

កម្រងលំហាត់ត្រៀមប្រឡងសិស្សព្យាក

រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ លោកគ្រូ សួន សុវ៉ាន់ និង លោកគ្រូ ហ៊ុត សុំអាត

មានឯកសារជា Word វាយកុំព្យូទ័រឡើងវិញដោយ គុសិស្សមួយក្រុម

នៅវិទ្យាស្ថានគុកោសល្យរាជធានីភ្នំពេញ

ប្រសិនបើបងប្អូនចង់បានជា words សូមទាក់ទងតាមតេឡេក្រាម +855964033716

នេះជាគណនី ABA' : 500001247 (Channthol Nhim) សម្រាប់បងប្អូនចង់ជួយ
ដល់ក្រុមគុសិស្សដែលគាត់បានវាយឡើងវិញ ហើយគាត់កំពុងសិក្សា (មិនទាន់មានប្រាក់ខែ)

+ ដើម្បីសំរាយ "p ⇒ q" គេអាចប្រើសំរាយបញ្ជាក់ដោយផ្ទុយពីការពិតគឺ គេឧបមាថា q មិនពិត ហើយគេរកអោយបានលក្ខណៈមួយផ្ទុយពីការពិត ។

+ ដើម្បីសំរាយសំនើ "p(n); n ∈ IN" គេអាចប្រើសំរាយបញ្ជាក់ដោយកំនើន គឺត្រូវសំរាយថា :

(i) p(0) ពិត

(ii) បើ p(n) ពិតគេបង្ហាញថា p(n+1) ពិត

១- បើ a, b, c, d ∈ IR ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង ac = 2(b + d) បង្ហាញថាសមីការមួយយ៉ាងតិចក្នុងចំណោមសមីការ x² + ax + b = 0 និង x² + cx + d = 0 មានរឹសពិត ។

២- បើ 0 < a, b, c < 1 បង្ហាញថា ក្នុងចំណោមវិសមភាព a(1-b) > 1/4; b(1-c) > 1/4 និង C(1-a) > 1/4 មានមួយយ៉ាងតិចមិនពិត ។

៣- បើចំនួនគត់ a និង b បំបែករវាងគ្នា បង្ហាញថា A = 5a + 3b និង B = 13a + 8b បំបែករវាងគ្នា ។

៤- បើ n ∈ IN បង្ហាញថា 4n² - 2n + 13 មិនចែកដាច់នឹង 289 ។

៥- បើ a, b, c > 0 ដែល abc = 1 បង្ហាញថា a + b + c ≥ 3 ។

៦- បង្ហាញថាស្វ៊ីតខាងក្រោមកើន ហើយទីលំនៅ :

$$a) \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \sqrt{6 + U_n} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

$$b) \begin{cases} U_0 = \sqrt{a} \quad a > 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{a + U_n} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} U_0 = \frac{x}{2} ; 0 \leq x \leq 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2} + \frac{x}{2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

៧- គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ U₀ = √2 ; U_{n+1} = √(2 - U_n) ; n ∈ IN ។

បង្ហាញថា U_{2n+1} ≤ U_{2n+3} ≤ U_{2n+2} ≤ U_{2n} ; ∀ n ∈ IN ។

៨- គេអោយ (U_n) កំនត់ដោយ U₀ = 0 ; U_{n+1} = (U_n - 8) / (2U_n - 9) បង្ហាញថា U_n < 1 និងកើន ។

៩- បើ a ≠ b និង a + b > 0 បង្ហាញថា (aⁿ + bⁿ) / 2 > ((a + b) / 2)ⁿ ; ∀ n ∈ IN ; n ≥ 2

១០- បង្ហាញថា nⁿ⁺¹ > (n+1)ⁿ ; ∀ n ∈ IN ; n ≥ 3

១១- បើ n ≥ 2 បង្ហាញថា n/2 < 1 + 1/2 + ... + 1/(2ⁿ - 1) < n

១២- បង្ហាញថា e^x ≥ 1 + x + x²/2! + ... + xⁿ/n! ; ∀ x ≥ 0 ; n ∈ IN*

១៣- គេអោយ (a_n) ជាស្វ៊ីតចំនួន > 0 ដែល a_n² ≤ a_n - a_{n+1} ; បង្ហាញថា a_n < 1/2 និង a_n < 1/n

១៤- គេអោយពហុធា P(x) ដែល p(1); p(2); ... p(m); m ∈ IN* មិនចែកដាច់នឹង m ។ បង្ហាញថា ∀ n ∈ IN* ; p(n) ≠ 0

១៥- បើ P(x) ជាពហុធា ≠ x បង្ហាញថា P[P[.....(P(x))]] - x ចែកដាច់នឹង P(x) - x
n ដង P

+ បើ $a, b \in Z; b \neq 0$ គេថា a ចែកដាច់នឹង b រឺ a ជាពហុគុណនៃ b រឺ b ជាតួចែកនៃ a រឺ b ចែកដាច់ a ដែលគេសរសេរ " b/a " កាលណា $a = bq; q \in Z$ ។

+ វិធីចែកអឺគ្លីដក្នុង Z : បើ $a \in Z; b \in IN^*$ នោះ $\exists! q; r \in Z; a = bq + r; 0 \leq r < b; q$ ហៅថាផលចែកគត់ ហើយ r ហៅថាសំនល់នៃវិធីអឺគ្លីដនៃ a ដោយ b ។

+ ភាពសមមូលតាម $n (n \in IN; n \geq 2)$:

បើ $a, b \in Z$ គេថា $a \equiv b$ (តាម n) កាលណា $a - b$ ចែកដាច់នឹង n រឺ $a - b = kn; k \in Z$

លក្ខណៈ (i) $a \equiv a$ (តាម n) ; $a \equiv b$ (តាម n) $\Rightarrow b \equiv a$ (តាម n) ; $a \equiv b$ (តាម n) ; $b \equiv c$ (តាម n) $\Rightarrow a \equiv c$ (តាម n)

(ii) $\begin{cases} a \equiv b & (\text{តាម } n) \\ a' \equiv b' & (\text{តាម } n) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + a' \equiv b + b' & (\text{តាម } n) \\ aa' \equiv bb' & (\text{តាម } n) \end{cases}$; $a \equiv b$ (តាម n) $\Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bc & (\text{តាម } n) \\ a^m \equiv b^m & (\text{តាម } n) \end{cases}$

(iii) បើ $a \equiv b$ (តាម n) នោះ a និង b មានសំនល់ស្មើគ្នាក្នុងវិធីចែកដាច់នឹង n ។

វិបាក : $a \equiv r$ (តាម n) $r \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}$ ព្រោះក្នុងវិធីចែក a នឹង n មានសំនល់

- ១- បើ $n \in IN^*$ បង្ហាញថា 2^n ចែកដាច់ផលគុណ $P_n = (n+1)(n+2) \times \dots \times (n+n)$
- ២- បង្ហាញថា $n^8 - n^4$ ចែកដាច់នឹង 240
- ៣- បើ $a^3 + b^3 + c^3$ ចែកដាច់នឹង 7 បង្ហាញថា abc ចែកដាច់នឹង 7
- ៤- បង្ហាញថា $N = n^5 - 5n^3 + 4n$ ចែកដាច់នឹង 120 ; តើក្នុងករណីណាដែល N ចែកដាច់នឹង 360 ?
- ៥- បង្ហាញថា $5^{2n} + 5^n + 1$ ចែកដាច់នឹង 31 បើ n មិនចែកដាច់នឹង 3
- ៦- បើ $m - p$ ចែកដាច់ $mn + pq$ បង្ហាញថា $m - p$ ចែកដាច់ $mq + np$ ដែរ
- ៧- បើ $a^{100} = 2$ (តាម 73) និង $a^{101} = 69$ (តាម 73) រក x ដែល $a \equiv x$ (តាម 73)
- ៨- បើ p បឋមបង្ហាញថា $p \mid C_p^q; 0 < q < p$
- ៩- បង្ហាញថា $F_n = 2^{2^n} + 1$ ចែកដាច់ $2^{F_n} - 2$
- ១០- រកលេខខ្ទង់រាយនៃ 2003^{2006}
- ១១- រកលេខពីរខ្ទង់ខាងចុងនៃ 11^{1997}
- ១២- រកសំនល់នៃវិធីចែកចំនួន 1999^{2000} នឹង 31
- ១៣- សំរាយទ្រឹស្តីបទ Fermat : បើ $a \wedge p = 1; p$ បឋមនោះ $a^{p-1} \equiv 1$ (តាម p)
- ១៤- បង្ហាញថា $\forall n \in IN^*; n^{30} - n^{14} - n^{18} + n^2$ ចែកដាច់នឹង 46410
- ១៥- ក/. បើ $a, b \in IN^*$ បង្ហាញថា $10 \mid (a^{4n+k} - a^k)$; ខ/. រកលេខខាងចុងនៃ $5^{2005} + 7^{2005} + 8^{2005}$
- ១៦- រក $a, b \in IN^*$ ដែល $a^2 + b^2 = (a+b)q + r; 0 \leq r < a+b$ និង $q^2 + r = 1977$
- ១៧- បើ p បឋមខុសពី 2 និង 5 នោះ p ចែកដាច់អនន្តភូតនៃស្ដីត : $9; 99; 999; \dots$
- ១៨- បង្ហាញថា $\forall n > 2, n^n - n^2 + n - 1$ ចែកដាច់នឹង $(n-1)^2$
- ១៩- បង្ហាញថា $2^{4n+2} + 1$ ជាចំនួនមិនបឋម $\forall n \geq 1$
- ២០- បង្ហាញថា $19 \cdot 8^n + 17$ ជាចំនួនមិនបឋម $\forall n \geq 1$

I. ប្រព័ន្ធរបាប់ :

+ បើ $a \in \mathbb{N}; a \geq 2$ គេហៅប្រព័ន្ធរបាប់គោល a គឺវិធីតាងចំនួនគត់ធម្មជាតិ ដោយប្រើលេខ $0, 1, 2, \dots, a-1$ បើ $a \leq 10$ និងប្រើលេខ $0; 1; 2; \dots; 9; \alpha, \beta \dots$ បើ $a > 10$ ។

+ ក្នុងប្រព័ន្ធគោល a គេបាន $\forall n \in \mathbb{N}; \exists \alpha_0; \alpha_1; \dots; \alpha_p \in \{0; 1; 2; \dots; a-1\}$ ដែល

$$n = \alpha_p a^p + \alpha_{p-1} a^{p-1} + \dots + \alpha_1 a + \alpha_0 \Leftrightarrow n = \overline{\alpha_p \alpha_{p-1} \dots \alpha_1 \alpha_0} (a) \quad \forall$$

II. ចំនួនបឋមក្នុង $\mathbb{N}^*$

- + $p \in \mathbb{N}^*$ ហៅថាចំនួនបឋមកាលណាវាមានតួចែកតែពីរគត់គឺ 1 និង p
- + គ្រប់ចំនួនមិនបឋម $n \in \mathbb{N}^*$ មានតួចែកបឋម p ដែល $p^2 \leq n$ គឺ p ជាតួចែកនៃ n ដែល $\neq 1$ ហើយតូចជាងគេ
- + ដើម្បីសំគាល់ថា n ជាចំនួនបឋមគេចែក n និងចំនួនបឋមតូចជាងវាគត្តា $3; 5; 7; \dots$ បើវិធីចែកនេះមិនដាច់រហូតនោះ គេបញ្ជាក់វិធីចែក ពេលផលចែក $<$ តួចែកហើយសន្និដ្ឋានថា n បឋម ។
- + ស្តីពីចំនួនបឋមជាស្តីតអនន្តធាតុ ព្រោះ $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ចំនួន $n!+1$ មានតួចែកបឋម $> n$
- + បើចំនួនបឋម p មិនចែកដាច់ a នោះ $p \wedge a = 1$
- + បើចំនួនបឋម p ចែកដាច់ផលគុណកត្តានោះវាចែកដាច់ខ្យងតិចជាពិសេស $p/a^n \Rightarrow p/a$
- + $\forall n \in \mathbb{N}^*; n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}; p_i$ ជាចំនួនបឋមខុសគ្នាទាំងអស់ $\alpha_1; \dots; \alpha_k \in \mathbb{N}^*$ ក្នុងករណីនេះតួចែកនៃ n មានរាង $d = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \dots p_k^{\beta_k}; 0 \leq \beta_i \leq \alpha_i; i = 1; 2; \dots; k$

១- កំនត់ x, y ដើម្បីអោយ $\overline{3x1x19}$ និង $\overline{y5y223}$ ចែកដាច់នឹង 11

២- រកលក្ខខណ្ឌដើម្បីអោយ $\overline{\alpha_p \dots \alpha_1 \alpha_0}$ ចែកដាច់នឹង 6

៣- រក $x; y (x \neq 0)$ ដើម្បីអោយ $\overline{xyxyxyx5}$ និង $\overline{xyxyxy}$ ចែកដាច់នឹង 255

៤- គេអោយ $a = \overline{111}_{(n)}; b = \overline{114}_{(n)}; C = \overline{13054}_{(n)}$

ក- ដោយដឹងថា $c = ab$ ចូររក n

ខ- បង្ហាញថា $a \wedge b = 1$ រួចទាញរកចំលើយនៃ $ax + by = 1$

៥- បើ p បឋម > 3 បង្ហាញថា $p^2 - 1 \nmid 24$

៦- បើ p បឋម ≥ 13 នោះ p អាចសរសេរជាផលបូកនៃ 2 ចំនួនមិនបឋម

៧- បង្ហាញថា $\forall n \in \mathbb{N}^*; n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 5$ មិនបឋម

៨- បើ $n \geq 5$ មិនបឋម $\Rightarrow n/(n-1)!$

៩- រកចំនួនបឋម p ដែល $p+10$ និង $p+14$ បឋម

១០- រក p បឋមដែល $p+6; p+8; p+12; p+14$ បឋម

១១- បើ $p \geq 5$ បឋមហើយ $2p+1$ បឋម បង្ហាញថា $4p+1$ មិនបឋម

១២- បើ p បឋមបង្ហាញថា $\forall n \in \mathbb{N}^*; n < p; (n+1)(n+2) \dots (pm-1)pn$ ចែកដាច់នឹង p^n តែមិនចែកដាច់នឹង p^{n+1}

១៣- បើ $m; n \in \mathbb{N}^*$ បង្ហាញថា $n(2n+1) \dots (mn+1)$ ចែកដាច់នឹងគ្រប់ចំនួនបឋមតូចជាង m

១៤- គេអោយចំនួនបឋម 7 ខុសគ្នាដែលអាចសរសេរជារាង $a; b; c; a+b+c; a+b-c; a-b+c; b+c-a$ ដែលក្នុងនោះ

ក្នុងចំណោម $a; b; c$ មានពីរផលបូកស្មើ 800 ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃគន្លាត d រវាងចំនួនធំបំផុតនិង តូចបំផុត ។

១៥- រកចំនួនបឋមរាង $n^n + 1$ ដែល $< 10^9$

១៦- បង្ហាញថាមានចំនួនបឋមជាអនន្តរាង $4n+3$ រឺ $4n+1$

I.P.G.C.D (តួចែករួម > 0 ធំបំផុត)

- + δ ជាតួចែករួម នៃ $a, b \in \mathbb{N}^*$ នោះ δ/a និង δ/b គឺ $a = d'\delta$ និង $b = b'\delta$
- + គេអោយ $a, b \in \mathbb{N}^*$; $a \geq b$; បើ a ជាពហុគុណនៃ b នោះសំនុំតួចែករួមនៃ a ស្មើសំនុំតួចែកនៃ b
បើ $a = bq + r$; $0 < r < b$ នោះសំនុំតួចែករួមនៃ a និង b សុទ្ធតែតួចែកនៃ a ។
- + បើ $a, b \in \mathbb{N}^*$ $a > b$ នោះ $\exists d \in \mathbb{N}^*$ ដែល d ជាតួចែករួមធំបំផុត នៃ a និង b ហៅថា $p.g.c.d$ នៃ a និង b
ដែលគេសរសេរ $a \wedge b = d$ ហើយគ្រប់តួចែករួមនៃ a និង b សុទ្ធតែតួចែកនៃ d
- + a និង b ហៅថាបឋមរវាងគ្នាកាលណា $a \wedge b = 1$; Ex: p, q បឋមខុសគ្នា $\Rightarrow p \wedge q = 1$
- + លក្ខណៈនៃ $p.g.c.d$:

(i) $k(a \wedge b) = ka \wedge kb$

(ii) $\frac{a \wedge b}{\delta} = \frac{a}{\delta} \wedge \frac{b}{\delta}$ (δ ជាតួចែករួមនៃ a និង b)

+ $d = a \wedge b \Leftrightarrow \exists u, v \in \mathbb{Z}; au + bv = 1$; ជាពិសេសគេបានកលក្ខណៈភាព Bezout:

$a \wedge b = 1 \Leftrightarrow \exists u, v \in \mathbb{Z}; au + bv = 1$; វិបាក $a \wedge b = d \Rightarrow \frac{a}{d} \wedge \frac{b}{d} = 1$

+ $\frac{a}{b}$ ហៅថាប្រភាគមិនអាចសម្រួលបានកាលណា $a \wedge b = 1$

+ ទ្រឹស្តី Gauss : a/bc និង $a \wedge b = 1 \Rightarrow a/c$; ទ្រឹស្តីបទ: $\begin{cases} b/a \\ c/a \end{cases}$ និង $b \wedge c = 1 \Rightarrow bc/a$

១- បើ $a \wedge b = 1$ បង្ហាញថា $(2a+b) \wedge (a^2+ab) = 1$

២- បង្ហាញថា $a \wedge b = (5a+3b) \wedge (13a+8b)$

៣- បើ $a, b \in \mathbb{N}^*$; $d = a \wedge b$; $m, n \in \mathbb{N}^*$; $am - bn = d$; $r \in \mathbb{N}$; $r \geq 2$; បង្ហាញថា $(r^{am} - 1) \wedge (r^{bn} - 1) = r^d - 1$
អនុវត្តន៍: រក $(2^{63} - 1) \wedge (2^{60} - 1)$

៤- គេអោយ $a, b, c \in \mathbb{Z}^*$ និងសមីការក្នុង $\mathbb{Z}$: $ax + by = c$ ។

ក/. ពិភាក្សាអត្ថិភាពចំពោះលើយនៃ (1)

ខ/. បើ (x_0, y_0) ជាចំណុចនៃ (1) រកចំណុចដទៃទៀត ។

អនុវត្តន៍: ដោះស្រាយសមីការ $5x + 13y = 6$; $123x + 2003y = 1$

៥- គេអោយសមីការក្នុង $\mathbb{Z}$: $x^2 + y^2 = z^2$ (1)

ក/. បើ $(x'; y'; z')$ ជាចំណុចមួយនៃ (1) នោះ $\exists d; x' = xd; y' = yd; z' = zd; (x, y, z)$ ជាចំណុចបឋមរវាងគ្នានៃ (1)

ខ/. បើ (x, y, z) ជាចំណុចបឋមរវាងគ្នានៃ (1) បង្ហាញថា x និង y មានភាពគូរី សេសខុសគ្នា ។

គ/. បើឧបមា x គូរ; y សេស បង្ហាញថា $\exists u, v \in \mathbb{Z}; u \wedge v = 1; y = u - v; z = u + v$

ឃ/. បង្ហាញថា u និង v ជាការបែងចែកចំនួនបឋមរវាងគ្នា ទាញរកចំណុចនៃ (1)

៦- បើ $m, n \in \mathbb{N}^*$; $m \wedge n = 1$ បង្ហាញថា $\forall y, g \in \mathbb{Z}; \exists x \in \mathbb{Z}; x \equiv y \pmod{m}$ និង $x \equiv z \pmod{n}$ ហើយបើ x, x' ផ្សេងផ្ទាល់គ្នាខ្លាំងលើគេបាន $x' \equiv x \pmod{mn}$ (ទ្រឹស្តីបទសំនល់ស្រប)

៧- ប្រាប័ទិស Eulry: បើ $n \in \mathbb{N}^*$ គេតាង $\phi(n)$ ស្មើចំនួនគត់ m ដែល $1 \leq m < n$; $m \wedge n = 1$

ក/. បើ $m \wedge n = 1$ បង្ហាញថា $\phi(mn) = \phi(m)\phi(n)$

ខ/. រក $\phi(n)$; n ទូទៅ

គ/. បង្ហាញថា $\sum_{d|n} \phi(d) = n$

ឃ/. $a \wedge n = 1 \Rightarrow a^{\phi(n)} = 1$ (តាម n)

II. P.P.C.M (ពហុគុណរួម > 0 តូចបំផុត)

- + គេអោយ $a, b \in N^*, m \in N^*$ ហៅថាពហុគុណរួមនៃ a និង b កាលណា $m = pa = qb$
- + សំនុំពហុគុណរួមនៃ a និង b ជាសំនុំនៃចំនួន M មួយតូចបំផុតហៅថា P.P.C.M នៃ a និង b តាងដោយ $M = a \vee b$ ហើយបើ $d = a \wedge b$ នោះគេបាន $ab = Md$
- + សក្ខណៈ: (i) $a \vee a = a$; (ii) $a \vee 1 = a$; (iii) $a \wedge b = 1 \Leftrightarrow a \vee b = ab$ (iv) $(ka) \vee (kb) = k(a \vee b)$; (v) $\frac{a}{\delta} \vee \frac{b}{\delta} = \frac{a \vee b}{\delta}$, δ ជាចែករួមនៃ a និង b

៨០- រក $a, b \in N^*$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $M - 3d = 108, 10 < d < 20, d = a \wedge b, M = a \vee b$

៨១- គេអោយ $a, b \in N^* (a > b)$; តាង $d = a \wedge b, a = pd, b = qd, M = a \vee b$

- a. រក a, b ជាអនុគមន៍នៃ p និង q ដោយដឹងថា គេបាន $M(a + b) = abd$ (1)
- b. រក a, b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ (1) និង (2): $d = a - b$
- c. បើ a, b ផ្ទៀងផ្ទាត់ (1) និង (2) បង្ហាញថាវាផ្ទៀងផ្ទាត់ (3): $(a - b)^2 = a + b$; តើប្រាសវិញពិតរឺទេ?
- d. រក a, b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ ហើយសំនួរវិធីចែកនៃ a និង b ស្មើ 11

៩០- បើ $n \in N$ ចូររក $(n^2 + 2n + 2) \wedge (n^2 - 2n + 2)$

៩១- គេអោយស្លឹក (a_n) កំនត់ដោយ $a_n = \underbrace{111 \dots 11}_{n \text{ លេខ } 1}$; បង្ហាញថាមានតួ a_n យ៉ាងតិចមួយចែកដាច់នឹង ២០០៩

៩២- គេអោយសមីការ (1): $78x^3 + ux^2 + vx - 14 = 0, u, v \in Z, x \in Q$

- a. បើឧបមា $x = \frac{14}{39}$ ជាឆ្លើយនៃ (1) បង្ហាញថា $14u + 39v = 1129$ (2)
- b. រក $u, v \in N^*$ ដែលតូចបំផុត
- c. បើ $x = \frac{p}{q} \notin Z$ ជាឆ្លើយនៃ (1) ដែល $p \wedge q = 1$ ចូររកចំនួននៃ x ដែលអាចមានទាំងអស់

៩៣- a. បើ $p \in N^*$ បង្ហាញថា ក្នុងចំនោមបីចំនួន $p, p + 10, p + 20$ មានតែមួយគត់ដែលចែកដាច់នឹង 3

b. ទាញរក a, b, c តូចគ្នានៃស្ថិតនព្វន្ឋរសុង 10 ដែលសុទ្ធតែបឋម

c. គេអោយសមីការ $3u + 13v + 23w = 0$ (3), $u, v, w \in Z$ ដោះស្រាយ (3)

d. គេអោយប្លង់ $(P): 3x + 13y + 23z = 0$; រកសំនុំចំនួន M មានកូអរដោនេត្រឹមត្រូវ $\in (P)$ ហើយមិននៅក្នុងតួបង្កើត O ទ្រនុងស្មើ 5 និងស្របទៅនឹងអ័ក្សកូអរដោនេ

៩៤- ប្រភាគជាប់ :

a. បើ $a, b \in N^*$ បង្ហាញថា មាន $q_0 \in N, q_1, q_2, \dots, q_n \in N^*$ ដែល $\frac{a}{b} = q_0 + \frac{1}{q_1 + \frac{1}{q_2 + \dots + \frac{1}{q_n}}}$;

គេសរសេរ $\frac{a}{b} = [q_0, q_1, \dots, q_n]$ ហៅថាប្រភាគជាប់ លំដាប់ n

b. បើ $[q_0, q_1, \dots, q_n] = \frac{P_n}{Q_n}$ ជាប្រភាគជាប់ពី $k \leq n$ នោះ $\frac{P_k}{Q_k} = [q_0, q_1, \dots, q_k]$ ហៅថាប្រមូលជាប់ k នៃ

ប្រភាគជាប់ បង្ហាញថា $k \geq 2, \begin{cases} P_k = q_k P_{k-1} + P_{k-2} \\ Q_k = q_k Q_{k-1} + Q_{k-2} \end{cases}$ និង $P_k Q_{k-1} - P_{k-1} Q_k = (-1)^{k+1}$

+ គេថា (U_n) ជាស្វ៊ីតរួមមានលីមីត $l \in \mathbb{R}$ ដែលគេសរសេរ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$ កាលណា : $\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |U_n - l| < \varepsilon$

(គ្រប់ស្វ៊ីតរួមជាស្វ៊ីតទីល)

+ $\lim_{n \rightarrow +\infty} |U_n| = +\infty \Leftrightarrow \forall A > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \geq n_0, |U_n| > A$

+ គ្រប់ស្វ៊ីតកើនទីលលើ (វិច្ឆ័យទីលក្រោម) ជាស្វ៊ីតរួម

+ គ្រប់ស្វ៊ីតកើនមិនទីលលើ (រៀងគ្នាចុះមិនទីលក្រោម) មានលីមីតស្មើ $+\infty$ (រៀងគ្នា $-\infty$)

+ (U_n) និង (V_n) ហៅថាស្វ៊ីតជាប់គ្នាកាលណា : (i) (U_n) កើន, (V_n) ចុះ. (ii) $U_n \leq V_n, \forall n$ (iii) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (V_n - U_n) = 0$.

លក្ខណៈ ស្វ៊ីតពីរជាប់គ្នាជាស្វ៊ីតរួមហើយមានលីមីតស្មើគ្នា

+ គេអាចសិក្សាស្វ៊ីតរាង $U_{n+1} = f(U_n)$ បើគេអាចរកចន្លោះ I មួយដែល $f(I) \subset I, U_0 \in I$: (i) បើ f កើននោះ (U_n) ជាស្វ៊ីតម៉ូណូតូន (ii) បើ f ចុះនោះ (U_{2n}) និង (U_{2n+1}) មានលីមីតដូចគ្នា (iii) បើ $\forall x \in I, |f'(x)| \leq k, 0 < k < 1, f(l) = l$ នោះ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$

១. ក. បើ $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$ នោះ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{U_1 + U_2 + \dots + U_n}{n} = l$; ទ្រឹស្តីបទ Césaro

ខ. ទាញបញ្ជាក់ថា $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = a$ និង $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = b \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_1 y_n + x_2 y_{n-1} + \dots + x_n y_1}{n} = ab$

២. គេអោយ (U_n) កំនត់ដោយ $U_0 = \sqrt{2}$ និង $U_{n+1} = \sqrt{2 - U_n}$ បង្ហាញថា (U_n) ជាស្វ៊ីតរួមមានលីមីត 

៣. គេអោយ $f(n) = (n!)^{\frac{1}{n}}$ បើ $U_n = f(n+1)/f(n)$ បង្ហាញថា (U_n) ជាស្វ៊ីតចុះ

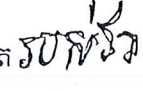
៤. សិក្សាស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_0 \in [0,1], U_{n+1} = \frac{\sqrt{U_n}}{\sqrt{U_n} + \sqrt{1-U_n}}$

៥. បង្ហាញថាស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_{n+1} = \frac{U_n + 1}{-U_n + 2}$ ជាស្វ៊ីតខួបលើកលែងតែ ៥ តំលៃនៃ U_0

៦. ក. បង្ហាញថា $U_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ ជាស្វ៊ីតរួម. តាង $e = \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{n})^n$

ខ. បង្ហាញថា $0 < e - (2 + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}) < \frac{1}{n.n!}$ គ. បង្ហាញថា e ជាចំនួនអសនិទាន

៧. គណនា $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{1}{C_n^0} + \frac{1}{C_n^1} + \dots + \frac{1}{C_n^n})$

៨. កំនត់ a និង b ដើម្បីអោយស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_0 = a, U_{n+1} = 1 + bU_n$ រួមហើយរកលីមីត 

៩. សំនួរដូចលំហាត់ ៨ ចំពោះ $U_0 = b, U_{n+1} = U_n^2 + (1-2a)U_n + a^2$

១០. គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_1 = 1$ និង $U_{n+1} = (1 + \frac{1}{U_n})(U_n + 1)$ គណនា $\lim_{n \rightarrow +\infty} \prod_{k=1}^n (1 + \frac{1}{U_k})$

១១. គេអោយស្វ៊ីតចំនួនគត់ធម្មជាតិ (a_n) និង (b_n) កំនត់ដោយ : $a_n + b_n \sqrt{2} = (2 + \sqrt{2})^n$ គណនា $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n}$ 

១២. គេអោយត្រីកោណ ABC មានជ្រុង a, b, c ។ គេចែកជ្រុង BC ជា n ផ្នែកស្មើគ្នាដោយស្វ៊ីតចំនុច $B, P_{n,1}, P_{n,2}, \dots, P_{n,n-1}, C$; គណនា

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ដែល $S_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (AP_{n,i})^2$

១៣. គេអោយ $a_0, a_1 > 0$ ហើយគេកំនត់ស្វ៊ីត (a_n) ដោយ $a_{n+2} = \sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_n}$ ។ គេកំនត់ស្វ៊ីត (b_n) និង (C_n) ដោយ

$$\begin{cases} b_0 = \min(a_0, a_1, 4), b_{n+1} = 2\sqrt{b_n} \\ C_0 = \max(a_0, a_1, 4), C_{n+1} = 2\sqrt{C_n} \end{cases}$$
 ក. បង្ហាញថា (b_n) កើនទីលលើហើយមាន 4 ជាម៉ាស៊ូរ៉ាំង និង (C_n) ជាស្វ៊ីតស្វ៊ីតចុះទីល

ក្រោមមាន ៤ ជា មីណូរ៉ាំង ខ. បង្ហាញថា $b_n \leq \min(a_{2n}, a_{2n+1})$ និង $C_n \geq \max(a_{2n}, a_{2n+1})$ គ. ទាញរក $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

ស្វ៊ីតមានកំនើនលីនេអ៊ែរ

+ $U_{n+1} + aU_n = f(n)$ មានចំណើយទូទៅរាង $U_n = \lambda(-a)^n + g(n)$

+ $aU_{n+2} + bU_{n+1} + cU_n = 0$ (1) មានសមីការសំគាល់ $ar^2 + br + c = 0$ (2)

(i) បើ (2) មានរឹសពីរ $r_1, r_2, r_1 \neq r_2$ នោះ (1) មានចំណើយទូទៅរាង $U_n = \lambda r_1^n + \mu r_2^n$

(ii) បើ (2) មានរឹសខុប $r_0 = -\frac{b}{2a}$ នោះ (1) មានចំណើយទូទៅរាង $U_n = (\lambda + \mu n)r_0^n$

(iii) បើ (2) មានរឹសកុំផ្លិច $r = \rho e^{\pm i\theta}$ នោះចំណើយទូទៅរាង $u_n = \int_0^n (\lambda \cos n\theta + \mu \sin n\theta)$

+ $aU_{n+2} + bU_{n+1} + cU_n = f(n)$ (3) មានចំណើយទូទៅរាង $U_n = v_n + w_n$ ដែល v_n ជាចំណើយទូទៅនៃ (1) ហើយ w_n ជាចំណើយពិសេសមួយនៃ (3)

១. រកចំណើយទូទៅនៃសមីការ $U_{n+2} - 10U_{n+1} + U_n = 0$ រួចទាញរកលេខខ្ទង់រាយ និង លេខទីមួយក្រោយក្បៀសនៃការតាងចំនួន $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2023}$ ក្នុងប្រព័ន្ធទសភាគ

២. គេអោយស្វ៊ីត Fibonacci កំនត់ដោយ $U_0 = U_1 = 1$ និង $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n, n \in \mathbb{N}$

ក. គណនា U_n ខ. បើ $n = 2p$ គូ គណនា $\sum_{k=0}^p C_{n+1}^{2k+1} / 5^{p-k}$ ជាអនុគមន៍នៃ U_n

គ. រកគូចំនួនពិត (a, b) ទាំងអស់ដែល $\forall n \in \mathbb{N}, aU_n + bU_{n+1}$ ជាតួមួយរបស់ស្វ៊ីត (U_n)

ឃ. បើ $g = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ បង្ហាញថា $\sum_{k=1}^n \sum_{i=0}^{2(k-1)} (-1)^i g^{2(k-i-1)}$ ជាតួសន្ទស្សន៍នៃស្វ៊ីត (U_n)

៣. ចូរកស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_1 = 2, U_2 = 2, U_{2n+1} = U_{2n} + U_{2n-1}$ បើ $n \geq 1; U_{2n} = U_{2n-1} + 2U_{2n-2}$ បើ $n \geq 2$

៤. គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_0 = 1, U_n = nU_0 + (n-1)U_1 + \dots + 2U_{n-2} + U_{n-1}, n \geq 1$

ក. រកទំនាក់ទំនងរវាង U_{n+2}, U_{n+1} និង U_n , ខ. ទាញរកកន្សោមនៃ U_n ជាអនុគមន៍នៃ n

៥. គណនាតួទូទៅ U_n នៃស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_0 = e, U_1 = e^{-6}, U_{n+2} = \sqrt[4]{U_{n+1}U_n^3}, n \in \mathbb{N}$

៦. គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_0, U_1, U_2 \in \mathbb{R}, (n+1)^2 U_{n+1} - (n-1)^2 U_n + 5n^2 + 1 = 0$ (1)

ក. រក $v_n = an + b$ ចំណើយនៃ (1) ខ. គណនា $W_n = U_n - v_n$ គ. ទាញរក U_n

៧. គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំនត់ដោយ $U_{n+4} = \frac{1}{4}(U_{n+3} + U_{n+2} + U_{n+1} + U_n), n \in \mathbb{N}$ គេកំនត់ $m_n = \min(U_n, U_{n+1}, U_{n+3})$

និង $M_n = \max(U_n, U_{n+1}, U_{n+2}, U_{n+3})$

ក. បង្ហាញថា (m_n) កើនឡើង (M_n) ចុះ រួចទាញបញ្ជាក់ថាវាសុទ្ធតែរួមហើយមានលីមីតរៀងគ្នា $m, M, m \leq M$

ខ. បង្ហាញថា $U_{n+4} \leq \frac{3}{4}M_n + \frac{1}{4}m_n$ រួចទាញបញ្ជាក់ $M_{n+4} \leq \frac{3}{4}M_n + \frac{1}{4}m_n$ គ. គណនា $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

៨. គណនា u_n, v_n, w_n កំនត់ដោយ $u_0 = 1, v_0 = w_0 = 0, u_{n+1} = u_n + \sqrt{2}v_n, v_{n+1} = \sqrt{2}u_n + v_n + \sqrt{2}w_n, w_{n+1} = \sqrt{2}v_n + w_n$

៩. គេអោយ $0 < u_0 < v_0$ គេកំនត់ស្វ៊ីត (u_n) និង (v_n) ដោយ $\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{2}(\frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n}); v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$ បង្ហាញថា $(u_n) \& (v_n)$ ជាស្វ៊ីតជាប់គ្នា ហើយរកលីមីតរួមរបស់វា

១០. បើ $m \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}^+$ គេកំនត់ $f_n(x) = \sqrt{m+x}$ បង្ហាញថា (u_n) និង (v_n) ជាប់គ្នាដែល $u_n = f_1 \circ f_2 \circ \dots \circ f_n(0), v_n = f_1 \circ f_2 \circ \dots \circ f_n(n)$

១. រកសំនុំ $\{a, b, c\} \subset \mathbb{N}^*$ ដែលជាជ្រុងត្រីកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ $(6, 25)$

២. បើ $\triangle ABC$ និង $\triangle DEF$ ចារឹកក្នុងរង្វង់តែមួយបង្ហាញថាវាមានបរិមាត្រស្មើគ្នា

$$\Leftrightarrow \sin A + \sin B + \sin C = \sin D + \sin E + \sin F$$

៣. បន្ទាត់មួយចែកត្រីកោណជាពីរផ្នែកដែលមានក្រលាផ្ទៃ និងបរិមាត្រស្មើគ្នា ។ បង្ហាញថាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងនៃ $\triangle$ នៅលើបន្ទាត់នោះ ?

៤. លើកជ្រុង $AB; AC; BC$ គេយកចំនុចរៀងគ្នា C', B', A' ដែលបន្ទាត់ $(AA'), (BB'), (CC')$ ជួបគ្នាត្រង់ចំនុចមួយ ។ $A'B'C'$ ជាចំនុចឆ្លុះរៀងគ្នានឹង A, B, C ធៀប A', B', C' ។ បង្ហាញថា $S_{A'B'C'} = 3S_{ABC} + 4S_{A''B''C''}$ ។

៥. បើ G ជាប្រជុំទំនន់នៃ $\triangle ABC$ បង្ហាញថា $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 3(GA^2 + GB^2 + GC^2)$ ។

៦. ក/ក្នុង $\triangle ABC$ ដែលមានមុំស្រួចទាំងបីនោះកំពស់ទាំង ៣ កាត់គ្នាត្រង់ O ។ លើ OB និង OC គេយករៀងគ្នាចំនុច B_1, C_1 ដែល $\widehat{AB_1C} = \widehat{AC_1B} = 90^\circ$ ។ បង្ហាញថា $AB_1 = AC_1$ ។

ខ/ បើ M, N, P ជាចំនុចកណ្តាលរៀងនៃ BC, CA, AB , នោះរង្វង់មានផ្ចិត O មួយកាត់រៀងគ្នា (NP) ត្រង់ D_1, D_2 កាត់ (PM) ត្រង់ E_1, E_2 និង (MN) ត្រង់ F_1, F_2 ។ បង្ហាញថា $AD_1 = BE_1 = CF_1, AD_2 = BE_2 = CF_2$ ។

៧. បើ ABC ជា $\triangle$ សម័ង្សបង្ហាញថាសំនុំចំនុច M ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\widehat{MAB} + \widehat{MBC} + \widehat{MCA} = \pi/2$ គឺ កំសពស់ទាំង ៣ នៃ $\triangle$ ។

៨. តាង $B_i, j, i, j \in \{1, 2, 3\}$ ចំនុចឆ្លុះនឹងកំពូល A_i នៃ $\triangle A_1 A_2 A_3$ ធៀបនឹងបន្ទាត់ពុះក្នុងនៃ $\triangle$ គូសចេញពីកំពូល A_j ។ បង្ហាញថា $B_{12} B_{21}, B_{13} B_{31}$ និង $B_{23} B_{32}$ ស្របគ្នា ។

៩. បន្ទាត់ពុះក្នុងនឹងក្រៅនៃមុំ C នៃ $\triangle ABC$ កាត់ (AB) ត្រង់ L និង M ។ បើ $CL = CM$ បង្ហាញថា $AC^2 + BC^2 = 4R^2$

១០. គេអោយ $\triangle ABC$ និង I ជាចំនុចមួយក្រៅ $\triangle$ និងតាង H, K, L ចំណោយកែងនៃ I លើជ្រុងទាំង ៣ នៃ $\triangle$ ។ បង្ហាញថា I នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\triangle \Leftrightarrow H, K, L$ រត់ត្រង់គ្នា ។

១១. បើ M ជាចំនុចនៅក្នុង $\triangle ABC$ បង្ហាញក្នុងចំណោមមុំ $\widehat{MAB}, \widehat{MBC}$ និង $\widehat{MCA}$ មានយ៉ាងតិចមួយ $< 30^\circ$ ។

១២. បើ M ជាចំនុចនៅក្នុង $\triangle ABC$ បង្ហាញក្នុងចំណោមមុំ $\widehat{AMB} = \widehat{ACB} = \widehat{AMC} - \widehat{ABC}$ ។ បើ D, E ជាផ្ចិតរង្វង់ចារឹកក្នុងរៀងគ្នានៃ $\triangle AMB$ និង $\triangle AMC$ បង្ហាញថា $(AM), (BD)$ និង (CE) ជាបន្ទាត់ជួបគ្នា ។

១៣. បើ P ជាចំនុចលើផ្ទៃ BC នៃរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\triangle ABC$ ហើយ K, L, M ជាចំណោលកែងរៀងគ្នានៃ P លើ BC, CA, AB បង្ហាញថា $\frac{BC}{PK} = \frac{AC}{PL} + \frac{AB}{PM}$ ។

១៤. បើ M នៅលើរង្វង់ចារឹកក្រៅ $\triangle$ សម័ង្ស ABC បង្ហាញថា $MA^4 + MB^4 + MC^4$ ថេរ ។

៥៩. កំណត់អនុគមន៍ $f(x)$ ផ្សេងៗគ្នា តាមរយៈក្របខណ្ឌខាងក្រោម៖

$$f(x+y) \geq f(x) \cdot f(y) \geq 2006^{x+y} \quad \text{គ្រប់ } x, y \in \mathbb{R} \quad f(x) = 2006^x$$

១០០. គេអោយត្រីកោណ ABC មានមុំប្រាំមួយចំនួន ចំពោះក្នុងរង្វង់ (O,R) ។ គូសកំពស់ AD, BE, CF យក I ជាអនុគមន៍ ។

ក) ប្រយោជន៍ I ជាអនុគមន៍ (I,R) ចំពោះក្នុងត្រីកោណ DEF

ខ) ប្រយោជន៍ $S_{abc} = R \cdot p$ (p គឺជាប្រវែងក្រអូបក្រាប DEF)

គ) ប្រយោជន៍ $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{r_1}{R}$

១០១. គេអោយស្វ៊ីតនីមួយៗ $\{a_n\}$ មានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម d ($d, a_n \neq k\pi$, គ្រប់ $n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}$)

$$\tan a_k \cdot \sin a_{k+1} = \frac{1}{\sin a_k \cdot \sin a_{k+1}} = \frac{\cot a_k \cdot \cot a_{k+1}}{\sin a_k \cdot \sin a_{k+1}}$$

១០២. គណនាផលបូក $S = \cos 5^\circ + \cos 77^\circ + \cos 149^\circ + \cos 221^\circ + \cos 293^\circ + \dots$

១០៣. ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ x, y គេបាន៖

$$\sqrt{4 \cos^2 x \cdot \cos^2 y + \sin^2(x-y)} + \sqrt{4 \sin^2 x \cdot \sin^2 y + \sin^2(x-y)} \geq 2$$

១០៤. គេអោយសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+m=0$ មានរیشه x_1, x_2, x_3, x_4 ។

ចូរគណនា $M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ ជាអនុគមន៍នៃ m ។

១០៥. រករឹសគតិវិជ្ជមាននៃសមីការ $(x^2+4)(y^2+1)(z^2+25) = 80xyz$

១០៦. ក) x, y ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន សមីការ $y^2 + 3x^2 y^2 = 30x^2 + 517$

គណនា $A = 3x^2 y^2 = 558$

ខ) x, y, z ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

រកតម្លៃ x, y, z

១០៧. រកគ្រប់ x ដែលបំពេញសមីការ $\left[\frac{5+6x}{8} \right] = \frac{15x-7}{5}$

ដែល $[x]$ តាងចំនួនគតិវិជ្ជមាន តូចជាងឬស្មើ x ។

១០៨. គេអោយត្រីកោណ ABC មានមុំប្រាំមួយចំនួន ចំពោះក្នុងរង្វង់ (O,R) ។ គូសកំពស់ AD និង BE ។ យក H ជាអនុគមន៍ G ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ត្រីកោណ ABC ។

១- ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា $\tan B \cdot \tan C = \frac{AD}{HD}$

២- ប្រយោជន៍ (HG) ប្រហូ (BC) សម្រាប់ $\tan B \cdot \tan C = 3$

១០៩. គេអោយ $x, y, z > 0$ និង $xyz = 1$ ។ រកតម្លៃធំបំផុតនៃ

$$T = \frac{1}{x^3+y^3+1} + \frac{1}{y^3+z^3+1} + \frac{1}{z^3+x^3+1}$$

១១០. ពេញនា $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $x \in \mathbb{Z}$ មានមេគុណជាចំនួនគតិ ។

ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា បើ $P(x)$ ចែកដាច់នឹង 5 ចំពោះគ្រប់តម្លៃគតិ នៃ x នោះមេគុណ a, b, c, d សុទ្ធតែចែកដាច់នឹង 5 ។

១១១. តាង $A = 361 + 362 + \dots + 726$

$B = 363 + 364 + \dots + 727$

$C = 365 + 366 + \dots + 728$

$D = 367 + 368 + \dots + 729$

$E = 369 + 370 + \dots + 730$

ប្រើរបៀបងាយ ក្នុងចំណោមចំនួន A, B, C, D, E តើមួយណា

ក) ធំជាងគេបំផុត? ខ) តូចជាងគេបំផុត?

១១២. រកលេខ a និង f ក្នុង $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ដែល $a^5 + 1 = f \times 111$

១១៣. រកគ្រប់តម្លៃគតិ x, y, z ផ្សេងៗគ្នា សមីការ៖ $a=6, f=7$

$$3x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x - 6 = 0 \quad (a, b, c) \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 8, \pm 9\}$$

១១៤. ក្នុងការ 4×4 ដែលសរសេរ នៅគ្រប់ការ ផ្សេងៗគ្នា ចំនួនដែលសរសេរ ៤ ចំនួនតាមជួរដេក

ផ្សេងៗគ្នា និងអនុគមន៍នៃ a ។ គណនាផលបូក ចំនួននៅកំពូលទាំងបួននៃការ ជាអនុគមន៍នៃ a ។

១១៥. គេអោយអនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ផ្សេងៗគ្នា៖

1) $f(0) = \frac{1}{2}$

2) មានចំនួន a ដែល $f(x+y) = f(x) \cdot f(a-y) + f(y) \cdot f(a-x)$ គ្រប់ $x, y \in \mathbb{R}$

ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា f ជាអនុគមន៍នៃលេខ $f(x) = \frac{1}{2}$ ។

៨១. គេអោយអនុគមន៍ $f: R \rightarrow R$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ :

$$\frac{f(x) \cdot f(y) - f(xy)}{3} = x + y + 2 \quad \text{គ្រប់ } x, y \in R$$

ចូរគណនាតំលៃដែលអាចមាននៃ $f(2003) = 2^{2006}$

៨២. គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$ ។ គណនាផលបូក

$$f\left(\frac{1}{2006}\right) + f\left(\frac{2}{2006}\right) + f\left(\frac{3}{2006}\right) + \dots + f\left(\frac{2005}{2006}\right)$$

៨៣. រកគ្រប់ចំនួនជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន (m, n) ចំពោះសមីការខាងក្រោម :

$$m^2 = 1! + 2! + \dots + n!$$

៨៤. យក $f: R \rightarrow R$ ជាអនុគមន៍ដែល $[f'(x)]^2 = f(x) \cdot f''(x)$ ចំពោះគ្រប់ x ។

ឧបទាន $f(0) = 1$ និង $f^{(4)}(0) = 9$ ។ រកគ្រប់តំលៃនៃ $f'(0) = 1/5$

៨៥. គេអោយ A, B, C ជាមុំនៃត្រីកោណមួយ ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃ

$$M = \frac{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C} = 3$$

៨៦. គេអោយ $a, b, c \geq 2$ ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\log_b a^2 + \log_c a^2 + \log_c b^2 + \log_a b^2 \geq 3$$

៨៧. ក) ដោះស្រាយលើចំនុំ N ចំនួនគតិវិជ្ជមាន $x^2 + 4x + 3 = 2y^2 - 2y + 1$

ខ) ដោះស្រាយក្នុងចំនួនគតិវិជ្ជមាន Z^+ ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x + 3y = 15 \\ x + y = 3^z \end{cases}$ ($z \in \mathbb{N}^+$)

៨៨. ព្រាយបញ្ជាក់ថា បើ p ជាចំនួនបឋមសេស និង $k \in \mathbb{N}$ គេបាន :

$$S = 1^{2k+1} + 2^{2k+1} + \dots + (p-1)^{2k+1} \text{ ចែកដាច់នឹង } p$$

៨៩. គេអោយត្រីកោណកែងក្រង់ C ។ គូសមេដ្យាន AE និង BF ។ តាង $AE = m, BF = n$

យក r ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ។

ក) ព្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{r^2}{m^2 + n^2} < \frac{1}{20}$

ខ) រកតំលៃធំបំផុតនៃកន្សោម $\frac{r^2}{m^2 + n^2} \leq \frac{1}{151056}$

៩០. គេអោយស្ថិតិពន្ល $\{a_n\}$ ផលសង្ខេប d ។ គណនាផលបូក $S_n = \sum_{k=1}^n \sin a_k$

៩១. គណនាផលបូក $T_n = \sum_{k=1}^n 2^{k-1} \cdot \tan^2 \frac{x}{2^k} \cdot \tan \frac{x}{2^{k-1}}$

៩២. គណនាផលបូក :

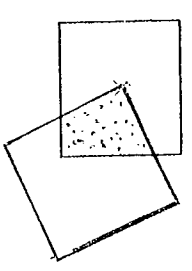
$$S_1 = \cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{9\pi}{10} = 0$$

$$S_2 = \cos \frac{\pi}{10} \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} \cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{9\pi}{10} \cos \frac{\pi}{10} = -\frac{1}{2}$$

៩៣. កំពូល A នៃការពង្រីក $ABCD$ ស្ថិតនៅចំនុច

នៃការពង្រីក $EFCH$ ។ ការទំលាក់មានក្រលាផ្ទៃស្មើ ។

រកក្រលាផ្ទៃផ្ទៃក្រប ។ ៥



៩៤. បង្ហាញថាសម្មុយ ក្នុងចំនោមសមីការនៃសមីការ ដឺក្រេទីពីរ

$$2006x^2 - (2006 + 2007 + 0,1^{2006})x + 2007 = 0$$

តូចជាង 1 និងសម្មុយរក្សាតំបន់ ។ ។

៩៥. យក a, b, c ជាសម្រង់ឆ្នាំនៃសមីការ $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\text{គណនា } \frac{a^5 - b^5}{a - b} + \frac{b^5 - c^5}{b - c} + \frac{c^5 - a^5}{c - a} = 183$$

$$x + y = 13$$

៩៦. យក x, y, z ជាចំនួនវិជ្ជមាន បំពេញប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} y^2 + z^2 - yz = 25 \\ x^2 + z^2 + xz = 144 \end{cases}$ រក z

៩៧. គេដឹងថា $H_k = \frac{k(k-1)}{2} \cos \frac{k(k-1)\pi}{2}$ ។ រក $H_{19} + H_{20} + \dots + H_{98} = -40$

៩៨. គេអោយអនុគមន៍ $y = f(x)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ ខាងក្រោម :

$$\begin{cases} f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \\ f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{f(x)}{x^2} \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{0\} \\ f(1) = 1 \end{cases} \quad \text{គណនា } f(2006) = 2^{2006}$$

៦២. គេអោយស្វ៊ីត $\{a_n\}$ បានកំនត់ដោយ : $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 1$

($n \geq 2$) ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $A = 4a_n a_{n+2} + 1$ ជាការ៉េនៃចំនួន ។

៦៣. គេអោយចតុមុខ ABCD ។ យក $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ជាបញ្ជីមុខនៃ

ទ្រង់ចតុមុខ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា
$$\sum_{i=1}^6 \cos x_i \leq 2$$

៦៤. គេអោយពហុធា $f(x)$ ដូច្នេះ 2004 និង $f(n) = \frac{n^2}{n+1}$ គ្រប់ $n = \overline{1, 2005}$

គណនា $f(2006)$ ។

៦៥. គេអោយស្វ៊ីត $\{x_n\}$ កំណត់ដោយ :
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = \left(1 + \frac{3}{n}\right)x_n + 2 - \frac{3}{n} \end{cases} \quad (n \geq 1)$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ពហុធានីស្វ៊ីត ជាចំនួនគត់ ។

៦៦. រកចតុមុខមានលំដាប់នៃខ្ទង់ (A,B,C,D) ដោយ $A > B > C > D$ និង

$$\frac{ABCD - DCBA}{B DAC}$$

៦៧. យក x ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។ រកតំលៃអតិបរមានៃកន្សោម $A = \frac{x^2 + 2 - \sqrt{x^4 + 4}}{x}$

៦៨. គណនា
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{n^4 + n^2 + 1}$$

៦៩. ចំនួន ២៧ ០០០ ០០១ មាន កត្តាបំបែក ៤ យ៉ាងពិតប្រាកដ ។ គណនា ផលបូក ៤ ចំនួននោះ

៧០. តើមានចំនួនគត់ n ប៉ុន្មាន ចាប់ពី 1 ដល់ 2006 ដែល $2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \dots \cdot (4n-2)$

ចែកដាច់នឹង $n!$ ។

៧១. មានកត្តានៃចំនួនពិត $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ ដែលបំពេញទំនាក់ទំនង :

$$x^3 - 3xy^2 = 2006 \quad \text{និង} \quad y^3 - 3x^2y = 2005$$

គណនា
$$\left(1 - \frac{x_1}{y_1}\right) \left(1 - \frac{x_2}{y_2}\right) \left(1 - \frac{x_3}{y_3}\right)$$

៧២. ឧបមាថា $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ដោយបំពេញ :

$a_i \cdot a_{n-i} = 1$ ចំពោះ គ្រប់ $i = 0, 1, 2, \dots, n$ បើ k ជាចំនួនគត់មួយ ។

$$\text{គណនាផលបូក} \quad \frac{1}{1+a_0^k} + \frac{1}{1+a_1^k} + \frac{1}{1+a_2^k} + \dots + \frac{1}{1+a_n^k}$$

៧៣. កំណត់តំលៃនៃ

$$S = 1.2 - 2.3 + 3.4 - 4.5 + \dots - 2004.2005 + 2005.2006$$

៧៤. យក a, b, c ជាសំនុំមួយនៃពហុធា $P(x) = x^3 + x^2 - 333x - 1001$

$$\text{គណនា} \quad a^3 + b^3 + c^3$$

៧៥. ចំនួន 112, 121, 123, 153, 243, 313 និង 322 ត្រូវដាក់ក្នុង ជួរដេក ជួរឈរ

និងអង្កត់ទ្រូង នៃ ការេ 3×3 ត្រូវបានខ្ចង់នីមួយៗ

(ជួរដេក អង្កត់ទ្រូង អាចពិរុទ្ធនៅណាមួយ និង ជួរឈរ អាចពិរុទ្ធពេញទៅមុខ) ។

រកចំនួនមានលេខ ខ្ចង់ បំពេញតាមនេះ ?

៧៦. a និង b ជាចំនួនគត់ ដែល $a + \sqrt{b} = \sqrt{15 + \sqrt{216}}$ ។ គណនា $\frac{a}{b}$

៧៧. គេអោយត្រីកោណសម័ង្ស ABC ដោយជ្រុង

$$AB=AC=10\sqrt{2} \quad \text{និង} \quad BC = 10\sqrt{3} \quad \text{។ រង់}$$

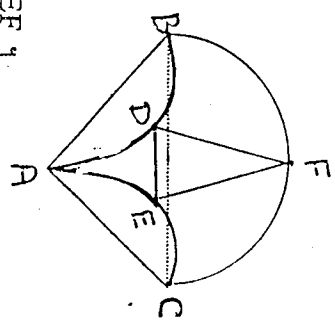
កន្លះរង្វង់ P,Q,R ដោយមានអង្កត់ក្លឹក AB, AC, BC

រៀងគ្នា ដែលបង្កើនកន្លះរង្វង់នីមួយៗតែងនឹងប្លង់ត្រីកោណ

ABC ហើយនៅតែម្ខាង ត្រីកោណ ABC ។ មានប្លង់មួយ

នៅពិលីត្រីកោណ ABC ដែលប៉ះនឹងកន្លះរង្វង់ P,Q,R

រៀងគ្នាត្រង់ចំនុច D,E,F ។ គណនាក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ DEF ។



៧៨. យក r, s, t ជាចំលើយសមីការ $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ។ រកតំលៃនៃកន្សោម

$$(rs)^2 + (st)^2 + (rt)^2 \quad \text{ជាអនុគមន៍នៃ} \quad a, b \text{ និង } c \quad \text{។}$$

៧៩. ក) រកគ្រប់ចំនួនគត់ m ដែល $m^2 + 6m + 28$ ជាការ៉េប្រាកដ

ខ) បើ x, y និង z ជាចំនួនពិតដែល $2x^2 + y^2 + z^2 = 2x - 4y + 2xz - 5$

រកតំលៃធំបំផុតនៃ $x - y + z$

៨០. គេអោយអនុគមន៍ $f: R \rightarrow R$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(x) + f(y) = f(x+y) - xy - 1$

គ្រប់ $x, y \in R$ ។ បើ $f(1) = 1$ ចូររកចំនួនគត់ n ដែល $f(n) = n$

៤១. យក $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ជាស្វ៊ីតនៃចំនួនពិត ដែល $a_1, 4a_2, a_{n+1} = (a_n + a_{n+1} - 1)^2$

និង $a_n < a_{n+1}$ ចំពោះ $n \geq 1$ ។ រក a_{2006}

៤២. គេសន្មតថា a, b, c ជា ៤ ចំនួនពិតដែល
$$\begin{cases} a+4b+9c+16d=1 \\ 4a+9b+16c+25d=12 \\ 9a+16b+25c+36d=123 \end{cases}$$

គណនាតំលៃនៃ $A = 16a + 25b + 36c + 49d$

៤៣. ក្នុងការប្រកួតប្រជែងលើស $a, b, c, d, e, f, g, h, i$ ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ។

ផលគុណពន្លឺចំនួនក្នុងជួរដេក ជួរឈរ និង អង្កត់ទ្រូង
នៃចំនួនថេរ k មួយ ដែល k ជាចំនួនរវាង 10000
និង 12000 ។ រកតំលៃនៃ k

a	b	c
d	e	f
g	h	i

៤៤. រកចំនួនបឋម p ធំបំផុត ដែល $p^3 + p^2 + 11p + 2$ ជាចំនួនបឋម ។

៤៥. ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ x អនុគមន៍ $f(x)$ បំពេញទំនាក់ទំនង $f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$

បើ $f(1) = 2$ ។ រកតំលៃនៃ $f(2006)$

៤៦. ចំនួនមួយត្រូវរកបង្កើតឡើង ដោយសរសេរចំនួនគតិវិជ្ជមាន តាមលំដាប់ដោយចាប់ពីមក 1

រហូតដល់ចំនួនមាន ២០០៦ ខ្ទង់ គឺ: 123456789101112131415161718192021...

រកសំណល់នៃវិធីចែកចំនួននេះ នឹង 9 ។

៤៧. រកចំនួនគត់ n ធំបំផុតដែល $n^2 + 2006n$ ជាការបញ្ចេញ

៤៨. គេអោយ n ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

$$\sqrt{C_1^n} + \sqrt{C_2^n} + \dots + \sqrt{C_n^n} \leq \sqrt{n \cdot (2^n - 1)}$$

៤៩. គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់លើសំនុំ N^* ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់:

$$\text{១) } f(n+1) = n \cdot (-1)^{n+1} - 2f(n) \quad \text{២) } f(1) = f(2007)$$

$$\text{គណនាផលបូក } S = f(1) + f(2) + \dots + f(2006)$$

៥០. $f(x)$ ជាអនុគមន៍ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខណៈ បើ

$$\text{1) គ្រប់ } x, y \in R \text{ នោះ } f(x+y) = x + f(y)$$

$$\text{2) } f(0) = 2 \quad \text{។ គណនា } f(2004)$$

៥១. គេអោយអនុគមន៍ $f: R - \{2\} \rightarrow R$ ផ្ទៀងផ្ទាត់:

$$2f(x) + 3f\left(\frac{2x+29}{x-2}\right) = 100x + 130 \quad \text{។ គណនា } f(3)$$

៥២. គេអោយស្វ៊ីត $\{U_n\}$ កំណត់ដោយ: $U_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)(i+2) \dots (i+2006)}$, $n \in N^*$

$$\text{គណនា } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

៥៣. គេអោយការ ABCD ជ្រុង a ។ យក M, N, P ជាចំនុចរៀងគ្នា ដូចនៅលើជ្រុង BC, CD និង DA ដែលត្រីកោណ MNP ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

$$\text{ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថា } CN^2 - AP^2 = 2 DP \cdot BM$$

ខ) កំណត់ទីតាំងនៃ M, N, P ដែលត្រីកោណ MNP មានក្រចកផ្ទៃធំបំផុត ។

៥៤. គេអោយ ២០០៦ ចំនួនគតិវិជ្ជមាន $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2006}$ មានផលបូក:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2006} \text{ ចែកជាចំនួន 6 ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាផលបូក: } a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{2006}^3 \text{ ចែកជាចំនួន 6 ។}$$

៥៥. ក) រកបញ្ហាចំនួនគតិវិជ្ជមាន x និង y ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ: $10x^2 + 29xy + 21y^2 = 2001$

ខ) ដោះស្រាយសមីការលើសំនុំចំនួនគត់មួយគតិ: $2(x+y) + xy = x^2 + y^2$

៥៦. គណនា $A = \sqrt[100]{2\sqrt{11} - 3\sqrt{5}} \cdot \sqrt[200]{89 + 12\sqrt{55}}$

$$\text{៥៧. គេអោយ } z = 1 - 2i \quad \text{។ គណនាផលបូក } S = \frac{1}{z} + \frac{2}{z^2} + \frac{3}{z^3} + \dots$$

៥៨. រកចំនួនគតិវិជ្ជមានធំបំផុតនៃ n ដែល $(2006!)!$ ចែកជាចំនួន $((n!))!$

$$\text{៥៩. គណនាផ្នែកគត់នៃ } A = \left[\frac{2006^3}{2004 \cdot 2005} - \frac{2004^3}{2005 \cdot 2006} \right]$$

$$\text{៦០. បើ } x, y, k \text{ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល: } 1003 = k^2 \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) + k \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \geq 2k^2 + 2k$$

រកតំលៃធំបំផុតនៃ k ។

$$\text{៦១. យក } x \text{ ជាចំនួនពិត ដែល } x^3 + 4x = 8 \quad \text{។ កំណត់តំលៃនៃ } x^7 + 64x^2$$

២៣. រកចំនួនគតិវិជ្ជមាន m, n, k ដែលខុសគ្នាពីរៗ ផ្សេងគ្នាគ្នា : $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{k}$ ជាចំនួនគតិ

២៤. រកចំនួនគតិវិជ្ជមាន n ដែល $a \mid b$ មានពីរខ្ទង់ ដែល $n + ab = (a+b)^2$

២៥. គេអោយ $a = x + \frac{1}{x}, x \in \mathbb{R}$ ជាចំនួនគតិ ។ ប្រយោបញ្ជាក់ថា

$$b = x^{2007} + \frac{1}{x^{2007}}$$

ខ្លួនគេអោយ x និង y ជាចំនួនពិតខុសពីសូន្យ ដែលចំនួន $a = x + \frac{1}{y}$ និង $b = y + \frac{1}{x}$ ជាចំនួនគតិ

$$c = x^2 y^2 + \frac{1}{x^2 y^2}$$

$$d = x'' y'' + \frac{1}{x'' y''}$$

២៦. កំណត់ n ដើម្បីអោយប្រភាគ $\frac{n+8}{2n-5}$, $n \in \mathbb{N}$ សំរួលមិនបាន ។

$$a = \frac{n+8}{2n-5}$$

២៧. គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់លើសំនុំចំនួនគតិ និង យកតំលៃក្នុងសំនុំនោះ ផ្សេងគ្នាគ្នា :

$$f(1) = 0 \text{ និង } f(m+n) = f(m) + f(n) + 3(4mn-1) \text{ ចំពោះគ្រប់ } m, n \text{ គតិ}$$

ចូរគណនា $f(19)$ ។

$$f(x^3 + y^3) = (x+y) [(f(x))^2 - f(x) \cdot f(y) + (f(y))^2]$$

២៨. គេអោយចំនួនពិតវិជ្ជមាន x, y, z ដែល $xyz = 1$ និង n ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ។

$$\left(\frac{1+x}{2} \right)^n + \left(\frac{1+y}{2} \right)^n + \left(\frac{1+z}{2} \right)^n \geq 3$$

២៩. ដោះស្រាយសមីការ :

$$\log_3(x^2 + x + 1) - \log_3 x = 2x - x^2$$

$$M = \frac{x}{(x+2006)^2}$$

៣៣. គេអោយត្រីកោណសម័ង្ស ABC មានផ្ទៃក្រលាផ្ទៃ 7 ។ ហេតុអ្វីបានជា M និង N រៀងគ្នា នៅលើជ្រុង AB និង AC ដែល $AN = BM$ ។ យក O ជាចំនុចប្រសព្វនៃបន្ទាត់ព័ក្តិ (BN) និង (CM) ។ គណនាផ្ទៃក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ BOC ផ្សេងៗ ។

$$\frac{MB}{AB} = \frac{1}{3} \text{ ឬ } \frac{2}{3}$$

៣៤. ដោះស្រាយសមីការ :

$$\log_3(\cos x + \sin x) + \frac{1}{2} - \log_2(\cos x - \sin x) = \sqrt{2}$$

៣៥. បង្ហាញថាមានត្រីកោណ មានជ្រុងប្រវែងជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន (a, b, c) ដែលតួចំនួនគតិ a, b, c គឺ 1 ហើយផលបូក : $a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2$ ជាការ៉េនៃចំនួនគតិ ។

៣៦. រកគ្រប់ k ចំនួនគតិវិជ្ជមានដើម្បីអោយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានរំលឹកគតិ :

$$\begin{cases} 2(k+1)x + (6k+2)y + 2k - 4 = 0 \\ 2(k+1)x + (k^2 + 3k + 2)y - 4k - 4 = 0 \end{cases}$$

៣៧. យក I, G រៀងគ្នាជាផ្ចិតក្នុងចំនោមចំនុចនៃត្រីកោណ ABC ដោយ $AB=c$ $AC=b$, $BC=a$ ។

ក) ឧបមាថា $a > b$ ប្រយោបញ្ជាក់ថា ត្រង់ I ផ្ទៃក្រលាផ្ទៃ CIG ផ្សេង $\frac{1}{6}(a-b)r$

ដែល r ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC ។

ខ) ឧបមាថា $a = c+1$, $b = c-1$ ប្រយោបញ្ជាក់ថា IG ប្រសិនបើ AB រួចគណនា IG

៣៨. គេអោយស្វ៊ីត $\{a_n\}$ និង $\{b_n\}$ ផ្សេងគ្នាគ្នា : $a_1 = \frac{2005}{2006}$; $b_1 = \frac{2007}{2006}$

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{b_n}; b_{n+1} = b_n + \frac{1}{a_n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

៣៩. គេអោយបញ្ចេញនិមិត្ត $f(x)$ មានមេគុណជាចំនួនគតិ ។ ឧបមាថា ពេល x គតិ $f(x)$ ចែកជាចំនួន 3 ។

៤០. ក្នុងត្រីកោណកែងមួយ និមិត្ត S_a, S_b គឺជាមេដ្យានត្រូវនឹងជ្រុងមុំកែងនៃវា។

$$S_c \text{ ជាមេដ្យានចំពោះមុំប៉ុន្មាន? } A = \frac{S_a + S_b}{S_c} = \sqrt{10}$$

១. ប្រយោបញ្ជាក់ថា ចំនួន :

$$N = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2007} + 7^{2008} \quad \text{ថែកដាច់នឹង 400 ។}$$

២. ពិនិត្យមើលស្វីត

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 11$$

$$a_3 = 111$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_i = 11\dots11 \quad (i \text{ ខ្ទង់លេខ } 1)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$a_n = 11\dots11 \quad (n \text{ ខ្ទង់លេខ } 1)$$

ចូររកចំនួន a_j តូចបំផុតដែល a_j ថែកដាច់នឹង $b = 33\dots33$ (2005 ខ្ទង់លេខ 3)

៣. រើចំនួនខាងក្រោមនេះ ជាចំនួនគត់ ឬ ជាប្រភាគ ?

$$A = 0,9 \left(2001^{2007} + 2003^{2006} \right)$$

៤. រកប្រប់អនុគមន៍ $f : R \rightarrow R$ ផ្សេងផ្ទាល់គ្នាខណៈ :

$$2005 \cdot f(x-1) + 2006 \cdot f(1-x) = x, \text{ ប្រប់ } x \in R$$

៥. រកប្រប់ចំនួនបឋម p, q និង r ដោយ $p < q < r$ ដែល $25pq + r = 2004$

និង $pqr + 1$ ជាការប្រាកដ ។

៦. ដោះស្រាយសមីការ $x^{20} + x^{100} = 2 \cdot x^{120}$

៧. ស្វីត $a_1, a_2, \dots$ នៃចំនួនពិត បំពេញ $a_1 = 2005$ ហើយចំពោះប្រប់ $n \geq 1$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n = n^2 \cdot a_n \quad \text{។ តំណាង } a_{2005}$$

៨. គំនិតថា រើចំនួនណា ខាងក្រោម ធំជាង ?

$$A = \frac{2006^{1111} + 1}{2006^{2222} + 1} \quad \text{និង} \quad B = \frac{2006^{2222} + 1}{2006^{3333} + 1}$$

៩. យក x, y, z ជាចំនួនវិជ្ជមានដែល $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ។

$$\text{ប្រយោបញ្ជាក់ថា } \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq \sqrt{3}$$

១០. រកប្រប់ចំនួនគត់ m ដែលសមីការ $x^3 - mx^2 + mx - (m^2 + 1) = 0$ មានរឹលជាចំនួនគត់ ។

១១. រើចំនួនពិត x និង y មានផលបូកស្មើ 1 ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃ $A = x \cdot y^4 + x^4 \cdot y$ ។

១២. ប្រយោបញ្ជាក់ថា បើ $a, b, c > 0$ នោះ

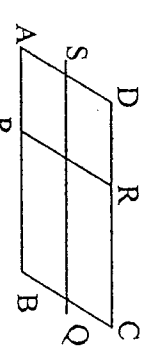
$$\frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{a+b+c}{3}$$

១៣. គេអោយប្រលេឡូក្រាម ABCD មានផ្ទៃក្រលាស្មើ 2 ឯកតា ។ បន្ទាត់ស្របនឹង (AD) កាត់ជ្រុងប្រលេឡូក្រាមគ្រប់ S

និង Q ដូចរូប ។

គណនាផលបូកក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ

$$AQR, BSR, DPQ \text{ និង } CSP = ?$$



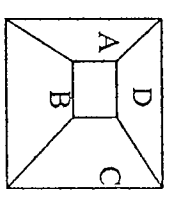
១៤- នៅក្នុងស្វីតមួយដែលកើតឡើងដោយ មិនបញ្ចូលការប្រែក្លាស់ នៃចំនួនគត់មុជាតិមិនសូន្យ ។

តើ ២០០៦ ជាតួទីប៉ុន្មាន ? តើចំនួនណានៃស្វីត ជាតួទី ២០០៦ ?

១៥. ការពិព្រឹត្តិផ្លូវធានាដាក់ការពេញ ក្នុងការពេញរក្សា

ដែលជ្រុងរបស់វាស្របគ្នា ដូចរូប ។

$$\text{ស្រាយថាផលបូកផ្ទៃក្រលា } A + C = B + D$$



១៦. រកប្រប់ចំនួនបឋម p ដែលចំនួន $p^2 + 11$ មានតួចំនួនគត់ យ៉ាងពិតប្រាកដ 6

(រួមទាំង 1 និង ខ្លួនឯង) ។

១៧. តើសមីការខាងក្រោម មានរឹលតិចប៉ុន្មាន ? $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2001}$

១៨. ចំនួន $11\dots11$ ថែកដាច់នឹង 37 ។ ប្រយោបញ្ជាក់ថា ចំនួនខ្ទង់នៃ $m : 3$

$$\text{១៩. បើ } a, b, c, d, e \text{ ជាចំនួនពិតដែល } a+b+c+d+e=8 \text{ និង } a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=16$$

រកតំលៃធំបំផុតនៃ e ។

$$\text{២០. បើ } f(x) \cdot f(y) - f(xy) = x + y \text{ ចំពោះប្រប់ចំនួនពិត } x, y \text{ ។ រក } f(x) = x^{-1}$$

២១. តាង x និង y ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន មានតិចខ្ទង់ ពីរ ដោយ $x < y$ ។ ផលគុណ xy ជាចំនួន

មាន 4 ខ្ទង់ទាបបំផុតដោយលេខ 2 ។ បើលេខ 2 ត្រូវតែដាក់ចេញ ជាលេខផ្ទាល់ចំនួននេះស្មើ $x + y$

ចំពោះ $x = 30, y = 70$ មានលក្ខណៈនេះ ។ រកតួ (x, y) ផ្សេងទៀតដែលបំពេញលក្ខណៈនេះ

$$\text{២២. រកពហុធា } P(x) \text{ ដ៏ត្រឹមត្រូវ ដែល } P(x) + 1 \text{ ថែកដាច់នឹង } (x-1)^3 \text{ និង } P(x) - 1$$

ថែកដាច់នឹង $(x+1)^3$ ។

*៥២៣- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} 2(x^3 + 2x - y - 1) = x^2(y + 1) \\ y^3 + 4x + 1 + \ln(y^2 + 2x) = 0 \end{cases} \quad x, y \in \mathbb{R}$$

*៥២៤- រកប្រមូលអនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ផ្សេងៗគ្នាដែល

$$\begin{cases} f(1) = 2007 \\ (x-y)f(x+y) - (x+y)f(x-y) = 4xy(x^2 - y^2) \end{cases}$$

*៥២៥- គេអោយត្រីកោណ ABC និងចំនុច M នៅខាងក្នុងត្រីកោណ។ បញ្ជាក់ថា $A_1; B_1; C_1$ តាមលំដាប់នៅលើជ្រុង BC; CA; AB និងផ្សេងៗគ្នាពីចំនុច A_1B_1 ត្រូវ AN;

B_1C_1 ត្រូវ BM; C_1A_1 ត្រូវ CM ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{AMB_1C_1} \leq \frac{1}{3} S_{ABC}$

*៥២៦- គេអោយ $x = 123456789101112 \dots 998999$ ដែលក្នុងចំនួននេះគេសរសេរ

លេខពី 1 ដល់ 999 ចន្លោះ ។ រកលេខនៅខាងដើម ២០០៧ ។

*៥២៧- បើ $S_n = \frac{1}{2}(a^n + b^n)$ ក្នុងនោះ $a = 3 + 2\sqrt{2}$; $b = 3 - 2\sqrt{2}$ ហើយ

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ។ បង្ហាញថា S_{12345} ជាចំនួនគត់ រួចរកលេខនៅខាងដើម ២០០៧ ។

*៥២៨- ក) គេអោយពហុកោណនិយ័ត ABCDE ។ រង្វង់មួយប៉ះនឹង (DC) ត្រង់ D

និងប៉ះជាមួយ (AB) ត្រង់ A ។ រករង្វង់ចូលក្នុង AD : 1.៤.២

ខ) គេអោយមុំ $\angle xOy = 30^\circ$ ។ A និង B រៀងគ្នាជាពីរចំនុចនៅលើ (Ox) និង

(Oy) ដែល $AB = 1$ ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃរង្វង់ចូលក្នុង OB ។

*៥២៩- គេអោយអនុគមន៍ f ពីសំនុំចំនួនគត់ ទៅសំនុំចំនួនគត់ កំណត់ដោយ :

$$f(n) = \begin{cases} n+3 & \text{បើ } n \text{ គេសេស} \\ \frac{n}{2} & \text{បើ } n \text{ គេគូ} \end{cases} \quad \text{ឧបមាថា } k \text{ គេសេស និង } f[f(f(x))] = 27$$

*៥៣០- គេអោយ $E(n)$ ជាផលបូកលេខ ខ្ទង់ទូទៅ n ។ ឧ. $E(5681) = 6 + 8 + 14$

គណនា $E(1) + E(2) + \dots + E(100)$

*៥៣១- ក្នុងប្រព័ន្ធគោល ១០ តើមានចំនួនមានលេខបួនខ្ទង់ប៉ុន្មាន ដែល $N = \overline{abcd}$ ផ្សេងៗគ្នា លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម : (i) $4000 \leq N < 6000$

(ii) N ជាពហុគុណនៃ 5 (iii) $3 \leq b < c \leq 6$

៥៣២- គេអោយសមីការ $x^5 - \frac{1}{2}x^4 - 5x^3 + x^2 + 4x - 1 = 0$ (1)

ក) ស្រាយប្រព័ន្ធថា សមីការ (1) មានរឹស ៥ ផ្សេងគ្នា

ខ) ចំពោះ x_i ($i = \overline{1, 5}$) ជាសមីការ (1) ចូរគណនាផលបូក

$$S = \sum_{i=1}^5 \frac{x_i + 1}{2x_i^5 - x_i^4 - 2}$$

៥៣៣- ដោះស្រាយសមីការ $x^{4n} + \sqrt{x^{2n} + 2007} = 2007$ ($n \in \mathbb{N}^$)

*៥៣៤- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ប្រសិនបើ $x \geq 0$ គេមានជាមធ្យម $\log_4(4^x + 1) > \log_9(9^x + 2^x)$

*៥៣៥- គេអោយ $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ និង

$$S_n = \frac{T_2}{T_2-1} \cdot \frac{T_3}{T_3-1} \cdot \frac{T_4}{T_4-1} \cdot \dots \cdot \frac{T_n}{T_n-1} \quad \text{ដោយ } n = 2, 3, \dots$$

$$\text{គណនា } S_{2007} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4} \quad S_n = \frac{2n}{n+2}$$

*៥៣៦- គេអោយ ត្រីកោណសម័ង្ស DEF ចំពាក់ក្នុង ត្រីកោណសម័ង្ស ABC ដែល

$$DE \text{ កែងនឹង } BC \quad \text{គណនា } \frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{4}{3} \quad 2 \cdot 10^4 / 10^4$$

*៥៣៧- គេអោយ $a_1; a_2; \dots; a_n$ និង $b_1; b_2; \dots; b_n$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានដែល

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n b_k \quad \text{ស្រាយថា} \quad \sum_{k=1}^n \left(\frac{a_k^2}{a_k + b_k} \right) \geq \sum_{k=1}^n \left(\frac{a_k}{2} \right)$$

*៥៣៨- គេអោយ $x_1; x_2; \dots; x_n$ ជាបញ្ជីចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។

តាង $S = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$(1+x_1)(1+x_2) \dots (1+x_n) \leq 1 + S + \frac{S^2}{2!} + \frac{S^3}{3!} + \dots + \frac{S^n}{n!}$$

$$*៥៣៩- \text{គណនាផលបូក } S = \sum_{i=0}^{101} \frac{x_i^3}{1-3x_i+3x_i^2} \quad \text{ដោយ } x_i = \frac{i}{101}$$

គណិតវិទ្យា ផ្នែកវិទ្យាសាស្ត្រ
ដោយ ហ៊ុន ស៊ីហុត អធិការ គណិតវិទ្យា

៥០៧- ឧបមាថា $f_1(x) = -\frac{2x+7}{x+3}$; $f_{n+1}(x) = f_1[f_n(x)]$ ។ គណនា $f_{2007}(2006)$

៥០៨- ចំនុចកណ្តាលជ្រុង AB នៃចតុកោណកែង ABCD គឺ F ។ យក P ចំនុចនៅលើបន្ទាត់ពុះនៃមុំ C ។ តួស PQ កែងនឹង BC ($Q \in BC$) ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថា

បើ PF កែងនឹង DQ នោះ $AP = BC$

៥០៩- យក $a; b; c$ ជាមុំទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ដែល $\cot \frac{a}{2}; \cot \frac{b}{2}; \cot \frac{c}{2}$

ជាបីចំនួនគត់គ្នា ។ ចូរកំនត់មុំធំបំផុតនៃត្រីកោណនោះ ។

៥១០- គេអោយ f ជាអនុគមន៍ កំនត់លើសំនុំចំនួនពិតវិជ្ជមាន គឺលេខរបស់វាជាន់នុំចំនួនពិត ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការអនុគមន៍ : $f\left(\frac{x+y}{2}\right) + f\left(\frac{2xy}{x+y}\right) = f(x) + f(y)$ ចំពោះគ្រប់

ចំនួនវិជ្ជមាន $x; y$ ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថា $2f(\sqrt{xy}) = f(x) + f(y)$ ចំពោះ $x > 0; y > 0$

៥១១- គេអោយ $A = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 4x + 1}}$ និង $B = \frac{2x-2}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$

រកគ្រប់តំលៃគត់នៃ x ដែល $C = \frac{2A+B}{3}$ ជាចំនួនគត់ ។

៥១២- រកគ្រប់ចំនួនពិត x ដែល 3 ចំនួន $\tan\left(\frac{\pi}{12} - x\right); \tan \frac{\pi}{12}$ និង $\tan\left(\frac{\pi}{12} + x\right)$ ។

ដូចគ្នាជាស្វ័យគណិតវិទ្យាតាមរបៀបណាមួយនោះ ។

៥១៣- រកអោយត្រីកោណកែង ABC មានមុំ $C = 90^\circ$ ។ តាង S_1 និង S_2 ជាទំហំក្នុងត្រីកោណ ABC ដែល S_1 និង ត្រីកោណ ABC មានកំពូល C រួម ចំនែក S_2 មានជ្រុងមួយនៅលើជ្រុង AB ឧបមាថាប្រវែង S_1 ស្មើ 441 និង ប្រវែង S_2 ស្មើ 440 ។ គណនា $AC + BC$

៥១៤- ចំពោះ $0 \leq x; y; z \leq 1$ ចូររកគ្រប់តំលៃនៃសមីការ

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}$$

៥១៥- គេអោយចំនួនពិតវិជ្ជមាន $a; b; c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លេខ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$

ព្រាយបញ្ជាក់ថា $\sqrt{a+bc} + \sqrt{b+ca} + \sqrt{c+ab} \geq \sqrt{abc} + \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$

៥១៦- គេអោយបីចំនួន $a; b; c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លេខ $abc + a + c = b$

រកតំលៃធំបំផុតនៃកន្សោម $P = \frac{2}{a^2+1} - \frac{2}{b^2+1} + \frac{3}{c^2+1}$

៥១៧- ហៅ $M; N$ រៀងគ្នាជាចំនុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC; AC និង ហៅ BH ($H \in BC$)

ជាកំពស់ត្រីកោណ ABC ។ បន្ទាត់កែងជាមួយបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle HMN$ កាត់ AC ត្រង់ P

ដែល $HP = \frac{1}{2}(AB+BC)$ និង $\angle HMN = 45^\circ$

ក) ព្រាយបញ្ជាក់ថាត្រីកោណ ABC សមបាទ

ខ) រកត្រលវ៉ែនត្រីកោណ ABC ពេល $HM = 1$

៥១៨- គេអោយ $\{U_n\}$ និង $\{V_n\}$ ជាស្វ័យគតិកំនត់ដូចខាងក្រោម $U_1 = a; V_1 = b$

$U_n = \frac{U_{n-1} + V_{n-1}}{2}; V_n = \frac{U_n + V_{n-1}}{2}; n \geq 2$ ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថា

$U_n = a + \frac{2}{3}(b-a)\left(1 - \frac{1}{4^{n-1}}\right); V_n = a + \frac{2}{3}(b-a)\left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4^{n-1}}\right)$

៥១៩- ហៅ p ជាចំណុចមក ដែលសមីការ $x^2 - 3px - p = 0$ មានលើកផ្សេងគ្នា $x_1; x_2$

ក) ព្រាយបញ្ជាក់ថា $3px_1 + x_2^2 - p > 0$

ខ) រកតំលៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = \frac{p^2}{3px_1 + x_2^2 + 3p} + \frac{3px_2 + x_1^2 + 3p}{p^2}$

៥២០- រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $x; y$ ដែល $a) \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{b} \quad b) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} + \frac{1}{xy}$

៥២១- គេអោយត្រីកោណ ABC ដោយ M ជាចំនុចកណ្តាលជ្រុង AB ដោយដឹងថា

$\angle CAB = 15^\circ$ និង $\angle ABC = 30^\circ$ ។ គណនា $\angle ACM$ រួច

ព្រាយបញ្ជាក់ថា $CM = \frac{AB \cdot BC}{2 \cdot AC}$

៥២២- រកលក្ខខណ្ឌដើម្បីអោយ $x^{2n} + x^n + 1$ ចែកដាច់នឹង $x^2 + x + 1$

៤៩៣- ឧបមាថា $a_1 ; b_1 ; c_1 ; a_2 ; b_2 ; c_2$ ជាបញ្ជីចំនួនខុសពី ០ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{b_1}{b_2} + \frac{c_1}{c_2} = 0 \quad \frac{a_2}{a_1} + \frac{b_2}{b_1} + \frac{c_2}{c_1} = 1$$

$$\frac{a_1^2}{a_2^2} + \frac{b_1^2}{b_2^2} + \frac{c_1^2}{c_2^2} = 1$$

៤៩៤- ១) គេអោយ $a ; b ; c \in [-1; 2]$ និង $a + b + c = 0$ ។

$$\text{ស្រាយបញ្ជាក់ថា} \quad a^2 + b^2 + c^2 \leq 6$$

២) គេអោយសមីការ $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ (1) ក្នុងនោះ $a ; b \in \mathbb{R}$ ។ ដោយដឹងថា (1) មានរឹលពិតយ៉ាងតិចមួយ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a^2 + b^2 \geq \frac{4}{5} \quad \text{តើ សមភាពទាញបានពេលណា?}$$

៤៩៥- ក្នុងត្រីកោណ ABC, D, E, F ជាន់នូវនៅលើជ្រុង $BC = 4CD ; AC = 5AE$ ហើយ $AB = 6BF$ ។ ឧបមាស្រាយផ្ទៃនៃត្រីកោណ ABC លើ 120cm² ។

រកក្រលាផ្ទៃនៃត្រីកោណ DEF ។

៤៩៦- ស្រាយបញ្ជាក់ថា : ក) $\sqrt[3]{43} < \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{44}$

$$\text{ខ) } \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{8}\right) \left(1 + \frac{1}{15}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n^2 + 2n}\right) < 2 \quad \text{គ្រប់ } n \in \mathbb{Z}_+$$

$$\text{គ) } \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \left(1 + \frac{1}{9}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n^2 + 3n}\right) < 3 \quad \text{គ្រប់ } n \in \mathbb{Z}_+$$

៤៩៧- វិធានគណិតវិទ្យា * បានកំណត់ន័យថា នៅលើសំនុំចំនួនគត់វិជ្ជមាន បើ $x ; y$ គតិវិជ្ជមាន នោះ $x * y$ ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ ឧបមាថា * ផ្ទៀងផ្ទាត់ ល.ខ ៣ ខាងក្រោមចំពោះគ្រប់ x, y

គតិវិជ្ជមាន ចូរគណនា $5 * 9 : (1) x * (y + z) = (x * y) * (x * z)$

$$(2) (x + y) * 1 = (x * 1) + (y * 1)$$

$$(3) (x + y) * 2 = (x * 2) + 4(xy * 1) + (y * 2)$$

៤៩៨- គេអោយចតុកោណប្រាំមួយជ្រុង $ABCD$ មានបាតធំ BC ។ ឧបមាថាចំពស់ AH ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AH^2 = AD \cdot BC$ ។ យក P ជាចំណោលកំរិតនៃ H លើ AB ។

៤៩៩- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ ចំនួនពិត $w ; x ; y ; z$ គេបាន:

$$\sqrt[3]{w^3 + x^3 + y^3 + z^3} \leq \sqrt[3]{w^2 + x^2 + y^2 + z^2}$$

៥០០- គេអោយប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} y = x - 2007 \\ z = 2y - 2007 \\ w = 3z - 2007 \end{cases}$$

រករឹល $(x ; y ; z ; w)$ ដែល $x ; y ; z ; w$ មិនអវិជ្ជមានចំពោះ x មានតំលៃតូចបំផុត ។

៥០១- គេអោយត្រីកោណ ABC មានមុំស្រួចតំបី ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\text{បើ } \frac{\cos A}{\sin B \sin C} + \frac{\cos B}{\sin C \sin A} + \frac{\cos C}{\sin A \sin B} = \sqrt{6}$$

នោះត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណមុំម្យ៉ាង ។

៥០២- ក) រកគ្រប់ចំនួនគត់ $x ; y$ ដោយដឹងថា $x > y > 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^3 + 7y = y^3 + 7x$ ($x=2, y=1$)

$$\text{ខ) រករឹលគត់នៃប្រព័ន្ធសមីការ } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x^2 - xy + x - 2z = 1 \end{cases}$$

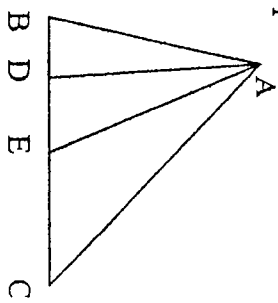
៥០៣- គេអោយត្រីកោណ $ABC ; AD$ និង AE

ចែកមុំ A ជា បីចំនែកស្មើគ្នា ។ ដោយដឹងថាម្ចាស់ជ្រុង

$BD ; DE$ និង EC រៀងគ្នាគឺ 2 ; 3 ; 6 ។

គណនាម្ចាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ABC ។

$$ab = 2\sqrt{10}, \quad AC = 6\sqrt{6}, \quad AC = 11$$



៥០៤- គេអោយបីចំនួន $a ; b ; c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$$\begin{cases} (a-b+c)^2 + 2ab - 8ac + 2bc < 0 \\ 5a - 4b + 5c < 0 \end{cases}$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $2005a - 2004b + 2005c < 0$

៥០៥- ដោះស្រាយសមីការ $2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{x^3 + 8}$.

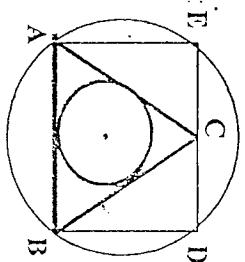
៥០៦- គេអោយចំនួនពិតវិជ្ជមាន a, b, c ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right) \geq 2 \left(1 + \frac{a+b+c}{3abc}\right)$$

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២
ជេរដេន ឈិន ស៊ីវនាត អធិការ គណិតវិទ្យា

✓ ៤៨៨- ក្នុងប្រការ ABC សម្រាប់ និងកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងវិជ្ជា ។ រង្វង់ចារឹកក្នុងប្រការ
 ពេញលក់តាមកំពូលនៃប្រការ ABCD ។

រកអង្កត់រង្វង់ ។ : $\sqrt{2}$



✓ ៤៨៩- 1) គណនាតំលៃនៃ $A = S_{2006} + S_{2007}$
 ជាការ $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + (-1)^{n-1} n = 1$

2) តើមានចំនួនលេខ 0 ក្នុងចំនួន 1001 ឬទេ?

3) តាង x ជាចំនួនគត់ 3 ខ្ទង់ដែលផលបូកលេខ 21 ។ បើលេខ x ត្រូវបានប្រែក្លាយ
 ចំនួនដែលទទួលបាននឹងស្មើនឹង x ចំនួន 495 ។ រកចំនួន x ។

✓ ៤៩០- ក) តាង A, B, C ជាចំនួនគត់ដែល
 $A \times B \times C = 320 + 129 \times 141 \times 147$ រកតំលៃនៃ $A + B + C = 1415$

ខ) ក និង a ដែលមានលក្ខណៈ $n_a!$ ជាចំនួនគត់ដោយ

$n_a! = n(n-a)(n-2a) \dots (n-ka)$ ក្នុងនោះ k ជាចំនួនគត់

តំបន់ដែល $n > ka$ ។ គណនា $\frac{72s!}{18s!} = 4^9 = 2^{18}$

✓ ៤៩១- ក) បើ $a_1, a_2, \dots$ និង $b_1, b_2, \dots$ ជាចំនួនគត់ដែល $a_1 = 125$

$b_1 = 750$ និង $a_{2007} + b_{2007} = 2007$ ។ គណនាផលបូកនៃ 2007 ឆ្នាំចុង

នៃចំនួនគត់ $a_1 + b_1; a_2 + b_2; \dots$

ខ) គណនាផលបូកនៃចំនួនគត់ 10 នៃចំនួន $A = (10^{4n+3} + 1)^2$

ក្នុងនោះ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

✓ ៤៩២- រកអោយដឹងពីចំនួន ។ A ជាចំនួនដែលប្រើប្រាស់ ។ ចូលចិត្តចំនួន ក្នុង A នៅលើ
 បន្ទាត់ចំនួននោះ ដូចជា M ដែល $AM = 1$ ។ បន្ទាត់ (D) ជួយបង្កើតតាម M ហើយកាត់
 រង្វង់ក្រវាស់ B និង C ។ កំណត់ចំនួនគត់ (D) ដើម្បីអោយប្រការ ABC មានចំនួនគត់ចុង

✓ ៤៩៣- រកតំលៃធំបំផុតនៃចំនួនគត់ $\sqrt{5x^2 + 14x + 9} - \sqrt{x^2 - x - 20} = 5\sqrt{x+1}$ ។ $x=6$

✓ ៤៩៤- រកអោយ X ; Y ; Z វិជ្ជមានផ្សេងគ្នា ឬ ខ X + Y + Z = 2007

រកតំលៃចុងបំផុតនៃកន្សោម $A = \frac{x^{30}}{y^{21}} + \frac{y^{30}}{x^{21}} + \frac{z^{30}}{x^{21}} = 3.668$

✓ ៤៩៥- រកអោយប្រការ ABC ($A > B > C$) ។ យក $A_1; C_1$ រៀងគ្នាជាដំបូងក្នុងបន្ទាត់ពុះ
 ក្រវាស់ A និង C : $AA_1 = CC_1$ ។ យក I ជាចំនួនគត់ក្នុងប្រការ ABC

ប្រាប្រែបញ្ជាក់ថា $IB^2 = IA \cdot IC$

✓ ៤៩៦- រកអោយចំនួនគត់ a ; b ; c ផ្សេងគ្នា ៖ $30a + 4b + 2007 = 0$ ។

ប្រាប្រែបញ្ជាក់ថាចំនួនគត់ $ax^2 + bx + c = 0$ មានតែដំណើរ ។

✓ ៤៩៧- ដោះស្រាយសមីការ ក) $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} - 6\sqrt{x-1} = 1$ ។ $x \in (5, 10)$

ខ) $3 \log_3(1 + \sqrt{x+3}) = 2 \log_2 \sqrt{x}$ ។ $x=46$

✓ ៤៩៨- រកអោយចំនួនគត់ a ក្រវាស់ប្រការប្រែប្រួលតាមចំនួនគត់ $\log_3 3 [\log_2 2 (\log_3 1)] = 1$ ។ $2A$

✓ ៤៩៩- រកអោយប្រការប្រែប្រួលតាមចំនួនគត់ ABC ក្នុងក្រវាស់ C ។ បើ P ជាចំនួនគត់ក្នុង BC

M ជាចំនួនគត់ក្នុង AB បញ្ជាក់ថា L, N នៅលើអង្កត់ AP ដែល CN ក្នុង AP និង AL = CN

ក) គណនា មុំ $\angle LMN = 90^\circ$

ខ) បើប្រការប្រែប្រួលតាមចំនួនគត់ ABC ផ្សេងគ្នា គណនាមុំ $\angle CAP = 15^\circ$

✓ ៤៩០- ខ) រកអោយដឹងពីចំនួនគត់ដែលលេខ 0 នៅលើកាំប៉ង ៣ និង ៥ នៃចំនួន N = 3 000 003

ដើម្បីអោយចំនួនគត់ដែលលេខ 13 ។

ខ) រកអោយអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍តំណក់នៅលើ R ហើយផ្សេងគ្នា ៖

$x f(x+2) = (x^2 - 9) f(x)$ ។ ប្រាប្រែបញ្ជាក់ថា $f(x) = 0$ មានតែចំនួនគត់តែមួយគត់

$499 (1997^n + 1) = x^2 + x$ ។ $n=1$

✓ ៤៩២- រកអោយប្រការ ABCD មានអង្កត់ក្រវាស់ AC និង BD ក្នុងគ្នា ហើយចំនួនគត់ក្នុងរង្វង់

ផ្ចិត O កាំ ឆ្នើម ។ ក) គណនាផលបូកនៃចំនួនគត់ក្នុងប្រការ

ខ) គណនាប្រការផ្ទៃប្រការ ABCD បើមានរង្វង់ផ្ចិត I ចារឹកក្នុងវិជ្ជា និង $OI = \frac{1}{\sqrt{3}}$

គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី១២
ជ័យ ឆ័ត្រ សុភាព អរិយធម៌ គណិតវិទ្យា

(៤៥៨) គេអោយប្រលេឡូក្រាម ABCD មានមុំ A ប្រូប ។ បន្ទាត់ពុះមុំ B $\hat{A}$ D កាត់ជ្រុង BC ត្រង់ F និងកាត់ DC ត្រង់ K ។ ពិភពល D តូច DP កែងនឹង AK (P ∈ AK) សន្មត DP = a

$AD \cdot C = 180 - 2\alpha$ ។ គណនាប្រលេឡូក្រាម ABCD ដោយដឹងថា $\frac{S_{KFC}}{S_{AFCD}} = \frac{1}{15}$

(៤៥៩-ខ) តាង x_1, x_2, x_3, x_4 ជាឈ្មោះនៃសមីការ $x^4 - x + 1 = 0$ ។

រកតំលៃនៃ $A = x_1^8 + x_2^8 + x_3^8 + x_4^8 = 4$

២) រកចំនួនគតិវិជ្ជមានតូចបំផុតនៃ n ដែល n^2 ចែកដាច់នឹងគ្រប់ចំនួនគតិ 2 ដល់ 20

(៤៦០) រកសំនួរនៃពេល $x^{2007} + 1$ ចែកនឹង $x^2 - 2x + 1$ ។ $R = 2007$

ខ- រកតំលៃនៃ $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2006}{2007}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2005}{2006}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2006}{2007}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2005}{2006}\right) = \frac{2005}{2007}$

(៤៦១-ខ) ចំពោះចំនួនគត់ណាមួយ n ដែលកន្សោម $\frac{n^2}{1001}$ មានតំលៃចំនួនគត់? $n = 1$

២) រកលេខនៅខាងក្រោមនៃ ផលគុណ $3^{2002} \times 7^{2004} \times 7^{2005} \times 3^{2007}$ ។

(៤៦២-តើសមីការ $3x + 5y = 5001$ មានចំពោះ x, y ចំនួនគតិវិជ្ជមាន? 333)

(៤៦៣-រកសំនួរនៃ $f(x) = x^2 + x^{2003} + x^{2006}$ និង x^{-1} រួច $x^2 - 1$

(៤៦៤-អង្គត្រីកោណកែវ ABCD កាត់គ្នាត្រង់ O ។ ហៅ O₁, O₂, O₃, O₄

រៀបគ្នាជាជួរតាមរយៈក្រៅត្រីកោណ OAD, ODC, OBC, OAB.

(ខ) ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថាចតុកោណ O₁O₂O₃O₄ ជាប្រលេឡូក្រាម ។ $S_{ABCO} = S_{CDO}$

៦) ចូរប្រៀបធៀបប្រលេឡូក្រាមខាងលើដោយ S_{ABCD} ដោយស្គាល់ $\angle COD = 45^\circ$ ។

(៤៦៥-បើ $x^4 + 4x^3 + 6px^2 + 4qx + r$ ចែកដាច់នឹង $x^3 + 3x^2 + 9x + 3$ ។

រកតំលៃនៃ $A = (p+q)r = 15$

(៤៦៦- រកលេខនៅខាងក្រោមនៃ $(243^{10})(163^9)(633^8) = 4$

(៤៦៧- រកតំលៃ $A = \frac{246912}{123457^2 - 123456 \times 123458}$ (មិនអោយប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ) = 246912

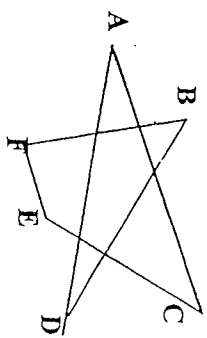
(៤៦៨- បើ x និង y បំពេញ $x^2 + y^2 = 7$ រកតំលៃអតិបរមានៃ $A = x^2 + 2y^2 + 2x - 4$

(៤៦៩- រកលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃចំនួន $A = 11$

(៤៧០- រកតួ (m, n) នៃចំនួនគត់ដែលបំពេញសមីការ $m^3 + 6m^2 + 5m = 27n^3 + 9n^2 + 9n + 1$

(៤៧១- បើផលបូកបញ្ចប់មុំ A, B, C, D, E និង F

ស្មើ 90n ដូច្នេះ រក $n = 4$



(៤៧២- ក្នុងត្រីកោណ ABCD មុំ B $\hat{D}$ C = 90°

និងដឹងចំនោលកែងគ្នាពី D ទៅ (ABC) គឺជាចំនួនប្រសព្វនៃកែងពីត្រីកោណ ABC ។

ប្រាយថា $(AB+BC+CA)^2 \leq 6(AD^2 + BD^2 + CD^2)$ ។ ពេលណាជាសមភាព?

(៤៧៣- រកសំនួរ R មានកំរិតចំនួន x^{100} និង $x^2 - 3x + 2$ ជាហេតុផលមានដេរីវេតូចជាង 2

(ខ) ចំនួន $(2^{48} - 1)$ ចែកដាច់នឹងពីរចំនួនគត់ខ្លះ ៦០ និង 70 ។ រកចំនួននេះ 2^{100}

(៣) បើ w ជាឈ្មោះនៃចំនួនគត់ គ្នាចំនោមរវាងនៃសមីការ $x^3 = 1$ ។

គណនា $A = (1 - w + w^2)(1 + w - w^2) = 4$

(៤៧៤- គណនា $S = (1 + 2^{\frac{1}{2}})(1 + 2^{\frac{1}{4}})(1 + 2^{\frac{1}{8}})(1 + 2^{\frac{1}{16}})(1 + 2^{\frac{1}{32}})$

(៤៧៥- បង្ហាញថា គ្រប់ចំនួនគត់ x និង y ដែលត្រូវនឹងស្មីក្នុងកន្សោម៖

$N = x^5 - x^4y - 13x^3y^2 + 13x^2y^3 + 36xy^4 - 36y^5$ មិនអាចស្មើនឹង 77 ។

(៤៧៦- និមិត្តសញ្ញា [x] មានន័យថាចំនួនគត់ធំបំផុត តូចជាងឬស្មើ x ។

គណនាតំលៃនៃផលបូក $A = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + [\sqrt{4}] + \dots + [\sqrt{49}] + [\sqrt{50}] = 21$

(៤៧៧- ក) បើ x និង y ជាចំនួនពិត ។ បង្ហាញថា $(x^2 + y^2)^2 \geq xy(x+y)^2$

ខ) បើ x, y និង z ជាចំនួនវិជ្ជមាន

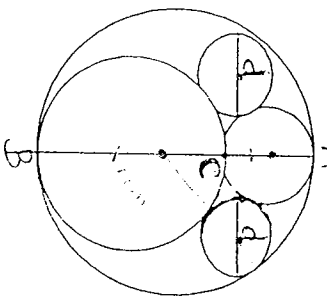
បង្ហាញថា $8(x^3 + y^3 + z^3) \geq (x+y)^3 + (y+z)^3 + (x+z)^3$

៤៣៥- គណនា $\sin^2 2003^\circ + \sin^2 2004^\circ + \dots + \sin^2 2182^\circ$

៤៣៦- បើសំខាងបីនៃសមីការ $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ គឺ 1, 2 និង 3 រកតំលៃនៃ $a + c$ ក្នុង 3 របៀបផ្សេងគ្នា ។

៤៤០- ដោះស្រាយសមីការ $x^4 + x^2 + x^2 + \dots + x^2 + \frac{4}{9} - (x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_7x_8 + x_8x_1) = 0$

៤៤១- គេអោយរង្វង់អង្កត់ទ្វីត $AB = 3\text{cm}$ ។ ចូរគូសរង្វង់អង្កត់ទ្វីត $BC = 2\text{cm}$ និង $AC = 1\text{cm}$ យក d ជាអង្កត់ទ្វីតរង្វង់ ប៉ះនិងរង្វង់ទាំងបីខាងលើផ្សេងៗ គណនា d ។



៤៤២- ឧបមាថា $ABCD$ ជាចតុកោណកែងមួយ O ជាចំនុចប្រសព្វនៃអង្កត់ទ្រូង AC និង BD , E, F និង G រៀងគ្នាជាចំនុចលើកំពស់នៃ B, C និង O លើ AD ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{ABCD} = \frac{AD \cdot BE \cdot CF}{2 \cdot OG}$

៤៤៣- បើ $2x - 3y - z = 0$ និង $x + 3y - 14z = 0$; $z \neq 0$ រកតំលៃនៃ $A = \frac{x^2 + 3xy}{y^2 + z^2} = ?$

៤៤៤- គេអោយ $f(x) = x^2 + 3x + 2$ និងសំនុំនៃចំនួនគត់ $S = \{0, 1, 2, \dots, 25\}$ រកចំនួនគត់ x ប៉ុន្មាននៃ S ដែល $f(x)$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

៤៤៥- ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $A = \sqrt{2005} + \sqrt{2007}$ និង $B = 2\sqrt{2006}$

៤៤៦- គេអោយប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

a) បើចំនួន K នៅក្នុងប្រលេ- ទោះ $S_{KAB} + S_{KCD} = S_{KAN} + S_{KBC}$

b) បើចំនុច K នៅក្រៅប្រលេ- ដែល KA និង KD កាត់ B ទោះ $S_{KAB} + S_{KCD} = S_{KAN} - S_{KBC}$

៤៤៧- គេអោយស្វ៊ីត $10^{\frac{1}{n}}; 10^{\frac{2}{n}}; 10^{\frac{3}{n}}; \dots; 10^{\frac{n}{n}}$; រកតំលៃក្នុងបំផុតនៃ n ដែល

ផលគុណនៃ n ក្នុងចំនួនស្វ៊ីត តូចជាងឬស្មើ 100000 ។

៤៤៨- ដោយដឹងថាផលបូក និងផលគុណនៃពីរចំនួនស្មើ ។ គណនាផលបូកក្នុងចំណោមពីរលេខនោះ

ពាក្យពីរបៀបផ្សេងគ្នា ។

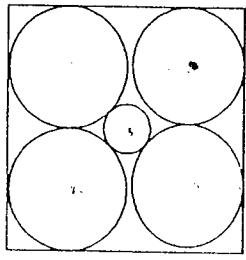
៤៤៩- បើ $F(n+1) = \frac{2F(n) + 1}{2}$ ដោយ $n = 1, 2, \dots$ និង $F(1) = 2$ គណនា $F(2007)$

៤៥០- រកចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុតនៃ x ដែលនៅពេល x ចែកនឹង 4 សំណល់ស្មើ ។ ពេល x ចែកនឹង 3 សំណល់ស្មើ ។ ពេល x ចែកនឹង 2 សំណល់ស្មើ ។

៤៥១- រង្វង់ប៉ុនគ្នាដែលរង្វង់នីមួយៗប៉ះគ្នាខាងក្រៅទៅរង្វង់ពីរទៀតក្នុងចំណោមរង្វង់ទៀត ដែលមានកាំក្រៅដោយ

ការដែលមានក្រចកផ្ទៃ 144cm^2 ។ បើរង្វង់តូចមួយត្រូវពេជាក់នៅកណ្តាលដើម្បីអោយវាប៉ះនឹងរង្វង់ទាំងបួន ។

រកអង្កត់ទ្វីតរង្វង់តូចនេះ ។ $d = 6(\sqrt{5}-1)$



៤៥២- បំពោះ $x \geq 0$, រកតំលៃតូចបំផុតនៃ $\frac{4x^2 + 8x + 13}{6(1+x)} = 12$ តូចបំផុត

(វី) គេអោយ m ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន និងបន្ទាត់ $13x + 11y = 700$ និង $y = mx - 1$

កាត់គ្នាត្រង់ចំនុចមួយមានកូអរដោនេជាចំនួនគត់ ។ រកតំលៃ $m = 6$

៤៥៣- បណ្តាចំនួន 12, 15, 16 ជាសរសេរក្នុងប្រព័ន្ធគោល b មានផលគុណស្មើ 3146

ក្នុងប្រព័ន្ធគោល b ។ ដូច្នេះក្នុងប្រព័ន្ធគោល b គណនាផលបូកនៃចំនួននេះ ។

៤៥៤- ចំនួន $2n3$ មានខ្ទង់ បូកជាមួយនឹង 326 អោយចំនួន $5b9$ មានខ្ទង់

ដោយដឹងថាចំនួន $5b9$ ចែកដាច់នឹង 9 ។ គណនា $a + b = 6$

៤៥៥- គេអោយ $D = a^2 + b^2 + c^2$, ក្នុងនោះ a, b ជាពីរចំនួនគត់គ្នា និង $c = ab$

បង្ហាញថា $\sqrt{D}$ ជាចំនួនគត់សេសដាច់និច្ច ។ $= 6^2 \cdot 3 \cdot a + 1$

៤៥៦- ផ្ទះ ៣ដ ។ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{4}$ ។ រកតំលៃនៃ $A = \frac{2b + 3ab - 2a}{b - a - 2ab} = -2$

b - តាម $n! = n(n-1)(n-2)\dots 2 \cdot 1$ ។ រកចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ដែល $\frac{1}{n!} \left(\frac{100}{3} \right)^n$ ធំបំផុត? $n = 33$

៤៥៧- គណនា $1001 \left(1 - \frac{1}{1001^2} \right) \left(1 - \frac{1}{1002^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{2007^2} \right) \cdot 2007 = 2008000$

៤១៨- គេអោយវិធីគណិតវិទ្យា * កំនត់ដោយ $a * b = a^b$ ត្រូវចំនួនវិជ្ជមាន a និង b ។
បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន a, b, c, n សំនើណាពិត?

- a) $a * b = b * a$ b) $a * (b * c) = (a * b) * c$
c) $(a * b)^n = (a * n) * b$ d) $(a * b)^n = a * (b^n)$ ✓

៤១៩- ពហុកោណមួយមាន 2006 កំពូលដូចរូបខាងលើ

ចំនួនជ្រុងគត្តានៃពហុកោណគឺ 1, 2, ..., k, ..., 2006

ចំពោះជ្រុង k និង k+2 មិនស្របគ្នាហើយបង្ហាញរហូតកាត់គ្នា

គណនាផលបូកមុំក្នុងនៃ 2006 កំពូល ដែលបានមកពីបង្ហាញ

ជ្រុងពហុកោណ ។ 36180

៤២០- គេអោយ $g(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ ។

រកសំនួរនៅវិធីចែក ពហុធា $g(x^{12})$ និង $g(x)$ ។ $= 6$

៤២១- បើ a, b, d រៀងគ្នាជាអង្គក្នុងជ្រុង អង្គក្នុងមួយជ្រុង និងអង្គក្នុងផ្សេងជ្រុង

នៃពហុកោណនីមួយៗ មានជ្រុង 9 ។ គណនា d ។ $= a+b$

៤២២- បើ $i^2 = -1$ គណនាផលបូក

$S = \cos 45^\circ + i \cos 135^\circ + \dots + i^n \cos(45 + 90n)^\circ + \dots + i^{40} \cos 3645^\circ$

៤២៣- ពេលចែកពហុធា x^8 និង $x + \frac{1}{2}$ គេបានផលចែក $q_1(x)$ និងសំណល់ r_1 ។

ចែក $q_1(x)$ និង $x + \frac{1}{2}$ គេបានផលចែក $q_2(x)$ និងសំណល់ r_2 ។ គណនា r_2 ។ $= -\frac{1}{2}$

៤២៤- មានត្រីកោណសម័ង្ស $A_1 A_2 A_3$ ។ ហៅ A_{n+3} ជាចំនុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[A_n A_{n+1}]$;

$n = 1, 2, 3, \dots$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា $A_{4n} A_{4n+1} A_{4n+2}$ ។ $= \frac{2\pi}{3} \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

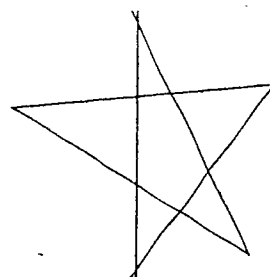
៤២៥- ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាស្របក្រវិលបំផុតនៃ x ផ្ទៃក្រវិលផ្ទៃក្រវិល

$8 \sin x \cos^3 x - 8 \sin^3 x \cos x = 1$ $x = \frac{\pi}{24}$

៤២៦- 1- តើស្ថិតក្នុងតំបន់ណាដែលចំនួន $3 \times 4 = 22$ ពិត?

2- រកផ្នែកគត់នៃប្រភាគ

$$\frac{1}{1998} + \frac{1}{1999} + \dots + \frac{1}{2015}$$



៤២៧- 1 - ចំនួន 1001997 ត្រូវបែងចែកដោយបូកនៃ 999 ចំនួនពីរដូចគ្នា។
តើចំនួនគត់ដែលបំផុតដែលអាចមាន គឺប៉ុន្មាន? $5, 7, \dots, 2001$

2- រកចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលជាផ្ទៃក្រវិល $62 \times (63^3 + 63^2 + 63 + 1) + 1$ 45

៤២៨- រកចំនួនគត់វិជ្ជមានពី 1 ដល់ 500 ដែលអាចបំបែង ជាចំនួន a^b ដោយ

a និង b ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។

៤២៩- 1- គណនាផលបូកនៃបញ្ហាមេគមណ្ឌលត្រូវបានផ្តល់ ($x - 2y$)²⁰⁰⁷ - 1 $S = 2$

2- បើ $S = 1! + 2! + 3! + \dots + 2006!$ រកចំនួនខ្ទង់ក្រោយនៃ S ។

៤៣០- ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ដែល $p > 1$, តើចំនួនណាខ្លះពិត?

a) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} - 1$ ចែកដាច់នឹង $p-2$ b) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} + 1$ ចែកដាច់នឹង p

c) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)}$ ចែកដាច់នឹង p d) $(p-1)^{\frac{1}{2}(p-1)} + 1$ ចែកដាច់នឹង $p+1$

៤៣១- គេអោយ $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 2N$ ដោយ N ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចបំផុត

ដែល $S > 1000000$. គណនាផលបូកនៃចំនួន N ។ 1001000

៤៣២- គណនាផលបូកនៃមុំ $A + B + C + D + E + F + G$ ។

តាមរូបខាងលើ ។ 2π

៤៣៣- ក្នុងចតុកោណ ABCD ដោយអង្កត់ទ្រូង AC និង BD

កាត់គ្នាត្រង់ O ។ $BO = 4\text{cm}$, $OD = 6\text{cm}$, $AO = 8\text{cm}$ $OC = 3\text{cm}$ និង

$AB = 6\text{cm}$ ។ គណនា AD . $= \sqrt{34}\text{cm}$

៤៣៤- ត្រីកោណសម័ង្ស ABC មានជ្រុង 2m ។ ចំនួន P ចំនួនគត់ក្នុងត្រីកោណ ។

គណនាផលបូកនៃចំនួន P ទៅ AB, AC និង BC? $S = \frac{1}{5}$

៤៣៥- យក x, y, z, t ជាចំនួនគត់ និង $(x^2 + y^2)(z^2 + t^2) = 29$.

រកតំលៃនៃ $A = x^2 + y^2 + z^2 + t^2$ ។ 50

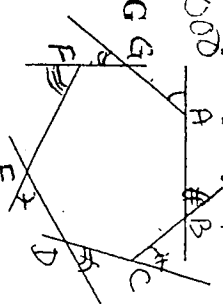
៤៣៦- រកចំនួននៅខាងក្រោមនៃផលបូក $1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \dots + 19^3$

៤៣៧- ឧបមាថា a, b, c, d, e បំពេញប្រព័ន្ធនីមួយៗខាងក្រោម $a + b + c = 1$;

$b + c + d = 2$; $c + d + e = 3$; $d + e + a = 4$ និង $e + a + b = 5$

ចូរសរសេរលំដាប់នៃ a, b, c, d, e .

$0, 2, 1, 1, 3$



គណិតវិទ្យា វិទ្យាសាស្ត្រ
ដោះស្រាយ ឆ័ត្ត សុវណ្ណ អធិការ គណិតវិទ្យា

៣៩៧-រកចំនួនគតិវិជ្ជមាន x ធំបំផុត ដែល $A = 4^{2^x} + 4^{1016} + 4^x$ ជាការប្រាកដ ។

៣៩៨-គេអោយចំនួន a, b, c, d ដែលមានផលគុណស្មើ 1 ។ ប្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + ac + ad + bc + bd + cd \geq 10$$

៣៩៩-ក) តើចំនួនណាចំនួន 31¹¹ និង 17¹⁴ ?

ខ) រកលេខ x, y, z ផ្ទៀងផ្ទាត់ $xyz + xzy = zzz$

៤០០-ក-ដាក់ជាផលគុណកត្តាដ៏ត្រឹមត្រូវ : $x^3(x^2-7)^2-36x$

ខ-ប្រើលទ្ធផលខាងលើ ចូរប្រាយបញ្ជាក់ថា កន្សោម $A = n^3(n^2-7)^2-36n$ ចែកដាច់នឹង 210 ចំពោះគ្រប់ n ចំនួនគតិវិជ្ជមាន ។

៤០១-គេអោយត្រីកោណ ABC មានមជ្ឈដ្ឋានទាំងបី AM, BN, CP ។ តាង

$$\angle AMB = \alpha, \angle BNC = \beta, \angle CPA = \varphi$$

$$\cot \alpha + \cot \beta + \cot \varphi = 0$$

៤០២-គណនា $A = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \dots + 2006.2006!$

៥០-០៤-០៩ ៤០៣-រកតំលៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = \sqrt{x^2 + (1185-y)^2} + \sqrt{y^2 + (1580-x)^2}$

ក្នុងនោះ x, y ជាចំនួនពិត ។

៤០៤-ចំពោះតំលៃណានៃ a និង b ដែលកន្សោម :

$$B = 2a^2 - 8ab + 17b^2 - 16a - 4b + 207$$

៤០៥-ប្រាយបញ្ជាក់ថា បើត្រីកោណ ABCD មិនមានមុំណាមួយទំនើបនោះ :

$$\tan A + \tan B + \tan C + \tan D = \cot A + \cot B + \cot C + \cot D$$

$$\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C \cdot \tan D$$

៤០៦-រកតំលៃតូចបំផុតនៃសមីការ : ក) $x + y = x^2 - xy + y^2$

ខ) $xy + 3x - 5y = -3$

៤០៧-គេអោយ a, b, c ជាចំនួនខុសពី 0 ។ ប្រាយបញ្ជាក់ថា $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$

$$\text{នោះគេបាន : } \frac{a^2}{a^2+2bc} + \frac{b^2}{b^2+2ca} + \frac{c^2}{c^2+2ab} = 1$$

21.04.០៩ ៤០៨-ចូរប្រើប្រែប្រួលចំនួន (2006)² និង 2006²⁰⁰⁶ ។ ✓

៤០៩-ប្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N} : \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$

៤១០-គណនា $A = \cos \frac{2\pi}{2007} + \cos \frac{4\pi}{2007} + \cos \frac{6\pi}{2007} + \dots + \cos \frac{2006\pi}{2007} = -\frac{1}{2}$

៤១១-ដោះស្រាយសមីការ :

1) $2\sqrt{1+x-3y} + 3\sqrt{2x-4y+1} = 2$

2) $3^{2x+2} + \sqrt{3x^4-6x^2+7} = 1 + 2 \cdot 3^{x+1}$

៤១២-ផ្ទៀងផ្ទាត់ក្នុងត្រីកោណ ABC ចំនឹងជ្រុង BC, AC, AB រៀងគ្នាគ្រប់ A', B', C' យក S និង S' ជាក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ ABC និង A'B'C' ។ ប្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{S'}{S} = 2 \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}$$

៤១៣-ប្រាយបញ្ជាក់ថា បើសមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ និង $a'x^2 + b'x + c' = 0$

មានឆ្លើយរួមតែមួយគត់ នោះមេគុណនៃសមីការ ផ្ទៀងផ្ទាត់នាក់ទំនង :

$$(ab' - a'b)(bc' - b'c) = (ca' - ac')^2$$

៤១៤-គណនាផលបូកខាងក្រោម :

ក) $\frac{14035}{1.8} + \frac{14035}{8.15} + \dots + \frac{14035}{(7n-6)(7n+1)} + \frac{2005}{7n+1} = 2005$

ខ) $\frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{2004^2}{4007.4009} = \frac{2004 \cdot 2005}{4}$

៤១៥-គេអោយ (U_n) ជាស្វ៊ីតកំណត់ដោយ $U_0 = 1$ និង $U_{n+1} = \frac{U_n}{\sqrt{(U_n)^2 + 1}}$ និង $U_n = \sqrt{\frac{1}{4+n}}$

ចូរគណនាផលបូក U_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

៤១៦-ប្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ត្រីកោណ ABC គេបាន $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3}$ ក្នុងនោះ

h_1, h_2, h_3 ជាកំពស់ទាំងបី, r ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ។

៤១៧-គេអោយស្វ៊ីតនិរន្តរ៍ $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{45}$ ក្នុងនោះ $\alpha_1 = 1^\circ, d = 4^\circ$

ដោយដឹងថា គ្រប់ $\alpha : \tan \alpha + \tan(\alpha+60^\circ) + \tan(\alpha+120^\circ) = 3 \tan 3\alpha$

ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\sum_{i=1}^{45} \tan \alpha_i = 45$

(៣៧៥) ប្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq 1$ គេបាន :

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{n^2 + (n+1)^2} < \frac{9}{20}$$

(៣៧៦) រករយខ្ទង់ x, y ដែល បើ $\overline{xxxx}$ ចែកនឹង $\overline{yyyy}$ បានផលចែក 16 សំលៅ r បើចែក $\overline{xxxx}$ ចែកនឹង $\overline{yyyy}$ បានផលចែក 16 និងសំលៅ r ចំនួន 2000 ។

(៣៧៧) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n}$ ($n = 2, 3, \dots$)

(៣៧៨) ក) គេអោយត្រីកោណ ABC មានមុំ B, C $< 90^\circ$ និង $\sin^2 B + \sin^2 C = 1$ ។
ប្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណ ABC កែងគ្រង់ A

ខ) គេអោយត្រីកោណ ABC កែងគ្រង់ A មានកំពស់ AH = 1 និង $S_{ABC} = 1$
គណនាផ្ទៃដីត្រីកោណ ABC ។

១០៣. ២៤ (៣៧៩) រកគ្រប់ចំនួនគត់ m, p ដែលសមភាពផ្ទៀងផ្ទាត់ :

$$\log_{2006} (m^2 + 2m + 2007)^{p^2 + 8} \leq 7 - p^2 + 3p$$

(៣៨០) គេអោយស្វ៊ីត $U_1; U_2 = \frac{1+U_1}{1-U_1}; U_3 = \frac{1+U_2}{1-U_2}; \dots; U_n = \frac{1+U_{n-1}}{1-U_{n-1}}$

ក្នុងនោះ $U_1 \neq 0$ និង $U_1 \neq \pm 1$ ។ ប្រាយបញ្ជាក់ថា $U_{2005} = U_1$

(៣៨១) គេអោយស្វ៊ីតមិនអវិជ្ជមាន $a_0, a_1, a_2, \dots$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ :

$$a_m + n + a_{m-n} = \frac{1}{2}(a_{2m} + a_{2n}) \quad \text{ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ } m, n \text{ ដែល } m \geq n$$

$$a_{2005} + a_{2005} = 1 \quad \text{ចំពោះ } a_1 = 1$$

(៣៨២) គេអោយ a, b, c ជាជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណកែងដោយ c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស ។

ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$

(៣៨៣) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $1^{2007} + 2^{2007} + \dots + n^{2007}$ មិនចែកដាច់នឹង $(n+2)$, $n \in \mathbb{N}$

(៣៨៤) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $2222^{5555} + 5555^{2222}$ ចែកដាច់នឹង 7 ។

(៣៨៥) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $11^{10} - 1$ ចែកដាច់នឹង 100 ។

26. ០៩. ០៤

(៣៨៦) ប្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $a + b + c$ ចែកដាច់នឹង 6 នោះ $a^3 + b^3 + c^3$ ក៏ចែកដាច់នឹង 6ដែរ
(a, b, c ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ)

(៣៨៧) គេអោយ $\log_{12} 18 = a$; $\log_{24} 54 = b$ ។ ប្រាយបញ្ជាក់ថា $ab + 5(a-b) = 1$

(៣៨៨) ប្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $2005^2 + 2^{2005}$ ជាចំនួនបឋម។

(៣៨៩) គេអោយ $A = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100}$ ។ ប្រាយថា A ចែកដាច់នឹង $\frac{2m}{n}$ (m, n ជាចំនួនគត់)។

(៣៩០) ប្រាយបញ្ជាក់ថាគ្រប់ m ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $A = \frac{m^3}{6} + \frac{m^2}{2} + \frac{m}{3}$ ជាចំនួនគត់ ។

(៣៩១) ប្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n :

$$P = \left(1 + \frac{1}{1.3}\right) \left(1 + \frac{1}{2.4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{(n-1)(n+1)}\right) \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right) < 2$$

(៣៩២) ក) គេអោយ $y = 10^{\frac{1}{1-\lg x}}$, $z = 10^{\frac{1}{1-\lg y}}$ ។ ប្រាយថា $x = 10^{\frac{1}{1-\lg z}}$

ខ) គេអោយ $a > 1, b > 1, c > 1$ ប្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$\frac{\log_b a^2}{a+b} + \frac{\log_c b^2}{b+c} + \frac{\log_a c^2}{c+a} \geq \frac{9}{a+b+c}$$

(៣៩៣) គេអោយស្វ៊ីត $\{U_n\}$ កំណត់ដោយ $U_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$ និងស្វ៊ីត $\{V_n\}$ កំណត់ដោយ

$$V_n = U_1 \cdot U_2 \cdot U_3 \dots U_n$$

a) ប្រាយបញ្ជាក់ថាស្វ៊ីត $\{U_n\}$ ជាស្វ៊ីតកើន ចំនែកស្វ៊ីត $\{V_n\}$ ជាស្វ៊ីតចុះ

b) កំណត់កន្សោមនៃ V_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

(៣៩៤) រកភាពទាបលើនិងខាងក្រោមនៃស្វ៊ីត $\{U_n\}$ ដែល $U_n = \frac{-3+e^{-n}}{2+\sin n}$

(៣៩៥) ក) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2006^3$ ចែកដាច់នឹង 2007

ខ) ប្រាយបញ្ជាក់ថា បើចំនួន a មិនចែកដាច់នឹង 5 នោះចំនួន $A = a^8 + 3a^4 - 4$

ចែកដាច់នឹង 100 ។

(៣៩៦) រកបណ្តាតិលេខ n ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ តូចជាង 40 ដើម្បីអោយចំនួនខាងក្រោម

$$A = n^2 + 6n - 187 \quad \text{ចែកដាច់នឹង } 19$$

19.02.06

(៣៥១) ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា ផលបូកគូបនៃ 3 ចំនួនគត់គ្នា ចែកដាច់ និង 9 ។

(៣៥២) លោក A ចំណាយពេល 4 ម៉ោង យូរជាងលោក B ដើម្បីធ្វើការងារមួយ ។ ពួកគេធ្វើការរួមគ្នា 2 ម៉ោងបន្ទាប់មក B ចាកចេញទៅ ។ បន្ទាប់មក A ចំណាយពេល 7 ម៉ោងដើម្បីបញ្ចប់ការងារដោយធ្វើការតែម្នាក់ឯង ។ តើ B ចំណាយពេលប៉ុន្មានដើម្បីធ្វើការតែម្នាក់ឯង?

48 12h

(៣៥៣) អោយ k, m, n ជាចំនួនវិជ្ជមានខុសពី 1 ។ ឧបមាថាមានចំនួនវិជ្ជមាន $x_0 \neq 1$

ដែលយើងមាន $\log_k x_0; \log_m x_0; \log_n x_0$ ជាស្វីតពន្លឺ ។ ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា

គ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន $x \neq 1$ នោះតើមាន $\log_k x; \log_m x; \log_n x$ ជាស្វីតពន្លឺដែរ

និងទាញរកសមភាព $n^2 = (km) \log_k m$

(៣៥៤) ស្វីត $\{u_n\}$ កំណត់ដូចតទៅ $u_1 = 1$; ស្វីត $\{v_n\}$ ដោយ $v_n = u_{n+1} - u_n$; $n = 1, 2, \dots$ បង្កើតបានស្វីតពន្លឺ ក្នុងនោះ $v_1 = 3$ និង $d = 3$ ។ ចូរគណនាផលបូក $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(៣៥៥) ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថាគ្រប់ចំនួនគត់ n នោះចំនួន $\frac{n^3}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15}$ ជាចំនួនគត់ ។

(៣៥៦) ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា ចំនួន $11 \dots 122 \dots$ ខ មាន 2006 ខ្ទង់លេខ 1 និង 2006 ខ្ទង់

លេខ 2 ជាផលគុណនៃ 2 ចំនួនគត់គ្នា ។

(៣៥៧) រកតំលៃធំបំផុត នៃ ផលធៀបរវាងចំនួនមានខ្ទង់ និង ផលបូកលេខនៃខ្ទង់របស់វា ។

(៣៥៨) ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$

(៣៥៩) រកគ្រប់ចំនួនគត់ $N = a_1 a_2 \dots a_n$ ដែល $\frac{2a_1 a_2 \dots a_n 1}{1a_1 a_2 \dots a_n 2} = \frac{21}{12}$

(៣៦០) តើអាចរកសរសេរបានឬទេ ចំនួន 2004 ក្រោមម៉ែដៃនៃផលបូកគូបនៃ 2 ចំនួនគត់?

(៣៦១) រកចំនួនមួយមាន 3 ខ្ទង់ធំជាង 12 ដង ផលបូកលេខនៃខ្ទង់របស់វា ។

(៣៦២) ស្វីត $\{u_n\}$ កំណត់ដូចខាងក្រោម: $N = 468$

1) $u_1 = 1$; $u_2 = 2$

2) $u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} = 1$ ចំពោះ $n = 2, 3, \dots$ ។ ចូរកំណត់តួទូទៅ u_n ។

6.02.06

(៣៦៣) រកគ្រប់ចំនួន ជាតាមប្រាក់ដូចមានលេខ 4 ខ្ទង់ដោយជម្រើស 10 លេខដើម្បីបង្កើត 10000 គេបានចំនួនជាតាមប្រាក់ដូចមួយទៀត ។

(៣៦៤) រកគ្រប់ចំនួនបឋម a ដែល $2a+1$ ជាគូបនៃមួយចំនួនគត់ ។

(៣៦៥) ចូរពិនិត្យមើល ចំនួន $A = 1^k + 9^k + 19^k + 2005^k$ ($k \in \mathbb{Z}_+$) និង k ជាចំនួនគត់

លេច តើ A អាចជាចំនួនមួយ តាមប្រាក់ដូចមួយទៀត? $A = 10^{m+8} + 4n+2$ ($m, n \in \mathbb{N}$)

(៣៦៦) រកចំនួនគត់ n ដែល $B = 2^8 + 2^{11} + 2^n$ ជាតាមប្រាក់ដូចមួយទៀត? $n = 12$

(៣៦៧) រកបញ្ហាលេខ នៃខ្ទង់ a, b, c ដែលចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n តែមាន

$aa \dots abbb \dots b + 1 = (cc \dots c + 1)^2$ ក្នុងនោះ មាន 2006 ខ្ទង់លេខ a

2006 ខ្ទង់លេខ b , 2006 ខ្ទង់លេខ c ។

(៣៦៨) រកអោយស្វីត $\{U_n\}$ កំណត់ដូចតទៅ $\begin{cases} U_1 = 1; U_2 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + U_{n-1}}{2} \end{cases} \quad n = 2, 3, \dots$

ចូរគណនាតួទូទៅ U_n ។ $U_n = \frac{4}{3}(-\frac{1}{2})^{n-1} + \frac{25}{3}$

(៣៦៩) រកអោយស្វីត $U_1; U_2; \dots$ កំណត់ដូចតទៅ $\begin{cases} U_{n+1} = \frac{U_n}{1+2U_n} \end{cases} \quad n = 1, 2, \dots$

ចូរកំណត់តួទូទៅ U_n ។ $U_n = \frac{2}{4n-1+12}$

(៣៧០) រកអោយអនុគមន៍ $f(x) = \frac{a^{2x}}{a^{2x} + a}$ a ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានធំជាងមួយ ។

គណនាផលបូក $A = f(\sin^2 \frac{\pi}{100}) + f(\sin^2 \frac{2\pi}{100}) + \dots + f(\sin^2 \frac{50\pi}{100})$

(៣៧១) ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា $\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}} = -2006$

2006 វាឡីការព្រ

(៣៧២) រកអោយត្រីកោណ ABC មានមុំផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ

$3(\cos B + 2\sin C) + 4(\sin B + 2\cos C) = 15$ ។

ប្រយោជន៍បញ្ជាក់ថា ABC ជាត្រីកោណកែង

(៣៧៣) ដោះស្រាយសមីការ: $2x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 3x - 2 = 0$ $x = 1, -1, 2, \frac{1}{2}$

(៣៧៤) រកបញ្ហាចំនួននៅលើខ្សែកោង (C) : $y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{6}x^2$ មានតួអក្សរជាចំនួនគត់

គណិតវិទ្យា ថ្ងៃអន្តរជាតិ
ដោយ ហ៊ុន ស៊ីសុវត្ថ អធិការ គណិតវិទ្យា

២២៣. ជ្រុង AB, BC, CD និង DA នៃឆតុកោណជ័ង ABCD រៀបគ្នាត្រូវបានបន្ថែមទៅជា

B, C, D និង A បានអង្កត់ BB' = AB = 6; CC' = BC = 7; DD' = CD = 8

និង AA' = DA = 9 ។ គ្នាច់ S_{ABCD} = 10 ។ ចូរគណនា S_{ABCD'} ។ = 50

(២២៤) គេអោយត្រីកោណច្រមុះ a, b, c ផ្ទៀងផ្ទាត់: (a+b+c)(a+b-c) = 3ab

គេដឹងថាមុំរយមិនជ្រុង c ។ 60°

(២២៥) គេអោយ f(x) ជាអនុគមន៍ចំនួនពិតនិមួយៗ ហើយដែលគ្រប់ a, b:

f(a+b) + f(a-b) = 2f(a) + 2f(b) ។ បង្ហាញថាគ្រប់ x: f(x) = f(-x)

(២២៦) គេអោយ P ជាផលគុណនៃពីរចំនួន: a = 3 659 893 456 789 325 678

និង b = 342 973 489 379 256 តើចំនួន P មានចំនួនខ្ទង់? 242៦

២២៧. បើ P ជាផលគុណនៃ 2006 ចំនួនដទៃទៀតនៃលំដាប់គ្រឹះ S ជាចំនួនបូកគ្នារបស់វា និង ១២.០២៦

S ជាផលបូកនៃចំនួនបូកគ្នារបស់វា ។ គណនា P ជាអនុគមន៍នៃ S និង S' ។ $P = \left(\frac{5}{3}\right)^{2006}$

(២២៨) បើ f(x) = $\lg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ ដោយ -1 < x < 1 ។ គណនា $\sqrt{\frac{3x+x^3}{1+3x^2}} = 3f(x)$

(២២៩) គណនាផលបូក 2006 តួដំបូងនៃស្វ័យគុណ:

1; (1+2); (1+2+2^2); ... : (1+2+2^2+...+2^{2005}) = 2^{2007} - 2^{2008}

(២៣០) កេចខ្ចីនៃគត់បំផុត ពេលបែក 13511 : 13903 : 14589 នឹងចំនួននោះគឺបាន

សំណល់ដូចគ្នា មួយ ។ 98 502503

២៣១. គណនា $S = \frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \dots + \frac{1002^2}{2003.2005}$

5.០2.០៦. (២៣២) ពោលវិស្វកម្មភាគ ធ្វើដំបូងឈើស្បែកដើម ក្នុងតំលៃ S480 ។ គាត់លក់សំបុកស្បែកដើម

លើកលែង 5 គូ បានចំណេញប្រាក់ S6 ក្នុង 1 គូ ។ គាត់ចំណេញប្រាក់ S290 លើចំនួននេះ ។

តើគាត់បានទិញស្បែកដើមចំនួនប៉ុន្មានគូ?

(២៣៣) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \sqrt{x+121} + \sqrt{y-2004} = 2125 \\ \sqrt{x-2004} + \sqrt{y+121} = 2125 \end{cases} \quad x=y=209848$$

(២៣៤) ចូរបំពេញចំនួន 1105 = 5 x 13 x 17 ជាចំនុះ A^2 + B^2 ដែល A, B ចំនួនពិត
តាមទំនាក់ទំនងអោយបាន 4 របៀបខុសគ្នា ។

២៣៥. (២៣៥) កេចខ្ចីនៃកេចខ្ចីនៃចំនួន (1000)^{2005} និង 7 ។ 6

(២៣៦) បង្ហាញថា $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{n-1}{3^{n-1}} + \frac{n}{3^n} < \frac{3}{4}$; n ∈ N

(២៣៧) គេមាន x, y, α ∈ R ដែល x + iy = $\frac{2 + \cos \alpha + i \sin \alpha}{3}$

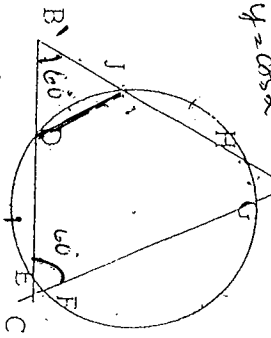
ចូរបង្ហាញថា (x-1)(x-3) + y^2 = 0 ។ $\cos \alpha = \frac{5}{17}$

(២៣៨) ក្នុងរូបខាងស្តាំរង្វង់កាត់ត្រូវត្រីកោណ

សម័ង្ស ABC ត្រង់ចំនុច ។ ដោយដឹងថា

AG = 2cm; GF = 13cm; FC = 1cm និង

HJ = 7cm ។ ចូរគណនា DE = 2√2 cm



(២៣៩) ផ្ទាំងមុំក្នុងនៃពហុកោណជ័ងមួយបង្កើតបាននូវកំពូល ។ ដោយដឹងថា មុំតូចបំផុតស្មើ 100° និងមុំធំបំផុតស្មើ 140° ។ គណនាចំនួនជ្រុងពហុកោណ ។ n = 6

(២៤០) បើ r ជាសំណល់ពេលបែកចំនួន 1059; 1417 និង 2312 និង d ក្នុងនោះ d ជា

ចំនួនគត់ធំជាង 1 ។ គណនា d - r ។ 15 ; d = 179, r = 164

(២៤១) ចំពោះចំនួនគត់ k និង n ដែល 1 ≤ k < n បង្ហាញថា $\left(\frac{n-2k-1}{k+1}\right) C_k^k$ ជាចំនួនគត់ ។

(២៤២) តើមានប៉ុន្មានត្រីកោណមុំដាច់ (x, y, z) ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 12 \\ xy + 4yz + 2xz = 22 \\ xyz = 6 \end{cases}$$

(២៤៣) បើ p, q, r ជាអថេរផ្ទៀងផ្ទាត់នៃសមីការ x^3 - x^2 + x - 2 = 0 ។ គណនា

$$p^3 + q^3 + r^3 \quad 4$$

(២៤៤) កេចខ្ចីនៃគត់តូចបំផុត ធំជាង (√3 + √2)^6 < 970

(២៤៥) ក្នុងសមីការខាងក្រោម ច្របូកអក្សរតាមលេខខុសគ្នា ក្នុងប្រព័ន្ធគោល 10 ។

$$(YE), (ME) = \overline{TT} \quad \text{។ ចូរគណនាផលបូក } Y + T + M + E = 21$$

$$92^2 + 9^2, 83^2 + 4^2, 31^2 + 1^2, 23^2 + 24^2$$

លំហាត់ ទ្រឹស្តីសមីការដឺក្រេទី១

ដោយ : វ៉ិស សុវណ្ណ អរិយធម៌សិស្ស

3៥៩ ខ្ញុំ-ចូរពណ៌នាផលបូកមិនកំណត់ នៃ S ដែល :

$$S = \frac{1}{2} - \frac{2}{4} + \frac{3}{8} - \frac{4}{16} + \frac{5}{32} - \dots + \frac{n}{2^n} (-1)^{n+1}$$

3៦០ ខ្ញុំ-សូមបញ្ជាក់ $f(n+1) = (-1)^{n+1} n - 2 f(n)$ ដោយចំនួនគត់ $n \geq 1$ និង

$$f(1) = f(2004) \quad \text{។ ចូរពណ៌នា } f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2003)$$

3៦១ ខ្ញុំ-រកចំនួនគតិវិជ្ជមាន កត់មួយគត់ដែល $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + n \cdot 2^n = 2^{n+10} + 9$

3៦៨ ខ្ញុំ-គេអោយ a, b, c ជាជ្រុងត្រីកោណ ABC ។ សូមបញ្ជាក់ a^2, b^2, c^2 ជាឈរកើតការ

$$x^3 - Px^2 + Qx - R = 0 \quad (P, Q, R \text{ ថេរ}) \quad \text{ចូរពណ៌នា } \frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{f(A)}{2R}$$

ជាអនុគមន៍នៃមួយ ឬ ច្រើននៃ P, Q, R ។

3៦៩ ខ្ញុំ-គេអោយ $n = 2004$ ។ រកចំនួនគតិវិជ្ជមាន k តូចបំផុតដែល :

$$k n^2 (n^2 - 1) (n^2 - 2^2) (n^2 - 3^2) \dots [n^2 - (n-1)^2] = r!$$

តំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ r ណាមក ដែល $r! = r(r-1)(r-2) \dots 2 \cdot 1$ ។

3៧០ ខ្ញុំ- រកតំលៃ x បើ $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 7^x$ (T ជាគោលដូចអនុសាសន៍)

3៧១ ខ្ញុំ-អនុគមន៍ f(x) កំណត់ដោយចំនួនពិត x ។ សូមបញ្ជាក់ $f(a+b) = f(a)b$

តំពោះគ្រប់ a, b និង $f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$ ។ គណនា $f(2004) = \frac{1}{2}$

3៧2 ខ្ញុំ-រកចំនួនគត់ធំបំផុត ដើម្បីអោយ $\frac{(n+1)^2}{n+23}$ ជាចំនួនគត់ ។

3៧3 ខ្ញុំ-គេអោយ z ជាឈ្មួញការ $z^7 - 1 = 0$ ដោយ $z \neq 1$ ។ ចូរពណ៌នាតំលៃនៃ

$$H = z^{15} + z^{16} + \dots + z^{2005} = 1$$

3៧៤ ខ្ញុំ-រកគ្រប់ចំនួនគតិវិជ្ជមាន n តូចជាង 17 ដែល $n! + (n+1)! + (n+2)!$

$$\text{ជាពហុគណន៍ 49 ។}$$

3៧៥ ខ្ញុំ-បញ្ជាក់ខ្សែតោងនៃអនុគមន៍ $y = x^3 - 3x + 2$ និង $x + 4y = 4$ កាត់គ្នាត្រង់ចំនុច

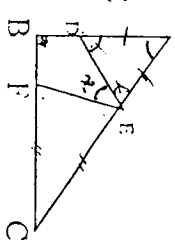
$(x_1, y_1) ; (x_2, y_2) ; (x_3, y_3)$ ។ ដោយដឹងថា $x_1 + x_2 + x_3 = A$ និង

$$y_1 + y_2 + y_3 = B \quad \text{ចូរពណ៌នា } (A, B) = (2, 3)$$

3៧៦ ៣០- គណនា $\frac{\sin 13^\circ + \sin 47^\circ + \sin 73^\circ + \sin 107^\circ}{\cos 17^\circ} \div 668 = 2004$

3៧៧ ៣១- ក្នុងត្រីកោណកែង ABC មាន AD = AE និង CF = CE

ដូចរូបខាងលើ ។ សូមបញ្ជាក់ $\angle DEF = x^\circ$ ។ ចូរពណ៌នា x ។



3៧៨ ៣២- គណនាចំនួនគត់ N ដោយ $(31)(51)(71) = N!$, $N = 10$

៣៣- គណនា
$$\frac{(1+17)(1+\frac{17}{2})(1+\frac{17}{3}) \dots (1+\frac{17}{17})}{(1+19)(1+\frac{19}{2})(1+\frac{19}{3}) \dots (1+\frac{19}{17})} = 1$$

3៧៩ ៣៤- សូមបញ្ជាក់ x ជាចំនួនពិត រកតំលៃគត់ធំបំផុត នៃ $A = \frac{3x^2 + 9x + 17}{3x^2 + 9x + 7} = 44$

3៨០ ៣៥- សូមបញ្ជាក់ $\lg 2 = x ; \lg 3 = y$ ពេលនោះ

$$\lg(1 + \lg(1+3) + \lg(1+3+5) + \dots + \lg(1+3+5+\dots+19)) - 2[\lg(1 + \lg 2 + \dots + \lg 7)] = a + bx + cy$$

ដែល a, b, c ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ។ ចូររក 3 ចំនួន (a, b, c) = (2, 6, 4) ។

3៨២ ៣៦- ក្នុងប្រព័ន្ធកូរ៉ូណាដោនេកង ក្នុងលំហគោលអឺគ្លីដ A(1,2,3) ; B(4,5,6) និង

$$C(x,y,z) \quad \text{។ សូមបញ្ជាក់ } AB \text{ កែងនឹង } AC \quad \text{។ គណនាផលបូក } x + y + z = 6$$

3៨៣ ៣៧- តំពោះគ្រប់តួអក្សរលំដាប់នៃចំនួនគតិវិជ្ជមាន (x, y) រកតំលៃធំបំផុត $f(x,y)$ ដូចខាងក្រោម

$$\begin{aligned} -f(x, 1) &= x \\ -f(x, y) &= 0 \quad \text{បើ } x < y \\ -f(x+1, y) &= y [f(x,y) + f(x,y-1)] \end{aligned}$$

ចូរគណនា $f(6, 6) = 6!$

3៨៤ ៣៨- ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន (CD) ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ C ដោយ D នៅលើ [AB]

សូមបញ្ជាក់ $\cos \frac{C}{2} = \frac{1}{668}$ និង $CD = 6$ ។ គណនា $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^4 = 2004$

$$CD = \frac{2ab \cos \frac{C}{2}}{a+b}$$

គណិតវិទ្យា ថ្ងៃអាទិត្យ

ដោយ ហ៊ុន ស៊ីពាត អធិការ គណិតវិទ្យា

២៨៧- ព្រាយបញ្ជាក់ថា $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 2003 \times 2005 + 2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2006$

ចែកដាច់នឹង 2007 ។

២៨៨- កន្លះបន្ទាត់ពុំទុំក្នុង A, B, C នៃត្រីកោណ ABC រៀងគ្នាគាត់រួមចំណែកក្រៅត្រង់ A', B', C' ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ $A'B'C'$ ធំជាងឬស្មើផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃ $\triangle ABC$

២៨៩- ក) គណនា $x = \frac{(11+6\sqrt{2})\sqrt{11-6\sqrt{2}} - (11-6\sqrt{2})\sqrt{11+6\sqrt{2}}}{(\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2) \div \sqrt{5}+1}$

ខ) ចំពោះគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន e តាង $k = \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 - \left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right) - 2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)}$ រកតំលៃតូចបំផុតនៃ k ។

២៩០- កូដូចជានៃល្អិត $\{a_n\}$ តំណត់ដោយ $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ ។ បើផលបូកនៃ 1997 កូដបូងលើនឹង 1879 និងផលបូកនៃ 1879 កូដបូងលើនឹង 1997 ។ គណនាផលបូកនៃ 2006 កូដបូង។

២៩១- ពេកអោយ a, b, c ជាចំនួនវិជ្ជមាន ផ្ទៀងផ្ទាត់ $a + b + c = 4$ ។

ព្រាយបញ្ជាក់ថា $a^4 + b^4 + c^4 > 2\sqrt{2}$ ។

២៩២- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធលីការ:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = bx + cy - az \\ y^2 + z^2 = ay + bz - cx \\ z^2 + x^2 = cz + ax - by \end{cases}$$

ក្នុងនោះ a, b, c ជាចំនួនពេកអោយ ។

២៩៣- ចូរគណនាផលបូក $g(0) + g\left(\frac{1}{n}\right) + g\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + g(1)$ បើ $g(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$

២៩៤- ល្អិត $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ បានកំណត់ដូចខាងក្រោម: $u_1 = 4, u_2 = 26, u_3 = 74$ និងចំពោះ $n \geq 1$ នោះ $u_{n+3} - 6u_{n+2} + 11u_{n+1} - 6u_n = 6n^2 - 4n - 8$ ។ ចូររកកូដ u_n ។

២៩៥- ល្អិត $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ បានកំណត់ដូចតទៅ: $u_1 = -9, u_2 = 45$ និង

$u_{n+2} + 2u_{n+1} - 8u_n = 27 \cdot 5^n$ ។ រកកូដ u_n

២៩៦- គណនាផលបូក $S = C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n, n \in \mathbb{N}$

២៩៧- ព្រាយបំភ្លឺថា បើ n ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាននោះ $C_{2n}'' + C_{2n}''' = \frac{1}{2} C_{2n+2}^{n+1}$

២៩៨- ពន្លាតទ្វេធាតុគន្លេ ហើយសំរួលកូដផ្ទៃក្រឡាពិកន្សោម:

$$(1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14} \text{ យើងបានពហុធា}$$

$$P(x) = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots + A_{14}x^{14} \text{ ។ ចូរកំណត់មធ្យមណា } A_9$$

២៩៩- គេអោយ $f(x) = 2x^2 + x - 2$ ។ ដោះស្រាយវិសមីការ $f[f(x)] < x$

៣០០- រកគ្រប់ចំនួនគតិវិជ្ជមាន n ដែល $\frac{1}{n} = 0, abcdabcdabc\dots = 0, abc$

មានន័យថាទសភាគខូបនៃ $\frac{1}{n}$ ដែលក្នុងនោះ a, b, c ជាលេខពី 1 ដល់ 9 ។

៣០១- ពិនិត្យបើល្អិតចំនួនពិត $x_1 = 34; x_2 = 334; x_3 = 3334; \dots$;

$x_n = 333 \dots 34$ ក្នុងនោះ x_n មាន n លេខ 3 និងពេលខ្លះរាយលើ 4 ។ ចូរគណនា

ចំនួនលេខ 3 ពិត្នុងចំនួន $9(x_n)^3$ ។

៣០២- យក m ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន និង ឧបមាថា $4m+1 = u^2 + v^2$ ដោយ u, v

ជាចំនួនគត់ ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថា មានចំនួន a និង b ដែល $m = \frac{a^2+a}{2} + \frac{b^2+b}{2}$ ។

៣០៣- ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ n យើងកំណត់អន្តរាយចំនួន n^* អាស្រ័យនឹង n ។ ឧបមាថា $1^* = 1$ និង $a^* b^* = (a+b)^* + (a-b)^*$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ a, b ។ ចូរគណនា 100^* ។

៣០៤- ឧបមាថា E, F រៀងគ្នាជាចំណុចកណ្តាលនៃ AC, AB ។ D ជាចំណុចសាមញ្ញ មួយនៅលើ BC ។ P ជិតនៅលើ BF, DP ស្របនឹង CF, Q នៅលើ CE, DQ

ស្របនឹង DE, PQ កាត់ BE ត្រង់ R , កាត់ CF ត្រង់ S ។ ព្រាយបញ្ជាក់ថា $RS = \frac{1}{3} PQ$

៣០៥- ចូរគណនាផលបូកមិនកំណត់នៃ S ដែល:

$$S = \frac{1}{2} - \frac{2}{4} + \frac{3}{8} - \frac{4}{16} + \frac{5}{32} + \dots + \frac{n}{2^n} (-1)^{n+1}$$

៣០៦- ឧបមាថា $f(n+1) = (-1)^{n+1} n - 2f(n)$ ដោយចំនួនគត់ $n \geq 1$ និង

$f(1) = f(2006)$ ។ ចូរគណនា $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2005)$

គណិតវិទ្យា វិទ្យាស្ថាន

វិទ្យាស្ថាន វិទ្យាស្ថាន វិទ្យាស្ថាន

* ២៣-ក្នុង 2006 ចំនួនគត់ $a_1; a_2; \dots; a_{2006}$ ។ ផ្សេងគ្នា លក្ខណៈ

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2006}}} = 2\sqrt{2006} - 1$$

* ២៤-ដោះស្រាយប្រព័ន្ធមី. ១)

$$\begin{cases} \sqrt{3+2x^2y-x^4y^2} + x^2(1-2x^2) = y^4 \\ 1 + \sqrt{1+(x-y)^2} = -x^2(x^4+1-2x^2-2xy^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2(y-2)^2 \cdot z^3 t^6 = 1024 \\ 4x^2 + z^3 + 16y + t^6 = 8x + 76 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1; y \geq 2; z \geq 0; t \geq 0 \end{cases}$$

* ២៥-ដោះស្រាយសមីការ : $\cos x \left(\frac{5}{2}\right)^{\sin x} = \sin x \left(\frac{5}{2}\right)^{\cos x}$

* ២៦-ស្វ័យបញ្ជាក់ថា : គ្រប់ $m \in \mathbb{R}$ ប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានដំណោះស្រាយគត់ ។

$$\begin{cases} y \cdot x^3 = m^2 + y^4 \\ x^3 \cdot y + 2y^2x = \pi^2 - y^3 \end{cases}$$

* ២៧-គេអោយចតុមុខ ABCD ដែលមាន $AB = CD = a; AD = BC = b; AC = BD = c$

S ជាត្រីកោណមុខមួយ ។ ស្វ័យបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{a^2b^2} + \frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2} \leq \frac{9}{S^2}$

* ២៨-ដោះស្រាយសមីការ $2x^3 + 4x - \sqrt{\frac{x+3}{2}} = 0$

* ២៩-បញ្ជាក់ មុំបង្កើតកោណ ABC ផ្សេងគ្នា : $\frac{\sin A + \sin B}{\sin C} = \frac{\sin 2A + \sin 2B}{\sin 2C}$

គណនា $A = \cos A + \cos B$

* ៣០-មិនអោយប្រើតារាងត្រីកោណមាត្រ ឬ តារាងលោការីត ។ ស្វ័យបញ្ជាក់ថា

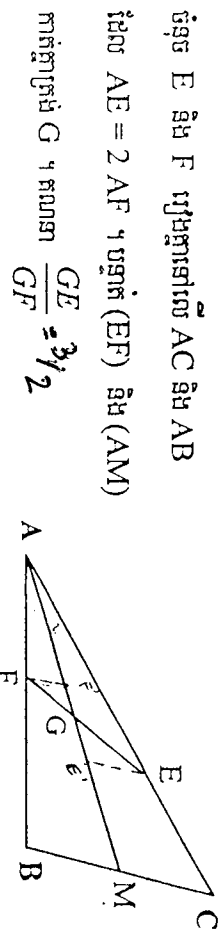
$$\left[\left(\sin \frac{2006}{2005} \right)^{\cos \frac{2006}{2005}} \right]^{\log_{2005} 2006} > \left[\left(\cos \frac{2006}{2005} \right)^{\sin \frac{2006}{2005}} \right]^{\log_{2004} 2005}$$

* ៣១-គេអោយចតុមុខ ABCD មាន $AB, AC, BC = 54162$ យក ០ ជាចំនួនមួយនៅខាងក្នុងត្រីកោណ BCD ។ ពីចំនួន ០ គូសបន្ទាត់រៀងគ្នា លេខនឹង AB, AC, AD កាត់ (ACD) ; (ABD) ; (ABC) រៀងគ្នា ត្រង់ $B_1; D_1; C_1$ ។

ស្វ័យបញ្ជាក់ថា $OB_1, OC_1, OD_1 \leq 2006$

* ៣២-គេអោយស្វ័ត (a_n) $n \in \mathbb{N}^*$ កំនត់ដោយ $\begin{cases} a_1 = a_2 = 1; a_3 = 2 \\ a_{n+3} = \frac{a_{n+1} \cdot a_{n+2} + p}{a_n} \end{cases}$ ចំពោះ $p \in \mathbb{N}^*$

* ៣៣-ក្នុងត្រីកោណ ABC ក្នុងរូបខាងលើ M ជាចំនុចកណ្តាលនៃជ្រុង BC, $AB = 12, AC = 16$ ។



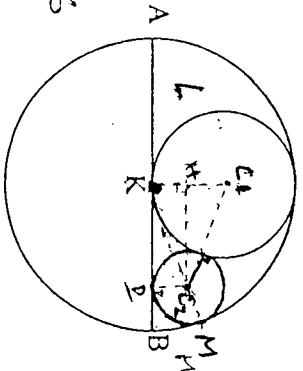
$\frac{GE}{GF} = \frac{3}{2}$

* ៣៤-ចំនួនគត់ពី ១ ដល់ ៩ ត្រូវបានគេរៀបចំ ការ

A	B	C
D	E	F
G	H	I

- ដូចរូបខាងលើ ដើម្បីអោយផលបូកលេខ នៅក្នុង ជួរដេក ជួរឈរ និង អង្កត់ទ្រូង តែងតែស្មើគ្នា ។
- ក) ស្វ័យបញ្ជាក់ លេខនៅក្នុងតារាងកណ្តាល តែងតែស្មើគ្នា ។
- ខ) អោយគ្រប់ឧទាហរណ៍ ក្នុងតារាង លេខនៅតារាងកណ្តាល ស្មើ ៦ ។

* ៣៥-ក្នុងរូប រង្វង់ (K) មានអង្កត់ផ្ចិត AB, រង្វង់ (L)



- រង្វង់ (K) និងប៉ះ AB ត្រង់ផ្ចិត K និងរង្វង់ (M)
- ប៉ះរង្វង់ (K); រង្វង់ (L) និង AB ។ គណនាផលធៀប
- ក្រចករង្វង់ (K) និងរង្វង់ (M) ។ $\frac{SK}{SM} = 16$

* ៣៦-រង្វង់មួយមានផ្ចិតនៅលើជ្រុង AB នៃត្រីកោណ ABCD ។ ជ្រុង ៣ ផ្សេងទៀតប៉ះទៅនឹងរង្វង់ ។ ស្វ័យបញ្ជាក់ថា បើ ABCD ជាត្រីកោណមុខនោះ $AD + BC = AB$

គណិតវិទ្យា ថ្ងៃអាទិត្យ

ដោយ ឆិត សុផាស អធិការ គណិតវិទ្យា

២៥៦-ចំពោះ $a > 0, b > 0, c > 0$, និង $a + b + c = 2005$

$$\frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ca} \geq 2005$$

២៥៧-ឧបមាប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានរល

$$\begin{cases} ax + by = c \\ bx + cy = a \\ cx + ay = b \end{cases}$$

$$\text{ស្រាយបញ្ជាក់ថា } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

២៥៨-តេអោយចំនុច P នៅក្នុងត្រីកោណ ABC ។ បន្ទាត់មួយ កាត់តាម P កាត់ AB, AC រៀងគ្នា គ្រង់ M, N ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{ABC} \geq 8\sqrt{S_{BPM} \cdot S_{CPN}}$

២៥៩-តេអោយ p និង $p^2 + 2$ ជាចំនួនបឋមគឺ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$$p^3 + 2 \text{ ក៏ជាចំនួនបឋមដែរ}$$

$$\text{២៦០-រកបញ្ជីលំដាប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ } x, y, z \text{ ផ្សេងគ្នា ត្រូវ } \begin{cases} \sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$$

២៦១-តេអោយសមីការ : $x^2 - 97x + a = 0$ មានបញ្ជីលំដាប់ចំនួនគត់រលបស់

$$\text{សមីការ } x^2 - x + b = 0 \text{ ។ ចូរគណនាតំលៃ } a$$

២៦២-តេអោយ $x, y > 0$ និង $x + y \leq 1$ ។

$$\text{រកតំលៃតូចបំផុតនៃកន្សោម } A = \frac{1}{x^2 + y^2} - \frac{2}{xy} + 4xy$$

២៦៣-តេអោយត្រីកោណ ABC មានមុំស្រួចទាំងបី ។ ពិចារន៍ I មួយ នៅក្នុងត្រីកោណ គេគូសអង្កត់ IH, IK, IL រៀងគ្នា កែងនឹង BC, CA, AB ។ រកទំហំនៃ I ដែល $AI^2 + BH^2 + CK^2$ មានតំលៃតូចបំផុត ។

$$\text{២៦៤-ក) ដោះស្រាយសមីការ : } \sqrt{x+2}\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2}\sqrt{x-1} = \frac{x+3}{2}$$

$$\text{ខ) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ } \begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y \end{cases}$$

២៦៥-តេអោយការ ABCD មានជ្រុងស្មើ ។ នៅលើបញ្ជីជ្រុង AB, AD រៀងគ្នា ដាក់ចំនុច P និង Q ដែលត្រីកោណ APQ មានបរិមាត្រស្មើ 2 ។

$$\text{ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថា } PB + QD = PQ$$

$$\text{ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា } \angle PCQ = 45^\circ$$

២៦៦- ក) ផលបូកបញ្ជីចំនួនគត់រលមានតម្លៃ 2000 ។ ចូរកំនត់ចំនួននេះ ។

$$\text{ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ } n \text{ ជាចំនួនគត់នោះ}$$

$$n^4 - 14n^3 + 74n^2 - 154n + 120 \text{ ចែកដាច់នឹង } 24$$

$$\text{គ) } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \text{ ជាចំនួនសាមញ្ញ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :}$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 \geq 2/3 (x_1 + x_2 + x_3) (x_4 + x_5 + x_6)$$

២៦៧-ស្រាយបញ្ជាក់ថា យ៉ាងតិច មានសមីការមួយក្នុងបញ្ជីសមីការដូចខាងក្រោម

$$\text{មានរល } ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (1)$$

$$bx^2 + 2cx + a = 0 \quad (2)$$

$$cx^2 + 2ax + b = 0 \quad (3)$$

២៦៨-តេអោយ 3 ចំនួនវិជ្ជមាន x, y, z ផ្សេងគ្នា ត្រូវតែ $xy + yz + zx = 1$ ។ ស្រាយថា

$$x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}} = 2$$

$$\text{២៦៩-ដោះស្រាយសមីការ : } \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{x}} + \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{x}} = \sqrt{2}$$

២៧០-តេអោយ a, b, m ជា 3 ចំនួនវិជ្ជមាន ដែល $a > b$ ចូរប្រៀបធៀបចំនួន

$$A = \sqrt{a+m} - \sqrt{a} \text{ និង } B = \sqrt{b+m} - \sqrt{b}$$

២៧១-តេអោយត្រីកោណ ABC សមបាត កំពូល A ដោយ $\angle A = 20^\circ$ ។ នៅលើជ្រុង AC គេដាក់ចំនុច D ដែល $AD = BC$ ។ គណនា មុំ $\angle ABD$

២៧២-ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ x, y ចំនួន

$$A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4 \text{ ជាការប្រាកដមួយ ។}$$

សេចក្តីផ្តើម សូមអានសៀវភៅគណិតវិទ្យា

១) ទំនាក់ទំនង m ដើម្បីអោយសមីការ $e^x + |e^x - 1| + m = 0$ មានរំលង ។

២) គេអោយ $S = \underbrace{1111 \dots 1}_{2n \text{ លើខាង 1}} + \underbrace{4444 \dots 4}_{n \text{ លើខាង 2}} + 1$ ។ ស្រាយថា S ជា

ការប្រាកដនៃ ចំនួនគត់ ។

៣) គេមានអនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង៖

$$\frac{1}{2}f(xy) + \frac{1}{2}f(xz) - f(x)f(yz) \geq \frac{1}{4} \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R} \quad \text{។ កំនត់ } f(x) = \frac{x}{2}$$

៤) គេអោយត្រីកោណមធ្យមបាច ABC កំពូល A ដែលប្រវែងជ្រុង $AB = AC = b$:

$$BC = a \text{ និង } \frac{b}{a} = 1 + 2 \cos \frac{2\pi}{7} \quad \text{។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា } a^7 - 4a^3b^2 + 3ab^4 - b^7 = 0$$

៥) បើចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = 3 + 4i$ និង $|Z_2| = 13$ ចូររកតំលៃធំបំផុតនៃ $|Z_1 + Z_2|$ ។

បើ $|Z_1 + Z_2|$ មានតំលៃធំបំផុតនេះ ពេល $0 < \arg Z_2 < \frac{\pi}{2}$ ។ ចូរសរសេរ Z_2 ជា $a+bi$

៦) គេមានចំនួនគត់មួយមាន 6 លេខ $N = \overline{abcabc}$ ដែលលេខទាំងអស់ជាលេខគូ ។

គណនា N ដោយដឹងថាចំនួនគត់នេះ ចែកដាច់នឹង 3 និង ចែកដាច់នឹង 5 ។

៧) គេកាត់ S ជាសំនុំនៃស្លូត $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ គេមាន $U_{n+2} = \frac{3}{35}U_{n+1} + \frac{2}{35}U_n$

ក) តើក្នុងសំនុំ S មានស្លូតច្រើនប៉ុន្មាន? (លើកលែងស្លូត សូន្យ)

ខ) តើក្នុងសំនុំ S មានស្លូតពេញលេញច្រើនប៉ុន្មាន? ខុសពីសូន្យ និងរកសូន្យសរុបពីរ បួនបួន

គ) បង្ហាញថាស្លូត (U_n) មានតួទូទៅ $U_n = \alpha \left(\frac{2}{7}\right)^n + \beta \left(-\frac{1}{5}\right)^n$ ជាបាតុបាលី S :

α និង β ជាចំនួនពិតដែលគេអោយ ។

ឃ-កំណត់ស្លូតដែលមានតួទូទៅ $U_n = \alpha \left(\frac{2}{7}\right)^n + \beta \left(-\frac{1}{5}\right)^n$ តើ $U_0 = 3, U_1 = -\frac{4}{5}$

ក្នុងករណីនេះ ចូររកលំនឹងនៃស្លូត (U_n) ។

$$14 - 27 \sqrt{2} \leq 1$$

$$(1+x^2)^n = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \dots + A_{2n}x^{2n}$$

ក) គណនា $T = A_0 + A_1 + \dots + A_{4008}$

$$S = A_0 - A_1 + A_2 - \dots + A_{4008}$$

ខ) បង្ហាញថា $A_0 + 2A_1 + 2^2A_2 + \dots + 2^{4008}A_{4008}$ ចែកដាច់នឹង 2401

៤) គេអោយ z ជាចំនួនកុំផ្លិចខុសពី 1 ដែល $S(z) = 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + \dots$

$$\text{ឧបមា } z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5} \quad \text{គណនា}$$

$$X = \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5} \quad \text{និង}$$

$$Y = \sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{8\pi}{5}$$

៥) រកចំនួនចំនុចនៅលើខ្សែកោង (C) តំណាងអនុគមន៍ $f(x) = \frac{x+11}{x-1}$ ដែលមាន

ពូជរង្វាស់ជាចំនួនគតិវិជ្ជាទីបី ។ បញ្ជាក់កូអរដោនេទាំងអស់នេះ ។

៦) គេមាន $y = \frac{1}{abc} (ab\sqrt{c-2} + bc\sqrt{a-3} + ca\sqrt{b-4})$ ដែល $c \geq 2, b \geq 4$

$a \geq 3$ ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃ y ដោយបញ្ជាក់តំលៃ a, b, c ផង ។

៧) រកអនុគមន៍ f ដែលកំនត់ និងមានដេរីវេ លើ $\mathbb{R}$ ហើយផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់ $x, y \in \mathbb{R}$

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \sqrt{f(x)f(y)} \quad \text{និង} \quad f(x) = kx^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}, k \neq 0$$

$$\text{៨) ប្រាយបញ្ជាក់ថា } \sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

៩) ត្រីកោណ ABC មានក្រចកវែង S ។ លើជ្រុង $[AB], [BC], [CA]$ គេជ្រើសរើស

$$\text{ចំនុចប្រេងគ្នា } M, N, P \text{ ដែល } \frac{MA}{MB} = \frac{NB}{NC} = \frac{PC}{PA} = k$$

ក) គណនាប្រហែលផ្ទៃត្រីកោណ MNP ជាអនុគមន៍ S និង k

ខ) កំនត់តំលៃ k ដើម្បីអោយប្រហែលផ្ទៃត្រីកោណ MNP អនុប្រាកដ ។

១០) រកតំលៃធំបំផុត និងតូចបំផុត នៃអនុគមន៍ $f(x) = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}$

១១) បង្ហាញថាគ្រប់ $n \in \mathbb{N}$ ពេល $\frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} < 3$

វិញ្ញាបនបត្រ បរិញ្ញាបត្រ

ឧបត្ថម្ភការណ៍ និងការគ្រប់គ្រង

$$y^x = 9^{x^2+x} + 3^{1-x^2} = 3^{(x+1)^2} + 1$$

ប្រើទ្រឹស្តីបទធីរី : $(\cos x + i \sin x)^n = (\cos nx + i \sin nx)$ គណនា:

$$S = \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos nx$$

$$S' = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx$$

ខ្លះ បើ a មិនចែកដាច់ និង 5 បង្ហាញ $a^4 - 1$ ចែកដាច់ និង 5 ។

២០- N ជាសំណុំប្រជាជនក្នុងសង្គមមួយ ; គេសង្កេតឃើញថាបើគេរាប់ប្រជាជនម្តង 11 ៗ ឃើញនៅសល់ប្រជាជន 5 នាក់ បើគេរាប់ប្រជាជនម្តង 16 ៗ សល់ប្រជាជន 10 នាក់ បើគេរាប់ប្រជាជនម្តង 21 ៗ សល់ប្រជាជន 15 នាក់ បើគេរាប់ប្រជាជនម្តង 26 ៗ សល់ប្រជាជន 20 នាក់ ។ N ជាចំនួនគត់ដែលតូច ។

រកចំនួនប្រជាជន N និង ចំនួនតួចៃដន្យ N ។

២១- គេអោយចតុកុជ $SABC$ ដែលមានមុំត្រង់កំពូល S ស្មើគ្នាជាមុំកែង និងប្រវែង ទ្រង់ $SA = a, SB = b, SC = c$ ។ តាង D ជាចំនុចមួយនៅក្នុងរូងចតុកុជ $ABCD$ និង មានទំរង់យោងមុខប្រើទ្រឹស្តីតា ។ គណនាប្រវែង SD ។

២២- គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{\sin 3x + 2 \sin 5x + \sin 7x}{\sin 3x + \sin 5x}$

$$f(4 \cos^4 x) = f(x)$$

២៣- គេអោយស្វីតធរណីមាត្រ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ នៃចំនួនកុំផ្លិចដែល : $U_2 = \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$

$U_4 = -\sqrt{3} + i$ ដែលសង្កេតមានចំនួនពិតជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន ។ គណនា ម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃ U_{2005} ។

២៤- ត្រីកោណ ABC មួយមាន $\frac{\sin^2 A + \sin^2 B}{\sin^2 C} = x$ ដែល $x > \frac{1}{2}$

រកតំលៃធំបំផុត នៃ $\sin C$ ។

២៥- គេមានចំនួនមួយ $A = 4256ab$ ។ កេលេ a និង b បើគេដឹងថា A ចែកដាច់នឹង 33

$$14 - \sqrt{14} - \sqrt{14}$$

២៦- ក) $f(x)$ ជាតំលៃពិតនៃអនុគមន៍ f ដែលមិនកំណត់ចំពោះ $x=0$ និង $f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 3x$

រកក្របរំលងនៃសមីការ $f(x) = f(-x)$ ។

ខ) អនុគមន៍ $g(x)$ ផ្សេងផ្ទាល់ $g(x) + g(y) = g(x+y) - xy - 1$; x និង y ជាចំនួនពិត បើ $g(1) = 1$ ចូរកក្របចំនួន $n, n \in \mathbb{Z}$ និង $n \neq 1$ ដែល $g(n) = n$ ។

២៧- n និង k ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានហើយ k ជាចំនួនសេស ។ ចូរបង្ហាញថា

$$S_k = 1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k \text{ ចែកដាច់នឹង } 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

២៨- គេអោយស្វីត (U_n) កំណត់ដោយ $U_1 = 2$; $U_{n+1} = \frac{(U_n)^2 + 2004 U_n}{2005}$ គ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$

(S_n) ជាស្វីតកំណត់ដោយ $S_n = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{U_{i+1} - 1}$ ។ គណនាលីមីត $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ។

២៩- បើ $f(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{2005} (a_i \cos ix + b_i \sin ix) > 0$; គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ហើយ $a_0, a_i, b_i \in \mathbb{R}$

$a_1^2 + b_1^2 = 1$; គ្រប់ $i \in \{1, 2, \dots, 2005\}$ បង្ហាញថា $\frac{f(x) - 2005}{a_0} \leq 1$; គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

៣០- $ABCD$ ជាការប្រមូល ។ គេសង្កេតឃើញថា D កំណត់ដោយ $[DA]$ ដែលកាត់អង្កត់ទ្រូង $[BD]$ ត្រង់ X ដូចគ្នានេះគេសង្កេតឃើញថា B កំណត់ដោយ $[BC]$ ដែលកាត់អង្កត់ទ្រូង $[BD]$ ត្រង់ Y ។ បើ $XY = 2004$ រកក្របរំលងនៃផ្នែកប្លង់ដែលខ្សែកោងដោយ AXC និង AYC ។

៣១- គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = \frac{mx^{m+1} - (m+1)x^m + 1}{x^{m+1} - x^m - x + 1}$; $(m, n) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ គណនា $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ខ) $g(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x} - 2}$ គណនា $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

៣២- គេអោយតួប $ABCD, A'B'C'D'$ ជ្រុង a ហើយ E, F, G ជាចំនុចកណ្តាលរៀងរៀងនៃជ្រុង $[AB], [BC], [DD']$

១- បង្ហាញថា ផែនដៅត្រីកោណសម័ង្ស ។ គណនាក្របរំលងនៃ S នៃត្រីកោណនេះ

២- គណនាមុំដែលបង្កើតបានដោយរូង (EFG) និង រូង $(ABCD)$

៣- បង្ហាញថា $(A'C)$ កែងនឹងរូង (EFG) ។

វិទ្យាសាលា វិទ្យាសាស្ត្រ
ជំនាញ ម៉ាត្រិក សម្រាប់ការសិក្សា

(៣៧) ឧបទាន់ x_1, x_2 ជាវ៉ិចទ័រនៃសមីការ: $x^2 - (a+d)x + ad - bc = 0$

សម្រាយបញ្ជាក់ថា x_1^3, x_2^3 ជាវ៉ិចទ័រនៃសមីការ: $y^2 - (a^3+d^3+3abc+3bcd)y + (ad-bc)^3 = 0$

(៣៨) ក) សម្រាយបញ្ជាក់ថា $\alpha = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ ជាវ៉ិចទ័រនៃពហុធាតុមួយដោយមានមេគុណជាចំនួនគត់។
ខ) សម្រាយបញ្ជាក់ថា $x = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ ជាវ៉ិចទ័រនៃពហុធាតុមួយដោយមានមេគុណជាចំនួនគត់។

(៣៩) គេអោយសមីការលីន័រ: $x^2 + ax + b = 0$ (1) និង $x^2 - cx - d = 0$ (2)។
សម្រាយបញ្ជាក់ថា ក្នុងសមីការទាំងពីរខាងលើ មានយ៉ាងតិច មួយសមីការមានមេគុណជាចំនួនគត់។
ផ្សេងគ្នាបើគេមាន: $(a+c)^2 > 8(b-d)$ ។

(៣៦) គេអោយ a, b, c ជាចំនួនពិតផ្សេងគ្នា។ សម្រាយបញ្ជាក់ថា
 $a^4(b-c) + b^4(c-a) + c^4(a-b) \neq 0$

(៣៧) រកគ្រប់ បញ្ហាចំនួនពិត និងអវិជ្ជមាន a, b, c ផ្សេងគ្នាដែលកំណត់
 $\sqrt{a-b+c} = \sqrt{a-b} + \sqrt{c}$

(៣៨) ចំនួនពិតខាងក្រោមនេះ ជាចំនួនសនិទាន ឬ ជាចំនួនអសនិទាន:

$$x = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$$

(៣៩) សម្រាយបញ្ជាក់ថា ព្រំកាត់ផ្ទៃនៃ ត្រីកោណចារឹកក្នុងប្រលងក្រោម មិនអាចធំជាងពាក់កណ្តាល

ព្រំកាត់ផ្ទៃនៃប្រលងក្រោមនោះ។

(៤០) កំណត់បណ្តាស្ថិតនៃចំនួន n ដែលផលបូករវាង ផលបូកនៃ n តួដំបូង និង ផលបូកនៃ $2n$ តួដំបូង មិនអាស្រ័យនឹង n ។

(៤១) សម្រាយបញ្ជាក់ថា វ៉ិចទ័រមាននៃសមីការ $x^5 + x = 2005$ (1) ជាចំនួនអសនិទាន

(៤២) បង្កើតសមីការ ដឺក្រេទីពីរ មានមេគុណជាចំនួនគត់ និង មានវិសាលភាព

គឺ $x_1 = \cos 2088^\circ$ និង $x_2 = \cos 2016^\circ$

(៤៣) ដោះស្រាយលើសំនុំ R :
$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2xy-z^2=1 \end{cases} \quad xz=1, z=-2=1$$

Handwritten note: 11-11-11-11

(៤៤) គណនាលីមីតខាងក្រោម: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1992x^2 + 1 - \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 4x}{x^2}$

(៤៥) ចូរកំណត់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ដោយដឹងថា:

1) $S = \frac{1}{4}(a+b-c)(a-b+c)$ 2) $\begin{cases} S=1 \\ 36=\sqrt{3}(a+b+c)^2 \end{cases}$

(៤៦) គេអោយ $p = a + ib$ និង $q = c + id$ ជាចំនួនកុំផ្លិចពីរ។ គេស្នើសុំស្វ័យ $M(z)$ ដែលចំនួន $(z-p)(z-q)$ ជាចំនួនពិតមួយ។

(៤៧) គេអោយ x, y, z ជាចំនួនកុំផ្លិចមានមូលដ្ឋាន 1 ដូចគ្នា។ ចូរប្រៀបធៀបមួយ
 $|x+y+z|$ និង $|xy+yz+zx|$

(៤៨) ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំនុំចំនួនគត់ $y^3 - x^3 = 91$

(៤៩) គេអោយអនុគមន៍ $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ មានអ័ក្សផ្លូវជាបន្ទាត់ $x = x_0$

សម្រាយបញ្ជាក់ថា x_0 ជាវ៉ិចទ័រនៃប្រព័ន្ធសមីការ
$$\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f'''(x_0) = 0 \end{cases}$$

អនុវត្ត: ចំពោះអនុគមន៍ $y = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 1$ *Handwritten:* $x = 1$ ជាចំនួនគត់

(៥០) ក្នុងចតុកោណ ABCD គេដឹង $AB = x; BC = y; CD = z; DA = 1$ ចារឹកក្នុងរង្វង់
សម្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{ABCD} = \sqrt{(p-x)(p-y)(p-z)(p-1)}$ ។ p គឺជាបរិមាត្រចតុកោណ

(៥១) គេអោយពហុធាតុ: $f(z) = az^2 + bz + c; g(z) = az^2 + bz + c - d$

$$h(z) = -az^2 + \sqrt{b^2 - 4ac}z + d$$

ដោយ $z = x + iy$, ចំពោះ $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ និង a, b, c, d ជាចំនួនពិត

ដែល $b^2 - 4ac > 0$ ។ សម្រាយបញ្ជាក់ថា $|f(x+iy)| = |g(x) + h(iy)|$

(៥២) គេអោយ $f(n) = \frac{2005+3\sqrt{5}}{2004} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n + \frac{2005-3\sqrt{5}}{2004} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$

គណនា $A = f(n+1) - f(n-1)$

(៥៣) បើ n ជាពហុគុណនៃ 4 ចូរគណនាផលបូក

$$S = 1 + 2i + 3i^2 + \dots + (n+1)i^n \quad \text{ក្នុងនោះ} \quad i = \sqrt{-1}$$

ដោយទុកចំណេញជាចំនួនពិត

វិញ្ញាសា ថ្ងៃអាទិត្យ
ស្រាវជ្រាវ ស្រាវជ្រាវ អង្គការស្រាវជ្រាវ

២៤- ប្រយោជន៍ថា ពហុធា $P(x) = (x+1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$

ជាពហុធានៃ $x(x+1)(2x+1)$

២៥- កំណត់មធ្យម a, b, c ដើម្បីអោយពហុធា $P(x) = 2x^4 + ax^2 + bx + c$

មែកជាចំនួន $x + 2$ តែពេលចែកនឹង $(x^2 - 1)$ មានសំណល់ x ។

២៦- ដោះស្រាយសមីការ :

a) $(x-2002)(x-2003)(x-2005)(x-2006) = 4$
b) $(x+2002)^4 + (x+2004)^4 = 82$

២៧- ក្នុងចំនុច (P) គេអោយមុំក្នុង $\angle xoy$ និង ។ អង្កត់ $SO = a$ កែងនឹង (P) ។

A និង B ជាពិវឌ្ឍន៍ចំពោះ (Ox) ; (Oy) ដែល $OA + OB = a$ ។
ប្រយោជន៍ថា $OSA + OSB + ASB$ ជាចំនួនមួយមិនប្រែប្រួល ។

២៨- រកបញ្ជីលំហូរមានន័យប្រព័ន្ធសមីការ
$$\begin{cases} x + y + z = 100 & (1) \\ 5x + 3y + \frac{z}{3} = 100 & (2) \end{cases}$$

២៩- គណនា $A = 1 + C_n^3 + C_n^6 + \dots$

៣០- គេអោយ $S_1 \neq 0, S_1 \neq 1; S_2 = \frac{1+S_1}{1-S_1}; S_3 = \frac{1+S_2}{1-S_2}; \dots$

$S_n = \frac{1+S_{n-1}}{1-S_{n-1}}$ និង $S_{1975} = 2$ ។ គណនា S_{1979} និង S_{2005}

៣១- គេអោយអនុគមន៍ $f(x)$ កំណត់ដោយគ្រប់ $x \neq 0$ និងផ្សេងផ្ទាល់ក្នុងចំណុច

1) $f(1) = 1$

2) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} f(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0$

3) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ ចំពោះគ្រប់ $x_1 \neq 0; x_2 \neq 0; x_1 + x_2 \neq 0$

គណនា $f\left(\frac{2003}{2005}\right)$

11-11-11

៣២- ពហុធា $P(x)$ មានដេរីវេទីមួយ ដែលពេលចែក $P(x)$ រៀងគ្នានឹង $x - 1$

$x + 1; x - 2$ មានសំណល់ស្មើគ្នានឹង 7 និង ស្គាល់ $P(1/2) = 0$ ។

៣៣- ប្រយោជន៍ថា

$n4^{n-1}C_n^0 - (n-1)4^{n-2}C_n^1 + (n-2)4^{n-3}C_n^2 + \dots + (-1)^{n-1}C_n^{n-1} =$

$C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + n2^{n-1}C_n^n$

៣៤- ប្រយោជន៍ថា បើ ត្រីកោណ ABC មានមុំប្រូមទាំងបីនោះ

$\sin A + \sin B + \sin C + \tan A + \tan B + \tan C > 2\pi$

៣៥- ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម

a) $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 10x + 4 = 0$
b) $x^6 - 3x^5 + x^4 + x^2 - 3x + 1 = 0$

៣៦- រកតំលៃ m ដើម្បីអោយសមីការខាងក្រោមមានរឹស :

$4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4(\sin^6 x + \cos^6 x) - \sin^2 4x = m$

៣៧- ប្រយោជន៍ថា ក្នុង ត្រីកោណ ABC បើ $\cot A; \cot B; \cot C$ តាមលំដាប់នេះ ផ្តល់ជាចំនួនគ្រប់គ្រាន់ នោះ $a^2; b^2; c^2$ ក៏ផ្តល់ជាចំនួនគ្រប់គ្រាន់ដែរ ។

៣៨- គេអោយអនុគមន៍ f ផ្សេងផ្ទាល់ក្នុងចំណុច $(x-1).f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1}$

ដោយ $x \neq 0; x \neq 1$ ។ គណនា $f\left(\frac{2004}{2005}\right)$

៣៩- គេអោយត្រីកោណ ABC មានកំពស់រវាងកំរិត $R = 1$ ។ ដោយដឹងថា $A; B; C$

បង្កើតបានជាចំនួនពិតជាច្រើនស្មើ 2 ។ គណនា $a^2 + b^2 + c^2$

៤០- គេអោយកន្សោម $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$

គណនាតំលៃនៃកន្សោម $A = x^{2005} + y^{2005}$

៤១- គេអោយចំនួន $A \Rightarrow \underbrace{444 \dots 44}_{2n} \quad B = \underbrace{22 \dots 22}_{n+1} \quad C = \underbrace{88 \dots 88}_n$

ប្រយោជន៍ថា $A + B + C + 7$ ជាគោលដៅគង់ ។

(ក្នុង-ឧបមាថា $h_1; h_2; h_3$ ជាតំលៃនៃត្រីកោណ ABC, r ជាកំពស់ចំពោះក្នុងត្រីកោណ ។

ដោយដឹងថា $h_1 + h_2 + h_3 = 9r$ ។ ប្រយោជន៍ថា ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

វិញ្ញាបនា ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រ
វិទ្យាសាស្ត្រ គណិតវិទ្យា

អោយពហុធា $f(x)$ និងក្រចឹមនៃផ្ទាំងផ្ទាំងតូចៗ

$f(-1) = 0$

2) $f(x) - f(x-1) = x(x+1)(2x+1)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

ក) កំណត់អនុគមន៍ $f(x)$

ខ) ទាញកេតិកភណ្ឌ S ជាអនុគមន៍នៃ n ខាងក្រោមនេះ

$S = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(2n+1)$; n ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន

គ) គេអោយចតុកោណកែង ABCD ។ នៅលើជ្រុង AB; BC; CD; AD

ដាក់ចំនុចក្រៅគ្នា $K; L; M; N$ ដែល $\frac{AK}{KB} = 2; \frac{BL}{LC} = \frac{1}{3}; \frac{CM}{MD} = 1$

$\frac{DN}{NA} = \frac{1}{5}$ ។ ដោយស្គាល់ $S_{ABCD} = S = 12$ ។ គណនា S_{AKLCMN}

ក្រើរអោយស្វិត (U_n) កំណត់ដោយ $U_n = \frac{2+3^n}{5^n}$ និង (V_n) ស្មើគ្នា

$V_1 = 1$ និង $V_{n+2} = \frac{2}{5}V_{n+1} - \frac{1}{25}V_n$ ។ ប្រយោបញ្ជាក់ថាស្វិត (U_n) និង (V_n) ស្មើគ្នា

ខ) គេអោយស្វិត (U_n) កំណត់ដោយ $U_n = (1+\sqrt{7})^n + (1-\sqrt{7})^n$

១) ប្រយោបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនគតិ n ; $U_{n+2} = 2U_{n+1} + 6U_n$

ឯចំណាត់ថ្នាក់នៃស្វិត (U_n) តាមវិធីសាស្ត្រវិភាគ

គ) គេអោយជ្រុង AB, BC, CD, DA នៃចតុកោណ ABCD គេដាក់ចំនុច

M, N, P, Q ដែល $\frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN} = \frac{CP}{DP} = \frac{AQ}{DQ} = k$ ។ យក O ជាចំនុចប្រសព្វនៃ

(MP) និង (NQ) ។ ដោយដឹងថា $S_{AMQ} + S_{CPN} = S$ ។ គណនាប្រលាស

ចតុកោណ ABCD) ជាអនុគមន៍នៃ k និង S ។

ឃ) ដោះស្រាយសមីការ

$(2004)^{x-2003} + (4009)^{\frac{x-1}{2}-1001} = (2005)^{x-2003}$

$4 - \sqrt{4} - \sqrt{4} - \sqrt{4}$

ក) គេអោយស្វិត (U_n) កំណត់ដោយ $U_1 = \sqrt{2}$; $U_{n+1} = \sqrt{2+U_n}$, $n \in \mathbb{N}$

គណនា U_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

គ) ចំពោះ x, y ជាចំនួនវិជ្ជមានផ្ទាំងផ្ទាំងតូចៗ $xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = \sqrt{2005}$

គណនាតំលៃលេខនៃកន្សោម $S = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$

គ) គេអោយចតុកោណកែង ABCD មាន $AC = a$, $BD = b$ និងមុំរវាងអង្កត់ទ្រូង

ចាងពីកណ្តាល α ។ ប្រយោបញ្ជាក់ថា $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$

គ) គណនាផលបូក $S = \frac{2}{2004+1} + \frac{2^2}{2004^2+1} + \frac{2^3}{2004^3+1} + \dots + \frac{2^n}{2004^n+1}$

គ) គេអោយពហុធា $f(x)$ មានដេរីវេទី 2009 និងផ្ទាំងផ្ទាំងតូចៗ

$f(x) = \frac{1}{n}$ គ្រប់ $n = 1, 2, 3, \dots, 2004$ ។ គណនា $f(2005)$

គ) ដោះស្រាយសមីការ: $2004 \cdot 2005^{2(\log_{2004} x - 1)} = x^{1+\log_{2004} 2005} - x^2$

គ) គេអោយពហុធា $f(x)$ ផ្ទាំងផ្ទាំងតូចៗ $x \cdot f(x-1) = (x-3) \cdot f(x)$

គ) គេអោយត្រីកោណមមាត ABC កំពូល A មានជ្រុងប៉ុនគ្នាស្មើ x និងមុំ $A = 10^\circ$

គណនា $A = \left(\frac{4S}{x^2}\right) + \frac{x^2}{4S}$ (S ក្រចក់ត្រីកោណ ABC)

គ) គណនាផលបូក $S = \cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x + \dots + n\cos nx$

គ) បញ្ជាក់ចំនួនដូចតទៅ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ បង្កើតបានស្វិតពន្លឺយូរ ។

ប្រយោបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{a_1 a_n} + \frac{1}{a_2 a_{n-1}} + \dots + \frac{1}{a_n a_1} = \frac{2}{a_1 + a_n} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right)$

គ) គេអោយមុំ A, B, C ផ្គុំបានស្វិតពន្លឺយូរតាមលំដាប់នេះ ដោយផលសង្ខេប $d = \frac{\pi}{3}$

ប្រយោបញ្ជាក់ថា $\tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan A \cdot \tan C = -3$

គ) គេអោយស្វិតកំណត់ដូចខាងក្រោម

$U_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $U_{n+1} = \frac{U_n + 2 - \sqrt{3}}{1 + (\sqrt{3} - 2)U_n}$; $n = 2, 3, \dots$ ។ គណនា U_{2005}

វិទ្យាសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រ

វិទ្យាសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រ

៩០-ដោះស្រាយសមីការ $|2004 - x|^{2005} + |2005 - x|^{2004} = 1$

៩១-គេអោយចតុកោណប៉ោង ABCD ។ យក M និង N រៀងគ្នាជាចំនុចកណ្តាលនៃជ្រុង AD និង BC ។ ចំនុច (CM) និង (DN) កាត់គ្នាត្រង់ E ។ ចំនុចបន្ទាត់ (BM) និង (AN)

កាត់គ្នាត្រង់ F ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ក) $S_{MENF} = S_{DEFC} + S_{AFB}$

ខ) $\frac{AF}{FN} + \frac{BF}{FM} + \frac{CE}{EM} + \frac{DE}{EN} \geq 4$

៩២-ស្រាយបញ្ជាក់ថា

ក) $2 \sin x + 2 \tan x > 2^{x+1} \quad (0 < x < \frac{\pi}{2})$

ខ) $\frac{a^{2004} - b^{2004}}{a^{2004} + b^{2004}} < \frac{a^{2005} - b^{2005}}{a^{2005} + b^{2005}}$ ដោយ $a > b > 0$

៩៣- ១) គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = \frac{5x^2 - 3x - 20}{x^2 - 2x - 3}$ គណនាតម្លៃមធ្យមនៃ $f(x)$

២) គេអោយអនុគមន៍ $y = 2003^x$ ។ គណនាដេរីវេទី១ តាមនិយមន័យ

៩៤-ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} - \sqrt[3]{(7+x)(2-x)} = 3$

៩៥-គេអោយត្រីកោណ ABC ដោយមុំទាំងបីជាមុំស្រួច និង កំពស់ [AD], [CP], [BQ]

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{S_{ADQ}}{S_{ABC}} = 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

៩៦-គេអោយអនុគមន៍ $y = (2 + \sqrt{3})^{2x} + (2 - \sqrt{3})^{2x} - 8 [(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x]$

រកតំលៃតូចបំផុតនៃ y

៩៧-កំណត់ m ដើម្បីអោយ $(x+1)(x+3)(x^2+4x+6) \geq m$

ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \geq 1$

៩៨-ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{2005+1} + \frac{1}{2005+2} + \frac{1}{2005+3} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2005+1} > 1$

14-11-11

១០០-គេអោយ $a_k = \tan(k) \cdot \tan(k-1)$, តាង $u_k = \sum_{i=1}^k a_i$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា u_k មានរាង $A \cdot \tan(k) + B(k)$ ($A, B \in \mathbb{R}$ ត្រូវកំណត់)

១០១-គេអោយចតុកោណប៉ោង ABCD ។ យក A_1, B_1, C_1, D_1 រៀងគ្នាជាចំនុចកណ្តាលនៃ [BC], [CD], [AD], [AB] ។ (CC₁) កាត់ (BB₁) និង (DD₁) ត្រង់

P និង Q ។ ចំនុច (AA₁) កាត់ពីរបន្ទាត់នោះត្រង់ N និង M តាមលំដាប់ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{AMNP} = S_{AMD_1} + S_{BMD_1} + S_{PCB_1} + S_{DQC_1}$

១០២-គេអោយកន្សោម $Q = \sqrt{1-x_1} + \sqrt{1-x_2} + \sqrt{1-x_3} + \dots + \sqrt{1-x_{2005}}$

ក្នុងនោះ $x_1; x_2; x_3; \dots, x_{2005}$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន និង រៀងគ្នាតំបន់កូស៊ីនុស $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2005} = 1$ ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃ Q និងតំលៃតូចបំផុតនៃ Q

១០៣-គេអោយ n ជាចំនួនគត់មួយជាតិ តាងដោយ:

$S_n = \cos \frac{\pi}{2n+1} - \cos \frac{2\pi}{2n+1} + \cos \frac{3\pi}{2n+1} + \dots + (-1)^{n+1} \cos \frac{n\pi}{2n+1}$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_n = \frac{1}{2}$ គ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$

១០៤-គេអោយត្រីកោណ ABC ។ ទៅលើជ្រុង AC ដាក់ចំនុច K និងទៅលើមេដ្យាន BD ដាក់ចំនុច P ដែលត្រូវជាផ្ចិតត្រីកោណ APK លើប្រលាងផ្ចិតត្រីកោណ BPC ។

រកសំនុំចំនុច នៃចំនុចប្រល័យរវាង AP និង BK ។

ខ) គេអោយត្រីកោណសមបាទ ABC ដោយ AB = AC ។ ឧបមាថា កន្លះបន្ទាត់ពុះ

មុំ B កាត់ [AC] ត្រង់ D និងមាន BC = BD + AD ។ គណនាមុំ A

១០៥-ឧបមា $P(x) = x^5 + x^2 + 1$ មានឆែត 5 គឺ $x_1; x_2; x_3; x_4; x_5$ តាង

$Q(x) = x^2 - 2$ ។ ចូរគណនាផលគុណ $Q(x_1) \cdot Q(x_2) \cdot \dots \cdot Q(x_5)$

១០៦-ឧបមាថា p និង q ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល

$\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1335}$ ។ បង្ហាញថា 2005 ជាកត្តានៃ p ។

១០៧-ចំនួន 739ABC ត្រូវបានដាក់ចំនួន 7, 8, និង 9 ។ រកតំលៃ A; B; C

វិញ្ញាបនបត្រ ប្រឡងជាតិ
វិទ្យាសាស្ត្រ គណិតវិទ្យា

ក្នុងត្រីកោណ ABC គេដាក់រង្វង់ D, E, F ជាចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុង [BC], [CA] និង [AB] ។ P, Q, R តាមលំដាប់នេះជាចំណុចកណ្តាលនៃបញ្ជាប្រដូន [AD], [BE], [CF] ។

ប្រយោបញ្ជាក់ថាតំលៃ $S = \frac{AQ^2 + AR^2 + BP^2 + BR^2 + CP^2 + CQ^2}{AB^2 + BC^2 + CA^2}$

មិនអាចស្រួលនឹងត្រីកោណ ABC, កំនត់តំលៃនេះ ។

១០៩- រកសំណុំនៃវិធីចែកចំនួន 1999²⁰⁰⁴ និង 31 ។

១១០- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2005} x_i = 2005 \\ \sum_{i=1}^{2005} x_i^2 = 2005 \end{cases}$$

១១១- អនុគមន៍ f មួយតំណត់នៅលើ ចំនួនគតិវិជ្ជមានបំប្រែប្រួលតាម៖

$f(1) = 1003$ និង $f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^2 f(n)$ ។ គណនា $f(2005)$

១១២- គេអោយត្រីកោណ ABC ។ យក S ជាក្រលាផ្ទៃនៃត្រីកោណ R ជាកំរងប៉ះចិត្តក្រៅ និងកំពស់នៃត្រីកោណ ABC គឺ h_a, h_b, h_c ។

ប្រាយបញ្ជាក់ថា: $\sqrt{\frac{R}{2S^2}} \leq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right)$

១១៣- ដោះស្រាយសមីការ $x \cdot 2005^x = x(3-x) + 2(2005^x - 1)$

១១៤- ឧបទានា $\frac{\lg(b+c-a)}{\lg a} = \frac{\lg(c+a-b)}{\lg b} = \frac{\lg(a+b-c)}{\lg c}$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^b \cdot b^a = c^b \cdot b^c = a^c \cdot c^a$

១១៥- ផលគុណនៃលំដាប់ ក្នុងនាមសម្រាប់ចំនួន នៃសមីការ ដឺក្រេទីបួន

$x^4 - 18x^3 + m x^2 + 253x - 2002 = 0$ លើ -77 ។ រកតំលៃ m ។

១១៦- គេអោយត្រីកោណ ABC កែងគ្រង C ។ យក M ជាប្រសព្វនៃបញ្ជាប្រដូននៃត្រីកោណ និងចំនុច H, K, P ជាចំណុចលើកំពស់នៃ M លើជ្រុង [AB], [AC], [BC] តាមលំដាប់នេះ ។

បើក S_1, S_2, S_3 ជាប្រភេទផ្ទៃត្រីកោណ MKP, MHP, MHP ។ ប្រាយថា $S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3 \leq 4S^2$

១១៧- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $A = \tan^{-1} \frac{\pi}{18} + \tan^{-1} \frac{5\pi}{18} + \tan^{-1} \frac{7\pi}{18}$ ជាចំនួនគត់មួយ

១១៨- គេអោយចំនួនកុំផ្លិច 3 គឺ x, y, z មានផ្ទុំខ្យល់លើ 1 ដែល $x + y + z = 1$ និង $xyz = 1$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

២) គណនា x, y, z

១១៩- គេអោយត្រីកោណ ABC, I និង r ជាផ្ចិតនិង កាំរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC

R, R₁, R₂, R₃ រៀងគ្នាជាកាំរង្វង់ចារឹកក្រៅបញ្ចេញត្រីកោណ ABC, IBC, IAC និង IAB ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 = 2 \cdot R^2 \cdot r$

១២០- មាន $N = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ និង យក $M = a_n a_{n-1} \dots a_1 - 2 a_0$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ N ចែកដាច់នឹង 7 ពុំចែកដាច់នឹង M ចែកដាច់នឹង 7 ។

១២១- រកសំណុំនៃវិធីចែក 12345678⁴ និង 8

ខ) គេអោយ $x = \frac{1}{2} \left[(2005)^{\frac{1}{2004}} - (2005)^{-\frac{1}{2004}} \right]$

រកតំលៃនៃ $S = (\sqrt{1+x^2} - x)^{-2004}$

១២២- គេអោយត្រីកោណ ABC មានជ្រុង AB=c, AC=b មានរង្វង់ជ្រុងផ្សេងៗ

នៃកំពស់ $h = \alpha$ ប្រែប្រួល ។ គូសទៅខាងក្រៅត្រីកោណ នៅលើជ្រុងទាំងបីដាច់ដាច់គ្នា បើ ។

ចូរកំនត់មុំ α ដើម្បីអោយ ផលគុណទម្ងន់បាន មានក្រលាផ្ទៃធំបំផុត ។

១២៣- តាង x_1, x_2 ជាអថេរពិតព័រនៃសមីការដឺក្រេទីពីរ $x^2 - (m-1)x + (m^2+3m+4) = 0$

ដែល m ជាចំនួនពិត ។ រកតំលៃធំបំផុត នៃ $x_1^2 + x_2^2$

១២៤- 1) និមិត្តសញ្ញា 25b តាងចំនួនមានលេខពីរខ្ទង់ក្នុងប្រព័ន្ធតោល b ។

បើចំនួន 52b លើកដល់ចំនួន 25b ។ តើ b តាងតាមប៉ុន្មាន?

2) គេស្នើថា $y^2 + my + 2$ និង $y - 1$ ផលចែកគ្នា $f(y)$ និងសំណល់លើ R_1 ។

គេស្នើថា $y^2 + my + 2$ និង $y + 1$ ផលចែកគ្នា $g(y)$ និងសំណល់លើ R_2 ។

ដោយដឹងថា $R_1 = R_2$ រកតំលៃ m ។

១២៥- គេអោយ ABC កន្លះស្មុំកំពស់ C កាត់ [AB] គ្រង D ។ ស្រាយថា $CD < \sqrt{CA \cdot CB}$

វិញ្ញាបនា ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រ
វិទ្យាសាស្ត្រ គណិតវិទ្យា

៧-ក្នុងចំណោមប្រការនេះ ចំណុចណាមួយជាដាច់ខាត?

$$A = \frac{2,0000004}{(1,0000004)^2 + 2,0000004} ; B = \frac{2,0000002}{(1,0000002)^2 + 2,0000002}$$

១២៧-ស្ថិតិមិនកំណត់មួយគឺ 123456789101112131415161718192021.....

បានមកពីការរវាងរូបវិទ្យាគណិតវិទ្យាមានតាមលំដាប់។ រកលេខនៅខ្ទង់ទី ២០០៥ នៃស្ថិតិ។

១២៨- A និង B គឺជាការប្រៀបធៀបប្រាក់កាត់របស់គេ។ A បាននិយាយថា "បើឯងអោយកាត់ខ្ញុំ មួយចំនួនពីររៀងរាល់ឆ្នាំ ខ្ញុំនឹងមានកាត់ដដែល" ប៉ុន្តែបើខ្ញុំអោយឯងនូវចំនួននោះវិញឯងនឹងមានកាត់ លើ $\frac{1}{3}$ ចំនួនកាត់ខ្ញុំ។ រកចំនួនកាត់តិចបំផុតដែល A អាចមាន។

១២៩-បង្ហាញថាស្ថិតិ 2, 3, 6, 14, 40, 152, 784, ... ដែលតួទីមួយ $a_0 = 2$ និងតួទី $a_n = (n+4)a_{n-1} - 4na_{n-2} + (4n-8)a_{n-3} ; n \geq 3$

មានផលបូកនៃស្ថិតិដែលមានទំហំធំជាងណាស់។

១៣០- R ជាលំដាប់ចំនួនពិត។ រកក្របអនុគមន៍ជាចំនួនមានដេរីវេ $f: R \rightarrow R$ ដែលចំពោះ

គ្រប់ចំនួនពិត a គេបាន $f'(a) = 2005 + \int_0^a [f^2(x) + f''(x)] dx$ ($f^2(x) = [f(x)]^2$)

១៣១-គេអោយត្រីកោណកែង ABC មានអ៊ីប៉ូតេនុស BC = a ។ ថែក BC ជា n ចំនែក លើផ្ទៃ ដោយ n ជាចំនួនគតិវិជ្ជមានសេស។ ពេលនោះត្រីកោណ ABC បានថែកជា n ត្រីកោណតូចៗ ហើយត្រីកោណតូចដែលនៅកណ្តាលមានមុំគ្រប់គ្នាស្មើ A លើខ.យក h ជាតំលៃកូសធានុកោណពី A

ទៅ BC ។ ជ្រាយថា $\tan \alpha = \frac{4nh}{an^2 - a}$ ។

១៣២-រកគ្រប់ចំនួនគតិវិជ្ជមាន x ដែលចំនួន $S = \sqrt[3]{2 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{x}}$ ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន

១៣៣-រកគ្រប់លំដាប់ចំនួនពិតនៃសមីការ $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$

១៣៤-រក ចំនួនគតិវិជ្ជមានជាតិចត្រឹមបំផុត ដោយមានលេខ 6 ជាលេខខ្ទង់ចុងក្រោយ។ បើលេខ 6 ត្រូវតែប្តូរ ទៅខាងមុខនៃចំនួននោះវិញ វាលើខ្ទង់ផលគុណចំនួននោះនឹង 4 ។

14-17-20-21

១៣៥-នៅលើជ្រុងមុំកែង [AC] និង [BC] នៃត្រីកោណកែង ABC សង់នៅខាងក្រៅ ឬក្នុងរាង ប្រការ ACKL និង BCMN ។ (BL) កាត់ (AC) និង (AN) រៀងគ្នាត្រង់ P និង R ។ (AN) កាត់ (BC) ត្រង់ Q ។ ជ្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{CPQR} = S_{ABR}$ ។

១៣៦-ក) រកគ្រប់តួនៃចំនួនគតិវិជ្ជមាន x និង y ដែល $y^2(x+1) = 1576 + x^2$
 ខ) គេអោយ $f(x) = ax^7 + bx^3 + cx + 1005$

ក្នុងនោះ a, b, c ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន ស្គាល់ $f(-2005) = 5$ ។ គណនា $f(2005)$

១៣៧-ចូរចំនួនគតិ N មួយមាន 13 ខ្ទង់ ដែលជាហេតុផលនៃ 2^{13} និងខ្ទង់នីមួយៗមានតែ លេខ 8 និង លេខ 9 ។ m(១៣៦)

១៣៨-កំនត់តួនៃចំនួនពិត (x; y) តែមួយគត់ដែលបំពេញសមីការ:

$$(4x^2 + 6x + 4)(4y^2 - 12y + 25) = 28$$

១៣៩-ឧបមាថា x ជាលំដាប់សមីការ $(3+2\sqrt{2})^x = (\sqrt{2}-1)^x + 3$

ជ្រាយបញ្ជាក់ថា x គឺជាលំដាប់សមីការនៃ $(\sqrt{2}+1)^x = 2\cos\frac{\pi}{9}$

១៤០-កាំនៃរង្វង់ចារឹកក្រៅ នៃត្រីកោណសមបាទ ABC គឺ R និង កាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងគឺ r ។

ជ្រាយបញ្ជាក់ថា ចំងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរគឺ $\sqrt{R(R-2r)}$ ។

១៤១-រកពីរចំនួនគតិវិជ្ជមាន a, b ដែលផ្សេងគ្នាតំលៃកូសធានុកោណ គឺ $ab(a+b)$ មិនថែក

ជាចំនួន 7 ប៉ុន្តែ $(a+b)^7 - a^7 - b^7$ ថែកជាចំនួន 7 ។

១៤២-រកគ្រប់អនុគមន៍ f ដែលផ្សេងគ្នាតំលៃសមីការអនុគមន៍

$$(x-y)f(x+y) - (x+y)f(x-y) = 4xy(x^2 - y^2)$$

១៤៣-កំនត់ $k \in \mathbb{N}$ ដែលគេមាន $(x-k)(x-2005) + 1 = (x+m)(x+n)$

ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R} ; m, n \in \mathbb{Z}$ ។

១៤៤-រកតំលៃ x ដែល $A = (x-x_1)^2 + (x-x_2)^2 + \dots + (x-x_n)^2$ មានតំលៃតូចបំផុត ។

១៤៥-ជ្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $x = \cot 22,5^\circ$ ជាលំដាប់សមីការដឺក្រេទីពីរមួយ ចំនែក $y = \frac{1}{\sin 22,5^\circ}$

ជាលំដាប់សមីការដឺក្រេទីបួន ក្នុងនោះសមីការទាំងពីរមានមេគុណជាចំនួនគតិ និងមេគុណនៃតួដឺក្រេ ខ្ពស់ជាងគេលើ ។

១៤៦- ដោយប្រើមគ្គាត $\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{8} \dots \cos \frac{x}{2^n} = \frac{\sin x}{2^n \sin \frac{x}{2^n}}$

ចូរគណនាផលបូក $S_n = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \tan \frac{x}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \tan \frac{x}{2^n}$

១៤៧- ក) គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sin x}{x+1} + \frac{\cos x^2}{x+2} \right) =$

ខ) គណនាអាំងតេក្រាល $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ ដែល $f(x) = \frac{1}{1 + \tan^{2005} x}$

១៤៨- ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ a, b ជាចំនួនគត់សេស នោះ $a^3 - b^3$ ចែកដាច់នឹង និង 2^n ចុះត្រឹមត្រូវ $a - b$ ចែកដាច់នឹង 2^n ។

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ n ចំនួនគត់ នោះ $A_n = 5^n + 2 \cdot 3^{n-1} + 1$ ចែកដាច់នឹង

១៤៩- ស្រាយបញ្ជាក់ថាអង្គត្រីមុខ នៃចតុកោណមួយ កែងគ្នាចុះត្រឹមត្រូវដូចនៃចតុកោណនោះ មានផលបូកការពេញគ្នា ។

១៥០- ក) រកផលបូក $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \dots + 2005 \times 2005!$

ខ) ពិចារណាផ្សេងគ្នា ត្រូវគេជ្រើសរើសពីលំនុំ $\{1, 12, 13, \dots, 101\}$

ដើម្បីអោយផលបូកនៃពិចារណានេះជាចំនួនគត់ ។ តើមានចំនួនច្រើនប៉ុន្មានប្រយ័ត្ន?

១៥១- ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $BC + AC = \tan \frac{C}{2} (BC \tan A + AC \tan B)$

នោះត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមបាទ ។

ខ) កាត់ a, b, c ជាជ្រុងនៃត្រីកោណ និង S ជាត្រីកោណច្រើនបំផុត ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4\sqrt{3} S$ ។ តើគេបានសមភាពពេញលេញ?

គ) រកចំនួននៃត្រីកោណមួយ ជាចំនួនគត់គ្នា និងចំនួនគត់ពីរ 2 ដងមុំតូចបំផុត ។

គណនា $\cos$ នៃមុំតូចបំផុតនោះ ។

$11-11-11$

១៥២- គណនាតំលៃលេខនៃកន្សោម $A = \frac{x - \sqrt{x^2 - 4}}{x + \sqrt{x^2 - 4}}$ ចំពោះ $x = \sqrt{\frac{2003}{2004}} + \sqrt{\frac{2004}{2005}}$

១៥៣- ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $\sqrt{x^2 + 3x^4y^2} + \sqrt{y^2 + 3x^2y^4} = 2005$

នោះ $x^3 + y^3 = 2005^3$

១៥៤- ដោះស្រាយសមីការ $\frac{8}{2^{x-1} + 1} + \frac{2^x}{2 + 2^x} = \frac{18}{2^{x-1} + 2 - x + 2}$

១៥៥- រកអនុគមន៍ $f(x)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់:

$f(x-1) - 3f\left(\frac{x-1}{1-2x}\right) = 1 - 2x \quad (x \neq \pm \frac{1}{2})$

១៥៦- មេដ្យាន AA' កែងនឹងមេដ្យាន BB' នៃត្រីកោណ ABC ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\cot C = 2(\cot A + \cot B)$

១៥៧- ចំពោះ $a; b; c > 0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

$\frac{1}{a+b} \log_b a^2 + \frac{1}{c+a} \log_a c^2 + \frac{1}{b+c} \log_c b^2 \geq \frac{9}{a+b+c}$

១៥៨- គណនា តំលៃលេខនៃ $A = \left[\frac{1 + \frac{1}{4}(2^{2005} - 2^{-2005})^2}{1 + \frac{1}{4}(2^{2005} - 2^{-2005})^2} \right]^{\frac{1}{2}} - 1$

១៥៩- រកអនុគមន៍ $f(x)$ និង $g(x)$ ដែល

$x \cdot f(x+1) + g(x+1) = 2x(x+1) + 11$

$f\left(\frac{1}{x}\right) - x \cdot g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2-2x-10x^2}{x} \quad (x \neq 0; x \neq \pm \frac{1}{2})$

១៦០- គេអោយត្រីកោណ ABC មាន $S = a^2 - (b-c)^2$ ។ ស្រាយថា $\tan A = \frac{8}{15}$

១៦១- ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(1 - C_n^2 + C_n^4 - \dots)^2 + (C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - \dots)^2 = 2^n$

១៦២- ចូរពិចារណា * ដោយរលេខ ក្នុងនោះតំលៃនៃលីមីតដាច់នូវគត់មាន ។

ក) $\sqrt[4]{4 \dots 4} = 4$ ចំពោះ $n \rightarrow \infty$

ខ) $\sqrt[4]{6 \dots 6} = 6$ ចំពោះ $n \rightarrow \infty$

វិញ្ញាបនបត្រ បរិញ្ញាបត្រ

ឈ្មោះ ឆន្ទ វណ្ណ ឈ្មោះ ឆន្ទ វណ្ណ ឈ្មោះ ឆន្ទ វណ្ណ

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\{a_n\}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់កន្លែង $a_n = a_{n-1} \cdot a_{n+1} : a_n \neq 0$ គ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$

$$\frac{a_1'' + a_2'' + \dots + a_n''}{a_2'' + a_3'' + \dots + a_{n+1}''} = \frac{a_1''}{a_{n+1}''}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}-1}{14} \right)^x + 6 \left(\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{98}} \right)^x = 7^{1-x}$$

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_2 y + \log_2 z + \log_2 x = 2 \\ \log_4 z + \log_4 x + \log_4 y = 2 \end{cases}$$

$$\frac{AA'}{AA_1} + \frac{BB'}{BB_1} + \frac{CC'}{CC_1} = \frac{9}{4}$$

$$(x+y)^2 = 2(3x-y+xy-1)$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}; m, n \in \mathbb{Z}$$

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d \text{ with } a, b, c, d$$

$$\frac{f(12) + f(-8)}{10} + 21$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}} + \sqrt{\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}}$$

$$g(x) = x^4 - 4x^2 + 2$$

$$f[g(x)] = g[f(x)] \text{ for } x \geq 2$$

$$\sqrt{x^2 - 8x + 816} + \sqrt{x^2 + 10x + 267} = \sqrt{2003}$$

$$\log_{2005} \frac{4x^2 + 2}{x^6 + x^2 + 1} = x^6 - 3x^2 - 1$$

$$\{U_n\}; n = 1, 2, 3, \dots \text{ កំណត់ដូចខាងក្រោម:}$$

$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + \frac{U_n^2}{2005} \end{cases} \text{ គណនា } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{U_1}{U_2} + \frac{U_2}{U_3} + \dots + \frac{U_n}{U_{n+1}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{98 - \cos 3x \cdot \cos 5x \cdot \cos 7x}{83 \sin^2 7x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ កំណត់ដោយ: } y = f(x) = (2005)^x + (2005)^{2-x}$$

$$f(x) = 2004 \text{ និង } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2005$$

$$f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) \cdot \cos y, \text{ គ្រប់ } x, y \in \mathbb{R}$$

$$A, B, C, D \text{ ជាចំណុច 4 ចុងក្រោយនៃកាតាឡិយ៉ូតមួយផ្ទៀងផ្ទាត់:}$$

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$$

$$S = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + pC_n^{p-1} + \dots + nC_n^n$$

$$n = 2005$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{2 + \sqrt{2-n}}{3 + \sqrt{2-n}}$$

$$\sqrt{4-x^2} + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = \sqrt{x^4-16+5-y}$$

$$z(1-y^2) = 2y$$

$$x(1-x^2) = 2z$$

វិញ្ញាសា ថ្ងៃអង្គារ

ដោយ ឆឹត សុវណ្ណ សមីការគណិតវិទ្យា

១៨០-១) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} < 2$

២) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $2 \cdot 1C_n^2 + 3 \cdot 2C_n^3 + 4 \cdot 3C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n = n(n-1)2^{n-2}$

៣) យក x_1, x_2 ជាអថេរនៃសមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

តាង $S_n = x_1^n + x_2^n$ ដោយ $n > 1$ និង $S_0 = 2$ ។ ប្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N}$

គេបាន $aS_{n+2} + bS_{n+1} + cS_n = 0$

អនុវត្តជាលេខ រកតម្លៃ $A = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^6 + \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^6$

៤) គេអោយត្រីកោណ ABC មាន BC ឆ្លង A ចំណុចនៅលើរង្វង់កំពស់ ០ ជាចំនុចកណ្តាលនៃអង្កត់ [BC] និងកាំ R រកចំនុច M នៅក្នុងត្រីកោណដែល $S_{MAB} = S_{MBC} = S_{MAC}$

៥) គេអោយអនុគមន៍ដូចខាងក្រោម ដោយ $0 < a < 1$;

$f(x) = \left(\frac{1+a^2}{2a}\right)^x - \left(\frac{1-a^2}{2a}\right)^x$

គេឲ្យកាត់អនុគមន៍នេះតាមបង្កាត់ $y = 1$ ត្រង់ចំនុចមានអាប់ស៊ីសដូចខាងក្រោម?

៦) គេអោយលំដាប់ $(x_k)_{k=1}^{+\infty}$ ដោយ $x_k = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{k}{(k+1)!}$

គណនាមធ្យម $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x_1^n + x_2^n + \dots + x_{2005}^n}$

៧) គេអោយ $f(x)$ មួយមានដេរីវេទីពីរ $f(x) - 1$ ចែកដាច់ដឹង $(x-1)^3$ និង $f(x)$ ចែកដាច់ដឹង x^3

៨) គេអោយបញ្ជីលំដាប់នៃសមីការ $2(x+y) + xy = x^2 + y^2$

៩) គេអោយបញ្ជីលំដាប់នៃសមីការ $a:b:c$ ផ្ទៀងផ្ទាត់លំដាប់

$\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-1} > \sqrt{c(ab+1)}$

១០) គេអោយ ΔABC ដែល $\sin A = \frac{1}{2}, \sin B = \frac{1}{3}, \sin C = \frac{1}{4}$

$11 - \sqrt{11} - \sqrt{11}$

១៨៤-គេអោយ $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 - 2z^2 + \frac{7}{xy} + \frac{1}{z}$

$xy + z$

រកតម្លៃ $M = f(a, b, c) = f(b, c, a) = f(c, a, b)$ គ្រប់ a, b, c ជាចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់លំដាប់

១៨៥-គេអោយប្រព័ន្ធនៃ A, B, C, D នៅលើរង្វង់មួយដែល C, D នៅលើខាងមុខបង្កាត់ AB ។

យក h_1, h_2, h_3 ផ្ទៀងផ្ទាត់ដោយពី D ទៅបង្កាត់ AB, BC, CA ។ ប្រាយថា $\frac{AB}{h_1} = \frac{BC}{h_2} + \frac{CA}{h_3}$

១៨៦-គេអោយ $a_1, a_2, \dots, a_n$ ជាចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់ $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 2005$

ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\left| \frac{a_1}{n} + \frac{a_2}{n-1} + \frac{a_3}{n-2} + \dots + \frac{a_n}{1} \right| < \sqrt{4010}$

១៨៧-ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\cos \frac{\pi}{2005} \cdot \cos \frac{2\pi}{2005} \cdot \cos \frac{3\pi}{2005} \cdot \dots \cdot \cos \frac{1002\pi}{2005} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1002}$

១៨៨-គេអោយលំដាប់ $\{u_n\}$ តំណក់ដូចខាងក្រោម : $u_n = n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2$ $n \in \mathbb{N}$ ។ រកគ្រប់បញ្ហាដែលលំដាប់នេះ 10 តាម 2 រលូនផ្ទៀងផ្ទាត់

១៨៩-គណនាផលបូក :

$C_{2005}^0 \cdot C_{2005}^{2004} + C_{2005}^1 \cdot C_{2005}^{2003} + \dots + C_{2005}^k \cdot C_{2005}^{2004-k} + \dots + C_{2005}^{2004} \cdot C_{2005}^0$

១៩០-គេអោយអនុគមន៍ f និង g ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ :

$f(2x+1) + 2g(2x+1) = 2x$

$f\left(\frac{x}{x-1}\right) + g\left(\frac{x}{x-1}\right) = x$

១៩១-គេអោយបញ្ជីលំដាប់ត្រីកោណដែលត្រូវបានកាត់ដោយ ABCD មាន $P =$ កន្លះបរិវិល

$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd} \cdot \cos^2 \frac{(B+D)}{2}$ (a, b, c, d ជ្រុង)

១៩២-គេអោយបញ្ជីលំដាប់ត្រីកោណ ABCD ត្រូវបានកាត់ដោយ $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

គឺ ប្រាយថាបើត្រីកោណ ABCD ត្រូវបានកាត់ដោយ $S = \sqrt{abcd}$ ។

១៩៣-គេអោយប្រាយសមីការ : $x = 1 - 2004(1 - 2004x^2)^2$

១៩៤-គេអោយ $\frac{1}{2^x} = \lg(x-2) + \frac{1}{8}$ ។

វិទ្យាសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រ
សិក្សា វិទ្យាសាស្ត្រ វិទ្យាសាស្ត្រ

(១៩៧)- ពិស្វក U_n ដែលតំណក់ដោយ $U_1 = 2$; $U_{n+1} = \frac{U_n^2 + 2003 \cdot U_n}{2004}$; $n \in \mathbb{N}^*$

គេបង្កើតស្វ៊ីត $\{S_n\}$ ដោយ $S_n = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{U_{i+1} - 1}$ ។ គណនា $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(១៩៨)- កំណត់ប្រភេទអនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ផ្សេងៗគ្នា ចូលក្នុងប្រភេទ

(i) : $f(-x) = -f(x)$

(ii) : $f(x+1) = f(x) + 1$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

(iii) : $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{f(x)}{x^2}$ គ្រប់ $x \neq 0$

(១៩៩)- រកតំលៃធំបំផុតនិងតំលៃតូចបំផុត នៃអនុគមន៍ $f(x) = x(2003 + \sqrt{2005 - x^2})$

(២០០)- ចំពោះបញ្ហាចំនួនគត់មួយជាតិ n ; k ណាដែល : C_n^k ; C_n^{k+1} ; C_n^{k+2} បង្កើតបានជាស្វ៊ីតឥតមូល ($0 \leq k \leq n-2$)

(២០១)- ត្រីកោណសមបាទមួយ មានផលធៀបកាំរង្វង់ចារឹកក្នុង និង កាំរង្វង់ចារឹកក្រៅរួមគ្នា $\frac{1002}{2005}$ ។ គណនា $\cos$ នៃមុំធំគេបំផុតត្រីកោណ ។

(២០២)- កំនត់ x ដើម្បីអោយចំនួន $4^{2^7} + 4^{1016} + 4^x$ ជាការប្រាកដ ។ **2004**

(២០៣)- គេអោយត្រីកោណ ABC សមបាទកំពូល A មានមុំ $A = 20^\circ$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^3 + b^3 = 3a^2b$ តាមពីរបៀបផ្សេងគ្នា ។

(២០៤)- ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ x, y នោះ $e^{2004x+2005y} \leq \frac{2004}{2005} e^x + \frac{1}{2005} e^y$

(២០៥)- គេអោយ p ជាចំនួនបឋមធំជាង 5 ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $p^{8n} + 3p^{4n} - 4$ ចែកដាច់នឹង 5 ($n \in \mathbb{N}$) ។

(២០៦)- រកគ្រប់ចំនួនគត់ a ដើម្បីអោយ សមីការ $x^2 + (a+1)x + a + 2 = 0$ មានរឹសគត់ ។

11-11-11

(២០៧)- រករឹសគត់នៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ (2x+1)^3 + (y-1)^3 = -6 + (2-3z)^3 \end{cases}$

(២០៨)- ឧបមាថា $x_0 = 0$; $x_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, 2005$ និង $x_1 + x_2 + \dots + x_{2005} = 1$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា :
$$\frac{\sqrt{1+x_0} + \sqrt{1+x_1} + \dots + \sqrt{1+x_{2005}}}{x_1} + \frac{\sqrt{1+x_0} + \sqrt{1+x_1} + \dots + \sqrt{1+x_{2005}}}{x_2} + \dots + \frac{\sqrt{1+x_0} + \sqrt{1+x_1} + \dots + \sqrt{1+x_{2005}}}{x_{2005}} \geq 1$$

(២០៩)- ឧបមាអនុគមន៍ $f(x)$ បានកំនត់ដូចខាងក្រោម :

$f(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{2005} (A_k \cos kx + B_k \sin kx) > 0$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$, ដោយ $A_0, A_k, B_k \in \mathbb{R}$

$A_k^2 + B_k^2 = 1$; $k = 1, 2, \dots, 2005$ ។ ស្រាយថា គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$, $\frac{f(x) - 2005}{A_0} \leq 1$

(២១០)- ដោយប្រើអនុគមន៍ $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ចូរប្រើប្រៀបធៀបចំនួន 2004^{2005} និង 2005^{2004}

(២១១)- គេអោយរង្វង់ចារឹក $(C_1), (C_2)$ កាត់គ្នាត្រង់ M និង N ។ PQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ (C_1) និង (C_2) ; $P \in (C_1)$; $Q \in (C_2)$ ដែល N នៅលើ PQ ជាង M ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

a) ត្រីកោណ MNP និង MNQ មានក្រចករង្វង់គ្នា ។

b) បន្ទាប PN កាត់រង្វង់ (C_2) ត្រង់ R ។ ស្រាយថា MQ ជាបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle PMR$

(២១២)- គេអោយស្វ៊ីត u_1 ; u_2 ; u_3 , ... ; u_n ផ្សេងៗគ្នា $u_1 = 1$, $u_2 = 3$, $u_n = 2u_{n-1} + u_{n-2}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $u_n = 1 + 2C_n^2 + 2^2 C_n^4 + 2^3 C_n^6 + \dots$

(២១៣)- ដោះស្រាយសមីការ :

$$\frac{16}{\sqrt{x-1988}} + \frac{1}{\sqrt{y-2002}} = 10 - (\sqrt{x-1988} + \sqrt{y-2002})$$

(២១៤)- រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n និង k ផ្សេងៗគ្នា $C_n^k = (3n)^k$

(២១៥)- គណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\cos(\pi n \sqrt{n^3 + 3n^2 + n + 1}) + \sin(\pi n \sqrt{n^3 + 3n^2 + n + 1})] \quad (n \in \mathbb{N})$$

២១៦- អោយអនុគមន៍ $f(x)$ ផ្សេងផ្នត់ $f(xy) + f(x-y) + f(x+y+1) = xy + 2x + 1$

គ្រប់ $x, y \in \mathbb{R}$ និង $P(x) = \frac{2005^{f(x)}}{2005^{f(x)} + \sqrt{2005}}$

គណនា $A = P\left(\frac{1001}{2005}\right) + P\left(\frac{1004}{2005}\right)$

២១៧- តាង $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$ ពិនិត្យល្អិត (U_n) ដែល

$U_n = \frac{f(1).f(3).f(5) \dots f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6) \dots f(2n)}$; $n \in \mathbb{N}^*$ ។ គណនា $\lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{U_n}$

២១៨- គេអោយពីរមុំ $OABC$ មាន OA, OB, OC កែងគ្នាពីរៗ និង $OB + OC = OA$ ។ យក $OAB = x$; $OAC = y$; $BAC = z$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\tan^2 x + \tan^2 y + \tan^2 z > 1$

២១៩- កំណត់អាប់ស៊ីសចំនុចប្រសព្វ នៃខ្សែកោងអនុគមន៍ :

$y = 40x^2$ និង $y = (x^2 - 3x + 2)(x^2 - 12x + 32)$

២២០- រកតំលៃតូចបំផុតនៃអនុគមន៍ :

$y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 2} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - \frac{16}{5}x + \frac{32}{5}} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 4x + 10} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{8}{5}}$

២២១- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធលំដាប់មីការ :

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 21} = \sqrt{y-1} + y^2 \\ \sqrt{y^2 + 21} = \sqrt{x-1} + x^2 \end{cases}$$

២២២- រកគ្រប់ចំនួនសនិទានវិជ្ជមាន x, y ដែល $x + y$ និង $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ជាចំនួនគត់ ។

២២៣- ស្វាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $k \geq 0$ នោះ $2^{6k+1} + 3^{6k+1} + 5^{6k} + 1$:

២២៤- តើចំនួន $2001^{2003} + 2002^{2004} + 2003^{2005}$ ចែកដាច់នឹង 3 ឬទេ ?

២២៥- ចំពោះ $a, b \neq 0$ ចូររកតំលៃតូចបំផុតនៃ $y = \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

២២៦- គណនាលីមីត : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2.1^2 + 3.2^2 + 4.3^2 + \dots + (n+1).n^2}{n^4}$

២២៧- ដោះស្រាយវិសមីការ $x + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} > \frac{35}{12}$

២២៨- គេអោយត្រីកោណ ABC និងចំនុច I នៅខាងក្នុងត្រីកោណ។ បញ្ហាបន្ទាត់ $(AI), (BI), (CI)$

រៀងគ្នាតាមតំរូវន៍យមត្រង់ A', B', C' ។ ស្វាយបញ្ជាក់ថា $\frac{AI.BI.CI}{AA'.BB'.CC'} \leq \frac{8}{27}$

២២៩- ក) ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$

ខ) រក m ដើម្បីអោយសមីការមានរឹស $\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} = m$

២៣០- ស្វាយបញ្ជាក់ថា ក្នុងគ្រប់ត្រីកោណ ABC មានមុំស្រួច គេបាន :

$\left(\frac{a}{\cos B} + \frac{b}{\cos A} - c\right)\left(\frac{b}{\cos C} + \frac{c}{\cos B} - a\right)\left(\frac{c}{\cos A} + \frac{a}{\cos C} - b\right) \geq 27abc$

២៣១- អនុគមន៍ $y = f(x)$ តំនក់ និង មានដេរីវេចំនួនពីរ ផ្សេងផ្នត់លក្ខខណ្ឌ

$f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$, គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។ ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ $y = f(x)$ ត្រង់ចំនុចមានអាប់ស៊ីស $x = 1$ ។

២៣២- គេអោយអនុគមន៍ $y = \frac{x+a}{x^2+x+1}$ (1) ។ ស្វាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ $a \in \mathbb{R}$

ខ្សែកោងអនុគមន៍ មានចំនុចប្រសព្វ 3 នៅលើបន្ទាត់តែមួយ រួមបង្កើតសមីការបន្ទាត់នេះ ។

២៣៣- (ក) រកគ្រប់ចំនួនគត់ n ដែលចំនួន $a = 2^8 + 2^{11} + 2^n$ ជាការប្រាកដ ។ $n=14$
 ខ) រកគ្រប់បញ្ជីចំនួនបឋម p ដែលផលបូកបញ្ជីចំនួនវិជ្ជមាននៃ p^4 គឺជាការប្រាកដ ។ $p=3$

(គ) រកគ្រប់បញ្ជីចំនួនគត់ (x, y) ផ្សេងផ្នត់តាមរយៈ $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$

២៣៤- ស្វាយបញ្ជាក់ថា បើ n ជាចំនួនគត់ និង $a > 3$ នោះសមីការ

$(n+1).x^{n+2} - 3(n+2).x^{n+1} + a^{n+2} = 0$ គ្មានរឹស ។

២៣៥- រកតំលៃ m ដើម្បីអោយសមីការ $\frac{\lg mx}{\lg(x+1)} = 2$ មានរឹសតែមួយគត់ ។

២៣៦- ស្វាយបញ្ជាក់ថា $4.\tan 5^\circ.\tan 9^\circ < 3.\tan 6^\circ.\tan 10^\circ$

២៣៧- ដោះស្រាយវិសមីការ $x(x+1)(x+2)(x+3) \geq \frac{9}{16}$

ផែនទី ១៖ ស្ថានភាព អនិច្ចាត គណិតវិទ្យា

រាង-យក 1 និង 0 ជាដូចក្នុងចំណោមចំនួនពិត និង ចំណែកក្រៅ ត្រីកោណ ABC មិនមែនសម័ង្ស ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\angle AIO \leq 90^\circ$ នោះ $2 \cdot BC \leq AB + CA$

(២៣៩- គេអោយ $\alpha, \beta, \gamma \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ។ ឧបមាថា $\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma$

បង្កើតបានជាស្វ័ត្រពន្ធុ $\sin \beta \neq 0$ និង $\tan \alpha \cdot \tan \gamma = 1$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$\tan \alpha, \tan \beta, \tan \gamma$ បង្កើតបានជាស្វ័ត្រពន្ធុមេត្រី ។

(២៤០- គេអោយត្រីកោណ ABC ផ្ទៀងផ្ទាត់ $(2Rp)^2 = a^3 \cdot b + b^3 \cdot c + c^3 \cdot a$ ក្នុងនោះ

$BC = a, CA = b; AB = c; p = \frac{a+b+c}{2}$ R តំរង់ម៉ែត្រក្រៅ

ត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណ ABC សម័ង្ស ។

(២៤១- គេអោយពហុកោណនិយ័ត $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ ចំណែកក្នុងម្ខាង (O) ។

ដោយដឹងថាចំនួនពហុកោណមានកំពូល 4 គឺជាកំពូល 4 នៃពហុកោណនោះ តើ $\frac{65}{4}$ ដងផលគុណនៃ

ចំនួនការ និង ចំនួនចុះកោណកែង មានកំពូលដាក់ពួល ពហុកោណនោះ ។

គណនា $S = C_{2004n}^0 + C_{2004n}^2 + C_{2004n}^4 + \dots + C_{2004n}^{2004n}$

(២៤២- គេអោយត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\tan \frac{A}{2} : \tan \frac{B}{2} : \tan \frac{C}{2}$

បង្កើតបានជាស្វ័ត្រពន្ធុ នោះ $\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ បង្កើតបានជាស្វ័ត្រពន្ធុ ។

(២៤៣- យក $x_1; x_2$ ជាសមីការ: $2005 \cdot x^2 - (5n + 4)x - 2005 = 0$

រកតំលៃចូលផុតនៃកន្សោម: $P = (x_2 - x_1)^2 + 4 \left(\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^2$

(២៤៤- 1) រកអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 2f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = x$

2) គេអោយ $f(2x) = 4\cos x \cdot f(x) - 2x$ ។ គណនា $f'(0)$

(២៤៥- គេអោយចតុមុខ ABCD ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$ នោះ (AB) កែងនឹង (CD) ។

$|a|\sqrt{16+x^2} + |b|\sqrt{16+y^2} + |c|\sqrt{16+z^2} \geq 5$

(២៤៧- គេអោយ ត្រីកោណ ABC ដោយដឹងថា: $\cos A = \cos \alpha, \sin \beta, \cos B = \cos \beta, \sin \gamma$

$\cos C = \cos \gamma, \sin \alpha$ ។ គណនា តំលៃ $M = \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma$ ។

(២៤៨- រកចំនួនចំនួនបង្កើតបានជាស្វ័ត្រពន្ធុ បើគេដាក់ចំនួនទាំងបួននោះតាមលំដាប់នឹង 2, 6, 7, 2 នោះ 4 ចំនួននោះបង្កើតបានជាស្វ័ត្រពន្ធុមេត្រី ។

(២៤៩- គ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $nC_n^r = (r+1) \cdot C_n^{r+1} + r \cdot C_n^r$

ខ) គណនាផលបូកនៃសមីការ $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$

ចំពោះ $1 \leq x \leq 70$

(២៥០- គ) ប្រៀបធៀបបញ្ជាក់តំលៃ $a = \log_{\text{base } 675}$ និង $b = \log_{\text{base } 75}$

ខ) រកស្ថានភាពនៃប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185 \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65 \end{cases}$

គ) រកដេរីវេទី n នៃអនុគមន៍ $y = \frac{5x-13}{x^2-5x+6}$ ។ $y^{(n)} = (-1)^n \frac{2n!}{(2-3)^{n+1}} + 3(-1)^{n+1} \frac{n!}{(2-2)^{n+1}}$

(២៥១- រកត្រង់តំលៃ x, y, z ពីក្នុងសមីការ

$x + y + z + 4 = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{y-3} + 6\sqrt{z-5}$

(២៥២- ដោះស្រាយសមីការ:

$\sqrt{2x^2 - 4x + 11} + \sqrt{3x^4 - 6x^2 + 28} = -3x^2 + 6x + 5$

(២៥៣- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $x = 10^{9n} + 10^{6n} + 10^{3n} + 1$ ចែកដាច់នឹង 7, 11, 13

បើ n សេសនិងមានលំដាប់ក្នុងករណីផ្សេងទៀត ។

រកលំដាប់នៃវិធីចែក x តាមលំដាប់នឹង 7, 11, 13 និង 111 ។

(២៥៤- គេអោយត្រីកោណ ABC មានកំពស់ CH ។ បញ្ជាក់ថាចំណែកក្នុងត្រីកោណ ACH និង BCH ផ្ទៀងផ្ទាត់នឹង CH គ្រង R និង S ។ គេអោយ $AB = 2005; AC = 2003$

និង $BC = 2002$ ។ គណនា RS

(២៥៥- គេអោយសមីការលើ $x^2 + x + a = 0$ និង $x^2 + ax + 1 = 0$ ។ រកតំលៃ a ដើម្បីអោយសមីការទាំងពីរខាងលើ មានរឹលរួមតែមួយគត់ ។

២៦- គណនាផលបូក $S = \cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x + \dots + n\cos nx$

២៧- បញ្ជាក់ថា $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ បង្កើតបានស្វ័យគុណមួយ ។

$$\frac{1}{a_1 a_n} + \frac{1}{a_2 a_{n-1}} + \dots + \frac{1}{a_n a_1} = \frac{2}{a_1 + a_n} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right)$$

២៨- គេអោយមុំ A, B, C ផ្គុំបានស្វ័យគុណមួយតាមលំដាប់នេះ ដោយផលសង្ខេប $\frac{\pi}{3}$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan A \cdot \tan C = -3$

២៩- គេអោយ $S_n = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_n = \begin{cases} 0 & \text{បើ } x = 2k\pi \\ \sin \frac{nx}{2} \cdot \sin \frac{n+1}{2}x & \text{បើ } x \neq 2k\pi \end{cases}$

៣០- គេអោយស្វ័យគុណដូចខាងក្រោម :

$$U_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, U_n = \frac{U_n + 2 - \sqrt{3}}{1 + (\sqrt{3} - 2)U_n}; n = 2, 3, \dots \text{ ។ គណនា } U_{2003}$$

៣១- ដោះស្រាយសមីការ $|2002 - x|^{2003} + |2003 - x|^{2002} = 1$

៣២- គេអោយត្រីកោណ ABC ។ នៅលើជ្រុង $[AB]$ និង $[BC]$ ដេញត្រីកោណចំនុច M និង N ដែល $AB = 5AM, BC = 3BN$ ។ យក O ជាចំនុចប្រសព្វនៃ

$[AN]$ និង $[CM]$ ។ គណនាប្រវែងត្រីកោណ AOC ជាអនុគមន៍នៃ $S = S_{ABC}$

៣៣- គេអោយប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ។ នៅលើជ្រុង BC និង CD ដេញចំនុចរៀងគ្នា M និង N ដែល $\frac{CN}{ND} = 2 \frac{MB}{MC}$ ។ អង្កត់ទ្រូង BD កាត់ (AM) និង (AN) រៀងគ្នា

ត្រង់ P និង Q ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{AMN} = 2S_{APQ}$ ។

៣៤- ដោះស្រាយសមីការ:

$$(2002)^{x-2001} + (4005)^{\frac{x-1}{2}-1000} = (2003)^{x-2001} \quad x=2003$$

៣៥- គេអោយស្វ័យគុណ (U_n) កំណត់ដោយ $U_1 = \sqrt{2}; U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}, n \in \mathbb{N}$ គណនា U_n ជាអនុគមន៍នៃ n ។

៣៦- គេអោយ a, b, c, d ជាស្វ័យគុណ ហើយ $m \in \mathbb{R}, 2m \geq |ad - bc|$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ គេបាន $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d) + m^2 \geq 0$

៣៧- បើ a ជាស្វ័យគុណ $x^{2004} = 1$ ហើយ $a \neq 1$, ចូរគណនា $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{2003} = 0$

៣៨- ចំពោះ x, y ជាចំនួនវិជ្ជមានផ្សេងគ្នា $xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = \sqrt{2003}$ ចូរគណនាតំលៃលេខនៃកន្សោម $S = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$

៣៩- គេអោយចតុកោណប៉ោង $ABCD$ មាន $AC = a, BD = b$ និងមុំរវាងអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរស្មើ α ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{ABCD} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$

៤០- យកចំនុច O ក្នុងត្រីកោណ ABC ។ ហ្គាបន្លាយ $(AO), (BO), (CO)$ កាត់ $(BC), (AC), (AB)$ រៀងគ្នាត្រង់ P, Q, R ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{OA}{AP} + \frac{OB}{BQ} + \frac{OC}{CR} = 2$$

៤១- គេអោយត្រីកោណ ABC ដោយជ្រុងទាំងបីគឺ $BC=a, CA=b, AB=c$

និងប្រវែង S ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$a) S \leq \frac{1}{6}(ab + bc + ca)$$

$$b) S \leq \frac{1}{6}(a^2 + b^2 + c^2)$$

៤២- គេអោយចតុកោណប៉ោង មានប្រវែង S និងកន្លះបរិមាត្រ p ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S \leq \frac{1}{4} p^2$ ។

វិទ្យាសាលាខ្មែរ: សិក្សាសិស្សឆ្នាំ ២០០៤

(ដោយ ប៊ែត ស៊ីភាត អធិការក្រុមប្រឹក្សា)

១) យក x_1, x_2 ជំលោះសមីការ: $2004x^2 - (5m - 4)x - 2004 = 0$

កត់ត្រាចំនុចនៃកំឡោះ: $P = (x_2 - x_1)^2 + 1 \left(\frac{x_1 - x_2}{2} + \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^2$

២) ១) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f\left(\frac{x+1}{x-2}\right) + 2f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = x$

2) អនុគមន៍ $f(2x) = 4\cos x \cdot f(x) - 2k$ ។ គណនា $f'(0)$

៣) ពេលវេលាចតុកោណ ABCD ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2$ នោះ (AB) កែងនឹង (CD) ។

៤) ៣) ពេលវេលា $a + b + c = 1$: $ax + by + cz = -3$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$|a|\sqrt{6+x^2} + |b|\sqrt{6+y^2} + |c|\sqrt{6+z^2} \geq 5$ ក្នុងករណី

$x, y, z \in \mathbb{Z}$ ចូលជាគំនិត $14B^3 \cdot C_{x+3}^{x-3} \leq 4A$ ។

៥) ពេលវេលា ព្រំកោណ ABC ដោយដំបូង: $\cos A = \cos \alpha \cdot \sin \beta$, $\cos B = \cos \beta \cdot \sin \gamma$

$\cos C = \cos \gamma \cdot \sin \alpha$ ។ គណនា តម្លៃ $M = \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma$ ។

៦) កម្រិតចំនួនបង្កើតបានជាស្វ៊ីតនីមួយៗ បើគេដកចំនួនរវាងបួនចេតនាពេលជាដំបូង 2, 6, 7, 2

នោះ ៤ ចំនួននេះបង្កើតបានជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ ។

៧) ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $nC_n^x = (r+1)C_n^{x+1} + rC_n^x$

ខ) គណនាផលបូកកំរិតនៃសមីការ $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$

ចំពោះ $1 \leq x \leq 70$

៨) ១) ប្រើប្រាស់បញ្ជាក់តាម: $a = \log_{15} 675$ និង $b = \log_{45} 75$

២) កំណត់ $\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 185 \\ (x^2 - xy + y^2)\sqrt{x^2 + y^2} = 65 \end{cases}$

៣) កំណត់ប្រភេទនៃអនុគមន៍ $y = \frac{5x-13}{x^2-5x+6}$

ឧបទ្វីប
K. M. S.

វិញ្ញាបនបត្រ: សំរាប់សិស្សប្រចាំឆ្នាំ ២០០៤

(ដោយ ហ៊ុន ស៊ីហាត អធិការគណិតវិទ្យា)

(១) រកគ្រប់តំលៃ x, y, z ពីក្នុងសមីការ:

$$x + y + z + 4 = 2\sqrt{x-2} + 4\sqrt{y-3} + 6\sqrt{z-5}$$

(២) ដោះស្រាយសមីការ:

$$\sqrt{2x^2 - 4x + 11} + \sqrt{3x^2 - 6x + 28} = -3x^2 + 6x + 5$$

(៣) ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំនួន $x = 10^{9n} + 10^{6n} + 10^{3n} + 1$ ចែកដាច់នឹង

7, 11, 13 បើ n ជាលេខទាំងឡាយដែលមានលំដាប់ក្នុងកំណើតផ្សេងទៀត។ គេសំគាល់នៃវិធីចែក x តាមលំដាប់នឹង 7, 11, 13 និង 111 ។

(៤) គេអោយត្រីកោណ ABC មានកំពស់ CH។ បណ្តាខ្ទង់ចាំបាច់ក្នុងត្រីកោណ ACH

និង BCH រៀបគ្នាប៉ះនឹង CH ត្រង់ R និង S ។ គេអោយ $AB = 2004$; $AC = 2003$

និង $BC = 2002$ ។ គណនា RS

(៥) ចំពោះ $a > 0, b > 0, c > 0$, និង $a + b + c = 2004$:

$$\text{ស្រាយបញ្ជាក់ថា } \frac{a^3 + b^3}{2ab} + \frac{b^3 + c^3}{2bc} + \frac{c^3 + a^3}{2ca} \geq 2004$$

(៦) គេអោយសមីការ $x^2 + x + a = 0$ និង $x^2 + ax + 1 = 0$ ។ គេដឹងថា a

ដើម្បីអោយសមីការទាំងពីរខាងលើ មានរឹសរួមតែមួយគត់ ។ $a = -\frac{1}{2}$

(៧) ឧបមាប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានរឹស $\begin{cases} ax + by = c \\ bx + cy = a \\ cx + ay = b \end{cases}$

$$\text{ស្រាយបញ្ជាក់ថា } a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

(៨) គេអោយចំនុច P នៅក្នុងត្រីកោណ ABC ។ បង្កាត់ប្លង់ កាត់តាម P កាត់ AB, AC

រៀងគ្នា ត្រង់ M, N ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{ABC} \geq 8\sqrt{S_{BPM} \cdot S_{CPN}}$; Cauchy

(៩) គេអោយ p និង $p^2 + 2$ ជាចំនួនបឋមពីរ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

$$p^3 + 2 \text{ ក៏ជាចំនួនបឋមដែរ ។}$$

$$p = 3$$

វិញ្ញាបនបត្រ

១. បើ a, b, c, d ជាស្ថិតនព្វន្តដែល $|ad - bc| \leq 2m$ បង្ហាញថា $(x-a)(x-b)(x-c) + m^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

២. កំណត់ m ដើម្បីអោយវិសមីការ $x^2 + x - 2 \geq |x - 2|(m^2 + 2m)$ មានរឹស

៣. បើ $M(z)$ និង $M'(z')$ ដែល $z' = \frac{1}{z^2}, z \neq 0$

a) សង់ M' បើ $|z| = 1$ រួចរកសំនុំចំនុច M ដែល $|z'| = 1$

b) រកសំនុំចំនុច M' បើ M ដើរលើបន្ទាត់កាត់តាម O ដកចំនុច O

c) រកសំនុំចំនុច M បើ M' ដើរលើបន្ទាត់កាត់តាម O ដកចំនុច O

៤. គេអោយ $A(2-2i), B(-1+7i), C(4+2i), D(4-2i)$

a) បង្ហាញថា A, B, C, D នៅលើរង្វង់តែមួយ

b) បើ M ជារូបនៃ $m = \frac{z_A + z_B}{2}$ ចូរប្រៀបធៀប $\frac{z_A - m}{z_D - m}$ និង $\frac{z_C - m}{z_A - m}$

តើបន្ទាត់ (MA) ជាអ្វីចំពោះមុំ $(\overline{MD}, \overline{MC})$?

៥. កំណត់ k ដើម្បីអោយតំលៃធំបំផុតនៃអនុគមន៍ $y = \frac{2k \cos x + k + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ មានតំលៃតូចបំផុត

៦. កំណត់ a ដើម្បីអោយតំលៃតូចបំផុតនៃ $y = 4x^2 - 4ax + a^2 - 2a + 2$ លើ $[0, 2]$ ឆ្លើយ 3

៧. កំណត់អនុគមន៍ f ជាប់លើ $\mathbb{R}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$ និង $f(x+y) = f(x) + f(y)$

៨. គណនាអាំងតេក្រាល : $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - (e^x + 1)^2}}; \int \frac{\sin^2 x dx}{(\sin x - x \cos x)^2}; \int \sqrt{(x+1)^2(x-1)} dx$

$\int e^{-x\sqrt{2}} \tan^3 x dx; \int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^4 x - \cos^4 x} dx; \int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x \sqrt{1 - \tan^2 x}}$

៩. សិក្សាស្វ័យ (U_n) កំនត់ដោយ $U_0 > 0, U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + \frac{a}{U_n}), n \in \mathbb{N}, a > 0$

១០. បើ $Q \in \mathbb{R}$ គេកំណត់ $U_n = \cos nQ$

a) រកទំនាក់ទំនងរវាង U_{n+2}, U_n និង U_{n+1} រួចរវាង U_{2n} និង U_n ។ ទាញរកតំលៃ Q ដើម្បីអោយ (U_n) ជាស្ថិតតូម

b) កំណត់តំលៃ Q ដើម្បីអោយ (U_n) ជាស្ថិតខូប

១១. ឆ្នោតវត្តមួយមាន ១០០ សន្លឹកដែលមាន ២ សន្លឹកត្រូវ ។

a) គេជ្រើសរើសយក ១២ សន្លឹក រកប្រូបាប ដើម្បីអោយបានត្រូវយ៉ាងតិច ១ សន្លឹក

b) រកចំនួនសន្លឹកដែលត្រូវជ្រើសយកដើម្បីអោយប្រូបាបបានត្រូវយ៉ាងតិច ១ សន្លឹក $> \frac{4}{5}$

ដោះស្រាយ៖
 ៦/ ឱ្យ $m = m(x)$ ចំពោះ $x \in (0, 2)$
 គេបាន $y = (2x-a) + 2-2a$
 $y' = 2(2x-a)$
 $y'=0 \Rightarrow x = \frac{a}{2}; y(\frac{a}{2}) = 2-2a$
 រកតំលៃធំបំផុត $\frac{a}{2} < 0 \Rightarrow a < 0$
 គេបាន $m = y(0) = a^2 - 2a + 2 = 3$
 $\Rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$ ចំពោះ $a < 0 \Rightarrow a = 1 - \sqrt{2}$
 រកតំលៃតូចបំផុត $0 < \frac{a}{2} < 2 \Rightarrow 0 < a < 4$
 គេបាន $m = y(\frac{a}{2}) = 2-2a = 3$
 $\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$
 រកតំលៃតូចបំផុត $2 < \frac{a}{2} \Rightarrow a > 4$
 គេបាន $m = y(2) = 16-8a+a^2+2-2a = a^2-10a+18 = 0$
 $\Rightarrow a = 5 \pm \sqrt{10}$
 $\Rightarrow a = 5 + \sqrt{10}$

វិញ្ញាបនាធិបតី: សំរាប់សិស្សត្រូវបាន ឆ្នាំ ២០០៤

(ដោយ ហ៊ីត ស៊ីវភាគ អធិការក្រសួង)

១-ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ n ជាចំនួនគត់ និង $a > 3$ ទោះសមីការ

$$(n+1)x^{n+2} - 3(n+2)x^{n+1} + a^{n+2} = 0 \text{ គ្មានចំណុច ។}$$

២-រកតំលៃ $\max$ ដើម្បីរកយសមីការ $\frac{\lg mx}{\lg(x+1)} = 2$ មានស្រទៃចំនួនគត់ ។

៣-ស្រាយបញ្ជាក់ថា $4 \cdot \tan 5^\circ \cdot \tan 9^\circ < 3 \cdot \tan 6^\circ \cdot \tan 10^\circ$

៤-ដោះស្រាយវិសមីការ $x(x+1)(x+2)(x+3) \geq \frac{9}{16}$

៥-យក I និង O ជាផ្ចិតប្លង់កោងក្នុង និង ចំនុចក្រៅ ត្រីកោណ ABC មិនមែនជាចំណុច ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\angle IO \leq 90^\circ$ ទោះ $2 \cdot BC \leq AB + CA$ by Euler

៦-គេអោយត្រីកោណ ABC ផ្សំបង្កាច់ $(2Rp)^2 = a^2 \cdot b + b^2 \cdot c + c^2 \cdot a$ ក្នុងនោះ

$BC = a, CA = b, AB = c$; $p = \frac{a+b+c}{2}$, R គឺជាចំនុចក្រៅត្រីកោណ

ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណ ABC សម័យ ។

៧-គេអោយពហុកោណដ៏យឺត $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ ចំនុចក្នុងរង្វង់ (O) ។ ដោយសារតែ

ចំនួនបតុកោណមានកំពូល ៤ គឺជាកំពូល ៤ នៃពហុកោណនោះ ឆ្លៀត $\frac{65}{4}$ ដងនៃបតុកោណ

ចំនួនការ និង ចំនួនបតុកោណកែង មានកំពូលជាកំពូល ពហុកោណនោះ ។

$$\text{គណនា } S = C_{2004n}^0 + C_{2004n}^2 3^2 + C_{2004n}^4 3^4 + \dots + C_{2004n}^{2004n} 3^{2004n}$$

៨-គេអោយ $\alpha, \beta, \gamma \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ។ ឧបមាថា $\sin^2 \alpha, \sin^2 \beta, \sin^2 \gamma$

បង្កើតបានជាស្វ៊ីតទទួល , $\sin \beta \neq 0$ និង $\tan \alpha \tan \gamma = 1$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$\tan \alpha, \tan \beta, \tan \gamma$ បង្កើតបានជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ ។

៩-គេអោយត្រីកោណ ABC ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\tan \frac{A}{2}, \tan \frac{B}{2}, \tan \frac{C}{2}$ បង្កើតបាន

ជាស្វ៊ីតទទួល សមមូល $\cos A, \cos B, \cos C$ បង្កើតបានជាស្វ៊ីតទទួល ។

១- គេអោយកន្សោម $Q = \sqrt{1-x_1} + \sqrt{1-x_2} + \sqrt{1-x_3} + \dots + \sqrt{1-x_{2003}}$
ក្នុងនោះ $x_1; x_2; x_3; \dots, x_{2003}$ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន និង ផ្ទៀងផ្ទាត់សក្ខីភាព
 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2003} = 1$ ។ រកតំលៃធំបំផុតនៃ Q និងតំលៃតូចបំផុតនៃ
តំលៃធំបំផុតនៃកន្សោមនោះ ។

២- គេអោយ n ជាចំនួនគតិយ៍ជាតិ តាងដោយ:

$$S_n = \cos \frac{\pi}{2n+1} - \cos \frac{2\pi}{2n+1} + \cos \frac{3\pi}{2n+1} + \dots + (-1)^{n+1} \cos \frac{n\pi}{2n+1}$$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_n = \frac{1}{2}$ គ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$ ។

៣- ចំនួន 739ABC ត្រូវបែកជាចំនួន 7, 8, និង 9 ។ រកតំលៃ $A; B; C$

៤- គេអោយត្រីកោណ ABC ។ នៅលើជ្រុង AC ដាក់ចំនុច K និងនៅលើមេដ្យាន
BD ដាក់ចំនុច P ដែលត្រូវជាផ្ចិតត្រីកោណ APK ស្មើត្រូវត្រីកោណ BPC ។

រកសំនុំចំនុច នៃចំនុចប្រសព្វរវាង AP និង BK ។

៥- គេអោយត្រីកោណសមបាទ ABC ដោយ $AB = AC$ ។ ឧបមាថា កន្លះបន្ទាត់ពុះ
មុំ B កាត់ [AC] ត្រង់ D និងមាន $BC = BD + AD$ ។ គណនាមុំ $A = \angle C$ ។

៦- ក្នុងត្រីកោណ ABC គេដាក់ជ្រុង D, E, F ជាចំនុចកណ្តាលនៃជ្រុង [BC];
[CA]; [AB] និង P, Q, R តាមលំដាប់នេះជាចំនុចកណ្តាលនៃបណ្តាមជ្ឈដ្ឋាន [AD];
[BE], [CF] ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថាតំលៃ $V = \frac{AQ^2 + AR^2 + BP^2 + BR^2 + CP^2 + CQ^2}{AB^2 + BC^2 + CA^2}$

មិនអាស្រ័យនឹងត្រីកោណ ABC, កំនត់តំលៃនេះ ។

៧- ឧបមា $P(x) = x^5 + x^2 + 1$ មានរឹស 5 គឺ $r_1; r_2; \dots; r_5$

តាង $q(x) = x^2 - 2$ ។ ចូរគណនាផលគុណ $q(r_1) \cdot q(r_2) \dots q(r_5)$

៦- គេអោយអនុគមន៍

$$y = (2 + \sqrt{3})^{2x} + (2 - \sqrt{3})^{2x} - 8(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x$$

រកតំលៃតូចបំផុតនៃ y ។

៧- កំនត់ m ដើម្បីអោយ $(x+1)(x+3)(x^2+4x+6) \geq m$

ចំពោះគ្រប់ តំលៃនៃ x ។

៨- ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $\frac{1}{2003+1} + \frac{1}{2003+2} + \frac{1}{2003+3} + \dots + \frac{1}{3 \cdot 2003+1} > 1$

៩- គណនាផលបូក $S = 1^2 + 2^2 \cdot x + 3^2 \cdot x^2 + \dots + n^2 \cdot x^{n-1}$

ដោយ គេអោយ $a_k = \tan(k) \cdot \tan(k-1)$, តាង $u_k = \sum_{i=1}^k a_i$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា u_k មានរាង $A \cdot \tan(k) + B(k)$ ($A, B \in \mathbb{R}$ ត្រូវកំនត់)

១០- គេអោយចតុកោណប៉ោង ABCD ។ យក A_1, B_1, C_1, D_1 រៀងគ្នាជាចំនុច
កណ្តាលនៃ [BC], [CD], [AD], [AB] ។ (CC₁) កាត់ (BB₁) និង (DD₁) ត្រង់

P និង Q ។ ចំនែក (AA₁) កាត់ពីបន្ទាត់នោះត្រង់ N និង M តាមលំដាប់ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{AMN} = S_{BMN} + S_{PCN} + S_{PDN}$ ។

១១- នៅលើជ្រុងមុំកែង [AC] និង [BC] នៃត្រីកោណកែង ABC សង់ទៅខាងក្រៅ
នូវការេ ACKL និង BCMN ។ (BL) កាត់ (AC) និង (AN) រៀងគ្នាត្រង់ P និង R ។

(AN) កាត់ (BC) ត្រង់ Q ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{CPQ} = S_{APR}$ ។

១២- គេអោយត្រីកោណ ABC ។ យក S ជាប្រភេទផ្ទៃនៃត្រីកោណ. R ជាការង្វង់
ចារឹកក្រៅ និងកំពស់នៃត្រីកោណ ABC គឺ h_a, h_b, h_c ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

$$\sqrt{\frac{R}{2S^2}} \leq \frac{1}{3} \left(\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} \right)$$

(ដោយ ហ៊ុត ស៊ីអាក អធិការពេលវិទ្យា)

១) ប្រៀបធៀបពីរចំនួន $A = \log_{2003}(2004)$ និង $B = \log_{2004}(2002)$

2) ប្រើលក្ខណៈខាងលើបង្ហាញថា $\log_6 7 + \log_8 9 < 3.3$

គណនា តំលៃលេខនៃ $A = \left[\frac{\left[1 + \frac{1}{4}(2^{2004} - 2^{-2004})^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1}{1 + \frac{1}{4}(2^{2004} - 2^{-2004})^2} \right]^{\frac{1}{2}} + 1$

២-គេអនុគមន៍ពីរ $f(x)$ និង $g(x)$ ដែល

$$\begin{cases} x.f(x+1) + g(x+1) = 2x(x+1) + 11 \\ \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right) - x.g\left(\frac{1}{x}\right)} = \frac{2-2x-10x^2}{x} \quad (x \neq 0; x \neq \frac{1}{2}) \end{cases}$$

៣-គេអោយត្រីកោណ ABC មាន $S = a^2 - (b-c)^2$ ។ ប្រាយថា $\tan A = \frac{8}{15}$

4- ពីព្រមទល់ប្រជាជនមួយ 5 នាក់ និង ពួកសាធារណរដ្ឋ 3 នាក់ គណនាអ្វីការមួយមាន 3 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសផ្សេងៗ ក្រប្រចាំថ្ងៃដែលគណនាអ្វីការនោះនឹងមានពួកសាធារណរដ្ឋ ចំនួនជាអ្វីតប្រជាជនមួយ ។

៥) ប្រាយបញ្ជាក់ថា $(1 - C_n^2 + C_n^4 - \dots)^2 + (C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - \dots)^2 = 2^n$

៦) ចូរផ្តល់លក្ខណៈ * ដោយលេខ ក្នុងនោះតំលៃនៃកម្រិត ជាចំនួនគតិវិជមាន ។

ក) $\sqrt[4]{4^{***}}$ ខ) $\sqrt[3]{4^{***}}$

៧) ប្រាយបញ្ជាក់ថា តួនាទីនៃតួត្រីកោណចាស់ ABCD មាន $p = \text{តួនាទី}$

$$= \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd} \cdot \cos^2 \left(\frac{B+D}{2} \right) \quad (a, b, c, d \text{ ផ្ទៀង})$$

ប្រាយថាបីតួត្រីកោណ ABC មានចំនុច $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$

ក្នុងករណីពេលវេលា $V(x,y) = \sqrt{a^2x^2 + b^2y^2}$ គេបាន $S = \sqrt{abcd}$ ។

(ដោយ ហ៊ុត ស៊ីអាក អធិការពេលវិទ្យា)

១-គេអោយស្វ៊ីត $\{a_n\}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ករណី $a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$; $a_n \neq 0$ គ្រប់ $n \in \mathbb{N}^*$

ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a_1'' + a_2'' + \dots + a_n''}{a_2'' + a_3'' + \dots + a_{n+1}''} = \frac{a_1}{a_{n+1}}$

២-ដោះស្រាយសមីការ $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{14} \right)^x + 6 \left(\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{98}} \right)^x = 7^{1-x}$

៣-ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$

៤-ត្រីកោណ ABC ចាត់ក្នុងរង្វង់(០) មានកន្លះបន្ទាត់ព័ទ្ធក្នុង $\Delta A'B'C'$; $\Delta B'C'A'$; $\Delta C'A'B'$ កាត់រង្វង់(០) រៀងគ្នាត្រង់ A_1 ; B_1 ; C_1 ។ ប្រាយថា $\frac{AA_1}{AA_1} + \frac{BB_1}{BB_1} + \frac{CC_1}{CC_1} \leq \frac{9}{4}$

៥- គេអោយ $x; y$ ជាចំនួនពិតផ្ទៀងផ្ទាត់ : $(x+y)^2 = 2(3x-y+xy-1)$ តាង $A = \max \sqrt{x^2 + y^2}$ និង $B = \min \sqrt{x^2 + y^2}$ គណនា $A-B$

៦-ប្រាយបញ្ជាក់ថា : $C_n^5 + C_n^{5+n+4} \equiv n \pmod{2}$ ដោយ

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}; \quad m, n \in \mathbb{Z}$$

៧-គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ដោយ a, b, c, d ជាចំនួនថេរ ។ ឧបមាថា $f(1) = 10$; $f(2) = 20$; $f(3) = 30$ ។

គណនា $\frac{f(12) + f(-8)}{10} + 20$

៨-គេអោយអនុគមន៍ : $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}} + \sqrt{\frac{x}{2} - \sqrt{\frac{x^2}{4} - 1}}$

$g(x) = x^4 - 4x^2 + 2$

ប្រាយបញ្ជាក់ថា $f[g(x)] = g[f(x)]$ គ្រប់ $x \geq 2$

១) ស្រាយបញ្ជាក់ថា

ក) $2^{\sin x} + 2^{\tan x} > 2^{x+1} \quad (0 < x < \frac{\pi}{2})$

ខ) $\frac{a^{2002} - b^{2002}}{a^{2002} + b^{2002}} < \frac{a^{2003} - b^{2003}}{a^{2003} + b^{2003}}$ ដោយ $a > b > 0$

២) ១) គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = \frac{5x^2 - 3x - 20}{x^2 - 2x - 3}$

គណនាកន្លោមដេរីវេទី n នៃ $f(x)$ (មិនចាំបាច់ស្រាយបញ្ជាក់)

២) គេអោយអនុគមន៍ $y = 2003^x$ ។ គណនាដេរីវេទី១ តាមនិយមន័យ ។

៣) ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} - \sqrt[3]{(7+x)(2-x)} = 3$

៤) គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = x^2 - 2(m+2)x + 6m + 1$

a) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x) = 0$ មានរឹលគ្រប់គ្រង

b) កំនត់ m ដើម្បីអោយ $f(x) = 0$ មានរឹលពីរផ្សេងៗគ្នា ។

៥) ស្រាយបញ្ជាក់ថា លក្ខខណ្ឌចាំបាច់និងគ្រប់គ្រាន់ ដើម្បីអោយត្រីកោណ ABC សមបាចកំពូល A គឺ $\frac{\sin A}{\sin B \cdot \cos C} = 2$ ។

៦) ត្រីកោណ ABC មានមុំ A, B, C ផ្សេងៗគ្នា តាមរយៈ $\tan A + \tan B + \tan C = 2 \cot \frac{A}{2}$

ស្រាយថា ត្រីកោណ ABC សមបាច ។

៧) ស្រាយថា ត្រីកោណ ABC មានមុំ A, B, C និងបណ្តាជ្រុង a, b, c ផ្សេងៗគ្នា លក្ខខណ្ឌ $\sin \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{a-c}{2a}}$ គឺជាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែង ។

៨) គេអោយត្រីកោណ ABC ដោយមុំទាំងបីជាមុំស្រួច និង កំពស់ [AD], [CP], [BQ] ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$ ។

១) គណនាផលបូក $S = \frac{2}{2002+1} + \frac{2^2}{2002^2+1} + \frac{2^3}{2002^3+1} + \dots + \frac{2^{2001}}{2002^{2001}+1}$

២) គេអោយពហុធា $f(x)$ មានដេរីវេទី 2000 និងផ្សេងៗគ្នា លក្ខខណ្ឌ

$f(x) = \frac{1}{x}$ គ្រប់ $n = 1, 2, 3, \dots, 2001$ ។ គណនា $f(2002)$

៣) ដោះស្រាយសមីការ: $2002 \cdot 2003^{2(\log 2002 x - 1)} = x^{1+\log 2002} \cdot 2003 - x^2$

៤) រកបញ្ចុះពហុធា $f(x)$ ផ្សេងៗគ្នា លក្ខខណ្ឌ $x \cdot f(x-1) = (x-3) \cdot f(x)$

៥) គេអោយត្រីកោណសមបាត ABC កំពូល A មានជ្រុងប៉ុនគ្នាស្មើ x និងមុំ $A = 10^\circ$

គណនា $A = \left(\frac{4S}{x^2}\right)^2 + \frac{x^2}{4S} = 3$ (S ក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ ABC)

៦) គេអោយត្រីកោណ ABC (មានមុំស្រួចទាំងបី), កំពស់ [AA'], [BB'], [CC']

និងអនុគមន៍ 11 ។ ស្គាល់ $AA' = 3$, $CC' = 2\sqrt{2}$, $\frac{BH}{HB'} = 5$ ។

គណនាមុំ B និងក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

៧) នៅលើជ្រុង [BC] និង [AC] នៃត្រីកោណ ABC ដាក់ចំនុច D និង E

ដែល $\hat{B}AD = 50^\circ$, $\hat{A}BE = 30^\circ$ ។ គណនាមុំ $\hat{B}ED$ ដោយដឹងថា

$\hat{A}BC = \hat{A}CB = 50^\circ$ ។

៨) ក្នុងត្រីកោណ ABC គេដាក់ចំនុច M ដែលមុំ $\hat{M}BA = 30^\circ$, $\hat{M}AB = 10^\circ$ ។

គណនាមុំ $\hat{A}MC$ បើមុំ $\hat{A}CB = 80^\circ$ និង $AC = BC$ ។

៩) គេអោយត្រីកោណ ABC ។ នៅលើជ្រុង [AB] និង [BC] ដាក់ចំនុចតាមរយៈចំនុច

M និង N ដែល $AB = 5AM$, $BC = 3BN$ ។ យក O ជាចំនុចប្រសព្វនៃ [AN] និង [CM] ។ គណនាក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ AOC ជាអនុគមន៍នៃ S

ក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

វិញ្ញាសាទី ១

២) ដោះស្រាយវិសមីការ $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x - \sqrt{x^2 - 1})$

៣) កំណត់ m ដើម្បីអោយវិសមីការ $x - m\sqrt{x-1} > m+1$ ពិត $\forall x \geq 1$

៣) កំណត់ m ដើម្បីអោយសមីការ $(x-1)^4 - 2m(x-1)(x+3) + (2m+3)(x+3)^2 = 0$ មានរឹស

៤. កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច z ដែល $|z-3+i| = 3$ និង $\text{Arg} \frac{3z-6-3i}{2z-8-6i} = \frac{\pi}{4}$

៥. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ :

a) $y = \frac{\sin x}{|x^2 - x| + |x-1|}$ b) $y = \frac{\sqrt{\cos x}}{|x^2 - x| - |x+3|}$ c) $y = \sqrt{\sin(\ln x^2)}$

៦. ពិភាក្សាចំនួនខ្សែកោង (Cm): $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2-4m+1)x - 2(m^2+1)$ ដែលកាត់តាមចំនុច $A(x_0, y_0)$ នៃប្លង់

៧) គេអោយអនុគមន៍ $y = \frac{(3m+1)x + m - m^2}{x+m}$ មានខ្សែកោង (Cm)

ក. កំណត់ m ដើម្បីអោយ (Cm) មិនកាត់អ័ក្ស (ox)

ខ. បង្ហាញថា (Cm) ប៉ះ និង បង្កាត់នឹងពីរ

៨. គណនាអាំងតេក្រាល : ក. $\int \frac{\sin^2 x dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}, a, b \neq 0;$ ខ. $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos x}$ គ. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\cos x - \cos^3 x}$
 ឃ. $\int \frac{dx}{\sqrt{\tan x}}$ ង. $\int \frac{\sin x \cos x dx}{1 + \sin^4 x}$ ច. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 + \cos x}}$

៩. គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំណត់ដោយ $U_0 = -1$ និង $U_{n+1} = \frac{3+2U_n}{2+U_n}$

ក. បើតាង $V_n = \frac{U_n - \sqrt{3}}{U_n + \sqrt{3}}$ បង្ហាញថា (V_n) ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ រួចគណនា $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

ខ. បង្ហាញថា (U_n) ជាស្វ៊ីតកើន ហើយមាន $\sqrt{3}$ ជាម៉ាស៊ីម៉ង់។ ទាញបញ្ជាក់ថា (U_n) រួម និង គណនាលីមីតរបស់វា។

១០. ក្នុងវិទ្យាល័យមួយគេធ្វើអង្កេតឃើញថា :

- សិស្ស 350 រៀនភាសាជប៉ុន ដែលក្នុងនោះមាន 250 រៀនអង់គ្លេស និង 70 រៀនបារាំង
- 650 រៀនអង់គ្លេស ដែលក្នុងនោះមាន 300 នាក់រៀនបារាំង
- 420 នាក់រៀនបារាំងដែលក្នុងនោះមាន 40 នាក់ រៀនភាសាទាំងបី
- សិស្សទាំងអស់រៀនភាសាមួយយ៉ាងតិច ។

រកចំនួនសិស្សទាំងអស់នៃវិទ្យាល័យ ។

(ដោយ ហិត ស៊ីរាត អធិការគណិតវិទ្យា)

២- តើចំនួន $2001^{2002} + 2002^{2003} + 2003^{2004}$ ចែកដាច់នឹង 3 ឬទេ ?

៣- ចំពោះ $a, b \neq 0$ ចូររកតំលៃតូចបំផុតនៃ $y = \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) + \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

៤- គណនាលីមីត: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.1^2 + 3.2^2 + 4.3^2 + \dots + (n+1).n^2}{n^4}$

៥- ដោះស្រាយវិសមីការ $x + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} \geq \frac{35}{12}$

៦- គេអោយត្រីកោណ ABC និង ចំនុច I នៅខាងក្នុងត្រីកោណ ។ បញ្ចេញផ្កាត់ (AI), (BI), (CI) រៀងផ្កាតាត់ជ្រុងឈមគ្រប់ A', B', C' ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{AI \cdot BI \cdot CI}{AA' \cdot BB' \cdot CC'} \leq \frac{8}{27}$

៧- គេដោះស្រាយសមីការ $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$

ខ) រក m ដើម្បីអោយសមីការមានរំល $\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1} = m$

៨- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ក្នុងត្រីកោណ ABC មានមុំស្រួច គេបាន:

$$\left(\frac{a}{\cos B} + \frac{b}{\cos A} - c \right) \left(\frac{b}{\cos C} + \frac{c}{\cos B} - a \right) \left(\frac{c}{\cos A} + \frac{a}{\cos C} - b \right) \geq 27abc$$

៩- អនុគមន៍ $y = f(x)$ កំនត់ និង មានដេរីវេចំនួនពិត ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

$$f^2(1+2x) = x - f^3(1-x), \text{ គ្រប់ } x \in \mathbb{R} \text{ ។ ចូរសរសេរសមីការបន្ទាត់បីដឺឡេកោងនៃអនុគមន៍ } y = f(x) \text{ គ្រប់ចំនុចមានអាប់ស៊ីស } x = 1 \text{ ។}$$

១០- គេអោយអនុគមន៍ $y = \frac{x+a}{x^2+x+1} \quad (*)$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា គ្រប់ $a \in \mathbb{R}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់អនុគមន៍ មានចំនុចរឹត 3 នៅលើបន្ទាត់តម្រូវ រួចបង្កើតសមីការបន្ទាត់នេះ ។

១១- គេគ្រប់ចំនួនគត់ n ដែលចំនួន $a = 2^8 + 2^{11} + 2^n$ ជាការប្រាកដ ។

ខ) រកគ្រប់បណ្តាចំនួនបឋម p ដែលផលបូកបណ្តាចំនួនវិជ្ជមាននៃ p^4 គឺជាការប្រាកដ ។

១២- គេគ្រប់បណ្តាចំនួនគត់ (x, y) ផ្ទៀងផ្ទាត់កាឡាម: $x(x+1)(x+7)(x+8) = y^2$

១- កំនត់ $k \in \mathbb{N}$ ដែលគេបាន $(x-k)(x-2003) + 1 = (x+m)(x+n)$

ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}$ ។

២- រកតំលៃ x ដែល $A = (x-x_1)^2 + (x-x_2)^2 + \dots + (x-x_n)^2$ មានតំលៃតូចបំផុត ។

៣- ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន $x = \cos 22.5^\circ$ ជាសមីការដឺក្រេថ្មីមួយ ចំនួន $y = \frac{1}{\sin 22.5^\circ}$

ជាសមីការដឺក្រេថ្មីមួយ ក្នុងនោះសមីការចាំបាច់មានមុខងារជាចំនួនគត់ និងមេគុណនៃតួដឺក្រេខ្ពស់ជាងគេលើ 1 ។

៤- បញ្ជាក់ផ្ទៀងផ្ទាត់នៃអនុគមន៍ ABC និង DEF, BC និង EF; CD និង AF នៃអត្រាកោណ

AB C D E F ប្រែប្រួល ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S_{ABCE} = S_{BDEF}$ ។

៥- ដោយប្រើសមីការ $\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{4} \cdot \cos \frac{x}{8} \cdot \dots \cdot \cos \frac{x}{2^n} = \frac{\sin x}{2^n \sin \frac{x}{2^n}}$

ចូរគណនាផលបូក $S_n = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \tan \frac{x}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \tan \frac{x}{2^n}$

៦- គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin x}{x+1} + \frac{\cos x^2}{x+2} \right) = 0$

៧- គណនាដេរីវេនៃ អនុគមន៍ $y = \frac{x}{x^2-1}$; $y'' = \frac{2x}{(x^2-1)^3}$

៨- ស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ដឺក្រេថ្មីមួយ $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

មានអ័ក្សរង្វង់គូបឆ្លាក់ $x = x_0$ នោះ x_0 ជាស្ថានីយ៍ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) = 0 \end{cases}$

៩- គណនាអាំងតេក្រាល $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ ដែល $f(x) = \frac{1}{1 + \tan^{2003} x}$

១០- គេអោយចតុកោណក្លាយសមបាទ ABCD មានបាតធំ BC ។ ឧបមាថាតំលៃ AH ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ $AH^2 = AD \cdot BC$ ។ យក P ជាចំណោលកែងនៃ H លើ AB ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB = CD = \frac{1}{2}(AD + BC)$ និង $AP = \frac{2AD \cdot BC}{BC + AD}$

(ដោយ ហ៊ុត ស៊ីអាត អធិការគណិតវិទ្យា)

១) ដោះស្រាយសមីការ: $\sqrt{x^2 + 8x + 816} + \sqrt{x^2 + 10x + 267} = \sqrt{2003}$

២) ដោះស្រាយសមីការ: $\log_{2004} \frac{4x^2 + 2}{x^6 + x^2 + 1} = x^6 - 3x^2 - 1$

៣) គេអោយស្វ៊ីត $\{U_n\}$; $n = 1, 2, 3, \dots$ កំនត់ដូចខាងក្រោម :

$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + \frac{U_n^2}{2004} \end{cases} \quad \text{គណនា } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{U_1}{U_2} + \frac{U_2}{U_3} + \dots + \frac{U_n}{U_{n+1}} \right)$$

៤) គណនាលីមីត : $\lim_{x \rightarrow 0} 2004 \cdot \left(\frac{98}{83} \cdot \frac{1 - \cos 3x \cdot \cos 5x \cdot \cos 7x}{\sin^2 7x} \right)$

៥) គេអោយអនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ កំនត់ដោយ : $y = f(x) = (2004)^x + (2004)^{2-x}$ តើចំពោះតំលៃនៃ a ណាដែលអនុគមន៍ $y = f(x + a)$ ជាអនុគមន៍ថ្នាំ ។

៦) រកអនុគមន៍ $f(x)$; កំនត់គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ និងរៀងផ្ទាត់

$$\begin{cases} f(0) = 2003 & \text{និង} & f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2004 \\ f(x+y) + f(x-y) = 2f(x) \cdot \cos y, & \text{គ្រប់ } x, y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

៧) គេអោយរង្វង់កំពូល O កាត់ R_1, R ដោយ $R_1 > R$ និងចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ (O, R) ។ បន្ទាយ AB, BC, CD, DA កាត់រង្វង់ (O, R_1) រៀងគ្នា ត្រង់ A_1, B_1, C_1, D_1 ។ ងាយបញ្ជាក់ថា $\frac{S_{A_1B_1C_1D_1}}{S_{ABCD}} \geq \frac{R_1^2}{R^2}$

៨) A, B, C, D ជាចំពូល ៤ បន្តគ្នានៃពហុកោណនិយ័តមួយរៀងផ្ទាត់ :

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} \quad \text{។ រកចំនួនរង្វង់ } n \text{ នៃពហុកោណនោះ ។ រក } \frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$$

៩) គណនាផលបូក $S = C_n^1 + 2 \frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + p \frac{C_n^p}{C_n^{p-1}} + \dots + n \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$

រកចំនួនដាច់ខាត ចំពោះ $n = 2004$ ។

(ដោយ ហ៊ុត ស៊ីអាត អធិការគណិតវិទ្យា)

១) ដោះស្រាយសមីការ :

ក) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{2 + \sqrt{2-n}}{3 + \sqrt{2-n}} \quad n = 2$

ខ) $\sqrt{4-x^2} + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = \sqrt{x^2-16} + 5-y$

២) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} x(1-x^2) = 2x \\ x(1-x^2) = 2y \\ x(1-x^2) = 2z \end{cases}$$

៣) 1) ងាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} < 2$

2) ងាយបញ្ជាក់ថា $2.1.C_n^2 + 3.2.C_n^3 + 4.3.C_n^4 + \dots + n(n-1).C_n^n = n(n-1).2$

ឱ្យគេ x_1, x_2 ជាចំលើនៃសមីការ $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) តាង $S_n = x_1^n + x_2^n$ ដោយ $n > 1$ និង $S_0 = 2$ ។ ងាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ $n \in \mathbb{N}$ គេបាន $a.S_{n+2} + b.S_{n+1} + c.S_n = 0$

៤) គេអោយត្រីកោណ ABC មាន BC និង A ចរឹកនៅចំលើរង្វង់កំពូល O ជាចំនុចណាមួយនៃអង្កត់ $[BC]$ និងកាត់ R ។ រកសំនុំចំនុច M នៅក្នុងត្រីកោណដែល $S_{MAB} = S_{MBC} = S_{MAC}$

៥) គេអោយអនុគមន៍ដូចខាងក្រោម ដោយ $0 < a < 1$:

$$f(x) = \left(\frac{1+a^2}{2a} \right)^x - \left(\frac{1-a^2}{2a} \right)^x \quad \text{។ តើខ្សែកោងអនុគមន៍នេះកាត់បន្ទាត់ } y = 1$$

ត្រង់ចំនុចមានរាប់សិបស្មើឬមិន ?

៦) គេអោយស្វ៊ីត $(x_k)_{k=1}^{\infty}$ ដោយ $x_k = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{k}{(k+1)!}$

គណនាលីមីត $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x_1^n + x_2^n + \dots + x_{2001}^n}$

៧) រកពហុធាតុ $f(x)$ មួយមានដេរីវេទីនៃដេល $f(x)-1$ ចែកដាច់នឹង $(x-1)^3$ និង $f(x)$ ចែកដាច់នឹង x^3

១) គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំណត់ដោយ $U_n = \frac{2+3^n}{5^n}$ និង (V_n) ជាស្វ៊ីតដែល $V_0 = 2$

$V_1 = 1$ និង $V_{n+2} = \frac{2}{5}V_{n+1} - \frac{1}{25}V_n$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាស្វ៊ីត (U_n) និង (V_n) ស្មើគ្នា

២) គេអោយស្វ៊ីត (U_n) កំណត់ដោយ $U_n = (1 + \sqrt{7})^n + (1 - \sqrt{7})^n$

1) ស្រាយបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ n ; $U_{n+2} = 2U_{n+1} + 6U_n$

2) ទាញរកចំនួនទៅនៃស្វ៊ីត (U_n) តាមវិធីសាស្ត្រធ្វើតាមកុំប៉ូ (Partern)

៣) នៅលើជ្រុង AB, BC, CD, DA នៃចតុកោណ $ABCD$ គេដាក់រៀងគ្នាចំនុច M, N, P, Q ដែល $\frac{AM}{BM} = \frac{CN}{BN} = \frac{CP}{DP} = \frac{AQ}{DQ} = \alpha$ ។ យក O ជាចំនុចប្រសព្វនៃ (MP) និង (NQ) ។ ដោយដឹងថា $S_{AMQ} + S_{CPON} = S$ ។ គណនាត្រីកោណផ្ទៃចតុកោណ $ABCD$ ជាអនុគមន៍នៃ α និង S ។

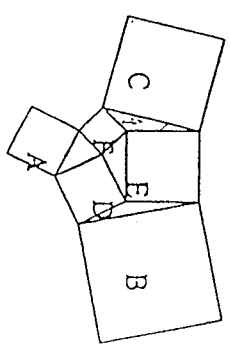
៤) ស្រាយបញ្ជាក់ថា ក្រលាផ្ទៃនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់អាចគណនាតាមរូបមន្ត :

$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$ ក្នុងនោះ a, b, c, d

ជាដង់ស៊ីតេកន្លះបរិមាត្រ ។

៥) ខាងក្រោមនេះជាការវែងដែលបានមកពីសំបុត្រស្រាវជ្រាវនៃត្រីកោណមួយ។ គណនាផលធៀបនៃផលបូកត្រីកោណ A, B, C ជាមួយផលបូកត្រីកោណផ្ទៃនៃការ E, F, D ។

$\frac{A+B+C}{E+F+D} = 3$



៦) គេអោយចំនួន $A = 444...44$, $B = 22...22$, $C = 88...88$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A + B + C + 7$ ជាការប្រែក្លាយ ។

៦) គេអោយពហុធា $f(x)$ ដ៏ក្រើនបួន ផ្សេងផ្ទាល់គ្នា

1) $f(-1) = 0$

2) $f(x) - f(x-1) = x(x+1)(2x+1)$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

ក) កំណត់កន្សោមនៃ $f(x)$

ខ) ទាញរកតំលៃនៃ S ជាអនុគមន៍នៃ n ខាងក្រោមនេះ

$S = 1.2.3 + 2.3.5 + \dots + n(n+1)(2n+1)$; n ជាចំនួនគតិវិជ្ជមាន

៧) គេអោយចតុកោណច្រាំង $ABCD$ ។ នៅលើជ្រុង $AB; BC; CD; AD$

ដាក់ចំនុចរៀងគ្នា $K; L; M; N$ ដែល $\frac{AK}{KB} = 2; \frac{BL}{LC} = \frac{1}{3}; \frac{CM}{MD} = 1$

$\frac{DN}{NA} = \frac{1}{5}$ ។ ដោយស្គាល់ $S_{ABCD} = S = 12$ ។ គណនា S_{AKLCMN}

៨) គេអោយចតុកោណច្រាំង $ABCD$ ។ យក M និង N រៀងគ្នាជាចំនុចកណ្តាល

នៃជ្រុង AD និង BC ។ បន្ទាត់ (CM) និង (DN) កាត់គ្នាត្រង់ E ; ចំនែកបន្ទាត់ (BM) និង (AN) កាត់គ្នាត្រង់ F ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

ក) $S_{MENF} = S_{DEC} + S_{AFB}$

ខ) $\frac{AF}{FN} + \frac{BF}{FM} + \frac{CE}{EM} + \frac{DE}{EN} \geq 4$

៩) គេអោយត្រីកោណ ABC ។ នៅលើជ្រុង AB និង BC ដាក់ ២ ចំនុច A_1 និង C_1 យ៉ាងណាអោយ $\frac{AA_1}{AB} = \frac{1}{2}$ និង $\frac{BC_1}{BC} = \frac{1}{4}$ ។ តាម A_1, B និង C_1 គូសរង្វង់មួយ។

បន្ទាត់ចល័តកាត់តាម A_1 កាត់អង្កត់ BC_1 ត្រង់ D និងកាត់រង្វង់ត្រង់ E ។ គណនា

ក្រលាផ្ទៃត្រីកោណ A_1C_1E ដោយដឹងថា $BC_1=6, BD=2, DE=3$ និង $S_{ABC} = 32$ ។

ដោយ ប្រើ លំនាំដើម មិនអាចបំប្លែងបាន

១- ប្រយោជន៍ យ៉ាងអ្វី មានសមីការមួយក្នុងបញ្ហាសមីការដ្យាកូនីល ខាងក្រោម

មានរូប

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (1)$$

$$bx^2 + 2cx + a = 0 \quad (2)$$

$$cx^2 + 2ax + b = 0 \quad (3)$$

២- គេអោយ 3 ចំនួនវិជ្ជមាន x, y, z ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $xy + yz + zx = 1$ ។ គេស្នើ

$$x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+z^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}} = 2$$

៣- ដោះស្រាយសមីការ :

$$\frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}}} + \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{2 - \sqrt{2 - \sqrt{x}}}} = \sqrt{2} \quad x \geq 2$$

៤- គេអោយ a, b, m ជា 3 ចំនួនវិជ្ជមាន ដែល $a > b$ ។ បញ្ជាក់ពីស្របគ្នា

$$A = \sqrt{a+m} - \sqrt{a} \quad \text{និង} \quad B = \sqrt{b} - m - \sqrt{b}$$

៥- គេអោយ ត្រីកោណ ABC សម្ពាត កំពូល A ដោយ $\angle A = 20^\circ$ ។ គេស្នើជ្រុង AC

$$\text{គេដាក់ចំនុច D ដែល } AD = BC \text{ ។ គេស្នើ } \angle ABD = \angle C$$

៦- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ x, y ចំនួន

$$A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4 \text{ ជាការប្រាកដមួយ ។}$$

៧- ក្នុង 2004 ចំនួនគត់ $a_1; a_2; \dots; a_{2004}$ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ សមីការ

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}} + \frac{1}{\sqrt{a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2004}}} = 2\sqrt{2004} - 1 \text{ ។ ស្រាយថាមាន 2 ចំនួនគត់ ។}$$

៨- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ ១)

$$\begin{cases} \sqrt{3+2x^2y-x^2y^2} + x^2(1-2x^2) = y^4 \\ 1 + \sqrt{1+(x-y)^2} = -x^2(x^4+1-2x^2-2xy^2) \end{cases}$$

$$(x-1)^4(y-2)^4z^4 = 1024$$

$$\begin{cases} 4x^2 + x^3 + 16y + y^4 = 8x + 76 \\ x \geq 1; y \geq 2; z \geq 0; z \geq 0 \end{cases}$$

6811557623

where the ...

១- ដោះស្រាយសមីការ :

$$\cos x \left(\frac{5}{2} \right)^{\sin x} = \sin x \left(\frac{5}{2} \right)^{\cos x} \quad x = \frac{\pi}{4}$$

២- ប្រយោជន៍ថា : ប្រើ $m \in \mathbb{R}$ ប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានរំលឹកមួយ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = m^2 + y^2 \\ x^2 + y^2 + 2x^2y = x^2 - y^2 \end{cases}$$

៣- គេអោយចតុមុខ ABCD ដែលមាន $AB = CD = a; AD = BC = b; AC = BD = c$

5 ជាត្រីកោណសម័ង្សនៃចតុមុខ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\frac{1}{a^2b^2} + \frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2} \leq \frac{9}{S^2}$$

៤- ដោះស្រាយសមីការ

$$2x^2 + 4x - \sqrt{\frac{x+3}{2}} = 0$$

៥- បញ្ជាក់ មួយសម្រាប់ត្រីកោណ ABC ស្នើផ្ទៀងផ្ទាត់ :

$$\frac{\sin A + \sin B}{\sin C} = \frac{\sin 2A + \sin 2B}{\sin 2C}$$

$$\text{គណនា } \cos A + \cos B = 1$$

៦- មិនអោយប្រើតារាងត្រីកោណហ្សាត្រូវ ប្រាកដលោកីត ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$$\left[\left(\sin \frac{2004}{2003} \right)^{\cos \frac{2004}{2003}} \right]^{\log 2003 \cdot 2004} > \left[\left(\cos \frac{2004}{2003} \right)^{\sin \frac{2004}{2003}} \right]^{\log 2002 \cdot 2003}$$

៧- គេអោយចតុមុខ ABCD មាន $AB, AC, AD = 54108$ យក O ជាចំនុចមួយ

នៅខាងក្នុងត្រីកោណ BCD ។ ចំនុច O គូសបន្ទាត់រៀងគ្នា ស្របនឹង AB, AC, AD

តាង (ACD) ; (ABD) ; (ABC) រៀងគ្នា ត្រង់ B₁ ; D₁ ; C₁ ។

$$\text{ប្រាយបញ្ជាក់ថា } OB_1, OC_1, OD_1 \leq 2004$$

៨- គេអោយលំនិត $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ កំនត់ដោយ

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1; a_3 = 2 \\ a_{n+3} = \frac{a_{n+1}a_{n+2} + p}{a_n} \end{cases} \quad \text{ចំពោះ } p \in \mathbb{N}^*$$

តំលៃ p ដើម្បីអោយគ្រប់ចំនួនគត់ (a_n) សូម្បីតជាចំនួនគត់ ។

១-គេអោយ $S_1 \neq 0, S_1 \neq 1; S_2 = \frac{1+S_1}{1-S_1}; S_3 = \frac{1+S_2}{1-S_2}; \dots$

$S_n = \frac{1+S_{n-1}}{1-S_{n-1}}$ និង $S_{1975} = 2$ ។ គណនា $S_{1890}; S_{2000}; S_{2003}$

២-គេអោយអនុគមន៍ $f(x)$ កំនត់ដោយគ្រប់ $x \neq 0$ និងផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខណៈ

- 1) $f(1) = 1$
- 2) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^2} f(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0$
- 3) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ ចំពោះគ្រប់ $x_1 \neq 0; x_2 \neq 0; x_1 + x_2 \neq 0$

គណនា $f\left(\frac{2001}{2003}\right)$

៣-គេអោយអនុគមន៍ f ផ្ទៀងផ្ទាត់កន្សោម $(x-1).f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x-1}$

ដោយ $x \neq 0; x \neq 1$ ។ គណនា $f\left(\frac{2002}{2003}\right)$

៤-គេអោយសំនុំ $A; B; C$

- ក) គណនា $n[A \cup (B \cap C)]$ បើ $n(A \cup B) = 2001; n(A \cup C) = 2002$
- ខ) គណនា $n(A); n(B); n(C)$ បើ $n(A \cap B) = 2; n(A \cap C) = 3$
- គ) គណនា $n(A \cap B \cap C) = 1$
- ឃ) គូសដូរក្រាមខ្យិនបញ្ជាក់ចំពោះ

៥-ស្រាយបញ្ជាក់ថា

$n4^{n-1}C_n^0 - (n-1)4^{n-2}C_n^1 + (n-2)4^{n-3}C_n^2 + \dots + (-1)^{n-1}C_n^{n-1} = \sin x + \tan x - 2$

$C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + n2^{n-1}C_n^n$

៦-ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ ត្រីកោណ ABC មានមុំស្រួចទាំងបីនោះ

$\sin A + \sin B + \sin C + \tan A + \tan B + \tan C > 2\pi$

សំរាប់សិល្បៈក្នុង ឆ្នាំ២០០៧ ដោយ ហិត ស៊ីវភាត ដ៏គោរពបំផុត

១- គណនាតំលៃលេខគតិយុត្ត 1 = $\frac{4006\sqrt{x^2-4}}{x-\sqrt{x^2-4}}$ ចំពោះ $x = \sqrt{\frac{2004}{2003}} + \sqrt{\frac{2004}{2005}}$

២- ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $\sqrt{x^2+\sqrt{x^2y^2}} + \sqrt{y^2+\sqrt{x^2y^2}} = 2004$

នោះ $x^2 + y^2 = 2004^2$

៣- ដោះស្រាយសមីការ $\frac{8}{2x-1} + \frac{2x}{2+2x} = \frac{18}{2x-1+2x+2}$

៤- រកអនុគមន៍ $f(x)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(x-1) - 3f\left(\frac{x-1}{1-2x}\right) = 1-2x \quad (x \neq \pm \frac{1}{2})$

$x=4; x=1$

៥- មេដ្យាន AA' កែងនឹង មេដ្យាន BB' នៃ ត្រីកោណ ABC ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\cot A = 2(\cot B + \cot C)$

៦- ចំពោះ $a; b; c > 0$ ស្រាយបញ្ជាក់ថា :

$\frac{1}{a+b} \log_b a^2 + \frac{1}{c+a} \log_a c^2 + \frac{1}{b+c} \log_c b^2 \geq \frac{9}{a+b+c}$

៧- ប្រឈមដែលសិល្បៈក្នុងត្រូវបានបោះឆ្នោតជាប្រធានថ្នាក់គឺ $\frac{4}{9}$ និងប្រឈមដែលខ្មុរៈ

របស់វានឹងត្រូវបានបោះឆ្នោតជាលេខាធិការគឺ $\frac{2}{3}$ ។

ក) រកប្រឈមដែលអ្នកទាំងពីរត្រូវបានបោះឆ្នោតជូន ។

ខ) រកប្រឈមដែលអ្នកទាំងពីរ ទទួលបានរង្វាន់ ។

គ) រកប្រឈមដែលអ្នកទាំងពីរត្រូវបានបោះឆ្នោត និង អ្នកទាំងពីរទទួលបានរង្វាន់ ។

៨- ឧបមាថា $2x$ ជាផលបូកមុំរយមួយពីរនៃចតុកោណ ច្រើនក្រវែង a, b, c, d

ជាដាច់ដាច់គ្នា ។ S ជាប្រភេទផ្ទៃ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $S = \sqrt{abcd} \cdot \sin x$

៩- គណនា $A = (\sin 15^\circ + \sin 75^\circ)^6$ តាមពីររបៀបផ្សេងគ្នា ។

(ដោយ ហិត ស៊ីអាត អធិការកណ្តាល)

១- គេប្រាប់បណ្តាសតតិវិទ្យាមានន័យមីការ $2(x+y) + xy = x^2 + y^2$

២- តើមានឬគ្មានបីចំនួន a, b, c ផ្សេងគ្នាដែលសមភាព :

$$\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-1} > \sqrt{c(ab+1)}$$

៣- ប្រយោបញ្ជាក់ថា ΔABC ជាកំពស់មួយ ឈមនូវ $\frac{\cos \frac{A-B}{2} \cdot \cos \frac{B-C}{2} \cdot \cos \frac{C-A}{2}}{\sin^2 \frac{A}{2} \cdot \sin^2 \frac{B}{2} \cdot \sin^2 \frac{C}{2}} = 64$

៤- គេអោយ $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 - 2z^2 + \frac{7}{xy} + \frac{1}{z}$

គេកំណត់ $M = f(a, b, c) = f(b, c, a) = f(c, a, b)$ គ្រប់ a, b, c ជាបីចំនួនពិតផ្សេងគ្នាខុសពី ០.

៥- គេអោយបួនចំនួន $A; B; C; D$ នៅលើអ័ក្សមួយដែល C, D នៅសងខាងរន្ទាត់ AB ។

រក h_1, h_2, h_3 ផ្សេងគ្នាដាច់ដោយពី D ទៅបន្ទាត់ AB, BC, CA ប្រយោបថា $\frac{AB}{h_1} = \frac{BC}{h_2} + \frac{CA}{h_3}$

៦- គេអោយ $a_1; a_2; \dots; a_n$ ជាចំនួនពិតផ្សេងគ្នា $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = 2003$

ប្រយោបញ្ជាក់ថា $\left| \frac{a_1}{n} + \frac{a_2}{n-1} + \frac{a_3}{n-2} + \dots + \frac{a_n}{1} \right| < \sqrt{4006}$

៧- ប្រយោបញ្ជាក់ថា $\cos \frac{\pi}{2003} \cdot \cos \frac{2\pi}{2003} \cdot \cos \frac{3\pi}{2003} \cdot \dots \cdot \cos \frac{1001\pi}{2003} = \left(\frac{1}{2} \right)^{1001}$

៨- គេអោយស្វ៊ីត $\{u_n\}$ កំនត់ដូចខាងក្រោម : $u_n = n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2$

$n \in \mathbb{N}$; រកគ្រប់បណ្តាសតតិវិទ្យាដែលថែកដាច់នឹង 10 តាម 2 របៀបផ្សេងគ្នា ។

៩- គណនាផលបូក :

$$C_{2004}^0 C_{2004}^{2003} + C_{2004}^1 C_{2004}^{2002} + \dots + C_{2004}^4 C_{2004}^{2003-4} + \dots + C_{2004}^{2003} C_{2004}^0$$

១០- រកគ្រប់អនុគមន៍ f និង g ផ្សេងគ្នាដែលមីការ :

$$f(2x+1) + 2g(2x+1) = 2x$$

$$f\left(\frac{x}{x-1}\right) + g\left(\frac{x}{x-1}\right) = x$$

(ដោយ ហិត ស៊ីអាត អធិការកណ្តាល)

១- ដោះស្រាយសមីការ : (ក) $x = 1 - 2004(1 - 2004x^2)^2$

(ខ) $\frac{1}{2^x} = \lg(x-2) + \frac{1}{8} \quad x=3$

២- ពិស្វិត U_n ដែលកំនត់ដោយ $U_1 = 2$; $U_{n+1} = \frac{U_n^2 + 2003U_n}{2004}$; $n \in \mathbb{N}^*$

គេបង្កើតស្វ៊ីត $\{S_n\}$ ដោយ $S_n = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{U_{i+1}-1}$ ។ គណនា $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

៣- កំណត់គ្រប់អនុគមន៍ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ផ្សេងគ្នាពី ០ លក្ខខណ្ឌ

(i) : $f(-x) = -f(x)$

(ii) : $f(x+1) = f(x) + 1$ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

(iii) : $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{f(x)}{x^2}$ គ្រប់ $x \neq 0$

៤- រកតំលៃធំបំផុតនិងតំលៃតូចបំផុត នៃអនុគមន៍ $f(x) = x(2003 + \sqrt{2005 - x^2})$

៥- ចំពោះបណ្តាចំនួនគត់ធម្មជាតិ $n; k$ ណាដែល : $C_n^k; C_n^{k+1}; C_n^{k+2}$ បង្កើតបាន

ជាស្វ៊ីតនព្វន្ឋមួយ $(0 \leq k \leq n-2)$

៦- ត្រីកោណសមបាទមួយ មានផលធៀបតាំរង្វង់ចារឹកក្នុង និង តាំរង្វង់ចារឹកក្រៅរបស់វា

ស្មើ $\frac{1001}{2003}$ ។ គណនា $\cos$ នៃមុំបាតរបស់ត្រីកោណ ។

៧- កំនត់ x ដើម្បីអោយចំនួន $4^{2^7} + 4^{1016} + 4^x$ ជាការប្រាកដ ។

៨- គេអោយត្រីកោណ ABC សមបាទកំពូល A មានមុំ $A = 20^\circ$ ។ ប្រយោបញ្ជាក់ថា

$a^3 + b^3 = 3a^2b^2$ តាមពីរបៀបផ្សេងគ្នា ។

៩- ប្រយោបញ្ជាក់ថាចំពោះគ្រប់ x, y គេបាន : $e^{2004x} + \frac{1}{2004}y \leq \frac{2003}{2004}e^x + \frac{1}{2004}e^y$

១០- គេអោយ p ជាចំនួនបឋមធំជាង 5 ។ ប្រយោបញ្ជាក់ថា $p^{8n} + 3p^{4n} - 4$

ថែកដាច់នឹង 5 $(n \in \mathbb{N})$ ។

(ដោយ ហ៊ុត ស៊ីអាត អធិការគណិតវិទ្យា)

១-រកគ្រប់ចំនួនគតិវិជ្ជមាន n និង k ផ្សេងគ្នា ត្រូវបាន $C_{3n}^n = (3n)^k$ $\Leftrightarrow n = k+1$

២-គណនាចំនួនខាងក្រោម :

$\lim_{n \rightarrow \infty} [\cos(\pi \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + n + 1} + \sin(\pi \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + n + 1})]$ ($n \in \mathbb{N}$)

៣-គេអោយអនុគមន៍ $f(x)$ ផ្សេងគ្នា ត្រូវបាន $f(xy) + f(x-y) + f(x+y+1) = xy + 2x + 1$

គ្រប់ $x, y \in \mathbb{R}$ និង $f'(x) = \frac{2004^{f(x)}}{2004^{f'(x)} + \sqrt{2004}}$ ។

គណនា $A = P\left(\frac{1001}{2004}\right) + P\left(\frac{1003}{2004}\right)$

៤- តាង $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$ ពិនិត្យល្អិត (U_n) ដែល

$U_n = \frac{f(1).f(3).f(5) \dots f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6) \dots f(2n)}$; $n \in \mathbb{N}^*$ គណនា $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{U_n}$

៥-គេអោយព័ត៌មាន $OABC$ មាន OA, OB, OC កែងគ្នាពីរៗ និង

$OB + OC = OA$ ។ យក $OAB = x$; $OAC = y$; $BAC = z$ ។

ប្រាយបញ្ជាក់ថា $\tan^2 x + \tan^2 y + \tan^2 z > 1$

៦-កំណត់អាប់ស៊ុលធីតាប្រសព្វ ទៅន្នក្នុងអនុគមន៍ :

$y = 40x^2$ និង $y = (x^2 - 3x + 2)(x^2 - 12x + 32)$

៧-រកតំលៃតូចបំផុតនៃអនុគមន៍ :

$y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 2} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - \frac{16}{5}x + \frac{32}{5}} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 4x + 10} + \sqrt{\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{8}{5}}$

៨-ដោះស្រាយប្រព័ន្ធលីនីយ៍ :

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 21} = \sqrt{y-1} + y^2 \\ \sqrt{y^2 + 21} = \sqrt{x-1} + x^2 \end{cases}$$

៩-រកគ្រប់ចំនួនសនិទានវិជ្ជមាន x, y ដែល $x+y$ និង $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ជាចំនួនគត់ ។

១០-ប្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $k \geq 0$ នោះ $2^{6k+1} + 3^{6k+1} + 5^{6k} + 1 : 7$

$$A = \log_{1997}(2000) \qquad \sqrt{515} \qquad B = \log_{2001}(2003)$$
$$\frac{a(b+c-a)}{b+c-a} = \frac{b(c+a-b)}{c+a-b} = \frac{c(a+b-c)}{a+b-c}$$

ប្រជុំលក្ខណៈសព្វ ក្នុងចំណោមសេចក្តីសង្ខេប នៃសមាគម ដ៏ប្រពៃបំផុត

$$x^4 - 18x^3 + mx^2 + 253x - 2002 = 0 \quad \text{has 4 distinct real roots}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3-2x^2y-x^4y^2} \\ & 1+\sqrt{1+(x-y)^2} \\ & =x^3(-x^3+\cancel{2x}+2y^2) \end{aligned}$$

②-ព្រាយបញ្ចាំតាម ចំនួន $A = \tan^6 \frac{\pi}{18} + \tan^6 \frac{5\pi}{18} + \tan^6 \frac{7\pi}{18}$ ជាចំនួនគត់ឬអ?

៧-គេអោយចំនួនកុំព្រិច 3 គឺ x, y, z មានផ្ទៃដូចគ្នាស្មើ 1 ដែល $x + y + z = 1$ ដឹង $xyz = 1$ ។ ១) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

២) តំណាង x, y, z

(៨-គេអោយត្រីកោណ ABC , I និង r ជាផ្ចិតនិង ការងូងចារឹកក្នុងត្រីកោណ ABC R, R_1, R_2, R_3 រៀងគ្នាជាការងូងចារឹកក្រៅបណ្តុំត្រីកោណ ABC, IBC, IAC និង IAB ។ ងាយបញ្ជាក់ថា $R_1.R_2.R_3 = 2.R^2.r$

② គេដោយត្រីកោណ ABC មានជ្រុង $AB = c$, $AC = b$ មានរង្វាស់ជ្រុងទីបី ចំនែក $\lambda = \alpha$ ប្រែប្រួល ។ គូសទៅខាងក្រៅត្រីកោណ នៅលើជ្រុងទាំងបីសង់ ការប្រើ ។ កំនត់មុំ α ដើម្បីដោយសកោណទទួលបាន មានក្រលាផ្ទៃចំបំផុត ។

② សូមថា p និង q ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដែល $\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1335}$

បង្ហាញថា ២០០៣ ជាកត្តាផ្ទៃក្នុង ។

19- រាជធានីភ្នំពេញ ១៩៩៩²⁰⁰⁰ ទៅរាជធានីភ្នំពេញ ខា ១ ក្រុង ១

៣- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\sum_{i=1}^{2003} x_i^3 = \sum_{i=1}^{2003} x_i^4 = 2013$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_{2003} = 1$$

២- អនុកថន ៤ មួយកំណត់នៅលើ ចំនួនអតិថិជនបំពេញការងារ :

$$f(1) = 1002 \quad f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^2 f(n)$$

Annals f (2003) 4 = 1005

៥- លោក ឆន់ ចំណាយពេល ៤ ម៉ោងដើម្បីធ្វើការងារមួយ យូរជាងលោក ឆន់។

ពួកពេទ្យការវូមគ្នា ចំនួន២ម៉ោង ពេលនោះ សៅ បានចាកចេញទៅ ។ បន្ទាប់មក សុខ
 ត្រូវថ្ងៃនាយពេល ៧ម៉ោង ដើម្បីបញ្ចប់ការងារ ។ តើសៅ ត្រូវប្រើពេលប៉ុន្មានម៉ោង
 ដើម្បីបញ្ចប់ការងារ ដោយពេទ្យការវូមម្នាក់ៗ ។ សៅ *Shom* .

ខ្ញុំ-ឆរាណ RSTUVW បានត្រូវសង្ខេបខាងក្រោម : នៅខាងក្រៅត្រីកោណកែង

ABC មានជ្រុងពីរកែងគ្នា $CA = p$ និង $CB = q$ គេសង់ការេ $CBVW$, $CASR$ និង $ABUT$ ។ ឧបមា $p > q$ និង p, q ជាចំនួនគត់. ព្រលាផ្ទៃ $RSTUVW$ ឆ្នាំ 200៩ ចូរកំនត់ p បើ $q = 17$ ។ **២៧**

ថ្ងៃក្រោយត្រីកោណ ABC ក្នុងត្រង់ C ។ យក M ជាប្រសព្វនៃបណ្តាមជ្ឈាន

នៃត្រីកោណ និងចំនុច H, K, P ជាចំនោលកែងនៃ M លើផ្ទះ [AB],[AC],[BC] ជាប្រលាងផ្ទៃត្រីកោណ MKP, MHK, MHP គ្នាដូចជាប៉ះនេះ ។ យក S_1, S_2, S_3 ជាប្រលាងផ្ទៃត្រីកោណ MKP, MHK, MHP ប្រយោបញ្ជាក់ថា $S_1 = S_2 + S_3$ ។

វិញ្ញាបនាធិបតី: សំរាប់សិស្សឆ្នាំទី៣ ឆ្នាំ ២០០៤

(ដោយ ហិត ស៊ីអាត អធិការគណិតវិទ្យា)

① រកបណ្តាវិសជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ x, y, z ផ្ទៀងផ្ទាត់
$$\begin{cases} \sqrt{x-y+z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \end{cases}$$

② គេអោយសមីការ: $x^2 - 97x + a = 0$ មានបណ្តាវិស គឺជាដីក្រៃទីបួននៃវិសរបស់សមីការ $x^2 - x + b = 0$ ។ ចូរគណនាតំលៃ a

③ គេអោយ $x, y > 0$ និង $x + y \leq 1$ ។

រកតំលៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy$

④ គេអោយត្រីកោណ ABC មានមុំស្រួចទាំងបី ។ ពីចំនុច I មួយ នៅក្នុងត្រីកោណ គេគូសអង្កត់ IH, IK, IL រៀងគ្នា កែងនឹង BC, CA, AB ។ រកទីតាំងនៃ I ដែល $AL^2 + BH^2 + CK^2$ មានតំលៃតូចបំផុត ។ *Cauchy*

⑤ ដោះស្រាយសមីការ: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \frac{x+3}{2}$

ខ) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ:
$$\begin{cases} y^2 = x^3 - 3x^2 + 2x \\ x^2 = y^3 - 3y^2 + 2y \end{cases}$$

⑥ គេអោយការព ABCD មានជ្រុងស្មើ 1 ។ នៅលើបណ្តាជ្រុង AB, AD រៀងគ្នា ដាក់ចំនុច P និង Q ដែលត្រីកោណ APQ មានបរិមាត្រស្មើ 2 ។

ក) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $PB + QD = PQ$

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\angle PCQ = 45^\circ$

⑦ ក) ផលបូកបណ្តាចំនួនគត់វិជ្ជមានតូចជាង 2000 ។ ចូរកំនត់ស្វ័តនេះ ។

ខ) ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ n ជាចំនួនគត់នោះ

$n^4 - 14n^3 + 71n^2 - 154n + 120$ ចែកដាច់នឹង 24

គ) $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ជាចំនួនសាមញ្ញ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 \geq \frac{2}{3} (x_1 + x_2 + x_3) (x_4 + x_5 + x_6)$

១- រកត្រីកោណជាចំនួនពិតនៃសមីការ $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$.

២- រកចំនួនគត់មធ្យមជាតិចូលបំផុត ដោយមានលេខ 6 ជាលេខខ្ទង់ចុងក្រោយ។ បើលេខ

6 ត្រូវតែប្តូរទៅខាងមុខនៃចំនួននោះវិញ វាស្មើនឹងផលគុណនឹង 4 ។

៣- ស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $BC + AC = \tan \frac{C}{2} (BC \tan A + AC \tan B)$

នៅត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមបាទ។

៤- កាំនៃរង្វង់ចារឹកក្រៅ នៃត្រីកោណសមបាទ ABC គឺ R និង កាំនៃរង្វង់ចារឹកក្នុង

គឺ r ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរគឺ $\sqrt{R(R-2r)}$ ។

៥- តាង a, b, c ជាជ្រុងនៃត្រីកោណ និង S ជាព្រលាផ្ទៃរបស់វា។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2 + b^2 + c^2 \geq 4\sqrt{3} S$ ។ តើវាបានសមភាពពេលណា?

៦- គេអោយ $f(x) = \frac{(x+\frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x+\frac{1}{x})^3 + (x^3 + \frac{1}{x^3})}$ ចំពោះ $x > 0$

រកតំលៃតូចបំផុតនៃ $f(x)$ ។

៧- គេអោយត្រីកោណ ABC ; AD និង AE

ចែកមុំ A ជាបីចំនែកស្មើគ្នា។ ដោយដឹងថាជ្រុង

BD ; DE និង EC រៀងគ្នាគឺ 2 ; 3 ; 6 ។

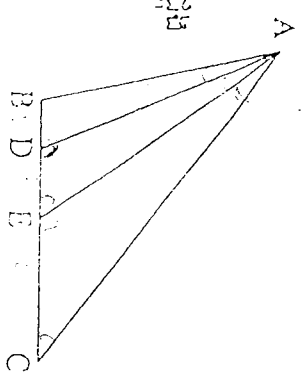
គណនាផ្ទៃដីនៃត្រីកោណ ABC ។

៨- គេអោយ $f(x) = ax^7 + bx^3 + cx + 1005$

ក្នុងនោះ a, b, c ជាចំនួនពិត។ ស្នើសុំ $f(-7) = 7$ ។ គណនា $f(7) = ?$

៩- រង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណមួយ ជាចំនួនគត់គ្នា និងមុំចំនុចស្មើ 2 ដងមុំតូចបំផុត។

គណនា $\cos$ នៃមុំតូចបំផុតនោះ។



១- ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ x, y ជាចំនួនពិត នោះ $2x + 3y$ ចែកដាច់ដោយ 17

លុះត្រាតែ $9x + 5y$ ចែកដាច់ដោយ 17

២- រកព្រលាផ្ទៃនៃកាត់ n ដែល $2^n + 1$ ចែកដាច់ដោយ 3 ។

៣- ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ a, b ជាចំនួនគត់សេស នោះ $a^2 - b^2$

ចែកដាច់ដោយ 2 និង 2^n លុះត្រាតែ $a - b$ ចែកដាច់ដោយ 2^n ។

៤- ឧបមាថា ត្រីកោណកែងមួយមានជ្រុងខ្លីតាង a, b និងអ៊ីប៉ូតេនុស c

ឧបមាថា $n > 2$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^n + b^n < c^n$

៥- ឧបមាថាបណ្តាចំនួន A, B, C, D, E, F, G, H, I, J ចែករង្វង់កាំ R

ជាចំនួនស្មើគ្នា។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $AD + AB = R$ ។

៦- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់ n ចំនួនគត់ចំនួន $A_n = 5^n + 2.3^{n+1} + 1$ ចែកដាច់ដោយ 8

៧- ស្រាយបញ្ជាក់ថាផ្ទៃក្នុងនៃត្រីកោណមួយ កែងគ្នាចុះក្រៅជ្រុងឈមនៃ

ឆក់ព្យាបាលនោះ មានផលបូកការស្មើគ្នា។

៨- ស្រាយបញ្ជាក់ថា ព្រលាផ្ទៃនៃត្រីកោណកែងក្នុងប្រលេឡូក្រាម មិនអាចធំជាង

ពាក់កណ្តាលព្រលាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាមនោះ។ (បុគ្គលិក)

៩- ក្នុងត្រីកោណ ABC កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ C កាត់ [AB] ត្រង់ D ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $CD < \sqrt{CA \cdot CB}$

១០- សញ្ញា * និមួយៗតាងលេខមួយខ្ទង់។ រកចំនួនដែលត្រូវតុលាក្នុងទំរង់

ខាងក្រោម :

	*	*	*	*		987
	*	*	*	*		× 121
	*	*	*	*		987
*	*	*	*	*		19740
*	8	*	0	0		98700

* * 9 * 2 + 119427

