

គណិតវិទ្យា



លំហាត់ត្រៀមប្រឡងពេទ្យ

➢ វិញ្ញាសាធ្លាប់ចេញប្រឡង ➢ លំហាត់ជ្រើសរើសពិសេស

រៀបរៀងដោយ សាវ័ន សុផ្លា

មាតិកា

ផ្នែកទី១.	លីមីតនៃអនុគមន៍	១
ផ្នែកទី២.	ភាពជាប់នៃអនុគមន៍	៥
ផ្នែកទី៣.	ដេរីវេនៃអនុគមន៍	៩
ផ្នែកទី៤.	អនុវត្តន៍នៃដេរីវេ	១៣
ផ្នែកទី៥.	សិក្សាអនុគមន៍	១៥
ផ្នែកទី៦.	អាំងតេក្រាល	១៧
ផ្នែកទី៧.	កោនិក	២១
ផ្នែកទី៨.	វិញ្ញាសាធ្លាប់ចេញប្រឡង	២៣

១.

លីមីតនៃអនុគមន៍

① គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}$

ខ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - 1)(2x + 3)(2 - x)}{(x^2 + 1)(2x + 1)}$

គ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + x}{|x|}$

ឃ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 8x - 1} - \sqrt{x^2 - 3} \right)$

② កំណត់តម្លៃនៃចំនួនថេរ a ដើម្បីឲ្យលីមីតខាងក្រោមជាលីមីតនៃចំនួនថេរ ហើយកំណត់លីមីតនេះផង៖

ក $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - a}{x - 1}$

ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x} + a}{x}$

គ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + a} - 1}{x - 2}$

ឃ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + ax} - 1}{x^2 - 1}$

③ គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\sin^2 5x}$

ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{\tan^3 x - \sin^3 x}$

គ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{\sin^2 x}$

ឃ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$

ង $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \sin \frac{1}{x}$

ច $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$

④ គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^2 + xe^x)$

ខ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x)e^x$

គ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2)e^{-x}$

ឃ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x}{2e^x + 1}$



ង $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \left(\frac{x}{x+1} \right)$

ច $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \ln(x^2 + 1)$

ឆ $\lim_{x \rightarrow -4} x \ln(4 - 3x - x^2)$

ជ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \{x[\ln(x+1) - \ln x]\}$

5 គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

គ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

ឃ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x^2}$

6 គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}{4 \sin^2 x - 1}$

ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

គ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(a-b)}{\sin ax - \sin bx} \quad (a, b \neq 0, a \neq b)$

ឃ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x \sin x} - \cos x}$

ង $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1} - 1 \right)$

ច $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}$

7 គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + x + 2} - \sqrt{x^2 - x + 3} \right)$

ខ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{x^2 - x + 3} \right)$

គ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x \sin x}{x^2 - \sin^2 x}$

ឃ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$

8 កំណត់តម្លៃ a ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + ax - \sqrt{1+x}}{x} = \frac{1}{8}$ ។



9) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$

ខ) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2} \quad (a > 0 \text{ និង } b < 0)$

10) កំណត់អនុគមន៍ដឺក្រេទី 2 $y = f(x)$ ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌលីមីតទាំងពីរខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = 1$

ខ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = -1$

11) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{3x}$

ខ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{5x}$

គ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 6e^{2x}$

12) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{x+1}$

ខ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{4x}$

គ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{n}{x}\right)^x$

13) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{x-2}}{x^3}$

ខ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x+2}$

គ) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x}\right)$

14) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-5} \ln x$

ខ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)}{x^2}$

គ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x)$

15) គេមានពហុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន n ជ្រុង និងកាំស្មើនឹង a ។ តាង S_n ជាផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណនេះ។ គណនា S_n រួចកំណត់តម្លៃ $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ។



សាលាបង្រៀនគួរតិចប៉ុក្ស
គណិតវិទ្យាគ្រូបង្រៀនឡងពេទ្យ

លំហាត់ត្រៀមប្រឡងពេទ្យ

រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ
សាវ័ន សុទ្ធា

២.

ភាពជាប់នៃអនុគមន៍

① បញ្ជាក់ថា តើអនុគមន៍ខាងក្រោមជាប់ត្រង់តម្លៃ x ដែលឲ្យឬទេ?

ក) $f(x) = 5x^2 - 6x + 1, x = 2$

ខ) $f(x) = \frac{x+2}{x+1}, x = 1$

គ) $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}, x = 4$

ឃ) $f(x) = \frac{|x+2|}{x+2}, x = -2$

ង) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{បើ } x \leq 2 \\ 2 & \text{បើ } x > 2 \end{cases}, x = 2$

ច) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{បើ } x < -1 \\ x^2-3 & \text{បើ } x \geq -1 \end{cases}, x = -1$

② រកតម្លៃ x ដែលធ្វើឲ្យអនុគមន៍ខាងក្រោមជាអនុគមន៍ជាប់៖

ក) $f(x) = \frac{3x-1}{2x-6}$

ខ) $f(x) = \frac{x}{x^2+4x-5}$

គ) $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2-x-2}$

ឃ) $f(x) = \frac{3x-2}{x^2-3x-18}$

ង) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & \text{បើ } x \leq 2 \\ 3-x & \text{បើ } x > 2 \end{cases}$

ច) $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{បើ } x \leq -1 \\ 2 & \text{បើ } -1 < x < 1 \\ -x+3 & \text{បើ } x > 1 \end{cases}$

③ សិក្សាភាពជាប់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោមលើចន្លោះដែលឲ្យ៖

ក) $f(x) = \frac{x-3}{4+x}$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $[-4, 1]$ ។

ខ) $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{x}\right)$ លើចន្លោះ $(0, 1)$ និង $[0, 1]$ ។



(៣) $f(x) = \begin{cases} x(x+1) & \text{បើ } x \leq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{បើ } x \geq 3 \end{cases}$ លើចន្លោះ $(0, 3)$ និង $[0, 3]$ ។

(៤) រកតម្លៃ A ដែលធ្វើឲ្យអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់គ្រប់តម្លៃ x :

(ក) $f(x) = \begin{cases} Ax-3 & \text{បើ } x < 2 \\ 3-x+2x^2 & \text{បើ } x \geq 2 \end{cases}$ (ខ) $f(x) = \begin{cases} 1-3x & \text{បើ } x < 4 \\ Ax^2+2x-3 & \text{បើ } x \geq 4 \end{cases}$

(5) រកតម្លៃ A និង B ដែលធ្វើឲ្យអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} Ax^2+5x-9 & \text{បើ } x < 1 \\ B & \text{បើ } x = 1 \\ (3-x)(A-2x) & \text{បើ } x > 1 \end{cases}$
ជាប់គ្រប់តម្លៃ x ។

(6) គេមានអនុគមន៍ $y = f(x)$ កំណត់លើចន្លោះ $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ដែល

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\sin x} & \text{បើ } x \neq 0 \\ \sqrt{2} & \text{បើ } x = 0 \end{cases}$$
 ។ តើ $f(x)$ ជាប់គ្រប់ $x = 0$ ឬទេ?

(7) កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ខាងក្រោមជាប់លើ $\mathbb{R}$:

(ក) $f(x) = \begin{cases} -2x+a & \text{បើ } x \leq 1 \\ \log_3 x & \text{បើ } x > 1 \end{cases}$ (ខ) $f(x) = \begin{cases} a & \text{បើ } x \leq 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & \text{បើ } x > 0 \end{cases}$

(8) ក្នុងបណ្តាអនុគមន៍ខាងក្រោម តើ f អាចមានបន្ទាយតាមភាពជាប់ត្រង់ a ឬទេ?

(ក) $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}, a = 3$

(ខ) $f(x) = \frac{x^2+3x-10}{x-2}, a = 2$

(គ) $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}, a = 1$

(ឃ) $f(x) = \frac{x^2-16}{x^2-3x+4}, a = 4$



- 9 ប្រើទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាល បង្ហាញថា អនុគមន៍ខាងក្រោមមានចំនួន c ក្នុងចន្លោះដែលឲ្យ៖
- ក $f(x) = x^2 + x - 1$, $[0, 5]$, $f(c) = 11$
 - ខ $f(x) = x^2 - 6x + 8$, $[0, 3]$, $f(c) = 0$
 - គ $f(x) = x^3 - x^2 + x - 2$, $[0, 3]$, $f(c) = 4$
 - ឃ $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$, $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$, $f(c) = 6$
- 10 គេឲ្យអនុគមន៍ និងចន្លោះបិទដូចខាងក្រោម។ ប្រើទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាល រកតម្លៃ c បើគេស្គាល់តម្លៃ k ។
- ក $f(x) = 2 + x - x^2$, $[0, 3]$, $k = 1$
 - ខ $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, $[-4.5, 3]$, $k = 3$
- 11
- ក ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $x \tan x = \cos x$ យ៉ាងហោចណាស់មានឫសពិតមួយចន្លោះ $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ ។
 - ខ ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $(x^n - 1) \cos x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$ យ៉ាងហោចណាស់មានឫសពិតមួយចន្លោះ $(0, 1)$ ។
- 12 ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការខាងក្រោមមានឫសយ៉ាងតិចមួយនៅចន្លោះដែលឲ្យ៖
- ក $\sin x = x - 1$, $(0, \pi)$
 - ខ $20 \log_{10} x - x = 0$, $(1, 10)$
- 13 គេឲ្យសមីការដឺក្រេទីពីរ $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) មានលេខមេគុណ a, b, c បំពេញលក្ខខណ្ឌ $2a + 3b + 6c = 0$ ។ បង្ហាញថាសមីការនេះមានឫសយ៉ាងតិចមួយនៅចន្លោះ $\left[0, \frac{2}{3}\right]$ ។
- 14 គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ បើ $x \neq 0$, $f(x) = \frac{|x| + 2x^2}{x}$
បើ $x = 0$, $f(0) = 1$ ។
- ក តើអនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x = 0$ ឬទេ?
 - ខ សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f ។



សាលាបង្រៀនគួរតិចប៉ុក្ស
គណិតវិទ្យាគ្រូបង្រៀនឡងពេទ្យ

លំហាត់ត្រៀមប្រឡងពេទ្យ

រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ
សាវ័ន សុទ្ធា

៣.

ដេរីវេនៃអនុគមន៍

① គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $f(x) = (2x + 1)^4$

ខ $f(x) = \sqrt{5x^6 - 12}$

គ $f(x) = (x^5 - 4x^2 + 8)^8$

ឃ $f(x) = (3x^4 - 7x^2 + 9)^5$

ង $f(x) = \frac{1}{5x^2 - 6x + 2}$

ច $f(x) = \frac{2}{(6x^2 + 5x + 1)^2}$

② គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

ខ $y = \frac{1}{\sqrt{5x^3 + 2}}$

គ $y = \sqrt{\frac{3x + 1}{2x - 1}}$

ឃ $y = \left(\frac{x + 2}{2 - x}\right)^3$

ង $y = (x + 2)^3(2x - 1)^5$

ច $y = 2(3x + 1)^4(5x - 3)^2$

③ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$ តាមវិធីពីរយ៉ាង តាមរូបមន្តដេរីវេនៃផលគុណ និងដេរីវេនៃស្វ័យគុណ រួចបង្ហាញថាវិធីទាំងពីរមានលទ្ធផលដូចគ្នា៖

ក $f(x) = (3x + 5)^2$

ខ $f(x) = (7 - 4x)^2$

④ គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \sin^2 x + \cos^2 x$

ខ $y = 5x^3 - 2 \sin x \cos x$

គ $y = (2x - \sin x)^3$

ឃ $y = \sin x - x^2 \cos x$

ង $y = x^2 - \tan^2 x$

ច $y = 3x \cot^2 x$



5 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $f(x) = \sin^2 x^2$

ខ $f(x) = x^3 - \cos^2 5x$

គ $f(x) = \frac{\tan 2x}{1 - \cos x}$

ឃ $f(x) = x^3 - \sin(x^2 - 5x)$

ង $f(x) = \sin 3x + \cos(x^3 - 1)$

ច $f(x) = \tan(2x^3 - 5x)$

6 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍៖

ក $f(x) = (7x + 2)^2$

ខ $g(x) = (x^2 - 8)^{-1}$

គ $y = (4x^2 + 9x - 3)^3$

ឃ $f(x) = \sqrt[3]{5x^3 - 4}$

ង $g(x) = x(4 - 3x^2)^2$

ច $y = \frac{\sqrt{5x - 2}}{x^3}$

7 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍៖

ក $y = x^3 \sin 2x$

ខ $y = 3x^3 - x \cos 3x$

គ $y = -x \cos(4 - 3x^2)$

ឃ $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

ង $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$

ច $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$

8 គណនាដេរីវេទី 2 នៃអនុគមន៍៖

ក $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 8$

ខ $f(x) = x^4 + 6x^{\frac{3}{2}} - 9$

គ $f(x) = (2x^2 + 7)^{\frac{2}{3}}$

ឃ $f(x) = 5x + \frac{2}{x + 1}$

ង $f(x) = x^2 - \frac{14}{x - 2}$

ច $f(x) = \frac{7x + 2}{x^3}$



9 គណនាដេរីវេទី២ នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = 3x^2 - \sin 2x$

ខ $y = -3x^4 + 2x^2$

គ $y = x + \frac{1}{x}$

ឃ $g(x) = \frac{x^2}{x+1}$

ង $g(x) = (x^2 + 4)^3$

ច $g(x) = (x^3 - 1)^4$

10 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = xe^{-x}$

ខ $f(x) = x^2e^x$

គ $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

11 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

ខ $f(x) = \frac{e^x(1 + \cos x)}{1 - \cos x}$

គ $g(x) = e^{\frac{x-1}{x+1}}$

12 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \sqrt{x} \cdot \ln x$

ខ $y = x^3 \sqrt{\ln x}$

គ $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

13 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \ln \frac{e^x}{e^x + 1}$

ខ $y = x \ln x - x$

គ $y = x^2 \ln \frac{1}{x^2}$

14 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \frac{e^x}{x-1}$

ខ $y = e^{2x} - 2e^x$

គ $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

15 គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = x - 1 - \ln x$

ខ $y = \ln \left(\frac{x-3}{x+2} \right)$

គ $y = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2}$



16 រក y' ជាអនុគមន៍នៃ x និង y

ក $x = \tan y$

ខ $x = \sin y$

គ $xy + \sin y = 0$

ឃ $x + \sin y = xy$

ង $x + \tan(xy) = 0$

ច $y^2 = \sin^4 2x + \cos^4 2x$

17 រក y' ជាអនុគមន៍នៃ x និង y ៖

ក $x^3 + y^3 = 5$

ខ $xy^2 = -1$

គ $x - \sqrt{y} = 2$

ឃ $2y + \sqrt{xy} = 5x^2$

ង $x^2 + 4(y + 3)^2 = 9$

ច $x^3y + xy^3 = 3x^3$

18 រក y និង y'' ជាអនុគមន៍នៃ x និង y ៖

ក $2x^2 + y^2 = 4$

ខ $2x^3 + y^3 = 8$

គ $x^2 + xy + y^2 = -1$

ឃ $x^3 + 2xy - y^2 = 3$

ង $x^3 + y^3 = 3xy$

ច $x^3y + xy^3 = 3x^2$

19 រក y និង y'' ជាអនុគមន៍នៃ x និង y ៖

ក $x^2 + xy = 5$

ខ $x^2y^2 - 2x = 3$

គ $x^2 - y^2 = 16$

ឃ $1 - xy = x - y$

ង $y^2 = x^3$

ច $y^2 = 4x$

20 គណនា៖

ក $f^{(4)}(x)$ បើ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

ខ $f^{(6)}(x)$ បើ $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - \sin 2x$

គ $f^{(8)}(x)$ បើ $f(x) = x^8 - 5x^2 + \cos x$

ឃ $f^{(10)}(x)$ បើ $f(x) = \frac{120}{x^6}$

- ① ពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័ត $SABCD$ មានផ្ទៃក្រឡាខាង S_L ។ គណនាផលធៀបរវាងកម្ពស់ SO និងជ្រុងមួយនៃបាតដើម្បីឲ្យមានពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តមានតម្លៃអតិបរមា។
- ② ផលបូកបរិមាត្រការងារមួយ និងរង្វង់មួយមានប្រវែង l ។ គណនាផលធៀបរវាងរង្វង់កាំរង្វង់និងជ្រុងការងារ ដើម្បីឲ្យផលបូកផ្ទៃក្រឡាការងារ និងរង្វង់មានតម្លៃអប្បបរមា។
- ③ ប្រអប់ត្រង់មួយមានគម្របលើ និងបាតក្រោមជាការងារ ហើយមានមាឌ 250 cm^3 ។ សម្ភារៈសម្រាប់ធ្វើគម្របលើនិងបាតក្រោមតម្លៃ 2000 f/cm^2 ហើយសម្ភារៈសម្រាប់ធ្វើផ្ទៃខាងតម្លៃ 1000 f/cm^2 ។ កំណត់រង្វាស់ទ្រទ្រង់នៃប្រអប់ដើម្បីឲ្យប្រាក់ចំណាយលើសម្ភារៈមានតម្លៃអប្បបរមា រួចគណនាប្រាក់ចំណាយអប្បបរមានោះ។
- ④ ត្រីកោណសមបាត ABC មួយមានបរិមាត្រ $2p$ វិលជុំវិញកម្ពស់ដែលគូសចេញពីកំពូល A កំណត់បានសូលីតមួយមានមាឌធំបំផុត។ គណនារង្វាស់ជ្រុង និងកម្ពស់នៃត្រីកោណសមបាតនោះ។
- ⑤ ទូកមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរពីចំណុចត្រួតពិនិត្យ ដែលរយៈពេល t នាទីក្រោយមក ទូកនោះមានចម្ងាយពីចំណុចត្រួតពិនិត្យដែលតាងដោយអនុគមន៍ $S(t) = t^3 + 60t$ គិតជាម៉ែត្រ។
 - ក) រកល្បឿននៃទូកត្រង់ចំណុចចាប់ផ្តើម។
 - ខ) កំណត់ល្បឿននៃទូកខណៈ $t = 3 \text{ mn}$ ។
- ⑥ រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរដោយល្បឿនដែលតាងដោយអនុគមន៍

$$V(t) = \frac{100t}{t+15} \text{ m/s}$$
 ។ កំណត់សំទុះនៃរថយន្តខណៈពេល៖
 - ក) $t = 5 \text{ s}$
 - ខ) $t = 10 \text{ s}$
 - គ) $t = 20 \text{ s}$
- ⑦ រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរដោយល្បឿនដែល t វិនាទីតាងដោយអនុគមន៍

$$V(t) = \frac{22t}{0.44t + 3.3}$$
 ម៉ែត្រក្នុងមួយវិនាទី។ កំណត់សំទុះរបស់រថយន្តនៅខណៈពេល៖



ក) 5 វិនាទី

ខ) 10 វិនាទី

គ) 20 វិនាទី

ឃ) 30 វិនាទី

- 8) រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរពីចំណុចត្រួតពិនិត្យមួយ។ នៅខណៈ t វិនាទី រថយន្តនោះ ហ្លាតពីចំណុចត្រួតពិនិត្យដែលតាងដោយអនុគមន៍ចម្ងាយចរ $S(t) = 4.4t^2$ គិតជាម៉ែត្រ ហើយ $0 \leq t \leq 10$ ។ ប្រើអនុគមន៍ខាងលើ រួចបំពេញតារាងខាងក្រោម៖

t	0	2	4	6	8	10
$S(t)$						
$V(t)$						
$a(t)$						

① រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

Ⓐ $y = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x - 3 + 2\sqrt{x - 4}}$

Ⓑ $y = \lg\left(\frac{2^{1-x} - 2x + 1}{2^x - 1}\right)$

② ចូររកអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

Ⓐ $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$

Ⓑ $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$

Ⓒ $y = -x + 3 + \frac{3}{x - 1}$

③ រកអាស៊ីមតូតរបស់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

Ⓐ $y = \frac{4x - 3}{2x + 5}$

Ⓑ $y = \frac{3x^2 - 7x + 15}{x - 1}$

Ⓒ $y = \frac{2x - 1}{x^2 - 7x + 10}$

④ ចូររកតម្លៃបរមាជ្រៀបរបស់អនុគមន៍ $y = \frac{20x^2 + 10x + 3}{3x^2 + 2x + 1}$ ។

⑤ រកតម្លៃបរមាជ្រៀបរបស់អនុគមន៍ $y = x^2 + 2x + 1 + \frac{a^2}{(x + 1)^2}$ ដែល a ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រខុសពីសូន្យ ។

⑥ គេឲ្យអនុគមន៍ $f : y = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$ ។

Ⓐ សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ f ។

Ⓑ តាមក្រាប រកតម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃ $A = \frac{2\cos^2 x + |\cos x| + 1}{|\cos x| + 1}$ ។

⑦ គណនាតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម៖

Ⓐ $e^{\ln 7}$

Ⓑ $\ln e^{x-2}$

Ⓒ $\ln e^{7x}$



សាលាបង្រៀនគួរតិចប៉ុក្ស
គណិតវិទ្យាគ្រូប្រឡងពេញ

លំហាត់ត្រៀមប្រឡងពេញ

រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ
សាវ័ន សុទ្ធា

① រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់ដោយ៖

ក $f(x) = \frac{3}{\cos^2 x}$ និង $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$

ខ $f(x) = x^2 - x$ និង $F(0) = 1$

គ $f(x) = x^2 - e^x$ និង $F(0) = 1$

ឃ $f(x) = x^2 - xe^{x^2}$ និង $F(0) = 1$

② រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់ដោយ៖

ក $f(x) = \sin x$ និង $F(0) = 3$

ខ $f(x) = x - e^x$ និង $F(1) = 1 - e$

គ $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 4)^3}$ និង $F(5) = 3$

ឃ $f(x) = \sin x \cos^3 x$ និង $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16$

③ គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់

ក $\int x\sqrt{1-x}dx$

ខ $\int \frac{2}{\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}}dx$

④ គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់៖

ក $\int (1-x)e^x$

ខ $\int (3-2x)e^{-x}dx$

គ $\int x \ln 2x dx$

ឃ $x \ln x^2 dx$



5) គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

ក) $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx$

ខ) $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$

គ) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$

6) គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

ក) $\int x\sqrt{x-6} dx$

ខ) $\int x\sqrt{1-x} dx$

គ) $\int x(x+1)^8 dx$

ឃ) $\int (x+1)(x+2)^6 dx$

ង) $\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$

ច) $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$

7) គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ដូចខាងក្រោម៖

ក) $\int x^2 e^{-x} dx$

ខ) $\int x^2 e^{3x} dx$

គ) $\int x^3 e^x dx$

ឃ) $\int x^3 e^{2x} dx$

គណនាអាំងតេក្រាល៖

ក) $\int x^2 \ln x dx$

ខ) $\int x(\ln x)^2 dx$

គ) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

ឃ) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$

8) គណនាតម្លៃនៃ

ក) $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$

ខ) $\int_1^1 \frac{f(x)}{3} dx$

9) គេមាន f និង g ជាអនុគមន៍ជាប់ហើយ $\int_1^2 f(x) = -4$; $\int_2^5 f(x) dx = 6$ $\int_1^5 g(x) dx = 8$ ។ គណនា៖

ក) $\int_1^5 f(x) dx$

ខ) $\int_5^1 [-4f(x)] dx$

គ) $\int_1^5 [4f(x) - 2g(x)] dx$



10 គេមាន $\int_{-1}^1 f(x)dx = 4$ និង $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2}dx + \int_{-1}^1 kdx = 5$ ។ គណនាតម្លៃនៃ k ។

11 ចូរគណនាតម្លៃនៃ k បើ $\int_1^k \frac{1}{\sqrt{2x-1}}dx = 2$ ។

12 គណនា៖

ក $\int_1^2 3e^{4x}dx$

ខ $\int_0^1 4x^3 e^{2x^4}dx$

គ $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

ឃ $\int_1^3 3e^{2x}(e^{-2x}-1)dx$

ង $\int_0^1 \frac{dx}{2+3x}$

13 គណនា៖

ក $\int_0^1 \frac{2x^2}{1+2x^3}dx$

ខ $\int_1^{\ln 2} \frac{e^x}{4e^x-2}dx$

គ $\int_0^2 \frac{x}{(1+x^2)}dx$

ឃ $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x}dx$

ង $\int_0^1 xe^{2x^2}dx$

ច $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$

ឆ $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^2}{2x}dx$

ជ $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x}dx$

14 (១២ ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(2, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{(2x-3)(x-1)^2}$ ។

ក គណនា a និង b ដែល $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{2x-3}$ ។

ខ រកព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $g(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$ និង $h(x) = \frac{1}{2x-3}$ ។

គ ទាញរក $J = \int_2^3 f(x)dx$ ។

15 គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}dx$



16 គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោមដោយប្រើអថេរជំនួស៖

ក $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

ខ $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

គ $\int_e^{\sqrt{e}} \frac{\ln x}{x} dx$

ឃ $\int_1^2 \frac{10x + 1}{\sqrt{5x^2 + x + 3}} dx$

ង $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$

ច $\int_1^e \frac{\ln x + 1}{x} dx$

17 គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោមដោយប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក៖

ក $\int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx$

ខ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx$

18 តម្លៃដីនៅតាមកសិដ្ឋានមានការកើនឡើងជារៀងរាល់ឆ្នាំដែលអត្រាកំណើននៃតម្លៃដីក្នុងមួយហិចតា កំណត់ដោយអនុគមន៍ $v'(x) = \frac{0.4x^3}{\sqrt{0.2x^4 + 8000}}$ (គិតជាម៉ឺនរៀល) ហើយ x ជាចំនួនឆ្នាំ។ បើគេដឹងថាតម្លៃដីនៅពេលបច្ចុប្បន្ន 900 (គិតជាម៉ឺនរៀល) ក្នុងមួយហិចតា។ រកអនុគមន៍តម្លៃដី មួយហិចតានៅរយៈពេល 10 ឆ្នាំទៅមុខទៀត។

19 សហគ្រាសមួយទទួលបានប្រាក់ចំណូលបន្ថែមពីការលក់ផលិតផលប្រើប្រាស់ចំនួន t គ្រឿង។ បើអត្រានៃចំណូលបន្ថែមកំណត់ដោយអនុគមន៍ $R'(t) = 180 + 0.2t$ (គិតជាពាន់រៀល) ក្នុង មួយគ្រឿង។ រកបម្រែបម្រួលនៃប្រាក់ចំណូលក្នុងការលក់កើនឡើងពីចំនួន 30 ទៅ 40 គ្រឿង។

- ① បម្លែងសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល $x^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ ទៅជាសមីការស្តង់ដា។
- ② បម្លែងសមីការទូទៅនីមួយៗខាងក្រោមជាសមីការស្តង់ដា៖

ក $x^2 - 2x - 3y - 8 = 0$	ខ $4x^2 - y^2 - 2y - 33 = 0$
គ $y^2 - 4y - 4x = 0$	ឃ $x^2 + 4x + 4y - 4 = 0$
ង $9y^2 - 36y - 2x + 24 = 0$	ច $y^2 - 4x + 4y + 24 = 0$
- ③ រកសមីការនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សឈរ ហើយក្រាបវាកាត់តាមចំណុច $A(2, 5)$, $B(-2, -3)$ និង $C(1, 6)$ ។
- ④ រកសមីការនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សដេក ហើយក្រាបវាកាត់តាមចំណុច $A(-1, 1)$, $B(11, -2)$ និង $C(5, -1)$ ។
- ⑤ រកកូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលមានសមីការ $(x + 3) + (y - 2)^2 = 0$ រួចសង់ក្រាប។
- ⑥ រកសមីការនៃអេលីបដែលមានកំណុំ $(0, 0)$ និង $(4, 0)$ ។ ផលបូកចម្ងាយពីកំណុំទាំងពីរទៅចំណុចមួយនៅលើអេលីបស្មើនឹង 10 ឯកតា។
- ⑦ កំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូលគឺ $F_1(0, 3)$ និង $F_2(0, -3)$ ហើយ P ជាចំណុចមួយនៅលើអ៊ីពែបូលដែលមានផលដកចម្ងាយរបស់វាពីចំណុច F_1 និង F_2 ស្មើនឹង 2 ឯកតា។ ប្រើនិយមន័យនៃអ៊ីពែបូល ទាញរកសមីការស្តង់ដានៃអ៊ីពែបូលនេះ។
- ⑧ សង់អ៊ីពែបូល និងអាស៊ីមតូតរបស់វា : $x^2 - 5y^2 = 25$ ។
- ⑨ បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអេលីប $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ ។



- ⑩ បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអ៊ីពែបូល $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ ។
- ⑪ ភាគល្អិតមួយកំពុងផ្លាស់ទីស្របនឹងទ្រនិចនាឡិកានៅលើគន្លងរាងជាអេលីប៊ីបមួយដែលមានសមីការ $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ ។ ភាគល្អិតនេះបានចេញពីគន្លងនៅត្រង់ចំណុច $(-8, 3)$ ហើយផ្លាស់ទីតាមបន្ទាត់មួយប៉ះទៅនឹងអេលីប។ តើភាគល្អិតនេះកាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ចំណុចណា?

៨. វិញ្ញាសាឆ្លាប់ចេញប្រឡូង

ប្រឡូងថ្នាក់ជាតិចូលរៀនថ្នាក់សិក្សាមូលដ្ឋានសម្រាប់កម្រិតបរិញ្ញាបត្រ
នៅតាមគ្រឹះស្ថានបណ្តុះបណ្តាលវិស័យសុខាភិបាល
សម័យប្រឡូង ៖ ថ្ងៃទី២៨ ខែឧសភា ឆ្នាំ២០២២
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា រយៈពេលប្រឡូង ៖ ៩០ នាទី

១ (១០ ពិន្ទុ) ទូកមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរពីចំណុចត្រួតពិនិត្យ ដែលរយៈពេល t នាទីក្រោយមក ទូកនោះមានចម្ងាយពីចំណុចត្រួតពិនិត្យដែលតាងដោយអនុគមន៍ $S(t) = t^3 + 60t$ គិតជា ម៉ែត្រ។

ក) រកល្បឿននៃទូកត្រង់ចំណុចចាប់ផ្តើម។

ខ) កំណត់ល្បឿននៃទូកខណៈ $t = 3$ mn ។

២ (១០ ពិន្ទុ) រកអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក) $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$

ខ) $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$

៣ (១៥ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក) $y = xe^{-x}$

ខ) $y = x^2e^x$

គ) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

៤ (១៥ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-5} \ln x$

ខ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)}{x^2}$

គ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x)$

៥ (១៥ ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ $\int x\sqrt{1-x} dx$ ។



- ៦) (១០ ពិន្ទុ) ចូរគណនាតម្លៃនៃ k បើ $\int_1^k \frac{1}{\sqrt{2x-1}} dx = 2$ ។
- ៧) (១០ ពិន្ទុ) បម្លែងសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល $x^2 + 4x + 4y - 4 = 0$ ទៅជាសមីការស្តង់ដា។
- ៨) (១៥ ពិន្ទុ) បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអ៊ីពែបូល $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ ។



**ប្រឡងថ្នាក់ជាតិចូលរៀនថ្នាក់សិក្សាមូលដ្ឋានសម្រាប់កម្រិតបរិញ្ញាបត្រ
នៅការប្រឡងបណ្តុះបណ្តាលវិស័យសុខាភិបាល
សម័យប្រឡង ៖ ថ្ងៃទី២៣-២៤ ខែវិច្ឆិកា ឆ្នាំ២០១៩
វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា រយៈពេលប្រឡង ៖ ១២០ នាទី**

១ (៩ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{\sin^2 5x}$

ខ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{\tan^3 x - \sin^3 x}$

គ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$

២ (៦ ពិន្ទុ) តើអនុគមន៍ខាងក្រោមជាប់ត្រង់តម្លៃ x ដែលឲ្យឬទេ?

ក $f(x) = \frac{|x + 2|}{x + 2}, x = -2$

ខ $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{បើ } x \leq 2 \\ 2 & \text{បើ } x > 2 \end{cases}, x = 2$

គ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & \text{បើ } x < -1 \\ x^2 - 3 & \text{បើ } x \geq -1 \end{cases}, x = -1$

៣ (៨ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ $y = f(x)$ កំណត់លើចន្លោះ $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ដែល

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin x} & \text{បើ } x \neq 0 \\ \sqrt{2} & \text{បើ } x = 0 \end{cases} \quad \text{។ តើ } f(x) \text{ ជាប់ត្រង់ } x = 0 \text{ ឬទេ?}$$

៤ (៩ ពិន្ទុ) រក y' ជាអនុគមន៍នៃ x និង y ៖

ក $xy^2 = -1$

ខ $2y + \sqrt{xy} = 5x^2$

គ $x^3y + xy^3 = 3x^3$



៥ (៩ ពិន្ទុ) រកអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$

ខ $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$

គ $y = -x + 3 + \frac{3}{x - 1}$

៦ (៩ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{x+1}$

ខ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{4x}$

គ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{n}{x}\right)^x$

៧ (៦ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-5} \ln x$

ខ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)}{x^2}$

គ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x)$

៨ (៤ ពិន្ទុ) គណនាតម្លៃនៃ

ក $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^1 f(x) dx$

ខ $\int_1^1 \frac{f(x)}{3} dx$

៩ (៦ ពិន្ទុ) គេមាន $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$ និង $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2} dx + \int_{-1}^1 k dx = 5$ ។
គណនាតម្លៃនៃ k ។

១០ (១២ ពិន្ទុ) រកសមីការនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សឈរ ហើយក្រាបវាកាត់តាមចំណុច $A(2, 5)$, $B(-2, -3)$ និង $C(1, 6)$ ។

១១ (១០ ពិន្ទុ) រកសមីការនៃអេលីបដែលមានកំណុំ $(0, 0)$ និង $(4, 0)$ ។ ផលបូកចម្ងាយពីកំណុំទាំងពីរទៅចំណុចមួយនៅលើអេលីបស្មើនឹង 10 ឯកតា។

១២ (១២ ពិន្ទុ) កំណុំទាំងពីរនៃអ៊ីពែបូលគឺ $F_1(0, 3)$ និង $F_2(0, -3)$ ហើយ P ជាចំណុចមួយនៅលើអ៊ីពែបូលដែលមានផលដកចម្ងាយរបស់វាពីចំណុច F_1 និង F_2 ស្មើនឹង 2 ឯកតា។ ប្រើនិយមន័យនៃអ៊ីពែបូល ទាញរកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូលនេះ។



**ប្រឡងថ្នាក់ជាតិចូលរៀនថ្នាក់សិក្សាមូលដ្ឋានសម្រាប់កម្រិតបរិញ្ញាបត្រ
នៅការប្រឡងបណ្តុះបណ្តាលវិស័យសុខាភិបាល
សម័យប្រឡង ៖ ថ្ងៃទី១០-១១ ខែវិច្ឆិកា ឆ្នាំ២០១៨
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា រយៈពេលប្រឡង ៖ ១២០ នាទី**

១ (១០ ពិន្ទុ)

ក ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $x \tan x = \cos x$ យ៉ាងហោចណាស់មានឫសពិតមួយ
ចន្លោះ $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ ។

ខ ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការ $(x^n - 1) \cos x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$ យ៉ាងហោចណាស់
មានឫសពិតមួយចន្លោះ $(0, 1)$ ។

២ (១០ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$

ខ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2} \quad (a > 0 \text{ និង } b < 0)$

៣ (៦ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $f(x) = (2x + 1)^4$

ខ $f(x) = \sqrt{5x^6 - 12}$

គ $f(x) = (x^5 - 4x^2 + 8)^8$

ឃ $f(x) = (3x^4 - 7x^2 + 9)^5$

ង $f(x) = \frac{1}{5x^2 - 6x + 2}$

ច $f(x) = \frac{2}{(6x^2 + 5x + 1)^2}$

៤ (១៣ ពិន្ទុ) រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរពីចំណុចត្រួតពិនិត្យមួយ។ នៅខណៈ t វិនាទី
រថយន្តនោះ ឃ្លាតពីចំណុចត្រួតពិនិត្យដែលតាងដោយអនុគមន៍ចម្ងាយចរ $S(t) = 4.4t^2$
គិតជាម៉ែត្រ ហើយ $0 \leq t \leq 10$ ។ ប្រើអនុគមន៍ខាងលើ រួចបំពេញតារាងខាងក្រោម៖



t	0	2	4	6	8	10
$S(t)$						
$V(t)$						
$a(t)$						

៥ (៣ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេខាងក្រោម៖

ក $y = xe^{-x}$

ខ $f(x) = x^2e^x$

គ $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

៦ (៣ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \ln \frac{e^x}{e^x + 1}$

ខ $y = x \ln x - x$

គ $y = x^2 \ln \frac{1}{x^2}$

៧ (២០ ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ $f : y = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$ ។

ក សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ f ។

ខ តាមក្រាប រកតម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃ $A = \frac{2 \cos^2 x + |\cos x| + 1}{|\cos x| + 1}$ ។

៨ (១២ ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(2, +\infty)$ ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{(2x - 3)(x - 1)^2}$ ។

ក គណនា a និង b ដែល $f(x) = \frac{a}{(x - 1)^2} + \frac{b}{2x - 3}$ ។

ខ រកព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $g(x) = -\frac{1}{(x - 1)^2}$ និង $h(x) = \frac{1}{2x - 3}$ ។

គ ទាញរក $J = \int_2^3 f(x)dx$ ។

៩ (៦ ពិន្ទុ) រកកូអរដោនេកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលមានសមីការ $(x + 3) + (y - 2)^2 = 0$ រួចសង់ក្រាប។



១០ (៥ ពិន្ទុ) សង់អ៊ីពែបូល និងអាស៊ីមតូតរបស់វា : $x^2 - 5y^2 = 25$ ។

១១ (១២ ពិន្ទុ) ភាគល្អិតមួយកំពុងផ្លាស់ទីស្របនឹងទ្រនិចនាឡិកានៅលើគន្លងរាងជាអេលីប្រមួយដែលមានសមីការ $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ ។ ភាគល្អិតនេះបានចេញពីគន្លងនៅត្រង់ចំណុច $(-8, 3)$ ហើយផ្លាស់ទីតាមបន្ទាត់មួយប៉ះទៅនឹងអេលីប។ តើភាគល្អិតនេះកាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ចំណុចណា?



**ប្រឡងថ្នាក់ជាតិចូលរៀនថ្នាក់សិក្សាមូលដ្ឋានសម្រាប់កម្រិតបរិញ្ញាបត្រ
នៅការបង្កើនស្ថានបណ្តុះបណ្តាលវិស័យសុខាភិបាល
សម័យប្រឡង ៖ ថ្ងៃទី២០-២១ ខែតុលា ឆ្នាំ២០១៧
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា រយៈពេលប្រឡង ៖ ១២០ នាទី**

១) (១២ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

ខ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$

គ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$

ឃ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x}{x^2}$

២) (៨ ពិន្ទុ) ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការខាងក្រោមមានឫសយ៉ាងតិចមួយនៅចន្លោះដែលឲ្យ៖

ក) $\sin x = x - 1$, $(0, \pi)$

ខ) $20 \log_{10} x - x = 0$, $(1, 10)$

៣) (៦ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$ តាមវិធីពីរយ៉ាង តាមរូបមន្តដេរីវេនៃផលគុណ និងដេរីវេនៃស្វ័យគុណ រួចបង្ហាញថាវិធីទាំងពីរមានលទ្ធផលដូចគ្នា៖

ក) $f(x) = (3x + 5)^2$

ខ) $f(x) = (7 - 4x)^2$

៤) (១២ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍៖

ក) $y = x^3 \sin 2x$

ខ) $y = 3x^3 - x \cos 3x$

គ) $y = -x \cos(4 - 3x^2)$

ឃ) $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

ង) $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$

ច) $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$

៥) (៩ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^{x-2}}{x^3}$

ខ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+2}$

គ) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right)$



៦) (១៣ ពិន្ទុ) រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក) $y = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x - 3 + 2\sqrt{x - 4}}$

ខ) $y = \lg \left(\frac{2^{1-x} - 2x + 1}{2^x - 1} \right)$

៧) (៨ ពិន្ទុ) រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់ដោយ៖

ក) $f(x) = \sin x$ និង $F(0) = 3$

ខ) $f(x) = x - e^x$ និង $F(1) = 1 - e$

គ) $f(x) = \frac{x}{(x^2 - 4)^3}$ និង $F(5) = 3$

ឃ) $f(x) = \sin x \cos^3 x$ និង $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16$

៨) (១២ ពិន្ទុ) គេឲ្យ $f(x) = e^x$ ។ បង្ហាញថា $\int_0^b \frac{f(x)}{f(x) + f(b-x)} = \frac{b}{2}$ ។

៩) (១០ ពិន្ទុ) រកសមីការនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះជាអ័ក្សដេក ហើយក្រាបវាកាត់តាមចំណុច $A(-1, 1)$, $B(11, -2)$ និង $C(5, -1)$ ។

១០) (១០ ពិន្ទុ) បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងអេលីប $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ ។



**ប្រឡងជ្រាបជំនាញគណិតវិទ្យាប្រឡងបណ្ណាល័យសម្រាប់កម្រិតបរិញ្ញាបត្រ
នៅតាមគ្រឹះស្ថានបណ្ណុះបណ្ណាល័យវិស័យសុខាភិបាល
សម័យប្រឡង ៖ ថ្ងៃទី៦ ខែវិច្ឆិកា ឆ្នាំ២០១៦
វិញ្ញាសា៖ គណិតវិទ្យា រយៈពេលប្រឡង ៖ ១២០ នាទី**

១ (១៦ ពិន្ទុ) គេមានពហុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន n ជ្រុង និងកាំស្មើនឹង a ។ តាង S_n ជាផ្ទៃក្រឡានៃពហុកោណនេះ។ គណនា S_n រួចកំណត់តម្លៃ $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ ។

២ (១២ ពិន្ទុ) កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ខាងក្រោមជាប់លើ $\mathbb{R}$ ៖

ក $f(x) = \begin{cases} -2x + a & \text{បើ } x \leq 1 \\ \log_3 x & \text{បើ } x > 1 \end{cases}$ ខ $f(x) = \begin{cases} a & \text{បើ } x \leq 0 \\ x \sin \frac{1}{x} & \text{បើ } x > 0 \end{cases}$

៣ (១២ ពិន្ទុ) ប្រអប់ត្រង់មួយមានគម្របលើ និងបាតក្រោមជាការេ ហើយមានមាឌ 250 cm^3 ។ សម្ភារៈសម្រាប់ធ្វើគម្របលើនិងបាតក្រោមតម្លៃ 2000 រ/ cm^2 ហើយសម្ភារៈសម្រាប់ធ្វើផ្ទៃខាងតម្លៃ 1000 រ/ cm^2 ។ កំណត់រង្វាស់ទ្រនុងនៃប្រអប់ដើម្បីឲ្យប្រាក់ចំណាយលើសម្ភារៈមានតម្លៃអប្បបរមា រួចគណនាប្រាក់ចំណាយអប្បបរមានោះ។

៤ (១២ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍៖

ក $y = x^3 \sin 2x$ ខ $y = 3x^3 - x \cos 3x$
 គ $y = -x \cos(4 - 3x^2)$ ឃ $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^2}$
 ង $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$ ច $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$

៥ (៩ ពិន្ទុ) ចូរកអាស៊ីមតូតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x + 2}$ ខ $y = \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$ គ $y = -x + 3 + \frac{3}{x - 1}$



៦ (៩ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

ក $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{x+1}$

ខ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{4x}$

គ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{n}{x}\right)^x$

៧ (៦ ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក $y = x - 1 - \ln x$

ខ $y = \ln \left(\frac{x-3}{x+2} \right)$

គ $y = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2}$

៨ (៨ ពិន្ទុ) រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់ដោយ៖

ក $f(x) = \frac{3}{\cos^2 x}$ និង $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$

ខ $f(x) = x^2 - x$ និង $F(0) = 1$

គ $f(x) = x^2 - e^x$ និង $F(0) = 1$

ឃ $f(x) = x^2 - x e^{x^2}$ និង $F(0) = 1$

៩ (៦ ពិន្ទុ) គេមាន $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$ និង $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2} dx + \int_{-1}^1 k dx = 5$ ។
គណនាតម្លៃនៃ k ។

១០ (១០ ពិន្ទុ) បង្ហាញថាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹង $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ត្រង់ចំណុច (x_0, y_0) មានសមីការ
 $\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ ។