វិញ្ញាសានិងអត្រាកំណែលំហាត់សិស្សពូកែ
គណិតវិទ្យា ប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
ទូទាំងរាជធានីភ្នំពេញ
ទូទាំងប្រទេស និងលំហាត់ស្រាវជ្រាវ

$$x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)$$

វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ សាលារៀនជំនាន់ថ្មី

វិញ្ញាសានិងអត្រាកំណែលំហាត់សិស្សពូកែ
គណិតវិទ្យា ប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
ទូទាំងរាជធានីភ្នំពេញ ទូទាំងប្រទេស
និងលំហាត់ស្រាវជ្រាវ

ឆ្នាំ ២០២២

ស្រាវជ្រាវ និងចងក្រងឡើងវិញតាម LATEX ដោយ ៖ ផូត សុវណ្ណវឌ្ឍន:

គណៈកម្មការរៀបរៀង និងត្រួតពិនិត្យ

គណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យ ៖

លោកគ្រូ **ជា វិចិត្រ**

លោកគ្រូ **អួន ណៃត**

លោកគ្រូ **ឈួ តារៈ**

លោកគ្រូ **ឯម តារម្យ**

គណៈកម្មការរៀបរៀង ៖

យុវសិស្ស **ផូត សុវណ្ណវឌ្ឍនៈ**

យុវសិស្ស **ជា គុយសេង**

ហាមថតចម្លងសៀវភៅនេះ

សម្រាប់ព័ត៌មានបន្ថែម

លេខទូរស័ព្ទ ៖ 085656426

អ៊ីម៉ែល ៖ sovannvatanakphaut@gmail.com

បោះពុម្ពផ្សាយលើកទី១

2022

អារម្ភកថា

ប្រទេសកម្ពុជាជាប្រទេសមួយស្ថិតនៅក្នុងទ្វីបអាស៊ីដែលមានសេដ្ឋកិច្ចកំពុងរីកចម្រើន។ ភាពរីកចម្រើននៃប្រទេសនីមួយៗអាស្រ័យលើធនធានមនុស្ស។ បើយោងតាមការសិក្សាស្រាវជ្រាវរបស់សាស្ត្រាចារ្យជាច្រើនបញ្ជាក់ឲ្យឃើញថាអត្រានៃពិន្ទុផ្នែកគណិតវិទ្យារបស់យុវសិស្សក៏នៅមានកម្រិតនៅឡើយ។ ដោយសិស្សខ្លះចិត្តខំប្រឹងប្រែងរៀនសូត្រលើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យាតែពុំបានទទួលនូវធនធានគ្រប់គ្រាន់ដូចជា សៀវភៅឯកសារពាក់ព័ន្ធផ្សេងៗ ដើម្បីជំនួយដល់ការសិក្សា។ ហើយខ្លះទៀតមានផលវិបាកក្នុងការដោះស្រាយលើលំហាត់ផ្សេងៗ ដោយពុំមានឯកសារជំនួយពង្រឹងដល់សមត្ថភាពរបស់ពួកគេ។ រីឯសិស្សមួយចំនួនទៀតឱ្យយល់នូវខ្លឹមសាររៀនផ្សេងៗ។ យោងតាមបញ្ហាខាងលើដែលបានលើកឡើងនេះបានឆ្លុះបញ្ចាំងឲ្យឃើញថាបញ្ហាទាំងនោះគឺកើតឡើងដោយសារផលវិបាក នៃការខ្វះធនធានឯកសារផ្សេងៗ។ ហេតុនេះហើយបានជាឯកសារនេះបានកើតឡើងដើម្បីជួយជំរុញដោយផ្តល់ឯកសារដល់ការសិក្សាពង្រឹងនូវសមត្ថភាពរួមឱ្យកាន់តែប្រសើរ។

រូបខ្ញុំបាទនឹងរីករាយក្នុងការទទួលពាក្យរិះគន់ក្នុងន័យស្ថាបនាពីសំណាក់អ្នកសិក្សាគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ដើម្បីឱ្យសៀវភៅនេះកាន់តែមានភាពប្រសើរជាងនេះតទៅទៀត។

ចុងបញ្ចប់ខ្ញុំសូមជូនពរសិស្សានុសិស្សនិងប្រិយមិត្តដែលចូលចិត្តគណិតវិទ្យាទាំងអស់ឲ្យទទួលបាននូវភាពជោគជ័យយ៉ាងប្រសើរ។

មាតិកា

វិញ្ញាសាទី ១ ប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ 1

វិញ្ញាសាទី ២ ប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ 6

វិញ្ញាសាទី ១ ទូទាំងរាជធានីភ្នំពេញ 13

វិញ្ញាសាទី ២ ទូទាំងរាជធានីភ្នំពេញ 18

វិញ្ញាសាទី ១ ទូទាំងប្រទេស 23

វិញ្ញាសាទី ២ ទូទាំងប្រទេស 30

លំហាត់ស្រាវជ្រាវ 39

វិញ្ញាសាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
វិញ្ញាសាទី ១ រយៈពេល ៖ ៣ ម៉ោង ពិន្ទុ ៖ ១០០
សម័យប្រឡង ៖ ២៤ មីនា ២០២២

I. **ផ្នែកពីជគណិត**

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ចូរគណនាកន្សោម

ក. $A=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$ **ខ**. $B=\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots}}}}$ **គ**. $C=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 2. គេមាន $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ ចូរគណនាកន្សោម ៖

ក. $x-\dfrac{1}{x}$ **ខ**. $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ **គ**. $x^3-\dfrac{1}{x^3}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 3. គេមានឲ្យបីចំនួន x,y,z ដោយផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\begin{cases}x^2+2y+1=0\\y^2+2z+1=0\\z^2+2x+1=0\end{cases}$ ។

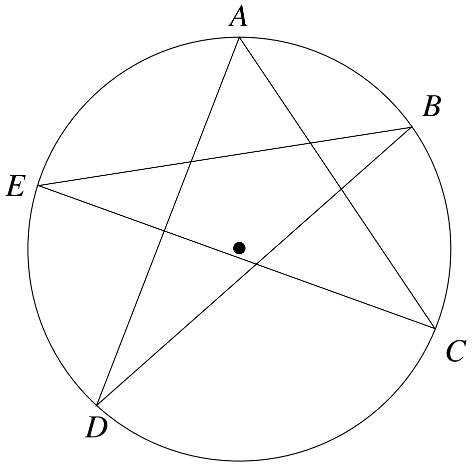
ចូរគណនា $S=x^{2020}+y^{2021}+z^{2022}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 4. គេមានឲ្យពីរចំនួនវិជ្ជមាន a,b ដោយផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\dfrac{a}{4}=\dfrac{b}{5}$ និង $2a^2-b^2=28$ ។

រកតម្លៃ a និង b ។

II. **ផ្នែកធរណីមាត្រ**

(**២០ ពិន្ទុ**) 1. តាមរូបចូររកផលបូក $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ ។



(**២០ ពិន្ទុ**) 2. គេមាន $ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយកែង ដែល AB ជាបាតតូច ហើយ $AB\perp AD$ ។

គេឲ្យ $AB=11\text{cm}, AD=11\text{cm}, BC=13\text{cm}$ ។ រកអង្កត់ទ្រូង AC ។

អត្រាកំណែវិញ្ញាសាទី១សិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ចូរគណនាកន្សោម

ក. $A=\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេយើងបាន ៖ $A^2=\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$

$$A^2=3+\sqrt{5}+2\sqrt{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}+3-\sqrt{5}$$
$$A^2=6-2\sqrt{9-5}$$
$$A^2=6-4$$
$$A^2=2$$
$$A=\sqrt{2}\quad (A>0)$$

ដូចនេះ: $\boxed{A=\sqrt{2}}$

ខ. $B=\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots}}}}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេយើងបាន ៖

$$B^2=\left(\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots}}}}\right)^2$$
$$B^2=7\underbrace{\sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots}}}}_{B}$$
$$B^2=7B$$
$$B^2-7B=0$$
$$B(B-7)=0$$
$$B-7=0\quad (B>0)$$
$$B=7$$

ដូចនេះ: $\boxed{B=7}$

គ. $C=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេយើងបាន ៖

$$C^2=\left(\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}\right)^2$$

$$C^2=2+\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}_{C}$$

$$C^2=2+C$$

$$C^2-C-2=0$$

$$(C+1)(C-2)=0 \quad (C>0)$$

នាំឱ្យ $C+1=0$ ឬ $C-2=0$

នាំឱ្យ $C=-1$ មិនយក ឬ $C=2$

ដូចនេះ $\boxed{C=2}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 2. គេមាន $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$ ចូរគណនាកន្សោម ៖

ក. $x-\dfrac{1}{x}$

យើងបាន ៖ $\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{3+\sqrt{13}}=\dfrac{2\left(3-\sqrt{13}\right)}{9-13}=\dfrac{2\left(3-\sqrt{13}\right)}{-4}=-\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$

នាំឱ្យ ៖ $x-\dfrac{1}{x}=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}+\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}=3$

ដូចនេះ $\boxed{x-\dfrac{1}{x}=3}$

ខ. $x^2+\dfrac{1}{x^2}$

យើងមាន ៖ $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2-2x\left(\dfrac{1}{x}\right)+\left(\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}-2$

នាំឱ្យ ៖ $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=3^2+2=11$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+\dfrac{1}{x}=11}$

គ. $x^3-\dfrac{1}{x^3}$

យើងមាន ៖ $x^3-\dfrac{1}{x^3}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\left(x^2+1+\dfrac{1}{x^2}\right)=3(11+1)=36$

ដូចនេះ: $\boxed{x^3-\dfrac{1}{x^3}=36}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 3. ចូរគណនា $S=x^{2020}+y^{2021}+z^{2022}$

គេមានបីចំនួន x,y,z ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\begin{cases}x^2+2y+1=0 & (1)\\ y^2+2z+1=0 & (2)\\ z^2+2x+1=0 & (3)\end{cases}$

យក $(1)+(2)+(3)$ យើងបាន ៖
$$\begin{aligned}\left(x^2+2y+1\right)+\left(y^2+2z+1\right)+\left(z^2+2x+1\right)&=0\\ \left(x^2+2x+1\right)+\left(y^2+2y+1\right)+\left(z^2+2z+1\right)&=0\\ (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2&=0\end{aligned}$$

ដោយ ៖ $(x+1)^2\geq 0\,,\,(y+1)^2\geq 0\,,\,(z+1)^2\geq 0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}(x+1)^2=0\\(y+1)^2=0\\(z+1)^2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+1=0\\y+1=0\\z+1=0\end{cases}\Rightarrow x=y=z=-1$

យើងបាន ៖ $S=(-1)^{2020}+(-1)^{2021}+(-1)^{2022}=1-1+1=1$

ដូចនេះ: $\boxed{S=1}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 4. រកតម្លៃ a និង b

គេឱ្យពីរចំនួនវិជ្ជមាន a,b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\dfrac{a}{4}=\dfrac{b}{5}$ និង $2a^2-b^2=28$

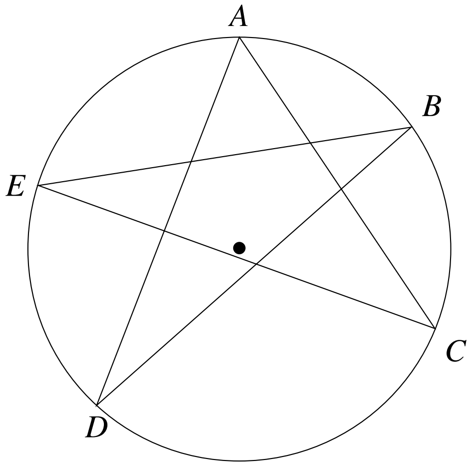
ដោយ $\dfrac{a}{4}=\dfrac{b}{5}\Rightarrow\left(\dfrac{a}{4}\right)^2=\left(\dfrac{b}{5}\right)^2\Rightarrow\dfrac{a^2}{16}=\dfrac{b^2}{25}\Rightarrow\dfrac{2a^2}{32}=\dfrac{b^2}{25}=\dfrac{2a^2-b^2}{32-25}=\dfrac{28}{7}=4$

$$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a^2}{16}=4\\[2ex]\dfrac{b^2}{25}=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=64\\b^2=100\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=8\\b=10\end{cases}\quad(a,b>0)$$

ដូចនេះ: $\boxed{a=8\,,\,b=10}$

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

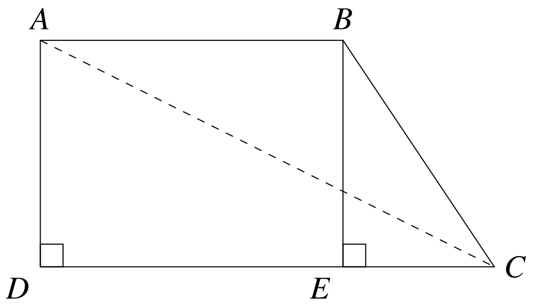
(**២០ ពិន្ទុ**) 1. តាមរូបចូររកផលបូក $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$ ។



យើងមាន ៖ $\angle A=\dfrac{\overset{\frown}{CD}}{2}$; $\angle B=\dfrac{\overset{\frown}{DE}}{2}$; $\angle C=\dfrac{\overset{\frown}{EA}}{2}$; $\angle D=\dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$; $\angle E=\dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2}$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់)

នាំឱ្យ ៖ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=\dfrac{\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{DE}+\overset{\frown}{EA}+\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BC}}{2}=\dfrac{360^\circ}{2}=180^\circ$

ដូចនេះ $\boxed{\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180^\circ}$



គូស $BE\perp CD$ ដូចរូប នោះ $ABED$ ជាចតុកោណកែង នាំឱ្យ $BE=AD=12\text{cm}$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុង $\Delta\perp BEC$ **យើងបាន** $EC^2=BC^2-BE^2$

នាំឱ្យ $EC^2=13^2-12^2=169-144=25\Rightarrow EC=5\text{cm}$

ហើយ $CD=DE+EC=AB+EC=11+5=16\text{cm}$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុង $\Delta\perp ADC$ យើងបាន $AC^2=AD^2+CD^2=12^2+16^2$

$$\Rightarrow AC=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{4^2\left(3^2+4^2\right)}=4\times5=20\text{cm}$$

ដូចនេះ $\boxed{AC=20\text{cm}}$

វិញ្ញាសាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
វិញ្ញាសាទី ២ រយៈពេល ៖ ៣ ម៉ោង ពិន្ទុ ៖ ១០០
សម័យប្រឡង ៖ ២៤ មីនា ២០២២

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**៥ ពិន្ទុ**) 1. ចូរប្រៀបធៀប $2\sqrt[3]{3}$ និង $2\sqrt{2}$ ។

(**៥ ពិន្ទុ**) 2. ចូរគណនាកន្សោម $A=\dfrac{2022}{20202020^2-20202019\times 20202021}$ ។

(**៥ ពិន្ទុ**) 3. គេឲ្យពីរចំនួន a,b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a^{100}+b^{100}=a^{101}+b^{101}=a^{102}+b^{102}$ ។

គណនា $B=a^{2022}+b^{2022}$ ។

(**៥ ពិន្ទុ**) 4. ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b ដែល $\dfrac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=a+b\sqrt{5}$ ។

(**៥ ពិន្ទុ**) 5. ចូរស្រាយថា $\sqrt{a+\dfrac{a}{a^2-1}}=a\sqrt{\dfrac{a}{a^2-1}}$ ដោយ $(a>1)$ ។

(**៥ ពិន្ទុ**) 6. ចូរបង្ហាញថា $C=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 7. គេឲ្យ a,b,c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=0$ និង $ab+bc+ac=0$ ។

គណនា $A=(a-1)^{2020}+(b-1)^{2021}+(c-1)^{2022}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 8. អ្នកលេងកូនឃ្លីបីនាក់ A,B,C មានកូនឃ្លីសមាមាត្រនឹង $3,4,5$ ពេលលេងចប់កូនឃ្លីនៃអ្នកទាំងបីនេះសមាមាត្រនឹង $15,16,17$ ។ តើនរណាលេងឈ្នះ និងចាញ់ ?

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(**២០ ពិន្ទុ**) 1. គេឲ្យការេ $ABCD$ ។ E ជាចំណុចលើជ្រុង CD ហើយដៅចំណុច F លើបន្លាយជ្រុង BC ដែល $BF=DE$ ។

ក. បង្ហាញថា $AE=AF$ ។

ខ. I ជាចំណុចកណ្ដាលអង្កត់ EF និង K ជាចំណុចឆ្លុះនៃ A ធៀបនឹង I ។ ស្រាយថាចតុកោណ $AEKF$ ជាការេ។

(**២០ ពិន្ទុ**) 2. រង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណកែងមួយជាចំនួនគត់។ លើជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ គេសង់ការេចំនួនបី ដែលផលបូកផ្ទៃនៃការេបីនោះស្មើ 676cm^2 ។ ចូររកផ្ទៃការេមួយក្នុងចំណោមការេទាំងបីដែលធំជាងគេ។

អត្រាកំណែវិញ្ញាសាជីវសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំវិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**៥ ពិន្ទុ**) 1. ប្រៀបធៀប $2\sqrt[3]{3}$ និង $2\sqrt{2}$

យើងមាន ៖ $\sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{3^2}=\sqrt[6]{9}$

$$\sqrt{2}=\sqrt[6]{2^3}=\sqrt[6]{8}$$

ដោយ $\sqrt[6]{8}<\sqrt[6]{9}$

ដូចនេះ $\boxed{2\sqrt[3]{3}>2\sqrt{2}}$

(**៥ ពិន្ទុ**) 2. គណនាកន្សោម $A=\dfrac{2022}{20202020^2-20202019\times 20202021}$

$$\begin{aligned}A&=\frac{2022}{20202020^2-20202019\times 20202021}\\&=\frac{2022}{20202020^2-(20202020-1)(20202020+1)}\\&=\frac{2022}{20202020^2-\left(20202020^2-1\right)}\\&=\frac{2022}{20202020^2-20202020^2+1}\\A&=\frac{2022}{1}=2022\end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=2022}$

(**៥ ពិន្ទុ**) 3. គណនា $B=a^{2022}+b^{2022}$

យើងបាន ៖
$$\begin{aligned}a^{100}+b^{100}-\left(a^{101}+b^{101}\right)=a^{101}+b^{101}-\left(a^{102}+b^{102}\right)&=0\\a^{100}(1-a)+b^{100}(1-b)=a^{101}(1-a)+b^{101}(1-b)&=0\\a^{100}(1-a)-a^{101}(1-a)+b^{100}(1-b)-b^{101}(1-b)&=0\\(1-a)\left(a^{100}-a^{101}\right)+(1-b)\left(b^{100}-b^{101}\right)&=0\\a^{100}(1-a)(1-a)+b^{100}(1-b)(1-b)&=0\\a^{100}(1-a)^2+b^{100}(1-b)^2&=0\\a=b&=1\end{aligned}$$

នាំឱ្យ ៖ $B=a^{2022}+b^{2022}=1^{2022}+1^{2022}=2$

ដូចនេះ $\boxed{B=a^{2022}+b^{2022}=2}$

(**៥ ពិន្ទុ**) 4. កំណត់តម្លៃ a និង b

យើងបាន ៖ $\dfrac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \dfrac{\left(40+17\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}{\left(2+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}$

$$= \frac{80-40\sqrt{5}+34\sqrt{5}-17\sqrt{5^2}}{2^2-\sqrt{5^2}}$$

$$= \frac{80-6\sqrt{5}-85}{4-5}$$

$$= \frac{-5-6\sqrt{5}}{-1}$$

$$\frac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = 5+6\sqrt{5}$$

នាំឱ្យ ៖ $a=5\,, b=6$

ដូចនេះ: $\boxed{a=5\,, b=6}$

(**៥ ពិន្ទុ**) 5. ចូរស្រាយថា $\sqrt{a+\dfrac{a}{a^2-1}} = a\sqrt{\dfrac{a}{a^2-1}}$ ដោយ $(a>1)$

យើងបាន ៖ $\sqrt{a+\dfrac{a}{a^2-1}} = \sqrt{\dfrac{a\left(a^2-1\right)+a}{a^2-1}}$

$$= \sqrt{\frac{a^3-a+a}{a^2-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{a^3}{a^2-1}}$$

$$\sqrt{a+\frac{a}{a^2-1}} = a\sqrt{\frac{a}{a^2-1}}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{a+\dfrac{a}{a^2-1}} = a\sqrt{\dfrac{a}{a^2-1}} \text{ ដោយ } (a>1)}$

(៥ ពិន្ទុ) 6. បង្ហាញថា $C=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់

$$C=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{20-12\sqrt{5}+9}}}$$

$$=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2-2\left(2\sqrt{5}\right)(3)+3^2}}}=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\right)^2}}}$$

$$=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\left(2\sqrt{5}-3\right)}}=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-2\sqrt{5}+3}}$$

$$=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{5-2\sqrt{5}+1}}$$

$$=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}=2022\sqrt{\sqrt{5}-\left(\sqrt{5}-1\right)}$$

$$C=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{5}+1}=2022\sqrt{1}=2022$$

ដូចនេះ $\boxed{C=2022\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}\text{ ជាចំនួនគត់}}$

(១៥ ពិន្ទុ) 7. គណនា $A=(a-1)^{2020}+(b-1)^{2021}+(c-1)^{2022}$

ដោយ $a+b+c=0$ (សម្មតិកម្ម)

$(a+b+c)^2=0$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=0$$

$$a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=0$$

$$a^2+b^2+c^2+2(0)=0$$

$$a^2+b^2+c^2=0$$

នោះ $a=b=c=0$

នាំឱ្យ ៖ $A=(0-1)^{2020}+(0-1)^{2021}+(0-1)^{2022}$

$$=(-1)^{2020}+(-1)^{2021}+(-1)^{2022}$$

$$A=1+(-1)+1=1$$

ដូចនេះ $\boxed{A=(a-1)^{2020}+(b-1)^{2021}+(c-1)^{2022}=1}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 8. រកនរណាលេងឈ្នះ និងចាញ់

យើងបាន ៖ $\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}=\frac{A+B+C}{3+4+5}=\frac{x}{12}$

$\frac{A}{3}=\frac{x}{12}\Rightarrow A=\frac{3x}{12}=\frac{x}{4}$

$\frac{B}{4}=\frac{x}{12}\Rightarrow B=\frac{4x}{12}=\frac{x}{3}$

$\frac{C}{5}=\frac{x}{12}\Rightarrow C=\frac{5x}{12}$

ហើយ $\frac{A}{15}=\frac{B}{16}=\frac{C}{17}=\frac{A+B+C}{15+16+17}=\frac{x}{48}$

$\frac{A}{15}=\frac{x}{48}\Rightarrow A=\frac{15x}{48}$

$\frac{B}{16}=\frac{x}{48}\Rightarrow B=\frac{16x}{48}=\frac{x}{3}$

$\frac{C}{17}=\frac{x}{48}\Rightarrow C=\frac{17x}{48}$

ដោយ ៖ $\left.\begin{aligned} A&=\frac{x}{4}\\ A&=\frac{15x}{48}\end{aligned}\right\}$ នោះ $\frac{12x}{48}$ និង $\frac{15x}{48}$ នោះ A ជាអ្នកឈ្នះ

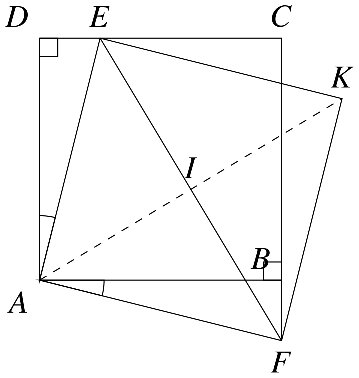
ដោយ ៖ $\left.\begin{aligned} B&=\frac{x}{3}\\ B&=\frac{x}{3}\end{aligned}\right\}$ នោះ B រួចខ្លួន

ដោយ ៖ $\left.\begin{aligned} C&=\frac{5x}{12}\\ C&=\frac{17x}{48}\end{aligned}\right\}$ នោះ $\frac{20x}{48}$ និង $\frac{17x}{48}$ នោះ C ជាអ្នកចាញ់

ដូចនេះ $\boxed{A \text{ ជាអ្នកឈ្នះ } B \text{ រួចខ្លួន } C \text{ ជាអ្នកចាញ់}}$

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(២០ ពិន្ទុ) 1.



ក. បង្ហាញថា $AE = AF$

ប្រៀបធៀប ΔADE និង ΔABF

មាន $AD = AB$ (ជ្រុងការេ $ABCD$)

$DE = BF$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle ADE = 90^\circ$ (មុំការេ $ABCD$)

$\angle ABF = 90^\circ$ (មុំជាប់បន្ថែមនឹង $\angle ABC$)

នោះ $\angle ADE = \angle ABF = 90^\circ$

ដូចនេះ $\Delta ADE \cong \Delta ABF$ (ករណី ជ.ម.ជ)

វិបាក ៖ $AE = AF$, $\angle DAE = \angle BAF$

ខ. ស្រាយថាចតុកោណ $AEKF$ ជាការេ

I កណ្ដាលអង្កត់ AK (A ឆ្លុះនឹង K ធៀបនឹង I)

I កណ្ដាលអង្កត់ EF (ស.ក)

$AE = AF$ (សម្រាយខាងលើ)

នាំឱ្យចតុកោណ $AEKF$ ជាចតុកោណស្មើ (1)

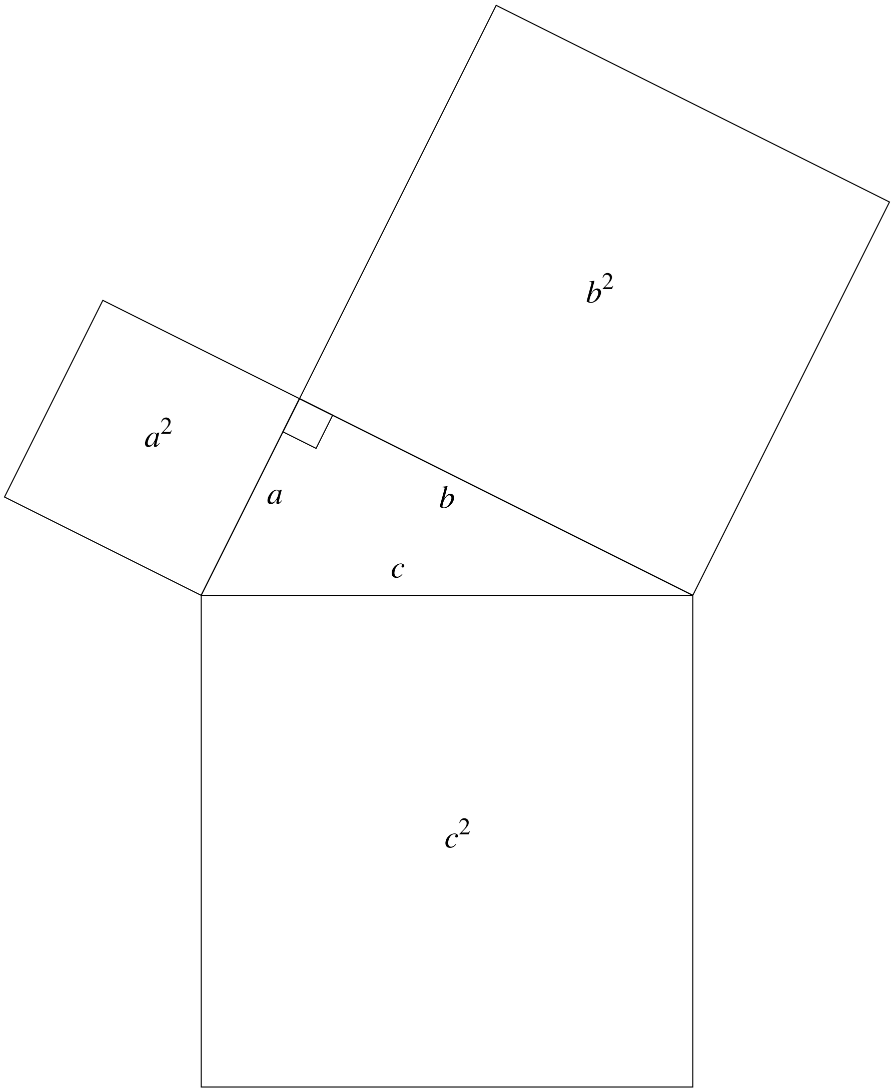
$\angle DAE = \angle BAF$ (វិបាកខាងលើ)

$\angle EAD + \angle EAB = \angle DAB = 90^\circ$

នោះ $\angle BAF + \angle EAB = 90^\circ \quad (2)$

តាម (1) និង (2) ចតុកោណ $AEKF$ ជាការេ។

(**២០ ពិន្ទុ**) 2. រកផ្ទៃការេមួយក្នុងចំណោមការេទាំងបីដែលធំជាងគេ



តាង a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណកែង

ដោយ $a<b<c$

យើងបាន a^2,b^2,c^2 ជាផ្ទៃក្រឡានៃការេទាំងបី

$a^2+b^2+c^2=676$ (សម្មតិកម្ម)

$a^2+b^2=c^2$ (ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ)

នាំឱ្យ $c^2+c^2=676$

$2c^2=676$

$$c^2=\frac{676}{2}=338\text{cm}^2$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡារបស់ការេដែលធំជាងគេគឺ $\boxed{338\text{cm}^2}$

វិញ្ញាសាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
វិញ្ញាសាទី ១ រយៈពេល ៖ ៣ ម៉ោង ពិន្ទុ ៖ ១០០
សម័យប្រឡង ៖ ៧ មេសា ២០២២

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**១០ ពិន្ទុ**) 1. តាង $n=8^{2022}$ ។ រកចំនួន $A=\dfrac{n}{2048}$ ។

(**១០ ពិន្ទុ**) 2. កត្តាបឋមធំបំផុតនៃ 16384 គឺ 2 ព្រោះ $16384=2^{14}$ ។

ចូរបំបែកជាផលគុណកត្តាបឋមនៃចំនួន 16383។

(**១០ ពិន្ទុ**) 3. គណនា $A=1+2+3-4+5+6+7-8+\ldots+197+198+199-200$ ។

(**១០ ពិន្ទុ**) 4. គណនា $B=\left(\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}+1\right)$ ។

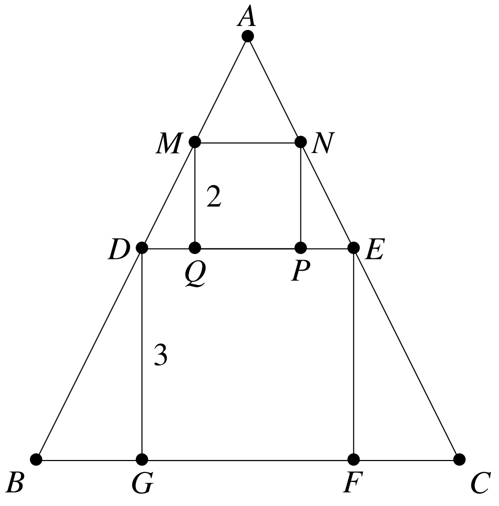
(**១៥ ពិន្ទុ**) 5. សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{\left(2022^{2\sqrt{3}}-1\right)\left(2022^{4\sqrt{3}}-2022^{\sqrt{3}}\right)^{-1}}{\left(2022^{2\sqrt{3}}+2022^{\sqrt{3}}+2022^{3\sqrt{3}}\right)^{-1}}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 6. ចំនួនពិត x បំពេញឲ្យសមីការ $x+\dfrac{1}{x}=\sqrt{5}$ ។ ចូររកតម្លៃលេខនៃ $S=x^{11}-7x^{7}+x^{3}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 7. ដើម្បីធ្វើដំណើរលើចម្ងាយផ្លូវ 140km ពីភ្នំពេញទៅខេត្តព្រះសីហនុ ទេសចរម្នាក់បានចំណាយពេលកន្លះម៉ោងតាមរថយន្តក្រុង និង ២ម៉ោងតាមរថភ្លើង ។ រថភ្លើងបើកក្នុងល្បឿន 20km/h លឿនជាងរថយន្តក្រុង។ រថយន្តក្រុងនិងរថភ្លើងបើកបរក្នុងល្បឿនថេរ។ រកល្បឿននៃរថយន្តក្រុង។

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ការេ $DEFG$ មានជ្រុងស្មើ ៣ ចារឹកក្នុងត្រីកោណសមបាត ABC ដែលជ្រុង GF នៃការេនៅលើបាត BC នៃត្រីកោណ។ ការេ $MNPQ$ មានជ្រុងស្មើ ២ ដែលកំពូល P,Q នៅលើជ្រុង DE នៃការេធំ និងកំពូលពីរទៀត M,N នៅលើជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ដូចរូប។ រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។



អត្រាកំណែវិញ្ញាសាជីវសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ

I. ផ្នែកពីជគណិត

(១០ ពិន្ទុ) 1. រកចំនួន $A = \dfrac{n}{2048}$

ដោយ ៖ $2048 = 2^{11}$ ហើយ $n = 8^{2022} = 2^{6066}$

យើងបាន ៖ $A = \dfrac{2^{6066}}{2^{11}} = 2^{6066-11} = 2^{6055}$

ដូចនេះ: $\boxed{A = 2^{6055}}$

(១០ ពិន្ទុ) 2. បំបែកជាផលគុណកត្តាបឋមនៃចំនួន 16383

$16383 = 16384 - 1 = 2^{14} - 1$

$= \left(2^7 - 1\right)\left(2^7 + 1\right) = 127 \times 129$

$16383 = 127 \times 43 \times 3$

ដូចនេះ: $\boxed{16383 = 127 \times 43 \times 3}$ ។

(១០ ពិន្ទុ) 3. គណនា $A = 1 + 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 + \ldots + 197 + 198 + 199 - 200$

$A = (1 + 2 + 3 - 4) + (5 + 6 + 7 - 8) + \ldots + (197 + 198 + 199 - 200)$

$= 2 + 10 + 18 + \ldots + 394$

$= 2(1 + 5 + 9 + \ldots + 197)$

$= 2 \times \dfrac{50}{2}(1 + 197)$

$= 100 \times 99$

$A = 9900$

ដូចនេះ: $\boxed{A = 9900}$

(**១០ ពិន្ទុ**) 4. គណនា $B=\left(\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}+1\right)$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}+1\right)\\
&= \left(\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt[4]{a}+1\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\\
&= \left(\sqrt{a}+1-\sqrt[4]{a}\right)\left(\sqrt{a}+1+\sqrt[4]{a}\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\\
&= \left[\left(\sqrt{a}+1\right)^2-\sqrt[4]{a^2}\right]\left(a-\sqrt{a}+1\right)\\
&= \left(\sqrt{a^2}+2\sqrt{a}+1-\sqrt{a}\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\\
&= \left(a+2\sqrt{a}+1-\sqrt{a}\right)\left(a-\sqrt{a}+1\right)\\
&= \left(a+1+\sqrt{a}\right)\left(a+1-\sqrt{a}\right)\\
&= \left[(a+1)^2-\sqrt{a^2}\right]
\end{aligned}$$

$B=a^2+a+1$

ដូចនេះ $\boxed{B=a^2+a+1}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 5. សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{\left(2022^{2\sqrt{3}}-1\right)\left(2022^{4\sqrt{3}}-2022^{\sqrt{3}}\right)^{-1}}{\left(2022^{2\sqrt{3}}+2022^{\sqrt{3}}+2022^{3\sqrt{3}}\right)^{-1}}$

តាង $x=2022^{\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}
F &= \frac{\left(x^2-1\right)\left(x^4-x\right)^{-1}}{\left(x^2+x+x^3\right)^{-1}}\\
&= \frac{(x-1)(x+1)\cancel{x}\left(x+1+x^2\right)}{\cancel{x}(x^3-1)}\\
&= \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)\cancel{\left(x^2+x+1\right)}}{\cancel{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}}\\
&= x+1
\end{aligned}$$

$F=2022^{\sqrt{3}}+1$

ដូចនេះ $\boxed{F=2022^{\sqrt{3}}+1}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 6. រកតម្លៃលេខនៃ $S=x^{11}-7x^7+x^3$

លើក $x+\frac{1}{x}=\sqrt{5}$ នៅអង្គទាំងពីរជាការេ ៖

$x^2+2+\frac{1}{x^2}=5$

$x^2+\frac{1}{x^2}=3$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេទៀត ៖ $x^4+\frac{1}{x^4}=7$

ដូច្នេះ $S=x^{11}-7x^7+x^3$

$$=x^7\left(x^4-7+\frac{1}{x^4}\right)$$

$$S=x^2(7-7)=0$$

ដូចនេះ $\boxed{S=0}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 7. រកល្បឿននៃរថយន្តក្រុង

តាង v ជាល្បឿននៃរថយន្តក្រុង

នោះ $v+20$ ជាល្បឿននៃរថភ្លើង

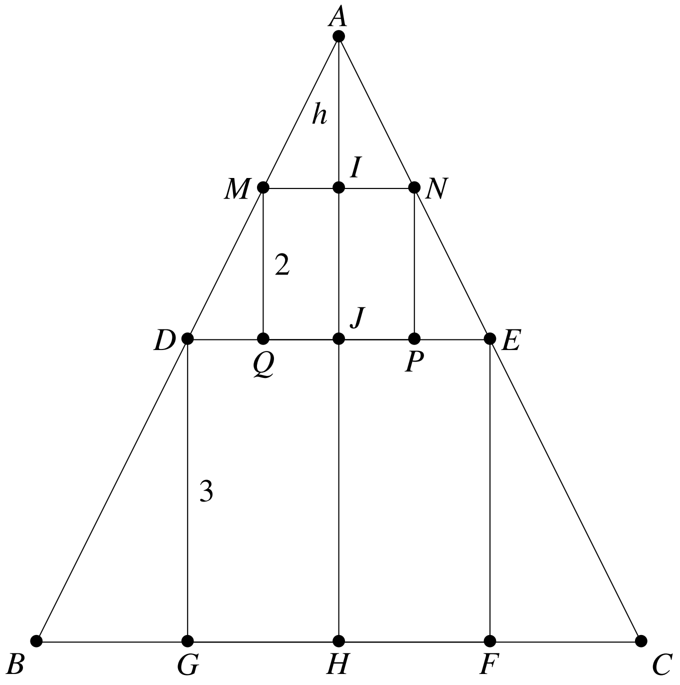
ចម្ងាយផ្លូវធ្វើដំណើរតាមរថយន្តក្រុង និងរថភ្លើងមានប្រវែង 140km

យើងបាន ៖ $\frac{1}{2}v+2(v+20)=140$

$$v=40\text{km/h}$$

ដូចនេះ $\boxed{v=40\text{km/h}}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC



សង់កម្ពស់ AH នៃត្រីកោណសមបាត ABC កាត់ MN ត្រង់ I និងកាត់ DE ត្រង់ J

តាង $AI = h \Rightarrow IJ = 2\,, JH = 3$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស ៖

$$IN \parallel JE \Rightarrow \frac{h}{h+2} = \frac{1}{3} \Rightarrow h = 4$$

$$IN \parallel HC \Rightarrow \frac{h}{AH} = \frac{1}{HC} = \frac{4}{9} \Rightarrow HC = \frac{9}{4}$$

ដូច្នេះផ្ទៃក្រឡា ΔABC ៖ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{9}{2} = \frac{81}{4}$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណធំ ABC គឺ $\boxed{S_{\Delta ABC} = \frac{81}{4} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

វិញ្ញាសាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ
វិញ្ញាសាទី ២ រយៈពេល ៖ ៣ ម៉ោង ពិន្ទុ ៖ ១០០
សម័យប្រឡង ៖ ៧ មេសា ២០២២

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**១០ ពិន្ទុ**) 1. គណនា $48^{\sqrt{3}} \div \left(2^{\sqrt{48}} \times 3^{\sqrt{3}-2}\right)$ ។

(**១០ ពិន្ទុ**) 2. ប្រៀបធៀប $A = \sqrt[20]{2} + \sqrt[30]{3}$ និង $B = 2$ ។

(**១០ ពិន្ទុ**) 3. គណនា $A = (2+3)\left(2^2+3^2\right)\left(2^4+3^4\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right)$

(**១០ ពិន្ទុ**) 4. គណនា $B = \left(a^{-\frac{1}{6}}+b^{-\frac{1}{6}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{3}}-a^{-\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{3}}\right)$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 5. ចំពោះ $x<0$ សម្រួលកន្សោម $F(x) = \sqrt{\dfrac{-1+\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(2^x-2^{-x}\right)^2}}{1+\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(2^x-2^{-x}\right)^2}}}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 6. តើចំនួនគត់វិជ្ជមាន b ខាងក្រោមណាជាគោលនៃចំនួន $2022_b - 222_b$ ក្នុងប្រព័ន្ធគោល b ដែលចំនួននេះមិនចែកដាច់នឹង 3 ។

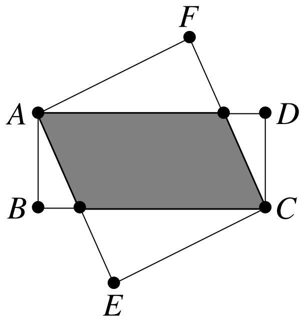
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 8

(**១៥ ពិន្ទុ**) 7. អក្សរ A,B,C តាងលេខមិនសូន្យខុសគ្នាពី 1 ដល់ 9 ។ រកគ្រប់ចម្លើយចំពោះផលបូកអក្សរនៃចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ខាងក្រោម៖

$$\begin{array}{r} ABC \\ +\quad BCA \\ CAB \\ \hline ABBC \end{array}$$

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ក្នុងរូប $ABCD$ ជាចតុកោណកែងមានជ្រុង $AB=3$ និង $BC=11$ ហើយ $AECF$ ជាចតុកោណកែងមានជ្រុង $AF=7$ និង $FC=9$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាតំបន់មានផ្ទៃប្រផេះ។



អត្រាកំណែវិញ្ញាសាជី២សិស្សពូកែគណិតវិទ្យាប្រចាំរាជធានីភ្នំពេញ

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**១០ ពិន្ទុ**) 1. គណនា $48^{\sqrt{3}} \div \left(2^{\sqrt{48}} \times 3^{\sqrt{3}-2}\right)$

$$
\begin{aligned}
48^{\sqrt{3}} \div \left(2^{\sqrt{48}} \times 3^{\sqrt{3}-2}\right) &= \frac{48^{\sqrt{3}}}{2^{\sqrt{48}} \times 3^{\sqrt{3}-2}} \\
&= \frac{(16\times 3)^{\sqrt{3}}}{2^{\sqrt{16\times 3}} \times 3^{\sqrt{3}-2}} \\
&= \frac{\cancel{2^{4\times\sqrt{3}}} \times 3^{\sqrt{3}}}{\cancel{2^{4\times\sqrt{3}}} \times 3^{\sqrt{3}-2}} \\
&= 3^{\sqrt{3}-\sqrt{3}-2}
\end{aligned}
$$

$$48^{\sqrt{3}} \div \left(2^{\sqrt{48}} \times 3^{\sqrt{3}-2}\right) = 3^2 = 9$$

ដូចនេះ: $\boxed{48^{\sqrt{3}} \div \left(2^{\sqrt{48}} \times 3^{\sqrt{3}-2}\right) = 9}$

(**១០ ពិន្ទុ**) 2. ប្រៀបធៀប $A = \sqrt[20]{2} + \sqrt[30]{3}$ និង $B = 2$

គេមាន ៖ $\sqrt[20]{2} = 2^{\frac{1}{20}} > 2^0 = 1$

$\sqrt[30]{3} = 3^{\frac{1}{30}} > 3^0 = 1$

$\Rightarrow \sqrt[20]{2} + \sqrt[30]{3} > 2$

ដូចនេះ: $\boxed{A > B}$

(**១០ ពិន្ទុ**) 3. គណនា $A = (2+3)\left(2^2+3^2\right)\left(2^4+3^4\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right)$

$$
\begin{aligned}
(2-3)A &= (2-3)(2+3)\left(2^2+3^2\right)\left(2^4+3^4\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^2-3^2\right)\left(2^2+3^2\right)\left(2^4+3^4\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^4-3^4\right)\left(2^4+3^4\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^8-3^8\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^{16}-3^{16}\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^{32}-3^{32}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^{64}-3^{64}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right) \\
&= \left(2^{128}-3^{128}\right) \\
A &= 3^{128}-2^{128}
\end{aligned}
$$

ដូចនេះ: $\boxed{A = 3^{128}-2^{128}}$

(**១០ ពិន្ទុ**) 4. គណនា $B=\left(a^{-\frac{1}{6}}+b^{-\frac{1}{6}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{3}}-a^{-\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{3}}\right)$

$$B=\left(a^{-\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}\right)\left[\left(a^{-\frac{1}{6}}\right)^2-a^{-\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}+\left(b^{\frac{1}{6}}\right)^2\right]\left(a^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$=\left(a^{-\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$=a^{-1}-b$$

$$B=\frac{1}{a}-b$$

ដូចនេះ $\boxed{B=\frac{1}{a}-b}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 5. ចំពោះ $x<0$ សម្រួលកន្សោម $F(x)=\sqrt{\dfrac{-1+\sqrt{1+\frac{1}{4}(2^x-2^{-x})^2}}{1+\sqrt{1+\frac{1}{4}(2^x-2^{-x})^2}}}$

$$F(x)=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{\frac{1}{4}(2^x-2^{-x})^2}}{1+\sqrt{\frac{1}{4}(2^x-2^{-x})^2}}}$$

$$=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{\frac{1}{4}(4+2^{2x}-2+2^{-2x})}}{1+\sqrt{\frac{1}{4}(4+2^{2x}-2+2^{-2x})}}}$$

$$=\sqrt{\frac{-1+\frac{1}{2}\sqrt{(2^x+2^{-x})^2}}{1+\frac{1}{2}\sqrt{(2^x+2^{-x})^2}}}$$

$$=\sqrt{\frac{\frac{1}{2}(-2+2^x+2^{-x})}{\frac{1}{2}(2+2^x+2^{-x})}}$$

$$F(x)=\sqrt{\frac{\left(2^{\frac{x}{2}}-2^{-\frac{x}{2}}\right)^2}{\left(2^{\frac{x}{2}}+2^{-\frac{x}{2}}\right)^2}}=\frac{\left|2^{\frac{x}{2}}-2^{\frac{x}{2}}\right|}{2^{\frac{x}{2}}+2^{-\frac{x}{2}}}$$

ដោយសារ $x<0\Rightarrow 2^{\frac{x}{2}}-2^{-\frac{x}{2}}<0\Rightarrow\left|2^{\frac{x}{2}}-2^{-\frac{x}{2}}\right|=2^{-\frac{x}{2}}-2^{\frac{x}{2}}$

ដូចនេះ $\boxed{F(x)=\dfrac{2^{-\frac{x}{2}}-2^{\frac{x}{2}}}{2^{\frac{x}{2}}+2^{-\frac{x}{2}}}=\dfrac{2^{-\frac{x}{2}}(1-2^x)}{2^{-\frac{x}{2}}(2^x+1)}=\dfrac{1-2^x}{1+2^x}}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 6. រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន b

ក្នុងប្រព័ន្ធគោល b ចំនួន $2022_b - 222_b$ អាចសរសេរជា

$$2022_b - 222_b = 2022_b - 22_b - (222_b - 22_b)$$
$$= 2000_b - 200_b$$
$$= 2b^3 - 2b^2$$

$2022_b - 222_b = 2b^2(b-1)$

ឬអាចសរសេរ $2022_b - 222_b = 2b^3 + 2b + 2 - \left(2b^2 + 2b + 2\right) = 2b^3 - 2b^2$

ចំនួននេះមិនចែកដាច់នឹង 3 នោះ $2b^2(b-1)$ មិនចែកដាច់នឹង 3

គេបាន $b = 3k + 2 \Rightarrow k = 2$

ចម្លើយ $b = 8$

ដូចនេះ $\boxed{b = 8}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 7. រកគ្រប់ចម្លើយចំពោះផលបូកអក្សរនៃចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ខាងក្រោម

ផលបូកលេខជួរខ្ទង់រាយ $\quad A + B < 20 , 0 < A , B \leq 9$

$$C + A + B = 10 + C$$
$$A + B = 10 \quad (1)$$

ផលបូកលេខជួរខ្ទង់ដប់ $1 + B + C + A = 10 + B$

$$\Rightarrow C + A = 9 \quad (2)$$

ផលបូកលេខជួរខ្ទង់រយ $1 + A + B + C = 10A + B$

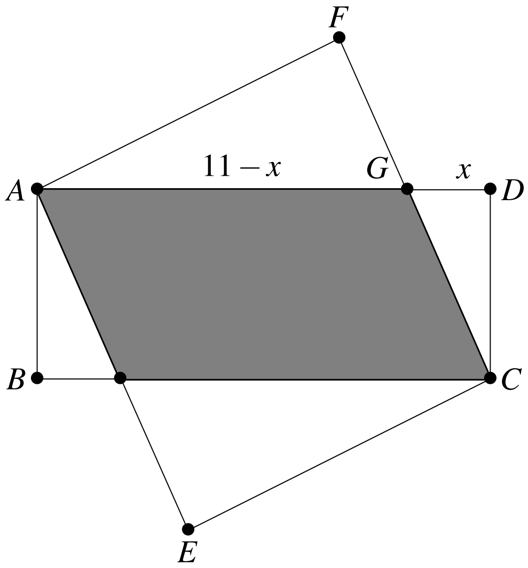
$$\Rightarrow 9A = C + 1 \quad (3)$$

តាម $(1),(2),(3)$ យើងទាញបាន $\begin{cases} A = 1 \\ C = 8 \\ B = 9 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{A = 1 , B = 9 , C = 8}$ ។

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. គណនាផ្ទៃក្រឡាតំបន់មានផ្ទៃប្រផេះ



តាង AD កាត់ FC ត្រង់ G

$GD = x \Rightarrow AG = 11 - x$

$\Delta \perp AFG \sim \Delta \perp CDG \quad (\angle AGF \cong \angle CGD)$

គេបាន ៖ $\dfrac{AF}{CD} = \dfrac{AG}{CG} = \dfrac{FG}{DG}$

$$\frac{7}{3} = \frac{11-x}{CG} = \frac{FG}{x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} FG = \dfrac{7}{3}x \\ \\ CG = \dfrac{3}{7}(11-x) \end{cases}$$

ដោយ $FG + CG = FC = 9$

$$\Rightarrow \frac{7}{3}x + \frac{3}{7}(11-x) = 9$$

$$49x + 99 - 9x = 189$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាមានផ្ទៃពណ៌ប្រផេះគឺ $\boxed{S = AG \times AB = \left(11 - \frac{9}{4}\right) \times 3 = \frac{105}{4} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

វិញ្ញាសាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ជាតិប្រទេស
វិញ្ញាសាទី ១ រយៈពេល ៖ ៣ ម៉ោង ពិន្ទុ ៖ ១០០
សម័យប្រឡង ៖ ១៣ មិថុនា ២០២២

I. **ផ្នែកពីជគណិត**

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាកន្សោមខាងក្រោម

ក. $A=\left(x^2+8x+15\right)\left(x^2+8x+7\right)+15$

ខ. $B=\left(x^2+3x-2\right)\left(x^2+3x+4\right)-16$

គ. $C=\left(x^2-15x+54\right)\left(x^2+11x+28\right)+350$

(**២០ ពិន្ទុ**) 2. ចូរប្រៀបធៀបចំនួនខាងក្រោម

ក. $\sqrt{5-\sqrt{24}}$ និង $\dfrac{1}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}$

ខ. $\dfrac{1-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ និង $\dfrac{1}{1+\sqrt{5+\sqrt{24}}}$

(**២០ ពិន្ទុ**) 3. គេឱ្យ $a+\dfrac{1}{a}=x\,,\,b+\dfrac{1}{b}=y\,,\,c+\dfrac{1}{c}=z\,,\,abc=1$ ។ ចូរគណនា $x^2+y^2+z^2-xyz$ ។

II. **ផ្នែកធរណីមាត្រ**

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. គេឱ្យពហុកោណ $A_1A_2A_3\ldots A_{2022}$ មានកំពូលចំនួន 2022 ។ ចូររករង្វាស់ផលបូកមុំក្នុងពហុកោណ $\angle A_1+\angle A_2+\angle A_3+\ldots+\angle A_{2022}$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 2. គេឱ្យ ΔABC ។ D នៅលើ BC ដែល $BD=\dfrac{1}{3}BC$, E នៅលើ AD ដែល $AE=\dfrac{1}{3}AD$, F នៅលើ BE ដែល $BF=\dfrac{1}{3}BE$ និង G នៅលើ CF ដែល $CG=\dfrac{1}{3}CF$ ។

ចូររកផលធៀបផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S_{EFG} និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S_{ABC} ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 3. គេឱ្យការេ $ABCD$, M កណ្ដាល BC និង N នៅលើ AB ដែល $MN\perp MD$ ។

បង្ហាញថា $\angle CDM\cong\angle MDN$ ។

អត្រាកំណែវិញ្ញាសាឌីៗសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាទូទាំងប្រទេស

I. ផ្នែកពីជគណិត

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាកន្សោមខាងក្រោម

ក. $A=\left(x^2+8x+15\right)\left(x^2+8x+7\right)+15$

របៀបទី១

តាង $X=x^2+8x\Rightarrow A=(X+15)(X+7)+15$

$$=X^2+22X+120$$

$$=(X+10)(X+12)$$

$$A=\left(x^2+8x+10\right)\left(x^2+8x+12\right)$$

$$=\left(x^2+8x+16-6\right)(x+2)(x+6)$$

$$=\left[(x+4)^2-\sqrt{6^2}\right](x+2)(x+6)$$

$$=\left(x+4-\sqrt{6}\right)\left(x+4+\sqrt{6}\right)(x+2)(x+6)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\left(x+4-\sqrt{6}\right)\left(x+4+\sqrt{6}\right)(x+2)(x+6)}$

របៀបទី២

តាង $X=x^2+8x+7\Rightarrow A=X(X+8)+15$

$$=X^2+8X+15$$

$$=(X+3)(X+5)$$

$$A=\left(x^2+8x+10\right)\left(x^2+8x+12\right)$$

$$=\left(x^2+8x+16-6\right)(x+2)(x+6)$$

$$=\left[(x+4)^2-\sqrt{6^2}\right](x+2)(x+6)$$

$$=\left(x+4-\sqrt{6}\right)\left(x+4+\sqrt{6}\right)(x+2)(x+6)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\left(x+4-\sqrt{6}\right)\left(x+4+\sqrt{6}\right)(x+2)(x+6)}$

ខ. $B=\left(x^2+3x-2\right)\left(x^2+3x+4\right)-16$

តាង $X=x^2+3x-2\Rightarrow B=X(X+6)-16$

$$=X^2+6X-16$$

$$=(X-2)(X-8)$$

$\Rightarrow B=\left(x^2+3x-4\right)\left(x^2+3x+6\right)=(x-1)(x+4)\left(x^2+3x+6\right)$

ដូចនេះ $\boxed{B=(x-1)(x+4)\left(x^2+3x+6\right)}$

គ. $C=\left(x^2-15x+54\right)\left(x^2+11x+28\right)+350$

$=(x-6)(x-9)(x+7)(x+4)+350$

$=\left[(x-6)(x+4)\right]\left[(x-9)(x+7)\right]+350$

$=\left(x^2-2x-24\right)\left(x^2-2x-63\right)+350$

តាង $X=x^2-2x-24\Rightarrow C=X(X-39)+350$

$=X^2-39X+350$

$=(X-14)(X-25)$

$\Rightarrow C=\left(x^2-2x-38\right)\left(x^2-2x-49\right)$

ដូចនេះ $\boxed{C=\left(x^2-2x-38\right)\left(x^2-2x-49\right)}$

(**២០ ពិន្ទុ**) 2. ចូរប្រៀបធៀបចំនួនខាងក្រោម

ក. $\sqrt{5-\sqrt{24}}$ និង $\dfrac{1}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}$

គេមាន $\sqrt{5-\sqrt{24}}=\sqrt{3-2\sqrt{6}+2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}=\frac{1}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}=\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$$

ដោយ $\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}<\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\Leftrightarrow\sqrt{4}-\sqrt{3}<\sqrt{3}-\sqrt{2}$

គេបាន $\sqrt{5-\sqrt{24}}>\dfrac{1}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{5-\sqrt{24}}>\dfrac{1}{\sqrt{7+\sqrt{48}}}}$

២. $\dfrac{1-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ និង $\dfrac{1}{1+\sqrt{5+\sqrt{24}}}$

ដោយ $\dfrac{1-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}=\dfrac{1-\dfrac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}}{2}$

$$=\frac{1-\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{2}}}{2}=\frac{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\quad(1)$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{5+\sqrt{24}}}=\frac{1}{1+\sqrt{5+2\sqrt{6}}}=\frac{1}{1+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}$$

$$=\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\quad(2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន ៖

$$\frac{1-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}=\frac{1}{1+\sqrt{5+\sqrt{24}}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{1-\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}=\dfrac{1}{1+\sqrt{5+\sqrt{24}}}}$

(**២០ ពិន្ទុ**) 3. ចូរគណនា $x^2+y^2+z^2-xyz$

គេមាន $a+\dfrac{1}{a}=x,\ b+\dfrac{1}{b}=y,\ c+\dfrac{1}{c}=z,\ abc=1$

$$x^2+y^2+z^2-xyz=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2+\left(c+\frac{1}{c}\right)^2-\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)\left(c+\frac{1}{c}\right)$$

$$=a^2+b^2+c^2+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+6-\left(abc+\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}+\frac{a}{bc}+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}+\frac{1}{abc}\right)$$

$$=a^2+b^2+c^2+\frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{a^2b^2c^2}+6-\left(abc+\frac{b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2}{abc}+\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}+\frac{1}{abc}\right)$$

$$=a^2+b^2+c^2+b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2+6-\left(1+b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2+a^2+b^2+c^2+1\right)$$

$$=a^2+b^2+c^2+b^2c^2+a^2c^2+a^2b^2+6-b^2c^2-a^2c^2-a^2b^2-a^2-b^2-c^2-2$$

$x^2+y^2+z^2-xyz=6-2=4$

ដូចនេះ $\boxed{x^2+y^2+z^2-xyz=6-2=4}$

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(១៥ ពិន្ទុ) 1. រករង្វាស់ផលបូកមុំក្នុងពហុកោណ $\angle A_1+\angle A_2+\angle A_3+\ldots+\angle A_{2022}$

ដោយផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណស្មើនឹង 360° ត្រីកោណមួយមានមុំក្នុងចំនួនបីគឺ $180^\circ=180^\circ(3-2)$

ផលបូកមុំក្នុងចតុកោណស្មើនឹង $180^\circ\times 2=360^\circ$ (ចតុកោណមួយមានពីរត្រីកោណ)

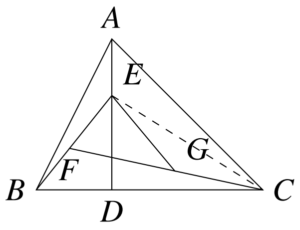
នោះ $180^\circ=180^\circ(4-2)=360^\circ$ (ចតុកោណមួយមានមុំក្នុងចំនួនបួន)

គេបាន ផលបូកមុំក្នុងពហុកោណ n ជ្រុងស្មើនឹង $180^\circ(n-2)$

នាំឱ្យ $\angle A_1+\angle A_2+\angle A_3+\ldots+\angle A_{2022}=180^\circ(2022-2)=363600^\circ$

ដូចនេះ ផលបូកមុំក្នុងពហុកោណ $\boxed{\angle A_1+\angle A_2+\angle A_3+\ldots+\angle A_{2022} \text{ គឺ } 363600^\circ}$

(១៥ ពិន្ទុ) 2. រកផលធៀបផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $S_{\Delta EFG}$ និងផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $S_{\Delta ABC}$



ក្នុង ΔBAC និង ΔBEC យើងមាន ៖

$AE=\frac{1}{3}AD\Rightarrow ED=\frac{2}{3}AD$ នាំឱ្យកម្ពស់ ΔBEC ស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ នៃកម្ពស់ ΔABC

ហើយ BC ជាជ្រុងបាតរួម

នាំឱ្យ $S_{\Delta BEC}=\frac{2}{3}S_{\Delta ABC}\quad(1)$

ក្នុង ΔEFC និង ΔBEC យើងមាន ៖

$BF=\frac{1}{3}BE\Rightarrow EF=\frac{2}{3}BE$

ΔEFC និង ΔBEC មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល C

នាំឱ្យ $S_{\Delta EFC}=\frac{2}{3}S_{\Delta BEC}\quad(2)$

ក្នុង ΔEGF និង ΔEFC យើងមាន ៖

$CG=\frac{1}{3}CF\Rightarrow FG=\frac{2}{3}CF$

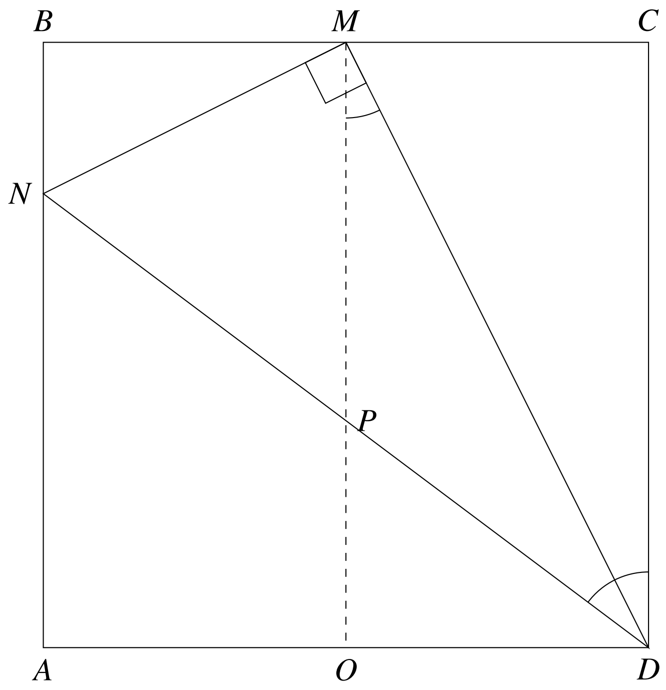
ΔEGF និង ΔEFC មានកម្ពស់រួមដែលគូសចេញពីកំពូល E

នាំឱ្យ $S_{\Delta EFG}=\frac{2}{3}S_{\Delta EFC}\quad(3)$

តាម $(1),(2),(3)$ យើងបាន $S_{\Delta EFG}=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}S_{\Delta ABC}=\frac{8}{27}S_{\Delta ABC}$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{S_{\Delta EFG}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{8}{27}}$

(**១៥ ពិន្ទុ**) 3. បង្ហាញថា $\angle CDM \cong \angle MDN$



របៀបទី១

គូស MO ឱ្យស្របនឹង AB ហើយកាត់ ND ត្រង់ P និងកាត់ AD ត្រង់ O

ដោយ $BM = MC$ ហើយ $(MO) \parallel (AB) \parallel (CD)$ នាំឱ្យ $NP = PD$

ΔNMD ជាត្រីកោណកែង យើងបាន $NP = PD = MP$

នាំឱ្យ ΔDPM ជាត្រីកោណសមបាត

វិបាក ៖ $\angle PMD \cong \angle MDP$

$\angle PMD \cong \angle MDC$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

នាំឱ្យ $\angle PDM \cong \angle MDC$

ដូចនេះ: $\boxed{\angle CDM \cong \angle MDN}$

របៀបទី២

យកជ្រុងការេស្មើនឹង a យើងបាន $MC=\frac{a}{2}$

ក្នុងត្រីកោណកែង BNM និង CMD យើងមាន

$\angle BNM+\angle BMN=90^\circ$, $\angle CMD+\angle BMN=90^\circ$

$\Rightarrow \angle BNM\cong\angle CMD$

នាំឱ្យ $\Delta BNM\sim\Delta CMD$

វិបាក ៖ $\frac{CD}{BM}=\frac{MC}{BN}=\frac{MD}{MN}=2$

$$\frac{MC}{BN}=2\Rightarrow BN=\frac{MC}{2}=\frac{\frac{a}{2}}{2}=\frac{a}{4}$$

ក្នុងត្រីកោណកែង BNM និង CMD យើងមាន

$$MN^2=\frac{a^2}{16}+\frac{a^2}{4}\Rightarrow MN=\frac{a\sqrt{5}}{4}$$

$$MD^2=a^2+\frac{a^2}{4}\Rightarrow MD=\frac{a\sqrt{5}}{2}$$

ក្នុងត្រីកោណកែង MND យើងមាន

$$ND^2=\frac{5a^2}{16}+\frac{5a^2}{4}\Rightarrow ND=\frac{5a}{4}$$

ក្នុងត្រីកោណកែង MND និង CMD យើងមាន

$$\frac{MN}{MC}=\frac{MD}{CD}=\frac{ND}{MD}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

នាំឱ្យ $\Delta MND\sim\Delta MCD$

ដូចនេះ $\boxed{\angle CDM\cong\angle MDN}$

វិញ្ញាសាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ជាតិប្រទេស
វិញ្ញាសាទី ២ រយៈពេល ៖ ៣ ម៉ោង ពិន្ទុ ៖ ១០០
សម័យប្រឡង ៖ ១៣ មិថុនា ២០២២

I. **ផ្នែកពីជគណិត**

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាកន្សោមខាងក្រោម

ក. $A=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

ខ. $B=(2x-7)(x-3)(2x+5)(x+3)-91$

គ. $C=(x+2)(x+4)(x-1)(x-2)+2x^2$

(**២០ ពិន្ទុ**) 2.

ក. គណនាកន្សោម $A=\dfrac{\dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}}{3\sqrt{3}+3}}{6066}$ និង $B=\sqrt{4-\sqrt{8-\sqrt{33-8\sqrt{2}}}}$

ខ. ចំពោះ $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ចូរគណនា $y=\dfrac{1+x}{1+\sqrt{1+x}}+\dfrac{1-x}{1-\sqrt{1-x}}$

(**២០ ពិន្ទុ**) 3. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $\dfrac{x-1}{2021}+\dfrac{x-2}{2020}+\dots+\dfrac{x-29}{1993}=29$

ខ. $(x-1979)^3+(x-1993)^3=(2x-3972)^3$

II. **ផ្នែកធរណីមាត្រ**

(**១៥ ពិន្ទុ**) 1. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល $\angle A=120^\circ$, $AB=AC=10\text{cm}$ ។ ចំណុច D ឆ្លុះគ្នានឹងចំណុច A ធៀបនឹង BC ។ E ជាចំណុចនៅលើ BC ដែល $BE=4\text{cm}$ គេបន្លាយ DE ឱ្យកាត់ AB ត្រង់ F ចូររកផ្ទៃក្រឡា ΔEFC ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 2. នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត NQ គេឱ្យបន្ទាត់ MN និង MP ប៉ះរង្វង់ត្រង់ N និង P រៀងគ្នា។ PH កែងនឹង NQ ត្រង់ H ។ ស្រាយថា $NH\times NO=MN\times PH$ ។

(**១៥ ពិន្ទុ**) 3. គេឱ្យ ΔABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O អង្កត់ផ្ចិត AD និងមានបន្ទាត់មួយប៉ះរង្វង់ត្រង់ចំណុច D ហើយកាត់បន្លាយ AB ត្រង់ E និងកាត់បន្លាយ AC ត្រង់ F ។ បើ $AB=8$, $AC=12$, $BE=16$ ។ ចូររក CF ។

I. ផ្នែកពីជគណិត

(១៥ ពិន្ទុ) 1. ដាក់ជាផលគុណកត្តាកន្សោមខាងក្រោម

ក. $A=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24=\left(x^2+5x+4\right)\left(x^2+5x+6\right)-24$

តាង $X=x^2+5x+5 \Rightarrow A=(X-1)(X+1)-24$

$$=X^2-25$$

$$=(X+5)(X-5)$$

$$\Rightarrow A=\left(x^2+5x+10\right)\left(x^2+5x\right)=x(x+5)\left(x^2+5x+10\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=x(x+5)\left(x^2+5x+10\right)}$

ខ. $B=(2x-7)(x-3)(2x+5)(x+3)-91=\left(2x^2-x-21\right)\left(2x^2-x-15\right)-91$

តាង $X=2x^2-x-18 \Rightarrow B=(X-3)(X+3)-91$

$$=X^2-100$$

$$=(X+10)(X-10)$$

$$\Rightarrow B=\left(2x^2-x-8\right)\left(2x^2-x-28\right)=2\left(x-\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{65}}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{65}}{4}\right)(x-4)(2x+7)$$

ដូចនេះ $\boxed{B=2\left(x-\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{65}}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{65}}{4}\right)(x-4)(2x+7)}$

គ. $C=(x+2)(x+4)(x-1)(x-2)+2x^2=\left(x^2-4\right)\left(x^2+3x-4\right)+2x^2$

តាង $X=x^2-4 \Rightarrow C=X(X+3x)+2x^2$

$$=X^2+3xX+2x^2$$

$$=(X+2x)(X+x)$$

$$\Rightarrow C=\left(x^2+2x-4\right)\left(x^2+x-4\right)=\left(x+1-\sqrt{5}\right)\left(x+1+\sqrt{5}\right)\left(x+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{C=\left(x+1-\sqrt{5}\right)\left(x+1+\sqrt{5}\right)\left(x+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}\right)}$

(**២០ ពិន្ទុ**) 2.

ក. គណនាកន្សោម $A = \dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}}{\dfrac{3\sqrt{3}+3}{6066}}$

$$A = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}}{\dfrac{3\sqrt{3}+3}{6066}} = \frac{6066\left(\cancel{\sqrt{3}+1}\right)}{3\left(\cancel{\sqrt{3}+1}\right)} = 2022$$

ដូចនេះ $\boxed{A = \dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{4-2\sqrt{3}}}}{\dfrac{3\sqrt{3}+3}{6066}} = 2022}$

គណនាកន្សោម $B = \sqrt{4-\sqrt{8-\sqrt{33-8\sqrt{2}}}}$

$$B = \sqrt{4-\sqrt{8-\sqrt{33-8\sqrt{2}}}}$$

$$= \sqrt{4-\sqrt{8-\sqrt{32-8\sqrt{2}+1}}}$$

$$= \sqrt{4-\sqrt{8-4\sqrt{2}+1}}$$

$$= \sqrt{4-2\sqrt{2}+1}$$

$$B = \sqrt{5-2\sqrt{2}}$$

ដូចនេះ $\boxed{B = \sqrt{4-\sqrt{8-\sqrt{33-8\sqrt{2}}}} = \sqrt{5-2\sqrt{2}}}$

ខ. ចំពោះ $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ចូរគណនា $y=\dfrac{1+x}{1+\sqrt{1+x}}+\dfrac{1-x}{1-\sqrt{1-x}}$

$$1\pm x=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{1\pm x}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{4}}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\Rightarrow y=\frac{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}+1}{2}}+\frac{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$$

$$y=1$$

ដូចនេះ $\boxed{y=1}$

(**២០ ពិន្ទុ**) 3. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

ក. $\dfrac{x-1}{2021}+\dfrac{x-2}{2020}+\ldots+\dfrac{x-29}{1993}=29$

$$\frac{x-1}{2021}+\frac{x-2}{2020}+\ldots+\frac{x-29}{1993}=29$$

$$\frac{x-1}{2021}-1+\frac{x-2}{2020}-1+\ldots+\frac{x-29}{1993}-1=0$$

$$\frac{x-2022}{2021}+\frac{x-2022}{2020}+\ldots+\frac{x-2022}{1993}=0$$

$$(x-2022)\left(\frac{1}{2022}+\frac{1}{2021}+\ldots+\frac{1}{1993}\right)=0$$

$$\Rightarrow x=2022$$

ដូចនេះ $\boxed{x=2022}$

ខ. $(x-1979)^3+(x-1993)^3=(2x-3972)^3$

តាង $a=x-1979\,,\,b=x-1993$ យើងបាន ៖

$$a^3+b^3=(a+b)^3$$

$$a^3+b^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$\Rightarrow 3ab(a+b)=0$$

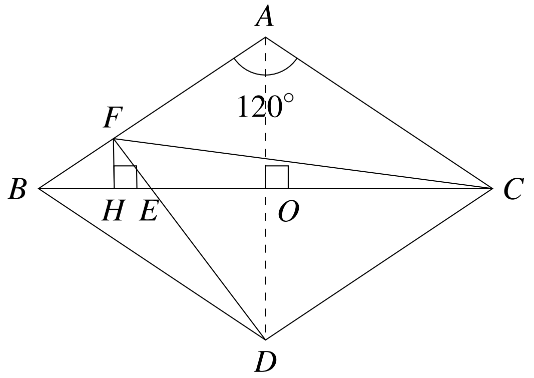
$\Rightarrow a=0\,,\,b=0\,,\,a+b=0$

- $a=0\Rightarrow x=1979$
- $b=0\Rightarrow x=1993$
- $a+b=0\Rightarrow 2x-3972=0\Rightarrow x=1986$

ដូចនេះ $\boxed{x_1=1979\,,\,x_2=1993\,,\,x_3=1986}$

II. ផ្នែកធរណីមាត្រ

(១៥ ពិន្ទុ) 1. ចូររកផ្ទៃក្រឡា ΔEFC



របៀបទី១

តាង O ជាចំណុចប្រសព្វនៃ AD និង BC យើងបាន $AD \perp BC$ ត្រង់ចំណុច O

ដោយ O កណ្ដាល AD

ហើយ O កណ្ដាល BC (កម្ពស់ត្រីកោណសមបាត ABC ជាមេដ្យាន)

នាំឱ្យចតុកោណ $ACDB$ ជាចតុកោណស្មើ

វិបាក ៖ $AB = BD = DC = AC = 10\text{cm}$

$$\angle ABD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

យើងបាន ΔABD ជាត្រីកោណសម័ង្ស នាំឱ្យ $AD = DB = AB = 10\text{cm}$

$$\Rightarrow OD = \frac{AD}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$$

ម្យ៉ាងទៀត ដោយ $AB \parallel CD$ នោះយើងបាន $S_{\Delta DFC} = S_{\Delta DBC}$ (ត្រីកោណដែលមានកម្ពស់រួម និងបាតរួម)

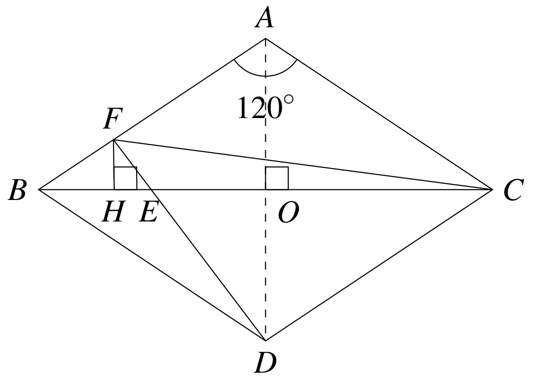
$$S_{\Delta EFC} = S_{\Delta DFC} - S_{\Delta DEC}$$

$$S_{\Delta BDE} = S_{\Delta DBC} - S_{\Delta DEC}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta EFC} = S_{\Delta BDE}$$

ដោយ $S_{\Delta BED} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10\text{cm}^2$

ដូចនេះ $\boxed{S_{\Delta EFC} = 10\text{cm}^2}$



របៀបទី២

តាង O ជាចំណុចប្រសព្វនៃ AD និង BC យើងបាន $AD \perp BC$ ត្រង់ចំណុច O

ដោយ O កណ្តាល AD

ហើយ O កណ្តាល BC (កម្ពស់ត្រីកោណសមបាត ABC ជាមេដ្យាន)

នាំឱ្យចតុកោណ $ACDB$ ជាចតុកោណស្មើ

វិបាក ៖ $AB = BD = DC = AC = 10\text{cm}$

យើងបាន ΔABD ជាត្រីកោណសម័ង្ស នាំឱ្យ $AD = DB = AB = 10\text{cm}$

$$\Rightarrow OD = \frac{AD}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$$

គូសកម្ពស់ FH នៃ ΔBEF

ក្នុង ΔEBF និង ΔECD យើងមាន ៖

$\angle BEF = \angle CED$ (មុំទល់កំពូល)

$\angle FBE = \angle ECD$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

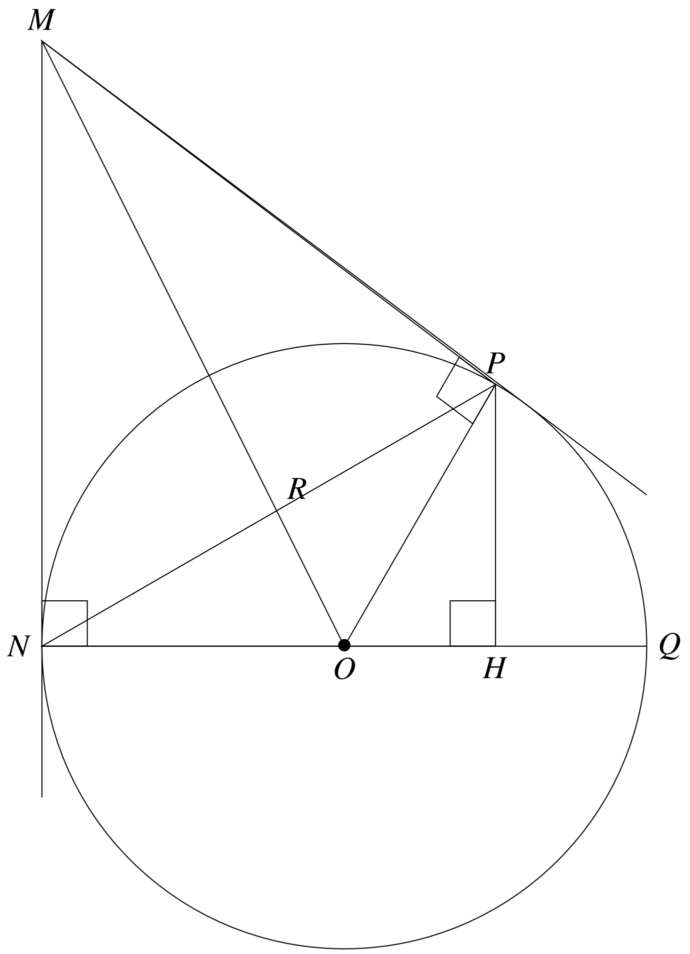
នាំឱ្យ $\Delta EBF \sim \Delta ECD$

វិបាក ៖ $\dfrac{FH}{OD} = \dfrac{BE}{CE} \Rightarrow FH = \dfrac{BE \times OD}{CE}$

$$S_{EFC} = \frac{1}{2}FH \times CE = \frac{1}{2} \times \frac{OD \times BE}{CE} \times CE = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10\text{cm}^2$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{EFC} = 10\text{cm}^2}$

(១៥ ពិន្ទុ) 2. ស្រាយថា $NH \times NO = MN \times PH$



ភ្ជាប់ OP, ON, OM និងភ្ជាប់ NP កាត់ OM ត្រង់ R

យើងមាន ៖ $MP = MN$ (ស.ក)

$ON = OP$ (កាំរង្វង់តែមួយ)

នាំឱ្យ OM ជាមេដ្យាទ័រនៃ NP

ក្នុង $\Delta \perp MNO$ និង $\Delta \perp NPH$ យើងមាន ៖

$\angle PNH = 90^\circ - \angle RNM$ (មុំបំពេញ)

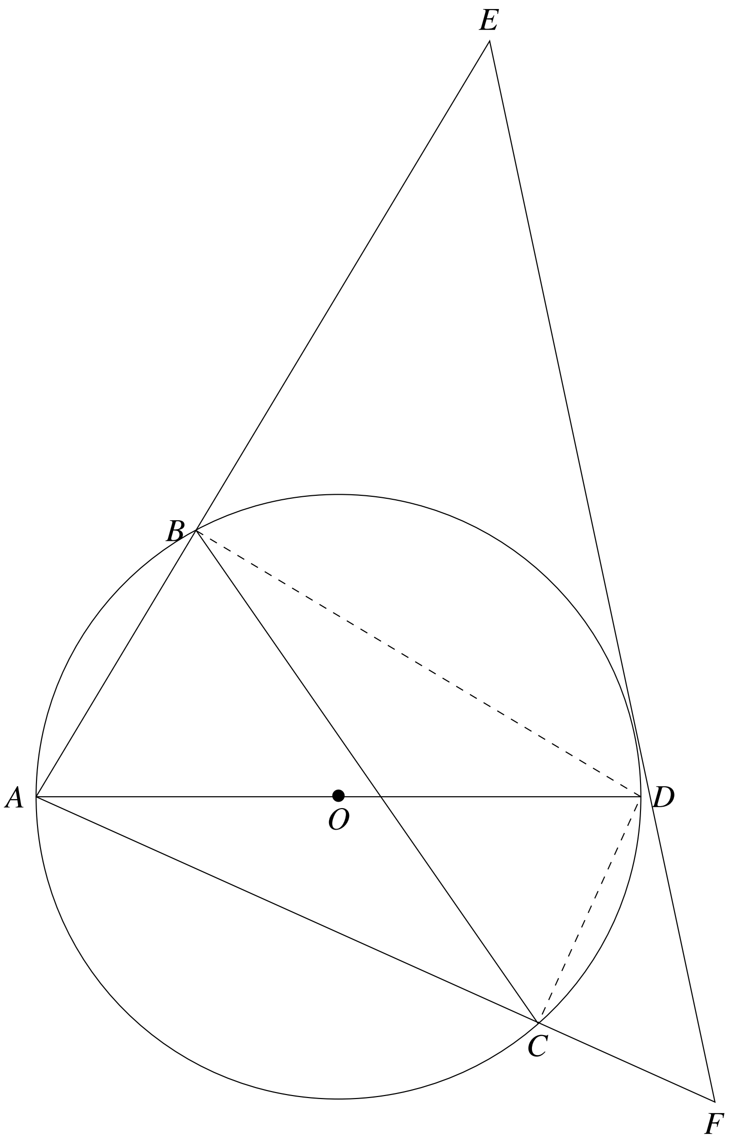
$\angle NMO = 90^\circ - \angle RNM$ (មុំបំពេញ)

នាំឱ្យ $\angle PNH = \angle NMO$

នាំឱ្យ $\Delta NHP \sim \Delta MNO \Rightarrow \dfrac{NO}{PH} = \dfrac{MN}{NH} \Rightarrow NH \times HO = MN \times PH$

ដូចនេះ $\boxed{NH \times HO = MN \times PH}$

(១៥ ពិន្ទុ) 3. ចូររក CF



ភ្ជាប់ CD និង BD

$\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

ដោយ $\Delta \perp ADE \sim \Delta \perp ABD \Rightarrow \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{AD}{AB} \Rightarrow AD^2 = AB \times AE \quad (1)$

ដោយ $\Delta \perp ADF \sim \Delta \perp ACD \Rightarrow \dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AC \times AF \quad (2)$

តាម (1) និង (2) យើងបាន ៖ $AB \times AE = AC \times AF$

$$(8)(8+16) = (12)(12+CF) \Rightarrow CF = 16 - 12 = 4$$

ដូចនេះ $\boxed{CF = 4}$

លំហាត់ស្រាវជ្រាវ

១. គេឱ្យ a, b, c ជាបីចំនួនពិតដែល $abc = 2020$ ។

ចូរគណនា $P = \dfrac{2020a}{ab+2020a+2020} + \dfrac{b}{bc+b+2020} + \dfrac{c}{ac+c+1} - 1$

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន ៖ $abc = 2020$

$$P = \frac{2020a}{ab+2020a+2020} + \frac{b}{bc+b+2020} + \frac{c}{ac+c+1} - 1$$

$$= \frac{2020a}{ab+2020a+2020} + \frac{a\times b}{a\left(bc+b+2020\right)} + \frac{c\times ab}{ab\left(ac+c+1\right)} - 1$$

$$= \frac{2020a}{ab+2020a+2020} + \frac{ab}{abc+ab+2020a} + \frac{abc}{aabc+abc+ab} - 1$$

$$= \frac{2020a}{ab+2020a+2020} + \frac{ab}{2020+ab+2020a} + \frac{2020}{2020a+2020+ab} - 1$$

$$= \frac{\cancel{2020a+ab+2020}}{\cancel{2020a+ab+2020}} - 1$$

$$= 1 - 1 = 0$$

$P = 0$

ដូចនេះ $\boxed{P = 0}$

២. ចូរដោះស្រាយសមីការ $x^{2022}+\sqrt{6}x^{2020}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{2021}$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការ

$$\begin{aligned} x^{2022}+\sqrt{6}x^{2020} &= \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{2021} \\ x^{2022}-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{2021}+\sqrt{6}x^{2020} &= 0 \\ x^{2020}\left[x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}\right] &= 0 \end{aligned}$$

យើងបាន ៖ $x^{2020}=0\Rightarrow x=0$

$$\begin{aligned} x^2-\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6} &= 0 \\ x^2-\sqrt{2}x-\sqrt{3}x+\sqrt{6} &= 0 \\ \left(x^2-\sqrt{2}x\right)-\left(\sqrt{3}x-\sqrt{6}\right) &= 0 \\ x\left(x-\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\left(x-\sqrt{2}\right) &= 0 \\ \left(x-\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{3}\right) &= 0 \end{aligned}$$

នាំឱ្យ ៖ $\begin{cases} x-\sqrt{2}=0\Rightarrow x=\sqrt{2} \\ x-\sqrt{3}=0\Rightarrow x=\sqrt{3} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x=\sqrt{2}, x=\sqrt{3}}$

៣. គេឱ្យកន្សោម

- $A=100^2-99^2+98^2-97^2+\ldots+2^2-1^2$
- $B=100+99+98+97+\ldots+2+1$

ចូរប្រៀបធៀប A និង B ។

ដំណោះស្រាយ

ប្រៀបធៀប A និង B

យើងមាន ៖ $A=100^2-99^2+98^2-97^2+\ldots+2^2-1^2$

$=(100-99)(100+99)+(98-97)(98+97)+\ldots+(2-1)(2+1)$

$=1(100+99)+1(98+97)+\ldots+1(2+1)$

$A=100+99+98+97+\ldots+2+1$

ដោយ ៖ $B=100+99+98+97+\ldots+2+1$

យើងបាន ៖ $A=B$

ដូចនេះ $\boxed{A=B}$

៤. ចូរស្រាយថា $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$

ដោយ ៖ $9>8$

$3^2>2^3$

$3^{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$3^{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}>2^{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}$

យើងបាន ៖ $3^{\sqrt{2}\cancel{\times\sqrt{2}}}>2^{\sqrt{3}\cancel{\times\sqrt{2}}}$

$\Rightarrow 3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ $\boxed{3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}}$

៥.

ក. បើ $A = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ និង $B = \frac{1}{2}A$ តើ A លើស B ប៉ុន្មាន ?

ខ. សរសេរ 93 ជាផលបូកនៃស្វ័យគុណគោល 3 ។

ដំណោះស្រាយ

ក.

យើងមាន ៖ $A = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$

ហើយ ៖

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{1}{2}A \\
&= 1+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right) \\
&= 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32} \\
B &= A+\frac{1}{32} \\
B-A &= \frac{1}{32}
\end{aligned}
$$

ដូចនេះ: B លើស A ចំនួន $\frac{1}{32}$ ។

ខ.

$$
\begin{aligned}
93 &= 81+12 \\
&= 3^4+9+3 \\
93 &= 3^4+3^2+3
\end{aligned}
$$

ដូចនេះ: $\boxed{93 = 3^4+3^3+3}$

៦. ចូរគណនាកន្សោម $A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\dots\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$

ដំណោះស្រាយ

គណនាកន្សោម

$$A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\dots\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\left(\frac{2}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{4}-\frac{1}{4}\right)\dots\left(\frac{n+1}{n+1}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\left(\frac{2-1}{2}\right)\left(\frac{3-1}{3}\right)\left(\frac{4-1}{4}\right)\dots\left(\frac{n+1-1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{\not{2}}\times\frac{\not{2}}{\not{3}}\times\frac{\not{3}}{\not{4}}\times\dots\times\frac{\not{n}}{n+1}$$

$$A=\frac{1}{n+1}$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\frac{1}{n+1}}$ ។

៧. ចូរដោះស្រាយសមីការ $4^x\times 16^{3x-2}=64$

ដំណោះស្រាយ

$$4^x\times 16^{3x-2}=64$$

$$4^x\times\left(4^2\right)^{3x-2}=4^3$$

$$4^x\times 4^{2(3x-2)}=4^3$$

$$4^x\times 4^{6x-4}=4^3$$

$$4^{x+6x-4}=4^3$$

$$4^{7x-4}=4^3$$

យើងបាន ៖ $7x-4=3$

$7x=7\Rightarrow x=1$

ដូចនេះ $\boxed{x=1}$ ជាឫសនៃសមីការ។

៨. ចូររកតម្លៃឬសការេ $\sqrt{2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{....}}}}$

ដំណោះស្រាយ

រកតម្លៃឬសការេ

តាង $A=\sqrt{2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{....}}}}$

$$A^2=2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{2020+2019\sqrt{...}}}}$$

$$A^2=2020+2019A$$

$$A^2-2019A-2020=0 \quad (A>0)$$

$$A^2+A-2020A-2020=0$$

$$A(A+1)-2020(A+1)=0$$

$$(A+1)(A-2020)=0$$

នាំឱ្យ ៖ $\begin{cases} A+1=0\Rightarrow A=-1 \\ A-2020=0\Rightarrow A=2020 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{A=2020}$ ។

៩. ចូរគណនាកន្សោម $A=\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{2020}+\sqrt{2021}}$

ដំណោះស្រាយ

$$A=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2020}+\sqrt{2021}}$$

$$=\frac{1\left(\sqrt{2}-\sqrt{1}\right)}{\sqrt{2}^2-\sqrt{1}^2}+\frac{1\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2}+...+\frac{1\left(\sqrt{2021}-\sqrt{2020}\right)}{\sqrt{2021}^2-\sqrt{2020}^2}$$

$$=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}+...+\frac{\sqrt{2021}-\sqrt{2020}}{2021-2020}$$

$$=\sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+...+\sqrt{2021}-\sqrt{2020}$$

$$=\sqrt{2021}-\sqrt{1}$$

$$A=\sqrt{2021}-1$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\sqrt{2021}-1}$

១០. ចូរដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-4}{2017}+\frac{x-3}{2018}-\frac{x-2}{2019}-\frac{x-1}{2020}=0$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x-4}{2017}+\frac{x-3}{2018}-\frac{x-2}{2019}-\frac{x-1}{2020}+1-1+1-1=0$$
$$\frac{x-4}{2017}-1+\frac{x-3}{2018}-1-\frac{x-2}{2019}+1-\frac{x-1}{2020}+1=0$$
$$\left(\frac{x-4}{2017}-\frac{2017}{2017}\right)+\left(\frac{x-3}{2018}-\frac{2018}{2018}\right)-\left(\frac{x-2}{2019}+\frac{2019}{2019}\right)-\left(\frac{x-1}{2020}+\frac{2020}{2020}\right)=0$$
$$\left(\frac{x-4-2017}{2017}\right)+\left(\frac{x-3-2018}{2018}\right)-\left(\frac{x-2-2019}{2019}\right)-\left(\frac{x-1-2020}{2020}\right)=0$$
$$\left(\frac{x-2021}{2017}\right)+\left(\frac{x-2021}{2018}\right)-\left(\frac{x-2021}{2019}\right)-\left(\frac{x-2021}{2020}\right)=0$$
$$x-2021\left(\frac{1}{2017}+\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}\right)=0$$

យើងបាន ៖ $x-2021=0\Rightarrow x=2021$

ដូចនេះ $\boxed{x=2021}$

១១. ចូរដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-4}{2017}+\frac{x-3}{2018}+\frac{x-2}{2019}+\frac{x-1}{2020}=4$

ដំណោះស្រាយ

ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x-4}{2017}+\frac{x-3}{2018}+\frac{x-2}{2019}+\frac{x-1}{2020}=1+1+1+1$$
$$\frac{x-4}{2017}-1+\frac{x-3}{2018}-1+\frac{x-2}{2019}-1+\frac{x-1}{2020}-1=0$$
$$\left(\frac{x-4}{2017}-\frac{2017}{2017}\right)+\left(\frac{x-3}{2018}-\frac{2018}{2018}\right)-\left(\frac{x-2}{2019}+\frac{2019}{2019}\right)-\left(\frac{x-1}{2020}+\frac{2020}{2020}\right)=0$$
$$\left(\frac{x-4-2017}{2017}\right)+\left(\frac{x-3-2018}{2018}\right)-\left(\frac{x-2-2019}{2019}\right)-\left(\frac{x-1-2020}{2020}\right)=0$$
$$\left(\frac{x-2021}{2017}\right)+\left(\frac{x-2021}{2018}\right)-\left(\frac{x-2021}{2019}\right)-\left(\frac{x-2021}{2020}\right)=0$$
$$x-2021\left(\frac{1}{2017}+\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}\right)=0$$

យើងបាន ៖ $x-2021=0\Rightarrow x=2021$

ដូចនេះ $\boxed{x=2021}$

១២. ចូរសម្រួលកន្សោម $A=\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{81}\right)\left(1+\frac{1}{3^4}\right)\dots\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$

ដំណោះស្រាយ

សម្រួលកន្សោម A

គុណអង្គទាំងពីរនឹង $1-\frac{1}{3}$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)A=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{81}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\dots\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)A=\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{3^2}\right)\left(1+\frac{1}{81}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\dots\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)A=\left(1-\frac{1}{3^{2^2}}\right)\left(1+\frac{1}{3^{2^2}}\right)\left(1+\frac{1}{3^8}\right)\dots\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)A=\left(1-\frac{1}{3^{2^3}}\right)\left(1-\frac{1}{3^{2^3}}\right)\dots\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$$

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)A=\left(1-\frac{1}{3^{2^4}}\right)\dots\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)$$

$$\frac{2}{3}A=\left(1-\frac{1}{3^{2^n}}\right)\left(1+\frac{1}{3^{2^n}}\right)=\left(1-\frac{3}{3^{2^{n+1}}}\right)$$

$$\Rightarrow A=\frac{3}{2}\left(1-\frac{3}{3^{2^{n+1}}}\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{A=\frac{3}{2}\left(1-\frac{3}{3^{2^{n+1}}}\right)}$

១៣. ចូរគណនាកន្សោម $A=\left(\frac{1\times2\times4+2\times4\times8+3\times6\times12+...+2020\times4040\times8080}{1^3+2^3+3^3+...+2020^3}\right)^{\frac{1}{3}}$

ដំណោះស្រាយ

គណនាកន្សោម

$$A=\left(\frac{1\times2\times4+2\times4\times8+3\times6\times12+...+2020\times4040\times8080}{1^3+2^3+3^3+...+2020^3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$=\left[\frac{1\times2\times4(1\times1\times1+2\times2\times2+3\times3\times3+...+2020\times2020\times2020)}{1^3+2^3+3^3+...+2020^3}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$=\left[\frac{1\times2\times4\left(1^3+2^3+3^3+...+2020^3\right)}{1^3+2^3+3^3+...+2020^3}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$=(1\times2\times4)^{\frac{1}{3}}$$

$$=8^{\frac{1}{3}}$$

$$=\left(2^3\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$=2^{3\times\frac{1}{3}}$$

$$A=2$$

ដូចនេះ $\boxed{A=2}$

១៤. គេឱ្យ $a+b+c=1\,,a^2+b^2+c^2=1$ និង $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}=m$ ។ ចូរគណនា $P=xy+yz+zx$ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនា $P=xy+yz+zx$

យើងមាន ៖ $a+b+c=1\,,a^2+b^2+c^2=1$ និង $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}=m$

លើក $a+b+c=1$ នៅអង្គទាំងពីរជាការេ

$$(a+b+c)^2=1^2$$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=1$$

$$1+2ab+2bc+2ac=1$$

$$2ab+2bc+2ac=1-1$$

$$2ab+2bc+2ac=0$$

$$2\,(ab+bc+ac)=0$$

$$\Rightarrow ab+bc+ac=0$$

ហើយ $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}=m$

- $\dfrac{x}{a}=m\Rightarrow x=am$
- $\dfrac{y}{b}=m\Rightarrow y=bm$
- $\dfrac{z}{c}=m\Rightarrow z=cm$

ដោយ ៖ $P=xy+yz+zx$

$$=(am)(bm)+(bm)(cm)+(cm)(am)$$

$$=abm^2+bcm^2+acm^2$$

$$=m^2(ab+bc+ac)$$

$$=m^2\times 0$$

$$P=0$$

ដូចនេះ $\boxed{P=0}$

១៥. គេឱ្យ $x^2+y^2=1$ និង $bx^2=ay^2$ ដែល $a\neq 0\,,\,b\neq 0$ ។ ស្រាយថា $\dfrac{x^{2020}}{y^{1010}}+\dfrac{y^{2020}}{x^{1010}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1010}}$ ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា $\dfrac{x^{2020}}{y^{1010}}+\dfrac{y^{2020}}{x^{1010}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1010}}$

យើងមាន ៖ $x^2+y^2=1$

និង $bx^2=ay^2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a}=\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{x^2+y^2}{a+b}=\dfrac{1}{ab}$

- $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{1}{a+b}\Leftrightarrow\left(\dfrac{x^2}{a}\right)^{1010}=\left(\dfrac{1}{a+b}\right)^{1010}\Leftrightarrow\dfrac{x^{2020}}{a^{1010}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1010}}\quad(1)$
- $\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}\Leftrightarrow\left(\dfrac{y^2}{b}\right)^{1010}=\left(\dfrac{1}{a+b}\right)^{1010}\Leftrightarrow\dfrac{y^{2020}}{b^{1010}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1010}}\quad(2)$

យក $(1)+(2)$ យើងបាន ៖ $\dfrac{x^{2020}}{a^{1010}}+\dfrac{y^{2020}}{b^{1010}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1010}}+\dfrac{1}{(a+b)^{1010}}$

$$\dfrac{x^{2020}}{a^{1010}}+\dfrac{y^{2020}}{b^{1010}}=\dfrac{1+1}{(a+b)^{1010}}$$

$$\dfrac{x^{2020}}{a^{1010}}+\dfrac{y^{2020}}{b^{1010}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1010}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{x^{2020}}{y^{1010}}+\dfrac{y^{2020}}{x^{1010}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1010}}}$

១៦. គេឱ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$ និង $a+b+c=abc$ ។ ស្រាយថា $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$ ។

ដំណោះស្រាយ

ស្រាយថា $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2=2^2$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}\right)=4$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{c}{abc}+\frac{b}{abc}+\frac{a}{abc}\right)=4$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{a+b+c}{abc}\right)=4$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{\cancel{abc}}{\cancel{abc}}\right)=4$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=4-2$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2}$

១៧. គេមាន $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ និង $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$ ។ គណនា $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនា $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$

យើងមាន ៖ $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0 \Leftrightarrow \frac{ayz+bxz+cxy}{xyz}=0$

$$ayz+bxz+cxy=0$$

ហើយ $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ លើកអង្គទាំងពីរជាការេ

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)^2=1^2$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{xy}{ab}+\frac{yz}{bc}+\frac{xz}{ac}\right)=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{cxy}{abc}+\frac{ayz}{abc}+\frac{bxz}{abc}\right)=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{cxy+ayz+bxz}{abc}\right)=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{0}{abc}\right)=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}}$

១៨. កំណត់តម្លៃ n ដើម្បីឱ្យ $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2019$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន ៖ $\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+1}}=\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}}$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\left(\sqrt{k}+\sqrt{k+1}\right)\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{k+1-k}=\sqrt{k+1}-\sqrt{k}$$

គេបាន ៖ $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=2019$

$$\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\ldots+\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=2019$$

$$1-\sqrt{n+1}=2019$$

$$\sqrt{n+1}=2020$$

$$n+1=2020^2$$

$$n=4080400-1=4080399$$

ដូចនេះ $\boxed{n=4080399}$

១៩. គណនា $P=x\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)$ ដែល $x=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

ដំណោះស្រាយ

យើងមាន ៖ $\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2\left(2+\sqrt{3}\right)}{2}}=\sqrt{\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{\dfrac{3+2\sqrt{3}\times1+1}{2}}$

$$=\sqrt{\frac{\sqrt{3}^2+2\sqrt{3}\times1+1^2}{2}}=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{2}}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

ហើយ ៖ $\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2\left(2-\sqrt{3}\right)}{2}}=\sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{\dfrac{3-2\sqrt{3}\times1+1}{2}}$

$$=\sqrt{\frac{\sqrt{3}^2-2\sqrt{3}\times1+1^2}{2}}=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

យើងបាន ៖ $x=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}}$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}^2+\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}^2-\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}}=\frac{2+\sqrt{3}}{\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}{3+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{3}\right)}{3-\sqrt{3}}=\sqrt{2}\left(\frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}\right)$$

$$=\sqrt{2}\left[\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3+\sqrt{3}\right)}{\left(3+\sqrt{3}\right)\left(3-\sqrt{3}\right)}\right]$$

$$=\sqrt{2}\left(\frac{6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}^2+6+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\sqrt{3}^2}{3^2-\sqrt{3}^2}\right)$$

$$x=\sqrt{2}\left(\frac{6}{6}\right)=\sqrt{2}$$

យើងបាន ៖ $P=\sqrt{2}\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)$

$$=\sqrt{2\left(3+\sqrt{5}\right)}-\sqrt{2\left(3-\sqrt{5}\right)}$$

$$=\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$$

$$P=\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1=2$$

២០. គេឲ្យ $a\,,b\,,c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនងខាងក្រោម

$a^2+2b+1=0\,,b^2+2c+1=0\,,c^2+2a+1=0$ ។ គណនា $S=a^{2020}+b^{2020}+c^{2020}$

ដំណោះស្រាយ

គណនា $S=a^{2020}+b^{2020}+c^{2020}$

គេមាន ៖ $a^2+2b+1=0 \quad (1)$

$$b^2+2c+1=0 \quad (2)$$

$$c^2+2a+1=0 \quad (3)$$

យក $(1)+(2)+(3)$ យើងបាន ៖

$$a^2+2b+1+b^2+2c+1+c^2+2a+1=0$$

$$\left(a^2+2a+1\right)+\left(b^2+2b+1\right)+\left(c^2+2c+1\right)=0$$

$$(a+1)^2+(b+1)^2+(c+1)^2=0$$

នាំឱ្យ ៖ $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$

យើងបាន ៖ $S=(-1)^{2020}+(-1)^{2020}+(-1)^{2020}$

$$=1+1+1$$

$$S=3$$

ដូចនេះ $\boxed{S=3}$

២១. ចូរប្រៀបធៀប $\sqrt{2019}+\sqrt{2021}$ និង $2\sqrt{2020}$

ដំណោះស្រាយ

ប្រៀបធៀប $\sqrt{2019}+\sqrt{2021}$ និង $2\sqrt{2020}$

ឧបមា ៖ $\sqrt{2019}+\sqrt{2021}<2\sqrt{2020}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ

$$\left(\sqrt{2019}+\sqrt{2021}\right)^2<\left(2\sqrt{2020}\right)^2$$

$$\sqrt{2019}^2+2\sqrt{2019}\sqrt{2021}+\sqrt{2021}^2<2^2\sqrt{2020}^2$$

$$2019+2\sqrt{2019}\sqrt{2021}+2021<4\times 2020$$

$$2020\cancel{-1}+2\sqrt{2019}\sqrt{2021}+2020\cancel{+1}<4\times 2020$$

$$2\sqrt{2019}\sqrt{2021}+2\times 2020<4\times 2020$$

$$2\sqrt{2019}\sqrt{2021}<2\times 2020$$

$$\sqrt{2019\times 2021}<2020$$

$$\sqrt{(2020-1)(2020+1)}<2020$$

$$\sqrt{2020^2-1}<\sqrt{2020^2}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{2019}+\sqrt{2021}<2\sqrt{2020}}$

២២. ចូរគណនាកន្សោម $B=\sqrt{1+2021^2+\frac{2021^2}{2022^2}}+\frac{2021}{2022}$

ដំណោះស្រាយ

គណនាកន្សោម

$$\begin{aligned}
B&=\sqrt{1+2021^2+\frac{2021^2}{2022^2}}+\frac{2021}{2022}\\
&=\sqrt{(1+2021)^2-2\times1\times2021+\frac{2021^2}{2022^2}}+\frac{2021}{2022}\\
&=\sqrt{2022^2-2\times2021+\frac{2021^2}{2022^2}}+\frac{2021}{2022}\\
&=\sqrt{2022^2-2\times2021\times\frac{2021}{2022}+\left(\frac{2021}{2022}\right)^2}+\frac{2021}{2022}\\
&=\sqrt{\left(2022-\frac{2021}{2022}\right)^2}+\frac{2021}{2022}\\
&=2022-\frac{2021}{2022}+\frac{2021}{2022}
\end{aligned}$$

$B=2022$

ដូចនេះ $\boxed{B=2022}$ ។

២៣. ចូរប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2022}-\sqrt{2021}$ និង $\sqrt{2021}-\sqrt{2020}$

ដំណោះស្រាយ

ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2022}-\sqrt{2021}$ និង $\sqrt{2021}-\sqrt{2020}$

គេមាន $\sqrt{2022}-\sqrt{2021}=\frac{1}{\sqrt{2022}+\sqrt{2021}}$

និង $\sqrt{2021}-\sqrt{2020}=\frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2020}}$

ដោយ ៖ $\sqrt{2022}+\sqrt{2021}>\sqrt{2021}+\sqrt{2020}$

គេបាន ៖ $\frac{1}{\sqrt{2022}+\sqrt{2021}}<\frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2020}}$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}<\sqrt{2021}-\sqrt{2020}}$

២៤. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} 6751x+3249y=26751 \\ 3249x+6751y=23249 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} x+y=1 \\ \left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=2 \end{cases}$

ដំណោះស្រាយ

ក.

យក $(1)+(2)$ ៖ $\begin{cases} 6751x+3249y=26751 & (1) \\ 3249x+6751y=23249 & (2) \end{cases}$

$$10000x+10000y=50000$$
$$10000(x+y)=50000$$
$$\Rightarrow x+y=5 \qquad (3)$$

យក $(1)-(2)$ ៖ $\begin{cases} 6751x+3249y=26751 & (1) \\ 3249x+6751y=23249 & (2) \end{cases}$

$$3502x-3502y=3502$$
$$3502(x-y)=3502$$
$$\Rightarrow x-y=1 \qquad (4)$$

យក $(3)+(4)$ ៖ $\begin{cases} x+y=5 & (3) \\ x-y=1 & (4) \end{cases}$

$$2x=6$$
$$\Rightarrow x=3$$
$$\Rightarrow y=2$$

ដូចនេះ $\boxed{x=3\,,\,y=2}$

ខ.

របៀបទី ១

តាម (2) : $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=2$

គេតាង $u=\left(2+\sqrt{3}\right)^x>0$

គេបាន ៖ $\frac{1}{u}+u=2\Rightarrow u^2-2u+1=0$ នោះ $u=1$

$\left(2+\sqrt{3}\right)^x=1$

$\left(2+\sqrt{3}\right)^x=\left(2+\sqrt{3}\right)^0\Rightarrow x=0$

ជំនួស $x=0$ ក្នុង (1) គេបាន $0+y=1\Rightarrow y=1$

ដូចនេះ $\boxed{x=0,y=1}$

របៀបទី ២

គុណអង្គទាំងពីរនៃ (2) នឹង $\left(2-\sqrt{3}\right)^x$

គេបាន ៖ $\left(2-\sqrt{3}\right)^{2x}+\left[\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)\right]^x=2\left(2-\sqrt{3}\right)^x$

$$\left[\left(2-\sqrt{3}\right)^x\right]^2+1-2\left(2-\sqrt{3}\right)^x=0$$

គេតាង $u=\left(2-\sqrt{3}\right)^x>0$

គេបាន $u^2-2t+1=0$

$$(u-1)^2=0$$

$$\Rightarrow u=1$$

នាំឱ្យ $\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1$

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^x=\left(2-\sqrt{3}\right)^0$$

$$\Rightarrow x=0$$

ជំនួស $x=0$ ក្នុង (1) គេបាន $0+y=1\Rightarrow y=1$

ដូចនេះ $\boxed{x=0,y=1}$

២៥. ចូរគណនាកន្សោម $A=2022\left(2023^9+2023^8+\ldots+2023^2+2024+1\right)+1$

ដំណោះស្រាយ

គណនាកន្សោម

$$
\begin{aligned}
A &= 2022\left(2023^9+2023^8+\ldots+2023^2+2024+1\right)+1\\
&= 2022\left(2023^9+2023^8+\ldots+2023^2+2023+1+1\right)+1\\
&= 2022\left[\left(2023^9+2023^8+\ldots+2023^2+2023+1\right)+1\right]+1\\
&= 2022\left(2023^9+2023^8+\ldots+2023^2+2023+1\right)+2022+1\\
&= (2023-1)\left(2023^9+2023^8+\ldots+2023^2+2023+1\right)+2023\\
&= 2023^{10}-1^{10}+2023 \quad \because a^n-1^n=(a-1)\left(a^{n-1}+a^{n-1}+a^{n-1}+\ldots+a^1+1\right)
\end{aligned}
$$

$$A=2023^{10}+2022$$

ដូចនេះ $\boxed{A=2023^{10}+2022}$

២៦. ចូរគណនាកន្សោម $A=\sqrt{\dfrac{1998\times1999\times2000\times2001+1}{4}}$

ដំណោះស្រាយ

គណនាកន្សោម

តាង $x=1998$

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{\sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}}{\sqrt{4}}\\
&= \frac{\sqrt{x(x+3)(x+1)(x+2)+1}}{2}\\
&= \frac{\sqrt{(x^3+3x)(x^2+3x+2)+1}}{2}\\
&= \frac{\sqrt{(x^3+3x)[(x^2+3x)+2]+1}}{2}\\
&= \frac{\sqrt{(x^2+2x)^2+2(x^2+3x)+1}}{2}\\
&= \frac{\sqrt{(x^2+3x+1)^2}}{2}\\
&= \frac{x^2+3x+1}{2}
\end{aligned}
$$

$$A=\frac{1998^2+3\times1998+1}{2}=\frac{3997999}{2}=1998999.5$$