



1. គេឲ្យត្រីកោណ ABC ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $AB = 13, BC = 14, CA = 15$ ។
 P ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ABC ដែលមានមុំ $PAB = PBC = PCA$
 និង $\tan(PAB) = \frac{m}{n}$ ដែល m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន បឋមរវាងគ្នា។ រក $m + n$
- A. 450
 B. 453
 C. 463
 D. 493

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

2. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិវិជ្ជមាន n ដែល $n + 2n^2 + 3n^3 + \dots + 2005n^{2005}$
 ចែកដាច់នឹង $n - 1$ ។
- A. 12
 B. 13
 C. 15
 D. 16

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. គេឲ្យត្រីកោណ ABC សមបាតត្រង់ A ។ ដោយដឹងថាអរតូសង់ H
 នៃត្រីកោណនៅលើរង្វង់

ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ។ គណនា $\cos A$

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{9}{8}$

C. $\frac{1}{7}$

D. $\frac{1}{2}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ ។ គណនា $f(x) + f(y)$ ដោយដឹងថា $x + y = 1$

- A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{3}{2}$
C. 1
D. 2

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. (U_n) ជាស្វ៊ីតមួយកំណត់ដោយ $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+2} = 5U_{n+1} - 6U_n$ ។ ចូរកំណត់ x ដើម្បី

$$V_n = U_{n+1} - xU_n \text{ ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ។}$$

- A. $x = 1, x = 2$
B. $x = 2, x = 3$
C. $x = -1, x = -2$
D. $x = -2, x = -3$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. ចូរកត់ម្លៃលេខនៃ CRASS ដោយដឹងថាអក្សរនីមួយៗតាងលេខខុសៗគ្នាពី ០ ដល់ ១

$$\begin{array}{r} A R C R \\ + B R A R \\ \hline \end{array}$$

C R A S S

- A. 12 900
B. 13 900
C. 14 900
D. 15 900

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. បើ $x - y = 1$, រកតម្លៃនៃ $x^4 - xy^3 - x^3y - 3x^2y + 3xy^2 + y^4$

- A. 0
B. 1
C. 5
D. 10

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. เสด็จหฤทัย f กิ่งกั้ที่ $x \in \mathbb{R} - \{-1, 0\}$ ด้ว $x(2x + 1)f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 1$

ចូរគណនា $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2009)$

- A. $\frac{2017}{2019}$
 B. $\frac{2008}{2009}$
 C. $\frac{1}{2009}$
 D. $\frac{1000}{2009}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. គេឲ្យបីចំនួនគត់វិជ្ជមាន a, b, c ដែល $a + b + c = 10$ ។

ចូររកតម្លៃធំបំផុតនៃ $P = a \times b \times c$

- A. 30
B. 36
C. 39
D. 63

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាង $A = \frac{2013! + 2010!}{2012! + 2011!}$
A. 2008

- A. 2008
B. 2009
C. 2010
D. 2011

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. គណនាផលបូក $S = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \frac{4}{5!} + \frac{5}{6!} + \frac{6}{7!}$

- A. $\frac{119}{120}$
 (B) $\frac{5039}{5040}$
 C. $\frac{40319}{40320}$

362 879

362 880

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. រកលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $9^{100} - 1$

A. 111

B. 121

C. 000

D. 123

E. 321

13. ចូរកំណត់គ្រប់គូ (m, n) នៃចំនួនគត់វិជ្ជមានបើគេដឹងថា $m^2 + n^2 = 13(m + n)$

A. (3,15), (10,15), (13,13), (15,3), (15,10)

B. (1,0), (3,15), (13,13), (15,3)

C. (10,3), (15,10), (3,15), (15,3), (15,10)

D. (33,10), (3,15), (10,15), (13,13), (15,3)

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. រកតម្លៃធំបំផុតនៃចំនួនគត់ m នៃ $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} > m$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

E. 3

15. គេចតុកោណប៉ោង ABCD មួយមានជ្រុង $AB = x, BC = y, CD = z, DA = t$

ផ្ទៃក្រឡាបស់តុកោណនេះគឺដែលកំណត់ដោយ $S \leq r(x^2 + y^2 + z^2 + t^2)$

ចូររកតម្លៃនៃចំនួនពិត r

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{5}$

D. 1

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនាញវិទ្យាសាស្ត្រកម្ពុជាប្រកួតប្រជែងគណិតវិទ្យា MOSC ឆ្នាំទី១១

សម័យប្រឡង : ២៩ វិច្ឆិកា ២០២០

រយៈពេល : ៩០នាទី

1. គេត្រីកោណ ABC ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $AB = 13, BC = 14, CA = 15$

P ជាចំណុចមួយស្ថិតនៅខាងក្នុងត្រីកោណ ABC ដែលមានមុំ $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA$

និង $\tan PAB = \frac{m}{n}$ ដែល m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន បឋមរវាងគ្នា។

រក m + n

តាង $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \alpha$ និង

$PA = x, PB = y, PC = z$

ដែល $\tan \alpha = \frac{m}{n}$

តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុសក្នុង $\triangle PAB, \triangle PBC, \triangle PAC$

យើងបាន $y^2 = x^2 + z^2 - 2xz \cos \alpha$

$z^2 = y^2 + a^2 - 2ya \cos \alpha$

$x^2 = z^2 + b^2 - 2zb \cos \alpha$

បូកអង្គនិងអង្គបាន៖

$a^2 + b^2 + c^2 = 2xc \cos \alpha + 2ya \cos \alpha + 2zb \cos \alpha$

តែ $S_{ABC} = S_{PAB} + S_{PBC} + S_{PAC} = \frac{1}{2}xc \sin \alpha + \frac{1}{2}ya \sin \alpha + \frac{1}{2}zb \sin \alpha$

គេបាន $a^2 + b^2 + c^2 = 4 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \left(\frac{1}{2}xc \sin \alpha + \frac{1}{2}ya \sin \alpha + \frac{1}{2}zb \sin \alpha \right)$

$= 4 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} S_{ABC}$

$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{4S_{ABC}}{a^2 + b^2 + c^2}$ ឬ $\tan \alpha = \frac{4S_{ABC}}{a^2 + b^2 + c^2}$

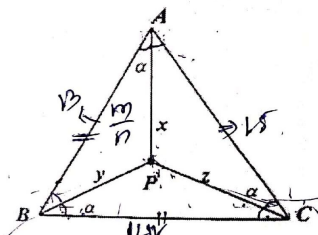
តែ $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$

$\Rightarrow S_{ABC} \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$

$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{4 \times 84}{13^2 + 14^2 + 15^2} = \frac{336}{590} = \frac{168}{295}$ ឬ $\frac{m}{n} = \frac{168}{295}$ តែ $(m, n) = 1$

នោះ $m = 168, n = 295 \Rightarrow m + n = 168 + 295 = 463$

ដូចនេះ $m + n = 463$



បន្ថែម៖ C. 463

2. រកចំនួនគត់ច្រើនជាង n ដែល $n + 2n^2 + 3n^3 + \dots + 2005n^{2005}$
ចែកដាច់នឹង $n - 1$ ។

តាង $S = n + 2n^2 + 3n^3 + \dots + 2005n^{2005}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= (n-1+1) + (2n^2-2+2) + \dots + (2005n^{2005} - 2005 + 2005) \\ &= [(n-1)+1] + [2(n^2-1)+2] + \dots + [2005(n^{2005}-1)+2005] \end{aligned}$$

តាមលក្ខណៈចែកដាច់ $a^n - b^n : a - b \quad \forall n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} \text{ទាញបាន } S &= [(n-1)+1] + [2(n^2-1)+2] + \dots + [2005(n^{2005}-1)+2005] \\ &\equiv 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2004 + 2005 \pmod{n-1} \\ &\equiv 2005 \times 1003 \pmod{n-1} \\ &\equiv 5 \times 17 \times 59 \times 401 \pmod{n-1} \end{aligned}$$

ដើម្បីឲ្យ $S : (n-1)$

$$\text{លុះត្រាតែ } 5 : (n-1) \Rightarrow n = 6$$

$$17 : (n-1) \Rightarrow n = 18$$

$$59 : (n-1) \Rightarrow n = 60$$

$$401 : (n-1) \Rightarrow n = 402$$

ដោយគ្រប់ចំនួន n ទាំងអស់គ្មានចម្លើយមួយក្នុងចំណោមចម្លើយជ្រើសរើសទាំងបួន
បន្ថែម៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. គេឲ្យត្រីកោណ ABC សមបាតត្រង់ A ។ ដោយដឹងថាអត្ថសង់ H

នៃត្រីកោណនៅលើរង្វង់

ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ៖ គណនា $\cos A$

តាង O ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ

r ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ

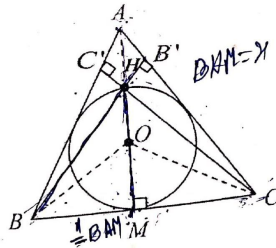
កណ្តាល BC

A, H, M, O នៅលើបន្ទាត់តែមួយ

តាង $BHM = x$ កម្ពស់ BB'

$$\text{នោះ } x = BHM = AHB' = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\text{តាង } BOM = y \Rightarrow 2y = 180^\circ - \left(\frac{B}{2} + \frac{B}{2}\right)$$



$$B = C \text{ នោះ } y = 90^\circ - \frac{B}{2}$$

$$\text{ក្នុងត្រីកោណកែង } ABM : B = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow y = 90^\circ - \frac{1}{2} \left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) \text{ ឬ } y = 45^\circ + \frac{A}{4}$$

$$\text{ក្នុងត្រីកោណកែង } BHM : \tan x = \frac{BM}{MH} = \frac{BM}{2r}$$

$$\Rightarrow 2 \tan x = \frac{BM}{r}$$

$$\text{ក្នុងត្រីកោណកែង } BOM : \tan y = \frac{BM}{OM} = \frac{BM}{r}$$

$$\Rightarrow \tan y = 2 \tan x$$

$$\Rightarrow \tan \left(45^\circ + \frac{A}{4}\right) = 2 \tan \left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = 2 \cot \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \left(45^\circ + \frac{A}{4}\right) = \frac{2}{\tan \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 45^\circ + \tan \frac{A}{4}}{1 - \tan 45^\circ \tan \frac{A}{4}} = \frac{2}{\tan 2 \cdot \frac{A}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \tan \frac{A}{4}}{1 - \tan \frac{A}{4}} = \frac{2}{\tan \frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \tan \frac{A}{4}}{1 - \tan \frac{A}{4}} = \frac{1 - \tan \frac{A}{4}}{\tan \frac{A}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 - \tan \frac{A}{4}} = \frac{1 - \tan^2 \frac{A}{4}}{2 \tan \frac{A}{4}}$$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{\sin \frac{A}{4}}{\cos \frac{A}{4}}\right) = \frac{\sin \frac{A}{4}}{\cos \frac{A}{4}}$$

$$\Rightarrow \left(\cos \frac{A}{4} - \sin \frac{A}{4}\right)^2 = \cos \frac{A}{4} \sin \frac{A}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \cos \frac{A}{4} \sin \frac{A}{4} = \cos \frac{A}{4} \sin \frac{A}{4}$$

$$\Rightarrow 1 = \sin \frac{A}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{A}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos A = 1 - \sin^2 \frac{A}{2} = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \cos A = \frac{1}{9}$$

$$\text{ចម្លើយ: } A. \frac{1}{9}$$

$$4. \text{ គេអនុវត្តន៍ } f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2} \text{ ។ គណនា } f(x) + f(y) \text{ ដោយដឹងថា } x + y = 1$$

$$f(x) + f(y) = \frac{4^x}{4^x + 2} + \frac{4^y}{4^y + 2}$$

$$= \frac{4^x(4^y + 2) + 4^y(4^x + 2)}{(4^x + 2)(4^y + 2)}$$

$$= \frac{4^{x+y} + 2 \cdot 4^x + 4^{x+y} + 2 \cdot 4^y}{(4^x + 2)(4^y + 2)}$$

$$= \frac{8 + 2(4^x + 4^y)}{8 + 2(4^x + 4^y)}$$

$$\text{ដូចនេះ: គេបាន } f(x) + f(y) = 1$$

$$\text{ចម្លើយ: } C. 1$$

$$5. (U_n) \text{ ជាស្វ៊ីតមួយកំណត់ដោយ } \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+2} = 5U_{n+1} - 6U_n \text{ ។ ចូរកំណត់ } x \text{ ដើម្បីឲ្យ}$$

$$V_n = U_{n+1} - xU_n \text{ ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ ។}$$

$$\text{គេបាន } U_{n+2} = 5U_{n+1} - 6U_n, V_n = U_{n+1} - xU_n \Rightarrow U_{n+1} = V_n + xU_n$$

$$\text{គេបាន } V_{n+1} = U_{n+2} - xU_{n+1} = 5U_{n+1} - 6U_n - xU_{n+1}$$

$$V_{n+1} = 5(V_n + xU_n) - 6U_n - x(V_n + xU_n)$$

$$V_{n+1} = (5-x)V_n + (-x^2 + 5x - 6)U_n$$

$$\text{ដើម្បីឲ្យ } (V_n) \text{ ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រលុះត្រាតែ}$$

$$5 - x \neq 0, -x^2 + 5x - 6 = 0 \text{ គេបាន } x = 2, x = 3$$

$$\text{ដូចនេះ: គេបាន } x = 2, x = 3$$

$$\text{ចម្លើយ: } B. x = 2, x = 3$$

6. ចូរកត់ថ្លៃលេខនៃ CRASS ដោយដឹងថាអក្សរនីមួយៗតាងលេខខុសៗគ្នាពី ០ ដល់ 9

$$\text{ខ្ទង់រយ } S + S = S \Rightarrow S = 0$$

$$\text{ខ្ទង់ពាន់ } A + B = CR \Rightarrow C = 1$$

$$\text{ខ្ទង់ដប់ } C + R = 10 \Rightarrow R = 9$$

$$\text{ខ្ទង់រយ } R + R + 1 = A \Rightarrow R = 4$$

$$\text{ខ្ទង់ពាន់ } A + B = CR \Rightarrow B = 5$$

$$\text{នោះ: CRASS} = 14900$$

$$\text{ចម្លើយ: } C. 14900$$

$$7. \text{ បើ } x - y = 1, \text{ រកតម្លៃនៃ } x^4 - xy^3 - x^3y - 3x^2y + 3xy^2 + y^4$$

$$x^4 - xy^3 - x^3y - 3x^2y + 3xy^2 + y^4 = x^4 - x^3y - xy^3 + y^4 - 3x^2y + 3xy^2$$

$$= x^3(x - y) - y^3(x - y) - 3x^2y + 3xy^2$$

$$= x^3 - y^3 - 3x^2y + 3xy^2 = (x - y)^3 = 1$$

$$= (x - y)^3 = 1$$

$$\text{ចម្លើយ: } B. 1$$

$$8. \text{ គេអនុវត្តន៍ } f \text{ កំណត់គ្រប់ } x \in \mathbb{R} - \{-1, 0\} \text{ ដោយ } x(2x + 1)f(x) \neq f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 1$$

$$\text{ចូរគណនា } S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2009)$$

$$\text{រកអនុគមន៍ } f(x)$$

$$\text{គេបាន } x(2x + 1)f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 1 \quad (1)$$

$$\text{ជំនួស } x \text{ ដោយ } \frac{1}{x} \text{ ក្នុងសមីការ (1) គេបាន:}$$

$$\frac{1}{x} \left(\frac{2}{x} + 1 \right) f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = \frac{1}{x} + 1 \Rightarrow \frac{1}{x}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{x^2}{x+2} f(x) = \frac{x^2 + x}{x+2} \quad (2)$$

$$\text{ដកសមីការ (1) និង (2) អង្គនិងអង្គគេបាន:}$$

$$\left[x(2x + 1) - \frac{x^2}{x+2} \right] f(x) = x + 1 - \frac{x^2 + x}{x+2}$$

$$\frac{2x(x+1)^2}{x+2} f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$$

គេទាញបាន $f(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

គេបាន $s = \sum_{k=1}^{2009} [f(k)] = \sum_{k=1}^{2009} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = 1 - \frac{1}{2010} = \frac{2009}{2010}$

ដូចនេះ $s = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2009) = \frac{2009}{2010}$

ចម្លើយ៖ ២) មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. គេបំបែកចំនួនគត់វិជ្ជមាន a, b, c ដែល $a + b + c = 10$ ។

ចូរកតម្លៃធំបំផុតនៃ $P = a \times b \times c$

យើងមាន $a + b + c = 10$ នាំឲ្យ $c = 10 - a - b$

យើងបាន $P = ab(10 - a - b) = -ba^2 + b(10 - b)a$

តាង $P(a) = -ba^2 + b(10 - b)a = b^2$

គេបាន $P'(a) = -2ab + 10b - b^2$

បើ $P'(a) = 0$ គេទាញបាន $a = 5 - \frac{b}{a}$

ដោយ $P''(a) = -2b < 0, \forall b \in \mathbb{N}$

ហេតុនេះ $P(a)$ មានតម្លៃអតិបរមាចំពោះតម្លៃ $a = 5 - \frac{b}{2}$

ដោយ $a \in \mathbb{N}$ នោះ b ត្រូវជាចំនួនគូ

បើ $b = 2k$ នោះ $a = 5 - k$

ហើយ $c = 10 - (5 - k) - 2k = 5 - k$

ដោយ $a, b, c \in \mathbb{N}$ នោះ $\begin{cases} a = 5 - k \geq 1 \\ b = 2k \geq 1 \\ c = 5 - k \geq 1 \end{cases}$ ឬ $1 \leq k \leq 4$

-ចំពោះ $k = 1$

គេបាន $a = 4, b = 2, c = 4$ នាំឲ្យ $P = 4 \times 2 \times 4 = 32$

-ចំពោះ $k = 2$

គេបាន $a = 3, b = 4, c = 3$ នាំឲ្យ $P = 3 \times 4 \times 3 = 36$

-ចំពោះ $k = 3$

គេបាន $a = 2, b = 6, c = 2$ នាំឲ្យ $P = 2 \times 6 \times 2 = 24$

-ចំពោះ $k = 4$

គេបាន $a = 1, b = 8, c = 1$ នាំឲ្យ $P = 1 \times 8 \times 1 = 8$

ដូចនេះតម្លៃអតិបរមានៃ $P = abc$ ស្មើនឹង 36

ចម្លើយ៖ B. 36

10. កំណត់ចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាង $A = \frac{2013! + 2010!}{2012! + 2011!}$

$$\begin{aligned} A &= \frac{2013! + 2010!}{2012! + 2011!} = \frac{2011!(2012 \times 2013 + 1)}{2011!(2012 + 1)} \\ &= \frac{2012 \times 2013}{2013} + \frac{1}{2012 \times 2013} \\ &= 2012 + \frac{1}{2012 \times 2013} > 2012 \end{aligned}$$

ដូចនេះចំនួនគត់ធំបំផុតតូចជាង A គឺ 2012

ចម្លើយ៖ ២) មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. គណនាផលបូក $S = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \frac{4}{5!} + \frac{5}{6!} + \frac{6}{7!}$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!} \\ S &= 1 - \frac{1}{7!} \\ S &= \frac{5039}{5040} \end{aligned}$$

ចម្លើយ៖ ២) $\frac{5039}{5040}$

13. ចូរកំណត់គ្រប់គូ (m, n) នៃចំនួនគត់វិជ្ជមានបើគេដឹងថា $m^2 + n^2 = 13(m + n)$

គេមាន $m^2 + n^2 = 13(m + n)$ (1)

-ករណីទី១ $m = n$

គេបាន $2n^2 = 26n$ នាំឲ្យ $n = 13$

ដូចនេះ $m = n = 13$

-ករណីទី២ $m \neq n$

យើងពិនិត្យឃើញថាបើ (m, n) ជាគូចម្លើយរបស់ (1) នោះគេបាន (n, m)

ក៏ជាគូចម្លើយរបស់

(1) ដែរ។

សន្មតថា $m < n$

តាមវិសមភាព Cauchy Schwarz

យើងមាន $(m+n)^2 < 2(m+n)$

$$(m+n)^2 < 26(m+n)$$

$$m+n < 26$$

ដោយ $m < n$ នោះគេបាន $2m < m+n < 26$ ឬ $m < 13$

ដោយ $m \in \mathbb{N}$ នោះគេទាញបាន $1 \leq m \leq 12$

ម្យ៉ាងទៀតសមីការ (1) អាចសរសេរ ៖

$$n^2 - 13n + m^2 - 13m = 0(2)$$

$$\Delta = 169 - 4(m^2 - 13m)$$

សមីការ (2) មានចម្លើយក្នុង $\mathbb{N}$ កាលណា Δ ជាការប្រាកដនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាននិសេស

$$\text{គេយក } 169 - 4(m^2 - 13m) = (2k+1)^2 \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

$$\text{គេបាន } 168 - 4(m^2 - 13m) = (2k+1)^2 - 1 = 4k(k+1)$$

$$\text{គេទាញ } K(k+1) = 42 + m(13-m) \text{ ដោយ } 1 \leq m \leq 12$$

នោះតម្លៃដែលអាចរបស់ផលគុណ $k(k+1)$ គឺ៖

$$k(k+1) = \{54, 64, 72, 78, 82, 84\}$$

ក្នុងតម្លៃទាំងប្រាំមួយនេះតម្លៃដែលជាផលគុណចំនួនគត់តភ្ជាប់មានតែតម្លៃ 72

$$= 8 \times 9 \text{ មួយគត់ដែល}$$

ត្រូវនឹង $m = \{3, 10\}$

-ចំពោះ $m = 3$ គេបាន $n^2 - 13n - 30 = (n-15)(n+2) = 0$ នាំឲ្យ $n = 15$

-ចំពោះ $m = 10$ គេបាន $n^2 - 13n - 30 = (n-15)(n+2) = 0$ នាំឲ្យ $n = 15$

សរុបមកគេទទួលបានគូចម្លើយប្រាំគូគឺ៖

$$(m, n) = (3, 15), (10, 15), (13, 13), (15, 3), (15, 10)$$

ចម្លើយ៖ A. (3, 15), (10, 15), (13, 13), (15, 3), (15, 10)

14. រកតម្លៃដំបូងបំផុតនៃចំនួនគត់ M ដែល $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} > M$

$$\text{គេមាន } \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} > M$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} > M$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{3}-1)}{3-1} > M$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{3}-1)}{2} > M$$

$$\text{ដោយ } 1 > (\sqrt{3}-1) > \frac{2}{3} \quad (1) \Rightarrow \frac{3}{2} > \frac{3(\sqrt{3}-1)}{2} > 1 = M$$

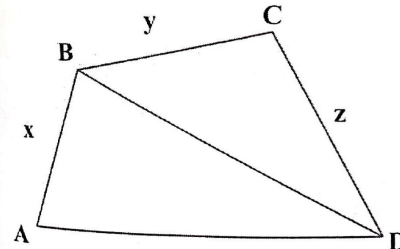
ចម្លើយ៖ C. 1

15. គេចតុកោណប៉ោង ABCD មួយមានជ្រុង $AB = x, BC = y, CD = z, DA = t$ ។ ផ្ទៃក្រឡារបស់

ចតុកោណនេះគឺស្មើនឹងផលកំណត់ដោយ S

$$\leq r(x^2 + y^2 + z^2 + t^2) \text{ ។ ចូររកតម្លៃនៃចំនួនពិត r}$$

រកតម្លៃនៃចំនួនពិត r



$$\text{គេមាន } S = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{1}{2}xt \sin A + \frac{1}{2}yz \sin C$$

$$\text{ដោយ } \sin A \leq 1 \text{ និង } \sin C \leq 1$$

$$\text{គេបាន } S \leq \frac{1}{2}(xt + yz)$$

តាមវិសមភាព AM - GM

$$\text{គេមាន } xt \leq \frac{x^2 + t^2}{2}$$

និង $yz \leq \frac{y^2 + z^2}{2}$

តេទាយបាន $S \leq \frac{1}{4}(x^2 + y^2 + z^2 + t^2)$

តែតាមប្រាប់ $S \leq r(x^2 + y^2 + z^2 + t^2)$

ដូចនេះតម្លៃតូចបំផុតនៃចំនួនពិត r គឺ $\frac{1}{4}$

ចម្លើយ៖ A. $\frac{1}{4}$

វិញ្ញាសាទី១ កម្រិតថ្នាក់ទី១១និងទី១២

គ្រូបង្រៀនសិស្សពូកែ

គណិតវិទ្យា

សិស្សពូកែ

1. ចំនួនមួយមានលេខប្រាំខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់រៀបតាមលំដាប់ $x, x+1, x+2, 3x, x+3$

ហើយគេដឹងថា ចំនួននោះជាការពិតប្រាកដ ។ ចូររកចំនួននោះ ។

A. 186²

B. 188²

C. 190²

D. 185²

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

2. ប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2001} + \sqrt{2003}$ និង $2\sqrt{2002}$

A. $\sqrt{2003} + \sqrt{2001} < 2\sqrt{2002}$

B. $\sqrt{2001} + \sqrt{2002} < 2\sqrt{2003}$

C. $\sqrt{2001} + \sqrt{2003} < 2\sqrt{2002}$

D. $\sqrt{2002} + \sqrt{2003} < 2\sqrt{2002}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. មាន $f(x) = 2x + 1$ និង $g[f(x)] = x^2 + 3x + 1$ ។ គណនា $g(3)$ ។

A. 3

B. 5

C. 4

D. 2

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. គណនា $\sqrt{9 + \sqrt{80}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. x និង y ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2 + 3xy + y^2 = 60$ ។

រកតម្លៃធំបំផុតនៃផលគុណ xy ។

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. គេអោយ a, b, c ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} a + b + c = 0 \\ ab + bc + ca = 0 \end{cases}$

គណនាតម្លៃកន្សោម $A = (a-1)^{2002} + b^{2002} + c^{2003}$

A. 0

B. 1

C. 5

D. -2

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. កំណត់បូសធម៌បំផុតនៃសមីការ $x^{2004} + 3x^{2002} - 10x^{2000} = 4x^{2003} - 8x^{2001}$

នៅក្នុងសំណុំចំនួនពិត ។

A. $\sqrt{1}$

B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt{5}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. ចំនួនមួយជាការប្រាកដមានរាង $\overline{abcd}$ ។ ដោយដឹងថា $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$ ។ រកចំនួន $\overline{abcd}$

A. 8181

B. 8182

C. 8281

D. 8282

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. ធ្វើប្រមាណវិធីបូកខាងក្រោម ដែលអក្សរនីមួយៗតាងលេខពី 0 ដល់ 9 ខុសៗគ្នា ។

$$\begin{array}{r} S \ T \ I \ L \ L \\ + \ S \ T \ A \ L \ L \\ \hline S \ T \ I \ L \ T \\ \hline N \ I \ T \ W \ I \ T \end{array}$$

A. $A = 7, I = 7, L = 5, N = 1, S = 5, T = 9, W = 0$

B. $A = 6, I = 6, L = 5, N = 2, S = 8, T = 9, W = 1$

C. $A = 7, I = 6, L = 5, N = 2, S = 8, T = 9, W = 0$

D. $A = 5, I = 6, L = 6, N = 2, S = 7, T = 9, W = 0$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកតម្លៃ $A = 2011^3 - 2010 \cdot 2011^2 - 2010^2 \cdot 2011 + 2010^3$ ។

A. 4012

B. 4020

C. 4021

D. 4022

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. គេបានប្រើប្រាស់ទ្រុងចំនួន 99 គ្រឿងសម្រាប់ដឹកជញ្ជូនកូនមាន់ចំនួន $7y38x5$ ក្បាល

ទៅកាន់កសិដ្ឋានមួយ ។ រកលេខ x និង y ក្នុងប្រព័ន្ធរបាបគោលដប់ដោយដឹងថាក្នុងទ្រុង

នីមួយៗមានចំនួនកូនមាន់ស្មើគ្នា ។

A. $x = 8, y = 5$

B. $x = 5, y = 8$

C. $x = 8, y = 8$

D. $x = 5, y = 5$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. រកចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាង $A = \frac{2013! + 2010!}{2012! + 2011!}$

A. 2012

B. 2013

C. 2014

D. 2015

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. រកគ្រប់តម្លៃនៃ b ដែល $B = 11 \dots 1 - b \ b \dots b$ ជាការប្រាកដ ដោយដឹងថា

លេខ 1 មាន 4024 ខ្ទង់ និង b មាន 2012 ខ្ទង់ ។

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

MOSC

14. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃ x ដែល x និង y ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ហើយ $\frac{2011}{2012} < \frac{x}{y} < \frac{2012}{2013}$ ។

A. 4021

B. 4023

C. 4022

D. 4024

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. គណនា

$$S_{2008} = (1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + 2008 \times 2010) - (1^2 + 2^2 + \dots + 2008^2) \text{ ។}$$

A. $2008^1 + 2008$ B. $2008^2 + 2008$ C. $2008^3 + 2008$ D. $2008^4 + 2008$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនាញគណិតវិទ្យា

កម្រិតថ្នាក់ទី១១និង១២

គ្រឹះការប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា

1. រកចំនួនដែលជាការប្រាកដ $x, x+1, x+2, 3x, x+3$
 $3x \leq 9$ នោះ $x \leq 3$ ដែល $x \neq 0$ លក្ខខណ្ឌមិនជាសំខាន់សម្រាប់ដកពិន្ទុទេ
បើ $x = 1$ ចំនួននោះ 12334បើ $x = 2$ ចំនួននោះ 23465បើ $x = 3$ ចំនួននោះ 34596ដូចនេះ ចំនួនជាការប្រាកដ គឺ $34596 = 186^2$ ចម្លើយ៖ A. 186^2 2. ប្រៀបធៀប : $\sqrt{2001} + \sqrt{2003}$ និង $2\sqrt{2002}$ មាន : $2002^2 - 1 < 2002^2$ $\sqrt{2001} \times \sqrt{2003} < 2002$ $2\sqrt{2001} \times \sqrt{2003} < 2 \times 2002$ $2 \times 2002 + 2\sqrt{2001} \cdot \sqrt{2003} < 4 \cdot 2002$ $\sqrt{2001}^2 + 2\sqrt{2001} \cdot \sqrt{2003} + \sqrt{2003}^2 < 4 \cdot 2002$ $(\sqrt{2001} + \sqrt{2003})^2 < 4 \cdot 2002$ $\sqrt{2001} + \sqrt{2003} < 2\sqrt{2002}$ ដូចនេះ : $\sqrt{2001} + \sqrt{2003} < 2\sqrt{2002}$ ចម្លើយ៖ C. $\sqrt{2001} + \sqrt{2003} < 2\sqrt{2002}$ 3. គណនា $g(3)$ $f(x) = 2x + 1 = 3$ នោះ $x = 1$ $g(3) = 1 + 3 + 1 = 5$ ដូចនេះ : $g(3) = 5$

ចម្លើយ៖ B. 5

4. គណនា $\sqrt{9 + \sqrt{80}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}}$ តាង $x = \sqrt{9 + \sqrt{80}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}}$ $x > 0$ ព្រោះ $\sqrt{9 + \sqrt{80}} > \sqrt{9 - \sqrt{80}}$ $x^2 = 16$ នោះ $x = 4$

$$\sqrt{9 + \sqrt{80}} = 2 + \sqrt{5}$$

$$\sqrt{9 - \sqrt{80}} = -2 + \sqrt{5} \quad (2 - \sqrt{5} < 0)$$

$$\text{នោះ: } \sqrt{9 + \sqrt{80}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}} = 4$$

$$\text{ដូចនេះ: } \sqrt{9 + \sqrt{80}} - \sqrt{9 - \sqrt{80}} = 4$$

ចម្លើយ៖ D. 4

5. រកតម្លៃធំបំផុតនៃ xy

$$\text{មាន } x^2 + 3xy + y^2 = 60 \quad \checkmark$$

$$(x - y)^2 + 5xy = 60$$

$$5xy = 60 - (x - y)^2$$

$$xy = 12 - \frac{(x - y)^2}{5} \leq 12$$

ដូចនេះ: $xy = 12$ កាលណា $x = y$ នោះ: xy មានតម្លៃធំបំផុត 12

ចម្លើយ៖ A. 12

$$6. \text{ គណនាតម្លៃនៃ } A = (a - 1)^{2001} + b^{2002} + c^{2003}$$

$$\text{ស្គាល់ } a + b + c = 0; ab + bc + ca = 0$$

$$\text{នោះ: } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{នាំអោយ } a^2 + b^2 + c^2 = 0$$

$$\text{ផ្ទៀងផ្ទាត់ } a = b = c = 0$$

$$\text{ដូចនេះ: } A = (d - 1)^{2001} + b^{2002} + c^{2003} = -1$$

ចម្លើយ៖ E. មិនមានចម្លើយនោះទេ

7. កំណត់ឬសធំបំផុតនៃសមីការ

$$\text{គេបាន } x^{2000}(x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 8x - 10) = 0$$

$$x^{2000}(x^4 - 4 - 4x^3 + 8x + 3x^2 - 6) = 0$$

$$x^{2000}[(x^2 - 2)(x^2 + 2) - 4x(x^2 - 2) + 3(x^2 - 2)] = 0$$

$$x^{2000}(x^2 - 2)(x^2 - 4x + 5) = 0$$

$$x^{2000} = 0 \text{ នោះ: } x = 0$$

$$x^2 - 2 = 0 \text{ នោះ: } x = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0 \text{ មាន } \Delta' = -1$$

ដូចនេះ: សមីការមានឬសធំបំផុត $x = \sqrt{2}$

ចម្លើយ៖ B. $\sqrt{2}$

8. រកចំនួន $abcd$

$$\text{ពីសម្មតិកម្ម } abcd = n^2 \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$100ab + cd = n^2$$

$$\text{ដោយ } ab = cd + 1$$

$$\text{នោះ: } 101cd + 100 = n^2$$

$$\text{រឺ } (n - 10)(n + 10) = 101cd$$

$$\text{ដោយ } n^2 \text{ មាន } 4 \text{ ខ្ទង់ នោះ: } n < 100$$

$$\text{ទាញបាន } n + 10 = 101$$

$$n = 91$$

$$\text{ដូចនេះ: } abcd = 8281$$

ចម្លើយ៖ C. 8281

9. ធ្វើប្រមាណវិធីបូក

$$\begin{array}{ccccccc} & S & T & I & L & L & \\ + & S & T & A & L & L & \\ \hline & S & T & I & L & T & \\ N & I & T & W & I & T & \end{array}$$

$$\cdot \text{ ផ្ទុំឈរខាងស្តាំ: } 2L + T = T$$

$$\text{នោះ: } L \text{ ស្មើ } 0 \text{ ឬ } 5$$

$$\text{បើ } L = 0: \text{ ផ្ទុំឈរទីពីរ: } I = 0$$

$$\text{នោះ: } L = I = 0 \text{ មិនយក}$$

$$\text{បើ } L = 5: \text{ ផ្ទុំឈរទីពីរ:}$$

$$3L + 1 = 10 + I$$

$$I = 6$$

$$\cdot \text{ ផ្ទុំឈរទី 4 ពីរស្តាំ:}$$

$$3T + 2 = 20 + T$$

$$\text{ព្រោះ: } (T = 1; 2; \dots; 9) \text{ បូកត្រាទុក } 1 \text{ មិនស្មើខ្លួនឯង}$$

$$\text{នាំអោយ } T = 9$$

$$\cdot \text{ ផ្ទុំឈរ ខាងឆ្វេង:}$$

$$3S + 2 = NI$$

$$3S + 2 = 10N + 6$$

$$\text{ទាញបាន } N = 2; S = 8$$

$$\cdot \text{ ផ្ទុំឈរទី 3 ពីរស្តាំ:}$$

$$2I + A + 1 = 10 + W$$

$$2 \times 6 + A + 1 = 10 + W$$

$$A + 3 = W$$

$$\text{MOSC}$$

$$\text{Page 77}$$

$$77 | Page$$

តែ $2I + A \geq 20$

នោះ $A = 7; W = 0$

ដូចនេះ $A = 7, I = 6, L = 5, N = 2, S = 8, T = 9, W = 0$

ចម្លើយ៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកតម្លៃនៃ A

$$A = 2011^3 - 2010 \cdot 2011^2 - 2010^2 \cdot 2011 - 2010^3$$

$$= 2011^2(2011 - 2010) - 2010^2(2010 + 2011)$$

$$= 2011^2 - 2010^2$$

$$= 2011 + 2010 = 4021$$

ដូចនេះ $A = 4021$

ចម្លើយ៖ C. 4021

11. រកលេខ x និង y ដោយដឹងថាក្នុងទ្រង់នីមួយៗមានចំនួនកូនមានស្មើៗគ្នា :

គេត្រូវរកលេខ x និង y ក្នុងប្រព័ន្ធរបស់គោលដប់ដើម្បីឲ្យចំនួន $7y38x5$ ចែកដាច់នឹង 99

$$\text{គេមាន } gcd(9, 11) = 1$$

ដើម្បីឲ្យ $7y38x5$ ចែកដាច់នឹង $99 = 9 \times 11$ លុះត្រាតែ

$$7 + y + 3 + 8 + x + 5 \equiv 0 \pmod{9} \text{ និង } 5 + 8 + y - x - 3 - 7 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$\Leftrightarrow (x + y \equiv 4 \pmod{9}) \wedge (-x + y \equiv -3 \pmod{11})$$

$$\Leftrightarrow (x + y = 9m + 4) \wedge (-x + y = 11n - 3)$$

ដោយ $0 \leq x, y \leq 9 \Rightarrow 0 \leq x + y \leq 18, -9 \leq -x + y \leq 9$ នោះគេទាញបាន :

$$(x + y = 4) \wedge (-x + y = -3), (x + y = 4) \wedge (-x + y = 8),$$

$$(x + y = 13) \wedge (-x + y = -3), (x + y = 13) \wedge (-x + y = 8)$$

ដូចនេះ $x = 8, y = 5$

ចម្លើយ៖ A. $x = 8, y = 5$

12. រកចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាង A

$$A = \frac{2013! + 2010!}{2012! + 2011!} = \frac{2011! \left(2012 \times 2013 + \frac{1}{2011} \right)}{2011! (2012 + 1)}$$

$$= \frac{2012 \times 2013}{2013} + \frac{1}{2011 \times 2013}$$

$$= 2012 + \frac{1}{2011 \times 2013} > 2012$$

ដូចនេះ ចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាង A គឺ 2012

ចម្លើយ៖ A. 2012

13. រកគ្រប់តម្លៃនៃ b

$$B = \frac{1}{4024} \cdots \frac{1}{2012} - \frac{b}{2012} \text{ ជាការប្រាកដ}$$

$$B = \frac{10^{4024} - 1}{9} - \frac{b}{9} (10^{2012} - 1)$$

$$= \frac{1}{9} (10^{4024} - b \times 10^{2012} + b - 1)$$

$$\text{តាង } C = 10^{4024} - b \times 10^{2012} + b - 1$$

រៀបចំ 1 : C ជាការប្រាកដ បើ $\Delta = b^2 - 4(b - 1) = 0$

$$(b - 2)^2 = 0$$

$$b = 2$$

រៀបចំ 2 : C ជាការប្រាកដ បើលេខចុងគ្នា :

$$b - 1 \in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$$

$$b \in \{1, 2, 5, 6, 7\}$$

មានតែ $b = 2$ ដែល C ជាការប្រាកដ

ដូចនេះ $b = 2$

ចម្លើយ៖ B. 2

14. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃ x ដែល $x, y \in \mathbb{N}$

$$\text{មាន } \frac{2011}{2012} < \frac{x}{y} < \frac{2012}{2013}$$

$$\text{គេមាន } (2011y < 2012x$$

$$(2013x < 2012y$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2011y + 1 \leq 2012x & (1) \\ 2013x + 1 \leq 2012y & (2) \end{cases} \begin{matrix} \times 2012 \\ \times 2013 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow + \begin{cases} 2011 \times 2012y + 2012 \leq 2012^2x \\ 2013 \times 2011x + 2011 \leq 2011 \times 2012y \end{cases}$$

$$\text{បូកអង្គ : } 2013 \times 2011x + 4023 \leq 2012^2x$$

$$(2012^2 - 1)x + 4023 \leq 2012^2x$$

$$-x + 4023 \leq 0$$

$$x \geq 4023$$

ដូចនេះ x តូចបំផុត $x = 4023$

បញ្ជីបញ្ជី B. 4023

15. គណនា

$$S_{2008} = (1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + 2008 \times 2010) - (1^2 + 2^2 + \dots + 2008^2) \text{ ។}$$

$$S_{2008} = (1(2+1) + 2(2+2) + \dots + 2008(2+2008)) - (1^2 + 2^2 + \dots + 2008^2)$$

$$S_{2008} = 2(1+2+\dots+2008) + (1^2 + 2^2 + \dots + 2008^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 2008^2) \\ = 2(1+2+\dots+2008) = 2008 \times 2009 = 2008^2 + 2008$$

$$\text{ដូចនេះ: } S_{2008} = 2008^2 + 2008$$

បញ្ជីបញ្ជី B. 2008² + 2008

វិញ្ញាសក្នុងការប្រកួតប្រជែងវិទ្យាសាស្ត្រ

គ្រឹះការប្រកួតប្រជែងវិទ្យាសាស្ត្រ

គណិតវិទ្យា

◆◆◆◆◆

$$1. \text{រកតម្លៃនៃ } M = \frac{1+2}{2} + \frac{1+2+3}{2^2} + \frac{1+2+3+4}{2^3} + \frac{1+2+3+4+5}{2^4} + \dots$$

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

2. រកសំណល់នៃវិធីចែក 2010^{2009} នឹង 13 ។

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. រកតម្លៃ $p \in \mathbb{N}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $(x-p)(x-2011)+1 = (x+m)(x+n)$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}; m; n \in \mathbb{Z}$ ។

- A. 2009, 2013
B. 2009, 2012
C. 2012, 2009
D. 2008, 2013

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. ផលគុណនៃ 7 នឹង ចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ $\overline{abcdef}$ ស្មើនឹងផលគុណនៃ 6 នឹង ចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ $\overline{defabc}$ ។ រកចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ទាំងពីរ ។

- A. 835164 និង 164835
B. 164835 និង 835164
C. 461583 និង 538416
D. 461538 និង 538461

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. គេឲ្យ $f(1) = 2$ និង $2f(n+1) = 2f(n) + 1$ ដែល $n = 1, 2, 3, \dots$ ។

កំណត់តម្លៃ n ដើម្បីឲ្យ $f(n) = 2015$ ។

- A. 4021
- B. 4022
- C. 4024
- D. 4023

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. គេឲ្យ x, y, z ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $x^{2016} + y^{2016} + z^{2016} = 3$ ។

រកតម្លៃធំបំផុតនៃ $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ។

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. -1

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. គេឲ្យចំនួន

$$N = 1 + 10^3 + \frac{10^3(10^3 - 1)}{1 \cdot 2} + \frac{10^3(10^3 - 1)(10^3 - 2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{10^3(10^3 - 1)}{1 \cdot 2} + 10^3 + 1$$

តើ N មានប៉ុន្មានខ្ទង់ បើគេដឹងថា $\lg 2 = 0.3010$ ។

- A. 300
- B. 301
- C. 302
- D. 303

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. គេបានបោះផ្លូវស្វាយមករៀបគរជា 11 គំនរស្មើគ្នា

ហើយនៅសេសសល់ផ្លូវស្វាយចំនួន

6 ផ្លូវទៀត ។ តើបើគេយកផ្លូវស្វាយទាំងនោះមករៀបគរជា 17 គំនរស្មើគ្នាវិញ នោះពុំមានផ្លូវស្វាយនៅសល់ទេ ។ រកចំនួនផ្លូវស្វាយតិចបំផុតដែលគេបានបោះ ។

- A. 200
- B. 201
- C. 203

D. 204

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោមក្នុងសំណុំចំនួនគត់វិជ្ជមាន៖ $x^2 + x + 503 = y^2$ ។

- A. (502, 502), (-502, 503), (503, 503), (504, -503)
- B. (502, 503), (502, -503), (-503, 503), (-503, -503)
- C. (502, 505), (-502, 503), (503, 503), (-504, 503)
- D. (501, 502), (-502, 503), (503, 503), (504, 503)

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. គេអោយ a, b, c ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\begin{cases} a + b + c = 0 \\ ab + bc + ca = 0 \end{cases}$

គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A = (a-1)^{2001} + b^{2002} + c^{2003}$ ។

- A. -1
- B. 1
- C. 2
- D. -2

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដែល $n + 1$ ចែកដាច់ $n^2 + 1$ ។

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន 7^{77} ។

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. ប្រអប់នីមួយៗខាងក្រោមត្រូវបានបំពេញដោយចំនួនគត់វិជ្ជមានមួយ ។

គេដឹងថា ផលគុណនៃបួនចំនួនគត់នៅក្នុងប្រអប់ជាប់គ្នាស្មើនឹង 120 ។ រកតម្លៃនៃ x ។

		2			4			x			3		
--	--	---	--	--	---	--	--	---	--	--	---	--	--

- A. 3
- B. 5
- C. 7

D.9

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

$$14. \text{គណនា } A = \frac{20152014^2}{20152013^2 + 20152015^2 - 2}$$

A. $\frac{2}{1}$

B. 2

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. សេដ្ឋីម្នាក់ចែកមាសអោយកូនដូចខាងក្រោម ៖

កូនទី 1 ទទួលបានមាស 100 តម្លឹង និង $\frac{1}{10}$ នៃមាសដែលនៅសល់ ។កូនទី 2 ទទួលបានមាស 200 តម្លឹង និង $\frac{1}{10}$ នៃមាសដែលនៅសល់ ។កូនទី 3 ទទួលបានមាស 300 តម្លឹង និង $\frac{1}{10}$ នៃមាសដែលនៅសល់ ។

ក្រោយពីបានបែងចែកមាសអោយកូនតាមវិធីនេះ សេដ្ឋីរកឃើញថាមាសទាំងអស់ ត្រូវបានបែងចែកឲ្យកូនៗស្មើគ្នា ។ តើសេដ្ឋីមានកូនទាំងអស់ប៉ុន្មាននាក់ ?

ហើយម្នាក់ៗទទួលបាន

មាសប៉ុន្មានតម្លឹង ?

A. 8 នាក់, 8101 តម្លឹង

B. 9 នាក់, 8101 តម្លឹង

C. 7 នាក់, 8100 តម្លឹង

D. 9 នាក់, 8100 តម្លឹង

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនេរៈស្រាប វិញ្ញាសករណ៍

កម្រិតថ្នាក់ទី១១និងទី១២

គ្រូបង្រៀនសិស្សរៀនកែតម្រូវ

1. រកតម្លៃនៃ M

$$M = \frac{1+2}{2} + \frac{1+2+3}{2^2} + \frac{1+2+3+4}{2^3} + \dots$$

$$\frac{M}{2} = \frac{1+2}{2^2} + \frac{1+2+3}{2^3} + \frac{1+2+3+4}{2^4} + \dots$$

$$\frac{M}{2} - \frac{M}{4} = \frac{1+2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots$$

$$\frac{M}{4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{M}{4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots$$

$$\frac{M}{4} = \frac{3}{2} + 0 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots$$

$$\frac{M}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

$$M = 7$$

$$\text{ដូចនេះ } M = 7$$

$$\text{ចម្លើយ៖ B. 7}$$

2. រកសំណល់នៃវិធីចែក

$$2010^{2009} \text{ នឹង } 13$$

$$2010^{2009} = (13 \times 154 + 8)^{2009} \\ \equiv 8^{2009} \pmod{13}$$

$$\text{ដោយ } (8, 13) = 1 \text{ តាម Fermat}$$

$$8^{12} \equiv 1 \pmod{13}$$

$$\Rightarrow 8^{2009} = 8^{12 \times 167 + 5}$$

$$\equiv 8^5 \pmod{13}$$

$$8^5 = (8^2)^2 \cdot 8$$

$$= (13 \times 5 - 1)^2 \cdot 8$$

$$\equiv 8 \pmod{13}$$

$$\text{ដូចនេះ } 2010^{2009} \text{ ចែកនឹង } 13 \text{ សំណល់ } 8$$

$$\text{ចម្លើយ៖ C. 8}$$

3. រកតម្លៃ $p \in \mathbb{N}$ សមីការ $(x-p)(x-2011)+1=(x+m)(x+n)$

ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{Z}$

គេបាន

$$x^2 - 2011x - px + 2011p + 1 = x^2 + x(m+n) + mn$$

$$\begin{cases} m+n = -(2011+p) & (1) \\ mn = 2011p+1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad p = -2011 - (m+n)$$

$$(2) \quad mn = -2011^2 - 2011(m+n) + 1$$

$$\Rightarrow mn + 2011m + 2011n + 2011n = 1$$

$$(m+2011)(n+2011) = 1$$

$$(i) \quad \begin{cases} m+2011 = 1 \\ n+2011 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -2010 \\ n = -2010 \end{cases}$$

$$\text{ដូចនេះ: } p = -2011 - (-4020) = 2009$$

$$(ii) \quad \begin{cases} m+2011 = -1 \\ n+2011 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -2012 \\ n = -2012 \end{cases}$$

$$\text{នោះ: } p = -2011 - (-4024) = 2013$$

$$\text{ដូចនេះ: } p \in \{2009; 2013\}$$

ចម្លើយ: A. 2009; 2013

4. រកចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ទាំងពីរ

$$\text{សម្មតិកម្ម } 7 \cdot abcdef = 6 \cdot defabc$$

$$\text{តាង } x = abc, y = def$$

$$(1) \Rightarrow 7 \cdot (10^3x + y) = 6 \cdot (10^3y + x)$$

$$6994x = 5993y$$

$$\text{ដោយ } \gcd(6994; 5993) = 13$$

$$538x = 461y$$

$$\text{ដូចនេះ: ចំនួនទាំងពីរគឺ } 461538 \text{ និង } 538461$$

ចម្លើយ: D. 461538 និង 538461

5. កំណត់តម្លៃ n

$$\text{គេឲ្យ } f(1) = 2 \text{ និង } 2f(n+1) = 2f(n) + 1 \Rightarrow f(n+1) - f(n) = \frac{1}{2}, n$$

$$= 1, 2, 3, \dots$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^k [f(n+1) - f(n)] = \sum_{n=1}^k \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(k+1) - f(1) = \frac{k}{2} \Rightarrow f(k+1) = f(1) + \frac{k}{2} = 2 + \frac{k}{2} \quad (*)$$

$$\text{យក } n = k+1 \Rightarrow k = n-1$$

$$(*) \Rightarrow f(n) = 2 + \frac{n-1}{2} = \frac{n+3}{2}$$

$$\text{បើ } f(n) = 2015 \Rightarrow \frac{n+3}{2} = 2015 \Rightarrow n = 4030 - 3 = 4027$$

$$\text{ដូចនេះ: } n = 4027$$

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

$$6. \text{ រកតម្លៃធំបំផុតនៃ } f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 :$$

តាមវិសមភាពកូស៊ី 2016 គូ យើងបាន :

$$1 + 1 + 1 + \dots + 1 + a^{2016} + a^{2016} \geq 2016 \cdot \sqrt[2016]{(a^{2016})^2} = 2016 \cdot a^2$$

$$\Rightarrow a^2 \leq \frac{2014 + 2a^{2016}}{2016} = \frac{1007 + a^{2016}}{1008} \quad (*)$$

តាម (*) យើងបាន :

$$x^2 \leq \frac{1007 + x^{2016}}{1008}, \quad y^2 \leq \frac{1007 + y^{2016}}{1008}, \quad z^2 \leq \frac{1007 + z^{2016}}{1008}$$

$$\Rightarrow f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \leq \frac{3 \times 1007 + x^{2016} + y^{2016} + z^{2016}}{1008}$$

$$\leq \frac{3 \times 1007 + 3}{1008} = \frac{3(1007 + 1)}{1008} = 3$$

$$\text{ដូចនេះ: តម្លៃធំបំផុតនៃ } f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \text{ គឺ } 3$$

ចម្លើយ: A. 3

7. រកចំនួនខ្ទង់នៃ

$$N = 1 + 10^3 + \frac{10^3(10^3-1)}{1 \cdot 2} + \frac{10^3(10^3-1)(10^3-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{10^3(10^3-1)}{1 \cdot 2} + 10^3$$

$$\text{តាង } n = 10^3 \text{ នោះ: } C(n, 0) = C(n, n) = 1$$

$$C(n, 1) = C(n, n-1) = n$$

$$C(n, 2) = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{(n-1)n}{1 \cdot 2}$$

$$\text{គេបាន } N = C(n, 0) + C(n, 1) + C(n, 2) + \dots + C(n, n)$$

$$= (1+1)^n = 2^n$$

$$\lg N = \lg 2^n = n \lg 2$$

$$\lg N = 10^3 (0.3010) \quad (\lg 2 = 0.3010)$$

$$N = 10^{301}$$

$$\text{ដូចនេះ: } N \text{ មាន } 302 \text{ ខ្ទង់}$$

ចម្លើយ: C. 302

8. រកចំនួនផ្នែស្វាយតិចបំផុតដែលគេបានបេះ :

តាង M ជាចំនួនផ្នែស្វាយតិចបំផុតដែលសោកាបានបេះ ។

—ដោយដឹងថា គេបានរៀបគរផ្នែស្វាយជា 11 គំនរស្មើគ្នា និងនៅសល់ផ្នែស្វាយចំនួន 6 ផ្នែ

នោះគេបាន :

$$M \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow M = 11k + 6, k > 1$$

—ដោយដឹងថា គេបានរៀបគរផ្នែស្វាយជា 17 គំនរស្មើគ្នា និងគ្មានសល់ផ្នែស្វាយ នោះ គេបាន :

$$M \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow M = 11k + 6 \equiv 0 \pmod{17} \\ \Rightarrow 11k \equiv -6 \equiv 11 \pmod{17}$$

$$\text{តែ } \gcd(11, 17) = 1 \text{ នោះ } k \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow k = 17m + 1, m \geq 1$$

ដើម្បីបានចំនួនផ្នែស្វាយតិចបំផុតដែលគេបានបេះ គេគ្រាន់តែយក $m = 1$ ជាការស្រេច :

$$m = 1 \Rightarrow k = 18 \text{ ហើយ } M = 11 \cdot 18 + 6 = 204 \text{ ផ្នែ}$$

ដូចនេះ ចំនួនផ្នែស្វាយតិចបំផុតដែលគេបានបេះ គឺ 204 ផ្នែ

ចម្លើយ៖ D. 204

9. ដោះស្រាយសមីការក្នុង $\mathbb{N}$

$$x^2 + x + 503 = y^2$$

$$4x^2 + 4x + 2012 = 4y^2$$

$$4y^2 - (2x + 1)^2 = 2011$$

$$(|2y| - |2x + 1|)(|2y| + |2x + 1|) = 2011$$

ដោយ 2011 ជាចំនួនបឋម

$$\Rightarrow \begin{cases} |2y| - |2x + 1| = 1 \\ |2y| + |2x + 1| = 2011 \end{cases}$$

$$4|y| = 2012$$

$$|y| = 503$$

$$y = \pm 503$$

$$\text{គេបាន } |2x + 1| = |2y| - 1$$

$$= 1005$$

$$2x + 1 = \pm 1005$$

$$x = 502$$

$$x = -503$$

$$\text{ដូចនេះ } (x, y) = (502, 503) \\ (502, -503) \\ (-503, 503) \\ (-503, -503)$$

ចម្លើយ៖ B. (502, 503), (502, -503), (-503, 503), (-503, -503)

$$10. \text{ គណនាតម្លៃនៃ } A = (a - 1)^{2001} + b^{2002} + c^{2003}$$

$$\text{ស្គាល់ } a + b + c = 0; ab + bc + ca = 0$$

$$\text{នោះ } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{នាំឲ្យ } a^2 + b^2 + c^2 = 0$$

$$\text{ផ្ទៀងផ្ទាត់ } a = b = c = 0$$

$$\text{ដូចនេះ } A = (a - 1)^{2001} + b^{2002} + c^{2003} = -1$$

ចម្លើយ៖ A. -1

$$11. \text{ រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន } n \text{ ដែល } n + 1 \text{ ចែកជាចំ } n^2 + 1 \text{ ។}$$

$$\text{យើងមាន } n^2 + 1 = n^2 - 1 + 2$$

$$\text{ដូចនេះត្រូវតែ } n + 1 | 2$$

$$\text{ហើយមានតែ } n + 1 = 1 \text{ ឬ } n + 1 = 2$$

$$\text{ដូចនេះ } n = 0, 1$$

ដោយ n ចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$$\text{ដូចនេះ } n = 1$$

ចម្លើយ៖ A. 1

$$12. \text{ រកលេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន } 7^{77}$$

$$\text{លេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន } 7^{77} \text{ ស្មើនឹង } 7^{77} \pmod{10}$$

$$7^2 \equiv -1 \pmod{10}$$

$$7^3 \equiv 7 \cdot 7^2 \equiv -7 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$7^4 \equiv (-1)^2 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$7^2 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$7^7 (7^2)^3 \cdot 7 \equiv 3 \pmod{4}$$

$$\Rightarrow \text{មានចំនួនគត់ } t \text{ ដែល } 7^7 = 3 + 4t$$

$$\text{នោះ } 7^{77} = 7^{3+4t} = (7^4)^t \cdot 7^3 \equiv 1^t \cdot 3 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$\text{ដូចនេះ លេខខ្ទង់រាយនៃចំនួន } 7^{77} \text{ គឺ } 3$$

ចម្លើយ៖ C. 3

13. រកតម្លៃនៃ x

តាង $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{14}$ ជាចំនួនដែលត្រូវបំពេញ យើងបាន

$$a_1 a_2 a_3 a_4 = a_2 a_3 a_4 a_5 = a_3 a_4 a_5 a_6 = \dots = a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} = 120$$

$$\Rightarrow a_1 = a_5, a_2 = a_6, a_3 = a_7, \dots, a_{10} = a_{14}$$

ជាទូទៅ $a_n = a_{n+4}$ ហើយប្រអប់អាចបំពេញដូចខាងក្រោម

x	4	2	3	x	4	2	3	x	4	2	3	x	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$\text{ដោយ } a_1 a_2 a_3 a_4 = 120$$

$$\text{យើងបាន } x \times 4 \times 2 \times 3 = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{24} = 5$$

$$\text{ដូចនេះ } x = 5$$

ចម្លើយ៖ B. 5

$$14. \text{ គណនា } A = \frac{20152014^2}{20152013^2 + 20152015^2 - 2}$$

$$\text{តាង } x = 20152014$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{x^2}{(x-1)^2 + (x+1)^2 - 2} \\ &= \frac{x^2}{x^2} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 - 2}{x^2} \\ &= \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } A = \frac{20152014^2}{20152013^2 + 20152015^2 - 2} = \frac{1}{2}$$

ចម្លើយ៖ D. $\frac{1}{2}$

15. រកចំនួនបុត្ររបស់សេដ្ឋី

តាង G ជាចំនួនមាសគិតជាតម្លឹង

C_1, C_2 ជាចំណែកមាសកូនទី 1 និង ទី 2 រៀងគ្នា

$$\text{ចំណែកកូនទី 1 } C_1 = 100 + \frac{1}{10}(G - 100)$$

$$\text{ចំណែកកូនទី 2 } C_2 = 200 + \frac{1}{10}(G - C_1 - 200)$$

ដោយសារចំណែករបស់កូនម្នាក់ៗស្មើគ្នាគេបាន $C_1 = C_2$

$$100 + \frac{1}{10}(G - 100) = 200 + \frac{1}{10}(G - C_1 - 200)$$

$$100 + \frac{1}{10}G - 10 = 200 + \frac{1}{10}G - \frac{1}{10}C_1 - 20$$

$$\frac{1}{10}C_1 = 180 - 90 \Rightarrow C_1 = 900$$

$$\text{តែ } C_1 = 90 + \frac{1}{10}G \Leftrightarrow 900 = 90 + G \Rightarrow G = 8100$$

$$\text{ចំនួនបុត្ររបស់សេដ្ឋីគឺ } \frac{8100}{900} = 9 \text{ នាក់}$$

ដូចនេះ សេដ្ឋីមានបុត្រ 9 នាក់ និង មានមាស 8100 តម្លឹង

ចម្លើយ៖ D. 9 នាក់, 8100 តម្លឹង

វិញ្ញាសាទី៣ កម្រិតថ្នាក់ទី១១និងទី១២

គ្រប់ប្រឡងសិស្សត្រូវ

គណិតវិទ្យា

1. ក្នុងកាបូបមួយមានក្រដាសប្រាក់1000រៀលចំនួន4សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់500រៀលចំនួន5សន្លឹក។ គេហូតក្រដាសប្រាក់3សន្លឹកចេញពីកាបូបដោយចៃដន្យ។ ក្រេឡាបបដែលហូតបានក្រដាសប្រាក់ចំនួន2000រៀល។

- A. $\frac{10}{21}$
B. $\frac{20}{42}$
C. $\frac{84}{60}$
D. $\frac{60}{126}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

2. គេឲ្យ $f(n) = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1}$

ចូរកំណត់ n ដើម្បីឲ្យ $f(n) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(n) = 683$

- A. 11
B. 13
C. 12
D. 10

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. ចូរសម្រួលកន្សោម ៖

$$P = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

- A. $\frac{1}{10}$
B. $\frac{2}{10}$
C. $\frac{3}{10}$
D. $\frac{6}{10}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. គណនាផលគុណ $P = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2014^2}\right)$ ។

- A. $\frac{2014}{4029}$
B. $\frac{2015}{4028}$
C. $\frac{2016}{4027}$
D. $\frac{2017}{4026}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. គណនាផលបូក

$$S = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{625} + \sqrt{623}}$$

- A. 18
B. 24
C. 21
D. 12

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. គេមានពីរចំនួនពិត x និង y ដែល $x^2 + 8xy + y^2 = 1000$

ចូរកំណត់តម្លៃធំបំផុតនៃ $P = 2014xy$ ។

- A. 201444
B. 201422
C. 201411
D. 201400

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. គេឲ្យសមីការ $(E): x^2 - x - 1 = 0$ មានឫសតាងដោយ α និង β ។

ចូរគណនា $A = \alpha^5 + 2\beta^3 + \beta$ ។

- A. 7
B. 2
C. 9
D. 22

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម ៖

$$P = (\sqrt{10} + \sqrt{11} + \sqrt{12})(\sqrt{10} + \sqrt{11} - \sqrt{12})(\sqrt{10} - \sqrt{11} + \sqrt{12})(\sqrt{10} - \sqrt{11} - \sqrt{12})$$

- A. 358
- B. 359
- C. -358
- D. -359

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. រកសំណល់នៃប្រមាណវិធី $2198^{2015} \div 15$ ។

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 9

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. គណនាកន្សោម

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2014^2} + \frac{1}{2015^2}}$$

- A. $\frac{2015}{2015^2 - 1}$
- B. $\frac{2014^2 - 1}{2015}$
- C. $\frac{2015^2 - 1}{2015}$
- D. $\frac{-2014^2 - 1}{-2015}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. ក្នុងចំនួនមួយដែលមានលេខ៤ខ្ទង់ $\overline{abcd}$ ដោយដឹងថា $\overline{abcd} = (5c + 1)^2$ ។

- A. 2816
- B. 1681
- C. 1264
- D. 1933

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. ឧបមា I, M និង O ជាចំនួនគតិវិជ្ជមានខុសគ្នាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$$I \times M \times O = 2016$$

- A. 2004
- B. 1011
- C. 1008
- D. 2022

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. កម្រិតក្តាប់បឋមនៃ $A = 5^{2015} + 5^{2016} + 5^{2017} + 31^{2015}$ ។

- A. 2, 3, 31
- B. 1, 5, 16
- C. 4, 5, 12
- D. 6, 7, 11

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. ចំនួនគូមានលេខ៤ខ្ទង់ $\overline{ABCD}$ ត្រូវបានបង្កើតឡើងដោយខ្ទង់ទាំងបួន

ត្រូវប្រើលេខក្នុងចំណោម 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ដោយមិនព្រំដែន។

តើមានចំនួនគូប៉ុន្មានតូចជាង 2016 ដែលអាចបង្កើតបាន។

- A. 10
- B. 20
- C. 30
- D. 40

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. ចំនួន N ជាផលគុណនៃពីរចំនួនបឋម ហើយមានផលបូកគូចែកវិជ្ជមាន

តូចជាង N ស្មើនឹង 2020 ។ រកតម្លៃនៃ N ។

- A. 1
- B. 69
- C. 4034
- D. 846

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនាញៈគណិតវិទ្យាសាស្ត្រ

កម្រិតកម្ពុជាឆ្នាំទី១២

គ្រោងប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យា

1. ចំនួនករណី

$$n(s) = C(9,3) = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

$$n(A) = C(4,1) \times C(5,2) = 4 \times \frac{5!}{2!3!} = 40$$

$$\text{គេបាន } P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

ចម្លើយ ៖ A. $\frac{10}{21}$

2. កំណត់ n ដើម្បីឲ្យ $f(1) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(n) = 683$

$$\text{គេមាន } f(n) = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1}$$

$$\text{បើ } n = 1 \text{ នោះ } f(1) = \frac{2^2 + 1}{2^1 + 1} = \frac{5}{3}$$

$$\text{បើ } n = 2 \text{ នោះ } f(2) = \frac{2^3 + 1}{2^2 + 1} = \frac{9}{5}$$

$$\text{បើ } n = 3 \text{ នោះ } f(3) = \frac{2^4 + 1}{2^3 + 1} = \frac{17}{9}$$

$$\text{បើ } n = n \text{ នោះ } f(n) = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1}$$

$$\text{គុណអង្គនិងអង្គគេបាន } f(1) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(n) = \frac{2^{n+1} + 1}{3}$$

$$\text{ដោយ } f(1) \times f(2) \times f(3) \times \dots \times f(n) = 683 \text{ នោះ } \frac{2^{n+1} + 1}{3} = 683$$

$$\text{គេទាញ } 2^{n+1} = 2048 = 2^{11} \text{ នោះ } n+1 = 11 \text{ ឬ } n = 10$$

$$\text{ដូចនេះ } n = 10$$

ចម្លើយ ៖ D. $n = 10$

MOSC

3. សម្រួលកន្សោម ៖

$$P = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ k គេមាន ៖

$$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k} + k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k(k+1)}(\sqrt{k+1} + \sqrt{k})} = \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{\sqrt{k(k+1)}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$$

$$\text{គេបាន } P = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{\sqrt{100}}\right) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\text{ដូចនេះ } P = \frac{1}{2\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$$

ចម្លើយ ៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. គណនាផលគុណ $P = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2014^2}\right)$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $k \geq 2$ គេមាន $1 - \frac{1}{k^2} = \frac{k^2-1}{k^2} = \frac{k-1}{k} \cdot \frac{k+1}{k}$

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } P &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right) \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}\right) \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4}\right) \dots \left(\frac{2013}{2014} \cdot \frac{2015}{2014}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2013}{2014}\right) \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \dots \frac{2015}{2014}\right) \\ &= \frac{1}{2014} \times \frac{2015}{2} = \frac{2015}{4028} \end{aligned}$$

$$\text{ដូចនេះ } P = \frac{2015}{4028}$$

ចម្លើយ ៖ B. $\frac{2015}{4028}$

5. គណនាផលបូក

$$S = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{625} + \sqrt{623}}$$

ចំពោះគ្រប់ $k = 1, 2, 3, \dots$ គេមាន ៖

$$\frac{1}{\sqrt{2k+1} + \sqrt{2k-1}} = \frac{\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}}{\sqrt{(2k+1)^2 - (2k-1)^2}} = \frac{\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}}{2}$$

$$\text{គេបាន } S = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} + \dots + \frac{\sqrt{625}-\sqrt{623}}{2}$$

MOSC

$$= \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \dots + \sqrt{625} - \sqrt{623}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{625} - 1}{2} = \frac{25 - 1}{2} = 12$$

ដូចនេះ $S = 12$

ចម្លើយ ៖ D. 12

6. កំណត់តម្លៃធំបំផុតនៃ $P = 2014xy$

$$\text{គេមាន } x^2 + 8xy + y^2 = 1000$$

$$\text{សមមូល } 10xy + (x - y)^2 = 1000$$

$$\text{សមមូល } xy = 100 - \frac{(x - y)^2}{10}$$

$$\text{ដោយ } (x - y)^2 \geq 0 \text{ នោះ } xy = 100 - \frac{(x - y)^2}{10} \leq 100$$

$$\text{គេបាន } P = 2014xy \leq 201400 \text{ (សមភាពកើតឡើងពេល } x = y)$$

ដូចនេះតម្លៃធំបំផុតនៃ $P = 2014xy$ គឺ $P_{\max} = 201400$ ។

ចម្លើយ ៖ D. 201400

7. គណនា $A = a^5 + 2\beta^3 + \beta$

ដោយ a និង β ជាឫសនៃ (E) នោះគេបាន :

$$\begin{cases} a^2 - a - 1 = 0 \\ \beta^2 - \beta - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} a^2 = a + 1 \\ \beta^2 = \beta + 1 \end{cases}$$

$$\text{គេមាន } A = a^5 + 2\beta^3 + \beta$$

$$= a(a^2)^2 + 2\beta \cdot \beta^2 + \beta$$

$$= a(a + 1)^2 + 2\beta(\beta + 1) + \beta$$

$$= a(a^2 + 2a + 1) + 2\beta^2 + 2\beta + \beta$$

$$= a(a + 1 + 2a + 1) + 2(\beta + 1) + 3\beta$$

$$= a(3a + 2) + 5\beta + 2$$

$$= 3a^2 + 2a + 5\beta + 2$$

$$= 3(a + 1) + 2a + 5\beta + 2$$

$$= 5(a + \beta) + 2$$

$$\text{ដោយ } a + \beta = 1 \text{ នោះ } A = 5 + 2 = 7$$

$$\text{ដូចនេះ } A = 7$$

ចម្លើយ ៖ A. 7

8. គណនាតម្លៃនៃ P

$$\text{គេមាន } M = (\sqrt{10} + \sqrt{11} + \sqrt{12})(\sqrt{10} + \sqrt{11} - \sqrt{12})$$

$$= (\sqrt{10} + \sqrt{11})^2 - (\sqrt{12})^2$$

$$= 10 + 2\sqrt{110} + 11 - 12$$

$$= 9 + 2\sqrt{110}$$

$$\text{និង } N = (\sqrt{10} - \sqrt{11} + \sqrt{12})(\sqrt{10} - \sqrt{11} - \sqrt{12})$$

$$= (\sqrt{10} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{12})^2$$

$$= 10 - 2\sqrt{110} + 11 - 12$$

$$= 9 - 2\sqrt{110}$$

$$\text{គេបាន } P = M \cdot N = (9 + 2\sqrt{110})(9 - 2\sqrt{110})$$

$$= 81 - 440 = -359$$

$$\text{ដូចនេះ } P = -359$$

ចម្លើយ ៖ D. -359

9. រកសំណល់នៃប្រមាណវិធី $2198^{2015} + 15$

ដោយ

$$2198 \equiv 8 \pmod{15}$$

$$2198^2 \equiv 8^2 \equiv 4 \pmod{15}$$

$$2198^4 \equiv 4^2 \equiv 1 \pmod{15}$$

$$(2198^4)^{503} \equiv 1^{503} \pmod{15}$$

$$(2198^{503})^{503} \equiv 1 \pmod{15}$$

$$2198^{2012} \equiv 1 \pmod{15}$$

$$2198^{2015} \equiv 2198^3 \pmod{15}$$

$$2198^{2015} \equiv 4 \times 8 \pmod{15}$$

$$2198^{2015} \equiv 2 \pmod{15}$$

$$\text{ដូចនេះ } 2198^{2015} + 15 \text{ បានសំណល់ } 2$$

ចម្លើយ ៖ B. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. គណនាកន្សោម

យើងមាន

$$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n^2(n+1)^2 + (n+1)^2 + n^2}{n^2(n+1)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{n^2(n^2 + 2n + 1) + (n^2 + 2n + 1) + n^2}{n^2(n + 1)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{n^4 + 2n^3 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2}{n^2(n + 1)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{n^4 + n^2 + 1 + 2n^3 + 2n + 2n^2}{n^2(n + 1)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(n^2 + n + 1)^2}{n^2(n + 1)^2}}$$

$$= \frac{n^2 + n + 1}{n(n + 1)} = 1 + \frac{1}{n(n + 1)}$$

$$= 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n + 1}$$

$$\Rightarrow S = \sum_{k=1}^{2014} \left(1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right) = 2014 + 1 - \frac{1}{2015} = \frac{2015^2 - 1}{2015}$$

$$\text{ដូចនេះ } S = \frac{2015^2 - 1}{2015} \text{ ។}$$

$$\text{ចម្លើយ ៖ C. } \frac{2015^2 - 1}{2015}$$

11. រកចំនួនមួយដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ $abcd$ ដោយដឹងថា $\overline{abcd} = (5c + 1)^2$

$$\text{យើងមាន } \overline{abcd} = (5c + 1)^2 \quad \times$$

$$1000a + 100b + 10c + a = 25c^2 + 10c + 1$$

$$100(10a + b) + a = 25c^2 + 1$$

$$[10(10a + b)]^2 + a = (5c)^2 + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10\sqrt{(10a + b)} = 5c \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{(10 + b)} = c \\ a = 1 \end{cases}$$

ដោយ c ជាចំនួនគត់ $0 \leq c \leq 9$

នោះ $c = 2\sqrt{(10 + b)}$ ជាការប្រាកដ

យើងបាន $b = 6 \Rightarrow c = 8$

ដូចនេះ $\overline{abcd} = 1681$

ចម្លើយ ៖ B. 1681

12. គណនាតម្លៃបំផុតនៃ $I + M + O$

$$I \times M \times O = 2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$$

$$= 1008 \times 2 \times 1$$

ដើម្បីឲ្យ $I + M + O$ មានតម្លៃបំផុតកាលណា

$$I = 1008, M = 2, O = 1$$

យើងបាន $I + M + O = 1008 + 2 + 1 = 1011$

ដូចនេះ តម្លៃបំផុតនៃ $I + M + O = 1011$

ចម្លើយ ៖ B. 1011

13. រកបីកត្តាបឋមនៃ $A = 5^{2015} + 5^{2016} + 5^{2017} + 31^{2015}$

ដោយ $A = 5^{2015} + 5^{2016} + 5^{2017} + 31^{2015}$ នោះ $A : 2 \text{ (1)}$

$$A = 5^{2015} + 5^{2016} + 5^{2017} + 31^{2015}$$

$$= 5^{2015}(1 + 5 + 25) + 31^{2015}$$

$$= 31 \times 5^{2015} + 31^{2015}$$

$$= 31(5^{2015} + 31^{2014}) \Rightarrow A : 31 \text{ (2)}$$

$$A = 5^{2015} + 31^{2015} + 5^{2016} + 5^{2017}$$

$$A = 36 \times B + 5^{2016}(1 + 5)$$

$$A = 36 \times B + 5^{2016} \times 6$$

$$A = 3(12B + 2 \times 5^{2016}) \Rightarrow A : 3 \text{ (3)}$$

តាម (1), (2), (3) យើងបាន

ដូចនេះ 2, 3, 31 ជាបីកត្តាបឋមនៃ A

ចម្លើយ ៖ A. 2, 3, 31

14. រកចំនួនតូចជាង 2016 ដែលអាចបង្កើតបាន

មានចំនួនតូចមានលេខបួនខ្ទង់ $\overline{ABCD}$ បង្កើតឡើងដោយលេខ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ដោយមិនច្រើនជាង

បើ $A \geq 2 \Rightarrow \overline{ABCD} > 2016$

គេបាន $A = 1$

បើ $B = 2$ គេបាន $ABCD$ ជាចំនួនគូ

នោះ $D = 2, 4, 6$ មាន 3 ជម្រើស

សល់ C មាន 5 ជម្រើស និង B មាន 4 ជម្រើស

ដូចនេះ $ABCD < 2016$ ទាំងអស់មាន $1 \times 4 \times 5 \times 3 = 60$

ចម្លើយ : E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. រកតម្លៃ N

កាង $N = p + q$ ដែល p និង q ជាចំនួនបឋម

តូចក្នុងចំណោមនៃ N គឺ $1, p, q$

គេបាន $1 + p + q = 2020 \Rightarrow p + q = 2019$

នោះក្នុងចំណោម p និង q ត្រូវមានមួយជាចំនួនគូ

បើ $p < q \Rightarrow p = 2, q = 2017$ ជាចំនួនបឋម

ដូចនេះ $p \times q = 2 \times 2017 = 4034$

ចម្លើយ : C. 4034

វិញ្ញាសាទី៤ កម្រិតថ្នាក់ទី១១និទ១២

រៀបចំដោយសិស្សពូកែ

គណិតវិទ្យា

1. កាង f ជាអនុគមន៍ដែលបំពេញទំនាក់ទំនង $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$ ចំពោះគ្រប់
ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x និង y ។ បើ $f(500) = \frac{2016}{5}$ គណនាតម្លៃ $f(100)$ ។

- A. 2019
- B. 2016
- C. 2011
- D. 2021

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

2. រកចំនួននៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 2 ឬ 3 ។

- A. 71
- B. 58
- C. 49
- D. 68

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចជាងគេដែលមានលេខ 7 ជាលេខខ្ទង់រាយ ដោយដឹងថា
បើគេប្តូរលេខ 7 ទៅខ្ទង់ខាងឆ្វេងគេបំផុត គេបានចំនួនថ្មីមួយទៀត ស្មើនឹង 5
នៃចំនួនគត់ដែលត្រូវកំណត់។

- A. 99995
- B. 14285
- C. 72468
- D. 12485

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. គណនាតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{3\pi}{8}$

- A. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$
- B. $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$
- C. $\frac{\sqrt{-2} + \sqrt{2}}{-2}$
- D. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{-2}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. គេមាន $12_3 + 12_5 + 12_7 + 12_9 + 12_x = 101110_2$ ។ ចូររកតម្លៃ x ។

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 16

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. ក្នុងអក្សរអង់គ្លេសទាំង 26 តួ SOKHA ទាញយកបន្តបន្ទាប់គ្នានូវតួអក្សរប្រាំ

ដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាបដើម្បីអោយ SOKHA

ទាញអក្សរទាំងប្រាំតូចៗបានឈ្មោះរបស់វា។

- A. 120
- B. 7893600
- C. $\frac{1}{1200}$
- D. 65780

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. ប្រើលេខ 0 ដល់លេខ 9 បង្កើតចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់

ដោយមិនប្រើលេខ 0 នៅខ្ទង់ទី 1 ។

បើចំនួននោះមានលេខ 4 ខ្ទង់ ខុសគ្នាទាំង 4 តើមានប៉ុន្មានរបៀប?

- A. 3564
- B. 5643
- C. 4536
- D. 6345

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. គេអោយចំនួនមួយដែលមានលេខប្រាំខ្ទង់ ហើយគេរៀបវាតាមលំដាប់ $x; x+1$

$x+2; 3x; x+3$ ហើយគេដឹងថាចំនួននោះគឺជាការប្រាកដ ។ ចូររកចំនួននោះ។

- A. 4
- B. 5
- C. 2
- D. 3

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. x និង y ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2 + 3xy + y^2 = 60$

រកតម្លៃចំបំផុតនៃផលគុណ xy ។

- A. 22
- B. 32
- C. 12
- D. 42

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកអាយុរបស់រតនា ប្រសិនបើ :

$$\text{រតនា} + \text{វាសនា} = 33 \text{ ឆ្នាំ}$$

$$\text{វិទូ} + \text{ធារី} = 95 \text{ ឆ្នាំ}$$

$$\text{ហៃ} + \text{រតនា} = 72 \text{ ឆ្នាំ}$$

$$\text{រតនា} + \text{ធារី} = 87 \text{ ឆ្នាំ}$$

$$\text{ហៃ} + \text{វាសនា} = 73 \text{ ឆ្នាំ}$$

- A. 16
- B. 19
- C. 21
- D. 23

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. តើមានចំនួនគត់ n ប៉ុន្មានចាប់ពី 1 ដល់ 2008 ដែល :

$$2 \cdot 6 \cdot 10 \dots (4n-2) \text{ ចែកដាច់នឹង } n! \text{ ។}$$

- A. 1111
- B. 1122
- C. 2000
- D. 2002

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. តាង N ជាសំណុំចំនួនគត់វិជ្ជមាន។ $f: N \rightarrow N$ ជាអនុគមន៍ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$$f(x+1) = f(x) + x \text{ ចំពោះ } x \in N \text{ និង } f(1) = 5 \text{ ។ រកតម្លៃនៃ } f(2009)$$

- A. 2317041
- B. 2217041
- C. 2117041
- D. 2017041

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. រកតម្លៃនៃ b ដើម្បីឲ្យ $B = \frac{11 \dots 1}{4024} - \frac{bb \dots b}{2012}$ ជាការប្រាកដ។

- A. 9
- B. 17
- C. 2
- D. 4

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. រក gcd នៃ (90, 105)

- A. 3
- B. 15
- C. 18
- D. 17

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. និរន្តរ៍តែងតែកឡដុតរបស់គាត់រៀងរាល់ ៤ ខែម្តង

និងតែងតែប្រើប្រាស់របស់គាត់រៀងរាល់

២ ខែម្តងព្រមទាំងតែងតែប្រើប្រាស់របស់គាត់កន្លះឆ្នាំម្តង។ បើគាត់ចាប់ផ្តើមតែងតែកឡដុត ចម្ការ

និងប្រើប្រាស់របស់គាត់ជាមួយគ្នាម្តង នៅខែកុម្ភៈឆ្នាំ២០២០ នេះ តើគាត់នឹងតែងតែកឡដុតទាំង

នេះព្រមទាំងនៅខែ ឆ្នាំណា?

- A. ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០២១
- B. ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០២១
- C. ខែ កញ្ញា ឆ្នាំ ២០២១
- D. ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០២១

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនោះស្រាវ វិញ្ញាសាទី៤

កម្រិតឆ្នាំ១៩១២

គ្រឹះស្ថានសិក្សាស្រាវជ្រាវ

1. គណនាតម្លៃ $f(100)$

$$\text{យើងមាន } f(xy) = \frac{f(x)}{y} \text{ និង } f(500) = \frac{2016}{5}$$

$$\text{យក } x = 10 \text{ និង } y = 10$$

$$f(100 \times 5) = \frac{f(100)}{5}$$

$$f(500) = \frac{f(100)}{5}$$

$$\Rightarrow f(100) = 5f(500) = 5 \times \frac{2016}{5} = 2016$$

$$\text{ដូចនេះ } f(100) = 2016$$

ចម្លើយ ៖ B. 2016

2. ចំនួនគត់នៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 2 គឺ

$$\left[\frac{199}{2} \right] - \left[\frac{97}{2} \right] = 99 - 48 = 51$$

ចំនួនគត់នៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 3 គឺ

$$\left[\frac{199}{3} \right] - \left[\frac{97}{3} \right] = 66 - 32 = 34$$

ចំនួនគត់នៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 6 គឺ

$$\left[\frac{199}{6} \right] - \left[\frac{97}{6} \right] = 33 - 16 = 17$$

ចំនួនគត់នៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 2 ឬ 3 គឺ

$$51 + 34 - 17 = 68$$

ដូចនេះ ចំនួនគត់នៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 2 ឬ 3 គឺ 68

ចម្លើយ ៖ D. 68

3. តាង $a = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$ គេបាន

$$\text{ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ } \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n 7} = 10a + 7$$

ចំនួនដែលត្រូវប្តូរលេខ 7 មកខាងឆ្វេងគឺ $7a_1a_2a_3 \dots a_n = 7 \cdot 10^n + a$

តាមប្រាប់គេបាន

$$7a_1a_2a_3 \dots a_n = 5 \cdot a_1a_2a_3 \dots a_n$$

$$7 \times 10^n + a = 5(10a + 7)$$

$$7 \times 10^n + a = 50a + 35$$

$$7 \times 10^n = 49a + 35$$

$$10^n = 7a + 5 \Rightarrow 7a = 10^n - 5$$

នោះ $7a$ មានតម្លៃស្មើនឹង 5, 95, 995, 9995, 99995, 999995, 9999995, ...

ក្នុងបណ្តាចំនួនទាំងនេះ ចំនួនតូចជាងគេដែលចែកដាច់នឹង 7 គឺ 99995

$$7a = 99995 \Rightarrow a = \frac{99995}{7} = 14285$$

ចម្លើយ ៖ B. 14285

4. គណនាតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{3\pi}{8}$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{3\pi}{8} = \frac{1 + \cos \frac{3\pi}{4}}{2}$$

$$\cos^2 \frac{3\pi}{8} = \frac{1 + \cos(\pi - \frac{\pi}{4})}{2}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\text{ដូចនេះ: } \cos \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

ចម្លើយ ៖ A. $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

5. រកតម្លៃ x

$$\text{គេមាន } 12_3 + 12_5 + 12_7 + 12_9 + 12_x = 101110_2$$

$$1 \times 3 + 2 + 1 \times 5 + 2 + 1 \times 7 + 2 + 1 \times 9 + 2 + 1 \times x + 2$$

$$= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0$$

$$5 + 7 + 9 + 11 + x + 2 = 32 + 8 + 4 + 2$$

$$34 + x = 46 \Rightarrow x = 12$$

$$\text{ដូចនេះ: } x = 12$$

ចម្លើយ ៖ B. 12

6. គេប្រើបានដើម្បីអោយ SOKHA ទាញអក្សរទាំងប្រាំតូចៗបានឈ្មោះរបស់វា

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល SOKHA ទាញអក្សរទាំងប្រាំតូចៗបានឈ្មោះរបស់វា

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$\text{ដោយ } n(E) = 5! = 120$$

$$n(S) = P(26,5) = \frac{26!}{(25-5)!} = 26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22$$

$$= 7893600$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{120}{7893600} = \frac{1}{65780}$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(E) = \frac{1}{65780}$$

ចម្លើយ ៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. ខ្ទង់ទី 1 មាន $m_1 = 9$ របៀប

ខ្ទង់ទី 2 មាន $m_2 = 9$ របៀប

ខ្ទង់ទី 3 មាន $m_3 = 8$ របៀប

ខ្ទង់ទី 4 មាន $m_4 = 7$ របៀប

$$\Rightarrow m = m_1 \times m_2 \times m_3 \times m_4$$

$$= 9 \times 9 \times 8 \times 7$$

$$= 4536 \text{ របៀប}$$

ចម្លើយ ៖ A. 4536 របៀប

8. រកចំនួននោះ

តាមប្រាប់ គេអោយចំនួនមួយដែលមានលេខប្រាំខ្ទង់

ហើយគេរៀបវាតាមលំដាប់ $x; x+1; x+2; 3x; x+3$

$$\text{គ្រប់ } x \in \{1, 2, \dots, 9\} \text{ នោះ } 3x \leq 9 ; x \leq 3$$

MOSC

ចំពោះ $x = 1$; 12334 មិនមែនជាការប្រាកដ

ចំពោះ $x = 2$; 23465 មិនមែនជាការប្រាកដ

ចំពោះ $x = 3$; 34596 ជាការប្រាកដ ព្រោះ
 $34596 = 186^2$

ដូចនេះ $x = 3$ នោះប្រាំចំនួនខាងលើជាការប្រាកដ។

ចម្លើយ ៖ D. 3

9. រកតំលៃដំបូងនៃផលគុណ xy

តាមន៖

$$x^2 + 3xy + y^2 = 60$$

$$(x - y)^2 + 5xy = 60$$

$$5xy = 60 - (x - y)^2$$

$$xy = 12 - \frac{(x - y)^2}{5} \leq 12$$

ដូចនេះ រកតម្លៃដំបូងនៃផលគុណគឺ 12

ចម្លើយ ៖ C. 12

10. រកអាយុរបស់រតនា ប្រសិនបើ ៖

$$\text{រតនា} + \text{វ៉ាសនា} = 33 \text{ឆ្នាំ}$$

$$\text{វិទូ} + \text{ធារ៉ា} = 95 \text{ឆ្នាំ}$$

$$\text{ហៃ} + \text{រតនា} = 72 \text{ឆ្នាំ}$$

$$\text{រតនា} + \text{ធារ៉ា} = 87 \text{ឆ្នាំ}$$

$$\text{ហៃ} + \text{វ៉ាសនា} = 73 \text{ឆ្នាំ}$$

ចម្លើយ ៖ A. រតនា 16

11. រកចំនួនគត់ n

$$2 \cdot 6 \cdot 10 \dots (4n - 2)$$

$$= 2^n [1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (n - 1)]$$

$$= 2^n \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots (2n - 1)(2n)}{2 \cdot 4 \dots (2n)}$$

$$= 2^n \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (2n)}{2^n (1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n)}$$

$$= \frac{(2n)!}{n!}$$

ដោយសារ $2 \cdot 6 \cdot 10 \dots (4n - 2) : n!$

$$\Rightarrow \frac{(2n)!}{n!} : n!$$

$$\Rightarrow \frac{(2n)!}{n!} = n! \cdot k ; k \in \mathbb{N}^k$$

$$\Rightarrow C(2n; n) = K \in \mathbb{N}^k$$

$$\text{ចំពោះ } n = 1; 2008$$

នោះ មានតម្លៃគត់ n ចំនួន 2008

ចម្លើយ ៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. រកតម្លៃនៃ $f(2009)$

$$f(1) = 5 ; f(x + 1) - f(x) = x$$

$$f(2) - f(1) = 1$$

$$3P \quad f(3) - f(2) = 2$$

$$f(n) - f(n - 1) = n - 1$$

$$2P \quad f(n) - f(1) = \frac{(n - 1)n}{2}$$

$$2P \quad f(2003) = 5 + \frac{2008 \cdot 20}{2}$$

$$1P \quad f(2009) = 2017041$$

ចម្លើយ ៖ D. 2017041

13. រកគ្រប់តម្លៃនៃ b

$$B = \frac{1 \cdot 1 \dots 1 - b \cdot b \dots b}{4024} \text{ ជាការប្រាកដ}$$

$$B = \frac{4024}{9} - \frac{b}{9} \left(\frac{2012}{10 - 1} \right)$$

$$= \frac{1}{9} (10^{4024} - b \times 10^{2012} + b - 1)$$

$$\text{តាង } C = 10^{4024} - b \times 10^{2012} + b - 1$$

$$\text{របៀបទី 1: } C \text{ ជាការប្រាកដ បើ } \Delta = b^2 - 4(b - 1) = 0$$

$$(b - 2)^2 = 0$$

$$b = 2$$

របៀបទី២: c ជាការប្រាកដបើលេខចុងអាច:

$$b - 1 \in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$$

$$b \in \{1, 2, 5, 6, 7\}$$

មានតែ $b = 2$ ដែល c ជាការប្រាកដ

ចម្លើយ: C. 2

14. រក gcd នៃ $(90, 105)$

$$\text{យក } 105 = 90 + 1 + 15$$

$$90 = 15 \times 6 + 0$$

$$gcd(90, 105) = 15$$

ចម្លើយ: B. 15

15. រកខែឆ្នាំដែលនិរន្តរ៍ពិនិត្យមើលកន្លែងទាំង៣ម្តងទៀត

គេមានគាត់នឹងពិនិត្យឡើងវិញនៅខែម្តង

ពិនិត្យចម្ការ នៅរាល់២ខែម្តង

ពិនិត្យស្រែរបស់គាត់ នៅរាល់៣ខែម្តង ដែលត្រូវជា៦ខែ

នោះដើម្បីរកចំនួនខែទៅមុខដែលគាត់នឹងត្រូវពិនិត្យកន្លែងទាំង៣នេះរួមគ្នា

គេត្រូវរក $LCM(4, 2, 6)$

$$4 = 2 \times 2$$

$$2 = 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$LCM(4, 2, 6) = 2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ ខែ ដែលត្រូវជាមួយឆ្នាំ}$$

ដូចនេះគាត់នឹងពិនិត្យកន្លែងទាំង៣ម្តងទៀតនៅខែកុម្ភៈនៅឆ្នាំ២០២១នេះ។

ចម្លើយ: A. ខែ កុម្ភៈ ឆ្នាំ ២០២១

លំហាត់អនុគមន៍គ្រោងប្រឡូងសិស្សពូកែឆ្នាំទី១២

1. សមីការ $x^3 - x - 1 = 0$ មានឫស x_1, x_2, x_3 គណនា $S = \frac{1+x_1}{1-x_1} + \frac{1+x_2}{1-x_2} + \frac{1+x_3}{1-x_3}$

Answer : $S = -7$

2. គេអនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$f(x^2 + x + 3) + 2f(x^2 - 3x + 5) = 6x^2 - 10x + 17, \forall x \in \mathbb{R}$ គណនា $f(2015)$
Answer : 4027

3. ដោយដឹងថា $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{2+\sqrt{3}}{3}$ គណនា $M = \sin 3\alpha + \cos 3\alpha$

Answer : $\frac{22-7\sqrt{5}}{27}, \frac{-22+7\sqrt{5}}{27}$

4. រកចំនួនមួយដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ $abcd$ ដោយដឹងថា $abcd = (5c + 1)^2$

Answer: 1681

5. ឧបមាថា α ជាឫសនៃសមីការ $x^4 + x^2 - 5 = 0$ គណនា $A = \alpha^6 + 6\alpha^4$

Answer : 25

6. រកចំនួនគត់ x, y ដែល $6x^2 - 2xy - x + 3y = 22$

Answer : $(x, y) = (-1, 3), (1, 17), (2, 0), (4, 4)$

7. គេខ x និង y ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ហើយឧបមាថា $n = \frac{2017x}{x+2017y}$ ជាចំនួនគត់។
រកគ្រប់តម្លៃ n

Answer : 2016

8. $\forall x \in \mathbb{R}$ គេមាន $f(x) + 2f\left(\frac{x+2006}{x-1}\right) = 4030 - x$ គណនា $f(2015)$

Answer : 2014

9. រកផលបូកនៃគ្រប់តម្លៃ x ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $(x^2 - 5x + 5)^{x^2+4x-60} = 1$

Answer : 3

10. រកគ្រប់ចំនួនគត់ n ដែល $n + 1$ ចែកដាច់នឹង $n^2 + 1$

Answer : 1

11. រកលេខខ្ទង់រយនៃចំនួន 7^{77}

Answer : 3

12. ឧបមា I, M, O ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានខុសគ្នាដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$I \times M \times O = 2016$ គណនាតម្លៃធំបំផុតនៃ $I + M + O$

Answer : 1011

13. គណនា $A = \frac{3}{1!+2!+3!} + \frac{4}{2!+3!+4!} + \dots + \frac{2016}{2014!+2015!+2016!}$

Answer : $\frac{1}{2} - \frac{1}{2016!}$

14. គេសមីការ $\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{7}}{2}$ រកតម្លៃអតិបរមានៃ $100(\cos x + \cos y)^2$

Answer : 225

15. តាង $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ជាអនុគមន៍ដែល $f(0) = 1$ និងគ្រប់ $x, y \in \mathbb{R}$ គេបាន

$f(xy + 1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2$ គណនា $f(2016)$

Answer : 2017

16. គេ $f(1) = 2, 2f(n+1) = 2f(n) + 1$ ដែល $n = 1, 2, 3, \dots$ រកតម្លៃនៃ n ដើម្បី $f(n) = \frac{2019}{2}$

Answer : 2016

17. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃ $S = a + b + c + \frac{1}{abc}$ ដែល $a, b, c > 0$ និង $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

Answer : $4\sqrt{3}$

18. រកបីកត្តាបឋមនៃ $A = 5^{2015} + 5^{2016} + 5^{2017} + 31^{2015}$

Answer : 2, 3, 31

19. តាង f ជាអនុគមន៍ដែលបំពេញទំនាក់ទំនង $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x និង y បើ $f(500) = \frac{2016}{5}$ គណនាតម្លៃ $f(100)$

Answer : 2016

20. រកចំនួនគត់នៅចន្លោះ 97 និង 199 ដែលជាពហុគុណនៃ 2 ឬ 3

Answer : 68

វិញ្ញាសាការប្រកួតប្រជែងគណិតវិទ្យា MOSC ថ្នាក់ទី១០

សម័យប្រឡង ៖ ២៩ វិច្ឆិកា ២០២០

រយៈពេល ៖ ៩០នាទី

ស្រាវជ្រាវ

1. រកលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$

A. 0

B. 1

C. 7

D. 9

E. 3

2. ថ្ងៃទី 01 កញ្ញា 2018 គឺជាថ្ងៃសៅរ៍ ។ តើថ្ងៃទី 21 កញ្ញា 2078 ត្រូវជាថ្ងៃអ្វី?

A. ច័ន្ទ

B. អង្គារ

C. ពុធ

D. ព្រហស្បតិ៍

E. សុក្រ

3. គេឲ A, B, C ជាបីចំនួនគត់ខុសពីសូន្យ និងជាបីចំនួនគត់ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overline{ABC}$ ចែកដាច់នឹង១ហើយ $\overline{BCA}$ គឺជាលេខគូប ។ រកចំនួននៃ $\overline{AAB}$ ។

A. 113

B. 223

C. 443

D. 553

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. រកចំនួនបឋម p ដែល

ក. $2p + 1$ ជាគូបនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ

ខ. $13p + 1$ ជាគូបនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

MOSC

5. ស្វ៊ីត U_n មួយកំណត់ដោយ $U_1 = 1, U_2 = 2$ និង $U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1} = 1$ ។
ចូរគណនា U_{1000}

- A. 9
B. 99
C. 9999
D. 998

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. គណនា $C_1^9 + 9C_2^9 + 9^2C_3^9 + \dots + 9^6C_7^9 + 9^7C_8^9$

- A. 11 11 11 1
B. 11 11 11
C. 22 22 22 2
D. 22 22 22

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. រកផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយបន្ទាត់ពីរគឺ $4x - 3y = 1, y = -\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$

- A. $\frac{100}{696}$
A. $\frac{81}{696}$
A. $\frac{144}{696}$
A. $\frac{169}{696}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. រកតម្លៃធំបំផុតនៃ $\frac{3x^3 + 6x + 10}{x^2 + 2x + 2}$

- A. 1
B. 3
C. 5
D. 7

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. បើ x និង y ជាចំនួនគត់គូ ហើយ $x^2 - 4y^2 = 41$ ។ ចូររកតម្លៃ $x + y$

- A. 11
B. 21
C. 31
D. 41

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកតម្លៃនៃផលបូក

$$S = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2013\sqrt{2012} + 2012\sqrt{2013}}$$

A. $1 + \frac{\sqrt{2013}}{2013}$

B. $1 - \frac{\sqrt{2013}}{2013}$

C. $1 + \frac{\sqrt{2012}}{2012}$

D. $1 - \frac{\sqrt{2012}}{2012}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. រកតម្លៃលេខនៃ LLAMA ដោយដឹងថាអក្សរនីមួយៗតាងលេខខុសគ្នាពី ០ ដល់ ៩

S E A L

+ S E A L

LLAMA

A. 22 141

B. 11 242

C. 44 141

D. 33 242

E. 22 342

12. បើ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5, x > 0$ ។ រកតម្លៃនៃ $x^5 + \frac{1}{x^5}$

A. $9\sqrt{7}$

B. $17\sqrt{9}$

C. $19\sqrt{17}$

D. $7\sqrt{9}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. រកចំនួនអង្កត់ទ្រូងពហុកោណមាន 15 ជ្រុង

A. 105

B. 125

C. 225

D. 325

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14 ចំនួនមួយមានលេខ 5 ខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់វារៀបតាមលំដាប់ $x, x+1, x+2, 3x, x+3$

ហើយគេដឹងថាចំនួននោះជាការប្រាកដ។ ចូររកចំនួននោះ។

A. 35 496

B. 34 596

C. 34 969

D. 34 225

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. នៅលើចតុមួយមានតម្រៀបសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ប្រវែង 3 និងគីឡូ 2 ។

តើគេអាចរៀបបានប៉ុន្មានរបៀប បើសៀវភៅគីឡូនៅមិនជាប់គ្នា?

A. 222 840

B. 242 820

C. 282 240

D. 228 2240

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ដំណោះស្រាយវិញ្ញាសាការប្រកួតប្រជែងគណិតវិទ្យា MOSC ថ្នាក់ទី១០

សម័យប្រឡង : ២៩ វិច្ឆិកា ២០២០

រយៈពេល : ៩០ នាទី

1. រកលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$

យក $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$ ចែកនឹង 10

$$\begin{aligned} \text{ដោយ } 2^{1998} &= (2^2)^{999} \\ &\equiv 0 \pmod{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2^{1998} \equiv 4k$$

$$\begin{aligned} \text{ដោយ } 9^{1998} &= [(8+1)^2]^{999} \\ &\equiv 1 \pmod{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 9^{1998} \equiv 4t + 1$$

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } 3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}} &= 3^{4k} - 2^{4t+1} \\ &\equiv 1 - 6 \times 2 \pmod{10} \\ &\equiv -11 \pmod{10} \\ &\equiv 9 \pmod{10} \end{aligned}$$

ដូចនេះលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$ គឺ 9

ចម្លើយ : D. 9

2. ថ្ងៃទី ០១ កញ្ញា 2018 គឺជាថ្ងៃសៅរ៍។ តើថ្ងៃទី 21 កញ្ញា 2078 ត្រូវជាថ្ងៃអ្វី?

$$\text{ដោយក្នុងមួយឆ្នាំ } 365 \text{ ថ្ងៃ} = 7 \times 52 + 1$$

$$\text{តែឆ្នាំម្តងមាន } 366 \text{ ថ្ងៃ} = 7 \times 52 + 2$$

ដូចនេះសម្រាប់ឆ្នាំដែលមាន 365 ថ្ងៃត្រូវកើនមួយថ្ងៃនៅពេលឆ្នាំទៅមុខ

សម្រាប់ឆ្នាំដែលមាន 366 ថ្ងៃត្រូវកើនពីរថ្ងៃនៅពេលឆ្នាំទៅមុខ

យើងបាន : ០១ កញ្ញា 2018 គឺជា ថ្ងៃសៅរ៍

០១ កញ្ញា 2019 គឺជា ថ្ងៃអាទិត្យ

០១ កញ្ញា 2020 គឺជា ថ្ងៃអង្គារ

០១ កញ្ញា 2021 គឺជា ថ្ងៃពុធ

០១ កញ្ញា 2022 គឺជា ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍

០១ កញ្ញា 2023 គឺជា ថ្ងៃសុក្រ

នោះ:

- 01 កញ្ញា 2024 គឺជា ថ្ងៃអាទិត្យ
- 01 កញ្ញា 2025 គឺជា ថ្ងៃច័ន្ទ
- 01 កញ្ញា 2026 គឺជា ថ្ងៃអង្គារ
- 01 កញ្ញា 2027 គឺជា ថ្ងៃពុធ
- 01 កញ្ញា 2028 គឺជា ថ្ងៃសុក្រ
- 01 កញ្ញា 2036 គឺជា ថ្ងៃច័ន្ទ
- 01 កញ្ញា 2040 គឺជា ថ្ងៃសៅរ៍
- 01 កញ្ញា 2044 គឺជា ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍
- 01 កញ្ញា 2048 គឺជា ថ្ងៃអង្គារ
- 01 កញ្ញា 2052 គឺជា ថ្ងៃអាទិត្យ
- 01 កញ្ញា 2056 គឺជា ថ្ងៃសុក្រ
- 01 កញ្ញា 2060 គឺជា ថ្ងៃពុធ
- 01 កញ្ញា 2064 គឺជា ថ្ងៃច័ន្ទ
- 01 កញ្ញា 2068 គឺជា ថ្ងៃសៅរ៍
- 01 កញ្ញា 2072 គឺជា ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍
- 01 កញ្ញា 2076 គឺជា ថ្ងៃអង្គារ
- 01 កញ្ញា 2077 គឺជា ថ្ងៃពុធ
- 01 កញ្ញា 2078 គឺជា ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍

គេបាន 21 កញ្ញា 2078 គឺជា ពុធ

បន្ថែម៖ C. កុះ

3. គេឲ A, B, C ជាបីចំនួនគត់ខុសពីសូន្យ និងជាបីចំនួនគត់ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\overline{ABC}$ ចែកដាច់នឹង១ ហើយ $\overline{BCA}$ គឺជាលេខគូប ។ រកចំនួននៃ $\overline{AAB}$

ចំនួន $\overline{ABC}$ ចែកដាច់នឹង១ នោះ: ចំនួន $\overline{ABC} = 234$

ចំនួន $\overline{BCB}$ គឺជាលេខគូប នោះ: ចំនួន $\overline{BCB} = 343$

គេបាន ចំនួន $\overline{AAB} = 223$

បន្ថែម៖ B. 223

4. រកចំនួនបឋម p ដែល
ក. $2p + 1$ ជាគូបនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ
ខ. $13p + 1$ ជាគូបនៃចំនួនគត់ធម្មជាតិ
តាង $2p + 1 = k^3, k \in \mathbb{N}$
 $2p = k^3 - 1$
 $2p = (k - 1)(k^2 + k + 1)$

+ ករណីទី 1

$$\begin{cases} k - 1 = 2 \\ k^2 + k + 1 = p \\ k = 3 \\ p = 13 \end{cases}$$

+ ករណីទី 2

$$\begin{cases} k - 1 = p \\ k^2 + k + 1 = 2 \\ k = p + 1 \\ k^2 + k + 1 = p \end{cases}$$

$$\Rightarrow (p + 1)^2 + (p + 1) + 1 = 2$$

$$\Rightarrow p^2 + 2p + 1 + p + 1 + 1 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p^2 + 3p + 1 = 0$$

គ្មានចំនួនបឋម p ផ្សេងទៀតទេ

ដូចនេះ: $p = 13$

បន្ថែម៖ E. វិទ្យាសាស្ត្រនៃការបំប្លែង

5. ស្ថិត U_n មួយកំណត់ដោយ $U_1 = 1, U_2 = 2$ និង $U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1} = 1 \quad \forall n \geq 3$

ដោយ $U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1} = 1$

$$U_{n+1} - U_n = (U_n - U_{n-1}) + 1$$

$$\text{តាង } b_n = U_n - U_{n-1}$$

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= U_{n+1} - U_n \\ \Rightarrow b_{n+1} &= b_n + 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow b_n \text{ ជាស្លូតន្តស្វ័យដែល } b_2 = 1, d = 1$$

$$\begin{aligned} U_n &= (U_n - U_{n-1}) + \dots + (U_2 - U_1) + U_1 \\ &= b_n + \dots + b_2 + U_1 \\ &= b_2 + (n-2) \times 1 + 1 \\ &= 1 + n - 1 + 1 \\ &= n \end{aligned}$$

$$\Rightarrow U_{1000} = 1000$$

ចម្លើយ៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

$$\begin{aligned} 6. \text{ គណនា } & C_1^8 + 9C_2^8 + 9^2C_3^8 + \dots + 9^6C_7^8 + 9^7C_8^8 \\ &= \frac{1}{9}(9C_1^8 + 9^2C_2^8 + 9^3C_3^8 + \dots + 9^7C_7^8 + 9^8C_8^8) \\ &= \frac{1}{9}(C_0^8 \cdot 1^8 + C_2^8 \cdot 1^7 \cdot 9^2 + C_3^8 \cdot 1^6 \cdot 9^3 + \dots + C_7^8 \cdot 9^8 + C_8^8 \cdot 1^8) \\ &= \frac{1}{9}(1+9)^8 - \frac{1}{9} \\ &= \frac{10^8 - 1}{9 - 9} \\ &= \frac{10^8 - 1}{9} \\ &= \frac{99\ 99\ 99\ 99}{9} \\ &= 11\ 11\ 11\ 11 \end{aligned}$$

ចម្លើយ៖ E មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ.

7. រកផ្ទៃក្រឡាដែលខណ្ឌដោយបន្ទាត់ពីរគឺ $4x - 3y = 1, y = -\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$

ដើម្បីរកផ្ទៃក្រឡាត្រូវកាណែនដែលចិត្តលើប្លង់កូអរដោនេយើងត្រូវស្វែងរកអោយបានត្រឹមត្រូវ

និមួយៗនិងរកប្រវែងជ្រុងរបស់វាជាមុនសិន

ពាញបាន $C(x_c, y_c) = (-\frac{2}{3}, 0)$

$$B(x_B, y_B) = (\frac{1}{4}, 0)$$

ចំពោះ $A(x_A, y_A)$ យើងត្រូវដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការជាមុនសិន

ឬគេមានសមីការ $4x - 3y = 1$ And $y = -\frac{3x}{5} - \frac{2}{5}$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ y = -\frac{3x}{5} - \frac{2}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 3x + 5y = -2 \end{cases} \quad (1) \quad (2) \\ &\Rightarrow \begin{cases} 12x - 9y = 3 \\ 12x + 20y = -8 \end{cases} \quad (1) \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{យក (1) - (2): } -29y = 11 \Rightarrow y = -\frac{11}{29}$$

$$\text{យក } y = -\frac{11}{29} \text{ ជំនួស (1)}$$

$$\Rightarrow 4x + \frac{33}{29} = 1$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{29}$$

$$\text{ពាញបាន } A(x_A, y_A) = (-\frac{1}{29}, -\frac{11}{29}), B(x_B, y_B) = (\frac{1}{4}, 0), C(x_C, y_C) = (-\frac{2}{3}, 0)$$

$$\text{គេបានជ្រុង } AB = c = \sqrt{(\frac{1}{4} + \frac{1}{29})^2 + (0 + \frac{11}{29})^2} = \sqrt{(\frac{33}{4 \times 29})^2 + (\frac{11}{29})^2}$$

$$= \frac{55}{116}$$

$$AC = b = \sqrt{(-\frac{2}{3} + \frac{1}{29})^2 + (0 + \frac{11}{29})^2} = \sqrt{(-\frac{55}{87})^2 + (\frac{11}{29})^2}$$

$$= \frac{11\sqrt{34}}{87}$$

$$BC = a = \sqrt{(-\frac{2}{3} - \frac{1}{4})^2 + (0)^2} = \frac{11}{12}$$

$$\text{ផ្ទៃប្រឡងរវាង } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{\frac{55}{116} + \frac{11\sqrt{34}}{87} + \frac{11}{12}}{2} = \frac{11(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{\frac{11(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} \left(\frac{11(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{11}{12} \right) \left(\frac{11(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{11\sqrt{34}}{87} \right) \left(\frac{11(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{55}{116} \right)}$$

$$= 121 \sqrt{\frac{(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} \left(\frac{(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{1}{12} \right) \left(\frac{(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{\sqrt{34}}{87} \right) \left(\frac{(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{5}{116} \right)}$$

$$= 121 \sqrt{\frac{(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} \left(\frac{2 \times (11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29 \times 2} - \frac{1 \times 29}{12 \times 29} \right) \left(\frac{(11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29} - \frac{2\sqrt{34}}{2 \times 87} \right) \left(\frac{2 \times (11 + \sqrt{34})}{2 \times 3 \times 29 \times 2} - \frac{3 \times 5}{3 \times 116} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 &= 121 \sqrt{\frac{(11+\sqrt{34})}{6 \times 29} \cdot \frac{(2\sqrt{34}-7)}{2 \times 6 \times 29} \cdot \frac{(11-\sqrt{34})}{6 \times 29} \cdot \frac{(2\sqrt{34}+7)}{2 \times 6 \times 29}} \\
 &= 121 \sqrt{\frac{(121-34)(136-49)}{(6 \times 29)^2 (2 \times 6 \times 29)^2}} \\
 &= 121 \sqrt{\frac{87^2}{(2 \times 87)^2 (4 \times 87)^2}} \\
 &= 121 \sqrt{\frac{87^2}{2^2 \times (87)^2 \times 4^2 \times (87)^2}} \\
 &= 121 \sqrt{\frac{1}{2^2 \times 4^2 \times 87^2}} \\
 &= \frac{121}{2 \times 4 \times 87} \\
 \Rightarrow S &= \frac{121}{696}
 \end{aligned}$$

ដូចនេះផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយអ័ក្សអាបស៊ីសនិងបន្ទាត់ពីរគឺ $S = \frac{121}{696}$

ចម្លើយ៖ E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. រកតម្លៃធំបំផុតនៃ $y = \frac{3x^3 + 6x + 10}{x^2 + 2x + 2}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3(x^2 + 2x + 2) + 4}{x^2 + 2x + 2} \\
 &= 3 + \frac{4}{x^2 + 2x + 2}
 \end{aligned}$$

y ធំបំផុតកាលណា $x^2 + 2x + 2$ តូច

$$\begin{aligned}
 \text{ដោយ } x^2 + 2x + 2 &= x^2 + 2x + 1 + 1 \\
 &= (x+1)^2 + 1 \geq 1
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x + 2)_{\min} = 1 \text{ ពេល } x = 1$$

$$\text{ដូចនេះ } y_{\max} = 3 + 4 = 7 \text{ ពេល } x = 1$$

ចម្លើយ៖ D. 7

9. បើ x និង y ជាចំនួនគត់គូ ហើយ $x^2 - 4y^2 = 41$ ។ ចូររកតម្លៃ $x+y$

$$x^2 - 4y^2 = 41 \Rightarrow (11)^2 - 4(10)^2 = 41 \Rightarrow x+y = 11+10 = 21$$

ចម្លើយ៖ B. 21

10. រកតម្លៃនៃផលបូក

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2013\sqrt{2012}+2012\sqrt{2013}} \\
 S &= \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2012}} - \frac{1}{\sqrt{2013}}
 \end{aligned}$$

$$S = 1 - \frac{1}{\sqrt{2013}}$$

$$S = 1 - \frac{\sqrt{2013}}{2013}$$

ចម្លើយ៖ B. $1 - \frac{\sqrt{2013}}{2013}$

11. រកតម្លៃលេខនៃ LLAMA ដោយដឹងថាអក្សរនីមួយៗតាងលេខខុសគ្នាពី ០ ដល់ 9

$$\text{ខ្ទង់ពាន់ } S + S = LL \Rightarrow L = 1$$

$$\text{ខ្ទង់រយ } L + L = A \Rightarrow A = 2$$

$$\text{ខ្ទង់រយ } E + E = 2 \Rightarrow E = 6$$

$$\text{ខ្ទង់ពាន់ } S + S = 11 \Rightarrow S = 5$$

$$\text{តើ: LLAMA} = 11242$$

ចម្លើយ៖ B. 11 242

12. បើ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5, x > 0$ ។ រកតម្លៃនៃ $x^5 + \frac{1}{x^5}$

$$\text{យើងមាន: } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5 + 2 = 7$$

$$\text{ដោយ } x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \sqrt{7}$$

យើងងាយពិនិត្យឃើញថា៖

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) - \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$$

$$\text{ដូចនេះ: } \begin{cases} x^3 + \frac{1}{x^3} = 5\sqrt{7} - \sqrt{7} = 4\sqrt{7} \\ x^4 + \frac{1}{x^4} = 25 - 2 = 23 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} = 23 \times \sqrt{7} - 4\sqrt{7} = 19\sqrt{7}$$

14 ចំនួនមួយមានលេខ 5 ខ្ទង់ដែលលេខខ្ទង់វារៀបតាមលំដាប់ $x, x+1, x+2, 3x, x+3$
 ហើយគេដឹងថាចំនួននោះជាការប្រាកដ។ ចូររកចំនួននោះ។
 ដោយ $3x \leq 9$ នោះ $x \leq 3$ ដែល $x \neq 0$
 បើ $x = 1$ ចំនួននោះ 12334 មិនមែនជាការប្រាកដ
 បើ $x = 2$ ចំនួននោះ 23465 មិនមែនជាការប្រាកដ
 បើ $x = 3$ ចំនួននោះ 34596 ជាការប្រាកដ
 ចំនួនការប្រាកដគឺ $34596 = 186^2$
ចម្លើយ៖ B. 34596

15. នៅលើចតទូមួយមានតម្រៀបសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ប្រវែង 3 និងគីឡូ 2
 តើគេអាចរៀបបានប៉ុន្មានរបៀប បើសៀវភៅគីមីនៅមិនជាប់គ្នា?
 បើសៀវភៅគីមីនៅមិនជាប់គ្នាគេអាចរៀបបាន $= 9! - 8! \cdot 2! = 282240$
ចម្លើយ៖ C. 282240

- រកសំណល់នៃវិធីចែក 3^{2018} នឹង 11
 A. 4
 B. 0
 C. 5
 D. 6
 E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
- រក GCD $a = 3920, b = 2025$
 A. 5
 B. 6
 C. 7
 D. 8
 E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
- តើមានចំនួនដែល លេខប្រាំខ្ទង់ ខុសគ្នាប៉ុន្មានបង្កើតឡើងពីលេខ 1, 2, 3, 4, 5
 A. 120
 B. 125
 C. 130
 D. 135
 E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
- រកសំណល់ក្នុងវិធីចែក 109^{345} នឹង 14
 A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4
 E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
- គេមាន 10 ចំណុចផ្សេងគ្នានៅលើរង្វង់មួយ។ តើមានត្រីកោណចំនួនប៉ុន្មាន ដែលបង្កើត
 ដោយ 10 ចំណុចនេះ?
 A. 120
 B. 122
 C. 124
 D. 126
 E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
- រកគ្រប់ចំនួន n ដើម្បីឲ្យ $n^4 + 4$ ជាចំនួនបឋមដែល $n \in \mathbb{N}$
 A. 2

- B. 3
C. 0
D. -1

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. ចូររកតម្លៃ PIPE ខាងក្រោមដោយដឹងអក្សរថានីមួយៗតាងលេខខុសៗគ្នាពី ០ ដល់ ១

L I P
+
L I T
P I P E

- A. $P = 7, I = 5, L = 1, T = 9, E = 0$
B. $P = 3, I = 5, L = 9, T = 0, E = 1$
C. $P = 5, I = 7, L = 0, T = 3, E = 0$
D. $P = 1, I = 5, L = 7, T = 9, E = 0$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. រកសំណល់នៃ 6^{1991} ចែកនឹង 28

- A. 20
B. 30
C. 40
D. 50

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. រកគ្រប់ចំនួន n ដើម្បីឲ្យ $n^4 + n^2 + 1$ ជាចំនួនបឋម

- A. 3
B. 2
C. 1
D. 5

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិ បើគេថែម 64 ឬ បន្ថយ 35 គេសុទ្ធតែបានចំនួនជាការប្រាកដ

- A. $n \in \{2346, 260, 35\}$
B. $n \in \{2346, 260, 36\}$
C. $n \in \{2436, 265, 36\}$
D. $n \in \{2436, 260, 36\}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. រកតម្លៃ n ដើម្បីឲ្យ $n^{1997} + n^{1996} + 1$ ជាចំនួនបឋម

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. គណនាផលបូក

$$S = \frac{1}{P(2,2)} + \frac{1}{P(3,2)} + \dots + \frac{1}{P(2019,2)}$$

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- A. $\frac{2015}{2028}$
B. $\frac{2019}{2019}$
C. $\frac{2018}{2018}$
D. 0

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. រកសំណល់នៃ $7!$ ចែក 22^{2002} នឹង 1001

- A. 100
B. 21
C. 33
D. 222

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. រកលេខមួយខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$

- A. 2
B. 8
C. 1
D. 3

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. រកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $2^{9^{1997}}$

- A. 76
B. 97
C. 52
D. 11

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនេរ: ត្រាយវិញ្ញាសាទី១

កម្រិតថ្នាក់ទី១០

រៀបចំប្រឡងសិស្សពូកែគណិតទី១

ស្ថាប័ន: (*)

1. រកសំណល់នៃវិធីចែក $3^{2^{2018}}$ នឹង 11តាម Fermat: $\gcd(3, 11) = 1$ នោះ: $3^{10} \equiv 1 \pmod{11}$ យក 2^{2018} ចែកនឹង 10 $2^{2018} = 2^{4 \times 504 + 2}$ $= (2^4)^{504} \times 2^2$ $= (10 + 6)^{504} \times 4$ $\equiv 6^{504} \times 4 \pmod{10}$ $\equiv 6 \times 4 \pmod{10}$ $\equiv 4 \pmod{10}$ $\Rightarrow 2^{2018} = 10k + 4$ $\Rightarrow 3^{2^{2018}} = 3^{10k+4}$ $\equiv 3^4 \pmod{11}$ $\equiv 4 \pmod{11}$ ដូចនេះ: $3^{2^{2018}}$ ចែក 11 សំណល់ 4

ចម្លើយ: A. 4

2. រក GCD $a = 3920, b = 2025$ $a = 3920, b = 2025$ $3920 = 2025 \times 1 + 1895$ $2025 = 1895 \times 1 + 130$ $1895 = 130 \times 14 + 75$ $130 = 75 \times 1 + 55$ $75 = 55 \times 1 + 20$ $55 = 20 \times 2 + 15$ $20 = 15 \times 1 + 5$ $15 = 5 \times 3 + 0$ ដូចនេះ: $\gcd(3920, 2025) = 5$

ចម្លើយ: A. 5

3. តើមានចំនួនដែលលេខប្រាំខ្ទង់ ខុសគ្នាប៉ុន្មានបង្កើតឡើងពីលេខ 1, 2, 3, 4, 5

រកចំនួនមានលេខប្រាំខ្ទង់ ខុសគ្នា

មានលេខ 1, 2, 3, 4, 5 មាន n ជាតុចំនួនចម្លងគឺ $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

ដូចនេះ: មានលេខប្រាំខ្ទង់ទាំងអស់ 120

ចម្លើយ: A. 120

4. រកសំណល់ក្នុងវិធីចែក 109^{345} នឹង 14ដោយ $109^{345} = (14 \times 7 + 11)^{345}$ $\equiv 11^{345} \pmod{14}$ រក $1(14) = 6$ តាមអនុគមន៍ Euler: $\gcd(11, 14) = 1$ $11^{4(10)} = 11^6 \equiv 1 \pmod{14}$ $\Rightarrow 11^{345} = 11^{6 \times 57 + 3} \equiv 11^3 \pmod{14}$ $11^2 = (14 - 3)^2$ $\equiv -3^2 \pmod{14}$ $\equiv -28 + 1 \pmod{14}$ $\equiv 1 \pmod{14}$ ដូចនេះ: 109^{345} នឹង 14 សំណល់ 1

ចម្លើយ: A. 1

5. គេមានចំណុច 10 ផ្សេងគ្នានៅលើរង្វង់មួយ។ តើមានត្រីកោណចំនួនប៉ុន្មានដែលបង្កើតដោយ 10 ចំណុចនេះ?

តាម 3 ចំណុចបង្កើតបាន $\Delta 1$ តាម 10 ចំណុចបង្កើតបាន Δ ជាចំនួនបន្សំ $c(10, 3) = \frac{10!}{(10-3)!3!} = 120$

ចម្លើយ: A. 120

6. រកគ្រប់ចំនួន n ដើម្បីឱ្យ $n^4 + 4$ ជាចំនួនបឋមដែល $n \in \mathbb{N}$ រក $n \in \mathbb{N}$ $n^4 + 4$ ជាចំនួនបឋម

MOSC

$$\begin{aligned} n^4 + 4 &= (n^2)^2 + 2^2 \\ &= (n^2)^2 + 2n^2 + 2^2 - 4n^2 \\ &= (n^2 + 2)^2 - (2n)^2 \\ &= (n^2 + 2 - 2n)(n^2 + 2 + 2n) \\ n^4 + 4 &\text{ ជាចំនួនបឋមកាលណា} \\ n^2 + 2 - 2n &= 1 \\ n^2 - 2n + 1 &= 0 \\ (n - 1)^2 &= 0 \\ n &= 1 \end{aligned}$$

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. ចូររកតម្លៃ PIPE ខាងក្រោមដោយដឹងអក្សរចានីមួយៗតាងលេខខុសៗគ្នាពី ០ ដល់ ៩

$$\begin{array}{c} LIP \\ + \\ LIT \\ \hline PIPE \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ខ្ទង់ពាន់ } L + L &= PI \Rightarrow P = 1 \\ \text{ខ្ទង់ដប់ } I + I &= P \Rightarrow I = 5 \\ \text{ខ្ទង់ពាន់ } L + L &= 5 \Rightarrow L = 7 \\ \text{ខ្ទង់រយ } 1 + T &= E \Rightarrow T = 9 \\ E &= 0 \\ \text{ដូចនេះ } P &= 1, I = 5, L = 7, T = 9, E = 0 \\ \text{ចម្លើយ: } D. P &= 1, I = 5, L = 7, T = 9, E = 0 \end{aligned}$$

8. រកសំណល់នៃ 6^{1991} ចែកនឹង 28

$$\begin{aligned} m &= 28 = 2^2 \times 7 \\ \Rightarrow 6^{1991} &= (2 \times 3)^{1991} \\ &= 2^{1991} \times 3^{1991} \\ &= 2^2 \times 2^{1989} \times 3^{1989} \times 3^2 \\ &= 2^2 \times 6^{1989} \times 9 \end{aligned}$$

សម្រួល 2^2 ចែកចោល $6^{1989} \times 9$ នឹង 7

$$\begin{aligned} 6^{1989} \times 9 &= (7 - 1)^{1989} (7 + 2) \\ &\equiv -2 \pmod{7} \end{aligned}$$

$$\equiv 5 \pmod{7}$$

គណនឹង 2^2 គេបាន

$$6^{1991} \equiv 20 \pmod{28}$$

ដូចនេះ 6^{1991} ចែកនឹង 28 សំណល់ 20

ចម្លើយ: A. 20

9. រកគ្រប់ចំនួន n ដើម្បីឲ្យ $n^4 + n^2 + 1$ ជាចំនួនបឋម

$$\begin{aligned} n^4 + n^2 + 1 &\text{ ជាចំនួនបឋម} \\ n^4 + n^2 + 1 &= n^4 + 2n^2 + 1 - n^2 \\ &= (n^2)^2 + 2n^2 + 1 - n^2 \\ &= (n^2 + 1)^2 - n^2 \\ &= (n^2 + 1 - n)(n^2 + 1 + n) \\ n^4 + n^2 + 1 &\text{ ជាចំនួនបឋមកាលណា} \\ n^2 + 1 - n &= 1 \\ n^2 - n &= 0 \\ n(n - 1) &= 0 \\ n &= 0 \text{ (មិនយក } n \in \mathbb{N}), \quad n = 1 \\ \text{ដូចនេះ } n &= 1 \\ \text{ចម្លើយ: } C. 1 \end{aligned}$$

10. រកចំនួនគត់ធម្មជាតិ បើគេថែម 64 ឬ បន្ថយ 35 គេសុទ្ធតែបានចំនួនជាការប្រាកដ

$$\begin{aligned} \text{តាង } n &\in \mathbb{N} \\ n + 64 &= a^2 \\ n - 35 &= b^2 \\ 99 &= a^2 - b^2 \\ (a - b)(a + b) &= 99 \\ \text{ដោយ } a, b &\in \mathbb{N}, 0 < a - b < a + b \\ \text{ហើយ } 99 &= 1 \times 99 = 3 \times 33 = 9 \times 11 \\ \begin{cases} a + b = 99 \\ a - b = 1 \end{cases} \\ a &= 50 \\ \begin{cases} a + b = 33 \\ a - b = 3 \end{cases} \\ 2a &= 36 \end{aligned}$$

$$a = 18$$

$$\begin{cases} a + b = 11 \\ a - b = 9 \end{cases}$$

$$2a = 20$$

$$2a = 20$$

$$a = 10$$

$$\text{ដោយ } n + 64 = a^2$$

$$n = a^2 - 64$$

$$\text{បើ } a = 50 \Rightarrow n = 50^2 - 64 = 2436$$

$$\text{បើ } a = 18 \Rightarrow n = 18^2 - 64 = 260$$

$$\text{បើ } a = 10 \Rightarrow n = 10^2 - 64 = 36$$

$$\text{ដូចនេះ } n \in \{2436, 260, 36\}$$

$$\text{ចម្លើយ: } D. n \in \{2436, 260, 36\}$$

11. រកតម្លៃ n ដើម្បីឲ្យ $n^{1997} + n^{1996} + 1$ ជាចំនួនបឋម

$$n^{1997} + n^{1996} + 1 = n^{1997} - n^2 + n^{1996} - n + n^2 + n + 1$$

$$= n^2(n^{1995} - 1) + n(n^{1995} - 1) + n^2 + n + 1$$

$$= (n^{1995} - 1)(n^2 + n) + n^2 + n + 1$$

$$= ((n^3)^{665} - 1)(n^2 + n) + n^2 + n + 1$$

$$= (n^3 - 1)f(n) \cdot (n^2 + n) + n^2 + n + 1$$

$$= (n - 1)(n^2 + n + 1)f(n) \cdot (n^2 + n) + (n^2 + n + 1)$$

$$= (n^2 + n + 1)[(n - 1)f(n)(n^2 + n + 1)]$$

$$\text{ដោយ } n^2 + n + 1 \geq 3 \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow (n - 1)f(n)(n^2 + n) + 1 = 1$$

$$\text{ហើយ } n^2 + n \geq 0$$

$$f(n) > 0$$

$$\Rightarrow n - 1 = 0$$

$$n = 1$$

$$\text{ចម្លើយ: } B. 1$$

12. គណនាផលបូក

$$S = \frac{1}{P(2,2)} + \frac{1}{P(3,2)} + \dots + \frac{1}{P(2019,2)}$$

$$P(n,k) = \frac{n!}{(n,k)!}$$

$$\text{កូឡេក្រង } \frac{1}{P(n,2)}$$

$$\frac{1}{P(n,2)} = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!}$$

$$= (n-1)n$$

$$\Rightarrow \frac{1}{P(n,2)} = \frac{1}{(n-1)n} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$$

$$\text{បើ } n = 2: \frac{1}{P(2,2)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$n = 3: \frac{1}{P(3,2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$n = 2019: \frac{1}{P(2019,2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2019}$$

បូកអង្គនិងអង្គ

$$S = 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}$$

$$\text{ចម្លើយ: } B. \frac{2018}{2019}$$

13. រកសំណល់នៃវិធីចែក 22^{2002} នឹង 1001

$$m = 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$\Rightarrow 22^{2002} = 2^{2002} \times 1001^{2002}$$

$$= 2 \times 2^{2002} \times 11 \times 11^{2001}$$

$$= 2 \times 22^{2001} \times 11$$

$$\text{សម្រួល } 11 \text{ គូបចែក } 2 \times 22^{2001} \text{ នឹង } 7 \times 13$$

$$2 \times 22^{2001} = 2(7 \times 3 + 1)^{2001}$$

$$\equiv 2(\text{mod } 7)$$

$$2 \times 22^{2001} = 2(13 \times 2 - 4)^{2001}$$

$$\equiv -2(4)^{2001}(\text{mod } 13)$$

$$\equiv -2(4)^{2001} = -2(4^3)^{667}$$

$$\equiv -2(13 \times 5 - 1)^{667}$$

$$\equiv 2(\text{mod } 13)$$

$$2 \times 22^{2001} \times 11 \equiv 22(\text{mod } 1001)$$

MOSC

ដូចនេះ $2^{2^{2002}}$ ចែកនឹង 1001 សំណល់ 22

ចម្លើយ៖ E.មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. រកលេខមួយខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$

យក $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$ ចែកនឹង 10

យក $2^{1998} = (2^2)^{999}$

$\equiv 0 \pmod{4}$

$\Rightarrow 9^{1998} = 4k$

$9^{1998} = (8 + 1)^{666}$

$\equiv 1 \pmod{4}$

ដូចនេះ $3^{2^{1998}} - 2^{9^{1998}}$ មានលេខចុងក្រោយ 9

ចម្លើយ៖ E.មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. រកលេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $2^{9^{1997}}$

យក 9^{1997} ចែកនឹង 20

$9^{1997} = (9^2)^{998} \cdot 9$

$= (80 + 1)^{998} \cdot 9$

$\equiv 9 \pmod{20}$

$\Rightarrow 9^{1997} = 20k + 9$

$\Rightarrow 2^{9^{1997}} = 2^{20k+9}$

$\equiv 76 \times 2^9$

$\equiv 76 \times 52 \pmod{10^2}$

$\equiv 12 \pmod{10^2}$

ដូចនេះ $2^{9^{1997}}$ មានលេខ 2 ខ្ទង់ចុងក្រោយ 12

ចម្លើយ៖ E.មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

វិញ្ញាសាទី២ កម្រិតថ្នាក់ទី១០

គ្រឿងប្រឡូកសិស្សពូកែ

គណិតវិទ្យា

២២((*)២២

1. រកលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ $2^{2^{2008}}$

A. 485

B. 256

C. 265

D. 854

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

2. រកចំនួនបឋម P ដើម្បីឲ្យ $2^P + P^2$ ក៏ជាចំនួនបឋមដែរ

A. 11

B. 5

C. 3

D. 1

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. រកមួយចំនួនជាការប្រាកដមានលេខ 4 ខ្ទង់ដោយដឹងថា 2 ខ្ទង់ដំបូងធំជាងលេខ 2 ខ្ទង់ចុងក្រោយចំនួន 1 ឯកតា

A. 8182

B. 8281

C. 8128

D. 8183

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. រកចំនួនមួយជាការប្រាកដមានលេខ 4 ខ្ទង់ចុងក្រោយជាចំនួនបឋម ហើយការនៃចំនួន

នោះ មានផលបូកខ្ទង់ជាការប្រាកដ

A. 2005

B. 2015

C. 2025

D. 2020

MOSC

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. រកតម្លៃលេខនៃកន្សោម $S = C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + \dots + C_6^6$

A. 121

B. 25

C. 66

D. 64

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. រកតម្លៃលេខនៃកន្សោម $T = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + 2^3C_5^3 + 2^4C_5^4 + 2^5$

A. 265

B. 256

C. 234

D. 243

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. រកតម្លៃតួបំផុត $y = x^4 + 4x^2 - 3$

A. -3

B. -4

C. 0

D. 4

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. ធ្វើប្រមាណវិធីគុណខាងក្រោមបើគេដឹងថា អក្សរនីមួយៗ ជាលេខខុសគ្នាពី ០ ដល់ 9

O H

×

$\frac{N}{Z}$ $\frac{O}{O}$

$\frac{H}{H}$ $\frac{O}{E}$ $\frac{N}{R}$ $\frac{O}{O}$

A. $H = 0, O = 5, Z = 2, N = 3, R = 8, E = 7$

B. $H = 1, O = 5, Z = 2, N = 3, R = 7, E = 0$

C. $H = 1, O = 5, Z = 6, N = 8, R = 8, E = 3$

D. $H = 7, O = 0, Z = 2, N = 3, R = 5, E = 7$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. ឧបមា m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន បឋមរវាងគ្នា ដោយ $A = \frac{m}{n}$
ដែល $A = \frac{2+4+6+\dots+2014}{1+3+5+\dots+2013} - \frac{1+3+5+\dots+2013}{2+4+6+\dots+2014}$ រកតម្លៃ m

A. 2013

B. 1008

C. 1007

D. 2015

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. កំណត់តម្លៃចំនួនគត់ a ដើម្បីឲ្យកន្សោម $a^2 + a + 13$ ជាការប្រាកដ

A. $a = 9, a = 3$

B. $a = 10, a = 3$

C. $a = 11, a = 6$

D. $a = 12, a = 3$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. ចង់មួយមានប្តី ស 4 ខៀវ 6។ គេដកប្តីម្តងមួយពីចង់។ រកប្រូបាបដែលយកបានប្តី

2
តាមលំដាប់ ស 1 ខៀវ 1 ក្នុងករណី យកដាក់វិញ និង យកហើយមិនដាក់វិញ

A. $\frac{6}{25} \cdot \frac{2}{15}$

B. $\frac{6}{25} \cdot \frac{4}{25}$

C. $\frac{6}{15} \cdot \frac{4}{25}$

D. $\frac{6}{25} \cdot \frac{4}{15}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. គេឲ្យ $k = \frac{3a^2 + 14}{a^2 + 4}$ កំណត់តម្លៃអតិបរមានៃប្រភាគ k

A. 3.5

B. 4

C. $\frac{9}{2}$

D. 2

D. $\frac{3}{2}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. ឧបមាថា a ជាឫសនៃសមីការ $x^4 + x^2 - 5 = 0$ គណនា $A = a^6 + 6a^4$

A. $A = a^6 + a^4 = 15$

B. $A = a^6 + 6a^4 = 25$

C. $A = a^6 + 6a^3 = 25$

D. $A = a^6 + 6a^4 = 15$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A = \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right)$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{15}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{1}{8}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. រកប្រភេទត្រីកោណ ABC ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$

A. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B

B. ABC ជាត្រីកោណសមបាត

C. ABC ជាត្រីកោណសម្បជ័រ

D. ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនួយការ វិញ្ញាសក្នុងការប្រកួតប្រជែង

ក្រុមប្រឹក្សាប្រជុំ

គ្រឹះស្ថានសិស្សស្រីក្រសួងអប់រំ

1. រកលេខបីខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ 2^{2008}

$$2^{2008} = 2^{100 \times 20 + 8}$$

$$\equiv 376 \times 2^8 \pmod{10^3}$$

$$\equiv 256 \pmod{10^3}$$

ដូចនេះ សំណល់នៃ 2^{2008} គឺ 256

ចម្លើយ: B. 489

2. រកចំនួនបឋម P ដើម្បីឲ្យ $2^P + P^2$ ក៏ជាចំនួនបឋមដែរ

$$\text{ឲ្យ } P = 2 \Rightarrow 2^2 + 2^2 = 8 \text{ មិនបឋម}$$

$$\text{ឲ្យ } P = 3 \Rightarrow 2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17 \text{ បឋម}$$

$$\text{ឲ្យ } P = 5 \Rightarrow 2^5 + 5^2 = 32 + 25 = 57 \text{ មិនបឋម}$$

$$\text{បើ } P > 5 \Rightarrow P = 6K + 1, 6K + 5$$

$$\text{ករណី } 6K + 1 \Rightarrow 2^P + P^2 = 2^{(6K+1)} + (6K + 1)^2$$

$$= 3 - 1^{(6K+1)} + (6K + 1)^2$$

$$\equiv -1 + 1$$

$$\equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{ករណី } P = 6K + 5$$

$$2^P + P^2 = 2^{(6K+5)} + (6K + 5)^2$$

$$= 3 - 1^{(6K+5)} + (6K + 5)^2$$

$$\equiv -1 + 1 \pmod{3}$$

$$\equiv 0 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow P > 5 \text{ នោះ } 2^P + P^2 \div 3$$

$$\Rightarrow 2^P + P^2 \text{ ជាចំនួនសមាស}$$

ដូចនេះ $P = 3$

ចម្លើយ៖ C.3

3. រកមួយចំនួនជាការ ប្រាកដមានលេខ 4 ខ្ទង់ដោយដឹងថា 2 ខ្ទង់ដំបូងគឺជាលេខ 2 ខ្ទង់ ចុងក្រោយចំនួន 1 ឯកតា។

តាង $abcd = t^2$ ជាចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់

ដោយ $\overline{ab} = \overline{cd} + 1$

គេបាន $abcd = 100\overline{ab} + \overline{cd}$

$t^2 = 100(\overline{cd} + 1) + \overline{cd}$

$t^2 = 100\overline{cd} + 100 + \overline{cd}$

$t^2 = 101\overline{cd} + 100$

$t^2 - 100 = 101\overline{cd}$

$(t - 10)(t + 10) = 101\overline{cd}$

គេបាន $\begin{cases} t - 10 = \overline{cd} \\ t + 10 = 101 \Rightarrow t = 91 \end{cases}$

$\Rightarrow 91 - 10 = \overline{cd}$

$\overline{cd} = 81$

$\overline{ab} = \overline{cd} + 1 = 82$

ដូចនេះ $abcd = 8281$

ចម្លើយ៖ B.8281

4. រកចំនួនមួយជាការ ប្រាកដមានលេខ 4 ខ្ទង់ចុងក្រោយជាចំនួនបឋម ហើយការនៃចំនួន

នោះ មានផលបូកខ្ទង់ជាការប្រាកដ។

តាង $abcd = t^2$ ជាចំនួនមានលេខ 4 ខ្ទង់

ឬសការបេស៊ីកតី $t = xy$

ស.ម លេខចុងក្រោយ d បឋម

$\Rightarrow d = 3, 5, 7$

តែ a, b, c, d ជាការប្រាកដ

$\Rightarrow d = 0, 1, 4, 5, 6, 9$

គេបាន $d = 5$

តែផលបូកខ្ទង់នៃ xy គឺ

$x + y$ ជាការប្រាកដ

ដោយ $y = 5 \Rightarrow x + 5$ ជាការប្រាកដ

ល.ខ $0 < x \leq 9$

គេបាន $x = 4$

$\Rightarrow t = xy = 45$

ដូចនេះ $abcd = 45^2 = 2025$

ចម្លើយ៖ C.2025

5. រកផ្ទៃលេខនៃកន្សោម $S = C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + \dots + C_6^6$

តាមរូបមន្ត $(1 + x)^6 = C_6^0 + C_6^1x + C_6^2x^2 + \dots + C_6^6x^6$

ដោយ $x = 1: 2^6 = C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + \dots + C_6^6$

ដូចនេះ $S = 64$

ចម្លើយ៖ D.64

6. រកផ្ទៃលេខនៃកន្សោម $T = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + 2^3C_5^3 + 2^4C_5^4 + 2^5$

តាមរូបមន្ត $(a + b)^5 = C_5^0a^5 + C_5^1a^4b + C_5^2a^3b^2 + C_5^3a^2b^3 + C_5^4ab^4 + C_5^5b^5$

យក $a = 1, b = 2$

$\Rightarrow 3^5 = C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2C_5^2 + 2^3C_5^3 + 2^4C_5^4 + 2^5 + C_5^5$

ដូចនេះ $T = 243$

ចម្លើយ៖ D.243

7. រកផ្ទៃកូដប៉ូឡូ $y = x^4 + 4x^2 - 3$

$y = x^4 + 4x^2 - 3$

ដោយ $x^4 + 4x^2 \geq 0$

$x^4 + 4x^2 - 3 \geq -3$

$y \geq -3$

ដូចនេះ $y_{\min} = -3$ ពេល $x = 0$

ចម្លើយ៖ A.-3

8. ធ្វើប្រមាណវិធីគុណខាងក្រោមបើគេដឹងថា អក្សរនីមួយៗ ជាលេខខុសគ្នាពី ០ ដល់ 9

O H

x

N O

Z O O

H O N

H E R O

ធ្វើប្រមាណវិធីគុណខាងក្រោម

MOSC

$$O \times H = O \Rightarrow H = 1$$

$$O \times O = 0 \Rightarrow O = 5$$

$$Z = 2$$

$$N \times O = HO$$

$$N \times O = 15$$

$$\Rightarrow N = 3$$

$$O + N = R$$

$$R = 8$$

$$Z + O = E$$

$$\Rightarrow E = 7$$

$$\text{ដូចនេះ } H = 1, O = 5, Z = 2, N = 3, R = 8, E = 7$$

ចម្លើយ៖ E មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

១. ឧបមាថា m និង n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន បឋមរវាងគ្នា ដោយ $A = \frac{m}{n}$

$$\text{ដែល } A = \frac{2+4+6+\dots+2014}{1+3+5+\dots+2013} - \frac{1+3+5+\dots+2013}{2+4+6+\dots+2014} \text{ ។ រកតម្លៃ } m$$

$$A = \frac{2+4+6+\dots+2014}{1+3+5+\dots+2013} - \frac{1+3+5+\dots+2013}{2+4+6+\dots+2014}$$

$$= \frac{1007 \times 1008}{1007^2} - \frac{1007^2}{1007 \times 1008}$$

$$= \frac{1008}{1007} - \frac{1007}{1008}$$

$$= \frac{1008^2 - 1007^2}{1007 \times 1008}$$

$$= \frac{(1008 - 1007)(1008 + 1007)}{1007 \times 1008}$$

$$= \frac{2015}{1007 \times 1008}$$

$$\text{ដោយ } \gcd(2015, 2017) = 1 \text{ និង } \gcd(2015, 1008) = 1$$

$$\text{ដូចនេះ } m = 2015$$

ចម្លើយ៖ $D. 2015$

១០. កំណត់តម្លៃចំនួនគត់ a ដើម្បីឲ្យកន្សោម $a^2 + a + 13$ ជាការប្រាកដ។

$$a^2 + a + 13 = k^2 \text{ ដែល } k \text{ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន}$$

$$4a^2 + 4a + 52 = 4k^2$$

$$4k^2 = (2a + 1)^2 + 51$$

$$4k^2 - (2a + 1)^2 = 51$$

$$(2k)^2 - (2a + 1)^2 = 51$$

$$(2k - 2a - 1)(2k + 2a + 1) = 51$$

$$\begin{cases} 2k - 2a - 1 = 1 \\ 2k + 2a + 1 = 51 \end{cases} \Rightarrow 4a + 2 = 50 \Rightarrow a = \frac{48}{4} = 12$$

$$\begin{cases} 2k - 2a - 1 = 3 \\ 2k + 2a + 1 = 17 \end{cases} \Rightarrow 4a + 2 = 14 \Rightarrow a = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } a = 12, a = 3$$

ចម្លើយ៖ $D. a=12, a=3$

១១. ចង់មួយមានប្តី ស ៤ ខៀវ ៦។ គេដកប្តីម្នាក់មួយពីចង់។ រកប្រូបាបដែលយកបានប្តី ២ តាមលំដាប់ ស ១ ខៀវ ១

ក្នុងករណីយកដាក់វិញនិងយកហើយមិនដាក់វិញ។ រកប្រូបាបដែល

យកបានប្តី ២ តាមលំដាប់ ស ១ ខៀវ ១

ក្នុងករណី យកដាក់វិញ

ក្នុងចង់មានប្តី ស ៤ ខៀវ ៦ ទាំងអស់ប្តី ១០

$$P(\text{ស និង ខៀវ}) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

$$\text{ដូចនេះ } P(\text{ស និង ខៀវ}) = \frac{6}{25}$$

ករណីយកហើយមិនដាក់វិញ

$$P(\text{ស និង ខៀវ/ស}) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$$

$$\text{ដូចនេះ } P(\text{ស និង ខៀវ/ស}) = \frac{4}{15}$$

ចម្លើយ: $D. \frac{6}{25}, \frac{4}{15}$

12. គេឲ្យ $k = \frac{3a^2 + 14}{a^2 + 4}$ កំណត់តម្លៃអតិបរមានៃប្រភាគ k

$$k = \frac{3a^2 + 14}{a^2 + 4} = \frac{3a^2 + 12}{a^2 + 4} + \frac{2}{a^2 + 4}$$

$$k = 3 + \frac{2}{a^2 + 4}$$

ដោយ $a^2 + 4 \geq 4$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ a

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2 + 4} \leq \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a^2 + 4} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3 + \frac{2}{a^2 + 4} \leq \frac{7}{2} = 3.5$$

ដូចនេះ k មានតម្លៃអតិបរមាស្មើ 3.5

ចម្លើយ: A. 3.5

13. ឧបមាថា α ជាឫសនៃសមីការ $x^4 + x^2 - 5 = 0$ ។ គណនា $A = \alpha^6 + 6\alpha^4$

α ជាឫសនៃសមីការ $x^4 + x^2 - 5 = 0$ យើងបាន

$$\alpha^4 + \alpha^2 - 5 = 0 \Rightarrow \alpha^4 = 5 - \alpha^2$$

$$\alpha^6 = 5\alpha^2 - \alpha^4$$

$$\Rightarrow A = 5\alpha^2 - \alpha^4 + 6\alpha^4 = 5\alpha^2 + 5\alpha^4$$

$$= 5(\alpha^4 + \alpha^2) = 5 \times 5 = 25$$

$$\text{ដូចនេះ } \alpha^6 + 6\alpha^4 = 25$$

ចម្លើយ: B. 25

14. ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម

$$A = \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right)$$

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{15}\right)\left(1 + \frac{1}{15}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{14}{15} \times \frac{16}{15}$$

$$= \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 14}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 15} \times \frac{3 \times 4 \times \dots \times 16}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 15} = \frac{1}{15} \times \frac{16}{2} = \frac{8}{15}$$

ចម្លើយ: C. $\frac{8}{15}$

15. ក្របខ័ណ្ឌក្រីកោណ ABC ដែលជ្រៀងផ្ទាំងទំនាក់ទំនង $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$

តាមប្រើស៊ីនុស

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2}{\sin^2 A} = \frac{b^2}{\sin^2 B} = \frac{c^2}{\sin^2 C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2 A + \sin^2 B}{a^2 + b^2} = \frac{c^2}{\sin^2 C}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$$

យោង: $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$

ដូចនេះ ABC ជាត្រីកោណកែងក្រុង C

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

1. រកចំនួនគត់មានលេខ២ខ្ទង់ដែលពេលចែកនឹង៥មានសំណល់២ចែកនឹង៩មានសំណល់៧។
 - A. $46t + 7$
 - B. $45t + 7$
 - C. $47t + 7$
 - D. $49t + 7$
 - E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
2. គេឲ្យសមីការ $x^2 + ax + 1 = 0$ ។ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យសមីការទាំងពីរមានស្របយ៉ាងហោចមួយ។
 - A. $a = -2$ រឺ $a = 1$
 - B. $a = 2$ រឺ $a = -1$
 - C. $a = 0$ រឺ $a = 1$
 - D. $a = -1$ រឺ $a = -2$
 - E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
3. គេឲ្យ a, b, c, d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4}$ និង $a - c = 9$ គណនា $b - d$ ។
 - A. 91
 - B. 90
 - C. 92
 - D. 93
 - E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
4. កំណត់ចំនួនគត់ធម្មជាតិក្នុងចំណុចដែលមានលេខខ្ទង់៣ ហើយចំនួននេះនឹងធំជាងមុន៥ដង បើគេប្តូរទីតាំងលេខខ្ទង់៣នេះទៅដាក់នៅខាងមុខវិញ។
 - A. 14288
 - B. 14278
 - C. 14298

- D. 14267
- E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
5. កំណត់ចំនួន N មួយមានលេខ៤ខ្ទង់ដោយដឹងថា
 - i- N ជាការប្រាកដ
 - ii- លេខពីរខ្ទង់ខាងដើមនៃ N ជាលេខតែមួយ
 - ii- លេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ N ក៏ជាលេខតែមួយដែរ។
 - A. 7744
 - B. 8864
 - C. 88
 - D. 7664
 - E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
6. តើមានសំណុំដែលមានបីធាតុនៃសំណុំ $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ ចំនួនប៉ុន្មានបើដឹងថាផលគុណនៃធាតុទាំងបីរបស់សំណុំនេះចែកដាច់នឹង៤?
 - A. 785
 - B. 775
 - C. 795
 - D. 765
 - E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
7. កំណត់គ្រប់គូគត់មិនវិជ្ជមាន (x, y) នៃសមីការ $(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$ ។
 - A. $(3, 7), (7, 3), (4, 0), (0, 4)$
 - B. $(4, 7), (7, 4), (3, 0), (0, 3)$
 - C. $(4, 4), (0, 0), (7, 7), (3, 3)$
 - D. $(3, 4), (4, 3), (0, 7), (7, 0)$
 - E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ
8. គេដឹងថា $x = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ ។ គណនាតម្លៃ $A = \frac{x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 18x + 23}{x^2 - 8x + 15}$
 - A. 0

B. 10

C. 5

D. 15

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. ចូរគណនា $A = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$

A. 4

B. -4

C. 3

D. -3

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. គេមានសំណើរពី៖

r: 2006 ចែកដាច់នឹងបី

s: 2006 ជាចំនួនគត់គូ

កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃ $r \vee s$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

11. តើពាក្យ "កាឌីណាល់" មានន័យដូចម្តេច?

A. សំណុំ

B. បណ្តុំនៃវត្ថុ

C. ចំនួនធាតុ

D. សំណុំសកល

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. ការបំប្លែងគត់ដែលផ្តល់នូវចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នាលើសពីលក្ខណៈនៃចំនួនគត់ជាប់គ្នា ១០។

A. 9

B. 6

C. 3

D. 1

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. គេមានសមីការ $1x^2 - x + 8 = 0$ ដែលមានឫស α និង β ។ គណនា: $\frac{\beta}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha}{1+\beta^2}$

A. $\frac{11}{25}$ B. $\frac{25}{11}$

C. 11

D. 11

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. គេដោះបាល់មួយពីកំពូលអគារតាមទិសឈរ។ រយៈពេល t វិនាទីក្រោយមកបាល់មានកម្ពស់ $-5t^2 + 30t + 35$ ម៉ែត្រពីដី។ រកកម្ពស់អគារនោះ។

A. 15m

B. 25m

C. 35m

D. 45m

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. គេឲ្យ $x^2 + x - 6$ ជាកត្តានៃពហុធា $f(x) = 2x^4 + x^3 - ax^2 + bx + a + b - 1$ ។ ចូររកតម្លៃ a និង b ។A. $a = 11, b = 3$ B. $a = 16, b = 3$ C. $a = 3, b = 3$ D. $a = 3, b = 16$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនួញស្រាវជ្រាវវិទ្យាសាស្ត្រ

កម្រិតថ្នាក់ទី១០

គ្រឹះប្រឡងសិស្សពូកែក្នុងសាលា

1. រកចំនួនគត់មានលេខខ្ទង់ដែលពេលចែកនឹង៥មានសំណល់២ចែកនឹង៩មានសំណល់៧។

តាង N ជាចំនួនគត់មានលេខពីរខ្ទង់

$$N \equiv 2 \pmod{5}$$

$$N \equiv 7 \pmod{9}$$

$$N \equiv r_0 \pmod{5 \times 9}$$

$$r_0 = 9K + 7; K = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\text{មានតែ } K = 0 \Rightarrow r_0 = 7 \equiv 2$$

$$\Rightarrow N \equiv 7 \pmod{45}$$

$$\Rightarrow N = 45t + 7$$

$$t = 1 : N = 52$$

$$t = 2 : N = 97$$

$$\text{ចម្លើយ: B. } 45t + 7$$

2. គេឲ្យសមីការ $x^2 + ax + 1 = 0$ ។ កំណត់តម្លៃ

a ដើម្បីឲ្យសមីការទាំងពីរមានរឹសរួមយ៉ាងហោចមួយ។
រៀបចំ៖

$$\text{តាម } x^2 + ax = 0 \Rightarrow a = -x^2 - x$$

$$\text{យើងបាន } x^2 + ax + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (-x^2 - x)x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\text{ហេតុនេះ: } x = 1 \text{ ឬ } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\text{បើ } x = 1 \text{ យើងបាន } a = -1 - 1 = -2$$

$$\text{បើ } x^2 + x + 1 = 0 \text{ យើងបាន } a = -(x^2 + x) = -1(-1) = 1$$

រៀបចំ៖

ដើម្បីឲ្យសមីការទាំងពីរមានរឹសរួមយ៉ាងហោចណាស់មួយ

$$\text{លុះត្រាតែ } Q^2 + q^2 - pP(Q + q) + qP^2 + p^2Q - 2qQ = 0$$

$$\text{ដែល } p = a, q = 1 \text{ និង } Q = a$$

$$\text{យើងបាន } a^2 + 1 - a(a+1) + a^3 - 2a = a^3 - 3a + 2$$

$$= (a-1)(a^2 + a - 2)$$

$$= (a-1)^2(a+2) = 0$$

$$\text{ហេតុនេះ: } a = -2 \text{ ឬ } a = 1$$

$$\text{ចម្លើយ: A. } a = -2 \text{ ឬ } a = 1$$

3. គេឲ្យ a, b, c, d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4}$ និង $a - c = 9$ ។ គណនា $b - d$ ។

$$\text{យើងមាន } \log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4} \Rightarrow b = a^{\frac{3}{2}}, d = c^{\frac{5}{4}}$$

ដោយ a, b, c, d ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$$\text{យើងបាន } a = x^2, c = y^4 \text{ ដែល } x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow b = x^3, d = y^5$$

$$\text{តែ } a - c = 9 \Rightarrow x^2 - y^4 = 9 \Rightarrow (x - y^2)(x + y^2) = 9$$

$$\text{ដោយ } x + y^2 > 0 \Rightarrow x - y^2 > 0 \text{ និង } x + y^2 > x - y^2$$

$$\text{យើងបាន } \begin{cases} x - y^2 = 1 \\ x - y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 5, y = 2$$

$$\text{ដូចនេះ: } b - d = 5^3 - 2^5 = 125 - 32 = 93$$

$$\text{ចម្លើយ: D. } 93$$

4. កំណត់ចំនួនគត់ធម្មជាតិតូចបំផុតដែលមានលេខខ្ទង់រាយ ហើយចំនួននេះនឹងធំជាងមុន៥ដង បើគេប្តូរទីតាំងលេខខ្ទង់រាយនេះទៅដាក់នៅខាងមុខវិញ។

រៀបចំ៖

ឧបមាថា N ជាចំនួនបំពេញលក្ខខណ្ឌខាងលើ

$$\text{យក } N = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 7} \text{ និង } N' = \overline{7 a_n a_{n-1} \dots a_1}$$

$$\text{យើងបាន } 7 \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} = 5 \times N = 5 \times \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 7}$$

$$\Rightarrow 7 \cdot 10^n + N' = 5(10N' + 7)$$

$$\Rightarrow N' = \frac{7(10^n - 5)}{49} = \frac{10^n - 5}{7} (*)$$

ដើម្បីឲ្យ N មានតម្លៃតូចបំផុត លុះត្រាតែ N' មានតម្លៃតូចបំផុត

$$\text{តាម } (*) \text{ តូចបំផុត បើ } n = 5 \Rightarrow N' = \frac{10^5 - 5}{7} = 1428$$

$$\text{ដូចនេះ } N = 14287$$

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. កំណត់ចំនួន N មួយមានលេខ៤ខ្ទង់ដោយដឹងថា

i- N ជាការប្រាកដ

ii- លេខពីរខ្ទង់ខាងដើមនៃ N ជាលេខតែមួយ

iii- លេខពីរខ្ទង់ចុងក្រោយនៃ N ក៏ជាលេខតែមួយដែរ។

$$\text{យក } N = \overline{aabb} \text{ ដែល } 1 \leq a \leq 9 \text{ និង } 0 \leq b \leq 9$$

$$\text{ដោយ } N \text{ ជាការប្រាកដ គេបាន } b = 1, 4, 5, 6 \text{ ឬ } 9$$

$$\text{តែ } \overline{aa11}, \overline{aa55} \text{ និង } \overline{aa99} \text{ ចែកដាច់នឹង ៤ បានសំណល់ ៣}$$

$$\text{និង } \overline{aa66} \text{ ចែកនឹង ៤ បានសំណល់ ២}$$

$$\Rightarrow b = 4 \text{ ព្រោះ ការប្រាកដទាំងអស់ចែកនឹង ៤ បានសំណល់ ០ ឬ ១}$$

$$\text{យើងបាន } N = \overline{aa44}$$

$$\text{យើងមាន } a - a + 4 - 4 = 0 \text{ ចែកដាច់នឹង } ១១$$

$$\text{យើងបាន } N \text{ ចែកដាច់នឹង } ១១ \Rightarrow N \text{ ចែកដាច់នឹង } 11^2$$

$$\text{ព្រោះ } 11 \text{ ជាចំនួនបឋម និង } N \text{ ជាការប្រាកដ}$$

$$\text{ដោយ } N = \overline{aa44} = 11 \times \overline{a04} \Rightarrow \overline{a04} \text{ ចែកដាច់នឹង } 11$$

$$\Rightarrow a + 4 \text{ ចែកដាច់នឹង } 11$$

$$\text{តែ } 5 \leq a + 4 \leq 13 \Rightarrow a + 4 = 11 \Rightarrow a = 7$$

$$\text{ចំពោះ } a = 7 \text{ យើងបាន } N = 7744$$

$$\text{ចម្លើយ: A. 7744}$$

6. តើមានសំណុំដែលមានបីធាតុនៃសំណុំ $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$

ចំនួនប៉ុន្មានបើដឹងថាផលគុណនៃធាតុទាំងបីរបស់សំណុំនេះចែកដាច់នឹង 4?

យើងនឹងកំណត់ចំនួនសំណុំរងមានបីធាតុ $\{a, b, c\}$ ដែល abc ចែកដាច់នឹង 4

abc ចែកមិនដាច់នឹង 4 លុះត្រាតែ a, b, c សុទ្ធតែជាចំនួនគត់សេស

ឬ ពីក្នុងចំណោម a, b, c ជាចំនួនគត់សេស និងមួយទៀតជាចំនួនគត់គួរចែកមិនដាច់នឹង 4

សំណុំ $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ មានចំនួនសេសចំនួន 10 និង ចំនួនគួរចែកមិនដាច់នឹង 4 ចំនួន 5

ហេតុនេះ ចំនួនសំណុំរងមានធាតុ $\{a, b, c\}$ ដែល abc ចែកមិនដាច់នឹង 4 មានចំនួន

$$C_{10}^1 + C_{10}^2 \times C_5^1 = 345$$

ដោយ ចំនួនសំណុំរងមានបីធាតុនៃសំណុំ $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ មានចំនួន $C_{20}^3 = 1140$

$$\text{ហេតុនេះ ចំនួនសំណុំរងត្រូវរកគឺ } 1140 - 345 = 795$$

$$\text{ចម្លើយ: C. 795}$$

7. កំណត់គ្រប់គូគត់មិនវិជ្ជមាន (x, y) នៃសមីការ $(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$

$$\text{យើងមាន } (xy - 7)^2 = x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow (xy - 6)^2 + 13 = (x + y)^2$$

$$\Leftrightarrow (xy - 6)^2 - (x + y)^2 = -13$$

$$\Leftrightarrow [xy - 6 - (x + y)][xy - 6 + (x + y)] = -13$$

$$\text{យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ} \begin{cases} xy - 6 - (x + y) = -1 \\ xy - 6 + (x + y) = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 0 \end{cases}$$

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការគេបាន $(x, y) = (3, 4), (4, 3), (0, 7), (7, 0)$

ចម្លើយ: D. $(3, 4), (4, 3), (0, 7), (7, 0)$

8. គេដឹងថា $x = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ ។ គណនាតម្លៃ $A = \frac{x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 18x + 23}{x^2 - 8x + 15}$

$$\text{គណនាតម្លៃ } A = \frac{x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 18x + 23}{x^2 - 8x + 15}$$

$$\text{គេមាន } x = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{(4 - \sqrt{3})^2} = 4 - \sqrt{3}$$

$$\text{នាំឲ្យ } (x - 4)^2 = 3 \text{ ឬ } x^2 - 8x + 13 = 0$$

កន្សោម A អាចសរសេរមួយបែបទៀតគឺ

$$A = \frac{(x^2 - 8x + 13)(x + 1)^2 + 10}{(x^2 - 8x + 13) + 2}$$

$$\text{ដូចនេះ } A = \frac{10}{2} = 5$$

ចម្លើយ: C. 5

9. ចូរគណនា $A = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$

$$\text{ដោយ } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ នាំ: } \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\text{ឬ } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\text{គេបាន } A = \sqrt{\sin^4 x + 4(1 - \sin^2 x)} + \sqrt{\cos^4 x + 4(1 - \cos^2 x)}$$

$$= \sqrt{\sin^4 x - 4\sin^2 x + 4} + \sqrt{\cos^4 x - 4\cos^2 x + 4}$$

$$= \sqrt{(\sin^2 x - 2)^2} + \sqrt{(\cos^2 x - 2)^2} = |\sin^2 x - 2| + |\cos^2 x - 2|$$

$$\text{ដោយ } 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \text{ និង } 0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

$$\text{គេបាន } A = -(\sin^2 x - 2 - 2) - (\cos^2 x)$$

$$= 4 - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 4 - 1 = 3$$

ចម្លើយ: C. 3

10. គេមានសំណើពីរ:

r: 2006 ចែកដាច់នឹងបី

s: 2006 ជាចំនួនគត់គូ

កំណត់តម្លៃភាពពិតនៃ $r \cup s$

គេបាន $r \cup s$: "2006 ចែកដាច់នឹង 3 ឬ ជាចំនួនគត់គូ"

ដោយ ត. $(r) = 0$

ត. $(r) = 1$

នោះ ត. $(r \cup s) = 1$

ចម្លើយ: B. 1

11. តើពាក្យ "កាឌីណាល់" មានន័យដូចម្តេច?

ចម្លើយ: C. ចំនួនធាតុ

12. ការចំនួនគត់ដែលធំនៃចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នាលើសផលគុណនៃចំនួនគត់ជាប់គ្នា ១០។
ចូរកំណត់ចំនួនគត់មួយដែលតូច។

តាងពីរចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នាដោយ $n(n + 1)$

តាមសម្មតិកម្មគេបាន: $(n + 1)^2 = n(n + 1) + 10$

ដូចនេះ $n = 9$

ចម្លើយ: A. 9

13. គេមានសមីការ $x^2 - x + 8 = 0$ ដែលមានឫស α និង β ។ គណនា: $\frac{\beta}{1 + \alpha^2} + \frac{\alpha}{1 + \beta^2}$

មាន α, β ជាឫសសមីការ: $x^2 - x + 8 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 - \alpha + 8 = 0 \\ \beta^2 - \beta + 8 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} S = \alpha + \beta = 1 \\ P = \alpha\beta = 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{ឈ្លាត} &= \frac{\beta}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha}{1+\beta^2} \\ &= \frac{(\alpha+\beta) + \{(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2 - 3\alpha\beta]\}}{1+(\alpha+\beta)-2\alpha\beta+(\alpha\beta)^2} \\ &= \frac{1+1(1^2-3\times 8)}{1+1-2\times 8+8^2} = -\frac{22}{50} = -\frac{11}{25} \end{aligned}$$

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. គេបោះបាល់មួយពីកំពូលអគារតាមទិសឈរ។ រយៈពេល t

វិនាទីក្រោយមកបាល់មានកម្ពស់ $-5t^2 + 30t + 35$ ម៉ែត្រពីដី។ រកកម្ពស់អគារនោះ។

$$t = 0 \Rightarrow h = 35m$$

ចម្លើយ: C. 35m

15. គេឲ្យ $x^2 + x - 6$ ជាកត្តានៃពហុធា $f(x) = 2x^4 + x^3 - ax^2 + bx + a + b - 1$

ចូររកតម្លៃ a និង b ។

$$x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$$

$$f(-3) = 0, f(2) = 0$$

$$\Rightarrow a = 16, b = 3$$

ចម្លើយ: B. $a = 16, b = 3$

វិញ្ញាបនបត្រកម្ពុជាឆ្នាំទី១០

គ្រូបង្រៀនប្រឡងសិស្សពូកែ

គណិតវិទ្យា

ឆ្នាំទី១០

1. គេឲ្យ a ជាចំនួនគត់មួយដែល $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{23} = \frac{a}{23!}$ កំណត់សំណល់ពេល a ចែក

នឹង 13។

A. 7

B. 17

C. 27

D. 37

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

$$2. \text{គណនា } P = \sqrt{1 + 2009^2 + \frac{2009^2}{2010^2} + \frac{2009}{2010}}$$

A. 2000

B. 0

C. 2010

D. 2001

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

3. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^2 - 4\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + 3 = 0$

$$A. x = -3, x = -7$$

$$B. x = 3, x = 7$$

$$C. x = -3, x = 7$$

$$D. x = 3, x = -7$$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

4. រកតម្លៃចំណុចនៃ $y = \frac{\sqrt{x-4}}{2x}$

A. 1

B. 0

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{8}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

5. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម៖ $A = 2x^2 - 2xy + 5y^2 + 5$

A. 5

B. 10

C. 15

D. 20

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

6. ដោះស្រាយវិសមភាព $|x+3| > |2x-1|$

A. $\frac{2}{3} < x < 4$

B. $-\frac{2}{3} < x < -4$

C. $\frac{2}{3} < x < -4$

D. $-\frac{2}{3} < x < 4$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

7. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 10y$

A. -7

B. 7

C. -17

D. 17

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

8. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = \frac{x^2 - 2x + 2010}{x^2}$; ($x \neq 0$)

A. 2009

B. 2010

C. $\frac{2010}{2009}$

D. $-\frac{2010}{2009}$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. ចំនួន N ជាផលគុណនៃពីរចំនួនបឋម ហើយមានផលបូកតូចកិច្ចមានតូចជាង N ស្មើនឹង 2020។ រកតម្លៃនៃ N ?

A. 4044

B. 3404

C. 3034

D. 4034

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

10. រកមួយចំនួនមាន ៤ លេខ ដោយដឹងថាចំនួននោះជាការប្រាកដបើគេចែកមួយលើខ្ទង់នីមួយៗ គេក៏បានការប្រាកដដដែល។

A. 2021

B. 2023

C. 2025

D. 2027

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

$$11. \text{គណនា} = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}}$$

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. a, b ជាចំនួនគត់អវិជ្ជមាន។ ដោយដឹងថា $a^2 + b^2 = 13$ ។ ចូរគណនា $a + b$

MOSC

A. 5

B. 10

C. 15

D. 20

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

13. គេមានបន្ទះលោហៈមួយដែលមានកម្រាស់ $3mm$ ហើយមានទម្ងន់ $264kg$ ។ ចូរកម្ចែក្រឡានៃបន្ទះលោហៈនេះគិតជា m^2 ដោយដឹងថាម៉ាស់មាឌនៃលោហៈនេះគឺ $8kg/dm^3$ ។

A. $1m^2$

B. $11m^2$

C. $2m^2$

D. $22m^2$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

14. រកគូរនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប (x, y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់: $x^2 - 249xy - 250y^2 = 6033$

A. $(x = 11, y = -8); (x = -11, y = 8)$ ឬ $(x = 2003, y = 8); (x = -2003, y = -8)$

B. $(x = -8, y = 11); (x = -11, y = -8)$ ឬ $(x = -2003, y = 8); (x = 2003, y = -8)$

C. $(x = 11, y = 8); (x = -11, y = -8)$ ឬ $(x = -2003, y = 8); (x = 2003, y = -8)$

D. $(x = 8, y = -8); (x = 11, y = -11)$ ឬ $(x = -2003, y = 8); (x = -2003, y = 8)$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

15. តើមានចំនួនគត់ n ប៉ុន្មានខ្លះដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7} < \frac{n}{13} < \frac{4}{5}$?

A. $n = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

B. $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

C. $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

D. $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

ជំនោះស្រាយ វិញ្ញាណកម្ម

កម្រិតថ្នាក់ទី១០

គ្រូបង្រៀនសិស្សពូកែកម្ពុជា

សិស្សឆ្នាំទី១០

1. គេឲ្យ a ជាចំនួនគត់មួយដែល $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{23} = \frac{a}{23!}$ ។

កំណត់សំណល់ពេល a ចែកនឹង 13 ។

យើងមាន $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{23} = \frac{a}{23!}$

$\Leftrightarrow 23! + \frac{23!}{2} + \frac{23!}{3} + \dots + \frac{23!}{23} = a$

យើងសង្កេតឃើញថានៅសងខាង $\frac{23!}{13}$ សុទ្ធតែជាចំនួនចែកដាច់នឹង 13

$\Rightarrow a \equiv \frac{23!}{13} \equiv 12! \cdot 14 \cdot 15 \dots 23 \equiv 12! \cdot 10! \pmod{13}$

តាមគ្រឹស្តីបទ Fermat គេបាន:

$\Rightarrow a \equiv (13-1)! \cdot \frac{(13-1)!}{11 \cdot 12} \equiv \frac{1}{11 \cdot 12} \equiv 7 \pmod{13}$

ដូចនេះសំណល់ a ចែកដាច់នឹង 13 គឺ 7 ។

ចម្លើយ: A. 7

2. គណនា $P = \sqrt{1 + 2009^2 + \frac{2009^2}{2010^2} + \frac{2009}{2010}}$

យើងមាន $2010^2 = (2009 + 1)^2$

$\Rightarrow 2010^2 = 2009^2 + 2 \cdot 2009 + 1$

$\Rightarrow 2009^2 + 1 = 2010^2 - 2 \cdot 2009$

$P = \sqrt{2010^2 - 2 \cdot 2009 + \frac{2009^2}{2010^2} + \frac{2009}{2010}}$

$= \sqrt{\left(2010 - \frac{2009}{2010}\right)^2 + \frac{2009}{2010}}$

$= 2010 - \frac{2009}{2010} + \frac{2009}{2010}$

ដូចនេះ: $P = 2010$

ចម្លើយ: C. 2010

3. ដោះស្រាយសមីការ $\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)^2 - 4\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) + 3 = 0$

យើងតាង $\frac{2x-1}{x+2} = t$ ល.ន $x \neq -2$

$\Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{2x-1}{x+2} = 1$

$\Rightarrow 2x - 1 = x + 2 \Rightarrow x = 3$

ហើយ $\frac{2x-1}{x+2} = 3$

$\Rightarrow 2x - 1 = 3(x + 2)$

$2x - 1 = 3x + 6$

$x = -7$

ដូចនេះ សមីការមានឫសៈ $x = 3; x = -7$

ចម្លើយ: D. $x = 3, x = -7$

4. រកតម្លៃធំបំផុតនៃ $y = \frac{\sqrt{x-4}}{2x}$

$y = \frac{\sqrt{x-4}}{2x}$

ល.ន $\begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow x \geq 4$

តាមវិសមីការកូស៊ី

$x - 4 + 4 \geq 2\sqrt{(x-4)4}$

$\Rightarrow \frac{x-4+4}{2} \geq \sqrt{(x-4)4}$

$\frac{x}{2} \geq \sqrt{(x-4)4}$

$\frac{x}{2} \leq 2\sqrt{(x-4)}$

$\frac{x}{4.2x} \geq \frac{\sqrt{x-4}}{2x}$

$\frac{1}{8} \geq \frac{\sqrt{x-4}}{2x}$

$\Rightarrow y \leq \frac{1}{8}$

ដូចនេះតម្លៃធំបំផុតនៃ y គឺ $\frac{1}{8}$

ចម្លើយ: D. $\frac{1}{8}$

5. រកតម្លៃធំបំផុតនៃកន្សោម: $A = 2x^2 - 2xy + 5y^2 + 5$

$A = 2x^2 - 2xy + 5y^2 + 5$

$= 2(x^2 - xy) + 5y^2 + 5$

$= 2\left(x^2 - xy + \frac{y^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right) + 5y^2 + 5$

$= 2\left[\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 - \frac{y^2}{4}\right] + 5y^2 + 5$

$= 2\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 - \frac{y^2}{2} + 5y^2 + 5$

$= 2\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 - \frac{y^2}{2} + 5y^2 + 5 \geq 5$

ព្រោះ $2\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 \geq 0$ និង $\frac{9y^2}{2} \geq 0$

$\Rightarrow A \geq 5$

ដូចនេះ តម្លៃធំបំផុតនៃ A គឺ 5

ចម្លើយ: A. 5

6. ដោះស្រាយវិសមីការ $|x + 3| > |2x - 1|$

$|x + 3| > |2x - 1|$

តម្លៃធំបំផុតនៃ x គឺ $\frac{1}{3}$

$(x + 3)^2 > (2x - 1)^2$

$\Rightarrow (2x - 1)^2 - (x + 3)^2 < 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 - (x^2 + 6x + 9) < 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 - x^2 - 6x - 9 < 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 10x - 8 < 0$

$\Rightarrow (3x + 2)(x - 4) < 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 2 < 0 \\ x - 4 < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ x < 4 \end{cases}$ និង $\Rightarrow \begin{cases} 3x + 2 < 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ x < 4 \end{cases}$ និង $\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ x > 4 \end{cases}$

$\Rightarrow -\frac{2}{3} < x < 4$

ដូចនេះ វិសមីការមានឫសៈ $-\frac{2}{3} < x < 4$

ចម្លើយ: D. $-\frac{2}{3} < x < 4$

MOSC

7. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 10y$

យើងមាន $A = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 10y$

$$= x^2 + y^2 + 1 - 2xy + 2x - 2y + y^2 - 8y + 16 - 17$$

$$= (x - y + 1)^2 + (y - 4)^2 - 17 \geq -17$$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម A គឺ -17

ចម្លើយ: C. -17

8. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = \frac{x^2 - 2x + 2010}{x^2}$; ($x \neq 0$)

យើងមាន $A = \frac{x^2 - 2x + 2010}{x^2}$

$$= \frac{2010(x^2 - 2x + 2010)}{2010x^2}$$

$$= \frac{2010x^2 - 2 \cdot x \cdot 2010 + 2010^2}{2010x^2}$$

$$= \frac{2009x^2 + x^2 - x \cdot 2010 + 2010^2}{2010x^2}$$

$$= \frac{2009x^2}{2010x^2} + \frac{(x - 2010)^2}{2010x^2}$$

$$= \frac{(x - 2010)^2}{2010x^2} + \frac{2009}{2010} \text{ (ព្រោះ } x \neq 0)$$

$$\Rightarrow A \geq \frac{2009}{2010} \text{ ព្រោះ } \frac{(x - 2010)^2}{2010x^2} \geq 0$$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម A គឺ $\frac{2009}{2010}$

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

9. ចំនួន N ជាផលគុណនៃពីរចំនួនបឋម ហើយមានផលបូកតូចកំរិតមានតូចជាង N ឆ្នាំនឹង 2020។ រកតម្លៃនៃ N ?

រកតម្លៃនៃ N

តាង $N = p \times q$ ដែល p និង q ជាចំនួនបឋម

តូចកំរិតមាននៃ N គឺ $1, p, q$

គេបាន $1, p, q = 2020 \Rightarrow p + q = 2019$

នោះក្នុងចំណោម p និង q ត្រូវមានមួយជាចំនួនគូរ

បើ $p < q \Rightarrow p = 2, q = 2017$ ជាចំនួនបឋម

ដូចនេះ $p \times q = 2 \times 2017 = 4034$

ចម្លើយ: D. 4034

10. រកមួយចំនួនមាន 4 លេខ ដោយដឹងថាចំនួននោះជាការប្រាកដបើគេថែមមួយលើខ្ទង់ និមួយៗ គេក៏បានការប្រាកដដដែល។
ឧបមាថាចំនួននោះគឺ $\overline{abcd}$

$$\text{នោះ } \overline{abcd} = x^2 \Rightarrow \overline{(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)} = y^2$$

$$\Rightarrow y^2 - x^2 = 1111$$

$$\Rightarrow (y - x)(y + x) = 1111$$

ម្យ៉ាងទៀត x, y ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$$\text{ហើយ } 1111 = 101 \times 11 = 1111 \times 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (y - x)(y + x) = 101 \times 11 \\ (y - x)(y + x) = 1111 \times 1 \text{ (មិនពិត)} \end{cases}$$

$$\text{ដោយ } (y - x)(y + x) = 11 \cdot 101$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y - x = 11 \\ y + x = 101 \end{cases}$$

$$\text{បូកអង្គនិងអង្គ} \Rightarrow 2y = 112$$

$$\Rightarrow y = 56 \Rightarrow x = 45$$

$$\text{យើងបាន } \overline{abcd} = x^2 = 2025; y^2 = 3136$$

ដូចនេះ ចំនួននោះគឺ 2025

ចម្លើយ: C. 2025

$$11. \text{ គណនា } B = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}}$$

$$B = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}} \quad B > 2$$

$$B^2 = 5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}$$

$$\Rightarrow B^2 - 5 = \sqrt{13 - B}$$

$$\Rightarrow (B^2 - 5)^2 = 13 + B$$

$$\Rightarrow B^4 - 10B^2 + 25 = 13 + B$$

$$\Rightarrow B^4 - 10B^2 - B + 12 = 0$$

$$\Rightarrow B^4 - 9B^2 - B^2 + 9 - B + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (B^4 - 9B^2) - (B^2 - 9) - (B - 3) = 0$$

$$\Rightarrow B^2(B^2 - 9) - (B^2 - 9) - (B - 3) = 0$$

$$\Rightarrow B^2(B - 3)(B + 3) - (B - 3)(B + 3) - (B - 3) = 0$$

$$\Rightarrow (B - 3)(B^3 + 3B^2 - B - 4) = 0$$

$$\text{ដោយ } B > 2$$

$$\Rightarrow B^3 + 3B^2 - B - 4 > 0$$

$$\Rightarrow B - 3 = 0$$

$$\text{ដូចនេះ } B = 3$$

ចម្លើយ: E. មិនមានចម្លើយនៅខាងលើ

12. a, b ជាចំនួនគត់អវិជ្ជមាន។ ដោយដឹងថា $a^2 + b^2 = 13$ ។ ចូរគណនា $a + b$

$$\text{យើងមាន: } a^2 + b^2 = 13$$

$$\text{កែ } 13 = 4 + 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{ដូចនេះ } a + b = 5$$

ចម្លើយ: A. 5

13. គេមានបន្ទះលោហៈមួយដែលមានកម្រាស់ $3mm$ ហើយមានទម្ងន់ $264kg$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈនេះគិតជា m^2 ដោយដឹងថាមាសមាឌនៃលោហៈនេះគឺ $8kg/dm^3$ ។ រកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈនេះគិតជា m^2

$$\text{ទម្ងន់លោហៈក្នុង } 1m^2$$

$$10 \times 10 \times 0.03 \times 8 = 24kg$$

$$\text{ផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈគឺ } \frac{264}{24} = 11m^2$$

$$\text{ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈគឺ } S = 11m^2$$

$$\text{ចម្លើយ: B. } 11m^2$$

14. រកនូវចំនួនគត់ x, y ទីបី (x, y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់: $x^2 - 249xy - 250y^2 = 6033$

យើងមាន:

$$x^2 - 249xy - 250y^2 = 6033$$

$$x^2 - y^2 - 249xy - 249y^2 = 6033$$

$$(x^2 - y^2) - 249y(x + y) = 6033$$

$$(x - y)(x + y) - 249y(x + y) = 6033$$

$$(x + y)(x - y - 249y) = 6033$$

$$(x + y)(x - 250y) = 6033 = 3 \times 2011$$

$$\text{គេបាន } \begin{cases} x + y = 3 \\ x - 250y = 2011 \end{cases} \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} x + y = 2011 \\ x - 250y = 3 \end{cases}$$

$$\text{នាំឲ្យ } \begin{cases} x = 11 \\ y = -8 \end{cases} \quad \text{ឬ} \quad \begin{cases} x = 2003 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$\text{ដូចនេះយើងបាន } (x = 11, y = -8); (x = -11, y = 8) \text{ ឬ } (x = 2003, y = 8); (x = -2003, y = -8)$$

$$\text{ចម្លើយ: A. } (x = 11, y = -8); (x = -11, y = 8) \text{ ឬ } (x = 2003, y = 8); (x = -2003, y = -8)$$

15. តើមានចំនួនគត់ n ប៉ុន្មានខ្លះដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{2}{7} < \frac{n}{13} < \frac{4}{5}$?

$$\text{រកចំនួនគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ } \frac{2}{7} < \frac{n}{13} < \frac{4}{5}$$

យើងមាន

$$\frac{2}{7} < \frac{n}{13} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{7} \times 13 < \frac{n}{13} \times 13 < \frac{4}{5} \times 13$$

$$\frac{26}{7} < n < \frac{52}{5}$$

$$3.71 < n < 10.2$$

$$\text{ដោយ } n \text{ ជាចំនួនគត់ នោះគេបាន } n = 4; 5; 6; 7; 8; 9 \text{ និង } 10$$

$$\text{ដូចនេះ យើងបាន } n = 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$$

$$\text{ចម្លើយ: B. } n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$