+\frac{9}{5}s_0+s_0=4s_0$ នេះមានន័យថា ΔABE និង ΔACE មានផ្ទៃក្រឡាស្មើគ្នា។ តែត្រីកោណទាំងពីរនេះមានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល A នាំឱ្យ $CE=BE$ ហើយ AE ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ គេបាន ΔABC ជាត្រីកោណសមបាត។ នាំឱ្យ $\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-70^\circ)=\frac{110^\circ}{2}=55^\circ$

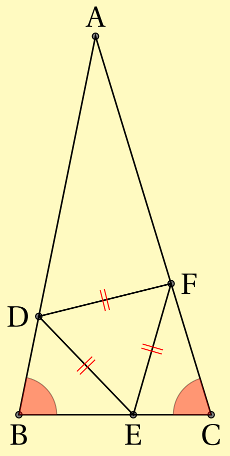
ដូចនេះ $\boxed{\angle C=55^\circ}$

លំហាត់ទី 87

គេ ឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB=AC$ និង D,E,F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB,BC,CA រៀងគ្នាដែល $DE=EF=FD$ ។

បង្ហាញថា $\angle DEB=\frac{1}{2}(\angle ADF+\angle CFE)$ ។

ដំណោះស្រាយ



គេមាន $AB=AC$ នាំឱ្យ $\angle B=\angle C$

និង $DE=EF=FD$ នាំឱ្យ

$\angle DEF=\angle FED=\angle FDE=60^\circ$

គេបាន $\angle DEB-\angle CFE$

$=\angle FEB-\angle DEF-\angle CFE$

$$= (\angle FEB - \angle CFE) - 60^\circ = \angle C - 60^\circ$$

ម្យ៉ាងទៀត $\angle ADF - \angle DEB = \angle ADE - \angle EDF - \angle DEB$

$$= (\angle ADE - \angle DEB) - 60^\circ$$

$$= \angle B - 60^\circ = \angle C - 60^\circ$$

នាំឱ្យ $\angle DEB - \angle CFE = \angle ADF - \angle DEB \iff 2\angle DEB = \angle ADF + \angle CFE$

$$\iff \angle DEB = \frac{1}{2}(\angle ADF + \angle CFE)$$

ដូចនេះ $\boxed{\angle DEB = \frac{1}{2}(\angle ADF + \angle CFE)}$

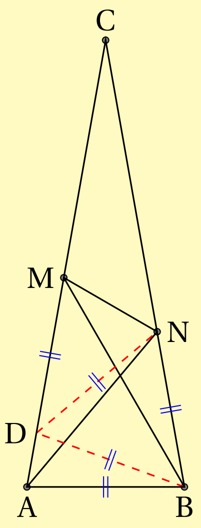
លំហាត់ទី 88

គេឱ្យ ΔABC មួយដែល $AC = BC$, $\angle C = 20^\circ$ ហើយ M និង N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AC និង BC រៀងគ្នា ដែល $\angle BAN = 50^\circ$ និង $\angle ABM = 60^\circ$ ។

រករង្វាស់នៃ $\angle NMB$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $AC = BC$ និង $\angle C = 20^\circ$



នាំឱ្យ $\angle BAC = \angle ABC = 80^\circ$

ហើយ $\angle ANB = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ$

$\Longrightarrow AB = NB$

តាង D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AC

ដែល $\angle ABD = 20^\circ \Longrightarrow \angle ADB = 80^\circ \Longrightarrow AB = BD = NB$

តែ $\angle DBN = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$ ហើយ $BD = NB$ នាំឱ្យ ΔBDN ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

គេបាន $ND = BD = BN \Longrightarrow \angle MDN = 180^\circ - 80^\circ - 60^\circ = 40^\circ$

ហើយ $\angle DMB = \angle DBM \Longrightarrow DM = DB = DN$

ដោយ $DN = DM$ នាំឱ្យ $\angle DMN = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

គេបាន $\angle NMB = \angle DMN - \angle DMB = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

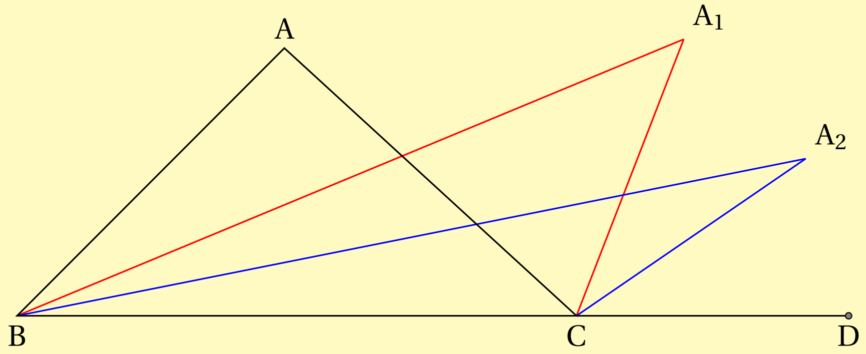
ដូចនេះ $\boxed{\angle NMB = 30^\circ}$

លំហាត់ទី 89

គេឱ្យ ΔABC មួយដែលមាន $\angle B = 96^\circ$ ។ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ BC ខាង C ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle ABC$ និង $\angle ACD$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ A_1 និង កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle A_1BC$ និង $\angle A_1CD$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ A_2 ។ គេចេះតែគូសកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំបែបនេះ រហូតដល់ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle A_4BC$ និង $\angle A_4CD$ ប្រសព្វគ្នាត្រង់ A_5 ។

គណនា $\angle A_5$ ។

ដំណោះស្រាយ



គេមាន A_1B និង A_1C ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle ABC$ និង $\angle ACD$ រៀងគ្នា។

នាំឱ្យ $\angle A_1AB = \angle A_1BC$ និង $\angle A_1AC = \angle A_1CD$ ។

គេមាន $\angle A + \angle ABC = \angle ACD \iff \angle A + 2\angle A_1BC = 2\angle A_1CD$

$\iff \angle A = 2(\angle A_1CD - \angle A_1BC) = 2(\angle A_1BC + \angle A_1 - \angle A_1BC)$

$\iff \angle A = 2\angle A_1 \iff \angle A_1 = \frac{1}{2}A$

ស្រាយដូចគ្នាដែរ គេបាន $A_{k+1} = \frac{1}{2}A_k$ ដែល $k = 1,2,3,4,5$ ។

គេបាន $A_5 = \frac{1}{2}A_4 = \frac{1}{4}A_3 = \frac{1}{8}A_2 = \frac{1}{16}A_1 = \frac{1}{32}A = \frac{96^\circ}{32} = 3^\circ$

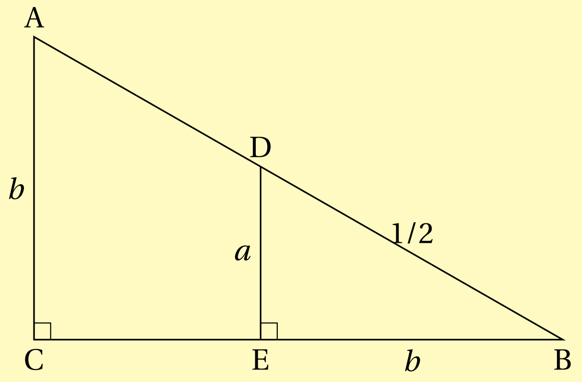
ដូចនេះ $\boxed{\angle A_5 = 3^\circ}$

លំហាត់ទី 90

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle C = 90^\circ$ និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើអង្កត់ BC ដែល $AC = BE$ ។ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើ AB ដែល $DE \perp BC$ ។ បើ $DE + BC = 1\ cm$ និង $BD = \frac{1}{2}\ cm$ គណនា $\angle B$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង $DE = a, AC = BE = b \iff BC = 1 - DE = 1 - a$



ដោយ $DE \perp BC$ និង $AC \perp BC$ នាំឱ្យ $DE \parallel AC$

គេបាន $\frac{AC}{BC} = \frac{DE}{BE} \Longleftrightarrow \frac{b}{1-a} = \frac{a}{b} \Longleftrightarrow b^2 = a - a^2 \Longleftrightarrow a = a^2 + b^2$

ចំពោះត្រីកោណកែង BDE គេបាន $DE^2 + BE^2 = BD^2 \Longleftrightarrow a^2 + b^2 = \frac{1}{4}$

នាំឱ្យ $a = a^2 + b^2 \Longleftrightarrow a = \frac{1}{4} \Longleftrightarrow DE = \frac{1}{4} = \frac{BD}{2}$

គេបាន ΔBDE ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស នាំឱ្យ $\angle B = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle B = 30^\circ}$

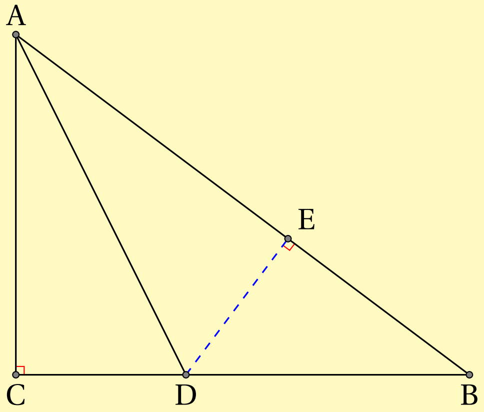
លំហាត់ទី 91

គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle C = 90^\circ$, $AB = 15cm$, $AC = 9cm$ និងកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ A ប្រសព្វជ្រុង BC ត្រង់ D ។ រកប្រវែងខ្លីបំផុតពីចំណុច D ទៅជ្រុង AB ។

ដំណោះស្រាយ

ប្រវែងខ្លីបំផុតពីចំណុច D ទៅជ្រុង AB គឺជាប្រវែងនៃចំណោលកែងពីចំណុច D ទៅជ្រុង AB

តាង E ជាចំណោលកែងនៃ D លើ AB ។ ដូចនេះ គេត្រូវរកប្រវែង DE



ដោយ ΔABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ C គេបាន $BC^2+AC^2=AB^2$

$$\Longrightarrow BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{15^2-9^2}=12cm$$

ដោយ D ជាចំណុចប្រសព្វរវាងកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ BAC និងជ្រុង BC នោះតាមទ្រឹស្តីបទ

កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ គេបាន $\frac{CD}{BD}=\frac{AC}{AB}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$$\Longrightarrow \frac{CD}{3}=\frac{BD}{5}=\frac{CD+BD}{3+5}=\frac{BC}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

គេបាន $\frac{CD}{3}=\frac{3}{2}\Longleftrightarrow CD=\frac{9}{2}cm$ និង $\frac{BD}{5}=\frac{3}{2}\Longleftrightarrow BD=\frac{15}{2}cm$

គេមាន $\Delta ACD\cong\Delta AED$ ព្រោះ AD ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម និង $\angle CAD=\angle EAD$

នាំឱ្យ $DE=CD=\frac{9}{2}cm$

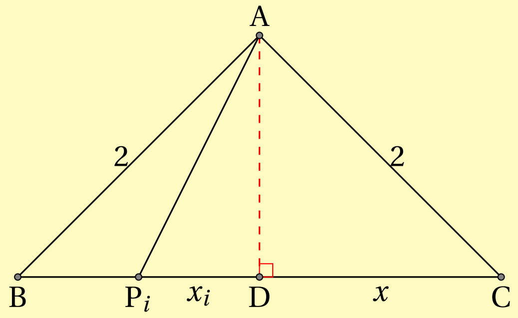
ដូចនេះ: ប្រវែងខ្លីបំផុតពីចំណុច D ទៅជ្រុង AB គឺ $DE=\frac{9}{2}cm$

លំហាត់ទី 92

គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណសមបាត ដែល $AB=BC=2cm$ ។ គេមាន 505 ចំណុច $P_1,P_2,\cdots,P_{505}$ ស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ។ តាង $m_i=AP_i^2+BP_i\cdot P_iC,\ (i=1,2,3,\cdots505)$ ។ គណនា $m_1+m_2+m_3+\cdots+m_{505}$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង D ជាចំណោលកែងនៃ A លើ AD និង $BD=CD=x, DP_i=x_i$



តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ចំពោះ $1 \le i \le 100$

គេបាន $m_i = \mathrm{AP}_i^2 + \mathrm{BP}_i \cdot \mathrm{P}_i\mathrm{C} = \mathrm{AP}_i^2 + (x - x_i)(x + x_i)$

$= \mathrm{AP}_i^2 + x^2 + xx_i - xx_i - x_i^2 = (\mathrm{AP}_i^2 - x_i^2) + x^2$

$= \mathrm{AD}^2 + x^2 = \mathrm{AC}^2 = 4$

នាំឱ្យ $m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_{505} = 4 + 4 + 4 + \cdots + 4 = 4 \times 505 = 2020$

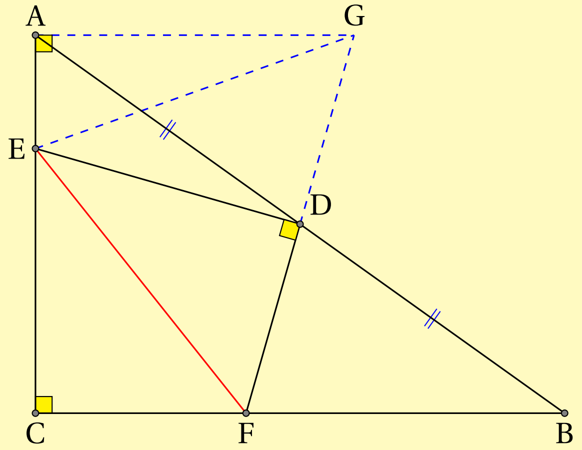
ដូចនេះ $\boxed{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_{505} = 2020}$

លំហាត់ទី 93

គេឱ្យ $\Delta\mathrm{ABC}$ មួយមាន $\angle\mathrm{C} = 90^\circ$ ហើយ D ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AB និង E, F ជាពីរចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC, BC រៀងគ្នា និង $\mathrm{DE} \perp \mathrm{DF}$ ។ បង្ហាញថា $\mathrm{EF}^2 = \mathrm{AE}^2 + \mathrm{BF}^2$ ។

ដំណោះស្រាយ

គូស $\mathrm{AG} \parallel \mathrm{BC}$ ហើយប្រសព្វ FD ត្រង់ G



គេបាន $\Delta\mathrm{DBF} \cong \Delta\mathrm{DAG}$ ព្រោះ $\angle\mathrm{BDF} = \angle\mathrm{ADG}$ (មុំទល់កំពូល) , $\mathrm{AD} = \mathrm{BD}$ និង

$\angle DAG = \angle FBD$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង) ។ នាំឱ្យ $AG = FB$ និង $DG = DF$ ។

ហើយ $\Delta DEF \cong \Delta DEG$ ព្រោះ $DG = DF$, $\angle EDF = \angle EDG$ និង ED ជាជ្រុងរួម។

នាំឱ្យ $EG = EF$

ចំពោះត្រីកោណកែង AEG គេបាន $EG^2 = AE^2 + AG^2 \Longleftrightarrow EF^2 = AE^2 + BF^2$

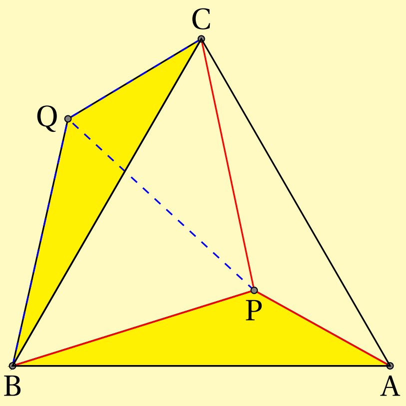
ដូចនេះ $\boxed{EF^2 = AE^2 + BF^2}$

លំហាត់ទី 94

គេ ឱ្យ P ជា ចំណុច ស្ថិតនៅ ខាងក្នុង ត្រីកោណសម័ង្ស ABC មួយ ដែល $PA = 2cm, PB = 2\sqrt{3}\ cm$ និង $PC = 4cm$ ។ រករង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ។

ដំណោះស្រាយ

តាងចំណុច Q ជាចំណុចដែលបានមកពីធ្វើបម្លែងវិលនៃចំណុច P តាមផ្ចិត B មុំ 60° តាមទិសផ្ទុយទ្រនិកនាឡិកា។



គេបាន $\angle PBQ = 60^\circ$ និង $BP = BQ$ នាំឱ្យ ΔBPQ ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

នាំឱ្យ $PQ = PB = 2\sqrt{3}\ cm$ ។

ហើយ $\Delta BCQ \cong \Delta BAP$ ព្រោះ $BQ = BP, BC = BA$ និង $\angle QBC = \angle PBA$

នាំឱ្យ $QC = BA = 2cm$ និង $\angle BQC = \angle APB$ ។

គេមាន $PQ^2 + QC^2 = 12 + 4 = 16 = 4^2 = PC^2$ នាំឱ្យ ΔPQC ជាត្រីកោណកែង

ដែល $\angle PQC = 90^\circ$

ដោយ $PC = 4cm = 2QC$ ហើយ $\angle PQC = 90^\circ$ នាំឱ្យ ΔPQC ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស។ គេបាន $\angle CPQ = 30^\circ \Longleftrightarrow \angle BPC = \angle BPQ + \angle CPQ = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

នាំឱ្យ ΔBPC ជាត្រីកោណកែង ដែល $\angle BPC = 90^\circ$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ គេបាន $BC^2 = PB + PC = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 = 12 + 16 = 28$

$\Longleftrightarrow BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}\ cm$

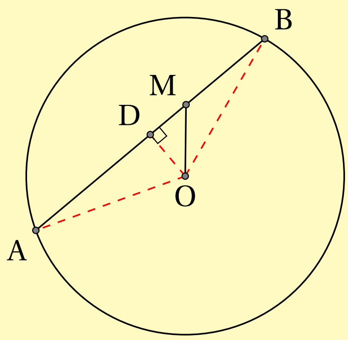
ដូចនេះ: វង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC គឺ $2\sqrt{7}\ cm$

លំហាត់ទី 95

គេមាន AB ជាអង្កត់ធ្នូមួយនៃរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $52cm$ ។ ចំណុច M ដែលអង្កត់ធ្នូ AB ជាពីរគឺ $AM = 63cm$ និង $MB = 33cm$ ។ គណនា OM ។

ដំណោះស្រាយ

តាង D ជាចំណោលកែងនៃ O លើ AB គេបាន $AD = BD = \frac{1}{2}(63 + 33) = 48cm$



គេបាន $MD = AM = AD = 63 - 48 = 15cm$

នាំឱ្យ $OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = \sqrt{52^2 - 48^2} = 20cm$

ហើយ $OM = \sqrt{OD^2 + DM^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25cm$

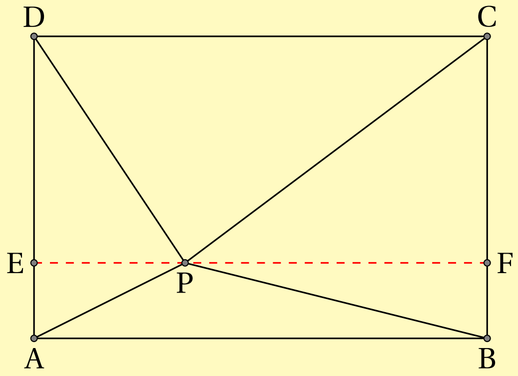
ដូចនេះ $\boxed{OM = 25cm}$

លំហាត់ទី 96

ABCD ជាចតុកោណកែងមួយ ហើយ P ជាចំណុចស្ថិតនៅក្នុងចតុកោណកែងនេះ ដែល $PA = 3cm, PB = 4cm$ និង $PC = 5cm$ ។ គណនា PD ។

ដំណោះស្រាយ

គូសបន្ទាត់មួយកាត់តាម P ស្របនឹង AB ហើយប្រសព្វ AD និង BC ត្រង់ E និង F រៀងគ្នា។



គេបាន $PD^2 + PB^2 = DE^2 + PE^2 + BF^2 + PF^2$

$= CF^2 + PE^2 + AE^2 + PF^2$

$= (CF^2 + PF^2) + (PE^2 + AE^2)$

$= PC^2 + PA^2$

នាំឱ្យ $PD^2 = PC^2 + PA^2 - PB^2 = 5^2 + 3^2 - 4^2 = 18 \Longrightarrow PD = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}\ cm$

ដូចនេះ $\boxed{PD = 3\sqrt{2}\ cm}$

លំហាត់ទី 97

ចូរកំណត់ថាតើអាចមានត្រីកោណកែងមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុងជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែងមួយស្មើពីរដងនៃរង្វាស់ជ្រុងជាប់មុំកែងមួយទៀតដែរឬទេ ?

ដំណោះស្រាយ

តាង a និង b ជារង្វាស់នៃជ្រុងជាប់មុំកែង ដែល $b = ka$ ចំពោះ k ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន និង c ជារង្វាស់នៃអ៊ីប៉ូតេនុស។

គេបាន $c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (ka)^2 = (1+k^2)a^2 \implies c = a\sqrt{1+k^2}$

ដោយ a និង c ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $1+k^2$ ត្រូវតែជាការេប្រាកដ តែ $1+k^2$ មិនអាចជាការេប្រាកដចំពោះចំនួនពិតវិជ្ជមាន k ទេ។

ដូចនេះ គ្មានត្រីកោណកែងដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌនេះទេ

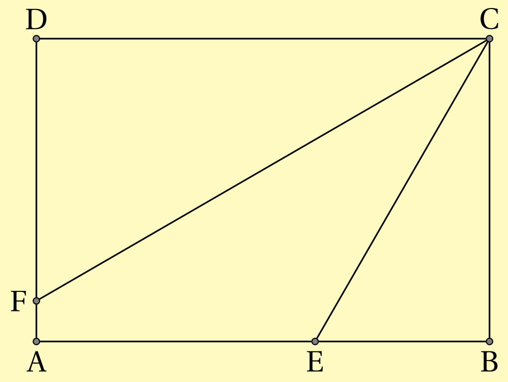
លំហាត់ទី 98

គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណកែង។ បន្ទាត់ពីរកាត់តាម C ហើយចែកមុំ C ជាបីចំណែកប៉ុនៗគ្នា និងបន្ទាត់ទាំងពីរនេះប្រសព្វ AB និង AD ត្រង់ E និង F រៀងគ្នា។ បើ $\text{BE} = 6cm$ និង $\text{AF} = 2cm$ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ABCD ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន CE និង CF ចែកមុំ C ជាបីចំណែកប៉ុនៗគ្នា

នាំឱ្យ $\angle\text{BCE} = \angle\text{ECF} = \angle\text{FCE} = \dfrac{90^\circ}{3} = 30^\circ$



ចំពោះ ΔBCE គេមាន $\angle B = 90^\circ$, $\angle BCE = 30^\circ \Longrightarrow \angle BEC = 60^\circ$

នាំឱ្យ ΔBCE ជាត្រីកោណកន្លះសម័ង្ស គេបាន $BC = 2BE = 2 \times 6 = 12cm$

ដោយ $BC^2 + BE^2 = CE^2 \Longrightarrow BC = \sqrt{CE^2 - BE^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}\ cm$

គេបាន $DF = AD - AF = (6\sqrt{3} - 2)cm$

ស្រាយដូចគ្នាដែរ ចំពោះ ΔCDF គេបាន $CD = (6\sqrt{3} - 2) \times \sqrt{3} = (18 - 2\sqrt{3})cm$

នាំឱ្យ ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង ABCD គឺ

$S_{ABCD} = BC \times CD = 6\sqrt{3} \times (18 - 2\sqrt{3}) = 36(3\sqrt{3} - 1)cm^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{ABCD} = 36(3\sqrt{3} - 1)cm^2}$

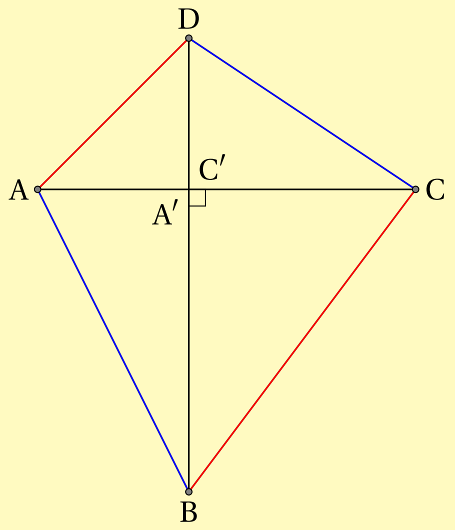
លំហាត់ទី 99

គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណប៉ោងមួយ។ បង្ហាញថា បើ $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ នាំឱ្យ $AC \perp BD$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាង A' និង C' ជាចំណោលកែងនៃ A និង C រៀងគ្នាលើជ្រុង BD

យើងនឹងបង្ហាញថាចំណុច A' និង C' ត្រួតស៊ីគ្នា។



បើ $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2 \Longrightarrow AB^2 - AD^2 = BC^2 - CD^2$

គេបាន $AB^2 - AD^2 = A'A^2 + A'B^2 - A'A^2 - A'D^2 = A'B^2 - A'D^2$

$$= (A'B + A'D)(A'B - A'D) = BD \cdot (A'B - A'D)$$

និង $BC^2 - CD^2 = C'B^2 + C'C^2 - C'C^2 - C'D^2 = C'B^2 - C'D^2$

$$= (BC' + C'D)(BC' - C'D) = BD \cdot (BC' - C'D)$$

ដោយ $AB^2 - AD^2 = BC^2 - CD^2 \Longrightarrow BD \cdot (A'B - A'D) = BD \cdot (BC' - C'D)$

$\Longrightarrow A'B - A'D = BC' - C'D$ មានន័យថា ចំណុច A' និង C' ត្រួតស៊ីគ្នា

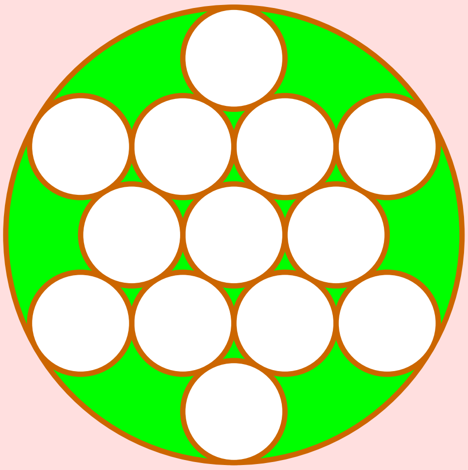
គេបាន $AC \perp BD$ ។

ដូចនេះ បើ $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ នាំឱ្យ $AC \perp BD$

សំណាក់ត្រាចស្រាច

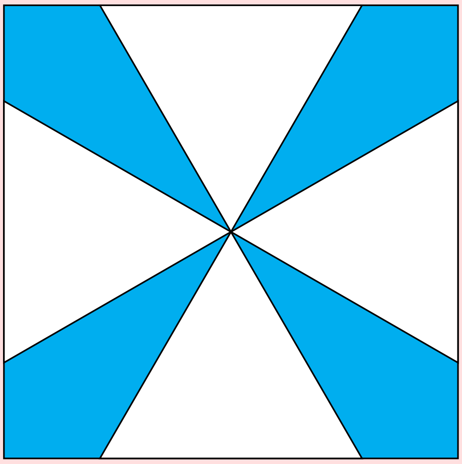
លំហាត់

១. ក្នុងរូបខាងក្រោមបានបង្ហាញពីរង្វង់ 13 ដែលមានកាំ $1cm$ ហើយស្ថិតនៅខាងក្នុងរង្វង់ធំមួយ។ រង្វង់ទាំងអស់ប៉ះគ្នា(ដូចរូប) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃតំបន់ផាត់ពណ៌ ដែលស្ថិតក្នុងរង្វង់ធំតែនៅខាងក្រៅរង្វង់តូចៗ។



២. ស្វ៊ែរមួយមានផ្ចិត O និងកាំ $6cm$ ។ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុងទាំងបី $15cm, 15cm$ និង $24cm$ ។ត្រីកោណមានទីតាំងស្ថិតនៅកន្លែងមួយដែលជ្រុងទាំងបីរបស់វាប៉ះនឹងស្វ៊ែរ។ គណនាចម្ងាយពីចំណុច O ទៅប្លង់ដែលបង្កើតដោយត្រីកោណ។

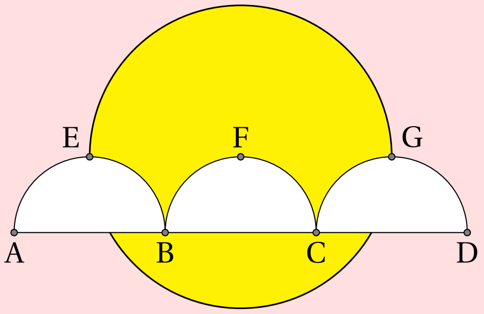
៣. រូប ខាងស្តាំ បង្ហាញ ពី ការេ មួយ និង ត្រីកោណសម័ង្ស 4 ដែលត្រីកោណទាំង 4 មានជ្រុងមួយស្ថិតនៅលើជ្រុងនៃការេ ហើយត្រីកោណទាំងនេះមានរង្វាស់ជ្រុង $2cm$ ។ កំពូលមួយទៀតនៃត្រីកោណទាំង 4 ជួបគ្នាត្រង់ចំណុចកណ្តាលនៃការេ។



គណនាផ្ទៃក្រឡានៃតំបន់ដែលនៅក្នុងការេ ប៉ុន្តែនៅខាងក្រៅត្រីកោណទាំង 4 (តំបន់ដែលផាត់ពណ៌) ។

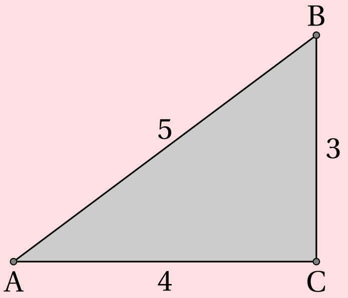
៤. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle C = 90^\circ$, D,E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និង BC រៀងគ្នា ដែល $AC = CD, DE = EB$ និង $AC : DE = 4 : 3$ ។ គណនា $AD : DB$ ។

៥. អង្កត់ AD ត្រូវបានចែកជាបីស្មើៗគ្នាដោយចំណុច B និង C ដែល $AB = BC = CD = 2cm$ ។ កន្លះរង្វង់បីមានកាំ $1cm$ មានអង្កត់ផ្ចិតរបស់វាស្ថិតនៅលើអង្កត់ AD (ដូចរូបខាងក្រោម) ។ កន្លះរង្វង់ទាំងបីនេះប៉ះនឹងបន្ទាត់ EG ត្រង់ចំណុច E,F,G រៀងគ្នា។ រង្វង់មួយមានកាំ $2cm$ ហើយមានផ្ចិត F ។ ផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកដែលស្ថិតនៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត F តែនៅក្រៅកន្លះរង្វង់ទាំងបីអាចសរសេរជាទម្រង់ $\frac{a}{b}\cdot\pi - \sqrt{c} + d$ ដែល a,b,c,d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន និង a,b ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា។ គណនា $a+b+c+d$ ។

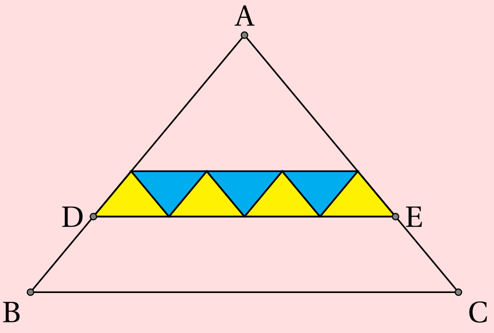


៦. ចំណុច $A(6,13)$ និង $B(12,11)$ ស្ថិតនៅលើរង្វង់ ω មួយក្នុងប្លង់។ បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ ω ត្រង់ A និង B ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុចមួយលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ω ។

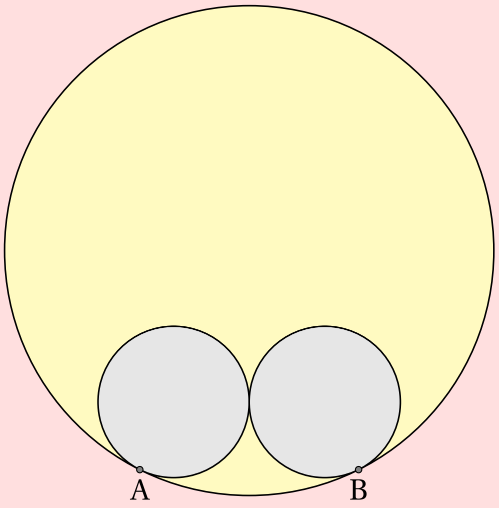
៧. ត្រីកោណកែងមួយត្រូវបានធ្វើពីក្រដាស។ ត្រីកោណកែងនេះមានរង្វាស់ជ្រុង $3cm, 4cm$ និង $5cm$ ។ បើគេបត់ក្រដាសនេះដើម្បីឱ្យកំណាត់ជ្រុង AB និងចំណុច A និង B ត្រួតស៊ីគ្នា ចូរគណនាប្រវែងស្នាមផ្នត់ដែលបានមកពីការបត់ក្រដាសនេះ។



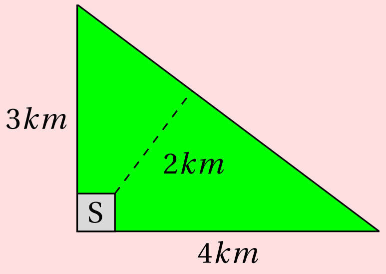
៨. ត្រីកោណតូចៗទាំងអស់ក្នុងរូបខាងស្តាំដូច ត្រីកោណសមបាត ABC ដែល AB = AC ។ ត្រីកោណតូចៗទាំង 7 មានផ្ទៃក្រឡា $1cm^2$ និងត្រីកោណ ABC មានផ្ទៃក្រឡា $40cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចតុកោណ DBCF ។



៩. រង្វង់ពីរមានកាំ $5cm$ ប៉ះគ្នាត្រង់ចំណុចមួយ ហើយក៏ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ធំមួយទៀតដែលមានកាំ $13cm$ ត្រង់ចំណុច A និង B (ដូចក្នុងរូបខាងស្តាំ) ។ ចម្ងាយពីចំណុច A ទៅ B អាចសរសេរជារាង $\frac{m}{n}$ ដែល m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានបឋមរវាងគ្នា។ គណនា $m+n$ ។



១០. កសិករម្នាក់មានដីចម្ការរាងជាត្រីកោណកែង។ ជ្រុងជាប់មុំកែងមានរង្វាស់ $3km$ និង $4km$ ។ នៅជ្រុងនៃមុំកែងគាត់បានទុកដីរាងជាការេ S ដែលមិនដាំដំណាំ ហើយដីដែលនៅសល់ពីនេះគាត់ដាំដំណាំទាំងអស់។ ចម្ងាយខ្លីបំផុតពី S ទៅអ៊ីប៉ូតេនុសគឺ $2km$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃដីដែលបានដាំដំណាំ ។



១១. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងដែល $\angle B = 90^\circ$, $AB = 20cm$ និង $BC = 21cm$។

ដោយគិតទាំងអង្កត់ AB និង BC តើមានអង្កត់ប៉ុន្មានមានប្រវែងជាចំនួនគត់ ដែលគូស ចេញពីកំពូល B ទៅអ៊ីប៉ូតេនុស ?

១២. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB = 50cm$ និង $AC = 10cm$ និងមានផ្ទៃក្រឡា $120cm^2$។ តាង D ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AB ។ និង E ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AC ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃ $\angle BAC$ ប្រសព្វ DE និង BC ត្រង់ F និង G រៀងគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ FDBG ។

១៣. គេឱ្យ ABCDEF ជាឆកោណនិយ័តមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$ ។ តាង X, Y, Z ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AB, CD និង EF រៀងគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណប៉ោងដែលមានកំពូលស្ថិតនៅចំណុចប្រសព្វរវាងជ្រុងនៃ ΔACE និង ΔXYZ ។

១៤. ការេមួយមានរង្វាស់ជ្រុង x ចារឹកក្នុងត្រីកោណកែងមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $3cm, 4cm$ និង $5cm$ ដែលកំពូលមួយរបស់ការេ ក៏ជាកំពូលរបស់ត្រីកោណត្រង់មុំកែងដែរ។ ការេមួយទៀតមានរង្វាស់ជ្រុង y ចារឹកនៅក្នុងត្រីកោណកែងនេះដែរ ដែលមានជ្រុងមួយស្ថិតនៅលើជ្រុងអ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណ។ គណនា $\dfrac{x}{y}$ ។

១៥. ជ្រុង AB និង AC នៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC មួយប៉ះនឹងរង្វង់មួយត្រង់ចំណុច A និង B រៀងគ្នា។ គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលនៅខាងក្នុងត្រីកោណ តែនៅខាងក្រៅរង្វង់។

១៦. ចំណុច $A(11,9)$ និង $B(2,-3)$ ជាកំពូលនៃ ΔABC ដែល $AB = AC$ ។ កម្ពស់នៃត្រីកោណដែលគូសចេញពី A ប្រសព្វជ្រុងឈមត្រង់ $D(-1,3)$ ។ រកកូអរដោនេនៃ C ។

១៧. ចតុកោណកែង ABCD មួយមាន $AB = 3cm$ និង $BC = 4cm$ ។ ចំណុច E ជាចំណោលកែងនៃ B លើអង្កត់ទ្រូង AC ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔADE ។

១៨. ΔABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។ បន្លាយនៃជ្រុង AB ខាង B បានចំណុច B' មួយដែល $BB' = 3AB$ ។ ធ្វើដូចគ្នាដែរ បន្លាយនៃជ្រុង BC ខាង C បានចំណុច C' មួយដែល $CC' = 3BC$ និង បន្លាយនៃជ្រុង CA ខាង A បានចំណុច A' មួយដែល $AA' = 3CA$ ។ គណនាផលធៀបនៃផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $A'B'C'$ ធៀបនឹងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។

១៩. ត្រីកោណ ABC មួយមាន $AB = 6cm, AC = 8cm, BC = 10cm$ និង D ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង BC ។ គណនាផលបូកនៃកាំរង្វង់ពីរដែលចារឹកក្នុងត្រីកោណ ADB និង ត្រីកោណ ADC រៀងគ្នា។

២០. អង្កត់ផ្ចិត AB នៃរង្វង់មួយដែលមានកាំ $2cm$ បានបន្លាយដើម្បីឱ្យបានចំណុច D មួយនៅខាងក្រៅរង្វង់ដែល $BD = 3cm$ ។ ជ្រើសរើសចំណុច E មួយដែល $ED = 5cm$ និង បន្ទាត់ ED កែងនឹង AD ។ អង្កត់ AE ប្រសព្វរង្វង់ត្រង់ចំណុច C នៅចន្លោះ A និង E ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

២១. ចតុកោណកែង ABCD មួយមាន $AB = 6cm$ និង $BC = 3cm$ ។ ចំណុច E នៅចន្លោះ B និង C ហើយចំណុច F នៅចន្លោះ E និង C ដែល $BE = EF = FC$ ។ អង្កត់ AE និង AF ប្រសព្វ BD ត្រង់ចំណុច P និង Q រៀងគ្នា។ ផលធៀប $BP : PQ : QD$ អាចសរសេរជាទម្រង់ $r : s : t$ ដែលតួចែករួមធំបំផុតនៃ r, s, t គឺ 1 ។ គណនា $r + s + t$ ។

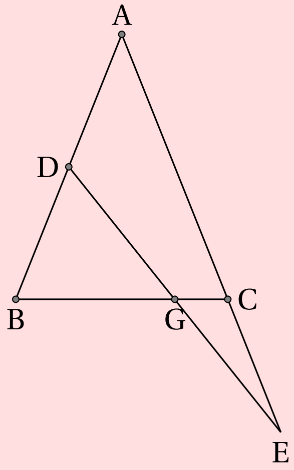
២២. រង្វង់បីមានផ្ចិត P,Q និង R មានកាំ $1cm, 2cm$ និង $3cm$ រៀងគ្នា, រង្វង់ទាំងបីនេះស្ថិតនៅម្ខាងនៃបន្ទាត់ ℓ ដូចគ្នា ហើយប៉ះបន្ទាត់ ℓ ត្រង់ចំណុច P', Q' និង R' រៀងគ្នាដែល Q' នៅចន្លោះ P' និង R' ។ រង្វង់ផ្ចិត Q ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត P និង R ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ PQR ។

២៣. គេឱ្យចតុកោណកែង ABCD មួយដែលមាន $CE \perp DB$ ត្រង់ E ហើយ $BE = \frac{1}{4}BD$ និង $CE = 5cm$ ។ គណនា AC ។

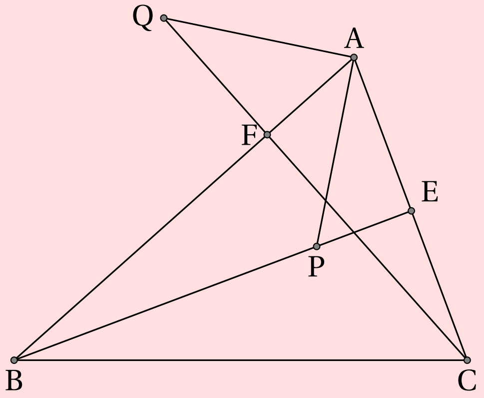
២៤. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle C = 90^\circ$ និង D ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AC ។ បង្ហាញថា $AB^2 + 3BC^2 = 4BD^2$ ។

២ ៥. គេឱ្យត្រីកោណកែង ABC មួយដែល $\angle C = 90^\circ$ ហើយ E, D ជាចំណុចនៃ AC និង BC រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $AD^2 + BE^2 = AB^2 + DE^2$ ។

២៦. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB = AC$, D ជាចំណុចនៃជ្រុង AB និង E ជាចំណុចនៃបន្លាយជ្រុង AC ដែល $BD = CE$។ អង្កត់ DE ប្រសព្វ BC ត្រង់ E (ដូចរូបខាងស្តាំ)។ បង្ហាញថា $DG = GE$ ។



២៧. គេឱ្យ BE និង CF ជាកម្ពស់នៃត្រីកោណ ABC ។ P, Q ស្ថិតនៅលើ BE និងបន្លាយនៃ CF រៀងគ្នា ដែល $BP = AC$ និង $CQ = AB$ ។ បង្ហាញថា $AP \perp AQ$ ។

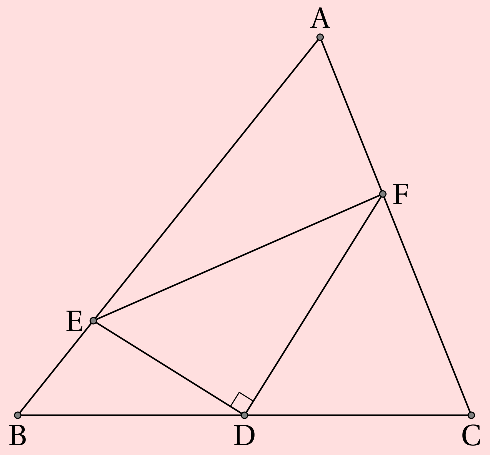


២៨. ΔABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។ ចំណុច D និង E ស្ថិតលើជ្រុង AC និង AB រៀងគ្នា ដែល BD និង CE ប្រសព្វគ្នាត្រង់ P និង ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ ADPE ស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡានៃ

ត្រីកោណ BPC ។ រក $\angle BPE$ ។

២៩. គេឱ្យ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$ ។ ΔDBC ជាត្រីកោណសមបាត ដែល $BD = CD$ និង $\angle BDC = 120^\circ$ ។ ចំណុច M និង N ស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ដែល $\angle MDN = 60^\circ$ ។ រកបរិមាត្រនៃ ΔAMN ។

៣០. គេ ឱ្យ ΔABC មួយ មាន D ជា ចំណុចកណ្តាលនៃ BC , $\angle EDF = 90^\circ$, DE ប្រសព្វ AB ត្រង់ E និង DF ប្រសព្វ AC ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា $BE + CF > EF$ ។



៣១. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងសមបាត ដែល $\angle ACB = 90^\circ$, D ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC , CE កែងនឹង AD ហើយប្រសព្វនឹង AB និង AD ត្រង់ E និង F រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $\angle CDF = \angle BDE$ ។

៣២. គេឱ្យ ABCD ជាការេ។ E ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AD , BD និង CE ប្រសព្វគ្នាត្រង់ F។ បង្ហាញថា $AF \perp BE$ ។

៣៣. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle BAC = 75^\circ, AD \perp BC$ ត្រង់ D , $BE \perp AC$ ត្រង់ E និង AD ប្រសព្វ BE ត្រង់ H ។ គណនា $\angle CHD$ ។

៣៤. គេឱ្យរង្វាស់ជ្រុងនៃការេ ABCD ស្មើ $1cm$ ចំណុច P និង Q ស្ថិតនៅលើ AB និង AD

រៀងគ្នា ដែលបរិមាត្រនៃ ΔAPQ ស្មើនឹង $2cm$ ។ គណនា $\angle PCQ$ ដោយប្រើលក្ខណៈប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណ។

៣៥. ΔABC ជាត្រីកោណកែង។ D ជាចំណុចនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ABC និង P ជាចំណុចនៅខាងក្រៅត្រីកោណ ABC ដែល $AD = BD, AB = BP$ និង BD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំនៃ $\angle CBP$ ។ គណនា $\angle BPD$ ។

៣៦. ABCD ជាការេ ។ E និង F ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង AB និង BC រៀងគ្នា។ បើ M ជាចំណុចនៃប្រសព្វរវាង CE និង DF បង្ហាញថា $AM = AD$ ។

៣៧. ABCD ជាចតុកោណព្នាយដែល $AD \perp BC$, $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ និង $DE = EC = BC$ ។ បង្ហាញថា $\angle DAE = \frac{1}{3}\angle AEC$ ។

៣៨. ត្រីកោណសមបាត ABC មាន $AB = AC$ និង $\angle B = 20^\circ$ ។ M, N ជាចំណុចនៃជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ដែល $\angle MCA = 60^\circ, \angle NAC = 50^\circ$ ។ គណនា $\angle NMC$ ។

៣៩. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងសមបាត ដែល $AC = BC$ និង $\angle ACB = 90^\circ$ ។ D ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AC និង E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ BD ដែល $AE \perp BE$ ។ បើ $AE = \frac{1}{2}BD$ បង្ហាញថា BD ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$ ។

៤០. ABCD ជាការេ ដែល $AB = 8cm$ ហើយ Q ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ CD ។ តាង $\angle DAQ = \alpha$ ។ នៅលើជ្រុង CD ដៅចំណុច P មួយដែល $\angle BAP = 2\alpha$ ។ បើ $AP = 10cm$ គណនា CP ។

៤១. បញ្ចកោណ ABCDE មួយមាន $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$ និង $AB = CD = AE = BC + DE = 1cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃបញ្ចកោណ ABCDE ។

៤២. D ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស ABC ដែល $\angle ADC = 150^\circ$ ។ បង្ហាញថា ត្រីកោណដែលមានជ្រុងផ្គុំឡើងដោយអង្កត់ AD, BD, CD ជាត្រីកោណកែង។

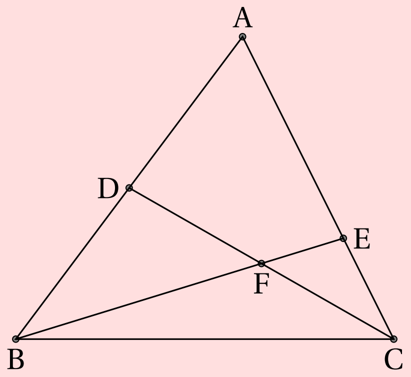
៤៣. គេឱ្យ BD ជាអង្កត់មួយស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ ℓ ។ យក C ជាចំណុចមួយមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់ ℓ ហើយផ្គុំបានការេពីរមាន ABCK និង CDEF រៀងគ្នាដែលនៅខាងក្រៅត្រីកោណ CBD។ តាង M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ AE ។ បង្ហាញថាទីតាំងនៃចំណុច M មិនអាស្រ័យនឹងការជ្រើសរើសទីតាំងនៃចំណុច C ទេ។

៤៤. ΔABC មួយមាន $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$, AF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle A$ ហើយប្រសព្វ CD និង CB ត្រង់ E និង F រៀងគ្នា។ បើ EG ស្របនឹង AB ហើយប្រសព្វ CB ត្រង់ G បង្ហាញថា $CF = GB$ ។

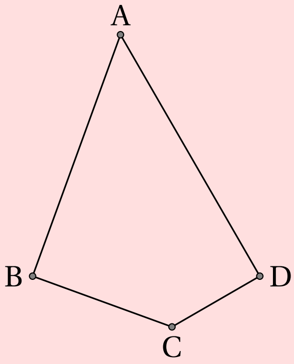
៤៥. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AC = 2AB$ និង $\angle A = 2\angle C$ ។ បង្ហាញថា $AB \perp BC$ ។

៤៦. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $\angle ABC = \angle ACB = 80^\circ$ ។ ចំណុច P ស្ថិតនៅលើ AB ដែល $\angle BPC = 30^\circ$ ។ បង្ហាញថា $AP = BC$ ។

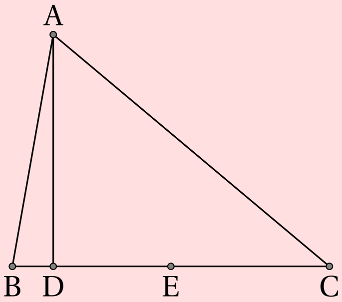
៤៧. D និង E ជាចំណុចនៅលើជ្រុង AB និង AC រៀងគ្នា ដែល $AD = DB$, $AE = 2EC$ និង BE ប្រសព្វ CD ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា $4EF = BE$ ។



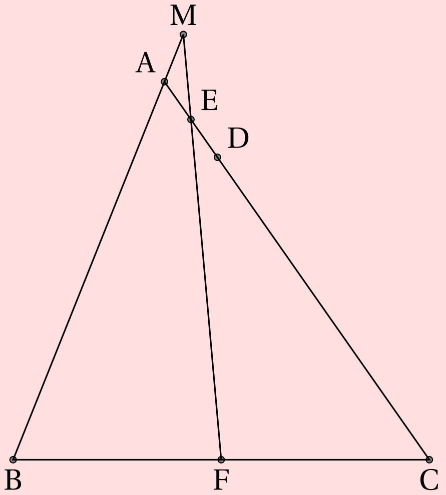
៨៨. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណប៉ោង ដែល $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$ និង $\angle BCD > \angle BAD$ ។ បង្ហាញថា $AC > BD$ ។



៨៩. ΔABC មួយមាន $\angle B = 2\angle C$, AD កែង នឹង BC ត្រង់ D និង E ជាចំណុចកណ្តាល នៃ BC ។ បង្ហាញថា $AB = 2DE$ ។



៩០. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន $AB = CD$ ដែល D ជាចំណុចមួយនៃជ្រុង AC និង E, F ជា ចំណុចកណ្តាលនៃ AD និង BC រៀងគ្នា។ BA ប្រសព្វ FE ត្រង់ M ។ បង្ហាញថា $AM = AE$ ។



៩១. ABCD ជាចតុកោណមួយដែលមាន E និង F ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB និង BC រៀងគ្នា។ DE និង DF ប្រសព្វអង្កត់ទ្រូង AC ត្រង់ M និង N រៀងគ្នា ដែល $AM = MN = NC$ ។ បង្ហាញថា ABCD ជាប្រលេឡូក្រាម។

៩ ២. ABCD ជាចតុកោណព្នាយដែល $AD \parallel BC$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ និង E, M, F, N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB, BC, CD, DA រៀងគ្នា។ គេឱ្យ $BC = 7cm$ និង $MN =$

$3cm$ ។ គណនា EF ។

៨៣. ចតុកោណព្នាយ ABCD មាន $AB \parallel CD$, $\angle DAB = \angle ADC = 90^\circ$ និង ΔABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស។ គេឱ្យបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយ $EF = 0.75a$ ។ គណនា AB ជាអនុគមន៍នៃ a ។

៨៤. គេឱ្យចតុកោណប៉ោង ABCD មាន O ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងនៃចតុកោណ ABCD ដែល $\angle AOB = \angle COD = 120^\circ$ និង $AO = OB, CO = OD$ ។ K, L, M ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ AB, BC, CD រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា ΔKLM ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

៨៥. គេឱ្យ P និង Q ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និង AC នៃត្រីកោណដែលមានមុំក្នុងជាមុំស្រួច ΔABC រៀងគ្នា។ D ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុង ΔABC ដែល $PD \perp AB$ ត្រង់ P និង $QD \perp AC$ ត្រង់ Q ។ បើ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC បង្ហាញថា $PM = QM$ លុះត្រាតែ $\angle BDP = \angle CDQ$ ។

៨៦. គេឱ្យ ABCD ជាចតុកោណ ដែលមាន E និង F ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AD និង BC នៃ ABCD រៀងគ្នា។ បើ $AB \nparallel CD$ បង្ហាញថា $EF < \frac{1}{2}(AB + CD)$ ។

៨៧. ចតុកោណព្នាយ ABCD មាន $AB \parallel CD$ និង $AB = 2CD$ ។ M, N ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ទ្រូង AC និង BD រៀងគ្នា។ តាង ℓ_1 ជាបរិមាត្រនៃចតុកោណ ABCD និង ℓ_2 ជាបរិមាត្រនៃចតុកោណ CDMN ។ បើ $\ell_1 = n\ell_2$ ចូររកតម្លៃនៃ n ។

៨៨. ការេ ABCD មាន O ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូង AC និង BD ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle CAB$ ប្រសព្វ BD ត្រង់ E និង BC ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា $2 \cdot OE = CF$ ។

៨៩. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន E ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC និង D ជាចំណុចប្រសព្វរវាង

ចំណោលកែងនៃ A លើ BC ។ បើ $AB = 2DE$ បង្ហាញថា $\angle B = 2\angle C$ ។

៦០. ABCD ជាចតុកោណព្នាយដែល $AB \parallel DC$, $AD = BC$ ។ AC ប្រសព្វ O និង P, Q, R ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AO, DO និង BC រៀងគ្នា និង $\angle AOB = 60^\circ$ ។ បង្ហាញថា ΔPQR ជាត្រីកោណសម័ង្ស។

៦១. ត្រីកោណ ABC មួយមាន BE ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$ ដែលប្រសព្វ AC ត្រង់ E ហើយ AD ជាមេដ្យានគូសចេញពីកំពូល A ប្រសព្វ BC ត្រង់ D និង AD កែង BE ត្រង់ O។ គេឱ្យ $BE = AD = 4cm$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃ ΔABC ។

៦ ២. គេឱ្យ ΔABC មួយ។ AB និង AC ជាអ៊ីប៉ូតេនុសនៃត្រីកោណកែងពីរ ΔABD និង ΔACE នៅខាងក្រៅត្រីកោណ ABC រៀងគ្នា ដែល $\angle ABD = \angle ACE$ ។ បង្ហាញថា $DM = EM$ ដែល M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC ។

៦៣. ចតុកោណ ABCD មួយមាន $AD > BC$, E និង F ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB និង CD រៀងគ្នា។ បន្ទាត់ AD និង BC ប្រសព្វបន្ទាត់ FE ត្រង់ចំណុច H និង G រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $\angle AHE < \angle BGE$ ។

៦៤. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន M ជាចំណុចស្ថិតនៅលើបន្លាយនៃ BC ខាង C ។ D, E, N ជាចំណុចកណ្តាលនៃ AB, AC និង BM រៀងគ្នា។ តាង H ជាចំណុចកណ្តាលនៃ EN ។ ភ្ជាប់ DH ហើយបន្លាយនៃ DH កាត់ BM ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា $CF = FM$ ។

៦ ៥. ត្រីកោណកែង ABC មួយមាន $\angle ABC = 90^\circ$ និង $AB = BC$ ។ តាង D និង E ជាចំណុចនៃ AB និង BC រៀងគ្នា ដែល $AD = CE$ ។ តាង M និង N ជាចំណុចនៃ AC ដែល DM និង BN កែងនឹង AE ។ បង្ហាញថា $MN = NC$ ។

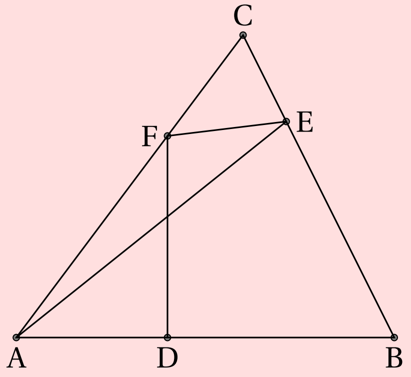
៦៦. ABCD ជាចតុកោណដែល $AD \parallel BC$ ។ បើកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle DAB$ ប្រសព្វ CD ត្រង់ E និង BE ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle ABC$ បង្ហាញថា $AB = AD + BC$ ។

៦៧. បង្ហាញថាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC កំណត់ដោយរូបមន្ត

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

ដែល $BC = a, AC = b, AB = c$ និង $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ ។

៦៨. គេ ឱ្យ ផ្ទៃក្រឡា នៃ ត្រីកោណ ABC គឺ $10cm^2$ ហើយ $AD = 2cm, DB = 3cm$ និង ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABE ស្មើនឹងផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ DBEF ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABE ។

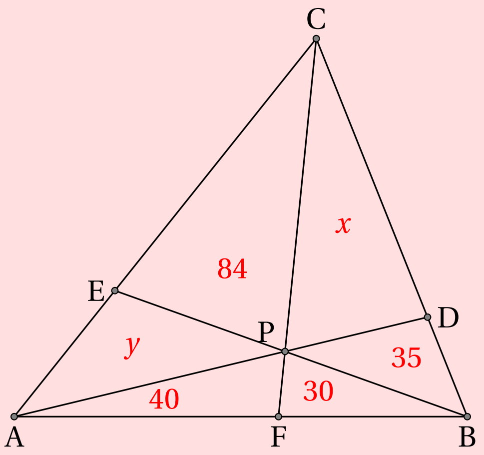


៦៩. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន D, E ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC និង CA រៀងគ្នា និង $BD : DC = 3 : 2,\ AE : EC = 3 : 4$ និង AD និង BE ប្រសព្វគ្នាត្រង់ M ។ គេឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC គឺ $1cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔBMD ។

៧០. គេឱ្យចតុកោណ ABCD មួយមាន E, F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AB និង H, G ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង DC ដែល $AE = EF = FB$ និង $DH = HG = GC$ ។ បង្ហាញថា $S_{EFGH} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}$ ។

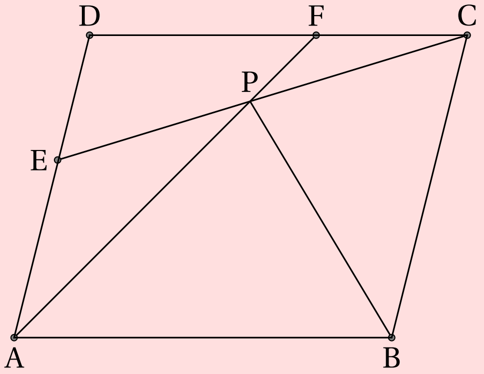
៧១. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC , P, R ស្ថិតនៅលើជ្រុង AB, AC រៀងគ្នា និង Q ជាចំណុចដែលបានមកពីប្រសព្វនៃ AM និង PR ។ បើ Q ជាចំណុចកណ្តាលនៃ PR បង្ហាញថា $PR \parallel BC$ ។

៧២. ត្រីកោណ ABC មួយត្រូវបានចែកជាត្រីកោណតូចៗ 6 ដោយបន្ទាត់ដែលគូសចេញពីកំពូល ហើយប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច P ។ ត្រីកោណតូចៗ 4 មានផ្ទៃក្រឡា (cm^2) ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។



៧៣. គេមាន P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុង ΔABC ដែល $PD \perp BC$ ត្រង់ D , $PE \perp CA$ ត្រង់ E និង $PF \perp AB$ ត្រង់ F ។ បង្ហាញថា $\frac{PD}{h_a}+\frac{PE}{h_b}+\frac{PF}{h_c}=1$ ដែល h_a, h_b, h_c ជាកម្ពស់នៃ ΔABC ដែលគូសចេញពីកំពូល A, B, C រៀងគ្នា។

៧៤. ABCD ជាប្រលេឡូក្រាម E, F ជាពីរចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AD និង DC រៀងគ្នាដែល AF = CE ។ AF និង CE ប្រសព្វគ្នាត្រង់ P ។ បង្ហាញថា PB ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle APC$ ។



៧៥. បន្លាយនៃជ្រុង AB, BC, CA នៃ ΔABC ដើម្បីឱ្យបានចំណុច A', B', C' រៀងគ្នាដែល $AB' = 2AB, CC' = 2BC, AA' = 3CA$ ។ បើផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC គឺ $1cm^2$ គណនាផ្ទៃក្រឡា $\Delta A'B'C'$ ។

៧៦. ABCD ជាចតុកោណកែង។ $AD = 12cm, AB = 5cm$ ។ P ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង AD , $PE \perp BD$ ត្រង់ E និង $PF \perp AC$ ត្រង់ F ។ គណនា $PE + PF$ ។

៧៧. គេឱ្យ P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្រៅត្រីកោណសម័ង្ស ABC ប៉ុន្តែស្ថិតនៅក្នុងតំបន់នៃ $\angle$ABC ។ បើចម្ងាយពីចំណុច P ទៅ BC, CA, AB តាងដោយ h_1, h_2 និង h_3 រៀងគ្នា និង $h_1 - h_2 + h_3 = 6cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

៧៨. គេមាន ΔABC មួយមាន AB $= c$, AC $= b$, BC $= a$ និងកម្ពស់ទាំងបីតាងដោយ h_a, h_b, h_c ដែលគូសចេញពីកំពូល A, B, C រៀងគ្នា។

បើ $2b = a + c$ បង្ហាញថា $\frac{2}{h_b} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c}$ ។

៧៩. គេឱ្យ ΔABC មួយមាន D, E, F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC, CA, AB រៀងគ្នាដែលអង្កត់ AD, BE, CF ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច G និង BD = 2CD ។ ផ្ទៃក្រឡា $S_{GEC} = 3cm^2$ និង $S_{GCD} = 4cm^2$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

៨០. តាង AD, BE, CF ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំក្នុងទាំងបីនៃ ΔABC ។

បង្ហាញថា $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$ ដែល $a = $ BC, $b = $ CA និង $c = $ AB ។

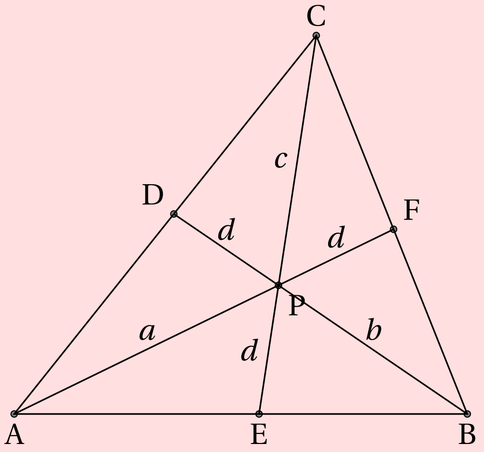
៨១. ចតុកោណព្នាយ ABCD មួយមាន AD $\parallel$ BC ហើយបន្លាយនៃ BA និង CD ប្រសព្វគ្នាត្រង់ E ។ តាង EF $\parallel$ BD ដែល EF ប្រសព្វនឹងបន្លាយនៃ CB ត្រង់ F ។ តាង G ជាចំណុចនៅលើបន្លាយនៃ BC ដែល CG = BF ។ បង្ហាញថា EG $\parallel$ AC ។

៨២. គេឱ្យ ΔABC ជាត្រីកោណកែងសមបាតដែល AB $= 1cm$ និង $\angle A = 90^\circ$ ហើយ E ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង AC ។ F ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ដែល EF $\perp$ BE ។ គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔCEF ។

៨៣. ចតុកោណប៉ោង ABCD មាន E និង F ជាចំណុចកណ្តាលនៃ BC និង AD រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $S_{EDA} + S_{BFC} = S_{ABCD}$ ។

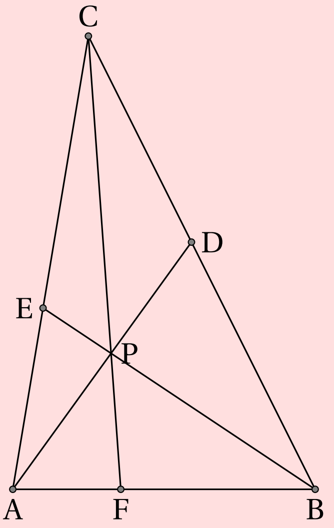
៨៤. គេមាន G ជាទីប្រជុំទម្ងន់នៃ ΔABC ដែល $GA = 2\sqrt{3}\ cm, GB = 2\sqrt{2}\ cm$ និង $GC = 2cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

៨៥. តាង P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុង ΔABC ។ បន្ទាត់ដែលគូសកាត់កំពូលទាំងបីនៃ ΔABC ប្រសព្វគ្នាត្រង់ P ហើយប្រសព្វជ្រុងឈមត្រង់ចំណុច D, E, F ។ តាង a, b, c, d ជាប្រវែងនៃអង្កត់ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ។ គណនាផលគុណ abc បើ $a + b + c = 43$ និង $d = 4$ ។



៨៦. P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុងនៃ ΔABC ។ បន្ទាត់ AP, BP, CP ប្រសព្វនឹងជ្រុងឈមនៃត្រីកោណត្រង់ចំណុច D, E, F រៀងគ្នា។ បង្ហាញថា $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$ ។

៨៧. គេមាន P ជាចំណុចស្ថិតនៅខាងក្នុង ΔABC ។ បន្ទាត់ AP, BP, CP កាត់ជ្រុង BC, AC, AB ត្រង់ A, E និង F រៀងគ្នា។ គេឱ្យ $AP = 6cm, BP = 9cm, PD = 6cm, PE = 3cm$ និង $CF = 20cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

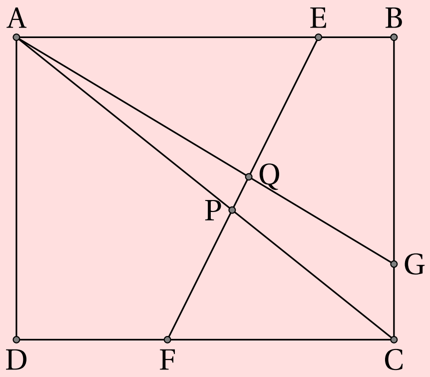


៨៨. ΔABC មួយមាន A', B', C' ជាចំណុចស្ថិតនៅលើជ្រុង BC, CA និង AB រៀងគ្នា។ គេឱ្យ AA', BB' និង CC' ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំណុច O និង $\frac{AO}{OA'} + \frac{BO}{OB'} + \frac{CO}{OC'} = 92$ ។

គណនា $\frac{AO}{OA'}\cdot\frac{BO}{OB'}\cdot\frac{CO}{OC'}$ ។

៨៩. ចតុកោណមួយចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានកាំ $200\sqrt{2}\ cm$ ។ ជ្រុងបីនៃចតុកោណនេះមានរង្វាស់ $200cm$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងមួយទៀតនៃចតុកោណ។

៩០. ចតុកោណកែង ABCD មួយមាន $AB = 5cm$ និង $BC = 4cm$ ។ ចំណុច E ស្ថិតនៅលើជ្រុង AB ដែល $EB = 1$ ចំណុច G ស្ថិតនៅលើជ្រុង BC ដែល $CG = 1cm$ និង ចំណុច F ស្ថិតនៅលើជ្រុង CD ដែល $DF = 2cm$ ។ អង្កត់ AG និង AC ប្រសព្វ EF ត្រង់ចំណុច P និង Q រៀងគ្នា។



គណនា $\frac{PQ}{EF}$ ។

៩១. បន្ទាត់មួយកាត់តាមគល់អ័ក្សកូអរដោនេ ហើយប្រសព្វនឹងបន្ទាត់ $x = 1$ និងបន្ទាត់ $y = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ។ បន្ទាត់ទាំងបីនេះផ្គុំបានត្រីកោណសម័ង្សមួយ។ គណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណនេះ។

៩២. ΔABC ត្រីកោណកែងសមបាតដែល $\angle C = 90^\circ$ និងមានផ្ទៃក្រឡា $12.5cm^2$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពីរពុះ $\angle ABC$ ជាបីចំណែកប៉ុនៗគ្នា ហើយប្រសព្វ AB ត្រង់ចំណុច D និង E ។ គណនាផ្ទៃក្រឡា ΔCDE ។

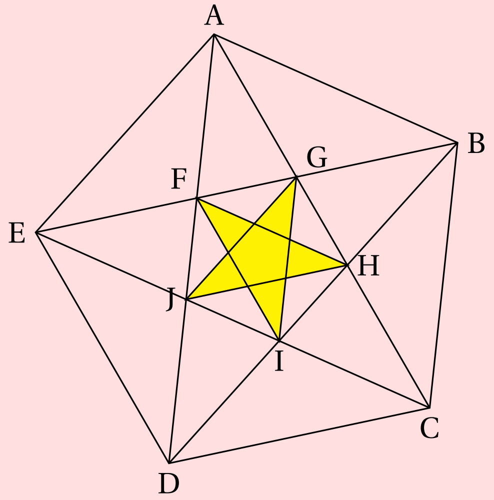
៩៣. ចតុកោណកែងមួយមានផ្ទៃក្រឡា $A\ cm^2$ និងបរិមាត្រ $P\ cm$ ដែល A និង P ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ គណនាតម្លៃដែលអាចកើតមាននៃ $A + P$ ។

៩៤. ចតុមុខ ABCD មួយមាន $AB = 5cm, AC = 3cm, BC = 4cm, BD = 4cm, AD =$

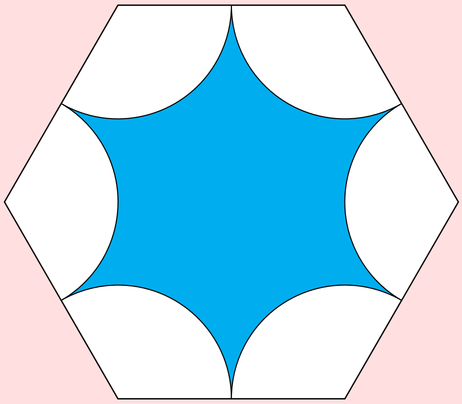
$3cm$ និង $CD=\frac{12}{5}\sqrt{2}\ cm$ ។ គណនាមាឌនៃចតុមុខនេះ។

៩៥. ΔABC ជាត្រីកោណមួយដែលមាន $\angle C=90^\circ$ និង $AB=12cm$ ។ ការេ ABXY និង ACWZ ស្ថិតនៅក្រៅត្រីកោណ។ ចំណុច X,Y,Z និង W ស្ថិតនៅលើរង្វង់មួយ។ គណនាបរិមាត្រនៃ ΔABC ។

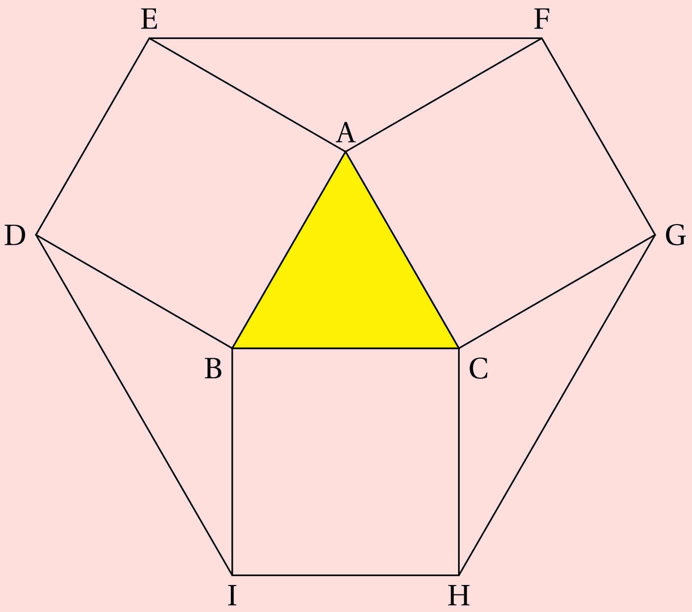
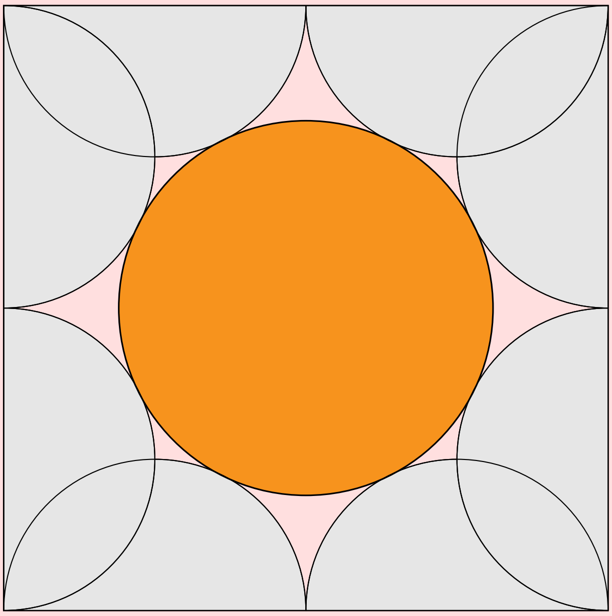
៩៦. តាមរូបខាងក្រោម ABCDE ជាបញ្ចកោណនិយ័ត និង $AG=1cm$ ។ គណនា $FG+JH+CD$ ។



៩៧. ឆកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $6cm$ ។ ចម្រៀកថា 6 ប៉ុនៗគ្នា មានកាំ $3cm$ ដែលមាន ផ្ចិត ស្ថិតនៅ លើកំពូល នៃ បញ្ចកោណ ហើយកាត់តាមចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងជាប់កំពូលនោះ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកដែលនៅក្នុងឆកោណ តែនៅខាងក្រៅចម្រៀកថាសទាំង 6 (ផ្នែកផាត់ពណ៌) ។



៩៨. ត្រីកោណសម័ង្ស ABC មួយមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$ និងការេ $ABDE, BCHI, CAFG$ ស្ថិតនៅក្រៅត្រីកោណ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃឆកោណ DEFGHI ។



៩៩. កន្លះរង្វង់ 8 ស្ថិតនៅក្នុងការេមួយដែលមានជ្រុង $2cm$ (ដូចរូបខាងក្រោម) ។ គណនាកាំនៃរង្វង់ដែលប៉ះនឹងកន្លះរង្វង់ទាំងអស់។