គណិតវិទ្យា

អាន. គិត. យល់

លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ

ថ្មី

៤០០ លំហាត់-ចម្លើយ

តើមានលំហាត់ណាខ្លះ

ដែលអ្នកមិនធ្លាប់បានជួប?

បោះពុម្ពលើកទី២ ៖ ១២/១២/១២

រៀបរៀងដោយយុវនិស្សិតថ្នាក់បន្តបរិញ្ញាបត្រ : ប្រើស ដារ៉ា
គ្រូបង្រៀនឯកទេស គណិតវិទ្យា នៃវិទ្យាល័យ ហ៊ុន សែន ក្រោលគោ , ខេត្ត ស្វាយរៀង
Tel: 011 50 70 65 / 0977 65 70 50. E-mail : dara_st04@yahoo.com

គណិតវិទ្យា

លំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ

៤00 លំហាត់-ចម្លើយ

សៀវភៅលំហាត់ល្អៗ និងចម្លើយ នេះជាកម្មសិទ្ធិរបស់ :

-ឈ្មោះ .... ភេទ ....

-សព្វថ្ងៃជា .... នៅ.................................

-បានថតចម្លងនៅថ្ងៃទី ...... ខែ .... ឆ្នាំ 201.... តម្លៃ ....

-អាសយដ្ឋាន ....

-លេខទូរស័ព្ទទំនាក់ទំនង ....

ផ្តល់សិទ្ធិថតចម្លងសម្រាប់តែការសិក្សាប៉ុណ្ណោះ

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

អារម្ភកថា

សូមស្វាគមន៍ :

សួស្តី! លោកគ្រូ-អ្នកគ្រូ និងប្អូនៗសិស្សានុសិស្ស ជាទីស្រឡាញ់ និងជាទីរាប់អាន។ សៀវភៅដែលអ្នកកំពុងតែកាន់ អាននេះ គឺជាការប្រមូលផ្តុំ និងការបង្កើតថ្មី នូវលំហាត់ល្អៗជាច្រើនរហូតដល់ ៤០០ លំហាត់។ លំហាត់នីមួយៗសុទ្ធតែមាន លក្ខណៈពិសេសផ្សេងៗពីគ្នាទៅតាមសមត្ថភាពពីថ្នាក់ទី ៧ ដល់ថ្នាក់ទី ១២។ វាមានបង្ហាញពីកម្រិតសមត្ថភាព និង ដំណោះស្រាយប្រកបទៅដោយ ល្បិច វិធីសាស្ត្រ បច្ចេកទេស ...។

គោលបំណងដើម្បី :

-ប្រមូលផ្តុំលំហាត់ល្អៗដាក់ក្នុងសៀវភៅតែមួយទុកជាឯកសារ និងជាការកម្សាន្តលេង ពេលអផ្សុក ។

-សិស្សានុសិស្សត្រៀមប្រលងប្រជែងនានា អាហារូបករណ៍ ជាពិសេសប្រលងសិស្សពូកែ។

-សម្រួលដល់លោកគ្រូ-អ្នកគ្រូ ដែលមានការស្រាវជ្រាវ ចង់ពង្រឹង និងពង្រីកសមត្ថភាពផ្ទាល់ខ្លួនបន្ថែមទៀត។

-បង្ហាញឡើងវិញនូវលំហាត់ល្អៗ ក្នុងសម័យអតីតកាល ដែលស្ទើរតែបាត់បង់។

-អភិវឌ្ឍន៍ចំណេះដឹង និងសមត្ថភាពផ្ទាល់ខ្លួន ដើម្បីក្លាយជាបុគ្គលមានសមត្ថភាព។

សំណូមពរ :

ជាសំណូមពររបស់ខ្ញុំ ដែលជាអ្នករៀបរៀង សូមអ្នកអាន ឬអ្នកស្រាវជ្រាវ ដោះស្រាយលំហាត់ណា ដែលអ្នកចង់ដោះស្រាយ មិនចាំបាច់ធ្វើតាមលំដាប់លេខរៀងទេ។ បើពុំដឹងពីកម្រិតសមត្ថភាពទេ សូមមើលការបង្ហាញពីកម្រិតសមត្ថភាព នៅបន្ទាប់ពីលំហាត់ទាំងអស់។ ជាពិសេសសូមធ្វើលំហាត់ទាំងនេះនៅពេលដែលអ្នកមានអារម្មណ៍ល្អ ព្រោះវាត្រូវការការគិតច្រើន។ សូមបញ្ចេញឱ្យអស់ពីលទ្ធភាព និងសមត្ថភាពខ្លួនឯងជាមុនសិន មុននឹងផ្ទៀងផ្ទាត់មើលចម្លើយ ដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះ។ បើមានចម្ងល់មិនយល់ ឬមានបញ្ហា សូមទាក់ទងទៅកាន់មិត្តភក្តិរបស់អ្នកដែលមានសមត្ថភាព ឬអ្នករៀបរៀង នៅពេលវេលាសមរម្យ។

ការរិះគន់ :

ទោះបីជាខ្ញុំខិតខំ ប្រឹងប្រែង ប្រិតប្រៀង យ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏កំហុសត្រូវតែកើតមានជាក់ជាមិនខានឡើយ។ នេះគឺដោយសារចំណេះដឹងនៅមានកម្រិត ទាំងផ្នែកបច្ចេកទេសគរុកោសល្យ អក្ខរាវិរុទ្ធ រចនាបថ និងបច្ចេកទេសកុំព្យូទ័រ ឬរឿងរាវបច្ចេកទេសផ្សេងៗទៀត។ ទោះបីជាមានកំហុសឆ្គងយ៉ាងដូចម្តេចក៏ដោយ សូមមិត្តអ្នកអានមេត្តាអធ្យាស្រ័យ អភ័យទោសដល់ខ្ញុំផង ហើយខ្ញុំសូមរងចាំ ការរិះគន់យ៉ាងរីករាយ ពីសំណាក់មិត្តអ្នកអានគ្រប់មជ្ឈដ្ឋានទាំងអស់ ដើម្បីឱ្យការបោះពុម្ពសៀវភៅនេះលើកក្រោយ កាន់តែប្រសើរជាងមុន។

ជូនពរ :

សូមមិត្តអ្នកអាន មានសុខភាពល្អបរិបូណ៌ រៀនសូត្របានពូកែ និងស្រាវជ្រាវទទួលបានជោគជ័យ ។

ស្វាយរៀង. ថ្ងៃទី ១២ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០១២

យុវនិស្សិត ឯកទេស គណិតវិទ្យា : *ប្រើស ដារ៉ា*

សូមអរគុណ !

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

<u>បទពិសោធន៍ នៃការសិក្សា គណិតវិទ្យា</u>

ជាការពិតការសិក្សាគណិតវិទ្យា វាពុំមែនជាការងាយស្រួលនោះទេ ជាពិសេសគឺការសិក្សាដើម្បីឱ្យក្លាយខ្លួនជាសិស្សពូកែតែម្តង។ វាទាមទាឱ្យយើងមានការតស៊ូ ព្យាយាម អំណត់ អត់ធ្មត់ ជាច្រើនទាំងកាយ និងចិត្ត តែពុំមែនមានន័យថា យើងមិនអាចធ្វើបាននោះទេ។ ពេលសិក្សាយើងត្រូវចែកឱ្យដាច់ថា "***តើយើងរៀនយកចេះ ឬរៀនយកជាប់ ?***" ។ កាលណាយើងចង់ក្លាយខ្លួនទៅជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា យើងត្រូវរៀនយកចេះ គឺមានន័យថាយើងត្រូវយល់ឱ្យច្បាស់ អំពីមេរៀន រូបមន្ត ឬលំហាត់ដែលយើងបានរៀនរួច មិនមែនរៀនបន្លំបង្ហូរខ្លួនឯងនោះទេ។ ការរៀនបន្លំខ្លួនឯង នឹងធ្វើឱ្យយើង ក្លាយទៅជាមនុស្សស្ទាក់ស្ទើរ រហូតដល់មានពេលខ្លះ មិនហ៊ានថាខ្លួនឯងខុស ឬត្រូវ ក៏មាន។ សកម្មភាពបែបនេះ នឹងធ្វើឱ្យយើងទទួលបានបរាជ័យក្នុងការសិក្សា នាំឱ្យយើងមានអនាគតមិនល្អ។

ក្នុងនាមជាអ្នកធ្លាប់ឆ្លងកាត់ការសិក្សា ហើយក៏ធ្លាប់ទទួលបានទាំងបរាជ័យ និងជោគជ័យ ក្នុងការសិក្សាផ្នែក គណិតវិទ្យា ខ្ញុំសូមបង្ហាញអំពីបទពិសោធន៍បរាជ័យរបស់ខ្ញុំដូចតទៅ :

-មិនយល់ពីរបៀបនៃការប្រឡង ឬរបៀបនៃការសរសេរវិញ្ញាសា។

-មិនបានពង្រឹងសមត្ថភាពខ្លួនឯង លើលំហាត់នីមួយៗឱ្យបានច្បាស់លាស់ (មើលងាយលំហាត់) ។

-ចាំតែទទួលការបង្ហាត់បង្រៀនពីគ្រូ មិនបានស្វ័យសិក្សា មិនបានធ្វើការស្រាវជ្រាវលើលំហាត់ផ្សេងៗ។

-មានមោទនភាពជ្រុលលើខ្លួនឯង ...។

សកម្មភាពទាំងអស់ខាងលើនេះហើយ ដែលធ្វើឱ្យខ្ញុំទទួលបានបរាជ័យក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា ។

សូមកុំបោះបង់ចោលការតាំងចិត្ត នៅពេលដែលយើងចាប់ផ្តើមដំបូង ហើយយើងជួបលំហាត់សិស្សពូកែសុទ្ធតែលំបាក នោះវាជារឿងធម្មតាទេ ព្រោះយើងមិនទាន់មានបទពិសោធន៍គ្រប់គ្រាន់ដើម្បីដោះស្រាយវា។ យើងត្រូវគិតក្នុងចិត្តថា "***លំហាត់ដែលធ្វើចេញ គឺជាលំហាត់ដែលធ្លាប់ជួប***" ។ ឃ្លានេះគឺចង់មានន័យថា សិស្សពូកែគណិតវិទ្យាស្ទើរតែទាំងអស់សុទ្ធតែជាអ្នកមានបទពិសោធន៍ធ្លាប់ជួបលំហាត់ច្រើន ដូចនេះធ្វើឱ្យគេអាចដឹងអំពីវិធី ល្បិច ឬបច្ចេកទេសដើម្បីដោះស្រាយលំហាត់ទាំងនោះ ។ កាលណាយើងដោះស្រាយលំហាត់សិស្សពូកែបានកាន់តែច្រើន នោះធ្វើឱ្យយើងដឹងពីវិធីដោះស្រាយកាន់តែច្រើនដែរ។ ដើម្បីក្លាយខ្លួនទៅជាសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា អ្នកមិនត្រូវមានគំនិតដូចខាងក្រោម :

-គេរៀនចេះមកពីគេជាកូនអ្នកមាន មានលុយរៀនគួ ឬជួលគ្រូបង្រៀន ។

-លំហាត់គេជួបល្អៗ ទាញចេញពីអ៊ីនធឺណេត រីឯយើងគ្មានលទ្ធភាពដូចគេ ។

-គេជាមនុស្សមានដុងតាំងពីកំណើត សុខភាពគេល្អ ...។

សូមកុំមានគំនិតបែបនេះ វាគ្មានប្រយោជន៍អ្វីសម្រាប់យើងទេ ក្រៅពីធ្វើឱ្យយើងតូចចិត្តលើខ្លួនឯង។

ចាប់ពីពេលនេះតទៅយើងត្រូវខំរៀនសូត្របន្ថែមទៀត ត្រូវស្រាវជ្រាវ ដោះស្រាយលំហាត់ឱ្យបានច្រើន ចៀសវាងការខ្ជិល។ ***បិសាចខ្ជិលខ្លាចការធ្វើការងារជាទំលាប់ណាស់*** ដូចនេះសូមកុំឱ្យបិសាចខ្ជិលចូលខ្លួនរបស់យើង គឺយើងត្រូវមានផែនការរៀនសូត្រឱ្យបានច្បាស់លាស់ ហើយអនុវត្តការរៀនសូត្រទាំងនោះឱ្យក្លាយទៅជាទម្លាប់។

ជាចុងក្រោយសូមជូនពរដល់មិត្តអ្នកអានទាំងអស់ មានសុខភាពល្អ ដើម្បីរៀនសូត្រក្លាយទៅជាមនុស្សមានសមត្ថភាព និងទទួលបានជោគជ័យ ដើម្បីអភិវឌ្ឍប្រទេសជាតិយើងឱ្យមានភាពរីកចម្រើន។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

សេចក្ដីថ្លែងអំណរគុណ

សូមអរគុណជូនដល់លោកកឪពុក ជា ចំរើន និងអ្នកម្ដាយ ពេជ្រ សោភ័ណ្ឌ ដែលលោកទាំងពីរបានផ្ដល់កំណើតដល់កូន ហើយបីបាច់ថែរក្សាចិញ្ចឹមកូន ជួយឱ្យកូនបានសិក្សារហូតបានក្លាយជាគ្រូបង្រៀនម្នាក់។ សូមជូនពរលោកទាំងពីរមានព្រះជន្មយឺនយូរ ប្រកបដោយសុខភាពល្អ ដើម្បីជួយផ្ដល់ភាពកក់ក្ដៅដល់កូនចៅជំនាន់ក្រោយ។ អរគុណដល់បងប្អូនប្រុសស្រីទាំង ០៤ នាក់ ដែលបានជួយផ្គត់ផ្គង់ និងជ្រោមជ្រែងការរៀនសូត្ររបស់ខ្ញុំ ទាំងថវិការ និងសម្ភារៈ ជាពិសេសគឺកុំព្យូទ័រ ធ្វើឱ្យខ្ញុំអាចពង្រឹង និងពង្រីកចំណេះដឹងផ្នែកវិទ្យាសាស្ត្របានប្រសើរជាងមុន។ ជូនពរដល់ដល់បងប្អូនទាំង ៤ មានសុខភាពល្អ និងប្រកបរបរកាក់កបកើនចំណូល។

សូមអរព្រះគុណដល់ព្រះតេជគុណ ភីម សុភណ្ឌ ជាគ្រូចៅអធិការវត្តព្រៃរំដួល ដែលព្រះអង្គបានអនុញ្ញាតិឱ្យខ្ញុំព្រះករុណា ស្នាក់អាស្រ័យនៅក្នុងវត្ត និងប្រើប្រាស់អគ្គិសនី ក្នុងការរៀបចំមេរៀន ព្រមទាំងបានជួយផ្គត់ផ្គង់ខាងភស្តុភាឬសម្ភារៈផ្សេងៗ។ សូមប្រគេនពរដល់ព្រះតេជគុណមានព្រះជន្មយឺនយូរ។

សូមអរគុណដល់អ្នកគ្រូ Niko ជាអ្នកស្ម័គ្រចិត្តជនជាតិជប៉ុន ដែលអ្នកគ្រូបានផ្ដល់កម្លាំងចិត្ត និងលើកទឹកចិត្តដល់រូបខ្ញុំក្នុងការប្រកបរបរជាគ្រូបង្រៀន និងជួយឧបត្ថមដល់រូបខ្ញុំនូវថវិកាមួយចំនួនធំ។ សូមជូនពរអ្នកគ្រូមានសុខភាពល្អជាពិសេសនេះពេលអ្នកគ្រូធ្វើដំណើរមាតុភូមិនិវត្តន៏ទៅកាន់ប្រទេសជប៉ុនវិញ សូមមានសុវត្ថិភាពខ្ពស់បំផុត។

សូមអរគុណ ដល់មជ្ឈមណ្ឌលគរុកោសល្យភូមិភាគ ក៏ដូចជាអនុវិទ្យាល័យអនុវត្ត ដែលបានផ្ដល់ជា ទីកន្លែង និងអគ្គិសនី ដើម្បីរៀបចំមេរៀន។ សូមអរគុណដល់អ្នកគ្រូ វណ្ណី ផល្លា ជាគ្រូឧទេសគណិតវិទ្យា , អ្នកគ្រូ ជា សុគន្ធារី ជាគ្រូគំរូគណិតវិទ្យា ។ អរគុណដល់ គរុសិស្សថ្នាក់ឯកទេស គណិតវិទ្យា-រូបវិទ្យា រួមជំនាន់ទី២១ មាន :

១. លោក អាន សុខគន្ធា	២. កញ្ញា ផល ស្រីធា	៣. កញ្ញា ឆាយ សុគន្ធាមុំ
៤. កញ្ញា ផាត់ សុវណ្ណារី	៥. កញ្ញា ស៊ិន សុគន្ធា	៦. លោក សុខា កុសល្យ
៧. លោក ឯម សុខសុវណ្ណ	៨. កញ្ញា គង់ រ័ត្នធី	៩. លោក កុន អិត
១០ លោក យន់ ម៉ារ៉ូ	១១ លោក អុល អេន	១២ លោក គីម ផាន់ណា
១៣ កញ្ញា វ៉ាន់ ចន្ថា	១៤ កញ្ញា ស្លឹក យ៉ាត	១៥. កញ្ញា ស៊ឹម ស៊ីណាត
១៦ លោក ពូក សុខសាន្ត	១៧. លោក តេង សារី	១៨ លោក ជឹម សារ៉ាត់
១៩ លោក រាជ វុត្ថា	២០. លោក វន លីណា	២១ លោក មាស ភារម្យ
២២ កញ្ញា យ៉ោក បុប្ផ	២៣ លោក ហួន ស៊ិញ	២៤ គរុសិស្ស ប្រើស ដារ៉ា ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

គណិតវិទ្យា អាន. គិត. យល់

សូមស្វាគមន៍ការមកដល់

លំហាត់ល្អៗ

យោបល់ខ្ញុំ

សូមធ្វើលំហាត់ណាដែលអ្នកចង់ធ្វើ!

សូមធ្វើលំហាត់ទាំងនេះនៅពេលអ្នកមានអារម្មណ៍ល្អ!

បើធ្វើមិនចេញពេលនេះ សូមទុកធ្វើពេលក្រោយ!

សូមប្រឹងប្រែង ដើម្បីអនាគតដ៏ល្អរបស់អ្នក!

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

តារាងបង្ហាញពីកម្រិតសមត្ថភាពដោះស្រាយលំហាត់ ៖

លេខរៀងលំហាត់	សមត្ថភាពថ្នាក់ទី	លេខរៀងលំហាត់	សមត្ថភាពថ្នាក់ទី	លេខរៀងលំហាត់	សមត្ថភាពថ្នាក់ទី	លេខរៀងលំហាត់	សមត្ថភាពថ្នាក់ទី	លេខរៀងលំហាត់	សមត្ថភាពថ្នាក់ទី
១	៩	៣៦	១១	៧១	១២	១០៦	៩	១៤១	៩
២	៩	៣៧	១១	៧២	៩	១០៧	១២	១៤២	៩
៣	៩	៣៨	១០	៧៣	១២	១០៨	១២	១៤៣	១០
៤	៩	៣៩	១១	៧៤	៩	១០៩	១០	១៤៤	១០
៥	៩	៤០	៩	៧៥	៩	១១០	១០	១៤៥	១០
៦	៩	៤១	១០	៧៦	៩	១១១	៨	១៤៦	៩
៧	១០	៤២	១០	៧៧	៩	១១២	៩	១៤៧	៩
៨	១០	៤៣	១១	៧៨	៩	១១៣	៩	១៤៨	៩
៩	១១	៤៤	៩	៧៩	៩	១១៤	៩	១៤៩	៩
១០	៩	៤៥	៩	៨០	៩	១១៥	៩	១៥០	៩
១១	៩	៤៦	៩	៨១	១០	១១៦	៩	១៥១	៩
១២	៩	៤៧	៩	៨២	៩	១១៧	៩	១៥២	៩
១៣	៩	៤៨	១០	៨៣	៩	១១៨	៩	១៥៣	៩
១៤	៩	៤៩	១០	៨៤	៩	១១៩	១២	១៥៤	៩
១៥	៩	៥០	១២	៨៥	៩	១២០	៩	១៥៥	៩
១៦	៩	៥១	៩	៨៦	១២	១២១	៩	១៥៦	៩
១៧	៩	៥២	១០	៨៧	៩	១២២	៩	១៥៧	១០
១៨	៩	៥៣	៩	៨៨	៩	១២៣	១០	១៥៨	១០
១៩	១០	៥៤	១២	៨៩	៩	១២៤	៩	១៥៩	៩
២០	៩	៥៥	១២	៩០	៩	១២៥	៩	១៦០	៧
២១	៩	៥៦	១០	៩១	៩	១២៦	៩	១៦១	៧
២២	៩	៥៧	១២	៩២	១២	១២៧	១១	១៦២	៧
២៣	១០	៥៨	១២	៩៣	៩	១២៨	១២	១៦៣	៩
២៤	១០	៥៩	១០	៩៤	៩	១២៩	១២	១៦៤	៩
២៥	១២	៦០	១០	៩៥	៩	១៣០	១០	១៦៥	៩
២៦	៩	៦១	៩	៩៦	៩	១៣១	៩	១៦៦	១០
២៧	៩	៦២	៩	៩៧	៩	១៣២	៩	១៦៧	៩
២៨	៩	៦៣	៩	៩៨	៩	១៣៣	៩	១៦៨	៩
២៩	១០	៦៤	១២	៩៩	៩	១៣៤	៩	១៦៩	៩
៣០	៩	៦៥	១២	១០០	៨	១៣៥	១០	១៧០	៩
៣១	៩	៦៦	៩	១០១	៩	១៣៦	៩	១៧១	៩
៣២	៩	៦៧	៩	១០២	៩	១៣៧	៩	១៧២	៩
៣៣	៩	៦៨	៩	១០៣	៩	១៣៨	១០	១៧៣	៩
៣៤	១១	៦៩	១០	១០៤	៩	១៣៩	៩	១៧៤	៩
៣៥	១១	៧០	១២	១០៥	៩	១៤០	៩	១៧៥	៩

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

លេខរៀង លំហាត់	សមត្ថភាព ថ្នាក់ទី	លេខរៀង លំហាត់	សមត្ថភាព ថ្នាក់ទី	លេខរៀង លំហាត់	សមត្ថភាព ថ្នាក់ទី	លេខរៀង លំហាត់	សមត្ថភាព ថ្នាក់ទី	លេខរៀង លំហាត់	សមត្ថភាព ថ្នាក់ទី
១៧៦	៩	២១១	៩	២៤៦	៧	២៨១	៩	៣១៦	៩
១៧៧	៩	២១២	៩	២៤៧	៩	២៨២	៩	៣១៧	៩
១៧៨	៩	២១៣	៩	២៤៨	៧	២៨៣	៩	៣១៨	៩
១៧៩	៩	២១៤	៩	២៤៩	៧	២៨៤	៩	៣១៩	៩
១៨០	៩	២១៥	៩	២៥០	១០	២៨៥	៩	៣២០	៩
១៨១	៩	២១៦	៩	២៥១	១០	២៨៦	៩	៣២១	១០
១៨២	១០	២១៧	៩	២៥២	៩	២៨៧	៩	៣២២	៩
១៨៣	១០	២១៨	៩	២៥៣	១២	២៨៨	៩	៣២៣	៩
១៨៤	៩	២១៩	៩	២៥៤	១២	២៨៩	៩	៣២៤	៩
១៨៥	៩	២២០	៩	២៥៥	៩	២៩០	៩	៣២៥	៩
១៨៦	៩	២២១	៧	២៥៦	៩	២៩១	១០	៣២៦	៩
១៨៧	៩	២២២	៩	២៥៧	៩	២៩២	៩	៣២៧	៩
១៨៨	១០	២២៣	៩	២៥៨	១២	២៩៣	៩	៣២៨	៩
១៨៩	១០	២២៤	៩	២៥៩	១០	២៩៤	៩	៣២៩	៩
១៩០	១០	២២៥	៩	២៦០	១០	២៩៥	៨	៣៣០	៩
១៩១	៩	២២៦	៩	២៦១	៩	២៩៦	៩	៣៣១	១០
១៩២	៩	២២៧	៩	២៦២	៩	២៩៧	៩	៣៣២	៩
១៩៣	៩	២២៨	១១	២៦៣	៩	២៩៨	៩	៣៣៣	១២
១៩៤	៩	២២៩	១០	២៦៤	៩	២៩៩	៩	៣៣៤	៩
១៩៥	៩	២៣០	៧	២៦៥	៩	៣០០	៩	៣៣៥	៩
១៩៦	៩	២៣១	១០	២៦៦	៩	៣០១	៩	៣៣៦	៩
១៩៧	៩	២៣២	៩	២៦៧	៩	៣០២	១០	៣៣៧	៩
១៩៨	១១	២៣៣	១១	២៦៨	៧	៣០៣	៩	៣៣៨	៩
១៩៩	១១	២៣៤	១០	២៦៩	៩	៣០៤	៩	៣៣៩	៩
២០០	៩	២៣៥	៩	២៧០	៩	៣០៥	៩	៣៤០	៩
២០១	៩	២៣៦	៩	២៧១	១១	៣០៦	៩	៣៤១	៩
២០២	៩	២៣៧	៩	២៧២	៩	៣០៧	៩	៣៤២	៩
២០៣	៩	២៣៨	៩	២៧៣	៩	៣០៨	៩	៣៤៣	៩
២០៤	៩	២៣៩	៩	២៧៤	១០	៣០៩	៩	៣៤៤	៩
២០៥	៩	២៤០	៩	២៧៥	១០	៣១០	៩	៣៤៥	៩
២០៦	៩	២៤១	៩	២៧៦	១០	៣១១	៩	៣៤៦	៩
២០៧	៩	២៤២	៩	២៧៧	៩	៣១២	៩	៣៤៧	៩
២០៨	១០	២៤៣	៩	២៧៨	១០	៣១៣	៩	៣៤៨	៩
២០៩	៩	២៤៤	៩	២៧៩	៩	៣១៤	៩	៣៤៩	៩
២១០	១០	២៤៥	៩	២៨០	១០	៣១៥	៩	៣៥០	៩

លេខបន្តបន្ទាប់គឺកម្រិតថ្នាក់ទី ៩ ទាំងអស់

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

លំហាត់ល្អៗ

១. រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាននៃ a , b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ ទំនាក់ទំនង : $a^2+b^2=a+b+8$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថា E ជាការេប្រាកដ ដែល $E=(x+1000)(x+2000)(x+3000)(x+4000)+1000^4$ ។

៣. រកលេខនៅខ្ទង់រាយនៃចំនួន : $A=3^{2011}\cdot 7^{2012}+3^{2013}\cdot 7^{2014}$ ។

៤. គណនាកន្សោម : $P=\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ ។

៥. គណនាតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ F មានតម្លៃអប្បបរមា (តូចបំផុត) ដែល : $F=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ ។

៦. គណនា x^2+y^2 ដោយដឹងថា $x^3+y^3=8100$ និង $x+y=30$ ។

៧. ស្រាយបំភ្លឺថា : $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+...+\dfrac{1}{n\cdot(n+1)}<1$ ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយធំជាង 1 ។

៨. គេឱ្យ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ដែល n ចែកនឹង 7 ឱ្យសំណល់ 5 ហើយ n ចែកនឹង 8 ឱ្យសំណល់ 3 ។

ក. តើ n ចែកនឹង 56 ឱ្យសំណល់ប៉ុន្មាន ? ខ. រកចំនួន n នោះដោយដឹងថា $5616<n<5626$ ។

៩. គេឱ្យស្វ៊ីតចំនួនពិត $a_n=\sqrt{1+\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1+\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^2}$ ដែល $n\geq 1$

បង្ហាញថា $A=\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+...+\dfrac{1}{a_{20}}$ ជាចំនួនគត់ ។

១០. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមលេខ $A=\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}+\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}$ ។

១១. គេឱ្យពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន x , y ដែលមាន $2xy-y=4x^2-2x-1$ ។ គណនា $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}$ ។

១២. គេឱ្យ $f(x)=x^{2011}-13x^{2010}+13x^{2009}-13x^{2008}+...-13x^2+13x-1$ ។ គណនា $f(12)$ ។

១៣. បរិមាត្រនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានរង្វាស់ស្មើនឹង $48cm$ ។ រង្វាស់កម្ពស់នៃប្រលេឡូក្រាមនេះមាន សមាមាត្រ $5:7$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ នោះ ។

១៤. រកសមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$ ដោយដឹងថា $A(2\,,3)$ និង $B(4\,,4)$ ។

១៥. ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 2 ឃ្លីពណ៌លឿង 4 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 6 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាប ចាប់បានឃ្លី 2 មិនមែនពណ៌ខៀវ ។

១៦. គណនាកន្សោម $A=\dfrac{(6+12+18+...+96)^2}{(12+24+36+...+192)^2}+\dfrac{3}{4}$ ។

១៧. គេឱ្យ $x>y>0$ និង $2x^2+2y^2=5xy$ គណនា $E=\dfrac{x+y}{x-y}$ ។

១៨. សម្រួលកន្សោម $E=\sqrt{2x^2-y^2+2x\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}}-\sqrt{(x+y)(x-y)}$ ដែល $x>y>0$ ។

១៩. ដោយដឹងថា $\sin a-\cos a=\sqrt{2}\sin(45^o-a)$ និង $\sqrt{3}\cos a+\sin a=2\cos(30^o-a)$ ។

ចូរគណនាផលគុណ : ក. $A=(1-\cot 1^o)(1-\cot 2^o)(1-\cot 3^o)\times\cdots\times(1-\cot 44^o)$

ខ. $B=(\sqrt{3}+\tan 1^o)(\sqrt{3}+\tan 2^o)(\sqrt{3}+\tan 3^o)\times\cdots\times(\sqrt{3}+\tan 29^o)$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២០. បើគេឱ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន a, b, c ។ ចូរបង្ហាញថា : $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$ ។

២១. គេឱ្យបីចំនួនពិតវិជ្ជមាន a, b, c ។ បង្ហាញថា : $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$ ។

២២. រកឫសគត់វិជ្ជមាននៃសមីការ : $2(x+y)+16=3xy$ ។

២៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ : $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$ មានឫសជានិច្ច ដែលនៅក្នុងសមីការនេះមាន x ជាអញ្ញាត និង a, b, c ជាចំនួនពិត។

២៤. គេឱ្យទំនាក់ទំនង : $f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$ ។

ខ. ទាញរកផលបូក $S=f\left(\dfrac{1}{2011}\right)+f\left(\dfrac{2}{2011}\right)+f\left(\dfrac{3}{2011}\right)+\ldots+f\left(\dfrac{2010}{2011}\right)$ ។

២៥. គណនាលីមីត : $\lim\limits_{x\to 0} x^x$ ។

២៦. គណនា : $A=2010\left(2011^{2010}+2011^{2009}+2011^{2008}+\ldots+2011^2+2012\right)+1$ ។

២៧. គេឱ្យពីរចំនួន a និង b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a-b=1$ ។ បង្ហាញថា $(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$ ។

២៨. គណនា $A=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1-\dfrac{1}{2011}\right)$ ។

២៩. ដោះស្រាយសមីការ : $4x^4-5x^2+1=0$ ។

៣០. បើ $abc=1$ សូមបង្ហាញឱ្យជឿថា $\dfrac{1}{ab+a+1}+\dfrac{1}{bc+b+1}+\dfrac{1}{ca+c+1}=1$ ។

៣១. គណនា $S=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\dfrac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+\ldots\dfrac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ ។

៣២. សូមបង្ហាញឱ្យគេជឿថា : $2002^{2003}-2002^{1979}$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

៣៣. គ្រប់ចំនួនពិត a, b, c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=1$ ។ បង្ហាញឱ្យគេជឿថា $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$ ។

៣៤. គ្រប់ចំនួនពិត $a, b, c, \ldots, x, y$ វិជ្ជមាន និងខុសពី 1 ។ សូមបង្ហាញឱ្យគេជឿថា :

$\log_a b\times\log_b c\times\log_c d\times\ldots\times\log_x y\times\log_y a=1$ ។

៣៥. យើងមាន $f(x)=\log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ ។ បង្ហាញថា $f(x)+f(y)=f\left(\dfrac{x+y}{1+xy}\right)$ ។

៣៦. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$ ។

៣៧. គ្រប់ a និង b ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន និងខុសពី 1 ។ សូមបង្ហាញថា :

$(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1=\log_a b$ ។

៣៨. សូមបង្ហាញថា : $\dfrac{1+\cos a}{1-\cos a}-\dfrac{1-\cos a}{1+\cos a}=\dfrac{4\cot a}{\sin a}$ ។

៣៩. ដោះស្រាយសមីការ : $5^{\log x}=50-x^{\log 5}$ ។

៤០. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយតែម្តងគត់ ។ គណនាប្រូបាបដែលបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង 5 ។

៤១. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+\ldots+\sqrt{4^n x+3}}}}=\sqrt{x}+1$ ។

៤២. ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n គេឱ្យ $f(n)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{n^2+2n+1}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{n^2-2n+1}}$ ។ គណនាផលបូក $f(1)+f(3)+f(5)+\ldots+f(999997)+f(999999)$ ។

៤៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $a/\ \begin{cases}5(\log_y x+\log_x y)=26\\ xy=64\end{cases}$ $b/\ \begin{cases}4^x\cdot 5^y=\dfrac{1}{400}\\ 5^x\cdot 6^y=\dfrac{1}{900}\end{cases}$ ។

៤៤. គេឱ្យ a និង n ជាចំនួនវិជ្ជមាន ហើយ n គត់ ដែលផលគុណ $a_1\cdot a_2\cdot a_3\times\ldots\times a_n=1$ ។ សូមបង្ហាញថា $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\geq 2^n$ ។

៤៥. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $a/\ \begin{cases}7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342\\ 9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344\end{cases}$ $b/\ \begin{cases}4^x\cdot 3^{y+1}+27^y=171\\ 8^x+2^x\cdot 3^{1+2y}=172\end{cases}$ ។

៤៦. ចំនួនមួយមានលេខប្រាំខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់វារៀបតាមលំដាប់គឺ x , $x+1$, $x+2$, $3x$, $x+3$ ហើយគេដឹងថា ចំនួននោះជាការេប្រាកដ ។ ចូររកចំនួននោះ ។

៤៧. គណនាផលបូក $S=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$ ។

៤៨. ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $f(n)=3^{2n}+7$ ចែកដាច់នឹង 8 ដែល n ជាចំនួនគត់ ។

៤៩. មាន $f(x)=2x+1$ និង $g[f(x)]=x^2+3x+1$ ។ សូមគណនា $g(3)$ ។

៥០. គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ស្រាយបំភ្លឺថា $\dfrac{n}{3}+\dfrac{n^2}{2}+\dfrac{n^3}{6}$ ក៏ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ ។

៥១. គណនាផលបូក $S=\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\dfrac{1}{2010\cdot 2011}$ ។

៥២. គេឧបមាថា $x^2+x+1=0$ ។ ចូរគណនា $x^{2011}+\dfrac{1}{x^{2011}}$ ។

៥៣. ចំនួនមួយជាការេប្រាកដមានរាង $\overline{abcd}$ ។ ដោយដឹងថា $\overline{ab}-\overline{cd}=1$ ចូររកចំនួន $\overline{abcd}$ នោះ ។

៥៤. សូមបង្ហាញថា $n!>3^n$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $n\geq 7$ ។

៥៥. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x+a)=\dfrac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x\geq 0$ និង $a>0$ ។ សូមបង្ហាញឱ្យឃើញថា f ជាអនុគមន៍ខួបលើចន្លោះ $[0,+\infty)$ ។

៥៦. ចំពោះ $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1$ ($n!$ អានថា n ហ្វាក់តូរ្យែល) ។ បង្ហាញថា $0!=1$ ។

៥៧. បង្ហាញថា $F=\dfrac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ។

៥៨. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចបំផុត ដែលមាន 6 ជាលេខនៅខ្ទង់ឯកតា (ខ្ទង់រាយ) ហើយបើប្តូរលេខ 6 ទៅខាងមុខគេបំផុតវិញ នោះគេនឹងបានចំនួនថ្មី ដែលស្មើនឹង 4 ដងនៃចំនួនដើម ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៥៩. គេឱ្យលក្ខខណ្ឌបី ដែលបុរសបីនាក់ A,B,C ទៅស្ដីដណ្ដឹងនារីបីនាក់ $1,2,3$ ជាគូអនាគត ដូចខាងក្រោម ៖

ក. បើបុរស A ជាគូនឹងនារី 1 នោះ បុរស B ជាគូនឹងនារី 2

ខ. បើបុរស A ជាគូនឹងនារី 3 នោះ បុរស C ជាគូនឹងនារី 1

គ. បើបុរស B មិនជាគូនឹងនារី 3 នោះ បុរស C ជាគូនឹងនារី 1 ។

សំណួរសួរថា តើបុរសណា ជាគូនឹងនារីណា ?

៦០. រក 11 ចំនួនមិនអវិជ្ជមាន ដែលចំនួននីមួយៗ ស្មើនឹងការេនៃផលបូកនៃ 10 ចំនួនផ្សេងទៀត ។

៦១. គេឱ្យ a , b , c ជាចំនួនពិត ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ca=0 \end{cases}$ ។ គណនា $A=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(a-1)^{2012}$ ។

៦២. គណនាផលបូក $S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2010^2}+\frac{1}{2011^2}}$ ។

៦៣. ដោះស្រាយសមីការមាន x ជាចំនួនគត់៖ ក. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=4$

ខ. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=0$ ។

៦៤. ដោះស្រាយសមីការ ៖ $\overline{2x9y}=2^x\cdot 9^y$ ។ (គេសរសេរ $\overline{2x9y}$ បញ្ជាក់ថាជាលេខ៤ខ្ទង់មានន័យថា $0\le x\le 9$, $0\le y\le 9$) ។

៦៥. រកគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $N=\overline{a_1a_2a_3...a_n}$ ដែលនាំឱ្យ $\frac{\overline{2a_1a_2a_3...a_n1}}{\overline{1a_1a_2a_3...a_n2}}=\frac{21}{12}$ ។

៦៦. គណនាផលបូក ៖ $S=\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ ។

៦៧. សម្រួលកន្សោម ៖ $(2+\sqrt{3})^{2011}\cdot(2-\sqrt{3})^{2012}+\sqrt{3}$ ។

៦៨. សូមបង្ហាញឱ្យឃើញថា $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}$ ។

៦៩. ចំពោះ $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times 3\times 2\times 1$ ។ គណនាផលបូក $S=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{n}{(n+1)!}$ ។

៧០. កំណត់លេខខាងចុងនៃផលបូក ៖ $\Sigma=1^2+2^2+3^2+...+2010^2+2011^2$ ។

៧១. កំណត់លេខខាងចុងនៃផលបូក ៖ $\Sigma=1!+2!+3!+...+2010!+2011!$ ។

៧២. គេឱ្យ $\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=1$ ។ គណនាតម្លៃ $A=a^{2012}+ab^{2011}$ ។

៧៣. ដោះស្រាយសមីការ ៖ $2011^{\log_{2012}x}+x^{\log_{2012}2011}=4022$ ។

៧៤. គេឱ្យ $ab=1$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា ៖ $a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$ ។

៧៥. គេឱ្យ x , y និង z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} x^2+2y+1=0 \\ y^2+2z+1=0 \\ z^2+2x+1=0 \end{cases}$ ។ គណនាកន្សោម ៖ $A=x^{2010}+y^{2011}+x^{2012}$ ។

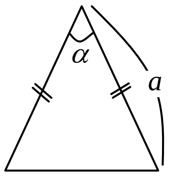
៧៦. ពីសមាមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ។ បង្ហាញថា $\frac{ad+bc}{2ab}=\frac{2cd}{ad+bc}$ ។

៧៧. a និង b ជាពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ ចូរសម្រួលកន្សោម ៖ $A=\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{2}\right)\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៧៨. គេឱ្យ $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=1$ និង $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=m$ ។ ចូរគណនា $P=xy+yz+zx$ ។

៧៩. គេឱ្យត្រីកោណសមបាទមួយ ដែលមានមុំមួយមានរង្វាស់ស្មើ α និងជ្រុងពីរដែលអមនឹងមុំនេះ មានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយស្មើ a ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណនេះ ជាអនុគមន៍នៃ α និង a ។



៨០. ប្រៀបធៀបចំនួន ក. $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ និង $\sqrt{21}$　　ខ. $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}$ និង $2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$ ។

៨១. រកតម្លៃគត់នៃ x , y និង z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ : $x+y+z+4=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}$ ។

៨២. គេឱ្យ $\begin{cases} ax^3=by^3=cz^3 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \end{cases}$ ។ ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$ ។

៨៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ទីប្រជុំទម្ងន់G ផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ O និងអរតូសង់នៃត្រីកោណ H នៃត្រីកោណមួយ ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា ។

៨៤. គេឱ្យ $P=a^2b^2+5a^2+9b^2-6ab^2-30a+45$ ។ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃចំនួនពិតa និងb បង្ហាញថា $P\geq 0$ ។

៨៥. សូមបង្ហាញឱ្យឃើញថា $39^{51}+51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

៨៦. គណនា $A=101\cdot 10001\cdot 100000001\times\ldots\times 1\underbrace{000\ldots0}_{\text{មាន } 2^n-1 \text{ ដងនៃលេខ 0}}1$ ។

៨៧. គណនាតម្លៃ n ដែលនាំឱ្យ $\frac{3}{2011}+\frac{9}{2011}+\frac{15}{2011}+\ldots+\frac{6n-3}{2011}=\frac{300}{2011}$ ។

៨៨. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ　ក. $\begin{cases} x^2=2x-y \\ y^2=2y-z \\ z^2=2z-x \end{cases}$　　ខ. $\begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=-\frac{1}{12} \\ \frac{1}{c}+\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{7}{12} \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}=\frac{5}{12} \end{cases}$ ។

៨៩. ដោះស្រាយសមីការ:　$\frac{x-4}{2007}+\frac{x-3}{2008}+\frac{x-2}{2009}+\frac{x-1}{2010}=4$ ។

៩០. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ។

៩១. សម្រួលកន្សោម $B=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ ។

៩២. គេឱ្យបីចំនួនរួមមាន : $A=\underbrace{888\ldots88}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ 8}}$　　$B=\underbrace{222\ldots222}_{\text{មាន } n+1 \text{ តួនៃលេខ 2}}$　　និង $C=\underbrace{444\ldots444}_{\text{មាន } 2n \text{ តួនៃលេខ 4}}$

ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ ។

៩៣. កាលណាបាតនៃត្រីកោណមួយកើនឡើង 10% តើកម្ពស់នៃត្រីកោណនោះត្រូវថយចុះប៉ុន្មានភាគរយ ដើម្បីឱ្យវានៅតែរក្សាក្រឡាផ្ទៃឱ្យនៅដដែល ។

៩៤. គេឱ្យ a , b និងc ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ ។ស្រាយថា : $ab+bc+ac\leq a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$ ។

៩៥. គេឱ្យបីចំនួន a, b និងc ដែល $a+b+c=0$ និង $abc\neq 0$ ។ គណនា E ដែល

$$E=\frac{2011}{b^2-a^2+c^2}-\frac{2011}{b^2-a^2-c^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$ ។

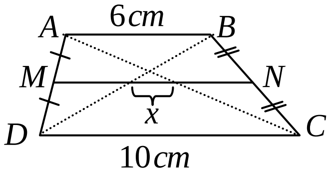
៩៦. បង្ហាញថា $2010\cdot 2012(2011^2+1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)=(2011^{32}-1)$ ។

៩៧. គេឱ្យ ABC ជាត្រីកោណមួយ ដែលមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន ។ បំភ្លឺថា $2AM<AB+AC$ ។

៩៨. ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង x , $x+a$ និង $x+2a$ ដែល $x>0$ និង a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ រកគ្រប់រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណនេះ ដែលតូចជាង ឬស្មើ 10 ដើម្បីឱ្យវាជាត្រីកោណកែង ។

៩៩. ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 3 , 4 , 5 ។ ត្រីកោណនេះជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយ ។ តាង A , B , C ជាក្រឡាផ្ទៃផ្នែកប្លង់ ដែលនៅក្នុងរង្វង់ និងក្រៅត្រីកោណ ហើយ C ជាផ្នែកក្រឡាផ្ទៃដែលធំជាងគេ ។ គណនា $A+B$ ជាអនុគមន៍នឹង C ។

១០០. គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ជាចតុកោណព្នាយ និងមាន MN ជាបាតមធ្យមនៃចតុកោណព្នាយនេះ ។ គណនាប្រវែងបាតមធ្យមនៅចន្លោះអង្កត់ទ្រូង x ដូចរូប? បើគេដឹងថា បាតតូច $AB=6cm$ និងបាតធំ $CD=10cm$ ។



១០១. ចូរគណនាផលបូក $S=\frac{1^2}{1\cdot 3}+\frac{2^2}{3\cdot 5}+\frac{3^2}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1000^2}{1999\cdot 2001}$ ។

១០២. ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យជឿថា $\underbrace{\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots+\sqrt{6}}}}}_{\text{មាន } n \text{ រ៉ាឌីកាល់}}+\underbrace{\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\ldots+\sqrt{30}}}}}_{\text{មាន } n \text{ រ៉ាឌីកាល់}}<9$

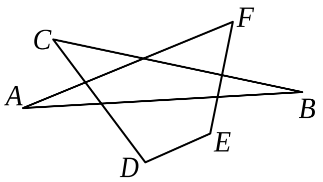
១០៣. ក. ចូរគណនាផលបូក $S=1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+3\cdot 4\cdot 5+\ldots+n(n+1)(n+2)$

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4S+1$ ជាការេប្រាកដ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ។

១០៤. គេឱ្យ $0<x_1<x_2<x_3<\ldots<x_{12}$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7$ ។

១០៥. បើ x , y ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2+3xy+y^2=60$ ។ រកតម្លៃធំបំផុតនៃផលគុណ xy ។

១០៦. រកផលបូករង្វាស់មុំ (គិតជាដឺក្រេ) នៃមុំ A,B,C,D,E និង F នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ ។



១០៧. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A=111\ldots 11222\ldots 22$ ដែលមានចំនួនតួនៃលេខ1 និងលេខ2 ស្មើគ្នាគឺ 2011 តួ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា A ជាផលគុណនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា ។

១០៨. ឧបមាថា x_1 , x_2 ជាឫសនៃសមីការ : $2011x^2-(t-2011)x-2011=0$ ។ រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម :

$$H=(x_2-x_1)^2+4\left(\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)^2$$ ។

១០៩. គណនាតម្លៃលេខនៃ $A=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\ldots}}}}}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១១០. គេមានពហុធា $p(x)$ ។ គេដឹងថាសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង x ស្មើ 1 ហើយសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង $x-1$ ស្មើ 2 ។ រកសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ និង $x(x-1)$ ។ (អ្នកអាចប្រៀបធៀបជាមួយលំហាត់ទី៨ ទំព័រទី1)

១១១. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$ ចែកដាច់នឹង 31 ។

១១២. រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន 2^{3^4} ។

១១៣. រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន 123456789^{2011}

១១៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)\left(\sqrt[3]{2}+1\right)^3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

១១៥. បញ្ជាក់តម្លៃនៃចំនួនពិត x ដោយប្រើសញ្ញាវិសមភាព។ ដោយដឹងថា x ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់ កាលណាគេសរសេរវាជាចំនួនទសភាគ។

១១៦. ក. ប្រៀបធៀបចំនួន $\left(1+2000^2\right)$ និង $\left(2001^2-2\cdot 2000\right)$

ខ. ដោយមិនប្រើ $2000^2=4000000$ និង $2001^2=4004001$ គណនា $A=\sqrt{1+2000^2+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$ ។

១១៧. គេឱ្យទំនាក់ទំនង $\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}=a$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$ ។

១១៨. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2001}+\sqrt{2002}$ និង $2\sqrt{2002}$ ។

១១៩. ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $A=\underbrace{111...111}_{2n\text{ នៃលេខ}1}+\underbrace{444...44}_{n\text{ នៃលេខ}4}+1$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ ។

១២០. សម្រួលកន្សោម : $E=\frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{p}}+\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$ ដែល $(p\,,q>0)$ ។

១២១. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម : $A=\sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}}+\sqrt[3]{3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$ ។

១២២. ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$ ។

១២៣. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $S=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}}}$ ។

១២៤. ឧបមាថា $a\neq 0\,,b\neq 0$ និង $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=2011$ ។ គណនាតម្លៃនៃ $\frac{b+c}{a+b}$ ។

១២៥. ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x-7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$ ។

១២៦. ដោះស្រាយសមីការ : $x^{2000}+\sqrt{6}x^{1998}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x^{1999}$ ។

១២៧. ដោះស្រាយសមីការ : $\log_2\log_3\log_4 x=2$ ។

១២៨. គណនាផលបូក $A=1+11+111+...+\underbrace{111...11}_{n\text{ នៃលេខ}1}$ ។

១២៩. ដោះស្រាយសមីការ :ក. $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$ ខ. $\left(x^x\right)^x=x^{\left(x^x\right)}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៣០. គេឱ្យ a,b,c ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} a+b^2+2ac=29 \\ b+c^2+2ab=18 \\ c+a^2+2bc=25 \end{cases}$ ។ ចូរគណនា $a+b+c$ ។

១៣១. គណនាផលបូក $S=1+2+3+...+2011$ ។ (ដោះស្រាយពុំតាមរូបមន្តស្វ៊ីត) ។

១៣២. ថ្នាក់ទី $9B$ មានសិស្សសរុប 28 នាក់ ។ សិស្សប្រុសមានកម្ពស់មធ្យម $1.68m$ និងសិស្សស្រីមានកម្ពស់មធ្យមគឺ $1.60m$ ។ បើដឹងថាកម្ពស់មធ្យមរបស់សិស្សនៅក្នុងថ្នាក់ទាំងអស់គឺ $1.66m$ ។ រកចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់ ។

១៣៣. គណនាកន្សោម $A=(a+b+c)^2-(-a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b+c)^2$ ។

១៣៤. គេឱ្យ $a+b+c=0$ ។ បង្ហាញថា $\dfrac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\dfrac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\dfrac{2011}{a^2+b^2-c^2}=0$ ។

១៣៥. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យពហុធា $x^4+2x^3+ax^2+bx+1$ ជាការេនៃត្រីធាដឺក្រេទី2 x^2+px+q ។

១៣៦. ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$ ។

១៣៧. គណនា $E=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2-\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$ ។

១៣៨. កំណត់តម្លៃ m និង n ដើម្បីឱ្យសមីការ $\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{m}{x-4}=\dfrac{n}{(x-3)(x-4)}$ មានឫសច្រើនរាប់មិនអស់ ។

១៣៩. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=3 \end{cases}$ មានឫសផ្ទៀងផ្ទាត់ $x>y$ ។

១៤០. គេឱ្យ a,b,c ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=0$ និង $ab+bc+ca=0$ ។ គណនា $D=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(c-1)^{2012}$ ។

១៤១. គណនា $S=(1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+...+2010\cdot2012)-\left(1^2+2^2+3^2+...+2010^2\right)$ ។

១៤២. បង្ហាញថា $A=9^{2011}+8^{2011}+7^{2011}+6^{2011}+5^{2011}-1^{2011}-2^{2011}-3^{2011}-4^{2011}$ ចែកដាច់នឹង 5 ។

១៤៣. គេឱ្យអនុគមន៍ពីរ f និង g កំណត់ដោយ : $f:x\to f(x)=px-2$ ដែល p ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រពិត និង $g:x\to g(x)=4x+3$ ។

ក. គណនា $f\circ g$ និងគណនា $g\circ f$ ។ ខ. កំណត់តម្លៃ p ដើម្បីឱ្យគេបាន $f\circ g=g\circ f$ ។

១៤៤. គេមាន $P_n=\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2^2}\cos\dfrac{x}{2^3}\times...\times\cos\dfrac{x}{2^n}$ ។ បង្ហាញថា $P_n=\dfrac{1}{2^n}\cdot\dfrac{\sin x}{\sin\dfrac{x}{2^n}}$ ។

១៤៥. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការក្នុង $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ នៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2-y^2=5440 \\ PGCD(x,y)=8 \end{cases}$ ។

១៤៦. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ នៃសមីការ $xy=3x+2y+37$ ។

១៤៧. បំភ្លឺថាចំនួន $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង 8 ។

១៤៨. ស្រាយបំភ្លឺថា បើគេមានសមភាព $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ad+bc)^2$ នោះគេត្រូវបាន a,b,c និង d ជាតួនៃសមាមាត្រមួយ ។

១៤៩. គេឱ្យ $ax+by=0$ ។ បង្ហាញថា $\dfrac{a^2}{a^2+b^2}+\dfrac{x^2}{x^2+y^2}=1$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៥០. គេឱ្យ $a+b+c=0$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ដែល $a\neq 0, b\neq 0, c\neq 0$ ។ គណនាតម្លៃនៃ $K=\frac{a^2+b^2+c^2}{2011}$ ។

១៥១. បង្ហាញថា $A=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$ ជាចំនួនគត់ ។

១៥២. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{x^2+2x+1}$ ។

១៥៣. គណនាបីចំនួនគត់តគ្នា បើគេដឹងថា ផលចែកនៃផលគុណចំនួនទាំងបី នឹងពាក់កណ្ដាលការេនៃផលបូកចំនួនទាំងបី ស្មើ $\frac{130}{21}$ ។

១៥៤. បើ $x^2yz^3=7^3$ និង $xy^2=7^9$ ។ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃ xyz ។

១៥៥. រកតម្លៃលេខនៃ $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}$ ។

១៥៦. ចំពោះ $a\neq b\neq c$ គណនាកន្សោម $H=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$ ។

១៥៧. គេដាំកូនឈើ 40ដើម ព័ទ្ធជុំវិញចម្ការមួយមានរាងជាចតុកោណកែង ។ តើចម្ការនោះអាចមានក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតប៉ុន្មាន ? បើគេដឹងថា គម្លាតពីដើមឈើមួយទៅដើមឈើមួយទៀតមានប្រវែង $2m$ ។

១៥៨. បង្ហាញថាចំនួន $\sqrt{3}$ ពុំមែនជាចំនួនសនិទាន ។ (ចំនួនសនិទាន ជាចំនួនមានទម្រង់ជាប្រភាគ $\frac{a}{b}$ ដែល ...) ។

១៥៩. បើ x និង y ជាចំនួនពិត ចូរដោះស្រាយសមីការ $x^2+y^2=0$ ។

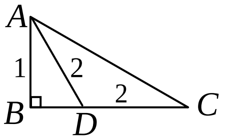
១៦០. គណនា $A=2\frac{3}{4}$ $B=2\cdot\frac{3}{4}$ $C=2\times\frac{3}{4}$ $D=2\left(\frac{3}{4}\right)$ $E=2+\frac{3}{4}$ ។

១៦១. គណនា $A=2^{2^2}$ $B=\left(2^2\right)^2$ $C=2^{2\cdot 2}$ $D=2^{2+2}$ $E=2\cdot 2^2$ ។

១៦២. សរសេរជាទម្រង់ប្រភាគនៃ $A=1.\overline{2}$ $B=0.\overline{12}$ $C=0.1\overline{2}$ $D=1.2\overline{0}$ ។

១៦៣. គេមានការេមួយមានជ្រុង a ។ គណនាអង្កត់ទ្រូង និងចម្ងាយខ្លីបំផុតពីចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទៅជ្រុងការេ ។

១៦៤. គេមានត្រីកោណ ABC កែងត្រង់កំពូល B ហើយមានប្រវែងជ្រុង $AB=1$ ។
D ជាចំណុចមួយនៅលើជ្រុង $[BC]$ ដែល $AD=CD=2$ ។ គណនា AC ។



១៦៥. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)x-2011=0$ ។

១៦៦. ដោះស្រាយសមីការ $(x^2+2x+4)(x^2+2x+3)=x^2+2x+7$ ។

១៦៧. ឧបមាថាសមីការ $ax^2+bx+c=0$ មានឫស x_1 និង x_2 ។ តាង $S_n=x_1^n+x_2^n$ ដែល n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $aS_{n+1}+bS_n+cS_{n-1}=0$ ។

១៦៨. គេឱ្យ $\frac{x^2+2y^2}{306}=\frac{x^2-2y^2}{294}$ ។ គណនា $\frac{x^2}{y^2}$ ។

១៦៩. គណនា $A=(x+2)^2-2(x+2)(x-8)+(x-8)^2$ ចំពោះ $x=2011^{2012}$ ។

១៧០. គេឱ្យ a , b និង c ជាបីចំនួនខុសពីសូន្យ ដែល $a+b+c=1$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។
ស្រាយបំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៧១. រកពីរចំនួនពិតដែលមានផលបូកស្មើ 13 ហើយផលបូកច្រាសរបស់វាស្មើនឹង $\frac{13}{40}$ ។

១៧២. គេឱ្យសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=k$ ។

ក. ដោះស្រាយសមីការ ចំពោះ $k=3$ ។ ខ. កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫស ។

១៧៣. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន : 200^{300} និង 300^{200} ។

១៧៤. ប្រៀបធៀបចំនួន 31^{11} និង 17^{14} ។

១៧៥. បើ a ជាឫសនៃសមីការ $x^{2011}=1$ ហើយ $a\neq 1$ ។ ចូរគណនា $1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}$ ។

១៧៦. គណនាផលបូក $S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n$ ។ (ពុំដោះស្រាយតាមរូបមន្តស្វ៊ីតធរណីមាត្រ) ។

១៧៧. គណនា $A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$ ។

១៧៨. កំណត់តម្លៃ m នៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x-4y=7\\3x+y=m\end{cases}$ ដើម្បីឱ្យវាមានឫស $x>0$ និង $y<0$ ។

១៧៩. គណនា $E=\sqrt{1+2+3+\ldots+2009+2010+2011+2010+2009+\ldots+3+2+1}$ ។

១៨០. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}a+b+c=3\\b+a+d=4\\a+c+d=5\\b+c+d=6\end{cases}$ ។

១៨១. បង្ហាញថា $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$ ហើយ $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$ ។

១៨២. គេឱ្យពហុធា $f(x)=x^n-4x^2+1$ ដែល n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ($n\in\mathbb{N}$) ។ កំណត់តម្លៃ n ដើម្បីឱ្យវិធីចែកនៃពហុធាខាលើ និងពហុធា $(x-3)$ មានសំណល់ស្មើ 46 ។

១៨៣. ដោះស្រាយសមីការ : $\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x}}}}}}=1$ ។

១៨៤. កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់ n ដែលធ្វើឱ្យ $B=4^{27}+4^{1016}+4^n$ ជាការេប្រាកដនៃមួយចំនួនគត់ ។

១៨៥. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x^4+x^2+1}{x^2}=\frac{x^2+x+1}{x}$ ។

១៨៦. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : ក. $\begin{cases}x+y+z=6\\xy+yz+zx=12\\\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}=3\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3\\\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=3\\\frac{1}{xyz}=1\end{cases}$ ។

១៨៧. គេឱ្យ $4^a+4^{-a}=23$ ។ គណនា 2^a+2^{-a} ។

១៨៨. រកចំនួនលទ្ធភាពទាំងអស់ ក្នុងការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ ដែលមានក្បាលប្រព័ន្ធ : ក. 011 ខ.097 ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៨៩. ដោយប្រើលេខទាំងបួនមាន : 1, 2, 4 និង 9 ។ តើគេអាចបង្កើតបានលេខបួនខ្ទង់ ប៉ុន្មានរបៀបខុសគ្នា?

១៩០. ឧបមាថាសមីការ $x^2+px+1=0$ មានឫស a, b និងសមីការ $x^2+qx+2=0$ មានឫស b, c ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(b-a)(b-c)=pq-6$ ។

១៩១. ស្រាយបំភ្លឺថា បើគេមាន $a+b+c=abc$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$ នោះយើងបាន $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$ ។

១៩២. រកពីរចំនួនដោយដឹងថា ផលបូក ផលគុណ និងផលចែករវាងចំនួនទាំងពីរ ស្មើគ្នា ។

១៩៣. គណនាផលគុណ $P=(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\times\ldots\times\left(1+x^{2^n}\right)$ ។

១៩៤. គណនាផលបូក $S=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+2011}$ ។

១៩៥. គណនាផលបូក $S=\frac{1}{x^2+x}+\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+5x+6}+\frac{1}{x^2+7x+12}+\frac{1}{x^2+9x+20}$ ចំពោះ $x=95$ ។

១៩៦. បើ $abc=1$ បង្ហាញថា $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$ ។

១៩៧. រកតម្លៃ x បើ : $\overline{xxx}(x-1)=(x-1)^{x-2}$ ដែល x ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

១៩៨. សម្រួលកន្សោម $A=\log_3 2\cdot\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\log_6 5\cdot\log_7 6\cdot\log_8 7$ ។

១៩៩. គណនាផលបូក $S=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_{a^2} x}+\frac{1}{\log_{a^3} x}+\ldots+\frac{1}{\log_{a^k} x}$ ដែល k ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

២០០. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{2011}=0 \\ x_1^2+x_2^2+x_3^2+\ldots+x_{2011}^2=0 \\ x_1^3+x_2^3+x_3^3+\ldots+x_{2011}^3=0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^{2011}+x_2^{2011}+x_3^{2011}+\ldots+x_{2011}^{2011}=0 \end{cases}$ ។

២០១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមដេទែមីណង់ : $\begin{cases} 3^{\pi}x+3^{-\pi}y=2 \\ 2\cdot 3^{\pi}x-3^{-\pi}y=1 \end{cases}$ ។

២០២. គេឱ្យពីចំនួនពិត x និង y មានសញ្ញាដូចគ្នា។ បង្ហាញថា : ក. $x^2+y^2\geq 2xy$ ខ. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$ ។

២០៣. សម្រួលកន្សោម : $E=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ និង $F=\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$ ដែល $a>0, b>0$ ។

រួចគណនា : $E+F$ និង $E\cdot F$ ។

២០៤. ចំពោះ $x=100$ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម : $A=x^n-100x^{n-1}+x^{n-2}-100x^{n-3}+x^{n-4}-100x^{n-5}$ ។

២០៥. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-\sqrt[3]{8}}}}}$ ។

២០៦. គេឱ្យ a និង b ជាពីរចំនួនគត់គត្គា ។ ដោយដឹងថា $a^2-b^2=321$ ចូរគណនាតម្លៃនៃ a និង b ។

២០៧. ដូចម្តេចដែលហៅថាមុំទល់កំពូល ? បង្ហាញថាមុំទល់កំពូលជាមុំប៉ុនគ្នា ។

២០៨. រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដើម្បីឱ្យ x^2+x+6 ស្មើនឹង n^2 ដែល x ជាចំនួនគត់ ។

២០៩. ប្រៀបធៀបកន្សោម : $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ និង $\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២១០. គេមានសមីការ $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$ ។

ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ $x=1$ ជាឫសនៃសមីការខាងលើ រួចគណនាឫសមួយទៀត ។

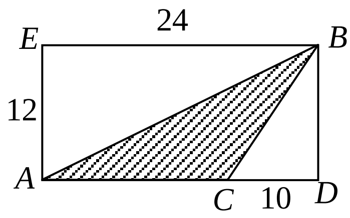
ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប រួចគណនាឫសឌុបទាំងនោះ ។

២១១. រកពីរចំនួន x និង y ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណ : $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ xy=12 \end{cases}$ ។

២១២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$

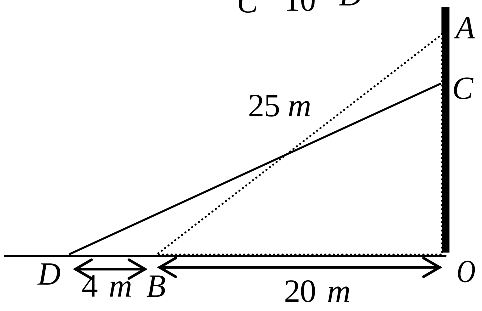
២១៣. ដូចម្ដេចដែលហៅថាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ? បង្ហាញថាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ស្មើនឹងពាក់កណ្ដាលបាតមួយនៃត្រីកោណនោះ ។

២១៤. តើមានចំនួនគត់ n ប៉ុន្មានខ្លះដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7}<\frac{n}{12}<\frac{4}{5}$?



២១៥. ត្រីកោណ ABC ត្រូវបានកាត់ចេញពីក្រដាសរាងជាចតុកោណកែង ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ តើក្រដាសដែលនៅសល់មានប៉ុន្មានភាគ ?

២១៦. ទាញរក $\frac{1}{x+2012}=?$ បើដឹងថា $\frac{1}{x+2011}=2011$ ។



២១៧. របារដែកមួយមានប្រវែង $25m$ ត្រូវបានផ្អែកចុងខាងលើ ទៅលើជញ្ជាំងឈរមួយ ដែលចម្ងាយពីជញ្ជាំងទៅចុងរបារខាងក្រោមមានប្រវែង $20m$ ។ បើគេបង្អិតរបាចេញពីជញ្ជាំងថែម $4m$ ទៀត តើចុងរបារបានធ្លាក់ចុះចំនួនប៉ុន្មាន m ?(សូមមើលរូបខាងស្ដាំ)

២១៨. ត្រីកោណ ABC មួយកែងត្រង់ A ហើយមានបរិមាត្រ $60\ cm$ និងមានផ្ទៃក្រឡា $120cm^2$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ ABC ។

២១៩. បង្ហាញថាត្រីកោណដែលមានរង្វាស់មុំទាំងបី α , 2α និង 3α ជាត្រីកោណកែង ។

២២០. បើគេដឹងថា $f(x)\cdot f(x+1)=9$ និង $f(3)=81$ ។ ចូររក $f(9)$ ។

២២១. សុខធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយបីប្រភេទគឺ រថយន្តបាន $\frac{3}{8}$ ហើយម៉ូតូបាន $\frac{3}{5}$ នៃចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់ ។

ក. រកប្រភាគតាងចម្ងាយផ្លូវដែលសុខត្រូវដើរ ។   ខ. រកចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់បើសុខដើរបាន $2\ km$ ។

២២២. ក. សរសេរ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$ ។   ខ. សរសេរ $1kg$ ជាភាគរយនៃ $800g$ ។

២២៣. អង្កត់ MN មានរង្វាស់ $18cm$ ។ I ជាចំណុចមួយនៅលើ MN ហើយ $MI \neq NI$ ។ A និង B ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃ MI និង NI ។ គណនា AB ។

២២៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណ ស្មើមុំក្រៅមួយនៃត្រីកោណ ដែលមិនជាប់មុំទាំងពីរនោះ ។

២២៥. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4\right]^{2011^{2012}}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២២៦. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 \\ 2^{-x}+2^{-y}+2^{-z}=\dfrac{7}{4} \\ x+y+z=3 \end{cases}$ ។

២២៧. a និង b ជាពីរចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $a+\sqrt{b}=\sqrt{15+\sqrt{216}}$ ។ ចូរគណនា $\left(\dfrac{2a}{b}\right)^{2011}$ ។

២២៨. គេដឹងថា $\log 2=0.3010...$ ។ ចូររកចំនួនខ្ទង់នៃផ្នែកគត់វិជ្ជមាននៃ $A=2^{2011}$ ។

២២៩. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{3\sqrt{x}-5}{2}-\dfrac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$ ។

២៣០. ប្រៀបធៀបចំនួន ab និង $PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)$ ចំពោះ $a=90$, $b=280$ ។

២៣១. ផ្ទៀងផ្ទាត់ឯកលក្ខណៈភាព : $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$ ។

២៣២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x+y=4 \\ xy-z^2+6z=13 \end{cases}$ ។

២៣៣. គេមាននិមិត្តសញ្ញាលោការីត : $Logx$, $\log x$, $\lg x$, $\ln x$, $\log_{10} x$, $\log_e x$ ។ តើនិមិត្តសញ្ញាណាខ្លះជាលោការីតទសភាគ (លោការីតគោល 10) ហើយលោការីតណាខ្លះជាលោការីតនេពែ (លោការីតគោល e) ?

២៣៤. ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង 7 , 8 និង 11 ។ រកក្រឡាផ្ទៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ ។

២៣៥. គេមានបីចំនួន a , b , c ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$ ។ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}$ ។

២៣៦. បង្ហាញថា : $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$ ។

២៣៧. អាយុឪពុកតិចជាងផលបូកអាយុកូនទាំងបី 3ឆ្នាំ ។ បើដឹងថា : អាយុឪពុក និងកូនទាំងបីសមាមាត្រនឹងចំនួន : 15 , 7 , 5 , 4 ។ រកអាយុម្នាក់ៗ ។

២៣៨. ប្រៀបធៀបពីរចំនួន : $\left(\dfrac{9}{25}\right)^{60}$ និង $\left(\dfrac{225}{625}\right)^{50}$ ។

២៣៩. គេឱ្យសមាមាត្រ $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ស្រាយបំភ្លឺថាគេបាន : $\dfrac{ab}{cd}=\dfrac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$ ។

២៤០. រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នា ដោយដឹងថាផលដកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើនឹង 321 ។

២៤១. ក្មេងលេងឃ្លីបីនាក់គឺ A , B និង C មានឃ្លីសមាមាត្រនឹង 3 , 4 , 5 ។ ក្រោយពេលឈប់លេងឃ្លីអ្នកទាំងបីមានសមាមាត្រ 15 , 16 , 17 ។ តើក្មេងណាឈ្នះ ក្មេងណាចាញ់ ?

២៤២. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x}{3}-\dfrac{x}{6}+\dfrac{x}{9}-\dfrac{x}{12}=-1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}$ ។

២៤៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x+xy+y=1 \\ y+yz+z=4 \\ z+zx+x=9 \end{cases}$

២៤៤. ប្រៀបធៀបចំនួន $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}$ មានលេខ 2 ចំនួន 1001ដង និង $3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ មានលេខ 3 ចំនួន 1000 ដង ។

២៤៥. ដោះស្រាយសមីការ : $x=\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\cdot\sqrt{3-x}$ ។

២៤៦. បុរសម្នាក់ធ្វើដំណើរពីរាជធានីភ្នំពេញទៅកាន់ខេត្តស្វាយរៀង។ ក្រោយឆ្លងសាឡាងអ្នកលឿងគាត់ធ្វើដំណើរបន្ត ដល់ត្រង់ចំណុចមួយ គាត់បានចោលភ្នែកឃើញបង្គោលប្រាប់ចម្ងាយដាក់ថា "ស្វាយជ្រំ $17km$" និងបង្គោលបន្ទាប់ ដាក់ថា "ស្វាយរៀង $25km$ "។ សំណួរសួរថា តើចម្ងាយពី ស្វាយជ្រំ ទៅស្វាយរៀងមានប្រវែងប៉ុន្មាន km?

២៤៧. ចាបមួយហ្វូងហើរទំលើផ្កាឈូកនៃស្រះមួយ។ បើចាបមួយទំលើផ្កាឈូកមួយ នោះមានចាបមួយគ្មានផ្កាឈូកទំ ។ តែបើចាបពីរទំផ្កាឈូកមួយ នោះមានផ្កាឈូកមួយគ្មានចាបទំ។ ចូររកចំនួនចាប និងចំនួនផ្កាឈូក ។

២៤៨. សត្វខ្វែកទំលើមែកខ្វារ បាក់មែកប្រាវងាប់បីរស់ពីរ ចុះបើសត្វ 120 ងាប់ប៉ុន្មាន ? រស់ប៉ុន្មាន ?

២៤៩. ដាវី មានអាយុតាងដោយ x បើគិតគូឱ្យខិចិច x ជាពហុគុណនៃ8 ដោយដឹងថា x ធំជាង10 និងតូចជាង 20 ។ តើសព្វថ្ងៃ ដាវីស្រីមានអាយុប៉ុន្មាន ?

២៥០. កសិកម្នាក់មានចំណីសម្រាប់ផ្គត់ផ្គង់គោរបស់គាត់ 40 ក្បាលបាន 35 ថ្ងៃ។ បើគាត់ទិញគោ 10 ក្បាលបន្ថែមទៀត តើគាត់អាចផ្គត់ផ្គង់ចំណីដដែលឱ្យគោបានប៉ុន្មានថ្ងៃ ?

២៥១. គេឱ្យបីចំនួនពិត a_1 , a_2 និង a_3 ដែល $a_1=\sin a_1$, $a_2=\cos a_1\cdot\sin a_2$ និង $a_3=\cos a_1\cdot\cos a_2$ ។ បង្ហាញថា $a_1^2+a_2^2+a_3^2=1$ ។

២៥២. គណនាផលគុណ $P_n=(1-x+x^2)(1-x^2+x^4)(1-x^4+x^8)\times\ldots\times(1-x^{2^n}+x^{2^{n+1}})$ ។

២៥៣. បើ $a>0$, $b>0$ និង $c>0$ បង្ហាញថា $\dfrac{3}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}$ ។

២៥៤. គណនាផលបូក $S_n=1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\ldots+n\cdot n!$ ដែល $n!=n(n-1)(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1$ ។

២៥៥. គណនាផលបូក $\sum_{n=1}^{9999}\left(\dfrac{1}{(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1})}\right)$ ។

២៥៦. សម្រួលកន្សោម : $A=\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$ ។

២៥៧. ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើគេមាន $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ នោះគេបាន : $\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4=\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}$ ។

២៥៨. គេមាន $6^2-5^2=11$, $56^2-45^2=1111$, $556^2-445^2=111111$, $5556^2-4445^2=11111111$, ... ។ ពីការបង្ហាញឧទាហរណ៍ខាងលើចូររករូបមន្តទូទៅ និងស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្តនោះផង។

២៥៩. គណនាផលបូក : $S=\cos^2 1^o+\cos^2 2^o+\cos^2 3^o+\ldots+\cos^2 89^o$ ។

២៦០. គណនាផលបូក : $S=\sin^2 0^o+\sin^2 1^o+\sin^2 2^o+\ldots+\sin^2 90^o$ ។

២៦១. ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យចំនួន $\overline{abba}$ ជាគូបប្រាកដនៃមួយចំនួនគត់ ។

២៦២. ក. កំណត់តម្លៃលេខនៃអញ្ញាត a , b , c និង d នៃចំនួន $\overline{abcd}$ ដោយដឹងថា $\overline{abcd}\times9=\overline{dcba}$ ។

ខ. បញ្ជាក់ថា $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ សុទ្ធតែជាការេប្រាកដនៃមួយចំនួនគត់។

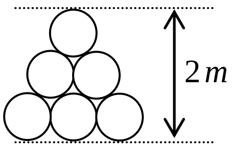
២៦៣. ពីរចំនួនដែលជាការេប្រាកដ ដោយដឹងថាផលគុណវា លើសផលបូកវាចំនួន 4844 ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៦៤. ត្រីកោណកែងមួយមានផ្ទៃក្រឡា $24cm^2$ និងមានបរិមាត្រ $24cm$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណ ។

២៦៥. មានពីរចំនួនគត់តគ្នា ដែលចំនួនទីមួយជាចំនួនបឋម និងចំនួនធំបន្ទាប់ជាការេប្រាកដ ។ ចូររកចំនួនទាំងពីនោះ ។

២៦៦. គេមានរង្វង់ប៉ុនៗគ្នាហើយត្រូវបាន គេរៀបដូចរូបខាងស្តាំ ដែលមាន កម្ពស់ស្មើនឹង $2m$ ។ រកកាំរង្វង់ ។



២៦៧. ស្រាយឱ្យឃើញថា ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ជាត្រីកោណកែងជានិច្ច ។

២៦៨. ពហុកោណមួយមានផលបូកមុំក្នុងមិនលើសពី 2011° ។ តើពហុកោណនេះអាចមានចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតប៉ុន្មាន ?

២៦៩. ចូរស្រាយថា រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណត្រូវតែតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វាជានិច្ច ។

២៧០. បុរសម្នាក់មានបារីមូលដោយដៃ 10 ដើម ។ គាត់ជក់បារីដោយរក្សាកន្ទុយបារី បើជក់អស់បីដើម នោះគាត់អាចយកបន្ទុយបារីដែលសល់មូលបានមួយដើមថ្មីវិញ ។ តើគាត់ជក់ប៉ុន្មានដងទើបអស់បារីទាំង 10 ដើមគ្មានសល់ ?

២៧១. ដោះស្រាយសមីការ ក. $3^x+4^x=5^x$ ខ. $3^x+4^x+5^x=6^x$ ។

២៧២. ស្រាយបញ្ជាក់ ពីសមភាព $(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2=(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$

នោះគេបាន $x=y=z$ ។

២៧៣. ចូរគណនា $S=ab+cd$ ដោយដឹងថា $a^2+b^2=c^2+d^2=2011$ និង $ac+bd=0$ ។

២៧៤. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{1}{\sin 2a}=\cot a-\cot 2a$ ។

ខ. ចូរគណនាផលបូក $S_n=\dfrac{1}{\sin a}+\dfrac{1}{\sin\frac{a}{2}}+\dfrac{1}{\sin\frac{a}{2^2}}+\dfrac{1}{\sin\frac{a}{2^3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sin\frac{a}{2^n}}$ ។

២៧៥. ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1+\dfrac{1}{\cos x}=\dfrac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}$ ។

ខ. ចូរគណនាផលគុណ $P_n=\left(1+\dfrac{1}{\cos x}\right)\left(1+\dfrac{1}{\cos\frac{x}{2}}\right)\left(1+\dfrac{1}{\cos\frac{x}{2^2}}\right)\times\ldots\times\left(1+\dfrac{1}{\cos\frac{x}{2^n}}\right)$ ។

២៧៦. គេឱ្យបួនចំនួន x , y , z និង t វិជ្ជមាន ដោយដឹងថា $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4}=\dfrac{t}{6}$ និង $\dfrac{yzt}{x}+\dfrac{ztx}{y}+\dfrac{txy}{z}+\dfrac{xyz}{t}=14625$ ។

គណនា x , y , z និង t ។

២៧៧. គេមានពហុធា $P=x^2+x+1$ និង $Q=2+x-x^2$ ។

ក. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ P មានតម្លៃអប្បបរមា។ ខ. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ Q មានតម្លៃអតិបរមា។

២៧៨. រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n តូចបំផុត ដែល n មានសំណល់ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ពេលចែកនឹង 2,3,4,5,6 រៀងគ្នា ។

២៧៩. រកចំនួនគត់ n តូចបំផុត ដែល n ចែកដាច់នឹង 7 តែបើចែកនឹង 2 , 3 , 4 , 5 , 6 ឱ្យសំណល់ស្មើ 1 ជានិច្ច ។

២៨០. ស្រាយបញ្ជាក់ថាកន្សោម $E=\cos^6 x+\sin^6 x+3\sin^2 x\cos^2 x$ មានតម្លៃថេរ គ្រប់តម្លៃរបស់ x ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៨១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} x^3+y^3=9 \\ xy=2 \end{cases}$ ។

២៨២. ដោះស្រាយសមីការ $(3^{2011}-3^{2010})(3^{2009}-3^{2008})=4\times 3^x$ ។

២៨៣. សរសេរ N ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១ ដែល $N=(3a-1)^2-4(a^2+6a+9)$ ។

២៨៤. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $N=4(4a+1)^2-100$ ចែកដាច់នឹង 32 ។

២៨៥. គេឱ្យ $a+b=1$ ។ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $P=2(a^3+b^3)-3(a^2+b^2)+1$ ។

២៨៦. រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b ដោយដឹងថា $a^2-b^2=24$ ។

២៨៧. ការេពីរមានផលដកក្រឡាផ្ទៃស្មើ $1152m^2$ និងមានផលដកប្រវែងជ្រុងស្មើ $16m$ ។ គណនាជ្រុងការេនីមួយៗ ។

២៨៨. គណនាកន្សោម $A=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)}+\dfrac{2}{(2-x)(3-x)}+\dfrac{3}{(1-x)(x-3)}$ ។

២៨៩. រកមួយចំនួន ដោយដឹងថា បីដងនៃចំនួននេះ និងការេនៃចំនួនដដែលនេះ ជាចំនួនផ្ទុយគ្នា ។

២៩០. គេមានចំនួន $N=12345678910111213...998999$ ដែលចំនួននេះសរសេរពីលេខ 1 ដល់លេខ 999 ។
តើលេខប៉ុន្មាននៅត្រង់ទីតាំងតួទី 2011 រាប់ពីខាងឆ្វេងដៃ ?

២៩១. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ $\forall x\in\Re-\{-1,0\}$ ដោយ $x(2x+1)f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x+1$ ។ ចូរគណនា ផលបូក
$S=f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(2011)$ ។

២៩២. ប្រអប់មួយមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតកែង មានវិមាត្រ $180mm$, $600mm$, $90mm$ ។ រកចំនួនគូបតិចបំផុតដែលអាចរៀបបំពេញក្នុងប្រអប់នេះ ។

២៩៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2x+2y=3xy \\ 6x+y=4xy \end{cases}$ ។

២៩៤. រកពីរចំនួនគត់ a និង b ដែល $a>b$ ។ បើគេដឹងថា ផលបូករបស់វាជាពហុគុណនៃ 15 ហើយផលដកការេរបស់វាស្មើនឹង 45 ។

២៩៥. x,y,z ជាចំនួនសនិទានខុសពីសូន្យ ។ បើ $A=\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{y}$, $B=\dfrac{z}{x}+\dfrac{x}{z}$, $C=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ ។ បង្ហាញថា តម្លៃនៃ $A^2+B^2+C^2-ABC$ មិនអាស្រ័យនឹង x,y,z ។

២៩៦. យុវជនបីនាក់គឺ A, B, C ធ្វើការរត់ប្រណាំងគ្នាចម្ងាយ $100\ m$ ។ ពេលរត់ប្រណាំងគេសង្កេតឃើញថា : ខណៈពេល A រត់ដល់ទី B នៅខ្វះ $10\ m$ ទៀត និងខណៈពេល B រត់ដល់ទី C នៅខ្វះ $10\ m$ ទៀត ។ គេសន្មត់ថាអ្នកទាំងបីរត់ក្នុងល្បឿនថេរ ។ សួរថា ខណៈពេលដែល A រត់ដល់ទី តើ C នៅចម្ងាយប៉ុន្មានម៉ែត្រ ពី A ?

២៩៧. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} -x+y+z=xyz \\ x-y+z=xyz \\ x+y-z=xyz \end{cases}$ ។

២៩៨. គេមាន a,b,c ជាបីចំនួនខុសគ្នា ។ គណនាផលបូក $S=\dfrac{a}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c}{(c-a)(c-b)}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

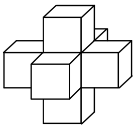
២៩៩. រកគ្រប់បណ្តាគូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x^2+x+13=y^2$ ។

៣០០. គេមានចំនួន $A=2^n\cdot5^{2n+1}$ ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ តើចំនួន A បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យ (0) ប៉ុន្មាន ?

៣០១. គេឱ្យបីចំនួនវិជ្ជមាន $a\,,b\,,c$ ។ ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ac}+\frac{x-c}{ab}=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ ។

៣០២. រកឬសគូបនៃ $Z=\left(8\,,\frac{\pi}{4}\right)$ ។

៣០៣. គេមានគូបចំនួន 7 មានទំហំប៉ុនៗគ្នា ហើយផ្គុំភ្ជាប់គ្នាបានដូចរូបសូលីតខាងស្តាំ : ដោយដឹងថាសូលីតនេះមានមាឌ $448cm^3$ ចូររកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់សូលីតនេះ ។



៣០៤. គេមានត្រីកោណ ABC មួយ និងមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន ។ បង្ហាញឱ្យឃើញថា $2AM<AB+AC$ ។

៣០៥. អ្នកបើកបរម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដោយល្បឿនថេរជារាងរាល់ថ្ងៃ ។ គាត់ចាប់អារម្មណ៍ឃើញថា : បើគាត់បន្ថែមល្បឿន $3km/h$ នោះគាត់ទៅដល់គោលដៅ មុនពេលកំណត់ 1 ម៉ោង ។ តែបើគាត់បន្ថយល្បឿន $2km/h$ នោះគាត់ទៅដល់គោលដៅ ក្រោយពេលកំណត់ 1 ម៉ោងដែរ ។ គណនា រយៈពេលធម្មតា ល្បឿនធម្មតា និងចម្ងាយពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ។

៣០៦. មួយចំនួនមានផលគុណខ្លួនឯងស្មើនឹងផលបូកខ្លួនឯង ។ គណនាមួយចំនួននោះ ។

៣០៧. ក្នុងកិច្ចប្រជុំមួយមានមនុស្ស 10 នាក់ បានចូលរួម ហើយអ្នកទាំងនោះបានចាប់ដៃស្វាគមន៍គ្នាទៅវិញទៅមក ។ បើដឹងថាអ្នកទាំងអស់បានចាប់ដៃគ្នា គ្រប់ៗគ្នា ។ ចូររកចំនួននៃការចាប់ដៃគ្នាទាំងអស់ ។

៣០៨. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន 2^9+3^9 ចែកដាច់នឹង 35 ។

៣០៩. សម្រួលប្រភាគសនិទាន : $E=\frac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-5ab+6b^2}$ ។

៣១០. ត្រីកោណមួយមានបរិមាត្រ $24\ cm$ ។ បើប្រវែងជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នាគឺ $3:4:5$ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់វា ។

៣១១. ចំនួនគត់មួយមានលេខពីរខ្ទង់ ដែលមានផលបូកលេខតាមខ្ទង់ស្មើនឹង 9 ។ បើគេដូរខ្ទង់រាយទៅជាខ្ទង់ដប់វិញ នោះគេបានចំនួនថ្មីច្រើនជាងចំនួនចាស់ 63 ។ គណនាចំនួនគត់នោះ ។

៣១២. បរិមាត្រនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ មានរង្វាស់ស្មើ $48\ cm$ ។ រង្វាស់កម្ពស់នៃប្រលេឡូក្រាមសមាមាត្រ $5:7$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។

៣១៣. រកតម្លៃ x ដែលធ្វើឱ្យកន្សោម $P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ មានតម្លៃតូចបំផុត ? រកតម្លៃតូចបំផុតនោះ ។

៣១៤. មនុស្សមួយក្រុមឡើងជិះឡាន ។ បើម្នាក់អង្គុយកៅអីមួយ នោះនៅសល់មនុស្ស 4 នាក់គ្មានកន្លែងអង្គុយ ។ តែបើមនុស្សពីរនាក់ អង្គុយកៅអីមួយ នោះនៅសល់កៅអី 4 គ្មានមនុស្សអង្គុយ ។ រកចំនួនមនុស្ស និងចំនួនកៅអី ។

៣១៥. ផលបូកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 1 ។ បង្ហាញថាផលគុណវាតូចជាង ឬស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ ។

៣១៦. ការេមួយមានក្រឡាផ្ទៃ $100\ cm^2$ ចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់មួយ ។ រកក្រឡាផ្ទៃនៃការេដែលចារឹកក្នុងរង្វង់ទាំងមូល ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣១៧. កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា $a^2+b^2=0$ ។

៣១៨. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4} \\ xy+yz+zx=26 \end{cases}$ ។

៣១៩. គណនាតម្លៃគត់កន្សោមលេខ : $E=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ ។

៣២០. ពីរចំនួនមានផលបូកស្មើ12 និងមានផលគុណស្មើ4 ។ គណនាផលបូកច្រាសចំនួនទាំងពីរតាមពីររបៀបផ្សេងគ្នា ។

៣២១. បើ x^2+3x+8 ជាកត្តាមួយនៃកន្សោម x^4+rx^2+s ចូរគណនារក r និង s ។

៣២២. គណនា $A=2\times4\times6\times...\times2n$ ។

៣២៣. គេមាន $S=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\times...\times(1+2^{1024})$ ។ ចូរគណនា $\sqrt[1024]{S+1}$ ។

៣២៤. ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូរគណនារកតម្លៃនៃ $A=\frac{2012}{1234568^2-1234567\times12345679}$ ។

៣២៥. រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដើម្បីឱ្យ $4+n^4$ ជាចំនួនបឋម ។

៣២៦. រកលេខខាងចុងនៃផលគុណ $7^{2012}\times2013^{2010}\times7^{2000}\times2013^{2012}$ ។

៣២៧. គណនារកលេខខាងចុងនៃ A ដែល $A=2012^{2013}$ ។

៣២៨. រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដែលធ្វើឱ្យ 2^n-1 ចែកដាច់នឹង 7 ។

៣២៩. បង្ហាញថា $12^{2012}-2^{2008}$ ចែកដាច់នឹង 10 ។

៣៣០. គេមានចំនួន A ដែល $A=n^5-n$ ។ បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n នោះ A ចែកដាច់នឹង 30 ។

៣៣១. គេឱ្យ f ជាអនុគមន៍ពហុធាកំណត់ដោយ $f(x)=x^3-3x$ ។ ចូរគណនា $f(x)$ ចំពោះ

$x=\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ។

៣៣២. រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b ដែលមានផលបូកស្មើ 92 និង $a+1$ ជាពហុគុណនៃ b ។

៣៣៣. ចំពោះចំនួនគត់វិជ្ជមាន n, គេឱ្យ $P=(n+1)(n+2)(n+3)\times...\times(n+n)$ និង $P'=1\times3\times5\times...\times(2n-1)$ ។

បង្ហាញថា P ចែកដាច់នឹង P' និងរកផលចែករបស់វាផង ។

៣៣៤. គេឱ្យ $\overline{2a3}+326=\overline{5b9}$ ដែល $\overline{2a3}$ និង $\overline{5b9}$ ជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់ ។ បើ $\overline{5b9}$ ចែកដាច់នឹង 9 គណនា $a+b$ ។

៣៣៥. ឧបមាថា $a^2+a=-1$ ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=a^4+2a^3+4a^2+3a+3$ ។

៣៣៦. គណនាកន្សោម A ដោយឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណបីកត្តា ដែល $A=\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{12}+\sqrt{8}+3+\sqrt{6}}$ ។

៣៣៧. គណនាតម្លៃលេខនៃ $S=\frac{2^2+4^2+6^2+...+200^2}{3^2+6^2+9^2+...+300^2}$ ។

៣៣៨. ត្រីកោណកែងមួយមានអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើ $13\,cm$ និងផលបូកជ្រុងពីរទៀតស្មើ $17\,cm$ ។ រករង្វាស់ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ ។

៣៣៩. ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$ ។

៣៤០. បង្ហាញថា $A<6$ ដែល $A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+...+\sqrt[3]{24}}}}$ ។

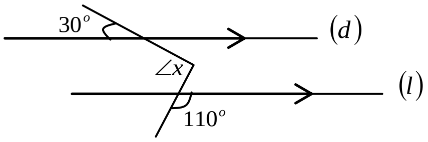
៣៤១. ដោះស្រាយសមីការ : $\frac{x-4}{2008}+\frac{x-3}{2009}-\frac{x-2}{2010}-\frac{x-1}{2011}=0$ ។

៣៤២. រកបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នា x , y និង z ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=6 \\ y+z=10 \end{cases}$ ។

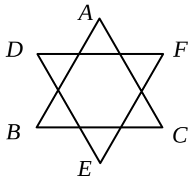
៣៤៣. ដោះស្រាយសមីការ : $\sqrt{x+1}=x-1$ ។

៣៤៤. គេមានបន្ទាត់ពីរស្របគ្នាគឺ $(d)\parallel(l)$ ។

គណនាមុំ : $\angle x$ នៃរូបខាងស្តាំ ។



៣៤៥. គេមានត្រីកោណសម័ង្សពីរ គឺ ΔABC និង ΔDEF ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើ $3\ cm$ ដូចគ្នា ។ ត្រីកោណទាំងពីរផ្គុំគ្នាដូចរូបខាងស្តាំ បានត្រីកោណសម័ង្សតូចៗចំនួន ៦ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើ $1\ cm$ ដូចគ្នា ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃរូបខាងស្តាំ ។



៣៤៦. គេមានចំនួន $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ។ ចូរយកលេខទាំងនេះទៅបំពេញក្នុងប្រអប់ការេខាងស្តាំ ដើម្បីឱ្យផលបូកជួរដេក ស្មើផលបូកជួរឈរ ស្មើផលបូកអង្កត់ទ្រូង ស្មើនឹង 15 ។

៣៤៧. ត្រីកោណមួយមានរង្វាស់ជ្រុង a , b និង c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{a}{24}=\frac{b}{18}=\frac{c}{12}$ ។

ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ បើគេដឹងថា $b+c=10\ cm$ ។

ខ. គណនារង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណ ដែលត្រូវនឹងជ្រុង a ។

៣៤៨. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេរៀបសិស្សជាក្រុម ។ បើរៀបសិស្ស ៨ នាក់ក្នុងមួយក្រុម នៅសល់សិស្ស ៤ នាក់ទៀត ។ តែបើរៀបសិស្ស ៩ នាក់ក្នុងមួយក្រុម នោះនៅខ្វះសិស្ស ២ នាក់ទៀត ។ រកចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់រៀននោះ ។

៣៤៩. រកមួយចំនួនបើដឹងថា ចំនួននោះមិនធំជាងពីរ ហើយក៏មិនតូចជាងពីរដែរ ។

៣៥០. រកមួយចំនួន ដែលមានផលបូកស្មើផលគុណនៃខ្លួនឯង ។

៣៥១. មធ្យមនៃពីរចំនួនស្មើ 2012 និងមធ្យមនៃបីចំនួនក៏ស្មើនឹង 2012 ដែរ ។ ចូររកចំនួនទី 3 ។

៣៥២. x ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន មានលេខពីរខ្ទង់ ។ ចូរគណនា x បើដឹងថា 44 ចែកដាច់នឹង x សល់សំណល់ 10 ។

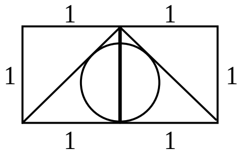
៣៥៣. ដោះស្រាយសមីការ $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ ។

៣៥៤. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យកន្សោម $ax^3+bx^2+54x+27$ អាចសរសេរជាគូបនៃទ្វេធាមួយបាន ។ រួចកំណត់ទ្វេធានោះ ។

៣៥៥. ត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A មានអ៊ីប៉ូតេនុស $BC=17cm$ និង $AB+AC=23cm$ ។ គណនា AB និង AC ។

៣៥៦. គេឱ្យប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 3x+7y=m \\ 2x+5y=20 \end{cases}$ ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការវិជ្ជមាន ។

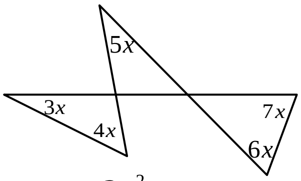
៣៥៧. គណនាកាំរង្វង់នៃរូបខាងស្តាំ :



៣៥៨. គណនាចំនួនគត់ធម្មជាតិ n ដែលធ្វើឱ្យចំនួន $n+13$ និងចំនួន $n-76$ ជាការេប្រាកដ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៥៩. គណនាតម្លៃមុំ x គិតជាដឺក្រេ នៃរូបខាងស្តាំ :



៣៦០. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ដែលមានសមីការនីមួយៗគឺ $\frac{2x^2}{1+x^2}=y\ (1)$, $\frac{2y^2}{1+y^2}=z\ (2)$, $\frac{2z^2}{1+z^2}=x\ (3)$ ។

៣៦១. ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា ផលបូកមុំក្នុងទាំងបីនៃត្រីកោណស្មើនឹង 180° ។

៣៦២. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ពីទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ដែលថាក្នុងត្រីកោណកែង $a^2+b^2=c^2$ មាន c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស ។

៣៦៣. ចូររកចំនួនមួយដែលមានលេខបួនខ្ទង់គឺ $\overline{abca}$ ដោយដឹងថា $\overline{abca}=(5c+1)^2$ ។

៣៦៤. គេមានពីរចំនួន $a>b>0$ ។ បង្ហាញថា គ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n នោះគេបាន $a^n>b^n$ ។

៣៦៥. គណនាផលគុណ $P=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{12}}{4}\times\ldots\times\frac{\sqrt{9900}}{100}$ ។

៣៦៦. ដាក់កន្សោម $P=(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$ ជាផលគុណកត្តា ។

៣៦៧. គេឱ្យ $a>b>0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $3a^2+3b^2=10ab$ ។ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{a-b}{a+b}$ ។

៣៦៨. គេឱ្យកន្សោម $A=\frac{x-1}{x-3}$ ។ កំណត់តម្លៃ x វិជ្ជមាន ដើម្បីឱ្យ A ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

៣៦៩. បង្ហាញថា បើ $a+b+c=0$ ហើយ $a\neq0\,,b\neq0\,,c\neq0$ នោះគេបាន $a^3+b^3+c^3=3abc$ ។

៣៧០. ដោះស្រាយសមីការ $(x+2012)^{2012}-x^{2012}=0$ ។

៣៧១. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\left(x^4-x^3-x^2+2x-1\right)^{2012}$ ចំពោះ $x=\frac{2}{\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$ ។

៣៧២. សួនច្បារមួយមានរាងជាចតុកោណកែង ដែលមានផ្ទៃក្រឡា 720 m^2 ។ បើគេថែមបណ្តោយ 6m និងបន្ថយទទឹង 4m នោះផ្ទៃក្រឡារបស់សួន មិនមានការផ្លាស់ប្តូរទេ ។ គណនាវិមាត្រនៃសួនច្បារនោះ ។

៣៧៣. គេឱ្យពីរចំនួនដែលតូច ឬធំជាងគ្នា 3 ឯកតា ។ បើដឹងថាផលបូកការេនៃចំនួនទាំងពីរស្មើ 89 ចូររកចំនួនទាំងពីរ ។

៣៧៤. គណនាតម្លៃ $x\,,y$ ដែល $y\geq0$ ពីសមីការ : $x^2-4x+y-6\sqrt{y}+13=0$ ។

៣៧៥. ក. ប្រៀបធៀប $3-\sqrt{3}$ និង $\sqrt{6\left(2-\sqrt{3}\right)}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀប $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ និង $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$ ។

៣៧៦. ដោះស្រាយសមីការ $(x-2)^4+(x-3)^4=1$ ។

៣៧៧. រកចំនួនដែលមានលេខពីរខ្ទង់ $\overline{AB}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overline{AB}^2-\overline{BA}^2=1980$ ។

៣៧៨. បើ $ab=4\,,ac=5\,,bc=20$ ។ គណនា $a\,,b\,,c$ ។

៣៧៩. គណនា $A=\left(2025-1^2\right)\left(2025-2^2\right)\left(2025-3^2\right)\times\ldots\times\left(2025-50^2\right)$ ។

៣៨០. តើចំនួន $P=1\times2\times3\times\ldots\times100$ បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួនប៉ុន្មានខ្ទង់ ?

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៨១. តើចំនួន 2012! មានលេខសូន្យនៅខាងចុងប៉ុន្មាន ?

៣៨២. គណនា $N=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

៣៨៣. ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅចំនួន 12 គ្រាប់ ។ រកចំនួនឃ្លី ស ដើម្បីឱ្យប្រូបាប នៃឃ្លីខ្មៅស្មើ $\frac{1}{3}$ ។

៣៨៤. គេឱ្យ ΔABC ដែលមានមេដ្យាន AM , BN និង CP ។

ក. ស្រាយបំភ្លឺថា $AM+BN+CP<AB+BC+AC$ ។

ខ. ស្រាយបំភ្លឺថា $AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}$ ។

៣៨៥. គេឱ្យបីចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបតគ្នា a , b , c ដែល $a<b<c$ ។

ក. គណនាផលបូក $S=a+b+c$ ជាអនុគមន៍នៃ b ។

ខ. ទាញរកតម្លៃនៃ a , b , c ដោយដឹងថា $S=-333$ ។

៣៨៦. កុកមួយហើរជួបក្រសាមួយហ្វូងក៏ស្រែកសួរថា "សួស្តីមិត្តទាំង 100 "។ មេខ្យល់នៃហ្វូងក្រសាបានឆ្លើយតបវិញថា "ទេចំនួនពួកយើងមិនគ្រប់ 100 ទេ" ។ ចំនួនពួកយើងបូកចំនួនពួកយើង បន្ថែមពាក់កណ្ដាលនៃចំនួនពួកយើង ហើយថែម $\frac{1}{4}$ នៃពួកយើង ព្រមទាំងមិត្តឯងទៀតទើបគ្រប់ 100 ។ ចូររកចំនួនក្រសាក្នុងហ្វូងទាំងអស់ ។

៣៨៧. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz \\ x^{2011}+y^{2011}+z^{2011}=3^{2012} \end{cases}$ ។

៣៨៨. បរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC មួយមានរង្វាស់ស្មើ 80 cm ។ បើជ្រុងទាំងបីមានសមាមាត្ររៀងគ្នា 5 , 7 , 4 ។ ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ ។

៣៨៩. គេឱ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{ab}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}$ ។

៣៩០. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2 \\ 2\sqrt{x+3}-\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$ ។

៣៩១. គេមាន $a>1$, $b>1$ និង $a>b$ ។ ចូរប្រៀបធៀប $\frac{a-1}{b-1}$, $\frac{a}{b}$ និង $\frac{a+1}{b+1}$ ។

៣៩២. ប្រៀបធៀប $A=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ និង $B=\sqrt{51+10\sqrt{2}}-\sqrt{51-10\sqrt{2}}$ ។

៣៩៣. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{1+x}{x}+\frac{2+x}{x}+\frac{3+x}{x}+\ldots+\frac{2013+x}{x}=0$ ។

៣៩៤. ក. ដាក់ជាផលគុណកត្តានូវសមភាព $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ ។

ខ. បង្ហាញថាបីចំនួនពិតមិនសូន្យ a , b , c ហើយមានពីរចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោម a , b , c នោះ គេបានទំនាក់ទំនង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ ។

៣៩៥. ដោះស្រាយសមីការ $3^{2+x}+3^{2-x}=30$ ។

៣៩៦. សម្រួលប្រភាគ $A=\dfrac{|x-1|+|x|+x}{3x^2-4x+1}$ ដោយ $x<0$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៩៧. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \dfrac{x+y}{xyz}=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{y+z}{xyz}=\dfrac{5}{6} \\ \dfrac{x+z}{xyz}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$ ។

៣៩៨. ត្រីកោណកែងមួយមានរង្វាស់ជ្រុង ជាបីចំនួនគូតគ្នា ។ គណនាបរិមាត្រ និងក្រឡាផ្ទៃរបស់ត្រីកោណនេះ ។

៣៩៩. សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$ ។

៤០០. គណនាចម្ងាយពីចំណុច $A(6\,,6)$ ទៅបន្ទាត់ $(D): y=-x+4$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ ។

៤០១.

៤០២. ដាក់កន្សោម $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+24$ ជាផលគុណកត្តា ។

៤០៣. គេមានបីចំនួន $a\,,b\,,c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $a^2+b^2+c^2=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា : $a+b^2+c^3=1$ ។

៤០៤. គេឱ្យ $ax+by+cz=0$ និង $a+b+c=\dfrac{1}{2005}$ ។ គណនា $A=\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{bc(y-z)^2+ac(x-z)^2+ab(x-y)^2}$ ។

៤០៥. ចូរកំណត់តម្លៃ x និង y ដើម្បីឱ្យចំនួន $N=\overline{3x82y}$ ចែកដាច់នឹង 3ផង និងចែកដាច់នឹង 11ផង ។

៤០៦. គេមានចំនួន $A=2^{2004}$ ។ ចូររកលេខ : ក. មួយខ្ទង់ខាងចុង ខ. ពីរខ្ទង់ខាងចុង គ. បីខ្ទង់ខាងចុង ។

៤០៧. គណនាផលបូក $S_n=\dfrac{1}{10}+\dfrac{2}{10^2}+\dfrac{3}{10^3}+...+\dfrac{n}{10^n}$ ។

៤០៨. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases} (3x+y)^{x-y}=9 \\ \sqrt[x-y]{324}=18x^2+12xy+2y^2 \end{cases}$ ។

៤០៩. គេឱ្យ a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។ បង្ហាញថា $\forall n\in\aleph\,,\ (a+1)^{n+1}-a(n+1)-1$ ជាពហុគុណនៃ a^2 ។

៤១០. ដាក់កន្សោមខាងស្តាំជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី1 : $(a^2-4b^2)+2(a^3+2a^3)x+a^4-b^4=0$ ។

៤១១. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4a^4-4a^3+5a^2-4a+1\geq 0$, a ជាចំនួនពិត ។

៤១២. គេឱ្យសមីការ $(x+a+b)(x+b+c)(x+c+a)(a+b+c)=abcx$ ។ ដោះស្រាយសមីការបើ $a=2,b=3,c=4$ ។

៤១៣. គេឱ្យ $x\,,y\,,z$ ជាបីចំនួនវិជ្ជមានមិនសូន្យ ។ ចូរបង្ហាញថា $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{1}{z^2}\geq\dfrac{9}{x^2+y^2+z^2}$ ។

៤១៤. នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរមេគេឱ្យបីចំណុច $A(1,2),B(2,3),C(3,4)$ ។ បន្ទាត់ (D) និង (L) កាត់តាម C ។

ក. សរសេរសមីកាបន្ទាត់(AB) ខ. រកសមីការបន្ទាត់ (D) ស្របនឹង (AB) គ. រកបន្ទាត់ (L) កែងនឹង(AB) ។

៤១៥. ដោះស្រាយសមីការ $\dfrac{x+1}{x^2+2x}+\dfrac{x+6}{x^2+12x+35}=\dfrac{x+2}{x^2+4x+3}+\dfrac{x+5}{x^2+10x+24}$ ។

៤១៦. ដោះស្រាយសមីការ $(24x-1)(12x-1)(8x-1)(6x-1)=330$ ។

៤១៧. ដោះស្រាយសមីការ $(x^2+3x-4)^3+(2x^2-5x+3)^3=(3x^2-2x-1)^3$ ។

៤១៨. បង្ហាញថា $\frac{1}{15}<\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\ldots\times\frac{99}{100}<\frac{1}{10}$ ។

៤១៩. ដាក់ជាផលគុណកត្តានូវសមីការ $16x^5-20x^3+5x+1=0$ បើគេដឹងថា (-1) ជាឬសនៃសមីការនេះ ។

៤២០. បើ $a\neq0\,,b\neq0\,,c\neq0$ ដែល $a>b>c$ ។ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{a}<\frac{ab+bc+ca}{3abc}$ ។

៤២១. រកបីចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $a\,,b\,,c$ ដោយដឹងថា ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x គេបាន : $(x-a)(x-10)+1=(x+b)(x+c)$ ។

៤២២. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{2000}=1\\x_1+x_3+x_4+\ldots+x_{2000}=2\\x_1+x_2+x_4+\ldots+x_{2000}=3\\\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{1999}=2000\end{cases}$ ដែលមានចំនួន 2000 សមីការ ។

៤២៣. ដោះស្រាយសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$ ។

៤២៤. គេមានចតុកោណព្នាយ $ABCD$ មួយមានបាត $AB=80\ cm\,,CD=40\ cm$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណព្នាយនេះ បើដឹងថាជ្រុង $AD=68\ cm$ និង $AC=84\ cm$ ។

៤២៥. ថ្នាក់ទី 9C មានសិស្សបីប្រភេទគឺ ពូកែ មធ្យម ខ្សោយ ។ នៅដើមឆ្នាំចំនួនសិស្សសមាមាត្រនឹង 3 , 4 , 7 លុះដល់ចុងឆ្នាំចំនួនសិស្សសមាមាត្រនឹង 2 , 5 , 7 ។ បើដឹងថាចុងឆ្នាំសិស្សខ្សោយថយចុះ 10 នាក់ ចូររកចំនួនសិស្សសរុប ។

៤២៦. គេឱ្យ $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}=k^2$ ដែល k ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។ បង្ហាញថា $\sqrt{ax}+\sqrt{by}+\sqrt{cz}=\sqrt{(a+b+c)(x+y+z)}$ ។

៤២៧. ក. រកបីចំនួនគត់សេសតគ្នា បើផលបូកចំនួនទាំងបីស្មើនឹង 909 ។

ខ. រកបួនចំនួនគត់គូតគ្នា បើដឹងថាផលបូកចំនួនទាំងបួនស្មើនឹង 1028 ។

៤២៨. ដោះស្រាយសមីការ $\overline{0.17}\div2.\overline{3}=x\div0.\overline{3}$ ។

៤២៩. ខ្យងមួយនៅក្នុងអណ្តូងលូ មានជម្រៅ 7m ។ពេលយប់ខ្យងនេះវារឡើងលើបាន 3m តែនៅពេលថ្ងៃក្រោមអំណាចនៃកម្តៅវាធ្លាក់ចុះ 1m វិញ ។ ឧបមាថា ខ្យងព្យាយាមវារឡើងរហូត តើប៉ុន្មានថ្ងៃទើបខ្យងចេញរួចពីអណ្តូង ។

៤៣០. នៅម៉ោង 6:30 mn នារីមួយក្រុមចាប់ផ្តើមស្ទូងស្រូវពីភ្លឺម្ខាង ទៅភ្លឺម្ខាងទៀត ដែលមានចម្ងាយ 100m ដោយល្បឿន 30m/h ហើយបុរសមួយក្រុមទៀតចាប់ផ្តើមស្ទូងពីភ្លឺម្ខាងដោយល្បឿន 20m/h ។

ក.តើក្រុមទាំងពីរស្ទូងជួបគ្នានៅម៉ោងប៉ុន្មាន ?

ខ. តើមួយក្រុមៗស្ទូងបានប្រវែងប៉ុន្មាន m ?

៤៣១. គណនាកន្សោម $F=\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}}+\sqrt{x-2-3\sqrt{2x-5}}$ ។

៤៣២. គេមានការេ $ABCD$ និងចំណុច K នៅលើអង្កត់ទ្រូង AC ។ បង្ហាញថា $KA^2+KC^2=2KD^2$ ។

៤៣៣. គណនាកន្សោម $x^4+\frac{1}{y^4}$ បើដឹងថា $\left(x+\frac{1}{y}\right)^4=1296$ និង $\frac{x}{y}=4$ ។

៤៣៤. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}ab=8\\\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=3\end{cases}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៤៣៥. គេឱ្យត្រីកោណសមបាត COB ដែលមានបាត OB និងកម្ពស់ OA ។ ស្រាយថា $AC^2+OB^2=AB^2+OC^2$ ។

៤៣៦. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A មានបរិមាត្រស្មើ $12\ cm$ និងមានក្រឡាផ្ទៃស្មើ $6\ cm^2$ ។ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ នៃត្រីកោណកែង ABC នេះ ។

៤៣៧. រកចំនួនគត់ដែលនៅចន្លោះ 40 និង 50 ដោយដឹងថា បើគេប្តូរលំដាប់លេខ នោះគេនឹងបានជួបចំនួនថ្មីមួយទៀតដែលស្មើនឹង $\frac{32}{23}$ នៃចំនួននោះ ។

៤៣៨. តាមចំណុច O ក្នុងត្រីកោណសម័ង្ស ABC គេគូសអង្កត់កែងទៅនឹងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណនោះ ។ បង្ហាញថាផលបូកចម្ងាយពីចំណុច O ទៅជ្រុងទាំងបីស្មើនឹងរង្វាស់កម្ពស់នៃត្រីកោណនោះ ។

៤៣៩. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង $A=\dfrac{20}{3+\sqrt{5}+\sqrt{2+2\sqrt{5}}}$ ។

៤៤០. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=-3 \\ x+z=-2 \\ xy+yz+zx=2 \end{cases}$ ។

៤៤១. គេឱ្យត្រីកោណ ABC មានរង្វាស់ជ្រុង a , b , c និងត្រីកោណ $A'B'C'$ មានរង្វាស់ជ្រុង a' , b' , c' ។ ឧបមាថា ΔABC ដូចនឹង $\Delta A'B'C'$ បង្ហាញថា $\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'}=\sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}$ ។

៤៤២. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែលមាន $BC=2a$ និង $\angle B=60^o$ ។ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យតម្លៃបរិមាត្រស្មើនឹងតម្លៃផ្ទៃក្រឡា ។

៤៤៣. នៅមានលំហាត់បន្តជាច្រើនទៀត... ។

១. រកគ្រប់គូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាននៃ a , b

យើងមាន : $a^2+b^2=a+b+8$

យើងបាន : $4a^2+4b^2=4a+4b+32$

$4a^2-4a+1+4b^2-4b+1=34$

$(2a-1)^2+(2b-1)^2=34$

ដោយ $34<36=6^2$ ហើយ $2a-1$ និង $2b-1$ ជាចំនួនសេស

នោះ 34 ជាផលបូកការេចំនួនសេសតូចជាង 6 ។

ចំនួនសេសតូចជាង 6 មាន 1,3,5

មានតែ $3^2+5^2=34$ ឬ $5^2+3^2=34$ យើងបាន :

- $2a-1=3$ និង $2b-1=5$ នោះ $a=2\,,b=3$ ឬ
- $2a-1=5$ និង $2b-1=3$ នោះ $a=3\,,b=2$

ដូចនេះ គូចំនួនផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ : $\begin{cases} a=2\,,b=3 \\ a=3\,,b=2 \end{cases}$ ។

២. ស្រាយបញ្ជាក់ថា E ជាការេប្រាកដ

យើងមាន :

$$E=(x+1000)(x+2000)(x+3000)(x+4000)+1000^4$$

តាង $y=1000$ យើងបាន :

$$E=(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)+y^4$$
$$=(x+y)(x+4y)(x+2y)(x+3y)+y^4$$
$$=(x^2+4xy+xy+4y^2)(x^2+3xy+2xy+6y^2)+y^4$$
$$=(x^2+5xy+4y^2)(x^2+5xy+6y^2)+y^4$$
$$=(x^2+5xy+5y^2-y^2)(x^2+5xy+5y^2+y^2)+y^4$$
$$=\left[(x^2+5xy+5y^2)^2-y^4\right]+y^4$$
$$=(x^2+5xy+5y^2)^2$$

ដូចនេះ $E=(x^2+5xy+5y^2)^2$ ជាការេប្រាកដ ។

៣. រកលេខនៅខ្ទង់រាយនៃចំនួន A :

យើងមាន $A=3^{2011}\cdot7^{2012}+3^{2013}\cdot7^{2014}$

- ពិនិត្យលេខចុងស្វ័យគុណនៃ 3 :

$3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$

$3^5=243$, $3^6=729$, $3^7=2187$, $3\ \ =6561$, ...

យើងទាញបានទូទៅ ស្វ័យគុណនៃ3 : យើងមាន $3^{4k+A}, k\in N$

-បើ $A=0$ នោះលេខចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 1

-បើ $A=1$ នោះលេខចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 3

-បើ $A=2$ នោះលេខចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 9

-បើ $A=3$ នោះលេខចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 7

នាំឱ្យ $3^{2011}=3^{4\cdot502+3}$ មានលេខចុង 7

$3^{2013}=3^{4\cdot503+1}$ មានលេខចុង 3

- ពិនិត្យលេខចុងស្វ័យគុណនៃ 7 :

$7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$

$7^5=16807$, $7^6=...9$, $7^7=...3$, $7^8=...1$, ...

យើងទាញបានទូទៅ ស្វ័យគុណនៃ7 : យើងមាន $7^{4k+A}, k\in N$

-បើ $A=0$ នោះលេខខាងចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 1

-បើ $A=1$ នោះលេខខាងចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 7

-បើ $A=2$ នោះលេខខាងចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 9

-បើ $A=3$ នោះលេខខាងចុងនៃ3^{4k+A} គឺ : 3

នាំឱ្យ $7^{2012}=7^{4\cdot503+0}$ មានលេខចុង 1

$7^{2014}=7^{4\cdot503+2}$ មានលេខចុង 9

យើងបាន :

លេខចុង A =លេខចុង7 $\times$ លេខចុង1 + លេខចុង 3 $\times$ លេខចុង 9

= លេខចុង7 + លេខចុង7

= លេខចុង 4

ដូចនេះ ចំនួន A មានលេខ 4 នៅខាងចុង ។

៤. គណនាកន្សោម P :

យើងមានកន្សោម

$$P=\frac{\sqrt{3-2\sqrt2}}{\sqrt{17-12\sqrt2}}-\frac{\sqrt{3+2\sqrt2}}{\sqrt{17+12\sqrt2}}$$
$$=\frac{\sqrt{2-2\sqrt2+1}}{\sqrt{9-12\sqrt2+8}}-\frac{\sqrt{2+2\sqrt2+1}}{\sqrt{9+12\sqrt2+8}}$$
$$=\frac{\sqrt{\sqrt2^2-2\sqrt2+1^2}}{\sqrt{3^2-12\sqrt2+(2\sqrt2)^2}}-\frac{\sqrt{\sqrt2^2+2\sqrt2+1^2}}{\sqrt{3^2+12\sqrt2+(2\sqrt2)^2}}$$
$$=\frac{\sqrt{(\sqrt2-1)^2}}{\sqrt{(3-2\sqrt2)^2}}-\frac{\sqrt{(\sqrt2+1)^2}}{\sqrt{(3+2\sqrt2)^2}}$$
$$=\frac{\sqrt2-1}{3-2\sqrt2}-\frac{\sqrt2+1}{3+2\sqrt2}$$
$$=\frac{(\sqrt2-1)(3+2\sqrt2)-(\sqrt2+1)(3-2\sqrt2)}{3^2-(2\sqrt2)^2}$$
$$=3\sqrt2+4-3-2\sqrt2-3\sqrt2+4-3+2\sqrt2=2$$

ដូចនេះ កន្សោម $P=2$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៥. គណនាតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ F មានតម្លៃអប្បបរមា

យើងមាន :

$$
\begin{aligned}
F &= (x-1)(x+2)(x+3)(x+6) \\
&= (x-1)(x+6)(x+2)(x+3) \\
&= (x^2+6x-x-6)(x^2+3x+2x+6) \\
&= (x^2+5x-6)(x^2+5x+6) \\
&= (x^2+5x)^2-36
\end{aligned}
$$

ដោយ $(x^2+5x)^2 \geq 0$ នោះ $(x^2+5x)^2-36 \geq -36$

នាំឱ្យ F មានតម្លៃអប្បបរមាគឺ $F=-36$

យើងបាន $(x^2+5x)^2-36=-36$

$$
\begin{aligned}
(x^2+5x)^2 &= 0 \\
x^2+5x &= 0 \\
x(x+5) &= 0
\end{aligned}
$$

នាំឱ្យ $x=0$, $x=-5$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $\boxed{x=0\ ,\ x=-5}$ ។

៦. គណនាតម្លៃនៃ x^2+y^2 :

យើងមាន : $x+y=30$

$$
\begin{aligned}
(x+y)^3 &= 30^3 \\
x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 &= 27000 \\
x^3+y^3+3xy(x+y) &= 27000
\end{aligned}
$$

ដោយ $x^3+y^3=8100$ និង $x+y=30$

យើងបាន : $8100+3xy\cdot 30=27000$

$$
\begin{aligned}
90xy &= 27000-8100 \\
xy &= \frac{18900}{90}=210
\end{aligned}
$$

តែ $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$$
\begin{aligned}
8100 &= 30(x^2-210+y^2) \\
(x^2-210+y^2) &= 270 \\
x^2+y^2 &= 270+210 \\
x^2+y^2 &= 480
\end{aligned}
$$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ : $\boxed{x^2+y^2=480}$ ។

៧. ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}<1$

ពិនិត្យ : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$

តាមលំនាំខាងលើគេអាចបំបែកបាន ដូចខាងក្រោម :

បូកអង្គនឹងអង្គ
$$
\begin{cases}
\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2} \\
\frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \\
\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}
\end{cases}
$$

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{1}-\frac{1}{n+1}$$

ឬ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{n}{n+1}$

ចំពោះ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហើយធំជាង1

គេបាន $n<n+1$ ឬ $\frac{n}{n+1}<1$

នាំឱ្យ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}<1$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}<1}$ ។

៨. ក. រកសំណល់បើ n ចែកនឹង 56

សម្មតិកម្ម : n ចែកនឹង 7 ឱ្យសំណល់ 5

បើតាង $q_1\in\aleph$ ជាផលចែក នោះគេបាន $n=7q_1+5$

n ចែកនឹង 8 ឱ្យសំណល់ 3

បើតាង $q_2\in\aleph$ ជាផលចែក នោះគេបាន $n=8q_2+3$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} n=7q_1+5 & \times 8 \\ n=8q_2+3 & \times 7 \end{cases}$

ដកអង្គនឹងអង្គ
$$
-\begin{cases} 8n=56q_1+40 \\ 7n=56q_2+21 \end{cases}
$$
$$n=56(q_1-q_2)+19$$

បើតាង q ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ដែល $q=q_1-q_2$

យើងបាន $n=56q+19$

ដូចនេះ $\boxed{\text{តម្លៃសំណល់ដែល } n \text{ ចែកនឹង 56 គឺ 19}}$ ។

ខ. រកចំនួន n : ដោយ $5616<n<5626$

នាំឱ្យ $5616<56q+19<5626$

$$
\begin{aligned}
5597 &< 56q < 5607 \\
99.946 &< q < 100.125
\end{aligned}
$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ដោយ q ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ នោះ $q=100$

យើងបាន $n=56\cdot100+19=5619$

ដូចនេះ | ចំនួន n ដែលរកបានគឺ : $n=5619$ | ។

៩. បង្ហាញថា $A=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{20}}$ **ជាចំនួនគត់**

យើងមាន : $a_n=\sqrt{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1+\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}$ នាំឱ្យ

$$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}+\sqrt{1+\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}-\sqrt{1+\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}}{1+\left(1+\frac{1}{n}\right)^2-1-\left(1-\frac{1}{n}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{1+\left(1^2+2\cdot1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\right)}-\sqrt{1+\left(1^2-2\cdot1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\right)}}{1^2+2\cdot1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2-\left(1^2-2\cdot1\cdot\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{n}\right)^2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{\frac{2n^2+2n+1}{n^2}}-\sqrt{\frac{2n^2-2n+1}{n^2}}}{\frac{4}{n}}$$

$$=\frac{n}{4}\cdot\left(\sqrt{\frac{2n^2+2n+1}{n^2}}-\sqrt{\frac{2n^2-2n+1}{n^2}}\right)$$

$$=\frac{1}{4}\left(\sqrt{2n^2+2n+1}-\sqrt{2n^2-2n+1}\right)$$

យើងបាន :

$$+\begin{cases}\frac{1}{a_1}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{5}-\sqrt{1}\right)\\ \frac{1}{a_2}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{13}-\sqrt{5}\right)\\ \frac{1}{a_3}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{25}-\sqrt{13}\right)\\ \dots\dots\dots\dots\\ \frac{1}{a_{20}}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{841}-\sqrt{761}\right)\end{cases}$$

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+...+\frac{1}{a_{20}}=\frac{1}{4}\left(\sqrt{841}-\sqrt{1}\right)$$

$$=\frac{1}{4}(29-1)=7$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A=7$ ជាចំនួនគត់ | ។

១០. គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោមលេខ A

យើងមាន : $A=\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}+\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}$

តាមរូបមន្ត $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

នាំឱ្យ : $=a^3+b^3+3ab(a+b)$

$$A^3=\left(\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}+\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}\right)^3$$

$$A^3=182+\sqrt{33125}+182-\sqrt{33125}+$$
$$+3\left(\sqrt[3]{182+\sqrt{33125}}\cdot\sqrt[3]{182-\sqrt{33125}}\right)^3\cdot A$$

$$A^3=364+3\sqrt[3]{182^2-\sqrt{33125^2}}\cdot A$$

$$A^3=364+3\sqrt[3]{33124-33125}\cdot A$$

$$A^3=364-3A$$

$$A^3+3A-364=0$$

ដោយមើលឃើញឫសងាយ $A=7$ យើងបាន :

$$A^3+3A-364=0$$
$$A^3-7A^2+7A^2-49A+52A-364=0$$
$$A^2(A-7)+7A(A-7)+52(A-7)=0$$
$$(A-7)(A^2+7A+52)=0$$

ទាញបាន $\begin{cases}(A-7)=0\\ A^2+7A+52=0\end{cases}$

នាំឱ្យ • $A-7=0 \Rightarrow A=7$

• $A^2+7A+52\neq0$ ព្រោះគ្មានឫស ដោយសារ $\Delta<0$

ដូចនេះ | តម្លៃលេខនៃកន្សោម $A=7$ | ។

១១. គណនា $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}$

យើងមាន : $2xy-y=4x^2-2x-1$

$$y(2x-1)=4x^2-2x-1$$
$$y=\frac{4x^2-2x-1}{2x-1}$$
$$y=\frac{2x(2x-1)-1}{2x-1}$$
$$y=2x-\frac{1}{2x-1}$$

សម្មតិកម្ម x , y ជាចំនួនគត់ នេះមានន័យថា

$y=2x-\frac{1}{2x-1}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $\frac{1}{2x-1}$ ជាចំនួនគត់

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ហើយ $\frac{1}{2x-1}$ ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ $2x-1=1$

នាំឱ្យ $x=1$ ទាញបាន $y=2x-\frac{1}{2x-1}$

$$=2\cdot1-\frac{1}{2\cdot1-1}=2-1=1$$

យើងបាន : $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}=\sqrt{1^{2011}}+\sqrt{1^{2011}}=2$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A=\sqrt{x^{2011}}+\sqrt{y^{2011}}=2$ | ។

១២. គណនា $f(12)$: យើងមាន :

$$f(x)=x^{2011}-13x^{2010}+13x^{2009}-13x^{2008}+$$
$$+\ldots-13x^2+13x-1$$
$$=x^{2011}-12x^{2010}-x^{2010}+12x^{2009}+$$
$$+x^{2009}-12x^{2008}-x^{2008}+$$
$$+\ldots-12x^2-x^2+12x+x-1$$
$$=x^{2010}(x-12)-x^{2009}(x-12)+$$
$$+x^{2008}(x-12)-x^{2007}(x-12)+$$
$$+\ldots-x(x-12)+(x-1)$$
$$=(x-12)(x^{2010}-x^{2009}+x^{2008}-x^{2007}+$$
$$+\ldots-x)+(x-1)$$

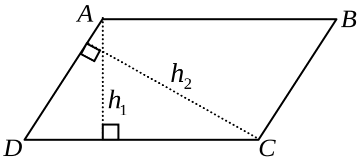
ចំពោះ $x=12$ ជំនួសចូល យើងបាន :

$$f(12)=(12-12)(12^{2010}-12^{2009}+12^{2008}-12^{2007}+$$
$$+\ldots-12)+(12-1)$$

$$f(12)=0+11=11$$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $f(12)=11$ | ។

១៣. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$



យើងមានរូបមន្តក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាម

$S_{ABCD}=AB\cdot h_1$ ឬ $S_{ABCD}=AD\cdot h_2$

ទាញបាន $AB\cdot h_1=AD\cdot h_2$

បានសមាមាត្រ $\frac{h_1}{h_2}=\frac{AD}{AB}$

សម្មតិកម្ម សមាមាត្រកម្ពស់ $5:7$ មានន័យថា $\frac{h_1}{h_2}=\frac{5}{7}$

នាំឱ្យ $\frac{AD}{AB}=\frac{5}{7}$ សមមូល $\frac{AD}{5}=\frac{AB}{7}=\frac{AD+AB}{12}$

តែប្រលេឡូក្រាមមានបរិមាត្រ $48cm$

នាំឱ្យ $2(AB+AD)=48$ នោះ $AB+AD=24$

យើងបាន $\frac{AD}{5}=\frac{AB}{7}=\frac{AD+AB}{12}=\frac{24}{12}=2$

ទំនាក់ទំនងសមាមាត្រ $\frac{AD}{5}=2\Rightarrow AD=10cm$

$\frac{AB}{7}=2\Rightarrow AB=14cm$

ដូចនេះ | រង្វាស់ជ្រុងប្រលេឡូក្រាមគឺ $10cm$ និង $14cm$ | ។

១៤. រកសមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$

សមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$ ជាសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចកណ្ដាលអង្កត់ $[AB]$ ហើយកែងនឹងអង្កត់ $[AB]$ ។

យើងមាន : $A(2,3)$ និង $B(4,4)$

នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ គឺ :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)=I\left(\frac{2+4}{2},\frac{3+4}{2}\right)=I\left(3,\frac{7}{2}\right)$$

-បន្ទាត់ (AB) កាត់តាម $A(2,3)$ នោះ $A\in(AB)$

នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុច A ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ:

$3=2a+b$ អាចសរសេរជា $2a+b=3$ (1)

-បន្ទាត់ (AB) កាត់តាម $B(4,4)$ នោះ $B\in(AB)$

នាំឱ្យកូអរដោនេចំណុច B ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ:

$4=4a+b$ អាចសរសេរជា $4a+b=4$ (2)

យកសមីការ $(2)-(1)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}4a+b=4 & (2)\\ 2a+b=3 & (1)\end{cases}$$
$$2a=1$$

នាំឱ្យ $a=\frac{1}{2}$

-សមីការមេដ្យាទ័រត្រូវរកមានរាង $y=a'x+b'$

ដោយ $y=a'x+b'\perp(AB)$ នោះ $a\times a'=-1$

ឬ $\frac{1}{2}\times a'=-1\Rightarrow a'=-2$

ហើយ មេដ្យាទ័រកាត់ចំណុចកណ្ដាល I នោះ $I\in(y=a'x+b')$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

យើងបាន : $\frac{7}{2}=(-2)\cdot 3+b' \quad \Rightarrow \quad b'=\frac{7}{2}+6=\frac{19}{2}$

នាំឱ្យសមីការមេដ្យាទ័រដែលត្រូវរកអាចសរសេរ: $y=-2x+\frac{19}{2}$

ដូចនេះ | សមីការមេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$គឺ: $y=-2x+\frac{19}{2}$ | ។

១៥. រកប្រូបាបចាប់បានឃ្លី2 មិនមែនពណ៌ខៀវ

ព្រឹត្តិការណ៍ចាប់មិនបានឃ្លីពណ៌ខៀវ មានន័យថា :

បានឃ្លីក្រហមទាំង2 ឬ លឿងទាំង2 ឬ ក្រហម1លឿង1

-ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីក្រហមទាំង2គឺ P (ក.ក) $=\frac{2}{12}\times\frac{1}{11}=\frac{1}{66}$

-ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីលឿងទាំង2គឺ P (ល.ល) $=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$

-ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីក្រហម1លឿង1គឺ :

P (ក1.ល1) $=$ P (ក.ល) $+$ P (ល.ក) $=\left(\frac{2}{12}\times\frac{4}{11}\right)+\left(\frac{4}{12}\times\frac{2}{11}\right)=\frac{4}{33}$

នាំឱ្យ ប្រូបាបចាប់ឃ្លី2មិនមែនពណ៌ខៀវគឺ :

P (មិនមែនខៀវ) $=P$ (ក.ក) $+P$ (ល.ល) $+P$ (ក1.ល1)

$$=\frac{1}{66}+\frac{1}{11}+\frac{4}{33}$$

$$=\frac{1+6+8}{66}=\frac{15}{66}=\frac{5}{22}$$

ដូចនេះ | ប្រូបាបចាប់មិនបានឃ្លីពណ៌ខៀវគឺ $P=\frac{5}{22}$ | ។

១៦. គណនាកន្សោម A : យើងមាន

$$A=\frac{(6+12+18+...+96)^2}{(12+24+36+...+192)^2}+\frac{3}{4}$$

$$=\frac{(6+12+18+...+96)^2}{(2\cdot 6+2\cdot 12+2\cdot 18+...+2\cdot 96)^2}+\frac{3}{4}$$

$$=\frac{(6+12+18+...+96)^2}{[2(6+12+18+...+96)]^2}+\frac{3}{4}$$

$$=\frac{(6+12+18+...+96)^2}{2^2(6+12+18+...+96)^2}+\frac{3}{4}$$

$$=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $A=1$ | ។

១៧. គណនា $E=\frac{x+y}{x-y}$

ចំពោះ $E=\frac{x+y}{x-y}$ សមមូល $E^2=\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$

យើងមាន : $2x^2+2y^2=5xy$

នាំឱ្យ

$$2x^2+2y^2=5xy$$
$$2(x^2+y^2)=5xy$$
$$x^2+y^2=\frac{5}{2}xy \quad (*)$$

-ថែម $2xy$ លើអង្គទាំងពីរនៃសមីការ $(*)$

យើងបាន $x^2+2xy+y^2=\frac{5}{2}xy+2xy$

សមមូល $(x+y)^2=\frac{9}{2}xy$

-ថែម $-2xy$ លើអង្គទាំងពីរនៃសមីការ $(*)$

យើងបាន $x^2-2xy+y^2=\frac{5}{2}xy-2xy$

សមមូល $(x-y)^2=\frac{1}{2}xy$

យើងបាន : $E^2=\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}=\frac{\frac{9}{2}xy}{\frac{1}{2}xy}=9$

ទាញបាន $E=\sqrt{9}=3$ ព្រោះ $x>y>0$ នោះ $E>0$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $E=3$ | ។

១៨. សម្រួលកន្សោម E : យើងមាន

$$E=\sqrt{2x^2-y^2+2x\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}}-\sqrt{(x+y)(x-y)}$$

$$=\sqrt{(x^2-y^2)+2x\sqrt{(x^2-y^2)}+x^2}-\sqrt{(x^2-y^2)}$$

$$=\sqrt{\sqrt{(x^2-y^2)}^2+2x\sqrt{(x^2-y^2)}+x^2}-\sqrt{(x^2-y^2)}$$

$$=\sqrt{\left[\sqrt{(x^2-y^2)}+x\right]^2}-\sqrt{(x^2-y^2)}$$

$$=\sqrt{(x^2-y^2)}+x-\sqrt{(x^2-y^2)}=x$$

ដូចនេះ | ក្រោយពីសម្រួលរួច $E=x$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៩. គណនាផលគុណ

ក. $A=(1-\cot 1^o)(1-\cot 2^o)(1-\cot 3^o)\times\cdots\times(1-\cot 44^o)$

តាមរូបមន្ត $\dfrac{\cos a}{\sin a}=\cot a$ យើងបាន

$$A=\left(1-\frac{\cos 1^o}{\sin 1^o}\right)\left(1-\frac{\cos 2^o}{\sin 2^o}\right)\left(1-\frac{\cos 3^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{\cos 44^o}{\sin 44^o}\right)$$

$$A=\left(\frac{\sin 1^o-\cos 1^o}{\sin 1^o}\right)\left(\frac{\sin 2^o-\cos 2^o}{\sin 2^o}\right)\left(\frac{\sin 3^o-\cos 3^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sin 44^o-\cos 44^o}{\sin 44^o}\right)$$

ដោយដឹងថា $\sin a-\cos a=\sqrt{2}\sin(45^o-a)$

$$A=\left(\frac{\sqrt{2}\sin 44^o}{\sin 1^o}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\sin 43^o}{\sin 2^o}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\sin 42^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sqrt{2}\sin 1^o}{\sin 44^o}\right)$$

$$A=\sqrt{2}^{44}\times\left(\frac{\sin 44^o}{\sin 1^o}\right)\left(\frac{\sin 43^o}{\sin 2^o}\right)\left(\frac{\sin 42^o}{\sin 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sin 1^o}{\sin 44^o}\right)$$

ក្រោយពីសម្រួល យើងបាន $A=2^{22}=4\,194\,304$

ដូចនេះ **លទ្ធផលនៃផលគុណគឺ $A=2^{22}=4\,194\,304$** ។

ខ. $B=(\sqrt{3}+\tan 1^o)(\sqrt{3}+\tan 2^o)(\sqrt{3}+\tan 3^o)\times\cdots\times(\sqrt{3}+\tan 29^o)$

តាមរូបមន្ត $\dfrac{\sin a}{\cos a}=\tan a$ យើងបាន

$$B=\left(\sqrt{3}+\frac{\sin 1^o}{\cos 1^o}\right)\left(\sqrt{3}+\frac{\sin 2^o}{\cos 2^o}\right)\times\cdots\times\left(\sqrt{3}+\frac{\sin 29^o}{\cos 29^o}\right)$$

$$B=\left(\frac{\sqrt{3}\cos 1^o+\sin 1^o}{\cos 1^o}\right)\left(\frac{\sqrt{3}\cos 2^o+\sin 2^o}{\cos 2^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\sqrt{3}\cos 29^o+\sin 29^o}{\cos 29^o}\right)$$

ដោយដឹងថា $\sqrt{3}\cos a+\sin a=2\cos(30^o-a)$

$$B=\left(\frac{2\cos 29^o}{\cos 1^o}\right)\left(\frac{2\cos 28^o}{\cos 2^o}\right)\left(\frac{2\cos 27^o}{\cos 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{2\cos 1^o}{\cos 29^o}\right)$$

$$B=2^{29}\left(\frac{\cos 29^o}{\cos 1^o}\right)\left(\frac{\cos 28^o}{\cos 2^o}\right)\left(\frac{\cos 27^o}{\cos 3^o}\right)\times\cdots\times\left(\frac{\cos 1^o}{\cos 29^o}\right)$$

ក្រោយពីសម្រួល យើងបាន $B=2^{29}=536\,870\,912$

ដូចនេះ **លទ្ធផលនៃផលគុណគឺ $B=2^{29}=536\,870\,912$** ។

២០. ចូរបង្ហាញថា : $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$

ដោយ $a\,,b\,,c$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន យើងបាន :

- $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geq 0$

  $\sqrt{a^2}-2\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+\sqrt{b^2}\geq 0$

  $(a+b)\geq 2\sqrt{ab}\quad (i)$

ដូចគ្នានេះដែរ យើងបាន :

- $(b+c)\geq 2\sqrt{bc}\quad (ii)$
- $(c+a)\geq 2\sqrt{ca}\quad (iii)$

ដោយគុណអង្គនឹងអង្គនៃ $(i)\times(ii)\times(iii)$ យើងបាន :

$$(a+b)\times(b+c)\times(c+a)\geq 2\sqrt{ab}\times 2\sqrt{bc}\times 2\sqrt{ca}$$
$$(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8\sqrt{ab\cdot bc\cdot ca}$$
$$(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$$

ដូចនេះ **យើងឃើញថា $(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$ មែន** ។

២១. បង្ហាញថា $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$:

ដោយ $a\,,b\,,c$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន យើងបាន :

- $(a-b)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2\geq 0\Leftrightarrow a^2+b^2\geq 2ab\ (i)$
- $(b-c)^2\geq 0\Leftrightarrow b^2-2ab+c^2\geq 0\Leftrightarrow b^2+c^2\geq 2bc\ (ii)$
- $(c-a)^2\geq 0\Leftrightarrow c^2-2ab+a^2\geq 0\Leftrightarrow c^2+a^2\geq 2ca\ (iii)$

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃ $(i)+(ii)+(iii)$ យើងបាន :

$$(a^2+b^2)+(b^2+c^2)+(c^2+a)^2\geq 2ab+2bc+2ca$$
$$2(a^2+b^2+c^2)+\geq 2(ab+bc+ca)$$
$$a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $a^2+b^2+c^2\geq ab+bc+ca$ មែន** ។

២២. រកឫសគត់របស់សមីការ

យើងមាន $2(x+y)+16=3xy$

$$2x+2y+16=3xy$$
$$3xy-2x-2y=16$$
$$3xy-2x-2y+\frac{4}{3}=16+\frac{4}{3}\quad (\text{ថែម } \tfrac{4}{3})$$
$$x(3y-2)-\frac{2}{3}(3y-2)=\frac{48+4}{3}$$
$$\left(x-\frac{2}{3}\right)(3y-2)=\frac{52}{3}$$
$$3\left(x-\frac{2}{3}\right)(3y-2)=52$$
$$(3x-2)(3y-2)=52$$

ដោយចង់រកតែឫសគត់នៃ x និង y ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

ហើយ $52=\begin{cases}1\times 52\\ 2\times 26\\ 4\times 13\end{cases}$ ឬ $52=\begin{cases}52\times 1\\ 26\times 2\\ 13\times 4\end{cases}$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

-ចំពោះ $\begin{cases}3x-2=1\\3y-2=52\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x=3\\3y=54\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=1\\y=18\end{cases}$

-ចំពោះ $\begin{cases}3x-2=2\\3y-2=26\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x=4\\3y=28\end{cases}$ (មិនយកព្រោះមិនគត់)

-ចំពោះ $\begin{cases}3x-2=4\\3y-2=13\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x=6\\3y=15\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$

ដូចនេះ គូឫសគត់ដែលរកឃើញរួមមាន: $\begin{cases}x=1\\y=18\end{cases}, \begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=18\\y=1\end{cases}, \begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$ ។

២៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការដែលឱ្យមានឫសជានិច្ច

យើងមាន $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)=0$

ដោយពន្លាតសមីការខាងលើ យើងបាន :

$$x^2-bx-ax+ab+x^2-cx-bx+bc+x^2-ax-cx+ac=0$$
$$3x^2-2ax-2bx-2cx+ab+bc+ac=0$$
$$3x^2-2(a+b+c)x+(ab+bc+ac)=0$$

ឃើញថាក្រោយពីបង្រួមរួចវាជាសមីការដឺក្រេទី2

ដើម្បីឱ្យសមីការដឺក្រេទី2មានឫសជានិច្ច លុះត្រាតែ $\Delta'\ge 0$

យើងបាន $\Delta'=b'^2-ac$ ដែល $b'=\frac{b}{2}$

$$\Delta'=[-(a+c+c)]^2-3(ab+bc+ac)$$
$$=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)-3(ab+bc+ac)$$
$$=a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ac)$$
$$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)$$
$$=\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ac+a^2)$$
$$=\frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]$$

ដោយ a, b, c ជាចំនួនពិត នោះយើងបាន :

- $(a-b)^2\ge 0$
- $(b-c)^2\ge 0$
- $(c-a)^2\ge 0$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\ge 0$$

នាំឱ្យ $\frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]\ge 0$ មែន

ដូចនេះ សមីការមានឫសជានិច្ច ។

២៤. ក. គណនា $f(x)+f(y)$

យើងមានទំនាក់ទំនង $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$

នាំឱ្យ $f(y)=\frac{4^y}{4^y+2}$

យើងបាន $f(x)+f(y)=\frac{4^x}{4^x+2}+\frac{4^y}{4^y+2}$

$$=\frac{4^x(4^y+2)+4^y(4^x+2)}{(4^x+2)(4^y+2)}$$
$$=\frac{4^{x+y}+2\cdot 4^x+4^{x+y}+2\cdot 4^y}{4^{x+y}+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y+2^2}$$

ដោយដឹងថា $x+y=1$ នោះយើងបាន

$$f(x)+f(y)=\frac{4+2\cdot 4^x+4+2\cdot 4^y}{4+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y+2^2}$$
$$=\frac{8+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y}{8+2\cdot 4^x+2\cdot 4^y}=1$$

ដូចនេះ $f(x)+f(y)=1$ តាមលក្ខខណ្ឌដែលឱ្យ ។

ខ. ទាញរកផលបូក S : យើងមាន

$$S=f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2}{2011}\right)+f\left(\frac{3}{2011}\right)+\dots+f\left(\frac{2010}{2011}\right)$$

ដោយយល់ថា $f(x)+f(y)=1$ កាលណា $x+y=1$

ហើយឃើញថា

$\frac{1}{2011}+\frac{2010}{2011}=1$ នោះ $f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2010}{2011}\right)=1$

$\frac{2}{2011}+\frac{2009}{2011}=1$ នោះ $f\left(\frac{2}{2011}\right)+f\left(\frac{2009}{2011}\right)=1$

....

$\frac{1005}{2011}+\frac{1006}{2011}=1$ នោះ $f\left(\frac{1005}{2011}\right)+f\left(\frac{1006}{2011}\right)=1$

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គ

$$f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2}{2011}\right)+\dots+f\left(\frac{2010}{2011}\right)=\underbrace{1+1+\dots+1}_{\text{មាន 1005 តួ}}$$

$$f\left(\frac{1}{2011}\right)+f\left(\frac{2}{2011}\right)+\dots+f\left(\frac{2010}{2011}\right)=1\times 1005$$

ដូចនេះ យើងទាញបានផលបូក $S=1005$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៥. **គណនាលីមីត** $\lim\limits_{x\to 0} x^x$

តាង $y=x^x$ នាំឱ្យ $\ln y=\ln x^x$ សមមូល $\ln y = x\ln x$

យើងអាចបំលែងបាន $\ln y=\dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}}$ (លក្ខខណ្ឌ $x>0$)

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}}$ (រាងមិនកំណត់)

-យើងអាចដោះស្រាយតាមរបៀបទី1 (ដោះដោយតាង):

តាង $u=\dfrac{1}{x}$ នាំឱ្យ $x=\dfrac{1}{u}$ បើ $x\to 0^+$ នោះ $u\to+\infty$

(បានជាយ៉ាងដាក់ $x\to 0^+$ ព្រោះ $x>0$ ខិតជិតពីខាងស្តាំ)

យើងបាន :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}=\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln\frac{1}{u}}{u}=\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u^{-1}}{u}=-\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$$

(ព្រោះតាមរូបមន្ត $\frac{1}{a}=a^{-1}$, $\log_a b^x = x\log_a b$, $\lim\limits_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$)

នាំឱ្យ $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=0 \iff \ln\left(\lim\limits_{x\to 0} y\right)=0$

$\lim\limits_{x\to 0} y=e^0 \iff \lim\limits_{x\to 0}x^x=1$ ។

- យើងអាចដោះស្រាយតាមរបៀបទី2 (ឡូពីតាល់):

ចំពោះ $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to 0}(-x)=0$

(ធ្វើដេរីវេទាំងភាគយក និងភាគបែង)

នាំឱ្យ $\lim\limits_{x\to 0}\ln y=0 \iff \ln\left(\lim\limits_{x\to 0} y\right)=0$

$\lim\limits_{x\to 0} y=e^0 \iff \lim\limits_{x\to 0}x^x=1$ ។

ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនាឃើញថា $\lim\limits_{x\to 0}x^x=1$** ។

២៦. **គណនា** A: យើងមាន

$A=2010(2011^{2010}+2011^{2009}+2011^{2008}+\dots+2011^2+2012)+1$

$A=(2011-1)(2011^{2010}+2011^{2009}+2011^{2008}+$

$+\dots+2011^2+2011+1)+1$

$A=(2011^{2011}-1^{2011})+1=2011^{2011}-1+1=2011^{2011}$

ដូចនេះ **គណនាបាន $A=2011^{2011}$** ។

២៧. **បង្ហាញថា**

$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$

ពិនិត្យ $a^8-b^8=(a^4-b^4)(a^4+b^4)$

$=(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$

$=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$

តែបម្រាប់ ∵ $a-b=1$

យើងបាន $a^8-b^8=(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$ នាំឱ្យ

$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$

$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=0$

$0=0$

ដូចនេះ **$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)-(a^8-b^8)=0$** ។

២៨. **គណនា** $A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\dots\times\left(1-\frac{1}{2011}\right)$

$A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\dots\times\left(1-\frac{1}{2011}\right)$

$=\left(\frac{2-1}{2}\right)\times\left(\frac{3-1}{3}\right)\times\left(\frac{4-1}{4}\right)\times\dots\times\left(\frac{2011-1}{2011}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\dots\times\frac{2010}{2011}=\frac{1}{2011}$

ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនា $A=\dfrac{1}{2011}$** ។

២៩. **ដោះស្រាយសមីការ** : $4x^4-5x^2+1=0$

យើងមាន : $4x^4-5x^2+1=0$

$4x^4-4x^2-x^2+1=0$

$4x^2(x^2-1)-(x^2-1)=0$

$(x^2-1)(4x^2-1)=0$

$(x-1)(x+1)(2x-1)(2x+1)=0$

ផលគុណកត្តាស្មើ 0 លុះត្រាកត្តានីមួយៗស្មើ 0 :

យើងបាន :
- $x-1=0 \Rightarrow x=1$
- $x+1=0 \Rightarrow x=-1$
- $2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$
- $2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

ដូចនេះ **សមីការមានឫសបួនគឺ $x=\left\{-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right\}$** ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣០. **បង្ហាញថា** $\dfrac{1}{ab+a+1}+\dfrac{1}{bc+b+1}+\dfrac{1}{ca+c+1}=1$

ពិនិត្យអង្គទីមួយ :

- $\dfrac{1}{ab+a+1}=\dfrac{1}{ab+a+1}$
- $\dfrac{1}{bc+b+1}=\dfrac{1}{bc+b+1}\times\dfrac{a}{a}=\dfrac{a}{abc+ab+a}$

  $=\dfrac{a}{1+ab+a}$ ព្រោះ $abc=1$
- $\dfrac{1}{ca+c+1}=\dfrac{1}{ca+c+1}\times\dfrac{ab}{ab}=\dfrac{ab}{a\cdot abc+abc+ab}$

  $=\dfrac{ab}{a+1+ab}$ ព្រោះ $abc=1$

យើងបាន : $\dfrac{1}{ab+a+1}+\dfrac{1}{bc+b+1}+\dfrac{1}{ca+c+1}$

$$=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{a}{1+a+ab}+\frac{ab}{1+a+ab}$$

$$=\frac{1+a+ab}{1+a+ab}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{1}{ab+a+1}+\dfrac{1}{bc+b+1}+\dfrac{1}{ca+c+1}=1}$ ពិតមែន ។

៣១. **គណនា**

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$$

ពិនិត្យ :

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{(n+1)n}\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)}{\sqrt{(n+1)n}\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)n}\,(n+1-n)}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)n}}$$

$$=\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{(n+1)n}}-\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+1)n}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

យើងបាន :

$$+\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{1}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\[2mm] \dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\[2mm] \dfrac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{4}}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \dfrac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=\dfrac{1}{\sqrt{99}}-\dfrac{1}{\sqrt{100}}\end{cases}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{100}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

ដូចនេះ $\boxed{S=\dfrac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}=\dfrac{9}{10}}$ ។

៣២. **បង្ហាញថា** $2002^{2003}-2002^{1979}$ **ចែកដាច់នឹង** 6

យើងមាន :

$$2002^{2003}-2002^{1979}$$
$$=2002^{1979}\left(2002^{24}-1\right)$$
$$=2002^{1979}(2002-1)\left(2002^{23}+2002^{22}+\ldots+2002+1\right)$$
$$=2\cdot 2002^{1978}\cdot 2001\left(2002^{23}+2002^{22}+\ldots+2002+1\right)$$
$$=2\cdot 2002^{1978}\cdot 3\cdot 667\left(2002^{23}+2002^{22}+\ldots+2002+1\right)$$
$$=6\cdot 2002^{1978}\cdot 667\left(2002^{23}+2002^{22}+\ldots+2002+1\right)$$

តាមលទ្ធផល ចំនួន $2002^{2003}-2002^{1979}$ ជាពហុគុណនៃ 6

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចំនួន } 2002^{2003}-2002^{1979} \text{ ចែកដាច់នឹង } 6}$ ។

៣៣. **បង្ហាញថា** $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$

យើងមាន $a+b+c=1$ លើកជាការេ យើងបាន

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$$
$$a^2+b^2+c^2=1-2ab-2bc-2ca \quad (i)$$

គ្រប់ចំនួនពិត $a\,,b\,,c$ នោះយើងបានវិសមភាព :

$$+\begin{cases}a^2+b^2\geq 2ab\\ b^2+c^2\geq 2bc\\ c^2+a^2\geq 2ca\end{cases}$$

$$2a^2+2b^2+c^2\geq 2ab+2bc+2ca \quad (ii)$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ដោយយក $(i)+(ii)$ នោះយើងបាន :

$$+\begin{cases} a^2+b^2+c^2=1-2ab-2bc-2ca & (i) \\ 2a^2+2b^2+2c^2\geq 2ab+2bc+2ca & (ii) \end{cases}$$
$$3a^2+3b^2+3c^2\geq 1$$

ទាញបាន $3(a^2+b^2+c^2)\geq 1 \Leftrightarrow \quad a^2+b^2+c^2\geq \frac{1}{3}$

ដូចនេះ | ឃើញថា $a^2+b^2+c^2\geq \frac{1}{3}$ ប្រាកដមែន | ។

៣៤. បង្ហាញថា $\log_a b\times \log_b c\times \log_c d\times ...\times \log_x y\times \log_y a=1$

តាមរូបមន្តប្តូរគោល $\log_a b=\frac{\log b}{\log a}$ យើងបាន :

$$\log_a b\times \log_b c\times \log_c d\times ...\times \log_x y\times \log_y a=1$$
$$\frac{\log b}{\log a}\times \frac{\log c}{\log b}\times \frac{\log d}{\log c}\times ...\times \frac{\log y}{\log x}\times \frac{\log a}{\log y}=1$$
$$1=1$$

ដូចនេះ | $\log_a b\times \log_b c\times \log_c d\times ...\times \log_x y\times \log_y a=1$ | ។

៣៥. បង្ហាញថា $f(x)+f(y)=f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$

យើងមាន : $f(x)=\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

នាំឱ្យបាន : $f(y)=\log\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$

យើងបាន : $f(x)+f(y)=\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)+\log\left(\frac{1+y}{1-y}\right)$

$$=\log\left[\left(\frac{1+x}{1-x}\right)\left(\frac{1+y}{1-y}\right)\right]$$
$$=\log\left(\frac{1+x+y+xy}{1-x-y+xy}\right)$$
$$=\log\left(\frac{(1+xy)+(x+y)}{(1+xy)-(x+y)}\right)$$

ដោយចែកទាំងភាគយក និងភាគបែងនឹង $(1+xy)$

នាំឱ្យបាន : $f(x)+f(y)=\log\left(\dfrac{\frac{(1+xy)+(x+y)}{(1+xy)}}{\frac{(1+xy)-(x+y)}{(1+xy)}}\right)$

$$=\log\left(\dfrac{1+\frac{x+y}{1+xy}}{1-\frac{x+y}{1+xy}}\right)=f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$$

ដូចនេះ | ឃើញថា $f(x)+f(y)=f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$ មែន | ។

៣៦. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$

ឃើញថា : $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)=\sqrt{49-48}=1$

ទាញបាន $\left(\sqrt{7+\sqrt{48}}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)}=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-1}$

យើងបានសមីការថ្មី (ជំនួស $\sqrt{7+\sqrt{48}}$ ដោយ $\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{48}}}$)

$$\left(\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{48}}}\right)^x+\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=14$$

តាង $t=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x$

សមីការទៅជា $\frac{1}{t}+t=14$ សមមូល $t^2-14t+1=0$

មាន $\Delta'=(-7)^2-1=48$

នាំឱ្យ $t_1=\frac{-(-7)-\sqrt{48}}{1}=7-\sqrt{48}=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2$

$$t_2=\frac{-(-7)+\sqrt{48}}{1}=7+\sqrt{48}=\frac{1}{7-\sqrt{48}}$$
$$=\left(7-\sqrt{48}\right)^{-1}$$
$$=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-2}$$

ចំពោះ $t_1=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2$

នោះ $\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^2$

ទាញបាន $x=2$

ចំពោះ $t_2=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-2}$

នោះ $\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^x=\left(\sqrt{7-\sqrt{48}}\right)^{-2}$

ទាញបាន $x=-2$

ដូចនេះ | សមីការមានឬស $x=2\vee x=-2$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៧. បង្ហាញថា :

$(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1=\log_a b$

ពិនិត្យ :

$(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1$

$=\left(\frac{\log b}{\log a}+\frac{\log a}{\log b}+2\right)\left(\frac{\log b}{\log a}-\frac{\log b}{\log ab}\right)\cdot\frac{\log a}{\log b}-1$

$=\left(\frac{\log^2 a+2\log a\log b+\log^2 b}{\log a\log b}\right)\left(1-\frac{\log a}{\log ab}\right)-1$

$=\left(\frac{(\log a+\log b)^2}{\log a\log b}\right)\left(1-\frac{\log a}{\log a+\log b}\right)-1$

$=\left(\frac{(\log a+\log b)^2}{\log a\log b}\right)\left(\frac{\log a+\log b-\log a}{\log a+\log b}\right)-1$

$=\left(\frac{(\log a+\log b)^2}{\log a\log b}\right)\left(\frac{\log b}{\log a+\log b}\right)-1$

$=\left(\frac{\log a+\log b}{\log a}\right)-1=1+\log_a b-1=\log_a b$

ដូចនេះ ក្រោយពីបង្ហាញរួចឃើញថា

$(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\cdot\log_b a-1=\log_a b$

៣៨. បង្ហាញថា $\frac{1+\cos a}{1-\cos a}-\frac{1-\cos a}{1+\cos a}=\frac{4\cot a}{\sin a}$

ពិនិត្យ ព្រមទាំងគណនាអង្គទីមួយ យើងបាន :

$\frac{1+\cos a}{1-\cos a}-\frac{1-\cos a}{1+\cos a}$

$=\frac{(1+\cos a)^2-(1-\cos a)^2}{(1-\cos a)(1+\cos a)}$

$=\frac{(1+\cos a-1+\cos a)(1+\cos a+1-\cos a)}{(1-\cos a)(1+\cos a)}$

$=\frac{2\cos a\times 2}{1-\cos^2 a}=\frac{4\cos a}{\sin^2 a}=\frac{4}{\sin a}\cdot\frac{\cos a}{\sin a}=\frac{4\cot a}{\sin a}$

ដូចនេះ $\frac{1+\cos a}{1-\cos a}-\frac{1-\cos a}{1+\cos a}=\frac{4\cot a}{\sin a}$ ពិតមែន ។

៣៩. ដោះស្រាយសមីការ : $5^{\log x}=50-x^{\log 5}$

ពិនិត្យ $5^{\log x}$ បំពាក់លោការីតនេពែរ គេបាន

$\ln 5^{\log x}=\log x\cdot\ln 5$

ហើយ $5^{\log x}$ បំពាក់លោការីតនេពែរ គេបាន

$\ln x^{\log 5}=\log 5\cdot\ln x$

ឃើញថា $\log x\cdot\ln 5=\log 5\cdot\ln x$

នាំឱ្យ $5^{\log x}=x^{\log 5}$

ជំនួស $x^{\log 5}$ ដោយ $5^{\log x}$

យើងបានសមីការ $5^{\log x}=50-5^{\log x}$

$2\times 5^{\log x}=50 \Leftrightarrow 5^{\log x}=25$

$5^{\log x}=25 \Leftrightarrow 5^{\log x}=5^2$

ទាញបាន $\log x=2 \Rightarrow x=10^2=100$ ។

ដូចនេះ សមីការមានឫសគឺ $x=100$ ។

៤០. គណនាប្រូបាបដែលបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង5

-គ្រាប់ឡុកឡាក់មានមុខ 6 នាំឱ្យចំនួនករណីអាចស្មើ 6

-លេខសេសរួមមាន : 1 , 3 , 5 មាន 3 ករណី

នាំឱ្យប្រូបាបបោះបានលេខសេសគឺ P (សេស) $=\frac{3}{6}$

-លេខធំជាង5 គឺមានតែលេខ 6 មាន 1 ករណី

នាំឱ្យប្រូបាបបោះបានលេខធំជាង5 គឺ P (លេខធំជាង 5) $=\frac{1}{6}$

យើងបាន : ប្រូបាបដែលបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង5

គឺ P (សេស) ឬ P (លេខធំជាង 5) $=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

ដូចនេះ ប្រូបាបបោះបានលេខសេស ឬ លេខធំជាង៥ស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

៤១. ដោះស្រាយសមីការ

យើងមាន $\sqrt{x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}}}=\sqrt{x}+1$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ និងគណនាជាបន្តបន្ទាប់ យើងបាន :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$\sqrt{x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}}}=\sqrt{x}+1$$

$$x+\sqrt{4x+\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}}=x+2\sqrt{x}+1$$

$$\sqrt{4x+\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}}=2\sqrt{x}+1$$

$$4x+\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}=4x+4\sqrt{x}+1$$

$$\sqrt{16x+...+\sqrt{4^n x+3}}=4\sqrt{x}+1$$

$$16x+...+\sqrt{4^n x+3}=16x+8\sqrt{x}+1$$

$$...+\sqrt{4^n x+3}=8\sqrt{x}+1$$

....

$$\sqrt{4^n x+3}=2^n\sqrt{x}+1$$

$$4^n x+3=4^n x+2\cdot 2^n\sqrt{x}+1$$

$$2=2\cdot 2^n\sqrt{x}$$

$$2^n\sqrt{x}=1$$

$$2^{2n}x=1$$

$$x=\frac{1}{4^n}$$

ដូចនេះ | សមីការមានឫស $x=\frac{1}{4^n}$ | ។

៤២. គណនាផលបូក

$$f(1)+f(3)+f(5)+...+f(999997)+f(999999)$$

$$f(n)=\frac{1}{\sqrt[3]{n^2+2n+1}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{n^2-2n+1}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{(n-1)^2}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)}{\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)\left(\sqrt[3]{(n+1)^2}+\sqrt[3]{n^2-1}+\sqrt[3]{(n-1)^2}\right)}$$

$$=\frac{1}{n+1-n+1}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n-1}\right)$$

នាំឱ្យយើងបាន ៖

$$+\begin{cases} f(1)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{0}\right)\\ f(3)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}\right)\\ f(5)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{6}-\sqrt[3]{4}\right)\\ \text{.............................}\\ f(999999)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{1000000}-\sqrt[3]{999998}\right)\end{cases}$$

$$f(1)+f(3)+f(5)+...+f(999997)+f(999999)=\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{10^6}-0\right)$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 100=50$$

ដូចនេះ | $f(1)+f(3)+f(5)+...+f(999997)+f(999999)=50$ | ។

៤៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$a/\ \begin{cases} 5(\log_y x+\log_x y)=26 & (i)\\ xy=64 & (ii)\end{cases}$

(អ្នកគួចាំរូបមន្តប្តូរគោល $\log_y x=\frac{1}{\log_x y}$)

-តាម (i) ៖ $5(\log_y x+\log_x y)=26$

$$\frac{1}{\log_x y}+\log_x y=\frac{26}{5}$$

$$5\log_x^2 y-26\log_x y+5=0$$

តាង $\log_x y=t$ យើងបានសមីការថ្មីគឺ ៖

$5t^2-26t+5=0$ (តាមឌីសគ្រីមីណង់ Δ')

មាន $\Delta'=(-13)^2-25=169-25=144$

នាំឱ្យ $t_1=\frac{-(-13)-12}{5}=\frac{1}{5}$, $t_1=\frac{-(-13)+12}{5}=5$

ចំពោះ $t=\frac{1}{5}$ នាំឱ្យ $\log_x y=\frac{1}{5} \Rightarrow y=x^{\frac{1}{5}}$

ចំពោះ $t=5$ នាំឱ្យ $\log_x y=5 \Rightarrow y=x^5$

-តាម (ii) ៖ $xy=64$

ករណី $y=x^{\frac{1}{5}}$ នោះ $x\cdot x^{\frac{1}{5}}=64 \Leftrightarrow x^{\frac{6}{5}}=2^6 \Rightarrow x=2^5$

នាំឱ្យ $y=x^{\frac{1}{5}} \Leftrightarrow y=\left(2^5\right)^{\frac{1}{5}} \Rightarrow y=2$

ករណី $y=x^5$ នោះ $x\cdot x^5=64 \Leftrightarrow x^6=2^6 \Rightarrow x=2$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ $y=x^5 \Leftrightarrow y=2^5 \Rightarrow y=32$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយពីរគឺ : $(x=32\,,\,y=2)$ ឬ $(x=2\,,\,y=32)$ ។

$$b/\ \begin{cases}4^x\cdot5^y=\dfrac{1}{400} & (*)\\ 5^x\cdot6^y=\dfrac{1}{900} & (**)\end{cases}$$

តាម $(*)$: $4^x\cdot5^y=\dfrac{1}{400}$ (បំពាក់ ln លើអង្គទាំងពីរ)

$$\ln(4^x\cdot5^y)=\ln\left(\frac{1}{400}\right)$$
$$\ln4^x+\ln5^y=\ln1-\ln400$$
$$x\ln4+y\ln5=0-\ln20^2$$
$$x\ln4+y\ln5=-2[\ln(4\cdot5)]$$
$$x\ln4+y\ln5=-2\ln4-2\ln5 \quad (i)$$

តាម $(**)$: $5^x\cdot6^y=\dfrac{1}{900}$ (បំពាក់ ln លើអង្គទាំងពីរ)

$$\ln(5^x\cdot6^y)=\ln\left(\frac{1}{900}\right)$$
$$\ln5^x+\ln6^y=\ln1-\ln900$$
$$x\ln5+y\ln6=0-\ln30^2$$
$$x\ln5+y\ln6=-2[\ln(5\cdot6)]$$
$$x\ln5+y\ln6=-2\ln5-2\ln6 \quad (ii)$$

តាម (i) និង (ii) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}x\ln4+y\ln5=-2\ln4-2\ln5\\ x\ln5+y\ln6=-2\ln5-2\ln6\end{cases}$$

ដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ :

$$D=\ln4\ln6-\ln^2 5$$
$$D_x=(-\ln4-2\ln5)\ln6-(-2\ln5-2\ln6)\ln5$$
$$=-2\ln4\ln6-2\ln5\ln6+2\ln^2 5+2\ln5\ln6$$
$$=-2\ln4\ln6+2\ln^2 5$$
$$=-2(\ln4\ln6-\ln^2 5)$$
$$D_y=\ln4(-2\ln5-2\ln6)-\ln5(-2\ln4-2\ln5)$$
$$=-2\ln4\ln5-2\ln4\ln6+2\ln5\ln4+2\ln^2 5$$
$$=-2\ln4\ln6+2\ln^2 5$$
$$=-2(\ln4\ln6-\ln^2 5)$$

នាំឱ្យ
$$\begin{cases}x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-2(\ln4\ln6-\ln^2 5)}{(\ln4\ln6-\ln^2 5)}=-2\\ y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{-2(\ln4\ln6-\ln^2 5)}{(\ln4\ln6-\ln^2 5)}=-2\end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយគឺ : $x=-2\ ,\ y=-2$ ។

៤៤. បង្ហាញថា

$$(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\ge2^n$$

ដោយ a ជាចំនួនវិជ្ជមាន នោះយើងបាន :

$$\times\begin{cases}1+a_1\ge2\sqrt{a_1}\\ 1+a_2\ge2\sqrt{a_2}\\ 1+a_3\ge2\sqrt{a_3}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ 1+a_n\ge2\sqrt{a_n}\end{cases}$$
$$(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\ge2^n\sqrt{a_1a_2a_3\ldots a_n}$$

សម្មតិកម្ម ផលគុណ $a_1\cdot a_2\cdot a_3\times\ldots\times a_n=1$

នោះយើងបាន $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\ge2^n$

ដូចនេះ $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)\times\ldots\times(1+a_n)\ge2^n$ ។

៤៥. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$a/\ \begin{cases}7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342\\ 9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344\end{cases}$$

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គ យើងបាន :

$$+\begin{cases}7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342\\ 9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344\end{cases}$$
$$16x^3-24x^2y+12xy^2-2y^3=686$$
$$8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3=343$$
$$(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot(2x)\cdot y^2-y^3=7^3$$
$$(2x-y)^3=7^3$$
$$2x-y=7 \quad (i)$$

ដោយដកអង្គនឹងអង្គ យើងបាន :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$-\begin{cases}7x^3-3x^2y-21xy^2+26y^3=342\\9x^3-21x^2y+33xy^2-28y^3=344\end{cases}$$
$$-2x^3+18x^2y-54xy^2+54y^3=-2$$
$$x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3=1$$
$$x^3-3\cdot x^2\cdot(3y)+3\cdot x\cdot(3y)^2-(3y)^3=1$$
$$(x-3y)^3=1^3$$
$$x-3y=1 \quad (ii)$$

តាមរយៈ (i) និង (ii) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការថ្មីគឺ:

$$\begin{cases}2x-y=7\\x-3y=1\end{cases} \text{ សមមូល } \begin{cases}2x-y=7\\-2x+6y=-2\end{cases}$$
$$5y=5 \Rightarrow y=1$$

នាំឱ្យ $x=1+3y=1+3=4$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=4 \wedge y=1$** ។

$b/\ \begin{cases}4^x\cdot 3^{y+1}+27^y=171\\8^x+2^x\cdot 3^{1+2y}=172\end{cases}$ យើងអាចសរសេរជា

$\begin{cases}(2^x)^2\cdot 3\cdot 3^y+(3^y)^3=171\\(2^x)^3+2^x\cdot 3\cdot(3^y)^2=172\end{cases}$ រៀបឱ្យតាមលំដាប់

ដោយបូកអង្គនឹងអង្គ :

$$+\begin{cases}3\cdot(2^x)^2\cdot 3^y+(3^y)^3=171\\(2^x)^3+3\cdot 2^x\cdot(3^y)^2=172\end{cases}$$
$$(2^x)^3+3\cdot(2^x)^2\cdot 3^y+3\cdot 2^x\cdot(3^y)^2+(3^y)^3=343$$
$$(2^x+3^y)^3=7^3$$
$$2^x+3^y=7 \quad (i)$$

ដោយដកអង្គនឹងអង្គ :

$$-\begin{cases}3\cdot(2^x)^2\cdot 3^y+(3^y)^3=171\\(2^x)^3+3\cdot 2^x\cdot(3^y)^2=172\end{cases}$$
$$(3^y)^3-3\cdot 2^x\cdot(3^y)^2+3\cdot(2^x)^2\cdot 3^y-(2^x)^3=-1$$
$$(3^y-2^x)^3=(-1)^3$$
$$3^y-2^x=-1 \quad (ii)$$

ដោយយក $(i)+(ii)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}2^x+3^y=7\\3^y-2^x=-1\end{cases}$$
$$2\cdot 3^y=2\cdot 3$$
$$3^y=3 \quad \Rightarrow y=1$$

ចំពោះ $y=1$ នោះ $2^x+3^y=7$

$$2^x=7-3$$
$$2^x=2^2 \quad \Rightarrow x=2$$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=2$ និង $y=1$** ។

៤៦. រកចំនួនមានលេខប្រាំខ្ទង់នោះ

-ចំនួនតាមខ្ទង់នីមួយៗត្រូវតែ ធំជាង0 (ព្រោះខ្ទង់ដើមគឺ x បើ $x=0$ វាពុំមែនជាលេខប្រាំខ្ទង់ទេ វាគឺជាលេខបួនខ្ទង់) និងតូចជាង ឬស្មើ 9 (ព្រោះ បើធំជាង៩ វាជាលេខច្រើនខ្ទង់ នាំឱ្យចំនួនខ្ទង់លើសពី៥) ។

យើងមានចំនួន : $x\,,\,x+1\,,\,x+2\,,\,3x\,,\,x+3$ នាំឱ្យ

$$\begin{cases}0<x\le 9\\0<x+1\le 9\\0<x+2\le 9\\0<3x\le 9\\0<x+3\le 9\end{cases} \text{ សមមូល } \begin{cases}0<x\le 9\\0<x\le 8\\0<x\le 7\\0<x\le 3\\0<x\le 6\end{cases}$$

តាមរយៈលក្ខខណ្ឌទាំង៥ខាងលើ លក្ខខណ្ឌរួមគឺ $0<x\le 3$

មានន័យថា : $x=\{1\,,\,2\,,\,3\}$

ចំពោះ $x=1$ ចំនួននោះគឺ 12334 មិនយក (ព្រោះមិនជាការេប្រាកដ)

ចំពោះ $x=2$ ចំនួននោះគឺ 23465 មិនយក (ព្រោះមិនជាការេប្រាកដ)

ចំពោះ $x=3$ ចំនួននោះគឺ $34596=186^2$ (ជាការេប្រាកដ)

ដូចនេះ **ចំនួនមានលេខប្រាំខ្ទង់នោះគឺ 34596** ។

៤៧. គណនាផលបូក S : យើងមាន

$$S=\frac{1}{1+\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt2+\sqrt3}+\frac{1}{\sqrt3+\sqrt4}+\dots+\frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$$

ពិនិត្យ រួចបូកអង្គនិងអង្គ នៃកន្សោមខាងក្រោម

$$(\sqrt2-1)(\sqrt2+1)=1 \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt2+1}=\sqrt2-1$$
$$(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt3+\sqrt2)=1 \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt3+\sqrt2}=\sqrt3-\sqrt2$$
$$(\sqrt4-\sqrt3)(\sqrt4+\sqrt3)=1 \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt4+\sqrt3}=\sqrt4-\sqrt3$$

....

$$(\sqrt{2025}-\sqrt{2024})(\sqrt{2025}+\sqrt{2024})=1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2024}}=\sqrt{2025}-\sqrt{2024}$$
$$S=\frac{1}{1+\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt2+\sqrt3}+\dots+\frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}=\sqrt{2025}-1$$
$$=45-1=44$$

ដូចនេះ **ផលបូកគណនាបាន $S=44$** ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៤៨. **ស្រាយបញ្ជាក់ថា** : $f(n)=3^{2n}+7$ **ចែកដាច់នឹង** 8

យើងមាន $f(n)=3^{2n}+7$

ចំពោះ $n=0: f(0)=3^0+7=1+7=8$ ចែកដាច់នឹង 8

$n=1: f(1)=3^2+7=9+7=16$ ចែកដាច់នឹង 8

....

ឧបមាថា វាពិតដល់ $n=k: f(k)=3^{2k}+7$ ចែកដាច់នឹង8

យើងនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថា $n=k+1$ ក៏ចែកដាច់នឹង8 ដែរ

ចំពោះ $n=k+1: f(k+1)=3^{2(k+1)}+7$

$=3^{2k+2}+7$

$=9\cdot 3^{2k}+7$

$=8\cdot 3^{2k}+(3^{2k}+7)$

ដោយ $8\cdot 3^{2k}$ ចែកដាច់នឹង8 (ព្រោះ $8\cdot 3^{2k}$ ជាពហុគុណនៃ8)

និង $3^{2k}+7$ ចែកដាច់នឹង8 (ឧបមាថាពិត ខាងលើ)

នាំឱ្យ $f(k+1)=8\cdot 3^{2k}+(3^{2k}+7)$ ចែកដាច់នឹង 8

ដូចនេះ $f(n)=3^{2n}+7$ ចែកដាច់នឹង8 គ្រប់ n ជាចំនួនគត់ ។

យើងអាចបកស្រាយតាមវិធីម្យ៉ាងទៀត

$9\equiv 1\,[8]$ (មានន័យថា 9 ចែកដាច់នឹង 8 ឱ្យសំណល់ 1)

$9^n\equiv 1^n\,[8]$ (អាចលើកជាស្វ័យគុណបាន គ្រប់ n ជាចំនួនគត់)

$3^{2n}\equiv 1\,[8]$ (ព្រោះ $9=3^2$ ហើយ $1^n=1$)

$3^{2n}+7\equiv 1+7\,[8]$ សមមូល $3^{2n}+7\equiv 8\,[8]$

តែ $8\equiv 0\,[8]$ នាំឱ្យ $3^{2n}+7\equiv 0\,[8]$ ដែរ

ដូចនេះ $f(n)=3^{2n}+7$ ចែកដាច់នឹង8 គ្រប់ n ជាចំនួនគត់ ។

៤៩. **គណនា** $g(3)$:

យើងមាន $f(x)=2x+1$

ឱ្យ $f(x)=3$ សមមូល $2x+1=3 \Rightarrow x=1$

ហើយមាន $g[f(x)]=x^2+3x+1$

នាំឱ្យ $g(3)=1^2+3\cdot 1+1$ (ព្រោះ $f(x)=3$ និង $x=1$)

$g(3)=5$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $g(3)=5$ ។

៥០. **ស្រាយបំភ្លឺថា** $\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$ **ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន**

តាង $A=\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$

យើងបាន $A=\frac{2n+3n^2+n^3}{6}$

$=\frac{n(2+3n+n^2)}{6}$

$=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

បើ A ជាចំនួនគត់ លុះត្រាតែ $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង6

មានន័យថា $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង 2 ផង និង3 ផង

-បើ n ជាចំនួនគត់ នោះ$n,(n+1),(n+2)$ ជាបីចំនួនគត់តគ្នា

-បីចំនួនគត់តគ្នាយ៉ាងហោចណាស់ ក៏មានចំនួនគូមួយដែរ

នាំឱ្យ $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង2

-បីចំនួនគត់តគ្នាយ៉ាងហោចណាស់ ក៏មានចំនួនមួយជាពហុគុណនៃ3 ដែរ នាំឱ្យ $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង2

នោះយើងបាន $n(n+1)(n+2)$ ចែកដាច់នឹង6

ដូចនេះ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n នោះ $\frac{n}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n^3}{6}$ ក៏ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ ។

៥១. **គណនា** $S=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{2010\cdot 2011}$

ពិនិត្យ : $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{1}{n(n+1)}$

តាមលំនាំខាងលើគេអាចបំបែកបាន ដូចខាងក្រោម :

បូកអង្គនឹងអង្គ
$$\begin{cases}\frac{1}{1\cdot 2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\\ \frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\\ \dots\dots\dots\dots\\ \frac{1}{2010\cdot 2011}=\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\end{cases}$$

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{2010\cdot 2011}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2011}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ឬ $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\dots+\frac{1}{2010\cdot2011}=\frac{2010}{2011}$

ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនាផលបូក $S=\frac{2010}{2011}$** ។

៥២. គណនា $x^{2011}+\frac{1}{x^{2011}}$

យើងមាន $x^2+x+1=0$ ទាញបាន $x+\frac{1}{x}=-1$ នោះ

- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{x^2}=1\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=-1$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^3+\frac{1}{x^3}+x+\frac{1}{x}=1\Leftrightarrow x^3+\frac{1}{x^3}=2$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=(-1)\cdot2\Leftrightarrow x^4+\frac{1}{x^4}+x^2+\frac{1}{x^2}=-2\Leftrightarrow x^4+\frac{1}{x^4}=-1$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^5+\frac{1}{x^5}+x^3+\frac{1}{x^3}=1\Leftrightarrow x^5+\frac{1}{x^5}=-1$
- $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^5+\frac{1}{x^5}\right)=(-1)(-1)\Leftrightarrow x^6+\frac{1}{x^6}+x^4+\frac{1}{x^4}=1\Leftrightarrow x^6+\frac{1}{x^6}=2$

....

តាមលំនាំនេះ យើងអាចទាញបានតួទូទៅគឺ ៖

- $x^n+\frac{1}{x^n}=\begin{cases}-1 & \text{បើ } n\neq 3k\\ 2 & \text{បើ } n=3k\end{cases}$ ដែល k ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

ដោយ $2011=3\cdot670+1$ មានទម្រង់ខុសពី $3k$

នាំឱ្យ $x^{2011}+\frac{1}{x^{2011}}=-1$

ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនា ឃើញថា $x^{2011}+\frac{1}{x^{2011}}=-1$** ។

៥៣. រកចំនួន $\overline{abcd}$ នោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន ចំនួន $\overline{abcd}$ ជាការេប្រាកដ

យើងបាន $\overline{abcd}=n^2$ ដែល n ជាចំនួនគត់

យើងសរសេរបាន $\overline{ab00}+\overline{cd}=n^2$

នោះទាញបាន $100\overline{ab}+\overline{cd}=n^2$ (1)

បម្រាប់បន្ថែម $\overline{ab}-\overline{cd}=1$ ឬ $\overline{ab}=1+\overline{cd}$ (2)

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) ៖

$$100(1+\overline{cd})+\overline{cd}=n^2$$
$$100+100\overline{cd}+\overline{cd}=n^2$$
$$101\overline{cd}=n^2-100$$
$$\overline{cd}=\frac{(n-10)(n+10)}{101}$$

-យល់ថា ៖ $\overline{cd}$ ជាចំនួនគត់ នោះត្រូវតែមានកត្តាមួយ ក្នុងចំណោមកត្តា$(n-10)$និង $(n+10)$ដែលត្រូវតែចែកដាច់នឹង 101 ព្រោះ 101ជាចំនួនបឋម ។ នោះយើងទាញបាន ៖

$$n-10=101 \text{ ឬ } n+10=101$$

នាំឱ្យ $n=111$ ឬ $n=91$

-ចំពោះ $n=111$ មិនយក ព្រោះ n^2 ជាលេខ៥ខ្ទង់ នោះ $n<100$

-ចំពោះ $n=91$ នោះ $n^2=8281$ យក

ដូចនេះ **ចំនួននោះគឺ $\overline{abcd}=n^2=8281$** ។

៥៤. បង្ហាញថា $n!>3^n$ ចំពោះ $n\geq7$

យើងមាន $n!>3^n$

-ចំពោះ $n=7$ នោះ $7!=5040>3^7=2187$ ៖ ពិត

-ចំពោះ $n=8$ នោះ $8!=40320>3^8=6561$ ៖ ពិត

....

-ឧបមាថាវាពិតរហូតដល់ $n=k$ នោះ $k!>3^k$ ៖ ពិត

-យើងនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថា វានៅតែពិតចំពោះ $n=k+1$

យើងបាន $(k+1)!>3^{k+1}$

$$(k+1)\cdot k!>3\cdot3^k$$

ដោយ $k!>3^k$ ហើយ $(k+1)>7>3$

នោះយើងបាន $(k+1)\cdot k!>3\cdot3^k$ គឺជាការពិត

ដូចនេះ **ឃើញថា $n!>3^n$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន $n\geq7$** ។

-ព្រោះបើ $k!>3^k$ និង $(k+1)>3$ នាំឱ្យ $(k+1)k!>3\cdot3^k$ ឬ $(k+1)!>3^{k+1}$ ។

៥៥. បង្ហាញឱ្យឃើញថា f ជាអនុគមន៍ខួប

អនុគមន៍ f មានដែនកំណត់ $D=[0\,,+\infty)$

ចំពោះ គ្រប់$x\in D$ នោះ $x+2a\in D$ ព្រោះ $a>0$

យើងមាន ៖ $f(x+a)=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}$

នាំឱ្យ $f(x+2a)=f((x+a)+a)$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x+a)-f(x+a)^2}$$
$$=\frac{1}{2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}\right)-\left(\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}\right)^2}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$=\frac{1}{2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}\right)-\left(\frac{1}{4}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}+f(x)-f(x)^2\right)}$

$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f(x)^2}-\frac{1}{4}-\sqrt{f(x)-f(x)^2}-f(x)+f(x)^2}$

$=\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-f(x)+f(x)^2}$

$=\frac{1}{2}+\sqrt{\left(f(x)-\frac{1}{2}\right)^2}$

$=\frac{1}{2}+f(x)-\frac{1}{2}$

$=f(x)$

ព្រោះ $f(x)\geq\frac{1}{2}$ ចំពោះ $x\geq 0$

យើងបាន $f(x+2a)=f(x)$ ចំពោះ គ្រប់ $x\in[0,+\infty)$

ដូចនេះ **អនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍ខួបនៅលើ $[0,+\infty)$** ។

៥៦. បង្ហាញឱ្យឃើញថា $0!=1$

យើងមាន : $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1$

វាពិតចំពោះ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

មានន័យថា $n=\{1,2,3,\ldots\}$

យើងអាចសរសេរបានដូចទម្រង់ខាងក្រោម :

$n!=n\times(n-1)!$

ព្រោះដោយសារ $(n-1)!=(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 3\times 2\times 1$

យើងទាញបាន $(n-1)!=\frac{n!}{n}$

គណនាតម្លៃជាលេខ ចំពោះ $n=1$

នាំឱ្យ $(1-1)!=\frac{1!}{1} \Leftrightarrow 0!=\frac{1}{1}=1$

ដូចនេះ **ឃើញថា $0!=1$ ពិតប្រាកដមែន** ។

ព្រោះ $1!=1$

៥៧. បង្ហាញថា $F=\frac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន

តាង d ជាតួចែករួមធំបំផុតនៃ $21n+4$ និង $14n+3$

យើងបាន $21n+4=ad$ ដែល a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$14n+3=bd$ ដែល b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

ចងជាប្រព័ន្ធ $\begin{cases}21n+4=ad & (\times 2)\\ 14n+3=bd & (\times 3)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}42n+8=2ad & (i)\\ 42n+9=3bd & (ii)\end{cases}$

ដោយយក $(ii)-(i)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}42n+9=3bd\\ 42n+8=2ad\end{cases}$$
$$1=(3b-2a)d$$

ដោយ a និង b ជាចំនួនគត់ នោះ $3b-2a$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ

ហើយ d ជាតួចែករួមធំបំផុត ត្រូវតែជាចំនួនគត់

-យល់ថា : ផលគុណពីរចំនួនគត់ស្មើ 1 មានតែមួយករណីគត់ គឺចំនួនគត់នីមួយៗស្មើគ្នា ហើយស្មើនឹង 1 ។

ទាញបាន $d=1$

ដូចនេះ **$F=\frac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន** ។

៥៨. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចបំផុត

-តាមបម្រាប់ : យើងពុំដឹងចំនួនខ្ទង់ នៃចំនួននោះទេ តែវាមានលេខ 6 នៅខ្ទង់ឯកតា (ខ្ទង់រាយ)

-យើងអាចតាងចំនួននោះដោយ : $\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n6}$ ដែលទីនេះ $0\leq a_1,a_2,a_3,\ldots a_n\leq 9$ និង $\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}$ ជាចំនួនគត់

-យើងបានចំនួនថ្មី $\overline{6a_1a_2a_3\ldots a_n}$

-តាមបម្រាប់យើងបានទំនាក់ទំនង :

$$4\times\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n6}=\overline{6a_1a_2a_3\ldots a_n}$$
$$4\left(\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n0}+6\right)=6000\ldots0+\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}$$
$$4\left(\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}\times 10+6\right)=6\times 10^n+\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}$$

ដើម្បីឱ្យងាយស្រួលក្នុងការសរសេរ តាង $\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}=A$

យើងបាន : $4(10A+6)=6\cdot 10^n+A$

$40A+24=6\cdot 10^n+A$

$39A=6\cdot 10^n-24$

$A=\frac{2\cdot 10^n-8}{13}=\frac{2(10^n-4)}{13}$

-ដោយ A ជាចំនួនគត់ ហើយ 2 ចែកមិនដាច់នឹង 13 នោះ មានតែ 10^n-4 ចែកដាច់នឹង 13

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

-យើងនឹងឱ្យតម្លៃ n បន្តបន្ទាប់តូចបំផុតដើម្បីឱ្យ $13|10^n-4$

(មានន័យថា 13 ជាតួចែកនៃ 10^n-4)

-ចំពោះ $n=1:10-4=6$ ចែកមិនដាច់នឹង 13

$n=2:100-4=96$ ចែកមិនដាច់នឹង 13

$n=3:1000-4=996$ ចែកមិនដាច់នឹង 13

$n=4:10000-4=9996$ ចែកមិនដាច់នឹង 13

$n=5:100000-4=99996$ ចែកដាច់នឹង 13

....

-ចំពោះ $n=5$ យើងបាន $A=\dfrac{2(10^5-4)}{13}=15384$

ដូចនេះ **ចំនួននោះគឺ 153846** ។

៥៩. តើបុរសណា ជាគូនឹងនារីណា ?

-ឃើញថាមានបុរសបីនាក់ចូលស្តីដណ្តឹងនារីបីនាក់ ។ បុរសដែលចូលស្តីដណ្តឹងដំបូង មានជម្រើសបី បុរសចូលស្តីបន្ទាប់មានជម្រើសពីរ និងបុរសចុងក្រោយមានជម្រើសតែមួយគត់

-តាមគោលការណ៍ផលគុណ : ចំនួនជម្រើសទាំងអស់គឺ

$3\times2\times1=3!=6$ ជម្រើស ដែលជម្រើសទាំងនោះរួមមាន:

1) A ជាគូនឹង1 , B ជាគូនឹង2 , C ជាគូនឹង3 (ខុសលក្ខខណ្ឌ គ)

2) A ជាគូនឹង1 , B ជាគូនឹង3 , C ជាគូនឹង2 (ខុសលក្ខខណ្ឌ ក)

3) A ជាគូនឹង2 , B ជាគូនឹង1 , C ជាគូនឹង3 (ខុសលក្ខខណ្ឌ គ)

4) A ជាគូនឹង2 , B ជាគូនឹង3 , C ជាគូនឹង1 (ខុសលក្ខខណ្ឌ គ)

5) A ជាគូនឹង3 , B ជាគូនឹង1 , C ជាគូនឹង2 (ខុសលក្ខខណ្ឌ ខ)

6) A ជាគូនឹង3 , B ជាគូនឹង2 , C ជាគូនឹង1

-ឃើញថាដើម្បីគោរពតាមលក្ខខណ្ឌមានតែមួយជម្រើសមួយគត់គឺ:

A ជាគូនឹង3 , B ជាគូនឹង2 , C ជាគូនឹង1

ដូចនេះ គូស្វាមីភរិយាថ្មី ដែលគោរពតាមលក្ខខណ្ឌគឺ :

បុរស A ជាគូនឹងនារី3 បុរស B ជាគូនឹងនារី2 បុរស C ជាគូនឹងនារី1 ។

៦០. រក 11 ចំនួននោះ ដែលមិនអវិជ្ជមាន

តាង11ចំនួននោះដោយ : $x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3\ ,\ \dots\ ,\ x_{11}\ge 0$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន :

$x_1=(x_2+x_3+x_4+\dots+x_{11})^2$ (1)

$x_2=(x_1+x_3+x_4+\dots+x_{11})^2$ (2)

$x_3=(x_1+x_2+x_4+..+x_{11})^2$ (3)

....

$x_{11}=(x_1+x_2+x_3+..+x_{10})^2$ (11)

-ដោយដកអង្គនិងអង្គនៃ (1)-(2) យើងបាន :

$$x_1-x_2=(x_2+x_3+x_4+\dots+x_{11})^2-(x_1+x_3+x_4+\dots+x_{11})^2$$

តាមរូបមន្ត $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ នោះ

$$x_1-x_2=[(x_2+x_3+x_4+\dots+x_{11})-(x_1+x_3+x_4+\dots+x_{11})]\times[(x_2+x_3+x_4+\dots+x_{11})+(x_1+x_3+x_4+\dots+x_{11})]$$

$$=(x_2-x_1)(x_1+x_2+2x_3+2x_4+\dots+2x_{11})^2$$

$$=-(x_1-x_2)(x_1+x_2+2x_3+2x_4+\dots+2x_{11})^2$$

$$(x_1-x_2)+(x_1-x_2)(x_1+x_2+2x_3+2x_4+\dots+2x_{11})^2=0$$

$$(x_1-x_2)(1+x_1+x_2+2x_3+2x_4+\dots+2x_{11})^2=0$$

នាំឱ្យ $(x_1-x_2)=0\Rightarrow x_1=x_2$

ហើយ $(1+x_1+x_2+2x_3+2x_4+\dots+2x_{11})^2\neq 0$

ដោយយក (1)-(3) , (1)-(4), ... , (1)-(11) តាមលំនាំខាងលើនោះយើងបាន : $x_1=x_2=x_3=\dots=x_{11}$

នាំឱ្យ $x_1=(x_1+x_1+x_1+\dots+x_1)^2$

$x_1=(10x_1)^2$

$x_1=100x_1^2$

$x_1(1-100x_1)=0$

ទាញបាន $x_1=0$, $1-100x_1=0\Rightarrow x_1=\dfrac{1}{100}$

ដូចនេះ **ចំនួនទាំង 11 ដែលរកឃើញគឺ**

$x_1=x_2=x_3=\dots=x_{11}=0$ ឬ

$x_1=x_2=x_3=\dots=x_{11}=\dfrac{1}{100}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៦១. **គណនា** $A=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(a-1)^{2012}$

គេឱ្យ a , b , c ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ca=0 \end{cases}$

ចំពោះ $a+b+c=0$

$(a+b+c)^2=0$

$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=0$

ដោយ $ab+bc+ca=0$ នោះយើងបាន

$a^2+b^2+c^2=0$

-យល់ថា : ផលបូកការេនៃមួយចំនួនពិតស្មើ 0 មានន័យថា ចំនួនពិតទាំងនោះមានតម្លៃស្មើៗគ្នា ហើយស្មើនឹង 0

-នាំឱ្យ $a=b=c=0$

គេបាន : $A=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(a-1)^{2012}$

$=(0-1)^{2010}+(0-1)^{2011}+(0-1)^{2012}$

$=1+(-1)+1=1$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $A=1$ ។

៦២. **គណនា**

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2010^2}+\frac{1}{2011^2}}$$

ឃើញថា S ជាផលបូកមានតួទូទៅគឺ $\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$

ដែលមានចំនួនតួសរុប 2010 តួ

គេអាចសរសេរជា $S=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$

$$S=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^2(n+1)^2+(n+1)^2+n^2}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^2(n^2+2n+1)+(n^2+2n+1)+n^2}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^4+2n^3+n^2+n^2+2n+1+n^2}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^4+2n^3+3n^2+2n+1}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^4+n^3+n^2+n^3+n^2+n+n^2+n+1}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{n^2(n^2+n+1)+n(n^2+n+1)+(n^2+n+1)}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\sqrt{\frac{(n^2+n+1)^2}{n^2(n+1)^2}}$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}\frac{n^2+n+1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{2010}\frac{n(n+1)+1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{2010}\left[1+\frac{1}{n(n+1)}\right]$$

$$=\sum_{n=1}^{2010}1+\sum_{n=1}^{2010}\frac{1}{n(n+1)}=2010+\sum_{n=1}^{2010}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

យើងបាន $S=2010+\sum_{n=1}^{2010}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$=2010+\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2011}\right)$

$=2011-\frac{1}{2011}=\frac{2011^2-1^2}{2011}$

$=\frac{(2011-1)(2011+1)}{2011}=\frac{2010\cdot 2012}{2011}$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាផលបូក $S=\frac{2010\cdot 2012}{2011}$ ។

* មូលហេតុ $\sum_{n=1}^{2010}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2011}\right)$ មើលលំហាត់ទី៥១ ។

៦៣. **ដោះស្រាយសមីការ :**

ក. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=4$

$(x^{2010}-1)+(x^{2011}-1)+(x^{2012}-1)+(x^{2013}-1)=0$

តាមរូបមន្ត: $a^n-1=(a-1)(a^{n-1}+a^{n-2}+...+a+1)$

- $x^{2010}-1=(x-1)(x^{2009}+x^{2008}+...+x+1)$
- $x^{2011}-1=(x-1)(x^{2010}+x^{2009}+...+x+1)$
- $x^{2012}-1=(x-1)(x^{2011}+x^{2010}+...+x+1)$
- $x^{2013}-1=(x-1)(x^{2012}+x^{2011}+...+x+1)$

ដើម្បីឱ្យងាយសម្រួលក្នុងការសរសេរ យើងតាង

$X=x^{2009}+x^{2008}+...+x+1$ នោះយើងបាន

$$+\begin{cases} x^{2010}-1=(x-1)X \\ x^{2011}-1=(x-1)(x^{2010}+X) \\ x^{2012}-1=(x-1)(x^{2011}+x^{2010}+X) \\ x^{2013}-1=(x-1)(x^{2012}+x^{2011}+x^{2010}+X) \end{cases}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$(x^{2010}-1)+(x^{2011}-1)+(x^{2012}-1)+(x^{2013}-1)=(x-1)(x^{2012}+2x^{2011}+3x^{2010}+4X)$$

នាំឱ្យ $(x-1)(x^{2012}+2x^{2011}+3x^{2010}+4X)=0$

ទាញបាន : • $x-1=0 \Rightarrow x=1$

• $x^{2012}+2x^{2011}+3x^{2010}+4X\neq 0$

ព្រោះ x ជាចំនួនគត់

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $x=1$** ។

ខ. $x^{2010}+x^{2011}+x^{2012}+x^{2013}=0$

$$x^{2010}(1+x+x^2+x^3)=0$$

ទាញបាន : • $x^{2010}=0 \Rightarrow x=0$

• $1+x+x^2+x^3\neq 0$ (ព្រោះ x ជាចំនួនគត់)

ដូចនេះ **សមីការមានឫស $x=0$** ។

៦៨. ដោះស្រាយសមីការ : $\overline{2x9y}=2^x\cdot 9^y$

-លក្ខខណ្ឌ $0\le x\le 9$, $0\le y\le 9$ និង x,y ជាចំនួនគត់

-ពិនិត្យ 2^x ជាចំនួនគូ នោះ $2^x\cdot 9^y$ ជាចំនួនគូដែរ

នាំឱ្យ $\overline{2x9y}$ ជាចំនួនគូ មានន័យថា y ជាចំនួនគូ ឬ 0 (1)

-ពិនិត្យ បើ $y>4$ នោះ $9^4=6561>\overline{2x9y}$ នាំឱ្យ

y ជាចំនួនគត់តូចជាង៤ មានន័យថា $y=\{0,1,2,3\}$ (2)

-តាម (1) និង (2) ទាញបាន $y=0$ ឬ $y=2$

-ចំពោះ $y=0$ នោះ $\overline{2x90}=2^x\cdot 1 \Leftrightarrow \overline{2x90}=2^x$

តែ 2^x ជាចំនួនមិនមានលេខ 0 នៅខាងចុងជាដាច់ខាត

នាំឱ្យ $\overline{2x90}=2^x$ ជាករណីមិនពិត គ្រប់ x ជាចំនួនគត់

-ចំពោះ $y=2$ នោះ $\overline{2x92}=2^x\cdot 9^2 \Leftrightarrow \overline{2x92}=81\cdot 2^x$

ដោយចំនួន $81\cdot 2^x$ ជាពហុគុណនៃ9 នោះ $\overline{2x92}$ ជាពហុគុណនៃ9 ដែរ មានន័យថា $\overline{2x92}$ ចែកដាច់នឹង9 ។

-ហើយ $\overline{2x92}$ ចែកដាច់នឹង9 លុះត្រាផលបូកលេខតាមខ្ទង់ គឺ $2+x+9+2=13+x=1+3+x=4+x$ ចែកដាច់នឹង9

មានតែ ចំនួនគត់ $x=5$ តែមួយគត់ដែលនាំឱ្យ $4+x$ ចែកដាច់នឹង9 (ព្រោះ $0\le x\le 9$)

-ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $\overline{2x9y}=2^x\cdot 9^y$

$$2592=2^5\cdot 9^2$$
$$2592=32\cdot 81$$
$$2592=2592$$

ដូចនេះ **សមីការមានចម្លើយ $x=5, y=2$** ។

(កុំឃើញវែងថាពិបាក គេគ្រាន់តែសម្រាយឱ្យយើងយល់ពីមូលហេតុរបស់វាបានច្បាស់លាស់ប៉ុណ្ណោះ)

៦៩. រកគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ $N=\overline{a_1a_2a_3...a_n}$

យើងមាន $\dfrac{\overline{2a_1a_2a_3...a_n1}}{\overline{1a_1a_2a_3...a_n2}}=\dfrac{21}{12}$ ដែល

$N=\overline{a_1a_2a_3...a_n}$ មានចំនួន n តួ នាំឱ្យយើងបាន :

• $\overline{2a_1a_2a_3...a_n1}=2\cdot 10^{n+1}+10(\overline{a_1a_2a_3...a_n})+1$

$=2\cdot 10^{n+1}+10N+1$

• $\overline{1a_1a_2a_3...a_n2}=1\cdot 10^{n+1}+10(\overline{a_1a_2a_3...a_n})+2$

$=10^{n+1}+10N+2$

យើងបាន $\dfrac{2\cdot 10^{n+1}+10N+1}{10^{n+1}+10N+2}=\dfrac{21}{12}$ នាំឱ្យ

$$21(10^{n+1}+10N+2)=12(2\cdot 10^{n+1}+10N+1)$$
$$21\cdot 10^{n+1}+210N+42=24\cdot 10^{n+1}+120N+12$$
$$210N-120N=24\cdot 10^{n+1}-21\cdot 10^{n+1}+12-42$$
$$90N=3\cdot 10^{n+1}-30$$
$$N=\frac{30\cdot 10^n-30}{90}$$
$$N=\frac{10^n-1}{3}$$

ពិនិត្យ $10^n=\underbrace{100...000}_{n \text{ ដងលេខ } 0}$ នាំឱ្យ $10^n-1=\underbrace{99...999}_{n \text{ ដងលេខ } 9}$

យើងបាន $N=\dfrac{10^n-1}{3}=\dfrac{99...999}{3}=\underbrace{33...333}_{n \text{ ដងលេខ } 3}$

នេះមានន័យថា $N=\{3, 33, 333, 3333, ...\}$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : បើ $N=3$, $\frac{231}{132}=\frac{21\times 11}{12\times 11}=\frac{21}{12}$ ពិត

ដូចនេះ គ្រប់ចំនួនគត់រកបានគឺ $N=\underbrace{33...333}_{n \text{ ដងលេខ } 3}$ ។

៦៦. គណនាផលបូក :

$$S=\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+...+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

ពិនិត្យ : $\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{(n+2)-n}{n(n+1)(n+2)}$

$$=\frac{2}{n(n+1)(n+2)}$$

ទាញបាន $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$

តាមលំនាំនេះ យើងអាចសរសេរបានដូចខាងក្រោម :

$$+\begin{cases}\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1\cdot 2}-\frac{1}{2\cdot 3}\right]\\ \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{3\cdot 4}\right]\\ \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3\cdot 4}-\frac{1}{4\cdot 5}\right]\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]\end{cases}$$

$$S=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1\cdot 2}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

$$S=\frac{1}{2}\left[\frac{n^2+3n+2-2}{2(n^2+3n+2)}\right]$$

$$S=\frac{n^2+3n}{4(n^2+3n+2)}$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $S=\frac{n^2+3n}{4(n^2+3n+2)}$ ។

៦៧. សម្រួលកន្សោម : $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2012}+\sqrt{3}$

តាង $E=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2012}+\sqrt{3}$

$$=\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$$

$$=\left[\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)\right]^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$$

$$=(4-3)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$$

$$=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}$$

$$=2$$

ដូចនេះ សម្រួលបាន $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2011}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{2011}+\sqrt{3}=2$ ។

៦៨. បង្ហាញថា : $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}$

ពិនិត្យ : $\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}$

$$=\left(\frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)}\right)-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2}{x^2-1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2(x^2+1)-2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1}-\frac{4}{x^4+1}$$

$$=\frac{4}{x^4-1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{4(x^4+1)-4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$=\frac{4x^4+4-4x^4+4}{x^8-1}=\frac{8}{x^8-1}$$

ដូចនេះ $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}-\frac{4}{x^4+1}=\frac{8}{x^8-1}$ ។

៦៩. គណនាផលបូក $S=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{n}{(n+1)!}$

ពិនិត្យ : $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{(n+1)-1}{(n+1)!}$

$$=\frac{(n+1)}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

$$=\frac{(n+1)}{(n+1)\cdot n!}-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

(ព្រោះ $(n+1)!=(n+1)\cdot n!$ ឧទា. $5!=5\cdot 4!$)

ឃើញថា គេអាចបំបែក $\frac{n}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$

យើងអាចបំបែកតួនីមួយៗ រួចបូកអង្គនិងអង្គ ដូចខាងក្រោម:

$$+\begin{cases}\frac{1}{2!}=\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}\\ \frac{2}{3!}=\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}\\ \frac{3}{4!}=\frac{1}{3!}-\frac{1}{4!}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \frac{n}{(n+1)!}=\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}\end{cases}$$

$$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{n}{(n+1)!}=\frac{1}{1!}-\frac{1}{(n+1)!}$$

$$S=1-\frac{1}{(n+1)!}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ $\boxed{S=1-\frac{1}{(n+1)!}=\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}}$ ។

៧០. កំណត់លេខចុងនៃ $\Sigma=1^2+2^2+3^2+...+2010^2+2011^2$

(យល់ដឹង: គេសរសេរ $[13^2]=9$ មានន័យ លេខខាងចុងនៃ $13^2=169$ មានលេខ 9 នៅខាងចុង ។)

ពិនិត្យ

$[1^2]=[11^2]=[21^2]=...=[2001^2]=1$

$[2^2]=[12^2]=[22^2]=...=[2002^2]=4$

$[3^2]=[13^2]=[23^2]=...=[2003^2]=9$

$[4^2]=[14^2]=[24^2]=...=[2004^2]=6$

$[5^2]=[15^2]=[25^2]=...=[2005^2]=5$

$[6^2]=[16^2]=[26^2]=...=[2006^2]=6$

$[7^2]=[17^2]=[27^2]=...=[2007^2]=9$

$[8^2]=[18^2]=[28^2]=...=[2008^2]=4$

$[9^2]=[19^2]=[29^2]=...=[2009^2]=1$

$[10^2]=[20^2]=[30^2]=...=[2010^2]=0$

ដោយផលបូកលេខចុងៗ នៃដប់ៗតួជាបន្តបន្ទាប់ស្មើៗគ្នា គឺ

$1+4+9+6+5+6+9+4+1+0=45$ ហើយ

$$\Sigma=\underbrace{1^2+2^2+3^2+...+2010^2}_{\text{មាន 201 នៃដប់ៗតួ}}+2011^2$$

នាំឱ្យ $[\Sigma]=[1^2+2^2+3^2+...+2010^2]+[2011^2]$

$=[201\times45]+[2011^2]$

$=[5+1]=6$

ដូចនេះ $\boxed{\text{លេខខាងចុងនៃ } \Sigma \text{ គឺ } [\Sigma]=6}$ ។

៧១. កំណត់លេខចុងនៃ $\Sigma=1!+2!+3!+...+2010!+2011!$

(អ្នកគួគិតថា មួយចំនួនដែលគុណនឹង 10 ឬ បានពីផលគុណនៃ 2 និង5 សុទ្ធសឹងតែផ្តល់ ចំនួនដែលមានលេខ0 ខាងចុង)

រូបមន្ត ហ្វាក់តូរ្យែល $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times...\times3\times2\times1$

យើងបាន :

$[1!]=1 \quad [2!]=2 \quad [3!]=6 \quad [4!]=4 \quad [5!]=0$

$[6!]=0 \quad [7!]=0 \quad [8!]=0 \quad [9!]=0 \quad ....$

យើងពិនិត្យឃើញថា លេខខាងចុងនៃចំនួនទាំងឡាយ ដែលធំជាង 4 សុទ្ធតែជាលេខសូន្យដូចៗគ្នា ទាំងអស់ នាំឱ្យ :

$\Sigma=1!+2!+3!+...+2010!+2011!$

$[\Sigma]=[1!]+[2!]+[3!]+...+[2010!]+[2011!]$

$=[1+2+6+4+0+0+...+0+0+0]$

$=3$

ដូចនេះ $\boxed{\text{លេខខាងចុងនៃ } \Sigma \text{ គឺ } [\Sigma]=3}$ ។

៧២. គណនាតម្លៃ $A=a^{2012}+ab^{2011}$

យើងមាន $\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=1 \quad (*)$

-គុណ $(*)$ នឹង $\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)$ នោះយើងបាន :

$\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)$

$\left(a^2-a^2-1\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)=\left(a-\sqrt{a^2+1}\right)$

$-b-\sqrt{b^2+1}=a-\sqrt{a^2+1} \quad (1)$

-គុណ $(*)$ នឹង $\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)$ វិញម្តង នោះយើងបាន :

$\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b+\sqrt{b^2+1}\right)\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)=\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)$

$\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\left(b^2-b^2-1\right)=\left(b-\sqrt{b^2+1}\right)$

$-a-\sqrt{a^2+1}=b-\sqrt{b^2+1} \quad (2)$

-តាម (1) និង (2) ចងជាប្រព័ន្ធ បូកអង្គ និងសម្រួល

យើងបាន : $+\begin{cases}-b-\sqrt{b^2+1}=a-\sqrt{a^2+1}\\ -a-\sqrt{a^2+1}=b-\sqrt{b^2+1}\end{cases}$

$-a-b=a+b$

$-2a=2b$

$a=-b$

-នាំឱ្យ $A=a^{2012}+ab^{2011}$

$=a^{2012}+a(-a)^{2011}=a^{2012}+a(-a)^{2011}$

$=a^{2012}+a\cdot(-1)^{2011}\cdot a^{2011}=a^{2012}+(-1)\cdot a^{2012}$

$=a^{2012}-a^{2012}=0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា បានផលមក } A=0}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៧៣. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន $2011^{\log_{2012}x}+x^{\log_{2012}2011}=4022$

-តាង $A=2011^{\log_{2012}x}$

នាំឱ្យ $\log_{2012}A=\log_{2012}2011^{\log_{2012}x}$

$\log_{2012}A=\log_{2012}x\cdot\log_{2012}2011 \quad (i)$

-តាង $B=x^{\log_{2012}2011}$

នាំឱ្យ $\log_{2012}B=\log_{2012}x^{\log_{2012}2011}$

$\log_{2012}B=\log_{2012}2011\cdot\log_{2012}x \quad (ii)$

ដោយផ្ទឹម (i) និង (ii)

យើងបាន $\log_{2012}A=\log_{2012}B$ សមមូល $A=B$

-សមីការទៅជា $2011^{\log_{2012}x}+2011^{\log_{2012}x}=4022$

$2\cdot 2011^{\log_{2012}x}=2\cdot 2011$

$2011^{\log_{2012}x}=2011^1$

$\log_{2012}x=1$

$x=2012$

ដូចនេះ | ក្រោយពីដោះស្រាយសមីការមានឫស $x=2012$ | ។

៧៤. ស្រាយថា $a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$

ពិនិត្យ $(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$

$=(a^5+a^3b^2+a^2b^3+b^5)-(a+b)$

$=a^5+b^5+a^2b^2(a+b)-(a+b)$

$=a^5+b^5+(a+b)(a^2b^2-1)$

ដោយសម្មតិកម្ម គេឱ្យ $ab=1$ នោះ $a^2b^2=1$

យើងបាន $(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$

$=a^5+b^5+(a+b)(1-1)$

$=a^5+b^5+0=a^5+b^5$

ដូចនេះ | ឃើញថា $a^5+b^5=(a^3+b^3)(a^2+b^2)-(a+b)$ | ។

៧៥. គណនាកន្សោម : $A=x^{2010}+y^{2011}+x^{2012}$

យើងមាន $\begin{cases}x^2+2y+1=0\\ y^2+2z+1=0\\ z^2+2x+1=0\end{cases}$ (បូកអង្គនិងអង្គ)

$x^2+2y+1+y^2+2z+1+z^2+2x+1=0$

ឬ $(x^2+2x+1)+(y^2+2y+1)+(z^2+2z+1)=0$

$(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=0$

ដោយ $(x+1)^2\geq 0$, $(y+1)^2\geq 0$, $(z+1)^2\geq 0$

មានតែមួយករណីគត់ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការខាងលើគឺ តម្លៃនៃកន្លានីមួយៗស្មើ 0

យើងបាន: $\begin{cases}(x+1)^2=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1\\ (y+1)^2=0 \Leftrightarrow y+1=0 \Rightarrow y=-1\\ (z+1)^2=0 \Leftrightarrow z+1=0 \Rightarrow z=-1\end{cases}$

នាំឱ្យ $A=x^{2010}+y^{2011}+x^{2012}$

$=(-1)^{2010}+(-1)^{2011}+(-1)^{2012}$

$=1+(-1)+1=1$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនាឃើញថា $A=1$ | ។

៧៦. បង្ហាញថា $\dfrac{ad+bc}{2ab}=\dfrac{2cd}{ad+bc}$

យើងមាន $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ នាំឱ្យ $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ យើងបាន :

$\dfrac{a}{c}=\dfrac{ad}{cd}=\dfrac{ab}{cb} \quad (1)$ ហើយ $\dfrac{b}{d}=\dfrac{bc}{dc}=\dfrac{ab}{ad} \quad (2)$

នាំឱ្យ $\dfrac{ad}{cd}=\dfrac{bc}{dc}=\dfrac{ad+bc}{cd+dc}=\dfrac{ad+bc}{2cd} \quad (i)$

$\dfrac{ab}{cb}=\dfrac{ab}{ad}=\dfrac{ab+ab}{cb+ad}=\dfrac{2ab}{cb+ad} \quad (ii)$

តាម (1) នោះ $(i)=(ii)$ យើងបាន :

$\dfrac{ad+bc}{2cd}=\dfrac{2ab}{cb+ad}$ នាំឱ្យ $\dfrac{ad+bc}{2ab}=\dfrac{2cd}{cb+ad}$

ដូចនេះ | ឃើញថា $\dfrac{ad+bc}{2ab}=\dfrac{2cd}{ad+bc}$ | ។

៧៧. សម្រួលកន្សោម

$$A=\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{2}\right)\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$$

$$=\left[\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2-\sqrt{2}^2\right]\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$$

$$=\left[\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2+2\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}\cdot\sqrt{\frac{b}{a}}+\left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2-2\right]\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$=\left(\frac{a}{b}+2\sqrt{\frac{ab}{ba}}+\frac{b}{a}-2\right)\left(\frac{a^2+b^2}{2011ab}\right)^{-1}$$

$$=\left(\frac{a}{b}+2+\frac{b}{a}-2\right)\left(\frac{2011ab}{a^2+b^2}\right)$$

$$=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\left(\frac{2011ab}{a^2+b^2}\right)$$

$$=\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)\left(\frac{2011ab}{a^2+b^2}\right)=2011$$

ដូចនេះ | ក្រោយពីសម្រួល $A=2011$ | ។

៧៨. គណនា $P=xy+yz+zx$

យើងមាន $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=m$

ទាញបាន $x=am$, $y=bm$, $z=cm$

នាំឱ្យ $P=xy+yz+zx$

$$=(am)(bm)+(bm)(cm)+(cm)(am)$$

$$=abm^2+bcm^2+cam^2$$

$$=(ab+bc+ca)m^2$$

យើងមាន $a+b+c=1$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$$

$$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=1$$

តែសម្មតិកម្មបន្ថែមគឺ $a^2+b^2+c^2=1$

នាំឱ្យ $1+2(ab+bc+ca)=1$

$$2(ab+bc+ca)=0$$

$$ab+bc+ca=0$$

យើងបាន $P=(ab+bc+ca)m^2$

$$=0\cdot m^2=0$$

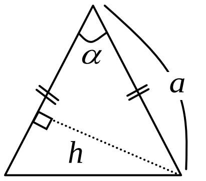
ដូចនេះ | ឃើញថា $P=xy+yz+zx=0$ | ។

៧៩. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណនេះ ជាអនុគមន៍នៃ α និង a

យើងមាន ត្រីកោណសមបាទ

ដោយធ្វើចំណោលកែងពីមុំពុំមែនα

នោះយើងបានរូបដូចខាងស្តាំ



ក្នុងត្រីកោណកែងធំមាន $\sin\alpha=\frac{h}{a}$ $\Rightarrow h=a\sin a$

ក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ=(បាត x កម្ពស់) /2

នាំឱ្យ $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}a\cdot a\sin\alpha=\frac{1}{2}a^2\sin\alpha$

ដូចនេះ | ផ្ទៃត្រីកោណសមបាតនេះគឺ $S=\frac{1}{2}a^2\sin\alpha$ | ។

៨០. ប្រៀបធៀបចំនួន

ក. $\sqrt{6}+\sqrt{5}$ និង $\sqrt{21}$

ឧបមាថា : $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$

$$6+2\sqrt{30}+5>21$$ (លើកជាការេ)

$$2\sqrt{30}>10$$

$$4\times30>100$$ (លើកជាការេម្តងទៀត)

$$120>100$$ ពិតប្រាកដមែន

នាំឱ្យការឧបមាគឺត្រឹមត្រូវ មានន័យថា $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$

ដូចនេះ | ក្រោយពីប្រៀបធៀបគឺ $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$ | ។

ខ. $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}$ និង $2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$

ពិនិត្យ : $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}$

$$=1+\sqrt[2011]{9+2+\sqrt{4\cdot18}}$$

$$=1+\sqrt[2011]{\sqrt{9}^2+2\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{2}^2}$$

$$=1+\sqrt[2011]{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}$$

ដោយ $\left(1-\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}\right)^2>0$

$$1-2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}+\sqrt[2011]{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}>0$$

$$1+\sqrt[2011]{\left(3+\sqrt{2}\right)^2}>2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$$

ឬអាចសរសេរ $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}>2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$

ដូចនេះ | លទ្ធផល $1+\sqrt[2011]{11+\sqrt{72}}>2\sqrt[2011]{3+\sqrt{2}}$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៨១. **រកតម្លៃគត់នៃ x , y និង z**

យើងមាន សមីការ

$$x+y+z+4=2\sqrt{x-2}+4\sqrt{y-3}+6\sqrt{z-5}$$

$$\Leftrightarrow x-2\sqrt{x-2}+y-4\sqrt{y-3}+z-6\sqrt{z-5}+4=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)-2\sqrt{x-2}+1+(y-3)-4\sqrt{y-3}+4+$$
$$+(z-5)-6\sqrt{z-5}+9=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-2}-1\right)^2+\left(\sqrt{y-3}-2\right)^2+\left(\sqrt{z-5}-3\right)^2=0$$

ដោយ $\begin{cases}\left(\sqrt{x-2}-1\right)^2\geq 0\\ \left(\sqrt{y-3}-2\right)^2\geq 0\\ \left(\sqrt{z-5}-3\right)^2\geq 0\end{cases}$ ដើម្បីឱ្យផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

ខាងលើគឺមានតែមួយករណីគត់គឺ :

$$\begin{cases}\left(\sqrt{x-2}-1\right)^2=0\\ \left(\sqrt{y-3}-2\right)^2=0\\ \left(\sqrt{z-5}-3\right)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x-2}-1=0\\ \sqrt{y-3}-2=0\\ \sqrt{z-5}-3=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sqrt{x-2}=1\\ \sqrt{y-3}=2\\ \sqrt{z-5}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=1\\ y-3=4\\ z-5=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ y=7\\ z=14\end{cases}$$

ដូចនេះ **តម្លៃគត់ដែលរកឃើញ $(x,y,z)=(3,7,14)$** ។

៨២. **ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$**

យើងមាន $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$

នាំឱ្យ $\dfrac{ax^2}{ax^3}+\dfrac{by^2}{by^3}+\dfrac{cz^2}{cz^3}=1$

ដោយ $ax^3=by^3=cz^3$ យើងបាន

$\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{ax^3}=1$ ទាញបាន $\sqrt[3]{a}=\dfrac{\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}}{x}$ (1)

$\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{by^3}=1$ ទាញបាន $\sqrt[3]{b}=\dfrac{\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}}{y}$ (2)

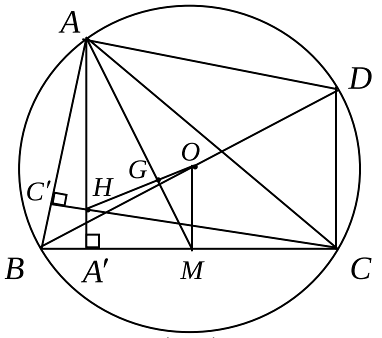
$\dfrac{ax^2+by^2+cz^2}{cz^3}=1$ ទាញបាន $\sqrt[3]{c}=\dfrac{\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}}{z}$ (3)

ដោយយក $(1)+(2)+(3)$ យើងបាន

$$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\cdot\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}$$
$$=\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}$** ។

៨៣. **ស្រាយបញ្ជាក់ថា H ,G និង O ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នា**



(មើលទៅរូបដូចស្មុគស្មាញ តែបើគ្រប់គ្រងបាន គ្មានអ្វីពិបាក!!!)

-ឧបមាថា O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ ABC និង H ជាអរតូសង់នៃត្រីកោណ (ចំណុចប្រសព្វកម្ពស់ទាំងបី)

ហើយ $[BD]$ ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ផ្ចិត O

យើងបាន $B\hat{A}D=B\hat{C}D=90^o$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

ទាញបាន $[AB]\perp[AD]$ និង $[BC]\perp[CD]$

ហើយ $[AB]\perp[CH]$ និង $[BC]\perp[AH]$

នាំឱ្យ $[AD]\parallel[CH]$ និង $[CD]\parallel[AH]$

យើងបាន $AHCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម នោះ $[AH]=[CD]$ (1)

-យក $[AM]$ ជាមេដ្យាននៃត្រីកោណ ABC នាំឱ្យ M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុង $[BC]$

យើងបាន $[OM]$ ជាបាតមធ្យមនៃ ΔBCD

នាំឱ្យ $[OM]$ ស្របនឹង $[CD]$ និង $[OM]=\dfrac{1}{2}[CD]$ (2)

តាម $(1)\&(2)$: $[OM]=\dfrac{1}{2}[AH]$ ឬ $\dfrac{AH}{MO}=2$ (3)

-ត្រីកោណ AHG និង ΔMOC មាន :

មុំ $A\hat{H}G=M\hat{O}G$ មុំឆ្លាស់ក្នុង (ព្រោះ $[OM]$ ស្រប$[AH]$)

មុំ $A\hat{G}H=M\hat{G}O$ មុំទល់កំពូល

នាំឱ្យ ត្រីកោណ AHG និង ΔMOC ជាត្រីកោណដូចគ្នា

តាមករណី ម.ម (មុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា)

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

វិបាក : $\Delta AHG \sim \Delta MOG \Rightarrow \frac{AH}{MO} = \frac{AG}{MG}$ (4)

តាម (3)&(4) : នាំឱ្យ $\frac{AG}{MG} = 2$ or $AG = 2MG$

នេះបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា G ពិជាទីប្រជុំទំងន់របស់ ΔABC

ដូចនេះ **H ,G និង O ជាបីចំណុចរត់ត្រង់គ្នាប្រាកដមែន** ។

៨៤. បង្ហាញថា $P \geq 0$ យើងមាន :

$$P = a^2b^2 + 5a^2 + 9b^2 - 6ab^2 - 30a + 45$$
$$= a^2b^2 - 6ab^2 + 9b^2 + 5a^2 - 30a + 45$$
$$= b^2(a^2 - 6a + 9) + 5(a^2 - 6a + 9)$$
$$= (a^2 - 6a + 9)(b^2 + 5)$$
$$= (a-3)^2(b^2 + 5)$$

ដោយ $(a-3)^2 \geq 0$ គ្រប់ a ជាចំនួនពិត

$(b^2 + 5) > 0$ គ្រប់ b ជាចំនួនពិត

នាំឱ្យផលគុណ $(a-3)^2(b^2+5) \geq 0$ ជានិច្ច

ដូចនេះ **ក្រោយពីបង្ហាញឃើញថា $P \geq 0$ ជានិច្ច** ។

៨៥. បង្ហាញថា $39^{51} + 51^{39}$ **ចែកដាច់នឹង** 45

• ពិនិត្យ 39^1 លេខចុងគឺ 9 39^2 លេខចុងគឺ 1

39^3 លេខចុងគឺ 9 39^4 លេខចុងគឺ 1

....

មានទម្រង់ $9^n = \begin{cases} ...9 & \text{បើ } n \text{ ជាចំនួនគត់សេស} \\ ...1 & \text{បើ } n \text{ ជាចំនួនគត់គូ} \end{cases}$

នាំឱ្យ ចំនួន 39^{51} ជាចំនួនដែលមានលេខ 9 នៅខាងចុង ។

• ពិនិត្យ 51^1 លេខចុងគឺ 1 51^2 លេខចុងគឺ 1

51^3 លេខចុងគឺ 1 51^4 លេខចុងគឺ 1

....

ឃើញថា ស្វ័យគុណនៃ51 ជាចំនួនដែលមានលេខ1 ចុងជានិច្ច

នាំឱ្យ ចំនួន 51^{39} ជាចំនួនដែលមានលេខ 1 នៅខាងចុង ។

-យើងបានផលបូក $39^{51} + 51^{39}$ ជាចំនួនមានលេខ 0 ចុង

នាំឱ្យ ផលបូក $39^{51} + 51^{39}$ ជាចំនួនចែកដាច់នឹង5 $(*)$

-ម្យ៉ាងទៀត

• $39^{51} = (13 \times 3)^{51} = 13^{51} \cdot 3^{51} = 13^{51} \cdot 3^{49} \cdot 3^2 = 13^{51} \cdot 3^{49} \cdot 9$

នាំឱ្យ ចំនួន 39^{51} ចែកដាច់នឹង 9

• $51^{39} = (17 \times 3)^{39} = 17^{39} \cdot 3^{39} = 17^{39} \cdot 3^{37} \cdot 3^2 = 17^{39} \cdot 3^{37} \cdot 9$

នាំឱ្យ ចំនួន 51^{39} ចែកដាច់នឹង 9

យើងបានផលបូក $39^{51} + 51^{39}$ ចែកនឹង 9 $(**)$

-តាមរយៈ $(*)$ និង $(**)$: $39^{51} + 51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 9×5

ដូចនេះ **$39^{51} + 51^{39}$ ចែកដាច់នឹង 45** ។

៨៦. គណនា A : យើងមាន

$$A = 101 \cdot 10001 \cdot 100000001 \times ... \times \underbrace{1000...001}_{\text{មាន } 2^n - 1 \text{ ដងនៃលេខ } 0}$$

$$= (100+1)(10000+1)(100000000+1) \times ... \times (\underbrace{1000...00}_{\text{មាន } 2^n \text{ ដងនៃលេខ } 0} + 1)$$

$$= (10^2+1)(10^4+1)(10^8+1) \times ... \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^2-1)(10^2+1)(10^4+1)(10^8+1) \times ... \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^4-1)(10^4+1)(10^8+1) \times ... \times (10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^8-1)(10^8+1) \times ... \times (10^{2^n}+1)$$

$= ....$

$$= \frac{1}{(10^2-1)}(10^{2^n}-1)(10^{2^n}+1)$$

$$= \frac{1}{99}(10^{2^{n+1}}-1)$$

$$= \frac{1}{99}(\underbrace{1000...00}_{\text{មាន } 2^{n+1} \text{ ដងនៃលេខ } 0} - 1)$$

$$= \frac{1}{99}(\underbrace{999...99}_{\text{មាន } 2^{n+1} \text{ ដងនៃលេខ } 9})$$

$= 10101...01$ (មាន $2^{n+1} - 1$ ខ្ទង់)

ដូចនេះ **$A = 10101...01$ (មាន $2^{n+1} - 1$ ខ្ទង់)** ។

ឧទាហរណ៍: $101 \times 10001 = 1010101$ ពិត ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៨៧. គណនាតម្លៃ n : យើងមាន

$$\frac{3}{2011}+\frac{9}{2011}+\frac{15}{2011}+\dots+\frac{6n-3}{2011}=\frac{300}{2011}$$
$$\frac{3+9+15+\dots+(6n-3)}{2011}=\frac{300}{2011}$$
$$3+9+15+\dots+(6n-3)=300$$
$$3[1+3+5+\dots+(2n-1)]=3\cdot100$$
$$1+3+5+\dots+(2n-1)=100$$
$$n^2=10^2$$
$$n=10$$

អ្នកត្រូវចាំថា $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$

ដូចនេះ **តម្លៃគណនាបានគឺ $n=10$** ។

៨៨. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

ក. $\begin{cases}x^2=2x-y\\ y^2=2y-z\\ z^2=2z-x\end{cases}$ យើងបាន:

$$\begin{cases}x^2-2x=-y\\ y^2-2y=-z\\ z^2-2z=-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x+1=1-y\\ y^2-2y+1=1-z\\ z^2-2z+1=1-x\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2-2x+1=1-y\\ y^2-2y+1=1-z\\ z^2-2z+1=1-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2=1-y\\ (y-1)^2=1-z\\ (z-1)^2=1-x\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1-x)^2=(1-y)\\ (1-y)^2=(1-z)\\ (1-z)^2=(1-x)\end{cases}$$

ដោយតាង $A=1-x$, $B=1-y$, $C=1-z$

យើងបាន: $\begin{cases}A^2=C & (1)\\ C^2=B & (2)\\ B^2=A & (3)\end{cases}$

-តាម (1): $A^2=C$

-តាម (2): $C^2=B \Rightarrow A^4=B$

-តាម (3): $B^2=A \Rightarrow A^8=A$

នាំឱ្យ $A^8=A \Leftrightarrow A^8-A=0$

$$A(A^7-1)=0$$

នោះ $A=0$ ឬ $A^7-1=0 \Leftrightarrow A^7=1 \Rightarrow A=1$

-ចំពោះ $A=0$ យើងបាន:

$C=A^2=0^2=0$ ហើយ $B=A^4=0^4=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}A=1-x\\ B=1-y\\ C=1-z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=1-x\\ 0=1-y\\ 0=1-z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=1\end{cases}$

-ចំពោះ $A=1$ យើងបាន:

$C=A^2=1^2=1$ ហើយ $B=A^4=1^4=1$

នាំឱ្យ $\begin{cases}A=1-x\\ B=1-y\\ C=1-z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1=1-x\\ 1=1-y\\ 1=1-z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=0\end{cases}$

-យកគូចម្លើយនៃតម្លៃ A,B,C ជំនួសរក x,y,z

ដូចនេះ **គូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធគឺ $\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=0\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=1\end{cases}$** ។

ខ. $\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=-\frac{1}{12} & (1)\\ \frac{1}{c}+\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=\frac{7}{12} & (2)\\ \frac{1}{a}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}=\frac{5}{12} & (3)\end{cases}$ ដោះស្រាយដោយបូកអង្គ

-ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃសមីការ $(1)\&(2)$ យើងបាន :

$$\frac{1}{b}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{12}+\frac{7}{12}\Leftrightarrow\frac{2}{b}=\frac{6}{12}\Rightarrow b=\frac{2\cdot12}{6}=4$$

-ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃសមីការ $(1)\&(3)$ យើងបាន :

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}=-\frac{1}{12}+\frac{5}{12}\Leftrightarrow\frac{2}{a}=\frac{4}{12}\Rightarrow a=\frac{2\cdot12}{4}=6$$

-ដោយបូកអង្គនឹងអង្គនៃសមីការ $(1)\&(3)$ យើងបាន :

$$\frac{1}{c}+\frac{1}{c}=\frac{7}{12}+\frac{5}{12}\Leftrightarrow\frac{2}{c}=\frac{12}{12}\Rightarrow c=\frac{2\cdot12}{12}=2$$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(a,b,c)=(6,4,2)$** ។

៨៩. ដោះស្រាយសមីការ យើងមានសមីការ

$$\frac{x-4}{2007}+\frac{x-3}{2008}+\frac{x-2}{2009}+\frac{x-1}{2010}=4$$
$$\frac{x-4}{2007}-1+\frac{x-3}{2008}-1+\frac{x-2}{2009}-1+\frac{x-1}{2010}-1=0$$
$$\left(\frac{x-4}{2007}-1\right)+\left(\frac{x-3}{2008}-1\right)+\left(\frac{x-2}{2009}-1\right)+\left(\frac{x-1}{2010}-1\right)=0$$
$$\left(\frac{x-4-2007}{2007}\right)+\left(\frac{x-3-2008}{2008}\right)+\left(\frac{x-2-2009}{2009}\right)+\left(\frac{x-1-2010}{2010}\right)=0$$
$$\left(\frac{x-2011}{2007}\right)+\left(\frac{x-2011}{2008}\right)+\left(\frac{x-2011}{2009}\right)+\left(\frac{x-2011}{2010}\right)=0$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$(x-2011)\left(\frac{1}{2007}+\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}+\frac{1}{2010}\right)=0$$

នាំឱ្យ $x-2011=0 \Rightarrow x=2011$

ហើយ $\left(\frac{1}{2007}+\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}+\frac{1}{2010}\right)\neq 0$

ដូចនេះ **សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=2011$** ។

៩០. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

តាង $n=\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}\ ,n>0$ នោះ

$$n^2=\left(\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}\right)^2$$

$$=\left(\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)+\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)$$

$$-2\sqrt{\left(\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)}$$

$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\left(\sqrt[4]{8}\right)^2-\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)^2}$$

$$n^2=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\left(\sqrt[4]{8}\right)^2-\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)^2}$$

$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\sqrt{8}-\left(\sqrt{2}-1\right)}$$

$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1}$$

$$=2\sqrt[4]{8}-2\sqrt{\sqrt{2}+1}$$

$$=2\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)$$

ទាញរក n វិញ យើងបាន:

$$n^2=2\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)$$

$$n=\sqrt{2\left(\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)}$$ ព្រោះ $n>0$ ពុំមែន $\pm$ ទេ

$$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}$$

ដោយផ្ទឹមតម្លៃរបស់ n យើងបាន :

$$\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}$$

នាំឱ្យ $$\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}$$

$$=\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ដូចនេះ $$\boxed{\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}+1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8}+\sqrt{\sqrt{2}-1}}-\sqrt{\sqrt[4]{8}-\sqrt{\sqrt{2}-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$$ ។

៩១. សម្រួលកន្សោម

$$B=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

$$=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{\sqrt{x^3}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

$$=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

$$=\frac{\left(2\sqrt{x}+x\right)-\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\div\frac{\left(x+\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}+x-x-\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\div\frac{x+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\div\frac{x-1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}\times\frac{x+\sqrt{x}+1}{x-1}=\frac{1}{x-1}\ ,0<x\neq 1$$

ដូចនេះ **ក្រោយពីសម្រួល $B=\dfrac{1}{x-1}$** ។

៩២. ស្រាយបញ្ជាក់ឱ្យឃើញថា $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ

-តាង $x=\underbrace{111...11}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}$ នាំឱ្យ $\underbrace{999...99}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}=9x$

ទាញបាន : $10^n-1=9x \Rightarrow 10^n=9x+1$ (សូមគិត)

-យើងបាន $A=\underbrace{888...88}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}=8\cdot\underbrace{(111...11)}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 1}=8x$

ហើយ $B=\underbrace{222...222}_{\text{មាន } n+1 \text{ តួនៃលេខ } 2}=\underbrace{222...220}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 2}+2$

$$=\underbrace{222...22}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 2}\times 10+2=2x\times 10+2=20x+2$$

និង $C=\underbrace{444...444}_{\text{មាន } 2n \text{ តួនៃលេខ } 4}=\underbrace{444..44}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 4}\times 10^n+\underbrace{444..44}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ } 4}$

$$=4x(9x+1)+4x=36x^2+4x+4x=36x^2+8x$$

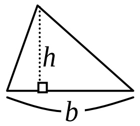
www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ $A+B+C+7$

$$=8x+(20x+2)+(36x^2+8x)+7$$
$$=36x^2+36x+9$$
$$=(6x)^2+2\cdot 6x\cdot 3+3^2$$
$$=(6x+3)^2=(\underbrace{666...66}_{\text{មាន } n \text{ តួនៃលេខ 6}}+3)^2=\underbrace{666...6}_{\text{មាន } n-1 \text{ តួនៃលេខ 6}}9^2$$

ដូចនេះ | $A+B+C+7$ ជាការេប្រាកដ | ។

៩៣. រកភាគរយនៃកម្ពស់ដែលត្រូវថយចុះ



ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $S=\frac{1}{2}bh$

-តាង x ជាភាគរយនៃកម្ពស់ដែលត្រូវថយចុះ

-បាតត្រីកោណថ្មីបន្ទាប់ពីកើន 10% គឺ $(b+10\%b)$

-កម្ពស់ត្រីកោណថ្មីក្រោយពីថយចុះ x គឺ $(h-xh)$

នាំឱ្យក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណថ្មីគឺ $S'=\frac{1}{2}\left(b+\frac{10}{100}b\right)(h-xh)$

-តាមបម្រាប់ប្រធានក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណទាំងពីរស្មើគ្នា

យើងបាន $\frac{1}{2}bh=\frac{1}{2}(b+0.1b)(h-xh)$

$$1=1.1(1-x) \quad \Leftrightarrow \quad 1=1.1-1.1x$$
$$\Rightarrow x=\frac{1.1-1}{1.1}=\frac{0.1}{1.1}\approx 0.09091=9.09\%$$

ដូចនេះ | កម្ពស់ត្រូវថយចុះ $\frac{1}{11}$ or 9.09% | ។

៩៤. ស្រាយថា $ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$

-គ្រប់ a , b និង c ជាចំនួនពិតយើងបាន:

- $(a-b)^2\ge 0 \quad\Rightarrow\quad a^2+b^2\ge 2ab \quad (1)$
- $(b-c)^2\ge 0 \quad\Rightarrow\quad b^2+c^2\ge 2bc \quad (2)$
- $(a-c)^2\ge 0 \quad\Rightarrow\quad a^2+c^2\ge 2ac \quad (3)$

ដោយយក $(1)+(2)+(3)$: យើងបាន

$$2(a^2+b^2+c^2)\ge 2(ab+bc+ac)$$
$$a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ac \quad (*)$$

-ម្យ៉ាងទៀត a , b និង c ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ

យើងបាន :

- $a<b+c \quad\Rightarrow\quad a^2<ab+ac \quad (4)$
- $b<a+c \quad\Rightarrow\quad b^2<ab+bc \quad (5)$
- $c<a+b \quad\Rightarrow\quad c^2<ac+bc \quad (6)$

ដោយយក $(5)+(6)+(7)$: យើងបាន

$$a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac) \quad (**)$$

-តាមរយៈ $(*)\&(**)$ យើងបាន :

$$ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$$

ដូចនេះ | $ab+bc+ac\le a^2+b^2+c^2<2(ab+bc+ac)$ | ។

៩៥. គណនា E : យើងមាន

$$E=\frac{2011}{b^2-a^2+c^2}-\frac{2011}{b^2-a^2-c^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$

-តាមសម្មតិកម្ម $a+b+c=0$ យើងទាញបាន:

- $a+b+c=0 \quad\Leftrightarrow\quad b+c=-a$

$$(b+c)^2=(-a)^2 \quad\Leftrightarrow\quad b^2+2bc+c^2=a^2$$

នាំឱ្យ $b^2-a^2+c^2=-2bc \quad (1)$

- $a+b+c=0 \quad\Leftrightarrow\quad a+c=-b$

$$(a+c)^2=(-b)^2 \quad\Leftrightarrow\quad a^2+2ac+c^2=b^2$$

នាំឱ្យ $b^2-a^2-c^2=2ac \quad (2)$

- $a+b+c=0 \quad\Leftrightarrow\quad a+b=-c$

$$(a+b)^2=(-c)^2 \quad\Leftrightarrow\quad a^2+2ab+b^2=c^2$$

នាំឱ្យ $a^2+b^2-c^2=-2ab \quad (3)$

-តាម (1), $(2)\&(3)$ យើងបាន

$$E=\frac{2011}{b^2-a^2+c^2}-\frac{2011}{b^2-a^2-c^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$
$$E=\frac{2011}{-2bc}-\frac{2011}{2ac}+\frac{2011}{-2ab}$$
$$=-\frac{2011}{2bc}-\frac{2011}{2ac}-\frac{2011}{2ab}$$
$$=\frac{-2011a-2011b-2011c}{2abc}$$
$$=-2011\left(\frac{a+b+c}{2abc}\right)=0$$

ព្រោះ $a+b+c=0$ និង $abc\ne 0$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនាឃើញថា $E=0$ |

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៩៦. បង្ហាញថា

$2010\cdot 2012(2011^2+1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)=(2011^{32}-1)$

ពិនិត្យអង្គទី1 : (ដោយប្រើរូបមន្ត $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$)

$2010\cdot 2012(2011^2+1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)$

$=(2011-1)(2011+1)(2011^2+1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)$

$=(2011^2-1)(2011^2+1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)$

$=(2011^4-1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)$

$=(2011^8-1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)$

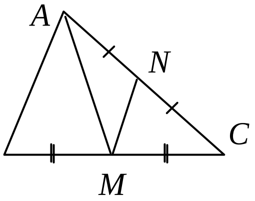
$=(2011^{16}-1)(2011^{16}+1)$

$=(2011^{32}-1)$

ដូចនេះ ក្រោយពីការបង្ហាញ ឃើញថា

$2010\cdot 2012(2011^2+1)(2011^4+1)(2011^8+1)(2011^{16}+1)=(2011^{32}-1)$

៩៧. បំភ្លឺថា $2AM<AB+AC$



-យក N កណ្ដាល $[AC]$

នាំឱ្យ $AN=\dfrac{AC}{2}$ (1)

-បម្រាប់ $[AM]$ ជាមេដ្យាន

នាំឱ្យ M កណ្ដាល $[BC]$

ទាញបាន MN ជាបាតមធ្យមនៃត្រីកោណ ABC

ហើយ $MN=\dfrac{AB}{2}$ (2)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុងត្រីកោណ AMN

គេបាន : $AM<MN+AN$ (3)

-ដោយយក $(1)\&(2)$ ជំនួយក្នុង (3)

យើងបាន $AM<\dfrac{AB}{2}+\dfrac{AC}{2}\Leftrightarrow 2AM<AB+AC$

ដូចនេះ ឃើញថា $2AM<AB+AC$ ប្រាកដមែន ។

៩៨. រកគ្រប់រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែង

-ដោយ a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នោះយើងបានរង្វាស់ជ្រុង $x<x+a<x+2a$

-ដោយវាជាត្រីកោណកែង តាមពីតាគ័រ

យើងបាន $x^2+(x+a)^2=(x+2a)^2$

$x^2+x^2+2ax+a^2=x^2+4ax+4a^2$

$x^2-2ax-3a^2=0$

មាន $\Delta'=(-a)^2-(-3a^2)=a^2+3a^2=4a^2$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-(-a)+\sqrt{4a^2}}{1}=a+2a=3a$ យក

$x=\dfrac{-(-a)-\sqrt{4a^2}}{1}=a-2a=-a$ មិនយក

-យើងបានរង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណគឺ $3a$, $4a$, $5a$

រង្វាស់ជ្រុងវែងជាងគេ គឺតូចជាង ឬស្មើ 10 មានន័យថា

$5a\le 10\ \Rightarrow\ a\le 2$

ហើយ a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះ $a=1$ និង $a=2$

- ចំពោះ $a=1$ នោះត្រីកោណមានរង្វាស់ជ្រុង 3, 4, 5
- ចំពោះ $a=2$ នោះត្រីកោណមានរង្វាស់ជ្រុង 6, 8, 10

ដូចនេះ រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែងតូចជាង ឬស្មើ10 គឺ: 3, 4, 5 និង 6, 8, 10 ។

៩៩. គណនា $A+B$ ជាអនុគមន៍នឹង C

ពិនិត្យលក្ខណៈជ្រុងរបស់ត្រីកោណ

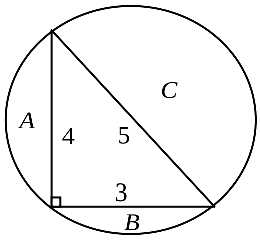
-តាមពីតាគ័រ ឃើញថា:

$3^2+4^2=5^2$ មានន័យថាវាជាត្រីកោណកែង

-ហើយវាជាត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់នោះយើងទាញថា

ប្រវែងជ្រុងវែងជាងគេមានរង្វាស់ស្មើ 5 ជាអង្កត់ផ្ចិត

-យើងគូសរូបបាបដូចខាងក្រោម:



រង្វង់នេះមាន កាំ $R=\dfrac{5}{2}$

-ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $S_\Delta=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 4=6$ ឯកតាផ្ទៃ

-ក្រឡាផ្ទៃរង្វង់ $S=\pi R^2=\pi\cdot\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25\pi}{4}$ ឯកតាផ្ទៃ

-ក្រឡាផ្ទៃផ្នែក C គឺ $C=\dfrac{\pi R^2}{2}=\dfrac{S}{2}=\dfrac{25\pi}{8}$ ឯកតាផ្ទៃ

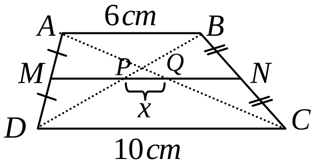
នាំឱ្យ $A+B=S-(S_\Delta+C)$

$=\dfrac{25\pi}{4}-\left(6+\dfrac{25\pi}{8}\right)=\dfrac{25\pi}{8}-6=C-6$

ដូចនេះ $A+B=C-6$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១០០ គណនាប្រវែងបាតមធ្យមនៅចន្លោះអង្កត់ទ្រូង x



-តាង P និង Q ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូង និងបាតមធ្យម យើងបាន :

- MP ជាបាតមធ្យមនៃ ΔDAB ព្រោះ MP កាត់តាមចំណុចចំណុចកណ្ដាល AD ហើយស្របនឹង AB (បាតមធ្យមចតុ.ព្នាយ)

នាំឱ្យ $MP=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{6cm}{2}=3cm$

- MQ ជាបាតមធ្យមនៃ ΔACD ព្រោះ MQ កាត់តាមចំណុចចំណុចកណ្ដាល AD ហើយស្របនឹង CD (បាតមធ្យមចតុ.ព្នាយ)

នាំឱ្យ $MQ=\dfrac{CD}{2}=\dfrac{10cm}{2}=5cm$

-យើងបាន $x=PQ=MQ-MP=5cm-3cm=2cm$

ដូចនេះ **ប្រវែងចន្លោះអង្កត់ទ្រូងគឺ $x=2cm$** ។

១០១ គណនាផលបូក $S=\dfrac{1^2}{1\cdot 3}+\dfrac{2^2}{3\cdot 5}+\dfrac{3^2}{5\cdot 7}+\dots+\dfrac{1000^2}{1999\cdot 2001}$

-ពិនិត្យ រាងទូទៅនៃតួនីមួយៗរបស់ S

$$\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{4n^2}{4(2n-1)(2n+1)}$$
$$=\frac{2n^2+n+2n^2-n}{4(2n-1)(2n+1)}$$
$$=\frac{n(2n+1)+n(2n-1)}{4(2n-1)(2n+1)}$$
$$=\frac{1}{4}\left[\frac{n(2n+1)}{(2n-1)(2n+1)}+\frac{n(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}\right]$$
$$=\frac{1}{4}\left[\frac{n}{(2n-1)}+\frac{n}{(2n+1)}\right]$$

យើងឱ្យតម្លៃ $n=1,2,3,\dots,1000$ យើងបាន :

បើ $n=1$: $\dfrac{1^2}{1\cdot 3}=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{3}\right]$

បើ $n=2$: $\dfrac{2^2}{3\cdot 5}=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{5}\right]$

បើ $n=3$: $+$ $\dfrac{3^2}{5\cdot 7}=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{7}\right]$

....

បើ $n=1000$: $\dfrac{1000^2}{1999\cdot 2001}=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1000}{1999}+\dfrac{1000}{2001}\right]$

$$S=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\dots+\frac{1000}{1999}+\frac{1000}{2001}\right)$$

$$4S=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\dots+\frac{1000}{1999}+\frac{1000}{2001}\right)$$

$$4S=1+\underbrace{\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)+\dots+\left(\frac{999}{1999}+\frac{1000}{1999}\right)}_{\text{មាន 999 តួនៃតួផលបូក}}+\frac{1000}{2001}$$

$$4S=1+\underbrace{(1+1+1+\dots+1)}_{\text{មានលេខ1 ចំនួន999 តួ}}+\frac{1000}{2001}$$

$$4S=1000+\frac{1000}{2001}=\frac{2001000+1000}{2001}=\frac{2002000}{2001}$$

$$\Rightarrow S=\frac{4\cdot 500500}{4\cdot 2001}=\frac{500500}{2001}$$

ដូចនេះ **ផលបូកគណនាបានគឺ $S=\dfrac{500500}{2001}$** ។

១០២ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{30}}}}<9$$

យើងពិនិត្យមើលអង្គទី1 ដូចបង្ហាញខាងក្រោម :

-ចំពោះ $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}}<\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{9}}}}$

តែ $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{9}}}}=3$ (បញ្ចេញពីរ៉ាឌីកាល់)

នាំឱ្យបាន : $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}}<3 \quad (i)$

-ចំពោះ $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{30}}}}<\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{36}}}}$

តែ $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{36}}}}=6$ (បញ្ចេញពីរ៉ាឌីកាល់)

នាំឱ្យបាន : $\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{30}}}}<6 \quad (ii)$

-ដោយបូកអង្គនិងអង្គ : $(i)+(ii)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}}<3 & (i)\\ \sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{30}}}}<6 & (ii)\end{cases}$$

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{30}}}}<9$$

ដូចនេះ យើងអាចស្រាយបញ្ជាក់បានថា :

$$\boxed{\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots+\sqrt{6}}}}+\sqrt{30+\sqrt{30+\sqrt{30+\dots+\sqrt{30}}}}<9}$$

បញ្ជាក់ : ការដោះស្រាយខាងលើគឺមាន n រ៉ាឌីកាល់ដូចគ្នា ។

(អ្នកអាចសង្ខេបការដោះស្រាយឱ្យខ្លីជាងនេះក៏បាន)

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១០៣ ក. ចូរគណនាផលបូក

$S=1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+3\cdot4\cdot5+\ldots+n(n+1)(n+2)$

យើងពិនិត្យតួនីមួយៗនៃ S មានរាងជា $k(k+1)(k+2)$

តែ $k(k+1)(k+2)$

$$=k(k+1)(k+2)\times\frac{1}{4}\times4$$
$$=\frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(4+k-k)$$
$$=\frac{1}{4}k(k+1)(k+2)[(k+3)-(k-1)]$$
$$=\frac{1}{4}[(k+3)k(k+1)(k+2)-(k-1)k(k+1)(k+2)]$$
$$=\frac{1}{4}[k(k+1)(k+2)(k+3)-(k-1)k(k+1)(k+2)]$$

ដោយតម្លៃ $k=1,2,3,\ldots,n$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}1\cdot2\cdot3=\frac{1}{4}[1\cdot2\cdot3\cdot4-0\cdot1\cdot2\cdot3]\\2\cdot3\cdot4=\frac{1}{4}[2\cdot3\cdot4\cdot5-1\cdot2\cdot3\cdot4]\\3\cdot4\cdot5=\frac{1}{4}[3\cdot4\cdot5\cdot6-2\cdot3\cdot4\cdot5]\\\ldots\ldots\ldots\ldots\\n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}[n(n+1)(n+2)(n+3)-\\\qquad(n-1)n(n+1)(n+2)]\end{cases}$$

$$1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+3\cdot4\cdot5+\ldots+n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីគណនា } S=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)}$

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4S+1$ ជាការេប្រាកដ

យើងមាន $S=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$

នាំឱ្យ $4S+1=4\times\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)+1$

$$=n(n+3)(n+1)(n+2)+1$$
$$=(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1$$

បើតាង $t=n^2+3n$ យើងងាយស្រួលគុណ នោះ

$$4S+1=t(t+2)+1$$
$$=t^2+2t+1$$
$$=(t+1)^2$$

ឬអាចសរសេរបាន: $4S+1=[(n^2+3n)+1]^2$

ដូចនេះ $\boxed{4S+1 \text{ ជាការេប្រាកដ}}$ ។

១០៤ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7$$

យើងមាន : $0<x_1<x_2<x_3<\ldots<x_{12}$

នាំឱ្យ $x_1+x_2+x_3<x_3+x_3+x_3=3x_3 \quad (1)$

$x_4+x_5+x_6<x_6+x_6+x_6=3x_6 \quad (2)$

$x_7+x_8+x_9<x_9+x_9+x_9=3x_9 \quad (3)$

ដោយយក $(1)+(2)+(3)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}x_1+x_2+x_3<3x_3\\x_4+x_5+x_6<3x_6\\x_7+x_8+x_9<3x_9\end{cases}$$
$$x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9<3(x_3+x_6+x_9)$$

ឬសរសេរបាន : $\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{x_3+x_6+x_9}<3 \quad (i)$

ហើយ $x_1+x_2+x_3+x_4<x_4+x_4+x_4+x_4=4x_4 \quad (4)$

$x_5+x_6+x_7+x_8<x_8+x_8+x_8+x_8=4x_8 \quad (5)$

$x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12}<x_{12}+x_{12}+x_{12}+x_{12}=4x_{12} \quad (6)$

ដោយយក $(4)+(5)+(6)$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4<4x_4\\x_5+x_6+x_7+x_8<4x_8\\x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12}<4x_{12}\end{cases}$$
$$x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}<4(x_4+x_8+x_{12})$$

ឬសរសេរបាន : $\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<4 \quad (ii)$

ជាលទ្ធផលគ្រាន់តែយក $(i)+(ii)$ ជាការស្រេច

$$+\begin{cases}\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{x_3+x_6+x_9}<3\\\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<4\end{cases}$$

ដូចនេះ

$$\boxed{\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_9}{x_3+x_6+x_9}+\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_{12}}{x_4+x_8+x_{12}}<7}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១០៥ រកតម្លៃធំបំផុតនៃផលគុណ xy

យើងមាន $x^2+3xy+y^2=60$

អាចថែមថយ $x^2-2xy+y^2+5xy=60$

$(x-y)^2+5xy=60$

$xy=\dfrac{60-(x-y)^2}{5}$

$xy=12-\dfrac{(x-y)^2}{5}$

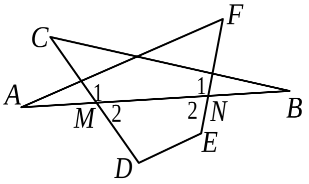
ដោយ $(x-y)^2\ge 0 \Rightarrow \dfrac{(x-y)^2}{5}\ge 0$

នាំឱ្យ $xy=12-0=12$ ជាតម្លៃធំបំផុត ចំពោះ $x=y$

ដូចនេះ តម្លៃផលគុណធំបំផុតនៃផលគុណ $xy=12$ ។

១០៦ រកផលបូករង្វាស់មុំ A,B,C,D,E និង F

ថែមចំណុច M និង N ត្រង់ប្រសព្វដូចរូប :



ពិនិត្យផលបូកមុំក្នុងនៃ :

-ត្រីកោណ ANF : $A+N_1+F=180^o$ (1)

-ត្រីកោណ BMC : $B+M_1+C=180^o$ (2)

-ចតុកោណ $DMNE$: $D+M_2+N_2+E=360^o$ (3)

ដោយបូក (1)+(2)+(3) យើងបានផលបូកមុំ :

$A+B+C+D+E+F+M_1+M_2+N_1+N_2=720^o$

តែមុំ $M_1+M_2=180^o$, $N_1+N_2=180^o$

នាំឱ្យ $A+B+C+D+E+F+180^o+180^o=720^o$

ឬ $A+B+C+D+E+F=360^o$

ដូចនេះ ផលបូកមុំ $A+B+C+D+E+F=360^o$ ។

១០៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថា A ជាផលគុណនៃពីរចំនួនគត់តគ្នា

យើងមាន $A=111...11222...22$ មាន 2011តួដូចគ្នា

(ពិនិត្យដោយយកចិត្តទុកដាក់ពីមួយចំណុចទៅមួយចំណុច)

យើងអាចបំបែក A ជាទម្រង់ងាយដូចខាងក្រោម :

$$
\begin{aligned}
A&=111...11222...22\\
&=111...11\cdot 10^{2011}+2(111...11)\\
&=(111...11)(10^{2011}+2)\\
&=\frac{1}{9}(999...99)(10^{2011}+2)\\
&=\frac{1}{9}(999...99)(10^{2011}-1+3)\\
&=\frac{1}{9}(999...99)(999...99+3)\\
&=\frac{1}{3}(999...99)\times\frac{1}{3}(999...99+3)\\
&=(333...33)(333...33+1)
\end{aligned}
$$

ដែលមាន លេខ3ចំនួន 2011 តួ

ដូចនេះ

$A=111...11222...22=(333...33)(333...33+1)$

ដែលមានចំនួនតួនៃលេខ1 ,2និងលេខ3 ស្មើគ្នាគឺ 2011 តួ ។

១០៨ រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម H :

បើ x_1 , x_2 ជាឫសមីការ $2011x^2-(t-2011)x-2011=0$

តាមរូបមន្ត ផលបូកផលគុណឫស យើងបាន :

$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{t-2011}{2011}$

$x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-2011}{2011}=-1$

យើងមាន : $H=(x_2-x_1)^2+4\left(\dfrac{x_1-x_2}{2}+\dfrac{1}{x_1}-\dfrac{1}{x_2}\right)^2$

$$
\begin{aligned}
H&=(x_2-x_1)^2+4\left(\frac{x_1-x_2}{2}+\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}\right)^2\\
&=(x_2-x_1)^2+4(x_2-x_1)^2\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\\
&=(x_2-x_1)^2\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\right]\\
&=(x_2^2-2x_1x_2+x_1^2)\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\right]\\
&=\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{x_1x_2}\right)^2\right]
\end{aligned}
$$

www.facebook.com/7khmer

fb : Entertainment And Knowledge

ដោយជំនួសតម្លៃនៃផលបូកនិង ផលគុណ យើងបាន :

$$H=\left[\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2-4(-1)\right]\left[1+4\left(\frac{-1}{2}+\frac{1}{-1}\right)^2\right]$$

$$=\left[\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2+4\right]\cdot 10$$

$$=10\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2+40$$

ដោយ $\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2\geq 0$ នាំឱ្យ $10\left(\frac{t-2011}{2011}\right)^2+40\geq 40$

ដូចនេះ | តម្លៃតូចបំផុតនៃ $H=40$ ចំពោះ $t=2011$ | ។

១០៩ គណនាតម្លៃលេខនៃ $A=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$

យើងមាន : $A=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$

$A^2=3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}$

$A^4=9\times 5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$

$A^4=45\cdot\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3...}}}}}$

$A^4=45A$

អាចសរសេរ $A^4-45A=0 \Leftrightarrow A(A^3-45)=0$

នាំឱ្យបាន • $A=0$ មិនយកព្រោះ $A>0$

• $A^3-45=0 \Rightarrow A=\sqrt[3]{45}$ យក

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $A=\sqrt[3]{45}$ | ។

១១០ រកសំណល់នៃវិធីចែករវាង $p(x)$ **និង** $x(x-1)$

(អ្នកត្រូវចាំថា : សំណល់នៃវិធីចែក $f(x)$ និង $(x-a)$ គឺ $r=f(a)$ ដែល $f(x)$ ជាពហុធា និង $r=f(a)$ ជាសំណល់ ។)

បម្រាប់ $p(x)$ ចែកនឹង x បានសំណល់ 1

មានន័យថា $p(0)=1$

ហើយ $p(x)$ ចែកនឹង $x-1$ បានសំណល់ 2

មានន័យថា $p(1)=2$

-ដឺក្រេនៃសំណល់ចែក ត្រូវតូចជាងដឺក្រេនៃតួចែក

ដោយ $x(x-1)$ ជាពហុធាដឺក្រេទី2 នោះ សំណល់ជាពហុធាដឺក្រេទី1 មានរាងជា $r(x)=ax+b$ ។

-ឧបមាថា $q(x)$ ជាផលចែកនៃ $p(x)$ នឹង $x(x-1)$

យើងបាន : $p(x)=x(x-1)\,q(x)+ax+b$

-ចំពោះ $p(0)=1$ និង $p(1)=2$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases}p(0)=1\\p(1)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0(0-1)q(x)+a\cdot 0+b=1\\1(1-1)q(x)+a\cdot 1+b=2\end{cases}$$

$$\begin{cases}b=1\\a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1\\a=1\end{cases}$$

នោះសំណល់គឺ $r(x)=ax+b=x+1$

ដូចនេះ | សំណល់នៃវិធីចែកគឺ $r(x)=x+1$ | ។

១១១ ស្រាយបញ្ជាក់ $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$ **ចែកដាច់នឹង** 31

យើងមាន $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$

$=5^{2011}(1+5+5^2)$

$=31\cdot 5^{2011}$

ដូចនេះ | $5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}$ ចែកដាច់នឹង 31 | ។

១១២ រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន 2^{3^4}

ពិនិត្យស្វ័យគុណនៃ 2 ដូចខាងក្រោម :

$[2^1]=2$	$[2^5]=2$	$[2^9]=2$	
$[2^2]=4$	$[2^6]=4$	$[2^{10}]=4$	
$[2^3]=8$	$[2^7]=8$	$[2^{11}]=8$	...
$[2^4]=6$	$[2^8]=6$	$[2^{12}]=6$	

ឃើញថា លេខចុងស្វ័យគុណនៃ 2 មានខួបស្មើ4វិលទៅមក

ហើយ $3^4=81$

នាំឱ្យ $[2^{81}]=[2^{80}\cdot 2]=[2^{80}]\cdot[2]=[2^{4\cdot 20}]\cdot[2]=[6\cdot 2]=2$

ដូចនេះ | ចំនួន 2^{3^4} មានលេខ 2 នៅខាងចុងគេបង្អស់ | ។

សម្គាល់ : គេកំណត់សរសេរ $[2^{11}]=8$ មានន័យថា លេខខាងចុងនៃ $[2^{11}]$ គឺលេខ 8 ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១១៣ រកលេខនៃតួចុងក្រោយបង្អស់នៃចំនួន 123456789^{2011}

លេខខាងចុងនៃចំនួន 123456789^{2011} គឺអាស្រ័យតែលើស្វ័យគុណលេខខាងចុងនៃចំនួននេះប៉ុណ្ណោះ មានន័យថា លេខខាងចុង 123456789^{2011} = លេខខាងចុង 9^{2011}

-ពិនិត្យលេខខាងចុងស្វ័យគុណនៃលេខ 9 :

$[9^1]=9$, $[9^2]=1$, $[9^3]=9$, $[9^4]=1$, ...

នាំឱ្យ $[9^n]=\begin{cases}9 & \text{បើ n សេស}\\ 1 & \text{បើ n គូ}\end{cases}$

យើងបាន $[9^{2011}]=9$ ព្រោះ 2011 ជាចំនួនសេស

ដូចនេះ លេខខាងចុងបង្អស់នៃ 123456789^{2011} គឺ 9 ។

១១៤ ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន A ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

យើងមាន $A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}+1)^3}$

$$A=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}+1)^3}$$
$$=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)\left(\sqrt[3]{2}^3+3\cdot\sqrt[3]{2}^2+3\cdot\sqrt[3]{2}+1\right)}$$
$$=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)\left(2+3\cdot\sqrt[3]{2}^2+3\cdot\sqrt[3]{2}+1\right)}$$
$$=\sqrt[3]{(\sqrt[3]{2}-1)\left(1+\sqrt[3]{2}^2+\sqrt[3]{2}\right)}$$
$$=\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}^3+\sqrt[3]{2}^2-1-\sqrt[3]{2}^2-\sqrt[3]{2}}$$
$$=\sqrt[3]{2-1}=1$$

ដូចនេះ $A=1$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

១១៥ បញ្ជាក់តម្លៃនៃចំនួនពិត x ដោយប្រើសញ្ញាវិសមភាព

-បម្រាប់ : x ជាចំនួនពិត

មានន័យថា x អាចជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬអវិជ្ជមាន

-សម្មតិកម្ម : x ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់

មានន័យថា $10\le x<100$ (ទម្រង់នេះធ្វើឱ្យ x ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់មានលេខពីរខ្ទង់ជានិច្ច)

-បើតម្លៃ x អវិជ្ជមានយើងបាន $-10\ge x>-100$

ដូចនេះ តម្លៃនៃចំនួនពិតបញ្ជាក់បានគឺ : $10\le x<100$ ឬ $-10\ge x>-100$ ។

១១៦ ក.ប្រៀបធៀបចំនួន $(1+2000^2)$ និង $(2001^2-2\cdot 2000)$

ពិនិត្យ : $2001^2-2\cdot 2000$
$$=(1+2000)^2-2\cdot 2000$$
$$=1^2+2\cdot 1\cdot 2000+2000^2-2\cdot 2000$$
$$=1+2000^2$$

ដូចនេះ $(1+2000^2)=(2001^2-2\cdot 2000)$ ។

ខ. គណនា $A=\sqrt{1+2000^2+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$

យើងមាន : $A=\sqrt{1+2000^2+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$

ដោយ $(1+2000^2)=(2001^2-2\cdot 2000)$ យើងបាន :

$$A=\sqrt{2001^2-2\cdot 2000+\left(\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$$
$$=\sqrt{\left(2001-\frac{2000}{2001}\right)^2}+\frac{2000}{2001}$$
$$=2001-\frac{2000}{2001}+\frac{2000}{2001}$$
$$=2001$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនាឃើញថា $A=2001$ ។

១១៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}$

យើងមាន : $\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}=a$

$$a=\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{y^2+\sqrt[3]{x^2y^4}}$$
$$=\sqrt{\sqrt[3]{x^6}+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\sqrt{\sqrt[3]{y^6}+\sqrt[3]{x^2y^4}}$$
$$=\sqrt{\sqrt[3]{x^4}\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)}+\sqrt{\sqrt[3]{y^4}\left(\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{x^2}\right)}$$
$$=\sqrt[3]{x^2}\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)}+\sqrt[3]{y^2}\sqrt{\left(\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{x^2}\right)}$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)}\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)$$
$$=\sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ចំពោះ $a = \sqrt{\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3}$

យើងអាចទាញបានជា : $a^2 = \left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}\right)^3$

ឬ $\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}$

តាមរូបមន្ត : $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

យើងបាន : $a^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$

ដូចនេះ | យើងស្រាយបានថា $a^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$ | ។

១១៨ ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2001}+\sqrt{2002}$ និង $2\sqrt{2002}$

យើងដឹងថា $\sqrt{2001} < \sqrt{2002}$

ថែមអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹង $\sqrt{2002}$ យើងបាន :

$$\sqrt{2001}+\sqrt{2002} < \sqrt{2002}+\sqrt{2002}$$

សមមូល $\sqrt{2001}+\sqrt{2002} < 2\sqrt{2002}$

ដូចនេះ | ប្រៀបធៀបបាន $\sqrt{2001}+\sqrt{2002} < 2\sqrt{2002}$ | ។

១១៩ ស្រាយបញ្ជាក់ថា A ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់

យើងមាន $A = \underbrace{111...111}_{2n \text{ នៃលេខ}1} + \underbrace{444...44}_{n \text{ នៃលេខ}4} + 1$

$$A = \frac{1}{9}\big(\underbrace{999...999}_{2n \text{ នៃលេខ}9}\big) + \frac{4}{9}\big(\underbrace{999...99}_{n \text{ នៃលេខ}9}\big) + 1$$

$$A = \frac{1}{9}\left(10^{2n}-1\right) + \frac{4}{9}\left(10^{n}-1\right) + 1$$

$$= \frac{1}{9}\cdot 10^{2n} - \frac{1}{9} + \frac{4}{9}\cdot 10^{n} - \frac{4}{9} + 1$$

$$= \frac{1}{9}\cdot 10^{2n} + \frac{4}{9}\cdot 10^{n} + \frac{4}{9}$$

$$= \frac{1}{9}\left(10^{2n} + 4\cdot 10^{n} + 4\right)$$

$$= \frac{1}{3^2}\left(10^{n}+2\right)^2 = \left[\frac{1}{3}\left(10^{n}-1+3\right)\right]^2$$

$$= \left(\frac{10^{n}-1}{3}+1\right)^2 = \left(\frac{999...99}{3}+1\right)^2$$

$$= \big(\underbrace{333...33}_{n \text{ នៃលេខ}3}+1\big)^2 = \underbrace{333...34}_{(n-1) \text{ នៃលេខ}3}{}^2$$

ដូចនេះ | ចំនួន A ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់ | ។

១២០ សម្រួលកន្សោម E :

យើងមាន :

$$E = \frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right) + \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{p}}+\frac{1}{\sqrt{q}}\right)$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\cdot\left(\frac{p+q}{pq}\right) + \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^3}\cdot\left(\frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{\sqrt{pq}}\right)$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\left(\frac{p+2\sqrt{pq}+q-2\sqrt{pq}}{pq}\right) + \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\left(\frac{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2-2\sqrt{pq}}{pq}\right) + \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}\left(\frac{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{pq} - \frac{2\sqrt{pq}}{pq}\right) + \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$= \frac{1}{pq} - \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}} + \frac{2}{\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2\sqrt{pq}}$$

$$= \frac{1}{pq}$$

ដូចនេះ | សម្រួលបាន $E = \frac{1}{pq}$ | ។

១២១ សម្រួលកន្សោម E :

យើងមាន : $A = \sqrt[3]{3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}}$

(ស្រដៀងលំហាត់លេខ ១០ ទំព័រ1)

តាមរូបមន្ត : $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$$= a^3+b^3+3ab(a+b)$$

យើងបាន :

$$A^3 = \left(3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right) + \left(3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right) + 3\sqrt[3]{\left(3+\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)\left(3-\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)}A$$

$$= 6+3\sqrt[3]{3^2-\left(\sqrt{9+\frac{125}{27}}\right)^2}A$$

$$= 6+3\sqrt[3]{-\frac{125}{27}}A$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យបាន : $A^3=6-5A$

$A^3+5A-6=0$

$A^3-A+6A-6=0$

$A(A^2-1)+6(A-1)=0$

$(A-1)(A^2+A+6)=0$

នាំឱ្យ $A-1=0 \Rightarrow A=1$

ហើយ $A^2+A+6>0$

ព្រោះ $\begin{cases} a=1>0 \\ \Delta=1-24<0 \end{cases}$

ដូចនេះ ក្រោយពីសម្រួលបែបបច្ចេកទេស $A=1$ ។

១២២ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

តាង $A=\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}$

$A^3=\sqrt[3]{2}-1$

$=\frac{(\sqrt[3]{2}-1)(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}{(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2})}$

$A^3=\frac{\sqrt[3]{2}^3-1^3}{(1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})}=\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$

ហើយ $B=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

$B=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

$=\frac{1}{\sqrt[3]{9}}(1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})$

$=\frac{1}{\sqrt[3]{9}(1+\sqrt[3]{2})}(1+\sqrt[3]{2})(1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})$

$=\frac{1}{\sqrt[3]{9}(1+\sqrt[3]{2})}(1^3+\sqrt[3]{2^3})$

$B=\frac{3}{\sqrt[3]{9}(1+\sqrt[3]{2})}$

$B^3=\frac{27}{9(1+\sqrt[3]{2})^3}=\frac{3}{1+3\cdot1^2\cdot\sqrt[3]{2}+3\cdot1\cdot\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2^3}}$

$=\frac{3}{3+3\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{4}}=\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$

ឃើញថា $A^3=B^3 \Rightarrow A=B$

ដូចនេះ ស្រាយបានថា $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}=\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{\frac{2}{9}}+\sqrt[3]{\frac{4}{9}}$ ។

១២៣ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម S :

យើងមាន : $S=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}}}$, $S>0$

នាំឱ្យ $S^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}}}$

$S^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...}}}}$

$S^2=6+S$

$S^2-S-6=0$

មាន $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4(1)(-6)=25=5^2$

យើងបាន $\begin{cases} S_1=\frac{-(-1)-5}{2(1)}=-2 \\ S_2=\frac{-(-1)+5}{2(1)}=3 \end{cases}$

ចំពោះ $S_1=-2$ មិនយក ព្រោះ $S>0$

ដូចនេះ តម្លៃលេខគណនាបានគឺ $S=3$ ។

១២៤ គណនាតម្លៃនៃ $\frac{b+c}{a+b}$:

យើងមាន $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}=2011$ ដែល $a\neq0\,,b\neq0$

ទាញបាន $\frac{b}{a}=2011 \Rightarrow b=2011a$

ហើយ $\frac{c}{b}=2011 \Rightarrow c=2011b$

នាំឱ្យ $\frac{b+c}{a+b}=\frac{2011a+2011b}{a+b}=\frac{2011(a+b)}{a+b}=2011$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $\frac{b+c}{a+b}=2011$ ។

១២៥ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមាន $\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x-7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$

$\frac{x-1}{1991}-1+\frac{x-5}{1987}-1+\frac{x-7}{1999}-1+\frac{x-11}{1981}-1=0$

$\frac{x-1-1991}{1991}+\frac{x-5-1987}{1987}+\frac{x-7-1999}{1999}+\frac{x-11-1981}{1981}=0$

$\frac{x-1992}{1991}+\frac{x-1992}{1987}+\frac{x-1992}{1999}+\frac{x-1992}{1981}=0$

$(x-1992)\left(\frac{1}{1991}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1999}+\frac{1}{1981}\right)=0$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ $x-1992=0 \quad \Rightarrow \quad x=1992$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=1992$ ។

១២៦ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមានសមីការ $x^{2000}+\sqrt{6}x^{1998}=(\sqrt{2}+\sqrt{3})x^{1999}$

ទាញបាន $x^{2000}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x^{1999}+\sqrt{6}x^{1998}=0$

$\left[x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{6}\right]x^{1998}=0$

នាំឱ្យ $x^{1998}=0 \quad \Rightarrow \quad x=0$

$x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})x+\sqrt{6}=0$

សមីការនេះមាន $S=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $P=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{6}$

យើងបាន $\sqrt{2}$ និង $\sqrt{3}$ ជាឫនៃសមីការ

ដូចនេះ សមីការមានឫសបីគឺ $x=\{0, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ ។

១២៧ ដោះស្រាយសមីការ $\log_2\log_3\log_4 x=2$

យើងមាន $\log_2\log_3\log_4 x=2$

យើងបាន $\log_2\log_3\log_4 x=2\log_2 2$

$\log_2\log_3\log_4 x=\log_2 2^2$

$\log_3\log_4 x=4$

$\log_3\log_4 x=4\log_3 3$

$\log_4 x=3^4$

$\log_4 x=81\log_4 4$

$x=4^{81}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=4^{81}$ ។

(រូបមន្តលោការីត $\log_a x=k \quad \Leftrightarrow \quad x=a^k$)

១២៨ គណនាផលបូក $A=1+11+111+...+111...11$

យើងមាន : $A=1+11+111+...+111...11$ តួចុងមានលេខ 1 ចំនួន n ដង យើងអាចសរសេរ :

$9A=9+99+999+...+999...99$ (តួចុងមាន n ដងលេខ9)

$9A=(10-1)+(100-1)+(1000-1)+...+(10^n-1)$

$9A=10+100+1000+...+10^n-n \qquad (*)$

ដោយគុណ (*) នឹង 10 យើងបាន :

$90A=100+1000+10000+...+10^{n+1}-10n \qquad (**)$

យើងយក (* *) -(*) យើងបាន :

$$-\begin{cases}90A=100+1000+10000+...+10^{n+1}-10n\\ 9A=10+100+1000+...+10^n-10\end{cases}$$

$$81A=10^{n+1}-9n-10$$

ឬអាចសរសេរ : $A=\dfrac{10^{n+1}-9n-10}{81}$

ដូចនេះ ផលបូកគឺ $A=\dfrac{10^{n+1}-9n-10}{81}$ ។

១២៩ ដោះស្រាយសមីការ ក. $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$

អ្នកត្រូវចាំ

រូបមន្ត : $[f(x)]^{u(x)}=[f(x)]^{v(x)}$

នាំឱ្យបាន $\begin{cases}f(x)>0\\ [f(x)-1][u(x)-v(x)]=0\end{cases}$

យើងមាន : $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$

អាចសរសេរ $x^{\sqrt{x}}=x^{\frac{x}{2}}$

នាំឱ្យបាន $\begin{cases}x>0\\ [x-1]\left[\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}\right]=0\end{cases}$

យើងបាន • $x-1=0 \quad \Rightarrow \quad x=1$

• $\sqrt{x}-\dfrac{x}{2}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{x^2}{4}$

ឬ $4x=x^2 \Leftrightarrow 4x-x^2=0 \Leftrightarrow x(4-x)=0$

នាំឱ្យ $x=0$, $x=4$

ចំពោះ $x=0$ មិនយក ព្រោះ $x>0$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=1 \vee x=4$ ។

ខ. $(x^x)^x=x^{(x^x)}$ (លំនាំដូចសំណួរ ក.)

យើងបាន : $x^{x\cdot x}=x^{(x^x)} \quad \Leftrightarrow \quad x^{x^2}=x^{(x^x)}$

នាំឱ្យបាន $\begin{cases}x>0\\ [x-1][x^2-x^x]=0\end{cases}$

យើងបាន • $x-1=0 \quad \Rightarrow \quad x=1$

• $x^2-x^x=0 \Leftrightarrow x^2=x^x \Rightarrow x=2$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=1$ ឬ $x=2$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៣០ គណនា $a+b+c$

យើងមាន $\begin{cases} a+b^2+2ac=29 \\ b+c^2+2ab=18 \\ c+a^2+2bc=25 \end{cases}$

ដោយបូកអង្គនិងអង្គ យើងបាន :

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac+a+b+c=72$

$(a+b+c)^2+(a+b+c)=72$

$(a+b+c)^2+(a+b+c)-72=0$

តាង $t=a+b+c$ យើងបាន :

សមីការថ្មីងាយសរសេរ និងងាយគិត $t^2+t-72=0$

មាន $\Delta=1+288=289=17^2$

នាំឱ្យ $\begin{cases} t=\dfrac{-1-17}{2}=-9 \\ t=\dfrac{-1+17}{2}=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=-9 \\ a+b+c=8 \end{cases}$

ដូចនេះ | គណនាបាន $(a+b+c)=\{-9,8\}$ | ។

១៣១ គណនាផលបូក $S=1+2+3+...+2011$

យើងមាន $S=1+2+3+...+2011$ (1)

ឬសរសេរ $S=2011+2010+2009+...+1$ (2)

ដោយយក (1)+(2) យើងបាន :

$+\begin{cases} S=1+2+3+...+2011 \\ S=2011+2010+2009+...+1 \end{cases}$

$2S=2012+2012+2012+...+2012$

ដែលមានលេខ 2012 ចំនួន 2011 ដង

យើងបាន :

$2S=2012\times 2011$

$S=\dfrac{2012\times 2011}{2}=1006\times 2011=2023066$

ដូចនេះ | ផលបូកគណនាបានគឺ $S=2023066$ | ។

១៣២ រកចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់

តាង x ជាចំនួនសិស្សប្រុស

y ជាចំនួនសិស្សស្រី ដែល $x>0\ ,\ y>0$

បម្រាប់ : កម្ពស់ មធ្យមសិស្សប្រុស $1.68m$

កម្ពស់ មធ្យមសិស្សស្រី $1.60m$

កម្ពស់ មធ្យមសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់ $1.66m$

យើងបានសមីការ : $1.68x+1.60y=1.66\cdot 28$

$1.68x+1.60y=46.48 \quad (1)$

សិស្សសរុបក្នុងថ្នាក់ : $x+y=28$

ឬ $1.68x+1.68y=28\cdot 1.68$

$1.68x+1.68y=47.04 \quad (2)$

ដោយយក (2)-(1) យើងបាន :

$-\begin{cases} 1.68x+1.68y=47.04 \\ 1.68x+1.60y=46.48 \end{cases}$

$0.08y=0.56 \quad \Rightarrow y=\dfrac{0.56}{0.08}=7$

ដូចនេះ | ចំនួនសិស្សស្រីនៅក្នុងថ្នាក់គឺ 7 នាក់ | ។

១៣៣ គណនាកន្សោម A

យើងមាន :

$A=(a+b+c)^2-(-a+b+c)^2+(a+b-c)^2-(a-b+c)^2$

ដោយប្រើរូបមន្ត $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ យើងបាន :

$A=[(a+b+c)-(-a+b+c)][(a+b+c)+(-a+b+c)]+$
$+[(a+b-c)-(a-b+c)][(a+b-c)+(a-b+c)]$

$A=[a+b+c+a-b-c][a+b+c-a+b+c]+$
$+[a+b-c-a+b-c][a+b-c+a-b+c]$

$A=(2a)(2b+2c)+(2b-2c)(2a)$

$A=2a(2b+2c+2b-2c)=2a\times 4b=8ab$

ដូចនេះ | កន្សោមដែលគណនាបានគឺ $A=8ab$ | ។

១៣៤ បង្ហាញថា $\dfrac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\dfrac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\dfrac{2011}{a^2+b^2-c^2}=0$

យើងមាន $a+b+c=0$ នាំឱ្យ :

$\bullet\, b+c=-a \Leftrightarrow (b+c)^2=(-a)^2$

$\Leftrightarrow b^2+2bc+c^2=a^2$

$\Leftrightarrow b^2+c^2-a^2=-2bc \quad (1)$

$\bullet\, c+a=-b \Leftrightarrow (c+a)^2=(-b)^2$

$\Leftrightarrow c^2+2ca+a^2=b^2$

$\Leftrightarrow c^2+a^2-b^2=-2ca \quad (2)$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$\bullet\; a+b=-c \Leftrightarrow (a+b)^2=(-c)^2$

$\Leftrightarrow a^2+2ab+b^2=c^2$

$\Leftrightarrow a^2+b^2-c^2=-2ab \quad (3)$

តាមរយៈ (1) , (2) & (3) យើងបាន :

$$\frac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\frac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}$$

$$=\frac{2011}{-2bc}+\frac{2011}{-2ca}+\frac{2011}{-2ab}$$

$$=\frac{2011a+2011b+2011c}{-2abc}$$

$$=\frac{2011(a+b+c)}{-2abc}$$

$$=0$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{2011}{b^2+c^2-a^2}+\frac{2011}{c^2+a^2-b^2}+\frac{2011}{a^2+b^2-c^2}=0}$ ។

១៣៥ កំណត់តម្លៃ a និង b

យើងមាន : $(x^2+px+q)^2$

$=x^4+p^2x^2+q^2+2px^3+2qx^2+2pqx$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

បម្រាប់ : $x^4+2x^3+ax^2+bx+1=(x^2+px+q)^2$

យើងបាន

$x^4+2x^3+ax^2+bx+1$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

ទាញបាន : $\begin{cases}2p=2\\ p^2+2q=a\\ 2pq=b\\ q^2=1\end{cases}$ សមមូល $\begin{cases}p=1\\ p^2+2q=a\\ 2pq=b\\ q=\pm1\end{cases}$

ចំពោះ $\begin{cases}p^2+2q=a\\ 2pq=b\end{cases}$

-ករណី $p=1\ \&\ q=1$

នាំឱ្យ $\begin{cases}1^2+2\cdot1=a\\ 2\cdot1\cdot1=b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$

-ករណី $p=1\ \&\ q=-1$

នាំឱ្យ $\begin{cases}1^2+2\cdot(-1)=a\\ 2\cdot1\cdot(-1)=b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=-2\end{cases}$

ដូចនេះ តម្លៃកំណត់បានគឺ $\begin{cases}(a=3\,,\ b=2)\\ (a=-1\,,\ b=-2)\end{cases}$ ។

១៣៦ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}$

ពិនិត្យ :

$$\sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}$$

$$=\sqrt[4]{25+20\sqrt{6}+24}+\sqrt[4]{25-20\sqrt{6}+24}$$

$$=\sqrt[4]{5^2+20\sqrt{6}+(2\sqrt{6})^2}+\sqrt[4]{5^2+20\sqrt{6}+(2\sqrt{6})^2}$$

$$=\sqrt[4]{(5+2\sqrt{6})^2}+\sqrt[4]{(5-2\sqrt{6})^2}$$

$$=\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}$$

$$=\sqrt{\sqrt{3}^2+2\sqrt{6}+\sqrt{2}^2}+\sqrt{\sqrt{3}^2-2\sqrt{6}+\sqrt{2}^2}$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}\right)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$$

$$=\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{យើងបំភ្លឺបានថា } \sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}+\sqrt[4]{49-20\sqrt{6}}=2\sqrt{3}}$ ។

១៣៧ គណនា E :

$$E=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2-\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$$

$$=\left[\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)-\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\right]\times$$
$$\left[\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)+\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\right]$$

$$=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\times$$
$$\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)$$

$$=\left(-2\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)\left(2\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)$$

$$=-4\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$$

$$=-4\sqrt{9-5}=-4\sqrt{4}=-8$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{គណនាបាន } E=-8}$ ។

១៣៨ កំណត់តម្លៃ m និង n

យើងមាន $\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{m}{x-4}=\dfrac{n}{(x-3)(x-4)}$

ប្រភាគមានន័យកាលណា $x\neq3\,,\ x\neq4$

តម្រូវភាគបែង រួចលុបភាគបែងចោល យើងបាន :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$x-4+m(x-3)=n$$
$$x-4+mx-3m=n$$
$$x+mx=n+3m+4$$
$$x=\frac{n+3m+4}{1+m}$$

ដើម្បីឱ្យប្រភាគ x មានតម្លៃច្រើនរាប់មិនអស់ លុះត្រាតែភាគយកស្មើសូន្យ និងភាគបែងស្មើសូន្យ ដូចគ្នា

-យើងបាន :

$$\begin{cases}n+3m+4=0\\1+m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-3m-4\\m=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=-1\\m=-1\end{cases}$$

ដូចនេះ | តម្លៃកំណត់បានគឺ $m=n=-1$ | ។

១៣៩ កំណត់តម្លៃ a

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ : $\begin{cases}x+y=a & (1)\\2x-y=3 & (2)\end{cases}$

ដោយបូកអង្គនិងអង្គ :

$$+\begin{cases}x+y=a\\2x-y=3\end{cases}$$
$$3x=a+3\Rightarrow x=\frac{a+3}{3}$$

តាមសមីការ (1): $y=a-x=a-\frac{a+3}{3}=\frac{2a-3}{3}$

ដើម្បីឱ្យផ្ទៀងផ្ទាត់ $x>y$

យើងបាន : $\frac{a+3}{3}>\frac{2a-3}{3}$

$$a+3>2a-3$$
$$a<6$$

ដូចនេះ | តម្លៃកំណត់បានគឺ $a<6$ | ។

១៤០ គណនា $D=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(c-1)^{2012}$

សម្មតិកម្ម $a+b+c=0$ និង $ab+bc+ca=0$

នាំឱ្យបាន $(a+b+c)^2=0$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=0$$
$$a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=0$$
$$a^2+b^2+c^2+2\times0=0$$
$$a^2+b^2+c^2=0$$

យើងបានដឹងហើយថា បើ a,b,c នោះ

$a^2\geq0$, $b^2\geq0$ & $c^2\geq0$

-មានតែមួយករណីគត់ដែលធ្វើឱ្យ $a^2+b^2+c^2=0$

គឺមានន័យថា $a^2=0$, $b^2=0$ & $c^2=0$

នាំឱ្យ $a=0$, $b=0$ & $c=0$

យើងបាន : $D=(a-1)^{2010}+(b-1)^{2011}+(c-1)^{2012}$

$$=(0-1)^{2010}+(0-1)^{2011}+(0-1)^{2012}$$
$$=(-1)^{2010}+(-1)^{2011}+(-1)^{2012}=1-1+1=1$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $D=1$ | ។

១៤១ គណនា S :

យើងមាន : $S=(1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+...+2010\cdot2012)-(1^2+2^2+3^2+...+2010^2)$

ពិនិត្យ

$$1\cdot3+2\cdot4+3\cdot5+...+2010\cdot2012$$
$$=(2-1)(2+1)+(3-1)(3+1)+(4-1)(4+1)+...+(2011-1)(2011+1)$$
$$=(2^2-1)+(3^2-1)+(4^2-1)+...+(2011^2-1)$$
$$=2^2+3^2+4^2+...+2011^2-2010$$

នាំឱ្យ

$$S=(2^2+3^2+4^2+...+2011^2-2010)-(1^2+2^2+3^2+...+2010^2)$$
$$=2^2+3^2+4^2+...+2011^2-2010-1^2-2^2-3^2-...-2010^2$$
$$=2011^2-2010-1^2$$
$$=2011^2-2011$$
$$=2011(2011-1)$$
$$=2011\times2010=4042110$$

ដូចនេះ | គណនាបានគឺ $S=2011\cdot2010=4042110$ | ។

១៤២ បង្ហាញថា A ចែកដាច់នឹង 5 :

យើងមាន :

$$A=9^{2011}+8^{2011}+7^{2011}+6^{2011}+5^{2011}-1^{2011}-2^{2011}-3^{2011}-4^{2011}$$
$$A=(9^{2011}-4^{2011})+(8^{2011}-3^{2011})+(7^{2011}-2^{2011})+(6^{2011}-1^{2011})+5^{2011}$$

តាមរូបមន្ត :

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+...+a^2b^{n-2}+ab^{n-1})$$

យើងឃើញថា :

• $9^{2011}-4^{2011}=(9-4)(9^{2010}\cdot4+9^{2009}\cdot4^2+...+9\cdot4^{2010})$

$=5k_1$, $k_1=(9^{2010}\cdot4+9^{2009}\cdot4^2+...+9\cdot4^{2010})$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$\bullet\ 8^{2011}-3^{2011}=(8-3)(8^{2010}\cdot 3+8^{2009}\cdot 3^2+...+8\cdot 3^{2010})$

$=5k_2\ ,\ k_2=(8^{2010}\cdot 3+8^{2009}\cdot 3^2+...+8\cdot 3^{2010})$

$\bullet\ 7^{2011}-2^{2011}=(7-2)(7^{2010}\cdot 2+7^{2009}\cdot 2^2+...+7\cdot 2^{2010})$

$=5k_3\ ,\ k_3=(7^{2010}\cdot 2+7^{2009}\cdot 2^2+...+7\cdot 2^{2010})$

$\bullet\ 6^{2011}-1^{2011}=(6-1)(6^{2010}\cdot 1+6^{2009}\cdot 1^2+...+6\cdot 1^{2010})$

$=5k_4\ ,\ k_4=(6^{2010}\cdot 1+6^{2009}\cdot 1^2+...+6\cdot 1^{2010})$

$\bullet\ 5^{2011}=5\cdot 5^{2010}$

$=5k_5\ ,\ k_5=5^{2010}$

យើងបាន : $A=5k_1+5k_2+5k_3+5k_4+5k_5$

$=5(k_1+k_2+k_3+k_4+k_5)$

ឃើញថា A ជាពហុគុណនៃ5 មានន័យថា A ចែកដាច់នឹង5

ដូចនេះ | បង្ហាញបានថា A ចែកដាច់នឹង 5 | ។

១៤៣ ក. គណនា fog និងគណនា gof

យើងមាន $f:x\to f(x)=px-2$

$g:x\to g(x)=4x+3$

នាំឱ្យ $fog=f[g(x)]$

$=f[4x+3]$

$=p(4x+3)-2$

$=4px+3p-2$

ហើយ $gof=g[f(x)]$

$=g[px-2]$

$=4(px-2)+3$

$=4px-8+3$

$=4px-5$

ដូចនេះ | គណនាបាន $fog=4px+3p-2$ ហើយ $gof=4px-5$ | ។

ខ. គណនា p ដើម្បីឱ្យ $fog=gof$

យើងមាន $fog=4px+3p-2$ និង $gof=4px-5$

នាំឱ្យ $fog=gof$

នោះ $4px+3p-2=4px-5$

$3p=-5+2$

$p=-1$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបានគឺ $p=-1$ | ។

១៤៤ បង្ហាញថា $P_n=\dfrac{1}{2^n}\cdot\dfrac{\sin x}{\sin\dfrac{x}{2^n}}$

យើងមាន $P_n=\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2^2}\cos\dfrac{x}{2^3}\times...\times\cos\dfrac{x}{2^n}$

តាមរូបមន្ត : $\sin a=2\sin\dfrac{a}{2}\cos\dfrac{a}{2}$

យើងឱ្យតម្លៃ $a=x\ ,\dfrac{x}{2},\dfrac{x}{4},\dfrac{x}{8},...,\dfrac{x}{2^{n-1}}$

$$\times\begin{cases}\sin x=2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}\\ \sin\dfrac{x}{2}=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}\\ \sin\dfrac{x}{4}=2\sin\dfrac{x}{8}\cos\dfrac{x}{8}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \sin\dfrac{x}{2^{n-1}}=2\sin\dfrac{x}{2^n}\cos\dfrac{x}{2^n}\end{cases}$$

$$\sin x=2^n\sin\frac{x}{2^n}\underbrace{\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cos\frac{x}{8}\times...\times\cos\frac{x}{2^n}}_{P_n}$$

$\sin x=2^n\sin\dfrac{x}{2^n}P_n$

ទាញបាន $P_n=\dfrac{1}{2^n}\cdot\dfrac{\sin x}{\sin\dfrac{x}{2^n}}$

ដូចនេះ | បង្ហាញបានថា $P_n=\dfrac{1}{2^n}\cdot\dfrac{\sin x}{\sin\dfrac{x}{2^n}}$ | ។

១៤៥ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការក្នុង $\aleph\times\aleph$

យើងមាន : $\begin{cases}x^2-y^2=5440 & (1)\\ PGCD(x,y)=8 & (2)\end{cases}$

-តាម (2) : $PGCD(x,y)=8$ មានន័យថា

$x=8a$ & $y=8b$ ដែល $a\ ,b$ ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា

ហើយ $a>b$ ព្រោះ $x^2-y^2=5440>0$

-តាម (1) : $x^2-y^2=5440$

$(x-y)(x+y)=5440$

$(8a-8b)(8a+8b)=5440$

$8^2(a-b)(a+b)=5440$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$(a-b)(a+b)=85$

ដោយ a , b ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ និងដោះស្រាយក្នុង $\aleph\times\aleph$

យើងបានផលគុណកត្តានៃ $85=\begin{cases}1\times 85\\ 5\times 17\end{cases}$ ដោយ $a>b$

នោះយើងបាន : $\begin{cases}a-b=1\\ a+b=85\end{cases}(i)$ or $\begin{cases}a-b=5\\ a+b=17\end{cases}(ii)$

(i) : $+\begin{cases}a-b=1\\ a+b=85\end{cases}$; $2a=86 \Rightarrow a=43$

ហើយ $b=85-a=85-43=42$

(ii) : $+\begin{cases}a-b=5\\ a+b=17\end{cases}$; $2a=22 \Rightarrow a=11$

ហើយ $b=17-a=17-11=6$

-ចំពោះ $a=43$, $b=42$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x=8a=8\cdot 43=344\\ y=8b=8\cdot 42=336\end{cases}$

-ចំពោះ $a=11$, $b=6$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x=8a=8\cdot 11=88\\ y=8b=8\cdot 6=48\end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយពីរគឺ $(x,y)=(344,336)$ ឬ $(x,y)=(88,48)$ ។

១៤៦ ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ

យើងមាន : $xy=3x+2y+37$

$xy-3x-2y=37$

$xy-3x-2y+6=37+6$

$x(y-3)-2(y-3)=43$

$(y-3)(x-2)=43$

ដោយដោះស្រាយក្នុងសំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ

មានន័យថា $(y-3)$ និង $(x-2)$ ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

ហើយផលគុណចំនួនធម្មជាតិស្មើ 43 មានតែពីរករណីគឺ

$43=\begin{cases}43\times 1\\ 1\times 43\end{cases}$ យើងបានកត្តានីមួយៗគឺ :

• $\begin{cases}y-3=43\\ x-2=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=46\\ x=3\end{cases}$

ឬ • $\begin{cases}y-3=1\\ x-2=43\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=4\\ x=45\end{cases}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $(x=3, y=46)$ ឬ $(x=35, y=4)$ ។

១៤៧ បំភ្លឺថាចំនួន $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង 8

យើងមាន : $N=(4n+3)^2-25$

$=(4n+3)^2-5^2$

$=(4n+3-5)(4n+3+5)$

$=(4n-2)(4n+8)$

$=2(2n-1)\times 4(n+2)$

$=8(2n-1)(n+2)$

ឃើញថា N ជាពហុគុណនៃ 8 មានន័យថា N ចែកដាច់នឹង8

ដូចនេះ ឃើញថា $N=(4n+3)^2-25$ ចែកដាច់នឹង8 ។

១៤៨ បំភ្លឺថាចំនួន a,b,c និង d ជាតួនៃ សមាមាត្រ

សម្មតិកម្ម $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ad+bc)^2$

$a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2=a^2d^2+2adbc+b^2c^2$

$a^2c^2-2adbc+b^2d^2=0$

$(ac-bd)^2=0$

$ac-bd=0$

$ac=bd$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

ដូចនេះ យើងបានតួនៃសមមាត្រ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ។

១៤៩ បង្ហាញថា $\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}=1 \quad (*)$

សម្មតិកម្ម : $ax+by=0$

នាំឱ្យ $x=-\frac{by}{a} \Leftrightarrow x^2=\frac{b^2y^2}{a^2}$

យកតម្លៃ $x^2=\frac{b^2y^2}{a^2}$ ជំនួសចូល $(*)$ យើងបាន :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2y^2}{a^2}}{\frac{b^2y^2}{a^2}+y^2}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2y^2}{a^2}}{\frac{b^2y^2+a^2y^2}{a^2}}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2y^2}{a^2}\times\frac{a^2}{b^2y^2+a^2y^2}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2y^2}{(b^2+a^2)y^2}=1$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2}{a^2+b^2}=1$$

$$\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1$$

$1=1$ ពិត

ដូចនេះ **ឃើញថា $\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}=1$** ។

១៩០ គណនាតម្លៃនៃ $K=\frac{a^2+b^2+c^2}{2011}$

សម្មតិកម្ម : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc}=0$$

នាំឱ្យ $ab+bc+ac=0$ ដែល $a\neq 0, b\neq 0, c\neq 0$

សម្មតិកម្មបន្ថែម : $a+b+c=0$

នាំឱ្យ $(a+b+c)^2=0$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=0$$

$$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)=0$$

$$a^2+b^2+c^2+2\times 0=0$$

$$a^2+b^2+c^2=0$$

ព្រោះ $ab+bc+ac=0$

យើងបាន : $K=\frac{a^2+b^2+c^2}{2011}=\frac{0}{2011}=0$

ដូចនេះ **តម្លៃគណនាបានគឺ $K=0$** ។

១៩១ បង្ហាញថា A ជាចំនួនគត់

យើងមាន :

$$A=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{20}^2-12\sqrt{5}+3^2}}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-2\sqrt{5}+3}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{\sqrt{5}^2-2\sqrt{5}+1^2}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}$$

$$=2011\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{5}+1}=2011\sqrt{1}=2011$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $A=2011$ ជាចំនួនគត់** ។

១៩២ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមាន : $\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{x^2+2x+1}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ នោះយើងបាន :

$$x^2+4x+4=x^2+2x+1$$

$$2x=-3$$

$$x=-\frac{3}{2}$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+4\left(-\frac{3}{2}\right)+4}=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+2\left(-\frac{3}{2}\right)+1}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}-6+4}=\sqrt{\frac{9}{4}-3+1}$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}-2}=\sqrt{\frac{9}{4}-2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

ដូនេះ **សមីការមានឫស $x=-\frac{3}{2}$** ។

(បើមិនឱ្យលក្ខខណ្ឌ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់ឱ្យគេ)

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៩៣ គណនាបីចំនួនគត់តគ្នា

តាង n ជាចំនួនទី2 នោះចំនួនទី1គឺ $(n-1)$ និងទី3គឺ$(n+1)$

ដែល n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

-តាមបម្រាប់ប្រធានយើងសរសេរបាន :

$$\frac{(n-1)n(n+1)}{\left(\frac{(n-1)+n+(n+1)}{2}\right)^2}=\frac{130}{21}$$

$$\frac{(n-1)n(n+1)}{\left(\frac{3n}{2}\right)^2}=\frac{130}{21}$$

$$n(n-1)(n+1)=\frac{130}{21}\times\left(\frac{9n^2}{4}\right)$$

$$n(n^2-1)=\frac{195}{14}n^2$$

$$14(n^2-1)=195n$$

$$14n^2-195n-14=0$$

មាន $\Delta=195^2-4\cdot14\cdot(-14)$

$$=38025+784=38809=197^2$$

នាំឱ្យ $\bullet\, n_1=\frac{-(-195)-197}{2\cdot14}=-\frac{1}{14}$ មិនយក

$\bullet\, n_2=\frac{-(-195)+197}{2\cdot14}=14$

-ចំពោះ $n=14$

យើងបាន ចំនួនទី1គឺ $n-1=14-1=13$

ចំនួនទី3គឺ $n+1=14+1=15$

ដូចនេះ **ចំនួនគត់ទាំងបីតគ្នាគឺ 13 , 14 , 15** ។

១៩៤ គណនាតម្លៃលេខនៃ xyz

សម្មតិកម្ម : $x^2yz^3=7^3$ (i) និង $xy^2=7^9$ (ii)

ដោយយក $(1)\times(2)$ យើងបាន :

$$\times\begin{cases}x^2yz^3=7^3\\ xy^2=7^9\end{cases}$$

$$x^3y^3z^3=7^{12}\quad\Rightarrow xyz=\sqrt[3]{7^{12}}=7^{\frac{12}{3}}=7^4$$

ដូចនេះ **តម្លៃនៃ $xyz=7^4$** ។

១៩៥ រកតម្លៃលេខនៃ $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}$

យើងមាន $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}=\frac{2^{2011}(2-1)}{2^{2011}(2+1)}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ **តម្លៃនៃ $\frac{2^{2012}-2^{2011}}{2^{2012}+2^{2011}}=\frac{1}{3}$** ។

១៩៦ គណនាកន្សោម H :

យើងមាន $H=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

កន្សោមនេះមានភាគបែងរួម $(a-b)(a-c)(b-c)$ នោះ

$$H=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

$$=\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}-\frac{b^2}{(b-c)(a-b)}+\frac{c^2}{(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{a^2(b-c)-b^2(a-c)+c^2(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

$$=\frac{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}{(a^2-ac-ab+bc)(b-c)}$$

$$=\frac{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}{a^2b-a^2c-\cancel{abc}+ac^2-ab^2+\cancel{abc}+b^2c-bc^2}$$

$$=\frac{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}{a^2b-a^2c-ab^2+b^2c+ac^2-bc^2}=1$$

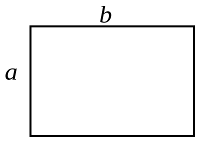
ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនា តម្លៃ $H=1$** ។

១៩៧ រកក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតនៃចម្ការ

តាង a ជាប្រវែងទទឹង និង b ជាប្រវែងបណ្តោយ

បម្រាប់ : កូនឈើមាន 40 ដើម

គម្លាតនៃកូនឈើ $2m$



នាំឱ្យ ចម្ការមានបរិមាត្រ $P=2\times40m$

តែ $P=2(a+b)$

យើងបាន $2(a+b)=2\times40m \Leftrightarrow a+b=40m$

-ចំពោះចតុកោណកែងដែលមានបរិមាត្រដូចគ្នា គឺចតុកោណកែងមានទទឹងស្មើបណ្តោយមានផ្ទៃធំបំផុត ។

នោះ $a=b \Rightarrow a+a=40 \Rightarrow a=20m$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ ក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតគឺ :

$$S_{Max} = ab = aa = a^2 = (20m)^2 = 400\ m^2$$

ដូចនេះ ក្រឡាផ្ទៃធំបំផុតនៃចម្ការគឺ $S_{Max} = 400\ m^2$ ។

១៥៨ បង្ហាញថាចំនួន $\sqrt{3}$ ពុំមែនជាចំនួនសនិទាន

(ចំនួនសនិទានជាចំនួនមានទម្រង់ជាប្រភាគ $\frac{a}{b}$ ហើយ a និង b ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា (បឋមរវាងគ្នាគឺតួចែករួមធំបំផុតនៃ a និង b ស្មើ1))

-ឧបមាថា $\sqrt{3}$ ជាចំនួនសនិទាន

នាំឱ្យ $\sqrt{3}$ មានទម្រង់ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន

-តាង $\sqrt{3} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow 3 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 3b^2$

-ឃើញថា a^2 ជាពហុគុណនៃ 3 នោះ a ក៏ជាពហុគុណនៃ 3 ដែរ មានន័យថា $a = 3k$, k ជាចំនួនគត់

-នាំឱ្យ $a^2 = 3b^2 \Leftrightarrow (3k)^2 = 3b^2 \Leftrightarrow b^2 = 3k^2$

-ឃើញថា b^2 ជាពហុគុណនៃ 3 នោះ b ក៏ជាពហុគុណនៃ 3 ដែរ មានន័យថា $b = 3p$, p ជាចំនួនគត់

-នាំឱ្យ $\sqrt{3} = \frac{a}{b} = \frac{3k}{3p} = \frac{k}{p}$ អាចសម្រួលបាន មានន័យថាវាពុំបានគោរពតាមលក្ខខណ្ឌចំនួនសនិទាន នោះវាពុំមែនជាចំនួនសនិទានទេ (អញ្ចឹងមានតែ ជាចំនួនអសនិទាន)

ដូចនេះ ចំនួន $\sqrt{3}$ ពុំមែនជាចំនួនសនិទាន ។

(ខាងលើនេះបកស្រាយតាមសំណើផ្ទុយ តក្កវិទ្យា)

១៥៩ ដោះស្រាយសមីការ $x^2 + y^2 = 0$

សម្មតិកម្ម: x និង y ជាចំនួនពិត នោះ $x^2 \ge 0$ និង $y^2 \ge 0$

មានតែមួយករណីគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $x^2 + y^2 = 0$ គឺ $x = 0$ & $y = 0$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x = 0$ & $y = 0$ ។

(លំហាត់ខាងលើត្រូវការចំណេះដឹង ពុំមែនបច្ចេកទេសទេ)

១៦០ គណនា A , B , C , D និង E :

$$A = 2\frac{3}{4} = \frac{(2\times4)+3}{4} = \frac{8+3}{4} = \boxed{\frac{11}{4}}$$

$$B = 2\cdot\frac{3}{4} = \frac{2\times3}{4} = \frac{6}{4} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$C = 2\times\frac{3}{4} = \frac{2}{1}\times\frac{3}{4} = \frac{2\times3}{1\times4} = \frac{6}{4} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$D = 2\left(\frac{3}{4}\right) = (2)\frac{(3)}{(2)(2)} = \frac{(3)}{(2)} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$E = 2+\frac{3}{4} = \frac{2\times4}{4}+\frac{3}{4} = \frac{8}{4}+\frac{3}{4} = \frac{8+3}{4} = \boxed{\frac{11}{4}}$$

១៦១ គណនា A , B , C , D និង E :

$$A = 2^{2^2} = 2^4 = 2\cdot2\cdot2\cdot2 = \boxed{16}$$

$$B = (2^2)^2 = (4)^2 = 4\cdot4 = \boxed{16}$$

$$C = 2^{2\cdot2} = 2^4 = \boxed{16}$$

$$D = 2^{2+2} = 2^4 = \boxed{16}$$

$$E = 2\cdot2^2 = 2\cdot4 = \boxed{8}$$

១៦២ សរសេរជាទម្រង់ប្រភាគនៃ A , B , C :

$A = 1.\overline{2}$ មានន័យថា $A = 1.2222222222222...$

នាំឱ្យ $10A = 12.2222222222222...$

សិក្សាផលដក

$$-\begin{cases}10A = 12.2222222222...\\ A = 1.22222222222...\end{cases}$$
$$9A = 11 \Rightarrow \boxed{A = \frac{11}{9}}$$

$B = 0.\overline{12}$ មានន័យថា $B = 0.121212121212...$

នាំឱ្យ $100B = 12.121212121212...$

សិក្សាផលដក

$$-\begin{cases}100B = 12.1212121212...\\ B = 0.121212121212...\end{cases}$$
$$99B = 12 \Rightarrow \boxed{B = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$C=0.1\overline{2}$ មានន័យថា $C=0.1222222222222...$

នាំឱ្យ $10C=0.1222222222222...$

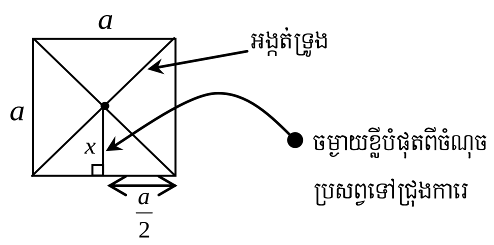
សិក្សាផលដក

$$-\begin{cases}10C=1.2222222222222...\\ C=0.12222222222222...\end{cases}$$
$$9C=1.1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C=\frac{1.1}{9}=\frac{11}{90}}$$

$D=1.2\overline{0}$ មានន័យថា

$D=1.2000000...=1.2=\frac{12}{10}=\boxed{\frac{6}{5}}$ ។

១៦៣ គណនាអង្កត់ទ្រូង និងចម្ងាយខ្លីបំផុតពីចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទៅជ្រុងការេ



-បើ d ជាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងការេដែលមានជ្រុង a :

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ : $d^2=a^2+a^2=2a^2$

នាំឱ្យ $d=\sqrt{2a^2} \quad \Rightarrow \quad d=a\sqrt{2}$ ព្រោះ $d>0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{អង្កត់ទ្រូងការេ } d=a\sqrt{2} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

-ចម្ងាយខ្លីបំផុតពីចំណុចប្រសព្វរវាងអង្កត់ទ្រូងទៅជ្រុងការេ គឺជាប្រវែងអង្កត់ដែលភ្ជាប់ពីចំណុចប្រសព្វនោះទៅចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងការេនោះ ។

បើ x ជាប្រវែងខ្លីបំផុតនោះ (តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ)

យើងបាន : $x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\left(\frac{d}{2}\right)^2$

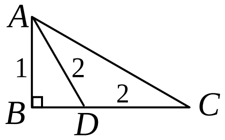
ឬ $x=\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{4}}=\sqrt{\frac{a^2}{4}}=\frac{a}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ចម្ងាយខ្លីបំផុតគឺ } x=\frac{a}{2} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ ។

១៦៤ គណនា AC

ABC និង ABD ជាត្រីកោណកែង



តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ :

-ចំពោះត្រីកោណកែង ABD

$$AD^2=AB^2+BD^2$$
$$\Rightarrow BD^2=AD^2-AB^2$$
$$\Rightarrow BD=\sqrt{AD^2-AB^2}$$
$$\Rightarrow BD=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$$

-ចំពោះត្រីកោណកែង ABC

$$AC^2=AB^2+BC^2$$
$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$$
$$=\sqrt{AB^2+(BD+DC)^2}$$
$$=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}+2\right)^2}=\sqrt{1+3+4\sqrt{3}+4}$$
$$=\sqrt{8+4\sqrt{3}}=2\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ប្រវែង } AC=2\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ ។

១៦៥ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមានសមីការ :

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{\left(2+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)\left(2-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{4-2-\sqrt{3}}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)x-2011=0$$
$$\left(\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)}\right)x=2011$$
$$\left(\sqrt{4-\sqrt{3}^2}\right)x=2011$$
$$x=2011$$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ឫសនៃសមីការ } x=2011}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៦៦ ដោះស្រាយសមីការ

យើងមានសមីការ :

$$(x^2+2x+4)(x^2+2x+3)=x^2+2x+7$$
$$(x^2+2x+4)(x^2+2x+3)=(x^2+2x+3)+4$$
$$(x^2+2x+4)-(x^2+2x+4)=4$$
$$(x^2+2x+3)[(x^2+2x+4)-1]=4$$
$$(x^2+2x+3)^2=2^2$$
$$(x^2+2x+3)=\pm 2$$

-ចំពោះ $x^2+2x+3=2$

$$x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=0$$
$$\Leftrightarrow x+1=0$$
$$\Rightarrow x=-1$$

-ចំពោះ $x^2+2x+3=-2$

$$x^2+2x+1=-4 \Leftrightarrow (x+1)^2=-2$$

ដោយ $(x+1)^2 \geq 0$

នាំឱ្យ $(x+1)^2=-2$ ជាសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ | សមីការមានឫស $x=-1$ | ។

១៦៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $aS_{n+1}+bS_n+cS_{n-1}=0$

ដោយ x_1 និង x_2 ជាឫសនៃសមីការ $ax^2+bx+c=0$

នោះវាផ្ទៀងផ្ទាត់ : $\begin{cases} ax_1^2+bx_1+c=0 \\ ax_2^2+bx_2+c=0 \end{cases}$

យើងអាចគុណថែម $\begin{cases} ax_1^2+bx_1+c=0 & \big| x_1^{n-1} \\ ax_2^2+bx_2+c=0 & \big| x_2^{n-1} \end{cases}$

យើងបាន $\begin{cases} ax_1^{2+n-1}+bx_1^{1+n-1}+cx_1^{n-1}=0 \\ ax_2^{2+n-1}+bx_2^{1+n-1}+cx_2^{n-1}=0 \end{cases}$

$$+\begin{cases} ax_1^{n+1}+bx_1^n+cx_1^{n-1}=0 \\ ax_1^{n+1}+bx_2^n+cx_2^{n-1}=0 \end{cases}$$
$$a(x_1^{n+1}+x_2^{n+1})+b(x_1^n+x_2^n)+c(x_1^{n-1}+x_2^{n-1})=0$$

ដោយ $S_n=x_1^n+x_2^n$ នោះ $S_{n-1}=x_1^{n-1}+x_2^{n-1}$

ហើយ $S_{n+1}=x_1^{n+1}+x_2^{n+1}$

ដូចនេះ | យើងបាន $aS_{n+1}+bS_n+cS_{n-1}=0$ | ។

១៦៨ គណនា $\frac{x^2}{y^2}$

គេឱ្យ $\frac{x^2+2y^2}{306}=\frac{x^2-2y^2}{294}$

$$294(x^2+2y^2)=306(x^2-2y^2)$$
$$6\times 49(x^2+2y^2)=6\times 51(x^2-2y^2)$$
$$49x^2+92y^2=51x^2-102y^2$$
$$49x^2-51x^2=-92y^2-102y^2$$
$$-2x^2=-200y^2$$
$$\frac{x^2}{y^2}=\frac{-200}{-2}$$
$$\frac{x^2}{y^2}=100$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $\frac{x^2}{y^2}=100$ | ។

១៦៩ គណនា A :

គេឱ្យ $A=(x+2)^2-2(x+2)(x-8)+(x-8)^2$

តាមរូបមន្ត $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

យើងបាន $A=[(x+2)-(x-8)]^2$

$$=[(x+2)-(x-8)]^2$$
$$=[x+2-x+8]^2$$
$$=10^2=100$$

ចំពោះ $x=2011^{2012}$ គ្មានទាក់ទងនឹងតម្លៃរបស់ A

ដូចនេះ | យើងគណនាបាន $A=100$ | ។

១៧០ ស្រាយបំភ្លឺថា $a^2+b^2+c^2=1$

គេឱ្យ $a+b+c=1$

នាំឱ្យ $(a+b+c)^2=1^2$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=1$$
$$a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)=1 \qquad (1)$$

សម្មតិកម្មបន្ថែម $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc}=0$$
$$\Rightarrow bc+ac+ab=0 \quad , abc\neq 0$$

នាំឱ្យសមីការ (1) ទៅជា :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$a^2+b^2+c^2+2\times 0=1$$
$$a^2+b^2+c^2=1$$

ដូចនេះ | យើងឃើញថា $a^2+b^2+c^2=1$ ពិតមែន | ។

១៧១ រកពីរចំនួនពិត

តាង a និង b ជាពីរចំនួនពិតដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ : $a+b=13 \quad (1)$

ហើយផលបូកច្រាសគឺ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{13}{40} \quad (2)$

តាម (2): $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{13}{40} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab}=\frac{13}{40}$

ទាញបានផលគុណ $ab=40 \quad (3)$

តាម $(1)\,\&\,(3)$ យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ: $\begin{cases}a+b=13\\ ab=40\end{cases}$

ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណយើងបានសមីការដឺក្រេទី2

ដែលមាន a និង b ជាឬស គឺសមីការ : $x^2-13x+40=0$

មាន $\Delta=(-13)^2-4\cdot1\cdot40=169-160=9=3^3$

នាំឱ្យ $\begin{cases}a=\dfrac{-(-13)-3}{2\cdot1}=\dfrac{10}{2}=5\\ b=\dfrac{-(-13)+3}{2\cdot1}=\dfrac{16}{2}=8\end{cases}$

ឬ $\begin{cases}b=\dfrac{-(-13)-3}{2\cdot1}=\dfrac{10}{2}=5\\ a=\dfrac{-(-13)+3}{2\cdot1}=\dfrac{16}{2}=8\end{cases}$

ដូចនេះ | ពីរចំនួនពិតរកបាន $\begin{cases}a=5\\ b=8\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=8\\ b=5\end{cases}$ | ។

១៧២ ក. ដោះស្រាយសមីការ ចំពោះ $k=3$

គេឱ្យ
$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=k$$
$$[(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)]=3$$
$$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=3$$
$$[(x^2+5x+5)-1][(x^2+5x+5)+1]=3$$
$$(x^2+5x+5)^2-1^2=3$$
$$(x^2+5x+5)^2-2^2=0$$
$$(x^2+5x+5-2)(x^2+5x+5+2)=0$$
$$(x^2+5x+3)(x^2+5x+7)=0$$

នាំឱ្យកត្តានីមួយៗស្មើសូន្យ យើងបាន :

- $x^2+5x+3=0$

មាន $\Delta=25-12=13$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$

- $x^2+5x+7=0$

មាន $\begin{cases}a>0\\ \Delta=25-28=-3<0\end{cases}$

នាំឱ្យ សមីការគ្មានឬស

ដូចនេះ | ចំពោះ $k=3$ សមីការមានឬស $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$ | ។

ខ. កំណត់តម្លៃ k ដើម្បីឱ្យសមីការមានឬស

ពីសម្រាយខាងលើពិនិត្យត្រង់កន្សោម :
$$(x^2+5x+5)^2-1^2=k$$
$$(x^2+5x+5)^2=k+1$$

ដោយ $(x^2+5x+5)^2\geq 0$

នាំឱ្យ $k+1\geq 0 \Leftrightarrow k\geq -1$

ដូចនេះ | តម្លៃកំណត់បានគឺ $k\geq -1$ | ។

១៧៣ ប្រៀបធៀបពីរចំនួន 200^{300} និង 300^{200}

ពិនិត្យ : $200^{300}=(200^3)^{100}=(8000000)^{100}$

ហើយ $300^{200}=(300^2)^{100}=(90000)^{100}$

តាមរយៈលទ្ធផលបង្ហាញថា $(8000000)^{100}>(90000)^{100}$

ដូចនេះ | ទាញបានថា $200^{300}>300^{200}$ | ។

១៧៤ ប្រៀបធៀបពីរចំនួន 31^{11} និង 17^{14}

ពិនិត្យ : $31^{11}<32^{11}=2^{5\cdot11}=2^{55}$ នោះ $31^{11}<2^{55}$

ហើយ $17^{14}>16^{14}=2^{4\cdot14}=2^{56}$ នោះ $17^{14}>2^{56}$

ដោយ $31^{11}<2^{55}<2^{56}<17^{14}$

ដូចនេះ | ប្រៀបធៀបបាន $31^{11}<17^{14}$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៧៥ **គណនា** $1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}$

បម្រាប់ : a ជាឫសនៃសមីការ $x^{2011}=1$

មានន័យថា វាផ្ទៀងផ្ទាត់ $a^{2011}=1$

យើងបាន : $a^{2011}-1=0$

$$(a-1)(a^{2011}+a^{2011}+a^{2011}+\ldots+a+1)=0$$

ឬអាចសរសេរ : $(a-1)(1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010})=0$

សម្មតិកម្ម : $a\neq 1$ នោះ $a-1\neq 0$

ដូច្នេះមានតែកត្តា $(1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010})=0$

ដែលនាំឱ្យផលគុណ $(a-1)(1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010})=0$

ដូចនេះ | គណនាបាន $1+a+a^2+a^3+\ldots+a^{2010}=0$ | ។

១៧៦ **គណនា** $S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n$

យើងមាន : $S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n \quad (1)$

យក $(1)\times 3$: $3S=3^2+3^3+\ldots+3^{n+1} \quad (2)$

ដោយយក $(2)-(1)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases}3S=3^2+3^3+3^4+\ldots+3^{n+1}\\ S=3+3^2+3^3+\ldots+3^n\end{cases}$$

$$2S=3^{n+1}-3 \quad \Rightarrow S=\frac{3^{n+1}-3}{2}$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $S=\dfrac{3^{n+1}-3}{2}$ | ។

១៧៧ **គណនា** A :

ពិនិត្យតួនីមួយៗមានរាង

$$\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n^2-1}{n^2}=\frac{(n-1)(n+1)}{n^2}=\frac{n-1}{n}\times\frac{n+1}{n}$$

យើងមាន :

$$A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$

ដោយបំបែកកត្តានីមួយៗយើងបាន :

$$A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$=\left(\frac{2-1}{2}\cdot\frac{2+1}{2}\right)\left(\frac{3-1}{3}\cdot\frac{3+1}{3}\right)\left(\frac{4-1}{4}\cdot\frac{4+1}{4}\right)\times$$

$$\times\ldots\times\left(\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n+1}{n}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{2}\cdot\underbrace{\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}}_{1}\cdot\underbrace{\frac{4}{3}\right)\left(\frac{3}{4}}_{1}\cdot\underbrace{\frac{5}{4}\right)\times\ldots\times\left(\frac{n-1}{n}}_{1}\cdot\frac{n+1}{n}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot\times\ldots\times\frac{n+1}{n}=\frac{n+1}{2n}$$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $A=\dfrac{n+1}{2n}$ | ។

១៧៨ **កំណត់តម្លៃ** m :

យើងមាន : $\begin{cases}2x-4y=7\\ 3x+y=m\end{cases}$

ដោយដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ យើងបាន :

$$D=ab'-a'b=2+12=14$$
$$D_x=cb'-c'b=7+4m$$
$$\Rightarrow x=\frac{D_x}{D}=\frac{7+4m}{14}$$
$$D_y=ac'-a'c=2m-21$$
$$\Rightarrow x=\frac{D_y}{D}=\frac{2m-21}{14}$$

ដើម្បីឱ្យវាមានឫស $x>0$ និង $y<0$ លុះត្រាតែ :

$$\begin{cases}\dfrac{7+4m}{14}>0\\ \dfrac{2m-21}{14}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7+4m>0\\ 2m-21<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{7}{4}\\ m<\dfrac{21}{2}\end{cases}$$

ឬ អាចសរសេរសរុបយ៉ាងខ្លីគឺ $-\dfrac{7}{4}<m<\dfrac{21}{2}$

ដូចនេះ | តម្លៃដែលកំណត់បានគឺ $-\dfrac{7}{4}<m<\dfrac{21}{2}$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៧៩ គណនា E :

យើងមាន

$E=\sqrt{1+2+3+...+2009+2010+2011+2010+2009+...+3+2+1}$

តាង $S=1+2+3+...+2010$

យើងបាន $E=\sqrt{S+2011+S}=\sqrt{2S+2011}$

ដោយ

$$+\begin{cases} S= & 1 + 2 + 3 + ...+2010 \\ S= & 2010 + 2009 + 2008+...+1 \end{cases}$$
$$2S=\underbrace{2011+2011+2011+...+2011}_{\text{មាន 2011 ចំនួន 2010 ដង}}$$

នាំឱ្យ $2S=2011\times 2010$

យើងបាន $E=\sqrt{2S+2011}$

$=\sqrt{2011\times 2010+2011}$

$=\sqrt{2011(2010+1)}$

$=\sqrt{2011\times 2011}=\sqrt{2011^2}=2011$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $E=2011$ | ។

១៨០ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

ដោយបូកសមីការទាំងបួនបញ្ចូលគ្នា យើងបាន :

$$+\begin{cases} a+b+c=3 & (1) \\ b+a+d=4 & (2) \\ a+c+d=5 & (3) \\ b+c+d=6 & (4) \end{cases}$$
$$3a+3b+3c+3d=18 \quad \Rightarrow a+b+c+d=6 \ (*)$$

ដោយយកសមីការ $(*)$ ដកសមីការនីមួយៗបន្តបន្ទាប់

$$\begin{matrix}(*)\\(1)\end{matrix} -\begin{cases} a+b+c+d=6 \\ a+b+c=3 \end{cases} \qquad d=3$$

$$\begin{matrix}(*)\\(2)\end{matrix} -\begin{cases} a+b+c+d=6 \\ b+a+d=4 \end{cases} \qquad c=2$$

$$\begin{matrix}(*)\\(3)\end{matrix} -\begin{cases} a+b+c+d=6 \\ a+c+d=5 \end{cases} \qquad b=1$$

$$\begin{matrix}(*)\\(4)\end{matrix} -\begin{cases} a+b+c+d=6 \\ b+c+d=6 \end{cases} \qquad a=0$$

ដូចនេះ | ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយគឺ $(a,b,c,d)=(0,1,2,3)$ | ។

១៨១ បង្ហាញថា : $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$

យើងដឹងហើយថា : $\sqrt{7}<\sqrt{9}=3$ នោះ $\sqrt{7}<3 \quad (1)$

$\sqrt[3]{7}<\sqrt[3]{8}=2$ នោះ $\sqrt[3]{7}<2 \quad (2)$

$\sqrt[4]{7}<\sqrt[4]{16}=2$ នោះ $\sqrt[4]{7}<2 \quad (3)$

ដោយយក : (1)+(2)+(3) : យើងបាន :

$$+\begin{cases} \sqrt{7}<3 \\ \sqrt[3]{7}<2 \\ \sqrt[4]{7}<2 \end{cases}$$
$$\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$$

ដូចនេះ | ឃើញថា $\sqrt{7}+\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{7}<7$ | ។

ចំណែកឯ ការបង្ហាញថា $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$

យើងមាន : $\sqrt{4}=2 \quad (1)$

$\sqrt[3]{4}>\sqrt[3]{1}=1$ នោះ $\sqrt[3]{4}>1 \quad (2)$

$\sqrt[4]{4}>\sqrt[4]{1}=1$ នោះ $\sqrt[4]{4}>1 \quad (3)$

ដោយយក : (1)+(2)+(3) : យើងបាន :

$$+\begin{cases} \sqrt{4}=2 \\ \sqrt[3]{4}>1 \\ \sqrt[4]{4}>1 \end{cases}$$
$$\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$$

ដូចនេះ | ឃើញថា $\sqrt{4}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{4}>4$ | ។

១៨២ កំណត់តម្លៃ n :

តាង $g(x)$ ជាផលចែកនៃ $f(x)=x^n-4x^2+1$ ជាមួយ $(x-3)$ ដែលមានសំណល់ស្មើ 46

យើងបាន : $(x^n-4x^2+1)=(x-3)\times g(x)+46$

បើយើងឱ្យតម្លៃ $x=3$ នោះសមីការទៅជា :

$(3^n-4\cdot 3^2+1)=(3-3)\times g(3)+46$

$3^n-35=0+46$

$3^n=46+35$

$3^n=81 \quad \Leftrightarrow 3^n=3^4 \quad \Rightarrow n=4$

ដូចនេះ | តម្លៃកំណត់បានគឺ $n=4$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៨៣ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ : $\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{2+\dfrac{x}{1+\sqrt{1+x}}}}}}=1$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ $1+x\geq 0\Rightarrow x\geq -1$

ពិនិត្យ ទ្រង់ទ្រាយកន្ទុយចុងក្រោយគេ :

$$2+\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}=\frac{2\left(1+\sqrt{1+x}\right)+x}{1+\sqrt{1+x}}$$
$$=\frac{2+2\sqrt{1+x}+x}{1+\sqrt{1+x}}$$
$$=\frac{1+2\sqrt{1+x}+x+1}{1+\sqrt{1+x}}$$
$$=\frac{1^2+2\cdot 1\cdot\sqrt{1+x}+\sqrt{(1+x)^2}}{1+\sqrt{1+x}}$$
$$=\frac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)^2}{1+\sqrt{1+x}}$$
$$=1+\sqrt{1+x}$$

បើយើងយកលទ្ធផលនេះទៅជំនួស វានឹងក្លាយទៅជាទម្រង់ដដែលៗវិញ។ បើជំនួសបន្តបន្ទាប់ ចុងក្រោយយើងបាន :

$$\frac{x}{1+\sqrt{1+x}}=1$$
$$x=1+\sqrt{1+x}$$
$$x-1=\sqrt{1+x}$$
$$(x-1)^2=\sqrt{(1+x)^2}$$
$$x^2-2x+1=1+x$$
$$x^2-3x=0$$
$$x(x-3)=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=3\end{cases}$$

-ចំពោះ $x=0$ មិនយក ព្រោះពេលផ្ទៀងផ្ទាត់ $0\neq 1$

-ចំពោះ $x=3$ យក ព្រោះពេលផ្ទៀងផ្ទាត់ $1=1$

ដូចនេះ | សមីការមានឬស $x=3$ | ។

១៨៤ កំណត់គ្រប់ចំនួនគត់ n

$B=4^{27}+4^{1016}+4^n$ ជាការេប្រាកដនៃចំនួនគត់

-ករណី : 4^n ជាតួចុង យើងបាន :

$$B=4^{27}+4^{1016}+4^n$$
$$=4^{27}\left(1+4^{989}+4^{n-27}\right)$$
$$=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2^{1978}+\left(2^{n-27}\right)^2\right]$$
$$=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2\cdot 1\cdot 2^{1977}+\left(2^{n-27}\right)^2\right]$$

ដើម្បីឱ្យបំពេញរាង $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ លុះត្រាតែ

$$2^{n-27}=2^{1977}$$
$$\Rightarrow n-27=1977$$
$$n=2004$$

-ករណី : 4^n ជាតួកណ្ដាល យើងបាន :

$$B=4^{27}+4^n+4^{1016}$$
$$=4^{27}\left(1+4^{n-27}+4^{989}\right)$$
$$=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2^{2n-54}+\left(2^{989}\right)^2\right]$$
$$=\left(2^{27}\right)^2\left[1^2+2\cdot 1\cdot 2^{2n-55}+\left(2^{989}\right)^2\right]$$

ដើម្បីឱ្យបំពេញរាង $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ លុះត្រាតែ

$$2^{2n-55}=2^{989}$$
$$\Rightarrow 2n-55=989$$
$$n=\frac{1044}{2}$$
$$n=522$$

ដូនេះ | តម្លៃដែលកំណត់បានគឺ $n=2004$, $n=522$ | ។

១៨៥ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន : $\dfrac{x^4+x^2+1}{x^2}=\dfrac{x^2+x+1}{x}$, $x\neq 0$

$$x^2+1+\frac{1}{x^2}=x+1+\frac{1}{x}$$
$$x^2+\frac{1}{x^2}=x+\frac{1}{x}$$
$$x^2+2+\frac{1}{x^2}-2=x+\frac{1}{x}$$
$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

បើតាង $t = x + \frac{1}{x}$ យើងបានសមីការដឺក្រេទី2 :

$$t^2 - 2 = t$$
$$t^2 - t - 2 = 0$$

មាន $a - b + c = 1 - (-1) - 2 = 0$ ជាករណីពិសេស

នាំឱ្យ $t_1 = -1$, $t_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{(-2)}{1} = 2$

-ចំពោះ $t_1 = -1$ យើងបាន :

$$x + \frac{1}{x} = -1$$
$$x^2 + x + 1 = 0$$
$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0$$
$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$$

ដោយ $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$, $\frac{3}{4} > 0$

នោះ $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស

-ចំពោះ $t_2 = 2$ យើងបាន :

$$x + \frac{1}{x} = 2$$
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$(x-1)^2 = 0$$
$$\Rightarrow \quad x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

ដូចនេះ **ក្រោយពីដោះស្រាយ សមីការមានឫស $x = 1$** ។

១៨៦ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

ក. $\begin{cases} x + y + z = 6 & (1) \\ xy + yz + zx = 12 & (2) \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = 3 & (3) \end{cases}$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ : $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$

តាម (1) : $x + y + z = 6$

$$(x + y + z)^2 = 6^2$$
$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 36$$

ដោយ (2): $xy + yz + zx = 12$

នាំឱ្យ $x^2 + y^2 + z^2 + 2 \times 12 = 36$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 12$$
$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 24 \quad (*)$$

ហើយ (2): $2xy + 2yz + 2zx = 24 \quad (**)$

យើងយក (*)-(**) នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 24 \\ 2xy + 2yz + 2zx = 24 \end{cases}$$
$$x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2 = 0$$
$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0$$

ដោយ $(x-y)^2 \geq 0$, $(y-z)^2 \geq 0$, $(z-x)^2 \geq 0$

ដើម្បីឱ្យសមីការផ្ទៀតផ្ទាត់មានតែមួយករណីគត់ គឺកន្ត្រានីមួយៗស្មើសូន្យ មានន័យថា :

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \\ z - x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = z$$

តាម (3): $\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = 3$ ដោយ $x = y = z$

យើងបាន $\frac{2}{x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{x} = 3$

$$\frac{2+2+2}{x} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានឫស $x = y = z = 2$** ។

ខ. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3 & (1) \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3 & (2) \\ \frac{1}{xyz} = 1 & (3) \end{cases}$

សមីការមានន័យលុះត្រាតែ : $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$

-តាម (1): $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$ សមមូល $\frac{xy + yz + zx}{xyz} = 3$

នាំឱ្យ $xy + yz + zx = 3$ ព្រោះ (3): $\frac{1}{xyz} = 1$

-តាម (2): $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$\frac{x+y+z}{xyz}=3 \Rightarrow x+y+z=3 \qquad (1)$$

នាំឱ្យ $(x+y+z)^2=3^2$

$$x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=9$$
$$x^2+y^2+z^2+2\times3=9$$
$$x^2+y^2+z^2=3 \qquad (2)$$

ដោយយក (2)-2×(1) យើងបាន :

$$-\begin{cases}x^2+y^2+z^2=3\\2x+2y+2z=6\end{cases}$$
$$x^2-2x+y^2-2y+z^2-2z=-3$$
$$(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)+(z^2-2z+1)=0$$
$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=0$$

ដោយ $(x-1)^2\ge0$, $(y-1)^2\ge0$, $(z-1)^2\ge0$

ដើម្បីឱ្យសមីការផ្ទៀតផ្ទាត់មានតែមួយករណីគត់ គឺកត្តានីមួយៗស្មើសូន្យ មានន័យថា :

$$\begin{cases}x-1=0\\y-1=0\\z-1=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=1\\y=1\\z=1\end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានឫស $x=y=z=1$ ។

១៨៧ គណនា 2^a+2^{-a} :

យើងមាន $4^a+4^{-a}=23$

$$(2^a)^2+2+(2^{-a})^2=23+2$$
$$(2^a+2^{-a})^2=25$$
$$2^a+2^{-a}=\sqrt{25}$$
$$2^a+2^{-a}=5$$

សម្គាល់ : ខណៈបំពាក់រ៉ាឌីកាល់ពុំមែន $\pm\sqrt{25}$ ទេ ព្រោះ

$2^a+2^{-a}>0$ ជានិច្ច (ជាអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល)

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $2^a+2^{-a}=5$ ។

១៨៨ រកចំនួនលទ្ធភាពទាំងអស់នៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ

យើងបានដឹងហើយថា នៅប្រទេសកម្ពុជាយើងមានប្រព័ន្ធ ទូរស័ព្ទជាច្រើន ។ ប្រព័ន្ធខ្លះមានលេខ ៦ខ្ទង់ ខ្លះទៀតមាន លេខ ៧ខ្ទង់ ហើយភ្ជាប់ជាមួយក្បាលប្រព័ន្ធ ។ តើចំនួននៃ ការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទ យ៉ាងណាដែរ ?

ក. 011

ដោយប្រព័ន្ធ 011 មានលេខ 6ខ្ទង់ភ្ជាប់ជាមួយក្បាលប្រព័ន្ធ ហើយមានទម្រង់ជា : 011 xxx xxx

-ជម្រើសនៅតាមខ្ទង់នីមួយៗមាន 10លេខដូចគ្នាគឺ :

$\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

(តាមគោលការណ៍រាប់)

នាំឱ្យ ចំនួនលេខទាំងអស់គឺ :

$$10\times10\times10\times10\times10\times10=10^6=1\,000\,000$$

ដូចនេះ ចំនួនលទ្ធភាពនៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទរបស់ប្រព័ន្ធ 011 គឺ 1 000 000 លេខ ។

ខ. 097

ដូចគ្នានឹងប្រព័ន្ធ 011 ដែរគ្រាន់តែប្រព័ន្ធ097 មាន៧ខ្ទង់ មានទម្រង់ 097 xxx $xxxx$

នាំឱ្យ ចំនួនលេខទាំអស់គឺ :

$$10\times10\times10\times10\times10\times10\times10=10^7=10\,000\,000$$

ដូចនេះ ចំនួនលទ្ធភាពនៃការបង្កើតលេខទូរស័ព្ទរបស់ប្រព័ន្ធ 097 គឺ 10 000 000 លេខ ។

១៨៩ រកចំនួនរបៀបនៃការបង្កើតលេខ៤ខ្ទង់

យើងមានលេខទាំងបួនគឺ 1 , 2 , 4 និង 9

យើងនឹងបង្កើលេខ៤ខ្ទង់ដែលមាន៤លេខខាងលើ ដោយគិតតាមវិធីដូចខាងក្រោម :

-ខ្ទង់ដំបូងមាន៤ជម្រើស ខ្ទង់ទីពីរមាន៣ជម្រើស ខ្ទង់ទីបីមានពីរជម្រើស និងខ្ទង់ចុងក្រោយមាន១ជម្រើស

-តាមគោលការណ៍រាប់ ចំនួនរបៀប$=4\times3\times2\times1=4!=12$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបក្នុងការបង្កើតលេខ៤ខ្ទង់ខុសគ្នាមាន 12 របៀប ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៨០ ស្រាយបញ្ជាក់ថា : $(b-a)(b-c)=pq-6$

-សម្មតិកម្ម : $a\,,b$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+px+1=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases} a+b=-p & (1) \\ ab=1 & (2) \end{cases}$

-សម្មតិកម្ម : $b\,,c$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+qx+2=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases} b+c=-q & (3) \\ bc=2 & (4) \end{cases}$

-ទាញបាន $(a+b)(b+c)=(-p)(-q)=pq$

ហើយ $ab+bc=1+2=3$

ឬ $2(ab+bc)=6$

-ពិនិត្យ
$$\begin{aligned} pq-6 &= (a+b)(b+c)-6 \\ &= (a+b)(b+c)-2(ab+bc) \\ &= ab+ac+b^2+bc-2ba-2bc \\ &= b^2-ba-bc+ac \\ &= b(b-a)-c(b-a) \\ &= (b-a)(b-c) \end{aligned}$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $(b-a)(b-c)=pq-6$** ។

១៨១ ស្រាយបំភ្លឺថាយើងបាន $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$

សម្មតិកម្ម : $a+b+c=abc$ នាំឱ្យ $\frac{a+b+c}{abc}=1$

យើងមាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$

តាមរូបមន្ត $(a+b+c)^2=a^2+b^2+b^2+2(ab+bc+ac)$

នាំឱ្យ
$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2=4$$
$$\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^2+2\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}\right)=4$$
$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{c+a+b}{abc}\right)=4$$
$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\cdot 1=4$$
$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$** ។

១៨២ រកពីរចំនួននោះ :

តាង $x\,,y$ ជាពីរចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន : ផលបូក=ផលគុណ=ផលចែក

យើងបាន : $x+y=xy=\frac{x}{y}$

-ពិនិត្យសមភាព : $xy=\frac{x}{y} \Leftrightarrow y=\frac{1}{y}$

នាំឱ្យ $y^2=1 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{1} \Rightarrow y=\pm 1$

-ពិនិត្យសមភាព : $x+y=xy$

ចំពោះ $y=1$ នោះ $x+1=x$ គ្មានតម្លៃ x ផ្ទៀងផ្ទាត់

ចំពោះ $y=-1$ នោះ $x-1=-x \Leftrightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ **ពីរចំនួននោះគឺ $\frac{1}{2}$ និង -1** ។

១៨៣ គណនាផលគុណ P :

យើងមាន : $P=(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\times\ldots\times(1+x^{2^n})$

-ពិនិត្យ : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

នាំឱ្យ $(a+b)=\frac{a^2-b^2}{(a-b)}$

តាមរូបមន្តខាងលើយើងបាន :

$$\begin{aligned} P &= (1+x)(1+x^2)(1+x^4)\times\ldots\times(1+x^{2^n}) \\ &= \left(\frac{1-x^2}{1-x}\right)\left(\frac{1-x^4}{1-x^2}\right)\left(\frac{1-x^8}{1-x^4}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x^{2^n}}\right) \\ &= \frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x} \end{aligned}$$
ដែល $x\neq 1$

ដូចនេះ **ផលគុណគណនាបានគឺ $P=\frac{1-x^{2^{n+1}}}{1-x}$** ។

១៨៤ គណនាផលបូក S :

យើងមាន :

$$S=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots+\frac{1}{1+2+3+\ldots+2011}$$

ពិនិត្យ : $S_k=1+2+3+\ldots+k$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ

$$+\begin{cases} S_k = 1 + 2 + 3 + \dots + k \\ S_k = k + (k-1) + \dots + 2 + 1 \end{cases}$$
$$2S_k = \underbrace{(k+1)+(k+1)+(k+1)+\dots+(k+1)}_{\text{មាន } k \text{ ដងនៃ } (k+1)}$$

ទាញបាន : $2S_k = k(k+1) \Leftrightarrow S_k = \dfrac{k(k+1)}{2}$

យើងបាន : $S = \dfrac{1}{S_2} + \dfrac{1}{S_3} + \dfrac{1}{S_4} + \dots + \dfrac{1}{S_{2011}}$

ដោយ $S_k = \dfrac{k(k+1)}{2}$

$$S = \frac{1}{\frac{2(2+1)}{2}} + \frac{1}{\frac{3(3+1)}{2}} + \frac{1}{\frac{4(4+1)}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{2011(2011+1)}{2}}$$

$$S = \frac{2}{2(2+1)} + \frac{2}{3(3+1)} + \frac{2}{4(4+1)} + \dots + \frac{2}{2011(2011+1)}$$

$$S = 2\left(\frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \dots + \frac{1}{2011\cdot 2012}\right)$$

ហើយពិនិត្យតួនីមួយៗនៃ S មានទម្រង់ :

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

នាំឱ្យ

$$S = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012}\right)$$
$$= 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2012}\right) = 1 - \frac{1}{1006} = \frac{1005}{1006}$$

ដូចនេះ ផលបូកគណនាបានគឺ $S = \dfrac{1005}{1006}$ ។

១៩៥ គណនាផលបូក S ចំពោះ $x = 95$:

យើងមាន $S = \dfrac{1}{x^2 + x} + \dfrac{1}{x^2 + 3x + 2} + \dfrac{1}{x^2 + 5x + 6} + \dfrac{1}{x^2 + 7x + 12} + \dfrac{1}{x^2 + 9x + 20}$

ដោយ $x^2 + x = x(x+1)$

$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$

$x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)$

នោះ $S = \left(\dfrac{1}{x(x+1)} + \dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\right) + \dfrac{1}{(x+2)(x+3)} + \left(\dfrac{1}{(x+3)(x+4)} + \dfrac{1}{(x+4)(x+5)}\right)$

$$S = \frac{x+2+x}{x(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{x+5+x+3}{(x+3)(x+4)(x+5)}$$

$$S = \frac{2}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{2}{(x+3)(x+5)}$$
$$= \frac{2x+6+x}{x(x+2)(x+3)} + \frac{2}{(x+3)(x+5)}$$
$$= \frac{3}{x(x+3)} + \frac{2}{(x+3)(x+5)}$$
$$= \frac{3x+15+2x}{x(x+3)(x+5)} = \frac{5}{x(x+5)}$$

ចំពោះ $x = 95$ យើងបាន :

$$S = \frac{5}{x(x+5)} = \frac{5}{95(95+5)} = \frac{5}{5\cdot 19\cdot 100} = \frac{1}{1900}$$

ដូចនេះ ផលបូកគណនាបានគឺ $S = \dfrac{1}{1900}$ ។

១៩៦ បង្ហាញឱ្យឃើញពីសមភាព

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca}$$

-ចំពោះ $abc = 1$ ពិនិត្យ :

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca}$$
$$= \left(\frac{1}{1+a+ab}\cdot\frac{c}{c}\right) + \left(\frac{1}{1+b+bc}\cdot\frac{a}{a}\right) + \left(\frac{1}{1+c+ca}\cdot\frac{b}{b}\right)$$
$$= \frac{c}{c+ac+abc} + \frac{a}{a+ab+abc} + \frac{b}{b+bc+cab}$$
$$= \frac{c}{c+ac+1} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{b}{b+bc+1}$$
$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$$

ដូចនេះ យើងបានសមភាពប្រាកដមែន ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

១៩៧ រកតម្លៃ x :

យើងមាន $\overline{xxx(x-1)}=(x-1)^{x-2}$

លេខនៃខ្ទង់នីមួយៗ ជាចំនួនគត់ត្រូវតែធំជាង0 និងតូចជាង១០

យើងបាន $\begin{cases}0<x<10\\0<x-1<10\end{cases} \Leftrightarrow 1<x<10$

លេខ $x-2$ ជាស្វ័យគុណត្រូវមានតម្លៃធំជាង0

នោះ $x-2>0 \Rightarrow x>2$

សរុបលក្ខខណ្ឌគឺ $3\le x\le 9$

មានន័យថា x អាចមានតម្លៃស្មើ $3,4,5,6,7,8,9$

ប៉ុន្តែ $\overline{xxx(x-1)}$ ជាលេខបួនខ្ទង់ ហើយមានតែ 6^5 តែមួយ

គត់ដែលមានលេខបួនខ្ទង់ នាំឱ្យយើងទាញបាន :

$$\begin{cases}x-1=6\\x-2=5\end{cases} \Leftrightarrow x=7$$

នោះណយើងបាន : $\overline{xxx(x-1)}=(x-1)^{x-2}$

$$\overline{777(7-1)}=(7-1)^{7-2}$$

$$7776=6^5$$

$$7776=7776$$

ដូចនេះ **តម្លៃដែលរកបានគឺ $x=7$** ។

១៩៨ សម្រួលកន្សោម A :

(រំលឹករូបមន្តលោការីត $\log_a b\cdot\log_b c=\log_a c$

$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$, $\log_a a=1$ ...)

យើងមាន :

$$A=\log_3 2\cdot\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\log_6 5\cdot\log_7 6\cdot\log_8 7$$

$$=\log_3 2\cdot(\log_4 3\cdot\log_5 4)\cdot\log_6 5\cdot(\log_7 6\cdot\log_8 7)$$

$$=\log_3 2\cdot\log_5 3\cdot\log_6 5\cdot\log_8 6$$

$$=(\log_3 2\cdot\log_5 3)\cdot(\log_6 5\cdot\log_8 6)$$

$$=\log_5 2\cdot\log_8 5$$

$$=\log_8 2=\log_{2^3} 2=\frac{1}{3}\log_2 2=\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ **ក្រោយពីសម្រួលឃើញថា $A=\frac{1}{3}$** ។

១៩៩ គណនាផលបូក S :

(រំលឹករូបមន្ត $\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$, $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

យើងមាន :

$$S=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_{a^2} x}+\frac{1}{\log_{a^3} x}+...+\frac{1}{\log_{a^k} x}$$

$$=\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\frac{1}{2}\log_a x}+\frac{1}{\frac{1}{3}\log_a x}+...+\frac{1}{\frac{1}{k}\log_a x}$$

$$=\frac{1}{\log_a x}+\frac{2}{\log_a x}+\frac{3}{\log_a x}+...+\frac{k}{\log_a x}$$

$$=\frac{1}{\log_a x}(1+2+3+...+k)$$

$$=\frac{1}{\log_a x}\cdot\frac{k(k+1)}{2}=\frac{k(k+1)}{2\log_a x}$$

ដូចនេះ **ផលបូកគណនាបានគឺ $S=\frac{k(k+1)}{2\log_a x}$** ។

២០០ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+...+x_{2011}=0 & (1)\\x_1^2+x_2^2+x_3^2+...+x_{2011}^2=0 & (2)\\x_1^3+x_2^3+x_3^3+...+x_{2011}^3=0 & (3)\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\x_1^{2011}+x_2^{2011}+x_3^{2011}+...+x_{2011}^{2011}=0 & (2011)\end{cases}$$

តាមសមីការ (2) : $x_1^2+x_2^2+x_3^2+...+x_{2011}^2=0$

ដោយ $x_1^2\ge 0, x_2^2\ge 0, x_3^2\ge 0$, ..., $x_{2011}^2\ge 0$

នាំឱ្យសមីការ (2) ផ្ទៀងផ្ទាត់លុះត្រាតែ :

$x_1^2=x_2^2=x_3^2=...=x_{2011}^2=0$

ចំពោះសមីការផ្សេងទៀត ក៏ផ្ទៀងផ្ទាត់ដែរសម្រាប់តម្លៃនេះ

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានតម្លៃឬសស្មើៗគ្នាគឺ :**

$x_1^2=x_2^2=x_3^2=...=x_{2011}^2=0$ ។

២០១ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមដេទែមីណង់

យើងមានសមីការ : $\begin{cases}3^\pi x+3^{-\pi}y=2\\2\cdot 3^\pi x-3^{-\pi}y=1\end{cases}$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់ យើងបាន :

$$D=ab'-a'b$$
$$=3^{\pi}\left(-3^{-\pi}\right)-\left(2\cdot 3^{\pi}\right)\cdot 3^{-\pi}$$
$$=-3^{\pi-\pi}-2\cdot 3^{\pi-\pi}$$
$$=-1-2=-3$$

$$D_x=cb'-c'b$$
$$=(2)\left(-3^{-\pi}\right)-1\cdot\left(3^{-\pi}\right)$$
$$=-2\cdot 3^{-\pi}-3^{-\pi}$$
$$=-3\cdot 3^{-\pi}$$

$$D_y=cb'-c'b$$
$$=3^{\pi}(1)-2\cdot 3^{\pi}\cdot(2)$$
$$=3^{\pi}-4\cdot 3^{\pi}$$
$$=-3\cdot 3^{\pi}$$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{-3\cdot 3^{-\pi}}{-3}=3^{-\pi}$

$y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{-3\cdot 3^{\pi}}{-3}=3^{\pi}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=3^{-\pi}$, $y=3^{\pi}$ ។

២០២ **បង្ហាញថា ក.** $x^2+y^2\geq 2xy$

ដោយ x និង y ជាចំនួនពិតនោះយើងបាន :

$$(x-y)^2\geq 0$$
$$x^2-2xy+y^2\geq 0$$
$$x^2+y^2\geq 2xy$$

ដូចនេះ ឃើញថា $x^2+y^2\geq 2xy$ ។

បង្ហាញថា ខ. $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\geq 2$

នៅក្នុងសំណួរ ក. ឃើញថា $x^2+y^2\geq 2xy$

សម្មតិកម្ម x និង y មានសញ្ញាដូចគ្នា នោះមានន័យថា

$xy>0$ ជានិច្ច ពេលចែកនឹង xy វិសមីការ មិនប្តូរទិសដៅ

យើងបាន $\dfrac{x^2}{xy}+\dfrac{y^2}{xy}\geq\dfrac{2xy}{xy}\iff\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\geq 2$

ដូចនេះ ឃើញថា $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\geq 2$ ។

២០៣ **សម្រួលកន្សោម** E & F :

យើងមាន $E=\dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

$$=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$
$$=\frac{\sqrt{a}^2+2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$
$$=\frac{\sqrt{a}^2-2\sqrt{ab}+\sqrt{b}^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$
$$=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

ហើយ $F=\dfrac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

$$=\frac{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

ដូចនេះ $E=\sqrt{a}-\sqrt{b}$, $F=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ។

គណនា $E+F$ និង $E\cdot F$

$$E+F=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)+\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$$
$$=\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{a}$$
$$E\cdot F=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\times\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$$
$$=\sqrt{a}^2-\sqrt{b}^2=a-b$$

ដូចនេះ $E+F=2\sqrt{a}$ & $E\cdot F=a-b$ ។

២០៤ **គណនាតម្លៃនៃកន្សោម** A :

យើងមាន :

$$A=x^n-100x^{n-1}+x^{n-2}-100x^{n-3}+x^{n-4}-100x^{n-5}$$
$$=\left(x^n-100x^{n-1}\right)+\left(x^{n-2}-100x^{n-3}\right)+\left(x^{n-4}-100x^{n-5}\right)$$
$$=x^n-100x^{n-1}+x^{n-2}-100x^{n-3}+x^{n-4}-100x^{n-5}$$
$$=x^{n-1}(x-100)+x^{n-3}(x-100)+x^{n-5}(x-100)$$
$$=(x-100)\left(x^{n-1}+x^{n-3}+x^{n-5}\right)$$

ចំពោះ $x=100$

នាំឱ្យ $A=(100-100)\left(100^{n-1}+100^{n-3}+100^{n-5}\right)=0$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $A=0$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២០៥ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម A :

យើងមាន $A=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-\sqrt[3]{8}}}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-\sqrt[3]{8}}}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+\sqrt{27-2}}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-\sqrt{20+5}}}$

$=\sqrt[3]{22+\sqrt{30-5}}$

$=\sqrt[3]{22+5}$

$=3$

ដូចនេះ **គណនាបាន $A=3$** ។

២០៦ គណនាតម្លៃនៃ a និង b

បម្រាប់ a និង b ជាចំនួនគត់

ដោយ $a^2-b^2=321>0$ មានន័យថា a ជាចំនួនធំជាង b ហើយសន្និដ្ឋានថា $b=a-1$ ព្រោះ វាជាចំនួនគត់តគ្នា

យើងបាន : $a^2-(a-1)^2=321$

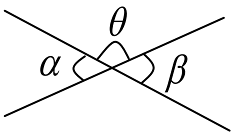
$$a^2-(a-1)^2=321$$
$$a^2-(a^2-2a+1)=321$$
$$a^2-a^2+2a-1=321$$
$$a=\frac{322}{2}=161$$

នាំឱ្យ $b=a-1=161-1=160$

ដូចនេះ **តម្លៃគណនាបានគឺ $a=161\,,\ b=160$** ។

២០៧ មុំទល់កំពូលជាអ្វី?

មុំទល់កំពូល ជាមុំមានកំពូលរួមគ្នា ហើយជ្រុងនៃមុំនីមួយៗ ផ្គុំគ្នាបង្កើតបានបន្ទាត់ពីរកាត់គ្នា និងរង្វាស់មុំទាំងពីរប៉ុនគ្នា ។



យើងនឹងស្រាយថា មុំទល់កំពូល α និង β ជាមុំប៉ុនគ្នា

ដោយ $\alpha+\theta=180^o$ និង $\beta+\theta=180^o$ ព្រោះជាមុំរាប

សិក្សាផលដក :

$$-\begin{cases}\alpha+\theta=180^o\\ \beta+\theta=180^o\end{cases}$$
$$\alpha-\beta=0 \quad\Rightarrow\quad \alpha=\beta$$

ដូចនេះ **មុំទល់កំពូល $\alpha=\beta$** ។

២០៨ រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n :

យើងមាន : $x^2+x+6=n^2$

គុណនឹង4 : $4x^2+4x+24=4n^2$

$$(4x^2+4x+1)+23=4n^2$$
$$(2n)^2-(2x+1)^2=23$$
$$(2n-2x-1)(2n+2x+1)=1\times 23$$

បម្រាប់ : x និង n ជាចំនួនគត់

ហើយ $n>x$ នោះយើងបាន :

$$+\begin{cases}2n-2x-1=1\\ 2n+2x+1=23\end{cases}$$
$$4n=24 \quad\Rightarrow\quad n=6$$

-ចំពោះ $n=6$ យើងបានសមីការ :

$$x^2+x+6=6^2$$
$$x^2+x-30=0$$

ដោយ $5+(-6)=-1$ & $5(-6)=-30$

តាមទ្រឹស្តីបទវៀត នោះ 5 & -6 ជាឫសគត់នៃសមីការ

ដូចនេះ **តម្លៃដែលកំណត់បានគឺ $n=6$** ។

២០៩ ប្រៀបធៀបកន្សោម $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ និង $\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$

ពិនិត្យ : $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}=\frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)}$

$$=\frac{(a+b)}{(a-b)}$$
$$=\frac{(a+b)}{(a-b)}+\frac{(a-b)}{(a-b)}=\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$$

ចំពោះ គ្រប់ចំនួនពិត a និង b ដែល $a\neq b$ នោះ :

$\frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}>\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2} \Leftrightarrow a^2+b^2>a^2-b^2 \Rightarrow 2b^2>0$ ពិត

www.facebook.com/7khmer

fb : Entertainment And Knowledge

ដោយ $\frac{(a+b)^2}{(a-b)} = \frac{a^2-b^2}{(a-b)^2} < \frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$

ដូចនេះ **ប្រៀបធៀបបាន $\frac{(a+b)^2}{(a-b)} < \frac{a^2+b^2}{(a-b)^2}$** ។

២១០ ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ $x=1$ ជាឫស

យើងមាន : $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$ (*)

បើ $x=1$ ជាឫសនៃសមីការយើងបាន :

$$(m+1)1^2-(m+3)1+3-m=0$$
$$m+1-m-3+3-m=0$$
$$1-m=0$$
$$m=1$$

ចំពោះ $m=1$ សមីការ (*) ទៅជា :

$$(1+1)x^2-(1+3)x+3-1=0$$
$$2x^2-4x+2=0$$
$$x^2-2x+1=0$$

មាន $a+b+c=1+(-2)+1=0$ (ជាករណីពិសេស)

នាំឱ្យ $x_1=1$, $x_2=\frac{c}{a}=\frac{1}{1}=1$

ដូចនេះ **តម្លៃ $m=1$ និងឫសមួយទៀតគឺ $x=1$** ។

ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប

សមីការ $(m+1)x^2-(m+3)x+3-m=0$ (*)

មាន $\Delta=b^2-4ac$

$$=[-(m+3)]^2-4(m+1)(3-m)$$
$$=m^2+6m+9-12m+4m^2-12+4m$$
$$=5m^2-2m-3$$

ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសឌុប លុះត្រាតែ $\begin{cases} a>0 \\ \Delta=0 \end{cases}$

នាំឱ្យ $\begin{cases} m+1>0 \\ 5m^2-2m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ 5m^2-2m-3=0 \end{cases}$

សម្រាប់ : $5m^2-2m-3=0$ មាន $a+b+c=0$

នាំឱ្យសមីការមានឫស : $m_1=1$, $m_2=\frac{c}{a}=\frac{-3}{5}$

យើងនឹងរក ឫសឌុបចំពោះតម្លៃ m នីមួយៗដែលរកបាន

-ចំពោះ $m_1=1$: ដូចមាននៅសំណួរ ក. បង្ហាញរួច

នោះសមីការមានឫសឌុបគឺ $x_1=x_2=1$

-ចំពោះ $m_2=\frac{-3}{5}$ សមីការ (*) ទៅជា :

$$\left(-\frac{3}{5}+1\right)x^2-\left(-\frac{3}{5}+3\right)x+3-\left(-\frac{3}{5}\right)=0$$
$$\frac{2}{5}x^2-\frac{12}{5}x+\frac{18}{5}=0$$
$$\frac{2}{5}(x^2-6x+9)=0$$
$$(x^2-6x+9)=0$$
$$(x-3)^2=0$$

នាំឱ្យ សមីការមានឫសឌុបគឺ $x_1=x_2=3$

ដូចនេះ **តម្លៃកំណត់បាន $m_1=1$, $m_2=\frac{c}{a}=\frac{-3}{5}$ និងឫសឌុប $x_1=x_2=1$ ឬ $x_1=x_2=3$** ។

២១១ រកពីរចំនួន x និង y

យើងស្គាល់ : $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ xy=12 \end{cases}$ យើងបាន

$$-\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 2xy=24 \end{cases}$$
$$x^2-2xy+y^2=1$$
$$(x-y)^2=1$$
$$x-y=\pm1$$

-ចំពោះ $x-y=1 \Rightarrow x=y+1$

នាំឱ្យ $(y+1)y=12 \Leftrightarrow y^2+y-12=0$

មាន $y_1=\frac{-1-\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{-1-\sqrt{49}}{2}=\frac{-8}{2}=-4$

$y_2=\frac{-1+\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{-1+\sqrt{49}}{2}=\frac{6}{2}=3$

បើ $y_1=-4: x=\frac{12}{-4}=-3$ ហើយ $y_2=3$: $x=\frac{12}{3}=4$

-ចំពោះ $x-y=-1 \Rightarrow x=y-1$

នាំឱ្យ $(y-1)y=12 \Leftrightarrow y^2-y-12=0$

មាន $y_3=\frac{-(-1)-\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{1-7}{2}=-3$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$y_2=\frac{-(-1)+\sqrt{1^2-4(-14)}}{2}=\frac{1+7}{2}=4$$

បើ $y_3=-3: x=\frac{12}{-3}=-4$ ហើយ $y_4=4: x=\frac{12}{4}=3$

ដូចនេះ ពីរចំនួនដែលកំណត់បានគឺ : $\begin{cases} x=3, y=4 \\ x=-3, y=-4 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x=4, y=3 \\ x=-4, y=-3 \end{cases}$ ។

២១២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 & (1) \\ x^2+y^2+xy=7 & (2) \end{cases}$

តាង $S=x+y$ និង $P=xy$

តាម (1) : $x^2+2xy+y^2-2xy+x+y=8$

$$(x+y)^2-2xy+(x+y)=8$$

$$S^2-2P+S=8 \quad (3)$$

តាម (2) : $x^2+y^2+xy=7$

$$x^2+2xy+y^2-2xy+xy=7$$

$$(x+y)^2-xy=7$$

$$S^2-P=7$$

$$P=S^2-7 \quad (4)$$

យក (4) ជំនួសក្នុង (3) យើងបាន :

$$S^2-2P+S=8$$

$$S^2-2(S^2-7)+S=8$$

$$S^2-2S^2+14+S=8$$

$$-S^2+S+6=0$$

$$S^2-S-6=0$$

នាំឱ្យ $S_1=\frac{-(-1)\pm\sqrt{1+24}}{2}=\begin{cases}-2\\3\end{cases}$

តាម (4) បើ $\begin{cases} S=-2 \ : \ P=(-2)^2-7=-3 \\ S=3 \ : \ P=(3)^2-7=2 \end{cases}$

-ចំពោះ $S=-2$ & $P=-3$ យើងបាន $\begin{cases} x+y=-2 \\ xy=-3 \end{cases}$

x & y ជាឬសនៃសមីការ $X^2+2X-3=0$

មាន $a+b+c=0$ នោះសមីការមានឬស :

$x=1, y=-3$ ឬ $x=-3, y=1$

-ចំពោះ $S=3$ & $P=2$ យើងបាន $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases}$

x & y ជាឬសនៃសមីការ $X^2-3X+2=0$

មាន $a+b+c=0$ នោះសមីការមានឬស :

$x=1, y=2$ ឬ $x=2, y=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយបួនគូ :

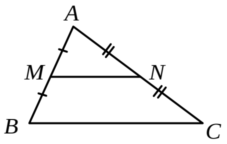
$x=1, y=-3$ ឬ $x=-3, y=1$

$x=1, y=2$ ឬ $x=2, y=1$ ។

២១៣ បាតមធ្យមនៃត្រីកោណគឺជាអ្វី?

បាតមធ្យមនៃត្រីកោណ គឺជាអង្កត់ដែលគូសភ្ជាប់ពីចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងពីររបស់ត្រីកោណ ហើយវាស្របនឹងជ្រុងទី3 នៃត្រីកោណនេះ និងមានតម្លៃស្មើពាក់កណ្ដាលជ្រុងទី3 ។

យើងនឹងបង្ហាញថា $MN=\frac{BC}{2}$



តាមនិយមន័យ

$AM=\frac{AB}{2}$, $AN=\frac{AC}{2}$ និងមាន MN ស្របនឹង BC

-ត្រីកោណ : ΔABC & ΔAMN មាន :

មុំ $AMN=ABC$, មុំ $ANM=ACB$ (មុំត្រូវគ្នា)

នាំឱ្យ $\left.\begin{matrix}\Delta AMN\\ \Delta ABC\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{MN}{BC}=\frac{AM}{AB}$

នាំឱ្យ $MN=\frac{BC\cdot AM}{AB}=\frac{BC\cdot AM}{2AM}=\frac{BC}{2}$

ដូចនេះ បាតមធ្យមនៃត្រីកោណកោណស្មើពាក់កណ្ដាលនៃបាតទី3 ដែលស្របនឹងវា ។

២១៤ រកចំនួនគត់ n ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7}<\frac{n}{12}<\frac{4}{5}$

យើងមាន $\frac{2}{7}<\frac{n}{12}<\frac{4}{5}$ ឬអាចសរសេរ $\frac{24}{7}<n<\frac{48}{5}$

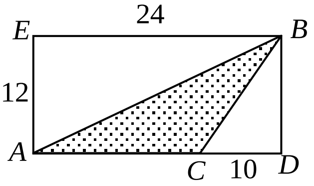
សមមូល $3+\frac{3}{7}<n<9+\frac{3}{5}$

នាំឱ្យ ចំនួនគត់ផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ $n=4,5,6,7,8,9$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ដូចនេះ | ចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ $n=4,5,6,7,8,9$ | ។

២១៥ រកភាគដែលនៅសល់



-ត្រីកោណកែង AEB :

$$S_{AEB}=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 24=144$$

- ត្រីកោណកែង BDC :

$$S_{BDC}=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 12=60$$

ភាគនៅសល់ $=S_{AEB}+S_{BDC}=144+60=204$ ភាគ

ដូចនេះ | ភាគដែលនៅសល់គឺ 204 ភាគ | ។

២១៦ ទាញរក $\frac{1}{x+2012}=?$

យើងមាន : $\frac{1}{x+2011}=2011$

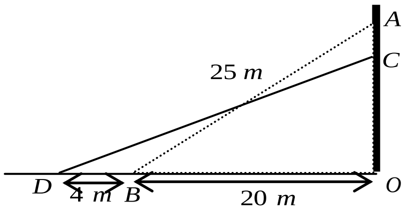
សមមូល $x+2011=\frac{1}{2011}$ ឬ $x=\frac{1}{2011}-2011$

នាំឱ្យ $$\frac{1}{x+2012}=\frac{1}{\frac{1}{2011}-2011+2012}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{2011}+1}=\frac{1}{\frac{1+2011}{2011}}=\frac{2011}{2012}$$

ដូចនេះ | ទាញបាន $\frac{1}{x+2012}=\frac{2011}{2012}$ | ។

២១៧ រកប្រវែងដែលចុងរបាធ្លាក់ចុះ



ប្រវែងចុងរបាធ្លាក់ចុះគឺ $AC=AO-CO$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

-ចំពោះត្រីកោណកែង AOB មាន :

$$AO^2=AB^2-OB^2$$

$$\Rightarrow \quad AO=\sqrt{AB^2-OB^2}$$

$$=\sqrt{25^2-20^2}=\sqrt{625-400}=\sqrt{225}$$

$$=15\ m$$

-ចំពោះត្រីកោណកែង COD មាន :

$$CO^2=CD^2-OD^2$$

$$\Rightarrow \quad CO=\sqrt{CD^2-OD^2}$$

$$=\sqrt{25^2-24^2}=\sqrt{625-576}=\sqrt{49}$$

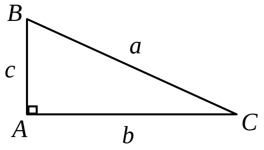
$$=7m$$

យើងបាន $AC=AO-CO=15m-7m=8m$

ដូចនេះ | ប្រវែងចុងរបាធ្លាក់ចុះគឺ $AC=8m$ | ។

២១៨ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ

តាងរូបត្រីកោណនោះដូចរូបខាងក្រោម :



តាមបម្រាប់ប្រធាន

-បរិមាត្រ $a+b+c=60\ cm$

-ក្រឡាផ្ទៃ $\frac{1}{2}bc=120 \Leftrightarrow bc=240cm^2$

-តាមពីតាគ័រ $a^2=b^2+c^2$

សរុបមកយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} a+b+c=60 & (1) \\ bc=240 & (2) \\ a^2=b^2+c^2 & (3) \end{cases}$

តាម (1): $a+b=60-c$

$$(b+c)^2=(60-a)^2$$

$$b^2+c^2+2bc=3600-120a+a^2$$

$$b^2+c^2=3600-120a+a^2-2bc \quad (4)$$

ដោយយក (2) និង (3) ជំនួសក្នុង (4)

$$a^2=3600-120a+a^2-2\cdot 240$$

$$120a=3600-480$$

$$a=\frac{3120}{120}=26$$

នាំឱ្យ $\begin{cases} b+c=60-26=34 \\ bc=240 \end{cases}$

តាមវ្យែត b និង c ជាឫសនៃសមីការ :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$x^2-34x+240=0$

មាន $\Delta'=b'^2-ac=(-17)^2-240=289-240=7^2$

នាំឱ្យ $b=\dfrac{-(-17)-7}{1}=10$, $c=\dfrac{-(-17)+7}{1}=24$

ឬអាច $c=\dfrac{-(-17)-7}{1}=10$, $b=\dfrac{-(-17)+7}{1}=24$

ដូចនេះ

រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណគឺ
$10cm$, $24cm$, $26cm$

។

២១៩ បង្ហាញថាត្រីកោណមានមុំទាំងបីជាត្រីកោណកែង

បម្រាប់មុំទាំងបីគឺ α , 2α និង 3α

ដោយយើងដឹងថាផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ 180°

យើងបាន $\alpha+2\alpha+3\alpha=180^o$

$$6\alpha=180^o \quad\Rightarrow\quad \alpha=30^o$$

មុំទាំងបីនៃត្រីកោណនេះគឺ

$\alpha=30^o$, $2\alpha=60^o$, $3\alpha=90^o$

ត្រីកោណនេះមានមុំមួយមានរង្វាស់ 90° វាជាត្រីកោណកែង

ដូចនេះ

ត្រីកោណមានមុំទាំងបីជាត្រីកោណកែង

។

២២០ រក $f(9)$

យើងមាន $f(x)\cdot f(x+1)=9$ និង $f(3)=81$ នាំឱ្យ

$$f(3)\cdot f(4)=9 \quad\Rightarrow\quad f(4)=\frac{9}{f(3)}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$$

$$f(4)\cdot f(5)=9 \quad\Rightarrow\quad f(5)=\frac{9}{f(4)}=\frac{9}{1/9}=81$$

$$f(5)\cdot f(6)=9 \quad\Rightarrow\quad f(6)=\frac{9}{f(5)}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$$

$$f(6)\cdot f(7)=9 \quad\Rightarrow\quad f(7)=\frac{9}{f(6)}=\frac{9}{1/9}=81$$

$$f(7)\cdot f(8)=9 \quad\Rightarrow\quad f(8)=\frac{9}{f(7)}=\frac{9}{81}=\frac{1}{9}$$

$$f(8)\cdot f(9)=9 \quad\Rightarrow\quad f(9)=\frac{9}{f(8)}=\frac{9}{1/9}=81$$

ដូចនេះ

រកបាន $f(9)=81$

។

២២១ ក. រកប្រភាគតាងចម្ងាយផ្លូវដែលសុខត្រូវដើរ

-បម្រាប់ : សុខធ្វើដំណើរដោយរថយន្តបាន $\dfrac{3}{8}=\dfrac{15}{40}$

សុខធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូបាន $\dfrac{3}{5}=\dfrac{24}{40}$

នាំឱ្យ ការធ្វើដំណើរតាមរថយន្ត និងម៉ូតូគឺៈ $\dfrac{15}{40}+\dfrac{24}{40}=\dfrac{39}{40}$

នោះ ការធ្វើដំណើរដោយថ្មើរជើងគឺ $\dfrac{40}{40}-\dfrac{39}{40}=\dfrac{1}{40}$

ដូចនេះ

ប្រភាគតាងការធ្វើដំណើរដោយថ្មើរជើងគឺ $\dfrac{1}{40}$

។

ខ. រកចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់បើសុខដើរបាន $2\ km$

សុខដើរបាន $2\ km$ ត្រូវនឹងប្រភាគ $\dfrac{1}{40}$

មានន័យថា $\dfrac{1}{40}=2\ km$ ចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់គឺ

$\dfrac{40}{40}=40\times 2\ km=80\ km$

ដូចនេះ

ចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់គឺ $80\ km$

។

២២២ ក. សរសេរ $45m$ ជាភាគរយនៃ $1km$

ដោយ $1\ km=1000\,m$

យើងបាន $45\times\dfrac{1}{1000}=\dfrac{45}{1000}=\dfrac{4.5}{100}=4.5\%$

ដូចនេះ

យើងសរសេរបាន 4.5%

។

ខ. សរសេរ $1kg$ ជាភាគរយនៃ $800\,g$

ដោយ $1kg=1000g$

យើងបាន $1000\times\dfrac{1}{800}=\dfrac{1000}{8}\times\dfrac{1}{100}=\dfrac{125}{100}=125\%$

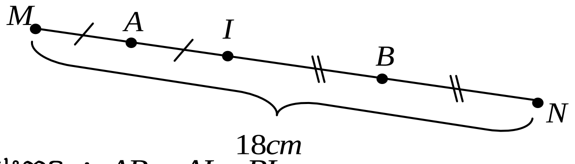
ដូចនេះ

យើងសរសេរបាន 125%

។

២២៣ គណនាប្រវែង AB :

បម្រាប់ : $MN=18cm$



យើងបាន : $AB=AI+BI$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ដោយ A និង B ជាចំណុចកណ្ដាល រៀងគ្នានៃ MI និង NI

នាំឱ្យ $AI=\dfrac{MI}{2}$ និង $BI=\dfrac{NI}{2}$

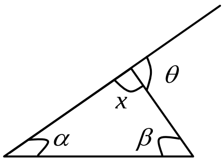
នោះ $AB=\dfrac{MI}{2}+\dfrac{NI}{2}$

$$=\frac{MI+NI}{2}=\frac{MN}{2}=\frac{18\,cm}{2}=9\,cm$$

ដូចនេះ ប្រវែងគណនាបានគឺ $AB=9cm$ ។

២២៤ ស្រាយបញ្ជាក់ថាផលបូកមុំក្នុងពីរស្មើមុំក្រៅមួយ

ឧបមាថា យើងមានត្រីកោណ និង មុំ ដូចរូបខាងស្ដាំ ☞



យើងនឹងបង្ហាញថា $\alpha+\beta=\theta$

-ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ 180°

នោះ $\alpha+\beta+x=180^o$

-ហើយមុំ $x+\theta=180^o$ ព្រោះវាជាមុំរាប

សិក្សាផលដក :

$$-\begin{cases}\alpha+\beta+x=180^o\\ \quad\quad x+\theta=180^o\end{cases}$$

$$\alpha+\beta-\theta=0 \quad\Rightarrow\quad \alpha+\beta=\theta$$

ដូចនេះ ផលបូកមុំក្នុងពីរនៃត្រីកោណស្មើមុំក្រៅមួយ ដែលមិនជាប់នឹងវា ។

២២៥ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម A :

យើងមាន :

$$A=\left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt3}}}}-4\right]^{2011^{2012}}$$

ពិនិត្យ : $\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt3}}}}-4$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{48-10\sqrt{2^2+4\sqrt3+\sqrt3^2}}}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{48-10\sqrt{(2+\sqrt3)^2}}}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{48-10(2+\sqrt3)}}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{28-10\sqrt3}}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{5^2-10\sqrt3+(\sqrt3)^2}}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5\sqrt{(5-\sqrt3)^2}}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+5(5-\sqrt3)}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt3+25-5\sqrt3}}-4$$

$$=\sqrt{4+\sqrt{25}}-4$$

$$=\sqrt{4+5}-4$$

$$=-1$$

នាំឱ្យ $A=[-1]^{2011^{2012}}$

ដោយ ស្វ័យគុណនៃ 2011 ជាចំនួនមានលេខ 1 ចុងជានិច្ច

នាំឱ្យ $A=2011^{2012}=\dots1$ ជាចំនួនសេស

យើងបាន $A=[-1]^{2011^{2012}}=-1$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $A=-1$ ។

២២៦ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

រំលឹករាងសមីការដឺក្រេទី៣ : តាមទ្រឹស្ដីបទវ្យែត សមីការ មានរាង

$X^3-SX^2+RX-P=0$ ដែល a,b,c ជាឫស :

$$\begin{cases}S=a+b+c\\ R=ab+ac+bc\\ P=abc\end{cases}$$ ។ អ្នកអាចផ្ទៀងផ្ទាត់រាងខាងលើ

ដោយការពន្លាតកន្សោម $(x-a)(x-b)(x-c)=0$ ។

យើងមាន $\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7\\ 2^{-x}+2^{-y}+2^{-z}=\dfrac{7}{4}\\ x+y+z=3\end{cases}$

$$\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7\\ \dfrac{1}{2^x}+\dfrac{1}{2^y}+\dfrac{1}{2^z}=\dfrac{7}{4}\\ 2^{x+y+z}=2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^x+2^y+2^z=7\\ \dfrac{2^y2^z+2^x2^z+2^x2^y}{2^x2^y2^z}=\dfrac{7}{4}\\ 2^x2^y2^z=8\end{cases}$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 \\ 2^y2^z+2^x2^z+2^x2^y=\frac{7}{4}\times 8 \\ 2^x2^y2^z=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x+2^y+2^z=7 \\ 2^y2^z+2^x2^z+2^x2^y=14 \\ 2^x2^y2^z=8 \end{cases}$$

ដើម្បីងាយស្រួល យើងតាង $a=2^x$, $b=2^y$, $c=2^z$

យើងបានប្រព័ន្ធថ្មី $\begin{cases} a+b+c=7 \\ bc+ac+ab=14 \\ abc=8 \end{cases}$ តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត

a,b,c ជាឬសនៃសមីការ $X^3-7X^2+14X-8=0$

(មានវិធីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទីពាតាម Cadan ប៉ុន្តែពុំមានក្នុងកម្មវិធីសិក្សារបស់ក្រសួងអប់រំ ដូចនេះយើងនៅតែដោះស្រាយដោយរបៀបទាញឬសងាយ ។ សូមចងចាំថា វាពុំមែនហួសសមត្ថភាពរបស់យើងទេ ព្រោះគេរៀបចំលំហាត់បានល្អណាស់)

សមីការខាងលើមានឬសងាយ : $X=1$

ក្រោយពីចែកពហុធា $X^3-7X^2+14X-8=0$ និង $X=1$

យើងបាន : $(X-1)(X^2-6X+8)=0$

$$(X-1)(X-2)(X-4)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases} X-1=0 \\ X-2=0 \\ X-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X=a=1 \\ X=b=2 \\ X=c=4 \end{cases}$

យើងបាន $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x=2^0 \\ 2^y=2^1 \\ 2^z=2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានឬស $\{x,y,z\}=\{0,1,2\}$ ។

២២៧ គណនា $\left(\frac{2a}{b}\right)^{2011}$

គេឱ្យ $a+\sqrt{b}=\sqrt{15+\sqrt{216}}$

$$a+\sqrt{b}=\sqrt{9+\sqrt{36\cdot 6}+6}$$
$$=\sqrt{3^2+6\sqrt{6}+\sqrt{6}^2}$$
$$=\sqrt{\left(3+\sqrt{6}\right)^2}$$
$$=3+\sqrt{6}$$

កន្សោមនៃអង្គទាំងពីរមានទម្រង់ដូចគ្នា និង a និង b ជាពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន នាំឱ្យយើងទាញបានករណីតែមួយគត់គឺ :

$$a=3 \ \& \ b=6$$

ចំពោះ $a=3 \ \& \ b=6$ យើងបាន :

$$\left(\frac{2a}{b}\right)^{2011}=\left(\frac{2\cdot 3}{6}\right)^{2011}=\left(\frac{6}{6}\right)^{2011}=1^{2011}=1$$

ដូចនេះ គណនាបាន $\left(\frac{2a}{b}\right)^{2011}=1$ ។

២២៨ រកចំនួនខ្ទង់នៃផ្នែកគត់នៃចំនួន $A=2^{2011}$

យើងមាន : $A=2^{2011}$ ដោយបំពាក់លោការីតគោល10

យើងបាន : $\log A=\log 2^{2011}$

$$\log A=2011\cdot\log 2$$

បម្រាប់ : $\log 2\approx 0.301$

នាំឱ្យ $\log A=2011\cdot 0.301$

$$\log A=605.311$$

ដោយចំនួន $605<605.311<606$

នាំឱ្យ $605<\log A<606$

$$10^{605}<A<10^{606}$$

ដោយ 10^{605} ជាចំនួនមានលេខ 606ខ្ទង់ ហើយចំនួន 10^{606} ជាចំនួនមានលេខ 607ខ្ទង់

ទាញបាន A ជាចំនួនដែលមានលេខ 606ខ្ទង់

ដូចនេះ $A=2^{2011}$ ជាចំនួនដែលមានផ្នែកគត់ 606ខ្ទង់ ។

២២៩ ដោះស្រាយសមីការ $\frac{3\sqrt{x}-5}{2}-\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$

យើងមាន $\frac{3\sqrt{x}-5}{2}-\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$, $x\geq 0$

$$\frac{3\left(3\sqrt{x}-5\right)}{6}-\frac{2\left(2\sqrt{x}-7\right)}{6}=\frac{6\left(\sqrt{x}-1\right)}{6}$$
$$3\left(3\sqrt{x}-5\right)-2\left(2\sqrt{x}-7\right)=6\left(\sqrt{x}-1\right)$$
$$9\sqrt{x}-15-4\sqrt{x}+14=6\sqrt{x}-6$$
$$5\sqrt{x}-1=6\sqrt{x}-6$$
$$\sqrt{x}=5$$
$$x=25$$

ចំពោះ $x=25$ ក្រោយពីផ្ទៀងផ្ទាត់ 4=4 ពិត

ដូចនេះ សមីការមានឬស $x=25$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៣០ ប្រៀបធៀប ab និង $PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)$

យើងមាន $a=90$, $b=280$ ដោយបំបែកជាកត្តាបឋម :

$a=90$	2		$b=280$	2
45	3		140	2
15	3		70	2
5	5		35	5
1			7	7
			1	

នាំឱ្យ $a=90=2\cdot 3^2\cdot 5$ និង $b=280=2^3\cdot 5\cdot 7$

យើងបាន : • $ab=90\times 280=25200$

• $PGCD(a,b)=2\times 5=10$

• $PPCM(a,b)=2^3\times 3^2\times 5\times 7=2520$

នោះ $PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)=10\times 2520=25200$

ឃើញថា $ab=PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)=25200$

ដូចនេះ យើងប្រៀបធៀបបាន $ab=PGCD(a,b)\times PPCM(a,b)$ ។

២៣១ ផ្ទៀងផ្ទាត់ឯកលក្ខណៈភាព

$(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

ពិនិត្យ : $(1+\sin x+\cos x)^2$

តាមរូបមន្ត $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

ដោយពន្លាតតាមរូបមន្តខាងលើ យើងបាន :

$$\begin{aligned}
&(1+\sin x+\cos x)^2\\
&=1^2+\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x+2\cos x+2\sin x\cos x\\
&=1^2+1+2\sin x+2\cos x+2\sin x\cos x\\
&=2(1+\sin x+\cos x+\sin x\cos x)\\
&=2[(1+\sin x)+(\cos x+\sin x\cos x)]\\
&=2[(1+\sin x)+\cos x(1+\sin x)]\\
&=2(1+\sin x)(1+\cos x)
\end{aligned}$$

ព្រោះ ដោយសារ $\sin^2 x+\cos^2 x=1$

នាំឱ្យ $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

ដូចនេះ $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$ ។

២៣២ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases}x+y=4\\ xy-z^2+6z=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=4\\ xy=z^2-6z+13\end{cases}$

ដោយស្គាល់ផលបូក និងផលគុណ យើងបង្កើតបានសមីការ

$X^2-4X+(z^2-6z+13)=0$ ដែលមាន $x\,\&\,y$ ជាឬស

មាន $\Delta'=b'^2-ac$

$$\begin{aligned}
&=(-2)^2-(z^2-6z+13)\\
&=4-z^2+6z-13\\
&=-z^2+6z-9\\
&=-(z^2-6z+9)\\
&=-(z-3)^2
\end{aligned}$$

ដោយ $-(z-3)^2\le 0$ មានតែមួយករណីគត់ ដែលនាំឱ្យ

សមីការមានឬសគឺ $-(z-3)^2=0$ នោះ $z=3$

-ចំពោះ $z=3$ យើងបានសមីការថ្មី :

$$\begin{aligned}
X^2-4X+(3^2-6\cdot 3+13)&=0\\
X^2-4X+4&=0\\
(X-2)^2&=0
\end{aligned}$$

សមីការមានឬសឌុប $X_1=X_2=2$

យើងបានឬសនៃសមីការគឺ : $\begin{cases}X_1=x=2\\ X_2=y=2\end{cases}$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $x=2\,,y=2\,,z=3$ ។

២៣៣ បែងចែកនិមិត្តសញ្ញាលោការីត

យើងមាននិមិត្តសញ្ញាលោការីតដូចខាងក្រោម :

$Logx$, $\log x$, $\lg x$, $\ln x$, $\log_{10} x$, $\log_e x$

តាមការប្រើប្រាស់ របស់អ្នកគណិតវិទ្យានិមិត្តសញ្ញា :

- លោការីតទស្សភាគ ឬ លោការីតគោល ១០រួមមាន :

$\log x$, $\lg x$, $\log_{10} x$

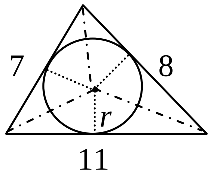
- លោការីតនេពែ ឬ លោការីតគោល e រួមមាន :

$Logx$, $\ln x$, $\log_e x$ ។

(លំហាត់ខាងលើ គ្រាន់តែចង់បង្ហាញពីនិមិត្តសញ្ញាលោការីត)

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៣៨ រកក្រឡាផ្ទៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ



-តាមរូបមន្តហេរុង ផ្ទៃនៃត្រីកោណគឺ

$S_\Delta=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

ដែលមាន a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុង

ហើយ $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ ជាកន្លះបរិមាត្រ

-សម្មតិកម្ម : ត្រីកោណមានរង្វាស់ជ្រុង 7 , 8 និង 11

នោះ $p=\dfrac{7+8+11}{2}=13$

យើងបាន : $S_\Delta=\sqrt{13(13-7)(13-8)(13-11)}$

$=\sqrt{13\times6\times5\times2}$

$=2\sqrt{13\times15}$

-ផ្ទៃត្រីកោណធំ បានពីផលបូកផ្ទៃត្រីកោណតូចៗបីដែលមានរង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗជាបាត និងកាំរង្វង់ r នៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ជាកម្ពស់ យើងបាន :

$$S_\Delta=\left(\frac{1}{2}\times7\times r\right)+\left(\frac{1}{2}\times8\times r\right)+\left(\frac{1}{2}\times11\times r\right)$$

$$=\frac{7r}{2}+\frac{8r}{2}+\frac{11r}{2}=13r$$

នាំឱ្យ $13r=2\sqrt{13\times15}\quad\Rightarrow\quad r=\dfrac{2\sqrt{13\times15}}{13}$

-ផ្ទៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណគឺ $S_O=\pi r^2$

$$S_O=\pi\left(\frac{2\sqrt{13\times15}}{13}\right)^2$$

$$=\pi\cdot\frac{4\times13\times15}{13^2}=\frac{60\pi}{13}$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡារង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណគឺ $S_O=\dfrac{60\pi}{13}$ ។

២៣៩ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}$

តាមរូបមន្តឯកលក្ខណ:ភាព

$$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(a+c)$$

សម្មតិកម្ម : $a+b+c=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$

នាំឱ្យ $1^3=1+3(a+b)(b+c)(a+c)$

$$3(a+b)(b+c)(a+c)=0$$

$$(a+b)(b+c)(a+c)=0$$

ទាញបាន $\begin{cases}a+b=0\\ b+c=0\\ a+c=0\end{cases}$

-ចំពោះ $a+b=0$ តាមបម្រាប់ $a+b+c=1$ នោះ $c=1$

ហើយ $a^2+b^2+c^2=1$ នោះ $a^2+b^2=0$ ទាញបាន

$a=0$, $b=0$ យើងគណនាតម្លៃនៃកន្សោម :

$$P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}=0^{2010}+0^{2011}+1^{2012}=1$$

-ចំពោះ $b+c=0$ តាមបម្រាប់ $a+b+c=1$ នោះ $a=1$

ហើយ $a^2+b^2+c^2=1$ នោះ $b^2+c^2=0$ ទាញបាន

$b=0$, $c=0$ យើងគណនាតម្លៃនៃកន្សោម :

$$P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}=1^{2010}+0^{2011}+0^{2012}=1$$

-ចំពោះ $a+c=0$ តាមបម្រាប់ $a+b+c=1$ នោះ $b=1$

ហើយ $a^2+b^2+c^2=1$ នោះ $a^2+c^2=0$ ទាញបាន

$a=0$, $c=0$ យើងគណនាតម្លៃនៃកន្សោម :

$$P=a^{2010}+b^{2011}+c^{2012}=0^{2010}+1^{2011}+0^{2012}=1$$

សរុបមក ទោះជាករណីណាក៏ដោយ $P=1$ ជានិច្ច

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $P=1$ ។

២៤០ បង្ហាញថា $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$

យើងមាន $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$

$$a^2-a+b^2-b+c^2-c+d^2-d+1\geq0$$

$$\left(a^2-a+\frac{1}{4}\right)+\left(b^2-b+\frac{1}{4}\right)+\left(c^2-c+\frac{1}{4}\right)+\left(d^2-d+\frac{1}{4}\right)\geq0$$

$$\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2+\left(c-\frac{1}{2}\right)^2+\left(d-\frac{1}{2}\right)^2\geq0$$

ដោយ $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2\geq0$, $\left(b-\frac{1}{2}\right)^2\geq0$, $\left(c-\frac{1}{2}\right)^2\geq0$, $\left(d-\frac{1}{2}\right)^2\geq0$

នាំឱ្យ $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2+\left(c-\frac{1}{2}\right)^2+\left(d-\frac{1}{2}\right)^2\geq0$ ពិតជានិច្ច

ដូចនេះ $a^2+b^2+c^2+d^2+1\geq a+b+c+d$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៣៧ រកអាយុម្នាក់ៗ

តាង a ជាអាយុឪពុក និង b,c,d ជាអាយុកូនទាំងបី

បម្រាប់ : អាយុអ្នកទាំងបួនមានសមាមាត្រ $15\,,7\,,5\,,4$

បើតាង x ជាផលធៀបសមាមាត្រអាយុអ្នកទាំងបួន

យើងបាន : $\frac{a}{15}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}=\frac{d}{4}=x$

ទាញបាន : $\frac{a}{15}=x \Rightarrow a=15x$ $\qquad \frac{b}{7}=x \Rightarrow b=7x$

$\frac{c}{5}=x \Rightarrow c=5x$ $\qquad \frac{d}{4}=x \Rightarrow d=4x$

សម្មតិកម្មៈ អាយុឪពុកតិចជាងផលបូកអាយុកូនទាំងបី 3ឆ្នាំ

យើងបាន $a+3=b+c+d$

$$15x+3=7x+5x+4x$$

$$x=3$$

នាំឱ្យ : $\frac{a}{15}=3 \Rightarrow a=45$ $\qquad \frac{b}{7}=3 \Rightarrow b=21$

$\frac{c}{5}=3 \Rightarrow c=15$ $\qquad \frac{d}{4}=3 \Rightarrow d=12$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $45+3=21+15+12 \Leftrightarrow 48=48$ ពិត

ដូចនេះ | ឪពុកមានអាយុ45ឆ្នាំ និងកូនទាំងបីមានអាយុរៀងគ្នាគឺ : 21ឆ្នាំ , 15ឆ្នាំ , 12ឆ្នាំ | ។

២៣៨ ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}$ និង $\left(\frac{225}{625}\right)^{50}$

ពិនិត្យ : $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}=\left(\left(\frac{3}{5}\right)^{2}\right)^{60}=\left(\frac{3}{5}\right)^{2\times 60}=\left(\frac{3}{5}\right)^{120}$

ហើយ $\left(\frac{225}{625}\right)^{50}=\left(\left(\frac{15}{25}\right)^{2}\right)^{50}=\left(\frac{3}{5}\right)^{2\times 50}=\left(\frac{3}{5}\right)^{100}$

ដោយ $\left(\frac{3}{5}\right)^{120}<\left(\frac{3}{5}\right)^{100}$ ព្រោះវាមានគោល $\frac{3}{5}<1$

នាំឱ្យ $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}=\left(\frac{3}{5}\right)^{120}<\left(\frac{3}{5}\right)^{100}=\left(\frac{225}{625}\right)^{50}$

ដូចនេះ | ក្រោយពីប្រៀបធៀប $\left(\frac{9}{25}\right)^{60}<\left(\frac{225}{625}\right)^{50}$ | ។

(លំហាត់ខាងលើមានច្រើននាក់ណាស់ ដែលច្រលំភ្លេចគិតថា គោលតូចជាង1)

២៣៩ ស្រាយបំភ្លឺថាគេបាន $\frac{ab}{cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

យើងមានសមាមាត្រ : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ សមមូល $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (1)

-គុណ (1) នឹង $\frac{b}{d}$ យើងបាន : $\frac{ab}{cd}=\frac{b^2}{d^2}$ (2)

-គុណ (1) នឹង $\frac{a}{c}$ យើងបាន : $\frac{a^2}{c^2}=\frac{ab}{cd}$ (3)

តាម (2) និង (3) យើងបានផលធៀបស្មើគ្នាគឺ :

$\frac{a^2}{c^2}=\frac{ab}{cd}=\frac{b^2}{d^2}$ ឬអាចសរសេរ $\frac{a^2}{c^2}=\frac{2ab}{2cd}=\frac{b^2}{d^2}$

យើងបាន $\frac{a^2}{c^2}=\frac{2ab}{2cd}=\frac{b^2}{d^2}=\frac{a^2+2ab+b^2}{c^2+2cd+d^2}$

$$=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$$

នាំឱ្យ $\frac{2ab}{2cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2} \Leftrightarrow \frac{ab}{cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$

ដូចនេះ | បង្ហាញបានថា $\frac{ab}{cd}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$ | ។

២៤០ រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នា

តាង x ជាចំនួនទី1 នោះចំនួនទី2 បន្ទាប់គឺ $x+1$

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងបាន :

$$(x+1)^2-x^2=321$$

$$x^2+2x+1-x^2=321$$

$$2x=321-1$$

$$x=\frac{320}{2}=160$$

ដោយ $x=160$ ជាចំនួនទី1 នោះចំនួនទី2 គឺ $x+1=161$

ដូចនេះ | ចំនួនគត់វិជ្ជមានតគ្នានោះគឺ 160 និង 161 | ។

២៤១ តើក្មេងណាឈ្នះ ហើយក្មេងណាចាញ់

តាង N ជាចំនួនឃ្លីសរុប មានន័យថា $A+B+C=N$

-មុនពេលលេង យើងមានសមាមាត្រ :

$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងអាចសរសេរបាន :

$$\frac{A}{3}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}=\frac{A+B+C}{3+4+5}=\frac{N}{12}$$

ទាញបាន :

- $\frac{A}{3}=\frac{N}{12} \Rightarrow A=\frac{3N}{12}=\frac{12N}{48}$
- $\frac{B}{4}=\frac{N}{12} \Rightarrow B=\frac{4N}{12}=\frac{16N}{48}$
- $\frac{C}{5}=\frac{N}{12} \Rightarrow C=\frac{5N}{12}=\frac{20N}{48}$

-ក្រោយពេលលេង យើងមានសមាមាត្រ :

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{16}=\frac{C}{17}$$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងអាចសរសេរបាន :

$$\frac{A}{15}=\frac{B}{16}=\frac{C}{17}=\frac{A+B+C}{15+16+17}=\frac{N}{48}$$

ទាញបាន :

- $\frac{A}{15}=\frac{N}{48} \Rightarrow A=\frac{15N}{48}$
- $\frac{B}{16}=\frac{N}{48} \Rightarrow B=\frac{16N}{48}$
- $\frac{C}{17}=\frac{N}{48} \Rightarrow C=\frac{17N}{48}$

-ប្រៀបធៀបមុនពេលលេង និងក្រោយពេលលេង :

ក្មេង A : $\frac{12N}{48}<\frac{15N}{48}$ មានន័យថា A ឈ្នះ

ក្មេង B : $\frac{16N}{48}=\frac{16N}{48}$ មានន័យថា B រួចខ្លួន

ក្មេង C : $\frac{20N}{48}>\frac{17N}{48}$ មានន័យថា C ចាញ់

ដូចនេះ ក្មេង : A ឈ្នះ , B រួចខ្លួន និង C ចាញ់ ។

២៤២ ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$$

$$-\frac{x}{3}\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$$

$$-\frac{x}{3}=1 \quad \Rightarrow x=-3$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-3$ ។

២៤៣ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

យើងមាន : $\begin{cases} x+xy+y=1 \\ y+yz+z=4 \\ z+zx+x=9 \end{cases}$ យើងបាន

$$\begin{cases} x+xy+y=1 \\ y+yz+z=4 \\ z+zx+x=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+xy+y+1=1+1 \\ y+yz+z+1=4+1 \\ z+zx+x+1=9+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(y+1)+(y+1)=2 \\ y(z+1)+(z+1)=5 \\ z(x+1)+(x+1)=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y+1)(x+1)=2 & (i) \\ (z+1)(y+1)=5 & (ii) \\ (x+1)(z+1)=10 & (iii) \end{cases}$$

ដោយគុណសមីការ : $(i)\times(ii)\times(iii)$ បញ្ចូលគ្នា យើងបាន

$$(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2=100$$
$$(x+1)(y+1)(z+1)=\pm 10$$

-ចំពោះ $(x+1)(y+1)(z+1)=10 \quad (*)$

ចែកសមីការ $(*)$ និងសមីការ $(i),(ii),(iii)$ យើងបាន :

$$\begin{cases} \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(y+1)(x+1)}=\frac{10}{2} \\ \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(z+1)(y+1)}=\frac{10}{5} \\ \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(x+1)(z+1)}=\frac{10}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z+1=5 \\ x+1=2 \\ y+1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=4 \\ x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

-ចំពោះ $(x+1)(y+1)(z+1)=-10 \quad (**)$

ចែកសមីការ $(**)$ និងសមីការ $(i),(ii),(iii)$ យើងបាន :

$$\begin{cases} \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(y+1)(x+1)}=\frac{-10}{2} \\ \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(z+1)(y+1)}=\frac{-10}{5} \\ \frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(x+1)(z+1)}=\frac{-10}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z+1=-5 \\ x+1=-2 \\ y+1=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=-6 \\ x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយពីរគឺ :

$(x,y,z)=(1,0,4)$ ឬ $(x,y,z)=(-3,-2,-6)$ ។

២៤៤ ប្រៀបធៀបចំនួន :

យើងមាន $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}$ មានលេខ 2 ចំនួន 1001 ដង

ហើយ $3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ មានលេខ 3 ចំនួន 1000 ដង

ពិនិត្យ : $2^{2^2}=2^4=16$ ហើយ $3^3=27$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ឃើញថា $16<27 \quad \Rightarrow \quad 2^{2^2}<3^3$

យើងដឹងថា $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}$ តូចជាង $3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ ដែលមាន 998 ដង

ជាស្វ័យគុណបន្តបន្ទាប់ដូចគ្នា

នោះយើងបាន $16^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}<27^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ ដែលមានលេខ2 និងលេខ3

ចំនួន 998 ដងជាស្វ័យគុណបន្តបន្ទាប់ដូចគ្នា

ដោយ $16^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}$ (មាន 998 ដងលេខ 2) $=2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}$ (មាន 1001 ដងលេខ 2)

$27^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ (មាន 998 ដងលេខ 3) $=3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ (មាន 1000 ដងលេខ 3)

ដូចនេះ $2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}$ (មាន 1001 ដងលេខ 2) $<3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}$ (មាន 1000 ដងលេខ 3)

២៨៥ ដោះស្រាយសមីការ

$x=\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\cdot\sqrt{3-x}$

(វាជាសមីការអសនិទាន ចាំបាច់ត្រូវយកចម្លើយដែលរកឃើញមកផ្ទៀងផ្ទាត់)

សមីការមានន័យកាលណា :

$$\begin{cases}3-x\ge 0\\4-x\ge 0\\5-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\x\le 4\\x\le 5\end{cases}\Rightarrow x\le 3$$

-ដើម្បីកុំឱ្យវែងពេក និងពិបាកក្នុងការសរសេរ :

យើងតាង $4-x=t \Rightarrow \begin{cases}x=4-t\\3-x=t-1\\5-x=t+1\end{cases}$ យើងបាន :

$4-t=\sqrt{t-1}\cdot\sqrt{t}+\sqrt{t}\cdot\sqrt{t+1}+\sqrt{t+1}\cdot\sqrt{t-1}$

$4-t=\sqrt{(t-1)t}+\sqrt{t(t+1)}+\sqrt{(t+1)(t-1)}$

$4-t=\sqrt{t^2-t}+\sqrt{t^2+t}+\sqrt{t^2-1}$

$(4-t)-\sqrt{t^2-1}=\sqrt{t^2-t}+\sqrt{t^2+t}$

លើកអង្គទាំងពីជាការេ យើងបាន :

$$(4-t)-\sqrt{t^2-1}=\sqrt{t^2-t}+\sqrt{t^2+t}$$

$(4-t)^2-2(4-t)\sqrt{t^2-1}+t^2-1=2t^2+2t\sqrt{t^2-1}$

$(4-t)^2+t^2-1-2t^2=2t\sqrt{t^2-1}+2(4-t)\sqrt{t^2-1}$

$$15-8t=8\sqrt{t^2-1}$$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេម្តងទៀតយើងបាន :

$$225-240t+64t^2=64t^2-64$$

$$240t=289$$

$$t=\frac{289}{240}$$

នាំឱ្យ $x=4-t=4-\frac{289}{240}=\frac{960-289}{240}=\frac{671}{240}<3$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ចំពោះ $x=\frac{671}{240}$

$\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4-x}+\sqrt{4-x}\cdot\sqrt{5-x}+\sqrt{5-x}\cdot\sqrt{3-x}$

$=\sqrt{\frac{49}{240}}\cdot\sqrt{\frac{289}{240}}+\sqrt{\frac{289}{240}}\cdot\sqrt{\frac{529}{240}}+\sqrt{\frac{529}{240}}\cdot\sqrt{\frac{49}{240}}$

$=\sqrt{\frac{7^2\cdot17^2}{240^2}}+\sqrt{\frac{17^2\cdot23^2}{240^2}}+\sqrt{\frac{23^2\cdot7^2}{240^2}}$

$=\frac{7\cdot17}{240}+\frac{17\cdot23}{240}+\frac{23\cdot7}{240}$

$=\frac{119+391+161}{240}=\frac{671}{240}$

ដោយ $x=\frac{671}{240}$ នោះ $\frac{671}{240}=\frac{671}{240}$ ពិត

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=\frac{671}{240}$ ។

២៨៦ រកចម្ងាយពីស្វាយជ្រៃទៅស្វាយរៀង

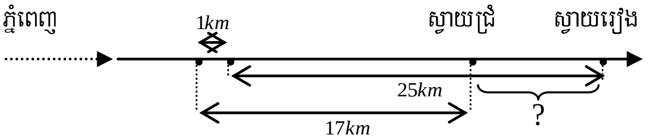
-សម្មតិកម្ម : បង្គោលចម្ងាយទី១ដាក់ថា "ស្វាយជ្រៃ 17km"

មានន័យថាធ្វើដំណើរ 17km ទៀត ដល់ស្វាយជ្រៃ

ហើយ បង្គោលចម្ងាយទី២បន្ទាប់ដាក់ថា "ស្វាយរៀង25km "

មានន័យថាធ្វើដំណើរ 25km ទៀត ដល់ស្វាយរៀង ។

យើងអាចគូសរូបងាយមើល



តាមរូបយើងអាចបកស្រាយបានយ៉ាងងាយថា

ចម្ងាយពីស្វាយជ្រៃ ទៅស្វាយរៀងគឺ :

$(25+1)-17=26-17=9km$

ដូចនេះ ចម្ងាយពីស្វាយជ្រៃទៅស្វាយរៀងគឺ 9km ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៤៧ រកចំនួនចាប និងចំនួនផ្កាឈូក

តាង x ជាចំនួនចាប និង y ជាចំនួនផ្កាឈូក

-តាមសម្មតិកម្ម : ចាបមួយទំផ្កាឈូកមួយ នោះសល់ចាបមួយគ្មានផ្កាឈូកទំ យើងបានសមីការ :

$$x-1=y \quad (i)$$

-ហើយ បើចាបពីរទំផ្កាឈូកមួយ នោះនៅសល់ផ្កាឈូកមួយគ្មានចាបទំ យើងបានសមីការ :

$$\frac{x}{2}=y-1 \quad (ii)$$

-តាមសមីការ $(i)\,\&\,(ii)$ យើងចងជាប្រព័ន្ធសមីការគឺ :

$$\begin{cases} x-1=y \\ \frac{x}{2}=y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ x=2y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=1 \\ -x+2y=2 \end{cases}$$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គនៃសមីការទាំងពីរ យើងបាន :

$$+\begin{cases} x-y=1 \\ -x+2y=2 \end{cases}$$

$$y=3 \quad \Rightarrow \quad x=y+1=3+1=4$$

ដូចនេះ | ចាបមានចំនួន4 ក្បាល , ផ្កាឈូកមានចំនួន3 ទង | ។

២៤៨ រកចំនួនសត្វខ្វែកដែលងាប់ និង រស់

-យើងគួតប្បិគិតថា ក្រៅពីសត្វខ្វែកងាប់ និងរស់វាគ្មានអ្វីទៀតទេ ហើយសម្មតិកម្មនិយាយថា ងាប់បីរស់ពីរ នោះយើងអាចសន្និដ្ឋានបានថា សត្វទាំងអស់មានចំនួន 5ក្បាល ។

(ក្រៅពីងាប់ និងរស់គ្មានអ្វីទៀតឡើយ)

-ពិចារណាថា : បើសត្វ5 ងាប់3 នោះសត្វ120ងាប់ប៉ុន្មាន?

នាំឱ្យ ចំនួនសត្វងាប់ $=\frac{120\times 3}{5}=72$ ក្បាល

បើសត្វ5 រស់2 នោះសត្វ120រស់ប៉ុន្មាន?

នាំឱ្យ ចំនួនសត្វរស់ $=\frac{120\times 2}{5}=48$ ក្បាល

ដូចនេះ | ចំនួនសត្វខ្វែកដែលងាប់មាន 72 ក្បាល
ហើយចំនួនសត្វខ្វែកដែលរស់មាន 48 ក្បាល | ។

២៤៩ រកអាយុរបស់ដារីស្រីសព្វថ្ងៃ

-សម្មតិកម្ម : អាយុរបស់ដារីតាងដោយ x ហើយ x ជាពហុគុណនៃ មានន័យថា x អាចមានតម្លៃ ជាច្រើនដូចជា :

$0 , 8 , 16 , 24 , 32 , 40 , 48 , ...$

ក្នុងចំណោមលេខទាំងអស់ខាងលើ មានតែលេខ 16 ទេដែលគោរពតាមលក្ខខ័ណ្ឌ ធំជាង10 និងតូចជាង 20

នាំឱ្យតម្លៃ x មានតែមួយគត់គឺ 16

ដូចនេះ | សព្វថ្ងៃដារីស្រីមានអាយុ 16 ឆ្នាំ | ។

២៥០ រកចំនួនថ្ងៃដែលគាត់ផ្គត់ផ្គង់ចំណីដែលឱ្យគោ

-យើងសង្កេតឃើញថា កាលណាចំនួនគោកាន់តែច្រើន នោះរយៈពេលស៊ីកាន់តែថយចុះ វាជាសមាមាត្រច្រាស

នាំឱ្យ ចំនួនថ្ងៃដែលត្រូវផ្គត់ផ្គង់គឺ :

$$\frac{40}{(40+10)}\times 35=\frac{35\times 40}{(40+10)}=\frac{1400}{50}=28 \text{ ថ្ងៃ}$$

(ពុំមែន $\frac{(40+10)\times 35}{40}=43.75$ ថ្ងៃនោះទេ)

ដូចនេះ | ចំនួនថ្ងៃដែលត្រូវផ្គត់ផ្គង់គឺ 28 ថ្ងៃ | ។

២៥១ បង្ហាញថា $a_1^2+a_2^2+a_3^2=1$

យើងមាន :

$$a_1=\sin a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1^2=\sin^2 a_1$$
$$a_2=\cos a_1\cdot\sin a_2 \quad \Rightarrow \quad a_2^2=\cos^2 a_1\cdot\sin^2 a_2$$
$$a_3=\cos a_1\cdot\cos a_2 \quad \Rightarrow \quad a_3^2=\cos^2 a_1\cdot\cos^2 a_2$$

នាំឱ្យ $a_1^2+a_2^2+a_3^2$

$$=\sin^2 a_1+\cos^2 a_1\cdot\sin^2 a_2+\cos^2 a_1\cdot\cos^2 a_2$$
$$=\sin^2 a_1+\cos^2 a_1\left(\sin^2 a_2+\cos^2 a_2\right)$$
$$=\sin^2 a_1+\cos^2 a_1=1$$

ព្រោះ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

ដូចនេះ | ឃើញថា $a_1^2+a_2^2+a_3^2=1$ ប្រាកដមែន | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៩២ គណនាផលគុណ P_n

ពិនិត្យ : $1+a^2+a^4=(1+2a^2+a^4)-a^2$

$$=(1+2a^2+a^4)-a^2$$
$$=(1+a^2)^2-a^2$$
$$=(1+a^2-a)(1+a^2+a)$$
$$=(1-a+a^2)(1+a+a^2)$$

នាំឱ្យ $(1-a+a^2)=\dfrac{1+a^2+a^4}{1+a+a^2}$

បើប្តូ a ជា x^{2^k} យើងបាន :

$$\left(1-x^{2^k}+x^{2^{k+1}}\right)=\frac{1+x^{2^{k+1}}+x^{2^{k+2}}}{1+x^{2^k}+x^{2^{k+1}}}$$

យើងឱ្យតម្លៃ $k=0,1,2,3,\dots,n$

$$\times\begin{cases}
\text{បើ } k=0: & (1-x+x^2)=\dfrac{1+x^2+x^4}{1+x+x^2}\\
\text{បើ } k=1: & (1-x^2+x^4)=\dfrac{1+x^4+x^8}{1+x^2+x^4}\\
\text{បើ } k=2: & (1-x^4+x^8)=\dfrac{1+x^8+x^{16}}{1+x^4+x^8}\\
\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\\
\text{បើ } k=n: & \left(1-x^{2^n}+x^{2^{n+1}}\right)=\dfrac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x^{2^n}+x^{2^{n+1}}}
\end{cases}$$

$$(1-x+x^2)(1-x^2+x^4)(1-x^4+x^8)\times\dots\times\left(1-x^{2^n}+x^{2^{n+1}}\right)=\frac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x+x^2}$$

ឬអាចសរសេរ $P_n=\dfrac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x+x^2}$

ដូចនេះ **គណនាបាន $P_n=\dfrac{1+x^{2^{n+1}}+x^{2^{n+2}}}{1+x+x^2}$** ។

២៩៣ បង្ហាញថា $\dfrac{3}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}$

តាមបម្រាប់ $a>0\,,b>0$ និង $c>0$

នាំឱ្យ

$a+b+c>a+b \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}$ (1)

$a+b+c>b+c \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{b+c}$ (2)

$a+b+c>c+a \Rightarrow \dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{c+a}$ (3)

ដោយបូកអង្គនិងអង្គនៃវិសមភាព : (1)+(2)+(3)

យើងបាន :

$$+\begin{cases}
\dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}\\
\dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{b+c}\\
\dfrac{1}{a+b+c}<\dfrac{1}{c+a}
\end{cases}$$
$$\frac{3}{a+b+c}<\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}$$

ដូចនេះ **ឃើញថា $\dfrac{3}{a+b+c}<\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}$** ។

២៩៤ គណនាផលបូក $S_n=1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\dots+n\cdot n!$

ពិនិត្យ : $(k+1)!=(k+1)\cdot k!$

$(k+1)!=k\cdot k!+k!$

នាំឱ្យ $k\cdot k!=(k+1)!-k!$

បើឱ្យតម្លៃ $k=1,2,3,4,\dots,n$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}
1\cdot1!=2!-1!\\
2\cdot2!=3!-2!\\
3\cdot3!=4!-3!\\
4\cdot4!=5!-4!\\
\dots\dots\dots\\
n\cdot n!=(n+1)!-n!
\end{cases}$$
$$1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\dots+n\cdot n!=(n+1)!-1!$$

ដូចនេះ **ក្រោយពីគណនាឃើញថា $S_n=(n+1)!-1$** ។

២៩៥ គណនាផលបូក $\displaystyle\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1})}\right)$

ពិនិត្យ : $(\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n})(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n})=(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

តែ $(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})=1$

នាំឱ្យ $(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=\dfrac{1}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$

យើងបាន $(\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n})(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n})=\dfrac{1}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

ទាញបាន $\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)\left(\sqrt[4]{n+1}+\sqrt[4]{n}\right)}$

យើងបាន :

$$\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1}\right)}\right)=\sum_{n=1}^{9999}\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)$$

បើឱ្យតម្លៃ $n=1,2,3,\dots,9999$ យើងបាន :

$$+\begin{cases}\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{1}\\ \sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{2}\\ \sqrt[4]{4}-\sqrt[4]{3}\\ \dots\dots\dots\dots\\ \sqrt[4]{10000}-\sqrt[4]{9999}\end{cases}$$

$$\sum_{n=1}^{9999}\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=\sqrt[4]{10000}-\sqrt[4]{1}$$

$$\sum_{n=1}^{9999}\left(\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[4]{n}\right)=10-1=9$$

ដូចនេះ $\boxed{\displaystyle\sum_{n=1}^{9999}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n+1}\right)\left(\sqrt[4]{n}+\sqrt[4]{n+1}\right)}\right)=9}$ ។

២៩៦ សម្រួលកន្សោម $A=\dfrac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$

ដោយ $a^3+b^3+c^3-3abc$

$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+c^3-3a^2b-3ab^2-3abc$$
$$=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$$
$$=(a+b+c)\left[(a+b)^2-(a+b)c+c^2\right]-3ab(a+b+c)$$
$$=(a+b+c)\left[a^2+2ab+b^2-ac-bc+c^2-3ab\right]$$
$$=(a+b+c)\left(a^2+b^2-ac-bc+c^2-ab\right)$$
$$=(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac\right)$$

នាំឱ្យ

$$A=\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$$
$$=\frac{(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)}{\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)}$$
$$=a+b+c$$

ដែល $\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)\neq 0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ក្រោយពីសម្រួល } A=a+b+c}$ ។

២៩៧ ស្រាយបញ្ជាក់ថាគេបាន $\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4=\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}$

យើងមាន

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\Leftrightarrow\frac{a^4}{c^4}=\frac{b^4}{d^4}=\frac{a^4+b^4}{c^4+d^4}\qquad(1)$$

ម្យ៉ាងទៀត $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}=\dfrac{a-b}{c-d}$

សមមូល $\left(\dfrac{a}{c}\right)^4=\left(\dfrac{b}{d}\right)^4=\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4\qquad(2)$

តាម $(1)\&(2)$ $\dfrac{a^4}{c^4}=\dfrac{b^4}{d^4}=\left(\dfrac{a}{c}\right)^4=\left(\dfrac{b}{d}\right)^4$

នាំឱ្យ $\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}=\left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4$

ដូចនេះ $\boxed{\text{ស្រាយបានថា } \left(\dfrac{a-b}{c-d}\right)^4=\dfrac{a^4+b^4}{c^4+d^4}}$ ។

២៩៨ រករូបមន្តទូទៅ

យើងមានឧទាហរណ៍ :

$6^2-5^2=11$

$56^2-45^2=1111$

$556^2-445^2=111111$

$5556^2-4445^2=11111111$

....

យើងឃើញថា លេខ1 កើនឡើងទ្វេដងជានិច្ច

ដូចនេះ តាមលំនាំគំរូខាងលើនេះយើងទាញបានរូបមន្តទូទៅ

$$\underbrace{555\dots56^2}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}}-\underbrace{444\dots45^2}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}}=\underbrace{111\dots111}_{\text{មាន } 2n \text{ ខ្ទង់}}$$

ស្រាយបញ្ជាក់រូបមន្តខាងលើ

តាង $A_n=555\dots56^2-444\dots45^2$

$$=(555\dots55+1)^2-(444\dots44+1)^2$$
$$=\left(\frac{5}{9}\cdot111\dots11+1\right)^2-\left(\frac{4}{9}\cdot111\dots11+1\right)^2$$
$$=\left[\frac{5}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]^2-\left[\frac{4}{9}\left(10^n-1\right)+1\right]^2$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$A_n=\left[\frac{5}{9}(10^n-1)+1\right]^2-\left[\frac{4}{9}(10^n-1)+1\right]^2$$

$$=\left[\frac{5}{9}(10^n-1)+1-\frac{4}{9}(10^n-1)-1\right]\times$$

$$\times\left[\frac{5}{9}(10^n-1)+1+\frac{4}{9}(10^n-1)+1\right]$$

$$=\left[\frac{1}{9}(10^n-1)\right]\left[10^n-1+2\right]$$

$$=\frac{1}{9}(10^n-1)(10^n+1)$$

$$=\frac{1}{9}(10^{2n}-1)$$

$=\frac{1}{9}(999...999)$ ដែលមានលេខ 9 ចំនួន 2n

$=111...11$ ដែលមានលេខ 1 ចំនួន 2n

ដូចនេះ ជាការពិត រូបមន្តនេះពិតជាត្រឹមត្រូវគឺ $\underbrace{555...56}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}}{}^2-\underbrace{444...45}_{\text{មាន } n \text{ ខ្ទង់}}{}^2=\underbrace{111...111}_{\text{មាន } 2n \text{ ខ្ទង់}}$

២៥៩ គណនា $S=\cos^2 1^o+\cos^2 2^o+\cos^2 3^o+\ldots+\cos^2 89^o$

តាមរូបមន្ត $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$

ឬ $\cos(90^o-\alpha)=\sin\alpha$

នាំឱ្យ $\cos 1^o=\cos(90^o-89^o)=\sin 89^o$

$\cos 2^o=\cos(90^o-88^o)=\sin 88^o$

....

$\cos 44^o=\cos(90^o-46^o)=\sin 46^o$

នោះយើងបាន :

$\cos^2 1^o=\sin^2 89^o$,

$\cos^2 2^o=\sin^2 88^o$

....

$\cos^2 44^o=\sin^2 46^o$

នោះយើងបាន :

$$+\begin{cases}\cos^2 1^o+\cos^2 89^o\\ \cos^2 2^o+\cos^2 88^o\\ \cos^2 3^o+\cos^2 87^o\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \cos^2 44^o+\cos^2 46^o\\ \cos^2 45^o\end{cases} \quad + \begin{cases}\cos^2 1^o+\sin^2 1^o=1\\ \cos^2 2^o+\sin^2 2^o=1\\ \cos^2 3^o+\sin^2 3^o=1\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \cos^2 44^o+\sin^2 44^o=1\\ \cos^2 45^o=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\end{cases}$$

$$S = 44+\frac{1}{2}$$

នោះ $S=44+\frac{1}{2}=\frac{88+1}{2}=\frac{89}{2}$

ដូចនេះ គណនាបាន $S=\frac{89}{2}$ ។

២៦០ គណនា

$S=\sin^2 0^o+\sin^2 1^o+\sin^2 2^o+\ldots+\sin^2 90^o$

(ស្រដៀងលំហាត់ទី២៥៩)

តាមរូបមន្ត $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

យើងបាន :

$$+\begin{cases}\sin^2 0^o+\sin^2 90^o\\ \sin^2 1^o+\sin^2 89^o\\ \sin^2 2^o+\sin^2 88^o\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \sin^2 44^o+\sin^2 46^o\\ \sin^2 45^o\end{cases} \quad + \begin{cases}\sin^2 0^o+\cos^2 0^o=1\\ \sin^2 1^o+\cos^2 1^o=1\\ \sin^2 2^o+\cos^2 2^o=1\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\\ \sin^2 44^o+\cos^2 46^o=1\\ \sin^2 45^o=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\end{cases}$$

$$S = 45+\frac{1}{2}$$

នោះ $S=45+\frac{1}{2}=\frac{90+1}{2}=\frac{91}{2}$

ដូចនេះ គណនាបាន $S=\frac{91}{2}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៦១ កំណត់តម្លៃ a & b

យើងមានចំនួន $\overline{abba}$ ដែល $1\le a\le 9$, $0\le b\le 9$

យើងបាន $\overline{abba}=1000a+100b+10b+a$

$=1001a+110b$

$=11(91a+10b)$

សម្មតិកម្ម $\overline{abba}$ ជាគូបប្រាកដនៃចំនួនគត់ នោះយើងបាន

$$\overline{abba}=k^3$$

$$11(91a+10b)=k^3$$

$$91a+10b=\frac{k^3}{11}$$

ដោយ a & b ជាចំនួនគត់ នោះ $91a+10b$ ជាចំនួនគត់ដែរ

នាំឱ្យ k^3 ចែកដាច់នឹង 11 នោះ $k=11n$, n គត់វិជ្ជមាន

យើងបាន $k^3=(11n)^3$ ដែល $n=1,2,3,\ldots$

តែបើ $n=2$ នោះ $k^3=(22)^3=10648>\overline{abba}$

នាំឱ្យ ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n មានតម្លៃតែមួយគត់គឺ $n=1$

យើងបាន $\overline{abba}=k^3=(11\times 1)^3=11^3=1331$

ទាញបាន តម្លៃ $a=1$, $b=3$

ដូចនេះ | តម្លៃកំណត់បានគឺ $a=1$, $b=3$ | ។

២៦២ ក. កំណត់តម្លៃលេខនៃអញ្ញាត a,b,c **និង** d

យើងមានចំនួន $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ តាមខ្ទង់នីមួយៗនោះ

$1\le a\le 9$, $0\le b\le 9$, $0\le c\le 9$, $1\le d\le 9$

គេឱ្យ $\overline{abcd}\times 9=\overline{dcba}$ (1)

តាមទំនាក់ទំនង(1) នាំឱ្យកំណត់បានតម្លៃ $a=1$ តែមួយគត់

(ព្រោះបើ $a>1$ នោះលទ្ធផលជាលេខ ប្រាំខ្ទង់)

-ចំពោះ $a=1$ យើងបាន $\overline{1bcd}\times 9=\overline{dcb1}$ (2)

តាមទំនាក់ទំនង(2) នាំឱ្យកំណត់បានតម្លៃ $d=9$ តែមួយគត់

(ព្រោះមានតែករណីនេះទើប $9\times 9=81$ មានលេខ1ចុង)

-ចំពោះ $d=9$ យើងបាន $\overline{1bc9}\times 9=\overline{9cb1}$ (3)

តាមទំនាក់ទំនង (3) ទាញបាន $b=0$

(ព្រោះ $b\times 9$ មិនត្រូវមានត្រាទុកទេ)

-ចំពោះ $b=0$ យើងបាន $\overline{10c9}\times 9=\overline{9c01}$ (4)

តាមទំនាក់ទំនង(4) ទាញបាន $c=8$ ព្រោះ $8\times 9=72$

ហើយថែមត្រាទុក 8 គឺ $72+8=80$ មានលេខ0នៅចុង

-ចំពោះ $c=8$ យើងបាន $1089\times 8=9801$

ដូចនេះ | តម្លៃកំណត់បានគឺ $a=1,b=0,c=8,d=9$ |

ខ. បញ្ជាក់ថា $\overline{abcd}$ **និង** $\overline{dcba}$ **សុទ្ធតែជាការេប្រាកដ**

ដោយ $\overline{abcd}=1089=33^2$

ហើយ $\overline{dcba}=9801=99^2$

ដូចនេះ | ចំនួន $\overline{abcd}$ និង $\overline{dcba}$ សុទ្ធតែជាការេប្រាកដ | ។

២៦៣ រកពីរចំនួនជាការេប្រាកដ

តាង $a=k^2$ ជាចំនួនទី 1 និង $b=n^2$ ជាចំនួនទី 2 ដែល

k & n ជាចំនួនគត់ ហើយ $k>n$ ឬ $k<n$

តាមបម្រាប់ប្រធាន $ab-(a+b)=4844$

យើងបាន : $ab-a-b=4844$

$ab-a-b+1=4844+1$

$a(b-1)-(b-1)=4845$

$(a-1)(b-1)=4845$

ដោយ $a=k^2$ និង $b=n^2$ នោះយើងបាន :

$(a-1)(b-1)=4845$

$(k^2-1)(n^2-1)=4845$

$(k+1)(k-1)(n+1)(n-1)=4845$

4845	3
1615	5
323	17
19	19
1	

តែ $4845=3\times 5\times 17\times 19$ ជាផលគុណនៃបួនចំនួនគត់

ដែលមានតែមួយបែបគត់

ដោយ $3\times 5=(4-1)(4+1)$ និង $17\times 19=(18-1)(18+1)$

នោះ$(k+1)(k-1)(n+1)(n-1)=(4+1)(4-1)(18+1)(18-1)$

-ចំពោះ $k>n$ ទាញបាន $k=18$, $n=4$

-ចំពោះ $k<n$ ទាញបាន $k=4$, $n=18$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ $\begin{cases} a=k^2=18^2=324 \\ b=n^2=4^2=16 \end{cases}$

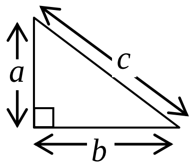
ឬ $\begin{cases} a=k^2=4^2=16 \\ b=n^2=18^2=324 \end{cases}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $324\times16-(324+16)=4844$ ពិត

ហើយ $16\times324-(16+324)=4844$ ពិត

ដូចនេះ | ពីរចំនួនដែលជាការេប្រាកដគឺ 324 & 16 | ។

២៦៤ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗរបស់ត្រីកោណ



តាង a , b , c ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែង ដែល c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស

-តាមពីតាគ័រ : $a^2+b^2=c^2$ (1)

-បម្រាប់ក្រឡាផ្ទៃស្មើ $24cm^2$ នាំឱ្យ $\frac{1}{2}ab=24$ (2)

-បម្រាប់បរិមាត្រស្មើ $24cm$ នាំឱ្យ $a+b+c=24$ (3)

តាម (3) : $a+b=24-c$ លើកជាការេ

$$a^2+2ab+b^2=24^2-48c+c^2$$

$$(a^2+b^2)+2ab=576-48c+c^2 \quad (4)$$

ដោយយក (1) & (2) ជំនួសក្នុង (4) យើងបាន :

$$c^2+2\cdot48=576-48c+c^2$$

$$96=576-48c$$

$$48c=576-96 \quad \Rightarrow c=\frac{480}{48}=10cm$$

ចំពោះ $c=10$ នោះ $a+b=14$ និង $ab=48$

តាមវ្យែតយើងបានសមីការ : $x^2-14x+48=0$ ដែល មាន a និង b ជាឬសនៃសមីការ

$\Delta'=b'^2-ac=49-48=1$

នោះ $a=\frac{7-1}{1}=6$, $b=\frac{7+1}{1}=8$ ឬ $a=8 , b=6$

ដូចនេះ | រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណកែងគឺ : $6cm$, $8cm$, $10cm$ | ។

២៦៥ រកចំនួនទាំងពីរនោះ

តាង x ជាចំនួនទី 1 ដែល x ជាចំនួនបឋម នោះចំនួនទី2គឺ $x+1$ ហើយ $x+1$ ជាការេប្រាកដ នោះ $x+1=n^2$

យើងបាន $n^2-1=x$ សមមូល $(n-1)(n+1)=x$

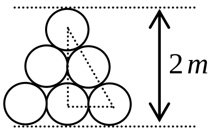
តែ x ជាចំនួនបឋម នាំឱ្យផលគុណរបស់ x គឺ $x=x\cdot1$

យើងបាន $(n-1)(n+1)=1\cdot x$

ទាញបាន : $\begin{cases} n-1=1 \\ n+1=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=2 \\ n+1=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=2 \\ 3=x \end{cases}$

ដូចនេះ | ចំនួនទី1គឺ 3 និងចំនួនទី2គឺ 4 | ។

២៦៦ រកកាំរង្វង់



តាង r ជាកាំរង្វង់ដែលត្រូវរក ដោយភ្ជាប់ផ្ចិតរង្វង់ទាំងបីដូចរូប

នោះយើងបានត្រីកោណកែង ដែលមានទំនាក់ទំនងជាមួយ r

តាមពីតាគ័រយើងបាន :

$$(2-2r)^2+(2r)^2=(4r)^2$$

$$4-8r+4r^2+4r^2=16r^2$$

$$8r^2+8r-4=0$$

$$2r^2+2r-1=0$$

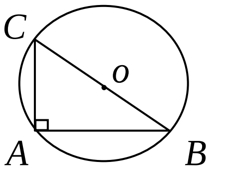
តាម $\Delta'=b'^2-ac=1+2=3$

នាំឱ្យ $r_1=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}<0$ មិនយក

$r_1=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ | កាំរង្វង់ដែលត្រូវរកគឺ : $r=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ | ។

២៦៧ ស្រាយថាត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ជាត្រីកោណកែង



(មុនបកស្រាយ អ្នកត្រូវស្គាល់ មុំចារឹក និង មុំផ្ចិតជាមុនសិន : មុំចារឹក ជាមុំមានកំពូលលើរង្វង់ និងជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ ឯមុំផ្ចិតជាមុំដែលមានកំពូលលើផ្ចិតរង្វង់ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

-ទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិត និងមុំចារឹកគឺ

បើ θ ជាមុំផ្ចិត និង α ជាមុំចារឹកដែលមានធ្នូស្កាត់រួម នោះយើងបានទំនាក់ទំនង : $\alpha = \frac{\theta}{2}$ ។

-ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ ជាត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ ចែករង្វង់ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា

-(មើលរូប) មុំ θ និង $\angle A$ មានធ្នូស្កាត់រួម BC

នាំឱ្យ $\angle A = \frac{\theta}{2}$ ដោយ θ ជាមុំរាប នោះ $\theta = 180^o$

យើងបាន : $\angle A = \frac{180^o}{2} = 90^o$ ជាមុំកែង ។

នាំឱ្យ ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់មានមុំកែងជានិច្ច

ដូចនេះ | ត្រីកោណចារឹកកន្លះរង្វង់ជាត្រីកោណកែងជានិច្ច | ។

២៦៨ រកចំនួនជ្រុងច្រើនបំផុតនៃពហុកោណ

-ទំនាក់ទំនងរវាងចំនួនជ្រុង និងមុំនៃពហុកោណគឺ :

បើពហុកោណមួយមាន n ជ្រុងនោះផលបូកមុំក្នុងទាំងអស់នៃពហុកោណគឺ : $180^o(n-2)$

តាមបម្រាប់យើងបាន :

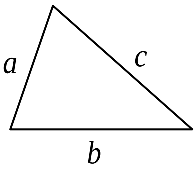
$$180^o(n-2) < 2011^o$$
$$n-2 < \frac{2011^o}{180^o}$$
$$n < \frac{2011}{180} + 2$$
$$n < \frac{1980+31}{180} + 2$$
$$n < 11 + \frac{31}{180} + 2$$
$$n < 13 + \frac{31}{180}$$

តែ n ជាចំនួនជ្រុង ដែលជាចំនួនគត់ នោះ $n = 13$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $180^o(13-2) < 2011^o \Leftrightarrow 1980^o < 2011^o$ ពិត

ដូចនេះ | ពហុកោណនេះអាចមានជ្រុងច្រើនបំផុតចំនួន 13 | ។

២៦៩ ស្រាយថាជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វាជានិច្ច



ឧបមាថាយើងមានត្រីកោណ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង a, b, c និងមានកន្លះបរិមាត្រ $\frac{a+b+c}{2}$

-តាមវិសមភាពនៃត្រីកោណ យើងបាន :

- $a < b+c \Leftrightarrow 2a < a+b+c \Rightarrow a < \frac{a+b+c}{2}$
- $b < a+c \Leftrightarrow 2b < a+b+c \Rightarrow b < \frac{a+b+c}{2}$
- $c < a+b \Leftrightarrow 2c < a+b+c \Rightarrow c < \frac{a+b+c}{2}$

ដូចនេះ | រង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណតូចជាងកន្លះបរិមាត្ររបស់វាជានិច្ច | ។

២៧០ រកចំនួនដងនៃការជក់បារីរបស់បុរសនោះ

-បារី 10 ដើម $\rightarrow$ ជក់បាន 10 ដង

នៅសល់កន្ទុយបារីចំនួន 10 កន្ទុយ $=3$ ដើម និង 1 កន្ទុយ

-បារី 3 ដើម និង 1 កន្ទុយ $\rightarrow$ ជក់បាន 3 ដង

នៅសល់កន្ទុយបារីចំនួន 4 កន្ទុយ $=1$ ដើម និង 1 កន្ទុយ

-បារី 1 ដើម និង 1 កន្ទុយ $\rightarrow$ ជក់បាន 1 ដង

នៅសល់ កន្ទុយបារីចំនួន 2 កន្ទុយ ខ្ចីកន្ទុយបារីគេ 1

នាំឱ្យបាន 3 កន្ទុយ $=1$ ដើម $\rightarrow$ ជក់បាន 1 ដង

នៅសល់កន្ទុយបារី 1 យកសងគេវិញ នោះបារីអស់គ្មានសល់

នាំឱ្យចំនួនដងនៃការជក់បារីគឺ $=10+3+1+1=15$ ដង

ដូចនេះ | បុរសនោះត្រូវជក់ចំនួន 15 ដងទើបអស់បារីគាត់ | ។

២៧១ ដោះស្រាយសមីការ : ក. $3^x + 4^x = 5^x$

យើងសង្កេតឃើញថា $x = 2$ ជាឬសនៃសមីការ

ព្រោះ $3^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow 9+16=25 \Leftrightarrow 25=25$ ពិត

យើងនឹងបង្ហាញថាសមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x = 2$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

សមីការខាងលើអាចសរសេរ : $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x=1$

-ករណី $x>2$ យើងបាន $\left(\frac{3}{5}\right)^x\prec\left(\frac{3}{5}\right)^2$

ហើយ $\left(\frac{4}{5}\right)^x\prec\left(\frac{4}{5}\right)^2$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\prec\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2$

សមមូល $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\prec 1$

នាំឱ្យ $x>2$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

-ករណី $x<2$ យើងបាន $\left(\frac{3}{5}\right)^x\succ\left(\frac{3}{5}\right)^2$

ហើយ $\left(\frac{4}{5}\right)^x\succ\left(\frac{4}{5}\right)^2$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\succ\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2$

សមមូល $\left(\frac{3}{5}\right)^x+\left(\frac{4}{5}\right)^x\succ 1$

នាំឱ្យ $x<2$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

ដូចនេះ | សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=2$ | ។

ដោះស្រាយសមីការ : ខ. $3^x+4^x+5^x=6^x$

យើងសង្កេតឃើញថា $x=3$ ជាឫសនៃសមីការ ព្រោះ

$3^3+4^3+5^3=6^3 \Leftrightarrow 216=216$ ពិត

យើងនឹងបង្ហាញថាសមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=3$

សមីការខាងលើអាចសរសេរ : $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x=1$

-ករណី $x>3$ យើងបាន $\left(\frac{3}{6}\right)^x\prec\left(\frac{3}{6}\right)^3$

ហើយ $\left(\frac{4}{6}\right)^x\prec\left(\frac{4}{6}\right)^3$

ហើយនិង $\left(\frac{5}{6}\right)^x\prec\left(\frac{5}{6}\right)^3$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ នោះយើងបាន :

$\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\prec\left(\frac{3}{6}\right)^3+\left(\frac{4}{6}\right)^3+\left(\frac{5}{6}\right)^3$

សមមូល $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\prec 1$

នាំឱ្យ $x>3$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

-ករណី $x<3$ យើងបាន $\left(\frac{3}{6}\right)^x\succ\left(\frac{3}{6}\right)^3$

ហើយ $\left(\frac{4}{6}\right)^x\succ\left(\frac{4}{6}\right)^3$

ហើយនិង $\left(\frac{5}{6}\right)^x\succ\left(\frac{5}{6}\right)^3$

ដោយបូកអង្គ និងអង្គ នោះយើងបាន :

$\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\succ\left(\frac{3}{6}\right)^3+\left(\frac{4}{6}\right)^3+\left(\frac{5}{6}\right)^3$

សមមូល $\left(\frac{3}{6}\right)^x+\left(\frac{4}{6}\right)^x+\left(\frac{5}{6}\right)^x\succ 1$

នាំឱ្យ $x<3$ មិនមែនជាឫសនៃសមីការ ។

ដូចនេះ | សមីការមានឫសតែមួយគត់គឺ $x=3$ | ។

២៧២ **បង្ហាញថា** **គេទាញបាន** $x=y=z$

យើងមានសមភាព

$$(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2=(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$$

ពិនិត្យ $(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2$

តាមរូបមន្ត: $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$

នោះយើងបានកន្ទោមនីមួយៗគឺ :

$$+\begin{cases}(y+z-2x)^2=y^2+z^2+4x^2+2yz-4xy-4xz\\(z+x-2y)^2=z^2+x^2+4y^2+2xz-4yz-4xy\\(x+y-2z)^2=x^2+y^2+4z^2+2xy-4xz-4yz\end{cases}$$

$$(y+z-2x)^2+(z+x-2y)^2+(x+y-2z)^2=$$
$$6x^2+6y^2+6z^2-6xy-6yz-6xz \qquad (1)$$

ពិនិត្យ :

$$(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2$$
$$=y^2-2yz+z^2+z^2-2xz+x^2+x^2-2xy+y^2$$
$$=2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2xz-2yz \qquad (2)$$

ដោយធ្វើការផ្ទឹម (1) & (2) នោះយើងបាន

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$6x^2+6y^2+6z^2-6xy-6yz-6xz=$

$2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz$

ក្រោយពីធ្វើការទូទាត់ យើងបានលិទ្ធផលគឺ :

$$4x^2+4y^2+4z^2-4xy-4yz-4xz=0$$

$$2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2xz=0$$

$$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2xz+x^2=0$$

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

ផលបូកខាងលើផ្ទៀងផ្ទាត់មានតែមួយករណីគត់គឺ :

$$\begin{cases}(x-y)^2=0\\(y-z)^2=0\\(z-x)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0\\y-z=0\\z-x=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=y\\y=z\\z=x\end{cases}$$

នាំឱ្យយើងបាន : $x=y=z$

ដូចនេះ | គេទាញបាន $x=y=z$ | ។

២៧៣ គណនា $S=ab+cd$

យើងមាន :

$$S=ab+cd=\frac{2011(ab+cd)}{2011}$$

$$=\frac{2011ab+2011cd}{2011}$$

$$=\frac{(c^2+d^2)ab+(a^2+b^2)cd}{2011}$$

$$=\frac{abc^2+abd^2+a^2cd+b^2cd}{2011}$$

$$=\frac{(abc^2+a^2cd)+(abd^2+b^2cd)}{2011}$$

$$=\frac{ac(bc+ad)+bd(ad+bc)}{2011}$$

$$=\frac{(bc+ad)\times 0}{2011}=0$$

ព្រោះ សម្មតិកម្ម $ac+bd=0$

ដូចនេះ | គណនាបាន $S=0$ | ។

២៧៤ ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{\sin 2a}=\cot a-\cot 2a$

ពិនិត្យ : $\cot a-\cot 2a$

$$=\frac{\cos a}{\sin a}-\frac{\cos 2a}{\sin 2a}$$

(រូបមន្ត $\cos 2a=2\cos^2 a-1$, $\sin 2a=2\sin a\cos a$)

$$=\frac{\cos a}{\sin a}-\frac{2\cos^2 a-1}{2\sin a\cos a}$$

$$=\frac{2\cos^2 a-2\cos^2 a+1}{2\sin a\cos a}$$

$$=\frac{1}{\sin 2a}$$

ដូចនេះ | បង្ហាញបានថា $\frac{1}{\sin 2a}=\cot a-\cot 2a$ | ។

ខ. គណនាផលបូក

$$S_n=\frac{1}{\sin a}+\frac{1}{\sin\frac{a}{2}}+\frac{1}{\sin\frac{a}{2^2}}+\frac{1}{\sin\frac{a}{2^3}}+\ldots+\frac{1}{\sin\frac{a}{2^n}}$$

តាមសម្រាយបញ្ជាក់សំណួរ ក. យើងបាន :

$$+\begin{cases}\frac{1}{\sin a}=\cot\frac{a}{2}-\cot a\\ \frac{1}{\sin\frac{a}{2}}=\cot\frac{a}{4}-\cot\frac{a}{2}\\ \frac{1}{\sin\frac{a}{4}}=\cot\frac{a}{8}-\cot\frac{a}{4}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \frac{1}{\sin\frac{a}{2^n}}=\cot\frac{a}{2^{n+1}}-\cot\frac{a}{2^n}\end{cases}$$

$$S_n=\cot\frac{a}{2^{n+1}}-\cot a$$

ដូចនេះ | ក្រោយពីគណនា $S_n=\cot\frac{a}{2^{n+1}}-\cot a$ | ។

២៧៥ ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}$

ពិនិត្យ : $1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cos x+1}{\cos x}$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

(រូបមន្ត $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 \Rightarrow \cos 2a + 1 = 2\cos^2 a$)

$$1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cos x+1}{\cos x}=\frac{2\cos^2\frac{x}{2}}{\cos x}=\frac{2\cos^2\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}}{\cos x\sin\frac{x}{2}}$$

$$=\frac{\cos\frac{x}{2}\sin x}{\cos x\sin\frac{x}{2}}=\frac{\sin x}{\cos x}\cdot\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}$$

$$=\tan x\cot\frac{x}{2}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}$$

ដូចនេះ ស្រាយបានថា $1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}$ ។

ខ. គណនាផលគុណ

$$P_n=\left(1+\frac{1}{\cos x}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2}}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2^2}}\right)\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2^n}}\right)$$

តាមសម្រាយបញ្ជាក់សំណួរ ក. យើងបាន :

$$\times\begin{cases}1+\frac{1}{\cos x}=\frac{\cot\frac{x}{2}}{\cot x}\\[2mm] 1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2}}=\frac{\cot\frac{x}{4}}{\cot\frac{x}{2}}\\[2mm] 1+\frac{1}{\cos\frac{x}{4}}=\frac{\cot\frac{x}{8}}{\cot\frac{x}{4}}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ 1+\frac{1}{\cos\frac{x}{2^n}}=\frac{\cot\frac{x}{2^{n+1}}}{\cot\frac{x}{2^n}}\end{cases}$$

$$P_n=\frac{\cot\frac{x}{2^{n+1}}}{\cot x}=\tan x\cot\frac{x}{2^{n+1}}$$

ដូចនេះ ក្រោយពីគណនា $P_n=\tan x\cot\frac{x}{2^{n+1}}$ ។

២៧៦ គណនា $x\,,\,y\,,\,z$ និង t

សម្មតិកម្ម បើយើងឱ្យផលធៀប $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{t}{6}=a$

ដែល $a>0$ ព្រោះ បួនចំនួន $x\,,\,y\,,\,z$ និង t វិជ្ជមាន

ទាញបាន : $x=2a\,,\;y=3a\,,\;z=4a\,,\;t=6a$

នាំឱ្យ $\frac{yzt}{x}+\frac{ztx}{y}+\frac{txy}{z}+\frac{xyz}{t}=14625$ បានជា

$$\frac{72a^3}{2a}+\frac{48a^3}{3a}+\frac{36a^3}{4a}+\frac{24a^3}{6a}=14625$$

$$36a^2+16a^2+9a^2+4a^2=14625$$

$$65a^2=14625$$

$$a^2=225\qquad\Rightarrow a=15$$

យើងបាន :

$$\begin{cases}x=2a\\y=3a\\z=4a\\t=6a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\times15\\y=3\times15\\z=4\times15\\t=6\times15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=30\\y=45\\z=60\\t=90\end{cases}$$

ដូចនេះ គណនាបាន $x=30\,,\;y=45\;,\;z=60\,,\;t=90$ ។

២៧៦ ក. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ P មានតម្លៃអប្បបរមា

យើងមាន : $P=x^2+x+1$ (ដោយធ្វើការថែមថយតួ)

$$P=x^2+x+1$$

$$=x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2+1$$

$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+\frac{4}{4}=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

ដើម្បីឱ្យ P មានតម្លៃអប្បបរមា លុះត្រាតែកន្សោម

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0\Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=0\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ តម្លៃ $x=-\frac{1}{2}$ ធ្វើឱ្យ $P=\frac{3}{4}$ មានតម្លៃអប្បបរមា ។

ខ. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ Q មានតម្លៃអតិបរមា

យើងមាន $Q=2+x-x^2$ អាចសរសេរ :

$$Q=2-x^2+x=2-\left(x^2-x\right)$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

$$Q=2-\left(x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$$

$$=2-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$$

$$=\frac{9}{2}-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$$

ដើម្បីឱ្យ Q មានតម្លៃអតិបរមា លុះត្រាតែកន្សោម

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow x-\frac{1}{2}=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ **តម្លៃ $x=\frac{1}{2}$ ធ្វើឱ្យ $Q=\frac{9}{4}$ មានតម្លៃអតិបរមា** ។

២៧៨ រកចំនួនគត់តូចបំផុត n

បើ a,b,c,d,e ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់យើងបាន :

$$\begin{cases}n=2a+1\\ n=3b+2\\ n=4c+3\\ n=5d+4\\ n=6e+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n=2a+1\\ n=3b+2\\ n=4c+3\\ n=5d+4\\ n=6e+5\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}n+1=2a+2\\ n+1=3b+3\\ n+1=4c+4\\ n+1=5d+5\\ n+1=6e+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n+1=2(a+1)\\ n+1=3(b+1)\\ n+1=4(c+1)\\ n+1=5(d+1)\\ n+1=6(e+1)\end{cases}$$

នាំឱ្យ $n+1$ ត្រូវតែចែកដាច់ជាមួយ $2,3,4,5,6$

មានន័យថា $n+1$ ជាពហុគុណនៃ $2,3,4,5,6$

សម្មតិកម្ម រកតែតម្លៃ n ដែលតូចបំផុត

នាំឱ្យ $n+1=PPCM(2,3,4,5,6)=2^2\times3\times5=60$

ទាញបាន $n=60-1=59$

ដូចនេះ **ចំនួនគត់តូចបំផុតដែលត្រូវរកគឺ $n=59$ ។**

២៧៩ រកចំនួនគត់តូចបំផុត n

បើ a,b,c,d,e ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់យើងបាន :

$$\begin{cases}n=2a+1\\ n=3b+1\\ n=4c+1\\ n=5d+1\\ n=6e+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n-1=2a\\ n-1=3b\\ n-1=4c\\ n-1=5d\\ n-1=6e\end{cases}$$

នាំឱ្យ $n-1$ ត្រូវតែចែកដាច់ជាមួយ $2,3,4,5,6$

មានន័យថា $n-1$ ជាពហុគុណនៃ $2,3,4,5,6$

ដោយ $PPCM(2,3,4,5,6)=2^2\times3\times5=60$

នាំឱ្យពហុគុណបន្តបន្ទាប់នៃ $2,3,4,5,6$ គឺ :

$\{60,120,180,240,300,360,420,...\}$ នោះនាំឱ្យ

$n-1=\{60,120,180,240,300,360,420,...\}$

$n=\{61,121,181,241,301,361,421,...\}$

តែសម្មតិកម្ម n ចែកដាច់នឹង 7

ហើយ ក្នុងចំណោមតម្លៃ n នីមួយៗ តាមលំដាប់ពីតូចទៅធំ

មានតែតម្លៃ 301 ទេ ដែលតូចជាងគេ និង ចែកដាច់នឹង 7

ដូចនេះ **ចំនួនគត់តូចបំផុតដែលត្រូវរកគឺ $n=301$** ។

២៨០ ស្រាយបញ្ជាក់ថាកន្សោម E មានតម្លៃថេរ

រំលឹក $\cos^2x+\sin^2x=1$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

យើងមាន

$$E=\cos^6x+\sin^6x+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=(\cos^2x)^3+(\sin^2x)^3+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=(\cos^2x+\sin^2x)(\cos^4x-\cos^2x\sin^2x+\sin^4x)+$$
$$+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=\cos^4x-\cos^2x\sin^2x+\sin^4x+3\sin^2x\cos^2x$$
$$=\cos^4x+2\cos^2x\sin^2x+\sin^4x$$
$$=(\cos^2x+\sin^2x)^2$$
$$=1^2$$
$$=1$$

ដូចនេះ

គ្រប់តម្លៃរបស់ x យើងបានតម្លៃ $E=1$ ថេរជានិច្ច ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៨១ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x^3+y^3=9 & (1) \\ xy=2 & (2) \end{cases}$

តាមសមីការ (2) ទាញបាន $x=\dfrac{2}{y}$ (3) ជំនួសក្នុង (1)

យើងបាន $\left(\dfrac{2}{y}\right)^3+y^3=9$

$\dfrac{8}{y^3}+y^3=9$

$8+y^6=9y^3$

$y^6-9y^3+8=0$

តាង $y^3=t \Rightarrow y^6=t^2$

យើងបាន $t^2-9t+8=0$

សមីការមាន $a+b+c=1+(-9)+8=0$

នាំឱ្យ $t=1$, $t=8$

ចំពោះ $t=1 \Leftrightarrow y^3=1 \Rightarrow y=1$

នោះតាម (3) : $x=\dfrac{2}{y}=\dfrac{2}{1}=2$

ចំពោះ $t=8 \Leftrightarrow y^3=8 \Rightarrow y=2$

នោះតាម (3) : $x=\dfrac{2}{y}=\dfrac{2}{2}=1$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=2, y=1)$, $(x=1, y=2)$ ។

២៨២ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន $\left(3^{2011}-3^{2010}\right)\left(3^{2009}-3^{2008}\right)=4\times 3^x$

$3^{2010}(3-1)\cdot 3^{2008}(3-1)=4\times 3^x$

$2\times 2\times 3^{2010+2008}=4\times 3^x$

$3^{4018}=3^x$

$\Rightarrow 4018=x$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=4018$ ។

២៨៣ សរសេរ N ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទី១

យើងមាន $N=(3a-1)^2-4\left(a^2+6a+9\right)$

$=(3a-1)^2-2^2(a+3)^2$

$=[(3a-1)-2(a+3)][(3a-1)+2(a+3)]$

$=(3a-1-2a-6)(3a-1+2a+6)$

$=(a-7)(5a+5)$

ដូចនេះ សរសេរបាន $N=(a-7)(5a+5)$ ។

២៨៤ ស្រាយថា N ចែកដាច់នឹង 32 :

យើងមាន $N=4(4a+1)^2-100$

$=2^2(4a+1)^2-10^2$

$=[2(4a+1)-10][2(4a+1)+10]$

$=(8a+2-10)(8a+2+10)$

$=(8a-8)(8a+12)$

$=8(a-1)\times 4(2a+3)$

$=32(a-1)(2a+3)$

ដោយ $N=32(a-1)(2a+3)$ ជាពហុគុណនៃ 32

ដូចនេះ N ជាចំនួនត្រូវតែចែកដាច់នឹង 32 ។

២៨៥ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម P :

គេឱ្យ $a+b=1$ និងកន្សោម

$P=2\left(a^3+b^3\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$

$=2(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$

$=2\left(a^2-ab+b^2\right)-3\left(a^2+b^2\right)+1$

$=2a^2-2ab+2b^2-3a^2-3b^2+1$

$=-a^2-2ab-b^2+1$

$=-\left(a^2+2ab+b^2\right)+1$

$=-(a+b)^2+1$

$=-1^2+1$

$=-1+1$

$=0$

ដូចនេះ តម្លៃលេខនៃកន្សោមគណនាបាន $P=0$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៨៦ រកពីរចំនួនគត់វិជ្ជមាន a និង b :

យើងមាន $a^2-b^2=24$

យើងបាន $(a-b)(a+b)=24$

បើ a និង b ជាចំនួនគត់នោះ $(a-b)$ និង $(a+b)$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ ដែលយើងនឹងរកផលគុណពីរចំនួនគត់ស្មើ 24

ដោយ $24=\begin{cases}1\times 24\\2\times 12\\3\times 8\\4\times 6\end{cases}$ និង $(a-b)<(a+b)$

នាំឱ្យ $\begin{cases}a-b=1\\a+b=24\end{cases}$ មិនយកព្រោះ a និង b មិនជាចំនួនគត់

ឬ $\begin{cases}a-b=2\\a+b=12\end{cases}$ ដោះស្រាយបានគូចម្លើយ $a=7\,,\,b=5$

ឬ $\begin{cases}a-b=3\\a+b=8\end{cases}$ មិនយកព្រោះ a និង b មិនជាចំនួនគត់

ឬ $\begin{cases}a-b=4\\a+b=6\end{cases}$ ដោះស្រាយបានគូចម្លើយ $a=5\,,\,b=1$

ដូចនេះ សមីការមានគូចម្លើយ $\begin{cases}a=7\\b=5\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=5\\b=1\end{cases}$ ។

២៨៧ គណនាជ្រុងរបស់ការេនីមួយៗ

តាង a ជារង្វាស់ជ្រុងការេធំ (គិតជា m)

b ជារង្វាស់ជ្រុងការេតូច (គិតជា m)

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases}a^2-b^2=1152\\a-b=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-b)(a+b)=1152\\a-b=16\end{cases}$

$\begin{cases}16(a+b)=1152\\a-b=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=72\\a-b=16\end{cases}$

ដោះស្រាយតាមវិធីបូកបំបាត់ យើងបាន :

$+\begin{cases}a+b=72\\a-b=16\end{cases}$

$2a=88 \Rightarrow a=44$ នោះ $b=44-16=28$

ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុងការេនីមួយៗគឺ $44\ m$, $28\ m$ ។

២៨៨ គណនាកន្សោម A

$$A=\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{2}{(2-x)(3-x)}+\frac{3}{(1-x)(x-3)}$$

$$=\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{2}{(x-2)(x-3)}-\frac{3}{(x-1)(x-3)}$$

$$=\frac{(x-3)+2(x-1)-3(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$=\frac{x-3+2x-2-3x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

$$=\frac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

ដូចនេះ កន្សោមគណនាបានគឺ $A=\dfrac{1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ ។

២៨៩ រកមួយចំនួននោះ

តាង x ជាមួយចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានតម្លៃ $3x$ ផ្ទុយពី x^2

មានន័យថា $3x=-x^2$

ដោះស្រាយ $3x=-x^2$

$3x+x^2=0$

$x(3+x)=0$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\3+x=0\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$

ចំពោះ $x=0$ មិនយកព្រោះ 0 គ្មានចំនួនផ្ទុយទេ

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ -3 ។

២៩០ រកលេខដែលនៅត្រង់ទីតាំងទី 2011

យើងមានលេខសរសេរពី 1 ដល់លេខ 999 គឺ

$N=12345678910111213...998999$

ដើម្បីរកលេខនៅត្រង់ទីតាំងទី 2011

យើងសិក្សាតាមផ្នែកៗដូចបង្ហាញខាងក្រោម :

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

-ពីលេខ $1 \to 9$ មានចំនួនតួ : $9 \times 1 = 9$ តួ

-ពីលេខ $10 \to 99$ មានចំនួនតួ : $90 \times 2 = 180$ តួ

-ពីលេខ $100 \to 199$ មានចំនួនតួ : $100 \times 3 = 300$ តួ

-ពីលេខ $200 \to 299$ មានចំនួនតួ : $100 \times 3 = 300$ តួ

-ពីលេខ $300 \to 399$ មានចំនួនតួ : $100 \times 3 = 300$ តួ

-ពីលេខ $400 \to 499$ មានចំនួនតួ : $100 \times 3 = 300$ តួ

-ពីលេខ $500 \to 599$ មានចំនួនតួ : $100 \times 3 = 300$ តួ

-ពីលេខ $600 \to 699$ មានចំនួនតួ : $100 \times 3 = 300$ តួ

បើយើងសរុបតួពីលេខ $1 \to 699$ វាមានចំនួនតួគឺ

$9 + 180 + 6 \times 300 = 1989$ តួ

យើងត្រូវការ 22 តួទៀត ដើម្បីបន្ថែមឱ្យគ្រប់តួទី 2011

ហើយតួបន្តបន្ទាប់ទៀត បន្ទាប់ពី 699 នោះគឺ :

700701702703704705706707708709800...999 .

តួទី 1990 តួទី 2000 តួទី 2011

ដូចនេះ | លេខដែលនៅត្រង់ទីតាំងតួទី 2011 គឺលេខ 7 | ។

២៩១> គណនាផលបូក S :

$$S = f(1) + f(2) + f(3) + \ldots + f(2011)$$

យើងមាន $x(2x+1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 1 \quad (1)$

បើយើង ជំនួស x ដោយ $\frac{1}{x}$ នោះយើងបាន :

$$\frac{1}{x}\left(2 \cdot \frac{1}{x} + 1\right) f\left(\frac{1}{x}\right) + f\left(\frac{1}{1/x}\right) = \frac{1}{x} + 1$$

$$\frac{1}{x}\left(\frac{2+x}{x}\right) f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{1+x}{x}$$

$$\frac{2+x}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{1+x}{x} \quad (2)$$

ដោយគុណអង្គទាំងពីរនៃសមីការ (2) នឹង $\frac{x^2}{2+x}$ ដើម្បីឱ្យមេគុណនៃ $f\left(\frac{1}{x}\right)$ ស្មើនឹង 1 យើងបាន :

$$\frac{x^2}{2+x}\left[\frac{2+x}{x^2} f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x)\right] = \left(\frac{x^2}{2+x}\right)\left(\frac{1+x}{x}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{x^2}{2+x} f(x) = \frac{x+x^2}{2+x} \quad (3)$$

ដោយយកសមីការ $(1)-(3)$ នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases} x(2x+1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x+1 \\ f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{x^2}{2+x} f(x) = \frac{x+x^2}{2+x} \end{cases}$$

$$\left[x(2x+1) - \frac{x^2}{2+x}\right] f(x) = (x+1) - \left(\frac{x+x^2}{2+x}\right)$$

$$\frac{(2x^2+x)(2+x) - x^2}{2+x} f(x) = \frac{(x+1)(2+x) - (x+x^2)}{2+x}$$

$$\left(4x^2 + 2x^3 + 2x + x^2 - x^2\right) f(x) = x^2 + 3x + 2 - x - x^2$$

$$\left(4x^2 + 2x^3 + 2x\right) f(x) = 2x + 2$$

$$2x\left(x^2 + 2x + 1\right) f(x) = 2(x+1)$$

$$f(x) = \frac{2(x+1)}{2x(x+1)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

ដោយឱ្យតម្លៃ $x = \{1, 2, 3, \ldots, 2011\}$ យើងបាន :

$$+\begin{cases} f(1) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ f(2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ f(3) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ f(2011) = \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012} \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2012}$$

$$S = \frac{2012-1}{2012} = \frac{2011}{2012}$$

ដូចនេះ | ផលបូកគណនាបាន $S = \frac{2011}{2012}$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

២៩២ រកចំនួនគូបតិចបំផុតដែលត្រូវរៀបក្នុងប្រអប់

ដើម្បីឱ្យបានចំនួនគូបតិចបំផុតរៀបនៅក្នុងប្រអប់ នោះមាឌរបស់គូបត្រូវធំបំផុត ។ នោះយើងត្រូវរកជ្រុងគូបធំបំផុតដែលវិមាត្រទាំងបីរបស់ប្រអប់ចែកដាច់ នឹងជ្រុងរបស់គូប ។

-មានន័យថា ជ្រុងរបស់គូបជាតួចែករួមធំបំផុត នៃវិមាត្ររបស់ប្រអប់ ដែលយើងនឹងកំណត់

-បើតាង a ជាជ្រុងរបស់គូប (គិតជា mm)

នាំឱ្យ $a = PGCD(180, 60, 90) = 2\times3\times5 = 30$

ព្រោះ $180 = 2^2\times3^2\times5$

$600 = 2^3\times3\times5^2$

$90 = 2\times3^2\times5$

នាំឱ្យ មាឌគូបស្មើ $V = 30^3 = 27000\ mm^3$

មាឌប្រអប់ស្មើ $V = 180\cdot600\cdot90 = 9720000\ mm^3$

យើងបាន ចំនួនគូបដែលរៀបបានគឺ $\frac{9720000}{27000} = 360$ គូប

ដូចនេះ **ចំនួនគូបតិចបំផុតដែលអាចរៀបបានគឺ 360 គូប** ។

២៩៣ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}2x+2y=3xy & (1)\\ 6x+y=4xy & (2)\end{cases}$

ដោយសិក្សាផលដកសមីការ : $2\times(2)-(1)$

$$-\begin{cases}12x+2y=8xy\\ 2x+2y=3xy\end{cases}$$

$10x = 5xy \Leftrightarrow 10 = 5y$

$\Rightarrow y = 2$

ចំពោះ $y=2$ តាមសមីការ (1) យើងបាន :

$2x+2\times2 = 3x\times2$

$2x+4 = 6x$

$4x = 4$

$x = 1$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=1$, $y=2$** ។

២៩៤ រកពីរចំនួនគត់ a និង b

តាមបម្រាប់ : យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$\begin{cases}a+b=15n\\ a^2-b^2=45\end{cases}$ ដែល $n=\{1, 2, 3, ...\}$ ព្រោះ $a>b$

$\begin{cases}a+b=15n\\ (a+b)(a-b)=45\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=15n\\ 15n(a-b)=45\end{cases}$

$\begin{cases}a+b=15n\\ n(a-b)=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=15n\\ a-b=\frac{3}{n}\end{cases}$

បើ a និង b ជាចំនួនគត់នោះ $a-b$ ក៏ជាចំនួនគត់ដែរ

នោះ $\frac{3}{n}$ ជាចំនួនគត់ មានន័យថា 3 ត្រូវតែចែកដាច់នឹង n

យើងទាញបានតម្លៃ n គឺ $n=1$ ឬ $n=3$

-ចំពោះ $n=1$: $\begin{cases}a+b=15\\ a-b=3\end{cases}$ ដោះស្រាយតាមបូកបំបាត់

$$+\begin{cases}a+b=15\\ a-b=3\end{cases}$$

$2a=18 \Rightarrow a=9$ ហើយ $b=6$

-ចំពោះ $n=3$: $\begin{cases}a+b=45\\ a-b=1\end{cases}$ ដោះស្រាយតាមបូកបំបាត់

$$+\begin{cases}a+b=45\\ a-b=1\end{cases}$$

$2a=46 \Rightarrow a=23$ ហើយ $b=22$

ដូចនេះ **ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយពីរគូគឺ $(a=9, b=6)$ ឬ $(a=23, b=22)$** ។

២៩៥ បង្ហាញថា $A^2+B^2+C^2-ABC$ មិនអាស្រ័យនឹង x, y, z

យើងមាន

$A = \frac{y}{z}+\frac{z}{y} \Leftrightarrow A^2 = \left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)^2 = \left(\frac{y}{z}\right)^2+\left(\frac{z}{y}\right)^2+2$

$B = \frac{z}{x}+\frac{x}{z} \Leftrightarrow B^2 = \left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}\right)^2 = \left(\frac{z}{x}\right)^2+\left(\frac{x}{z}\right)^2+2$

$C = \frac{x}{y}+\frac{y}{x} \Leftrightarrow C^2 = \left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^2+\left(\frac{y}{x}\right)^2+2$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ $A^2+B^2+C^2$

$$=\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+2+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+2+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+2$$

$$=6+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}$$

ហើយ

$$ABC=\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$$

$$=\left(\frac{y}{x}+\frac{xy}{z^2}+\frac{z^2}{xy}+\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$$

$$=\left(1+\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}+1\right)$$

$$=2+\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}$$

យើងបាន $A^2+B^2+C^2-ABC$

$$=6+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-\left(2+\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}\right)$$

$$=4$$

ដូចនេះ $A^2+B^2+C^2-ABC=4$ មិនអាស្រ័យ x,y,z ។

២៩៦ រកចម្ងាយគម្លាតពី C ទៅ A ខណៈពេល A រត់ដល់ទី

តាង V_A , V_B , V_C ជាល្បឿនរៀងគ្នានៃ A,B,C

t ជារយៈពេលដែល A រត់ដល់ទី

t' ជារយៈពេលដែល B រត់ដល់ទី

បម្រាប់ : ខណៈពេល A រត់ដល់ទី B នៅខ្វះ $10\ m$

នាំឱ្យ $V_A\cdot t=100$ (1) និង $V_B\cdot t=90$ (2)

យើងធ្វើផលធៀប (1) និង (2) យើងបាន :

$$\frac{V_A\cdot t}{V_B\cdot t}=\frac{100}{90}\Leftrightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{10}{9}\Rightarrow V_B=\frac{9V_A}{10}\quad(i)$$

បម្រាប់បន្ត : ខណៈពេល B រត់ដល់ទី C នៅខ្វះ $10\ m$

នាំឱ្យ $V_B\cdot t'=100$ (3) និង $V_C\cdot t'=90$ (4)

យើងធ្វើផលធៀប (3) និង (4) យើងបាន :

$$\frac{V_B\cdot t'}{V_C\cdot t'}=\frac{100}{90}\Leftrightarrow\frac{V_B}{V_C}=\frac{10}{9}\Rightarrow V_B=\frac{10V_C}{9}\quad(ii)$$

ដោយផ្ទឹម (i) & (ii) នោះយើងបាន :

$$\frac{9V_A}{10}=\frac{10V_C}{9}\Rightarrow V_A=\frac{100V_C}{81}$$

បើ t ជារយៈពេលដែល A រត់ដល់ទី នោះ

$$V_A\cdot t=100\Leftrightarrow t=\frac{100}{V_A}$$

បើ d ជាចម្ងាយដែល C រត់បានក្នុងរយៈពេល t នោះ

$$d=V_C\cdot t=V_C\cdot\frac{100}{V_A}=V_C\cdot\frac{100}{\frac{100V_C}{81}}=81\ m$$

មានន័យថា ខណៈពេល t ដែល A រត់ដល់ទីចម្ងាយ $100\ m$

ឃើញថា C រត់បានតែចម្ងាយ $81\ m$ ប៉ុណ្ណោះ

នាំឱ្យ គម្លាតពី C ទៅ A គឺ $100\ m-81\ m=19\ m$

ដូចនេះ ចម្ងាយគម្លាតពី C ទៅ A គឺ $19\ m$ ។

២៩៧ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន
$$\begin{cases}-x+y+z=xyz & (1)\\ x-y+z=xyz & (2)\\ x+y-z=xyz & (3)\end{cases}$$

ផ្ទឹម (1) & (2) យើងបាន :

$$-x+y+z=x-y+z\Rightarrow x=y\quad(i)$$

ផ្ទឹម (2) & (3) យើងបាន :

$$x-y+z=x+y-z\Rightarrow y=z\quad(ii)$$

ផ្ទឹម (1) & (3) យើងបាន :

$$-x+y+z=x+y-z\Rightarrow z=x\quad(iii)$$

តាម $(i),(ii)$ និង (iii) យើងបាន $x=y=z$

ដោយយក $x=y=z$ ជំនួសក្នុងសមីការ (1) យើងបាន :

$$-x+x+x=x\cdot x\cdot x$$
$$x=x^3$$
$$x^3-x=0$$
$$x(x^2-1)=0$$
$$x(x-1)(x+1)=0$$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

នាំឱ្យ $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-1=0 \\ x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានក្រុមចម្លើយបីគឺ

$(x=y=z=0)$ ឬ $(x=y=z=1)$ ឬ $(x=y=z=-1)$

២៩៨ គណនាផលបូក S :

គេឱ្យ $a \neq b \neq c$

$$S=\frac{a}{(a-b)(a-c)}+\frac{b}{(b-c)(b-a)}+\frac{c}{(c-a)(c-b)}$$
$$=\frac{a}{(a-b)(a-c)}-\frac{b}{(b-c)(a-b)}+\frac{c}{(a-c)(b-c)}$$
$$=\frac{a(b-c)-b(a-c)+c(a-b)}{(a-b)(b-c)(a-c)}$$
$$=\frac{ab-ac-ab+bc+ac-bc}{(a-b)(b-c)(a-c)}$$
$$=\frac{0}{(a-b)(b-c)(a-c)}$$
$$=0$$

ដូចនេះ តម្លៃផលបូកគណនាបានគឺ $S=0$ ។

២៩៩ រកគ្រប់បណ្តាគូនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន $(x\,,\,y)$

យើងមាន $x^2+x+13=y^2$

នាំឱ្យ $y^2-x^2-x=13$ (គុណអង្គទាំងពីរនឹង 4)

$$4y^2-4x^2-4x=52$$
$$4y^2-4x^2-4x-1=52-1$$
$$4y^2-(4x^2+4x+1)=51$$
$$(2y)^2-(2x+1)^2=51$$
$$(2y-2x-1)(2y+2x+1)=51$$

ដោយ $(x\,,\,y)$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នាំឱ្យ $(2y-2x-1)<(2y+2x+1)$

ហើយផលគុណពីរកត្តានៃចំនួនគត់ស្មើនឹង 51 គឺ :

$$51=\left[\begin{array}{l} 1\times 51 \\ 3\times 17 \end{array}\right.$$

-ចំពោះ $1\times 51=51$ យើងផ្ទឹមកត្តាត្រូវគ្នា :

យើងបាន $\begin{cases} 2y-2x-1=1 \\ 2y+2x+1=51 \end{cases}$

$\begin{cases} 2y-2x=2 \\ 2y+2x=50 \end{cases}$

$+\begin{cases} y-x=1 \\ y+x=25 \end{cases}$

$2y=26 \Rightarrow y=13$

នោះ $x=y-1=13-1=12$

-ចំពោះ $3\times 17=51$ យើងផ្ទឹមកត្តាត្រូវគ្នា :

យើងបាន $\begin{cases} 2y-2x-1=3 \\ 2y+2x+1=17 \end{cases}$

$\begin{cases} 2y-2x=4 \\ 2y+2x=16 \end{cases}$

$+\begin{cases} y-x=2 \\ y+x=8 \end{cases}$

$2y=10 \Rightarrow y=5$

នោះ $x=y-2=5-2=3$

ដូចនេះ គូចម្លើយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន មានពីរគូគឺ :

$(x=12\,,\,y=13)$ ឬ $(x=3\,,\,y=5)$ ។

៣០០ តើចំនួន A បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យ (0) ប៉ុន្មាន ?

យើងមាន $A=2^n\cdot 5^{2n+1}$

$$=2^n\cdot 5^{n+(n+1)}$$
$$=2^n\cdot 5^n\cdot 5^{n+1}$$
$$=10^n\cdot 5^{n+1}$$

ដោយ -ស្វ័យគុណនៃ 5 ជាចំនួនមានលេខ 5 ខាងចុងជានិច្ច

នាំឱ្យ 5^{n+1} ជាចំនួនដែលមានលេខ5 ខាងចុងជានិច្ច

-ហើយ 10^n មានលេខ 0 ចំនួន n ដង

នាំឱ្យផលគុណ $10^n\cdot 5^{n+1}$ មានលេខ 0 ចំនួន n ដង

ដូចនេះ ចំនួន $A=2^n\cdot 5^{2n+1}$ បញ្ចប់ដោយលេខ 0 ចំនួន n ដង ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣០១ ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ac}+\frac{x-c}{ab}=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{a(x-a)+b(x-b)+c(x-c)}{abc}=2\left(\frac{bc+ac+ab}{abc}\right)$$

$$a(x-a)+b(x-b)+c(x-c)=2(ab+bc+ac)$$

$$ax-a^2+bx-b^2+cx-c^2=2ab+2bc+2ac$$

$$(a+b+c)x=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$

$$(a+b+c)x=(a+b+c)^2$$

$$x=\frac{(a+b+c)^2}{(a+b+c)}$$

$$x=(a+b+c)$$

ដូចនេះ | សមីការមាន $x=a+b+c$ ជាឫស | ។

៣០២ រកឫសគូបនៃ Z :

យើងមាន $Z=\left(8,\frac{\pi}{4}\right)$ មានទម្រង់ $Z=(r,\alpha)$

ដែល r ជាម៉ូឌុល និង α ជាអាគុយម៉ង់

ឫសគូបនៃ Z គឺ

$$Z_k=\left(\sqrt[3]{r}\,,\frac{\alpha+2k\pi}{3}\right)$$ ដែល $k=\{0\,,1\,,2\}$

-ចំពោះ $k=0$: $Z_0=\left(\sqrt[3]{8}\,,\frac{(\pi/4)+2\cdot0\cdot\pi}{3}\right)$

$$=\left(2\,,\frac{\pi}{12}\right)$$

-ចំពោះ $k=1$: $Z_1=\left(\sqrt[3]{8}\,,\frac{(\pi/4)+2\cdot1\cdot\pi}{3}\right)$

$$=\left(2\,,\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi}{3}\right)=\left(2\,,\frac{3\pi}{4}\right)$$

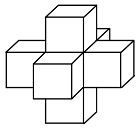
-ចំពោះ $k=2$: $Z_2=\left(\sqrt[3]{8}\,,\frac{(\pi/4)+2\cdot2\cdot\pi}{3}\right)$

$$=\left(2\,,\frac{\pi}{12}+\frac{4\pi}{3}\right)=\left(2\,,\frac{17\pi}{12}\right)$$

ដូចនេះ ឫសគូបនៃ Z គណនាបានគឺ :

| $Z_0=\left(2\,,\frac{\pi}{12}\right)\,,Z_1=\left(2\,,\frac{3\pi}{4}\right)\,,Z_1=\left(2\,,\frac{17\pi}{12}\right)$ | ។

៣០១ រកក្រឡាផ្ទៃទាំងអស់របស់សូលីត :



យើងមានគូប 7 ផ្គុំភ្ជាប់គ្នាបានជា

សូលីតមានមាឌ $448\ cm^3$

នាំឱ្យគូបនីមួយៗមានមាឌ $V=\frac{448cm^3}{7}=64\ cm^3$

ទាញបានទ្រនុងរបស់គូប $a=\sqrt[3]{V}=\sqrt[3]{64\ cm^3}=4\ cm$

គូបនីមួយៗមានផ្ទៃ $6a^2$

-គិតថា : គូប៧ មានគូបមួយនៅកណ្ដាលគេ បាត់ផ្ទៃអស់

និងគូប៦ ទៀតបាត់ផ្ទៃអស់១ដូចគ្នា នាំឱ្យផ្ទៃសូលីត :

$$S=7\times6a^2-(6a^2)-(6\cdot a^2)$$

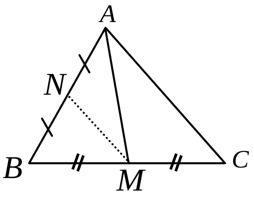
$$=42a^2-12a^2$$

$$=30a^2\quad,\quad(a=4\ cm)$$

$$=30\cdot(4\ cm)^2=30\times16\ cm^2=480\ cm^2$$

ដូចនេះ | ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់របស់សូលីតគឺ $S=480\ cm^2$ | ។

៣០៤ បង្ហាញថា $2AM<AB+AC$



-យើងមាន $[AM]$ ជាមេដ្យាន

នាំឱ្យ ចំណុច M កណ្ដាល BC

-យកចំណុច N កណ្ដាល AB

នាំឱ្យ $AN=\frac{AB}{2}$ (1)

-ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន MN ជាបាតមធ្យម

នាំឱ្យ $MN=\frac{AC}{2}$ (2)

-ដោយបូក $(1)+(2)$ យើងបាន :

$$AN+MN=\frac{AB}{2}+\frac{AC}{2}$$

-តែ ក្នុងត្រីកោណ AMN តាមវិសមភាពនៃត្រីកោណ

យើងបាន $AM<AN+MN$ នោះយើងទាញបាន :

$$AM<\frac{AB}{2}+\frac{AC}{2}\quad\Leftrightarrow\quad 2AM<AB+AC$$

ដូចនេះ | យើងឃើញថា $2AM<AB+AC$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣០៥ គណនាល្បឿន រយៈពេល និងចម្ងាយចរ

រំលឹករូបមន្ត ចម្ងាយចរគឺ : $d = v\times t$

តាមបម្រាប់ប្រធាន :

-បើបន្ថែមល្បឿន $3km/h$ ទៅដល់មុនពេលកំណត់ $1\,h$

នាំឱ្យបាន : $(v+3)(t-1)=d \quad (1)$

-បើបន្ថយល្បឿន $2km/h$ ទៅដល់ក្រោយពេលកំណត់ $1\,h$

នាំឱ្យបាន : $(v-2)(t+1)=d \quad (2)$

តាម (1) & (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}(v+3)(t-1)=d\\(v-2)(t+1)=d\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}vt-v+3t-3=d\\vt+v-2t-2=d\end{cases}$$

$$\begin{cases}-v+3t-3=d-vt\\ v-2t-2=d-vt\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-v+3t-3=0\\ v-2t-2=0\end{cases}$$

ព្រោះ $d=v\times t$

បូកអង្គនិងអង្គ : $+\begin{cases}-v+3t-3=0\\ v-2t-2=0\end{cases}$

$$t-5=0 \quad\Rightarrow t=5\,h$$

ចំពោះ $v-2t-2=0$

$$v-2\times(5)-2=0$$

$$v-12=0 \quad\Rightarrow\quad v=12\ \ km/h$$

នាំឱ្យ $d=v\times t=12\times 5=60\ km$

ដូចនេះ | យើងគណនាបាន ល្បឿន $v=12km/h$ រយៈពេល $t=5h$ ចម្ងាយចរ $d=60km$ | ។

៣០៦ គណនាមួយចំនួននោះ

តាង x ជាមួយចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន : $x\times x = x+x$

ឬ $x^2=2x$ នាំឱ្យ $x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$ ទាញបាន $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

ដូចនេះ | ចំនួនដែលត្រូវគណនាគឺ 0 ឬ 2 | ។

៣០៧ រកចំនួននៃការចាប់ដៃគ្នាទាំងអស់

ការចាប់ដៃពុំមានច្រំដែលឡើយ នោះយើងគិតឃើញថា :

អ្នកទី១ ចាប់បាន9 ដង , អ្នកទី២ ចាប់បាន8 ដង

អ្នកទី៣ ចាប់បាន7 ដង , អ្នកទី៤ ចាប់បាន6 ដង ...

រហូតដល់អ្នកទី១០ បាន 0 ដង

នាំឱ្យ ចំនួនដងនៃការចាប់ដៃគ្នាគឺ :

$9+8+7+6+5+4+3+2+1+0=45$ ដង

-អ្នកអាចធ្វើតាមរបៀបម្យ៉ាងទៀតគឺ :

មនុស្សមាន ១០នាក់ ហើយចាប់ដៃគ្នាពីរៗនាក់ មានន័យថា:

វាជាបន្សំ នៃ១០ធាតុ ជ្រើសរើសយក២ធាតុ

នាំឱ្យ $C(10\,,2)=\dfrac{10\,!}{(10-2)!\cdot 2!}=\dfrac{10\cdot 9\cdot 8\,!}{8!\cdot 2!}=45$ ដង

ដូចនេះ | ចំនួនដងនៃការចាប់ដៃទាំងអស់គឺ 45 | ។

៣០៨ ស្រាយបញ្ជាក់ថា 2^9+3^9 ចែកដាច់នឹង 35

យើងមាន $2^9+3^9=(2^3)^3+(3^3)^3$

$$=(2^3+3^3)(2^6-2^3\cdot 3^3+3^6)$$

$$=(8+27)(2^6-2^3\cdot 3^3+3^6)$$

$$=35(2^6-2^3\cdot 3^3+3^6)$$

ឃើញថាលទ្ធផលនៃ 2^9+3^9 ជាពហុគុណនៃ 35

នោះ 2^9+3^9 ត្រូវតែចែកដាច់នឹង 35

ដូចនេះ | ចំនួន 2^9+3^9 ចែកដាច់នឹង 35 | ។

៣០៩ សម្រួលប្រភាគសនិទាន E :

យើងមាន $E=\dfrac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-5ab+6b^2}$

$$=\frac{(a-b)(a-2b)}{(a-2b)(a-3b)}=\frac{a-b}{a-3b}$$

ដូចនេះ | យើងសម្រួលបាន $E=\dfrac{a-b}{a-3b}$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣១០> គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ

តាង x , y , z ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ គិតជា cm

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ យើងបានផលធៀប

$$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=\frac{x+y+z}{3+4+5}=\frac{24}{12}=2$$

ព្រោះ បរិមាត្រ $x+y+z=24\ (cm)$

យើងបាន $\frac{x}{3}=2 \Rightarrow x=6\ (cm)$

$\frac{y}{4}=2 \Rightarrow y=8\ (cm)$

$\frac{z}{5}=2 \Rightarrow z=10\ (cm)$

ដូចនេះ | រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណគឺ $6cm$, $8cm$, $10cm$ | ។

៣១១> គណនាចំនួនគត់នោះ

តាង $\overline{ab}$ ជាចំនួនគត់ដែលមានលេខពីរខ្ទង់នោះ

នាំឱ្យយើងបាន : $0<a\le 9$, $0\le b\le 9$

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងចងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} a+b=9 \\ \overline{ba}-\overline{ab}=63 \end{cases} \quad (*)$$

ពិនិត្យ $\overline{ba}-\overline{ab}=(10b+a)-(10a+b)$

$=10b+a-10a-b$

$=-9a+9b$

$=9(-a+b)$

នោះយើងបាន ប្រព័ន្ធសមីការ $(*)$ ទៅជា :

$$\begin{cases} a+b=9 \\ 9(-a+b)=63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=9 \\ -a+b=7 \end{cases}$$

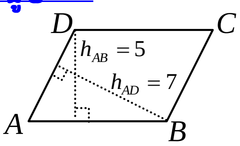
តាមវិធីបូកបំបាត់

$$+\begin{cases} a+b=9 \\ -a+b=7 \end{cases}$$
$$2b=16 \Rightarrow b=8$$

ទាញបាន $a=9-b \Leftrightarrow a=9-8 \Rightarrow a=1$

ដូចនេះ | ចំនួនគត់នោះគឺ $\overline{ab}=18$ | ។

៣១២> គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃប្រលេឡូក្រាម $ABCD$:



តាង $h_{AB}=5$ ត្រូវនឹងបាត AB

$h_{AD}=7$ ត្រូវនឹងបាត AD

យើងបាន ផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ គឺ

$S_{ABCD}=AB\cdot h_{AB}$ ឬ $S_{ABCD}=AD\cdot h_{AD}$

នាំឱ្យ $AB\cdot h_{AB}=AD\cdot h_{AD}$ ទាញបាន $\frac{h_{AB}}{h_{AD}}=\frac{AD}{AB}$

តាមបម្រាប់ សមាមាត្រកម្ពស់ $5:7$ គឺ $\frac{h_{AB}}{h_{AD}}=\frac{5}{7}$

នាំឱ្យ $\frac{AD}{AB}=\frac{5}{7} \Leftrightarrow 5AB=7AD$

$\Rightarrow 5AB-7AD=0 \quad (1)$

បម្រាប់បរិមាត្រ $2(AB+AD)=48\ (cm)$

$AB+AD=24 \quad (2)$

តាម (1) & (2) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} 5AB-7AD=0 \\ AB+AD=24 \end{cases}$$ បូកបំបាត់ដោយយកសមីការ $(2)\times 7$

យើងបាន
$$+\begin{cases} 5AB-7AD=0 \\ 7AB+7AD=168 \end{cases}$$
$$12AB=168 \Rightarrow AB=14$$

ដោយ $5AB=7AD \Rightarrow AD=\frac{5AB}{7}=\frac{5\times 14}{7}=10$

ដូចនេះ | រង្វាស់ជ្រុងប្រលេឡូក្រាមក្រោយពីគណនាបាន គឺ : $AB=14\ cm$, $AD=10\ cm$ | ។

៣១៣> រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ P មានតម្លៃតូចបំផុត

យើងមាន $P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$

$=[(x-1)(x+6)][(x+2)(x+3)]$

$=(x^2+5x-6)(x^2+5x+6)$

$=(x^2+5x)^2-6^2$

$=(x^2+5x)^2-36$

ដោយ $(x^2+5x)^2\ge 0$ នាំឱ្យ $(x^2+5x)^2-36\ge -36$

នោះតម្លៃ $P=(x^2+5x)^2-36 \Rightarrow P\ge -36$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

មានន័យថា P មានតម្លៃតូចបំផុតស្មើ -36

ចំពោះ $x^2+5x=0 \Leftrightarrow x(x+5)=0$

នាំឱ្យ $x=0$, $x=-5$

ដូចនេះ $x=0$, $x=-5$ ជាតម្លៃដែលធ្វើឱ្យ $P=-36$ ជាតម្លៃតូចបំផុត ។

៣១៤ រកចំនួនមនុស្ស និងចំនួនកៅអី

-របៀបទី១ : (តាមប្រព័ន្ធសមីការ)

តាង x ជាចំនួនមនុស្ស និង y ជាចណួនកៅអី

ដែល x និង y ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x-y=4 \\ y-4=\frac{x}{2} \end{cases}$

ទាញឱ្យងាយ $\begin{cases} x-y=4 \\ x-2y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4+y & (1) \\ x=2y-8 & (2) \end{cases}$

ដោយផ្ទឹម (1) & (2) នោះយើងបាន :

$$2y-8=4+y$$
$$2y-y=4+8$$
$$y=12$$

តាម (1) : $x=4+y \Leftrightarrow x=4+12 \Rightarrow x=16$

ដូចនេះ មនុស្សមានចំនួន 16 នាក់ ,កៅអីមានចំនួន 12 ។

-របៀបទី២ : (តាមសមីការ)

តាង x ជាចំនួនមនុស្ស នោះចំនួនកៅអីគឺ $x-4$

ដែល x ជាចំនួនគត់

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងបានសមីការ :

$$\frac{x}{2}=(x-4)-4$$
$$x=2x-16$$
$$x=16$$

នាំឱ្យ ចំនួនកៅអីគឺ $x-4=16-4=12$

ដូចនេះ មនុស្សមានចំនួន 16 នាក់ ,កៅអីមានចំនួន 12 ។

៣១៥ បង្ហាញថាផលគុណនៃពីរចំនួននោះតូចជាង ឬស្មើ $\frac{1}{4}$

តាង a និង b ជាពីរចំនួននោះ

តាមបម្រាប់ $a+b=1$ (លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

យើងបាន $(a+b)^2=1^2$

$$a^2+2ab+b^2=1$$
$$2ab=1-(a^2+b^2) \quad (1)$$

ម្យ៉ាងទៀត បើ a និង b ជាពីរចំនួននោះយើងបាន :

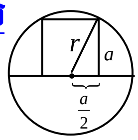
$$(a-b)^2 \ge 0$$
$$a^2-2ab+b^2 \ge 0$$
$$\Rightarrow \quad 2ab \le (a^2+b^2) \quad (2)$$

ដោយបូកអង្គនិងអង្គនៃ (1) និង (2) យើងបាន :

$$+\begin{cases} 2ab=1-(a^2+b^2) \\ 2ab \le (a^2+b^2) \end{cases}$$
$$4ab \le 1 \quad \Rightarrow \quad ab \le \frac{1}{4}$$

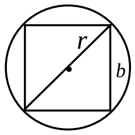
ដូចនេះ ផលគុណនៃពីរចំនួននោះតូចជាង ឬស្មើ $\frac{1}{4}$ ។

៣១៦ រកផ្ទៃការេដែលចារឹកក្នុងរង្វង់ទាំងមូល



តាង s និង a ជាផ្ទៃ និងជ្រុង នៃការេតូច

S និង b ជាផ្ទៃ និងជ្រុង នៃការេធំ



តាមបម្រាប់ : $s=100\ cm^2$

នាំឱ្យ $a^2=s=100$ នោះ $a=10\ cm$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ r ជាប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស (កាំរង្វង់)

នោះ $r^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2=\left(\frac{10}{2}\right)^2+10^2=125\ cm^2$

និង $(2r)^2=b^2+b^2 \Leftrightarrow 4r^2=2b^2 \Rightarrow b^2=2r^2$

យើងបាន ផ្ទៃក្រឡាការេធំគឺ $S=b^2$

នាំឱ្យ $S=2r^2 \Leftrightarrow S=2\cdot125 \Rightarrow S=225\ cm^2$

ដូចនេះ ផ្ទៃការេចារឹកក្នុងរង្វង់ទាំងមូលគឺ $S=225\ cm^2$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣១៧ កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b :

យើងមាន $a^2+b^2=0$

គ្រប់តម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b នោះយើងបាន :

$$a^2\ge 0\quad,\quad b^2\ge 0$$

នាំឱ្យ $a^2+b^2\ge 0$

ចំពោះ $a^2+b^2=0$ មានករណីតែមួយគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

គឺ $\begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}$ (គ្មានករណីណាផ្សេងទៀតឡើយ)

ដូចនេះ ចំនួនពិតកំណត់បានគឺ $a=0$ និង $b=0$ ។

៣១៨ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{4} & (1)\\ xy+yz+zx=26 & (2)\end{cases}$

តាមសមាមាត្រនោះយើងបាន

$$(1):\ \frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{2+3+4}=\frac{x+y+z}{9}$$

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=\frac{x+y+z}{9}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{(x+y+z)^2}{81}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)}{81}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2+2\times 26}{81}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2+52}{81}\qquad(i)$$

ព្រោះតាម (2) : $xy+yz+zx=26$

តែតាមសមាមាត្រ

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2}{4+9+16}$$

$$\frac{x^2}{4}=\frac{y^2}{9}=\frac{z^2}{16}=\frac{x^2+y^2+z^2}{29}\qquad(ii)$$

តាម (i) និង (ii) នោះយើងបាន :

$$\frac{x^2+y^2+z^2+52}{81}=\frac{x^2+y^2+z^2}{29}$$

$$29(x^2+y^2+z^2+52)=81(x^2+y^2+z^2)$$

$$29(x^2+y^2+z^2)+29\times 52=81(x^2+y^2+z^2)$$

$$81(x^2+y^2+z^2)-29(x^2+y^2+z^2)=29\times 52$$

$$52(x^2+y^2+z^2)=29\times 52$$

$$x^2+y^2+z^2=29$$

នោះយើងបាន : $\dfrac{x^2}{4}=\dfrac{y^2}{9}=\dfrac{z^2}{16}=\dfrac{29}{29}=1$

នាំឱ្យយើងទាញបាន :

$$\frac{x^2}{4}=1\iff x^2=4\Rightarrow x=\pm 2$$

$$\frac{y^2}{9}=1\iff y^2=9\Rightarrow y=\pm 3$$

$$\frac{z^2}{16}=1\iff z^2=16\Rightarrow z=\pm 4$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយត្រូវគ្នាគឺ : $(x,y,z=-2,-3,-4)$ ឬ $(x,y,z=2,3,4)$ ។

៣១៩ គណនាតម្លៃគត់ នៃកន្សោមលេខ E :

យើងមាន $E=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$

នាំឱ្យ $E^3=\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^3$

$$=(2+\sqrt{5})+3\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)^2\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)+$$

$$+3\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)^2+(2-\sqrt{5})$$

$$=4+3\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\left(\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\right)$$

$$=4+3\sqrt[3]{2^2-\sqrt{5}^2}\,E$$

$$E^3=4-3E$$

យើងបាន $E^3+3E-4=0$

$(E-1)(E^2+E-4)=0$ នាំឱ្យ $\begin{cases}E-1=0\\ E^2+E-4=0\end{cases}$

ក្រោយពីដោះស្រាយមានតែតម្លៃគត់ $E=1$ ប៉ុណ្ណោះ

ដូចនេះ គណនាតម្លៃគត់បានគឺ $E=1$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣២០ គណនាផលបូកច្រាសនៃចំនួនទាំងពីរ

តាង a និង b ជាពីរចំនួននោះ

នាំឱ្យផលបូកច្រាសចំនួនទាំងពីរគឺ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

-របៀបទី១ : យើងគណនា តាមតម្រូវភាគបែងរួមគឺ ab

នាំឱ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}$

ដោយបម្រាប់ ផលបូក $a+b=12$ និងផលគុណ $ab=4$

គេបាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{12}{4}=3$ នោះ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$

-របៀបទី២ : ដោយចែកអង្គ និងអង្គ

យើងមាន $a+b=12$

ដោយចែកអង្គទាំងពីរនឹង ab យើងបាន :

$$\frac{a+b}{ab}=\frac{12}{ab} \Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{12}{4}=3$$ ព្រោះ $ab=4$

ដូចនេះ ផលបូកច្រាសចំនួនទាំងពីរគឺ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=3$ ។

៣២១ គណនារក r និង s :

បើ x^2+3x+8 ជាកត្តាមួយនៃកន្សោម x^4+rx^2+s នោះ

$$x^4+rx^2+s=(x^2+3x+8)(x^2+ax+b)$$
$$=x^4+ax^3+bx^2+3x^3+3ax^2+3bx+$$
$$+8x^2+8ax+8b$$
$$=x^4+(a+3)x^3+(b+3a+8)x^2+$$
$$+(3b+8a)x+8b$$

ដោយផ្ទឹមលេខមេគុណត្រូវគ្នានៃ x នោះគេបាន :

$$\begin{cases}a+3=0\\ r=b+3a+8\\ 3b+8a=0\\ s=8b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3\\ r=b-9+8\\ 3b-24=0\\ s=8b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3\\ r=7\\ b=8\\ s=64\end{cases}$$

គេបាន $x^4+7x^2+64=(x^2+3x+8)(x^2-3x+8)$

ដូចនេះ តម្លៃគណនាបានគឺ $r=7$ និង $s=64$ ។

៣២២ គណនា A :

យើងមាន $A=2\times4\times6\times\ldots\times2n$

$$=(2\times1)\times(2\times2)\times(2\times3)\times\ldots\times(2\times n)$$
$$=(2\times2\times2\times\ldots\times2)(1\times2\times3\times\ldots\times n)$$
$$=2^n\cdot n!$$

ព្រោះ $\underbrace{2\times2\times2\times\ldots\times2}_{\text{n ដងនៃលេខ 2}}=2^n$

និង $n!=1\times2\times3\times\ldots\times n$

ដូចនេះ តម្លៃដែលគណនាបាន $A=2^n\cdot n!$ ។

៣២៣ គណនា $\sqrt[1024]{S+1}$:

យើងមាន

$$S=(1+2)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})$$
$$=(2-1)(1+2)(1+2^2)(1+2^4)\times\ldots\times(1+2^{1024})$$
$$=(2^2-1)(1+2^2)(1+2^4)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})$$
$$=(2^4-1)(1+2^4)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})$$
$$=(2^8-1)(1+2^8)\times\ldots\times(1+2^{1024})$$
$$=\ldots$$
$$=(2^{1024}-1)(1+2^{1024})$$
$$=2^{2048}-1$$

នាំឱ្យ $\sqrt[1024]{S+1}=\sqrt[1024]{2^{2048}-1+1}$

$$=\sqrt[1024]{2^{2048}}$$
$$=\sqrt[1024]{(2^2)^{1024}}=2^2=4$$

ដូចនេះ គណនាបាន $\sqrt[1024]{S+1}=4$ ។

៣២៤ គណនា A :

មាន $A=\frac{2012}{1234568^2-1234567\times12345679}$

$$=\frac{2012}{1234568^2-(1234568-1)(1234568+1)}$$
$$=\frac{2012}{1234568^2-(1234568^2-1)}=\frac{2012}{1}=2012$$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=2012$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣២៥ រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n :

យើងមាន $4+n^4=(n^4+4n^2+4)-4n^2$

$$=(n^2+2)^2-(2n)^2$$
$$=(n^2+2-2n)(n^2+2+2n)$$
$$=(n^2-2n+2)(n^2+2n+2)$$

ដោយ $n\in\aleph$ នោះត្រូវតែ $(n^2-2n+2)<(n^2+2n+2)$

បើ $4+n^4$ ជាចំនួនបឋម នោះវាជាផលគុណពីរកត្តា ដែលកត្តាទី១ស្មើនឹង 1 និងកត្តាទី២ស្មើនឹងខ្លួនឯង យើងបាន :

$$\begin{cases} n^2-2n+2=1 \\ n^2+2n+2=4+n^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2-2n+1=0 \\ n^4-n^2-2n+2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (n-1)^2=0 \\ n^2(n^2-1)-2(n-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n-1=0 \\ (n-1)(n^3-n^2-2)=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=1 \\ (n-1)^2(n^2+2n+2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ n^2+2n+2=0 \end{cases}$$

ចំពោះ $n^2+2n+2=0$ មាន :

$\Delta'=1-2=-1<0$ នាំឱ្យសមីការគ្មានឫស

ដូចនេះ **ចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលរកបានគឺ $n=1$** ។

៣២៦ រកលេខខាងចុងនៃផលគុណ :

យើងមាន $7^{2012}\times 2013^{2010}\times 7^{2000}\times 2013^{2012}$

$$=7^{2012}\times 7^{2000}\times 2013^{2010}\times 2013^{2002}$$
$$=7^{2012+2000}\times 2013^{2010+2002}$$
$$=7^{4012}\times 2013^{4012}$$
$$=(7\times 2013)^{4012}$$
$$=14091^{4012}$$
$$=\ldots 1$$

ស្វ័យគុណនៃមួយចំនួនដែលមានលេខ១ខាងចុង ស្មើនឹងមួយចំនួនដែលមានលេខ១ នៅខាងចុងជានិច្ច ។

ដូចនេះ **លេខខាងចុងនៃផលគុណគឺ 1** ។

៣២៧ គណនារកលេខខាងចុងនៃ A :

មាន $A=2012^{2013}=(2010+2)^{2013}$

ដោយ 2010 មានលេខខាងចុង 0 នោះលេខខាងចុងនៃ $(2010+2)^{2013}$ អាស្រ័យលើលេខខាងចុងនៃ 2^{2013}

-ពិនិត្យ លក្ខណៈទូទៅចំពោះស្វ័យគុណនៃ 2 គឺ :

ចំពោះ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,\ldots$ នោះលេខចុងនៃ 2^n គឺ $2,4,8,6,2,4,8,6,\ldots$ មានទម្រង់ទូទៅគឺ :

2^n មានលេខខាងចុង 2 បើ $n=4k+1, k\in\aleph$

2^n មានលេខខាងចុង 4 បើ $n=4k+2, k\in\aleph$

2^n មានលេខខាងចុង 8 បើ $n=4k+3, k\in\aleph$

2^n មានលេខខាងចុង 6 បើ $n=4k \quad , k\in\aleph$

ដោយ $2013=4\times 503+1$ មានទម្រង់ $n=4k+1$

នាំឱ្យ $2^{2013}=2^{4\times 503+1}$ មានលេខខាងចុងគឺ 2

ដូចនេះ **លេខខាងចុងនៃ A គឺ 2** ។

៣២៨ រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n :

ចំពោះ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,\ldots$ នោះយើងបាន 2^n គឺ $2,4,8,16,32,64,128,256,\ldots$ ហើយសំណល់ចែកនៃ 2^n នឹង 7 គឺ $2,4,1,2,4,1,2,4,1,\ldots$

ដែលសំណល់នៃផលចែកនេះមានទម្រង់ទូទៅគឺ :

-បើ $n=3k+1, k\in\aleph$ នោះ $2^n\div 7$ មានសំណល់ 2

-បើ $n=3k+2, k\in\aleph$ នោះ $2^n\div 7$ មានសំណល់ 4

-បើ $n=3k \quad , k\in\aleph$ នោះ $2^n\div 7$ មានសំណល់ 1

ចំពោះករណី $2^n\div 7$ មានសំណល់ 1 ដែល $n=3k$

នាំឱ្យ $2^n-1\div 7$ មានសំណល់ 0 ដែល

មានន័យថា 2^n-1 ចែកដាច់នឹង 7 ក្នុងករណី $n=3k$

ដូចនេះ **2^n-1 ចែកដាច់នឹង 7 កាលណា n ជាពហុគុណនៃ 3** ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣២៩> បង្ហាញថា $12^{2012}-2^{2008}$ **ចែកដាច់នឹង** 10 **:**

ដើម្បីឱ្យ $12^{2012}-2^{2008}$ចែកដាច់នឹង 10 យើងគ្រាន់តែបង្ហាញ

ថាផលកដនៃ $12^{2012}-2^{2008}$ មានលេខសូន្យនៅខាងចុង ។

លេខចុងនៃ$12^{2012}-2^{2008}$អាស្រ័យលើលេខចុងនៃ$2^{2012}-2^{2008}$

-សិក្សាស្វ័យគុណនៃ 2 គឺ :

ចំពោះ $n=1,2,3,4,5,6,7,8,...$ នោះលេខចុង

នៃ 2^n គឺ $2,4,8,6,2,4,8,6,...$ មានទម្រង់ទូទៅ

គឺ : 2^n មានលេខខាងចុង 2 បើ $n=4k+1\,,\,k\in\aleph$

2^n មានលេខខាងចុង 4 បើ $n=4k+2\,,\,k\in\aleph$

2^n មានលេខខាងចុង 8 បើ $n=4k+3\,,\,k\in\aleph$

2^n មានលេខខាងចុង 6 បើ $n=4k\quad,\,k\in\aleph$

ដោយ $2^{2012}=2^{4\times503}$ មានទម្រង់ 2^{4k}

នាំឱ្យ 2^{2012} ជាចំនួនមានលេខ 6 នៅខាងចុង

និង $2^{2008}=2^{4\times502}$ មានទម្រង់ 2^{4k}

នាំឱ្យ 2^{2008} ជាចំនួនមានលេខ 6 នៅខាងចុងដែរ

យើងបានផលដកនៃ $12^{2012}-2^{2008}$ មានលេខ 0 នៅខាងចុង

ដូចនេះ | ចំនួន $12^{2012}-2^{2008}$ ចែកដាច់នឹង 10 | ។

៣៣០> បង្ហាញថា A **ចែកដាច់នឹង** 30 **:**

ចំពោះ គ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n យើងបាន :

$$\begin{aligned}A&=n^5-n\\&=n(n^4-1)\\&=n(n^2-1)(n^2+1)\\&=n(n-1)(n+1)((n^2-4)+5)\\&=n(n-1)(n+1)(n^2-4)+5n(n-1)(n+1)\\&=n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)+5n(n-1)(n+1)\\&=(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)+5(n-1)n(n+1)\end{aligned}$$

ដោយ $(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$ ជាប្រាំចំនួនតគ្នា

នោះចំនួននេះ ត្រូវចែកដាក់នឹង $2\,,3$ និង 5

ឬចំនួននេះត្រូវតែចែកដាច់នឹង 6 និង 5

ហើយ $5(n-1)n(n+1)$ មាន $(n-1)n(n+1)$ ជាបីចំនួន

គត់តគ្នានោះ $5(n-1)n(n+1)$ ត្រូវតែចែកដាច់នឹង

$2\,,3$ និង 5 ឬចំនួននេះត្រូវតែចែកដាច់នឹង 6 និង5

ដោយ $PGCD(6,5)=1$ នោះចំនួនដែលចែកដាច់នឹង

6 និង5 ជាជំនួនដែលចែកដាច់នឹង 30

ដូចនេះ | ចំនួន $A=n^5-n$ ចែកដាច់នឹង 30 | ។

៣៣១> គណនា $f(x)$ **:**

យើងមាន $f(x)=x^3-3x$

ចំពោះ $x=\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ នាំឱ្យ

$$\begin{aligned}x^3&=\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^3\\&=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+3\sqrt[3]{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\times x\\&=2\sqrt{3}+3\sqrt[3]{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2}\times x\\&=2\sqrt{3}+3x\end{aligned}$$

ទាញបាន $x^3-3x=2\sqrt{3}$ នោះ $f(x)=x^3-3x=2\sqrt{3}$

ដូចនេះ | គណនាបាន $f(x)=2\sqrt{3}$ | ។

៣៣២> រកពីរចំនួនគត់ a **និង** b **:**

បម្រាប់ $a+b=92$ នាំឱ្យ $a+1+b=93$

ដោយ $a+1$ ជាពហុគុណនៃ b នោះ $a+1=kb\,,\,k\in\aleph$

យើងបាន $kb+b=93 \Leftrightarrow (k+1)b=93$

នាំឱ្យ $b=\dfrac{93}{k+1}$ ដោយ b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

នោះ 93 ត្រូវតែចែកដាច់នឹង $k+1$

ដោយ $93=\begin{cases}1\times93\\3\times31\end{cases}$ នោះ $k+1=\begin{cases}1\\93\\3\\31\end{cases}\Rightarrow k=\begin{cases}0\\92\\2\\30\end{cases}$

-ចំពោះ $k=0$ នោះ $b=93$ មិនយក ព្រោះ$a+b=92$

-ចំពោះ $k=92$ នោះ $b=1$

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

-ចំពោះ $k=2$ នោះ $b=31$

-ចំពោះ $k=30$ នោះ $b=3$

យើងបាន $b=\begin{cases}1\\31\\3\end{cases}$ នាំឱ្យ $a=92-b=\begin{cases}92-1=91\\92-31=61\\92-3=89\end{cases}$

ដូចនេះ ចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលរកឃើញ $(a=91\,,\,b=1)$ $(a=61\,,\,b=31)$ និង $(a=89\,,\,b=3)$ ។

៣៣៣ បង្ហាញថា P ចែកដាច់នឹង P' :

មាន $P=(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(n+n)$

ហើយ $P'=1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1)$ នោះយើងបាន :

$$\begin{aligned}n!\cdot P&=n!\cdot(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(n+n)\\&=1\times2\times\ldots\times n(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(n+n)\\&=1\times2\times\ldots\times n(n+1)(n+2)(n+3)\times\ldots\times(2n)\\&=(1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1))(2\times4\times6\times\ldots\times(2n))\\&=P'\times((2\times1)(2\times2)(2\times3)\times\ldots\times(2\times n))\\&=P'\times(1\times2\times\ldots\times n)(2\times2\times2\times\ldots\times2)\end{aligned}$$

$$n!\cdot P=P'\times n!\times2^n$$

$$P=2^n\times P'$$

តាមលទ្ធផលបង្ហាញថា P ចែកដាច់នឹង P' បានផលចែក 2^n

ដូចនេះ P ចែកដាច់នឹង P' បានផលចែក 2^n ។

៣៣៤ គណនា $a+b$:

យើងមាន $\overline{2a3}+326=\overline{5b9}$ ដែល $0\le a\le9\,,0\le b\le9$

បម្រាប់ប្រធាន : $\overline{5b9}$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឱ្យ $5+b+9$ ចែកដាច់នឹង 9 នោះមានតែ $b=4$

ព្រោះ $5+4+9=18$ ចែកដាច់នឹង 9

យើងបាន $\overline{2a3}+326=549$

$\overline{2a3}=223$ ទាញបាន $a=2$

នាំឱ្យ $a+b=2+4=6$

ដូចនេះ យើងគណនាបាន $a+b=6$ ។

៣៣៥ គណនាកន្សោម A :

យើងមាន $a^2+a=-1$ និង

$$\begin{aligned}A&=a^4+2a^3+4a^2+3a+3\\&=a^4+2a^3+a^2+3a^2+3a+3\\&=(a^4+2a^3+a^2)+(3a^2+3a)+3\\&=(a^2+a)^2+3(a^2+a)+3\\&=(-1)^2+3(-1)+3\\&=1-3+3\\&=1\end{aligned}$$

ដូចនេះ កន្សោម $A=1$ ត្រូវបានគណនា ។

៣៣៦ គណនា A ឱ្យលទ្ធផលជាផលគុណបីកត្តា :

យើងមាន $A=\dfrac{\sqrt2-2}{\sqrt{12}+\sqrt8+3+\sqrt6}$

$$\begin{aligned}&=\frac{\sqrt2-2}{(\sqrt{12}+\sqrt8)+(3+\sqrt6)}\\&=\frac{\sqrt2-2}{\sqrt4(\sqrt3+\sqrt2)+\sqrt3(\sqrt3+\sqrt2)}\\&=\frac{\sqrt2-2}{(\sqrt3+\sqrt2)(\sqrt4+\sqrt3)}\\&=\frac{(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4-\sqrt3)}{(\sqrt3+\sqrt2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4+\sqrt3)(\sqrt4-\sqrt3)}\\&=\frac{(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4-\sqrt3)}{(3-2)(4-3)}\\&=(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(\sqrt4-\sqrt3)\end{aligned}$$

ដូចនេះ គណនាបាន $A=(\sqrt2-2)(\sqrt3-\sqrt2)(2-\sqrt3)$ ។

៣៣៧ គណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម E :

យើងមាន $S=\dfrac{2^2+4^2+6^2+\ldots+200^2}{3^2+6^2+9^2+\ldots+300^2}$

$$\begin{aligned}&=\frac{2^2(1+2^2+3^2+\ldots+100^2)}{3^2(1+2^2+3^2+\ldots+100^2)}\\&=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}\end{aligned}$$

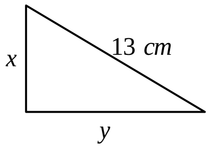
ដូចនេះ តម្លៃលេខគណនាបាន $E=\dfrac{4}{9}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៣៨ រករង្វាស់ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ :

តាង x និង y ជារង្វាស់ជ្រុងមុំកែង

ដែល $x>0$, $y>0$ គិតជា cm



តាមបម្រាប់យើងបាន :

$$\begin{cases} x^2+y^2=13^2 \\ x+y=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=169 \\ x+y=17 \end{cases}$$

ចំពោះ $x+y=17$ លើកអង្គទាំងទាំងពីរជាការេ

$$x^2+2xy+y^2=289$$

$$2xy=289-\left(x^2+y^2\right)$$

$$xy=\frac{289-169}{2}=60$$

ដោយ $\begin{cases} x+y=17=5+12 \\ xy=60=5\times 12 \end{cases}$

នោះ $x=5, y=12$ ឬ $x=12, y=5$

ដូចនេះ **ជ្រុងមុំកែងទាំងពីរ $5cm$ និង $12cm$** ។

៣៣៩ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$:

ពិនិត្យ $9>8 \Leftrightarrow 3^2>2^3 \Rightarrow \left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}>\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$ $(*)$

និង $2^{\sqrt{9}}>2^{\sqrt{6}} \Rightarrow \left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}>\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}}$ $(**)$

តាមទំនាក់ទំនង $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន :

$\left(3^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}>\left(2^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}}$ ទាញបាន $3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ **$3^{\sqrt{2}}>2^{\sqrt{3}}$ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់** ។

៣៤០ បង្ហាញថា $A<6$:

$$A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+...+\sqrt[3]{24}}}}$$

ដោយ
$$+\begin{cases} \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}<\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{9}}}}=3 \\ \sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+...+\sqrt[3]{24}}}<\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+...+\sqrt[3]{27}}}=3 \end{cases}$$

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+...+\sqrt{6}}}}+\sqrt[3]{24+\sqrt[3]{24+...+\sqrt[3]{24}}}<6$$

$$A<6$$

ដូចនេះ **$A<6$ ត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់** ។

៣៤១ ដោះស្រាយសមីការ :

$$\frac{x-4}{2008}+\frac{x-3}{2009}-\frac{x-2}{2010}-\frac{x-1}{2011}=0$$

$$\frac{x-2012+2008}{2008}+\frac{x-2012+2009}{2009}-\frac{x-2012+2010}{2010}-\frac{x-2012+2011}{2011}=0$$

$$\frac{x-2012}{2008}+1+\frac{x-2012}{2009}+1-\frac{x-2012}{2010}-1-\frac{x-2012}{2011}-1=0$$

$$\frac{x-2012}{2008}+\frac{x-2012}{2009}-\frac{x-2012}{2010}-\frac{x-2012}{2011}=0$$

$$(x-2012)\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\right)=0$$

នាំឱ្យ $x-2012=0 \Rightarrow x=2012$

ហើយ $\frac{1}{2008}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2010}-\frac{1}{2011}\neq 0$

ដូចនេះ **$x=2012$ ជាឫសនៃសមីការ** ។

៣៤២ រកបីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នា x , y និង z :

យើងមាន $\begin{cases} x+y=6 \\ y+z=10 \end{cases}$

យើងឱ្យតម្លៃនៃ x ដើម្បីគណនាតម្លៃរបស់ y និង z :

ដោយ $x+y=6$ នាំឱ្យ $0<x<6$ នោះ :

បើ $x=1$ យើងបាន $y=5$ និង $z=5$ (មិនយក)

$x=2$ យើងបាន $y=4$ និង $z=6$ (យក)

$x=3$ យើងបាន $y=3$ និង $z=7$ (មិនយក)

$x=4$ យើងបាន $y=2$ និង $z=8$ (យក)

$x=5$ យើងបាន $y=1$ និង $z=9$ (យក)

ដូចនេះ **បីចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់គឺ : $(x=2, y=4, z=6)$, $(x=4, y=2, z=8)$ $(x=5, y=1, z=9)$** ។

៣៤៣ ដោះស្រាយសមីការ :

$\sqrt{x+1}=x-1$ លើកអង្គទាំងពីរជាការេ

$$x+1=x^2-2x+1$$

$$x^2-3x=0$$

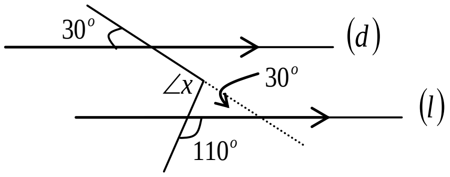
$x(x-3)=0 \Rightarrow x=0$ មិនយក ព្រោះមិនផ្ទៀងផ្ទាត់

$x=3$ យក

ដូចនេះ **សមីការមាន $x=3$ ជាឫស** ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៨៤ គណនាមុំ $\angle x$:



បន្លាយជ្រុងនៃមុំ $\angle x$ ឱ្យកាត់បន្ទាត់ (l) នោះយើងបានត្រីកោណមួយ នៅក្នុងបន្ទាត់ស្រប ដែលមាន មុំ $\angle x$ ជាមុំក្រៅនៃត្រីកោណនេះ មានរង្វាស់ស្មើផលបូកមុំក្នុងពីរដែលមិនជាប់នឹងវា ។

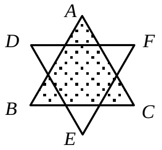
យើងបាន : $\angle x = 30^o + \left(180^o - 110^o\right) = 100^o$ ។

ដូចនេះ **មុំ $\angle x = 100^o$ ត្រូវបានគណនាបង្ហាញ** ។

៣៨៥ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃរូប :

រំលឹក ត្រីកោណសម័ង្សដែលមានជ្រុង a នោះកម្ពស់របស់វាគឺ : $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a$

ក្រឡាផ្ទៃរូបនេះ បានពីផ្ទៃត្រីកោណធំមួយនិង ត្រីកោណតូចបី ដែលសុទ្ធតែត្រីកោណសម័ង្ស ។



បើ $S_{\Delta B}$ ជាផ្ទៃត្រីកោណធំ (Big = ធំ)

និង $S_{\Delta S}$ ជាផ្ទៃត្រីកោណតូច (Small = តូច)

នាំឱ្យ $S = S_{\Delta B} + 3S_{\Delta S}$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 \times 3\right) + 3\left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \times 1\right)$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$= 3\sqrt{3}\ cm^2$$

ដូចនេះ **ក្រឡាផ្ទៃនៃរូបគឺ $S = 3\sqrt{3}\ cm^2$** ។

៣៨៦ បំពេញលេខក្នុងប្រអប់ :

យើងអាចបំពេញបានតាមបម្រាប់ប្រធាន ដូចខាងក្រោម :

			↗ 15
2	7	6	→ 15
9	5	1	→ 15
4	3	8	→ 15
↓ 15	↓ 15	↓ 15	↘ 15

៣៨៧ ក. គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ

យើងមាន : $\frac{a}{24} = \frac{b}{18} = \frac{c}{12}$ និង $b + c = 10\ cm$

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រយើងបាន :

$$\frac{b}{18} = \frac{c}{12} = \frac{b+c}{18+12} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

នាំឱ្យ $\frac{a}{24} = \frac{b}{18} = \frac{c}{12} = \frac{1}{3}$

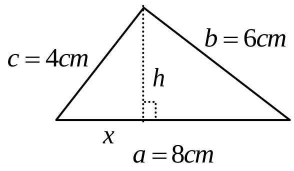
ទាញបាន $\begin{cases} \frac{a}{24} = \frac{1}{3} \\ \frac{b}{18} = \frac{1}{3} \\ \frac{c}{12} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 24 \\ 3b = 18 \\ 3c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \\ c = 4 \end{cases}$

ដូចនេះ **រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណដែលគណនាបានគឺ : $a = 8cm$, $b = 6cm$, $c = 4am$**

ខ. គណនារង្វាស់កម្ពស់ដែលត្រូវនឹងជ្រុង a :

យើងគូសរូបបានតាមលទ្ធផល :

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ



យើងបាន :

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 4^2 \\ (8-x)^2 + h^2 = 6^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 16 & (1) \\ 64 - 16x + x^2 + h^2 = 36 & (2) \end{cases}$$

យក (1) ជំនួសក្នុង (2) យើងបាន :

$$64 - 16x + 16 = 36$$

$$-16x = 80 - 36$$

$$x = \frac{-44}{-16} \Rightarrow x = \frac{11}{4}$$

ចំពោះ $x = \frac{11}{4}$ នោះ $h^2 = 16 - x^2$

នាំឱ្យ $h = \sqrt{16 - \left(\frac{11}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{256-121}{16}} = \frac{\sqrt{135}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$

ដូចនេះ **កម្ពស់នៃត្រីកោណគឺ $h = \frac{3\sqrt{15}}{4}\ cm$** ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៨៨ រកចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះ

តាង x ជាចំនួនសិស្ស នៅក្នុងថ្នាក់រៀននោះ (គិតជា នាក់)

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងសរសេរបានសមីការ :

$$\frac{x-4}{8}=\frac{x+2}{9}$$
$$9x-36=8x+16$$
$$9x-8x=16+36$$
$$x=52$$

ដូចនេះ | ចំនួនសិស្សនៅក្នុងថ្នាក់គឺ 52 នាក់ | ។

៣៨៩ រកមួយចំនួននោះ

តាង A ជាចំនួននោះ

តាមបម្រាប់យើងបាន : $\begin{cases}A\le 4\\ A\ge 4\end{cases} \Rightarrow A=4$

ដូចនេះ | ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ 4 | ។

៣៩០ រកមួយចំនួននោះ

តាង x ជាចំនួនដែលត្រូវរកនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន :

$$x\times x=x+x$$
$$x^2=2x$$
$$x^2-2x=0$$
$$x(x-2)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x=0\\ x-2=0\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}x=0\\ x=2\end{cases}$

ដូចនេះ | ចំនួនដែលត្រូវរកនោះគឺ $x=0$, $x=2$ | ។

៣៩១ រកចំនួនទីបីនោះ

តាង a , b , c ជាចំនួនទី១ , ទី២ , ទី៣ រៀងគ្នា

តាមបម្រាប់ប្រធាន :

$$\frac{a+b}{2}=2012 \Rightarrow a+b=4024$$

ហើយ $\frac{a+b+c}{3}=2012$

នោះ $a+b+c=3\times 2012$

$$4024+c=6036$$
$$c=6036-4024$$
$$c=2012$$

ដូចនេះ | ចំនួនទី៣ នោះគឺ 2012 | ។

៣៩២ គណនាចំនួនពីរខ្ទង់ x :

បម្រាប់ : 44 ចែកដាច់នឹង x សល់សំណល់ 10

បើ k ជាផលចែករវាង 44 និង x ដែល $k\in\aleph$

យើងបាន : $44=kx+10 \Rightarrow kx=34$

ដោយ $34=2\times 17$ នោះ $kx=2\times 17$

តែ x ជាលេខពីរខ្ទង់ នោះត្រូវតែ $x=17$, $k=2$

ដូចនេះ | ចំនួនពីរខ្ទង់នៃ x គឺ $x=17$ | ។

៣៩៣ ដោះស្រាយសមីការ $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$:

ពិនិត្យសមីការ : $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$

ការេនៃមួយចំនួននៅរក្សាលេខខាងចុងនៅតែ E ដដែល

នាំឱ្យ $E=\{0,1,5,6\}$

-បើ $E=0$ នោះ $\overline{HE}^2$ ត្រូវមានលេខសូន្យពីរនៅខាងចុង

តែ $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ មានលេខខាងចុងមិនដូចគ្នា នោះ $E\ne 0$

-យើងផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះ $E=\{1,5,6\}$ តាមតម្លៃ H ដែល

លទ្ធផលរបស់ $\overline{HE}^2$ ត្រឹមតែជាលេខបីខ្ទង់ប៉ុណ្ណោះ យើងបាន:

$21^2=441$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ , $31^2=961$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់

$15^2=225$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ , $25^2=625$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$16^2=256$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ , $26^2=676$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់

ឃើញថា $\overline{HE}^2=\overline{SHE}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយ $25^2=625$

ដូចនេះ | $E=5 , H=2 , S=6$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៩៤ កំណត់តម្លៃ a និង b និងកំណត់ទ្វេធានោះ :

យើងមាន $ax^3+bx^2+54x+27$ ជាគូបនៃទ្វេធា

តាង $(\alpha x+\beta)$ ជាទ្វេធាដែលត្រូវកំណត់

នាំឱ្យ $(\alpha x+\beta)^3=\alpha^3x^3+3\alpha^2\beta x^2+3\alpha\beta^2x+\beta^3$

ផ្ទឹមលេខមេគុណ : $\begin{cases}\alpha^3x^3+3\alpha^2\beta x^2+3\alpha\beta^2x+\beta^3\\ ax^3+\quad bx^2+\quad 54x\quad +27\end{cases}$

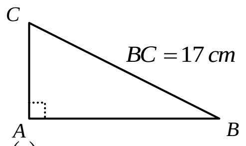
យើងបាន : $\begin{cases}\alpha^3=a\\3\alpha^2\beta=b\\3\alpha\beta^2=54\\\beta^3=27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha^3=a\\3\alpha^2\beta=b\\\alpha=2\\\beta=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}8=a\\36=b\\\alpha=2\\\beta=3\end{cases}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ ចំពោះ $a=8\,,b=36$ និងទ្វេធា $2x+3$

យើងបាន $(2x+3)^3=8x^3+36x^2+54x+27$ ពិត

ដូចនេះ | កំណត់បាន $a=8\,,b=36$ និងទ្វេធា $2x+3$ | ។

៣៩៥ គណនារង្វាស់ជ្រុង AB និង AC :



យើងមាន $AB+AC=23\ (cm)$

(លើកអង្គទាំងពីរជាការេ)

$AB^2+AC^2+2AB\cdot AC=529\quad(1)$

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $AB^2+AC^2=BC^2=17^2=289$

នាំឱ្យ $(1):\ 289+2AB\cdot AC=529$

នាំឱ្យ $AB\cdot AC=120$

យើងបាន $\begin{cases}AB+AC=23\\AB\cdot AC=120\end{cases}$ (តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត)

ដោយ $\begin{cases}AB+AC=8+15\\AB\cdot AC=8\times15\end{cases}$ នោះ $AB=8\ ,\ AC=15$

ឬ $\begin{cases}AB+AC=15+8\\AB\cdot AC=15\times8\end{cases}$ នោះ $AB=15\ ,\ AC=8$

ដូចនេះ | រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណដែលគណនាបានគឺ :

$AB=8cm\ ,\ AC=15cm$ ឬ

$AB=15cm\ ,\ AC=8cm$ | ។

៣៩៦ កំណត់តម្លៃ m :

យើងមាន $\begin{cases}3x+7y=m\\2x+5y=20\end{cases}$ (ដោះស្រាយតាមដេទែមីណង់)

$D=\begin{vmatrix}3&7\\2&5\end{vmatrix}=15-14=1$

$D_x=\begin{vmatrix}m&7\\20&5\end{vmatrix}=5m-140$

$\Rightarrow x=\dfrac{5m-140}{1}=5m-140$

$D_y=\begin{vmatrix}3&m\\2&20\end{vmatrix}=60-2m$

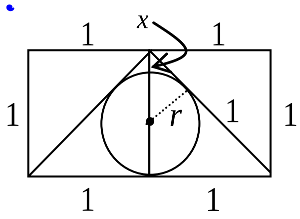
$\Rightarrow y=\dfrac{60-2m}{1}=60-2m$

ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយវិជ្ជមានលុះត្រាតែ :

$\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5m-140>0\\60-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>28\\m<30\end{cases}\Rightarrow 28<m<30$

ដូចនេះ | កំណត់បានគឺ $28<m<30$ ឬ $m\in(28,30)$ | ។

៣៩៧ គណនាកាំរង្វង់នៃរូប :



តាមរូប យើងបាន :

$x+2r=1$ និង

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$(\sqrt{2}-1)^2+r^2=(x+r)^2$

$2-2\sqrt{2}+1+r^2=x^2+2xr+r^2$

$3-2\sqrt{2}=x^2+2xr$

$3-2\sqrt{2}=x(x+2r)\quad ,\quad x+2r=1$

$x=3-2\sqrt{2}$

ចំពោះ $x=3-2\sqrt{2}$

នាំឱ្យ $x+2r=1\Leftrightarrow 3-2\sqrt{2}+2r=1$

$\Leftrightarrow 2r=2\sqrt{2}-2$

$\Rightarrow r=\sqrt{2}-1$

ដូចនេះ | កាំរង្វង់នៃរូបគឺ $r=\sqrt{2}-1$ ឯកតាប្រវែង | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៥៨ គណនាចំនួនគត់ធម្មជាតិ n :

បម្រាប់ $n+13$ និង $n-76$ ជាការេប្រាកដ

នាំឱ្យ $\begin{cases} n+13>0 \\ n-76>0 \end{cases} \Rightarrow n>76$

តាង $n+13=a^2$ (1) និង $n-76=b^2$ (2)

ដែល a និង b ជាចំនួនគត់ ហើយ $a>b$

ដោយយក $(1)-(2)$ យើងបាន :

$$-\begin{cases} n+13=a^2 \\ n-76=b^2 \end{cases}$$
$$89=a^2-b^2$$

អាចសរសេរ : $(a-b)(a+b)=89$

មានន័យថា 89 ជាផលគុណនៃពីរចំនួនគត់ :

ដោយដឹងថា $1\times 89=89$ (ព្រោះ 89 ជាចំនួនបឋម)

យើងផ្ទឹមបាន $\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=89 \end{cases}$ (ដោយបូកអង្គនិងអង្គ)

យើងបាន :
$$+\begin{cases} a-b=1 \\ a+b=89 \end{cases}$$
$$2a=90 \quad \Rightarrow \quad a=45$$

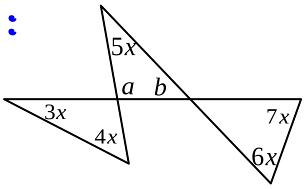
នាំឱ្យ $n+13=45^2$ នោះ $n+13=2025$ ឬ $n=2012$

(មិនបាច់សិក្សា b ព្រោះគោលបំណងចង់រកតម្លៃ n)

ដូចនេះ **ចំនួនគត់ធម្មជាតិគណនាបានគឺ $n=2012$** ។

៣៥៩ គណនាតម្លៃនៃមុំ x :

តាមច្បាប់ផលបូកមុំក្នុង នៃត្រីកោណ យើងបាន :



$$+\begin{cases} 3x+4x+a=180^o \\ 6x+7x+b=180^o \end{cases}$$
$$20x+a+b=180^o \quad (1)$$

ហើយ $5x+a+b=180^o \Rightarrow a+b=180^o-5x$ (2)

យើងយក (2) ជំនួសក្នុង (1) នោះយើងនឹងបាន :

$20x+180^o-5x=360^o$ ឬ $15x=180^o \Rightarrow x=12^o$

ដូចនេះ **តម្លៃមុំគណនាបានគឺ $x=12^o$** ។

៣៦០ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

មាន $\frac{2x^2}{1+x^2}=y$ (1) , $\frac{2y^2}{1+y^2}=z$ (2) , $\frac{2z^2}{1+z^2}=x$ (3)

យើងដឹងថា $(1-x)^2\ge 0$

នោះ $1-2x+x^2\ge 0$

$\Rightarrow 1+x^2\ge 2x$

$\Leftrightarrow \frac{2x}{1+x^2}\le 1 \Rightarrow \frac{2x^2}{1+x^2}\le x$ (4)

តាមលំនាំដូចគ្នានេះ យើងក៏បាន :

$\frac{2y^2}{1+y^2}\le y$ (5) និង $\frac{2z^2}{1+z^2}\le z$ (6)

យើងជំនួស: (1) ក្នុង (4) , (2) ក្នុង (5) និង (3) ក្នុង (6)

យើងបាន $\begin{cases} y\le x \\ z\le y \\ x\le z \end{cases} \Rightarrow x=y=z$

តាម (1) : $\frac{2x^2}{1+x^2}=y \Leftrightarrow \frac{2x^2}{1+x^2}=x$

$$2x^2=x+x^3$$
$$x^3-2x^2+x=0$$
$$x(x^2-2x+1)=0$$
$$x(x-1)^2=0$$

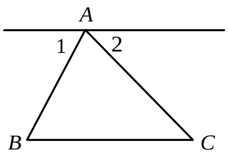
នាំឱ្យ $x=0$, $x=1$

យើងបាន : $x=y=z=0$, $x=y=z=1$

ដូចនេះ **$x=y=z=0$, $x=y=z=1$** ។

៣៦១ ស្រាយបញ្ជាក់ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណស្មើ 180°

គូសបន្ទាត់កាត់កំពូល A ហើយស្របនឹងជ្រុង BC



នាំឱ្យ $B=A_1$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

$C=A_3$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង)

តែ $A+A_1+A_3=180^o$ (មុំរាប)

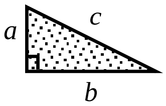
នោះយើងបាន $A+B+C=180^o$ (ជាផលបូកមុំក្នុងΔ)

ដូចនេះ **ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណទាំងអស់ស្មើ 180°** ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

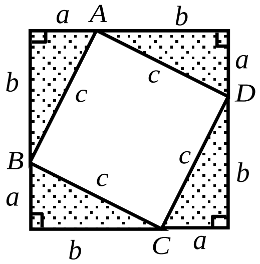
៣៦២ ស្រាយបញ្ជាក់ពីទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $a^2+b^2=c^2$ **:**

-យើងមានត្រីកោណកែងដែលមានរង្វាស់ជ្រុង a , b , c ហើយ c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស



-យើងផ្គុំត្រីកោណនេះបានដូចរូបខាងក្រោម :

-ចតុកោណខាងក្រៅ ជាការេមានរង្វាស់ជ្រុង $a+b$ នាំឱ្យ :



ផ្ទៃការេធំ $=(a+b)^2$

$=a^2+2ab+b^2$ ។

- $ABCD$ ជាការេ ព្រោះ ផលបូកមុំស្រួចពីរដែលនៅជាប់មុំនៃចតុកោណនេះ ជាមុំបំពេញគ្នានាំឱ្យ : ផ្ទៃការេតូច $=c^2$

-ត្រីកោណកែងនីមួយៗមាន ក្រឡាផ្ទៃ $=\frac{1}{2}ab$

-តាមរូបដែលផ្គុំ យើងបានទំនាក់ទំនងរវាងក្រឡាផ្ទៃ :

ផ្ទៃការេធំ = ផ្ទៃការេតូច + ផ្ទៃត្រីកោណតូចទាំងបួន

$$a^2+2ab+b^2=c^2+4\left(\frac{1}{2}ab\right)$$

$$a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$$

$$a^2+b^2=c^2+2ab-2ab$$

$$a^2+b^2=c^2$$

ដូចនេះ **ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់** ។

៣៦៣ រកមួយចំនួនដែលមានលេខបួនខ្ទង់ $\overline{abca}$ **:**

យើងមាន $\overline{abca}=(5c+1)^2$ នោះ a , b , c ជាចំនួនគត់

នាំឱ្យ $0<a\le 9$, $0\le b\le 9$, $0\le c\le 9$ (1)

ហើយ $10000>\overline{abca}>961$

$$100^2>(5c+1)^2>31^2$$

$$100>5c+1>31$$

ចំពោះ $5c+1>31 \Leftrightarrow 5c>30 \Rightarrow c>6$ (2)

តាម (1) និង (2) យើងបាន $6<c\le 9 \Rightarrow c=\{7,8,9\}$

ចំពោះ $c=7$ នាំឱ្យ $(5c+1)^2=1296$ មិនយក

ចំពោះ $c=8$ នាំឱ្យ $(5c+1)^2=1681$ យក

ចំពោះ $c=9$ នាំឱ្យ $(5c+1)^2=2116$ មិនយក

(បានជាយក $(5c+1)^2=1681$ ព្រោះលេខ $\overline{abca}$ មានទម្រង់ដូចលេខ 1681 ដែល $a=1$, $b=6$, $c=8$

ដូចនេះ **ចំនួនមានលេខបួនខ្ទង់នោះគឺ 1681** ។

៣៦៤ បង្ហាញថា $\forall n\in \text{IN}$ **នោះគេបាន** $a^n>b^n$ **:**

ពិនិត្យ : $a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots+b^n\right)$

សម្មតិកម្ម : $a>b>0$ នាំឱ្យ $a-b>0$ និង

$$a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots+b^n>0$$

នាំឱ្យផលគុណ $(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots+b^n\right)>0$

យើងបាន $a^n-b^n>0$ ទាញបាន $a^n>b^n$

ដូចនេះ **បង្ហាញបានថា $a^n>b^n$** ។

៣៦៥ គណនាផលគុណ $P=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{12}}{4}\times\ldots\times\frac{\sqrt{9900}}{100}$

យើងគណនាផលគុណ P បានដូចខាងក្រោម :

$$P=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{12}}{4}\times\ldots\times\frac{\sqrt{9900}}{100}$$

$$=\frac{\sqrt{1\times 2}}{2}\times\frac{\sqrt{2\times 3}}{3}\times\frac{\sqrt{3\times 4}}{4}\times\ldots\times\frac{\sqrt{99\times 100}}{100}$$

$$=\frac{\sqrt{1}\times\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{4}}{4}\times\ldots\times\frac{\sqrt{99}\times\sqrt{100}}{100}$$

$$=\frac{\sqrt{1}\times\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{4^2}\times\ldots\times\sqrt{99^2}\times\sqrt{100}}{2\times 3\times 4\times\ldots\times 100}$$

$$=\frac{1\times 2\times 3\times 4\times\ldots\times 99\times 10}{2\times 3\times 4\times\ldots\times 100}$$

$$=\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$$

ដូចនេះ **គណនាបានផលគុណ $P=\frac{1}{10}$** ។

ការងារលំបាក គឺជាសត្រូវនៃការព្យាយាម ...

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៦៦> ដាក់កន្សោម P ជាផលគុណកត្តា :

យើងមាន $P=(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$

តាង $a=x-y\ ,\ b=y-z\ ,\ c=z-x$

យើងបាន $P=a^3+b^3+c^3$

ដោយ $a+b+c=x-y+y-z+z-x$

$$a+b+c=0$$
$$a+b=-c$$
$$(a+b)^3=-c^3$$
$$a^2+3a^2b+3ab^2+b^3=-c^3$$
$$a^2+b^3+c^3=-3a^2b-3ab^2$$
$$a^2+b^3+c^3=-3ab(a+b)$$

យើងបាន :

$$P=-3(x-y)(y-z)(x-y+y-z)$$
$$P=-3(x-y)(y-z)(x-z)$$
$$P=3(x-y)(y-z)(z-x)$$

ដូចនេះ | ដាក់បាន $P=3(x-y)(y-z)(z-x)$ | ។

៣៦៧> គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\dfrac{a-b}{a+b}$:

សម្មតិកម្ម $3a^2+3b^2=10ab$

យើងមាន $P=\dfrac{a-b}{a+b}$ ដែល $a>b>0$ នោះ $P>0$

នាំឱ្យ $P^2=\dfrac{(a-b)^2}{(a+b)^2}=\dfrac{a^2+b^2-2ab}{a^2+b^2+2ab}$

$$P^2=\frac{3a^2+3b^2-6ab}{3a^2+3b^2+6ab}$$

យើងបាន $P^2=\dfrac{10ab-6ab}{10ab+6ab}=\dfrac{4ab}{16ab}=\dfrac{1}{4}$

ទាញបាន $P=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$ (ព្រោះ $P>0$)

ដូចនេះ | គណនាបាន $P=\dfrac{1}{2}$ | ។

៣៦៨> កំណត់ x វិជ្ជមាន ដើម្បីឱ្យ A ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន :

យើងមាន $A=\dfrac{x-1}{x-3}$

$$A=\frac{(x-3)+2}{x-3}=1+\frac{2}{x-3}$$

-ដើម្បីឱ្យ A ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន លុះត្រាតែ $\dfrac{2}{x-3}$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែរ នាំឱ្យ 2 ត្រូវចែកដាច់នឹង $x-3$

-ដោយតួចែកវិជ្ជមាននៃ 2 គឺ 1 ឬ 2 នោះយើងបាន :

$$\begin{cases}x-3=1\\x-3=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1+3\\x=2+3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4\\x=5\end{cases}$$

ដូចនេះ | កំណត់បានតម្លៃ $x=4\ ,\ x=5$ | ។

៣៦៩> បង្ហាញថាគេបាន $a^3+b^3+c^3=3abc$:

សម្មតិកម្ម : $a+b+c=0$ នោះ $a+b=-c$

យើងបាន :

$$(a+b)^3=-c^3$$
$$a^2+3a^2b+3ab^2+b^3=-c^3$$
$$a^2+b^3+c^3=-3a^2b-3ab^2$$
$$a^2+b^3+c^3=-3ab(a+b)$$
$$a^2+b^3+c^3=-3ab(-c)$$
$$a^2+b^3+c^3=3abc$$

ដូចនេះ | បង្ហាញបានថា $a^2+b^3+c^3=3abc$ | ។

៣៧០> ដោះស្រាយសមីការ $(x+2012)^{2012}-x^{2012}=0$

យើងបាន :

$$(x+2012)^{2012}-x^{2012}=0$$
$$(x+2012)^{2012}=x^{2012}$$
$$x+2012=\pm x$$

-ចំពោះ $x+2012=x$ សមីការគ្មានឫស

-ចំពោះ $x+2012=-x$ នាំឱ្យ $x=-1006$

ដូចនេះ | សមីការមានឫស $x=-1006$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៧១> គណនាតម្លៃ $A=\left(x^4-x^3-x^2+2x-1\right)^{2012}$

យើងមាន : $x=\dfrac{2}{\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$

តាង $X=\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}$

$=\dfrac{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1-\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-1\right)}{\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}-1\right)\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}+1\right)}$

$=\dfrac{2}{\left(\sqrt{2}+1-1\right)}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

នាំឱ្យ $x=\dfrac{2}{X}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

យើងបាន $A=\left(\sqrt{2}^4-\sqrt{2}^3-\sqrt{2}^2+2\sqrt{2}-1\right)^{2012}$

$=\left(4-2\sqrt{2}-2+2\sqrt{2}-1\right)^{2012}$

$=1^{2012}=1$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A=1$ | ។

៣៧២> គណនាវិមាត្រនៃសួនច្បារនោះ :

តាង a ជាបណ្តោយ និង b ជាទទឹង នៃសួន

តាមសម្មតិកម្ម : សួនមានផ្ទៃក្រឡា $720\ m^2$

យើងបាន $ab=720$ នាំឱ្យ $a=\dfrac{720}{b}$

ម្យ៉ាងទៀត $(a+6)(b-4)=ab$

$ab-4a+6b-24=ab$

$-4a+6b=24$

$2a-3b=-12$

យើងបាន $2\times\dfrac{720}{b}-3b=-12$

$2\times\dfrac{240}{b}-b=-4$

$480-b^2=-4b$

$b^2-4b-480=0$

មាន $\Delta'=(-2)^2-(-480)=484=22^2$

នោះ $b=\dfrac{-(-2)-22}{1}=-20<0$ មិនយក

$b=\dfrac{-(-2)+22}{1}=24$

ចំពោះ $b=24$ នោះ $a=\dfrac{720}{b}=\dfrac{720}{24}=30$

ដូចនេះ | គណនាបានវិមាត្ររបស់សួនគឺ 30m និង 24m | ។

៣៧៣> រកចំនួនទាំងពីរ :

តាង x និង $x+3$ ជាចំនួនទាំងពីរនោះ

តាមបម្រាប់ប្រធាន យើងបាន :

$$x^2+(x+3)^2=89$$
$$x^2+x^2+6x+9=89$$
$$2x^2+6x-80=0$$
$$x^2+3x-40=0$$
$$(x+8)(x-5)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x+8=0\\x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-8\\x=5\end{cases}$

-ចំពោះ $x=-8$ នាំឱ្យ $x+3=-8+3=-5$

-ចំពោះ $x=5$ នាំឱ្យ $x+3=5+3=8$

ដូចនេះ | ចំនួនទាំងពីរនោះគឺ $-8,-5$ ឬ $5,8$ | ។

៣៧៤> គណនាតម្លៃ x,y ពីសមីការ :

យើងមានសមីការ $x^2-4x+y-6\sqrt{y}+13=0$

$$\left(x^2-4x+4\right)+\left(y-6\sqrt{y}+9\right)=0$$
$$(x-2)^2+\left(\sqrt{y}-3\right)^2=0$$

ផលបូកនៃពីរការេស្មើ 0 លុះត្រាការេទាំងពីរស្មើ 0 :

យើងបាន $\begin{cases}(x-2)^2=0\\\left(\sqrt{y}-3\right)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=0\\\sqrt{y}-3=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=9\end{cases}$

ដូចនេះ | តម្លៃគណនាបានគឺ $x=2,\ y=9$ | ។

ចំណាំ : បើមាន $A^2+B^2=0$ នោះយើងបាន :

$A=0$ និង $B=0$

ព្រោះថា $A^2\ge 0,\ B^2\ge 0$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៧៥ ក. ប្រៀបធៀប $3-\sqrt{3}$ **និង** $\sqrt{6(2-\sqrt{3})}$ **:**

ពិនិត្យ $\sqrt{6(2-\sqrt{3})}=\sqrt{12-6\sqrt{3}}$

$=\sqrt{9-6\sqrt{3}+3}$

$=\sqrt{3^2-6\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}$

$=\sqrt{(3-\sqrt{3})^2}=3-\sqrt{3}$

ដូចនេះ ប្រៀបធៀបបាន $3-\sqrt{3}=\sqrt{6(2-\sqrt{3})}$ ។

ខ. ប្រៀបធៀប $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ **និង** $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$

ពិនិត្យ $\frac{1}{4}\sqrt{48}=\frac{1}{4}\sqrt{16\times 3}=\sqrt{3}$

ហើយ $\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$

$=\sqrt[4]{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}$

$=\sqrt[4]{49-48}=\sqrt[4]{1}=\sqrt{1}$

ដោយសារ $\sqrt{3}>\sqrt{1}$

នាំឱ្យ $\frac{1}{4}\sqrt{48}>\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$

ដូចនេះ $\frac{1}{4}\sqrt{48}>\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}$ ។

៣៧៦ ដោះស្រាយសមីការ $(x-2)^4+(x-3)^4=1$ **:**

យើងមានសមីការ $(x-2)^4+(x-3)^4=1$

តាង $t=x-2$ នាំឱ្យ $x-3=t-1$

យើងបានសមីការទៅជា $t^4+(t-1)^4=1$

$t^4+(t-1)^2(t-1)^2=1$

$t^4+(t^2-2t+1)(t^2-2t+1)=1$

$t^4+t^4-2t^3+t^2-2t^3+4t^2-2t+t^2-2t+1=1$

$2t^4-4t^3+6t^2-4t=0$

$2t(t^3-2t^2+3t-2)=0$

$2t(t-1)(t^2-t+2)=0$

នាំឱ្យ $\begin{cases}t=0\\t-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=1\end{cases}$

ហើយ t^2-t+2 មាន $\Delta=1-8=-7<0$ គ្មានឫស

-ចំពោះ $t=0$: $0=x-2 \Rightarrow x=2$

-ចំពោះ $t=1$: $1=x-2 \Rightarrow x=3$

ដូចនេះ សមីការមានឫសពីរគឺ $x=2$, $x=3$ ។

៣៧៧ រកចំនួនដែលមានលេខពីរខ្ទង់ $\overline{AB}$ **:**

យើងមាន $\overline{AB}^2-\overline{BA}^2=1980$

$(10A+B)^2-(10B+A)^2=1980$

$(10A+B-10B-A)(10A+B+10B+A)=1980$

$(9A-9B)(11A+11B)=1980$

$99(A-B)(A+B)=99\times 20$

$(A-B)(A+B)=20$

$A^2-B^2=20$

ឃើញថា ការេនៃ A និងការេនៃ B មានលេខចុងដូចគ្នា

ដោយ $0<A\le 9$, $0<B\le 9$ យើងបាន :

-បើ $A^2=81\Rightarrow B^2=61$ មិនយក 61 មិនជាការេប្រាកដ

-បើ $A^2=64\Rightarrow B^2=44$ មិនយក 44 មិនជាការេប្រាកដ

-បើ $A^2=49\Rightarrow B^2=29$ មិនយក 29 មិនជាការេប្រាកដ

-បើ $A^2=36\Rightarrow B^2=16$ យក (ជាការេប្រាកដដូចគ្នា)

យើងបាន $A=6$, $B=4$

ដូចនេះ ចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់នោះគឺ $\overline{AB}=64$ ។

៣៧៨ គណនា a , b , c **:**

យើងមាន $\begin{cases}ab=4 & (i)\\ac=5 & (ii)\\bc=20 & (iii)\end{cases}$ នាំឱ្យ $(abc)^2=400$

ចំពោះ $(abc)^2=400$ ទាញបាន $abc=\pm 20$ $(*)$

-យក $\frac{(*)}{(i)}$: $\frac{abc}{ab}=\frac{\pm 20}{4} \Leftrightarrow c=\pm 5$

-យក $\frac{(*)}{(ii)}$: $\frac{abc}{ac}=\frac{\pm 20}{5} \Leftrightarrow b=\pm 4$

-យក $\frac{(*)}{(iii)}$: $\frac{abc}{bc}=\frac{\pm 20}{20} \Leftrightarrow a=\pm 1$

ដូចនេះ គណនាបាន $a=-1$, $b=-4$, $c=-5$
$a=1$, $b=4$, $c=5$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៧៩ គណនា A **:** យើងមាន

$A=(2025-1^2)(2025-2^2)(2025-3^2)\times\ldots\times(2025-50^2)$

ដោយ $2025=45^2$ នោះយើងសរសេរបាន :

$A=(45^2-1^2)(45^2-2^2)(45^2-3^2)\times\ldots\times(45^2-50^2)$

ក្នុងចំណោម កត្តាពី (45^2-1^2) រហូតដល់ (45^2-50^2)

ប្រាកដជាមានកត្តាមួយគឺ $(45^2-45^2)=0$

នាំឱ្យ A ជាផលគុណ ដែលមាន 0 ជាកត្តា នោះ $A=0$

ដូចនេះ | គណនាបាន $A=0$ | ។

៣៨០ រកចំនួនលេខសូន្យនៅខាងចុងរបស់ P :

យើងមាន $P=1\times2\times3\times\ldots\times100$

ចំនួនលេខសូន្យខាងចុងរបស់ P កើតពីចំនួនជាពហុគុណនៃ 5 នោះយើងគ្រាន់តែរកចំនួនដែលជាពហុគុណនៃ5 ក្នុងចំណោមលេខពី 1 រហូតដល់ 100 មានន័យថាយើងកំពុងរកចំនួនលេខនៅខាងចុងទាំងអស់របស់ P

លេខដែលជាពហុគុណ 5 មាន :

5 , 10 ,15 , ... , 100 មាន 20 លេខ

តែចំពោះលេខ 25 , 50 , 75 , 100 កើតពីពហុគុណនៃ 5 ដល់ទៅ 2 ដង ខុសពីចំនួនផ្សេងទៀត នោះមានលេខ 5 ចំនួន 4 ទៀត

សរុបពហុគុណនៃ 5 គឺ 20 + 4 = 24 នៃលេខ 5

ដូចនេះ | P មានលេខសូន្យនៅខាងចំនួន 24 | ។

***សម្គាល់ : អ្នកអាចធ្វើតាមរបៀបដូចខាងក្រោម :

-បើ n_1 ជាចំនួនពហុគុណនៃ 5

នោះ $5n_1\le100$ គណនាបាន $n_1=20$

-បើ n_2 ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^2=25$

នោះ $25n_2\le100$ គណនាបាន $n_2=4$

យើងបាន ចំនួនលេខសូន្យទាំងអស់ $n_1+n_2=20+4=24$

៣៨១ រកចំនួនលេខសូន្យនៅខាងចុងនៃ 2012!

ដោយ $2012!=1\times2\times3\times\ldots\times2012$

ចំនួនលេខសូន្យនៅខាងចុងនៃចំនួន 2012! បង្កពីលេខដែលជាពហុគុណនៃ $5 , 5^2 , 5^3 , 5^4$

(មិនយក 5 ព្រោះ $5^5=3125>2012$)

-តាង n_1 ជាចំនួនពហុគុណនៃ 5

នោះ $5n_1\le2012$ គណនាបាន $n_1=402$

-តាង n_2 ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^2=25$

នោះ $25n_2\le2012$ គណនាបាន $n_2=80$

-តាង n_3 ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^3=125$

នោះ $125n_3\le2012$ គណនាបាន $n_3=16$

-តាង n_4 ជាចំនួនពហុគុណនៃ $5^4=625$

នោះ $625n_4\le2012$ គណនាបាន $n_4=3$

យើងបាន ចំនួនលេខសូន្យទាំងអស់នៃចំនួន 2012! គឺ

$$n_1+n_2+n_3+n_4=402+80+16+3=501$$

ដូចនេះ | ចំនួន 2012! បញ្ចប់ដោយលេខសូន្យចំនួន 501 | ។

៣៨២ គណនា N : យើងមាន

$$N=\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}-2\sqrt{3-\sqrt{5}}$$

$$=\sqrt{\frac{8+2\sqrt{15}}{2}}+\sqrt{\frac{8-2\sqrt{15}}{2}}-2\sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{(\sqrt5+\sqrt3)^2}{2}}+\sqrt{\frac{(\sqrt5-\sqrt3)^2}{2}}-2\sqrt{\frac{(\sqrt5-1)^2}{2}}$$

$$=\frac{(\sqrt5+\sqrt3)}{\sqrt2}+\frac{(\sqrt5-\sqrt3)}{\sqrt2}-\frac{2(\sqrt5-1)}{\sqrt2}$$

$$=\frac{\sqrt5+\sqrt3+\sqrt5-\sqrt3-2\sqrt5+2}{\sqrt2}$$

$$=\frac{2}{\sqrt2}=\sqrt2$$

ដូចនេះ | គណនាបាន $N=\sqrt2$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៨៣> រកចំនួនឃ្លីពណ៌ ស :

តាង x ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ ស នោះចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $12-x$

ប្រូបាបចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $P(ខ)=\dfrac{12-x}{12}$ (1)

តែសម្មតិកម្ម ប្រូបាបឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $P(ខ)=\dfrac{1}{3}$ (2)

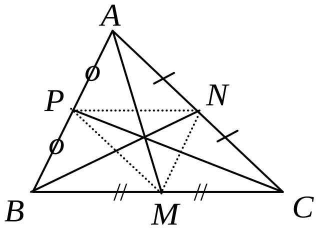
តាម (1) និង (2) យើងបាន :

$$\frac{12-x}{12}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow 12-x=\frac{12}{3}$$
$$\Rightarrow x=12-4$$
$$x=8$$

ដូចនេះ **ឃ្លីពណ៌ ស មានចំនួន 8 គ្រាប់** ។

៣៨៤> ក. ស្រាយថា $AM+BN+CP<AB+BC+AC$

តាមបម្រាប់ប្រធានយើងគូសរូបបាន :



ដោយ AM , BN និង CP ជាមេដ្យាននៃ ΔABC នោះ

M , N , P ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃ BC , AC , AB

$$PA=\frac{AB}{2}\ ,\ MB=\frac{BC}{2}\ ,\ NC=\frac{AC}{2}\quad (*)$$

ម្យ៉ាងទៀត យើងបាន បាតមធ្យម ចំនួនបីគឺ :

$$PM=\frac{AC}{2}\ ,\ MN=\frac{AB}{2}\ ,\ NP=\frac{BC}{2}\quad (**)$$

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង ΔAMP : $AM<PA+PM$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $AM<\dfrac{AB}{2}+\dfrac{AC}{2}$ (1)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង ΔBMN : $BN<MB+MN$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $BN<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AB}{2}$ (2)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង ΔCPN : $CP<NP+NC$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន $CP<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AC}{2}$ (3)

យើងបូកអង្គ និងអង្គនៃវិសមីការ (1), (2) និង (3) :

$$+\begin{cases} AM<\dfrac{AB}{2}+\dfrac{AC}{2} \\ BN<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AB}{2} \\ CP<\dfrac{BC}{2}+\dfrac{AC}{2}\end{cases}$$
$$AM+BN+CP<AB+BC+AC$$

ដូចនេះ $\boxed{AM+BN+CP<AB+BC+AC}$ ។

ខ. ស្រាយថា $AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}$

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង ΔABM : $AM>AB-MB$

តាម $(*)$ អាចសរសេរ $AM>AB-\dfrac{BC}{2}$ (i)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង ΔBNC : $BN>BC-NC$

តាម $(*)$ អាចសរសេរ $BN>BC-\dfrac{AC}{2}$ (ii)

-តាមច្បាប់វិសមភាពក្នុង ΔACP : $CP>AC-PA$

តាម $(*)$ អាចសរសេរ $CP>AC-\dfrac{AB}{2}$ (iii)

យើងបូកអង្គ និងអង្គនៃវិសមីការ (i), (ii) និង (iii) :

$$+\begin{cases} AM>AB-\dfrac{BC}{2} \\ BN>BC-\dfrac{AC}{2} \\ CP>AC-\dfrac{AB}{2}\end{cases}$$
$$AM+BN+CP>\frac{AB}{2}+\frac{BC}{2}+\frac{AC}{2}$$

អាចសរសេរ $AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{AM+BN+CP>\dfrac{AB+BC+AC}{2}}$ ។

***សម្គាល់ : វិសមភាពក្នុងត្រីកោណមួយគឺ :

-ផលបូកជ្រុងពីរត្រូវ > ជ្រុងមួយទៀត

- ផលដកជ្រុងពីរត្រូវ < ជ្រុងមួយទៀត ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៨៥ ក. គណនា $S=a+b+c$ ជាអនុគមន៍នៃ b :

យើងមាន a , b , c ជាបីចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបគ្នា

នាំឱ្យ យើងបាន $a=b-1$ និង $c=b+1$

យើងបាន $S=a+b+c$

$=(b-1)+b+(b+1)$

$=3b$

ដូចនេះ គណនាបាន $S=3b$ វាជាអនុគមន៍នៃ b ។

ខ. ទាញរកតម្លៃនៃ a , b , c ដោយដឹងថា $S=-333$

យើងមាន $S=3b$ តែយើងដឹងថា $S=-333$

នាំឱ្យ $3b=-333$ ទាញបាន $b=-111$

នោះយើងបាន $a=b-1$ ឬ $a=-111-1=-112$

និង $c=b+1$ ឬ $c=-111+1=-110$

ដូចនេះ គណនាបាន $a=-112$, $b=-111$, $c=-110$

៣៨៦ រកចំនួនក្រសាក្នុងហ្វូងទាំងអស់ :

តាង x ជាចំនួនក្រសាទាំងអស់នៅក្នុងហ្វូង

តាមបម្រាប់ ដែលជាពាក្យសម្ដីរបស់មេខ្យល់នៃហ្វូងក្រសា

យើងសរសេរបានសមីការដូចខាងក្រោម :

$$x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100$$

$$4x+4x+2x+x+4=400$$

$$11x=396$$

$$x=36$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $36+36+18+9+1=100$

$100=100$ ពិត

ដូចនេះ ចំនួនក្រសានៅក្នុងហ្វូងទាំងអស់មានចំនួន 36 ។

៣៨៧ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

យើងមាន $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz & (1) \\ x^{2011}+y^{2011}+z^{2011}=3^{2012} & (2) \end{cases}$

តាម (1) : $x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz$

$$2x^2+2y^2+2z^2=2xy+2yz+2xz$$

$$x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2+z^2-2zx+x^2=0$$

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$$

ផលបូកនៃច្រើនការេស្មើសូន្យ លុះត្រា ការេនីមួយៗស្មើសូន្យ

យើងបាន $\begin{cases}(x-y)^2=0\\(y-z)^2=0\\(z-x)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y=0\\y-z=0\\z-x=0\end{cases} \Rightarrow x=y=z$

តាម (2) : $x^{2011}+y^{2011}+z^{2011}=3^{2012}$

យើងបាន $x^{2011}+x^{2011}+x^{2011}=3^{2012}$

$$3x^{2011}=3^{2012}$$

$$x^{2011}=3^{2011}$$

$$x=3$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានឬស $x=y=z=3$ ។

៣៨៨ គណនារង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗ :

សម្មតិកម្ម : ត្រីកោណ ABC មានបរិមាត្រ 80 cm

តាង a , b , c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ABC

យើងបាន $a+b+c=80$

ដោយជ្រុងទាំងបីមានសមាមាត្ររៀងគ្នា 5 , 7 , 4

តាមលក្ខណៈសមាមាត្រ យើងសរសេរបាន :

$$\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{4}=\frac{a+b+c}{5+7+4}=\frac{80}{16}=5$$

យើងបាន $\begin{cases}\frac{a}{5}=5\\ \frac{b}{7}=5\\ \frac{c}{4}=5\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=25\\b=35\\c=20\end{cases}$

ដូចនេះ ជ្រុងទាំងបីមានរង្វាស់ 25cm , 35cm , 20cm ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៨៩ គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=\frac{ab}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}$ **:**

យើងមាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{c}$$

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^3=\left(-\frac{1}{c}\right)^3$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{3}{ab}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=-\frac{1}{c^3}$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{ab}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=-\frac{3}{ab}\left(-\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}=\frac{3}{abc}$$

$$abc\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)=3$$

$$\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}+\frac{ab}{c^2}=3$$

$$P=3$$

ដូចនេះ | គណនាបានតម្លៃនៃកន្សោម $P=3$ | ។

៣៩០ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

យើងមានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2 & (1)\\ 2\sqrt{x+3}-\sqrt{y+1}=4 & (2)\end{cases}$

យើងយក $(1)-2\times(2)$ នោះយើងបាន :

$$-\begin{cases}\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=2\\ 4\sqrt{x+3}-2\sqrt{y+1}=8\end{cases}$$

$$-3\sqrt{x+3}=-6$$

$$\sqrt{x+3}=2 \quad\Leftrightarrow\ x+3=4\ \Rightarrow\ x=1$$

យកតម្លៃ $x=1$ ជំនួសក្នុងសមីការ (1) យើងបាន

$(1):\quad \sqrt{1+3}-2\sqrt{y+1}=2\ \Leftrightarrow\ 2-2\sqrt{y+1}=2$

$\Rightarrow\ -2\sqrt{y+1}=0 \qquad \Rightarrow\ \sqrt{y+1}=0$

$\Rightarrow\ y+1=0 \qquad \Rightarrow\ y=-1$

ដូចនេះ | ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $x=1,\ y=-1$ | ។

៣៩១ ប្រៀបធៀប $\frac{a-1}{b-1}$, $\frac{a}{b}$ **និង** $\frac{a+1}{b+1}$

យើងមាន $a>1$, $b>1$ និង $a>b$

យើងបាន $ab+a>ab+b$

$$a(b+1)>b(a+1)$$

$$\frac{a}{b}>\frac{a+1}{b+1} \qquad (1)$$

ហើយ $a>b$ នោះ $-a<-b$

$$ab-a<ab-b$$

$$a(b-1)<b(a-1)$$

$$\frac{a}{b}<\frac{a-1}{b-1} \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2) យើងបាន $\frac{a+1}{b+1}<\frac{a}{b}<\frac{a-1}{b-1}$

ដូចនេះ | យើងប្រៀបធៀបបាន $\frac{a+1}{b+1}<\frac{a}{b}<\frac{a-1}{b-1}$ | ។

៣៩២ ប្រៀបធៀប A និង B :

$$A=\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$$

$$=\sqrt[3]{2\sqrt{2}+6+3\sqrt{2}+1}-\sqrt[3]{2\sqrt{2}-6+3\sqrt{2}-1}$$

$$=\sqrt[3]{\sqrt{2}^3+3\sqrt{2}^2+3\sqrt{2}+1^3}-\sqrt[3]{\sqrt{2}^3-3\sqrt{2}^2+3\sqrt{2}-1^3}$$

$$=\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}+1\right)^3}-\sqrt[3]{\left(\sqrt{2}-1\right)^3}$$

$$=\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{2}-1\right)=2$$

$$B=\sqrt{51+10\sqrt{2}}-\sqrt{51-10\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{50+10\sqrt{2}+1}-\sqrt{50-10\sqrt{2}+1}$$

$$=\sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2+2\cdot5\sqrt{2}+1}-\sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2-2\cdot5\sqrt{2}+1}$$

$$=\sqrt{\left(5\sqrt{2}+1\right)^2}-\sqrt{\left(5\sqrt{2}-1\right)^2}$$

$$=\left(5\sqrt{2}+1\right)-\left(5\sqrt{2}-1\right)=2$$

ក្រោយពីគណនា ឃើញថា $A=2$ និង $B=2$ ដែរ

នាំឱ្យ យើងបាន $A=B=2$

ដូចនេះ | ប្រៀបធៀបបាន $A=B$ | ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៩៣ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន $\frac{1+x}{x}+\frac{2+x}{x}+\frac{3+x}{x}+...+\frac{2013+x}{x}=0$

$\left(\frac{1}{x}+1\right)+\left(\frac{2}{x}+1\right)+\left(\frac{3}{x}+1\right)+...+\left(\frac{2013}{x}+1\right)=0$

$\frac{1}{x}+\frac{2}{x}+\frac{3}{x}+...+\frac{2013}{x}+2013=0$

$(1+2+3+...+2013)\frac{1}{x}=-2013$

$x=\frac{1+2+3+...+2013}{-2013}$

តែ $1+2+3+...+2013=\frac{2013}{2}(1+2013)$

$=2013\times 1007$.

យើងបាន $x=\frac{2013\times 1007}{-2013}=-1007$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $x=-1007$ ។

៣៩៤ ក. ដាក់ជាផលគុណកត្តា :

យើងមាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ យើងបាន

$\frac{bc+ac+ab}{abc}=\frac{1}{a+b+c}$

$(bc+ac+ab)(a+b+c)=abc$

$(a+b)(bc+ac+ab)+c(bc+ac+ab)-abc=0$

$(a+b)(bc+ac+ab)+(bc^2+ac^2+abc-abc)=0$

$(a+b)(bc+ac+ab)+(bc^2+ac^2)=0$

$(a+b)(bc+ac+ab)+(a+b)c^2=0$

$(a+b)(bc+ac+ab+c^2)=0$

$(a+b)(bc+ab+ac+c^2)=0$

$(a+b)[b(c+a)+(a+c)c]=0$

$(a+b)(a+c)(b+c)=0$

ដូចនេះ យើងដាក់ជាផលគុណកត្តាបាន $(a+b)(a+c)(b+c)=0$ ។

ខ. មានចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោម a , b , c :

តាមសម្រាយនៅក្នុងសំណួរ ក. យើងបាន :

$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\left(\frac{1}{a+b+c}\right)=(a+b)(b+c)(a+c)$

បើ a , b , c មានចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចគឺ :

- $a=-b \Rightarrow (a+b)=0$
- $b=-c \Rightarrow (b+c)=0$
- $c=-a \Rightarrow (a+c)=0$

បើមានករណីមួយយ៉ាងតិច ក្នុងចំណោមករណីខាងលើនោះ

$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\left(\frac{1}{a+b+c}\right)=0$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$

ដូចនេះ បើមានពីរចំនួនផ្ទុយគ្នាមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោម a , b , c នោះយើងបានទំនាក់ទំនង : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ ។

៣៩៥ ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ $3^{2+x}+3^{2-x}=30$

$3^2\times 3^x+3^2\times 3^{-x}=30$

$9(3^x+3^{-x})=30$

$3^x+3^{-x}=\frac{10}{3}$

$3^x+\frac{1}{3^x}=\frac{10}{3}$

តាង $t=3^x$ ដែល $t>0$ (ព្រោះ $3^x>0$)

យើងបាន $t+\frac{1}{t}=\frac{10}{3} \Leftrightarrow 3t^2-10t+3=0$

មាន $\Delta'=25-9=16$ នោះ $\begin{cases} t_1=\frac{-(-5)-4}{3}=\frac{1}{3}=3^{-1} \\ t_2=\frac{-(-5)+4}{3}=3 \end{cases}$

-ចំពោះ $t_1=3^{-1} \Leftrightarrow 3^x=3^{-1} \Rightarrow x=-1$

-ចំពោះ $t_2=3 \Leftrightarrow 3^x=3 \Rightarrow x=1$

ដូចនេះ សមីការមានឫសពីរគឺ $x=-1$ ឬ $x=1$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៣៩៦ សម្រួលប្រភាគ :

យើងមាន $A=\dfrac{|x-1|+|x|+x}{3x^2-4x+1}$ ដោយ $x<0$

នាំឱ្យ $|x-1|=-(x-1)$ ហើយ $|x|=-x$

យើងបាន $A=\dfrac{-(x-1)-x+x}{3x^2-4x+1}=\dfrac{-(x-1)}{3x^2-3x-x+1}$

$=\dfrac{-(x-1)}{3x(x-1)-(x-1)}=\dfrac{-(x-1)}{(x-1)(3x-1)}$

$=-\dfrac{1}{3x-1}=\dfrac{1}{1-3x}$

ដូចនេះ | សម្រួលប្រភាគបាន $A=\dfrac{1}{1-3x}$ | ។

៣៩៧ ដោះស្រាយសមីការ : យើងមាន

$$+\begin{cases}\dfrac{x+y}{xyz}=\dfrac{1}{2} & (1)\\ \dfrac{y+z}{xyz}=\dfrac{5}{6} & (2)\\ \dfrac{x+z}{xyz}=\dfrac{2}{3} & (3)\end{cases}$$

$$\frac{2(x+y+z)}{xyz}=\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$$

$$\frac{2(x+y+z)}{xyz}=\frac{3+5+4}{6}$$

$$\frac{x+y+z}{xyz}=1 \qquad (4)$$

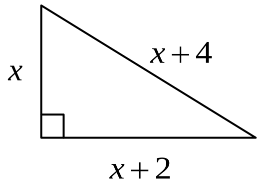
$$\left.\begin{aligned}(4)-(1):\ \frac{z}{xyz}=\frac{1}{2}\ &\Rightarrow\ xy=2\\ (4)-(2):\ \frac{x}{xyz}=\frac{1}{6}\ &\Rightarrow\ yz=6\\ (4)-(3):\ \frac{y}{xyz}=\frac{1}{3}\ &\Rightarrow\ xz=3\end{aligned}\right\}\Rightarrow (xyz)^2=36$$

$xyz=\pm6$, $\dfrac{xyz}{xy}=\dfrac{\pm6}{2}\Rightarrow z=\pm3$

$\dfrac{xyz}{yz}=\dfrac{\pm6}{6}\Rightarrow x=\pm1$, $\dfrac{xyz}{xz}=\dfrac{\pm6}{3}\Rightarrow y=\pm2$

ដូចនេះ | ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ :
$x=1\,,\,y=2\,,\,z=3$ ឬ
$x=-1\,,\,y=-2\,,\,z=-3$ | ។

៣៩៨ គណនាបរិមាត្រ និងក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណនេះ :



តាង x , $x+2$, $x+4$ ជាជ្រុងនៃត្រីកោណកែងនេះ

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ យើងបាន :

$$x^2+(x+2)^2=(x+4)^2$$

$$x^2+x^2+4x+4=x^2+8x+16$$

$$x^2-4x-12=0$$

$$x^2-6x+2x-12=0$$

$$(x-6)x+2(x-6)=0$$

$$(x-6)(x+2)=0$$

នាំឱ្យ $\begin{cases}x-6=0\\x+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=6\\x=-2\end{cases}$ មិនយក

ចំពោះ $x=6$ នោះ $\begin{cases}x+2=6+2=8\\x+4=6+4=10\end{cases}$

ឃើញថា ត្រីកោណនេះមានប្រវែងជ្រុង $6\,,8\,,10$

នាំឱ្យ បរិមាត្រ P = 6 + 8 + 10 = 24 ឯកត្តាប្រវែង

ក្រឡាផ្ទៃ $S=\dfrac{1}{2}\times6\times8=24$ ឯកត្តាផ្ទៃក្រឡា

ដូចនេះ | គណនាបាន បរិមាត្រស្មើ 24 ឯកត្តាប្រវែង
ក្រឡាផ្ទៃស្មើ 24 ឯកត្តាផ្ទៃក្រឡា | ។

៣៩៩ សម្រួលកន្សោម $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$

-ករណី $x>1$ នាំឱ្យ $|x-1|=x-1$

យើងបាន $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)}=\boxed{x+1}$

-ករណី $x=1$ នាំឱ្យ F | គ្មានន័យ | ។

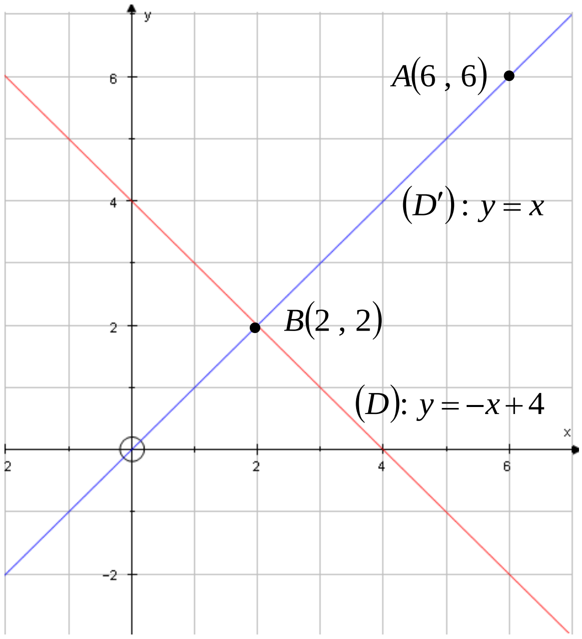
-ករណី $x<1$ នាំឱ្យ $|x-1|=-(x-1)$

យើងបាន $F=\dfrac{x^2-1}{|x-1|}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{-(x-1)}=\boxed{-(x+1)}$ ។

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge

៤០០ គណនាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅបន្ទាត់ (D) :

យើងមានចំណុច $A(6\,,6)$ និងបន្ទាត់ $(D): y=-x+4$



-រកបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $A(6\,,6)$ និងកែងនឹង (D)

បន្ទាត់ត្រូវរកមានរាង $(D'): y=ax+b$

ដោយ $(D')\perp(D) \Rightarrow a=\dfrac{-1}{a'}=\dfrac{-1}{-1}=1$

ហើយ (D') កាត់តាម $A(6\,,6)$ នោះ $x=6\,,\,y=6$

យើងបាន $(D'): 6=1\times 6+b \quad \Rightarrow b=0$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $(D'): y=x$

-រកចំណុចដែល (D) ប្រសព្វនឹង (D') តាងដោយ B :

ផ្ទឹមសមីការអាប់ស៊ីស យើងបាន :

$-x+4=x \quad\Leftrightarrow\quad 2x=4 \quad\Rightarrow\quad x=2\,.$

ចំពោះ $x=2 \Rightarrow y=2$ នាំឱ្យចំណុច $B(2\,,2)$

-រកចម្ងាតពីចំណុច $A(6\,,6)$ ទៅបន្ទាត់ $(D): y=-x+4$

មានន័យថា រកចម្ងាយពី $A(6\,,6)$ ទៅចំណុច $B(2\,,2)$

$$d=AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$=\sqrt{(2-6)^2+(2-6)^2}$$
$$=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$$

ដូចនេះ | ចម្ងាយរកបានគឺ $d=4\sqrt{2}$ ឯកត្តាប្រវែង | ។

៤០១ ....(នៅមានបន្ត)

www.facebook.com/7khmer
fb : Entertainment And Knowledge