



សាកលវិទ្យាល័យ បូជបុត្រ ភ្នំពេញ

គណិតវិទ្យា

ប្រធានបទ

កំណែសម្រាប់ប្រើប្រាស់ក្នុងសាលា



អ្នកបោះពុម្ព: វ៉េន ចាន់ណា

ឆ្នាំ ២០២៣

អារម្ភកថា

សូមគោរពសម្រាប់ស្ត្រីស្នេហាមិត្តភក្តិ ប្រិយមិត្តភក្តិសិក្សាទាំងអស់ជាទីស្រឡាញ់និង
ជាទីរាប់រាន !

សៀវភៅ "កំណែលំហាត់កិច្ចការស្រាវជ្រាវប្រាជ្ញាបីលើក" ដែលខ្ញុំបានរៀបរៀងឡើងមក
នេះជាចំណែក មួយដើម្បីជំនួយក្នុងការហ្វឹកហ្វឺនបងសិស្សនិស្សិត លើមុខវិជ្ជាប្រាជ្ញាបីលើក
។ ក្នុងនោះដែរយើងខ្ញុំបានរៀបចំផ្នែកលំហាត់ភ្ជាប់ជាមួយនំណោះស្រាយស្រាប់ដែលបង្កើនភាព
ងាយស្រួលសម្រាប់អ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវ។

កំហុសខ្លះៗដោយអចេតនា ប្រាកដជាត្រូវបានឡើងដាក់ជាជនខាន អាស្រ័យហេតុនេះខ្ញុំ
បានសុំអ្នករៀបរៀង រង់ចាំជានិច្ចនូវផែនការនៃបែបស្ថាបនា ពីសំណាក់អ្នកសិក្សាគ្រប់ជន្មាន
ដើម្បីកែលម្អសៀវភៅនេះឱ្យកាន់តែល្អប្រសើរបន្ថែមទៀត។

ជាទីបញ្ចប់យើងខ្ញុំសូមជូនពរដល់សិស្សានុសិស្សនិងអ្នកសិក្សាទាំងអស់ឱ្យជួបតែសំណាង
ល្អ បានសុភមង្គល និងទទួលបានជោគជ័យរាល់ការបំពេញការងារផ្សេងៗកុំបីខាន។

----- ✂ -----

ផ្នែកលំហាត់

1. តើមានកាតសម្គាល់ខ្លួនប៉ុន្មានផ្សេងគ្នាដែលអាចបង្កើតបានបើមាន 6 ខ្ទង់នៅលើកាតនិងមិនមានលេខណាមួយត្រូវបានប្រើច្រើនជាងមួយដង?
2. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំអាចជ្រើសរើសសិស្ស 4 ចេញពីថ្នាក់ដែលមាន 12 នាក់បើសិស្សម្នាក់ទទួលបានភារកិច្ចដូចៗគ្នា? តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគ្រូដឹកនាំសិស្សអាចជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ៗទទួលបានភារកិច្ចផ្សេងគ្នា?
3. តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគេអាចតម្រៀបទង់ជាតិចំនួន 7 ដែលក្នុងនោះមានទង់ជាតិពណ៌ក្រហម 3 ដូចគ្នា ខៀវ 2 ដូចគ្នានិង ស 2 ដូចគ្នា?
4. នៅហាងកាហ្វេមួយមានបម្រើកាហ្វេ 12 ប្រភេទផ្សេងគ្នា។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលហាងកាហ្វេ 4 ប្រភេទ ផ្សេងគ្នាត្រូវបានជ្រើសរើស?
5. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចជ្រើសរើសការ៉េម 3 ប្រភេទនិងត្រីមខាងលើ 2 ប្រភេទពីបង្គោមបូហ្វេដែលមានការ៉េម 10 ប្រភេទនិងត្រីមខាងលើ 6 ប្រភេទ?
6. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលជ្រើសរើសបានសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាលចេញពីសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 8 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 9 ក្បាលបើសៀវភៅត្រូវបានជ្រើសរើសដោយសំចៃដន្យ។
7. កាតក្រហមនិងកាតខ្មៅដែលនីមួយៗចុះលេខពី 2 ដល់ 9 ត្រូវបានដាក់ចូលក្នុងថង់មួយ។ កាត 4 ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយសំចៃដន្យដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាបដែល៖
 - ក. កាតទាំង 4 មានពណ៌ក្រហម
 - ខ. កាតក្រហម 2 និង កាតខ្មៅ 2
 - គ. យ៉ាងហោចណាស់មានកាតក្រហម 1
 - ឃ. កាតទាំង 4 ពណ៌ខ្មៅ ។
8. នៅក្នុងថង់តុមួយមានស្រោមជើងក្រហមដូចៗគ្នាចំនួន 11 និងស្រោមជើងខ្មៅដូចៗគ្នាចំនួន 8 ។ ឧបមាថាអ្នកជ្រើសរើស 2 ដោយសំចៃដន្យនៅពេលឯងដឹក។
 - ក. ប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងក្រហម 1 គូ

- ខ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងខ្មៅ 1 គូ
 - គ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើង 2 យ៉ាងតិចដែលមានពណ៌ខុសគ្នា
9. ក្រុមបាល់ទាត់មួយមាននិស្សិតឆ្នាំទីមួយ 20 នាក់ ឆ្នាំទីពីរមាន 20 នាក់ និស្សិតឆ្នាំទីបីមាន 15 នាក់ និងនិស្សិតឆ្នាំទីបួនមាន 10 នាក់។ កីឡាករ 4 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដើម្បីធ្វើជាប្រធានក្រុម។ រកប្រូបាប៊ីលីតេ
- ក.ទាំង 4 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទី 4
- ខ.មានម្នាក់ពីឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ
 - គ.មាន 2 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីពីរនិងនិស្សិតឆ្នាំទីមួយ
10. នៅក្នុងចង្កូមួយមានបាល់ក្រហម 9 និងបាល់ស 8 និងបាល់ខៀវ 6 ។ គេជ្រើសរើសយកបាល់ 2 ដោយចៃដន្យម្តងមួយពីដោយដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែល៖
- ក.បាល់ទីមួយមានពណ៌ក្រហមនិងបាល់ទីពីរមានពណ៌ស
 - ខ.បាល់ទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា
 - គ.បាល់ទីពីរមានពណ៌ខៀវ ។
11. ពិលមួយមានថ្ម 6 គ្រាប់ក្នុងនោះមានថ្ម 2 គ្រាប់ខូច។ បើថ្ម 2 គ្រាប់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមួយដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលថ្មទាំងពីរជាថ្មខូច?
12. គ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហមមួយគ្រាប់និងសមួយគ្រាប់ត្រូវបានបោះម្តងៗ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 4 លើគ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហម B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកមុខលើគ្រាប់ឡូកឡាក់ទាំងពីរជាលេខសេស C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 5 លើគ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហម D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកទាំងពីរលើគ្រាប់ឡូកឡាក់ស្មើ 11 ។
- ក.តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?
 - ខ.តើ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

13. នៅក្នុងគ្រួសារដែលមានកូនពីរនាក់។ សន្មតថាឱកាសមានកូនប្រុសឬកូនស្រីស្មើគ្នា។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមានកូនស្រីមួយយ៉ាងច្រើនម្នាក់ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមួយមានកូនភេទដូចគ្នា។
- ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?
 - ខ. បើគ្រួសារមានកូនបីនាក់វិញ
14. សន្មតថាកាក់ស្មើសាច់មួយត្រូវបានបោះពីរដង។ កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម
- ❖ A : កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីមួយ
 - ❖ B : កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីពីរ
 - ❖ C : កាក់ចេញលទ្ធផលដូចគ្នានូវការបោះទាំងពីរលើក
- តើ A, B និង C មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?
15. ក្នុងថង់ទី 1 មានបាល់ក្រហម 5 និងបាល់ខ្មៅ 3 ។ ក្នុងថង់ទី 2 មានបាល់ក្រហម 3 និងបាល់ខ្មៅ 1 ។ ក្នុងថង់ទី 3 មានបាល់ក្រហម 4 និងបាល់ខ្មៅ 2 ។ បើថង់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនិងបាល់មួយត្រូវបានចាប់យក រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម។
16. ការដឹកជញ្ជូនប្រអប់ពីរដែលនីមួយៗមានទូរសព្ទ 6 គ្រឿងត្រូវបានទទួលដោយហាងលក់។ ប្រអប់ទី 1 មានទូរសព្ទខូច 1 និប្រអប់ទី 2 មានទូរសព្ទខូច 2 ។ បន្ទាប់ពីប្រអប់ទាំងពីរត្រូវបានបើក ទូរសព្ទមួយត្រូវបានជ្រើសរើសយកដោយចៃដន្យហើយរកឃើញថាវាខូច។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចេញពីប្រអប់ទី 2 ។
17. ហាងទំនិញមួយទិញទំនិញពីរោងចក្រ 3 ផ្សេងគ្នា។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ A មានម្ហូខៀវ 12 ម្ហូកក្រហម 6 និងម្ហូកបៃតង 6 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ B មានម្ហូខៀវ 10 ម្ហូកក្រហម 10 និងម្ហូកបៃតង 4 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ C មានម្ហូខៀវ 8 ម្ហូកក្រហម 8 និងម្ហូកបៃតង 8 ។ បើប្រអប់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសហើយម្ហូកមួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់។
- ក. បើម្ហូកនោះជាម្ហូកក្រហម រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ A ។
 - ខ. បើម្ហូកនោះជាម្ហូកបៃតង រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B ។
18. ក្រុមហ៊ុនមានវិធីសាស្ត្រដើម្បីបំប៉នបុគ្គលិកខ្លួន។ ដោយកត្តាពេលវេលា បរិយាកាស និងទីតាំងក្រុមហ៊ុនបញ្ជូន 20% នៃបុគ្គលិកខ្លួននៅទីតាំង A 35% នៃបុគ្គលិកខ្លួនទៅទីតាំង B 45% នៃបុគ្គលិកខ្លួន

ទៅទីតាំង C ។ នៅទីតាំង A មានអត្រាប្រឡងជាប់ 80% ទីតាំង B មានអត្រាប្រឡងជាប់ 75% និង
ទីតាំង C មានអត្រាប្រឡងជាប់ 60% ។

- ក.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងជាប់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង B
- ខ.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងធ្លាក់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង C ។

ផ្នែកដំណោះស្រាយ

1. តើមានកាតសម្គាល់ខ្លួនប៉ុន្មានផ្សេងគ្នាដែលអាចបង្កើតបានបើមាន 6 ខ្ទង់នៅលើកាតនិងមិនមានលេខណាមួយត្រូវបានប្រើច្រើនជាងមួយដង?

ចម្លើយ: ដោយកាតទាំងអស់មាន 10 ជម្រើសចាប់ពី 0 ដល់ 9

$$\text{យើងបាន } n(s) = P(10, 6) = \frac{10!}{(10-6)!} = 151200 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ លេខសម្គាល់ខ្លួនមាន 6 មាន 151200 របៀប។

2. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំអាចជ្រើសរើសសិស្ស 4 ចេញពីថ្នាក់ដែលមាន 12 នាក់បើសិស្សម្នាក់ទទួលបានភារកិច្ចដូចៗគ្នា? តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគ្រូដឹកនាំសិស្សអាចជ្រើសរើសសិស្សម្នាក់ៗទទួលបានភារកិច្ចផ្សេងគ្នា?

ចម្លើយ: ក. រកចំនួនរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំសិស្ស

$$\text{តាមរូបមន្ត } C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\text{ដោយ } n = 12, r = 4$$

$$\Rightarrow C(12, 4) = \frac{12!}{8!4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8! \times 4!} = 495$$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបដែលគ្រូដឹកនាំសិស្សមានភារកិច្ចដូចគ្នាគឺមាន 495 របៀប

ខ. រកចំនួនរបៀបដែលគ្រូអាចដឹកនាំសិស្ស

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\Rightarrow P(12, 4) = \frac{12!}{8!} = 11880 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបដែលគ្រូអាចដឹកនាំសិស្សមានភារកិច្ចផ្សេងៗគ្នាគឺ 11880 របៀប។

3. តើមានប៉ុន្មានរបៀបផ្សេងគ្នាដែលគេអាចតម្រៀបទង់ជាតិចំនួន 7 ដែលក្នុងនោះមានទង់ជាតិពណ៌ក្រហម 3 ដូចគ្នា ខៀវ 2 ដូចគ្នានិង ស 2 ដូចគ្នា?

ចម្លើយ: រកចំនួនរបៀបនៃការតម្រៀបទង់ជាតិ

$$\text{គេបាន } \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}, n = 7, n_1 = 3, n_2 = 2, n_3 = 3$$

$$\Rightarrow n(s) = \frac{7!}{3! 2! 2!} = 210 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ ចំនួនចម្លាស់នៃការតម្រៀបទង់ជាតិគឺ 210 របៀប។

4. នៅហាងកាហ្វេមួយមានបម្រើកាហ្វេ 12 ប្រភេទផ្សេងគ្នា។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលហាងកាហ្វេ 4 ប្រភេទ ផ្សេងគ្នាត្រូវបានជ្រើសរើស?

ចម្លើយ: រកចំនួនរបៀបដែលហាងកាហ្វេបានជ្រើសរើស

$$\text{តាមរូបមន្ត } C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$\text{ដោយ } n = 12, r = 4$$

$$\Rightarrow C(12, 4) = \frac{12!}{8! 4!} = 495$$

ដូចនេះ ចំនួនរបៀបដែលហាងកាហ្វេបានជ្រើសរើសគឺ មាន 495 របៀប។

5. តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលគេអាចជ្រើសរើសការ៉េម 3 ប្រភេទនិងត្រីមខាងលើ 2 ប្រភេទពីបង្គោមបូហ្វេដែលមានការ៉េម 10 ប្រភេទនិងត្រីមខាងលើ 6 ប្រភេទ?

ចម្លើយ: រកចំនួនរបៀបដែលអាចជ្រើសរើស

$$\text{តាមរូបមន្ត } C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$\text{ដោយ } n = 6, r = 2$$

$$\Rightarrow C(6, 2) = \frac{6!}{4! 2!} = 15 \text{ របៀប}$$

តាង A គេជ្រើសរើសការ៉េ 3 ប្រភេទនិងត្រីមខាងលើ 2 ប្រភេទពីបង្អួចមួយដែលមានការ៉េ 10 ប្រភេទ និងត្រីមខាងលើ 6 ប្រភេទ

$$\Rightarrow A = C(10, 3) \times C(6, 2) = \frac{10!}{7!3!} \times \frac{6!}{4!2!} = 1800 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ $A = 1800$ របៀប។

6. រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលជ្រើសរើសបានសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាលចេញពីសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 8 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 9 ក្បាលបើសៀវភៅត្រូវបានជ្រើសរើសដោយសំចៃដន្យ។

ចម្លើយ: តាង A ជាប្រូបាប៊ីលីតេដែលជ្រើសរើសបានសៀវភៅវិទ្យាសាស្ត្រ 3 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 4 ក្បាលចេញពីវិទ្យាសាស្ត្រ 8 ក្បាលនិងសៀវភៅគណិតវិទ្យា 9 ក្បាល។

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

ដែល $n(s) = C(17, 7) = \frac{17!}{10!7!} = 19448$

$$n(A) = C(8, 3) \times C(9, 4) = \frac{8!}{5!3!} \times \frac{9!}{5!4!} = 7056$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{7056}{19448} = 0.362814$$

ដូចនេះ $P(A) = 0,362814$

7. កាតក្រហមនិងកាតខ្មៅដែលនីមួយៗចុះលេខពី 2 ដល់ 9 ត្រូវបានដាក់ចូលក្នុងថង់មួយ។ កាត 4 ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយសំចៃដន្យដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេ

ចម្លើយ: ក. កាតទាំង 4 មានពណ៌ក្រហម

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានកាតទាំង 4 មានពណ៌ក្រហម

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)}$

$$n(s) = C(16, 4) = \frac{16!}{12! 4!} = 1820$$

$$n(A) = C(8, 4) = \frac{8!}{4! 4!} = 70$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{70}{1820} = 0.0384615$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(A) = 0.0384615$$

ខ.កាតក្រហម 2 និង កាតខ្មៅ 2

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានកាតក្រហម 2 និង កាតខ្មៅ 2

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(B) = \frac{n(B)}{n(s)}$$

$$n(B) = C(8, 2) \times C(8, 2)$$

$$\frac{8!}{6! 2!} \times \frac{8!}{6! 2!} = 784$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{784}{1820} = 0.430769$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(B) = 0,430769 \text{ ។}$$

គ.យ៉ាងហោចណាស់មានកាតក្រហម 1

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់យកកាតដែលយ៉ាងហោចណាស់មានកាតក្រហម 1

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(C) = \frac{n(C)}{n(s)}$$

$$n(C) = C(8, 1) \times C(8, 3) + C(8, 2) \times C(8, 2) + C(8, 4)$$

$$= 8 \times \frac{8!}{5! 3!} + \frac{8!}{6! 2!} \times \frac{8!}{6! 2!} + \frac{8!}{4! 4!} = 1302$$

$$\Rightarrow P(C) = \frac{1302}{1820} = 0,71$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(C) = 0,71$$

ឃ.កាតទាំង 4 ពណ៌ខ្មៅ

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(D) = \frac{n(D)}{n(s)}$$

$$P(D) = \frac{7 \times 5 \times 2}{1820} = 0,038$$

$$\text{ដូចនេះ } P(D) = 0.038$$

8. នៅក្នុងចតុមួយមានស្រោមជើងក្រហមដូចគ្នាចំនួន 11 និងស្រោមជើងខ្មៅដូចគ្នាចំនួន 8 ។ ឧបមាថាអ្នកជ្រើសរើស 2 ដោយចៃដន្យនៅពេលងងឹត។

ចម្លើយ: ក.ប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងក្រហម 1 គូ

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រោមជើងក្រហម 1 គូ

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(A) = \frac{n(A)}{n(s)}$$

$$n(A) = C(19, 2) = \frac{19!}{17! 2!} = 171$$

$$n(A) = C(11, 2) = \frac{11!}{9! 2!} = 55$$

$$\implies P(A) = \frac{55}{171} = 0.32$$

$$\text{ដូចនេះ } P(A) = 0.32 \text{ ។}$$

ខ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើងខ្មៅ 1 គូ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រោមជើងខ្មៅ 1 គូ

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$n(B) = C(8, 2) = \frac{8!}{6! 2!} = 28$$

$$\implies P(B) = \frac{28}{171} = 0.16$$

ដូចនេះ $P(B) = 0.16$

គ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចាប់បានស្រោមជើង 2 យ៉ាងតិចដែលមានពណ៌ខុសគ្នា

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានស្រោមជើង 2 យ៉ាងតិចដែលមានពណ៌ខុសគ្នា

តាមរូបមន្ត $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$

$n(C) = C(11, 1) \times C(8, 1) = 88$

$n(S) = 171$

$\implies P(C) = \frac{88}{171} = 0.51462$

ដូចនេះ $P(C) = 0.51$

9. ក្រុមបាល់ទាត់មួយមាននិស្សិតឆ្នាំទីមួយ 20 នាក់ ឆ្នាំទីពីរមាន 20 នាក់ និស្សិតឆ្នាំទីបីមាន 15 នាក់ និង និស្សិតឆ្នាំទីបួនមាន 10 នាក់។ កីឡាករ 4 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដើម្បីធ្វើជាប្រធានក្រុម។ រកប្រូបាប៊ីលីតេ

ក.ទាំង 4 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទី 4

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលរើសបានទាំង 4 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីបួន

តាមរូបមន្ត $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$n(S) = C(65, 4) = \frac{65!}{61! 4!} = 677040$

$n(A) = C(10, 4) = \frac{10!}{6! 4!} = 210$

$\implies P(A) = \frac{210}{677040} = 0.000310174$

ដូចនេះ $P(A) = 0.000310174$

ខ.មានម្នាក់ពីឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មានម្នាក់ពីឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$n(B) = C(20, 1) \times C(20, 1) \times C(15, 1) \times C(10, 1) = 60000$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{60000}{677040} = 0.0886211$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(B) = 0.0886211$$

គ.មាន 2 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីពីរនិងនិស្សិតឆ្នាំទីមួយ

តាង C ជាព្រឹត្តិការណ៍មាន 2 នាក់ជានិស្សិតឆ្នាំទីពីរនិងនិស្សិតឆ្នាំទីមួយ

$$\text{តាមរូបមន្ត } P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

$$n(C) = C(20, 2) \times C(20, 2) = 36100$$

$$\Rightarrow P(C) = \frac{36100}{677040} = 0.0533203$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(C) = 0.0533203$$

10. នៅក្នុងថង់មួយមានបាល់ក្រហម 9 និងបាល់ស 8 និងបាល់ខៀវ 6 ។ គេជ្រើសរើសយកបាល់ 2 ដោយចៃដន្យម្តងមួយពីដោយដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែល៖

ក.បាល់ទីមួយមានពណ៌ក្រហមនិងបាល់ទីពីរមានពណ៌ស

ខ.បាល់ទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា

គ.បាល់ទីពីរមានពណ៌ខៀវ

ចម្លើយ: រកប្រូបាប៊ីលីតេ

ក.បាល់ទីមួយមានពណ៌ក្រហមនិងបាល់ទីពីរមានពណ៌ស

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់មានពណ៌ក្រហម

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់ពណ៌ស

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់ពណ៌ខៀវ

តាម $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ដោយ $P(A) = \frac{9}{23}$, $P(B) = \frac{8}{23} \implies P(A \cap B) = \frac{9}{23} \times \frac{8}{23} = 0.13$

ដូចនេះ $P(A \cap B) = 0.13$

ខ.បាល់ទាំងពីរមានពណ៌ដូចគ្នា

តាម $P(A \cap A) \cup P(B \cap B) \cup P(C \cap C) = P(A) \cdot P(A) + P(B) \cdot P(B) + P(C) \cdot P(C)$
 $= \frac{9}{23} \cdot \frac{9}{23} + \frac{8}{23} \cdot \frac{8}{23} + \frac{6}{23} \cdot \frac{6}{23} = 0.34$

ដូចនេះ $P(A \cap A) \cup P(B \cap B) \cup P(C \cap C) = 0.34$

គ.បាល់ទីពីរមានពណ៌ខៀវ

តាម $P(A \cup B) \cap P(C) = P(A) + P(B) \cdot P(C) = \frac{9}{23} + \frac{8}{23} \times \frac{6}{23} = 0.48$

ដូចនេះ $P(A \cup B) \cap P(C) = 0.48$

11. ពិលមួយមានថ្ម 6 គ្រាប់ក្នុងនោះមានថ្ម 2 គ្រាប់ខូច។ បើថ្ម 2 គ្រាប់ត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមួយដោយមិនដាក់ចូលវិញ។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលថ្មទាំងពីរជាថ្មខូច?

ចម្លើយ: រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលថ្មទាំងពីរជាថ្មខូច

តាង A ព្រឹត្តិការណ៍នេះ

តាម $P(A \cap A) = P(A) \cdot P(A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = 0.11$

ដូចនេះ $P(A \cap A) = 0.11$

12. គ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហមមួយគ្រាប់និងសមួយគ្រាប់ត្រូវបានបោះម្តងៗ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 4 លើគ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហម B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកមុខលើគ្រាប់ឡូកឡាក់ទាំងពីរជាលេខសេស C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 5 លើគ្រាប់ឡូកឡាក់ក្រហម D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកទាំងពីរលើគ្រាប់ឡូកឡាក់ស្មើ 11 ។

ក.តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

ខ.តើ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

ចម្លើយ: ក.តើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 4 លើគ្រាប់ឡកឡាក់ក្រហម

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកមុខលើគ្រាប់ឡកឡាក់ទាំងពីរជាលេខសេស

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានមុខលេខ 5 លើគ្រាប់ឡកឡាក់ក្រហម

D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលផលបូកទាំងពីរលើគ្រាប់ឡកឡាក់ស្មើ 11

$$A = [(R_4, W_1) \dots (R_4, W_6)]$$

$$B = \left\{ \left[\begin{array}{l} (R_1, W_4), (R_1, W_5), (R_1, W_6), (R_2, W_1), (R_2, W_3), (R_2, W_5), (R_3, W_2), (R_3, W_4) \\ (R_4, W_1), (R_1, W_3), (R_4, W_5), (R_5, W_2), (R_5, W_4), (R_5, W_6), (R_6, W_1), (R_6, W_3), (R_6, W_5) \end{array} \right] \right\}$$

$$C = [(R_5, W_1) \dots (R_5, W_6)] \quad D = [(R_5, W_6), (R_6, W_5)]$$

$$\implies n(s) = 36, P(B) = \frac{3}{6}, P(C) = \frac{1}{6}, P(D) = \frac{1}{18}, P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$$

$$\implies P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$\text{ដោយ } P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{12}$$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នា។

ខ.តើ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

$$C \cap D = \{[(R_5, W_6)]\} \implies n(C \cap D) = 1$$

$$\implies P(C) \cdot P(D) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{96}$$

$$\text{ដោយ } P(C \cap D) \neq P(C) \cdot P(D)$$

ដូចនេះ C និង D ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

13. នៅក្នុងគ្រួសារដែលមានកូនពីរនាក់។ សន្មតថាឱកាសមានកូនប្រុសឬកូនស្រីស្មើគ្នា។ តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមានកូនស្រីមួយយ៉ាងច្រើនម្នាក់ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមួយមានកូនភេទដូចគ្នា។

ចម្លើយ: ក. តើព្រឹត្តិការណ៍ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមានកូនស្រីមួយយ៉ាងច្រើនម្នាក់

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគ្រួសារមួយមានកូនភេទដូចគ្នា

$$A = \{[(R_1, W_1), (W_1, W_1)]\} \quad , \quad n(A) = 2$$

$$B = \{[(R_1, R_1), (W_1, W_1)]\}$$

$$\implies n(B) = 2 \quad , \quad n(S) = 4$$

$$\implies P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2} \implies P(B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{តាម } P(A \cap B) = 1$$

$$\implies P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ដោយ } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4}$$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាស្រ័យគ្នា។

ខ. បើគ្រួសារមានកូនបីនាក់វិញ

$$A = \{[(R_1, W_1), (W_1, W_1), (W_2, W_2)]\}$$

$$\implies n(A) = 3$$

$$B = \{(R_1, R_1), (W_1, W_1), (W_2, W_2)\}$$

$$\implies n(B) = 3 \quad , \quad P(A) = \frac{3}{4}$$

$$\text{ដោយ } n(A \cap B) = 2$$

$$\text{ដោយ } P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$$

ដូចនេះ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍អាស្រ័យគ្នា។

14. សន្មតថាកាក់ស្មើសាច់មួយត្រូវបានបោះពីរដង។ កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម

- ❖ A : កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីមួយ
- ❖ B : កាក់ចេញ H នៅការបោះលើកទីពីរ
- ❖ C : កាក់ចេញលទ្ធផលដូចគ្នានូវការបោះទាំងពីរលើក

តើ A, B និង C មិនអាស្រ័យគ្នាដែរឬទេ?

ចម្លើយ: កំណត់ព្រឹត្តិការណ៍៖

$$S = \{(HH), (HT), (TH), (TT)\}$$

$$n(S) = 4$$

$$A = \{(HH), (HT)\} \quad , \quad B = \{(HH), (TH)\} \quad , \quad C = \{(HH), (TT)\}$$

$$\implies P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

$$\implies P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

$$A \cap B \cap C = \{(HH)\} \quad , \quad n(A \cap B \cap C) = 1$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

$$\implies P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{8}$$

$$\text{ដោយ } P(A \cap B \cap C) \neq P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

ដូចនេះ A, B និង C អាស្រ័យគ្នា។

15. ក្នុងថង់ទី 1 មានបាល់ក្រហម 5 និងបាល់ខ្មៅ 3 ។ ក្នុងថង់ទី 2 មានបាល់ក្រហម 3 និងបាល់ខ្មៅ 1 ។ ក្នុងថង់ទី 3 មានបាល់ក្រហម 4 និងបាល់ខ្មៅ 2 ។ បើថង់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនិងបាល់មួយត្រូវបានចាប់យក រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម។

ចម្លើយ: រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម

តាង R ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបាល់នោះមានពណ៌ក្រហម

A ជាព្រឹត្តិការណ៍ថង់ទី 1

B ជាព្រឹត្តិការណ៍ថង់ទី 2

C ជាព្រឹត្តិការណ៍ថង់ទី 3

$$\text{តាម } P(R) = P(R/A) + P(R/B) + P(R/C)$$

$$\text{ដោយ } P(R/A) = \frac{P(R/A) \cdot P(A)}{P(R/A) \cdot P(A) + P(R/B) \cdot P(B) + P(R/C) \cdot P(C)}$$

$$= \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}}{\left(\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3}\right)}$$

$$= 0,1417$$

$$P(R/B) = \frac{P(R/B) \cdot P(B)}{P(R/B) \cdot P(B) + P(R/A) \cdot P(A) + P(R/C) \cdot P(C)}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}}{\left(\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}\right)} = 0.367347$$

$$P(R/C) = \frac{P(R/C) \cdot P(C)}{P(R/C) \cdot P(C) + P(R/A) \cdot P(A) + P(R/B) \cdot P(B)}$$

$$= \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3}}{\left(\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{3}\right)} = 0.326531$$

$$\implies P(R) = 0.1417 + 0.367347 + 0.326531 = 0.835578$$

$$\text{ដូចនេះ: } P(R) = 0.835578$$

16. ការដឹកជញ្ជូនប្រអប់ពីរដែលនីមួយៗមានទូរសព្ទ 6 គ្រឿងត្រូវបានទទួលដោយហាងលក់។ ប្រអប់ទី 1 មានទូរសព្ទខូច 1 និប្រអប់ទី 2 មានទូរសព្ទខូច 2 ។ បន្ទាប់ពីប្រអប់ទាំងពីរត្រូវបានបើក ទូរសព្ទមួយត្រូវបានជ្រើសរើសយកដោយចៃដន្យហើយរកឃើញថាវាខូច។ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចេញពីប្រអប់ទី 2 ។

ចម្លើយ: រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលចេញពីប្រអប់ទី 2

តាង A ប្រអប់ទី 1

B ប្រអប់ទី 2

A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលជ្រើសរើសបានទូរសព្ទខូច

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } P(A_1/B) &= \frac{P(A_1/B) \cdot P(B)}{P(A_1/B) \cdot P(B) + P(A_1/A) \cdot P(A)} \\ &= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = 0.25 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $P(A_1/B) = 0.25$ ។

17. ហាងទំនិញមួយទិញទំនិញពីរោងចក្រ 3 ផ្សេងគ្នា។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ A មានម្នាក់ខៀវ 12 ម្នាក់ក្រហម 6 និងម្នាក់បៃតង 6 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ B មានម្នាក់ខៀវ 10 ម្នាក់ក្រហម 10 និងម្នាក់បៃតង 4 ។ នៅក្នុងប្រអប់របស់រោងចក្រ C មានម្នាក់ខៀវ 8 ម្នាក់ក្រហម 8 និងម្នាក់បៃតង 8 ។ បើប្រអប់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសហើយម្នាក់មួយត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីប្រអប់។

- ក. បើម្នាក់នោះជាម្នាក់ក្រហម រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ A ។
- ខ. បើម្នាក់នោះជាម្នាក់បៃតង រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B ។

ចម្លើយ: ក. បើម្នាក់នោះជាម្នាក់ក្រហម រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ A

តាង A_1 រោងចក្រ A

B_1 រោងចក្រ B

C_2 រោងចក្រ C

A_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានម្នាក់ក្រហម

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } P(A_2/A_1) &= \frac{P(A_2/A_1) \cdot P(A_1)}{P(A_2/A_1) \cdot P(A) + P(A_2/B_1) \cdot P(B_1) + P(A_2/C_1) \cdot P(C_1)} \\ &= \frac{\frac{6}{24} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{6}{24} \cdot \frac{1}{23} + \frac{10}{24} \cdot \frac{1}{3} + \frac{8}{24} \cdot \frac{1}{3}} = 0.319444 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $P(A_2/A_1) = 0.319444$ ។

ខ.បើម្នាក់នោះជាម្នាក់បែតង រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B

តាង B_2 ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលវាចេញពីប្រអប់របស់រោងចក្រ B

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } P(B_2/B_1) &= \frac{P(B_2/B_1) \cdot P(B_1)}{P(B_2/B_1) \cdot P(B_1) + P(B_2/A_1) \cdot P(A) + P(B_2/C_1) \cdot P(C_1)} \\ &= \frac{\frac{4}{24} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{4}{24} \cdot \frac{1}{3} + \frac{6}{24} \cdot \frac{1}{3} + \frac{8}{24} \cdot \frac{1}{3}} = 0.222222 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $P(B_2/B_1) = 0.2222$ ។

18. ក្រុមហ៊ុនមានវិធីសាស្ត្រដើម្បីបំប៉នបុគ្គលិកខ្លួន។ ដោយកត្តាពេលវេលា បរិយាកាស និងទីតាំងក្រុមហ៊ុនបញ្ជូន 20% នៃបុគ្គលិកខ្លួននៅទីតាំង A 35% នៃបុគ្គលិកខ្លួនទៅទីតាំង B 45% នៃបុគ្គលិកខ្លួនទៅទីតាំង C ។ នៅទីតាំង A មានអត្រាប្រឡងជាប់ 80% ទីតាំង B មានអត្រាប្រឡងជាប់ 75% និងទីតាំង C មានអត្រាប្រឡងជាប់ 60% ។

- ក.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងជាប់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង B
- ខ.បើបុគ្គលិកម្នាក់បានប្រឡងធ្លាក់ រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលគាត់បានទៅទីតាំង C ។

ចម្លើយ: ក.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបុគ្គលិកម្នាក់ប្រឡងជាប់នៅទីតាំង B

តាង A_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍បញ្ជូនបុគ្គលិកទៅទីតាំង A

B_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍បញ្ជូនបុគ្គលិកទៅទីតាំង B

C_1 ជាព្រឹត្តិការណ៍បញ្ជូនបុគ្គលិកទៅទីតាំង C

R ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបុគ្គលិកប្រឡងជាប់

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } P(R/B_1) &= \frac{P(R/B_1) \cdot P(B_1)}{P(R/B_1) \cdot P(B_1) + P(R/A_1) \cdot P(A_1) + P(R/C_1) \cdot P(C_1)} \\ &= \frac{(0.75) (0.35)}{(0.75) (0.35) + (0.8) (0.2) + (0.6) (0.45)} = 0.379061 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $P(R/B_1) = 0.379061$ ។

ខ.រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលបុគ្គលិកម្នាក់ប្រឡងធ្លាក់នៅទីតាំង C

តាង D ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលបុគ្គលិកប្រឡងធ្លាក់

$$\begin{aligned} \text{គេបាន } P(D/C_1) &= \frac{P(D/C_1) \cdot P(C)}{P(D/C_1) \cdot P(C) + P(D/A_1) \cdot P(A_1) + P(D/C_1) \cdot P(C_1)} \\ &= \frac{(0.40)(0.45)}{(0.40)(0.45) + (0.2)(0.2) + (0.25)(0.35)} = 0.585366 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(D/C_1) = 0.585366$$

ដូចនេះ $P(D/C_1) = 0.585366$ ។

